

**ANALISIS Y DISEÑO DE COLUMNAS CON ARRIOSTRAMIENTO EN UN SOLO
EJE**

GUSTAVO GAMBOA GRANADOS

**UNIVERSIDAD INDUSTRIAL DE SANTANDER
FACULTAD DE INGENIERIAS FISICO MECANICAS
ESCUELA DE INGENIERIA CIVIL
ESPECIALIZACION EN ESTRUCTURAS
BUCARAMANGA
2006**

**ANALISIS Y DISEÑO DE COLUMNAS CON ARRIOSTRAMIENTO EN UN SOLO
EJE**

GUSTAVO GAMBOA GRANADOS

**Trabajo de grado para optar al título de
ESPECIALISTA EN ESTRUCTURAS**

Director

RICARDO CRUZ HERNANDEZ

Doctor en Ciencias Técnicas.

**UNIVERSIDAD INDUSTRIAL DE SANTANDER
FACULTAD DE INGENIERIAS FISICO MECANICAS
ESCUELA DE INGENIERIA CIVIL
ESPECIALIZACION EN ESTRUCTURAS
BUCARAMANGA**

2006

CONTENIDO

| | pág. |
|---|------|
| INTRODUCCIÓN | 1 |
| 1. FUNDAMENTOS GENERALES | 3 |
| 1.1 COLUMNAS UNIAXIALES | 3 |
| 1.1.1 Definición | 3 |
| 1.1.2 Tipos de Refuerzo | 3 |
| 1.1.3 Tipos de Columna | 4 |
| 1.1.4 Especificaciones Generales de Diseño | 6 |
| 1.1.5 Resistencia de Diseño | 16 |
| 1.1.6 Columnas corta uniaxiales | 18 |
| 1.1.7 Columnas Rectangulares | 22 |
| 1.2 COLUMNAS BIAXIALES | 31 |
| 1.2.1 Introducción | 31 |
| 1.2.2 Método de la carga de contorno o de superficie de falla | 33 |
| 1.2.3 Método de la superficie de falla | 33 |
| 1.3 COLUMNAS ESBELTAS | 36 |
| 1.3.1 Introducción | 36 |
| 1.3.2 Columnas cargadas concéntricamente | 37 |
| 1.3.3 Clasificación de los efectos de Esbeltez | 40 |
| 1.3.4 Índice de Estabilidad | 41 |

| | |
|--|----|
| 1.4 Método de la Superficie de Falla | 47 |
| 1.4.1 Cálculo de P_o | 47 |
| 1.4.2 Procedimiento de diseño | 48 |
| 1.4.3 Cálculo de M_{bx} | 49 |
| 1.4.4 Cálculo de M_{by} | 50 |
| 1.4.5 Análisis de flexión sobre el Eje Y | 52 |
| 1.4.6 Cálculo del Momento M_{by} respecto al centro plástico | 52 |
| 1.4.7 Análisis de flexión sobre el Eje X | 53 |
| 1.4.8 Cálculo del Momento M_{by} respecto al centro plástico | 55 |
| 1.4.9 Cálculo de P_o . | 55 |
| 1.4.10 Aplicación de la Ecuación de Método | 55 |
| | |
| 2. PROYECTO MODELO | 56 |
| 2.1 CARACTERÍSTICAS Y ESPECIFICACIONES DEL MODELO | 56 |
| 2.1.1 Localización | 56 |
| 2.1.2 Descripción | 56 |
| 2.1.3 Parámetros de diseño | 56 |
| 2.1.4 Materiales | 56 |
| 2.1.5 Análisis Estructural | 57 |
| 2.1.6 Análisis Sísmico | 57 |
| 2.1.7 Avalúo de Cargas | 57 |
| 2.1.8 Placas | 57 |
| 2.1.9 Cubierta | 58 |
| 2.1.10 Análisis Sísmico | 58 |
| 2.2 GEOMETRÍA DEL MODELO | 60 |
| | |
| 3. ANÁLISIS DEL MODELO | 63 |
| 3.1 CON VIGA DE AMARRE EJE A N+2.80 CASO 1 | 63 |
| 3.2 SIN VIGA DE AMARRE EJE A N+2.80 CASO 2 | 66 |

| | |
|--|----|
| 3.3 MODIFICANDO SECCIÓN COLUMNA EJE A DE 30X30 A 40X60 | 69 |
| CASO 3 | |
| 3.4 OPTIMIZANDO SECCIÓN COLUMNA EJE A Z 28,5X60 CM | 72 |
| 3.5 CHEQUEO POR MÉTODO DE SUPERFICIE DE FALLA | 75 |
| 3.5.1 Columna 28,5 x 60 cm | 75 |
| 3.5.2 Análisis de Flexión sobre el Eje Y | 76 |
| 3.5.3 Cálculo del Momento M_{by} respecto al centro plástico | 77 |
| 3.5.4 Análisis de Flexión sobre el Eje X | 77 |
| 3.5.5 Cálculo del Momento M_{bx} respecto al centro plástico | 79 |
| 3.5.6 Cálculo de P_o . | 79 |
| 3.6 CHEQUEO TENIENDO EN CUENTA ESBELTEZ | 80 |
| 3.7 INDICE DE ESTABILIDAD | 83 |
| 4. CONCLUSIONES | 84 |
| 5. RECOMENDACIONES | 86 |
| 5.1 IMPACTO AMBIENTAL DEL PROYECTO | 86 |
| BIBLIOGRAFÍA | 88 |
| ANEXOS | 89 |

LISTA DE TABLAS

| | | pág. |
|----------|--|------|
| Tabla 1. | Diagrama de Interacción | 30 |
| Tabla 2. | Derivas Caso 1. | 64 |
| Tabla 3. | Derivas Caso 2 | 67 |
| Tabla 4. | Derivas Caso 3 | 70 |
| Tabla 5. | Cuadro comparativo de Derivas | 73 |
| Tabla 6. | Indice de Estabilidad Casos 1, 2, 3 y 4. | 83 |

LISTA DE FIGURAS

| | pág. |
|---|------|
| Figura 1. Tipos de Columnas | 5 |
| Figura 2. Separaciones libres | 8 |
| Figura 3. Reducciones de Sección | 10 |
| Figura 4. Estribos | 11 |
| Figura 5. Diagrama (deformaciones) | 18 |
| Figura 6. Cargas axiales y movimientos en columnas | 19 |
| Figura 7. Esfuerzos y deformaciones | 20 |
| Figura 8. Fallas a tracción y compresión | 24 |
| Figura 9. Ejemplo Columna | 26 |
| Figura 10. Diagrama de Interacción | 30 |
| Figura 11. Flexión uniaxial sobre los ejes Y y X, respectivamente | 31 |
| Figura 12. Flexión biaxial y Diagrama tridimensional de interacción | 32 |
| Figura 13. Superficie de falla para flexión biaxial | 35 |
| Figura 14. Sección rectangular | 49 |
| Figura 15. Derivas CASO 1 | 65 |
| Figura 16. Derivas CASO 2 | 68 |
| Figura 17. Derivas CASO 3 | 71 |

| | |
|---|----|
| Figura 18. Cuadro comparativo Derivas | 74 |
| Figura 19. Cuadro comparativo Indice de Estabilidad | 83 |

RESUMEN

TITULO: “ANÁLISIS Y DISEÑO DE COLUMNAS CON ARRIOSTRAMIENTO EN UN SOLO EJE”.*

AUTOR: GAMBOA GRANADOS, GUSTAVO.**

PALABRAS CLAVES: COLUMNA, ARRIOSTRAR, ESBELTEZ, SUPERFICIE DE FALLA, ESTABILIDAD.

DESCRIPCIÓN:

En Bucaramanga, con la entrada en vigencia del Plan de Ordenamiento Territorial, se exige a los proyectos el inicio de rampas y escaleras a partir del paramento, dejando totalmente libre las zonas verdes y antejardines. Esto ha generado que en dichos proyectos, ya sean casas o edificios, se presenten, en las columnas del primer piso, a la fachada, la suspensión de la viga de amarre y por lo tanto estas columnas solo quedan arriostradas en un solo eje, pasando al rango de columnas largas.

Para el diseño y análisis de dichas columnas, es necesario tener en cuenta parámetros importantes como la esbeltez y el índice de estabilidad y su incidencia en la estabilidad estructural general de proyecto, tanto a las cargas de servicio, como a las solicitaciones sísmicas, las cuales con muy altas en relación con los parámetros sísmicos del país.

Para el estudio se analiza una columna, de un proyecto típico de la ciudad, obteniendo los valores de cargas, momentos, desplazamientos y derivas, tanto de la columna como del proyecto. La suspensión de la viga de amarre genera un cambio en la sección de la columna y por consiguiente un aumento del acero de refuerzo en la misma.

Los datos obtenidos son confrontados por el método de superficie de falla. El parámetro esbeltez, se convierte en el factor determinante en el diseño generando aumento en el acero de refuerzo en la columna.

* Trabajo de Grado.

** Facultad de Ingenierías Físico Mecánicas, Escuela de Ingeniería Civil, Especialización en Estructuras. CRUZ HERNANDEZ, Ricardo.

ABSTRACT

TITLE: “ANALYSIS AND DESIGN OF COLUMNS WITH BRACING IN ONE AXIS”.*

AUTHOR: GAMBOA GRANADOS, GUSTAVO.**

KEYWORDS: COLUMN, BRACE, SLENDERNESS, FAULT SURFACE, STABILITY.

DESCRIPTION:

The application of the Territorial Ordering Plan in the city of Bucaramanga demands the initiation of ramps and stairs from the face, leaving the green areas and front gardens totally clear. This has generated the presentation of suspension in trussed beams from the first floor to the façade in house or building projects. Therefore, these beams are only braced in one axis, surpassing the range of long columns.

Important parameters such as slenderness and stability index must be considered in the design and analysis of such columns. Other aspects to be considered include the incidence of those parameters on the general structural stability of the project, service loads and seismic requirements that are very high in relation to the seismic standards of the country.

A column from a typical project in Bucaramanga is analyzed to obtain the load values, momentums, displacement, and diversion both at the column and project levels. Suspension of tossed beams generates a change in the column section and, therefore, an increment in its reinforcement steel.

Results obtained were compared to the data obtained by the fault surface meted. The slenderness parameter becomes the determinant factor in design, generating an increment in reinforcement steel in the column.

* Graduation Work.

** Faculty of Physical and Mechanical Engineering. School of Civil Engineering. Specialization Degree in Structures. CRUZ HERNANDEZ, Ricardo.

INTRODUCCIÓN

Uno de los índices más importantes que denotan el grado de desarrollo, de una comunidad es el de la CONSTRUCCIÓN, como gran generador de empleo y progreso.

Dentro de los tipos de construcción tenemos:

- **Oficiales**
 - Vivienda
 - Institucionales (Colegios, Hospitales, etcétera.)
 - Infraestructura (Vías, Acueductos, etcétera.)

- **Privadas**
 - Vivienda
 - Institucionales (Colegios, Clínicas, etcétera.)
 - Infraestructura (Servicios, vías, etcétera.)

Para normalizar y controlar la construcción, el gobierno ha elaborado diferentes Manuales o Normas, fundamentales como parámetros mínimos en el desarrollo de diferentes proyectos tanto en las etapas de diseño como en las de construcción.

En el campo de las estructuras, teniendo en cuenta que nuestro país como otros, esta sometido permanentemente a diferentes niveles de riesgo sísmico, a comienzo de la década del 1990, con la participación de una gran número de agrupaciones gremiales, profesionales de la construcción y entidades del estado,

se adelantó la actualización de los reglamentos de diseño y construcción sismorresistente expidiendo la Ley 400 del 19 de Agosto de 1997 y el Decreto 33 del 9 de enero de 1998 llamadas NSR98, la cual actualiza y reemplaza el código de 1984.

A nivel nacional y local también se ha desarrollado el Plan de Manejo Territorial POT, el cual también entre otros, incluye estudios de microsismicidad.

Una de las nuevas normas que exige el POT, es que el ingreso tanto vehicular como peatonal, en el caso de rampas y escaleras se deben iniciar en el paramento del proyecto, lo cual ha generado, como se denota en el proyecto tomado como modelo para esta monografía, la aparición de columnas con arrojamiento en un solo eje, las cuales deben diseñarse adecuadamente para garantizar tanto su resistencia como la del proyecto en sí.

1. FUNDAMENTOS GENERALES

1.1 COLUMNAS UNIAXIALES

1.1.1 Definición. Las columnas sometidas a carga axial pura no existen. En estructuras aporricadas las vigas de piso y las columnas son fundidas monolíticamente y esta situación produce algunos momentos en los extremos restringidos de las columnas.

1.1.2 Tipos de refuerzo. En toda columna se tienen dos tipos de refuerzo:

- **Refuerzo principal o longitudinal**

Está constituido por barras longitudinales, paralelas al eje de la columna, su función es aumentar la capacidad de carga a flexo compresión y a la vez que reducen la retracción del fraguado y el flujo plástico mejoran el confinamiento del hormigón.

- **Refuerzo transversal**

Consiste en estribos, también llamados cercos, o espirales, formados de barras de pequeños diámetros, dispuestos de modo que abracen el refuerzo longitudinal, manteniéndolo vertical para evitar su pandeo durante el vaciado.

Su función es confinar el hormigón proporcionándole mayor ductilidad a la columna, en este sentido es más eficiente la espiral. Al igual que las barras longitudinales. Disminuye la retracción del fraguado y el flujo plástico. También evita el pandeo de las barras longitudinales proporcionándoles confinamiento lateral.

1.1.3 Tipos de columnas. Los principales tipos de columnas de hormigón reforzado son las siguientes:

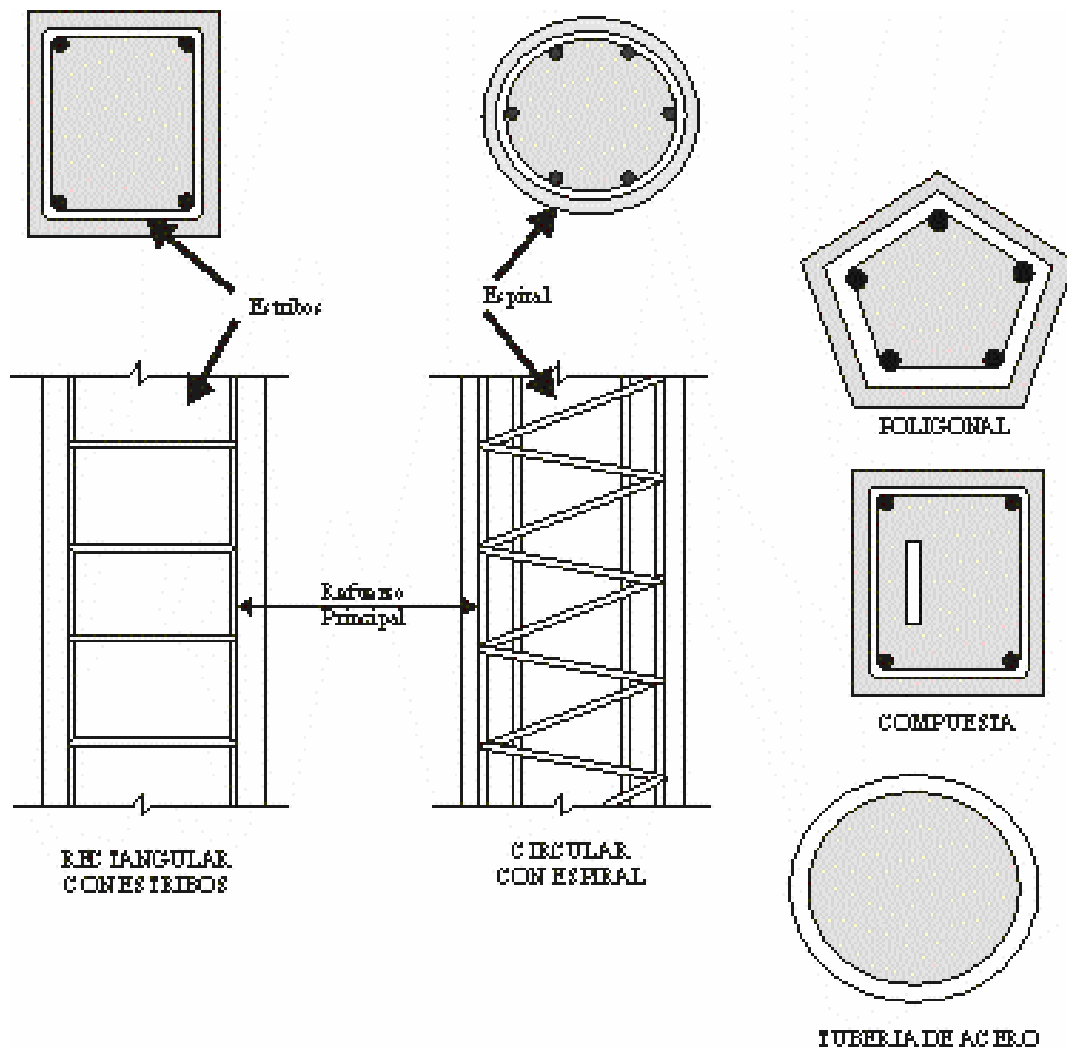
- *Columnas con estribos:* En ellas las barras longitudinales se confinan con refuerzo transversal en estribos espaciados cada cierta distancia, pueden ser cuadradas, rectangulares o poligonales.

- *Columnas con espirales:* En ellas las barras longitudinales se confinan con refuerzo transversal en forma de espiral, pueden ser circulares o cuadradas con refuerzo circular.

- *Columnas compuestas:* En ellas se embebe en el hormigón un perfil de acero y puede contener barras longitudinales con estribos o espirales.

- *Columnas con tubos de acero:* En ellas el tubo de llenado con hormigón simple.

Figura 1. Tipos de columnas



Según el tipo de falla las columnas se clasifican como:

- **Cortas.**

Son aquellas en las que su capacidad de carga esta controlada por las propiedades de los materiales que la conforman y por sus dimensiones. Su falla es por aplastamiento.

- **Largas.**

Son aquellas en las que la relación entre la longitud y las dimensiones laterales es muy alta, por ello, es posible una falla por pandeo. La esbeltez de la columna hace que las solicitaciones se incrementen por la deformación propia del elemento, su análisis se hace mayorando las solicitaciones y con ellas se procede al diseño como si se tratase de columnas cortas.

1.1.4 Especificaciones generales de diseño.

- **Dimensiones mínimas (NSR-98 Sec. C. 10.8.4).**

Ninguna columna de la estructura principal puede tener un diámetro menor de 25 cm. para columnas circulares, ni una dimensión menor de 20 cm. con área de 600 cm², para columnas rectangulares. Para estructuras de capacidad de disipación de energía moderada (MDO) y especial (DES) se exigen las siguientes dimensiones:

- Estructuras de capacidad moderada de disipación de energía (DMO) (NSR-98 Sec. C.21.4.1):

La menor dimensión de la sección del elemento no debe ser inferior a 25 cm. Las columnas en forma de T, C o I pueden tener una dimensión mínima de 20 cm pero su área no puede ser menor de 625 cm². Si la columna sostiene uno o dos pisos pueden utilizarse dimensiones menores a las dadas anteriormente pero la menor dimensión de la sección del elemento no debe ser menor que 20 cm y su área no puede ser menor de 600 cm².

- Estructuras de capacidad especial de disipación de energía (DES) (NSR-98 Sec. C.21.4.1):

La menor dimensión de la sección del elemento no debe ser inferior a 30 cm. Las columnas en forma de T, C o I pueden tener una dimensión mínima de 25cm pero

su área no puede ser menor de 900 cm^2 . La relación entre la dimensión menor de la sección del elemento y la dimensión perpendicular a ella, no debe ser menor que 0,40.

- **Número mínimo de barras longitudinales (NSR-98 Sec. C.10.9.2).**

El número mínimo de barras del refuerzo longitudinal es de 4 para barras colocadas dentro de estribos rectangulares o circulares, de 3 dentro de estribos triangulares y de 6 para barras longitudinales colocadas dentro de espirales que cumplan las especificaciones de la sección No. 4.4.4.c.

- **Separación entre barras longitudinales (NSR-98 Sec. C.7.6.3).**

La separación libre entre las barras principales no debe ser inferior a:

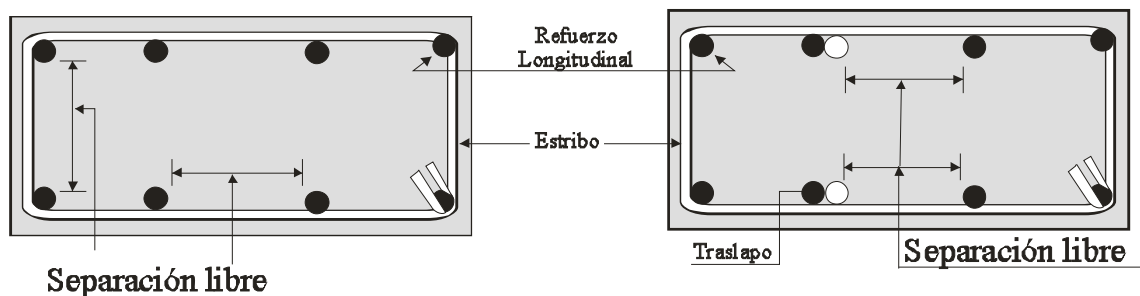
- 1,5 veces el diámetro de la barra longitudinal
- 40 mm
- 1,33 veces el tamaño máximo del agregado grueso

Esta distancia libre debe cumplirse entre un empalme por traslapo y otros emplantes u otras barras.

