

**DECAIMIENTO DEL MESON  $B$  EN  $PP'$ ,  $PS$**

**JAIRO ALONSO MENDOZA S**

**UNIVERSIDAD INDUSTRIAL DE SANTANDER  
FACULTAD DE CIENCIAS  
ESCUELA DE FÍSICA  
2007**

**DECAIMIENTO DEL MESON  $B$  EN  $PP'$ ,  $PS$**

**Trabajo de Grado como requisito para optar el título de  
Doctor en CIENCIAS NATURALES (FÍSICA):  
JAIRO ALONSO MENDOZA SUAREZ**

**Director:**

**Dr. CARLOS A. RAMIREZ  
UNIVERSIDAD INDUSTRIAL DE SANTANDER**

**Codirector:**

**Dr. JOSE LUIS LUCIO  
INSTITUTO DE FISICA.  
UNIVERSIDAD DE GUANAJUATO. MEXICO**



Universidad  
Industrial de  
Santander



**UNIVERSIDAD INDUSTRIAL DE SANTANDER  
FACULTAD DE CIENCIAS  
ESCUELA DE FÍSICA  
2007**

*A mi esposa e hijos  
A mis padres y  
hermanos.*

# AGRADECIMIENTOS

---

A mi familia, por sentir su apoyo en cada uno de los momentos en los cuales se desarrollaron mis estudios de doctorado.

Agradezco muy especialmente al Profesor Carlos A. Ramirez por su dedicación, paciencia y colaboración para poder desarrollar todas y cada una de las actividades durante el transcurso de mis estudios.

Al doctor José Luis Lucio, por su colaboración en mi pasantía en el Instituto de Física de la Universidad de Guanajuato, lo mismo que al doctor David Delephine. Un tiempo muy fructífero en conocimientos y nuevas experiencias de trabajo.

A la Universidad de Pamplona, quien me apoyo otorgándome la comisión de estudios, ya que sin ella seria imposible adelantar estudios a este nivel.

A la Universidad Industrial de Santander por haberme dado la oportunidad de contarme entre sus estudiantes de post-grado.

A cada una de las personas que de una u otra forma me colaboraron en cada uno de los momentos que implica desarrollar una tesis de doctorado.

**TÍTULO :** DECAIMIENTO DEL MESON  $B$  EN  $PP'$ ,  $PS^*$ .

**AUTOR :** Mendoza Suárez Jairo Alonso \*\*.

**PALABRAS CLAVES :** Partículas elementales, Factorización, Factores de forma, Constante de decaimiento, Operadores de cuatro fermiones, simetría CP .

**RESUMEN :** En este trabajo se reportan los resultados obtenidos para el cálculo de los decaimientos no leptónicos del meson  $B$ , considerando en los estados finales solo mesones tipo pseudoescalar-escalar ( $PS$ ) y pseudoescalar-seudoescalar ( $PP'$ ). El formalismo utilizado es la denominada “Naive Factorization” . Básicamente se calcularon las amplitudes de estos decaimientos, con estas amplitudes se hallan las razones de decaimiento (“Branching ratio”) y las asimetrías, se hace una comparación con la fenomenología existente y se obtienen unos resultados muy acordes con los datos experimentales. La principal contribución es el cálculo de las fracciones de decaimiento y las asimetrías incluyendo el operador dipolar pingüino (Conocido en la literatura como el operador  $\mathcal{O}_{11}$ ).

---

\*Proyecto de Grado

\*\*Facultad de Ciencias, Escuela de Física, Carlos A. Ramirez (Director), Jose Luis Lucio (Codirector)

# ÍNDICE GENERAL

---

---

INTRODUCCIÓN	1
<b>1. EL MODELO ESTÁNDAR</b>	<b>1</b>
1.1. Cromodinámica Cuántica QCD . . . . .	3
1.2. El modelo de Glashow-Weinberg-Salam . . . . .	7
1.3. El lagrangiano del Modelo Estándar . . . . .	8
<b>2. LA SIMETRÍA <math>CP</math></b>	<b>11</b>
2.1. FORMALISMO . . . . .	12
2.1.1. Decaimientos de mesones neutros y cargados . . . . .	15
2.1.2. Mezcla de mesones neutros . . . . .	15
2.1.3. Tipos de violación se la simetría $CP$ . . . . .	17
2.2. Violación de $CP$ en Kaones . . . . .	20
2.3. Decaimiento del Kaon en dos piones . . . . .	22
2.4. Violación de $CP$ en mesones $B$ . . . . .	24
2.5. Asimetrías . . . . .	26

<b>3. DECAIMIENTOS NO LEPTÓNICOS DEL MESON <math>B</math></b>	<b>28</b>
3.1. Lagrangianos Efectivos . . . . .	28
3.1.1. Operadores $\mathcal{O}_i$ , en el Lagrangiano Efectivo . . . . .	30
3.2. Cálculo de los elementos hadrónicos . . . . .	32
3.2.1. Diagramas a orden mas bajo . . . . .	35
3.2.2. Diagramas Factorizables . . . . .	36
3.2.3. Diagramas no factorizables . . . . .	37
3.2.4. Diagramas pingüino . . . . .	38
3.2.5. Interacción con el quark espectador . . . . .	39
3.2.6. Coeficientes de Wilson . . . . .	39
<b>4. CÁLCULOS</b>	<b>43</b>
4.1. $B \rightarrow PP$ . . . . .	43
4.1.1. Canal $\bar{B}^0 \rightarrow \pi^+\pi^-$ . . . . .	46
4.1.2. Canal $B^- \rightarrow \pi^-\pi^0$ . . . . .	49
4.1.3. Canal $\bar{B}^0 \rightarrow \pi^0\pi^0$ . . . . .	50
4.1.4. Canal $\bar{B}^0 \rightarrow \pi^+K^-$ . . . . .	52
4.1.5. Canal $\bar{B}^0 \rightarrow \bar{K}^0\pi^0$ . . . . .	55
4.1.6. Canal $B^- \rightarrow K^-\pi^0$ . . . . .	56
4.1.7. Canal $B^- \rightarrow \pi^-\bar{K}^0$ . . . . .	57
4.2. $B \rightarrow PS$ . . . . .	62

4.2.1. Canal $\bar{B}^0 \rightarrow a_0^+ \pi^-$ . . . . .	62
4.2.2. Canal $\bar{B}^0 \rightarrow a_0^- \pi^+$ . . . . .	64
4.2.3. Canal $B^- \rightarrow \pi^- a_0^0$ . . . . .	65
4.2.4. Canal $\bar{B}^0 \rightarrow \pi^0 a_0^0$ . . . . .	66
4.2.5. Canal $B^- \rightarrow f_0 K^-$ . . . . .	67
4.2.6. Canal $\bar{B}^0 \rightarrow \bar{K}^0 f_0$ . . . . .	67
4.2.7. Canal $\bar{B}^0 \rightarrow \pi^+ K_0^{*-}$ . . . . .	67
4.2.8. Canal $B^- \rightarrow \pi^- \bar{K}_0^{*0}$ . . . . .	68
4.2.9. Canal $\bar{B}^0 \rightarrow \pi^0 \bar{K}_0^{*0}$ . . . . .	68
4.2.10. Canal $B^- \rightarrow \eta K_0^{*-}$ . . . . .	68
4.2.11. Canal $\bar{B}^0 \rightarrow \eta \bar{K}_0^{*0}$ . . . . .	69
<b>5. CONCLUSIONES</b>	<b>72</b>
<b>APÉNDICES</b>	<b>75</b>
<b>A. El Mesón <math>B</math></b>	<b>75</b>
<b>B. Parámetros de entrada</b>	<b>76</b>
<b>C. Factores de Forma</b>	<b>79</b>
<b>D. Coeficientes de Wilson</b>	<b>82</b>
<b>E. Rotaciones de Fierz</b>	<b>84</b>

**BIBLIOGRAFIA**

**87**

# ÍNDICE DE FIGURAS

---

---

1.	Origen del meson $B$ , aparición de la diferencia $B^0\bar{B}^0$ . . . . .	2
1.1.	Del átomo al quark. . . . .	1
1.2.	Diagramas de Feynman QED, QCD . . . . .	3
1.3.	Comportamiento de $\alpha_s$ . . . . .	5
2.1.	Triángulo Unitario CKM . . . . .	14
2.2.	Valores de $\text{sen}\phi_1$ . . . . .	14
3.1.	Teoría efectiva . . . . .	28
3.2.	Diagramas árbol y pingüino en mesones B . . . . .	30
3.3.	Esquemas árbol y pingüino en decaiminetos $B \rightarrow \pi\pi$ . . . . .	31
3.4.	Representación de factorización . . . . .	34
3.5.	Diagrama a orden mas bajo . . . . .	36
3.6.	Diagramas a orden $\alpha_s$ que no serán calculados . . . . .	37
3.7.	correcciones al vértice “no factorizables” . . . . .	37
3.8.	Diagramas pingüino y operador dipolar cromomagnético . . . . .	38

---

3.9. Interacciones con el quark espectador “no factorizables” . . . . .	39
3.10. Diagramas pingüino (a) color permitido (b) color suprimido . . . . .	39
3.11. Correcciones al vértice . . . . .	41
4.1. Diagrama árbol y pingüino $B \rightarrow \pi^+\pi^-$ . . . . .	44
4.2. Dependencia del factor de forma $F^{B\pi}$ en el decaimiento $\bar{B}^0 \rightarrow \pi^+\pi^-$ . . . . .	46
4.3. Valores de $\phi_2$ . . . . .	48
4.4. $F^{B\pi}$ en $B^- \rightarrow \pi^-\pi^0$ . . . . .	49
4.5. Diagrama a orden árbol en el proceso $B^0 \rightarrow \pi^0\pi^0$ . . . . .	50
A.1. Relación entre la resonancia $\Upsilon(4S)$ y el mesón $B$ . . . . .	75
C.1. Representación de la intervención del Factor de Forma en el decaimiento $B \rightarrow \pi$ . . . . .	79

# ÍNDICE DE TABLAS

---

---

1.1. Propiedades de los Fermiones . . . . .	2
1.2. Propiedades de los bosones vectoriales . . . . .	2
4.1. Procesos $\mathcal{B}(B \rightarrow \pi\pi)$ . . . . .	60
4.2. Procesos $\mathcal{B}(B \rightarrow K\pi)$ . . . . .	60
4.3. Asimetrías en $B \rightarrow \pi\pi$ . . . . .	61
4.4. Asimetrías en $B \rightarrow K\pi$ . . . . .	61
4.5. Razones de decaimiento de $B \rightarrow PS$ . . . . .	70
4.6. Asimetrías en los decaimientos $B \rightarrow PS$ . . . . .	71
D.1. Coeficientes efectivos de Wilson . . . . .	82
D.2. Valores numéricos de los coeficientes de Wilson (referencias) . . . . .	83

# INTRODUCCIÓN

---

¿Cuáles son los elementos fundamentales del universo? ¿Cuál es la ley que gobierna sus interacciones? Estas son las preguntas que físicos teóricos y experimentalistas han tratado de resolver por mucho tiempo, y es en los últimos treinta años que las respuestas se han tratado de consolidar en el Modelo Estándar de las partículas elementales. Básicamente el Modelo Estándar contiene tres generaciones de quarks y leptones, y sus interacciones son mediadas por bosones gauge de acuerdo a la teoría de campos gauge  $SU(3)_C \times SU(2)_L \times U(1)_Y$ . En los últimos 30 años el Modelo Estándar ha sido confirmado por muchos experimentos de gran precisión.

No obstante, hay varias razones por las cuales el Modelo Estándar no es completamente satisfactorio como una Teoría Fundamental de las partículas elementales. Primero que todo incluye muchos parámetros, por ejemplo las masas y mezcla de los quarks y leptones, las cuales son a priori desconocidas. La jerarquía de las masas de los quarks y los leptones y las matrices de mezcla de sabor sugieren que hay un mecanismo oculto a mayor energía que puede gobernar el factor de escala de estas partículas. Desde el punto de vista cosmológico existe el serio problema de la asimetría materia-antimateria en el universo. Esta asimetría no puede ser explicada simplemente por la violación de  $CP$  la cual ocurre en el Modelo Estándar, esta es originada por la mezcla de sabores de los quarks. Todas estas razones permiten pensar que existe una nueva física, y lo más probable es que este alrededor de la escala de energía de TeV.

La forma más directa de descubrir nueva física es construir máquinas como el Large Hadron Collider (LHC), para realizar colisiones a una escala de energía de TeV en las cuales se pueden producir nuevas partículas pesadas. Pero la historia de la física de partículas dice que esta no es la única forma, de hecho antes de ser descubierto, el quark charm fue propuesto para explicar los pequeños cambios de extrañeza de las corrientes neutras (El mecanismo de Glashow-Iliopoulos-Maiani (GIM) [1]). La tercera familia de quarks y leptones fue predicha por Kobayashi y Maskawa para explicar las pequeñas violaciones de simetría  $CP$  observadas en mezcla de Kaones [2]. Estos son

ejemplos donde intervienen procesos de cambio de sabor en corrientes neutras “Favor Changing Neutral Current” (FCNC), estos procesos tienen la particularidad de que la aparición de las partículas pesadas solo se pueden estudiar si se consideran correcciones a orden lazos.

La información obtenida a partir de los experimentos que incluyen física del sabor son esenciales para entender detalles de la posible aparición de nueva física o física de más allá del Modelo Estándar, siempre y cuando las máquinas trabajen a energías de frontera con el fin de descubrir nuevas partículas.

Un lugar natural para estudiar en un amplio rango procesos en los cuales intervienen las FCNC es en el decaimiento de los mesones  $B$ . Esto debido a que el quark  $b$  pertenece a la tercera generación, por tanto su decaimiento involucra la existencia de todas las demás generaciones de quarks. Además la mezcla  $B^0 - \bar{B}^0$ , la cual tiene una gran analogía con la mezcla  $K^0 - \bar{K}^0$  involucra muchos procesos en los cuales intervienen las FCNC, los cuales son inducidos por los denominados diagramas pingüino, son ejemplos de decaimientos los radiativos  $b \rightarrow s\gamma$ , los decaimientos semileptónicos  $b \rightarrow sl^+l^-$ , y los decaimientos hadrónicos  $b \rightarrow s\bar{q}q$ , los cuales son los relevantes para el presente trabajo.

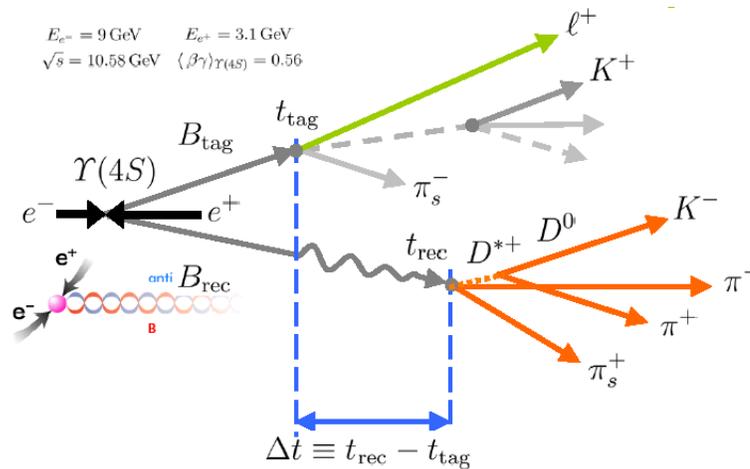


Figura 1: Origen del meson  $B$ , aparición de la diferencia  $B^0\bar{B}^0$

En el 2001 se estableció la presencia de violación de la simetría  $CP$  en sistemas de mesones  $B$  por el grupo de Belle [3] ( simultáneamente por el grupo de BaBar [4] ) mediante la medida de la asimetría detectada en la dependencia temporal en el decaimiento

$B^0(\bar{B}^0) \rightarrow J/\psi K_s^0$ . esta medida fue uno de los grandes logros en las fabricas  $e^+e^-B$ . Los datos experimentales indicaron que la matriz de mezcla de Kobayashi-Maskawa la cual es parte del Modelo Estándar de las partículas elementales, es necesaria para detectar la presencia de la violación de  $CP$  observada en la naturaleza.

El experimento de Belle también extrajo varios elementos de la matriz de Cabibbo-Kobayashi-Maskawa (CKM) y otros observables, por ejemplo midió con buena precision el ángulo  $\phi_1$  de el triángulo unitario en el decaimiento  $B^0 \rightarrow J/\psi K_s^0$  la asimetria dependiente del tiempo se hallo con una precision del 10% [5]; también violación de la simetría  $CP$  fue observada en decaimientos  $B^0 \rightarrow \pi^+\pi^-$ , de este decaimiento se extrae el ángulo  $\phi_2$  [6]; el ángulo  $\phi_3$  fue también medido en los procesos  $B \rightarrow DK$  y  $D\pi$  [7]. Además, recientemente se han observado discrepancias entre los valores del ángulo  $\phi_1$  medidos en los procesos pingüino  $B \rightarrow \phi K_S^0$  y el valor ya medido de  $B \rightarrow J/\psi K_S^0$  esto ha permitido sugerir la existencia de una nueva fase de violación de  $CP$  en los procesos pingüino  $b \rightarrow s\bar{q}q$  [8]. Reuniendo todas esas observaciones es posible predecir nueva física, y una vez establecida esta existencia, estas medidas pueden determinar las propiedades de la nueva física.

Los programas de física para estudio del mesón  $B$  proponen la construcción de grandes maquinas, dentro de los proyectos que están en marcha se incluyen experimentos tales como el Tevatrón [9] y el Large Hadron Collider (LHC) [10] los cuales se espera entren en funcionamiento en el 2007. Debido a la gran producción de pares  $B\bar{B}$ . El estudio de los mesones  $B_S$  es probablemente uno de los grandes objetivos de estas maquinas hadrónicas.

Como puede observarse en los anteriores párrafos, el estudio del mesón  $B$  es de gran relevancia para la ratificación del Modelo Estándar y también para el estudio de física de mas allá del Modelo Estándar. En el presente trabajo de tesis se hace énfasis en los decaimientos no leptónicos de este mesón, en principio se da un detallado panorama teórico de tres grandes temas, el Modelo Estándar, la violación de simetría  $CP$ , y factorización. Luego se presentan los cálculos que desarrolle en los diferentes canales de decaimiento del mesón  $B$ , en los apéndices se describen algunos pasos que no están detallados en los cálculos, y por último las conclusiones que hemos obtenido del presente trabajo.

---

# EL MODELO ESTÁNDAR

---

*En este capítulo, presento las generalidades del Modelo Estándar de partículas elementales, el objetivo de este capítulo es contextualizar al lector no experto en las teorías que actualmente tienen aceptación en la física de partículas elementales, ya que los cálculos desarrollados en el presente trabajo están enmarcadas dentro de este Modelo e incluyen básicamente el formalismo de las interacciones débiles y fuertes.*

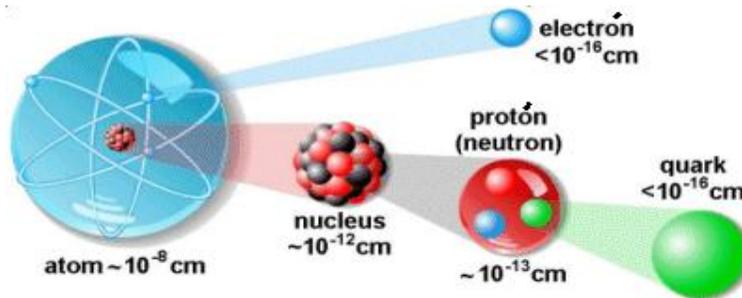


Figura 1.1: Del átomo al quark.

El Modelo Estándar (ME) [11], es una Teoría Gauge de las Interacciones Fuertes y Electrodébiles. Básicamente el Modelo Estándar clasifica las partículas elementales como se muestra en las tablas (1.1,1.2). Donde aparecen las tres familias de fermiones (leptones y quarks) y en la siguiente tabla están las partículas mediadoras de las interacciones, a estas partículas se debe adicionar el campo escalar de Higgs para tener completo el panorama de las partículas elementales. Las interacciones de estas partículas se representan mediante los diagramas de Feynman. En la figura (1.2) se muestran los diagramas básicos (a orden árbol) de las interacciones electrodébiles, las cuales son mediadas por

Tabla 1.1: Propiedades de los fermiones ( leptones y quarks con spin 1/2) según el Modelo Estándar [16]

Fermión	Nombre	Símbolo	C. Elec.	C. Fuerte	Masa
Leptones	Electrón	$e^-$	-1	0	$0,51099892 \pm 0,00000004$ MeV
	Muón	$\mu^-$	-1	0	$105,658369 \pm 0,000009$ MeV
	Tau	$\tau^-$	-1	0	$1776,99^{+0,29}_{-0,26}$ MeV
	Neutrino electrónico	$\nu_e$	0	0	$(0 - 0,19) \times 10^{-9}$ GeV
	Neutrino muonio	$\nu_\mu$	0	0	$(0,009 - 0,13) \times 10^{-9}$ GeV
	Neutrino taónico	$\nu_\tau$	0	0	$(0,04 - 0,14) \times 10^{-9}$ GeV
Quarks	up	$u$	+ 2/3	RGB	1,5 – 3,0 MeV
	Charm	$c$	+ 2/3	RGB	$1,25 \pm 0,09$ GeV
	Top	$t$	+ 2/3	RGB	$174,2 \pm 3,3$ GeV
	down	$d$	- 1/3	RGB	3 – 7 MeV
	strange	$s$	- 1/3	RGB	$95 \pm 25$ MeV
	bottom	$b$	- 1/3	RGB	$4,20 \pm 0,07$ GeV

Tabla 1.2: Propiedades de los bosones vectoriales (Spin = 1) según el Modelo Estándar [16]

Interacción	Nombre	Símbolo	Carga Electrom.	masa en GeV
Electromagnética	Fotón	$\gamma$	0	0
Débiles	Bosón vectorial $W$	$W^\pm$	$\pm 1$	$80,403 \pm 0,029$
	Bosón vectorial $Z$	$Z$	0	$91,1876 \pm 0,0021$
Fuertes	gluón	$g$	0	0

fotones para electrodinámica y  $W, Z$  para las débiles, Las interacciones fuertes son medidas por los gluones. A continuación hago un resumen de las principales características de cada una de las teorías, como es la Cromodinámica Cuántica (Quantum Chromodynamics, QCD) para las interacciones fuertes y para las interacciones electrodébiles es el modelo de Glashow-Weinberg-Salam.

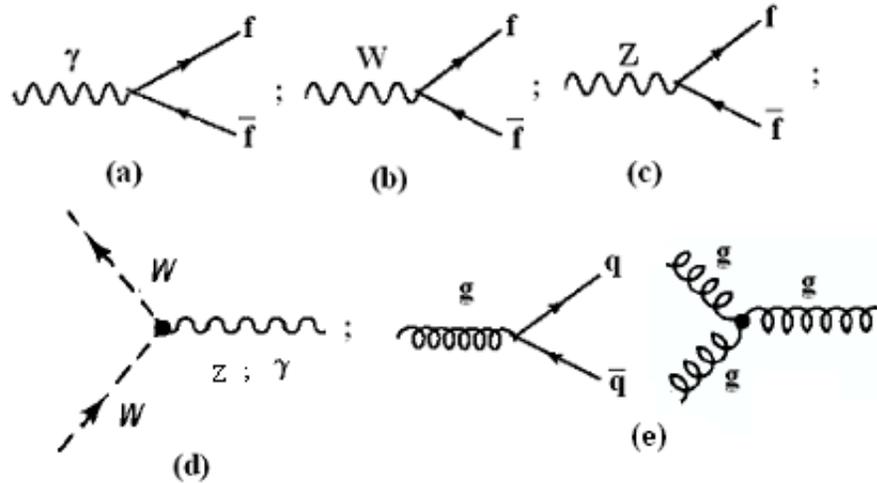


Figura 1.2: Diagramas de Feynman (a) QED, (b),(c) Interacciones débiles (corrientes cargadas y neutras) (d) QCD

## 1.1 Cromodinámica Cuántica QCD

“Se convocaron de prisa y corriendo dos reuniones en el Laboratorio Nacional del Acelerador Fermi, el Fermilab. Se trataba de un acontecimiento histórico; en aulas contiguas, físicos adscritos a dos experimentos distintos, aunque acometidos en ese mismo centro, comunicaban el descubrimiento de una partícula nueva: el quark cima (o quark top). Era marzo de 1995. Habían terminado los casi veinte años de búsqueda de una de las últimas piezas del modelo estándar que faltaba por descubrir. Así lo anunciaban en Diciembre de 1997 en la Revista Investigación y Ciencia (Scientific American edición en español) ”.

Las Interacciones Fuertes (cuya teoría es QCD [51]), en teoría de grupos, QCD esta representada por el grupo de simetría  $SU(3)_C$  y es descrita por la densidad Lagrangiana:

$$\mathcal{L}_{QCD} = -\frac{1}{2}\text{Tr} G_{\mu\nu}G^{\mu\nu} + \bar{\psi}(i\not{D} - m)\psi, \quad (1.1)$$

$$\begin{aligned} G_{\mu\nu} &= \partial_\mu A_\nu - \partial_\nu A_\mu - ig[A_\mu, A_\nu], \\ D_\mu \psi &= (\partial_\mu - igA_\mu)\psi, \\ A_\mu &= A_\mu^{(a)} \frac{\lambda^{(a)}}{2}, \end{aligned} \quad (1.2)$$

Con  $\lambda$ , las matrices de Gell-Mann [11], las cuales satisfacen la reglas de conmutación,  $[\lambda_i, \lambda_j] = 2if^{ijk}\lambda^k$ , con la condición de normalización  $\text{Tr}(\lambda_i, \lambda_j) = 2\delta_{ij}$ . Los campos  $A_\mu$  son los campos gauge de los gluones y  $\psi$  son los campos de los quarks, es de notar que se debe sumar sobre los índices de color y de sabor,  $g$  es la constante de acoplamiento de QCD. Se tienen seis campos de quarks los cuales varían en su masa, de estos tres son llamados quarks livianos, y tres son llamados pesados, los livianos son el up ( $u$ ), down ( $d$ ), y strange ( $s$ ), y los pesados, charm( $c$ ), botton ( $b$ ) y top ( $t$ ). algunas de sus propiedades se muestran en la tabla (1.1). Los gluones que son los mediadores de las interacciones fuertes como poseen carga de color también interactúan entre si, la forma como aparecen los estados ligados de estos quarks permite definir los mesones (estado quark antiquark) y los bariones que son estados de tres quarks (actualmente se construyen estados ligados de mas de tres quarks).

Dentro de las propiedades físicas de QCD, se encuentra el concepto de la constante de acoplamiento  $\alpha_S(q^2)$ , la cual depende de la cantidad de momento trasferida en la interacción, lo interesante es que esta constante tiende a cero si  $q^2$  se hace muy grande permitiendo la “Libertad Asintótica” y se hace grande cuando  $q^2$  se hace pequeña permitiendo el “confinamiento” de quarks y gluones en hadrones, de tal forma que a bajas energías solo se tienen estados no coloreados de hadrones los cuales son los observados.

Dentro de los éxitos de QCD al describir las interacciones fuertes se encuentra la **libertad asintótica** y el **Confinamiento**. La libertad asintótica, a distancias muy cortas la intensidad de la interacción disminuye y los quarks se comportan como partículas libres, además, la constante de acoplamiento disminuye su valor con la energía. El confinamiento, los gluones y los quarks son inobservables directamente porque se encuentran confinados en estados sin carga de color (los hadrones), la evolución de la contante de acoplamiento se muestra en la figura (1.3).

