

ESTUDIO DE LA RESPUESTA MECÁNICA DE ESTRUCTURAS AUXÉTICAS
SEMIRRÍGIDAS FABRICADAS POR MANUFACTURA ADITIVA MEDIANTE EL
ANÁLISIS DE ELEMENTOS FINITOS.

DIEGO ANDRÉS CAMPILLO CARREÑO

UNIVERSIDAD INDUSTRIAL DE SANTANDER
FACULTAD DE INGENIERÍAS FISICOMECÁNICAS
ESCUELA DE INGENIERÍA MECÁNICA
BUCARAMANGA

2021

ESTUDIO DE LA RESPUESTA MECÁNICA DE ESTRUCTURAS AUXÉTICAS
SEMIRRÍGIDAS FABRICADAS POR MANUFACTURA ADITIVA MEDIANTE EL
ANÁLISIS DE ELEMENTOS FINITOS.

DIEGO ANDRÉS CAMPILLO CARREÑO

Trabajo de grado para optar título de Ingeniero Mecánico

Director:

William Pinto Hernandez.

PhD. Ingeniería Mecánica.

UNIVERSIDAD INDUSTRIAL DE SANTANDER
FACULTAD DE INGENIERÍAS FISICOMECÁNICAS
ESCUELA DE INGENIERÍA MECÁNICA
BUCARAMANGA

2021

DEDICATORIA

Este logro se lo dedico en primer lugar a Dios por sus bendiciones y el amor entregado en segundo lugar a mi familia, Víctor Manuel, Olga Lucía, Laura Marcela y Carmen Cecilia, quienes han estado presentes en todo este proceso y han visto todos los pasos y las etapas vividas pasando por aquellas no muy felices y terminando con épocas dónde la felicidad se derrocha. Finalmente, a mis amigos que han estado presentes desde el primer día y a mi cielito que acompañó en días nublados y soleados y a ese bizcocho que alimento mis ganas de salir adelante, me hizo crecer y se volvió en un complemento y en algo indispensable en mi día a día

A todos ellos gracias por tanto amor y cariño. Lo son todo

Diego Andrés Campillo Carreño

TABLA DE CONTENIDO

	Pág.
INTRODUCCIÓN	13
1. OBJETIVOS	15
1.1 OBJETIVO GENERAL	15
1.2 OBJETIVOS ESPECIFICOS	15
2. MARCO TEÓRICO	16
2.1 PROPIEDADES MECÁNICAS DE LOS MATERIALES	16
2.1.1 Módulo de elasticidad.....	17
2.1.2 Coeficiente de Poisson.....	18
2.1.3 Comportamiento elástico.....	19
2.1.4 Deformación Unitaria.....	20
2.2 MATERIALES AUXÉTICOS.....	20
2.2.1 Celda unitaria.	22
2.2.2 Formas de obtención de una estructura auxética	23
2.3 MATERIALES EN LA MANUFACTURA ADITIVA	30
2.4 ANALISIS DE ELEMENTOS FINITOS.....	32
3. MARCO METODOLÓGICO	34
3.1 DISEÑO Y MODELADO CAD DE LA ESTRUCTURA AUXÉTICA	35
3.1.1 Diseño de la arquitectura auxética semirrígida debido a la rotación de cuadrados:.....	35
3.1.2 Diseño de la arquitectura auxética semirrígida debido a la rotación de rectángulos:.....	37
3.2 CONFIGURACIÓN Y ESTABLECIMIENTO DEL ANÁLISIS DE ELEMENTOS FINITOS.....	41
3.2.1 Introducción de las propiedades físicas y mecánicas del material.....	42
3.2.2 Configuración del mallado de la pieza.....	42

3.2.3 Establecimiento de las condiciones de frontera de la simulación.....	46
3.3 DETERMINACIÓN DE LAS PROPIEDADES MECÁNICAS DE LA ESTRUCTURA AUXÉTICA.	47
3.3.1 Determinación de la deformación unitaria.....	47
3.3.2 Determinación del módulo de la elasticidad de la estructura auxética.	49
3.3.3 Determinación del módulo de Poisson.	50
4. RESULTADOS.....	51
4.1 ESTABLECIMIENTO DE LA AUXETICIDAD DE UNA ESTRUCTURA.	51
4.2 VARIACIÓN DE LAS MEDIDAS DE LA CELDA UNITARIA CON EL ANGULO DE ROTACIÓN.....	55
4.2.1 Rotación de rectángulos con relación de longitudes de 1 (Rotación de cuadrados). 55	
4.2.2 Rotación de rectángulos con relación de longitudes de 0,5 y 2	57
4.3 RESPUESTA MECÁNICA DE ESTRUCTURAS AUXÉTICAS DEBIDO A CAMBIOS EN SU GEOMETRIA	58
4.3.1 Comportamiento del coeficiente de Poisson	58
4.3.2 Comportamiento del módulo de elasticidad.	66
5. CONCLUSIONES	73
BIBLIOGRAFÍA.....	74

LISTA DE TABLAS

	Pág.
Tabla 1. Resumen de las principales formas de obtención de una estructura auxética.	29
Tabla 2. Modelado CAD de estructuras auxéticas resultantes de la rotación de cuadrados.	36
Tabla 3. Vista frontal de los modelos CAD para una estructura auxética semirrígida resultante de rotar rectángulos con diferentes relaciones de longitudes.	39
Tabla 4. Propiedades mecánicas del PLA.....	42
Tabla 5. Valores obtenidos para el módulo de elasticidad en función de la relación de longitudes. Normalización del cociente $EE_{basePLA}$ para cada relación de longitudes.	72

LISTA DE FIGURAS

	Pág.
Figura 1. Modelo de una estructura quiral basada en hexágonos. (A) Panal Triquiral y (B) Panal anti-triquiral	13
Figura 2. Características principales para una estructura auxética semirrígida obtenida mediante rotación de cuadrados.	24
Figura 3. Relación tensión deformación de una estructura auxética semirrígida obtenida mediante la rotación de triángulos.	26
Figura 4. Diseño 2D de una estructura auxética reentrante tradicional.....	27
Figura 5. (a) Arquitectura de una estructura quiral y (b) dimensiones principales de una estructura quiral	29
Figura 6. Metodología para la obtención de resultados, simulación de cargas axiales en estructuras auxéticas	34
Figura 7. (a) Estructura auxética semirrígida obtenida mediante la rotación de cuadrados junto con sus mediadas principales.....	35
Figura 8. Diseño de las variaciones del ángulo θ . (a) 10° , (b) 20° , (c) 30° , (d) 40° y (e) 50° . Para una estructura auxética obtenida mediante la rotación de cuadrados	36
Figura 9. (a) Estructura auxética resultante del método de rotación de rectángulos junto con sus medidas principales. (b) Patrón repetitivo para la obtención de una arquitectura auxética más amplia	38
Figura 10. Diseño de las variaciones del ángulo θ . (a) 10° , (b) 20° , (c) 30° , (d) 40° y (e) 50° . Para una estructura auxética obtenida mediante la rotación de rectángulos.	39
Figura 11. Procedimiento para la configuración y realización de un análisis de elementos finitos	41
Figura 12. Uniones o vértices importantes para la realización del mallado. (a) Vista Frontal y (b) Vista Isométrica	43

Figura 13. Malla obtenida. (a) Vista frontal de la arquitectura, (b) Vista frontal de la celda unitaria y (c) Vista 3D de los refinamientos en las zonas propensas a falla.	44
Figura 14. Representación gráfica de la calidad de los elementos. (a) En la estructura auxética y (b) Grafica # de elementos vs Calidad del elemento.	45
Figura 15. Condiciones de frontera aplicadas a las simulaciones.....	46
Figura 16. Cotas necesarias para el cálculo de la deformación unitaria direccional.	49
Figura 17. Puntos clave para realizar el análisis del cambio de posición, antes de la carga y después de la carga.....	52
Figura 18. Demostración visual de la auxeticidad de una estructura	53
Figura 19. Demostración visual de la NO auxeticidad de una estructura.....	54
Figura 20. (a) Comportamiento de X_2 vs θ y (b) Comportamiento de X_1 vs θ . Para una estructura auxética resultante de rota cuadrados	56
Figura 21. Comportamientos de las medidas de la celda unitaria (X_1 y X_2) ante variaciones de θ . Para una relación de longitudes de: (a) 0,5 y (b) 2	57
Figura 22. Comportamiento del coeficiente de Poisson en función de la carga aplicada, en arquitecturas auxéticas con relación de longitudes de (a) 0,5 (b) 1, cuadrados y (c) 2 rectángulos.....	59
Figura 23. Superposición del comportamiento del coeficiente de Poisson en función de θ y la relación de longitudes.....	61
Figura 24. Estado auxético de una estructura con relación de longitudes de 2 rotada 30° . (a) Estado deformado y no deformado, (b) deformaciones producidas en el eje X @ 300N y (c) deformaciones generadas en el eje Y @300N	62
Figura 25. Estado no auxético de una estructura con relación de longitudes de 2 rotada 80° . (a) Estado deformado y no deformado, (b) deformación en el eje X @ 300N y (c) deformación en el eje Y @300N.....	64
Figura 26. Distribución de los esfuerzos normales en una estructura auxética obtenida mediante la rotación de rectángulos.	67
Figura 27. Deformaciones unitarias producidas por una carga de 50 N en función de θ	68

Figura 28. Curvas esfuerzo deformación para las relaciones de longitudes estudiadas.69

Figura 29. Superposición de los resultados obtenidos para el módulo de elasticidad en función de θ y la relación de longitudes.71

LISTA DE ANEXOS

**Ver anexos adjuntos y pueden ser consultados en la base de datos de la
Biblioteca UIS**

ANEXO A. Resultados obtenidos para las deformaciones y esfuerzos normales usando ANSYS.

Anexo B. Procedimiento para el cálculo del coeficiente de Poisson.

Anexo C. Módulo de elasticidad, cálculo y tratamiento de datos.

RESÚMEN

TÍTULO: ESTUDIO DE LA RESPUESTA MECÁNICA DE ESTRUCTURAS AUXÉTICAS SEMIRRÍGIDAS FABRICADAS POR MANUFACTURA ADITIVA MEDIANTE EL ANALISIS DE ELEMENTOS FINITOS*

AUTOR: DIEGO ANDRÉS CAMPILLO CARREÑO**

PALABRAS CLAVE: MATERIALES AUXÉTICOS, METAMATERIALES, METODO DE ELEMENTOS FINITOS, RESPUESTA MECANICA, MANUFACTURA ADITIVA, CARGA AXIAL, ANSYS.

DESCRIPCIÓN: El fin principal del presente trabajo de investigación es analizar el comportamiento mecánico, módulo de elasticidad (E) y coeficiente de Poisson (ν), de estructuras auxéticas semirrígidas obtenidas mediante el método de rotación de rectángulos ante la aplicación de cargas axiales utilizando el análisis de elementos finitos (FEM). Para ello se establecen tres estudios, basados en la relación de longitudes de los rectángulos (Rel): en primer lugar, se estipula a (Rel) en 0,5 teniendo rectángulos cuya altura es el doble que su ancho, en segundo lugar, se trabaja con (Rel) de 1 teniendo rectángulos de igual ancho y alto (cuadrados) y en tercer lugar se detallan los rectángulos con (Rel) de 2, para los cuales el ancho es el doble que el alto. Para cada uno de los valores de (Rel) mencionados anteriormente se establecen incrementos angulares dentro del rango comprendido entre 10° y 90° . Con el fin de analizar la respuesta mecánica se establecen variaciones en su configuración geométrica (Rel y θ) se inicia con el diseño y modelado CAD de la estructura, seguido de esto se exporta el modelo CAD al software ANSYS Workbench 19.2 y se establecen las configuraciones propias de un análisis FEM con el fin de obtener los esfuerzos normales, equivalentes y deformaciones generadas en el eje X y Y para las diferentes cargas aplicadas, establecidas entre 50 N y 300 N.

El análisis FEM y posterior tratamiento de resultados permitió establecer a las estructuras con (Rel) de 0,5 como parcialmente auxéticas ya que presentan un valor negativo para (ν) entre 0° Y $14,43^\circ$. Las estructuras con (Rel) de 1 se clasifican como totalmente auxéticas ya que (ν) es negativo en todo su dominio y finalmente las estructuras con (Rel) de 2 se definen como parcialmente auxéticas ya que entre 0° Y $46,81^\circ$ (ν) es negativo.

*Trabajo de grado

** Facultad de Ingenierías Fisicomecánicas. Escuela de Ingeniería Mecánica. Director: William Pinto Hernández, PhD en Ingeniería Mecánica.

ABSTRACT

TITLE: STUDY OF THE MECHANICAL BEHAVIOR OF AUXETIC SEMI-RIGID STRUCTURES MADE BY ADDITIVE MANUFACTURING USING THE FINITE ELEMENT METHOD*.

AUTHOR: DIEGO ANDRÉS CAMPILLO CARREÑO**

KEY WORDS: AUXETIC MATERIAL, METAMATERIALS, FINTE ELEMENT METHOD, MECHANICAL RESPONDE, ADDITIVE MANUFACTURING.

DESCRIPTION: The aim of this research paper is to analyze the mechanical behavior, the elastic Young modulus (E) and the Poisson coefficient (ν) of semi-rigid auxetic structures, which were obtained through the rotating rectangles method due to the application of tensile forces and by using the analysis of finite element methods (FEM). In order to do this, three studies based on the relationship of the lengths of the rectangles (Rel) were established: First, by setting (Rel) as (0,5), we obtained rectangles whose height are two times their width; Second, with (Rel) as (1), the result is rectangles whose height and width are equal (squares) and finally, with (Rel) as (2), rectangles for which the width is twice the height are obtained. Also, angular increases between the 10° and 90° range were established for each one of the previously mentioned (Rel) values, and to be able to analyze their mechanical reaction, geometrical changes of the structures (Rel y θ) were determined. Thus, after having designed and built the CAD structure, it was exported to the ANSYS Workbench 19.2 software and the appropriate FEM analysis settings were established. This was carried to obtain the normal efforts, the equivalentents and the generated deformations in the X and Y axis for the different applied charges; between 50 N and 300 N.

The analysis of FEM, and the subsequent treatment of results, allowed us to determine the 0,5 (Rel) structures as partially auxetic, as they have a negative (ν) value between 0° and $14,43^\circ$. The structures with a (Rel) of 1 are classified as totally auxetic as their (ν) value is negative in all its domain, and the structures with a (Rel) of 2 are partially auxetic, as the (ν) value is negative between 0° and $46,81^\circ$.

* Degree work

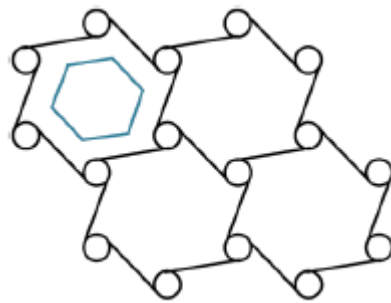
** Faculty of Physicomechanical engineering. School of mechanical engineering. Director: PhD. William Pinto Hernandez

INTRODUCCIÓN

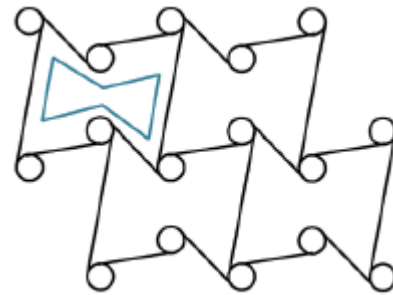
Los materiales auxéticos hacen parte de un grupo más grande e innovador de materiales llamado metamateriales. Se caracterizan por presentar un comportamiento particular ante la aplicación de cargas mecánicas de tensión, el cual refleja un aumento de su sección transversal siendo función de su arquitectura auxética y de la composición química del material.

La arquitectura auxética define el comportamiento mecánico de la estructura, por lo que su modo de obtención es un apartado fundamental en el estudio de los materiales auxéticos. Existen distintos métodos como rotación de rectángulos, cuadrados y triángulos o también llamados estructuras semirrígidas y las estructuras reentrantes, obtenidos por medio de hexágonos entrelazados o con el uso de formas quirales y antiquirales.

Figura 1. Modelo de una estructura quiral basada en hexágonos. (A) Panal Triquiral y (B) Panal anti-triquiral



(A)



(B)

Fuente: KOLKEN, H. M. A. y ZADPOOR, A. A. Auxetic mechanical metamaterials. En: RSC Advances. vol. 7, no. 9, p. 5111-5129

El presente proyecto de investigación tiene como finalidad estudiar el comportamiento mecánico de estructuras auxéticas semirrígidas, resultado del método de rotación de rectángulos fabricadas por manufactura aditiva mediante el

análisis de elementos finitos. Las cargas axiales de tensión y compresión fundamentadas bajo las especificaciones de la norma ISO 604, la cual define los lineamientos para la elaboración de ensayos de compresión en materiales plásticos, serán simuladas en el software *CAE ANSYS* a fin de analizar las deformaciones y el módulo de elasticidad. Se busca establecer relaciones entre el valor del coeficiente de Poisson y la geometría de la estructura, además de discutir las propiedades mecánicas obtenidas por la arquitectura auxética respecto a las propiedades intrínsecas del material de impresión 3D.

El desarrollo del marco metodológico del proyecto de investigación se divide en cinco fases principales: la primera fase consiste en el diseño de la estructura auxética usando método de la rotación de rectángulos, con el fin de aclarar a su concepción dimensional y obtención del modelo geométrico computacional. En la segunda fase se imponen las condiciones de carga en el software ANSYS, es decir condiciones de tensión y compresión en la estructura de estudio. La tercera fase tiene como fin determinar las propiedades mecánicas de la estructura auxética, específicamente: deformación unitaria, módulo de elasticidad y coeficiente de Poisson con los resultados obtenidos una vez realizado el análisis de elementos finitos. En la cuarta fase se varían las dimensiones de la estructura auxética para establecer las relaciones con la celda unitaria. La última fase radica en la obtención de datos por medio de graficas del módulo de elasticidad y el coeficiente de Poisson. Se analizan y discuten todos los resultados obtenidos en cada una de las fases mencionadas para finalmente presentar las conclusiones y recomendaciones a considerar en futuros trabajos de investigación.

1. OBJETIVOS

1.1 OBJETIVO GENERAL

Evaluar el comportamiento mecánico de estructuras auxéticas semirrígidas sometidas a carga axial creciente fabricadas por manufactura aditiva mediante el análisis de elementos finitos, contribuyendo con la misión de Universidad Industrial de Santander y de la escuela de Ingeniería Mecánica, creando, divulgando, aplicando y transfiriendo conocimiento por medio de la investigación científica y tecnológica.

1.2 OBJETIVOS ESPECIFICOS

- Simular el comportamiento mecánico de estructuras auxéticas semirrígidas resultantes del método de rotación de rectángulos utilizando el software de elementos finitos ANSYS, cuando son sometidas a carga axial de acuerdo con las especificaciones de la norma ISO 604 (Plásticos. Determinación de las propiedades en compresión).
- Determinar a partir del análisis de elementos finitos el comportamiento mecánico, módulo de elasticidad y coeficiente de Poisson de una estructura auxética semirrígida obtenida por el método de rotación de rectángulos fabricada con materiales utilizados en la impresión 3D.
- Comparar la respuesta del módulo de Poisson ante variaciones de las dimensiones principales de su geometría básica y en la medida de su celda unitaria en estructuras auxéticas semirrígidas producidas mediante rotación de rectángulos a partir de los datos obtenidos mediante el análisis de elementos finitos.

2. MARCO TEÓRICO

En este capítulo se abordarán los conceptos teóricos y conocimientos previos necesarios para el establecimiento de las propiedades mecánicas de un material. Además de introducir los materiales auxéticos, sus características y diversas formas de obtención. Las propiedades mecánicas se encuentran fundamentadas, detalladas y estudiadas por la resistencia de materiales, especialmente sobre los elementos cargados axialmente, algunas de estas son: el esfuerzo normal (σ), el módulo de elasticidad (E), la deformación unitaria (ϵ), el coeficiente de Poisson (ν).

2.1 PROPIEDADES MECÁNICAS DE LOS MATERIALES

Las aplicaciones de ingeniería son cada vez más exigentes en muchos sectores de la industria. Los materiales de alto rendimiento son necesarios en muchos dispositivos que incluyen construcciones navales, aeroespaciales y civiles, implantes de uso quirúrgico, dispositivos adaptables a condiciones extremas entre otros múltiples campos de acción^{1,2}. En los últimos años, la comunidad científica ha sido promotora de un cambio de paradigma. Los materiales tradicionales ya no pueden mantenerse al día con la demanda de aplicaciones y, en consecuencia, se diseñan materiales que exhiben nuevos comportamientos y propiedades innovadoras³.