- **Cuantías de diseño (NSR-98 Sec.C.10.9)**

- El área del refuerzo no debe ser inferior a 0,01 ni mayor a 0,06 veces el área bruta de la sección de hormigón A_g . ($A_g=b*h$).

Figura 2. Separaciones libres.



- La cuantía de refuerzo en espiral, ρ_s no será menor de:

$$\rho_s = 0,45 * \left(\frac{A_g}{A_c} - 1 \right) * \frac{f'_c}{f_y}$$

A_c = Área de la sección de la columna encerrada por la espiral, medida con el diámetro exterior de esta, en cm^2 .

$F_y \leq 4.200 \text{ kgf/cm}^2$, resistencia nominal a la fluencia del refuerzo en espiral

- En estructuras de capacidad de disipación de energía mínima (DMI) para determinar el refuerzo mínimo y la resistencia de diseño, con una sección transversal mayor que la requerida por condiciones de carga, se puede utilizar un área efectiva reducida no menor que la del área total.

En estructuras de capacidad de disipación de energía moderada (DMO) y especial (DES) el refuerzo mínimo, longitudinal y transversal, y la resistencia de diseño deben basarse en la sección total del elemento, a menos que la carga mayorada

de diseño P_u sea menor que $0,10 \cdot \phi \cdot f'_c \cdot A_g$, caso en el cual puede utilizarse un área efectiva reducida no menor que la mitad del área total.

- **Longitud de diseño, L_u .**

La longitud libre de una columna es la longitud de diseño, se mide entre el piso y la parte inferior del capitel (para placas aligeradas) o la distancia libre entre el piso y cualquier elemento capaz de proveerle soporte lateral.

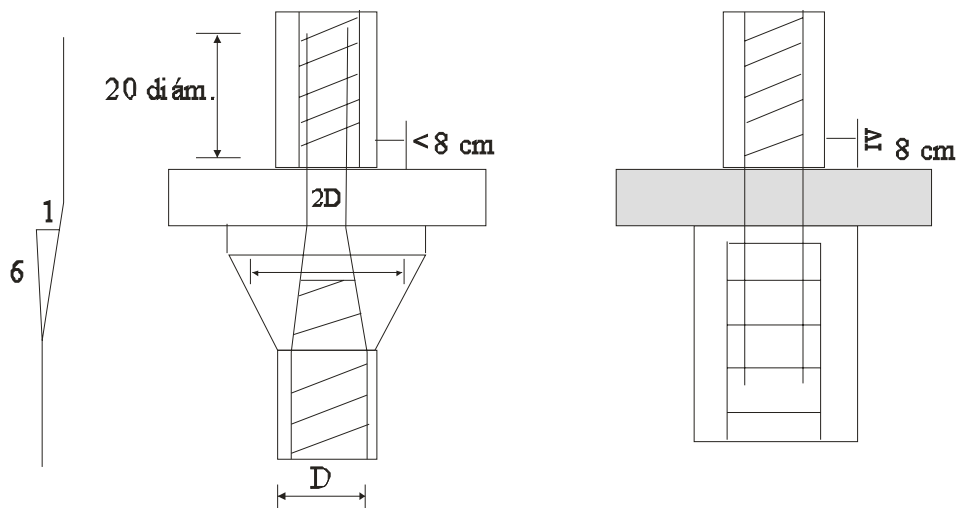
- **Cambios de sección.**

Los cambios fuertes en la sección de la columna deben hacerse siempre en los entrepisos, en dicho cambio, las barras que pasan del piso inferior al superior deben doblarse de forma que su pendiente, respecto a su eje de la columna, sea máximo de 1:6. Las partes de las barras por encima y por debajo de la reducción deben ser paralelas al eje de la columna.

Las barras dobladas en un cambio de sección deben figurarse antes de ser colocadas puesto que no se permite hacer el doblamiento de barras embebidas en el hormigón.

El soporte horizontal del acero longitudinal en el doblez debe ser provisto por medio de estribos o espirales. El soporte horizontal debe diseñarse para que resista 1,5 veces la componente horizontal de la fuerza calculada en la porción inclinada de la barra que se dobla. Los estribos o espirales deben colocarse a una distancia no mayor de 15 cm del doblez. Este refuerzo es adicional al requerido por consideraciones sísmicas. NSR-98 Sec. C.8.1.2.

Figura 3. Reducciones de sección.



Cuando se disminuya el ancho de una columna de manera que una de sus caras quede a $8,00 \text{ cm}$ o más de la correspondiente en la columna del piso inferior, no pueden doblarse las barras longitudinales para adaptarse a la reducción y es necesario emplear barras adicionales de empalme, traslapadas por contacto con las barras longitudinales adyacentes a las caras desplazadas de la columna. NSR-98 Sec. C.7.8.1.3

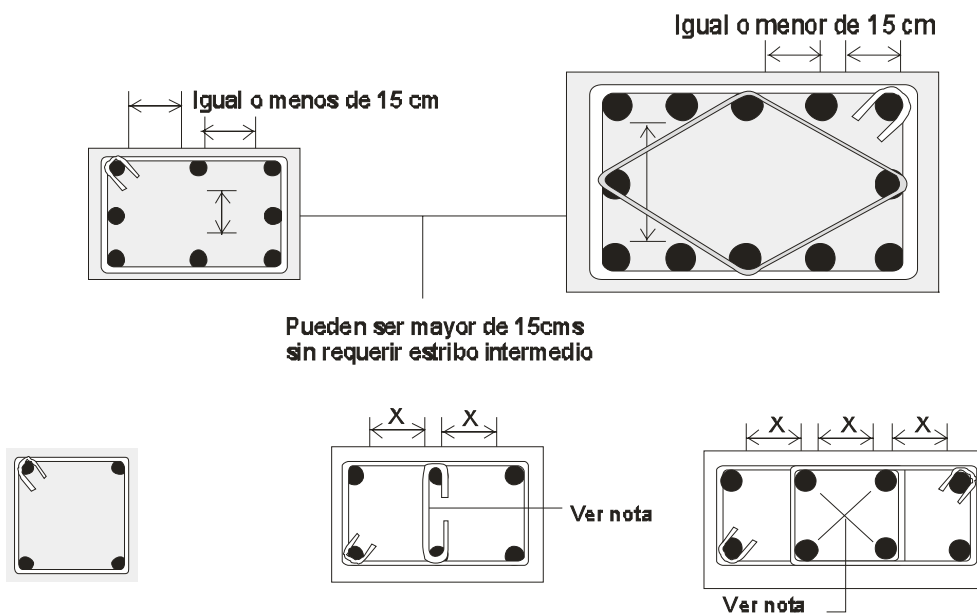
- **Disposición de los estribos (NSR-98 Sec. C.21.14.4).**

El diámetro mínimo de los estribos es el No. 3 cuando las barras longitudinales sean menores a la No. 10. Se permiten los estribos No. 2 en estructuras de capacidad de disipación de energía mínima (DMI) o cuando las columnas soportan únicamente uno o dos pisos.

Los estribos se dispondrían de manera que las barras de refuerzo longitudinal, esquineras y alternas estén soportadas lateralmente por la esquina de un estribo

con un ángulo no mayor de 135° y ninguna barra estará a más de 15 cm de otra.
 Para arreglos circulares basta con un estribo circular.

Figura 4. Estribos.



Las espirales deben estar constituidas por barras No. 3 o mayores, el espaciamiento entre las hélices de la espiral no debe ser menor de 2,50 cm ni mayor de 7,50 cm. Debe estar anclada en los extremos de la columna con una y media vueltas adicionales.

El espaciamiento vertical entre estribos no debe exceder de 16 diámetros de la barra longitudinal, 48 diámetros de la barra del estribo o la menor dimensión transversal de la columna. En zonas sísmicas existen requisitos adicionales, Cap. 21 de la NSR-98.

- **Estructuras de capacidad mínima (dmi) y moderada de energía (DMO) (NSR98 Sec. C.21.4.4.).**

Deben colocarse estribos de confinamiento en una longitud, L_o , medida a partir de la cara del nudo, en ambos extremos de la columna. La longitud L_o no puede ser inferior que:

- La máxima dimensión de la columna en la cara del nudo
- 1/6 de la longitud de la columna
- 50 cm

En la anterior zona de confinamiento la separación de los estribos no excederá de:

- $8d_b$ de la barra longitudinal más pequeña que abrace
- $16d_e$ del diámetro de la barra del estribo
- 1/3 de la menor dimensión de la columna
- 15 cm

El primer estribo debe colocarse a una distancia no superior a 5 cm de la cara del nudo (NSR-98 Sec. C. 21.4.4.c).

- **Estructuras con capacidad especial – D.E.S.**

- Debe utilizarse refuerzo en espiral, o estribos de confinamiento, como se indica a continuación, a menos que se requieran cantidades mayores por esfuerzos cortantes: Cuando se utilice refuerzo en espiral, la cuantía volumétrica de refuerzo en espiral, o de estribos de confinamiento circulares, no puede ser menor que el valor obtenido por medio de la siguiente ecuación C.21-2-ES:

$$\rho_s = 0.12 \frac{f'_c}{f_{yh}} \text{ (C.21-2-ES)}$$

Ni puede ser menor que el obtenido por medio de la ecuación C. 10-6. Cuando se utilicen estribos rectangulares de confinamiento, como mínimo de diámetro No 3 (3/8") ó 10M (10mm), no puede ser menor que la que se obtiene por medio de las ecuaciones C.21-3-ES y C.21-4-ES, para las dos direcciones principales de la sección de la columna:

$$A_{sh} = 0.30 \frac{sh_c f'_c}{f_{yh}} \left[\left(\frac{A_g}{A_{ch}} \right) \right] - 1 \text{ (C.21-3ES)}$$

$$A_{sh} = 0.09 \frac{sh_c f'_c}{f_{yh}} \text{ (C.21-4ES)}$$

El refuerzo transversal de confinamiento puede consistir en estribos sencillos o múltiples. Pueden utilizarse estribos suplementarios del mismo diámetro de barra y con el mismo espaciamiento. Cada extremo del estribo suplementario debe abrazar una barra longitudinal de la periferia de la sección. Los estribos suplementarios deben alternar sus extremos a lo largo del eje longitudinal de la columna. Los estribos suplementarios, o las ramas de estribos múltiples, no deben estar separadas a más de 350 mm centro a centro, en la dirección perpendicular al eje longitudinal de elemento estructural.

Si el núcleo del elemento tiene suficiente resistencia para las diferentes combinaciones de carga, incluyendo efectos sísmicos, no hay necesidad de cumplir lo exigido por las ecuaciones C.21 -3-ES y C. 10-6.

- El refuerzo transversal de confinamiento debe espaciarse a lo largo del eje del elemento a una separación s que no exceda:
 - $\frac{1}{4}$ de la dimensión mínima de la sección del elemento, ó
 - 100m/m

- Alternativamente a lo indicado en los dos primeros ítems, pueden colocarse estribos de confinamiento de diámetro No 4(1/2") o 12M (12mm), con f_{yh} de 420 MPa, con una separación s de 100mm. Si la distancia horizontal entre dos ramas paralelas de estribo es mayor que la mitad de la menor dimensión de la sección de la columna ó 200mm, deben utilizarse cuantos estribos suplementarios de diámetro No 4 (1/2") o 12M (12m), con f_{yh} de 420 MPa, sean necesarios para que esta separación entre ramas paralelas no exceda la mitad de la dimensión menor de la sección de la columna ó 200mm. Este procedimiento alternativo solo puede emplearse en columnas cuyo concreto tenga un f'_c menor o igual a 35 MPa.

- El primer estribo debe colocarse a una distancia al menos igual a 50 mm de la cara del nudo.

- El refuerzo transversal en las cantidades especificadas en el primer y cuarto ítem), debe colocarse dentro de una longitud, l_o , medida a partir de la cara del nudo en ambos extremos de la columna, y en cualquier lugar donde pueda producirse plastificación por flexión asociada con los desplazamientos inelásticos del pórtico. La longitud l_o , no puedes ser menor que:
 - La máxima dimensión del elemento en la cara del nudo, o en el sitio donde pueda ocurrir la plastificación por flexión.
 - 1/6 de la longitud libre del elemento, ó
 - 500 mm

- Cuando el refuerzo transversal, tal como el especificado en el 1 y 4 ítem, no se coloca en toda la longitud de la columna, la zona donde no se colocó debe

tener refuerzo en espiral, o estribos de confinamiento con la misma disposición, diámetro de barra y resistencia a la fluencia, f_y , con un espaciamiento centro a centro que no debe ser mayor que el menor de:

- 6db de las barras longitudinales
 - 50mm
-
- Las columnas que soporten reacciones de elementos rígidos discontinuos, tales como muros estructurales, deben tener refuerzo de confinamiento como es especificado en el 1 y 4 ítem, en toda la longitud del elemento en el piso donde se presenta la discontinuidad, si la fuerza axial de compresión en estos elementos, proveniente de los casos de carga que incluyen efectos sísmicos, excede $0.10f_cA_g$. El refuerzo transversal especificado en el 1 y 4 ítem, debe extenderse en el elemento discontinuo por una distancia igual al menos a la longitud de desarrollo de la barra longitudinal de mayor diámetro, calculada de acuerdo con C. 21.5.4. Si el extremo inferior de la columna termina en un muro, el refuerzo transversal especificado en el 1 y 4 ítem, debe extenderse dentro del muro por lo menos una longitud de desarrollo de la barra de mayor diámetro, en el punto de terminación. Si la columna termina en una zapata o una losa de fundación, el refuerzo transversal especificado en el 1 y 4 ítem, debe extenderse al menos 300mm dentro de la zapata o losa de fundación.
-
- Cuando el punto de inflexión calculado para la columna no éste dentro de la mitad central de la longitud libre del elemento, debe colocarse refuerzo de confinamiento, como el indicado en el 1, 2 y 3 ítems anteriormente descritos, en toda la longitud de la columna.

- Cualquier zona de la sección de la columna, que sobresalga más de 100mm del núcleo confinado de la columna, debe cumplir con los requisitos de refuerzo mínimo, longitudinal y transversal, dados en los Capítulos C.7 y C.10, para columnas.
- En cualquier sección donde la resistencia de diseño de la columna sea menor que la suma de los cortantes V , calculados de acuerdo con la Sección C.21.3.4 para todas las vigas que lleguen a la columna por encima del nivel bajo consideración, debe colocarse refuerzo de confinamiento, como el indicado en los numerales 1, 2 y 3, en toda la longitud de la columna. Para las vigas que lleguen a caras opuestas de la columna, los cortantes resultantes deben sumarse algebraicamente. Las fuerzas cortantes en las vigas deben suponerse que resultan de la deformación del pórtico en cualquiera de sus ejes principales.
- Deben colocarse estribos de confinamiento adicional, los cuales deben amarrar por lo menos cuatro barras longitudinales de la columna, cuando haya pernos de anclaje en la parte superior de la columna. Estos estribos adicionales deben colocarse en los 120mm superiores de la columna y deben ser al menos de barra diámetro No 4 (1/2") o 12M (12mm).

1.1.5 Resistencia de diseño (NSR-98 Sec. C.9.3.2). La resistencia de diseño es igual a la resistencia nominal, calculada de acuerdo a los requisitos y suposiciones del código, multiplicada por un coeficiente de reducción de resistencia. ϕ . Para columnas se recomienda:

Columnas con refuerzo con espiral: $\phi=0,75$

Columnas reforzada con estribos $\phi=0,70$

Las columnas reforzadas con espirales requieren un menor coeficiente de reducción de resistencia, esto en razón de que una columna con estribos no espaciados en forma adecuada falla a una carga muy baja, su falla va acompañada de la ruptura del hormigón y pandeo de las barras longitudinales entre los estribos, es una falla violenta.

Una columna reforzada con espirales presenta un paso pequeño de esta que impide el pandeo de las barras longitudinales, al no fallar este refuerzo continua transmitiendo carga, se producen grandes deformaciones, el hormigón del núcleo oprime la espiral y esta reacciona confinándole y proporcionándole así más ductilidad a la columna.

La NSR-98 Sec.C.9.3.2.2 Especifica que cuando $f_y < 4.200 \text{ kgf/cm}^2$, con refuerzo simétrico, y cuando $(h-d)/d < 0,7$ la carga axial sea baja, el valor del coeficiente de reducción de resistencia, ϕ , puede aumentarse linealmente hasta 0,90 en la medida que P_u disminuya de $0,10 \cdot \phi \cdot f'_c \cdot A_g$ a cero.

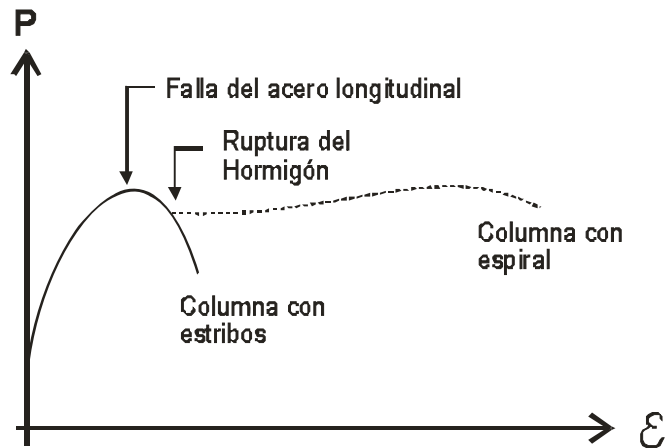
La resistencia de diseño a carga axial de una columna con espiral no puede ser mayor de (NSR-98-Sec.C.10.3.5):

$$P_u = \phi P_n = 0,85 \phi \left[0,85 f'_c (A_g - A_{s \text{ Total}}) \div f_y A_{s \text{ Total}} \right]$$

La resistencia de diseño a carga axial de una columna con estribos no puede ser mayor de:

$$P_u = \phi P_n = 0,80 \phi \left[0,85 f'_c (A_g - A_{s \text{ Total}}) \div f_y A_{s \text{ Total}} \right]$$

Figura 5. Diagrama (deformaciones).



Estas expresiones reemplazaron los requisitos de excentricidad mínima de carga axial que traían los códigos anteriores al ACI-318-77 donde se exigía una excentricidad mínima de $0,1h$ para columnas con estribos y de $0,05h$ para columnas con espirales.

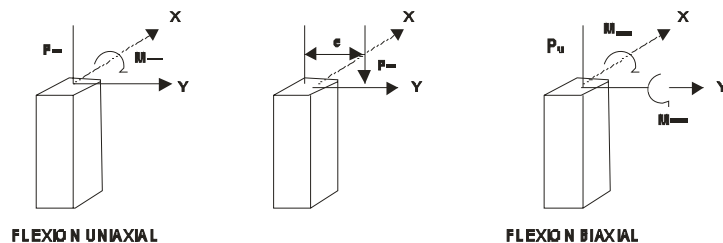
1.1.6 Columnas cortas uniaxiales

• Introducción.

La condición general de carga de una columna esta representada por un momento flexionante, M_U y por una carga axial, P_U , transmitidas por la placa o por las vigas del piso.

Por ahora estudiaremos la flexión uniaxial, en la cual el sistema de cargas puede transformarse colocando la carga axial, P_U , con una excentricidad "e" tal que $M_{ux}=P_U \cdot e$. En el caso de flexión uniaxial el eje neutro permanece paralelo a una de las caras de la columna, situación que no se presenta en flexión biaxial.

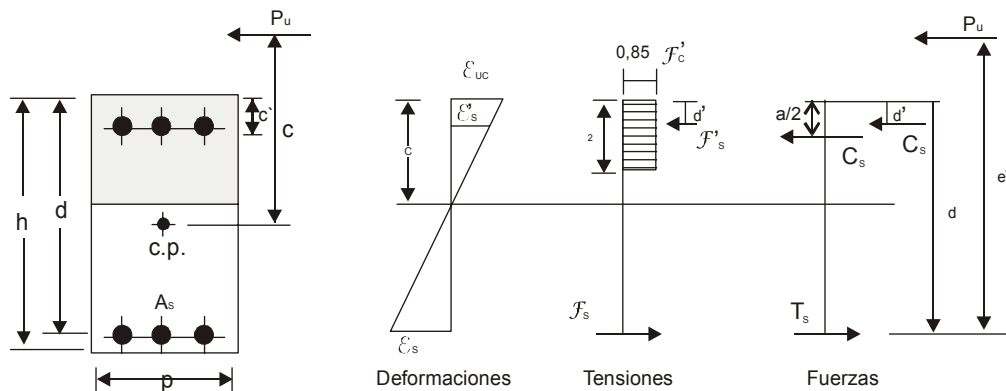
Figura 6. Cargas axiales y movimientos en columnas.



Se asumen las siguientes hipótesis (NSR-98 Sec. C.10.2):

- Se desprecia la resistencia del hormigón a la tracción
- El hormigón es utilizable hasta una deformación de 0,003
- La deformación en el acero es igual a la del hormigón que lo rodea
- Las secciones planas permanecen planas
- En la zona elástica del acero es aplicable la ley de Hooke
- El modulo de elasticidad del acero se tomará como: $E_s=2.000.000 \text{ kgf/cm}^2$ (NSR-98 Sec.C. 8.5.5)
- El modulo de elasticidad del hormigón se evaluará conforme a las especificaciones de la NSR-98 Sec.C.8.5.4
- Se asume una tensión uniforme de compresión en el hormigón de $0,85 f'_c$, distribuida sobre una zona limitada por los bordes de la sección transversal y por una recta paralela al eje neutro a una distancia: $a=\beta_1*c$
- β_1 se tomara como 0,85 para hormigones con $f'_c \leq 280 \text{ kgf/cm}^2$ Para resistencias superiores se reduce a razón de 0,05 por cada 70 kgf/cm^2 de exceso sobre 280 kgf/cm^2 pero β_1 no será inferior a 0,65.