Las predicciones de QCD como teoría de las interacciones fuertes entre quarks y gluones intervienen en todos los procesos físicos que contengan hadrones. De este modo, hay

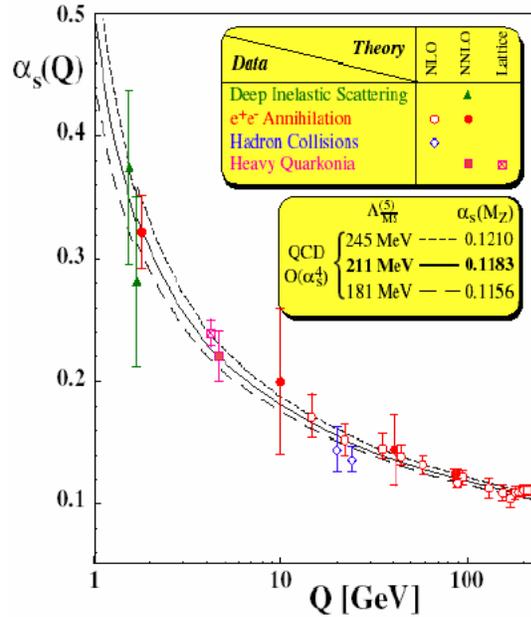


Figura 1.3: (a) Evolución de la constante de acoplamiento con la escala de energía a la que se mide. Disminuye a altas energías, o lo que es lo mismo, para distancias pequeñas, poniendo de manifiesto la libertad asintótica. Los datos procedentes de experimentos muy diferentes realizados en condiciones muy diversas, se muestran en perfecto acuerdo con las expectativas de QCD. (b)  $\alpha_s$  a la escala de  $m_Z$ , obtenida a partir de muy diversas medidas en condiciones diferentes. Todos los valores son compatibles lo que confirma el enorme rango de aplicabilidad de QCD.

una gran variedad de observables, desde el propio valor de sus masas hasta su tasa de producción en colisiones a alta energía, susceptibles de ser confrontados con la teoría. Por otro lado, la herramienta más comúnmente utilizada para obtener predicciones cuantitativas precisas de una teoría cuántica de campos como QCD consiste en emplear desarrollos perturbativos. La validez de estos cálculos se limita a aquellos regímenes en los que el parámetro del desarrollo, en este caso la constante de acoplamiento  $\alpha_s$ , tenga un valor pequeño. La libertad asintótica de QCD asegura que esto es cierto en los procesos en los que la energía de quarks y gluones es suficientemente elevada. De este modo, las colisiones hadron-hadron, lepton-nucleon o lepton-lepton a alta energía son el marco natural para la verificación experimental de QCD. El régimen perturbativo de QCD desciende hasta energías del orden de las de las masas de los hadrones, donde la constante de acoplamiento tiene un valor suficientemente elevado como para invalidar los desarrollos perturbativos. Por debajo de esas energías, a las que se produce el fenómeno del confinamiento de quarks y gluones en hadrones, solamente los métodos no

perturbativos permiten obtener predicciones. En las colisiones entre partículas elementales a alta energía aparecen tanto los aspectos perturbativos como los no perturbativos de QCD. Así, aunque los cálculos perturbativos son en principio aplicables gracias a la libertad asintótica, los estados observables experimentalmente son los hadrones. Es por ello que el estado final de una colisión no será directamente comparable con los cálculos perturbativos de QCD, que tratan con quarks y gluones como partículas libres. Para superar este hecho, que en principio impediría la confrontación de los datos experimentales con las predicciones de la teoría, ha habido que desarrollar observables físicos que preservan las propiedades de la fase perturbativa de la colisión. QCD posee la habilidad de acomodar ambos tipos de comportamiento. Esto se consigue al hacer la fuerza entre quarks una función compleja de la distancia. Cualitativamente, cuando dos quarks se acercan la fuerza es relativamente débil (libertad asintótica), pero cuando se alejan la fuerza se hace mucho más grande (confinamiento). A alguna distancia, se hace más fácil crear nuevos quarks y antiquarks, que se combinan para formar hadrones que para seguir en contra de la fuerza creciente.

Históricamente en 1973 se publicaron simultáneamente dos trabajos conteniendo el mismo descubrimiento teórico, uno por David J. Gross y Franck Wilczek, y el otro por Howard D. Politzer, ambos en la revista “Physical Review Letters”. Consistía este descubrimiento en hacer notar que, para teorías de tipo Yang-Mills, las correcciones cuánticas a la intensidad de la interacción son tales que hacen a esta intensidad decrecer a pequeñas distancias (o a gran energía) y crecer a grandes distancias. Estas propiedades son las opuestas de las de otras interacciones; por ejemplo, la electromagnética o la gravitación, cuya intensidad se atenúa con la distancia.

Esta propiedad de que la intensidad de la interacción decrece cuando los quarks se acercan uno a otro implica que, como se había observado en los experimentos, a pequeñas distancias los quarks se comportan como si fueran libres (libertad asintótica). El trabajo de Gross, Wilczek y Politzer aclaró inmediatamente la situación, desapareciendo por completo las resistencias de los físicos, en particular de Gell-Mann. En efecto, con la libertad asintótica, todas las inconsistencias del modelo de quarks se habían resuelto, la teoría permitía ahora realizar cálculos de gran cantidad de efectos observables. Cuando estos se realizaron, resultaron en excelente acuerdo con las medidas experimentales; no sólo en interacciones entre quarks de tipo u, d que forman el núcleo atómico, sino entre los otros tipos de quarks. A principios de los años 1980, la teoría estaba completamente establecida. En el año 2004 se le dio el premio Nobel a los estadounidenses David J. Gross, H. David Politzer y Frank Wilczek, por sus trabajos en la Libertad Asintótica.

Ahora bien, contamos con la posibilidad de caracterizar las intensidades de las interacciones en este caso las interacciones fuertes por un número de acoplamiento  $\alpha$ , sin

dimensión, lo que permite comparar las diferentes interacciones directamente, en particular tenemos que la constante de acoplamiento fuerte evoluciona como se muestra en la ecuación (1.3) ( $\alpha_s(m_Z) = 0,1187(20)$ ) [16] y su representación gráfica se muestra en la figura (1.3) en la cual se observa la propiedad de la Libertad asintótica  $\alpha_s \rightarrow 0$  cuando  $\mu \rightarrow \infty$ .

$$\alpha_s(\mu) = \frac{4\pi}{\beta_0 \ln(\mu^2/\Lambda^2)} \left[ 1 - \frac{2\beta_1}{\beta_0^2} \frac{\ln[\ln(\mu^2/\Lambda^2)]}{\ln(\mu^2/\Lambda^2)} + \frac{4\beta_1^2}{\beta_0^4 \ln^4(\mu^2/\Lambda^2)} \dots \right] \quad (1.3)$$

## 1.2 El modelo de Glashow-Weinberg-Salam

Históricamente, el Modelo Estándar de las interacciones electrodébiles fue propuesto por S.L. Glashow [12] A. Salam [13], y S Weinberg [14] para leptones y posteriormente extendido para grados de libertad hadrónicos mediante el llamado mecanismo de GIM [15](se introduce la matriz de mezcla CKM). Dicho modelo es hoy por hoy la mejor formulación que unifica las interacciones electromagnéticas y débiles; es teóricamente consistente y concuerda los datos experimentales que involucran fenómenos de origen electrodébil [16]. Para energías que son pequeñas comparadas con la escala electrodébil (la cual se asocia con la masa  $m_W$ ), dicha teoría reproduce la electrodinámica cuántica (QED), a bajas energías es la teoría de Fermi de las interacciones débiles, los cuales dan una buena descripción de las interacciones electrodébiles y electromagnéticas a bajas energías. Dicho modelo es mínimo en el sentido de que contiene el número mas pequeño de grados de libertad necesarios para describir correctamente todos los experimentos conocidos.

El modelo de Glashow Weinberg Salam (WS) es una teoría gauge de norma no abeliana basada en el grupo de simetría  $SU(2)_L \times U(1)_Y$  y es bien conocido por los hechos experimentales que tres de los cuatro bosones de norma son masivos ( $W^\pm$  y  $Z$ ). Esto es implementado mediante el denominado mecanismo de Higgs [17]. De acuerdo con ello se introduce un campo escalar  $\Phi$ , cuyo valor esperado en el vacío es diferente de cero y por ello, el grupo de norma  $SU(2)_L \times U(1)_Y$  es roto espontáneamente. De esta manera la invariancia bajo el grupo electromagnético  $U(1)_{em}$  es preservada, haciendo con ello que el boson de norma asociado a este grupo permanezca sin masa y que se identifica como el fotón ( $\gamma$ ), esquemáticamente:

$$SU(2)_L \times U(1)_Y \xrightarrow{\langle \Phi \rangle \neq 0} U(1)_{em} \quad (1.4)$$

El ME es *quiral*, ya que los fermiones poseen giro derecho e izquierdo y estos se transforman de acuerdo con diferentes representaciones del grupo de norma, consecuentemente

las masas de los fermiones están prohibidas en esta teoría simétrica. Ellas deben ser generadas a través del rompimiento de la simetría ya sea espontáneo o dinámico.

La diagonalización de las masas de los fermiones introduce la matriz de mezcla  $V_{ij}$  de Cabbibo-Kobayashi-Maskawa en el sector de los quarks [18], la cual puede dar origen a la violación de simetría CP. En esta teoría los fermiones aparecen en generaciones y su número no es fijado por el modelo; sin embargo, por el experimento sabemos que deberían ser tres con sus componentes neutrínicos.

El ME es una *teoría cuántica de campos renormalizable* lo cual fue probado por G.'t Hooft [33, 34]. Por lo tanto dado un conjunto finito de parámetros de entrada, dicho modelo nos permite calcular únicamente correcciones cuánticas y las cantidades medibles pueden ser predichas orden a orden en teoría de perturbaciones.

### 1.3 El lagrangiano del Modelo Estándar

Una de las formas de presentar el lagrangiano  $\mathcal{L}$  del ME, es descomponerlo en tres partes; una de ellas es la parte de Yang-Mills, otra de Higgs y la última de fermiones:

$$\mathcal{L} = \mathcal{L}_{YM} + \mathcal{L}_H + \mathcal{L}_F \quad (1.5)$$

Cada una de ellas es separadamente invariante de norma, las cuales se especifican a continuación:

- El sector de Yang Mills:

Es también conocida como la parte de norma del lagrangiano clásico, en donde los campos de norma son cuatro campos vectoriales que se transforman de acuerdo con la representación adjunta del grupo de norma  $SU(2)_L \times U(1)_Y$ . El triplete de los campos de norma  $W_a^\mu$ ,  $a = 1, 2, 3$  esta asociado con los generadores  $I_W^a$  del grupo de isospin débil  $SU(2)_L$  y el singlete  $B_\mu$  con la hipercarga débil  $Y_W$  del grupo  $U(1)$  cuya algebra esta descrita por:

$$[I_W^a, I_W^b] = i\epsilon^{abc} I_W^a; \quad [I_W^a, Y_W] = 0, \quad (1.6)$$

en donde  $\epsilon^{abc}$  es la constante de estructura totalmente antisimétrica del grupo  $SU(2)$ . El lagrangiano de los campos de norma es:

$$\begin{aligned} \mathcal{L} = & -\frac{1}{4}F_{\mu\nu}^a F^{a\mu\nu} - \frac{1}{4}B_{\mu\nu}B^{\mu\nu} \\ & -\frac{1}{4}(\partial_\mu W_\nu^a - \partial_\nu W_\mu^a + g_2\epsilon^{abc}W_\mu^b W_\nu^c)^2 - \frac{1}{4}(\partial_\mu B_\nu - \partial_\nu B_\mu)^2 \end{aligned}$$

Debido a que el grupo de norma no es simple, existen dos constantes de acoplamiento; el acoplamiento del grupo de norma  $SU(2)_L$  es  $g_2$ , y el acoplamiento para el grupo de norma  $U(1)_Y$  es  $g_1$ .

- El sector de Higgs:

El sector mínimo de Higgs consiste en un único campo escalar complejo  $\Phi(x)$ , doblete bajo  $SU(2)_L$ .

$$\Phi(x) = \begin{pmatrix} \phi^+(x) \\ \phi^0(x) \end{pmatrix}. \quad (1.7)$$

El lagrangiano esta dado por:

$$\mathcal{L} = (D_\mu \Phi)^2 - \mu^2 \Phi^\dagger \Phi, \quad (1.8)$$

el cual esta construido de tal manera que da origen a la rotura espontánea de la simetría como se muestra en la ecuación (1.4). Esto significa que los parámetros  $\lambda$  y  $\mu$  son elegidos para el potencial  $V(\Phi)$  tenga un mínimo para un campo de Higgs no nulo, es decir, el valor de expectación en el vacío  $\langle \Phi \rangle$  del campo de Higgs no es cero.

- El sector fermiónico:

Los fermiones de helicidad izquierda en cada generación de leptones ( $L$ ) y de quarks ( $Q$ ) están agrupados en dobletes de  $SU(2)_L$  (eliminando el índice de color).

$$L_K^L = P_- L_k = \begin{pmatrix} \nu_k^L \\ l_k^L \end{pmatrix}, \quad Q_K^L = P_- Q_k = \begin{pmatrix} u_k^L \\ d_k^L \end{pmatrix} \quad (1.9)$$

y los fermiones de helicidad derecha en singletes:

$$l_k^R = P_+ l_k, \quad u_k^R = P_+ u_k, \quad d_k^R = P_+ d_k, \quad (1.10)$$

donde  $P_\pm = 1/2(1 \pm \gamma_5)$  es el proyector de helicidad para los campos derechos e izquierdos, respectivamente  $k$  es el índice de generación y  $\nu, l, u$  y  $d$  denotan los neutrinos, los leptones cargados, los quarks tipo *up* y quarks tipo *down*, respectivamente. No existen los neutrinos de helicidad derecha en el ME mínimo, los cuales podrían ser añadidos fácilmente dándoles el privilegio de tener masa. Dicha masa no ha sido observada experimentalmente hasta ahora [35], aunque los últimos experimentos de las colaboraciones de los diferentes laboratorios sugieran que es posible que exista [36].

La parte fermiónica del Lagrangiano (sin tener en cuenta la mezcla entre los quarks) queda de la siguiente forma:

$$\begin{aligned}
\mathcal{L} = & \sum_k (\bar{L}_k^L i \not{D} L_k^L + \bar{Q}_k^L i \not{D} Q_k^L) + \\
& \sum_k (\bar{l}_k^R i \not{D} l_k^R + \bar{u}_k^R i \not{D} u_k^R + \bar{d}_k^R i \not{D} d_k^R) \\
& - \sum_k \left( \bar{L}_k^L G_k^l l_k^R \tilde{\Phi} + \bar{Q}_k^L G_k^u u_k^R \tilde{\Phi} + \bar{Q}_k^L G_k^d d_k^R \hat{\Phi} + h.c. \right). \quad (1.11)
\end{aligned}$$

En la derivada covariante, el termino que relaciona a  $g_2$  actuando sobre los fermiones derechos esta ausente, ya que ellos son singletes de  $SU(2)_L$ . Los campos fermiónicos son por definición autoestados de la interacción de norma electrodébil, es decir las derivadas covariantes son diagonales en esta base con respecto al índice de generación.  $G_k^l$ ,  $G_k^u$  y  $G_k^d$  son matrices de los acoplamientos de Yukawa,  $\tilde{\Phi} = (\hat{\phi}^0, -\hat{\phi}^-)^T$  es el conjugado del campo de Higgs y  $\hat{\phi}^- = (\hat{\phi}^+)^*$ . La simetría  $SU(2)_L$  prohíbe explícitamente términos de masa para los fermiones. Las masas de los fermiones son generadas a través de los acoplamientos de Yukawa via rompimiento espontáneo de la simetría.

---

## LA SIMETRÍA $CP$

---

*En este capítulo mostraré las principales características de la violación de la simetría  $CP$ , el principal objetivo de mostrar este formalismo es debido a que en los mesones  $B$  se ha encontrado evidencia experimental de violación directa de esta simetría, por tanto en el presente trabajo calculamos las asimetrías en los diferentes procesos de decaimiento del meson  $B$ , como se muestra en el capítulo 4.*

---

Dentro de las simetrías discretas se encuentran las simetrías de paridad  $P$ , la simetría conjugación de carga  $C$  y la simetría reversión en el tiempo  $T$ .

La Paridad, significa  $(t, \mathbf{x}) \rightarrow (t, -\mathbf{x})$ . Reversion en el tiempo, significa  $(t, \mathbf{x}) \rightarrow (-t, \mathbf{x})$ . Una tercera pero ya no una operación espacio-temporal es la *Conjugación de Carga* denotada por  $C$ , esta operación intercambia partículas en antipartículas. La combinación  $CP$  sustituye una partícula por su antipartícula e invierte su momento y helicidad [11].

De acuerdo a los resultados de los experimentalistas se conoce que las Interacciones Electromagnéticas y Fuertes son simétricas con respecto a  $C$ ,  $P$  y  $T$ . Las Interacciones Débiles violan  $C$  y  $P$  separadamente, pero conservan  $CP$  y  $T$  con buena aproximación [11]. Solamente ciertos procesos raros, los cuales incluyen kaones neutros y actualmente el mesón  $B$ , han permitido observar que violan la simetría  $CP$ . Todas las evidencias experimentales son consistentes con que la simetría  $CPT$  no es violada luego las interacciones débiles violan además  $T$  [16]. A continuación muestro en principio la forma como se estudia este proceso de violación de la simetría  $CP$ , los diferentes tipos de violación de  $CP$ , y luego como se presenta esta violación en los mesones  $B$ .

## 2.1 FORMALISMO

Una de las propiedades del Modelo Estándar es que permite la mezcla de quarks, esta mezcla entre generaciones se manifiesta cuando actúan las corrientes débiles entre quarks. Por convención, la mezcla es asignada a los quarks que tienen carga  $Q = -1/3$  de la forma:

$$J^\mu = \bar{u}'_\alpha \gamma^\mu d'_\alpha = \bar{u} \gamma^\mu S^{u\dagger} S^d d = \bar{u}_\alpha \gamma^\mu d''_\alpha, \quad (2.1)$$

Donde

$$d''_\alpha \equiv V_{\alpha\beta} d_\beta \quad (\alpha, \beta = 1, \dots, n) \quad V \equiv S^{u\dagger} S^d \quad (2.2)$$

De esta forma los quarks de carga  $Q = -1/3$  que participan en la transición via corrientes débiles son combinaciones lineales de los estados propios de masa. La matriz de mezcla de quarks  $V$  es el producto de dos matrices unitarias la cual es así mismo unitaria. El Modelo Estándar no predice los valores de esta matriz, los elementos deben ser extraídos de la fenomenología existente. Para el caso de dos generaciones,  $V$  es denominada la matriz de *Cabibbo* [44]. Para tres generaciones es llamada matriz de *Cabibbo-Kobayashi-Maskawa* [45]. (O simplemente la matriz de mezcla débil) esta se acostumbra a denotar por la siglas *CKM*.

Una matriz  $n \times n$  se caracteriza por tener  $n^2$  parámetros reales, de estos  $n(n-1)/2$  son ángulos y  $n(n-1)/2$  son fases, no todas las fases tienen significado físico, debido a que  $2n-1$  de ellas pueden ser removidas haciendo una redefinición de los campos de quarks de la forma:

$$u_\alpha = e^{i\theta_\alpha^u} u, \quad d_\alpha = e^{i\theta_\alpha^d} d \quad (\alpha = 1, \dots, n) \quad (2.3)$$

Sobre un elemento de la matriz de mezcla se tiene:

$$V_{\alpha\beta} \rightarrow V_{\alpha\beta} e^{i(\theta_\beta^d - \theta_\alpha^u)} \quad (\alpha = 1, \dots, n) \quad (2.4)$$

Solamente permanecen  $2n-1$  transformaciones del tipo (2.3) las cuales son efectivas al remover las fases complejas. De esta forma todos los términos en el Lagrangiano incluyendo la matriz  $V$  no se afectan por este procedimiento.

Para dos generaciones no aparecen fases complejas, el parámetro tomado es el denominado ángulo de Cabibbo  $\theta_C$  de la forma:

$$V = \begin{pmatrix} \cos \theta_C & \sin \theta_C \\ -\sin \theta_C & \cos \theta_C \end{pmatrix}; \quad \begin{pmatrix} d_C \\ s_C \end{pmatrix} \equiv V \begin{pmatrix} d \\ s \end{pmatrix} \quad (2.5)$$

De acuerdo a los datos dados por las interacciones débiles el valor numérico del ángulo de Cabibbo es  $\cos \theta_C = 0,22$ .

Para tres generaciones se tiene la matriz  $3 \times 3$ .

$$V = \begin{pmatrix} V_{ud} & V_{us} & V_{ub} \\ V_{cd} & V_{cs} & V_{cb} \\ V_{td} & V_{ts} & V_{tb} \end{pmatrix} \quad (2.6)$$

Esta matriz de mezcla puede ser expresada en términos de cuatro parámetros de los cuales uno es una fase compleja. La presencia de esta fase compleja es bien importante ya que es la que determina la violación de  $CP$  en la teoría. La matriz de CKM utiliza tres ángulos  $\theta_\alpha$  ( $\alpha = 1, 2, 3$ ) y una fase compleja  $\delta$ . se construye así la matriz (2.14) en función de los ángulos y la fase de la forma:

$$V = \begin{pmatrix} c_1 & -s_1 c_3 & -s_1 s_3 \\ s_1 c_2 & c_1 c_2 c_3 - s_2 s_3 e^{i\delta} & c_1 c_2 s_3 + s_2 c_3 e^{i\delta} \\ s_1 s_2 & c_1 s_2 c_3 + c_2 s_3 e^{i\delta} & c_1 s_2 s_3 - c_2 c_3 e^{i\delta} \end{pmatrix} \quad (2.7)$$

Una aproximación alterna es la parametrización de Wolfenstein [46] el cual asume que la matriz de mezcla obedece a una estructura de jerarquía. Se define  $\lambda = |V_{us}| \simeq 0,22$ , y se expande la matriz dada en potencias de  $\lambda$  obteniéndose a orden  $\lambda^3$ :

$$V = \begin{pmatrix} 1 - \lambda^2/2 & \lambda & \lambda^3 A(\rho - i\eta(1 - \lambda^2/2)) \\ -\lambda & 1 - \lambda^2/2 - i\eta A^2 \lambda^4 & \lambda^2 A(1 + i\eta \lambda^2) \\ \lambda^3 A(1 - \rho - i\eta) & \lambda^2 A & 1 \end{pmatrix} \quad (2.8)$$

Donde  $A, \rho, \eta$  son parámetros reales del orden de 1. Los datos obtenidos de los mesones  $B$  indican que los valores numéricos son  $A = 0,95 \pm 0,14$  y  $\sqrt{\rho^2 + \eta^2} = 0,47 \pm 0,14$ .

La unitariedad de la matriz CKM permite varias relaciones entre sus elementos de matriz de la forma:

$$V_{ud}V_{ub}^* + V_{cd}V_{cb}^* + V_{td}V_{tb}^* = 0 \quad (2.9)$$

Esta relación requiere que la suma de tres cantidades complejas al ser sumadas se anulen, luego puede ser representado geoméricamente en el plano complejo como un triángulo como se muestra en la figura (2.1), los ángulos de este triángulo,

$$\beta \equiv \phi_1 = \arg \left( -\frac{V_{cd}V_{cb}^*}{V_{td}V_{tb}^*} \right), \quad (2.10)$$

$$\alpha \equiv \phi_2 = \arg \left( -\frac{V_{td}V_{tb}^*}{V_{ud}V_{ub}^*} \right), \quad (2.11)$$

$$\gamma \equiv \phi_3 = \arg \left( -\frac{V_{ud}V_{ub}^*}{V_{cd}V_{cb}^*} \right), \quad (2.12)$$

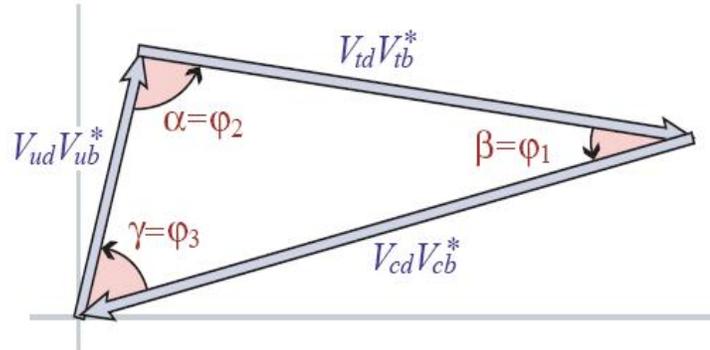


Figura 2.1: Triángulo Unitario CKM

De acuerdo a la literatura el valor de  $\phi_1$  es de los mejores medidos, en particular en los decaimientos  $B \rightarrow J/\psi K^0$  como se muestra en la figura.(2.2).

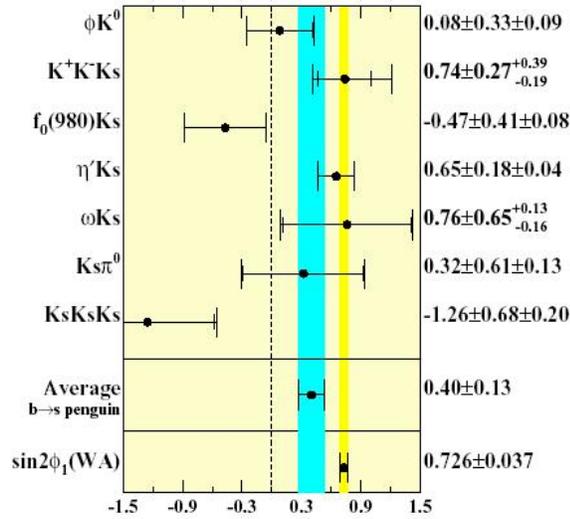


Figura 2.2: Valores medidos de  $\sin\phi_1$  en decaimientos dominados por amplitudes pingüino en procesos  $b \rightarrow s\bar{q}q$ , para 253  $fb^{-1}$  datos. El valor promedio difiere del promedio mundial medido en los decaimientos  $B^0 \rightarrow J/\psi K^0$

El valor calculado para los elementos de la matriz CKM, considerando unitariedad según [16].

$$V_{CKM} = \begin{pmatrix} 0,97383_{-0,00023}^{+0,00024} & 0,2272_{-0,0010}^{+0,0010} & (3,96_{0,09}^{+0,09}) \times 10^{-3} \\ 0,2271_{0,0010}^{+0,0010} & 0,97296_{0,00024}^{+0,00024} & (42,21_{0,80}^{+0,10}) \times 10^{-3} \\ (8,14_{-0,64}^{+0,32}) \times 10^{-3} & (41,61_{-0,78}^{+0,12}) \times 10^{-3} & 0,999100_{-0,000004}^{+0,000034} \end{pmatrix} \quad (2.13)$$

Es impresionante la similitud con el valor experimental sin considerar unitariedad según [16]

$$V = \begin{pmatrix} 0,97377 \pm 0,00027 & 0,2257 \pm 0,0021 & (4,31 \pm 0,30) \times 10^{-3} \\ 0,230 \pm 0,011 & 0,957 \pm 0,017 \pm 0,093 & (41,6 \pm 0,6) \times 10^{-3} \\ (7,4 \pm 0,8) \times 10^{-3} & (40,6 \pm 2,7) \times 10^{-3} & > 0,78 \end{pmatrix} \quad (2.14)$$

### 2.1.1. Decaimientos de mesones neutros y cargados

Se define la amplitud de decaimiento para un meson  $M$  ( el cual puede ser cargado o neutro) y su conjugado CP  $\bar{M}$  en un estado final  $f$  y su conjugado CP  $\bar{f}$  como:

$$A_f = \langle f | \mathcal{H} | M \rangle, \quad \bar{A}_f = \langle f | \mathcal{H} | \bar{M} \rangle, \quad (2.15)$$

$$A_{\bar{f}} = \langle \bar{f} | \mathcal{H} | M \rangle, \quad \bar{A}_{\bar{f}} = \langle \bar{f} | \mathcal{H} | \bar{M} \rangle, \quad (2.16)$$

Donde  $\mathcal{H}$  es el Hamiltoniano de las interacciones débiles. La acción de Cp sobre estas bases introduce unas fases  $\xi_M$  y  $\xi_f$  que dependen del contenido de sabor de la forma:

$$CP|M\rangle = e^{+i\xi_M}|\bar{M}\rangle, \quad CP|f\rangle = e^{+i\xi_f}|\bar{f}\rangle, \quad (2.17)$$

$$CP|\bar{M}\rangle = e^{-i\xi_M}|M\rangle, \quad CP|\bar{f}\rangle = e^{-i\xi_f}|f\rangle, \quad (2.18)$$

Donde  $(CP)^2 = 1$ . Las fases  $\xi_M, \xi_f$  son arbitrarias y no tienen un significado físico, son originadas por la simetría de sabor de las interacciones fuertes. Si CP es conservada, de la dinámica sabemos  $[CP, \mathcal{H}] = 0$ , entonces  $A_f$  y  $\bar{A}_{\bar{f}}$  tienen la misma magnitud y se diferencian por una fase relativa.

$$\bar{A}_{\bar{f}} = e^{\xi_f - \xi_M} A_f \quad (2.19)$$

### 2.1.2. Mezcla de mesones neutros

Un estado que inicialmente es una superposición de  $M^0$  y  $\bar{M}^0$ , se define como:

$$|\psi(t)\rangle = a(t)|M^0\rangle + b(t)|\bar{M}^0\rangle, \quad (2.20)$$

en principio se asume que incluye todos los posibles estados finales del decaimiento. Si estamos interesados en calcular los valores de  $a(t), b(t)$ , es necesario considerar la evolución temporal, la cual esta determinada por el hamiltoniano efectivo  $2 \times 2$ . que no es hermítico, es decir los mesones podrían solamente oscilar pero no decaen. La matriz  $\mathbf{H}$  puede ser escrita en términos de matrices hermíticas  $\mathbf{M}$  y  $\mathbf{\Gamma}$  como:

$$\mathbf{H} = \mathbf{M} - \frac{i}{2}\mathbf{\Gamma} \quad (2.21)$$

Donde  $\mathbf{M}$  y  $\mathbf{\Gamma}$  están asociados con las transiciones  $(M^0, \bar{M}^0) \leftrightarrow (M^0, \bar{M}^0)$ . Los elementos de la diagonal de  $\mathbf{M}$  y  $\mathbf{\Gamma}$  están asociados con la conservación de sabor en las transiciones  $M^0 \rightarrow \bar{M}^0$  y  $\bar{M}^0 \rightarrow M^0$ , y los elementos fuera de la diagonal están asociados con el cambio de sabor en las transiciones  $M^0 \leftrightarrow \bar{M}^0$ .