En esta sección se describirán las propiedades mecánicas y definiciones generales de particular interés en el desarrollo de este proyecto de investigación sobre la base

¹ BARCHIESI, Emilio; SPAGNUOLO, Mario y PLACIDI, Luca. Mechanical metamaterials: a state of the art. En: Mathematics and Mechanics of Solids. Feb. vol. 24, no. 1, p. 212-234

² SANAMI, Mohammad, et al. Auxetic Materials for Sports Applications. En: Procedia Engineering. vol. 72, p. 453-458

³ MIR, Mariam, et al. Review of Mechanics and Applications of Auxetic Structures. En: Advances in Materials Science and Engineering. vol. 2014, p. 1-17

de criterios de factibilidad industrial e impacto potencial en las aplicaciones con el propósito de contextualizarlas adecuadamente en el marco del modelado matemático y computacional.

2.1.1 Módulo de elasticidad. El módulo elástico también conocido como módulo de Young se define como la relación entre la fuerza por unidad de área a lo largo de un eje aplicado a un material y la deformación unitaria (relación de deformación sobre la longitud inicial) a lo largo de ese eje en el rango de fuerzas por unidad de área. Conocer el módulo de elasticidad es indispensable en el diseño de cualquier elemento mecánico sometido a esfuerzos y cada vez se torna más complicada su obtención; diversas áreas están enfocadas en el desarrollo y aplicación de nanotecnologías donde la medición de propiedades físicas y mecánicas es compleja⁴. En los últimos años se han desarrollado distintas técnicas y tecnologías para la medición del módulo de elasticidad como la técnica acústica y la indentación instrumentada⁵ que han migrado hacia modelos computacionales que simulan todas las condiciones necesarias en un entorno virtual⁶.

⁴ DIRRENBARGER, Justin, et al. Effective elastic properties of auxetic microstructures: anisotropy and structural applications. En: International Journal of Mechanics and Materials in Design. Mar. vol. 9, no. 1, p. 21-33

⁵ MEZA, J. M., et al. Medición del módulo de elasticidad en materiales de ingeniería utilizando la técnica de indentación instrumentada y de ultrasonido. En: Revista De Metalurgia (Madrid). Feb 1, vol. 44, no. 1, p. 52-65

⁶ HU, L. L.; ZHOU, M. Zh y DENG, H. Dynamic indentation of auxetic and non-auxetic honeycombs under large deformation. En: Composite Structures. Jan 1, vol. 207, p. 323-330

2.1.2 Coeficiente de Poisson. El coeficiente de Poisson se define como la relación entre la deformación negativa en la dirección lateral y la deformación por tracción axial, la mayoría de los materiales naturales comunes tienen valores positivos. Muchas propiedades mecánicas importantes como resistencia a la indentación, absorción de energía, resistencia a la fractura, tenacidad, tenacidad a la fatiga y resistencia al corte son dependientes principalmente de la relación de Poisson⁷. Es una de las constantes elásticas propias del material y se expresa en la Ecuación 1.

$$\nu = - \frac{d\varepsilon_{transversal}}{d\varepsilon_{axial}} \quad (1)$$

Desde la teoría, un material isotrópico elástico con una energía de deformación positiva puede tener un coeficiente de Poisson entre 0 y 0,5- El mayor límite del coeficiente de Poisson corresponde al material que conserva su volumen cuando es estirado o sometido a esfuerzo. Por cualquier valor superior a 0.5, el material sufre un aumento de volumen durante la deformación. Por lo tanto, el valor negativo de la relación de Poisson implica un aumento inusual en el volumen, que no implica ninguna diferencia en el comportamiento de deformación⁸. Una relación de Poisson negativa se había tratado como un parámetro anormalmente elástico. Sin embargo, los coeficientes de Poisson negativos son teóricamente posibles y de suma importancia para comprender el comportamiento de los materiales auxéticos⁹.

⁷ SHOKRI RAD,Mozafar; PRAWOTO,Yunan y AHMAD,Zaini. Analytical solution and finite element approach to the 3D re-entrant structures of auxetic materials. En: Mechanics of Materials. Jul. vol. 74, p. 76-87

⁸ SCARPA,F.; PANAYIOTOU,P. y TOMLINSON,G. Numerical and experimental uniaxial loading on in-plane auxetic honeycombs. En: The Journal of Strain Analysis for Engineering Design. Jul 1,. vol. 35, no. 5, p. 383-388

⁹ LU,Zi-Xing; LIU,Qiang y YANG,Zhen-Yu. Predictions of Young's modulus and negative Poisson's ratio of auxetic foams. En: Physica Status Solidi (B). Jan. vol. 248, no. 1, p. 167-174

El coeficiente de Poisson es una de las cuatro constantes que se emplean junto con el módulo de cizalladura (G), el módulo de Young (E) y el módulo de compresibilidad (K), para analizar y caracterizar el comportamiento elástico de los materiales isotrópicos lineales. La Ecuación 2 y Ecuación 3 describen dicha relación que evidencia los efectos de un coeficiente de Poisson negativo.

$$G = \frac{E}{2(1 + \nu)} \quad (2)$$

$$K = \frac{E}{3(1 - 2\nu)} \quad (3)$$

Lo anterior lleva a concluir que cuando el módulo de elasticidad es constante, provoca un aumento sustancial en el módulo de cizalladura comparándolo con el módulo de compresibilidad; el material es fácilmente deformable pero su resistencia al corte es incrementada.

2.1.3 Comportamiento elástico. Por lo general, el análisis de respuesta elástica se realiza como parte del procedimiento de diseño habitual. Una respuesta elástica significa que la relación tensión vs. deformación es la misma ya sea que el cuerpo se cargue, se mantenga con una tensión fija o se descargue. La respuesta elástica a la carga real, teniendo en cuenta los efectos de inestabilidad y asumiendo un comportamiento elástico indefinido, es no lineal y los desplazamientos se acercan al infinito a medida que se acerca la carga crítica elástica¹⁰.

Ya que el comportamiento elástico describe que las deformaciones del material son directamente proporcionales a la fuerza aplicada, la deformación producida es reversible y no permanente. La Ley de Hooke describe este comportamiento.

¹⁰ OHRING, Milton. A Review of Materials Science. Elsevier, 2002. p. 1-56

Además, de esta manera se define el límite elástico como la tensión máxima que un material puede soportar sin sufrir deformaciones permanentes. Existe dificultad para determinarlo con total fidelidad y es por lo que en ingeniería se ha adoptado algunos criterios convencionales adicionando factores de seguridad.

2.1.4 Deformación Unitaria. Se define como la relación existente entre la deformación total y la dimensión inicial, en la mayoría de los casos referida a la longitud inicial del elemento. Permite determinar el sometimiento a esfuerzos de tensión o compresión axial de los cuerpos. Aunque los cuerpos completamente rígidos no existen, la deformación unitaria se debe únicamente a cargas axiales¹¹.

2.2 MATERIALES AUXÉTICOS

Los avances en la ciencia y el desarrollo de nuevas tecnologías de manufactura han permitido diseñar y fabricar nuevos materiales en escalas nanométricas teniendo como resultado, materiales con propiedades mecánicas y acústicas superiores que no se encuentran en la naturaleza, recientemente llamados metamateriales¹². El concepto de metamateriales fue por primera vez formulado para incluir microestructuras en las que los múltiples fenómenos físicos acoplados a nivel microscópico determinan el comportamiento macroscópico específicamente adaptado¹³. Sin embargo, de particular atención para este proyecto se menciona los metamateriales mecánicos, en los que tanto a nivel microscópico como

¹¹ CERVERA Miguel; BLANCO Elena. Resistencia de Materiales. Barcelona: Centro internacional de Métodos Numéricos en Ingeniería, 2015. Pág 15.

¹² REN, Xin, et al. Auxetic metamaterials and structures: a review. En: Smart Materials and Structures. Feb 1, vol. 27, no. 2, p. 023001

¹³ KADIC, Muamer, et al. On the practicability of pentamode mechanical metamaterials. En: Applied Physics Letters. May 7, vol. 100, no. 19, p. 191901-4

macroscópico solo intervienen fenómenos mecánicos, específicamente los materiales auxéticos.

Los materiales auxéticos son un tipo especial de materiales con relación de Poisson negativa, que se expanden cuando se estiran y viceversa. Además, aprovechan ventajas como una mayor resistencia a la indentación, una mayor durabilidad de la fatiga y una mayor capacidad de absorción de energía¹⁴. Se ha descubierto una amplia gama de materiales auxéticos, fabricados, sintetizados o teóricamente previstos, como las espumas de poliuretano y polietileno preparadas por Lakes, Evans y otros¹⁵.

El desarrollo de materiales auxéticos ha sido rápido en los últimos años. Se ha descubierto, fabricado o investigado una gran cantidad, incluyendo fibras, hilados, tejidos, espumas, composites, metales, cerámicas, etc. La combinación del efecto auxético con otras funciones, como la memoria de forma y el efecto electromagnético para fabricar materiales auxéticos multifuncionales, debe tenerse en cuenta para mejorar las propiedades y usos de los materiales¹⁶.

Por otro lado, las estructuras alveolares quirales y antiquirales son ejemplos de materiales auxéticos que se han estudiado extensamente. Los mecanismos de las relaciones de Poisson negativas de tales estructuras están relacionados con la rotación de los cilindros y la desviación de los ligamentos que conectan los cilindros. Otros de los materiales auxéticos atractivos son aquellos que presentan una curvatura sinclástica (centro de curvatura del mismo lado de la superficie, esferas)

¹⁴ ZENG Jifang; HU Hong. Finite element analysis of three-dimensional (3D) auxetic textile composite under compression. En: MDPI. March 27, vol 10, no 374.

¹⁵ YANG,Wei, et al. Review on auxetic materials. En: Journal of Materials Science. vol. 39, no. 10, p. 3269-3279

¹⁶ WANG,Zhengyue y HU,Hong. Auxetic materials and their potential applications in textiles. En: Textile Research Journal. vol. 84, no. 15, p. 1600-1611

cuando se doblan en una dirección, tomando una forma de cúpula, característica es deseable en la fabricación de conos estructurados en forma de panal de aeronaves y estructuras similares¹⁷.

2.2.1 Celda unitaria. La celda unitaria hace referencia a la unidad de repetición que al duplicarse o trasladarse por medio de múltiples enteros longitudinales axiales, recrea toda la estructura cristalina de un material¹⁸. Este concepto complementa el concepto de la red cristalina y es fundamental, ya que su estudio facilita la comprensión del comportamiento macroscópico del material.

Una de las dificultades más desafiantes para las estructuras auxéticas es que no existe un método de fabricación que pueda controlar suficientemente las propiedades microestructurales. Entre los avances, se han logrado producir estructuras que exhiben el comportamiento auxético, controlando las dimensiones y geometrías de cada celda unitaria dentro de la propia estructura, control que también se obtiene sobre las propiedades mecánicas. Por lo tanto, se ha demostrado que es necesario desarrollar un método para fabricar estructuras auxéticas con parámetros de diseño predeterminados, permitiendo así la evaluación de las estructuras en comparación con los estudios teóricos de cada celda unitaria.

¹⁷ CHULHO YANG; Mechanical Engineering Technology Oklahoma State University Stillwater y OK 74078 <http://chulho.yang@okstate.edu>. Smanis2016-9208. 2016.

¹⁸ ASKELAND Donald; WRIGTH Wendelin. Ciencia e ingeniería de los materiales. Mexico DF: CENGAGE Learning, 7 ed, 2017. Pág 62.

2.2.2 Formas de obtención de una estructura auxética. Existen diversas estructuras idóneas a presentar un comportamiento auxético y se pueden agrupar en tres grandes grupos: sólidos reticulares, polímeros y compuestos reforzados con fibras. Los sólidos reticulares refieren a la estructura interna, están formados por celdas que se repiten a lo largo del espacio; se diferencian dos grupos de sólidos reticulares: las espumas y los panales. Se conocen como panal de abeja por su similitud bidimensional y a su vez se subdividen en estructuras reentrantes, modelos con deformaciones semirrígidas y estructuras quirales¹⁹.

Las estructuras reentrantes poseen ángulos cuyos vértices apuntan hacia el centro de la celda y la deformación de dichos vértices es la que aporta las características auxéticas (Ver Figura 4). Los modelos con deformación semirrígidas se componen de elementos rígidos unidos mediante bisagras semirrígidas como se observa en la Figura 2. Finalmente, las estructuras quirales se componen de nodos conectados por nervios que al ser deformados rotan, permitiendo una apertura o cierre sobre sí mismas, su representación se ilustra en la Figura 5. La Tabla 1 ilustra la representación gráfica de todas las estructuras mencionadas

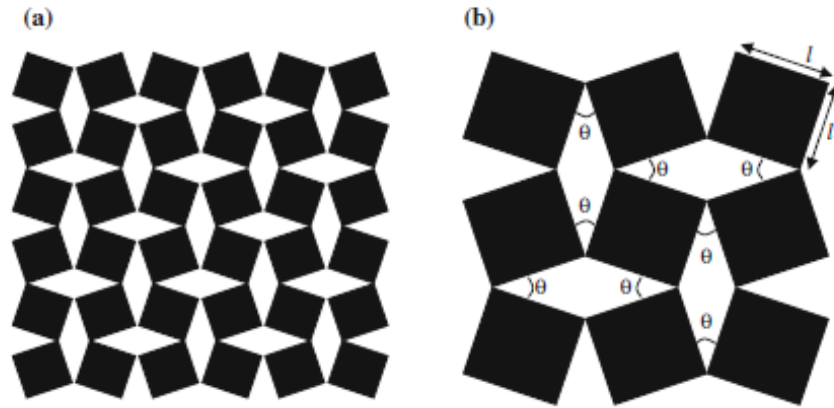
Para predecir y explicar el comportamiento auxético algunos autores (Lim2015, Grima-Evans2000,) proponen modelos micromecánicos cuya auxeticidad depende de la geometría microestructural. A continuación, se mencionan los modelos relevantes para el desarrollo metodológico del proyecto de investigación.

Estructuras auxéticas semirrígidas: Rotación de cuadrados y rectángulos.

El comportamiento auxético resultante de la rotación de cuadrados fue dada por Grima y Evans (Grima y Evans,2000) exhibiendo un coeficiente de Poisson $\nu = -1$. La Figura 2 ilustra sus características principales en 2D.

¹⁹ ALDERSON,A. y ALDERSON,K. L. Auxetic materials. En: Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers. Part G, Journal of Aerospace Engineering. Aug 27,. vol. 221, no. 4, p. 565-575

Figura 2. Características principales para una estructura auxética semirrígida obtenida mediante rotación de cuadrados.



Fuente: LIM, Teik-Cheng. Auxetic Materials and Structures. Engineering Materials. 2015 ed. Singapore: Springer, 2015. 1868-1212

De lo anterior, se tiene el módulo de Young efectivo expresado por la Ecuación 4; donde θ es el ángulo definido en la Figura 2 y z el espesor (profundidad) de los cuadrados²⁰.

$$E = \frac{8K_h}{zl^2(1 - \sin \theta)}$$

$$E = \frac{8K_h}{zl^2(1 - \sin \theta)} \quad (4)$$

La investigación fue extendida y se obtuvo el modelo analítico para el módulo elástico en el eje²¹, descrito por la Ecuación 5-7, donde l_d es la longitud diagonal del cuadrado, k_ψ y k_ϕ son las constantes de rigidez rotacional que restringen los cambios en los ángulos ψ y ϕ respectivamente.

²⁰ GRIMA, J. N., et al. Auxetic behaviour from rotating semi-rigid units. En: Physica Status Solidi (B). vol. 244, no. 3, p. 866-882

²¹ GRIMA, Joseph, et al. Auxetic behaviour from stretching connected squares. En: Journal of Materials Science. Sep. vol. 43, no. 17, p. 5962-5971

$$\nu_{12} = \nu_{21} = \left[1 + 4 \left(\frac{k_\psi}{k_\phi} \right) \right]^{-1} \quad (5)$$

$$E_1 = E_2 = \frac{8k_\psi(k_\phi + 2k_\psi)}{l_d^2 z (k_\phi + 4k_\psi)} \sec^2 \left(\frac{\psi}{2} \right) \quad (6)$$

$$G_{12} = \frac{k_\psi}{z l_d^2} \left[\sin^2 \left(\frac{\psi}{2} \right) \right]^{-1} \quad (7)$$

Para el caso de los rectángulos, Grima y Evans afirmaron que tales sistemas exhiben un comportamiento auxético independiente de la escala para estirarse en direcciones particulares, siendo las proporciones del coeficiente de Poisson dependientes de la forma y el tamaño relativo de diferentes rectángulos en el modelo y ángulo formado entre ellos. Esta teoría fue exhibida y confirmada por Taylor para una relación de las dimensiones del cuadrado suficientemente grande y pequeña, quien validó experimentalmente los desplazamientos horizontales y verticales por medio de una simulación usando el método de elementos finitos²².

Estructuras auxéticas semirrígidas: Rotación de triángulos.

El caso de estudio del comportamiento auxético utilizando triángulos rotatorios también fue propuesto por Grima y Evans²³ como se observa en la Figura 3, obteniendo las siguientes propiedades elásticas (Ecuación 8 y Ecuación 9).

$$\nu_{12} = \nu_{21} = -1 \quad (8)$$

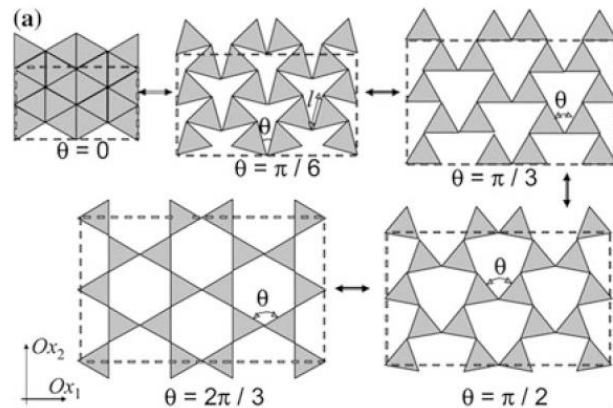
$$E_1 = E_2 = \frac{4\sqrt{3}K_h}{l^2} \left[1 + \cos \left(\frac{\pi}{3} + \theta \right) \right]^{-1} \quad (9)$$

²² TAYLOR, Michael, et al. Low Porosity Metallic Periodic Structures with Negative Poisson's Ratio. En: Advanced Materials (Weinheim). Apr. vol. 26, no. 15, p. 2365-2370

²³ GRIMA, Joseph N. y EVANS, Kenneth E. Auxetic behavior from rotating triangles. En: Journal of Materials Science. vol. 41, no. 10, p. 3193-3196

Un modelo basado en triángulos rígidos escalenos que rotan entre sí fue introducido y analizado por Grima. Se demostró que este modelo puede dar un rango muy amplio de valores de razón de Poisson, cuyo signo y magnitud depende de la forma de los triángulos y los ángulos entre ellos. Una ventaja de este modelo es que es muy genérico y posiblemente podría emplearse para comprender el comportamiento en varios tipos de materiales, como las espumas auxéticas y su densidad superficial relativa.

Figura 3. Relación tensión deformación de una estructura auxética semirrígida obtenida mediante la rotación de triángulos.



Fuente: GRIMA, Joseph N. y EVANS, Kenneth E. Auxetic behavior from rotating triangles. En: Journal of Materials Science. vol. 41, no. 10, p. 3193-3196

Estructuras auxéticas reentrantes

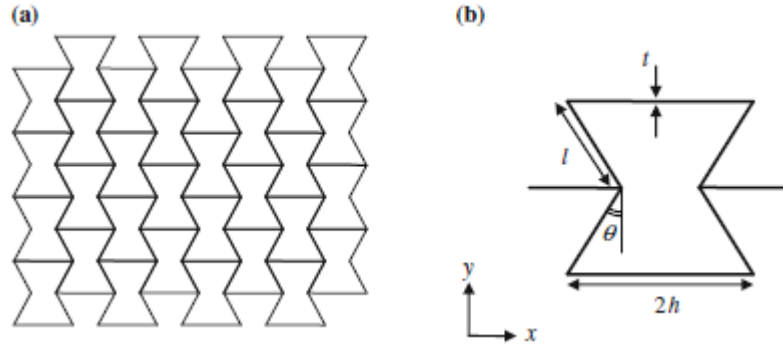
La estructura reentrante 2D tradicional que se ilustra en la Figura 4, es una matriz hexagonal de estructura de panal²⁴, cuyo comportamiento auxético fue propuesto por Masters y Evans en 1996²⁵. Se definió que el panal es auxético si θ es positivo

²⁴ GIBSON, Lorna J. y ASHBY, Michael F. The Structure of Cellular Solids. En: [Anónimo] Cellular Solids. 1997. p. 15-51.