Figura 7. Esfuerzos y deformaciones.



En el diseño se asume una tensión uniforme del bloque de compresiones de $0,85 f'c$, en la cual $f'c$, representa la resistencia de laboratorio, se toma el 85% de este valor debido a:

- La forma y tamaño de las probetas de ensayo son diferentes a la de las columnas, obteniéndose una resistencia mayor a la real.
- El vaciado vertical de una columna induce segregación y exudación, desmejorándose la calidad del hormigón de la columna respecto a la de la probeta y en la misma columna se obtiene un mejor hormigón en la parte inferior.

Despreciando el hormigón desalojado se obtiene:

$$P_U = C_U + C_S - T_S$$

$$P_U = 0,85 \phi f'c ab + \phi A_s f_s - \phi A_s f_s$$

$$M_U = P_U \cdot e' = 0,85 \phi f'c ab \cdot (d - a/2) + \phi A_s f_s \cdot (d - d')$$

Estas expresiones representan la capacidad de la columna para soportar carga externa, pueden simplificarse si se emplea armadura simétrica, $A_s=A_s$. Conocidos los valores de las sollicitaciones externas, P_u y M_u , la columna puede diseñarse a partir de estas expresiones pero el proceso es muy laborioso pues de la expresión

Hay que despejar el término “a” en función de la cuantía de acero y reemplazar su valor en la expresión ϕ . Para obviar la anterior dificultad tradicionalmente se ha recurrido a la elaboración de tablas y gráficos que permiten un análisis rápido y sencillo. Hoy en día, con los medios computacionales que existen, estos métodos tradicionales pierden su utilidad.

Los gráficos, tradicionalmente utilizados, son un conjunto de diagramas que relacionan la carga y el momento de diseño, pueden hacerse en forma dimensional o adimensional, según como se manejen las expresiones anteriores. Estos gráficos se denominan diagramas de interacción y representan el lugar geométrico de las cargas P_u y M_u que producen la falla de la columna.

En el proceso de diseño se conocen previamente las dimensiones y materiales del a columna pues inicialmente ha sido necesario realizar un análisis de estabilidad y de control de derivadas para cargas horizontales y verticales, solo cuando éste ha satisfecho las condiciones generales de estabilidad se obtienen las acciones sobre los elementos y se procede al diseño. A continuación analizaremos las siguientes tres formas de diseño de columnas cortas:

- **Diagramas dimensionales**

Se grafican para una columna de dimensiones y materiales conocidos, las relaciones entre P_u y M_u que producen la falla del elemento. Presentan como

inconvenientes el que se requieran tantos gráficos como combinaciones y propiedades de materiales existan.

- **Gráficos adimensionales**

Su solución es idéntica a la anterior, excepto que no se realizan para dimensiones predeterminadas, lo cual hace más general su uso y reduce el número de gráficos a emplear.

- **Expresiones aproximadas de diseño**

Para facilitar la solución matemática se han desarrollado expresiones aproximadas de diseño, con resultados muy cercanos a los exactos, por lo que su aplicación se ha justificado ante la sencillez de la solución.

1.1.7 Columnas rectangulares, refuerzo en una o dos caras

- **Diagramas dimensionales de interacción.**

- **Análisis de la falla balanceada**

El instante en el cual una columna falla simultáneamente por fluencia en el acero y aplastamiento en el hormigón es conocido como falla balanceada. En este caso, la distancia de la fibra extrema a compresión al eje neutro se denomina C_b y la capacidad de carga y momento P_b y M_b .

Del diagrama de deformaciones:

$$\varepsilon_s = \varepsilon_y \quad \varepsilon_{uc} = 0,003$$

$$\frac{0.003}{C_b} = \frac{\varepsilon_y}{d - c_b} \Rightarrow c_b \frac{0.003}{0.003 + \varepsilon_y} * d$$

Para: $E_s = 2.000.000 \text{ kgf/cm}^2$ y $\varepsilon_y = f_y/E_s$:

$$c_b = \frac{6.000}{6.000 + f_y} * d, (\text{kgf y cm})$$

Si $a = \beta_1 * c$ las expresiones \blacklozenge y \blacklozenge quedan así:

$$P_b = 0.85 \phi f'' c \beta_1 c_b + \phi A_{s'} f_{s'} - \phi A_s f_s \quad (4)$$

$$M_b = 0.85 \phi f'' c \beta_1 c_b * (d - \beta_1 c_{b/2}) + \phi A_{s'} f_{s'} * (d - d'') \quad (5)$$

Considerando que para armadura simétrica $A_s = A_{s'}$ y que $\beta_1 = 0,85$ para hormigones con $f'' c \leq 280 \text{ kgf/cm}^2$ la expresión \blacklozenge toma la forma:

$$P_b = 0.7225 \phi f'' c b * \frac{6.000}{6.000 + f_y} * d, (\text{kgf y cm}) \quad (6)$$

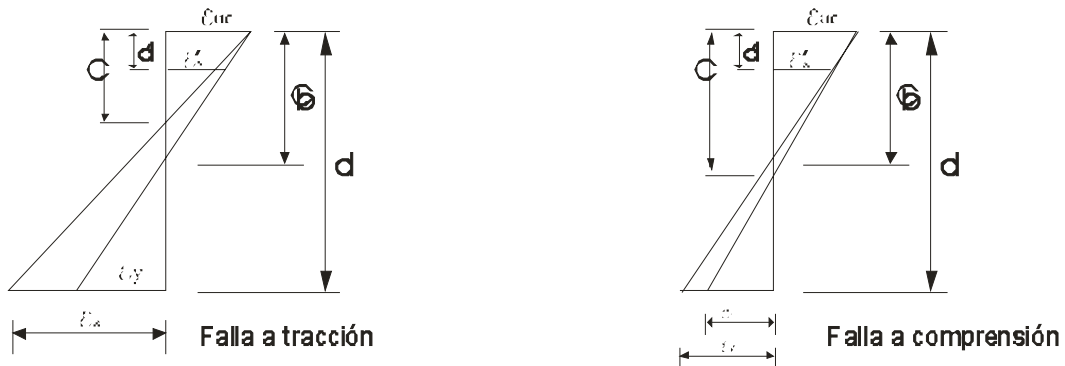
Para $f_y = 2.800 \text{ kgf/cm}^2 = P_b = 0.4926 \phi f'' c * b d$

Para $f_y = 4.200 \text{ kgf/cm}^2 = P_t = 0.4250 \phi f'' c * b d$

- Análisis de la falla a tracción

Analizando el diagrama de deformaciones:

Figura 8. Fallas a tracción y compresión.



Cuando $c < c_b$ el acero localizado en la zona de tracciones presenta una deformación unitaria $\varepsilon_s > \varepsilon_y$, ($f_s = f_y$) y el acero localizado en la zona de compresiones presenta $\varepsilon_s < \varepsilon_y$, ($f_s < f_y$), = El acero a tracción controla el diseño. Por compatibilidad de deformaciones se obtiene:

$$\frac{0.003}{c} = \frac{\varepsilon_s}{c-d} = \varepsilon_s = \frac{0.003*(c-d)}{c}$$

Para: $E_s = 2.000.000 \text{ kgf/cm}^2$:

$$f_s = f_y \qquad f_s = \varepsilon_s * E_s = 6.000 * c - d / c \quad +$$

Reemplazando $+$ en \blacktriangle y \blacklozenge se obtiene la capacidad de carga de la columna

• **Análisis de la falla a compresión.**

Cuando $c > c_b$ se presenta que: $\varepsilon_s < \varepsilon_y = f_s < f_y$, $\varepsilon_s > \varepsilon_s =$ por compatibilidad de deformaciones se obtiene:

$$f_s = f_y \qquad f_s = 6.000 * d \frac{d-c}{c} \quad (8)$$

Reemplazando \dagger en \blacklozenge y \blacklozenge se obtiene la capacidad e carga de la columna

- **Trazado de los diagramas.**

Para trazar los diagramas se acostumbra expresar las ecuaciones \blacklozenge y \bullet respecto al centro plástico de la sección. Se conoce como centro plástico el centro de resistencia de la sección, el centro plástico coincide con el centro geométrico para secciones simétricas.

Para hormigones con $f'_c \leq 280 \text{ kgf/cm}^2$, $\alpha = \beta_1 = 0,85$, con estos valores en las expresiones 1 y 2 se tiene:

$$P_u = 0.7225 \phi f'_c b c + \phi A_s f_s - \phi A_s f_s \quad (1)$$

$$M_u = 0.7225 \phi f'_c b c * (d - 0.425 c) + \phi A_s f_s * (d - d) \quad (2)$$

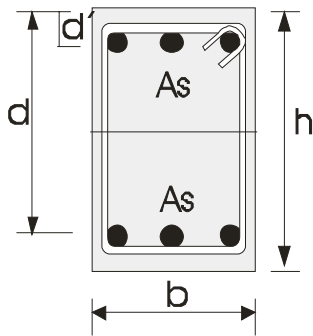
$$e = M_u / P_u \qquad e = e - (d - d') / 2$$

Estos diagramas se trazan seleccionando previamente los siguientes parámetros:

- Dimensiones de la columna
- Materiales
- Cuantía de refuerzo

A manera de ejemplo trazaremos el diagrama de interacción para la siguiente columna:

Figura 9. Ejemplo columna.



Dimensiones: $b=20$ cm, $h=40$ cm

Materiales $f'_c=210$ kgf/cm²

$f_y=4.200$ kgf/cm²

Cuantía=0.015, Estribos No. 3

$$A_{S\text{Total}} = \rho * bh = 0.015 * 20 * 40 = 12\text{cm}^2, A_s = A_s = 6\text{cm}^2 (3\text{no.5})$$

$$d' = \Gamma + d_e + d_{b/2} = 4.00 + 0.95 + 1.588 / 2 = 5.74\text{cm} \approx 6.00\text{cm}$$

$$d' = h - d' = 40 - 6.00 = 34.00\text{cm}$$

• **Análisis de la falla balanceada**

De 6: $P_u = 0.425\phi f'_c b d = 0.425 * 0.70 * 210 * 20 * 34.00 = 42.483\text{tn} \approx 42.48\text{tn}$

De 3: $C_u = \frac{6.000}{6.000 + 4.200} * 34.00 = 20.00\text{cm}$

De 5: $M_b = 0.7225 * 0.70 * 210 * 20 * 20 * (34.00 - 0.425 * 20) + 0.70 * 6 * 4.200 * (34.00 - 6.00)$

$$M_b = 1.577.237\text{tn} - \text{cm}$$

$$e' = M_b / P_u = 37.13\text{cm} \quad e = e - \frac{(d - d')}{2} = 23.13\text{cm}$$

$$M_b = P_b * e = 982.52\text{tn} - \text{cm}$$

Con estos valores de P_b y de M_b se obtiene el punto A del gráfico.

- **Análisis de la falla a compresión.**

La máxima carga que puede transmitir una columna con estribos es:

$$P_{u\text{ Máx}} = 0.80\phi \left[0.85f'_c * (bh - A_{s\text{Total}}) + A_{s\text{Total}} * f_y \right]$$

$$P_{u\text{ Máx}} = 0.80 * 0.70 * \left[0.85 * 210 * (20 * 40 - 12) - 12 * 4.200 \right] \approx 107.000 \text{kgf}$$

En esta zona las tensiones en los aceros obedecen a las siguientes relaciones:

$$f'_s = f'_y = 4.200 \text{kgf} / \text{cm}^2, \quad f'_s = 6.000 * \frac{d - c}{c}$$

Para $f'_c \leq 280 \text{kgf/cm}^2$ $a = \beta_1 * c$, $\beta_1 = 0.85$, $A'_s = A_s = 6 \text{ cm}^2$, $d = 34.00 \text{cm}$, $d' = 6.00 \text{ cm}$, las expresiones 1 y 2 quedan así:

$$P_u = 0.7225\phi f'_c cb + \phi A'_s * 4.200 - \phi A_s * 6.000 * \frac{d - c}{c} \quad (1)$$

$$M_u = 0.7225\phi f'_c cb * (d - 0.425c) + \phi A'_s * 4.200 * (d - d') \quad (2)$$

Con la expresión (1) se calcula el valor de "c" que corresponde al $P_{u\text{ máx}}$ reemplazando valores se llega a: $c_{\text{máx}} = 40,23 \text{ cm}$, con este valor en (2) se obtiene, este punto corresponde a una excentricidad mínima de la carga, $e = 0,1 \text{ h}$.

$$M_u = 0.7225 * 0.70 * 210 * 40.23 * 20 * (34.00 - 0.425 - 40.23) + 0.70 * 6 * 4.200 * (34.00 - 6.00)$$

$$M_u = 1.938.29 \text{tn} - \text{cm}$$

$$e' = M_u / P_{u\text{máx}} = 1.938.29 / 107 = 18.11 \text{ cm}$$

$$e' = e'(d - d') / 2 = 18.11 - (34.00 - 6.00) / 2 = 4.11 \text{ cm}$$

$$M_u^* = P_{u\text{máx}} * e = 107 * 4.11 = 439.87 \text{ tn} - \text{cm} = 4.40 \text{ tn} - \text{cm}$$

Con estos valores de $P_{u\text{máx}}$ y de M_u^* se obtiene el punto G, para trazar la gráfica hay necesidad de localizar nuevos puntos y para ello debo recordarse que la zona de compresiones esta definida para valores de "c" comprendidos en el rango: $40,23 \text{ cm} (c_{\text{max}}) \geq c \leq 20 \text{ cm} (c_b)$, se procede ahora a asignarle a "c" valores que estén dentro de este rango y empleando las expresiones \blacklozenge y \blacklozenge se localizan nuevos puntos, en este ejemplo se le asignaron valores a "c" de 24,27,30,33 y 36 cm.

- **Análisis de la falla a tracción.**

En esta zona las tensiones en los aceros obedecen a las siguientes relaciones (Ver Figura 10):

$$f_s = f_y = 4.200 \text{ kgf/cm}^2 \qquad f_s = 6.000 * c - d'' / c$$

Para $f_c \leq 280 \text{ kgf/cm}^2$ $a = \beta_1 * c$, $\beta_1 = 0.85$, recordando que $A_s = A_s = 6 \text{ cm}^2$, $d = 34.00 \text{ cm}$, $d'' = 6.00 \text{ cm}$, y con estas expresiones \blacklozenge y \blacklozenge se tiene:

$$P_u = 0.7225 \phi * f'_c * cb + \phi A'_s * 6.000 * \frac{c - d'}{c} - \phi A_s * 4.200 \quad (1)$$

$$M_u = 0.7225 \phi * f'_c * cb * (d - 0.425c) + \phi A'_s * 6.000 * \frac{c - d'}{c} * (d - d') \quad (2)$$

El valor de $\phi=0.70$ se puede aplicar solo en el siguiente rango: $0.10\phi \cdot f'c \cdot bh \leq Pu \leq Pb$, para valores de Pu inferiores a $Pu_{min}=0.10\phi \cdot bh$, ϕ debe calcularse mediante la expresión:

$$\phi = 0.70 + 0.20 \cdot \frac{0.10 \cdot \phi \cdot f'c \cdot bh - Pu}{0.10 \cdot \phi \cdot f'c \cdot bh}$$

Calculamos inicialmente el valor de "c" que corresponde al valor de Pu_{min} : $Pu_{min}=0.10 \cdot 0.70 \cdot 210 \cdot 20 \cdot 40 = 11.760 \text{ kgf}$. Reemplazando este valor en la expresión 1 se obtiene el valor de "c" correspondiente: $c_{min}=9.48 \text{ cm}$.

$\phi=0.70$ para valores de "c" entre: $9.48 \text{ cm} (C_{min}) \leq c \leq 20 \text{ cm} (c_b)$. Para valores de $c < 9.48 \text{ cm} (C_{min})$ el valor de ϕ debe calcularse con la expresión superior.

$$M_u = 0.7225 \cdot 0.70 \cdot 210 \cdot 9.48 \cdot 20 (3400 - 0.425 \cdot 9.48) + 0.70 \cdot 6 \cdot 6.000 \cdot \frac{9.48 - 6.00}{9.48} \cdot (3400 - 6.00)$$

$$e = M_u / P_{u_{min}} = 862.54 / 11.76 = 73.35 \text{ tn} - \text{cm}$$

$$M_u = 862.54 \text{ tn} - \text{cm}$$

$$e = e' - (d - d') / 2 = 73.35 - (34.00 - 6.00) / 2 = 59.35 \text{ cm}$$

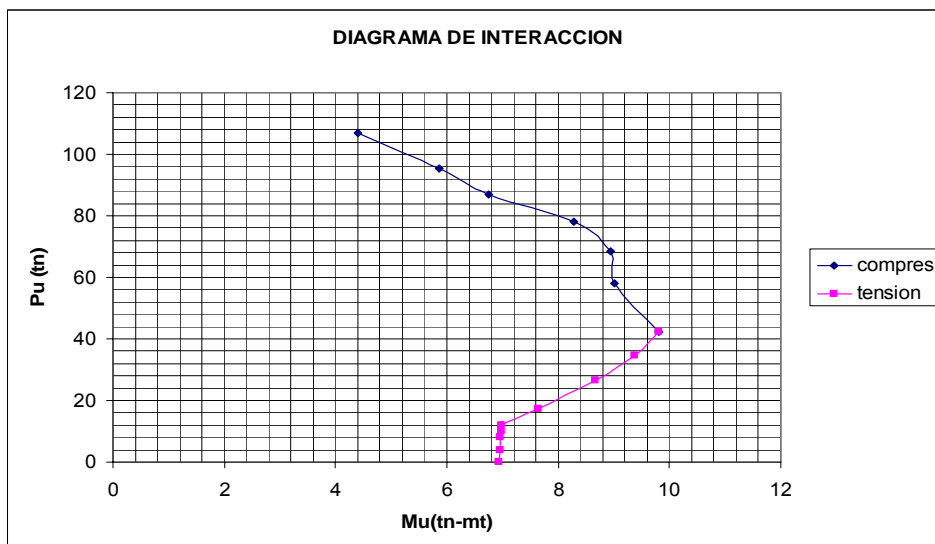
$$M_u^* = P_{u_{min}} \cdot e = 11.76 \cdot 59.35 = 698.0 \text{ tn} - \text{cm} = 6.98 \text{ tn} - \text{m}$$

Con estos valores de $P_{u_{min}}$ y de M_u^* se obtiene el punto No. 4, para trazar la gráfica hay necesidad de localizar nuevos puntos y para ello debo recordarse que la zona de tracciones esta definida para valores de "c" inferiores a $C_b=20 \text{ cm}$, se procede ahora a asignarle a "c" valores que estén dentro del siguiente rango: $9.48 \text{ cm} (c_{min}) \leq c \leq 20 \text{ cm} (c_b)$ rango en el cual $\phi=0.70$, se asignaron valores a "c" de 11,14 y 17cm.

Tabla 1. Diagrama de interacción

| PUNTO | C (cms) | Pu (tn) | fs (kgf/cm ²) | f's (kgf/cm ²) | Mu (tn-mt) | e' (cms) | e (cms) | M u (tn-mt) |
|--------|------------|------------|------------------------------|-------------------------------|---------------|-------------|------------|----------------|
| G | 40,23 | 107 | -929 | 4200 | 19,38 | 18,11 | 4,11 | 4,4 |
| F | 36 | 95,51 | -333 | 4200 | 19,24 | 20,14 | 6,14 | 5,87 |
| E | 33 | 86,97 | 182 | 4200 | 18,94 | 21,78 | 7,78 | 6,76 |
| D | 30 | 78 | 800 | 4200 | 18,48 | 23,69 | 6,69 | 8,27 |
| C | 27 | 68,46 | 1556 | 4200 | 17,85 | 26,09 | 12,09 | 8,94 |
| B | 24 | 58,12 | 2500 | 4200 | 17,07 | 29,37 | 15,37 | 9 |
| A(Bal) | 20 | 42,48 | 4200 | 4200 | 15,77 | 37,13 | 23,13 | 9,82 |
| 1 | 17 | 34,78 | 4200 | 3882 | 14,23 | 40,93 | 26,93 | 9,37 |
| 2 | 14 | 26,5 | 4200 | 3429 | 12,37 | 46,7 | 32,7 | 8,66 |
| 3 | 11 | 17,18 | 4200 | 2727 | 10,05 | 58,55 | 44,55 | 7,65 |
| 4 | 9,48 | 11,76 | 4200 | 2202 | 8,62 | 73,35 | 59,35 | 6,98 |
| 5 | 8,93 | 10 | 4200 | 1968 | 8,39 | 83,97 | 69,87 | 6,99 |
| 6 | 8,39 | 8 | 4200 | 1710 | 8,07 | 100,92 | 86,92 | 6,95 |
| 7 | 7,51 | 4 | 4200 | 1206 | 7,51 | 187,69 | 173,69 | 6,95 |
| 8 | 6,84 | 0 | 4200 | 739 | 6,93 | Inf | Inf | 6,93 |

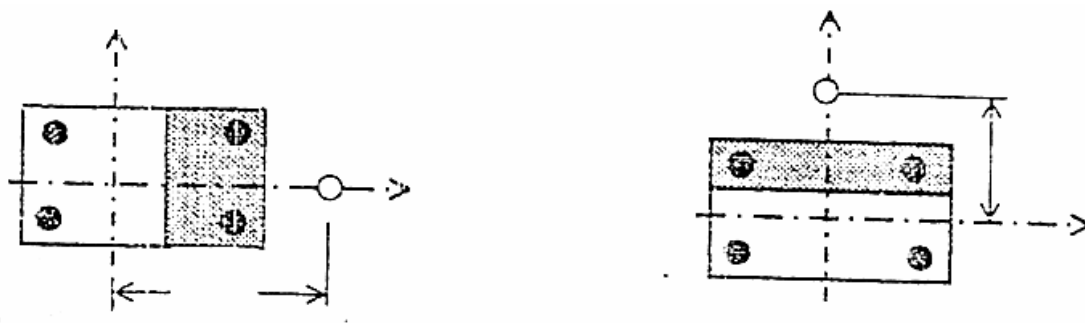
Figura 10. Diagrama de interacción



1.2 COLUMNAS BIAXIALES

1.2.1 Introducción. El método desarrollado en el capítulo anterior permite el diseño de columnas de acciones rectangulares o cuadradas cuando se presenta la flexión únicamente con respecto a uno de los ejes principales; esta, sin embargo, no es la situación general en el diseño de columnas, ellas hacen parte de un entramado espacial y están solicitadas a flexión simultáneamente respecto a sus dos ejes principales. Las columnas sometidas a carga axial pura no existen. En estructuras aporricadas las vigas de piso y las columnas son fundidas monolíticamente y esta situación produce ayunos momentos en los extremos restringidos de las columnas.