Los vectores propios de  $\mathbf{H}$  definen las masas y los anchos. Para especificar los componentes de los estados propios de las interacciones fuertes,  $M^0$  y  $\bar{M}^0$ , relacionados con los estados propios de masa ( $M_L$ , liviano) y ( $M_H$ , pesado). Se introducen tres parámetros complejos:  $p, q$  y  $z$ , para el caso en el que ambas  $CP$  y  $CPT$  sean violados en mezcla:

$$|M_L\rangle \propto p\sqrt{1-z}|M^0\rangle + q\sqrt{1+z}|\bar{M}^0\rangle; \quad (2.22)$$

$$|M_H\rangle \propto p\sqrt{1+z}|M^0\rangle - q\sqrt{1-z}|\bar{M}^0\rangle \quad (2.23)$$

Con la normalización  $|q|^2 + |p|^2 = 1$  con  $z = 0$  (Como se vera mas adelante, otra posible escogencia es la que se hace con los Kaones donde se define  $K_S$  vida-corta y  $K_L$  vida-larga).

Las partes real e imaginaria de los valores propios  $\omega_L, H$  corresponden a  $|M_L, H\rangle$  las cuales representan sus masa y sus anchos de decaimiento respectivamente. Las diferencias de masa están dadas por:

$$\Delta m \equiv m_H - m_L = Re(\omega_H - \omega_L), \quad (2.24)$$

$$\Delta\Gamma \equiv \Gamma_H - \Gamma_L = -2Im(\omega_H - \omega_L). \quad (2.25)$$

Es de notar que  $\Delta m$  es positiva por definición, el signo de  $\Delta\Gamma$  se determina experimentalmente. El Modelo Estándar predice que  $\Delta\Gamma < 0$  para los mesones  $B$  y  $B_S$ .

Desarrollando el problema de valores propios para  $\mathbf{H}$  se llega a:

$$\left(\frac{q}{p}\right)^2 = \frac{M_{12}^* - (i/2)\Gamma_{12}^*}{M_{12} - (i/2)\Gamma_{12}} \quad (2.26)$$

Donde:

$$z = \frac{\delta m - (i/2)\delta\Gamma}{\Delta m - (i/2)\Delta\Gamma}, \quad \delta m = M_{11} - M_{12}, \quad \delta\Gamma \equiv \Gamma_{11} - \Gamma_{12} \quad (2.27)$$

Son las diferencias de la masa efectiva y valor esperado de la razón de decaimiento para los estados de interacción fuerte  $M^0$  y  $\bar{M}^0$ .

Si cualquiera CP o CPT son simetrías de  $\mathbf{H}$  (independientemente si T es conservada o violada), entonces los valores de  $\delta m$  y  $\delta\Gamma$  son ambas cero, y  $z = 0$ . Se encuentra además que:

$$\omega_H - \omega_L = 2\sqrt{\left(M_{12} - \frac{i}{2}\Gamma_{12}\right)\left(M_{12}^* - \frac{i}{2}\Gamma_{12}^*\right)} \quad (2.28)$$

Ahora si, CP o T son simetrías de  $\mathbf{H}$  (independientemente si CPT es conservada o no), entonces,  $\mathbf{\Gamma}_{12}/\mathbf{M}_{12}$  son reales, se llega a:

$$\left(\frac{q}{p}\right)^2 = e^{2i\xi_M} \Rightarrow \left|\frac{q}{p}\right| = 1, \quad (2.29)$$

Donde  $\xi_M$  es fase no física introducida en la ecuación (2.18). Solo si, CP es una simetría de  $\mathbf{H}$  (Independientemente de CPT y T), entonces las anteriores condiciones llevan a que los estados propios de masa son ortogonales.

$$\langle M_H | M_L \rangle = |p|^2 - |q|^2 = 0 \quad (2.30)$$

### 2.1.3. Tipos de violación se la simetría CP

Se han definido tres tipos de violación de la simetría CP en los decaimientos de mesones.

1. **Violación directa:** La violación de CP en decaimientos esta definida po:

$$|\bar{A}_{\bar{f}}/A_f| \neq 1 \quad (2.31)$$

En los decaimientos de los mesones cargados, donde los efectos de mezcla no están presentes, solamente es posible conseguir de violación de CP en las asimetrías:

$$\mathcal{A}_{f^\pm} \equiv \frac{\Gamma(M^- \rightarrow f^-) - \Gamma(M^+ \rightarrow f^+)}{\Gamma(M^- \rightarrow f^-) + \Gamma(M^+ \rightarrow f^+)} = \frac{|\bar{A}_{f^-}/A_{f^+}|^2 - 1}{|\bar{A}_{f^-}/A_{f^+}|^2 + 1}. \quad (2.32)$$

Este tipo de violación es independiente del tiempo ( $P^0(t) = P^0(0)$ ), en este caso el cociente de las razones de decaimiento tienen la propiedad  $B(P^0 \rightarrow f) \neq B(\bar{P}^0 \rightarrow \bar{f})$ , en este caso el estado final solamente puede ser producido por el sabor inicial de la partícula neutra. ( $P^0 \rightarrow f, \bar{P}^0 \rightarrow \bar{f}$ ), se deben tener mas de dos amplitudes para un decaimiento simple las cuales sean diferentes en fase débil ( $\Delta\phi \neq 0$ ) y en fase fuerte ( $\Delta\delta \neq 0$ ), luego se define la asimetría:

$$|A_1 + A_2|^2 \neq |A_1^* + A_2^*|^2; \quad A_{CP} = \frac{\Gamma(\bar{B} \rightarrow f) - \Gamma(B \rightarrow f)}{\Gamma(\bar{B} \rightarrow f) + \Gamma(B \rightarrow f)} \quad (2.33)$$

Es de notar que este tipo de violación no ha sido observada en decaimientos de mesones  $B$ , este es uno de los objetivos de las fabricas actuales.

2. **Violación Indirecta:** Este tipo de violación es definido por:

$$|q/p| \neq 1 \quad (2.34)$$

Se presenta en decaimientos semileptónicos de mesones neutros via corrientes cargadas  $M, \bar{M} \rightarrow l^\pm X$ , es medido via la asimetría que se presenta en oscilaciones de la forma:

$$\begin{aligned} \mathcal{A}_{SL}(t) &\equiv \frac{d\Gamma/dt[M_{fis}^0(t) \rightarrow l^+ X] - d\Gamma/dt[\bar{M}_{fis}^0(t) \rightarrow l^- X]}{d\Gamma/dt[M_{fis}^0(t) \rightarrow l^+ X] + d\Gamma/dt[\bar{M}_{fis}^0(t) \rightarrow l^- X]} \\ &= \frac{1 - |q/p|^4}{1 + |q/p|^4} \end{aligned} \quad (2.35)$$

Este decaimiento presenta mezcla, es dependiente del tiempo, en este caso  $P^0 \rightarrow \bar{P}^0 \neq \bar{P}^0 \rightarrow P^0$ . Aquí el estado final no puede ser reproducido por el estado inicial de sabor. ( $P^0 \rightarrow f, \bar{P}^0 \rightarrow \bar{f}$ ).

3. **Interferencia entre un decaimiento con y sin mezcla:** La violación de CP con interferencia en un decaimiento sin mezcla,  $M^0 \rightarrow f$ , y un decaimiento con mezcla,  $M^0 \rightarrow \bar{M}^0 \rightarrow f$  (Este efecto ocurre en decaimientos en los cuales el estado final son comunes a  $M^0$  y  $\bar{M}^0$ , incluyendo todos los estados propios de CP), es definida por:

$$Im(\lambda_f) \neq 0, \quad \text{con } \lambda_f \equiv \frac{q \bar{A}_f}{p A_f}. \quad (2.36)$$

Esta forma de violación de CP, puede ser observada, por ejemplo, usando la asimetría de los decaimientos de los mesones neutros en estados propios finales de CP ( $f_{CP}$ ).

$$\mathcal{A}_{f_{CP}}(t) \equiv \frac{d\Gamma/dt[\bar{M}_{fis}^0(t) \rightarrow f_{CP}] - d\Gamma/dt[M_{fis}^0(t) \rightarrow f_{CP}]}{d\Gamma/dt[\bar{M}_{fis}^0(t) \rightarrow f_{CP}] + d\Gamma/dt[M_{fis}^0(t) \rightarrow f_{CP}]} \quad (2.37)$$

Si  $\Delta\Gamma = 0$  y  $|q/p| = 1$ , como se presenta con buena aproximación en los mesones  $B$ , pero no en los Kaones.

En este tipo de violación no se tiene en el estado final un estado específico de sabor, los estados propios de  $CP$  pueden ser producidos por cualquier sabor de  $P^0$  (por ejemplo  $P^0 \rightarrow f, \bar{P}^0 \rightarrow \bar{f}, \bar{P}^0 \rightarrow f, P^0 \rightarrow \bar{f}$ ), este tipo de violación ocurre en decaimientos con y sin mezcla.

A continuación presento las regiones en donde se ha tenido evidencia de violación de la simetría CP:

1. Violación indirecta de CP en decaimientos  $K \rightarrow \pi\pi$  [28], y en decaimientos  $K \rightarrow \pi l\nu$  esta dado por:

$$\epsilon_K = (2,28 \pm 0,02) \times 10^{-3} e^{i\pi/4}.$$

2. Violación directa de CP en decaimientos  $K \rightarrow \pi\pi$  [29], esta dada por:

$$\epsilon'/\epsilon = (1,72 \pm 0,18) \times 10^{-3}.$$

3. Violación de CP debida a interferencia o mezcla en decaimientos  $B \rightarrow \psi K_s$  y modos relacionados están dados por [21]:

$$S_{\psi K_s} = +0,69 \pm 0,03.$$

4. Violación de CP debida a interferencia o mezcla en decaimientos  $B \rightarrow K^+ K^- K_S$  y modos relacionados están dados por [22]:

$$S_{K^+ K^- K_S} = -0,45 \pm 0,13.$$

5. Violación de CP debida a interferencia o mezcla en decaimientos  $B \rightarrow D^{*+} D^{*-}$  y modos relacionados están dados por [23] :

$$S_{D^{*+} D^{*-}} = -0,75 \pm 0,23$$

6. Violación de CP debida a interferencia o mezcla en decaimientos  $B \rightarrow \eta' K^0$  y modos relacionados están dados por [24]:

$$S_{\eta' K^0} = +0,50 \pm 0,09(0,13)$$

7. Violación de CP debida a interferencia o mezcla en decaimientos  $B \rightarrow f_0 K_S$  y modos relacionados están dados por [25]:

$$S_{f_0 K_S} = -0,75 \pm 0,24.$$

8. Violación directa de CP en el decaimiento  $\bar{B}^0 \rightarrow K^\mp \pi^\pm$ , esta dada por [26]:

$$\mathcal{A}_{K^\mp \pi^\pm} = -0,115 \pm 0,018$$

9. Violación directa de CP en el decaimiento  $\bar{B}^0 \rightarrow \rho\pi$  esta dada por [27] :

$$\mathcal{A}_{\rho\pi}^{-+} = -0,48 \pm 0,14$$

## 2.2 Violación de CP en Kaones

La violación de CP en Kaones fue descubierta en 1964 [28]. Este proceso mostró la primera de violación directa de CP.[29].

La mezcla de Kaones  $K^0$  y  $\bar{K}^0$ , se hace evidente en el decaimiento común en  $\pi\pi$ , de la forma  $K^0 \leftrightarrow \pi\pi \leftrightarrow \bar{K}^0$ , a continuación presento la forma como se estudia este fenómeno de mezcla.

Escribiendo la función de onda de dos componentes:

$$|\phi(t)\rangle = \begin{pmatrix} a(t) \\ b(t) \end{pmatrix} \equiv a(t)|K^0\rangle + b(t)|\bar{K}^0\rangle, \quad (2.38)$$

La evolución en el tiempo:

$$i \frac{d}{dt} |\psi(t)\rangle = \left( M - \frac{i}{2} \Gamma \right) |\psi(t)\rangle, \quad (2.39)$$

Donde el termino entre paréntesis es denominado matriz de masa el cual esta dado por:

$$\begin{aligned} \left( M - \frac{i}{2} \Gamma \right)_{ij} &\equiv \frac{\langle K_i^0 | H_{eff} | K_j^0 \rangle}{2m_K} \\ &= m_k^{(0)} \delta_{ij} + \frac{\langle K_i^0 | H_W | K_j^0 \rangle}{2m_K} + \frac{1}{2m_k} \sum_n \frac{\langle K_i^0 | H_W | n \rangle \langle n | H_W | K_j^0 \rangle}{m_K^{(0)} - E_n + i\epsilon} \end{aligned} \quad (2.40)$$

Usando la identidad:

$$\frac{1}{w - E_n - i\epsilon} = P \left( \frac{1}{w - E_n} \right) - i\pi\delta(E_n - w), \quad (2.41)$$

por lo tanto solo se involucran estados intermedios físicos:

$$\Gamma_{ij} = \frac{1}{2m_K} \sum_n \langle K_i^0 | H_w | n \rangle \langle n | H_w | K_j^0 \rangle 2\pi\delta(E_n - m_K). \quad (2.42)$$

Como  $M$  y  $\Gamma$  son hermíticas, se tiene que  $M_{21} = M_{12}^*$  y  $\Gamma_{21} = \Gamma_{12}^*$ , debido a la simetría CPT los elementos diagonales de la matriz de masa deben ser iguales, se llega a una forma general:

$$M - \frac{i}{2}\Gamma = \begin{pmatrix} A & p^2 \\ q^2 & A \end{pmatrix} \quad (2.43)$$

Donde  $A, p, q$  pueden ser complejos. Los estados  $\bar{K}^0$  y  $K^0$  están relacionados por la simetría CP de la forma:

$$CP|K^0\rangle = \xi_K|\bar{K}^0\rangle \quad (2.44)$$

donde  $|\xi_K|^2 = 1$ . Por convención se escoge  $\xi_K = -1$ , la suposición de la invariancia de CP, relacionaría los elementos que están fuera de la diagonal de masa obligando a que  $p = q$ .

$$\langle K^0 | H_{eff} | \bar{K}^0 \rangle = \langle K^0 | CP^{-1}CP H_{eff} CP^{-1}CP | \bar{K}^0 \rangle = \langle \bar{K}^0 | H_{eff} | K^0 \rangle, \quad (2.45)$$

donde  $\langle \bar{K}^0 | H_{eff} | K^0 \rangle$  esta definido en la ecuación (2.40), combinando este resultado con la hermiticidad de  $M$  y de  $\Gamma$ , implicaría que  $M_{12}$  y  $\Gamma_{12}$  deberían ser reales, en la concepción de la invariancia de CP, pero este no es el caso ya que se tiene para los estados propios de masa los elementos de matriz:

$$\begin{pmatrix} K \\ L \\ S \end{pmatrix} = \frac{1}{\sqrt{|p|^2 + |q|^2}} [p|K^0\rangle \pm q|\bar{K}^0\rangle], \quad (2.46)$$

de acuerdo a la anterior discusión se tiene:

$$\frac{p}{q} = \sqrt{\frac{M_{12} - \frac{i}{2}\Gamma_{12}}{M_{12}^* - \frac{i}{2}\Gamma_{12}^*}}, \quad M_{12} - \frac{i}{2}\Gamma_{12} = \langle K^0 | H | \bar{K}^0 \rangle. \quad (2.47)$$

La diferencia en los valores propios esta dada por:

$$\begin{aligned} 2qp &= (m_L - m_S) - \frac{i}{2}(\Gamma_L - \Gamma_S) \\ &= 2 \left( M_{12} - \frac{i}{2}\Gamma_{12} \right)^{1/2} \left( M_{12}^* - \frac{i}{2}\Gamma_{12}^* \right)^{1/2} \simeq 2\text{Re}M_{12} - i\text{Re}\Gamma_{12}, \end{aligned} \quad (2.48)$$

Donde esta ultima aproximación es valida si la violación de CP es pequeña ( $1 \gg \text{Im}M_{12}/\text{Re}M_{12}$ ). Los subíndices  $L, S$  (long, short) largo y corto hacen referencia a las vidas medias las cuales difieren por un factor de 580. Para entender esta gran diferencia, encontramos que si CP se conservara ( $p = q$ ), estos estados serían estados propios CP de  $K_{\pm}^0$  (no se debe confundir con los kaones cargados).

$$\begin{aligned} |K_S\rangle &\xrightarrow{p=q} |K_+^0\rangle, & |K_L\rangle &\xrightarrow{p=q} |K_-^0\rangle, \\ |K_{\pm}^0\rangle &\equiv \frac{1}{\sqrt{2}}[|K^0\rangle \mp |\bar{K}^0\rangle], & CP|K_{\pm}^0\rangle &= \pm|K_{\pm}^0\rangle. \end{aligned} \quad (2.49)$$

En este límite, el cual es muy aproximado a la realidad,  $K_S$  puede decaer solamente en un estado final de CP par, de la forma  $\pi\pi$ , sin embargo  $K_L$  puede decaer solamente en un estado final de CP impar. Se encuentra que  $K_S$  tiene una vida media mas corta. Los estados  $K_{LS}$ , expandidos en estados propios de CP, están dados por:

$$\begin{aligned} |K_{L,S}\rangle &= \frac{1}{\sqrt{1+|\bar{\epsilon}|^2}}[|K_{\mp}^0\rangle + \bar{\epsilon}|K_{\pm}^0\rangle], & \frac{p}{q} &= \frac{1+\bar{\epsilon}}{1-\bar{\epsilon}}, \\ \bar{\epsilon} &= \frac{p-q}{p+q} = \frac{i \text{Im}M_{12} - i \text{Im}\Gamma_{12}/2}{2 \text{Re}M_{12} - i \text{Re}\Gamma_{12}/2} \simeq \frac{1}{2} \frac{M_{12} - M_{21} - \frac{i}{2}(\Gamma_{12} - \Gamma_{21})}{m_L - m_S - \frac{i}{2}(\Gamma_L - \Gamma_S)}. \end{aligned} \quad (2.50)$$

La mezcla  $K^0\bar{K}^0$  puede ser observada experimentalmente debido a su evolución temporal, via interacciones fuertes, en principio se tienen en el tiempo  $t = 0$  estados puros de  $K^0$  o  $\bar{K}^0$ ,

$$\begin{aligned} |K^0(t)\rangle &= g_+(t)|K^0\rangle + \frac{q}{p}g_-(t)|\bar{K}^0\rangle, \\ |\bar{K}^0(t)\rangle &= \frac{p}{q}g_-(t)|K^0\rangle + g_+(t)|\bar{K}^0\rangle, \\ g_{\pm}(t) &= \frac{1}{2}e^{-\Gamma_L t/2}e^{-im_L t} [1 \pm e^{-\Delta\Gamma t/2}e^{i\Delta m t}], \end{aligned} \quad (2.51)$$

Donde  $\Delta\Gamma \equiv \Gamma_S - \Gamma_L$  y  $\Delta m \equiv m_L - m_S$  cada uno definido como una cantidad positiva. De la evidencia experimental se tiene  $\Delta m = (3,522 \pm 0,016) \times 10^{-12}$  MeV.

### 2.3 Decaimiento del Kaon en dos piones

El estado final  $\pi\pi$  en los decaimientos de Kaones provee un numero par de CP, las interacciones fuertes son invariantes bajo esta simetría. Para el sistema  $\pi^0\pi^0$ , es claro ya que  $\pi^0$  es el mismo estado propio de CP esto es  $CP|\pi^0\rangle = -|\pi^0\rangle$ , y los dos piones en el estado ( $l = 0$ ),

$$CP|\pi^0\pi^0\rangle = (-1)^2(-1)^l|\pi^0\pi^0\rangle = +|\pi^0\pi^0\rangle \quad (2.52)$$

El resultado correspondiente para piones cargados obedece al hecho de que  $\pi^+$  y  $\pi^-$  son conjugados de CP,  $CP|\pi^\pm\rangle = -|\pi^\mp\rangle$ , Hemos visto que si CP es conservada los dos Kaones neutros se podrían organizar como estados propios de CP, solamente  $K_S$  decayendo en  $\pi\pi$ . De forma alternativa  $K_L$  decae principalmente en tres piones, lo cual da un numero impar de CP. La observación de ambos decaimientos en Kaones neutros es una clara señal de violación de CP.

En el Modelo Estándar cuando tenemos acoplamientos con los bosones  $W^\pm$ , podemos incluir las denominadas fases débiles, estas están dadas por convención, sin embargo la diferencia de dos fases débiles ( $\xi$ ) en un proceso si tienen significado físico, como se muestra en la ecuación (2.57). Otro tipo de fase que aparece es al interacciones finales, estas generalmente están regidas por interacciones fuertes, luego podemos incluir por convención las denominadas fases fuertes ( $\delta_i$ ), de nuevo la diferencia entre dos fases fuertes es lo que tiene significado físico, de tal forma que en los decaimientos  $K \rightarrow \pi\pi$  la amplitud de decaimiento puede ser parametrizada de la siguiente forma:

$$\begin{aligned} A_{K^0 \rightarrow \pi^+\pi^-} &= A_0 e^{i\delta_0} + \frac{A_2}{\sqrt{2}} e^{i\delta_2}, \\ A_{K^0 \rightarrow \pi^0\pi^0} &= A_0 e^{i\delta_0} - \sqrt{2} A_2 e^{i\delta_2}, \end{aligned} \quad (2.53)$$

Si la violación de CP es directa,  $A_0$  y  $A_2$  pueden ser complejas de la forma:

$$A_0 \equiv |A_0| e^{i\xi_0}, \quad A_2 \equiv |A_2| e^{i\xi_2}, \quad (2.54)$$

La violación de CP en la amplitud de decaimiento esta caracterizada por las fases  $\xi_0$  y  $\xi_2$ , en consecuencia las amplitudes de decaimiento para los procesos  $K_0 \rightarrow \pi\pi$  y  $\bar{K}_0 \rightarrow \pi\pi$  se modifican:

$$\begin{aligned} A_{K^0 \rightarrow \pi^+\pi^-} &= |A_0| e^{i\xi_0} e^{i\delta_0} + \frac{|A_2|}{\sqrt{2}} e^{i\xi_2} e^{i\delta_2}, \\ A_{\bar{K}^0 \rightarrow \pi^+\pi^-} &= -|A_0| e^{-i\xi_0} e^{i\delta_0} - \frac{|A_2|}{\sqrt{2}} e^{-i\xi_2} e^{i\delta_2} \end{aligned} \quad (2.55)$$

Usando las definiciones de  $K_L$  y  $K_S$  dadas en la ecuación (2.50) se llega a las siguientes expresiones para medir la violación de CP:

$$\frac{\langle \pi^+\pi^- | H_W | K_L \rangle}{\langle \pi^+\pi^- | H_W | K_S \rangle} \equiv \eta_{+-} \equiv \epsilon + \epsilon', \quad \frac{\langle \pi^0\pi^0 | H_W | K_L \rangle}{\langle \pi^0\pi^0 | H_W | K_S \rangle} \equiv \eta_{00} \equiv \epsilon - 2\epsilon', \quad (2.56)$$

donde  $\epsilon = \bar{\epsilon} + i\xi_0$ ,

$$\begin{aligned}
\epsilon &= \bar{\epsilon} + i\epsilon_0 \simeq \frac{e^{i\frac{\pi}{4}}}{\sqrt{2}} \left( \frac{\text{Im}M_{12}}{\Delta m} - i\xi_0 \right) + i\xi_0 \\
&= \frac{e^{i\frac{\pi}{4}}}{\sqrt{2}} \left( \frac{\text{Im}M_{12}}{\Delta m} + \xi_0 \right) = \frac{e^{i\frac{\pi}{4}}}{\sqrt{2}} \left( \frac{\text{Im}M_{12}}{\text{Re}A_2} - \frac{\text{Im}A_0}{\text{Re}A_0} \right) \\
\epsilon' &= \frac{iw}{\sqrt{2}} e^{i(\delta_2 - \delta_0)} (\xi_2 - \xi_0) = \frac{iwe^{i(\delta_2 - \delta_0)}}{\sqrt{2}} \left( \frac{\text{Im}A_2}{\text{Re}A_2} - \frac{\text{Im}A_0}{\text{Re}A_0} \right), \quad (2.57)
\end{aligned}$$

Donde  $w \equiv \text{Re}A_2/\text{Re}A_0 \simeq 1/22$ . Se observa que  $\epsilon$  es sensible a la violación de CP en la matriz de masa, Donde  $\epsilon'$  es la única manifestación de violación directa de CP. En la ecuación (2.57), la cantidad  $\epsilon$  expresa la interferencia entre las amplitudes de  $K^0 \rightarrow \pi\pi$  con  $K^0 \rightarrow \bar{K}^0 \rightarrow \pi\pi$ , y  $\epsilon'$  incluye la interferencia de los estados finales de isospin  $I = 0, I = 2$ .

Fue en el sistema de Kaones  $K \rightarrow \pi\pi$  que la violación de CP fue observada por primera vez, las medidas que se tienen en la actualidad son:

$$\begin{aligned}
|\epsilon| &= (2,263 \pm 0,023) \times 10^{-3}, & \left| \frac{\epsilon'}{\epsilon} \right| &= \begin{cases} 0,0023 \pm 0,0007 \\ 0,0006 \pm 0,0007 \end{cases} \\
\varphi_{+-} = \text{fase}(\eta_{+-}) &= \begin{cases} (46,9 \pm 2,2)^\circ \\ (43,2 \pm 1,5)^\circ \end{cases}, & \varphi_{00} = \text{fase}(\eta_{00}) &= (47,1 \pm 2,8)^\circ. \quad (2.58)
\end{aligned}$$

## 2.4 Violación de CP en mesones B

La asimetría CP en decaimientos semileptónicos del meson  $B$  han demostrado que los efectos de mezcla en  $B^0\bar{B}^0$  son pequeños [30].

$$\mathcal{A}_{SL} = (-3,0 \pm 7,8) \times 10^{-3} \Rightarrow |q/p| = 1,0015 \pm 0,0039. \quad (2.59)$$

La predicción del Modelo Estándar es:

$$\mathcal{A}_{SL} = \mathcal{O} \left( \frac{m_c^2}{m_t^2} \sin \beta \right) \leq 0,001 \quad (2.60)$$

El valor aproximado de  $|p/q| \approx 1$ , implica que de acuerdo a la precisión de los experimentos actuales la violación de CP en mezcla de mesones B es insignificante. Para tal

efecto el estudio de las asimetrías en decaimientos hadrónicos del meson B se usa: (citar pdg).

$$\lambda_f = e^{-i\phi_{M(b)}}(\bar{A}_f/A_f), \quad (2.61)$$

Donde  $\phi_{M(b)}$  es la fase de  $M_{12} = |M_{12}|e^{i\phi_M}$ , dentro del Modelo Estándar el correspondiente factor de fase esta dado por:

$$e^{-i\phi_M} = (V_{tb}^*V_{td}/V_{tb}V_{td}^*) \quad (2.62)$$

Para mesones B es conveniente escribir la asimetría de la forma [31]

$$\mathcal{A}_f(t) = S_f \sin(\Delta mt) - C_f \cos(\Delta mt), \quad (2.63)$$

$$S_f \equiv \frac{2Im(\lambda_f)}{1 + |\lambda_f|^2}, \quad C_f \equiv \frac{1 - |\lambda_f|^2}{1 + |\lambda_f|^2}, \quad (2.64)$$

Donde se asume  $\Delta\Gamma = 0$  y  $|q/p| = 1$ .