²⁵ MASTERS, I. G. y EVANS, K. E. Models for the elastic deformation of honeycombs. En: Composite Structures. vol. 35, no. 4, p. 403-422

(la celda unitaria posee forma reentrante) y convencional si θ es negativo (la celda unitaria posee forma hexagonal).

Figura 4. Diseño 2D de una estructura auxética reentrante tradicional



Fuente: MASTERS, I. G. y EVANS, K. E. Models for the elastic deformation of honeycombs. En: Composite Structures. vol. 35, no. 4, p. 403-422

El coeficiente de Poisson y el módulo de Young en la dirección de carga dada por Smith²⁶ se describen en las Ecuaciones 10-12; donde h es la mitad de la longitud de la fibra horizontal; l es la longitud de la fibra inclinada; t es el espesor de la fibra, b refiere a la profundidad de la celda; E_s es el módulo de Young del material.

$$\nu_{12} = \frac{\sin \theta \left(\frac{h}{l} + \sin \theta \right)}{\cos^2 \theta} \quad (10)$$

$$E_1 = k \frac{\frac{h}{l} + \sin \theta}{b \cos^3 \theta} \quad (11)$$

$$k = E_s b \left(\frac{t}{l} \right)^3 \quad (12)$$

²⁶ SMITH, C. W.; GRIMA, J. N. y EVANS, K. E. A novel mechanism for generating auxetic behaviour in reticulated foams: missing rib foam model. En: Acta Materialia. vol. 48, no. 17, p. 4349-4356

Conforme a la anterior investigación, se propusieron algunos modelos idealizados de la celda unitaria reentrante. El coeficiente de Poisson para la deformación infinitesimal por Choi y Lakes²⁷ se define en la Ecuación 13 y el ángulo φ corresponde específicamente a su modelo y el ángulo θ refiere a la rotación angular en dirección horaria de la celda; análogo al coeficiente de Poisson para las grandes deformaciones plásticas descrito en la Ecuación 14, para finalmente postular el coeficiente de Poisson durante la deformación elastoplástica (ver Ecuación 15).

$$v_{elástico} = - \frac{\sin\left(\varphi - \frac{\pi}{4}\right)}{\cos\left(\varphi - \frac{\pi}{4}\right)} \quad (13)$$

$$v_{plástico} = \frac{\cos\left(\varphi - \frac{\pi}{4}\right) - \cos\left(\varphi - \frac{\pi}{4} - \theta\right)}{\sin\left(\varphi - \frac{\pi}{4}\right) - \sin\left(\varphi - \frac{\pi}{4} - \theta\right)} \quad (14)$$

$$v_{elastoplástico} = v_y - \varepsilon_{ex} \frac{1 - \cos \eta}{2\varepsilon_x} \quad (15)$$

Para la Ecuación 15 se definen ε_x y η , donde v_y es el coeficiente de Poisson en inicio del límite elástico, ε_x la deformación en la dirección x, ε_{ex} la componente x de la deformación en el inicio del límite elástico, δ la deflexión, δ_e la deflexión en el límite elástico y P la carga y P_e la carga en el inicio del límite elástico (ver Ecuación 15 y Ecuación 16).

$$\varepsilon_x = \frac{1}{2} \frac{\sin\left(\varphi - \frac{\pi}{4}\right) - \sin\left(\varphi - \frac{\pi}{4} - \theta\right)}{1 + \sin\left(\frac{\pi}{2} - \varphi\right)} = \varepsilon_{ex} \frac{\delta}{\delta_e} \quad (16)$$

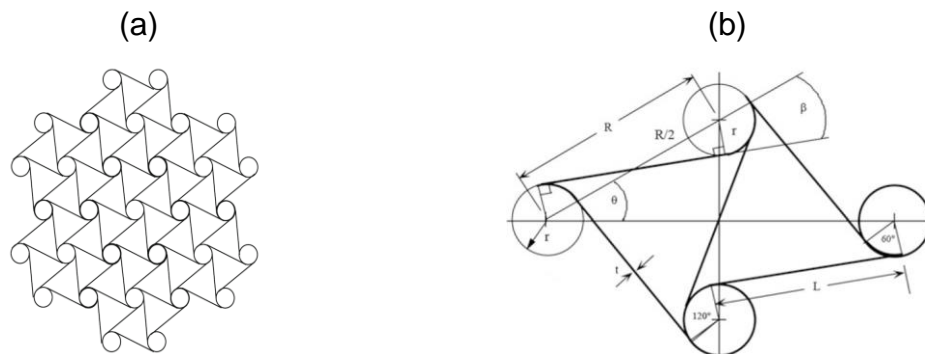
$$\eta = \frac{P_e}{P} \left(3 - \frac{P}{P_e} - 2 \sqrt{3 - 2 \left(\frac{P}{P_e}\right)} \right) \quad (17)$$

²⁷ CHOI, J. B. y LAKES, R. S. Nonlinear Analysis of the Poisson's Ratio of Negative Poisson's Ratio Foams. En: Journal of Composite Materials. Jan. vol. 29, no. 1, p. 113-128

Estructuras Quirales. La microestructura quiral demanda un estudio matemático, analítico y computacional mucho más alto para su estudio comparado con las estructuras auxéticas mencionadas anteriormente. El modelo quiral se compone de anillos rígidos, los cuales se encuentran unidos tangencialmente a seis ligamentos desde el anillo principal, generando un efecto de bisagra o de pivote sobre estos anillos como se muestra en la Figura 5. El módulo de elasticidad de estas estructuras parte de un estudio de los ligamentos como vigas²⁸, donde E_s hace referencia al módulo de elasticidad del material base, L es la distancia entre centros de los anillos rígidos, r el radio del anillo rígido y t el espesor del ligamento.

$$E = \sqrt{3} E_s \left(\frac{L}{r}\right)^2 \left(\frac{t}{L}\right)^3 \quad (18)$$

Figura 5. (a) Arquitectura de una estructura quiral y (b) dimensiones principales de una estructura quiral

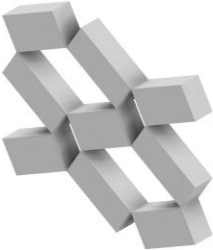

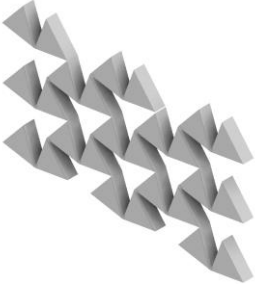

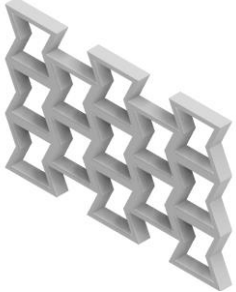

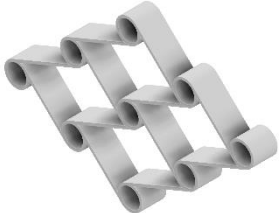
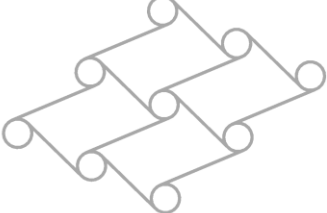


Fuente: LIM, Teik-Cheng. Auxetic Materials and Structures. Engineering Materials. 2015 ed. Singapore: Springer, 2015. 1868-1212

Tabla 1. Resumen de las principales formas de obtención de una estructura auxética.

Tipo de Arquitectura	Vista Isométrica	Vista Frontal
----------------------	------------------	---------------

²⁸ PRALL D; LAKES R. Properties of a chiral honeycomb with a Poisson's ratio -1. Journal of mech. Sciences, vol. 39, pp.305-314, 1996.

<p>Estructura Semirrígida Rotación de Rectángulos (10x5mm a 60°)</p>		
<p>Estructura Semirrígida Rotación de Triángulos (32 mm a 40°)</p>		
<p>Estructura Reentrante</p>		
<p>Estructura Quiral</p>		

2.3 MATERIALES EN LA MANUFACTURA ADITIVA

Aunque las propiedades se denominan generalmente como propiedades macroscópicas, son principalmente determinadas por la micro o nano estructura, generando la necesidad de un control económico y tecnológicamente viable al cual

se ha dado respuesta con la aplicación de técnicas de manufactura aditiva, por sus siglas en inglés AM, comúnmente conocida como impresión 3D²⁹.

La tecnología AM está disponible comercialmente y permite una complejidad topológica casi ilimitada, sin las limitaciones de diseño de la fabricación tradicional. Por ejemplo, puede producir estructuras de geometría arbitraria bien definidas, reducir tiempos y facilitar el diseño y la modificación del proceso. Se pueden lograr dos beneficios importantes de la tecnología AM: permitir la exploración del efecto beneficioso del tamaño sobre la plasticidad y la fractura, con potencial para aumentar drásticamente las propiedades mecánicas efectivas de los materiales y permitir la interacción de estructuras periódicas con la luz visible, lo que simplifica enormemente el desarrollo de metamateriales ópticos, acústicos, térmicos y mecánicos³⁰. Sin embargo, un obstáculo ampliamente reconocido en la progresión de la AM es la selección limitada de materiales, que actualmente no pueden cumplir con los múltiples requisitos de la aplicación comercial.

El ácido poliláctico conocido como PLA (*Polylactic Acid*) es un termoplástico biodegradable usado ampliamente en la impresión 3D teniendo ventajas notables como fácil uso, temperatura de fusión más baja, menor tendencia a la deformación y costos reducidos en comparación a otros filamentos como los fabricados de ABS (*Acrylonitril Butadiene Styrene*)³¹. Las propiedades mecánicas de las piezas construidas con este material dependen de varios parámetros de proceso como el

²⁹ GARDAN, Julien. Smart materials in additive manufacturing: state of the art and trends. En: Virtual and Physical Prototyping. Oct. vol. 14, no. 1, p. 1-18

³⁰ ZHANG, Jianjun; LU, Guoxing y YOU, Zhong. Large deformation and energy absorption of additively manufactured auxetic materials and structures: A review. En: Composites. Part B, Engineering. Nov 15, vol. 201, p. 108340

³¹ CHACÓN, J. M., et al. Additive manufacturing of PLA structures using fused deposition modelling: Effect of process parameters on mechanical properties and their optimal selection. En: Materials & Design. Jun. vol. 124, p. 143-157

efecto de la orientación, el grosor de capa, velocidad de alimentación sobre el rendimiento mecánico y la estructura diseñada, motivo que ha tomado relevancia en el estudio y aplicación de procesos experimentales para evaluar nuevos metamateriales³².

2.4 ANALISIS DE ELEMENTOS FINITOS

Hasta hace poco los modelos matemáticos del comportamiento mecánico de los materiales eran útiles en el oficio de proporcionar una descripción y aproximación predictiva de la realidad; sin embargo, conforme a la aparición de los materiales de nueva generación, la interacción entre el modelado matemático y las tecnologías de fabricación se creó lo denominado *diseño científico*: el modelador diseña aquellas variables de estado correspondientes a las características experimentales a controlar de tal forma que satisfagan las ecuaciones correspondientes, en el modelo, al comportamiento deseado³³.

El análisis por elementos finitos, por sus siglas en inglés FEA (*Finite Element Analysis*) desde su enfoque matemático hasta su desarrollo como método de análisis estructural de matrices de desplazamiento en ingeniería ha permitido obtener soluciones aproximadas a geometrías complejas y problemas que analíticamente son casi imposibles³⁴. Los materiales auxéticos tienen propiedades mecánicas inusuales, como una mayor absorción de impactos, resistencia a la

³² CICALA, Gianluca, et al. Polylactide (PLA) Filaments a Biobased Solution for Additive Manufacturing: Correlating Rheology and Thermomechanical Properties with Printing Quality. En: Materials. Jul 11, . vol. 11, no. 7, p. 1191

³³ DAGDELEN, John, et al. Computational prediction of new auxetic materials. En: Nature Communications. Aug 22, . vol. 8, no. 1, p. 323-8

³⁴ FAROKHI NEJAD, Ali, et al. Using Finite Element Approach for Crashworthiness Assessment of a Polymeric Auxetic Structure Subjected to the Axial Loading. En: Polymers. Jun 9, . vol. 12, no. 6, p. 1312

indentación, tenacidad a la fractura, amortiguación de vibraciones, variación de la porosidad, entre otras, por lo cual es razonable un análisis predictivo por medio de elementos finitos previo a su uso³⁵.

³⁵ SHRUTI, Medha, et al. Compressive behavior of auxetic structural metamaterial for lightweight construction using ANSYS static structural analysis. En: Materials Today : Proceedings. Jun.

3. MARCO METODOLÓGICO

En el presente capítulo se describe el marco metodológico adoptado para dar respuesta a los objetivos planteados. Se explica el diseño y análisis de elementos finitos, además de los procedimientos para la determinación de las propiedades mecánicas. La Figura 6 muestra un esquema general del trabajo de investigación.

Figura 6. Metodología para la obtención de resultados, simulación de cargas axiales en estructuras auxéticas



El procedimiento desarrollado inicia en la creación de un modelo CAD, el cual contempla las medidas principales de la arquitectura auxética de interés. Con el modelo CAD establecido, se procede a migrarlo al software *FEM ANSYS Workbench 19.2*, allí se introducirán las propiedades principales del material base y se establecerán las características propias de un análisis de elemento finitos, como lo son el mallado y las condiciones de frontera. Finalmente se ejecuta la simulación, a fin obtener los resultados necesarios para realizar un estudio de la respuesta mecánica de estructuras auxéticas sometidas a carga axial.

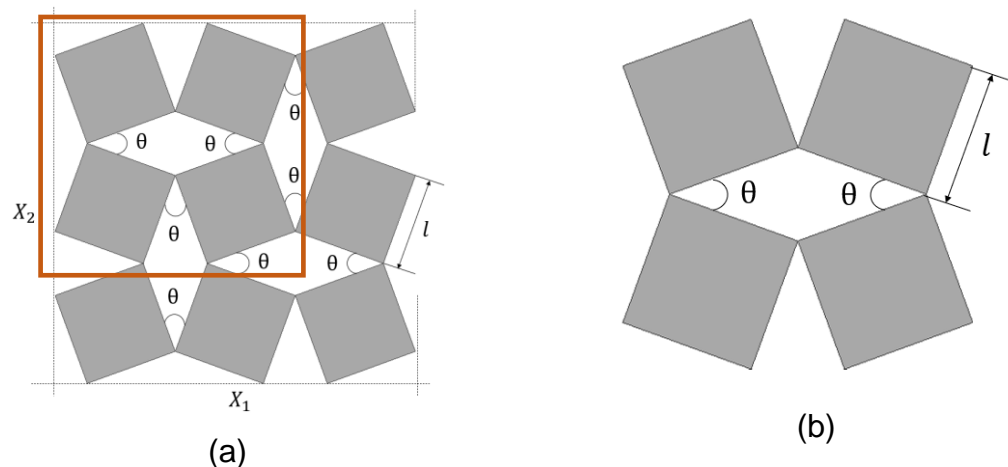
3.1 DISEÑO Y MODELADO CAD DE LA ESTRUCTURA AUXÉTICA

El diseño de la estructura auxética es realizado a partir de las características y variables principales mencionadas en la sección 2.2.2. Por medio del software *SolidWorks 2019* son modeladas únicamente estructuras semirrígidas, específicamente en los métodos de rotación de cuadrados y rotación de rectángulos.

3.1.1 Diseño de la arquitectura auxética semirrígida debido a la rotación de cuadrados. Las estructuras auxéticas semirrígidas obtenidas por medio de la rotación de cuadrados poseen dos medidas fundamentales, su longitud l y el ángulo de rotación θ , este último es la variable principal en el análisis de estas estructuras, ya que su aumento o decremento repercute en la respuesta de la estructura auxética obtenida. La Figura 7 muestra una celda unitaria para una estructura auxética resultante de rotar cuadrados.

Figura 7. (a) Estructura auxética semirrígida obtenida mediante la rotación de cuadrados junto con sus medidas principales.

(b) Patrón repetitivo para la obtención de una arquitectura más amplia, celda unitaria

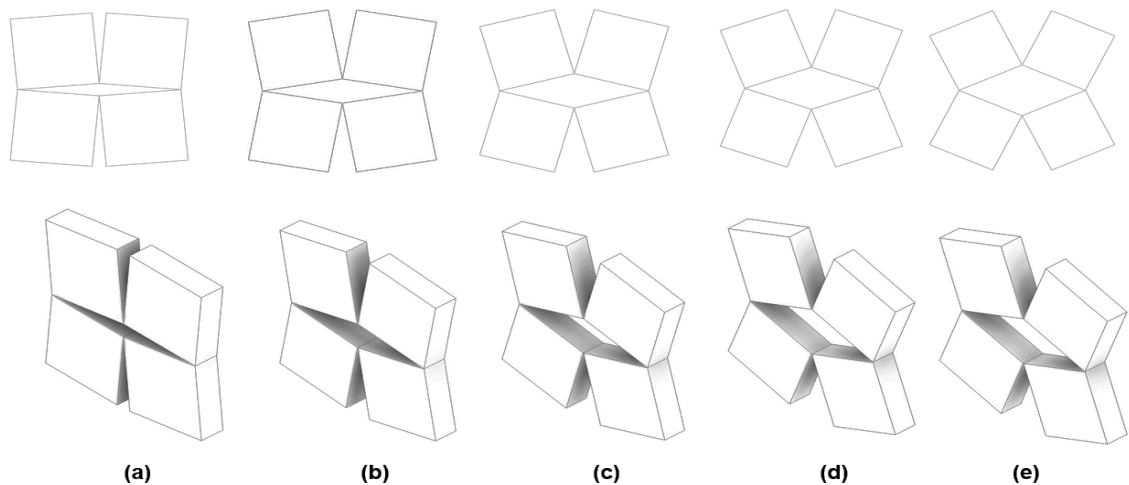


Debido a la naturaleza de la geometría únicamente se estudiará el efecto del ángulo de rotación de los cuadrados en la respuesta mecánica de la estructura. Se parte

de un mosaico base y se realizan incrementos de 10° en su ángulo de rotación θ , en el rango de 10° a 90° para cada arquitectura. En cuanto a la longitud de sus lados es fijada a 20 mm, valor constante durante todo el estudio.

El efecto del ángulo de rotación θ en la forma, contextura y percepción visual de la estructura auxética se observa en la Figura 8. Al incrementar el ángulo de rotación θ , la estructura se hace más grande, abierta y con más envergadura y área útil de trabajo, generando un desplazamiento mayor ante la aplicación de una carga mecánica externa.