Figura 11. Flexión uniaxial sobre los ejes Y y X, respectivamente



La situación de resistencia de columnas cargadas biaxialmente se ilustra en la Figura No 5. 1 Los ejes X y Y son los ejes principales de la sección. En la Figura No 5. 1a. La sección se somete a flexión sobre el eje Y al aplicarse la carga sobre el eje X con una excentricidad e_x , $M_{uy} = P_{uy} * e$, el diagrama de interacción aparece como el caso (a) en el diagrama tridimensional de la Figura No 5.2b, esta curva es calculada de acuerdo al procedimiento descrito en el capítulo No 4. De manera

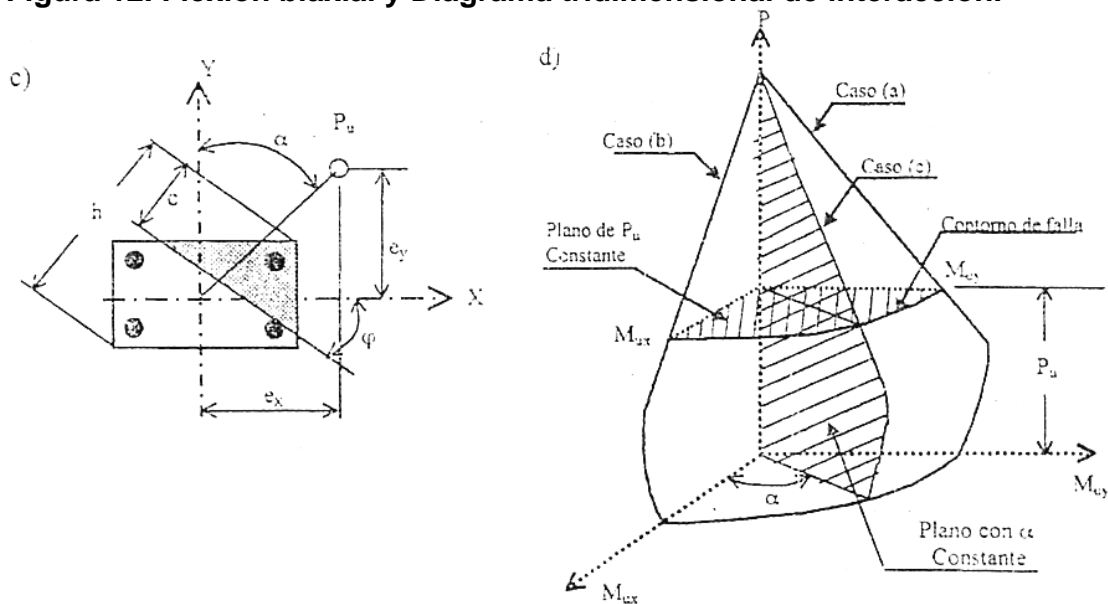
análoga la figura No 12 muestra en el caso (b) la curva de interacción para la flexión sobre el eje X al tener la carga una excentricidad e_y , $M_{ux} = P_{ux} * e_y$

Para el caso (c) ilustrado en la Figura No 12, combina la flexión sobre los ejes X y Y, la orientación de la excentricidad se define por un ángulo α , dado por la siguiente relación:

$$\alpha = \text{arc tg}(e_x / e_y) = \text{arc tg}(M_{uy} / M_{ux})$$

En este caso la flexión se presenta con respecto a un ángulo ϕ , con respecto al eje X. El ángulo α define un plano en la figura No 5.2d que pasa por el eje P_u , y forma un ángulo α con el eje M_{ux} . En este caso la resistencia de la columna se define mediante el diagrama de interacción marcado como caso (c). Para otros valores de α se definen curvas similares para conformar así la superficie de falla para una carga axial determinada.

Figura 12. Flexión biaxial y Diagrama tridimensional de interacción.



Para construir el diagrama tridimensional de interacción hay necesidad de asignarle valores a la profundidad "c" del eje neutro y al ángulo φ de su inclinación, esto hace que su construcción sea mucho más difícil, desde el punto operativo, que el caso correspondiente a columnas uniaxiales; su principal dificultad obedece a que el eje neutro no va a ser perpendicular a la excentricidad, la zona de compresión es de forma triangular o trapezoidal y las deformaciones de cada barra serán diferentes.

Para obviar las dificultades operativas de una solución exacta se utilizan métodos aproximados, mucho más simples; entre estos métodos se pueden mencionar:

1.2.2 Método de la carga de contorno o de la superficie de falla.

Seleccionamos para el análisis y diseño de las columnas biaxiales el método de la ecuación de la superficie de falla presentado en el Journal Estructural del ACI de marzo y abril de 1.988, se basa este método en el análisis uniaxial de columnas, es muy sencillo de aplicar y proporciona una solución muy cercana a la exacta, con un error de precisión aceptable, dentro del campo de la seguridad.

1.2.3 Método de la superficie de falla. La ecuación que representa la superficie de falla del diagrama de interacción para columnas de hormigón reforzado con estribos, sujetas a flexión biaxial combinadas con carga axial, es la siguiente:

$$\left(\frac{P_u - P_b}{P_o - P_b} \right) + \left(\frac{M_{ux}}{M_{bx}} \right)^{1.5} - \left(\frac{M_{uy}}{M_{by}} \right)^{1.5} = 1,0$$

En donde:

- P_u = Carga axial mayorada, positiva para compresión y negativa para tracción.
 M_{ux} = Momento flector mayorado sobre el eje X.
 M_{uy} = Momento flector mayorado sobre el eje Y.
 P_o = Máxima carga axial teórica que puede soportar la columna, positiva para compresión y negativa para tracción.
 P_b = Carga axial mayorada para condiciones balanceadas.
 M_{bx} = Momento mayorado en condiciones balanceadas sobre el eje X.
 M_{by} = Momento mayorado en condiciones balanceadas sobre el eje X.

Calculo de P_o :

Para falla a compresión:

$$P_o = 0,85\phi f'c(A_g - A) + \phi A_{st}fy$$

Para falla a tracción:

$$P_o = -\phi A_{st}fy$$

$$A_g = b * h$$

A_{st} = Area total del Re fuerza

$$\phi = 0,90$$

Calculo de P_b :

Se calcula tal como se explicó en el capítulo anterior, se asume que el acero colocado en la capa externa a tracción alcanza su deformación de cedencia ($\epsilon_y=0,0021$) al mismo tiempo que el hormigón alcanza en su fibra externa a compresión la máxima deformación permitida ($\epsilon_{uc}=0,003$).

1.3 COLUMNAS ESBELTAS

1.3.1 Introducción. Se dice que una columna es esbelta si las dimensiones de su fracción transversal son pequeñas en comparación con su longitud. El grado de esbeltez se expresa, generalmente, en términos de la relación de esbeltez l/r , donde l es la longitud y r es el radio de giro de su sección transversal, igual a $\sqrt{I/A}$. Para elementos cuadrados o circulares, el valor de r es el mismo con respecto a cualquiera de los seis ejes, para otras formas, r es mínimo con respecto al eje principal menor y éste valor es por lo general el que debe utilizarse en la determinación de la relación de esbeltez de una columna libre.

Se sabe un elemento con gran esbeltez colapsará ante una carga de compresión menor que la correspondiente para un elemento más corto con las mismas dimensiones de la sección transversal. Cuando un elemento relativamente poco esbelto (o robusto) es, por ejemplo, con $l/r = 10$ (si como una columna cuadrada con longitud igual a aproximadamente tres veces la dimensión h de su sección transversal) es, está cargado en compresión axial, la falla se presenta para la carga determinada por la ecuación (8.3) puesto que para ésta, tanto en concreto, el acero están sometidos a esfuerzos equivalentes a los de su máxima capacidad de carga fallan, respectivamente, por aplastamiento por sus fluencia. Si un elemento con la misma sección transversal tiene una relación de esbeltez $l/r=100$ (por ejemplo, una columna cuadrada articulada en los dos extremos y con una longitud igual a aproximadamente 30 veces la dimensión de la sección), puede fallar bajo una carga axial igual a la mitad o menos de la carga que determine la ecuación (8.3). $P_n = 0.85 f'_c A_c A_s f_y$. En este caso, el colapso se produce por pandeo, es decir, por un súbito desplazamiento lateral de elemento entre sus extremos con el consecuente sobreesfuerzos del acero y del concreto causado por los de flexión que se superponen a los esfuerzos de compresión axial.

En la práctica, la mayoría de las columnas están sometidos a momentos flectores al igual que a cargas axiales. Estos momentos producen deflexión lateral entre los extremos del elemento y también pueden generar desplazamiento lateral relativo entre las uniones. Asociados a estos desplazamientos se producen momentos del segundo orden que se suman sus a los momentos primarios y que pueden ser bastante grandes para el caso de columnas esbeltas, generando en ciertos casos la falla de la columna. Una columna esbelta, según una definición práctica, es aquella para la cual existe una reducción significativa de la capacidad a carga axial a causa de estos momentos de segundo orden. Por ejemplo, en el desarrollo de las disposiciones para columnas del código ACI se considera significativa cualquier reducción mayor que lo cercano al 5%, requiriéndose en estos casos considerar los efectos de esbeltez.

El código ACI su comentario contienen por sus disposiciones detalladas se que regulan el diseño de columnas esbeltas. El código ACI 10.11.10.12 Y 10.13 presenta un método aproximado para tener en cuenta la esbeltez similares a las utilizadas para columnas de acero diseñadas según la especificación del American Institute of Steel Construction (AISC). Si como opción, el código ACI 10.10 si considera una aproximación más fundamental en la cual el efecto de los desplazamientos laterales se tiene en cuenta de modo directo en el análisis del pórtico. Como consecuencia de la creciente complejidad del método de amplificación de momentos, cuando refinamientos a que ha sido sometido en años recientes, la gran cantidad de requisitos detallados y ante la disponibilidad general de computadores en las oficinas de diseño, existe un interés creciente en los “los análisis de segundo” como los sugiere el código ACI 10.10, en los cuales el efecto de los desplazamientos laterales se calcula directamente.

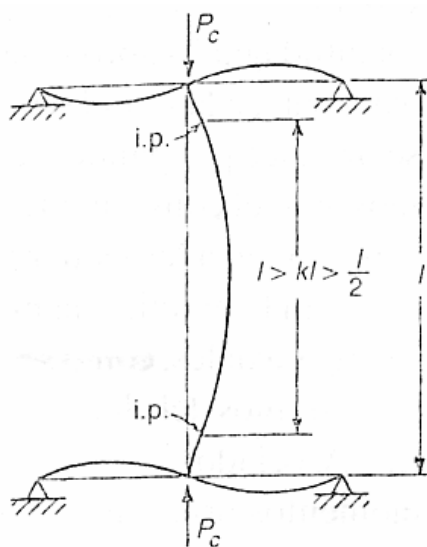
1.3.2 Columnas cargadas concéntricamente. La información básica relacionada con el comportamiento de columnas rectas y esbeltas, cargadas

concéntricamente, fue desarrollada por Euler hace más de 200 años. En forma generalizada, ésta establece que este tipo de elemento fallará por pandeo para una carga crítica igual a:

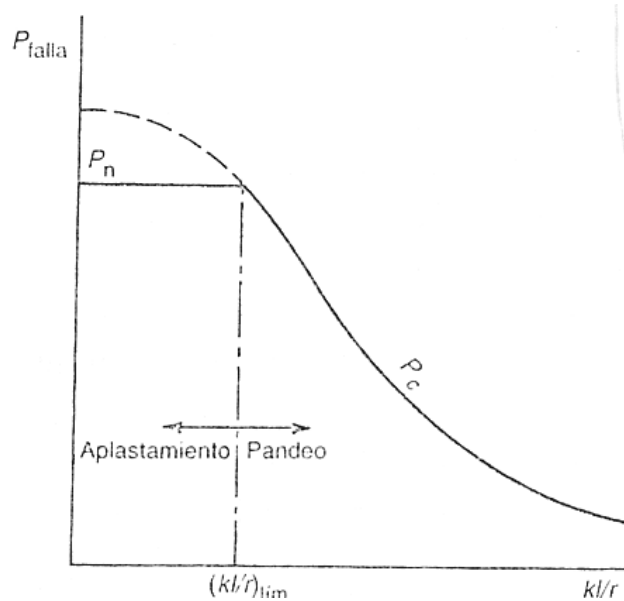
$$P_c = \frac{\pi^2 E_t I}{(kl)^2}$$

Puede observarse que la carga de pandeo disminuye con prontitud con el aumento en la relación de esbeltez sus kl/r .

Para el caso más simple de una columna articulada en otros extremos y construida de material plástico, E_t simplemente es el modelo de Young sus y kl es igual a la longitud real l de la columna. Para la carga dada, sus elemento originalmente recto se padea con una forma de media onda sinusoidal, como parece la figura. En esta configuración padeada actúan momentos flectores P_y en cualquier sección como la a ; y es la deflexión en esta sección. estas deflexiones se continúan aumentando hasta que el esfuerzo por flexión causado por el momento creciente, simultáneamente con el esfuerzo original de compresión, producen un sobre esfuerzo y la falla del elemento.



Una gráfica de la carga de pandeo vs. la relación de esbeltez, llamada curva de la columna, tiene entonces la forma de la figura 9.2b, se señala la reducción de la resistencia al pandeo con el aumento de la esbeltez. Para columnas muy poco esbeltas (o muy robustas) se encuentra que el valor de la carga de pandeo calculado a partir de la ecuación (9.1), excede la resistencia directa al aplastamiento determinada por la ecuación (8.3). Esto también aparecen la figura 9.2b. Por tanto, existe una relación de esbeltez límite $(kl/r)_{lim}$. Para valores menores que se limite, la falla ocurre por simple aplastamiento, independientemente el valor de kl/r , para valores mayores que $(kl/r)_{lim}$, la falla ocurre por pandeo, con una disminución en la carga o esfuerzo de pandeo a medida que aumenta la esbeltez.



Las columnas en las estructuras reales rara vez están empotradas o articuladas, pero tienen extremos parcialmente restringidos contra rotación mediante elementos confinantes. Esto se ilustra en forma esquemática de la figura 9. 1c, donde puede apreciarse que para estos elementos la longitud depende de grado

de restricción del extremo, o sea de la relación entre la rigidez EI/l de la columna en la suma de las rigideces EI/l de los elementos de restricción en ambos extremos.

- La resistencia de columnas cargadas concéntricamente disminuye al aumenta la relación de esbeltez kl/r .
- En columnas que están arriostradas contra desplazamiento lateral o que forman parte de pórticos arriostradas contra tales desplazamientos, la longitud efectiva $k.l$, es decir, la distancia entre punto de inflexión, está entre $1/2$ y l , según el grado de restricción en el extremo.
- Las longitud efectivas de columnas que no estén arriostradas contra desplazamiento lateral o que forman parte de pórticos no arriostradas contra ellos, siempre son mayores que l , tanto más cuanto menor sea la restricción en el extremo en consecuencia, la carga de pandeo de un pórtico no arriostradas contra desplazamientos laterales será siempre sustancialmente menor que la del mismo pórtico arriostrado.

1.3.3 Clasificación de los efectos de esbeltez. Para tener en cuenta los efectos de esbeltez deben considerarse:

- Los efectos locales (pandeo local) que afectan a los elementos individuales, los cuales deben tomarse en cuenta de acuerdo con los requisitos de C.10.11.9, en todos los elementos a compresión de la estructura ya sea que hagan parte de pisos que se consideren susceptibles de ladeo o de pisos que se consideren no susceptibles de ladeo.
- Los efectos globales de segundo orden (efectos P-Delta) que afectan a la estructura como conjunto y que solo toman en cuenta en los pisos que se consideren susceptibles de ladeo de acuerdo con los requisitos de C. 10.11.6 o cuando así lo requiera el capítulo A.6 para las fuerzas sísmicas.

1.3.4 C. 10.11.5- Índice de estabilidad- Para establecer el grado de susceptibilidad al ladeo de un piso determinado, debe usarse el índice de estabilidad Q, calculando de acuerdo con la ecuación C. 10-7.

$$Q = \frac{\sum P\Delta_0}{V\ell_c}$$

En donde:

$\sum P$ = Valor de la suma de cargas verticales acumuladas hasta el piso en consideración, sin mayoral, pero incluyendo toda la carga muerta y viva.

Q= Índice de estabilidad

V= Suma de las fuerzas horizontales que actúan sobre la estructura, acumuladas hasta el nivel del piso considerado.

ℓ_c = Altura del piso bajo consideración medida centro a centro de los nudos del pórtico.

Δ_0 = Deriva (desplazamiento horizontal relativo entre el nivel superior y el nivel inferior del piso considerado). Debida a la fuerza cortante total V que actúa sobre el piso y calculada de acuerdo con un análisis elástico de primer orden utilizando las propiedades de las secciones prescritas en C.10.11.1, correspondiente al estado limite al cual se definió V.

El cálculo del índice de estabilidad debe realizarse para las combinaciones de carga dadas en B.2.4.2, que incluyan fuerzas horizontales. Debe obtenerse así un valor de Q para cada ecuación de mayoración que incluyan fuerzas horizontales.

- C.10.11.5.1- Índice de estabilidad para fuerzas sísmicas-. Para el calculo del índice estabilidad, Q , de combinaciones de carga que incluyan fuerzas sísmicas, deben emplearse los valores de deriva tal como se define para este propósito en el capitulo A.6 de este Reglamento. Además deben cumplirse los límites máximos para el índice de estabilidad que se dan allí.

- **C. 10.11.6- CLASIFICACION DE LOS PISOS SEGÚN SU INDICE DE ESTABILIDAD-**

Los pisos se clasifican de la siguiente manera:

C. 10.11.6.1. Pisos no susceptibles de ladeo. Se considera que un piso no es susceptible de ladeo cuando tiene un índice de estabilidad. Q . menor que 0.10.

C.10.11.6.2. pisos susceptibles de ladeo. Los pisos con índices de estabilidad. Q . Mayores o iguales a 0.10 se consideran susceptibles de ladeo y se les debe dar el siguiente tratamiento:

- Cuando el índice de estabilidad de un piso esté entre 0.10 y 0.30 los efectos globales de esbeltez pueden tenerse en cuenta según C.10.11.10.
- Cuando el índice de estabilidad. Q . esté entre 0.30 y 0.50. Los efectos globales de esbeltez deben de evaluarse de acuerdo con los requisitos de C.10.10.1.
- Cuando el índice de estabilidad Q . sea mayor de 0.50 debe considerarse que el piso es inestable y debe ser rigidizado adecuadamente.

- **C.10.11.7- ESBELTEZ MAXIMA-**

No se permite el empleo de elementos a compresión que tengan una esbeltez, kl_u / r , mayor de 100; a menos que se realice un análisis detallado de todas las fuerzas internas y momentos del pórtico, siguiendo los requisitos de C.10.10.1.

- **C.10.11.8- COLUMNAS CON FLEXION BIAxAL-**

En elementos a compresión sometidos a flexión alrededor de sus dos ejes principales, el momento alrededor de cada eje debe amplificarse separadamente de acuerdo con las condiciones de restricción correspondientes a ese eje.

- **C.10.11.9- EFECTOS LOCALES DE ESBELTEZ-**

Los efectos locales de esbeltez deben considerarse para todas las combinaciones de mayoración de carga prescritas en B.2.4.2. Del Título B del presente Reglamento. Pueden ignorarse los efectos locales de esbeltez en aquellos elementos que cumplan la siguiente relación:

$$\frac{kl_u}{r} \leq 34 - 12(M1/M2)$$

Donde M1/M2 no debe tomarse menor que -0.5 y M1/M2 es positivo si la columna está deformada en curvatura simple.

C.10.11.9.1-en los elementos a compresión que hagan partes de pisos no susceptibles de ladeo, el coeficiente de longitud efectiva, K, debe tomarse como la unidad a menos que por medio de un análisis se demuestre que es posible utilizar un valor menor. Para el calculo de K deben utilizarse los valores de E el dados en C.10.11.1.