Existe una gran variedad de procesos de la forma  $b \rightarrow \bar{q}q\bar{q}'$  donde  $q' = s, d$ . Para  $q = c, u$  se tienen contribuciones de los dos tipos árbol y pingüino. Usando la unitariedad de la matriz CKM, las amplitudes se escriben en términos de las combinaciones de los elementos de esta matriz. Por ejemplo, para  $f = \pi\pi$ , proceso que incluye transiciones  $b \rightarrow \bar{u}u\bar{d}$ , se toma:

$$A_{\pi\pi} = (V_{ub}^*V_{ud})T_{\pi\pi} + (V_{tb}^*V_{td})P_{\pi\pi}^t \quad (2.65)$$

Donde:  $T_{\pi\pi} = t_{\pi\pi} + p_{\pi\pi}^u - p_{\pi\pi}^c$  y  $P_{\pi\pi}^t = p_{\pi\pi}^t - p_{\pi\pi}^c$ . Las fases de violación de CP aparecen solamente por los elementos de la matriz CKM. de tal forma que:

$$\frac{\bar{A}_{\pi\pi}}{A_{\pi\pi}} = \frac{(V_{ub}V_{ud}^*)T_{\pi\pi} + (V_{tb}V_{td}^*)P_{\pi\pi}^t}{(V_{ub}^*V_{ud})T_{\pi\pi} + (V_{tb}^*V_{td})P_{\pi\pi}^t} \quad (2.66)$$

En procesos como  $f \rightarrow \phi K_S$ , que implican la transición  $B \rightarrow \bar{s}s\bar{s}$ , la relación de las amplitudes esta dada por:

$$\frac{\bar{A}_{\phi K_S}}{A_{\phi K_S}} = -\frac{(V_{cb}V_{cs}^*)P_{\phi K}^c + (V_{ub}V_{us}^*)P_{\phi K}^u}{(V_{cb}^*V_{cs})P_{\phi K}^c + (V_{ub}^*V_{us})P_{\phi K}^u} \times \frac{V_{cd}^*V_{cs}}{V_{cd}V_{cs}^*} \quad (2.67)$$

Donde  $P_{\phi K}^c = p_{\phi K}^c - p_{\phi K}^t$  y  $P_{\phi K}^u = p_{\phi K}^u - p_{\phi K}^t$ . Como la amplitud  $A_f$  incluye dos fases diferentes débiles, este tipo de decaimientos permite ambos tipos de violación de CP, interferencia de decaimiento con y sin mezcla,  $S_f \neq 0$ , y violación de CP en decaimiento,  $C_f \neq 0$ . (Al nivel de la precisión de los experimentos, la contribución de  $C_f$  para CP en mezcla es desechable). Si la contribución de la segunda fase débil es suprimida, entonces  $S_f$  representa la violación de la simetría CP.

Para procesos  $B \rightarrow \pi\pi$  el cual incluye transiciones de la forma  $\bar{b} \rightarrow \bar{u}u\bar{d}$ , la relación pingüino-árbol puede ser calculada usando relaciones de  $SU(3)$  y los datos experimentales encontrados en los decaimientos  $B \rightarrow K\pi$ , las expresiones para  $S_{\pi\pi}$  y  $C_{\pi\pi}$  están dadas por:

$$\begin{aligned} \lambda_{\pi\pi} &= e^{2i\alpha} [(1 - R_{PT}e^{-i\alpha})/(1 - R_{PT}e^{+i\alpha})] \Rightarrow \\ S_{\pi\pi} &\approx \sin 2\alpha + 2\text{Re}(R_{PT}) \cos 2\alpha \sin 2\alpha, \quad C_{\pi\pi} \approx 2\text{Im}(R_{PT}) \sin \alpha \end{aligned} \quad (2.68)$$

Donde  $R_{PT} \equiv (|V_{tb}V_{td}|P_{\pi\pi}^t)/(|V_{ub}V_{ud}|T_{\pi\pi})$ , este término depende del canal que se trabaje es diferente para  $\pi^+\pi^-$  y para  $\pi^0\pi^0$ . Si las fases fuertes son desechadas entonces  $R_{PT}$  es real, implicando  $C_{\pi\pi} = 0$ , de tal forma que el valor de  $C_{\pi\pi}$  es un indicador del valor de la fase fuerte. En la actualidad el rango experimental es  $C_{\pi\pi} = -0,37 \pm 0,10$  [32].

## 2.5 Asimetrías

De acuerdo a las secciones anteriores el resumen la amplitud de decaimiento puede ser escrita como:

$$\begin{aligned} A_{B \rightarrow f_d} &= V_{ub}V_{ud}^*T' - V_{tb}V_{td}^*P' = |T|e^{-i(\gamma-\delta_T)} - |P|e^{i(\beta+\delta_P)} \\ A_{\bar{B} \rightarrow \bar{f}_d} &= |T|e^{-i(\gamma-\delta_T)} - |P|e^{i(\beta+\delta_P)} \\ A_{B \rightarrow f_s} &= V_{ub}V_{us}^*T' - V_{tb}V_{ts}^*P' = |T|e^{-i(\gamma-\delta_T)} - |P|e^{i(\delta_P)} \\ A_{\bar{B} \rightarrow \bar{f}_s} &= |T|e^{-i(\gamma-\delta_T)} - |P|e^{i(\delta_P)} \end{aligned} \quad (2.69)$$

Donde  $T = V_{ub}V_{uq}^*$ ,  $P = V_{cb}V_{cq}^*$ .

La violación directa de CP puede ser obtenida considerando:

$$\begin{aligned} A_{CP} &= \frac{\Gamma(B \rightarrow f) - \Gamma(\bar{B} \rightarrow \bar{f})}{\Gamma(B \rightarrow f) + \Gamma(\bar{B} \rightarrow \bar{f})} \\ A_{CP}^d &= \frac{2r \sin \delta \sin(\beta + \gamma)}{1 + r^2 - 2r \cos \delta \cos(\beta + \gamma)}, \quad A_{CP}^s = \frac{2r \sin \delta \sin \gamma}{1 + r^2 - 2r \cos \delta \cos \gamma} \end{aligned}$$

Donde  $r = |P|/|T|$  y  $\delta = \delta_p - \delta_T$ . Para las asimetrías dependientes del tiempo se tiene:

$$\begin{aligned} \frac{\Gamma(\bar{B}^0(t) \rightarrow f) - \Gamma(B^0(t) \rightarrow f)}{\Gamma(\bar{B}^0(t) \rightarrow f) + \Gamma(B^0(t) \rightarrow f)} &= C_f \cos \Delta m t + S_f \sin \Delta m t, \\ C_f = -A_f &= \frac{1 - |\lambda_f|^2}{1 + |\lambda_f|^2}, \quad S_f = \frac{2\text{Im}(\lambda_f)}{1 + |\lambda_f|^2}, \quad \lambda_{f_q} = \frac{q A(\bar{B} \rightarrow f_q)}{p A(B \rightarrow f_q)} = e^{-2i\beta} \frac{A_{\bar{B} \rightarrow f_q}}{A_{B \rightarrow f_q}} \\ \lambda_{f_d} &= e^{2i(\gamma-\beta)} \frac{1 - r e^{-i(\beta+\gamma-\delta)}}{1 - r e^{i(\beta+\gamma+\delta)}}, \quad \lambda_{f_s} = e^{2i(\gamma-\beta)} \frac{1 - r e^{-i(\gamma-\delta)}}{1 - r e^{i(\gamma+\delta)}} \end{aligned} \quad (2.70)$$

Debido a:

$$\frac{q}{p} = \sqrt{\frac{M_{12}^* - \frac{i}{2}\Gamma_{12}^*}{M_{12} - \frac{i}{2}\Gamma_{12}}} = \frac{V_{tb}^* V_{td}^*}{V_{tb} V_{td}} = e^{-2i\beta}.$$

## DECAIMIENTOS NO LEPTÓNICOS DEL MESON $B$

---

*En este capítulo muestro el formalismo teórico como trabajo los decaimientos no leptónicos del meson  $B$ , esto con el fin de dar claridad a la forma como se realizaron los cálculos en el capítulo (4). Partimos del concepto del Hamiltoniano efectivo, el cual básicamente esta compuesto de los términos de la matriz CKM, los operadores de cuatro fermiones y los Coeficientes de Wilson, muestro la forma general como se calculan los elementos hadrónicos para introducir el concepto de Factorización que es el método que usamos en el presente trabajo, este método tiene limitaciones y por tanto nuestro los diagramas no factorizables y la interacción con el quark espectador, términos que no son calculados en el presente trabajo ya que se ha limitado solo a Factorización Naive*

---

### 3.1 Lagrangianos Efectivos

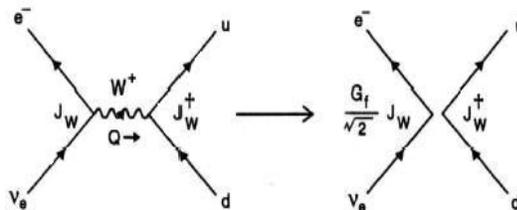


Figura 3.1: Interacción débil mediada por un  $W$  dentro del Modelo Estándar y como teoría efectiva de Fermi

El formalismo del método de los Lagrangianos efectivos permite representar en una forma más simple el contenido dinámico de una teoría en el límite de bajas energías [11] (aquí nos interesa  $E \approx m_b \ll m_W$ ), donde los efectos de las partículas pesadas pueden ser incorporados en unas constantes efectivas ( $G_F$ ). La forma básica para atacar el problema es escribir el conjunto mas completo de Lagrangianos consistentes con la simetría de la teoría original. Se encuentra que a bajas energías solo unos pocos Lagrangianos son relevantes y las predicciones teóricas son bastante correctas.

Con el fin de no desarrollar la teoría formal de los Lagrangianos efectivos lo cual es prioritario en la presente propuesta, muestro a continuación un ejemplo clave en Corrientes Cargadas. Como es sabido el Modelo Estándar involucra entre otros aspectos interacciones de fermiones y bosones gauge.

La interacción del bosón  $W$  con los fermiones esta dada por:

$$\mathcal{L} = -\frac{g}{2\sqrt{2}}(J_W^\mu W_\mu^- + J_W^{\mu\dagger} W_\mu^+), \quad (3.1)$$

donde la corriente débil  $J_W^{\mu+}$  esta dada por:

$$J_W^{\mu\dagger} = (\bar{\nu}_e \bar{\nu}_\mu \bar{\nu}_\tau) \gamma^\mu (1 - \gamma^5) \begin{pmatrix} e^- \\ \mu^- \\ \tau^- \end{pmatrix} + (\bar{u} \bar{c} \bar{t}) \gamma^\mu (1 - \gamma^5) V \begin{pmatrix} d \\ s \\ b \end{pmatrix}, \quad (3.2)$$

$J_W^{\mu+}$  en el segundo término contiene la matriz  $V$  de CKM mezclando los quarks. Ahora la interacción de fermiones mediada por el  $W$  se muestra en la figura (3.1). En el límite cuando  $|q^2 = m_b^2| \ll m_W^2$ ,  $1/(q^2 - m_W^2) \rightarrow 1/m_W^2$  (donde se ha tomado el primer término de la expansión de Taylor), lo cual permite que el término efectivo de momento del propagador del  $W$  se desprecie, esta es una interacción efectiva en la teoría de Fermi ( $\psi^4$ ), la cual se describe por la densidad lagrangiana:

$$-\mathcal{L}_{eff}^{cc} = \frac{G_F}{\sqrt{2}} J_W^\mu J_{W\mu}^\dagger \cong \frac{G_F}{\sqrt{2}} (\bar{d}u)_L (\bar{u}b)_L + \dots, \\ \text{Donde } \frac{G_F}{\sqrt{2}} \cong \frac{g^2}{8M_W^2}. \quad (3.3)$$

De esta forma la teoría de Fermi es una aproximación al Modelo Estándar valida en el límite en el que la transferencia de momento es pequeña. Como se observa en la ecuación (3.3) esta corriente puede ser expresada como una constante por un operador de cuatro fermiones.

## Hamiltoniano Efectivo para decaimientos débiles de hadrones

El punto de partida básico para una fenomenología de los decaimientos débiles de hadrones es el Hamiltoniano efectivo [37], el cual tiene la siguiente estructura general:

$$\mathcal{H}_{eff} = \frac{G_F}{\sqrt{2}} \left[ V_{ub}V_{uq}^* (C_1 O_1^u + C_2 O_2^u) - V_{tb}V_{tq}^* \left( \sum_{i=3}^{10} C_i O_i + C_g O_g + C_\gamma O_\gamma \right) \right] + \text{h.c.} \quad (3.4)$$

$G_F$  es la constante de Fermi,  $V_{ij}$  son los términos de la matriz CKM, los cuales son relevantes en el decaimiento del proceso a analizar, un análisis detallado de esta matriz se encuentra en la sección (2.1). (Los valores numéricos están dados en el apéndice (B).)

$O_i$  son los operadores de cuatro fermiones que gobiernan el decaimiento que se detallaran en la sección (3.1.1).  $C_i$  son los coeficientes de Wilson, los cuales evolucionan con la energía desde  $\mu \approx M_W$  a  $\mu \approx m_b$ , sus características se detallan en la sección (3.2.6)

Es de notar que nuestro interés esta en los operadores que incluyen solamente quarks  $b$ , ya que estos gobiernan los decaimientos no leptónicos del mesón  $B$ . En el presente trabajo tomamos el Hamiltoniano efectivo  $\mathcal{H}_{eff}$ , para las transiciones  $\Delta B = 1$  de acuerdo a la ecuación (3.4) como ( $q = d, s$ ) [37]. En la figura (3.3) se muestra la forma como se analiza el proceso a orden árbol y pingüinos de los decaimientos  $B^0 \rightarrow \pi^- \pi^+$ ;  $\bar{B}^0 \rightarrow \pi^+ \pi^-$ .

### 3.1.1. Operadores $O_i$ , en el Lagrangiano Efectivo

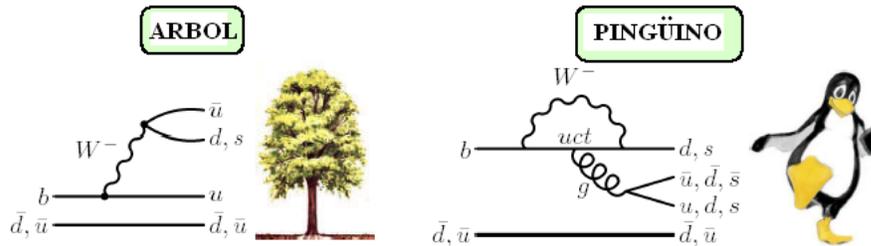
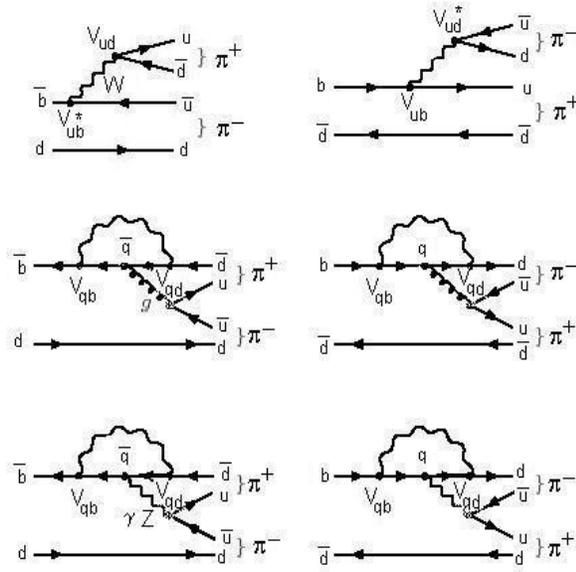


Figura 3.2: Diagramas árbol y pingüino en mesones B


 Figura 3.3: Esquemas árbol y pingüino en decaiminetos  $B \rightarrow \pi\pi$ 

El Hamiltoniano efectivo es el punto de partida para describir los decaimientos hadrónicos no leptónicos.

Los operadores  $\mathcal{O}_1$  y  $\mathcal{O}_2$  hacen referencia a los diagramas orden árbol,

$$\mathcal{O}_1 = (\bar{q}u)_{V-A}(\bar{u}b)_{V-A} \quad (3.5)$$

$$\mathcal{O}_2 = (\bar{u}_\alpha b_\beta)_{V-A}(\bar{q}_\beta u_\alpha)_{V-A} \quad (3.6)$$

Los operadores  $\mathcal{O}_3 - \mathcal{O}_6$  son los operadores QCD pingüinos,

$$\mathcal{O}_3 = (\bar{q}b)_{V-A} \sum_{q'} (\bar{q}'q')_{V-A} \quad (3.7)$$

$$\mathcal{O}_4 = (\bar{q}_\alpha b_\beta)_{V-A} \sum_{q'} (\bar{q}'_\beta q'_\alpha)_{V-A} \quad (3.8)$$

$$\mathcal{O}_5 = (\bar{q}b)_{V-A} \sum_{q'} (\bar{q}'q')_{V+A} \quad (3.9)$$

$$\mathcal{O}_6 = (\bar{q}_\alpha b_\beta)_{V-A} \sum_{q'} (\bar{q}'_\beta q'_\alpha)_{V+A} \quad (3.10)$$

Los operadores  $\mathcal{O}_7 - \mathcal{O}_{10}$  son los operadores pingüino electrodébiles

$$\mathcal{O}_7 = \frac{3}{2}(\bar{q}b)_{V-A} \sum_{q'} e_{q'}(\bar{q}'q')_{V+A} \quad (3.11)$$

$$\mathcal{O}_8 = \frac{3}{2}(\bar{q}_\alpha b_\beta)_{V-A} \sum_{q'} e_{q'}(\bar{q}'_\beta q'_\alpha)_{V+A} \quad (3.12)$$

$$\mathcal{O}_9 = \frac{3}{2}(\bar{q}b)_{V-A} \sum_{q'} e_{q'}(\bar{q}'q')_{V-A} \quad (3.13)$$

$$\mathcal{O}_{10} = \frac{3}{2}(\bar{q}_\alpha b_\beta)_{V-A} \sum_{q'} e_{q'}(\bar{q}'_\beta q'_\alpha)_{V-A} \quad (3.14)$$

Finalmente tenemos el operador cromomagnético  $\mathcal{O}_g$  también llamado el operador  $\mathcal{O}_{11}$ , este tiene dos implicaciones con interacción gluon y con interacción fotón y están dados por:

$$\mathcal{O}_g = -\frac{\alpha_s m_b}{2\pi} \bar{q} \sigma_{\mu\nu} (1 + \gamma^5) G^{\mu\nu} b \quad (3.15)$$

$$\mathcal{O}_\gamma = -\frac{em_b}{2\pi} \bar{q} \sigma_{\mu\nu} (1 + \gamma^5) F^{\mu\nu} b \quad (3.16)$$

En las anteriores definiciones de los operadores se debe tener en cuenta que:  $(\bar{q}_1 q_2)_{V\pm A} \equiv \bar{q}_1 \gamma_\mu (1 \pm \gamma^5) q_2$ .  $G^{\mu\nu} = G_i^{\mu\nu} T^i$  es el tensor de campo gluónico.

## 3.2 Cálculo de los elementos hadrónicos

A continuación presento un análisis del estudio de los decaimientos de mesones pesados en dos mesones con alta energía, basándome en las propiedades de factorización en particular de las amplitudes de decaimiento, el quark  $b$  se considera pesado comparado con las escalas que se manejan en las interacciones fuertes (pertenece a la tercera familia en el Modelo Estándar), además el momento del quark  $b$  que se supone es grande es transferido al menos en uno de los dos mesones del estado final.

Lo anterior justifica en parte el uso de Factorización, para los operadores de cuatro fermiones pero este proceso es valido para algunos no para todos los decaimientos no leptónicos, se deben tener en cuenta correcciones denominadas “no Factorizables”, las cuales deben tener un tratamiento especial, en particular si alguna de las masas de los quark en los estados finales es bastante grande.

Los decaimientos débiles de los mesones pesados incluyen tres escalas fundamentales, la escala de las interacciones débiles  $M_W$ , la masa del quark  $b$ ,  $m_b$ , y la escala de

$QCD$ ,  $\Lambda_{QCD}$ , las cuales están rigurosamente ordenadas como  $M_W \gg m_b \gg \Lambda_{QCD}$  [38]. Los efectos de las interacciones fuertes a una escala de la masa  $m_b$  se conocen bastante bien. Ellos renormalizan los coeficientes de los operadores  $\mathcal{O}_i$  en el Hamiltoniano efectivo mostrado en la ecuación (3.4), así que la amplitud para un decaimiento  $B \rightarrow M_1 M_2$  esta dado por:

$$\mathcal{A}(B \rightarrow M_1 M_2) = \frac{G_F}{\sqrt{2}} \sum_i \lambda_i C_i(\mu) \langle M_1 M_2 | \mathcal{O}_i | B \rangle, \quad (3.17)$$

donde  $\lambda_i$  son los coeficientes respectivos de la matriz CKM,  $C_i(\mu)$  son los coeficientes de Wilson (los cuales son tratados en detalle en la sección (3.2.6), estos incorporan los efectos de las interacciones fuertes a la escala  $\mu \sim m_b$  y finalmente los elementos de matriz de los operadores de cuatro fermiones  $\mathcal{O}_i$ . El principal objetivo de Factorización es calcular estos elementos de matriz, o al menos reducirlos a objetos no perturbativos.

La primera aproximación denominada “Naive Factorization”, reemplaza los elementos de matriz del operador de cuatro fermiones en el decaimiento de un quark pesado por el producto de los elementos de matriz de dos corrientes, por ejemplo en el decaimiento  $B \rightarrow \pi^+ \pi^-$  se tiene:

$$\langle \pi^+ \pi^- | (\bar{u}b)_{V-A} (\bar{d}u)_{V-A} | \bar{B}_d \rangle \rightarrow \langle \pi^- | (\bar{d}u)_{V-A} | 0 \rangle \langle \pi^+ | (\bar{u}d)_{V-A} | \bar{B}_d \rangle. \quad (3.18)$$

Aquí se esta asumiendo que el intercambio de gluones “no factorizables” entre el  $\pi^-$  y el sistema formado por  $(\bar{B}_d \pi^+)$  no se tienen en cuenta, estos gluones están por debajo de la escala  $\mu \sim m_b$ . De esta forma los decaimientos no leptónicos se reducen al producto de un factor de forma y de una constante de decaimiento. Se debe tener en cuenta que no se están considerando otros fenómenos como rescattering en los estados finales, también correcciones radiativas las cuales pueden también existir. Por lo tanto la correcta dependencia de la escala es recuperada absorbiendo las correcciones en unos coeficientes efectivos como se muestra en la sección (3.2.6). Esto nos dice que “Naive Factorization” puede ser mejorada. Varias generalizaciones se han propuesto las cuales incluyen nuevos parámetros los cuales tratan de precisar los términos “no factorizables” pero el precio de incluir muchos parámetros desconocidos hace que disminuya el poder predictivo de la teoría.

Otro método usado para el estudio de los decaimientos no leptónicos es el denominado “hard-scattering approach”. Aquí la suposición es que el decaimiento es dominado por el intercambio de un gluon pesado. La amplitud se expresa como la convolución de un factor de dispersion pesado las funciones de onda (“light-cone wave functions”) de los mesones participantes, por ejemplo:

$$\langle \pi^+ \pi^- | (\bar{u}b)_{V-A} (\bar{d}u)_{V-A} | \bar{B}_d \rangle \rightarrow \int_0^1 d\chi \, du \, dv \, \Phi_B(\chi) \Phi_\pi(u) \Phi_\pi(v) T(\chi, u, v; m_b), \quad (3.19)$$

un análisis mas detallado de (“light-cone wave functions”) se encuentra en [39, 40].

En general se puede considerar que las correcciones no factorizables de deben principalmente al intercambio de un gluon ( o varios) pesado, donde los efectos que permanecen en el limite de los quark pesados están confinados por el sistema  $(BM_1)$ , donde  $M_1$  es el meson que contiene el quark espectador del sistema meson  $B$ . Este resultado se expresa como una factorización, la cual es valida sin correcciones hasta una escala  $\Lambda_{QCD}/m_b$  [38]. Las contribuciones no perturbativas son parametrizados por los factores de forma para las transiciones  $B \rightarrow M_1$ . El desacople del sistema  $M_2$  ocurre en presencia de interacciones débiles en el sistema  $(BM_1)$ , en otras palabras, mientras los efectos de las interacciones fuertes en la transición  $B \rightarrow M_1$  no son confinados a pequeñas distancias transversales, el otro meson  $M_2$  es principalmente construido como un objeto compacto con pequeñas extensiones transversales. El desacople de los efectos débiles conduce a la “Transparencia de color” la cual es considerada para los decaimientos exclusivos del meson  $B$  [41].

Las propiedades de la factorización para los decaimientos no leptónicos dependen de los dos mesones de los estados finales, se denomina meson liviano si su masa es pequeña comparada con  $m_b$  y un meson es denominado pesado si su masa es comparable con la escala  $m_b$ , de tal forma que  $m/m_b$  permanece fija, en principio se puede considerar un meson liviano así  $m \gg \Lambda_{QCD}$ , los mesones que poseen quark  $c$  podrían en este caso considerarse como livianos.

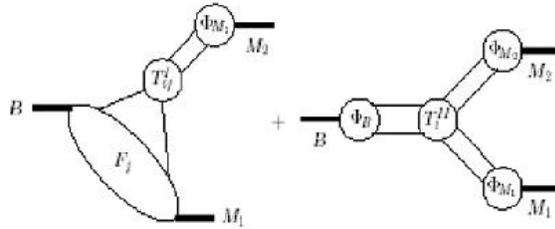


Figura 3.4: Representación gráfica de la formula (3.20) de factorización [38].

Considerando los decaimientos  $B \rightarrow M_1 M_2$  en el límite de quark-pesado y diferenciando entre decaimientos en los cuales en el estado final se encuentra un meson pesado y uno liviano o dos livianos. Incluyendo correcciones del orden de  $\Lambda_{QCD}/m_b$  los elementos de matriz de un operador  $\mathcal{O}_i$  de acuerdo al hamiltoniano efectivo, están dados por (según [38]):

$$\begin{aligned} \langle M_1 M_2 | \mathcal{O}_i | \bar{B} \rangle &= \sum_j F_j^{b \rightarrow M_1}(m_2^2) \int_0^1 du T_{jk}^I(u) \Phi_{M_2}(u) + (M_1 \leftrightarrow M_2) \\ &+ \int_0^1 d\chi du dv T_i^{II}(\chi, u, v) \Phi_B(\chi) \Phi_{M_1}(v) \Phi_{M_2}(u) \end{aligned}$$

Si  $M_1$  y  $M_2$  son ambos livianos.

$$\langle M_1 M_2 | \mathcal{O}_i | \bar{B} \rangle = \sum_j F_j^{b \rightarrow M_1}(m_2^2) \int_0^1 du T_{jk}^I(u) \Phi_{M_2}(u) \quad (3.20)$$

si  $M_1$  es pesado y  $M_2$  es liviano.

La ecuación (3.20) aparece representada en la figura (3.4) (solo uno de los dos factores de forma se muestra por simplicidad). Donde  $F_j^{b \rightarrow M_1, M_2}(m_{1,2}^2)$  representa el factor de forma  $B \rightarrow M_{1,2}$ ,  $\Phi_X(u)$  representa la amplitud de distribución de cada uno de los mesones, las funciones  $T^{I,II}$  son las funciones de dispersion fuerte las cuales son calculables perturbativamente, finalmente  $m_{1,2}$  representan las masas de los mesones.

La primera ecuación hace referencia a decaimientos en dos mesones livianos, en estos casos el quark espectador en el meson  $B$ , puede caer en cualquiera de los estados finales, como ejemplo tenemos el decaimiento  $B \rightarrow \pi^0 K^-$ . Si el quark espectador puede caer únicamente en uno de los estados de los mesones finales, como por ejemplo  $\bar{B}_d \rightarrow \pi^+ K^-$ , este meson es denominado  $M_1$  y el segundo factor de forma de la ecuación (3.20) se puede despreciar.

La formula de factorización se simplifica cuando el quark espectador va a un meson pesado tal como  $\bar{B} \rightarrow D^+ \pi^-$ , en este caso el tercer termino de la ecuación (3.20), la cual implica las interacciones fuertes con el quark espectador pueden ser desechadas ya que están fuertemente suprimidas en el limite de quark-pesados.

### 3.2.1. Diagramas a orden mas bajo

El diagrama de la figura (3.5) es el mas simple en el cual no hay interacción de gluones pesados. El quark espectador es liviano y como no esta sometido a ninguna interacción fuerte es absorbido como quark liviano en el proceso de hadronización del mesón final,

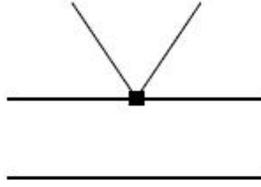


Figura 3.5: Orden Principal a la contribución de la amplitud , el cuadro negro representa el decaimiento débil del quark  $b$  por medio del operador de cuatro fermiones. (corriente-corriente o tipo pingüino )

incluye el factor de forma como es el caso del decaimiento  $B \rightarrow \pi\pi$ . El subproceso pesado es justamente el caso en que se incluye el operador de cuatro fermiones y no depende de la parte de momento longitudinal del quark  $u$  de los dos quarks que forman el mesón emitido  $\pi$ .

Es de destacar que en la representación física a orden principal se ha considerado el quark espectador (El cual hace parte de  $B \rightarrow D$  o  $B \rightarrow \pi$ ) es liviano. Si este es el caso la aproximación de dispersión fuerte desaparece a orden principal.

Reuniendo todos los factores revelantes de potencias continuas, se encuentra que en el límite de quark-pesado, la escala de la amplitud es del orden de:

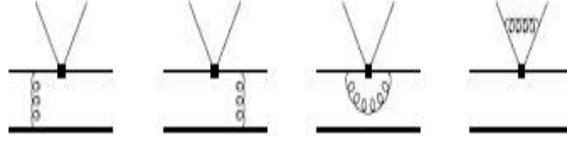
$$A(\bar{B}_d \rightarrow \pi^+ \pi^-) \sim G_F m_b^2 F^{B \rightarrow \pi}(0) f_\pi \sim G_F m_b^{1/2} \Lambda_{QCD}^{5/2} \quad (3.21)$$

Para un decaimiento en dos mesones livianos. Las demás contribuciones pueden ser comparadas con esta regla de escala.