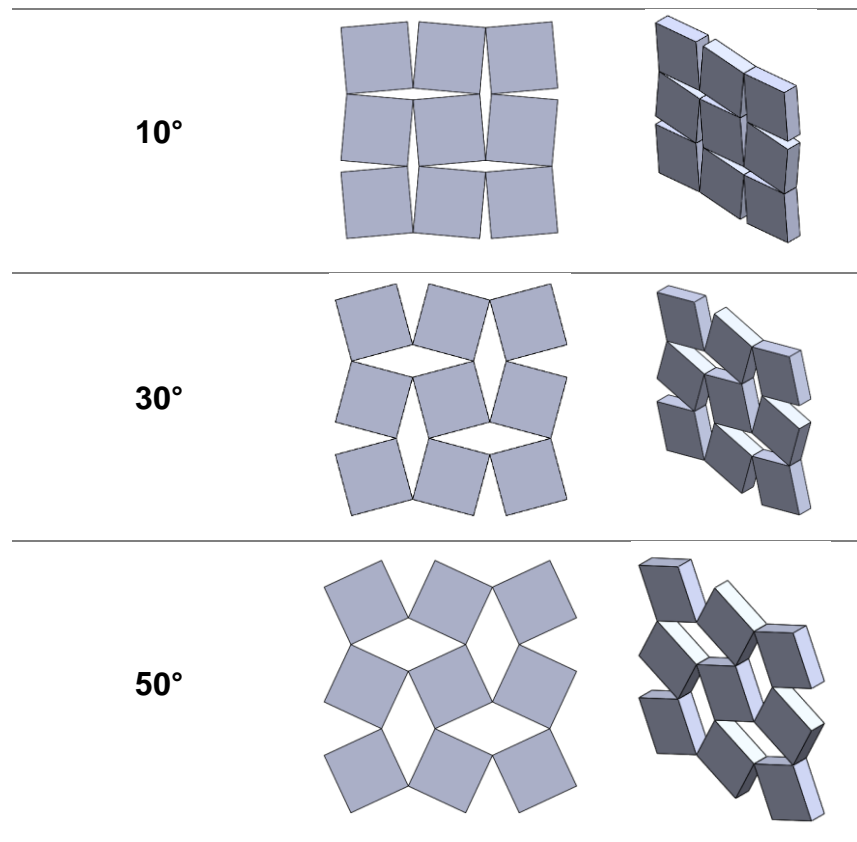
Figura 8. Diseño de las variaciones del ángulo θ . (a) 10° , (b) 20° , (c) 30° , (d) 40° y (e) 50° . Para una estructura auxética obtenida mediante la rotación de cuadrados



La Tabla 2 ilustra el resultado de modelos al incrementar el ángulo de rotación θ , mostrando la vista frontal e isométrica. Los modelos isométricos son necesarios para el cálculo aproximado de material y área de impresión necesarios.

Tabla 2. Modelado CAD de estructuras auxéticas resultantes de la rotación de cuadrados.

Ang. Rotación (θ)	Vista Frontal	Vista Isométrica
----------------------------	---------------	------------------

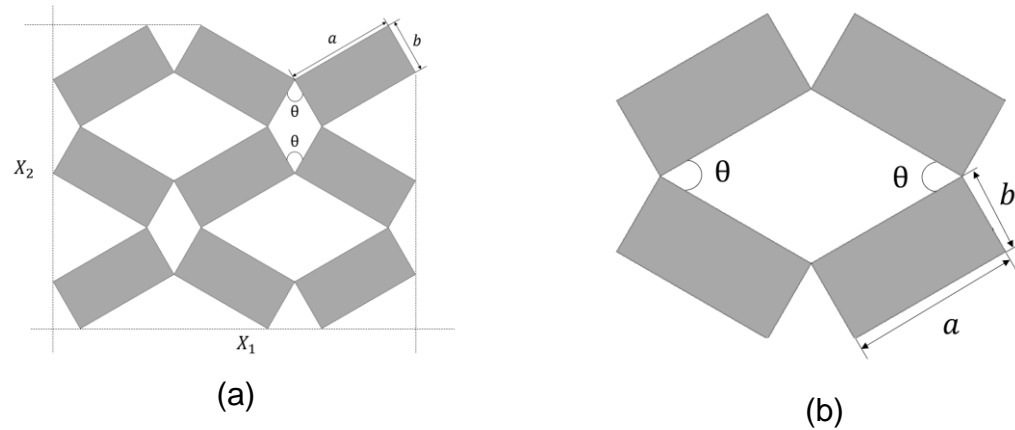


3.1.2 Diseño de la arquitectura auxética semirrígida debido a la rotación de rectángulos. La respuesta auxética utilizando la rotación de rectángulos se analiza a partir de las medidas principales que componen la figura geométrica: alto b y ancho a (ver Figura 9). Se introduce el termino *Relación de longitudes*, Rel , valor adimensional que evalúa el cociente entre el ancho y el alto, como se muestra en la ecuación 19. Esta relación de longitudes es un valor positivo debido a la imposibilidad de definir un rectángulo con medidas negativas.

$$Rel = \frac{a}{b} \quad (19)$$

El diseño de las arquitecturas auxéticas debido a la rotación de rectángulos se enfocan en dos parámetros fundamentales, la relación de longitudes (Rel) y el ángulo de rotación de las figuras geométricas (θ), las cuales tendrán mayor o menor incidencia en la respuesta y propiedades mecánicas de la estructura.

Figura 9. (a) Estructura auxética resultante del método de rotación de rectángulos junto con sus medidas principales. (b) Patrón repetitivo para la obtención de una arquitectura auxética más amplia

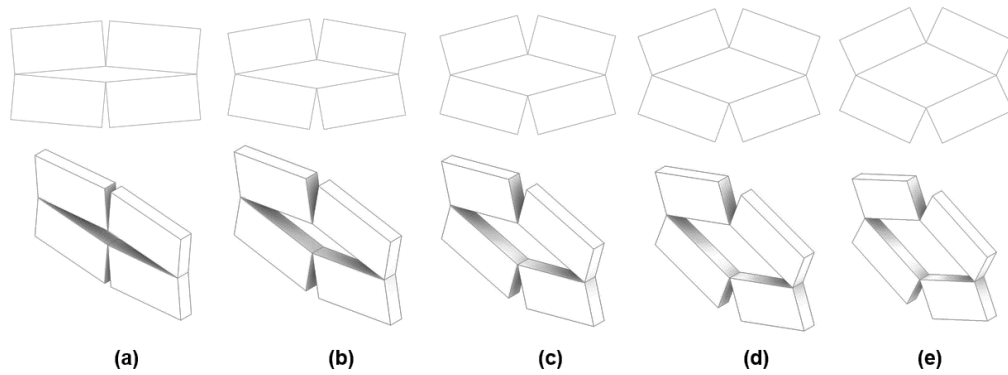


Se realizaron las siguientes configuraciones para el estudio:

- Variación del ángulo de rotación (θ) manteniendo fija la relación de longitudes (Rel). Ver Figura 10.
- Variación de la relación de longitudes (Rel) manteniendo fijo el ángulo de rotación (θ).

La Tabla 3 muestra la vista frontal del modelado CAD de las estructuras auxéticas usando el método de rotación de rectángulos especificando el ángulo de rotación y la relación de longitudes para cada arquitectura

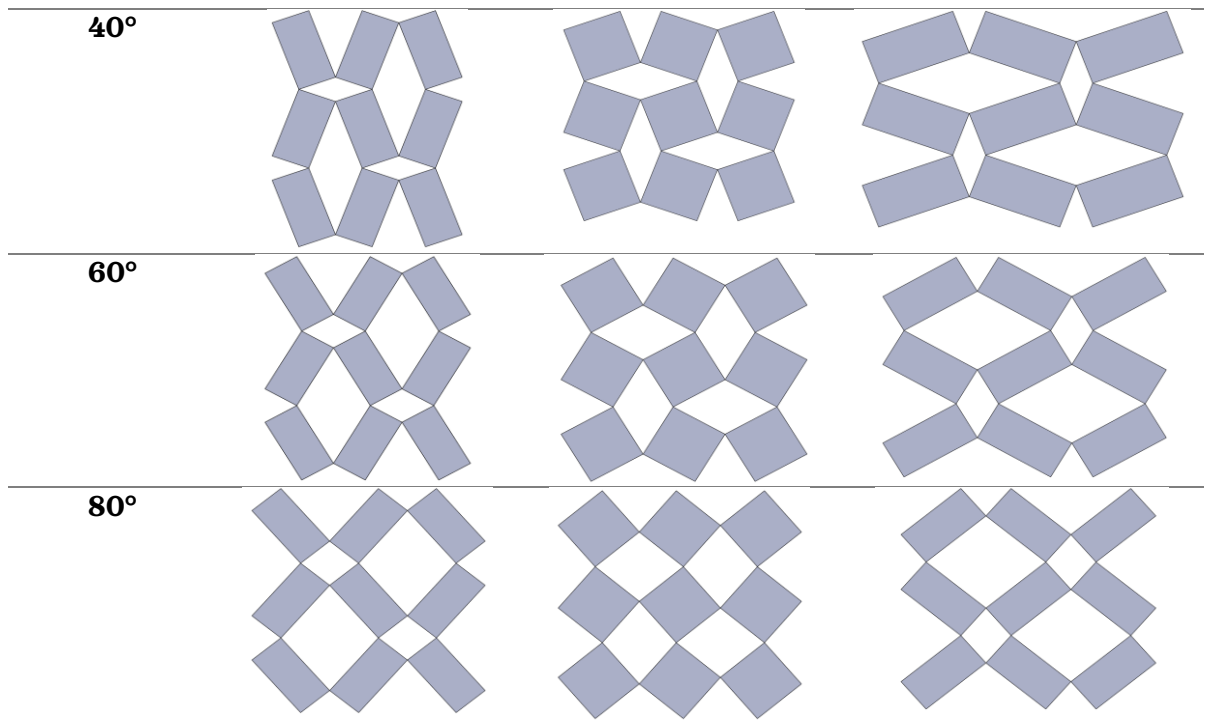
Figura 10. Diseño de las variaciones del ángulo θ . (a) 10° , (b) 20° , (c) 30° , (d) 40° y (e) 50° . Para una estructura auxética obtenida mediante la rotación de rectángulos.



Es importante establecer las diferencias entre las estructuras auxéticas estudiadas, si bien, todas las configuraciones se obtienen debido a la rotación de rectángulos y al patrón repetitivo de los mismos, la forma en la cual se configura y varían sus medidas principales implica la obtención de una respuesta mecánica diferente entre las propiedades analizadas debido a las variaciones en la carga aplicada, como lo son el coeficiente de Poisson y el módulo de elasticidad.

Tabla 3. Vista frontal de los modelos CAD para una estructura auxética semirrígida resultante de rotar rectángulos con diferentes relaciones de longitudes.

Angulo	Relación de Longitudes		
θ	<i>Rel = 0,5</i>	<i>Rel = 1</i>	<i>Rel = 2</i>
20°			



Una vez diseñadas las estructuras es posible seguir con el proceso de simulación de cargas mecánicas. Cabe resaltar que las arquitecturas mostradas anteriormente son celdas unitarias de 3×3 , pero el procedimiento constructivo es análogo para una celda unitaria de $n \times n$.

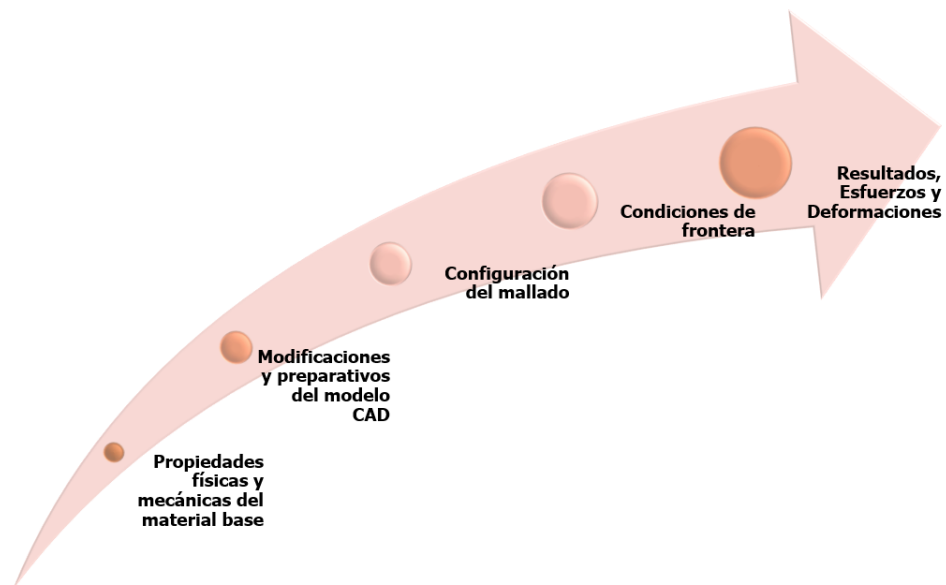
Al igual que las estructuras obtenidas por el método de rotación de cuadrados, se analiza el efecto de la variación del ángulo de rotación θ para una estructura resultante del método de rotación de rectángulos. A diferencia de la rotación de cuadrados, las medias correspondientes a X_1 y X_2 obtienen comportamientos, tendencias y valores diferentes para cada distancia. Además, la relación de longitudes, la cual se abordó en la ecuación (19), es un parámetro diferenciador, ya que según sea el valor de esta (menor a 1 o mayor a 1) se evidenciarán comportamientos diferentes para la longitud.

3.2 CONFIGURACIÓN Y ESTABLECIMIENTO DEL ANÁLISIS DE ELEMENTOS FINITOS.

Para la realización del proceso de simulación de cargas, se utiliza el software de simulación *CAE ANSYS*. La Figura 11 muestra el procedimiento para la obtención de resultados, descrito en la siguiente secuencia:

- Introducción de las propiedades físicas y mecánicas del material.
- Modificaciones y preparativos del modelo CAD para el proceso de simulación.
- Configuración del mallado de la pieza.
- Establecimiento de las condiciones de frontera de la simulación.
- Obtención de las propiedades requeridas, esfuerzos y deformaciones.

Figura 11. Procedimiento para la configuración y realización de un análisis de elementos finitos



3.2.1 Introducción de las propiedades físicas y mecánicas del material. El ensayo de tracción requiere incluir propiedades físicas (densidad ρ) y propiedades elástico-lineales (módulo de Poisson ν , módulo de elasticidad E y el límite de fluencia S_y). La Tabla 4 muestra las propiedades relevantes para el PLA³⁶, material de interés para analizar la respuesta mecánica de las arquitecturas auxéticas.

Tabla 4. Propiedades mecánicas del PLA

Propiedad Mecánica	Valor	Unidad
Módulo de Elasticidad	3500	MPa
Módulo de Poisson	0,36	-
Límite de Fluencia	70	MPa

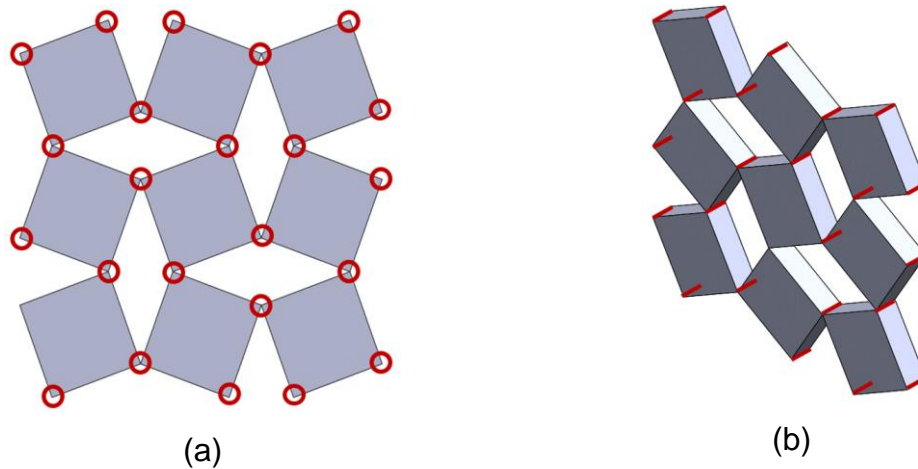
Fuente: FARAH,Shady; ANDERSON,Daniel G. y LANGER,Robert. Physical and mechanical properties of PLA, and their functions in widespread applications — A comprehensive review. En: Advanced Drug Delivery Reviews. Dec. vol. 107, p. 367-392

3.2.2 Configuración del mallado de la pieza. El proceso de mallado es el procedimiento más importante en el estudio físico usando el método de elementos finitos, esto debido a que la malla es la representación infinitesimal del cuerpo a estudiar y entre más fina sea o entre más se adapte a los contornos y superficies del cuerpo, más aproximados serán los resultados de la simulación a el modelo ideal. Sin embargo, el proceso de mallado es complejo y requiere de la experticia y criterio del usuario.

³⁶ FARAH,Shady; ANDERSON,Daniel G. y LANGER,Robert. Physical and mechanical properties of PLA, and their functions in widespread applications — A comprehensive review. En: Advanced Drug Delivery Reviews. Dec. vol. 107, p. 367-392

Para la obtención del mallado en una estructura auxética obtenida por el método de rotación de rectángulos, se debe identificar los elementos de mayor prioridad, con el fin de centrar la malla en estos puntos. En este caso, se priorizan los puntos de unión entre cada rectángulo rotado ya que es la zona propensa a falla debido a la naturaleza física de la unión generada por la misma disposición del material en la impresión 3D.

Figura 12. Uniones o vértices importantes para la realización del mallado. (a) Vista Frontal y (b) Vista Isométrica



La Figura 12 muestra los vértices o uniones en los cuales la malla debe tener un grado de refinamiento más alto, o una mayor resolución con el fin de tener valores aceptables en los esfuerzos y deformaciones direccionales de la arquitectura.

Una vez identificados los puntos de principal interés en el análisis, se lista el procedimiento de la obtención de la malla final para cada estructura auxética:

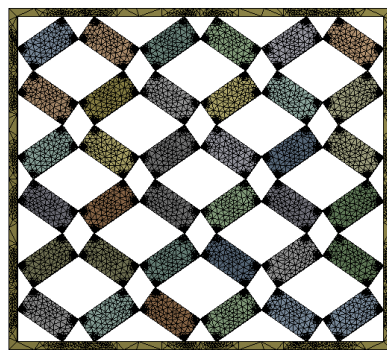
- Selección del método de obtención del mallado: Es el primer paso para la construcción de una malla y la que determina la configuración geométrica de los elementos que conforman la malla del cuerpo. Se utiliza el método

Hexaedro dominante, con el fin de tener una mayor cantidad de elementos, vértices y cobertura de las zonas propensas a fallo (Ver Figura 12).

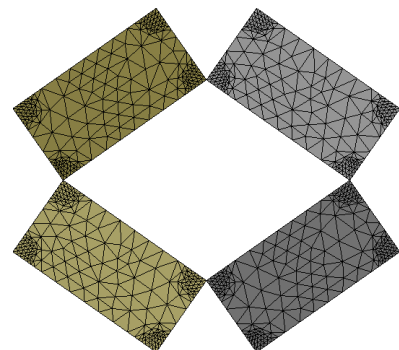
- Refinamiento de las zonas propensas a falla: Una vez seleccionado el método para la obtención del mallado se procede a realizar un refinamiento en las uniones de cada rectángulo, se aplica un refinamiento alto, tipo 3 a 84 fillos, vértices o bordes de cada estructura auxética.
- Tamaño del cuerpo: Finalmente se asigna a las caras un tamaño de 2 mm con el fin de aliviar gastos computacionales.

Al finalizar, la malla queda totalmente definida y es posible proceder a su generación, la Figura 13 muestra el resultado obtenido.

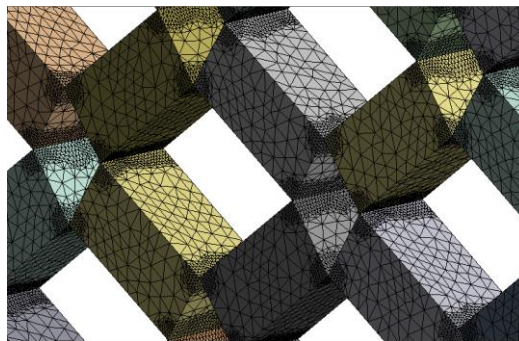
Figura 13. Malla obtenida. (a) Vista frontal de la arquitectura, (b) Vista frontal de la celda unitaria y (c) Vista 3D de los refinamientos en las zonas propensas a falla.