C.10.11.9.2- las columnas deben diseñarse para la carga axial mayorada P_u y el momento amplificado por efectos de pandeo local M_c , utilizando el coeficiente de amplificación por efectos locales de pandeo δ_ℓ

$$M_c = \delta_\ell M_2$$

Donde el coeficiente local de amplificación está dado por:

$$\delta_\ell = \frac{Cm}{1 - \frac{Pu}{0.75Pc}} \geq 1.0$$

La carga crítica de la columna se debe calcular utilizando:

$$Pc = \frac{\Pi^2 EI}{(kl_u)^2}$$

La rigidez EI para el cálculo de la carga crítica debe tomarse como:

$$EI = \frac{0.2E_c I_g + E_1 I_{se}}{(1 + \beta_u)}$$

O bien

$$EI = \frac{0.4E_c I_g}{(1 + \beta_u)}$$

C.10.11.9.3- en los elementos sin fuerzas transversales entre apoyos. Debe tomarse como:

$$C_m = 0.6 + 0.4(M_1/M_2) \geq 0.4$$

Donde M_1/M_2 es positivo si la columna esta deformada en curvatura simple. Para elementos con fuerzas transversales entre apoyos el valor de C_m debe tomarse como la unidad ($C_m=1.0$)

C.10.11.9.4- el momento mayorado M_2 que se utiliza en la ecuación C.10-9 no debe tomarse menor de:

$$M_{2,min} = P_u(15 + 0.03h)$$

Con respecto a cada eje independiente 15 y h están dados en mm. En los elementos donde $M_{2,min}$ gobierne, el valor de C_m debe tomarse como la unidad o debe obtenerse por medio de la ecuación C.10-14 utilizando $M_{2,min}$ en vez de

- **C.10.11.10- EFECTOS GLOBALES DE ESBELTEZ**

C.10.11.10.1- En los elementos a compresión que hagan parte de pisos susceptibles de ladeo, los efectos de esbeltez pueden apreciarse cuando kl_u / r sea menor que 22.

C. 10.11.10.3- Los efectos globales de esbeltez pueden tomarse en cuenta por medio de un análisis elástico de segundo orden basado en las rigideces dadas en C.10.11.1. Alternativamente, cuando el índice de estabilidad sea menor o igual a 0.3 los efectos globales de esbeltez de cada piso puede tenerse en cuenta

multiplicando por un coeficiente global de amplificación δ_g . Todas las fuerzas internas de vigas, columnas y muros, producidas por las fuerzas horizontales mayoradas y obtenidas mediante un análisis elástico de primer orden. Esta consideración debe realizarse para las combinaciones de mayoración de carga que incluyan fuerzas horizontales de las dadas en B.2.4.2. El valor δ_g se obtiene de:

$$\delta_g = \frac{1}{1-Q}$$

Cuando actúan fuerzas horizontales de carácter permanente como empujes de tierra, debe tenerse en cuenta su efecto usando (Q') en vez de Q en la ecuación se C.10-16. Donde:

$$Q' = Q(1 + \beta_v)$$

C. 10.11.10.4. Si un miembro a compresión individual, en estructuras susceptibles de ladeo tiene para cualquiera de las combinaciones de carga que incluyen fuerzas horizontales

$$\frac{\ell_u}{r} = \frac{35}{\sqrt{\frac{P_u}{f_c' A_g}}}$$

En su diseño se debe utilizar la carga axial mayorada P_U y el momento M_C obtenido de acuerdo con C.10.11.9.2 a C.10.11.9.4 pero allí M_1 y M_2 deben estar amplificadas apropiadamente por δ_g siguiendo C.10.11.10.3

1.4 MÉTODO SUPERFICIE DE FALLA

La ecuación que representa la superficie de falla del diagrama de interacción para columnas de hormigón reforzado con estribos, sujetas a flexión biaxial combinada con carga axial, es la siguiente:

$$\frac{(P_u - P_b)}{(P_o - P_b)} + \left(\frac{M_{ux}}{M_{uy}}\right)^{1.5} + \left(\frac{M_{uy}}{M_{by}}\right)^{1.5} = 1.0$$

Donde:

P_u = Carga axial mayorada, positiva para compresión y negativa para tensión.

M_{ux} = Momento flector mayorado sobre el eje X.

M_{uy} = Momento flector mayorado sobre el eje Y

P_o = Máxima carga axial teórica que puede soportar la columna, positiva para compresión y negativa para tensión.

P_b = Carga axial mayorada para condiciones balanceadas

M_{bx} = Momento mayorado en condiciones balanceadas sobre el eje X

M_{by} = Momento mayorado en condiciones balanceadas sobre el eje Y

1.4.1 Cálculo de P_o .

Para falla a compresión:

$$P_o = 0.85 \times \Phi \times f'_c \times (A_g - A_{st}) + \Phi A_{st} \times f_y$$

para falla a tracción

$$P_o = - \Phi \times A_{st} \times f_y$$

$$A_g = B \times H$$

Ast = Area total de refuerzo

$$\phi = 0.9$$

Calculo de Pb:

Se asume que el acero de refuerzo colocado en la capa externa a tracción alcanza su deformación de cedencia ($\xi_y = 0.0021$) al mismo tiempo que el hormigón alcanza en su fibra extrema a compresión la máxima deformación permitida ($\xi_{uc}=0.003$).

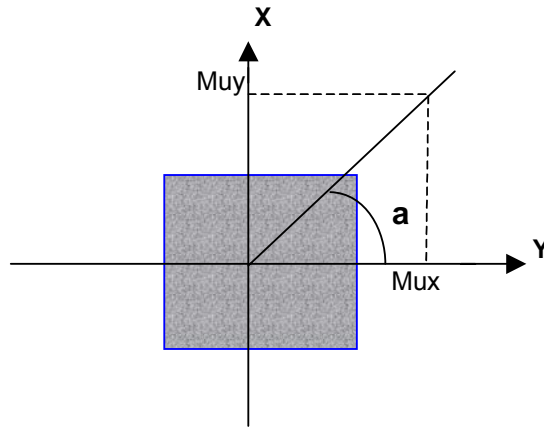
1.4.2 Procedimiento de diseño.

- Definir previamente las dimensiones de la sección y los materiales a utilizar.
- Mediante un análisis estructural se determinan los valores de diseño Pu, Mux y Muy.
- Se asume una cuantía de refuerzo entre los valores 1% y 6% (NSR98), se selecciona el refuerzo y se procede a evaluar la carga balanceada.

Para una sección cuadrada con refuerzo simétrico la carga balanceada es la misma para la flexión sobre el eje X y para la flexión sobre el eje Y.

Cuando la sección es rectangular la carga balanceada evaluada para la flexión sobre el eje x, Pbx es diferente al valor de la carga balanceada evaluada para la flexión sobre el eje Y, Pby, en este caso debe hacerse una interpolación para evaluar el valor de la carga balanceada sobre el plano de α constante.

Figura 14. Sección rectangular.



$$\alpha = \arctg (M_{uy} / M_{ux})$$

$$\Delta P_b = (\alpha \times (P_{bx} - P_{by}) / 90)$$

$$P_b = P_{bx} - \Delta P_b$$

1.4.3 Cálculo de M_{bx}. Se analiza la flexión sobre el eje X, olvidándose de la flexión sobre el eje Y, con el valor de P_{bx} determinado mediante las ecuaciones.

$$P_u = C_c + C_s + T_s$$

$$P_u = 0.85 \times \Phi \times f'_c \times a \times b + \Phi \times \Sigma(f_{si} \times A_{si})$$

$$M_u = P_u \times e' = 0.85 \times f'_c \times a \times b \times (h/2 - a/2) + \Phi f_{si} \times A_{si} \times (h/2 - d_i)$$

1.4.4 Cálculo de Mby. Se analiza la flexión sobre el eje X, olvidándose de la flexión sobre el eje Y, con el valor de Pbx determinado mediante las ecuaciones.

$$P_u = C_c + C_s + T_s$$

$$P_u = 0.85 \times \Phi \times f'_c \times a \times b + \Phi \times \sum (f_{si} \times A_{si})$$

$$M_u = P_u \times e' = 0.85 \times f'_c \times a \times b \times (h/2 - a/2) + \Phi f_{si} \times A_{si} \times (h/2 - d_i)$$

Para mayor precisión en la expresión, debe adicionarse el término que considera el hormigón desalojado por el acero.

- **Controles al proceso de diseño:**

Cuando controla la compresión. Debe comprobarse que la carga axial no sobrepase el valor máximo permitido por la NSR98 si este valor sobrepasa la sección es insuficiente.

$$P_{u \max} = 0.80 \times \Phi \times \{ 0.85 \times f'_c \times (bh - A_{stotal}) + A_{stotal} \times f_y \}$$

- **Cuando controla la tracción:**

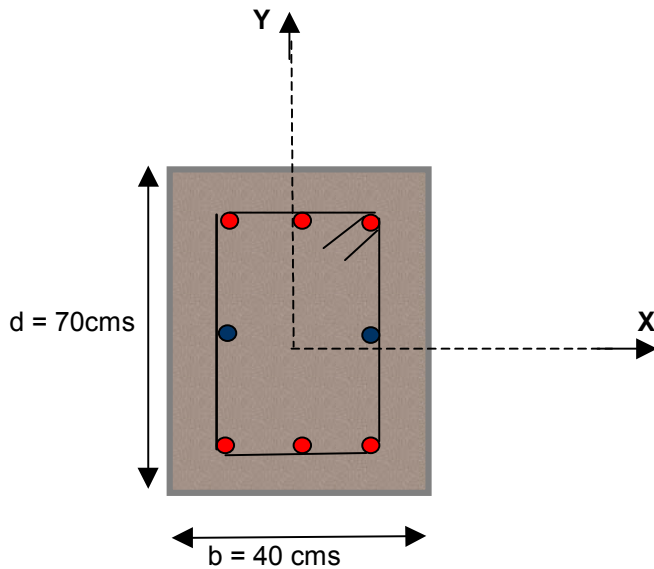
Debe comprobarse que la carga axial no sea inferior al valor mínimo dado por la NSR98 ($0.1 \times \Phi \times f'_c \times b \times h$), de ser así puede calcularse el valor de Φ , interpolando linealmente entre 0.9 y 0.7

$$\Phi = 0.7 + 0.2 \times \left(\frac{0.1 \times \Phi \times f'_c \times bh - P_u}{0.1 \times \Phi \times f'_c \times bh} \right)$$

- **EJEMPLO 1**

Diseñar la siguiente columna con refuerzo colocado en dos filas paralelas a b y d ubicadas a 6 cms del borde.

$$E_s = 2000000 \text{ kgf/cm}^2$$



$$\begin{aligned} b &= 40 \text{ cms} \\ h &= 70 \text{ cms} \\ f'c &= 280 \text{ kg/cm}^2 \\ f_y &= 4200 \text{ kg/cm}^2 \end{aligned}$$

Solicitud:

$$\begin{aligned} P_u &= 313.59 \text{ ton} \\ M_{ux} &= 2.84 \text{ tn-mt} \\ M_{uy} &= 29.02 \text{ tn-mt} \end{aligned}$$

Para iniciar se asume un refuerzo que consiste en 6 barras No 8 (rojas) y 2 barras No 7 (Azul oscuro)

$$A_s \text{ total} = 38.34 \text{ cm}^2$$

$$P_u \text{ max} = 0.80 \times \Phi \times \{ 0.85 \times f'c \times (bh - A_{s\text{total}}) + A_{s\text{total}} \times f_y \}$$

$$\begin{aligned} F &= 0.7 \\ b \times h &= 2800 \text{ cm}^2 \\ \beta_1 &= 0.85 \quad f'c \leq 280 \text{ kg/cm}^2 \end{aligned}$$

$$P_u \text{ max} = 458249.725 \text{ kgf} > 313590 \text{ O.K.}$$

1.4.5 Análisis de Flexión sobre el Eje Y

$d = 35$ cms
 $d'' = 5$ cms
 $d'1 = 20$ cms

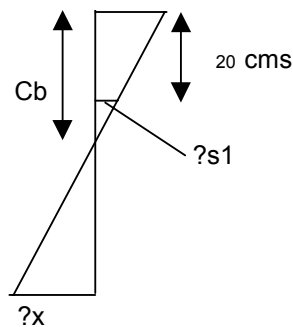
| EXTERNO | Num | F | Area (cms) | As parcial |
|---------|-----|------|--------------|--------------|
| | 0 | 1/2" | 1.29 | 0 |
| | | 5/8" | 2 | 0 |
| | | 3/4" | 2.84 | 0 |
| | 1 | 7/8" | 3.87 | 3.87 |
| | 2 | 1" | 5.1 | 10.2 |
| | | | As' = | 14.07 |

| EJE | Num | F | Area (cms) | As parcial |
|-----|-----|------|--------------|-------------|
| | 0 | 1/2" | 1.29 | 0 |
| | | 5/8" | 2 | 0 |
| | | 3/4" | 2.84 | 0 |
| | 0 | 7/8" | 3.87 | 0 |
| | 2 | 1" | 5.1 | 10.2 |
| | | | As1 = | 10.2 |

Cb = 20.588

$F As' fy' = F As fy$

$f' = fs = fy$



f's1 = 171.429

Pby = 201265.62 kgf

1.4.6 Cálculo del Momento Mby respecto al centro plástico.

Mby = 6590824.3 kgf-cm se pasa ahora al centro plastico de la seccion.

$$e_x' = M_{by} / P_{by}$$

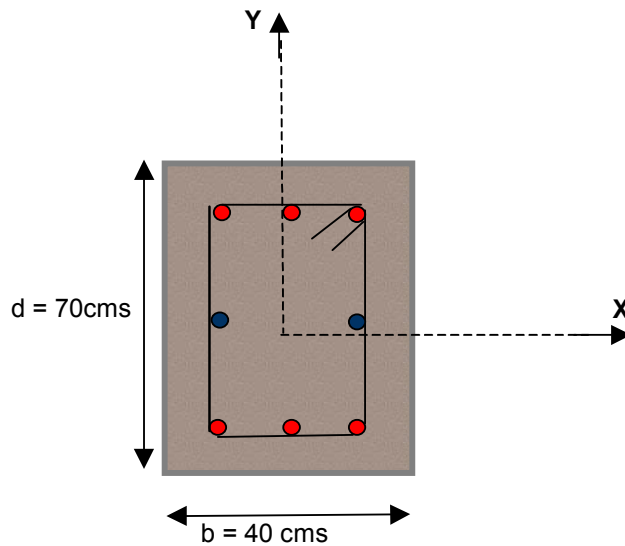
$$e_x' = 32.75 \text{ cms}$$

$$e = e_y' - (d - d') / 2$$

$$e = 17.75 \text{ cms}$$

$$M_{by} = 3571840.03 \text{ kgf-cm}$$

1.4.7 Análisis de flexión sobre el Eje X.



$$\begin{aligned} b &= 40 \text{ cms} \\ h &= 70 \text{ cms} \\ f'c &= 280 \text{ kg/cm}^2 \\ f_y &= 4200 \text{ kg/cm}^2 \end{aligned}$$

Solicitación:

$$\begin{aligned} P_u &= 313.59 \text{ ton} \\ M_{ux} &= 2.84 \text{ tn-mt} \\ M_{uy} &= 29.02 \text{ tn-mt} \end{aligned}$$

Para iniciar se asume un refuerzo que consiste en 6 barras No 8 (rojas) y 2 barras No 7 (Azul oscuro) .

$$A_s \text{ total} = 38.34 \text{ cm}^2$$

$$P_u \text{ max} = 0.80 \times \Phi \times \{ 0.85 \times f'c \times (bh - A_s \text{ total}) + A_s \text{ total} \times f_y \}$$

$$P_u \text{ max} = 458249.725 \text{ kgf}$$

$$F = > 0.17590 \text{ O.K.}$$

$$b \times h = 2800 \text{ cm}^2$$

$$\beta_1 = 0.85 \quad f'c \leq 280 \text{ kg/cm}^2$$

$d = 65$ cms
 $d' = 5$ cms
 $d'1 = 35$ cms

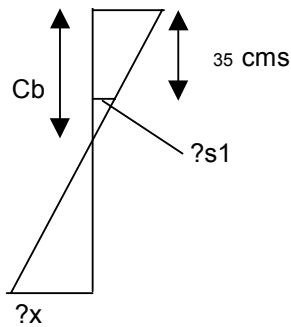
EXTERNO

| Num | F | Area (cms) | As parcial |
|--------------|------|------------|-------------|
| 0 | 1/2" | 1.29 | 0 |
| | 5/8" | 2 | 0 |
| | 3/4" | 2.84 | 0 |
| 0 | 7/8" | 3.87 | 0 |
| 3 | 1" | 5.1 | 15.3 |
| As' = | | | 15.3 |

EJE

| Num | F | Area (cms) | As parcial |
|--------------|------|------------|-------------|
| 0 | 1/2" | 1.29 | 0 |
| | 5/8" | 2 | 0 |
| | 3/4" | 2.84 | 0 |
| 2 | 7/8" | 3.87 | 7.74 |
| 0 | 1" | 5.1 | 0 |
| As1 = | | | 7.74 |

Cb = 38.235



$F As' fy' = F As fy$

$f' = fs = fy$

f's1 = 507.692

Pbx = 215492.21

kgf

$Pu > Pby$ controla la compresion

1.4.8 Cálculo del Momento Mby respecto al centro plástico.

$$M_{bx} = 13148092 \text{ kgf-cm} \quad \text{se pasa ahora al centro plástico de la sección.}$$

$$e_{x'} = M_{by} / P_{by}$$

$$e_{x'} = 61.01 \text{ cms}$$

$$e = e_{y'} - (d - d') / 2$$

$$e = 31.01 \text{ cms}$$

$$M_{bx} = 6683325.6 \text{ kgf-cm}$$

Como $P_{bx} \neq P_{by}$ Interpolamos P_b

$$M_{uy} / M_{ux} = 10.2183099$$

$$?P_b = \frac{a \{ P_{bx} - P_{by} \}}{90}$$

$$a = 84.41 \text{ Grados}$$

$$?P_b = 13343.06 \text{ ton}$$

$$P_{nb} = 214608.68$$

$$P_u > P_{nb} \quad \text{Controla la compresión}$$

1.4.9 Cálculo de P_o .

$$P_o = .85 * F * f'_c * (A_g - A_{st}) + F * A_{st} * f_y$$

$$P_o = 572812.156$$

1.4.10 Aplicación de la Ecuación del Método

$$\frac{(P_u - P_b)}{(P_o - P_b)} + \left(\frac{M_{ux}}{M_{uy}} \right)^{1.5} + \left(\frac{M_{uy}}{M_{by}} \right)^{1.5} = 1.0$$

$$\text{FACTOR} = 1.0118338$$

2. PROYECTO MODELO

2.1 CARACTERISTICAS Y ESPECIFICACIONES DEL MODELO

2.1.1 Localización. El proyecto está ubicado en la carrera 24 No 21 – 28, Barrio Alarcón, en la meseta de Bucaramanga.

2.1.2 Descripción. La estructura esta conformada por un semisótano, tres pisos y altillo para apartamentos. Todas las placas son en concreto reforzado de 40 cm de espesor aligeradas con casetón, conformadas por vigas de carga y de amarre, de 40 X 40 cm. Las columnas son de 40x40 y 40x60 cm, la cubierta ira en Machimbre y teja de barro.

La cimentación esta conformada por cimientos aislados y combinados con vigas de enlace y de amarre.

2.1.3 Parámetros de diseño. El diseño se realizo teniendo en cuenta las siguientes normas: Norma Colombiana de Diseño y Construcción Sismo Resistente NSR-98

2.1.4 Materiales.

Concreto: $f'c = 210 \text{ kg/cm}^2 = 3000 \text{ PSI}$ a los 28 días.

Acero : $\varnothing \geq 3/8''$, $f_y = 4200 \text{ kg / cm}^2$ (60.000 psi)

Acero : $\varnothing = 1/4''$, $f_y = 2600 \text{ kg / cm}^2$ (36.000 psi)

O como indiquen los despieces.