### 3.2.2. Diagramas Factorizables

Con el fin de justificar la “naive factorization” (3.5) con el termino principal como una expansión  $\alpha_s$  y  $\Lambda_{QCD}/m_b$ , se puede demostrar que las correcciones radiativas son siempre suprimidas en uno de esos dos parámetros, o están contenidas en la definición del factor de forma o en la constante de decaimiento del mesón que no posee quark espectador (generalmente denominado  $M_2$ ).

Considerando ahora los diagramas mostrados en la figura (3.6). Los primeros tres diagramas son parte del Factor de Forma y no contribuyen al núcleo de la amplitud-pesada. Además el primer y tercer diagrama contienen las contribuciones de la representación


 Figura 3.6: Diagramas a orden  $\alpha_s$  que no serán calculados

principal en la cual el gluon es suave, Estos no pueden ser considerados como correcciones de la figura (3.5), ya que estas contribuciones suaves pueden ser absorbidas en los Factores de Forma físicos. Los diagramas también tienen contribuciones fuertes, las cuales podrían ser aisladas y calculadas. Por ejemplo la contribución fuerte en el tercer diagrama son aquellas que se consideran coeficientes a corta distancia en el cual el Factor de Forma físico juega entre los límites de pesado-pesado y pesado-liviano con el Factor de Forma en una teoría de quarks efectiva.

El cuarto diagrama es también factorizable, en general este diagrama se podría dividir en dos contribuciones una contribución pesada y otra correspondiente a la evolución de la distribución de la amplitud del pion. Sin embargo, como en el diagrama (3.5) es a orden principal, incluye solamente la integral de normalización de la amplitud de dispersion del pion, la suma de los cuatro diagramas en la figura (3.6) y la renormalización de la función de onda de los quarks en los piones emitidos desaparece. En otras palabras, esos diagramas renormalizan el acople  $(\bar{u}d)$  quark-liviano corriente  $V - A$ , la cual sin embargo es conservada.

### 3.2.3. Diagramas no factorizables

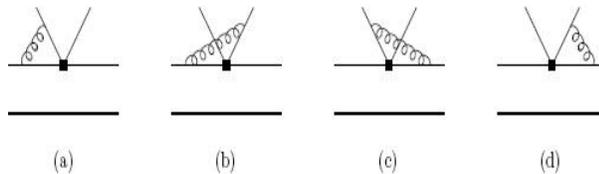


Figura 3.7: correcciones al vértice “no factorizables”

Ahora se analizarán los diagramas “no factorizables” por ejemplo los diagramas que contienen intercambio de gluones los cuales no se pueden incluir en los Factores de Forma para las transiciones  $B \rightarrow M_1$  o las constantes de decaimiento de  $M_2$ . A orden  $\alpha_s$  estos diagramas pueden ser clasificados en cuatro grupos: Correcciones la vértice, diagramas pingüino, interacciones de quark espectador pesado y diagramas de aniquilación.

Las correcciones al vértice mostradas en la figura (3.7) violan el ansatz de la factorización primaria, ya que el momento transversal de los quarks que conforman  $M_2$  pueden ser desechados a primer orden, luego solamente aparece una convolución en el momento longitudinal del quark  $u$  en la formula de factorización. Otro argumento que descalifica estos diagramas es que la contribución de la region de los gluones livianos en la dirección de  $M_2$  y  $M_1$  (si  $M_1$  es liviano) es fuertemente suprimida. En la practica significa que la suma de esos diagramas no pueden contener cualquier divergencia infrarroja en la primer potencia de  $1/M_b$ .

### 3.2.4. Diagramas pingüino

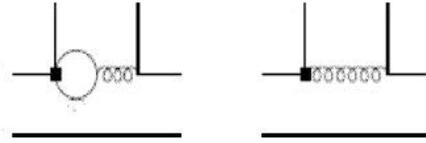


Figura 3.8: El primer diagrama representa una contracción pingüino. El segundo diagrama representa la contribución del operador dipolar cromomagnético en el Hamiltoniano efectivo débil,  $O_{11}$ .

Los diagramas pingüino, primer diagrama en la figura (3.8) son relevantes para los procesos tipo  $B \rightarrow \pi\pi$  pero no para procesos tipo  $B \rightarrow D\pi$ . Se muestra de nuevo que a primer orden en  $1/m_b$ , todas las líneas internas en este diagrama son fuertes.

Considerando primero los dos quarks del estado final donde emerge el gluon. El quark que presenta retroceso  $\pi^+$  de hecho siempre tiene que ser energético para hacer energético al pion, a causas de que el quark  $\bar{d}$  es suave. La configuración en la cual el otro quark es suave esta levemente suprimida por el comportamiento final de la amplitud de distribución del  $\pi^-$ . Se concluye que el gluon se divide en dos quarks energéticos que viajan en direcciones opuestas, luego este gluon es virtualmente grande  $\sim \bar{u}m_b^2$ , donde  $\bar{u}$  es la fracción de momento longitudinal del antiquark en el  $\pi^-$ . En principio uno de los quarks en el lazo de quarks debe ser liviano, si el momento del lazo es suave y el momento del gluon fluye asimétricamente a través del lazo. Pero esta configuración esta suprimida por dos potencias de  $\lambda_{qcd}/m_b$  relativa a la configuración donde ambos quarks llevan un momento grande del orden de  $m_b$ , como se sigue de la estructura de un diagrama de polarización al vacío. De igual forma el diagrama dipolar cromomagnético es también una corrección calculable.

### 3.2.5. Interacción con el quark espectador

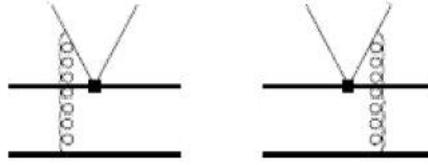


Figura 3.9: Interacciones con el quark espectador “no factorizables”

Este tipo de diagramas no pueden ser asociados con el Factor de Forma, y podrían frustrar factorización si existiera una contribución suave a primer orden. Mientras que los términos están presentes en cada uno de los dos diagramas en forma separada, a primer orden ellos se cancelan al sumar los dos gluones atados al par  $\bar{u}d$  por la transparencia de color, mismo argumento aplicado a las correcciones de vértice. Para decaimientos en dos mesones livianos esta supresión esta mas allá del intercambio de gluones livianos, debido a las supresiones finales para el mesón en retroceso  $M_1$ .

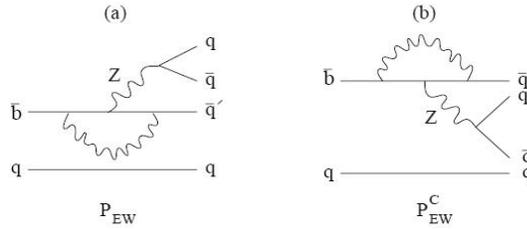


Figura 3.10: Diagramas pingüino (a) color permitido (b) color suprimido

### 3.2.6. Coeficientes de Wilson

Como se menciona anteriormente los Coeficientes de Wilson evolucionan de acuerdo a la escala de renormalización  $\mu$ , esto nos permite definir unos coeficientes de Wilson efectivos  $C_i^{eff}$  independientes del esquema, es de notar que los operadores de cuatro fermiones han sido evaluados en la misma escala  $\mu$  ya que esto asegura la escala de renormalización. Esquemáticamente se puede expresar como [42]:

$$c(\mu)\langle\mathcal{O}(\mu)\rangle = c(\mu)g(\mu)\langle\mathcal{O}\rangle \equiv c^{eff}\langle\mathcal{O}\rangle; \quad (3.22)$$

Generalizando la dependencia respecto a  $\mu$  se tiene:

$$c_i^{eff} = \left[ 1 + \frac{\alpha_s(\mu)}{4\pi} \hat{m}_s^T(\mu) + \frac{\alpha}{4\pi} \hat{m}_e^T(\mu) \right]_{ij} c_j(\mu), \quad (3.23)$$

Aquí las correcciones son parametrizadas por la matrices  $\hat{m}_s$  y  $\hat{m}_e$  respectivamente,  $T$  representa la transpuesta de la matriz, especificando cada coeficiente se tiene:

$$\begin{aligned}
c_1^{eff}|_{\mu f=m_b} &= c_1(\mu) + \frac{\alpha_s}{4\pi} \left( \gamma^{(0)T} \ln \frac{m_b}{\mu} + \hat{r}^T \right)_{li} c_i(\mu), \\
c_2^{eff}|_{\mu f=m_b} &= c_2(\mu) + \frac{\alpha_s}{4\pi} \left( \gamma^{(0)T} \ln \frac{m_b}{\mu} + \hat{r}^T \right)_{2i} c_i(\mu), \\
c_3^{eff}|_{\mu f=m_b} &= c_3(\mu) + \frac{\alpha_s}{4\pi} \left( \gamma^{(0)T} \ln \frac{m_b}{\mu} + \hat{r}^T \right)_{3i} c_i(\mu) \\
&\quad - \frac{\alpha_s}{24\pi} (C_t + C_p + G_g), \\
c_4^{eff}|_{\mu f=m_b} &= c_4(\mu) + \frac{\alpha_s}{4\pi} \left( \gamma^{(0)T} \ln \frac{m_b}{\mu} + \hat{r}^T \right)_{4i} c_i(\mu) \\
&\quad - \frac{\alpha_s}{8\pi} (C_t + C_p + G_g), \\
c_5^{eff}|_{\mu f=m_b} &= c_5(\mu) + \frac{\alpha_s}{4\pi} \left( \gamma^{(0)T} \ln \frac{m_b}{\mu} + \hat{r}^T \right)_{5i} c_i(\mu) \\
&\quad - \frac{\alpha_s}{24\pi} (C_t + C_p + G_g), \\
c_6^{eff}|_{\mu f=m_b} &= c_6(\mu) + \frac{\alpha_s}{4\pi} \left( \gamma^{(0)T} \ln \frac{m_b}{\mu} + \hat{r}^T \right)_{6i} c_i(\mu) \\
&\quad - \frac{\alpha_s}{8\pi} (C_t + C_p + G_g), \\
c_7^{eff}|_{\mu f=m_b} &= c_7(\mu) + \frac{\alpha_s}{4\pi} \left( \gamma^{(0)T} \ln \frac{m_b}{\mu} + \hat{r}^T \right)_{7i} c_i(\mu) \\
&\quad + \frac{\alpha}{8\pi} C_e, \\
c_8^{eff}|_{\mu f=m_b} &= c_8(\mu) + \frac{\alpha_s}{4\pi} \left( \gamma^{(0)T} \ln \frac{m_b}{\mu} + \hat{r}^T \right)_{8i} c_i(\mu), \\
c_9^{eff}|_{\mu f=m_b} &= c_9(\mu) + \frac{\alpha_s}{4\pi} \left( \gamma^{(0)T} \ln \frac{m_b}{\mu} + \hat{r}^T \right)_{9i} c_i(\mu) \\
&\quad + \frac{\alpha}{8\pi} C_e, \\
c_{10}^{eff}|_{\mu f=m_b} &= c_{10}(\mu) + \frac{\alpha_s}{4\pi} \left( \gamma^{(0)T} \ln \frac{m_b}{\mu} + \hat{r}^T \right)_{10i} c_i(\mu),
\end{aligned}
\tag{3.24}$$

Donde:

$$\begin{aligned}
 C_t &= - \left( \frac{\lambda_u}{\lambda_t} \tilde{G}(m_u) + \frac{\lambda_c}{\lambda_t} \tilde{G}(m_c) \right) c_1, \\
 C_p &= [\tilde{G}(m_q) + \tilde{G}(m_b)] c_3 + \sum_{i=u,d,s,c,b} \tilde{G}(m_i) (c_4 + c_6) \\
 C_g &= - \frac{2m_b}{\sqrt{\langle \kappa^2 \rangle}} c_g^{eff} \\
 C_e &= - \frac{8}{9} \left( \frac{\lambda_u}{\lambda_t} \tilde{G}(m_u) + \frac{\lambda_c}{\lambda_t} \tilde{G}(m_c) \right) (c_1 + 3c_2), \\
 \tilde{G}(m_q) &= \frac{2}{3} \kappa - G(m_q, k, \mu), \quad G(m_q, k, \mu) = -4 \int_0^1 dx x (1-x) \ln \left( \frac{m^2 - k^2 x(1-x)}{\mu^2} \right),
 \end{aligned}$$

Con  $\lambda_{q'} \equiv V_{q'tb} V^* q'tq$ , y  $\kappa$  es el parámetro que caracteriza la dependencia de  $\gamma^5$  en la regularización dimensional, por ejemplo:

$$\kappa = \begin{cases} 1 & NDR \\ 0 & HV \end{cases} \quad (3.25)$$

Los valores de la matrices  $\gamma^{(0)}$  así como  $\hat{r}$  se originan de las correcciones al vértice de los operadores  $\mathcal{O}_1 - \mathcal{O}_{10}$  (ver figura (3.11))

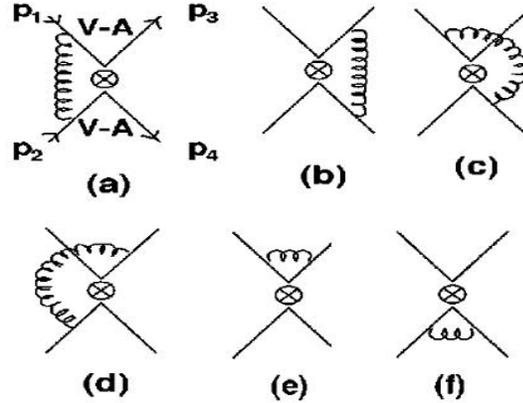


Figura 3.11: Correcciones al vértice para los operadores de cuatro quarks  $\mathcal{O}_1 - \mathcal{O}_{10}$

$C_t, C_p, C_e$ , y  $C_g$  se originan de los operadores pingüino QCD, de  $\mathcal{O}_{1,2}$ , de los operadores pingüino QCD  $\mathcal{O}_{3,6}$ , de los diagramas pingüino electrodébil  $\mathcal{O}_{7,10}$ , y del operador dipolar  $\mathcal{O}_g$ , respectivamente.

Las matrices  $\gamma^{(0)}$ ,  $\hat{r}_{NDR}$  (NDR, naive dimension regularization)

$$\gamma^{(0)} = \begin{pmatrix} -2 & 6 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 6 & -2 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -2 & 6 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 6 & -2 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 2 & 6 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -16 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 2 & -6 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -16 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -2 & 6 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 6 & -2 \end{pmatrix}$$

$$\hat{r}_{NDR} = \begin{pmatrix} 3 & -9 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -9 & 3 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 3 & -9 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -9 & 3 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & 3 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -3 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & 3 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -3 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 3 & -9 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -9 & 3 \end{pmatrix}$$

Es interesante notar que las formas  $(V - A)(V - A)$  de los operadores  $\mathcal{O}_1 - \mathcal{O}_4$ ,  $\mathcal{O}_9$ ,  $\mathcal{O}_{10}$  tienen los mismos elementos de matriz  $\gamma^{(0)}$  y  $\hat{r}$  de igual forma para las formas  $(V - A)(V + A)$  de los operadores  $\mathcal{O}_5 - \mathcal{O}_8$ .

Según la ecuación (3.24), los coeficientes de Wilson dependen de los elementos de la matriz CKM y del momento de los gluones  $k^2$ . Dentro del esquema de NDR y tomando  $\mu = m_b(m_b)$ ,  $\Lambda_{MS} = 225$  MeV y  $m_t = 170$  GeV, los valores numéricos se encuentran en la tabla 22 de la referencia [43], en [42], se presentan los valores numéricos para los coeficientes de Wilson, ver apéndice (D).

---

# CÁLCULOS

---

*En el presente capítulo muestro la forma como realice los diferentes cálculos, en principio se detalla el proceso  $A = \langle \pi^+ \pi^- | H_{\text{efectivo}} | \bar{B}^0 \rangle$ , los demás procesos en los cuales se tienen pseudoescalar-seudoescalar en los estados finales son similares, para el caso de pseudoescalar-escalar en la siguiente sección muestro los cambios necesarios para el cálculo de las amplitudes. En la mayoría de los canales se muestra la distribución quark de los mesones, para clarificar el decaimiento  $b \rightarrow \bar{q}' q' q$ , que es el principal interés de este trabajo. En algunos procesos como  $\bar{B}^0 \rightarrow \pi^+ \pi^-$ , se hacen algunas discusiones como la extracción del factor de forma  $F^{B\pi}$  ya que este proceso depende básicamente de este factor de forma, además el ángulo CKM  $\phi_2$ . Los resultados numéricos los presento al final de cada sección ya sea decaimientos  $B \rightarrow PP$  o  $B \rightarrow PS$ .*

---

## 4.1 $B \rightarrow PP$

La amplitud de decaimiento esta dada por  $A_{B \rightarrow P_1 P_2} = \langle P_1 P_2 | H_{\text{efectivo}} | B \rangle$ . Donde  $H_{\text{efectivo}}$  esta dado en la ecuación (3.4), allí aparece el producto de los coeficientes de Wilson por los operadores  $\mathcal{O}_i$ , luego para hallar las amplitudes es necesario encontrar el valor esperado de los operadores (los cuales aparecen detallados en las ecuaciones (3.6-3.14)). En el presente ejemplo mostraré la forma de calcular los elementos de matriz  $\langle \pi^+ \pi^- | \mathcal{O}_i | \bar{B}^0 \rangle$  los cuales son básicos para hallar la amplitud  $A(\bar{B}^0 \rightarrow \pi^+ \pi^-)$ . En la figura (4.1) se muestra el diagrama de Feynman referente al decaimiento quark, este diagrama nos permite visualizar el modelo de factorización que usamos para hallar los valores esperados. Para el operador  $\mathcal{O}_1$ , lo realizo en forma detallada, para los operadores  $\mathcal{O}_2, \mathcal{O}_3, \mathcal{O}_4, \mathcal{O}_9, \mathcal{O}_{10}$

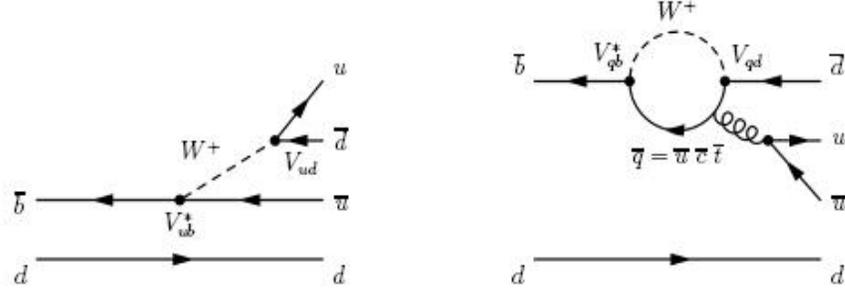


Figura 4.1: Ejemplos de diagramas a orden árbol y pingüino para los decaimientos  $B^0 \rightarrow \pi^+\pi^-$

se realiza en forma similar.

$$\begin{aligned}
\langle \pi^+\pi^- | \mathcal{O}_1^u | \bar{B}^0 \rangle &= \langle \pi^+\pi^- | (\bar{q}u)_L (\bar{u}b)_L | \bar{B}^0 \rangle \\
&= \langle \pi^- | (\bar{d}u)_L | 0 \rangle \langle \pi^+ | (\bar{u}b)_L | \bar{B}^0 \rangle + \frac{1}{N} \langle \pi^+\pi^- | (\bar{d}b)_L (\bar{u}u)_L | \bar{B}^0 \rangle \\
&= \langle \pi^- | (\bar{d}u)_L | 0 \rangle \langle \pi^+ | (\bar{u}b)_L | \bar{B}^0 \rangle + \frac{1}{N} \langle \pi^+\pi^- | (\bar{u}u)_L | 0 \rangle \langle 0 | (\bar{d}b)_L | \bar{B}^0 \rangle \\
&= X_{\bar{B}^0\pi^+}^{\pi^-} + \frac{1}{N} X_{\pi^+\pi^-}^{\bar{B}^0}
\end{aligned}$$

Aplicado las definiciones de factor de forma y constante de decaimiento dadas en el apéndice (C.1), se define:

$$\begin{aligned}
X_{\bar{B}^0\pi^+}^{\pi^-} &\equiv \langle \pi^- | (\bar{d}u)_L | 0 \rangle \langle \pi^+ | (\bar{u}b)_L | \bar{B}^0 \rangle = i f_\pi (m_B^2 - m_\pi^2) F_0^{\bar{B}^0\pi^+} (m_\pi^2) \\
X_{\pi^+\pi^-}^{\bar{B}^0} &\equiv \langle \pi^+\pi^- | (\bar{u}u)_L | 0 \rangle \langle 0 | (\bar{d}b)_L | \bar{B}^0 \rangle = i f_\pi (m_\pi^2 - m_B^2) F_0(m_{\pi^2})
\end{aligned} \tag{4.1}$$

Esta es la aplicación del modelo de Factorización (naive factorization approach), es de notar que se ha aplicado una rotación de Fiertz de la forma (para mayor claridad de las rotaciones de Fiertz ver el apéndice(E)):

$$\begin{aligned}
(\bar{\psi}_1\psi_2)_L (\bar{\psi}_3\psi_4)_L &= (\bar{\psi}_1\psi_4)_L (\bar{\psi}_3\psi_2)_L \\
2(T_i)_{\alpha\beta} (T_i)_{\gamma\delta} &= \delta_{\alpha\delta} \delta_{\beta\gamma} - (1/N) \delta_{\alpha\gamma} \delta_{\beta\delta}
\end{aligned}$$

Para hallar el valor esperado de los demás operadores  $\langle \mathcal{O}_5 \rangle \cdots \langle \mathcal{O}_8 \rangle$  la rotación de Fiertz que se debe aplicar es:

$$(\bar{\psi}_1\psi_2)_L (\bar{\psi}_3\psi_4)_R = -2(\bar{\psi}_1\psi_4)_{(s+p)} (\bar{\psi}_3\psi_2)_{(s-p)},$$

donde se deben calcular los siguientes términos:

$$\begin{aligned}
\tilde{X}_{\bar{B}^0\pi^+}^{\pi^-} &\equiv \langle \pi^- | \bar{d}u_{s+p} | 0 \rangle \langle \pi^+ | \bar{u}b_{s-p} | \bar{B}^0 \rangle \\
&= \langle \pi^- | \bar{d}\gamma^5 u | 0 \rangle \langle \pi^+ | \bar{u}(-\gamma^5) b | \bar{B}^0 \rangle
\end{aligned} \tag{4.2}$$

Ahora se calcula cada término de la ecuación (4.2) en términos de constantes conocidas.

Con el fin de calcular el primer término se parte de la definición de la constante de decaimiento:

$$\langle \pi^- | \bar{d} \gamma^\mu (1 - \gamma^5) u | 0 \rangle = -\langle 0 | \bar{d} \gamma^\mu (1 - \gamma^5) u | \pi^- \rangle = i f_p p_\pi^\mu \quad (4.3)$$

aplicando las ecuaciones de movimiento:

$$\begin{aligned} -i \partial^\mu (\bar{q}_1 \gamma_\mu \gamma_5 q_2) &= (m_1 + m_2) \bar{q}_1 \gamma_5 q_2 \\ -i \partial^\mu (\bar{q}_1 \gamma_\mu q_2) &= (m_1 - m_2) \bar{q}_1 q_2, \end{aligned} \quad (4.4)$$

encuentro

$$\langle 0 | \bar{d} \gamma^5 u | \pi^- \rangle = i f_p \frac{m_\pi^2}{(m_u - m_d)} \quad (4.5)$$

Ahora para calcular el segundo término se parte de la definición del Factor de Forma:

$$\langle \pi^+ | \bar{u} \gamma^\mu (1 - \gamma^5) b | \bar{B}^0 \rangle = \frac{m_B^2 - m_\pi^2}{q^2} q F_0(q^2) \quad (4.6)$$

de nuevo aplicando las ecuaciones de movimiento:

$$\langle \pi^+ | \bar{u} \gamma^5 b | \bar{B}^0 \rangle = \frac{m_B^2 - m_\pi^2}{(m_b + m_u)} F_0(m_\pi^2) \quad (4.7)$$

finalmente se obtiene para la ecuación (4.2):

$$\tilde{X}_{\bar{B}^0 \pi^+}^{\pi^-} = \frac{m_\pi^2}{(m_u - m_d)(m_b + m_u)} X_{\bar{B}^0 \pi^+}^{\pi^-} \Leftrightarrow r_\chi^\pi X_{\bar{B}^0 \pi^+}^{\pi^-}, \quad (4.8)$$

forma análoga se halla:

$$\tilde{X}_{\pi^- \pi^+}^{\bar{B}^0} = \frac{m_B^2}{2m_d(m_b + m_d)} X_{\pi^- \pi^+}^{\bar{B}^0} \Leftrightarrow r_\chi^B X_{\pi^- \pi^+}^{\bar{B}^0} \quad (4.9)$$

Similarmente se calculan estos términos para los valores esperados de los operadores  $\mathcal{O}_6 \cdots \mathcal{O}_8$ .

### 4.1.1. Canal $\bar{B}^0 \rightarrow \pi^+\pi^-$

El ancho de decaimiento sin considerar el operador  $\mathcal{O}_{11}$ , esta dado por:

$$A_{\bar{B}^0 \rightarrow \pi^+\pi^-} \simeq \lambda_{ud} \left[ a_1 X_{\bar{B}^0\pi^+}^{\pi^-} + a_2 X_{\pi^+\pi^-}^{\bar{B}^0} \right] - \lambda_{td} \left[ \left( a_4 + a_{10} + \frac{(a_6 + a_8)m_\pi^2}{\hat{m}(m_b - m_u)} \right) X_{\bar{B}^0\pi^+}^{\pi^-} + \left( 2a_3 + a_4 + 2a_5 + \frac{1}{2}(a_7 + a_9 - a_{10}) \right) X_{\pi^+\pi^-}^{\bar{B}^0} - (2a_6 - a_8) \tilde{X}_{(2\pi^0)_d}^{\bar{B}^0} \right], \quad (4.10)$$

donde  $\hat{m} = (m_d + m_u)/2 \simeq 4 \pm 2$  MeV.

Este proceso como se observa depende en gran parte del término de decaimiento (ya que el de aniquilación es despreciable en comparación con este), el factor de forma relevante es  $F^{B^0 \rightarrow \pi}$ , realizando un análisis y comparando con la fenomenología donde nos dice que este Branching es de aproximadamente 4.6 [3] encuentro como se muestra en la gráfica (4.2) que el valor que ajusta a la razón de decaimiento es aproximadamente de 0.21, el valor dado por PQCD es del orden de 0.28. En el siguiente decaimiento  $B^- \rightarrow \pi^-\pi^0$ , la

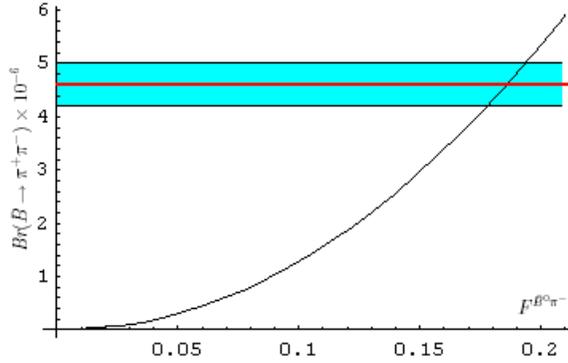


Figura 4.2: Dependencia del factor de forma  $F^{B\pi}$  en el decaimiento  $\bar{B}^0 \rightarrow \pi^+\pi^-$

dependencia es mayor luego podemos hacer un buen estimativo de este factor de forma, es de notar que he trabajado usando los coeficientes que propone Chen [42], que son de acuerdo a la literatura los mas aceptados.