(a)



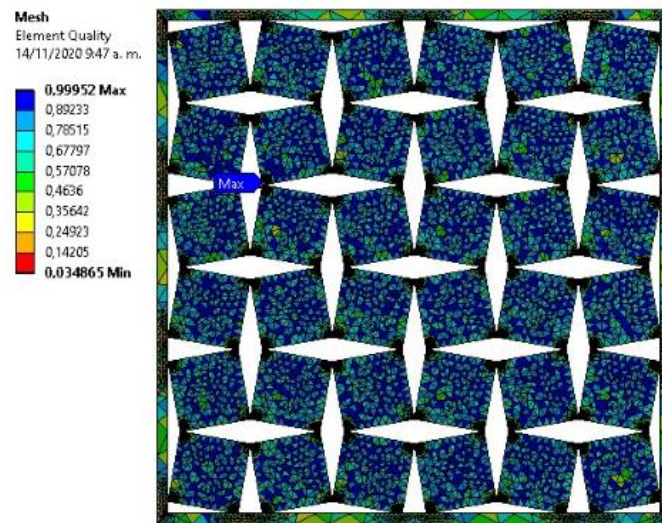
(b)



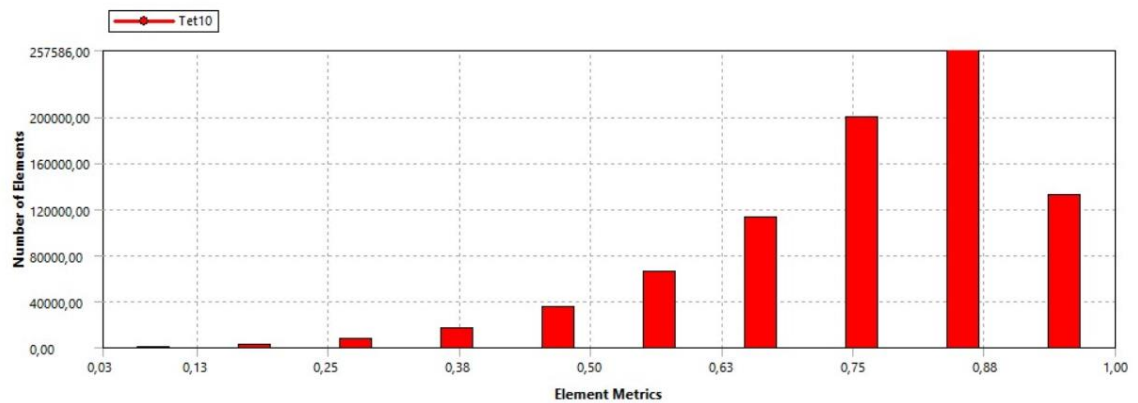
(c)

Con la generación de esta malla, se obtiene una calidad promedio de los elementos mayor a 0,75, más de 1'000.000 de elementos y más de 800.000 nodos para cada arquitectura auxética a simular. Como se muestra en la Figura 14.

Figura 14. Representación gráfica de la calidad de los elementos. (a) En la estructura auxética y (b) Grafica # de elementos vs Calidad del elemento.



(a)



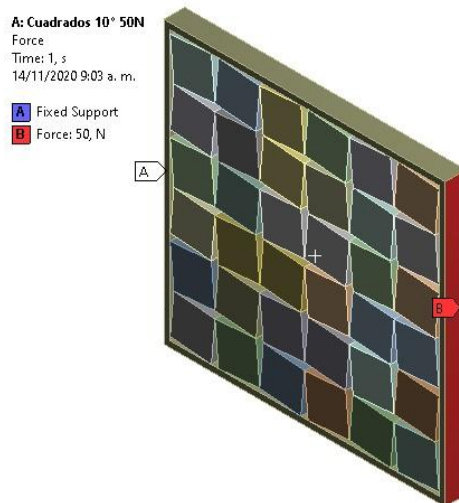
(b)

La Figura 14 (a) da a conocer que la mayor parte de los elementos que conforman la estructura auxética, la cual en este caso en particular es una rotación de

cuadrados (Rel=1) a 20° , se encuentran en el tono azul rey, lo cual indica una calidad del elemento de 0.89 en promedio aproximadamente, mientras que la Figura 14 (b) indica el número de elementos frente a la calidad de los mismos, se observa un mayor número de elementos en las calidades más altas. Las características mostradas en la Figura 14 son una tendencia en todas las configuraciones de las estructuras auxéticas analizadas. En las relaciones de longitudes de 0.5, 1 o 2 para distintos ángulos de rotación θ , la calidad del elemento y el número de elementos son altos.

3.2.3 Establecimiento de las condiciones de frontera de la simulación. Las condiciones de frontera para el proceso de simulación de cargas de tracción son básicamente dos, la primera de ellas es el apoyo o soporte y la segunda es el punto de aplicación de la carga. Para este análisis se añade un soporte fijo de un lado de la estructura y la carga del lado opuesto, estas cargas inician en 50 N y aumentan hasta los 300N. La Figura 15 ilustra las condiciones de frontera mencionada anteriormente.

Figura 15. Condiciones de frontera aplicadas a las simulaciones.



3.3 DETERMINACIÓN DE LAS PROPIEDADES MECÁNICAS DE LA ESTRUCTURA AUXÉTICA.

Para la determinación de las propiedades mecánicas de la estructura auxética es necesario el tratamiento de los datos obtenidos en las simulaciones realizadas con el uso de una serie de ecuaciones básicas dadas por la resistencia de materiales. El módulo de Poisson (ν), el cual se desarrolla en la ecuación (1) y el esfuerzo normal, el cual se define como:

$$\sigma = E * \varepsilon \quad (19)$$

Donde E y ε hacen referencia al módulo de elasticidad y a la deformación unitaria direccional respectivamente. Los resultados necesarios para el tratamiento de datos, los cuales son obtenidos luego de realizar el análisis de elemento finitos son:

- Deformación direccional en el eje x
- Deformación direccional en el eje y
- Esfuerzo Normal
- Esfuerzo Equivalente

3.3.1 Determinación de la deformación unitaria. Para determinar la deformación unitaria es importante conocer las medidas iniciales de la estructura auxética, estas medidas son función de las dimensiones principales de los rectángulos (a y b) y del ángulo de rotación θ , por tanto, la deformación unitaria se establece como:

$$\varepsilon = \frac{Def_{(x,y)}}{L_o} \quad (20)$$

Donde L_o es la longitud inicial del de la estructura auxética y $Def_{(x,y)}$ es la deformación direccional en los respectivos ejes de análisis. La longitud inicial (L_o) se puede determinar con ayuda de las siguientes ecuaciones:

$$X_1 = N * (b * \sin(\omega) + (2 * a * \cos(\omega)) + b * \sin(\omega)) \quad (21)$$

$$X_2 = N * (a * \sin(\omega) + (2 * b * \cos(\omega)) + a * \sin(\omega)) \quad (22)$$

Donde N se define como el número de veces que se ha de repetir la celda unitaria en el eje (x o y) para formar la arquitectura, por ejemplo, si se quiere analizar una estructura 5x5 el valor de N es 5 y ω es el valor medio del ángulo de rotación, el cual se define por medio de la siguiente ecuación

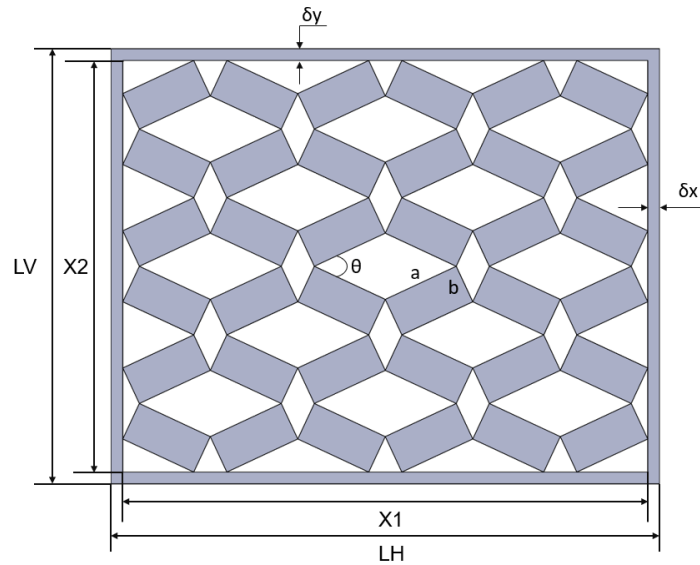
$$\omega = \frac{\theta}{2} \quad (23)$$

Finalmente, se introducen las variables LH y LV, las cuales refieren las longitudes iniciales horizontal y vertical respectivamente para la estructura auxética. Debido a que se le agrega un marco exterior a la estructura a fin de tener facilidades en la unión de los puntos, se debe tener en cuenta los espesores dados por este marco.

$$LV = X2 + (2 * \delta_y) \quad (24)$$

$$LH = X1 + (2 * \delta_x) \quad (25)$$

Figura 16. Cotas necesarias para el cálculo de la deformación unitaria direccional.



Una vez establecidas las cotas y parámetros necesarios, las deformaciones unitarias en los ejes x, y se definen como:

$$\varepsilon_x = \frac{Def_x}{LH} \quad (26)$$

$$\varepsilon_y = \frac{Def_y}{LV} \quad (27)$$

3.3.2 Determinación del módulo de la elasticidad de la estructura auxética. El módulo de elasticidad se obtiene de la ecuación (20) teniendo entonces al módulo de elasticidad definido como

$$E = \frac{\sigma}{\varepsilon} \quad (23)$$

Donde σ hace referencia al esfuerzo normal arrojado por la simulación y ε es la deformación unitaria longitudinal en la dirección de aplicación de la fuerza, en este caso en dirección del eje X.

3.3.3 Determinación del módulo de Poisson. La determinación del módulo de Poisson se realiza con ayuda de la ecuación (1) y los resultados obtenidos del cálculo de la deformación unitaria en los ejes x y y como se explicó en el apartado 3.3.1. Una vez aplicados estos pasos es posible conocer el valor del módulo de Poisson para cada ángulo de rotación de las estructuras auxéticas analizadas (Rel=0.5, Rel=1 y Rel=2).

4. RESULTADOS.

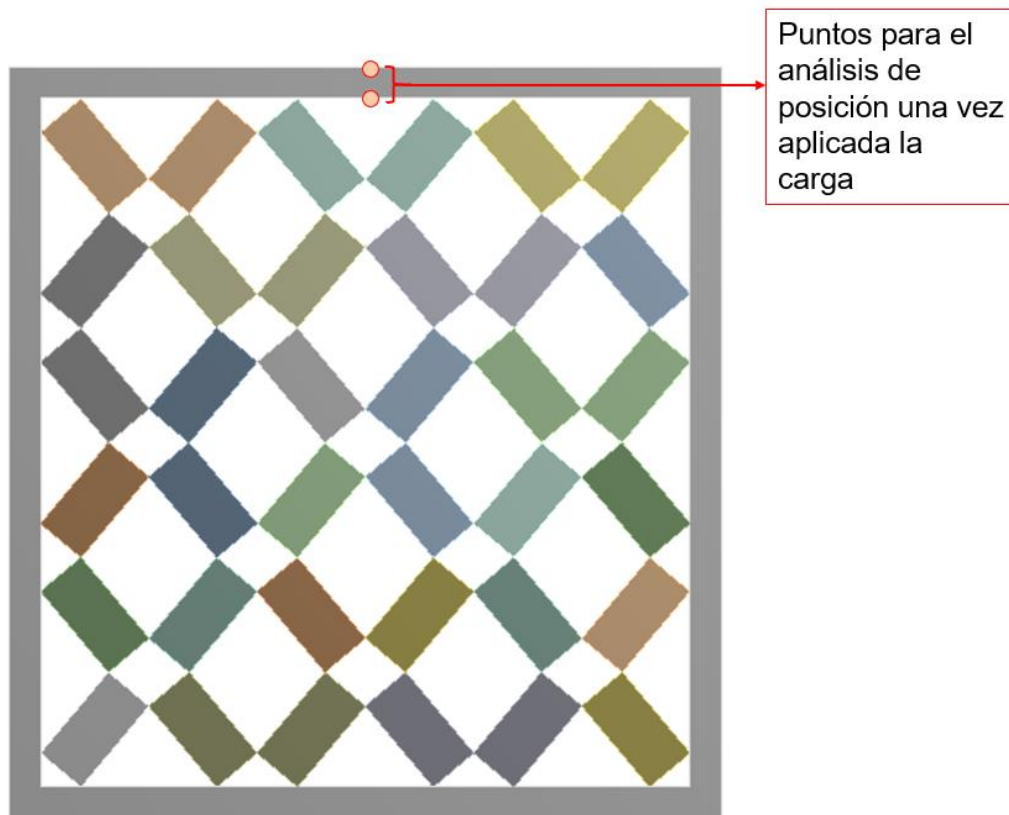
Una vez culminado el proceso de simulación de cargas axiales, se procede a realizar la obtención, tratamiento y análisis de los resultados arrojados por el análisis de elementos finitos, mediante el cual se determinará si la arquitectura analizada describe un comportamiento totalmente auxético, o si su auxeticidad se refleja en un rango específico de ángulos para una relación de longitudes determinada.

Es importante establecer el método con el cual se permita clasificar una estructura auxética particular, la cual se caracteriza por un ángulo de rotación y relación de longitudes únicas, como auxética o no auxética, es por eso que la explicación de esta clasificación se detalla en esta sección, ya que las imágenes obtenidas como resultado del proceso de simulación para cada arquitectura junto con las fuerzas aplicadas generarán deformaciones y cambios en la posición de la celda, los cuales son un criterio relevante para clasificar una estructura.

4.1 ESTABLECIMIENTO DE LA AUXETICIDAD DE UNA ESTRUCTURA.

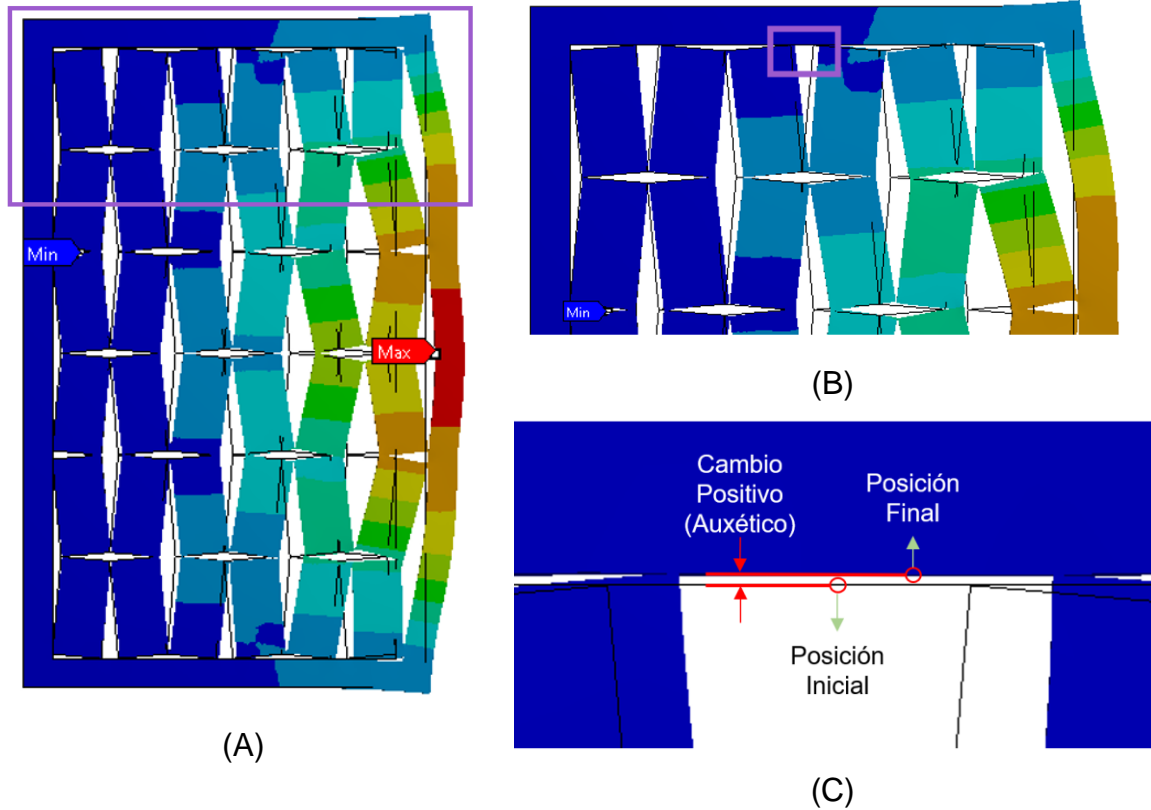
Antes de dar inicio al análisis de cada estructura auxética con sus diversas formas de obtención en particular, es importante establecer el procedimiento para determinar si una estructura o material obtiene propiedades auxéticas (Coeficiente de Poisson negativo) o no auxéticas, “naturales” (Coeficiente de Poisson positivo). Este procedimiento se basa en la comparación del cambio de las posiciones iniciales y finales de puntos específicos de la estructura auxética, en este caso serán los puntos medios horizontales de la estructura.

Figura 17. Puntos clave para realizar el análisis del cambio de posición, antes de la carga y después de la carga



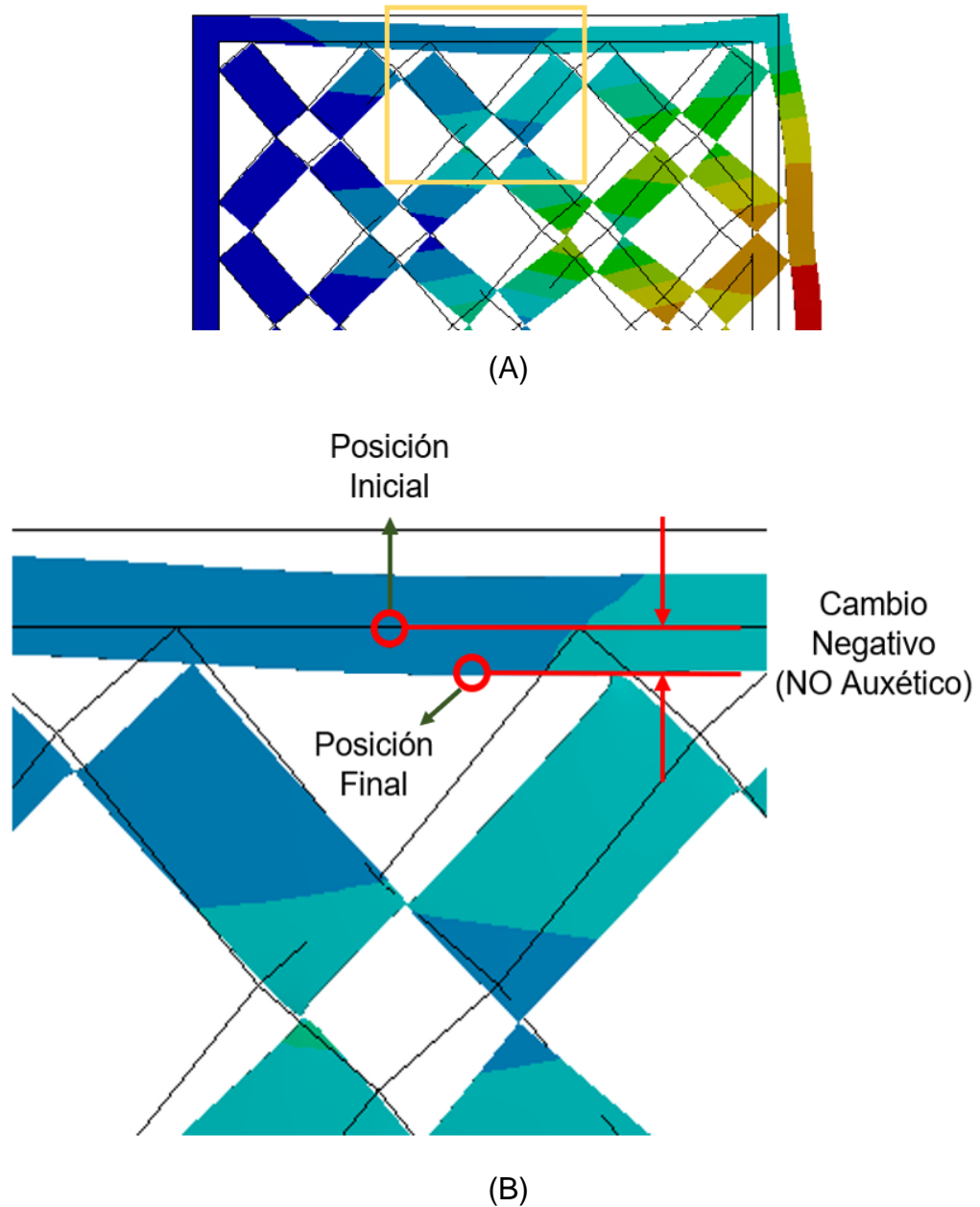
El signo del coeficiente de Poisson puede ser positivo o negativo dependiendo de la relación de longitudes y el ángulo de rotación analizados, este cambio de signo es un fenómeno el cual hay que analizar detalladamente, para ello se hace uso de los resultados obtenidos una vez aplicada la carga con el software ANSYS, especialmente a la comparación de la estructura deformada (luego de aplicadas la carga axial) y la estructura normal (sin carga). Con esta opción es posible establecer la auxeticidad de una arquitectura, analizando la deformación de los marcos de la una vez aplicada la carga, si estos se encuentran dentro del área encerrada por el marco inicial (sin deformar) el comportamiento de la estructura es “natural” o “no auxético”, de lo contrario, si se encuentra fuera del área delimitada por el marco se presenta un comportamiento auxético. La Figura 18 esclarece la auxeticidad de un material.