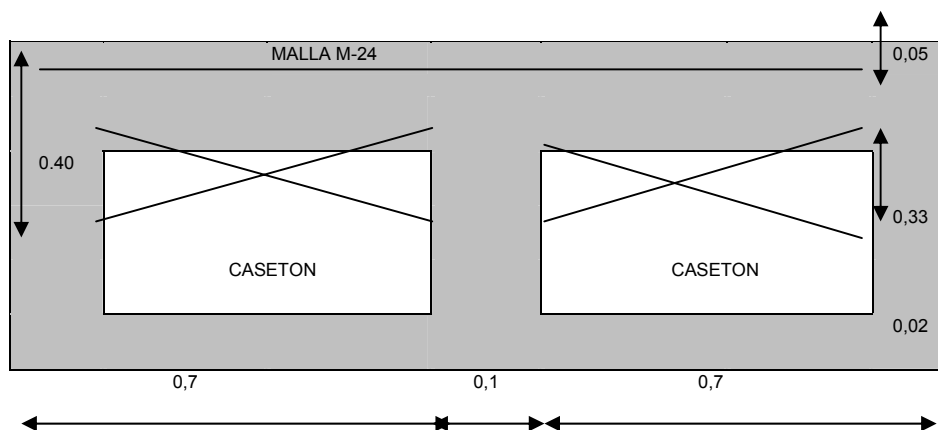
2.1.5 Análisis Estructural. Método matricial

2.1.6 Análisis Sísmico. Método Modal

2.1.7 Avalúo de Cargas

2.1.8 Placas

- Carga Muerta.
- Placas Apartamentos.



| | | |
|--------------------|--|-----------------------------|
| Placa superior = | 0.05×2400 | = 120 |
| Viguetas = | $1/0.80 \times 0.28 \times 0.10 \times 2400$ | = 84 |
| Placa inferior = | 0.02×2400 | = 48 |
| Casetón = | 30 | = 30 |
| Acabados = | 150 | = 150 |
| Muros divisorios = | 300 | = 300 |
| TOTAL C.M. = | | <hr/> 732 kg/m ² |

- Carga Viva = **180 kg./m²**

$$\text{C.F. } 1.40 \times 0.73 + 1.7 \times .18 = 1.33 \text{ ton/ m}^2$$

$$\text{W viguetas} = 1.33 \times 0.80 = 1.06 \text{ ton/m}^2$$

$$\text{Factor de Carga} = 1.33 / (.732 + .18) = 1.45$$

2.1.9 Cubierta

- **Carga Muerta**

$$\text{Teja de barro y machimbre + correas de madera} = 120$$

- **Carga Viva**

$$\text{Carga viva para cubierta con pendiente} > 20\% = 35 \text{ k/m}^2$$

$$\text{C.F. } 1.40 \times 0.120 + 1.7 \times .035 = 227.50 \text{ Kg/ m}^2$$

2.1.10 Análisis Sísmico.

- **Evaluación de fuerzas sísmicas.**

Localización geográfica: Bucaramanga

Nivel de amenaza sísmica: Alto

Espectro de diseño:

Coefficiente de aceleración $A_a = 0.25$

Efectos locales $S = 1.2$

Grupo de uso: 1

Coef. de importancia $I = 1$

$S_a = 1.2 A_a S I / T = 0.59$

$S_{amax} = 2.5 A_a I = 0.63$

$S_a = A_a I / 2 = 0.13$

Periodo $T = 0.08 h^{3/4} = 0.61$

Altura total = 15m

- **Procedimiento de análisis**

| | |
|--------------------------|-------------------------|
| Configuración en planta: | Edificio irregular |
| Configuración en alzado. | Configuración irregular |
| Método de Análisis; | F.H.E. |

- **Obtención de Fuerzas Sísmicas.**

| | |
|--------------------------------------|--------------------|
| Sistema estructural del edificio: | Sistema aporticado |
| Requisito de amenaza sísmica: | Alto |
| Limite de altura: | No hay |
| Método de análisis: | F.H.E. |
| Coef. de Modif. de Respuesta $R_o =$ | 7 |
| $\emptyset 1 =$ | 0.9 |
| $\emptyset 2 =$ | 0.9 |

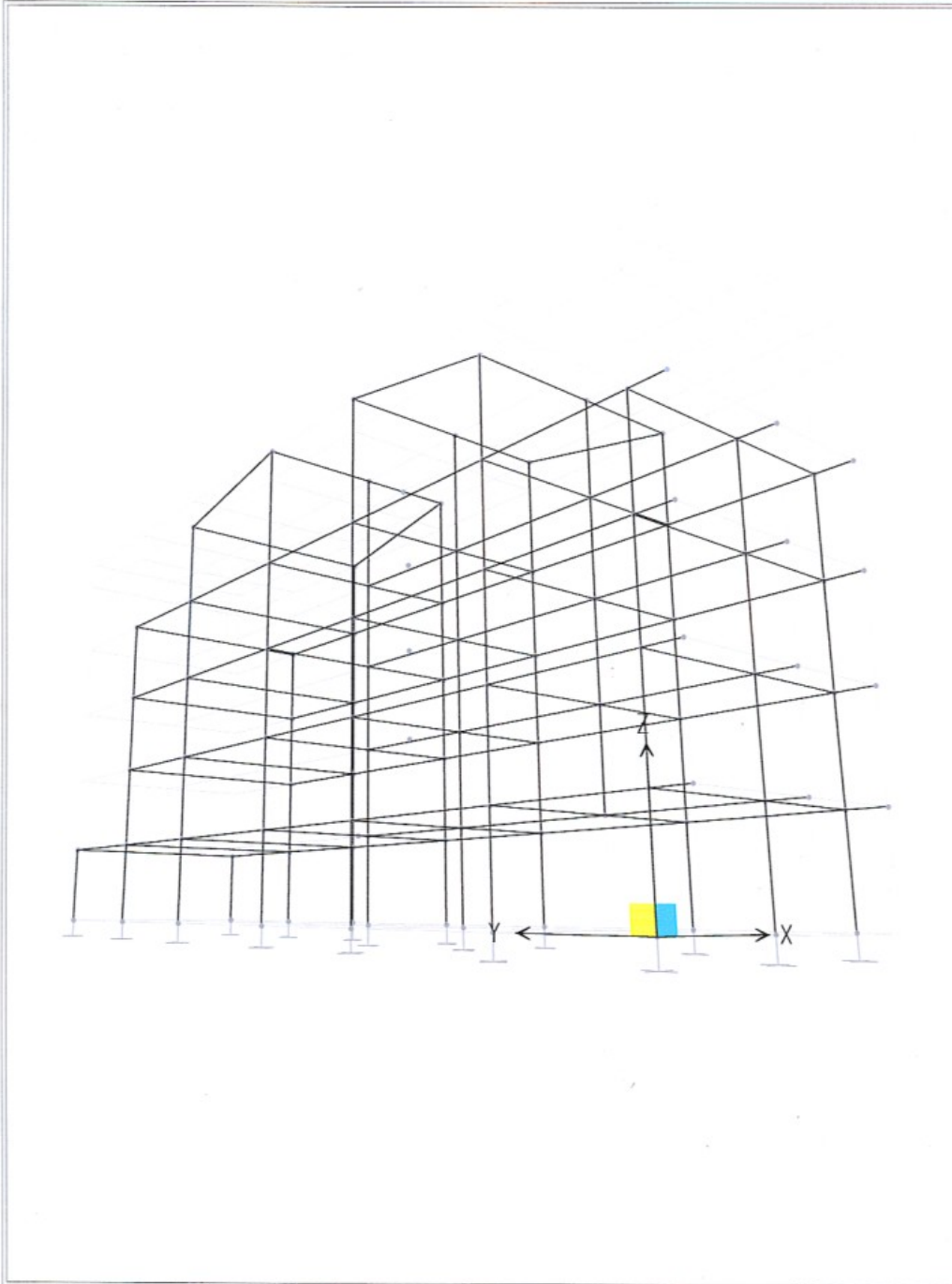
Coef. modificado de respuesta $R = 5.67$

| | |
|--------------------------------|--------------------------------|
| Mov. Sísmico vertical: | En voladizo, 10% C.M. aferente |
| Periodo fund. del edif = | T_a |
| $H =$ altura base- cub = | 15 m |
| $T_a = 0.08 h^{3/4} =$ | 0.61 seg |
| Coef. Sism $C_s = S_a / R =$ | 0.1 |
| Coef. Sism (der) $C = S_a =$ | 0.59 |
| Peso total del edif. = | 575 ton |
| Cort, basal deriv $V = WXC =$ | 339.3 ton |
| Cortante basal = | 59.84 ton |

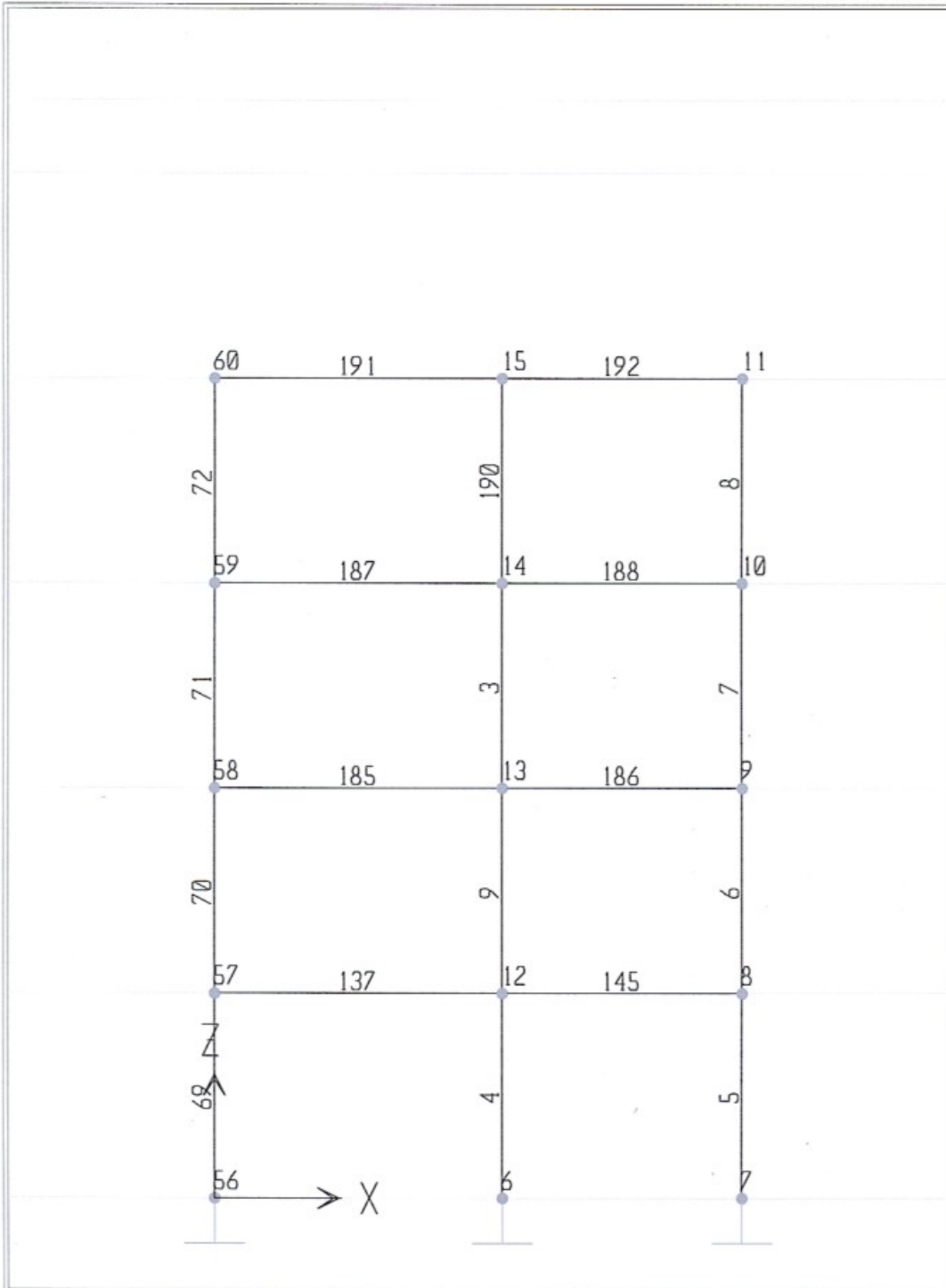
2.2 GEOMETRÍA DEL MODELO.

SAP2000

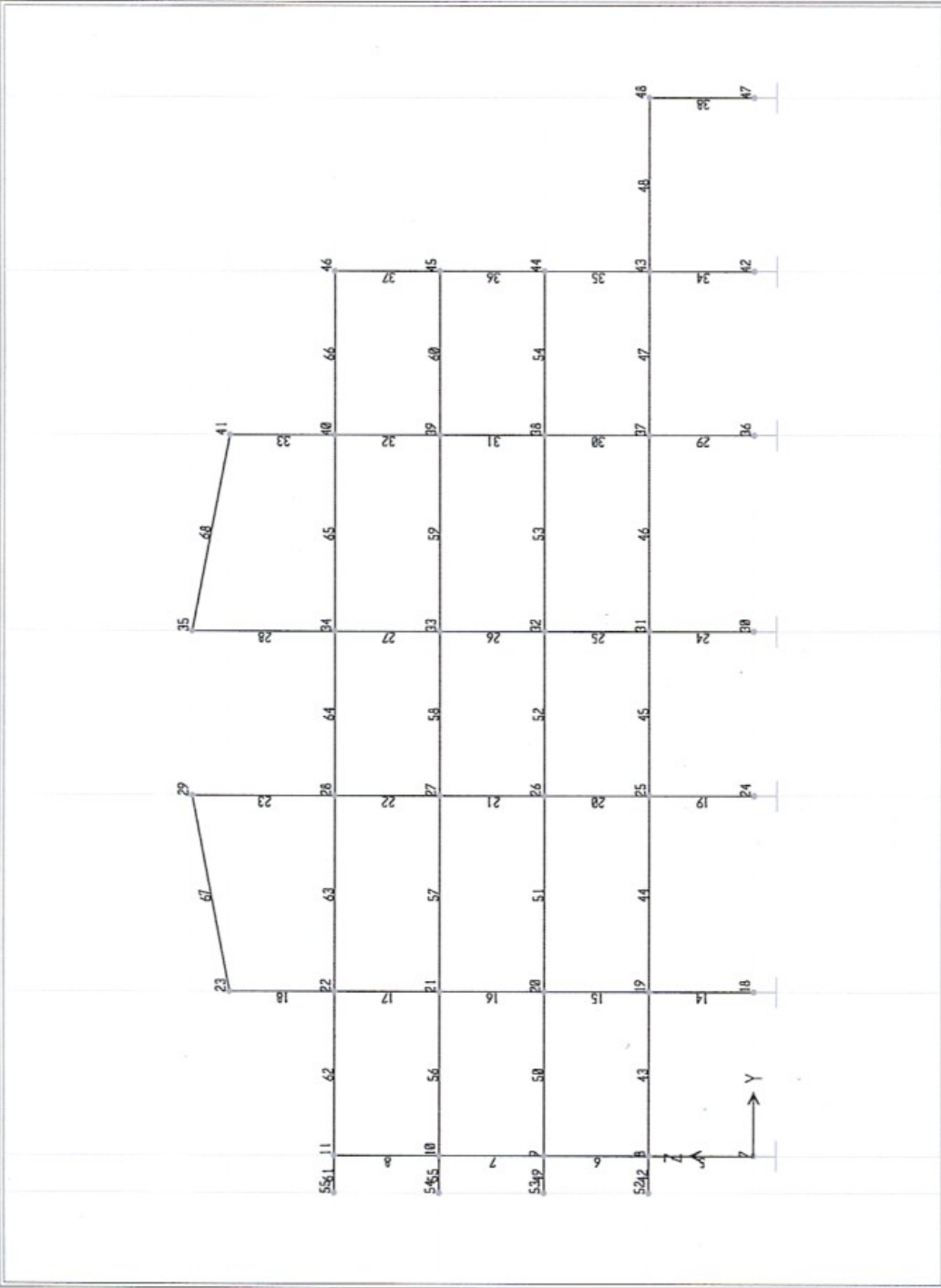
11/13/05 17:46:20



SAP2000 v7.21 - File:MODELO - 3-D View - Ton-m Units



SAP2000 v7.21 - File:MODELO - X-Z Plane @ Y=0 - Ton-m Units



3. ANÁLISIS DEL MODELO.

3.1 CON VIGA DE AMARRE EJE A, NIVEL + 2.80. CASO 1.

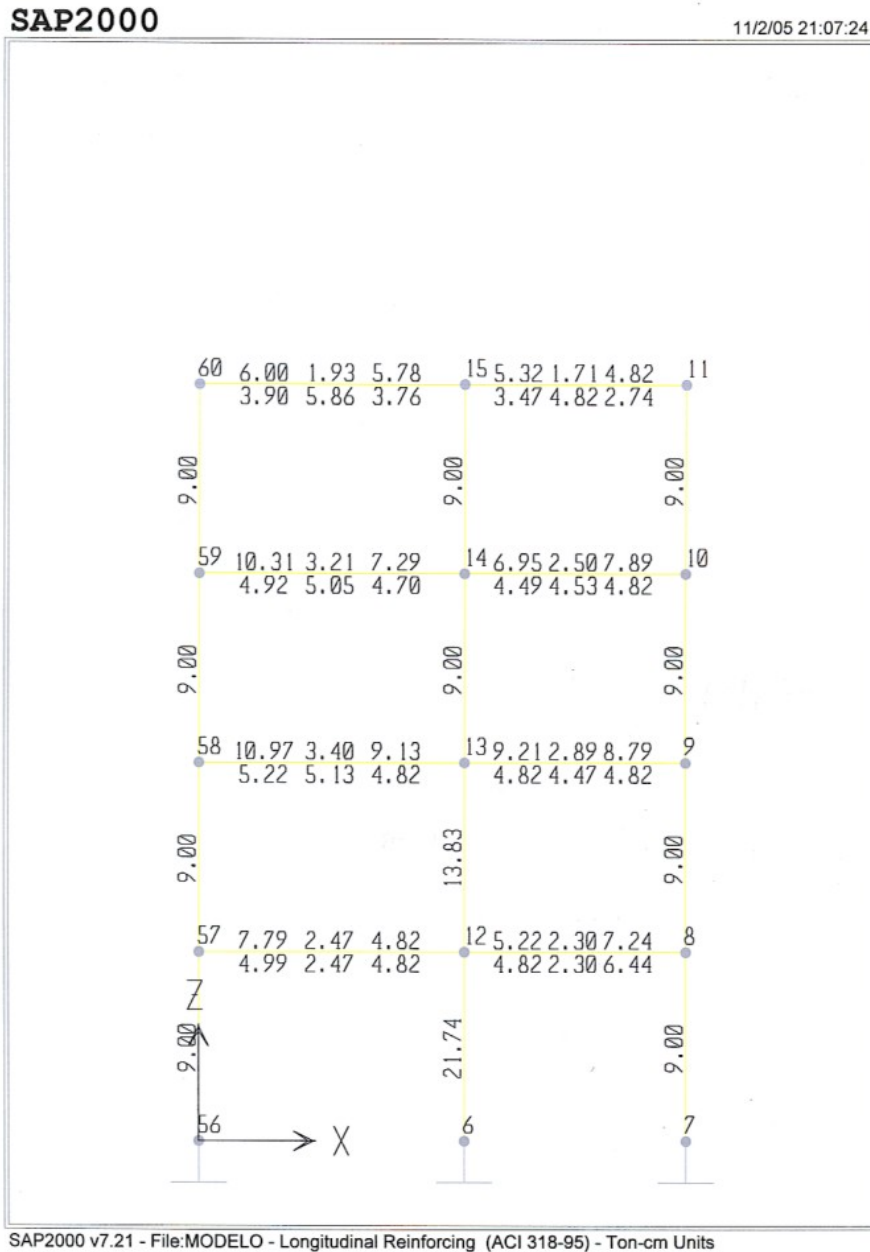


Tabla 2. Derivas. Caso 1.

| PISO | H | DESPLAZAMIENTO (x) | DESPLAZAMIENTO (y) | DERIVA (x) | DERIVA (y) | DESPLAZAMIENTO TOTAL | DERIVA TOTAL | DERIVA ADMISIBLE |
|------|---------|--------------------|--------------------|------------|------------|----------------------|--------------|------------------|
| | (mts) | (CMS) | (CMS) | (CMS) | (CMS) | (CMS) | (CMS) | (CMS) |
| 5 | 13 | 6.35 | 6.14 | 0.77 | 0.66 | 8.83 | 1.01 | 2.8 |
| 4 | 11.8 | 5.58 | 5.48 | 0.96 | 0.98 | 5.56 | 1.37 | 2.8 |
| 3 | 8.4 | 4.62 | 4.5 | 1.75 | 1.52 | 4.83 | 2.32 | 2.8 |
| 2 | 5.6 | 2.87 | 2.98 | 1.83 | 1.76 | 3.50 | 2.54 | 2.8 |
| 1 | 2.8 | 1.04 | 1.22 | 1.04 | 1.22 | 1.60 | 1.60 | 2.8 |
| CIM | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | |

Figura 15. Derivas. Caso 1.