La contribución del operador  $\mathcal{O}_{11}$  (en la ecuación 3.16 se representa por  $\mathcal{O}_g$ ) esta dada

por:

$$\begin{aligned} \langle C_{11} \mathcal{O}_{11} \rangle &= \frac{\alpha_s}{4\pi q^2} C_{11} m_b \frac{8}{9} \left[ \left( \frac{7m_\pi^2}{4(m_d + m_u)} + \frac{m_B^2}{4m_b} + (m_b + m_d) \cdot \right. \right. \\ &\quad \left. \left. \left( 2 - \frac{4m_\pi^2}{m_b(m_d + m_u)} \right) \right) X_{\bar{B}^0 \pi^+}^{\pi^-} + 4(m_b + m_d) \tilde{X}_{(2\pi^0)_d}^{\bar{B}^0} \right] \end{aligned} \quad (4.11)$$

donde  $q^2 = 1/2(m_b^2 + m_\pi^2 - 1/2m_\pi^2)$ . Cabe resaltar aquí que para encontrar la contribución de este operador utilice el marco teórico referente a las rotaciones de Fiertz, un desarrollo detallado lo muestro en los procesos  $B \rightarrow \pi K$ , en los cuales considero es mas interesante el cálculo. Otras definiciones usadas son:

$$\begin{aligned} X_{\bar{B}^0 \pi^+}^{\pi^-} &= \langle \pi^- | (\bar{d}u)_L | 0 \rangle \langle \pi^+ | (\bar{u}b)_L | \bar{B}^0 \rangle = i f_\pi (m_B^2 - m_\pi^2) F_0^{B^0 \pi^+} (m_\pi^2) \\ &= -i f_\pi (m_B^2 - m_\pi^2) F_0^{B^0 \pi^-} (0) \\ \tilde{X}_{(2\pi^0)_d}^{\bar{B}^0} &= \langle \pi^- \pi^+ | (\bar{u}u)_{S+P} | 0 \rangle \langle 0 | (\bar{d}b)_{S-P} | \bar{B}^0 \rangle = -\frac{i f_B m_B^2 m_\pi^2 \Gamma_S(s)}{2\hat{m}(m_b + m_d)}. \end{aligned}$$

Incluyendo esta contribución en la razón de decaimiento encuentro que el cambio dado por este operador es mínimo (encuentro que es de un 1 %) que no es relevante para este proceso, la razón que considero justifica este resultado es que el proceso en si no depende en gran parte de los diagramas pingüino, que es el que se afectado por el operador  $\mathcal{O}_{11}$ .

Aquí es interesante calcular la relación:

$$\begin{aligned} R &= \frac{\tau_{B^+} B(B^0 \rightarrow \pi^+ \pi^-) + B(\bar{B}^0 \rightarrow \pi^+ \pi^-)}{\tau_{B^0} B(B^- \rightarrow \pi^- \pi^0) + B(B^+ \rightarrow \pi^+ \pi^0)} \\ &\simeq \left| \frac{1 - \lambda_{td}(a_4 + a_6)/\lambda_{ud}a_1}{1 + a_2/a_1} \right|^2 + \left| \frac{1 - \lambda_{td}^*(a_4 + a_6)/\lambda_{ud}^*a_1}{1 + a_2/a_1} \right|^2 \end{aligned} \quad (4.12)$$

De acuerdo a los cálculos realizados con NF encuentro que  $|R_1| = 2,3$ , donde se observa la marcada dependencia de esta razón con los coeficientes  $a_1, a_2, a_4, a_6$ , que son los coeficientes mas relevantes. De acuerdo a los datos experimentales se tiene que esta razón es de  $R_1 = 0,86$ . Como puede observarse es necesario ajustar los valores ya sea de los factores de forma o de los coeficientes de Wilson.

De acuerdo a [77] Uno de los mejores canales para medir  $\phi_2$  es  $B^0 \rightarrow \pi^+ \pi^-$ , tomando los resultados de la amplitud en este proceso, realizando un calculo directo del ángulo  $\phi_2$  obtengo:

$$\lambda = \frac{V_{td} V_{tb}^* / V_{td}^* V_{tb}}{V_{ub} V_{ud}^* / V_{ub}^* V_{ud}} = e^{i2\phi_2}$$

Los parámetros de la asimetría están dados por [78]:

$$\begin{aligned}\mathcal{A}_{\pi\pi} &= -\frac{1}{R} \cdot \left( 2 \left| \frac{P}{T} \right| \sin(\phi_1 + \phi_2) \sin(\delta) \right) \\ \mathcal{S}_{\pi\pi} &= \frac{1}{R} \cdot \left( 2 \left| \frac{P}{T} \right| \sin(\phi_1 - \phi_2) \cos(\delta) + \sin(2\phi_2) - \left| \frac{P}{T} \right|^2 \sin(2\phi_2) \right)\end{aligned}$$

Donde:

$$R = 1 - 2 \left| \frac{P}{T} \right| \cos(\phi_1 + \phi_2) \cos \delta + \left| \frac{P}{T} \right|^2$$

Luego usando un valor de  $\phi_1 = (23,4_{-2,4}^{+2,7})^\circ$  [77], la dependencia de la asimetría CP respecto al ángulo  $\phi_2$  que obtuve se muestra en la figura (4.3). En la figura (4.3), se

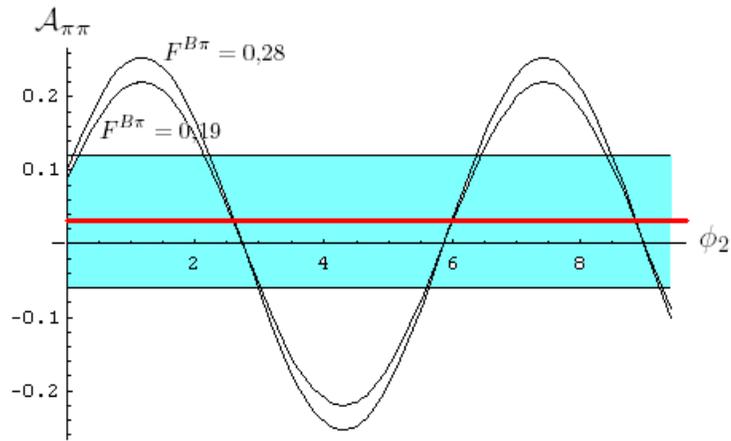


Figura 4.3: Dependencia de la asimetría  $\mathcal{A}_{\pi\pi}$  respecto del ángulo  $\phi_2$

muestra la dependencia de la asimetría  $\mathcal{A}_{\pi\pi}$  respecto del ángulo  $\phi_2$ , las dos gráficas senoidales se deben a que se han tomado dos valores de  $F^{B\pi} = 0,28; 0,19$  con el fin de determinar la dependencia de este factor de forma y el ángulo en la asimetría, como se observa en la figura el ángulo cambia de la forma ( a una desviación estándar del valor de la asimetría promedio del experimento ver tabla :

$$(2,2 \leq \phi_2 \leq 3) \text{ rad}; \quad (5,6 \leq \phi_2 \leq 6,4) \text{ rad}$$

### 4.1.2. Canal $B^- \rightarrow \pi^- \pi^0$

El ancho de decaimiento sin considerar el operador  $\mathcal{O}_{11}$ , esta dado por:

$$\begin{aligned}
 A_{B^- \rightarrow \pi^0 \pi^-} \simeq & \lambda_{ud} \left[ (a_1 + a_2) X_{B^- \pi^0}^{\pi^-} + a_1 X_{\pi^0 \pi^-}^{B^-} \right] \\
 & - \lambda_{td} \left[ \frac{3}{2} \left( a_9 + a_{10} - a_7 + \frac{2a_8 m_\pi^2}{(m_u + m_d)(m_b - m_u)} \right) X_{B^- \pi^0}^{\pi^-} \right. \\
 & \left. + \left( a_4 + a_{10} - \frac{2(a_6 + a_8) m_B^2}{(m_b + m_u)(m_u - m_d)} \right) X_{\pi^0 \pi^-}^{B^-} \right] \quad (4.13)
 \end{aligned}$$

De acuerdo a la amplitud de decaimiento, este proceso análogo al anterior básicamente depende del factor de forma y de los coeficientes de Wilson. La dependencia del factor de forma se muestra en la figura (4.4).

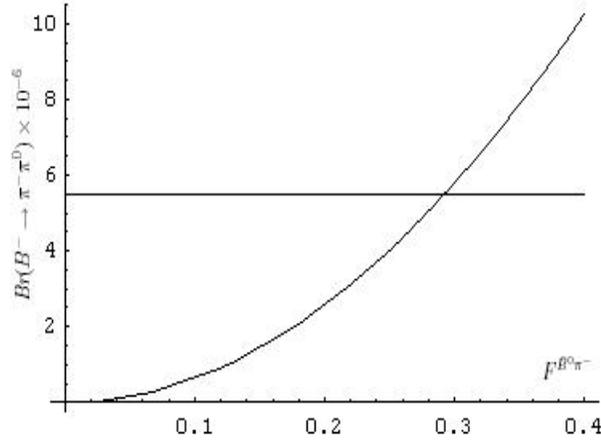


Figura 4.4: Dependencia del factor de forma  $F^{B\pi}$  en el decaimiento  $B^- \rightarrow \pi^- \pi^0$

se observa que el factor de forma que ajusta para un branching acorde al valor experimental es de  $F^{B\pi} = 0,295$ , considerando el valor obtenido en el anterior proceso tenemos el promedio para los dos procesos de  $F^{B\pi} = (0,21 + 0,29)/2 = 0,25$  este ajuste aproxima muy cerca al valor dado por PQCD de 0.28.

La contribución del operador  $\mathcal{O}_{11}$  esta dada por:

$$\begin{aligned}
\langle C_{11}\mathcal{O}_{11}\rangle &= \frac{\alpha_s}{4\pi q^2} C_{11} m_b \frac{8}{9} \left[ \left( \frac{3m_B^2}{4\sqrt{2}(m_b - m_d)} + \frac{7m_\pi^2}{8m_d} - \frac{4m_{\pi^0}^2}{m_b} + 2(m_b + m_d) \right) X_{B^-\pi^0}^{\pi^-} \right. \\
&\quad + \left( \frac{5m_B^2}{2(m_u - m_d)} - \frac{m_B^4}{4m_b(m_{\pi^0}^2 - m_\pi^2)} + 2(m_b + m_d) \right) X_{\pi^0\pi^-}^{B^-} \\
&\quad \left. + \left( \frac{m_B^2(m_u - m_d)}{16m_\pi^2} + \frac{5m_B^2}{8m_b} + 2(m_b + m_d) - \frac{2m_\pi^2}{m_d + m_u} \left( \frac{2m_d}{m_b} + 1 \right) \right) X_{B^-\pi^-}^{\pi^0} \right]
\end{aligned} \tag{4.14}$$

Donde:

$$\begin{aligned}
X_{B^-\pi^0}^{\pi^-} &= \langle \pi^- | (\bar{d}u)_L | 0 \rangle \langle \pi^0 | (\bar{u}b)_L | B^- \rangle = if_\pi (m_B^2 - m_\pi^2) F_0^{B^-\pi^0}(m_\pi^2) \\
&= -if_\pi (m_B^2 - m_\pi^2) \frac{F_0^{B^0\pi^-}(0)}{\sqrt{2}} \\
X_{\pi^0\pi^-}^{B^-} &= \langle \pi^0\pi^- | (\bar{d}u)_L | 0 \rangle \langle 0 | (\bar{u}b)_L | B^- \rangle = -if_B (m_{\pi^0}^2 - m_{\pi^-}^2) F_0^{\pi^-\pi^0}(m_B^2) \\
&= if_B (m_{\pi^0}^2 - m_{\pi^-}^2) \frac{F_0^{\pi^0\pi^-}(0)}{\sqrt{2}} \\
X_{B^-\pi^-}^{\pi^0} &= \langle \pi^0 | (\bar{d}d)_L | 0 \rangle \langle \pi^- | (\bar{d}b)_L | B^- \rangle = -i \frac{f_B}{\sqrt{2}} (m_B^2 - m_{\pi^-}^2) F_0^{B\pi}(m_\pi^2)
\end{aligned}$$

La contribución del operador  $\mathcal{O}_{11}$  para este proceso es de solo un 0.6% luego es muy pequeña.

### 4.1.3. Canal $\bar{B}^0 \rightarrow \pi^0\pi^0$

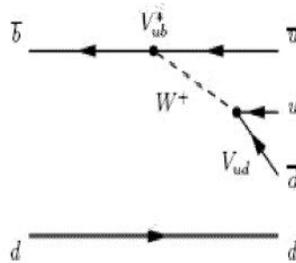


Figura 4.5: Diagrama a orden árbol en el proceso  $B^0 \rightarrow \pi^0\pi^0$ .

El ancho de decaimiento sin considerar el operador  $\mathcal{O}_{11}$ , esta dado por:

$$\begin{aligned}
A_{\bar{B}^0 \rightarrow 2\pi^0} \simeq & 2a_2 \lambda_{ud} \left[ X_{\bar{B}^0 \pi^0}^{\pi_u^0} + X_{(2\pi^0)_u}^{\bar{B}^0} \right] \\
& - 2\lambda_{td} \cdot \left[ \left( \frac{3}{2}(a_9 - a_7) - a_4 + \frac{1}{2}a_{10} - \frac{(a_6 - a_8/2)m_{\pi^0}^2}{m_d(m_b - m_d)} \right) X_{\bar{B}^0 \pi^0}^{\pi_u^0} \right. \\
& \left. + \left( 2a_3 + a_4 + 2a_5 + \frac{1}{2}(a_7 + a_9 - a_{10}) \right) X_{(2\pi^0)_u}^{\bar{B}^0} - (2a_6 - a_8) \tilde{X}_{(2\pi^0)_u}^{\bar{B}^0} \right]
\end{aligned} \tag{4.15}$$

la contribución del operador  $\mathcal{O}_{11}$  esta dada por:

$$\begin{aligned}
\langle C_{11} \mathcal{O}_{11} \rangle = & \frac{\alpha_s}{4\pi q^2} \mathcal{C}_{11} m_b \frac{8}{9} \left[ \left( \frac{3m_B^2}{4m_b} - \frac{2m_{\pi^0}^2}{m_d} + 2(m_b + m_d) \right) X_{\bar{B}^0 \pi^0}^{\pi_u^0} \right. \\
& \left. - 4(m_b + m_d) \tilde{X}_{(2\pi^0)_u}^{\bar{B}^0} \right]
\end{aligned} \tag{4.16}$$

Con:

$$\begin{aligned}
X_{\bar{B}^0 \pi^0}^{\pi_u^0} &= \langle \pi^0 | (\bar{u}u)_L | 0 \rangle \langle \pi^0 | (\bar{d}b)_L | \bar{B}^0 \rangle = i \frac{f_\pi}{\sqrt{2}} (m_B^2 - m_\pi^2) F_0^{\bar{B}^0 \pi^0} (m_\pi^2) \\
&= i \frac{f_\pi}{\sqrt{2}} (m_B^2 - m_\pi^2) F_0^{B^0 \pi^-} (0) \\
\tilde{X}_{2\pi^0}^{\bar{B}^0} &= \langle 2\pi^0 | (\bar{d}d)_{S+P} | 0 \rangle \langle 0 | (\bar{d}b)_{S-P} | \bar{B}^0 \rangle = -\frac{if_B m_B^2 m_{\pi^0}^2 \Gamma_S(s)}{2\hat{m}(m_b + m_d)}
\end{aligned}$$

Estas son las amplitudes, en los procesos  $B \rightarrow \pi\pi$ , haciendo un análisis encontramos que las razones de decaimiento dependen considerablemente del factor de forma  $F^{B\pi}$ , como este factor debe ser el mismo para los tres canales, encontré como se muestra en la figura (4.5) que los ajustes al valor experimental y la parte teórica del factor de forma son muy diferentes, en especial el valor para el proceso  $B \rightarrow \pi^0 \pi^0$ .

Ahora la idea es ver el comportamiento de las razones de decaimiento cuando se introduce el operador  $\mathcal{O}_{11}$  y también como se modifica la dependencia respecto del factor de forma  $F^{B\pi}$ .

Como se puede observar al considerar el operador  $\mathcal{O}_{11}$  el ajuste al valor experimental hace que el factor de forma tome un valor mas bajo, si tenemos como parámetro que en la literatura el valor del factor de forma esta alrededor de  $F^{B\pi} = 0,28$  encontramos que este nuevo operador altera el valor muy poco pero lo aleja del valor promedio considerado en la literatura.

De nuevo en este caso, el operador  $O_{11}$  hace que el valor del factor de forma disminuya, los valores numéricos exactos y los porcentajes están detallados en la sección de los cálculos numéricos. Y finalmente el mismo análisis para el proceso  $B^0 \rightarrow \pi^0 \pi^0$ .

#### 4.1.4. Canal $\bar{B}^0 \rightarrow \pi^+ K^-$

De forma análoga con los anteriores decaimientos para hallar la amplitud de decaimiento de este proceso considerando los dos primeros operadores se tiene:

$$\begin{aligned} \langle O_1 \rangle &= \langle K^- \pi^+ | \bar{s} u \bar{u} b | \bar{B}^0 \rangle \\ &= \langle K^- | \bar{s} u | 0 \rangle \langle \pi^+ | \bar{u} b | \bar{B}^0 \rangle \\ &X_{\bar{B}^0 \pi^+}^{K^-} \end{aligned} \quad (4.17)$$

$$\begin{aligned} \langle O_2 \rangle &= \langle K^- \pi^+ | \bar{u} u \bar{s} b | \bar{B}^0 \rangle \\ &= \frac{1}{N} \langle K^- | \bar{s} b | 0 \rangle \langle \pi^+ | \bar{u} b | \bar{B}^0 \rangle \\ &\frac{1}{N} X_{\bar{B}^0 \pi^+}^{K^-} \end{aligned} \quad (4.18)$$

según el Lagrangiano efectivo multiplicamos estos valores esperados por los coeficientes de Wilson  $C_1, C_2$  respectivamente quedando:

$$\langle C_1 O_1 + C_2 O_2 \rangle = a_1 X_{\bar{B}^0 \pi^+}^{K^-}, \quad (4.19)$$

Tomando estos dos operadores para chequeo de los valores esperados, para los siguientes operadores se desarrollan en forma análoga. El ancho de decaimiento sin considerando todos los operadores menos el  $\mathcal{O}_{11}$ , esta dado por:

$$\begin{aligned} A_{\bar{B}^0 \rightarrow \pi^+ K^-} &\simeq \lambda_{us} a_1 X_{\bar{B}^0 \pi^+}^{K^-} - \lambda_{ts} \left[ (a_4 + a_{10} + (a_6 + a_8) r_\chi^K) X_{\bar{B}^0 \pi^+}^{K^-} \right. \\ &\left. + \left( a_4 - \frac{a_{10}}{2} + \frac{(2a_6 - a_8) m_B^2}{(m_b + m_d)(m_s - m_d)} \right) X_{K^- \pi^+}^{\bar{B}^0} \right] \end{aligned} \quad (4.20)$$

donde se ha tenido en cuenta las definiciones que relacionan los coeficientes de Wilson con los coeficientes  $a_i$  dados en el apéndice (D). Las definiciones usadas que he tomado son:

$$\begin{aligned} X_{\bar{B}^0 \pi^+}^{K^-} &= \langle K^- | (\bar{s} u)_L | 0 \rangle \langle \pi^+ | (\bar{u} b)_L | \bar{B}^0 \rangle = i f_K (m_B^2 - m_\pi^2) F^{\bar{B}^0 \pi^+} (m_\pi^2) \\ &= -i f_K (m_B^2 - m_\pi^2) F^{B^0 \pi^-} (0) \\ X_{K^- \pi^+}^{\bar{B}^0} &= \langle \pi^+ K^- | (\bar{s} u)_L | 0 \rangle \langle 0 | (\bar{u} b)_L | \bar{B}^0 \rangle = -i f_B (m_K^2 - m_\pi^2) F_0^{\pi^+ K^-} (m_B^2) \\ &= -i f_B (m_K^2 - m_\pi^2) r_{K\pi} F_\pi (m_B^2) \end{aligned} \quad (4.21)$$

Con

$$r_\chi^K = \frac{2m_K^2}{(m_s + \hat{m})m_b} \approx 1 \quad [58] \quad (4.22)$$

Para encontrar la contribución del operador  $\mathcal{O}_{11}$  después de haber realizado una rotación de Fiertz como se describe en la sección (E) se deben calcular los valores esperados. Detallando el cálculo para cada uno de los términos tenemos:

Primer término:

$$\begin{aligned} \langle K^- \pi^+ | \bar{s} \gamma_\mu L (u\bar{u} + d\bar{d}) \gamma^\mu L b | \bar{B}^0 \rangle &= \langle K^- | \bar{s} \gamma_\mu L u | 0 \rangle \langle \pi^+ | \bar{u} \gamma^\mu L b | \bar{B}^0 \rangle + \\ &\quad \langle K^- \pi^+ | \bar{s} \gamma_\mu L d | 0 \rangle \langle 0 | \bar{d} \gamma^\mu L b | \bar{B}^0 \rangle \\ &= X_{\bar{B}^0 \pi^+}^{K^-} + X_{K^- \pi^+}^{\bar{B}^0} \end{aligned} \quad (4.23)$$

Segundo término:

$$\langle K^- \pi^+ | \bar{s} R (u\bar{u} + d\bar{d}) L b | \bar{B}^0 \rangle = \tilde{X}_{\bar{B}^0 \pi^+}^{K^-} + \tilde{X}_{K^- \pi^+}^{\bar{B}^0} \quad (4.24)$$

donde:

$$\begin{aligned} \tilde{X}_{\bar{B}^0 \pi^+}^{K^-} &= r_\chi^K X_{\bar{B}^0 \pi^+}^{K^-} \\ \tilde{X}_{K^- \pi^+}^{\bar{B}^0} &= \frac{m_B^2}{(m_s - m_d)(m_b + m_d)} X_{K^- \pi^+}^{\bar{B}^0} \end{aligned}$$

Tercer término (análogo al primero):

$$\langle K^- \pi^+ | \bar{s} \gamma_\mu R (u\bar{u} + d\bar{d}) \gamma^\mu R b | \bar{B}^0 \rangle = X_{\bar{B}^0 \pi^+}^{K^-} + X_{K^- \pi^+}^{\bar{B}^0} \quad (4.25)$$

Cuarto término (análogo al segundo):

$$\langle K^- \pi^+ | \bar{s} L (u\bar{u} + d\bar{d}) R b | \bar{B}^0 \rangle = \tilde{X}_{\bar{B}^0 \pi^+}^{K^-} + \tilde{X}_{K^- \pi^+}^{\bar{B}^0} \quad (4.26)$$

Quinto término

$$\begin{aligned} &(p_b + p_s)_\mu \langle K^- \pi^+ | \bar{s} \gamma_\mu L (u\bar{u} + d\bar{d}) R b | \bar{B}^0 \rangle \\ &= (p_b + p_s)_\mu [\langle K^- | \bar{s} \gamma_\mu L d | 0 \rangle \langle \pi^+ | \bar{d} R b | \bar{B}^0 \rangle + \langle K^- \pi^+ | \bar{s} \gamma_\mu L d | 0 \rangle \langle 0 | \bar{d} R b | \bar{B}^0 \rangle] \\ &= \left( p_B + \frac{p_K}{2} \right)_\mu \left[ i f_K p_K^\mu F_0^{B\pi} \frac{m_B^2 - m_\pi^2}{(m_b - m_d)} + (p_K - p_\pi)^\mu F^{K\pi} \left( -i f_B \frac{m_B^2}{m_b + m_d} \right) \right] \\ &= \frac{(m_B^2 + 2m_K^2 - m_\pi^2)}{2(m_b - m_d)} X_{\bar{B}^0 \pi^+}^{K^-} - \frac{m_B^2(m_B^2 - 7m_K^2 + 3m_\pi^2)}{4(m_b + m_d)(m_K^2 - m_\pi^2)} X_{K^- \pi^+}^{\bar{B}^0} \end{aligned}$$

donde se han tomado las definiciones dadas en el apéndice, (C).

$$\begin{aligned}\langle \pi^+ | \bar{d} L b | \bar{B}^0 \rangle &= \frac{m_B^2 - m_\pi^2}{m_b - m_d} F^{B\pi} \\ \langle 0 | \bar{d} L b | \bar{B}^0 \rangle &= -i f_B \frac{m_B^2}{m_b + m_d}\end{aligned}$$

Sexto término:

$$\begin{aligned}(p_b + p_s)_\mu \langle K^- \pi^+ | \bar{s} R (u\bar{u} + d\bar{d}) \gamma^\mu R b | \bar{B}^0 \rangle \\ &= (p_b + p_s)_\mu [\langle K^- | \bar{s} R d | 0 \rangle \langle \pi^+ | \bar{d} \gamma^\mu R b | \bar{B}^0 \rangle + \langle K^- \pi^+ | \bar{s} R d | 0 \rangle \langle 0 | \bar{d} \gamma^\mu R b | \bar{B}^0 \rangle] \\ &= \left( p_B + \frac{p_K}{2} \right)_\mu \left[ i \frac{f_K m_K^2}{m_s + m_d} (p_B + p_\pi)^\mu F_0^{B\pi} + \frac{m_K^2 - m_\pi^2}{m_s + m_d} F^{K\pi} i f_B p_B^\mu \right] \\ &= \frac{m_K^2 (4m_B^2 - m_K^2)}{2(m_s + m_d)(m_B^2 - m_\pi^2)} X_{\bar{B}^0 \pi^+}^{K^-} + \frac{5m_B^2 + m_K^2 - m_\pi^2}{4(m_s + m_d)} X_{K^- \pi^+}^{\bar{B}^0}\end{aligned}$$

donde

$$\langle K^- | \bar{s} R d | 0 \rangle = i f_K \frac{m_K^2}{m_s + m_d}$$

Séptimo término

$$\begin{aligned}(p_b + p_s)_\mu \langle K^- \pi^+ | \bar{s} \sigma^{\mu\nu} R (u\bar{u} + d\bar{d}) \gamma^\nu R b | \bar{B}^0 \rangle \\ &= (p_b + p_s)_\mu [\langle K^- | \bar{s} \sigma^{\mu\nu} R u | 0 \rangle \langle \pi^+ | \bar{u} \gamma^\nu R b | \bar{B}^0 \rangle]\end{aligned}\tag{4.27}$$

Como podemos observar tenemos productos de tensores simétricos por antisimétricas los que es cero luego este término no contribuye.