Figura 18. Demostración visual de la auxeticidad de una estructura



Con ayuda de la Figura 18 se aprecia que el punto medio horizontal luego de la aplicación de la carga cae fuera el marco inicial, es decir que se obtiene *un delta de posición positivo*, generándose un aumento en su sección transversal, por tanto, un módulo de Poisson negativo, lo cual es un comportamiento propio de los materiales auxéticos.

Figura 19. Demostración visual de la NO auxeticidad de una estructura



Caso contrario ocurre en los materiales “normales” o “naturales” para los cuales el punto medio cae dentro del marco inicial, presentando un *cambio o delta de posición negativo*, lo cual genera una reducción en su sección transversal, siendo este un comportamiento natural normal de los materiales. Ver Figura 19

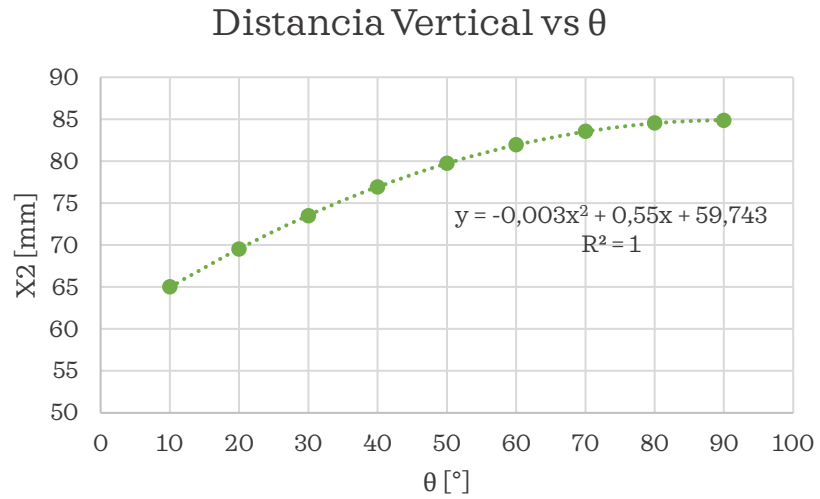
4.2 VARIACIÓN DE LAS MEDIDAS DE LA CELDA UNITARIA CON EL ANGULO DE ROTACIÓN

A continuación, se estudia la variación de las medidas principales de la celda unitaria conforme incrementa el ángulo de rotación para cada estructura auxética estudiada, las cuales se establecen en función del cambio en la relación de longitudes, partiendo de una relación menor a 1 (0,5), pasando por una igual a 1 (cuadrados) y finalizando con una configuración mayor a 1 (Rectángulos). Para todas las relaciones de longitudes anteriormente mencionadas se establecen incrementos de 10° dentro del rango contemplado de 10° a 90°

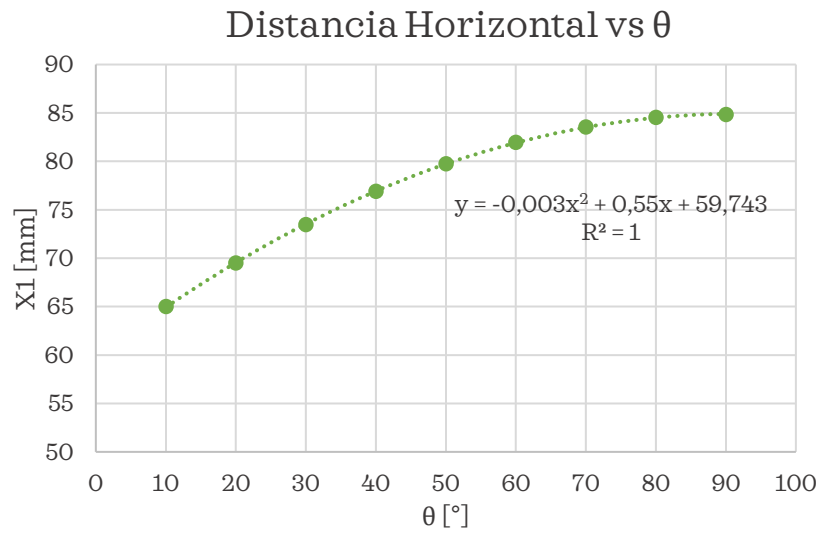
4.2.1 Rotación de rectángulos con relación de longitudes de 1 (Rotación de cuadrados). La Figura 20 muestra el comportamiento de la medida de la celda unitaria X_1 y X_2 con incrementos del ángulo θ , mediante la cual se percibe exactamente las mismas curvas para las medidas de la celda unitaria, esto se debe a la naturaleza del cuadrado lo que genera que su celda unitaria este predeterminada por su figura geométrica que lo compone, generando una celda unitaria en forma de cuadrado.

Mediante la Figura 20 se observa la tendencia de estas medidas, la cual tiene aumento considerablemente alto cuando se tienen aumentos desde los 10° hasta los 50° . Después de este valor si bien sigue en aumento, sus incrementos son menores a comparación con los que se dan en el primer rango, generándose su valor máximo a los 90° . Este comportamiento se ajusta a un polinomio de grado 2 cuyo valor máximo se presenta cuando θ adquiere el valor de 90°

Figura 20. (a) Comportamiento de X2 vs θ y (b) Comportamiento de X1 vs θ . Para una estructura auxética resultante de rota cuadrados



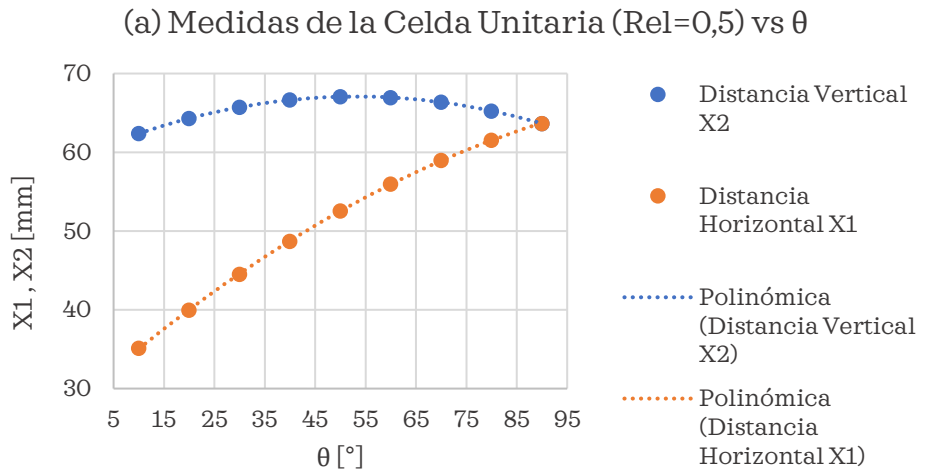
(a)



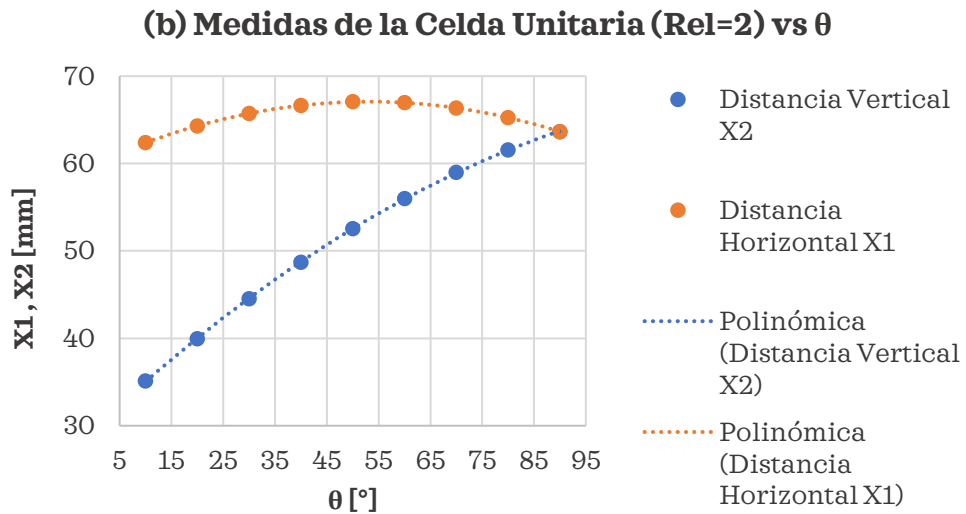
(b)

4.2.2 Rotación de rectángulos con relación de longitudes de 0,5 y 2. La Figura 21 muestra las gráficas que determinan el cambio de la medida de las variables que componen la celda unitaria, las cuales son X_1 y X_2 en función del ángulo de rotación.

Figura 21. Comportamientos de las medidas de la celda unitaria (X_1 y X_2) ante variaciones de θ . Para una relación de longitudes de: (a) 0,5 y (b) 2



(A)



(B)

4.3 RESPUESTA MECÁNICA DE ESTRUCTURAS AUXÉTICAS DEBIDO A CAMBIOS EN SU GEOMETRIA

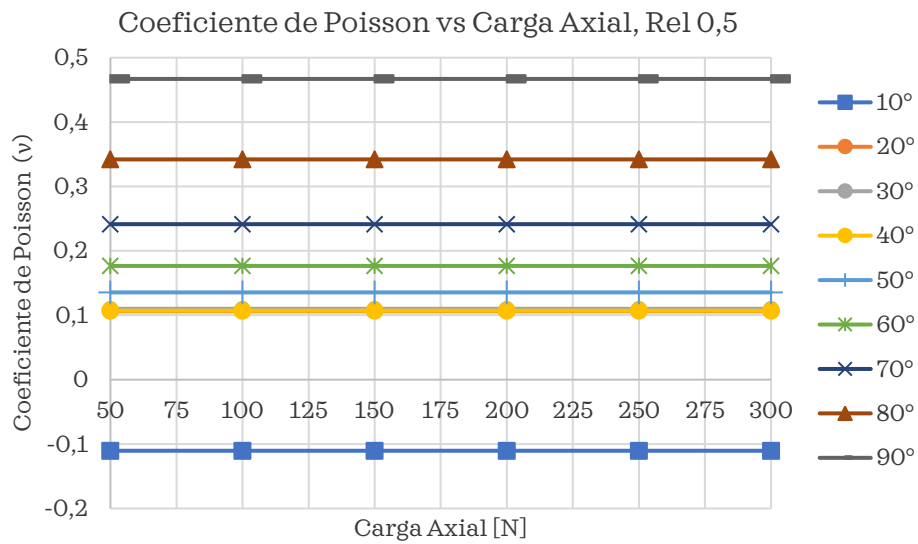
Como parte del estudio, análisis y tratamiento de los resultados obtenidos se encuentra la respuesta mecánica de la estructura ante cargas axiales, estas estructuras se configuran realizando variaciones en sus medidas principales, clasificando a las estructuras obtenidas como arquitecturas con relación de longitudes de 0.5, 1 (cuadrados) y 2 (rectángulos), todas, sometidas a variaciones angulares dentro del rango comprendido de 10° a 90° .

4.3.1 Comportamiento del coeficiente de Poisson. El estudio del coeficiente de Poisson trae consigo un análisis de deformaciones unitarias, las cuales son producto de las deformaciones producidas en la estructura como una respuesta ante la acción de cargas axiales. Estas deformaciones producto de la carga son calculadas por el programa *ANSYS Workbench 19.2*, una vez establecidos el mallado y las condiciones de frontera necesarias para la realización exitosa de la simulación.

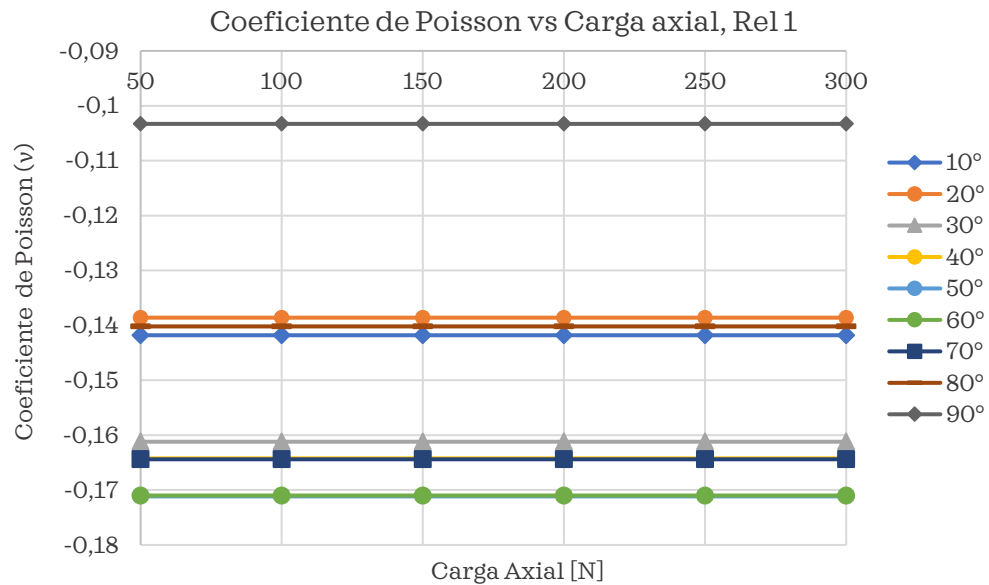
Además, es importante conocer las condiciones en las cuales se encuentra la arquitectura antes de aplicar la carga, como lo son sus dimensiones principales, en este caso se hace énfasis en la media total, tanto horizontal, como vertical de la arquitectura de 3x3 celdas unitarias ensayada, la cual incluye un margen (δ) predeterminado. Ver Figura 16.

El estudio del coeficiente de Poisson se realiza para cada relación de longitudes en un rango de cargas comprendido entre los 50 N y 300N para cada configuración angular, las cuales inician en 10° y culminan en 90° . La Figura 22 muestra este proceso para arquitecturas con relación de longitudes de 0,5, 1 y 2 con sus respectivas variaciones angulares.

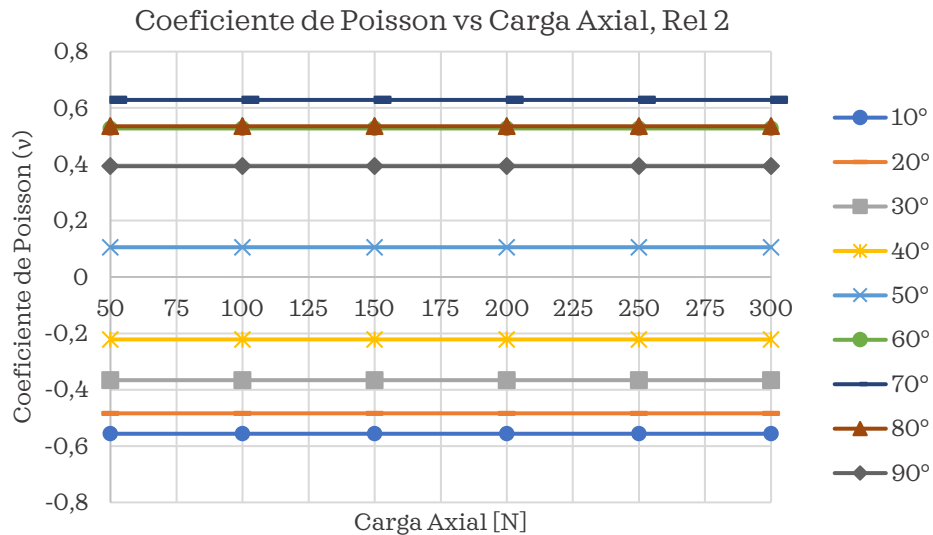
Figura 22. Comportamiento del coeficiente de Poisson en función de la carga aplicada, en arquitecturas auxéticas con relación de longitudes de (a) 0,5 (b) 1, cuadrados y (c) 2 rectángulos.



(a)



(b)



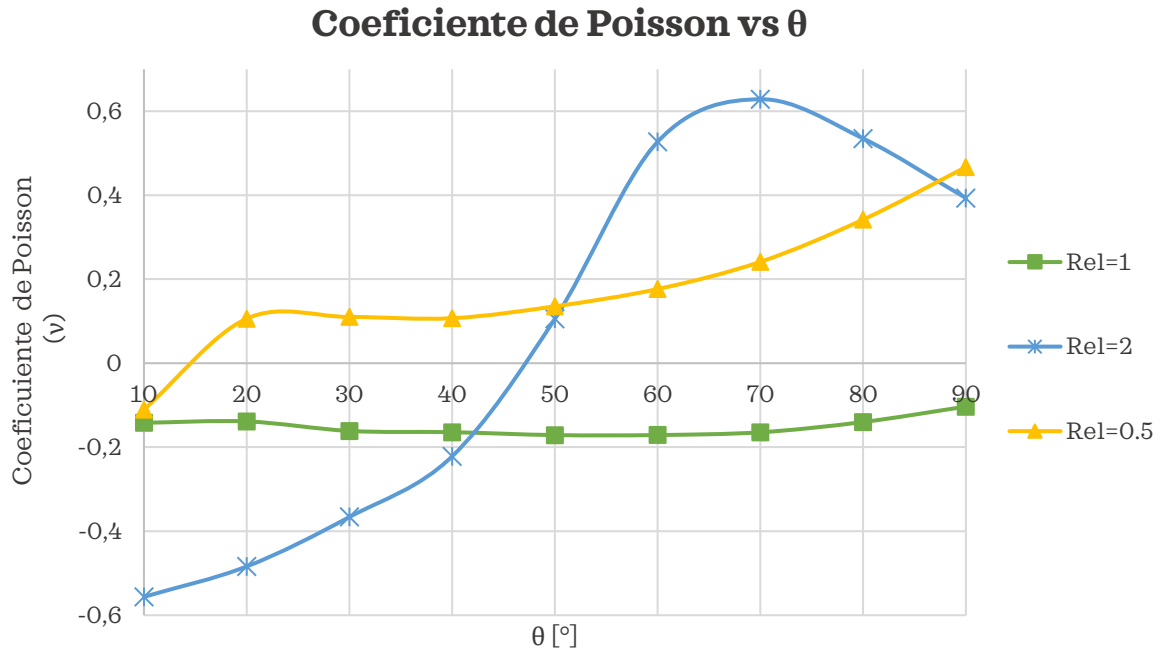
(c)

Interpretando la Figura 22 se establece que el coeficiente de Poisson es únicamente función del ángulo de rotación y de la relación de longitudes con las cuales se obtuvo la estructura, por lo que se establece la independencia de esta propiedad mecánica con la carga aplicada, esto es debido al enlazamiento de los rectángulos por medio de sus vértices, lo que genera que las deformaciones mantengan un cociente que genera un valor constante en el coeficiente de Poisson.

Una vez desligada la carga axial del coeficiente de Poisson se procede a realizar el estudio de esta propiedad con respecto a sus variaciones angulares, es decir la respuesta del coeficiente de Poisson en función del ángulo de rotación. $\nu = f(\theta)$.

La Figura 23 enseña la superposición de tres curvas, mostrando el comportamiento del coeficiente de Poisson en función de dos variables, el ángulo de rotación y la relación de longitudes.

Figura 23. Superposición del comportamiento del coeficiente de Poisson en función de θ y la relación de longitudes.