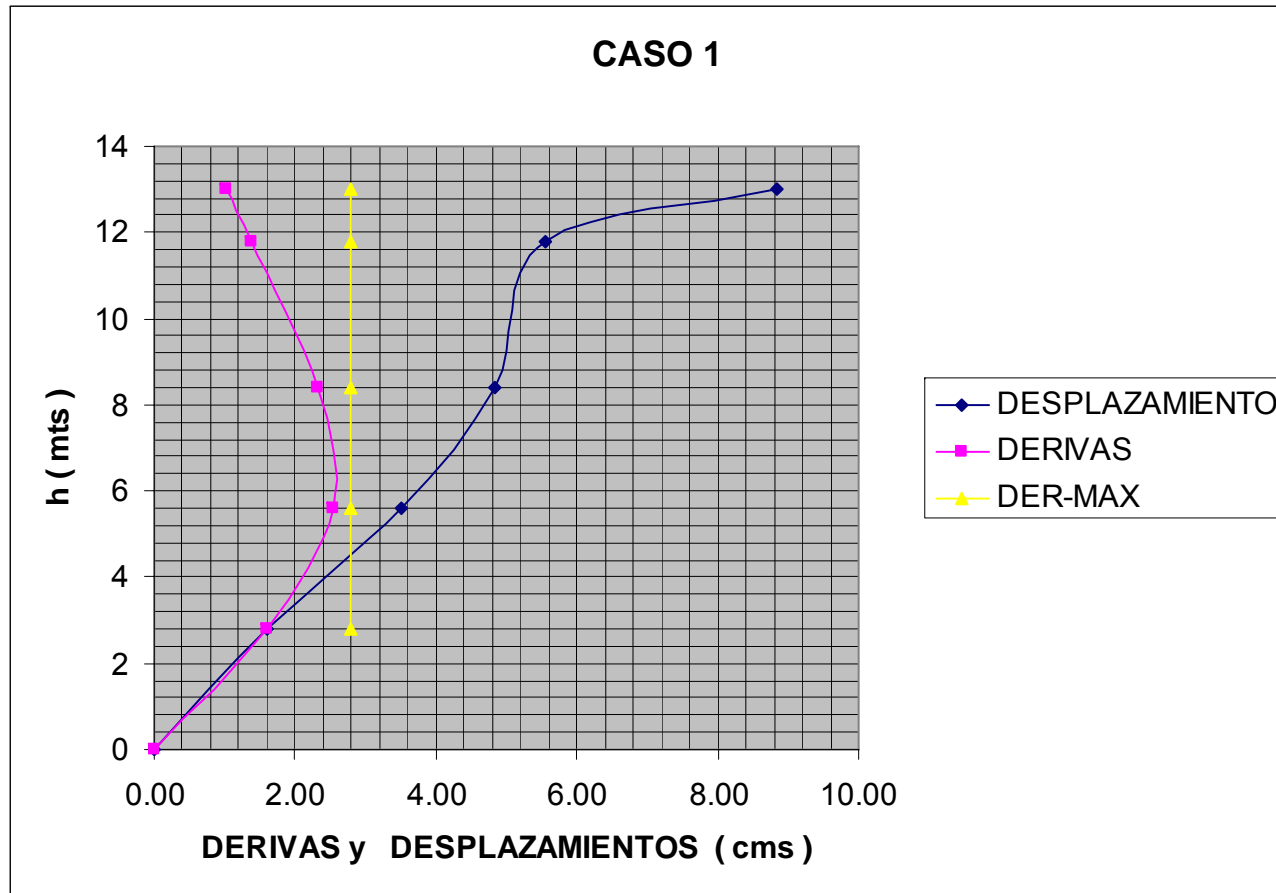
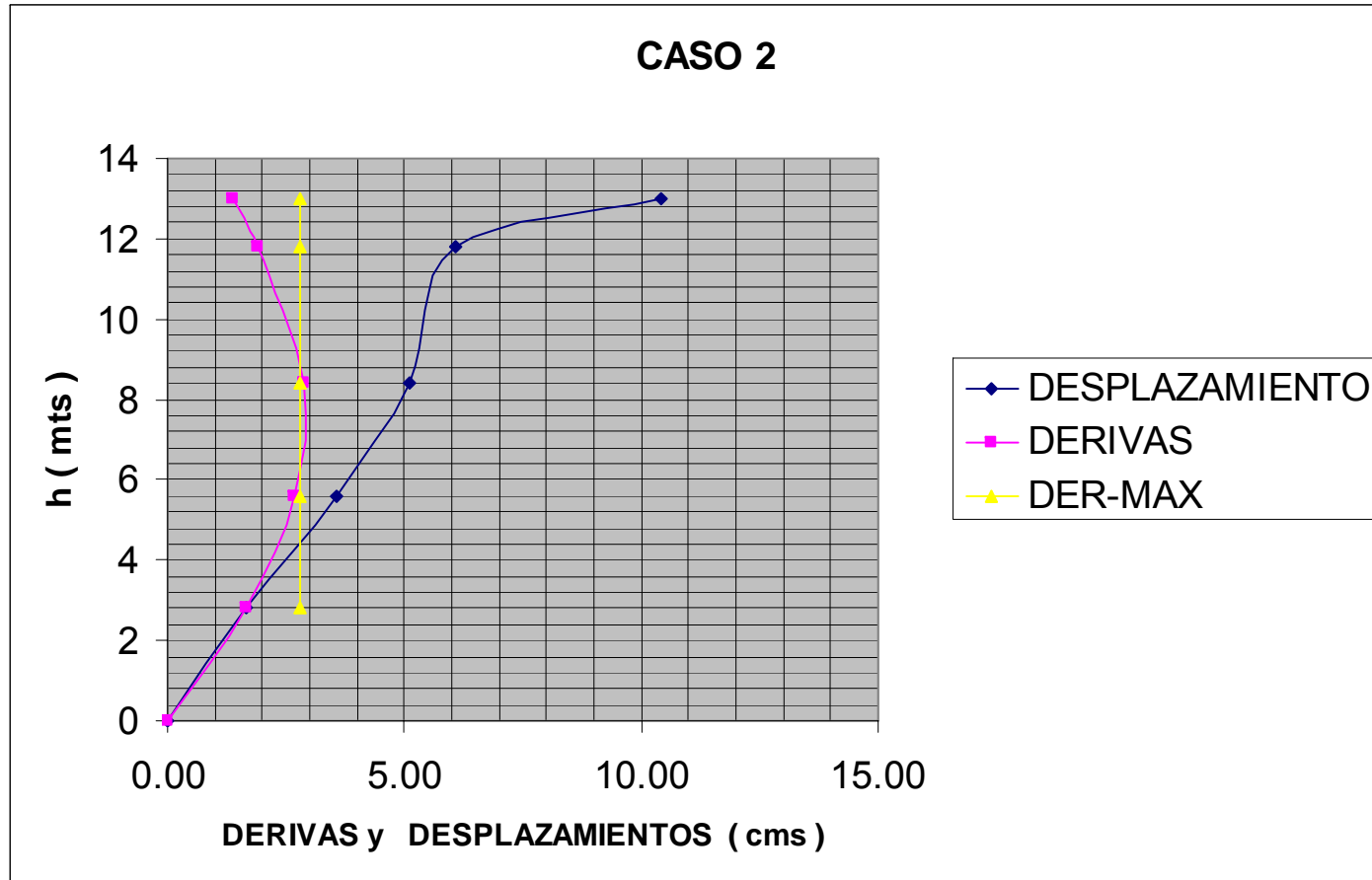


Tabla 3. Derivas. Caso 2.

| PISO | H | DESPLAZAMIENTO (x) | DESPLAZAMIENTO (y) | DERIVA (x) | DERIVA (y) | DESPLAZAMIENTO TOTAL | DERIVA TOTAL | DERIVA ADMISIBLE |
|------|-------|--------------------|--------------------|------------|------------|----------------------|--------------|------------------|
| | (mts) | (CMS) | (CMS) | (CMS) | (CMS) | (CMS) | (CMS) | (CMS) |
| 5 | 13 | 7.9 | 6.8 | 1.1 | 0.85 | 10.42 | 1.39 | 2.8 |
| 4 | 11.8 | 6.8 | 5.95 | 1.25 | 1.45 | 6.08 | 1.91 | 2.8 |
| 3 | 8.4 | 5.55 | 4.5 | 2.45 | 1.52 | 5.12 | 2.88 | 2.8 |
| 2 | 5.6 | 3.1 | 2.98 | 1.99 | 1.76 | 3.58 | 2.66 | 2.8 |
| 1 | 2.8 | 1.11 | 1.22 | 1.11 | 1.22 | 1.65 | 1.65 | 2.8 |
| CIM | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | |

Figura 16. Derivas. Caso 2.



3.3 MODIFICANDO SECCIÓN COLUMNA EJE 2-A DE 30X30 A 40X60 CMS. CASO 3.

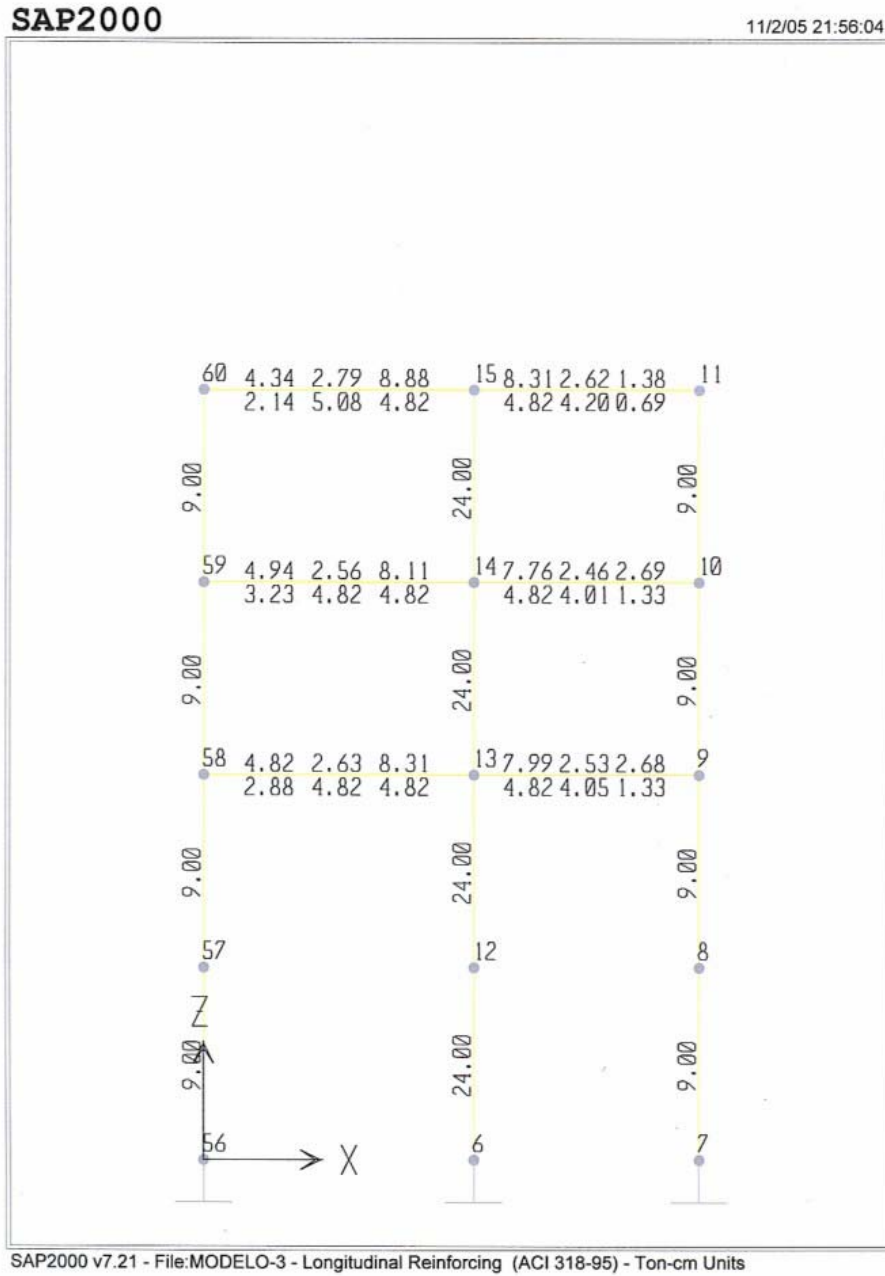


Tabla 4. Derivas. Caso 3.

| PISO | H | DESPLAZAMIENTO (x) | DESPLAZAMIENTO (y) | DERIVA (x) | DERIVA (y) | DESPLAZAMIENTO TOTAL | DERIVA TOTAL | DERIVA ADMISIBLE |
|------|---------|--------------------|--------------------|------------|------------|----------------------|--------------|------------------|
| | (mts) | (CMS) | (CMS) | (CMS) | (CMS) | (CMS) | (CMS) | (CMS) |
| 5 | 13 | 8.25 | 7.11 | 1.9 | 0.9 | 10.89 | 2.10 | 2.8 |
| 4 | 11.8 | 6.35 | 6.21 | 1.73 | 1.71 | 6.45 | 2.43 | 2.8 |
| 3 | 8.4 | 4.62 | 4.5 | 1.75 | 1.52 | 4.83 | 2.32 | 2.8 |
| 2 | 5.6 | 2.87 | 2.98 | 1.83 | 1.76 | 3.50 | 2.54 | 2.8 |
| 1 | 2.8 | 1.04 | 1.22 | 1.04 | 1.22 | 1.60 | 1.60 | 2.8 |
| CIM | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | |

Figura 17. Derivas. Caso 3.

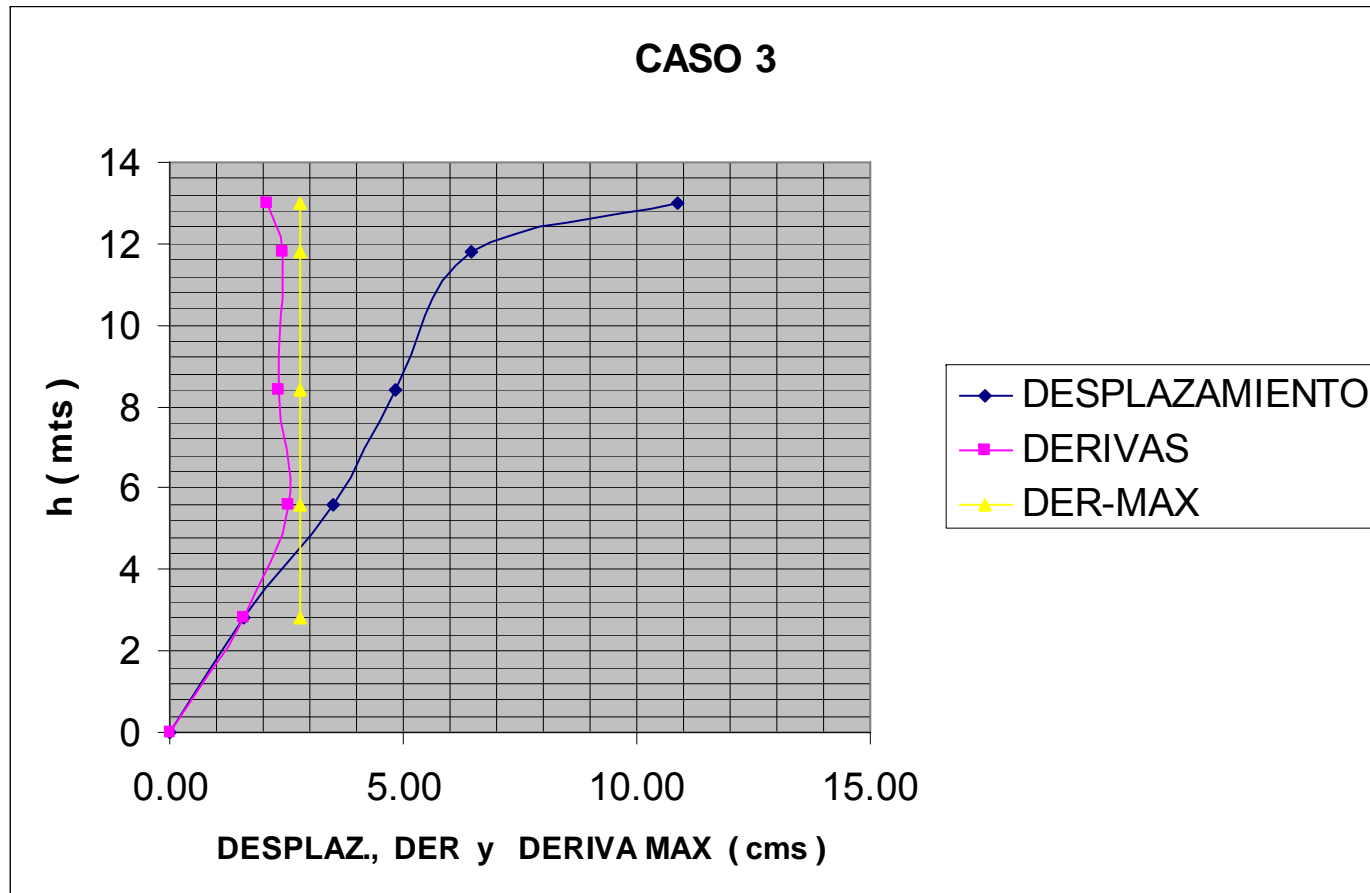
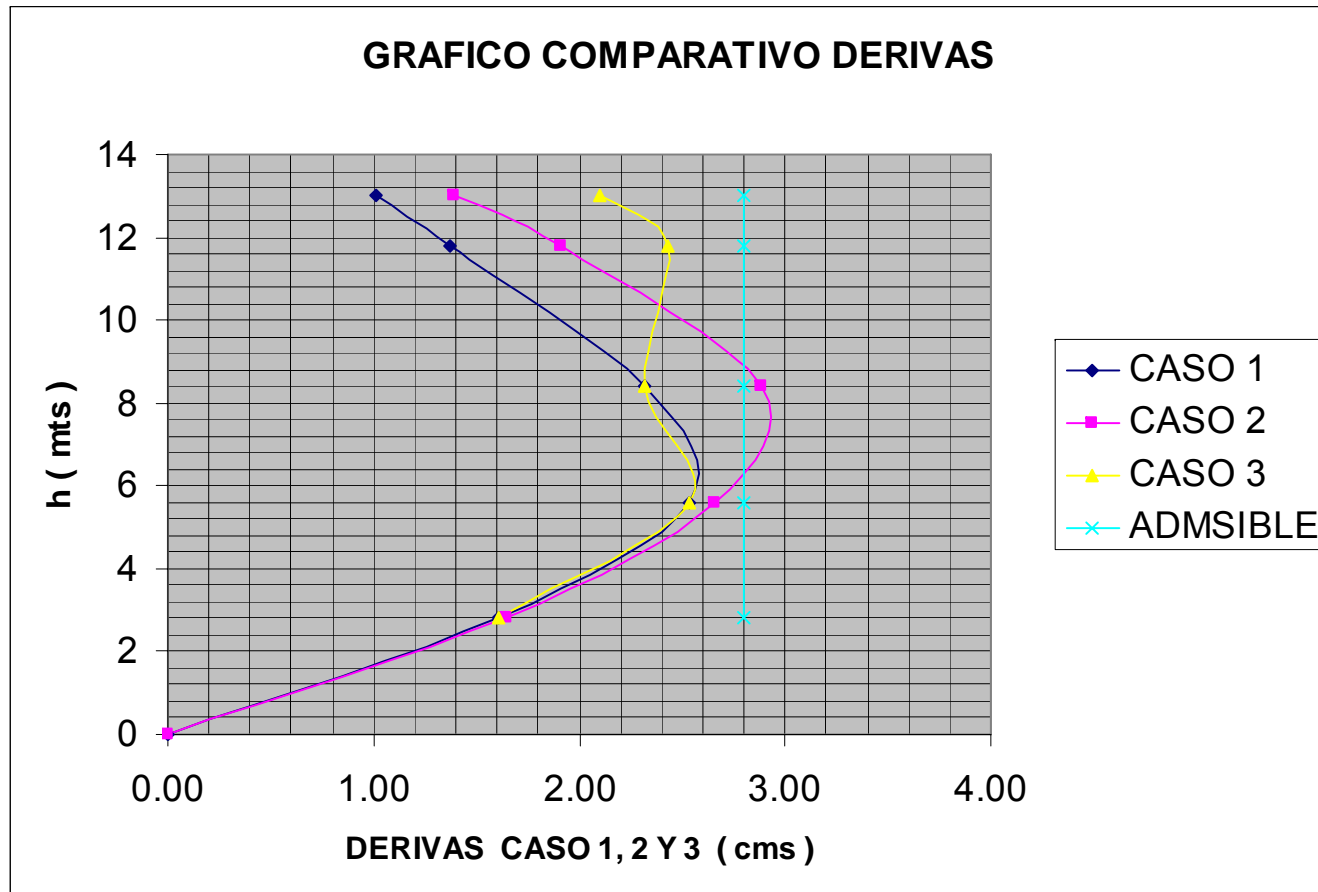


Tabla 5. Cuadro comparativo de Derivas.

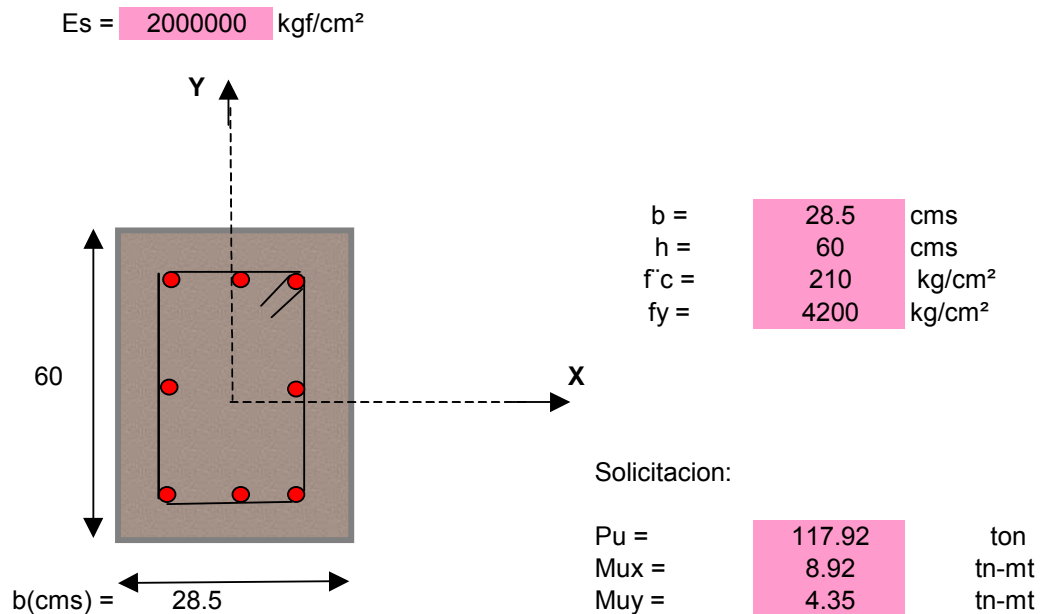
| PISO | H | DERIVA CASO 1 | DERIVA CASO 2 | DERIVA CASO TRES | DERIVA ADMISIBLE |
|------|---------|---------------|---------------|------------------|------------------|
| | (mts) | (CMS) | (CMS) | (CMS) | (CMS) |
| 5 | 13 | 1.01 | 1.39 | 2.10 | 2.8 |
| 4 | 11.8 | 1.37 | 1.91 | 2.43 | 2.8 |
| 3 | 8.4 | 2.32 | 2.88 | 2.32 | 2.8 |
| 2 | 5.6 | 2.54 | 2.66 | 2.54 | 2.8 |
| 1 | 2.8 | 1.60 | 1.65 | 1.60 | 2.8 |
| CIM | 0 | 0 | 0 | | |

Figura 18. Gráfico comparativo de Derivas.