Octavo término:

$$\begin{aligned}(p_b + p_s)_\mu \langle K^- \pi^+ | \bar{s} \gamma^\mu L (u\bar{u} + d\bar{d}) \sigma^{\mu\nu} R b | \bar{B}^0 \rangle \\ &= (p_b + p_s)_\mu [\langle K^- | \bar{s} \gamma^\nu L u | 0 \rangle \langle \pi^+ | \bar{u} \sigma^{\mu\nu} R b | \bar{B}^0 \rangle] \\ &= \left( p_B + \frac{p_K}{2} \right)_\mu [i f_K p_k^\nu (-2i h (p_B^\mu p_\pi^\nu - p_B^\nu p_\pi^\mu))] \\ &= \frac{f_k F^{B\pi}}{2m_b} \frac{1}{4} [m_B^4 - 2m_B^2 (m_K^2 + m_\pi^2) + (m_K^2 - m_\pi^2)^2] \\ &= -i \frac{m_B^4 - 2m_B^2 (m_K^2 + m_\pi^2) + (m_K^2 - m_\pi^2)^2}{8m_b (m_B^2 - m_\pi^2)} X_{\bar{B}^0 \pi^+}^{K^-},\end{aligned}\tag{4.28}$$

donde se han tomado las definiciones [56]:

$$\langle \pi^+ | \bar{u} \sigma^{\mu\nu} R b | \bar{B}^0 \rangle = -i \frac{F^K}{2m_b} (p_B^\mu p_\pi^\nu - p_B^\nu p_\pi^\mu)$$

Reuniendo estos términos (simplificando y tomando los relevantes) obtengo:

$$\begin{aligned} \langle C_{11} \mathcal{O}_{11} \rangle = & \frac{\alpha_s}{4\pi q^2} \mathcal{C}_{11} m_b \frac{8}{9} \left[ \left( 2(m_b + m_s) - \frac{3m_B^2 + 16m_K^2}{4m_b} - 7\frac{m_K^2}{m_s} - i\frac{m_B^2}{8m_b} \right) X_{\bar{B}^0\pi^+}^K \right. \\ & \left. \left( 2(m_b + m_s) - \frac{4(m_b + m_s)m_B^2}{m_s m_b} + \frac{(m_s - 5m_b)m_B^4}{4m_b m_s (m_K^2 - m_\pi^2)} \right) X_{K^-\pi^+}^{\bar{B}^0} \right]. \end{aligned} \quad (4.29)$$

#### 4.1.5. Canal $\bar{B}^0 \rightarrow \bar{K}^0 \pi^0$

El ancho de decaimiento sin considerar el operador  $\mathcal{O}_{11}$ , esta dado por:

$$\begin{aligned} A(\bar{B}^0 \rightarrow \bar{K}^0 \pi^0) \simeq & \lambda_{us} a_2 X_{\bar{B}^0 \bar{K}^0}^{\pi^0} - \lambda_{ts} \left[ \frac{3}{2} (a_9 - a_7) X_{\bar{B}^0 \bar{K}^0}^{\pi^0} \right. \\ & + \left( a_4 - \frac{a_{10}}{2} + \frac{(2a_6 - a_8)m_{\bar{K}^0}^2}{2(m_s + m_d)(m_b - m_d)} \right) X_{\bar{B}^0 \pi^0}^{\bar{K}^0} \\ & \left. + \left( a_4 - \frac{a_{10}}{2} + \frac{(2a_6 - a_8)m_{\bar{B}^0}^2}{(m_b + m_d)(m_s - m_d)} \right) X_{\bar{K}^0 \pi^0}^{\bar{B}^0} \right] \end{aligned} \quad (4.30)$$

La contribución del operador  $\mathcal{O}_{11}$  esta dada por:

$$\begin{aligned} \langle C_{11} \mathcal{O}_{11} \rangle = & \frac{\alpha_s}{4\pi q^2} \mathcal{C}_{11} m_b \frac{8}{9} \left[ \left( \frac{5m_B^2}{4m_b} + \frac{2m_K^2}{m_s - m_d} + \frac{2m_K^2 - m_\pi^2}{2(m_b - m_d)} \right. \right. \\ & \left. \left. - \frac{4m_{\bar{K}^0}^2 m_s}{m_b(m_d + m_s)} + 2m_b \right) X_{\bar{B}^0 \pi^0}^{\bar{K}^0} + \left( \frac{m_B^4 - 7m_B^2 m_K^2}{4(m_b + m_d)(m_K^2 - m_\pi^2)} \right. \right. \\ & \left. \left. - \frac{4m_s m_B^2}{(m_b + m_d)(m_s - m_d)} + \frac{5m_B^2 + m_K^2}{4(m_s - m_d)} + 2m_b \right) X_{\bar{K}^0 \pi^0}^{\bar{B}^0} \right] \end{aligned} \quad (4.31)$$

donde:

$$\begin{aligned} X_{\bar{B}^0 \bar{K}^0}^{\pi^0} &= \langle \pi^0 | (\bar{u}u)_L | 0 \rangle \langle \bar{K}^0 | (\bar{s}b)_L | \bar{B}^0 \rangle = -if_\pi (m_B^2 - m_K^2) F^{\bar{B}^0 \bar{K}^0} \\ X_{\bar{B}^0 \pi^0}^{\bar{K}^0} &= \langle \bar{K}^0 | (\bar{s}d)_L | 0 \rangle \langle \pi^0 | (\bar{d}b)_L | \bar{B}^0 \rangle = -if_K (m_B^2 - m_{\pi^0}^2) F^{\bar{B}^0 \pi^0} \\ X_{\bar{K}^0 \pi^0}^{\bar{B}^0} &= \langle \bar{K}^0 \pi^0 | (\bar{s}d)_L | 0 \rangle \langle \bar{B}^0 | (\bar{d}b)_L | 0 \rangle = -if_B (m_{\bar{K}^0}^2 - m_{\pi^0}^2) F^{\bar{K}^0 \pi^0} \\ &= if_B (m_{\bar{K}^0}^2 - m_{\pi^0}^2) \frac{F^{B\pi}}{\sqrt{2}} \end{aligned}$$

### 4.1.6. Canal $B^- \rightarrow K^- \pi^0$

El ancho de decaimiento sin considerar el operador  $\mathcal{O}_{11}$ , esta dado por:

$$\begin{aligned}
A(B^- \rightarrow K^- \pi^0) &\simeq \lambda_{us} \left( a_1 (X_{B^- \pi^0}^{K^-} + X_{K^- \pi^0}^{B^-}) + a_2 X_{B^- K^-}^{\pi^0} \right) \\
&\quad - \lambda_{ts} \left[ \left( a_4 + a_{10} + \frac{2(a_6 + a_8)m_{K^-}^2}{(m_s + m_u)(m_b - m_u)} \right) X_{B^- \pi^0}^{K^-} \right. \\
&\quad \left. + \frac{3}{2}(a_9 - a_7) X_{B^- K^-}^{\pi^0} \right. \\
&\quad \left. + \left( a_4 + a_{10} + \frac{2(a_6 + a_8)m_{B^-}^2}{(m_s - m_u)(m_b + m_u)} \right) X_{K^- \pi^0}^{B^-} \right].
\end{aligned} \tag{4.32}$$

Donde he tomado las definiciones

$$\begin{aligned}
X_{B^- \pi^0}^{K^-} &= \langle K^- | (\bar{s}u)_L | 0 \rangle \langle \pi^0 | (\bar{u}b)_L | B^- \rangle = i f_K (m_B^2 - m_\pi^2) F^{B^- \pi^0} (m_K^2) \\
&= -i \frac{f_K}{\sqrt{2}} (m_B^2 - m_\pi^2) F^{B^0 \pi^-} (0) \\
X_{K^- \pi^0}^{B^-} &= \langle \pi^0 K^- | (\bar{s}u)_L | 0 \rangle \langle 0 | (\bar{u}b)_L | B^- \rangle = -i f_B (m_\pi^2 - m_K^2) F_0^{\pi^0 K^-} (m_B^2) \\
&= i f_B (m_\pi^2 - m_K^2) r_{K\pi} F_\pi (m_B^2) \\
X_{K^- B^-}^{\pi^0} &= \langle \pi^0 | (\bar{d}d)_L | 0 \rangle \langle \bar{K}^- | (\bar{s}d)_L | B^- \rangle = -i \frac{f_\pi}{\sqrt{2}} (m_B^2 - m_K^2) F_0^{B^- K^-} \\
&= -i \frac{f_\pi}{\sqrt{2}} (m_B^2 - m_K^2) r_{K\pi} F_0^{B^0 \pi^-}
\end{aligned} \tag{4.33}$$

$$r_{K\pi} = \frac{2m_K^2}{(m_s + \hat{m})m_b} \approx 1 [58]$$

La contribución del operador  $\mathcal{O}_{11}$  esta dada por:

$$\begin{aligned}
\langle C_{11} \mathcal{O}_{11} \rangle &= \frac{\alpha_s}{4\pi q^2} \mathcal{C}_{11} m_b \frac{8}{9} \left[ \left( 2(m_b + m_s) - \frac{3m_B^2 + 16m_k^2}{4m_b} - \frac{7m_K^2}{2m_s} - i \frac{m_B^2}{8m_b} \right) \right. \\
&\quad \left. X_{B^- \pi^0}^{K^-} + \left( 2(m_b + m_s) - \frac{4m_B^2(m_b + m_s)}{m_s m_b} + \frac{m_B^4(m_s - 5m_b)}{4m_b m_s (m_K^2 - m_\pi^2)} \right) X_{K^- \pi^0}^{B^-} \right]
\end{aligned}$$

### 4.1.7. Canal $B^- \rightarrow \pi^- \bar{K}^0$

El ancho de decaimiento sin considerar el operador  $\mathcal{O}_{11}$ , esta dado por:

$$\begin{aligned}
A_{B^- \rightarrow \bar{K}^0 \pi^-} &\simeq \lambda_{us} a_1 X_{\bar{K}^0 \pi^-}^{B^-} - \lambda_{ts} \left[ \left( a_4 - \frac{1}{2} a_{10} + \frac{(2a_6 - a_8) m_K^2}{(m_s + m_d)(m_b - m_d)} \right) X_{B^- \pi^-}^{\bar{K}^0} \right. \\
&\quad \left. + \left( a_4 + a_{10} + \frac{2(a_6 + a_8) m_B^2}{(m_b + m_u)(m_s - m_u)} \right) X_{\bar{K}^0 \pi^-}^{B^-} \right] \quad (4.34)
\end{aligned}$$

Donde:

$$\begin{aligned}
X_{\bar{K}^0 \pi^-}^{B^-} &= \langle \bar{K}^0 \pi^- | (\bar{s}u)_L | 0 \rangle \langle 0 | (\bar{u}b)_L | B^- \rangle = -i f_B (m_K^2 - m_\pi^2) F_0^{\bar{K}^0 \pi^-} (m_B^2) \\
&= -i f_B (m_K^2 - m_\pi^2) r_{K\pi} F_\pi (m_B^2) \\
X_{B^- \pi^-}^{\bar{K}^0} &= \langle \bar{K}^0 | (\bar{s}d)_L | 0 \rangle \langle \pi^- | (\bar{d}b)_L | B^- \rangle = -i f_{K^0} (m_B^2 - m_\pi^2) F_0^{B^- \pi^-} (m_K^2) \\
&= -i f_{K^0} (m_B^2 - m_\pi^2) F_0^{B^0 \pi^-} (0)
\end{aligned}$$

La contribución del operador  $\mathcal{O}_{11}$  esta dada por: Primer término:

$$\begin{aligned}
\langle \bar{K}^0 \pi^- | \bar{s} \gamma_\mu L (u\bar{u} + d\bar{d}) \gamma^\mu L b | B^- \rangle &= \langle \bar{K}^0 | \bar{s} \gamma_\mu L d | 0 \rangle \langle \pi^- | \bar{d} \gamma^\mu L b | B^- \rangle + \\
&\quad \langle \bar{K}^0 \pi^- | \bar{s} \gamma_\mu L u | 0 \rangle \langle 0 | \bar{u} \gamma^\mu L b | B^- \rangle \\
&= X_{B^- \pi^-}^{\bar{K}^0} + X_{\bar{K}^0 \pi^-}^{B^-} \quad (4.35)
\end{aligned}$$

Aquí es bueno hacer notar que en [57] Deshpande no considera el termino de aniquilación proporcional a  $X_{\bar{K}^0 \pi^-}^{B^-}$ , además en la rotación de Fiertz difiere de Kagan [56] en que desprecia los términos proporcionales a  $m_s$ . Segundo término:

$$\langle \bar{K}^0 \pi^- | \bar{s} R (u\bar{u} + d\bar{d}) L b | B^- \rangle = \tilde{X}_{B^- \pi^-}^{\bar{K}^0} + \tilde{X}_{\bar{K}^0 \pi^-}^{B^-} \quad (4.36)$$

donde:

$$\begin{aligned}
\tilde{X}_{B^- \pi^-}^{\bar{K}^0} &= \frac{m_K^2}{(m_s + m_d)(m_b - m_d)} X_{B^- \pi^-}^{\bar{K}^0} \\
\tilde{X}_{\bar{K}^0 \pi^-}^{B^-} &= \frac{m_B^2}{(m_s - m_u)(m_b + m_u)} X_{\bar{K}^0 \pi^-}^{B^-}
\end{aligned}$$

Tercer término (análogo al primero):

$$\langle \bar{K}^0 \pi^- | \bar{s} \gamma_\mu R (u\bar{u} + d\bar{d}) \gamma^\mu R b | B^- \rangle = X_{B^- \pi^-}^{\bar{K}^0} + X_{\bar{K}^0 \pi^-}^{B^-} \quad (4.37)$$

Cuarto término (análogo al segundo):

$$\langle \bar{K}^0 \pi^- | \bar{s} L (u\bar{u} + d\bar{d}) R b | B^- \rangle = \tilde{X}_{B^- \pi^-}^{\bar{K}^0} + \tilde{X}_{\bar{K}^0 \pi^-}^{B^-} \quad (4.38)$$

Quinto término: (Es de anotar que en principio para los siguientes términos, no consideraré los proporcionales a  $X_{\bar{K}^0\pi^-}^{B^-}$ , análogo a Deshpande).

$$\begin{aligned}
& (p_b + p_s)_\mu \langle \bar{K}^0 \pi^- | \bar{s} \gamma_\mu L (u\bar{u} + d\bar{d}) R b | B^- \rangle \\
&= (p_b + p_s)_\mu [\langle \bar{K}^0 | \bar{s} \gamma_\mu L d | 0 \rangle \langle \pi^- | \bar{d} R b | B^- \rangle] \\
&= \left( p_B + \frac{p_K}{2} \right)_\mu \left[ i f_K p_K^\mu F_0^{B\pi} \frac{m_B^2 - m_\pi^2}{(m_b - m_d)} \right] \\
&= \frac{(m_B^2 + 2m_k^2 - m_\pi^2)}{2(m_b - m_d)} X_{B^- \pi^-}^{\bar{K}^0}
\end{aligned}$$

donde se han tomado las definiciones dadas en el apéndice (C).

$$\langle \pi^- | \bar{d} L b | B^- \rangle = \frac{m_B^2 - m_\pi^2}{m_b - m_d} F^{B\pi}$$

Sexto término:

$$\begin{aligned}
& (p_b + p_s)_\mu \langle \bar{K}^0 \pi^- | \bar{s} R (u\bar{u} + d\bar{d}) \gamma^\mu R b | B^- \rangle \\
&= (p_b + p_s)_\mu [\langle \bar{K}^0 | \bar{s} R d | 0 \rangle \langle \pi^- | \bar{d} \gamma^\mu R b | B^- \rangle] \\
&= \left( p_B + \frac{p_K}{2} \right)_\mu \left[ i \frac{f_K m_K^2}{m_s + m_d} (p_B - p_\pi)^\mu F_0^{B\pi} \right] \\
&= \frac{m_k^2 (4m_B^2 - m_k^2)}{2(m_s + m_d)(m_B^2 - m_\pi^2)} X_{B^- \pi^-}^{\bar{K}^0}
\end{aligned} \tag{4.39}$$

donde

$$\langle \bar{K}^0 | \bar{s} R d | 0 \rangle = i f_K \frac{m_K^2}{m_s + m_d}$$

Séptimo término

$$\begin{aligned}
& (p_b + p_s)_\mu \langle \bar{K}^0 \pi^- | \bar{s} \sigma^{\mu\nu} R (u\bar{u} + d\bar{d}) \gamma^\nu R b | B^- \rangle \\
&= (p_b + p_s)_\mu [\langle \bar{K}^0 | \bar{s} \sigma^{\mu\nu} R u | 0 \rangle \langle \pi^- | \bar{u} \gamma^\nu R b | B^- \rangle]
\end{aligned} \tag{4.40}$$

Como podemos observar tenemos productos de tensores simétricos por antisimétricas los que es cero luego este termino no contribuye. Octavo término:

$$\begin{aligned}
& (p_b + p_s)_\mu \langle \bar{K}^0 \pi^- | \bar{s} \gamma^\mu L (u\bar{u} + d\bar{d}) \sigma^{\mu\nu} R b | B^- \rangle \\
&= (p_b + p_s)_\mu [\langle \bar{K}^0 | \bar{s} \gamma^\nu L u | 0 \rangle \langle \pi^- | \bar{u} \sigma^{\mu\nu} R b | B^- \rangle] \\
&= \left( p_B + \frac{p_K}{2} \right)_\mu [i f_K p_k^\nu (-2i h (p_B^\mu p_\pi^\nu - p_B^\nu p_\pi^\mu))] \\
&= \frac{f_k F^{B\pi}}{2m_b} \frac{1}{4} [m_B^4 - 2m_B^2 (m_K^2 + m_\pi^2) + (m_K^2 - m_\pi^2)^2] \\
&= -i \frac{m_B^4 - 2m_B^2 (m_K^2 + m_\pi^2) + (m_K^2 - m_\pi^2)^2}{8m_b (m_B^2 - m_\pi^2)} X_{B^- \pi^-}^{\bar{K}^0},
\end{aligned} \tag{4.41}$$

donde se han tomado las definiciones [56]:

$$\langle \pi^0 | \bar{u} \sigma^{\mu\nu} R b | B^- \rangle = -i \frac{F^K}{2m_b} (p_B^\mu p_\pi^\nu - p_B^\nu p_\pi^\mu)$$

Reuniendo ahora cada uno de los términos mas significativos en la contribución del operador  $O_{11}$ :

$$\begin{aligned} \langle C_{11} \mathcal{O}_{11} \rangle &= \frac{\alpha_s}{4\pi q^2} \mathcal{C}_{11} m_b \frac{8}{9} \left[ 2m_b - \frac{4m_b m_K^2}{(m_s + m_d)(m_b - m_d)} \right. \\ &\quad \left. + \frac{m_B^2 + 2m_k^2}{2(m_b - m_d)} + \frac{2m_K^2}{m_s + m_d} + \frac{m_B^2 - 2m_K^2}{8m_b} \right] X_{B^- \pi^-}^{\bar{K}^0} \end{aligned} \quad (4.42)$$

donde:

$$q^2 = \frac{1}{2} \left( m_B^2 + m_\pi^2 - \frac{m_K^2}{2} \right)$$

Esta es la misma expresión que se tiene en la nomenclatura de Deshpande, es de notar que no he tomado  $f^+ = F^{B\pi}$ ;  $f^- = 0$

Tabla 4.1: Fracciones de decaimiento para los procesos  $B \rightarrow \pi\pi$ , se comparan los datos experimentales con los obtenidos mediante Factorización ( unidades  $10^{-6}$  ), primero sin el operador  $O_{11}$  y luego incluyendo este operador, donde  $F_0^{B\pi} = 0,283$ ,  $\gamma = 50^\circ$ ,  $\hat{m} = 3\text{MeV}$ ,  $\tau_{B^+} = 1,671(18) \cdot 10^{-12}\text{s}$ ,  $\tau_{B^0} = 1,536(14) \cdot 10^{-12}\text{s}$ ,  $\tau_{B^+}/\tau_{B^0} = 1,086(17)$

Dec	CLEO	BELLE	BABAR	PROM	NFA	NFA $O_{11}$
$\pi^+\pi^-$	$4,5_{-1,2-0,4}^{+1,4+0,5}$	$4,4 \pm 0,6 \pm 0,3$	$4,7 \pm 0,6 \pm 0,2$	4.6(4)	4.5()	4.58
$\pi^+\pi^0$	$4,6_{-1,6-0,7}^{+1,8+0,6}$	$5,0 \pm 1,2 \pm 0,5$	$5,8 \pm 0,6 \pm 0,4$	5.5(6)	5.3	5.3
$\pi^0\pi^0$	$< 4,4$	$2,3_{-0,5-0,3}^{+0,4+0,2}$	$1,17 \pm 0,32 \pm 0,2$	1.5(3)	1.8	1.6

Tabla 4.2: Fracciones de decaimiento para los procesos  $B \rightarrow K\pi$ , se comparan los datos experimentales con los obtenidos mediante Factorización ( unidades  $10^{-6}$  ), primero sin el operador  $O_{11}$  y luego incluyendo este operador, se han tomado los valores de la tabla anterior, con  $m_s = 116\text{MeV}$ ,  $\tau_{K^+} = 1,2384(24) \cdot 10^{-18}\text{s}$ ,  $\tau_{K^0} = 0,8935(8) \cdot 10^{-18}\text{s}$

Decaim	CLEO	BELLE	BABAR	PROM	NFA	NFA $O_{11}$
$K^\mp\pi^\pm$	$18_{-2,1-0,9}^{+2,3+1,2}$	$18,5 \pm 1,0 \pm 0,7$	$17,9 \pm 0,9 \pm 0,7$	18.2(7)	18.3	19.2
$K^0\pi^\pm$	$18,8_{-3,3-1,8}^{+3,7+2,1}$	$22,0 \pm 1,9 \pm 1,1$	$26 \pm 1,3 \pm 1,1$	24.1(12)	16.3	19.1
$K^\pm\pi^0$	$12,9_{-2,2-1,7}^{+2,4+1,2}$	$12,0 \pm 1,3_{-0,9}^{+1,3}$	$12,0 \pm 0,7 \pm 0,6$	12.1(8)	8.96	9.81
$K^0\pi^0$	$12,8_{-3,3-1,4}^{+4+1,7}$	$11,7 \pm 2,3_{-1,3}^{+1,2}$	$10,4 \pm 1,5 \pm 0,8$	11.1(1)	9.2	10.5

Tabla 4.3: Comparación de los datos experimentales con los obtenidos mediante Factorización en el cálculo de las asimetrías para los procesos  $B \rightarrow \pi\pi$ , primero sin el operador  $O_{11}$  y luego incluyendo este operador

Modo	CLEO	BELLE	BABAR	PROM	NFA	$NFA_{O_{11}}$
$C_{\pi\pi}$		$-0,56 \pm 0,12 \pm 0,06$	$-0,09 \pm 0,15 \pm 0,04$	$-0,34(11)$	$-0,39$	$0,97$
$S_{\pi\pi}$		$-0,67 \pm 0,16 \pm 0,06$	$-0,3 \pm 0,17 \pm 0,03$	$-0,58(13)$	$-0,81$	$-0,17$
$A_{\pi^+\pi^0}$		$-0,02 \pm 0,1 \pm 0,01$	$-0,01 \pm 0,1 \pm 0,02$	$-0,03(9)$	$-0,051$	$-0,061$
$A_{\pi^0\pi^0}$		$0,43 \pm 0,51^{+0,17}_{-0,16}$	$0,12 \pm 0,56 \pm 0,06$	$0,1(6)$	$0,82$	$0,96$

Tabla 4.4: Comparación de los datos experimentales con los obtenidos mediante Factorización en el cálculo de las asimetrías para los procesos  $B \rightarrow K\pi$ , primero sin el operador  $O_{11}$  y luego incluyendo este operador

Modo	CLEO	BELLE	BABAR	PROM	NFA	$NFA_{O_{11}}$
$A_{K^+\pi^-}$	$-0,04 \pm 0,16$	$-0,101 \pm 0,025 \pm 0,005$	$-0,13 \pm 0,03 \pm 0,009$	$-0,11(2)$	$-0,007$	$-0,009$
$A_{K^0\pi^+}$	$0,18 \pm 0,24$	$0,05 \pm 0,05 \pm 0,01$	$-0,087 \pm 0,046 \pm 0,01$	$0,013(58)$	$0,6 \cdot 10^{-5}$	$0,6 \cdot 10^{-5}$
$A_{K^+\pi^0}$	$-0,29 \pm 0,23$	$0,04 \pm 0,05 \pm 0,02$	$0,06 \pm 0,06 \pm 0,01$	$0,10(5)$	$-0,007$	$-0,0054$
$A_{K^0\pi^0}$		$0,16 \pm 0,29 \pm 0,05$	$0,03 \pm 0,36 \pm 0,11$	$0,3(36)$	$0,01$	$0,05$

## 4.2 $B \rightarrow PS$

Para el desarrollo de esta sección en principio calculo con detalle algunos procesos luego simplifiqué la forma de presentar la contribución del operador  $calO_{11}$ , para la lectura de esos resultados he tomado  $q \simeq p_b - p_s \simeq p_B - p_K/2$  de manera que  $q^2 \simeq m_B^2/2$  igualmente  $\alpha_s(q^2 \simeq m_B^2/2) = 0,21$  y  $C_{11} = -0,29$ . De manera que  $a_{11} \simeq -05,7 \cdot 10^{-3}$ .

### 4.2.1. Canal $\bar{B}^0 \rightarrow a_0^+ \pi^-$

Sin considerar el operador  $O_{11}$  la amplitud de este decaimiento esta dada por:

$$\begin{aligned} A_{\bar{B}^0 \rightarrow \pi^- a_0^+} &= \lambda_{ud}(a_1 X_{\bar{B}^0 a_0^+}^{\pi^-} + a_2 X_{\pi^- a_0^+}^{\bar{B}^0}) - \lambda_{td} \left[ \left( a_4 + a_{10} - \frac{(a_6 + a_8)m_{\pi^2}}{\hat{m}(m_b + m_u)} \right) X_{\bar{B}^0 a_0^+}^{\pi^-} \right. \\ &\quad \left. + \left( 2(a_3 - a_5) + a_4 + \frac{a_9 - a_7 - a_{10}}{2} - \frac{(a_6 - a_8/2)m_B^2}{m_u(m_b + m_d)} \right) X_{\pi^- a_0^+}^{\bar{B}^0} \right] \end{aligned}$$

ahora considerando el operador  $O_{11}$ , de la rotación de Fiertz el valor esperado de cada uno de los términos es el siguiente:

Primer término:

$$\begin{aligned} &\langle a_0^+ \pi^- | \bar{d} \gamma^\mu L (u \bar{u} + d \bar{d}) \gamma^\mu L b | \bar{B}^0 \rangle \\ &= \langle \pi^- | \bar{d} \gamma^\mu L u | 0 \rangle \langle a_0^+ | \bar{u} \gamma^\mu L b | \bar{B}^0 \rangle + \langle a_0^+ \pi^- | \bar{d} \gamma^\mu L d | 0 \rangle \langle 0 | \bar{d} \gamma^\mu L b | \bar{B}^0 \rangle \\ &= X_{\bar{B}^0 a_0^+}^{\pi^-} + X_{a_0^+ \pi^-}^{\bar{B}^0} \end{aligned}$$

segundo término:

$$\begin{aligned} &\langle a_0^+ \pi^- | \bar{d} R (u \bar{u} + d \bar{d}) L b | \bar{B}^0 \rangle \\ &= \langle \pi^- | \bar{d} R u | 0 \rangle \langle a_0^+ | \bar{u} L b | \bar{B}^0 \rangle + \langle a_0^+ \pi^- | \bar{d} R d | 0 \rangle \langle 0 | \bar{d} L b | \bar{B}^0 \rangle \\ &= \tilde{X}_{\bar{B}^0 a_0^+}^{\pi^-} + \tilde{X}_{a_0^+ \pi^-}^{\bar{B}^0} \end{aligned}$$

Tercer y cuarto termino análogos a los anteriores (solo se modifican por el coeficiente  $m_b \rightarrow m_d$ ). Teniendo en cuenta las siguientes definiciones:

$$\begin{aligned}
X_{a_0^+\pi^-}^{\bar{B}^0} &= \langle a_0^+\pi^- | (\bar{u}u)_L | 0 \rangle \langle 0 | (\bar{d}b)_L | \bar{B}^0 \rangle = -f_B(m_{a_0}^2 - m_\pi^2) F^{a_0^+\pi^-} \\
X_{a_0^+\bar{B}^0}^{\pi^-} &= \langle \pi^- | (\bar{d}u)_L | 0 \rangle \langle a_0^+ | (\bar{u}b)_L | \bar{B}^0 \rangle = f_\pi(m_B^2 - m_a^2) F^{\bar{B}^0 a_0^+}(m_\pi^2) \\
\tilde{X}_{a_0^+\pi^-}^{\bar{B}^0} &= \frac{m_B^2}{m_u(m_b + m_d)} X_{a_0^+\pi^-}^{\bar{B}^0} \\
\tilde{X}_{a_0^+\bar{B}^0}^{\pi^-} &= \frac{m_\pi^2}{\hat{m}(m_b + m_u)} X_{a_0^+\bar{B}^0}^{\pi^-} \tag{4.43}
\end{aligned}$$

quinto término:

$$\begin{aligned}
&(p_b + p_d)^\mu \langle a_0^+\pi^- | \bar{d}\gamma\mu L(u\bar{u} + d\bar{d})Rb | \bar{B}^0 \rangle \\
&= (p_B + \frac{p_\pi}{2})^\mu [\langle \pi^- | \bar{d}\gamma\mu Lu | 0 \rangle \langle a_0^+ | \bar{u}Rb | \bar{B}^0 \rangle + \langle a_0^+\pi^- | \bar{d}\gamma\mu Ld | 0 \rangle \langle 0 | \bar{u}Rb | \bar{B}^0 \rangle] \\
&= (p_B + \frac{p_\pi}{2})^\mu [(-if_\pi p_\pi^\mu)(-i) \frac{(m_B^2 - m_{a_0}^2)}{(m_b - m_u)} F^{\bar{B}^0 a_0} + (-i)(p_{a_0} + p_\pi)^\mu F^{a_0\pi} \frac{(i)f_B m_B^2}{(m_u + m_b)}] \\
&= -\frac{(m_B^2 + 2m_\pi^2 - m_{a_0}^2)}{2(m_b + m_u)} X_{\bar{B}^0 a_0^+}^{\pi^-} - \frac{m_B^2(5m_B^2 - m_a^2 + m_\pi^2)}{4(m_b + m_u)(m_a^2 - m_\pi^2)} X_{a_0^+\pi^-}^{\bar{B}^0}
\end{aligned}$$

sexto termino

$$\begin{aligned}
&(p_b + p_d)^\mu \langle a_0^+\pi^- | \bar{d}R(u\bar{u} + d\bar{d})\gamma^\mu Rb | \bar{B}^0 \rangle \\
&= (p_B + \frac{p_\pi}{2})^\mu [\langle \pi^- | \bar{d}Ru | 0 \rangle \langle a_0^+ | \bar{u}\gamma^\mu Rb | \bar{B}^0 \rangle + \langle a_0^+\pi^- | \bar{d}Rd | 0 \rangle \langle 0 | \bar{d}\gamma^\mu Rb | \bar{B}^0 \rangle] \\
&= (p_B + \frac{p_\pi}{2})^\mu \left[ \frac{(i)f_\pi m_\pi^2}{m_d + m_u} (-i)(p_B + p_{a_0})^\mu F^{B a_0} + \frac{(m_a^2 - m_\pi^2)}{2m_d} F^{a_0\pi} (-i)(i)f_B p_B^\mu \right] \\
&= \frac{m_\pi^2(3m_B^2 + m_a^2)}{2(m_d + m_u)(m_B^2 - m_a^2)} X_{\bar{B}^0 a_0}^{\pi^-} - \frac{(5m_B^2 + m_\pi^2 - m_a^2)}{8m_d} X_{a_0^+\pi^-}^{\bar{B}^0}
\end{aligned}$$

séptimo termino

$$\begin{aligned}
&(p_b + p_d)^\mu \langle a_0^+\pi^- | \bar{d}\sigma^{\mu\nu} R(u\bar{u} + d\bar{d})\gamma^\nu Rb | B^0 \rangle \\
&= (p_B + \frac{p_\pi}{2})^\mu [\langle \pi^- | \bar{d}\sigma^{\mu\nu} Ru | 0 \rangle \langle a_0^+ | \bar{u}\gamma^\nu Rb | B^0 \rangle + \langle a_0^+\pi^- | \bar{d}\sigma^{\mu\nu} Rd | 0 \rangle \langle 0 | \bar{d}\gamma^\nu Rb | B^0 \rangle] \\
&= 0 + (p_B + \frac{p_\pi}{2})^\mu \left( \frac{F^{a_0^-\pi^+}}{2m_d} \right) (p_a^\mu p_\pi^\nu - p_a^\nu p_\pi^\mu) (i)f_B p_B^\nu \\
&= -i \frac{m_B^4 + m_a^4 + m_\pi^4 - 2m_B^2 m_a^2 - 2m_B^2 m_\pi^2 - 2m_a^2 m_\pi^2}{16m_d(m_a^2 - m_\pi^2)} X_{\pi^+ a_0^-}^{\bar{B}^0}
\end{aligned}$$

octavo termino:

$$\begin{aligned}
& (p_b + p_d)^\mu \langle a_0^+ \pi^- | \bar{d} \gamma^\nu L (u \bar{u} + d \bar{d}) \sigma^{\mu\nu} R b | \bar{B}^0 \rangle \\
&= (p_B + \frac{p_\pi}{2})^\mu [\langle \pi^- | \bar{d} \gamma^\nu L u | 0 \rangle \langle a_0^+ | \bar{u} \sigma^{\mu\nu} R b | \bar{B}^0 \rangle + \langle a_0^+ \pi^- | \bar{d} \gamma^\nu L d | 0 \rangle \langle 0 | \bar{d} \sigma^{\mu\nu} R b | \bar{B}^0 \rangle] \\
&= (p_B + \frac{p_\pi}{2})^\mu \left[ (-i) f_\pi p_\pi^\nu \left( \frac{F^{B a_0}}{2 m_b} \right) (p_B^\mu p_{a_0}^\nu - p_B^\nu p_{a_0}^\mu) \right] + 0 \\
&= -i \frac{m_B^4 + m_\pi^4 + m_a^4 - 2 m_B^2 m_\pi^2 - 2 m_B^2 m_a^2 - 2 m_a^2 m_\pi^2}{8 m_b (m_B^2 - m_{a_0}^2)} X_{\bar{B}^0 a_0^+}^{\pi^-}
\end{aligned}$$