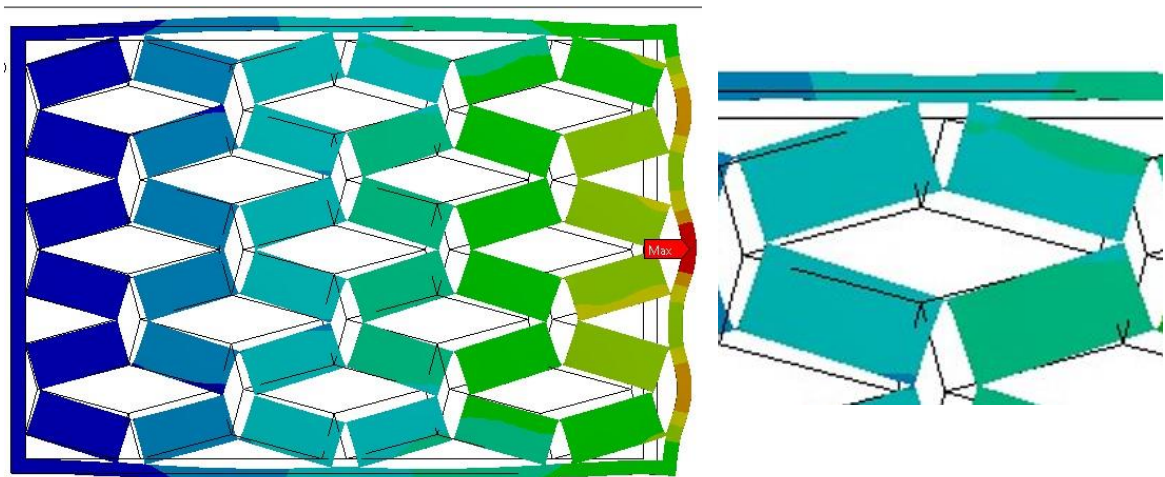
Según los resultados plasmados en la Figura 23 es posible ubicar a las estructuras simuladas en dos grupos, el primero de ellos abarca las estructuras *totalmente auxéticas* para las cuales el valor obtenido del coeficiente de Poisson es negativo en todo su dominio. El segundo grupo contempla a las estructuras *parcialmente auxéticas*, las cuales presentan un coeficiente de Poisson negativo para un rango específico de su dominio. Una vez establecidos estos dos grupos, las estructuras simuladas y contempladas dentro del presente proyecto de investigación se clasifican de la siguiente manera:

- Estructuras con relación de longitudes de 0,5 (curva amarilla) clasificadas como parcialmente auxéticas.
- Estructuras con relación de longitudes de 1 (curva verde), clasificadas como totalmente auxéticas.

- Estructuras con relación de longitudes de 2 (curva azul), clasificadas como parcialmente auxéticas.

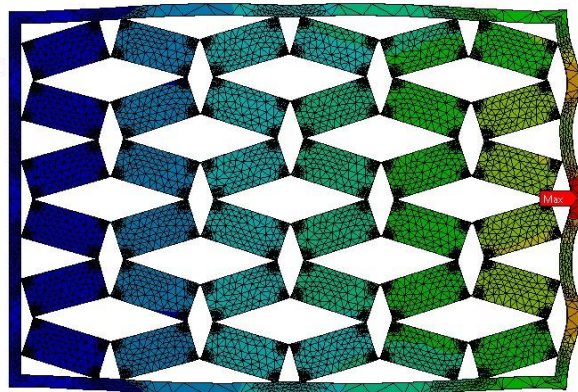
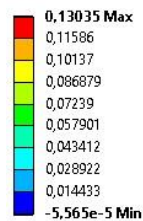
Es importante observar el comportamiento de una estructura totalmente auxética y el de una parcialmente auxética, para ello se utilizan las imágenes obtenidas con el uso del método de elementos finitos, las cuales muestran a la estructura no deformada, deformada y los puntos de mayor afectación ante la aplicación de cargas axiales, haciendo énfasis en la celda unitaria superior central. Ver Figura 24.

Figura 24. Estado auxético de una estructura con relación de longitudes de 2 rotada 30°. (a) Estado deformado y no deformado, (b) deformaciones producidas en el eje X @ 300N y (c) deformaciones generadas en el eje Y @300N

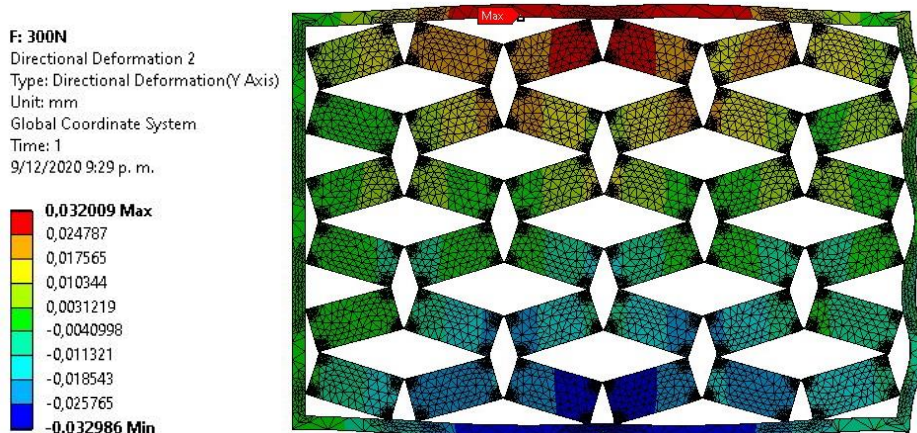


(a)

F: 300N
 Directional Deformation
 Type: Directional Deformation(X Axis)
 Unit: mm
 Global Coordinate System
 Time: 1
 9/12/2020 9:28 p. m.



(b)



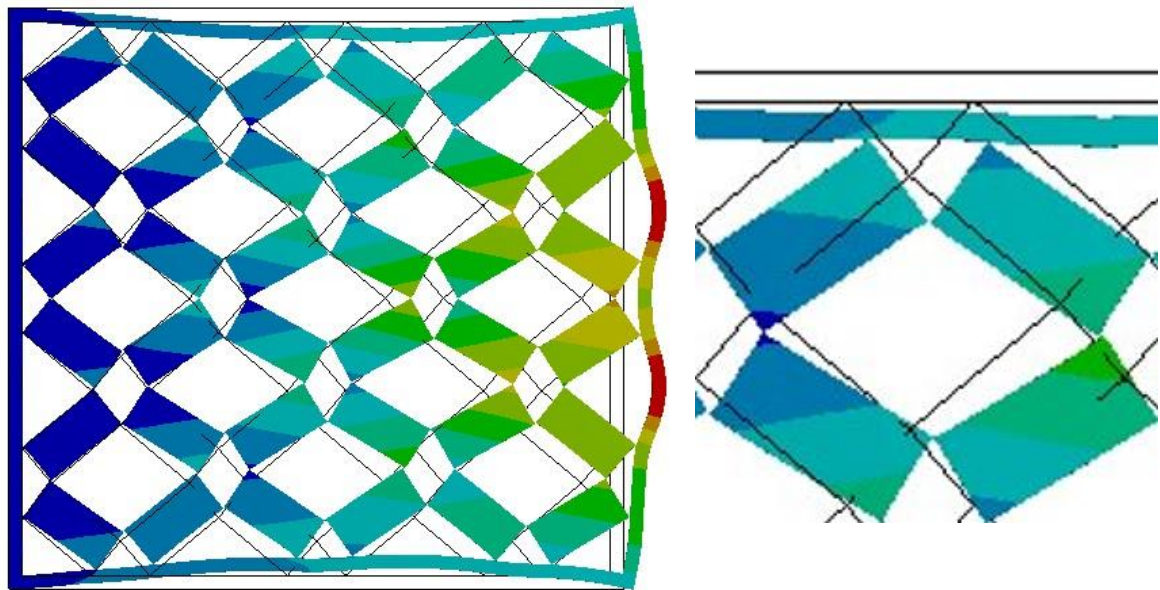
(c)

La Figura 24 muestra el comportamiento de una estructura parcialmente auxética, trabajando en su rango auxético, caso particular de las arquitecturas con relación de longitudes de 2 rotadas 30° , estas adquieren un comportamiento auxético en el rango comprendido de 0° hasta aproximadamente 37° . Si se detalla su celda unitaria superior, al comparar los estados no deformado y deformado se observa una tendencia hacia el incremento de la sección transversal, debido a que su estado final se sale del recuadro inicial de la estructura, lo cual es un comportamiento típico de las estructuras con coeficiente de Poisson negativo.

Analizando las deformaciones producidas en el eje X se observa que la zona con mayor concentración de deformaciones es aquella cuya ubicación es más cercana al punto de aplicación de la fuerza. Pasando a las deformaciones generadas en el eje Y, sus puntos de mayor deformación se concentran en las zonas centrales superiores e inferiores, apreciándose la formación de una curva en estos puntos, debido al aumento producido en su sección transversal, esto se debe a que las cargas generadas y la configuración geométrica de la arquitectura la catalogan como una estructura auxética para el ángulo de rotación analizado.

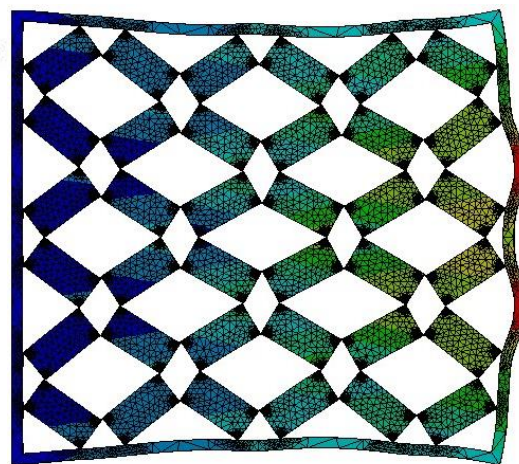
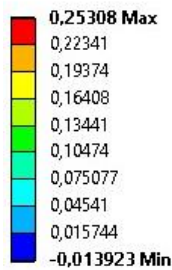
A continuación, se muestra esta misma estructura parcialmente auxética, pero enfatizándose en su rango no auxético, de 40° a 90° , ángulos para los cuales su sección transversal presenta reducciones, lo cual es un fenómeno presentado en los materiales con coeficiente de Poisson positivo. Ver Figura 25.

Figura 25. Estado no auxético de una estructura con relación de longitudes de 2 rotada 80° . (a) Estado deformado y no deformado, (b) deformación en el eje X @ 300N y (c) deformación en el eje Y @300N

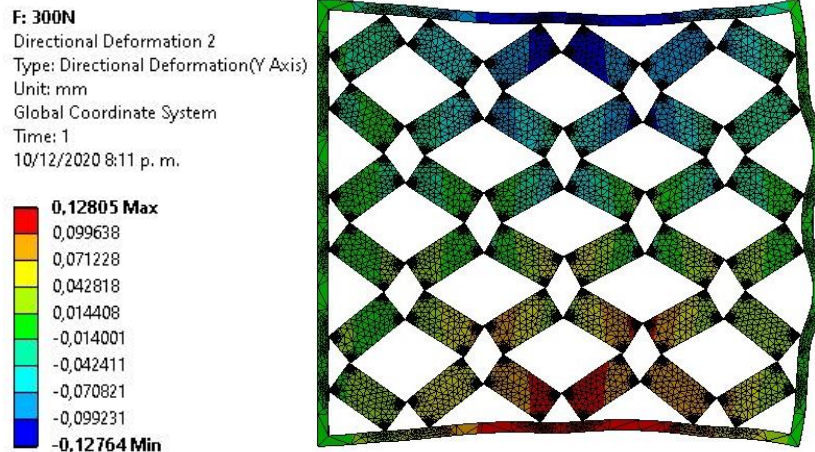


(a)

F: 300N
 Directional Deformation
 Type: Directional Deformation(X Axis)
 Unit: mm
 Global Coordinate System
 Time: 1
 10/12/2020 8:11 p. m.



(b)



(c)

La Figura 25 muestra el comportamiento no auxético de una arquitectura con relación de longitudes de 2, donde se aprecia la reducción en los puntos centrales inferiores y superiores, quedando estos dentro del marco inicial de la estructura debido a la aplicación de cargas axiales, por lo que se presenta una reducción en su sección transversal, obteniendo un valor positivo para el coeficiente de Poisson.

Uno de los motivos por los cuales se presentan estructuras parcialmente auxéticas (Relación de longitudes de 0,5 y 2) es el valor dado al ángulo de rotación entre rectángulos y a la unión entre los mismos, los cuales debido a las cargas aplicadas presentan un comportamiento tipo bisagra, generando rotaciones alrededor de esta unión, las cuales aumentaran si el ángulo de rotación es pequeño y disminuirán si el ángulo de rotación crece. Este comportamiento se puede apreciar en la Figura 24 (a) y Figura 25 (a) en donde se observa la rotación y la traslación que sufre la celda unitaria superior ante la acción de una carga axial de 300 N, en el caso particular de la Figura 24 (a) se tiene un ángulo de rotación de 30° y se aprecia como la celda deformada sufre desplazamientos hacia arriba y hacia la derecha producto del grado de libertad adquirido por las “bisagras” de la estructura, el cual es mayor debido al ángulo de rotación de los rectángulos, mientras que en la Figura 25 (a) se evidencia que la celda unitaria superior sufre desplazamientos hacia abajo y hacia la derecha

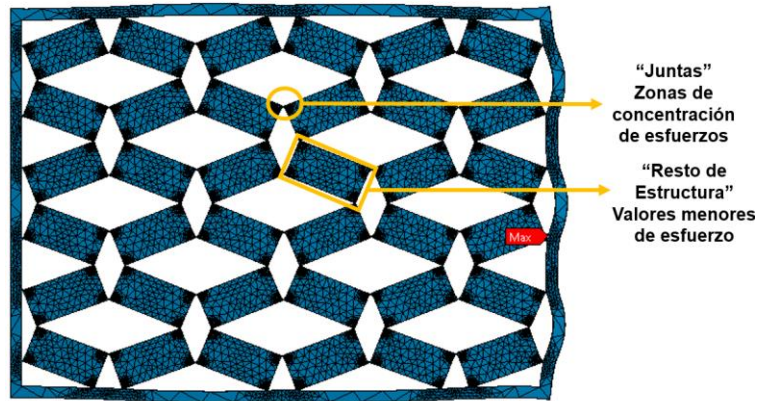
debido a la cargas, esto se debe a que el grado de libertad adquirido por las “bisagras” disminuye, ya que se tiene un ángulo de rotación de los rectángulos mayor, el cual se establece en 80° .

4.3.2 Comportamiento del módulo de elasticidad. Una vez conocidas las deformaciones unitarias longitudinales, las cuales se calcularon como parte del estudio del coeficiente de Poisson y con ayuda del software *ANSYS Workbench 19.2* se conocen los valores obtenidos para el esfuerzo normal generado en la estructura auxética debido a la aplicación de la carga axial, cuyos valores máximos se encuentran ubicados en los vértices de unión entre cada rectángulo rotado, se procede a calcular el módulo de elasticidad adquirido por la estructura debido a las configuraciones geométricas implementadas en sus variables principales, esto haciendo uso de la ecuación (23).

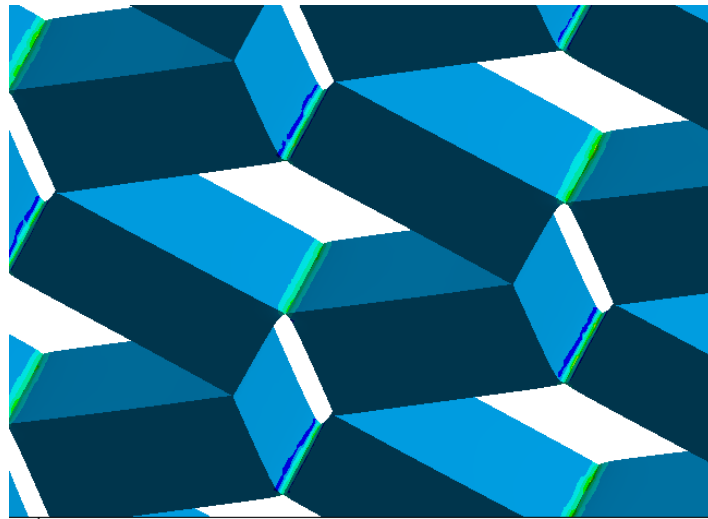
Al centrar el estudio de los esfuerzos obtenidos con el software FEM en las zonas de unión de cada rectángulo rotado (vértices), se determina que estas zonas concentran los esfuerzos normales de mayor magnitud, mientras que el resto de la estructura auxética mantiene valores más bajos, lo que ocasiona que las uniones sean etiquetadas como zonas propensas a falla ante la aplicación de cargas axiales. Es decir, que en estas uniones se encontrará ubicado el punto con mayor magnitud de esfuerzo normal, medido en MPa, para la carga aplicada y toda el área de unión de los rectángulos, cada junta, será la zona de concentración de esfuerzos de la estructura.

La Figura 26 muestra lo mencionado anteriormente, para una estructura con relación de longitudes de 2, la cual describe a las denominadas juntas o zonas propensas a falla junto con la distribución en el resto de la estructura (a). Además, muestra la distribución del comportamiento de los esfuerzos al largo de las juntas existentes en toda la estructura (b), para finalmente enfocarse en la junta y en la zona de concentración de esfuerzos (c) y (d).

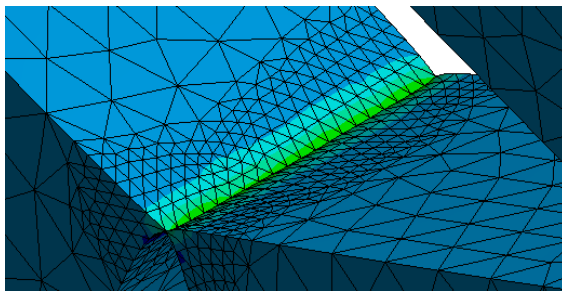
Figura 26. Distribución de los esfuerzos normales en una estructura auxética obtenida mediante la rotación de rectángulos.



(a)



(b)



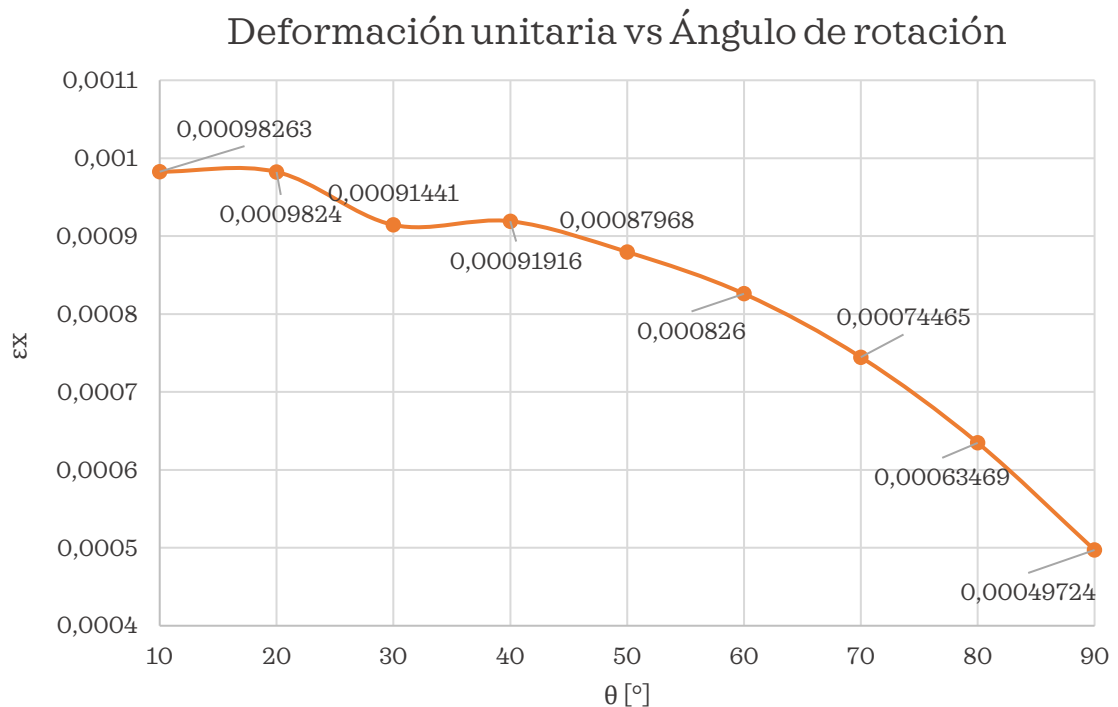
(c)



(d)

Es importante conocer también, la incidencia del ángulo de rotación de la estructura en las deformaciones producidas debido a las cargas axiales, ya que para cada ángulo en particular se reflejarán deformaciones diferentes, si se analizan ángulos pequeños estos describirán una deformación mayor, debido a que las uniones actúan como bisagras, permitiendo un mayor grado de libertad o apertura al tener un ángulo de construcción pequeño, este mismo grado de libertad va disminuyendo a medida que se incrementa el ángulo de rotación de construcción de la estructura. Esto se puede apreciar si se trabaja con una carga axial fija y se analizan las deformaciones unitarias producidas para cada ángulo de rotación.