3.5 CHEQUEO POR MÉTODO DE SUPERFICIE DE FALLA.

3.5.1 Columna 28.5x60 cms. Diseñar la siguiente columna con refuerzo colocado en dos filas paralelas a b y d ubicadas a 5 cm del borde.



Para Iniciar se asume un refuerzo que consiste en 8 barras No 6 (rojas).

As total = 17.04 cm²

As TOTAL

| Num | F | Area (cms) | As parcial |
|-----|------|------------|------------|
| 0 | 1/2" | 1.29 | 0 |
| 0 | 5/8" | 2 | 0 |
| 6 | 3/4" | 2.84 | 17.04 |
| 0 | 7/8" | 3.87 | 0 |
| 0 | 1" | 5.1 | 0 |
| | | As1= | 17.04 |

$$P_u \max = 0.80 \times \Phi \times \{ 0.85 \times f'c \times (bh - A_{stotal}) + A_{stotal} \times f_y \}$$

$$F = 0.7$$

$$b \times h = 1710 \text{ cm}^2$$

$$\beta_1 = 0.85 \quad f'_c \leq 280 \text{ kg/cm}^2$$

$$P_u \text{ max} = 209306.362 \text{ kgf} > 117920 \text{ Kgf O.K.}$$

3.5.2 Análisis de Flexión sobre el Eje Y.

$$d = 23.5 \text{ cms}$$

$$d'' = 5 \text{ cms}$$

$$d' = 14.25 \text{ cms}$$

EXTERNO

| Num | F | Area (cms) | As parcial |
|-------|------|------------|------------|
| 0 | 1/2" | 1.29 | 0 |
| 0 | 5/8" | 2 | 0 |
| 2 | 3/4" | 2.84 | 5.68 |
| 0 | 7/8" | 3.87 | 0 |
| 0 | 1" | 5.1 | 0 |
| As' = | | | 5.68 |

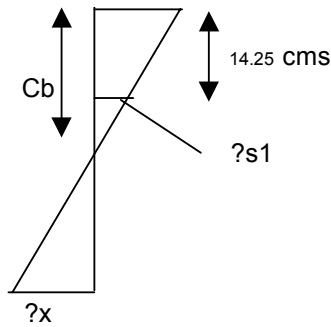
EJE

| Num | F | Area (cms) | As parcial |
|-------|------|------------|------------|
| 0 | 1/2" | 1.29 | 0 |
| 0 | 5/8" | 2 | 0 |
| 1 | 3/4" | 2.84 | 2.84 |
| 0 | 7/8" | 3.87 | 0 |
| 0 | 1" | 5.1 | 0 |
| As1 = | | | 2.84 |

$$C_b = 13.824$$

$$F A_s' f_y' = F A_s f_y$$

$$f' = f_s = f_y$$



$$f's1 = -185.106$$

si $C_b < 14.25$ traccion

$$P_{by} = 86657.18 \text{ kgf} > 117920 \text{ Kgf O.K.}$$

3.5.3 Cálculo del momento Mby respecto al centro plástico.

$M_{by} = 1854768.16$ kgf-cm se pasa ahora al centro plástico de la sección.

$e_{x'} = M_{by}/P_{by}$

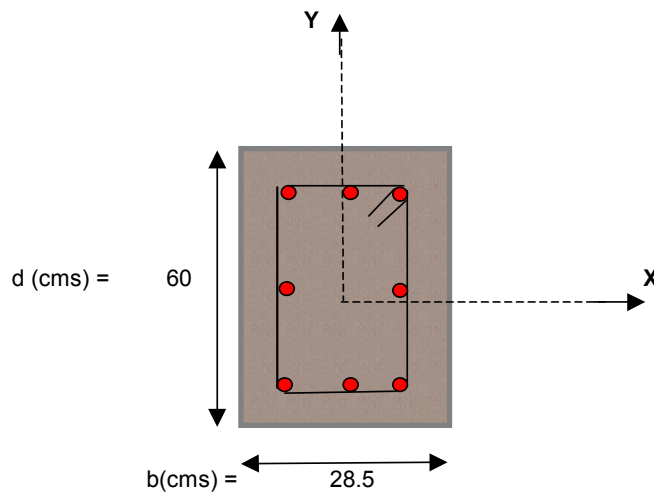
$e_{x'} = 21.40$ cms

$e = e_{y'} - (d - d')/2$

$e = 12.15$ cms

$M_{by} = 1053189.21$ kgf-cm

3.5.4 Análisis de flexión sobre el Eje X.



$b = 28.5$ cms
 $h = 60$ cms
 $f'c = 210$ kg/cm²
 $f_y = 4200$ kg/cm²

Solicitation:

$P_u = 117.92$ ton
 $M_{ux} = 8.92$ tn-mt
 $M_{uy} = 4.35$ tn-mt

$A_s \text{ total} = 17.04$ cm²

$P_u \text{ max} = 0.80 \times \Phi \times \{ 0.85 \times f'c \times (bh - A_s \text{ total}) + A_s \text{ total} \times f_y \}$

$F = 0.7$
 $b \times h = 1710$ cm²
 $\beta_1 = 0.85$ $f'c \leq 280$ kg/cm²

$P_u \text{ max} = 209306.362$ kgf > 117920 O.K.

d = 55 cms
 d' = 5 cms
 d'1 = 30 cms

EXTERNO

| Num | F | Area (cms) | As parcial |
|-------|------|------------|------------|
| 0 | 1/2" | 1.29 | 0 |
| 0 | 5/8" | 2 | 0 |
| 2 | 3/4" | 2.84 | 5.68 |
| 0 | 7/8" | 3.87 | 0 |
| 0 | 1" | 5.1 | 0 |
| As' = | | | 5.68 |

EJE

| Num | F | Area (cms) | As parcial |
|-------|------|------------|------------|
| 0 | 1/2" | 1.29 | 0 |
| 0 | 5/8" | 2 | 0 |
| 1 | 3/4" | 2.84 | 2.84 |
| 0 | 7/8" | 3.87 | 0 |
| 0 | 1" | 5.1 | 0 |
| As1 = | | | 2.84 |

Pbx = 102886.67

kgf

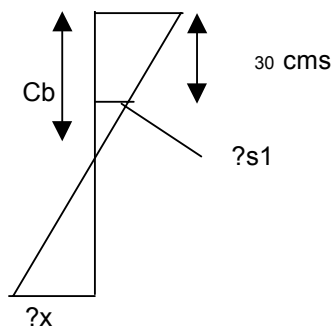
Pu > Pbx

controla la compresion

Cb = 32.353

$F As' fy' = F As fy$

$f' = fs = fy$



f's1 = 436.364

Pbx = 102886.67

kgf

Pu > Pbx

controla la compresion

3.5.5 Cálculo del momento M_{bx} respecto al centro plástico.

$M_{bx} = 4851884.48$ kgf-cm se pasa ahora al centro plástico de la sección.

$e_{x'} = M_{by}/P_{by}$

$e_{x'} = 47.16$ cms

$e = e_{y'} - (d - d')/2$

$e = 22.16$ cms

$M_{bx} = 2279717.8$ kgf-cm

Como $P_{bx} \neq P_{by}$ Interpolamos P_b

$M_{uy}/M_{ux} = 0.48766816$

$?P_b = \frac{a \{ P_{bx} - P_{by} \}}{90}$

$a = 26.00$ Grados

$?P_b = 4687.98$ kgs

$P_{nb} = 91345.16$

$P_u > P_{nb}$ (SI) Controla la tracción

3.5.6 Cálculo de P_o .

$P_o = .85 * F * f'_c * (A_g - A_{st}) + F * A_{st} * f_y$ compresion

$P_o = -F * A_{st} * f_y$ F = 0.9 Traccion

$P_o(\text{Tracc.}) = -64411.2$ kgs

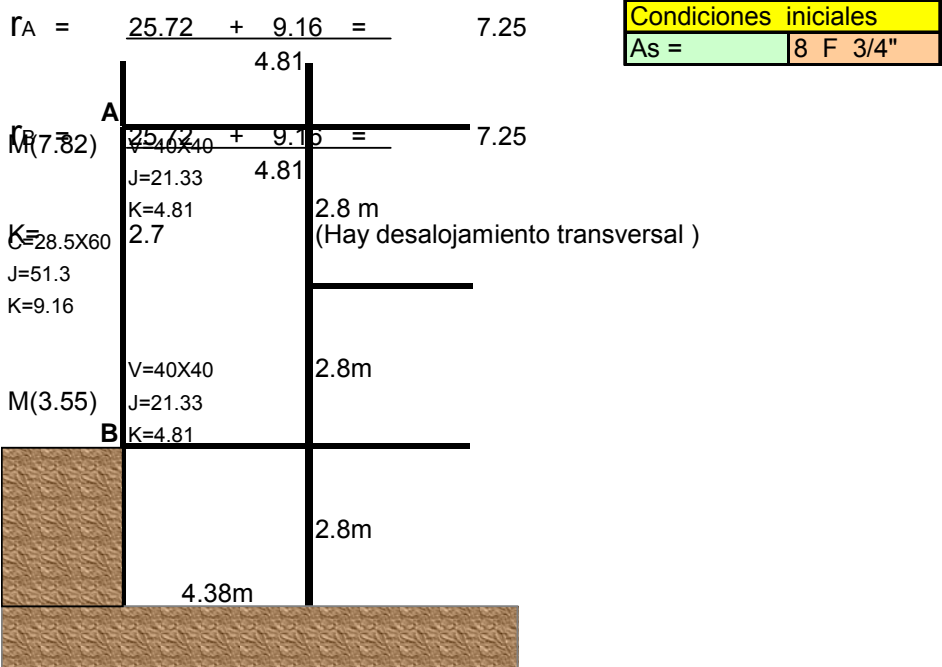
$P_o(\text{Compr.}) = 261632.952$ kgs

APLICACIÓN DE LA ECUACION DEL METODO

$$\frac{(P_u - P_b)}{(P_o - P_b)} + \left(\frac{M_{ux}}{M_{bx}} \right)^2 1.5 + \left(\frac{M_{uy}}{M_{by}} \right)^2 1.5 = 1.0$$

FACTOR = 1.01885861

3.6 CHEQUEO TENIENDO EN CUENTA ESBELTEZ.



$$\frac{Klu}{r} = 39.44$$

$$\frac{Klu}{0.3t} = 39.44$$

$$\frac{Klu}{t} = 11.83$$

$$\frac{klu}{t} = 11.83$$

26.1 > 11.83 Hay esbeltez

$$Cm = 0.6 + 0.4 \frac{M1}{M2}$$

Cm = 0.78 Tomamos Cm = 1

$$\beta_d = 1.4 \times 45 / (1.4 \times 45 + 1.7 \times 27)$$

$$\beta_d = 0.58$$

$$EI = \frac{0.4 \times E_c \times I_g}{(1 + \beta_d)} \quad E_c = 3900 \sqrt{f'c} \text{ Mpa}$$

$$E_c = 565163 \text{ kg/cm}^2$$

$$EI = 7.34 \text{ E}10 \text{ kg/cm}^2$$

$$P_{crit} = \frac{p^2 \times EI}{(Klu)^2}$$

$$P_{crit} = 274 \text{ ton}$$

$$d = \frac{Cm}{1 - \frac{Pu}{0.75 \times P_{crit}}} \geq 1$$

$$d = 3.84$$

Rediseñamos

$$P = 152 \text{ ton}$$

$$MA = 7.82 \times 3.84$$

$$MA = 30 \text{ ton-mt}$$

$$e = \frac{Mc}{Pu}$$

$$e = 0.19 \text{ mts}$$

$$\frac{e}{t} = 0.33$$

$$k = \frac{Pu}{F \times b \times t \times f'c}$$

$$k = 0.6$$

$$k(e/t) = 0.19$$

$$d = 60 - 6$$

$$d = 54$$

$$\frac{d}{t} = 0.9$$

Por grafico tenemos

$$? \text{ tm} = 0.4$$

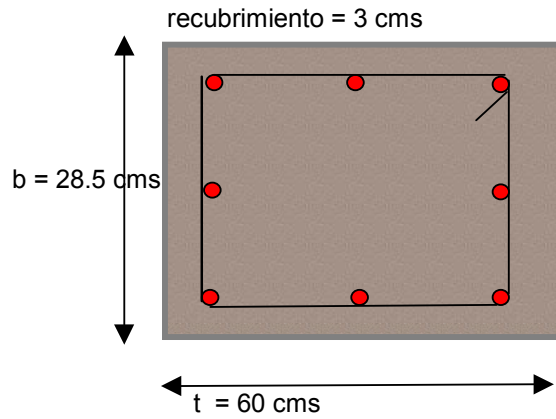
$$m = 25.53$$

$$? \text{ t} = 0.16$$

$$As = 28.5 \times 60 \times 0.16$$

$$As = 29.06 \text{ cms}^2$$

$$As = 12 \text{ F } 3/4''$$



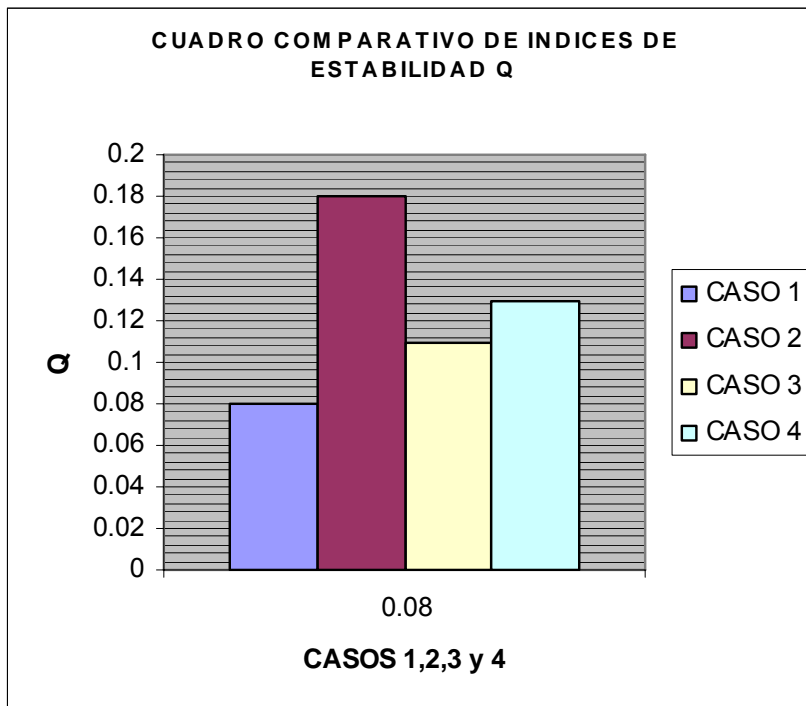
3.7 INDICE DE ESTABILIDAD

$$Q = \frac{\sum P\Delta_0}{Vl_c}$$

Tabla 6. Índice de Estabilidad casos 1, 2, 3 4.

| CASO | Q |
|------|------|
| 1 | 0.08 |
| 2 | 0.18 |
| 3 | 0.11 |
| 4 | 0.13 |

Figura 19. Cuadro comparativo de Índices de Estabilidad.



4. CONCLUSIONES.

De los resultados obtenidos puede concluirse:

- **Respecto de los efectos de la eliminación de las vigas de amarre.**

En los valores consignados en las tablas, podemos ver la magnitud de los aumentos de los valores de desplazamientos y por lo tanto de derivas en la estructura portante del edificio en estudio, son evidentes.

Es necesario por lo tanto un aumento de la sección de la columna afectada, y por lo tanto un aumento del refuerzo.

El Índice de Estabilidad presenta una leve variación, la cual debido a la magnitud del proyecto, nos es muy determinante, pero podemos diferir que en estructuras de mayor tamaño ya puede ser un factor importante a tener en cuenta, en el análisis y diseño del proyecto.

- **Respecto de el Refuerzo.**

Al final del estudio vemos que una consecuencia directa, es un aumento en refuerzo ya sea por aumento de la sección de la columna, como por el aumento de cargas aplicadas a la misma.

- **Respecto de la Esbeltez**

Una consecuencia importante, es el aumento de la incidencia de los efectos de Esbeltez en la columna en estudio, aunque para nuestro edificio modelo, debido a su poco tamaño, no es muy grande, puede ser un factor muy determinante en edificios de gran magnitud.

5. RECOMENDACIONES

Todo lo anterior nos sugiere:

- Tener especial cuidado durante el diseño de estructuras en las cuales se presente el caso en estudio, tomando en cuenta los criterios de estabilidad, esbeltez y demás que garanticen su resistencia ante las cargas de diseño.
- Verificar constantemente que los esfuerzos y deformaciones unitarias de los materiales no excedan los límites recomendados, por lo que se debe tener las tablas de sus fabricantes; y dependiendo de la magnitud de la obra, exigir pruebas y ensayos de los mismos.
- El Ingeniero consultor debe conocer detalladamente los efectos de las Normas y Reglamentaciones Urbanas, puesto que las mismas se pueden convertir en el factor determinante en el proceso de diseño de estructuras.

5.1 IMPACTO AMBIENTAL DEL PROYECTO.

Durante las actividades tendientes a la realización, conformación y ejecución del presente proyecto, no se generará ningún tipo de impacto ambiental. En la posible implementación de sus resultados, en la etapa constructiva, obviamente se generarán impactos ambientales desfavorables tanto al medio natural como a la

salud humana, pero cada proyecto en particular que se ejecute debe contar y prever acciones tendientes a mitigar los efectos negativos que cause.

BIBLIOGRAFIA

GOMEZ A. M., José. Concreto Armado. Universidad Nacional. Bogota,1986

MALDONADO R., Esperanza, CHIO CH., Gustavo. Análisis sísmico de Edificaciones, UIS. Bucaramanga.

NILSON, H Arthur. Diseño de Estructuras de Concreto. Nueva York. 1999.

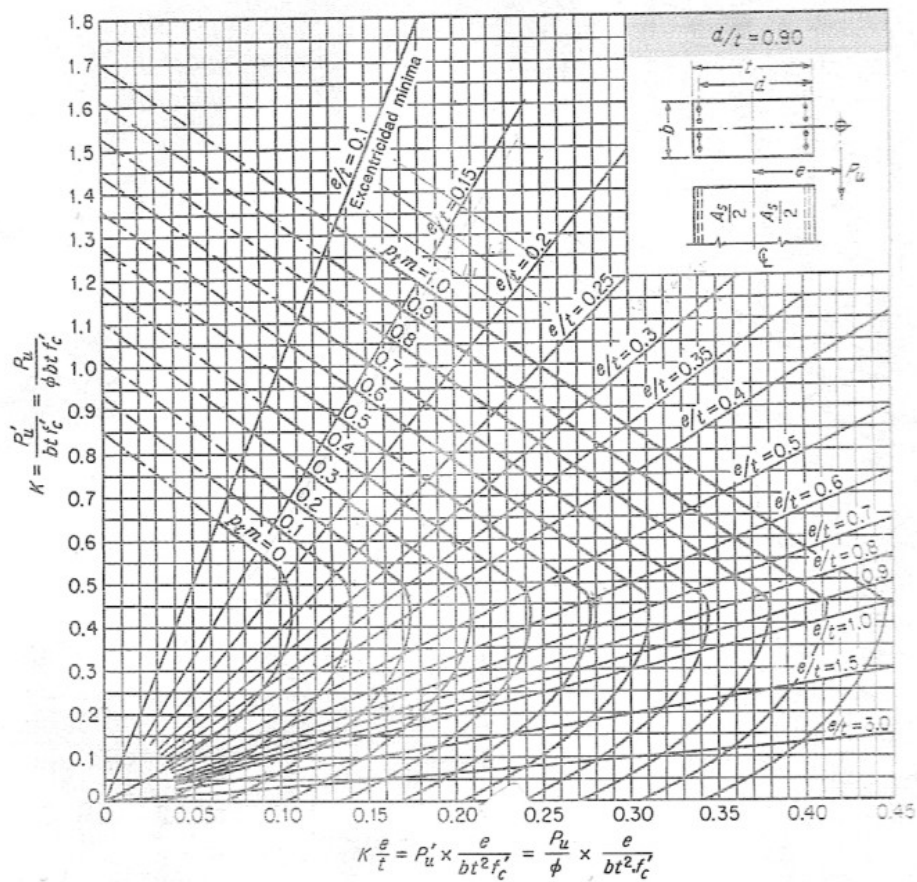
NORMAS COLOMBIANAS DE DISEÑO Y CONSTRUCCION SISMORESISTENTE, NSR-98,1998.

ROCHEL A., Roberto. Hormigón Reforzado. Bogota.1995

ANEXOS.

ANEXO A. GRÁFICA PARA EL DISEÑO DE COLUMNAS RECTANGULARES DE CONCRETO REFORZADO.

Gráfica para el diseño de columnas rectangulares de concreto reforzado



VALORES DE m

| f'_c | 3000 psi (210 kg/cm ²) | 3500 psi (245 kg/cm ²) | 4000 psi (280 kg/cm ²) | 4500 psi (315 kg/cm ²) | 5000 psi (350 kg/cm ²) |
|--------|---------------------------------------|---------------------------------------|---------------------------------------|---------------------------------------|---------------------------------------|
| A-37 | 13.41 | 11.50 | 10.06 | 8.94 | 8.05 |
| PDR 60 | 23.53 | 20.17 | 17.65 | 15.69 | 14.12 |

ANEXO B. VALORES DEL FACTOR DE LONGITUD EFECTIVA K. PARA MIEMBROS EN COMPRESIÓN.

Valores del factor de longitud efectiva k.
para miembros en compresión.

(ACI 318-77 Sec. 10.11.2.2)
con desplazamiento lateral