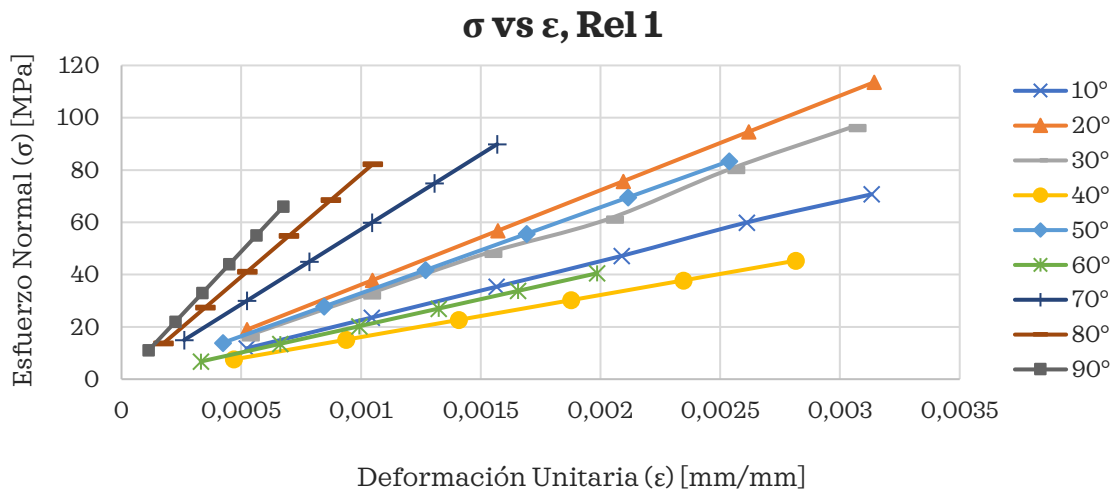
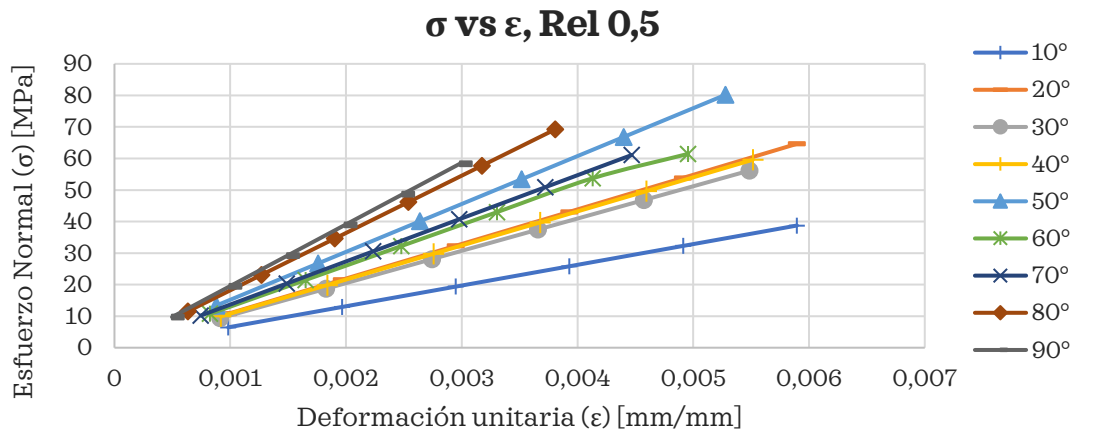
Figura 27. Deformaciones unitarias producidas por una carga de 50 N en función de θ .

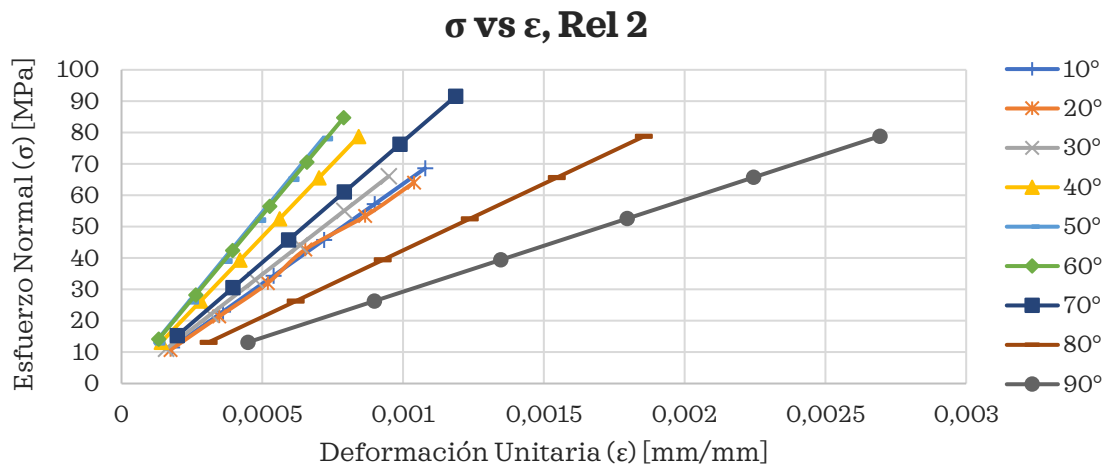


La Figura 27 muestra lo mencionado anteriormente, donde se evidencia la disminución de las deformaciones con el incremento del ángulo de rotación, lo cual se traduce en un decremento del grado de libertad adquirido por cada una de las bisagras que componen la estructura.

Una vez estudiados los esfuerzos normales y las deformaciones unitarias de manera independiente, se procede a realizar las curvas esfuerzo-deformación para cada relación de longitudes trabajada junto con sus ángulos de rotación.

Figura 28. Curvas esfuerzo deformación para las relaciones de longitudes estudiadas.



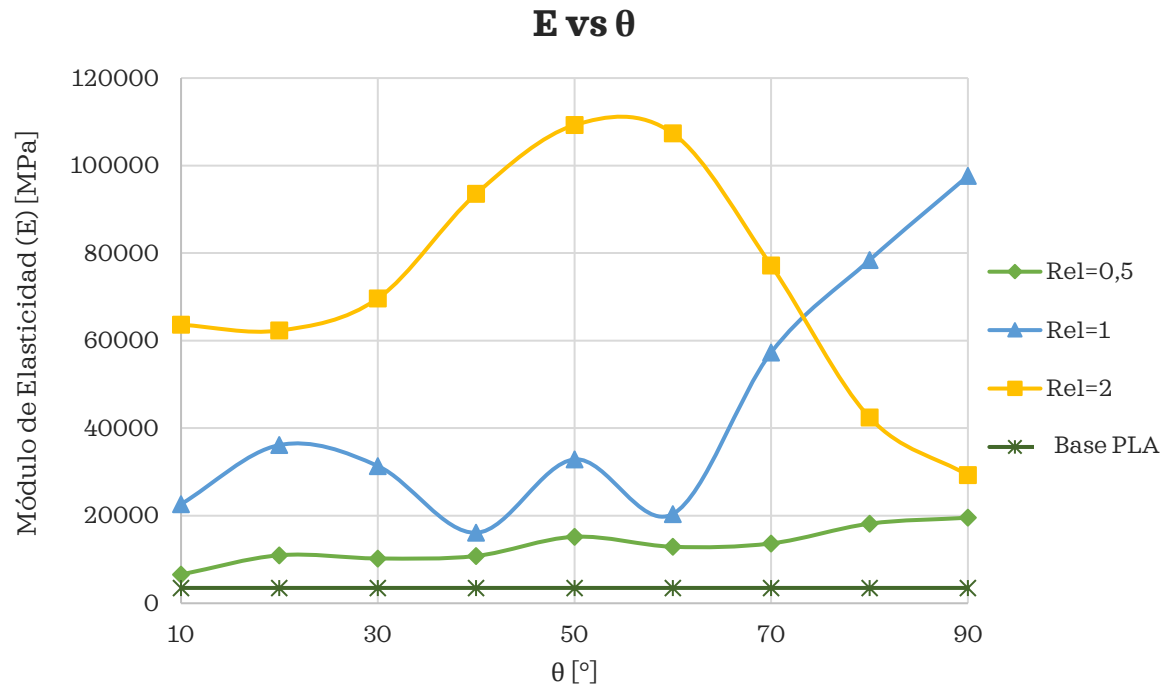


(c)

El análisis de la Figura 28 se centra en un estudio del comportamiento de las pendientes para cada una de las curvas de las tres graficas generadas para cada relación de longitudes, esto con el fin de establecer la tendencia del módulo de elasticidad para la estructura analizada, ya que esta propiedad se define como la pendiente de zona elástica del diagrama esfuerzo-deformación, al estar estas pendientes más inclinadas, es decir más cerca el eje Y se evidencian módulos de elasticidad mayores, mientras que una curvas cercana al eje x o con poca inclinación determina un módulo de elasticidad menor. Por ejemplo, la Figura 28 (a) la cual plasma el comportamiento de una estructura con relación de longitudes de 0,5 presenta su pendiente más baja para aun valor de 10°, reflejando un valor mínimo para el módulo de elasticidad, mientras que a 90° se tiene la pendiente más alta, brindando el valor máximo para el módulo de elasticidad en esta estructura.

La Figura 29 enseña el comportamiento del módulo de elasticidad en función de la relación de longitudes y el ángulo de rotación, una vez finalizado el estudio analítico y de pendientes mostrado anteriormente.

Figura 29. Superposición de los resultados obtenidos para el módulo de elasticidad en función de θ y la relación de longitudes.



Estudiando la Figura 29 se determina que independientemente de la relación de longitudes estudiadas y el ángulo de construcción de la estructura, se presenta un aumento en el valor obtenido del módulo de elasticidad, lo cual coincide con la teoría, debido a que las estructuras analizadas se clasifican como semirrígidas debido a este incremento con respecto al valor del material base. Los diferentes valores obtenidos a lo largo de los ángulos analizados son producto de la naturaleza de la estructura y de las deformaciones generadas en la misma, fenómeno el cual puede apreciarse con el análisis de las curvas esfuerzo-deformación para cada relación de longitudes.

A continuación, se presenta la Tabla 5, la cual relaciona el valor obtenido para el módulo de elasticidad en función de las dos variables principales de una arquitectura auxética, las cuales son: la relación de longitudes y el ángulo de rotación. Además, se presenta el valor $\frac{E}{E_{basePLA}}$ con el fin de estudiar su resultado.

Tabla 5. Valores obtenidos para el módulo de elasticidad en función de la relación de longitudes. Normalización del cociente $\frac{E}{E_{basePLA}}$ para cada relación de longitudes.

θ [°]	E [MPa]						
	R=0,5	$\frac{E}{E_{pla}}, R = 0,5$	R=1	$\frac{E}{E_{pla}}, R = 1$	R=2	$\frac{E}{E_{pla}}, R = 2$	Base PLA
10	6570,42992	1,87726569	22641,3112	6,46894605	63639,7679	18,1827908	3500
20	10963,8306	3,13252301	36141,874	10,3262497	62315,8293	17,8045227	3500
30	10237,8203	2,92509153	31370,9382	8,9631252	69625,7119	19,8930605	3500
40	10805,4033	3,08725809	16100,893	4,60025514	93538,05	26,7251571	3500
50	15188,4795	4,33956556	32871,5952	9,39188435	109247,412	31,2135463	3500
60	12905,3394	3,68723983	20396,3602	5,82753148	107359,367	30,6741048	3500
70	13672,7272	3,90649348	57307,0396	16,3734399	77161,1888	22,0460539	3500
80	18182,6121	5,19503203	78399,8105	22,3999459	42458,5601	12,1310172	3500
90	19544,8479	5,58424225	97630,757	27,894502	29271,3012	8,36322892	3500

Analizando la Tabla 5 se observa que el resultado de la operación $\frac{E}{E_{basePLA}}$ es un valor mayor a 1 para todas las configuraciones estudiadas y su resultado es función de la relación de longitudes y del ángulo de rotación. Por tanto, las arquitecturas simuladas reflejan incrementos en su módulo de elasticidad, lo que repercute en un incremento en la rigidez de la arquitectura. Los incrementos mínimos evidenciados para cada relación de longitudes se resaltan en amarillo y se establecen en 1.87, 4.60 y 8.36 para relaciones de longitudes de 0.5, 1 y 2 respectivamente, con los valores anteriormente mencionados es posible establecer los incrementos porcentuales mínimos para cada arquitectura, siendo estos: 187% para Rel 0.5, 460% para Rel 1 y 836% para Rel 2.

5. CONCLUSIONES

El estudio de la respuesta mecánica de estructuras auxéticas semirrígidas obtenidas por el método de rotación de rectángulos concluye:

- El estudio por medio del método de elementos finitos permitió identificar los rangos para los cuales las estructuras obtenidas mediante la rotación de rectángulos con diferentes relaciones de longitudes y ángulos obtienen un comportamiento auxético, es decir, un coeficiente de Poisson negativo.
- La variación de las configuraciones geométricas de la estructura permite clasificar a las arquitecturas estudiadas de la siguiente manera: Las estructuras con relación de longitudes de 1 (cuadrados) reflejan un comportamiento totalmente auxético en todo su dominio, por lo que el valor obtenido para el coeficiente de Poisson es negativo para el rango de ángulos estudiados. Las estructuras con relación de longitudes de 0,5 obtienen un comportamiento parcialmente auxético, las cuales presentan un coeficiente de Poisson negativo en el rango comprendido entre 0° a $14,43^\circ$ mientras que este valor es positivo entre $14,43^\circ$ y 90° . Finalmente, las estructuras con relación de longitudes de 2 se consideran parcialmente auxéticas, con rangos establecidos entre los 0° a $46,81^\circ$ y $46,81^\circ$ a 90° para los comportamientos auxéticos y no auxéticos respectivamente.
- El módulo elasticidad de las estructuras presenta incrementos mínimos establecidos en 187,7%, 460% y 836.3% para las relaciones de longitudes de 0,5, 1 y 2 respectivamente, con respecto al valor inicial del PLA, incrementos generados gracias a las deformaciones obtenidas para cada configuración angular, por lo que se etiquetan a estas estructuras como rígidas, dado los valores elevados obtenidos.

BIBLIOGRAFÍA

ALDERSON, A. y ALDERSON, K. L. Auxetic materials. *Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers. Part G, Journal of aerospace engineering*. 2007, vol. 221, nro. 4. pp. 565-575

BARCHIESI, Emilio; SPAGNUOLO, Mario y PLACIDI, Luca. Mechanical metamaterials: a state of the art. *Mathematics and mechanics of solids*. 2018, vol. 24, nro. 1. pp. 212-234

CHACÓN, J. M., *et al.* Additive manufacturing of PLA structures using fused deposition modelling: Effect of process parameters on mechanical properties and their optimal selection. *Materials & design*. 2017, vol. 124, pp. 143-157

CHOI, J. B. y LAKES, R. S. Nonlinear Analysis of the Poisson's Ratio of Negative Poisson's Ratio Foams. *Journal of Composite Materials*. 1995, vol. 29, nro. 1. pp. 113-128

CHULHO YANG; Mechanical Engineering Technology Oklahoma State University Stillwater y OK 74078 chulho.yang@okstate.edu. Smais2016-9208. Smais2016-9208. 2016.

CICALA, Gianluca, *et al.* Polylactide (PLA) Filaments a Biobased Solution for Additive Manufacturing: Correlating Rheology and Thermomechanical Properties with Printing Quality. *Materials*. 2018, vol. 11, nro. 7. pp. 1191

DAGDELEN, John, *et al.* Computational prediction of new auxetic materials. *Nature communications*. 2017, vol. 8, nro. 1. pp. 323-8

DIRRENBARGER, Justin, *et al.* Effective elastic properties of auxetic microstructures: anisotropy and structural applications. *International Journal of Mechanics and Materials in Design*. 2013, vol. 9, nro. 1. pp. 21-33

FARAH, Shady; ANDERSON, Daniel G. y LANGER, Robert. Physical and mechanical properties of PLA, and their functions in widespread applications — A comprehensive review. *Advanced drug delivery reviews*. 2016, vol. 107, pp. 367-392

FAROKHI NEJAD, Ali, *et al.* Using Finite Element Approach for Crashworthiness Assessment of a Polymeric Auxetic Structure Subjected to the Axial Loading. *Polymers*. 2020, vol. 12, nro. 6. pp. 1312

GARDAN, Julien. Smart materials in additive manufacturing: state of the art and trends. *Virtual and physical prototyping*. 2018, vol. 14, nro. 1. pp. 1-18

GIBSON, Lorna J. y ASHBY, Michael F. The Structure of Cellular Solids. The Structure of Cellular Solids. *Cellular Solids*. 1997. pp. 15-51

GRIMA, J. N., *et al.* Auxetic behaviour from rotating semi-rigid units. *physica status solidi (b)*. 2007, vol. 244, nro. 3. pp. 866-882

GRIMA, Joseph N. y EVANS, Kenneth E. Auxetic behavior from rotating triangles. *Journal of materials science*. 2006, vol. 41, nro. 10. pp. 3193-3196

GRIMA, Joseph, *et al.* Auxetic behaviour from stretching connected squares. *Journal of Materials Science*. 2008, vol. 43, nro. 17. pp. 5962-5971

HU, L. L.; ZHOU, M. Zh y DENG, H. Dynamic indentation of auxetic and non-auxetic honeycombs under large deformation. *Composite structures*. 2019, vol. 207, pp. 323-330

KADIC, Muamer, *et al.* On the practicability of pentamode mechanical metamaterials. *Applied physics letters*. 2012, vol. 100, nro. 19. pp. 191901-4

LIM, Teik-Cheng. Auxetic materials and structures. Singapore: Springer, 2015.

LU, Zi-Xing; LIU, Qiang y YANG, Zhen-Yu. Predictions of Young's modulus and negative Poisson's ratio of auxetic foams. *physica status solidi (b)*. 2011, vol. 248, nro. 1. pp. 167-174

MASTERS, I. G. y EVANS, K. E. Models for the elastic deformation of honeycombs. *Composite structures*. 1996, vol. 35, nro. 4. pp. 403-422

MEZA, J. M., *et al.* Medición del módulo de elasticidad en materiales de ingeniería utilizando la técnica de indentación instrumentada y de ultrasonido. *Revista de metalurgia (Madrid)*. 2008, vol. 44, nro. 1. pp. 52-65

MIR, Mariam, *et al.* Review of Mechanics and Applications of Auxetic Structures. *Advances in materials science and engineering*. 2014, vol. 2014, pp. 1-17

OHRING, Milton. A Review of Materials Science. Elsevier, 2002. 1-56 p.

REN, Xin, *et al.* Auxetic metamaterials and structures: a review. *Smart materials and structures*. 2018, vol. 27, nro. 2. pp. 023001

SANAMI, Mohammad, *et al.* Auxetic Materials for Sports Applications. *Procedia engineering*. 2014, vol. 72, pp. 453-458

SCARPA, F.; PANAYIOTOU, P. y TOMLINSON, G. Numerical and experimental uniaxial loading on in-plane auxetic honeycombs. *The Journal of Strain Analysis for Engineering Design*. 2000, vol. 35, nro. 5. pp. 383-388

SHOKRI RAD, Mozafar; PRAWOTO, Yunan y AHMAD, Zaini. Analytical solution and finite element approach to the 3D re-entrant structures of auxetic materials. *Mechanics of materials*. 2014, vol. 74, pp. 76-87

SHRUTI, Medha, *et al.* Compressive behavior of auxetic structural metamaterial for lightweight construction using ANSYS static structural analysis. *Materials today : proceedings*. 2020,

SMITH, C. W.; GRIMA, J. N. y EVANS, K. E. A novel mechanism for generating auxetic behaviour in reticulated foams: missing rib foam model. *Acta materialia*. 2000, vol. 48, nro. 17. pp. 4349-4356

TAYLOR, Michael, *et al.* Low Porosity Metallic Periodic Structures with Negative Poisson's Ratio. *Advanced materials (Weinheim)*. 2014, vol. 26, nro. 15. pp. 2365-2370

WANG, Zhengyue y HU, Hong. Auxetic materials and their potential applications in textiles. *Textile research journal*. 2014, vol. 84, nro. 15. pp. 1600-1611

YANG, Wei, *et al.* Review on auxetic materials. *Journal of materials science*. 2004, vol. 39, nro. 10. pp. 3269-3279

ZHANG, Jianjun; LU, Guoxing y YOU, Zhong. Large deformation and energy absorption of additively manufactured auxetic materials and structures: A review. *Composites. Part B, Engineering*. 2020, vol. 201, pp. 108340