Luego reuniendo todos los términos obtengo:

$$\begin{aligned}
A(\bar{B}^0 \rightarrow \pi^- a_0^+) &\cong \lambda_{ud} (a_1 X_{\bar{B}^0 a_0^+}^{\pi^-} + a_2 X_{\pi^- a_0^+}^{\bar{B}^0}) - \lambda_{td} \left[ \left( a_4 + a_{10} - \frac{(a_6 + a_8) m_\pi^2}{\hat{m} (m_b + m_u)} \right) X_{\bar{B}^0 a_0^+}^{\pi^-} \right. \\
&\quad + \left( 2(a_3 - a_5) + a_4 + \frac{a_9 - a_7 - a_{10}}{2} - \frac{(a_6 - a_8/2) m_B^2}{m_u (m_b + m_d)} \right) X_{\pi^- a_0^+}^{\bar{B}^0} \\
&\quad \left. + a_{11} \left\{ 2(m_b + m_d) \left( 1 - \frac{2 m_\pi^2}{\hat{m} m_b} \right) \right\} X_{\bar{B}^0 a_0^+}^{\pi^-} + \left( 1 - \frac{4 m_B^2}{m_b m_u} \right) X_{\pi^- a_0^+}^{\bar{B}^0} \right]
\end{aligned}$$

#### 4.2.2. Canal $\bar{B}^0 \rightarrow a_0^- \pi^+$

Este es el proceso suprimido, sin considerar el operador  $O_{11}$  la amplitud de decaimiento esta dada por

$$\begin{aligned}
A_{\bar{B}^0 \rightarrow \pi^+ a_0^-} &= \lambda_{ud} \left( a_1 X_{\bar{B}^0 \pi^+}^{a_0^-} + a_2 X_{(a_0^- \pi^+)_u}^{\bar{B}^0} \right) - \lambda_{td} \left[ (a_4 + a_{10}) X_{\bar{B}^0 \pi^+}^{a_0^-} \right. \\
&\quad + \left( 2(a_3 - a_5) + a_4 + \frac{a_9 - a_7 - a_{10}}{2} - \frac{(a_6 - a_8/2) m_B^2}{m_u (m_b + m_d)} \right) X_{(a_0^- \pi^+)_u}^{\bar{B}^0} \\
&\quad \left. - (2(a_6 + a_8)) \tilde{X}_{\bar{B}^0 \pi^+}^{a_0^-} \right]
\end{aligned}$$

donde se ha definido:

$$\begin{aligned}
X_{B^0\pi^+}^{a_0^-} &= \langle a_0^- | (\bar{d}u)_L | 0 \rangle \langle \pi^+ | (\bar{u}b)_L | \bar{B}^0 \rangle = f_a(m_B^2 - m_\pi^2) F_0^{\bar{B}^0\pi^+}(m_a^2) \\
&= -f_a(m_B^2 - m_\pi^2) F_0^{\bar{B}^0\pi^-}(m_a^2) \\
X_{(a_0^-\pi^+)_u}^{\bar{B}^0} &= \langle a_0^-\pi^+ | (\bar{u}u)_L | 0 \rangle \langle 0 | (\bar{d}b)_L | \bar{B}^0 \rangle = -f_B(m_a^2 - m_\pi^2) F_0^{a_0^-\pi^+}(m_B^2) \\
&= f_B(m_a^2 - m_\pi^2) F_0^{a_0^+\pi^-}(m_B^2) \\
\tilde{X}_{B^0\pi^+}^{a_0^-} &= \langle a_0^- | \bar{d}u | 0 \rangle \langle \pi^+ | \bar{u}b | \bar{B}^0 \rangle = m_a \tilde{f}_{a_0^-} \frac{m_B^2 - m_\pi^2}{m_b - m_u} F_0^{\bar{B}^0\pi^+}(m_a^2) \\
&= -m_a \tilde{f}_{a_0^-} \frac{m_B^2 - m_\pi^2}{m_b - m_u} F_0^{\bar{B}^0\pi^-}(m_a^2) \\
\tilde{X}_{a_0^-\pi^+}^{\bar{B}^0} &= \frac{m_B^2}{m_u(m_b + m_d)} X_{a_0^-\pi^+}^{\bar{B}^0} \tag{4.44}
\end{aligned}$$

Ahora considerando el operador  $O_{11}$ , luego de realizar la rotación de Fiertz, y de seguir el proceso análogo al anterior decaimiento, se encuentra la contribución del operador  $O_{11}$

$$\begin{aligned}
A(\bar{B}^0 \rightarrow \pi^+ a_0^-) &\cong \lambda_{ud} \left( a_1 X_{B^0\pi^+}^{a_0^-} + a_2 X_{(a_0^-\pi^+)_u}^{\bar{B}^0} \right) - \lambda_{td} \left[ (a_4 + a_{10}) X_{B^0\pi^+}^{a_0^-} \right. \\
&\quad \left. + \left( 2(a_3 - a_5) + a_4 + \frac{a_9 - a_7 - a_{10}}{2} - \frac{(a_6 - a_8/2)m_B^2}{m_u(m_b + m_d)} \right) X_{(a_0^-\pi^+)_u}^{\bar{B}^0} \right. \\
&\quad \left. - (2(a_6 + a_8)) \tilde{X}_{B^0\pi^+}^{a_0^-} \right. \\
&\quad \left. + a_{11} \left\{ \left( 2 \left( 1 + \frac{m_d}{m_b} \right) - \frac{3m_B^2}{4m_b^2} \right) X_{B^0\pi^+}^{a_0^-} - 6m_b \tilde{X}_{B^0\pi^+}^{a_0^-} + \left( 2 \left( 1 + \frac{m_d}{m_b} \right) \right. \right. \right. \\
&\quad \left. \left. \left. - \frac{11m_B^2}{4m_d} + \frac{m_B^4}{8m_d(m_a^2 - m_\pi^2)} \right) X_{(a_0^-\pi^+)_u}^{\bar{B}^0} \right\} \right]
\end{aligned}$$

### 4.2.3. Canal $B^- \rightarrow \pi^- a_0^0$

La amplitud de decaimiento son considerar el operador  $O_{11}$  esta dada por:

$$\begin{aligned}
A_{B^- \rightarrow \pi^- a_0^0} &= \lambda_{ud} a_1 \left( X_{B^- a_0^0}^{\pi^-} + X_{a_0^0 \pi^-}^{B^-} \right) - \lambda_{td} \left[ \left( a_4 + a_{10} - \frac{(a_6 + a_8)m_{\pi^2}}{\hat{m}(m_b + m_u)} \right) X_{B^- a_0^0}^{\pi^-} \right. \\
&\quad \left. + (a_8 - 2a_6) \tilde{X}_{B^- \pi^-}^{a_0^0} + \left( a_4 + a_{10} - \frac{(a_6 + a_8)m_B^2}{\hat{m}(m_b + m_u)} \right) X_{a_0^0 \pi^-}^{B^-} \right]
\end{aligned}$$

Donde:

$$\begin{aligned} X_{B^-\pi^0}^{a_0^0} &= m_{a_0} \hat{f}_{a_0} \frac{m_B^2 - m_a^2}{m_b - m_d} \frac{F^{B\pi}}{\sqrt{2}} \\ X_{a_0^0\pi^-}^{B^-} &= -f_B (m_a^2 - m_\pi^2) \frac{F^{\pi a}}{\sqrt{2}} \\ X_{B^-a_0^0}^{\pi^-} &= f_\pi (m_B^2 - m_a^2) \frac{F^{Ba}}{\sqrt{2}} \end{aligned}$$

La contribución del operador  $O_{11}$ :

$$\begin{aligned} \langle \mathcal{H}_{11} \rangle &= -\frac{G_f}{\sqrt{2}} \frac{\alpha_s}{\pi q^2} V_{tb} V_{td}^* c_{11} m_b \left[ \left( 2m_b - \frac{m_B^2}{2\sqrt{2}(m_d + m_b)} \right) X_{B^-a_0^0}^{\pi^-} \right. \\ &\quad \left. + \left( \frac{4m_B^2 m_d}{m_u(m_b + m_u)} + i \frac{5m_B^4}{4(m_a^2 - m_\pi^2)(m_d - m_u)} \right) X_{a_0^0\pi^-}^{B^-} \right] \end{aligned}$$

#### 4.2.4. Canal $\bar{B}^0 \rightarrow \pi^0 a_0^0$

La amplitud de decaimiento son considerar el operador  $O_{11}$  esta dada por:

$$\begin{aligned} A_{B^- \rightarrow \pi^- a_0^0} &= \lambda_{ud} a_2 \left( X_{\bar{B}^0 a_0^0}^{\pi^0} + X_{a_0^0 \pi^0}^{\bar{B}^0} \right) - \lambda_{td} \left[ \left( -\frac{3}{2} a_7 + \frac{(2a_6 - a_8)m_{\pi^2}}{2m_d(m_b - m_d)} \right) X_{\bar{B}^0 a_0^0}^{\pi^0} \right. \\ &\quad \left. + \left( 2a_5 + \frac{3}{2} a_7 + \frac{(2a_6 - a_8)m_B^2}{2m_d(m_b + m_d)} \right) X_{a_0^0 \pi^0}^{\bar{B}^0} \right] \end{aligned}$$

Donde:

$$\begin{aligned} X_{a_0^0 \pi^0}^{\bar{B}^0} &= -f_B (m_\pi^2 - m_a^2) F^{\pi^0 a^0} \\ X_{\bar{B}^0 a_0^0}^{\pi^0} &= \frac{f_\pi}{\sqrt{2}} (m_B^2 - m_a^2) F^{Ba} = -\frac{f_\pi}{\sqrt{2}} F^{\bar{B}^0 a_0^+} (m_B^2 - m_a^2) \end{aligned}$$

La contribución del operador  $O_{11}$ :

$$\begin{aligned} \langle \mathcal{H}_{11} \rangle &= -\frac{G_f}{\sqrt{2}} \frac{\alpha_s}{\pi q^2} V_{tb} V_{td}^* c_{11} m_b \left[ \left( 2m_b - \frac{2m_b m_\pi^2}{m_d(m_b - m_d)} - \frac{m_B^2}{4m_b} \right) X_{\bar{B}^0 a_0^0}^{\pi^0} \right. \\ &\quad \left. + \left( 2m_b - \frac{2m_B^2}{(m_b + m_d)} - \frac{2m_B^2 m_b}{m_d(m_b + m_d)} + i \frac{m_B^4}{8m_b(m_a^2 - m_\pi^2)} \right) X_{a_0^0 \pi^0}^{\bar{B}^0} \right] \end{aligned}$$

#### 4.2.5. Canal $B^- \rightarrow f_0 K^-$

$$\begin{aligned}
A_{\bar{B}^- \rightarrow K^- f_0} &= \lambda_{us} a_1 \left[ X_{\bar{B}^0 f_0}^{K^-} + X_{f_0 K^-}^{\bar{B}^-} \right] - \lambda_{ts} \left[ (a_4 + a_{10} - (a_6 + a_8) r_\chi^K) X_{\bar{B}^- f_0}^{K^-} \right. \\
&\quad - (2a_6 - a_8) \tilde{X}_{B^- K^-}^{f_0} + (a_4 + a_{10} - (a_6 + a_8) r_\chi^B) X_{f_0 K^-}^{B^-} \\
&\quad \left. + a_{11} \left\{ (2,5 - 1,5 \cdot r_\chi^K) X_{\bar{B}^- f_0}^{K^-} - \frac{7}{4} \tilde{X}_{B^- K^-}^{f_0} - \frac{11}{8} r_\chi^B X_{f_0 K^-}^{B^-} \right\} \right]
\end{aligned}$$

#### 4.2.6. Canal $\bar{B}^0 \rightarrow \bar{K}^0 f_0$

$$\begin{aligned}
A_{\bar{B}^0 \rightarrow \bar{K}^0 f_0} &= -\lambda_{ts} \left[ \left( a_4 - \frac{a_{10}}{2} - \left( a_6 - \frac{a_8}{2} \right) r_\chi^K \right) K_{\bar{B}^0 f_0}^{\bar{K}^0} - (2a_6 - a_8) \tilde{X}_{B^- K^-}^{f_0} \right. \\
&\quad \left. + \left( a_4 - \frac{a_{10}}{2} - (a_6 + a_8/2) r_\chi^B \right) X_{f_0 \bar{K}^0}^{\bar{B}^0} \right. \\
&\quad \left. + a_{11} \left\{ \left( 2,5 - \frac{7}{4} r_\chi^K \right) X_{\bar{B}^0 f_0}^{\bar{K}^0} - 2 \tilde{X}_{B^- K^-}^{f_0} + \left( \frac{m_B^2}{4(m_K^2 - m_f^2)} - \frac{11}{8} r_\chi^B \right) X_{f_0 \bar{K}^0}^{\bar{B}^0} \right\} \right]
\end{aligned}$$

#### 4.2.7. Canal $\bar{B}^0 \rightarrow \pi^+ K_0^{*-}$

$$\begin{aligned}
A_{\bar{B}^0 \rightarrow \pi^+ K_0^{*-}} &= \lambda_{us} a_1 X_{\bar{B}^0 \pi^+}^{K_0^{*-}} - \lambda_{ts} \left[ (a_4 + a_{10} - (a_6 + a_8) r_\chi^{K_0^*}) X_{\bar{B}^0 \pi^+}^{K_0^{*-}} \right. \\
&\quad \left. + \left( a_4 - \frac{1}{2} a_{10} - (a_6 - a_8/2) r_\chi^B \right) X_{\pi^+ K_0^{*-}}^{\bar{B}^0} + a_{11} \left\{ (2 - r_\chi^{K_0^*}) X_{\bar{B}^0 \pi^+}^{K_0^{*-}} \right. \right. \\
&\quad \left. \left. + \left( \frac{7}{4} - 2r_\chi^{K_0^*} - \frac{m_B^2}{4m_{K_0^*}^2} \right) X_{\pi^+ K_0^{*-}}^{\bar{B}^0} \right\} \right]
\end{aligned}$$

#### 4.2.8. Canal $B^- \rightarrow \pi^- \bar{K}_0^{*0}$

$$\begin{aligned}
A_{B^- \rightarrow \pi^- \bar{K}_0^{*0}} &= \lambda_{us} a_1 X_{\bar{K}_0^{*0} \pi^-}^{B^-} - \lambda_{ts} \left[ \left( a_4 - \frac{1}{2} a_{10} - (a_6 + a_8/2) r_\chi^{K_0^*} \right) X_{B^- \pi^-}^{\bar{K}_0^{*0}} \right. \\
&\quad \left. + (a_4 + a_{10} - (a_6 + a_8) r_\chi^B) X_{\bar{K}_0^{*0} \pi^-}^{B^-} \right. \\
&\quad \left. + a_{11} \left\{ \left( 2 - \frac{7}{4} r_\chi^{K_0^*} \right) X_{B^- \pi^-}^{\bar{K}_0^{*0}} + \frac{5m_B^2}{4m_{K_0^*}^2} X_{\bar{K}_0^{*0} \pi^-}^{B^-} \right\} \right]
\end{aligned}$$

#### 4.2.9. Canal $\bar{B}^0 \rightarrow \pi^0 \bar{K}_0^{*0}$

$$\begin{aligned}
A_{\bar{B}^0 \rightarrow \pi^0 \bar{K}_0^{*0}} &= \lambda_{us} a_2 X_{\bar{B}^0 \bar{K}_0^{*0}}^{\pi^0} - \lambda_{ts} \left[ \left( a_4 - \frac{1}{2} a_{10} - (a_6 - a_8/2) r_\chi^{K_0^*} \right) X_{\bar{B}^0 \pi^0}^{\bar{K}_0^{*0}} + \frac{3}{2} (a_9 - a_7) X_{\bar{B}^0 \bar{K}_0^{*0}}^{\pi^0} \right. \\
&\quad \left. + \left( a_4 - \frac{1}{2} a_{10} - (a_6 - a_8/2) r_\chi^B \right) X_{\bar{K}_0^{*0} \pi^0}^{\bar{B}^0} + \right. \\
&\quad \left. a_{11} \left\{ (2 - r_\chi^{K_0^*}) X_{\bar{B}^0 \pi^0}^{\bar{K}_0^{*0}} + \left( 2 + \frac{11}{8} r_\chi^B - \frac{m_B^2 - 7m_{K_0^*}^2}{4m_{K_0^*}^2} \right) X_{\bar{K}_0^{*0} \pi^0}^{\bar{B}^0} \right\} \right]
\end{aligned}$$

#### 4.2.10. Canal $B^- \rightarrow \eta K_0^{*-}$

$$\begin{aligned}
A(B^- \rightarrow \eta K_0^{*-}) &\cong \lambda_{us} \left[ a_1 \left( X_{B^- \eta}^{K_0^{*-}} + X_{\eta K_0^{*-}}^{B^-} \right) + a_2 X_{B^- K_0^{*-}}^{\eta_u} \right] \\
&\quad - \lambda_{ts} \left[ \left( a_4 + a_{10} - \frac{2(a_6 + a_8) m_K^2}{(m_s - m_u)(m_b - m_u)} \right) X_{B^- \eta}^{K_0^{*-}} \right. \\
&\quad \left. + \left( \frac{3}{2} (a_9 - a_7) - 2a_4 + a_{10} + \frac{2(a_6 - a_8) m_\eta^2}{2m_s(m_b + m_u)} \right) X_{B^- K_0^{*-}}^{\eta_u} \right. \\
&\quad \left. + \left( a_4 + a_{10} - \frac{2(a_6 + a_8) m_B^2}{(m_s + m_u)(m_b + m_u)} \right) X_{\eta K_0^{*-}}^{B^-} \right. \\
&\quad \left. + a_{11} \left\{ \left( \frac{5m_B^2}{4m_b(m_s + m_u)} - 4r_\chi^K \right) X_{\eta K_0^{*-}}^{B^-} - 4r_\chi^B X_{B^- \eta}^{K_0^{*-}} \right\} \right]
\end{aligned}$$

#### 4.2.11. Canal $\bar{B}^0 \rightarrow \eta \bar{K}_0^{*0}$

$$\begin{aligned}
A(\bar{B}^0 \rightarrow \eta \bar{K}_0^{*0}) &\cong \lambda_{us} a_2 X_{\bar{B}^0 \bar{K}_0^{*0}}^{\eta_u} - \lambda_{ts} \left[ \left( a_4 - \frac{a_{10}}{2} - \frac{(2a_6 - a_8)m_K^2}{(m_s - m_d)(m_b - m_d)} \right) X_{\bar{B}^0 \eta}^{\bar{K}_0^{*0}} \right. \\
&\quad + \left( \frac{3}{2}(a_9 - a_7) - 2a_4 + a_{10} + (2a_6 - a_8)r_\chi^{\eta_s} \right) X_{\bar{B}^0 \bar{K}_0^{*0}}^{\eta_u} \\
&\quad + \left( a_4 - \frac{a_{10}}{2} - \frac{(2a_6 - a_8)m_B^2}{(m_b + m_d)(m_s + m_d)} \right) X_{\eta \bar{K}_0^{*0}}^{\bar{B}^0} \\
&\quad \left. + a_{11} \left\{ \left( \frac{5m_B^2}{4m_b(m_s + m_d)} - 4r_\chi^K \right) X_{\eta \bar{K}_0^{*0}}^{B^-} - 4r_\chi^B X_{B^- \eta}^{K_0^{*-}} \right\} \right]
\end{aligned}$$

Tabla 4.5: Fracciones de decaimiento (Unidades  $10^{-6}$ ) en los procesos  $B \rightarrow PS$ . Tomamos el mesón  $K_0^*(1430)$ , los factores de forma  $F^{\bar{B}^0 a_0^+} = 0,22$  y  $F^{\bar{B}^0 a_0^+} = 0,346$ , para las contribuciones destructivas y constructivas en los procesos de aniquilación. Los anchos marcados con <sup>a</sup> no se deben tomar muy en cuenta ya que no han sido confirmados.

Decaimiento	BELLE	BABAR	PROM	$B_{exp}$	NFA	NFA, $\mathcal{O}_{11}$
$a_0^+ \pi^-$	$< 2,8$	$2,8_{-1,3}^{+1,5} \pm 0,7$			1.2	1.6
$a_0^- \pi^+$					0.004	0.006
$\pi^- a_0^0$		$< 1,32$			0.01	0.05
$\pi^0 a_0^0$					0.028	0.019
$f_0 K^-$	$8,78 \pm 0,82 \pm 0,65$	$9,47 \pm 0,97 \pm 0,46$	$9,1(6)$	$17(3)$	15	12.1
$\bar{K}^0 f_0$	$7,60 \pm 1,66 \pm 0,59$	$5,5 \pm 0,7 \pm 0,6 \pm 0,3$	$5,8(6)$	$11(2)$	15	13.5
$\pi^+ K_0^{*-}$	$49,7 \pm 3,8_{-6,1}^{+4,0}$	$11 \pm 1,5 \pm 0,5 \pm 0,4^a$	$50(9)$		47	41
$\pi^- \bar{K}_0^{*0}$	$51,6 \pm 1,7 \pm 6,8_{3,1}^{+1,8}$	$36,6 \pm 1,8 \pm 1,6_{-1,7}^{+1,2}$	$47(5)$		47	47
$\pi^0 \bar{K}_0^{*0}$	$6,1_{-1,5-0,6}^{+1,6+0,5^a}$	$7,9 \pm 1,5 \pm 2,7^a$	26		17	14
$\eta K_0^{*-}$		$15,8 \pm 2,2 \pm 1,4 \pm 1,7$			10	16
$\eta \bar{K}_0^{*0}$		$9,6 \pm 1,4 \pm 0,7 \pm 1,1$			6	8

Tabla 4.6: Asimetrías en los procesos  $B \rightarrow PS$ .

Decaimiento	BELLE	BABAR	PROM	NFA	NFA, $\mathcal{O}_{11}$
$a_0^+ \pi^-$				0.01	0.06
$a_0^- \pi^+$				0.02	0.02
$\pi^- a_0^0$				0.01	0.03
$\pi^0 a_0^0$				0.001	0.02
$f_0 K^-$	$-0,77 \pm 0,065^{+0,046}_{-0,026}$	$0,09 \pm 0,10^{-0,10}_{-0,06}$	$-0,026^{-0,068}_{-0,064}$	0.025	-0.024
$\bar{K}^0 f_0$	$-0,077 \pm 0,065^{+0,046}_{-0,026}$	$0,09 \pm 0,10^{+0,10}_{-0,06}$	$-0,026^{+0,068}_{-0,064}$	-0.025	-0.24
$\pi^+ K_0^{*-}$	$0,076 \pm 0,038^{+0,028}_{-0,022}$	$-0,064 \pm 0,032^{-0,023}_{-0,026}$	$-0,02 \pm 0,029$	0.012	-0.004
$\pi^- \bar{K}_0^{*0}$		$-0,07 \pm 0,12 \pm 0,08$	$-0,07 \pm 0,14$	-0.09	-0.002
$\pi^0 \bar{K}_0^{*0}$		$-0,34 \pm 0,15 \pm 0,11$	$-0,34 \pm 0,19$	0.0	-0.001
$\eta K_0^{*-}$				0.01	0.03
$\eta \bar{K}_0^{*0}$	$-0,04_{0,10}^{0,11} \pm 0,01$	$0,02 \pm 0,11 \pm 0,02$	$-0,01 \pm 0,08$	0.02	0.04

---

## CONCLUSIONES

---

En el presente trabajo de tesis, hace referencia al estudio de los decaimientos hadrónicos del meson  $B$  en pseudoescalar pseudoescalar, y en escalar pseudoescalar, usando el Modelo de Factorization Naive . Se incluyo en la mayoría de los decaimientos el estudio de la inferencia del operador  $O_{11}$  y las asimetrías. En la sección de cálculos se hacen las comparaciones de los resultados obtenidos mediante el Modelo usado y los resultados que se tienen de los diferentes experimentos. A continuación hago énfasis en algunas conclusiones que se deducen de los resultados obtenidos.

### Decaimientos $B \rightarrow PP$

1. El hecho de calcular las razones de decaimiento aplicando “Naive Factorization ” provee un correcto orden de magnitud de las razones de decaimiento, pero no predice directamente la violación de  $CP$  esto puede ser posible a que no se consideran otros factores como rescattering.
2. Las formulas de factorización han sido propuestas para una gran variedad de decaimientos del meson  $B$ , Ello se justifica en la mayoría de los casos en la estrecha relación con la fenomenología que se tiene, Los efectos no factorizables de tales procesos generalmente no son calculables ya que ellos están suprimidos en potencias de  $\Lambda_{QCD}/m_b$ .
3. La precision con que se hacen los cálculos tiene varias limitantes entre ellas están los parámetros de entrada como son las masas de los quarks, de los mesones, los factores de forma.

4. El proceso  $B^- \rightarrow \pi^- \pi^0$  tiene como factor dominante la parte a orden árbol, lo cual permite extraer al comparar con el experimento el valor del Factor de forma, en el presente trabajo encontré que el factor de forma que se deduce es de según Beneque este es uno de los mejores canales para encontrar este factor de forma en el formalismo de NF.
5. Las asimetrías de violación de  $CP$  en los decaimientos  $B \rightarrow \pi\pi$  son una fuente potencial de información acerca de las fases fuertes.
6. De acuerdo a [77] Uno de los mejores canales para medir  $\phi_2$  es  $B^0 \rightarrow \pi^+ \pi^-$ , el valor de este ángulo permite limitar los parámetros de asimetría  $CP$  dependiente del tiempo; esta asimetría en grande, la diferencia entre los valores observados en los canales de decaimiento  $B^0, \bar{B}^0 \rightarrow \pi^+ \pi^-$  a constituido la primera evidencia de violación directa de  $CP$  en el sistema de mesones  $B$  neutros.
7. Todos los procesos en los que interviene  $B^-$  y  $\bar{B}^0$  con Kaones son predominantemente pingüinos. Los modos con un simple Kaon basados en transiciones de la forma  $\Delta S = 1$  su razón de decaimiento es mayor, del orden de  $10^{-5}$ .

## Decaimientos $B \rightarrow PS$

1. Los decaimientos hadrónicos de los mesones  $B$  son una fuente para entender el Modelo Estándar y tener una vision de posible física de mas allá del Modelo Estándar. El estudio de las interacciones electrodébiles usando el Hamiltoniano efectivo, donde se incluyen los coeficientes de Wilson así como los elementos de la matriz CKM. Con el fin de chequear las predicciones del Modelo Estándar para parámetros en distancias cortas, se deben desarrollar dentro de QCD los elementos de matriz de los operadores efectivos, lo cual no puede ser calculado efectivamente.
2. El decaimiento  $B^+ \rightarrow f_0(980)K^+$  medido por Belle, da como resultado un branching grande, en los cálculos se ha asumido que  $f_0(980)$  esta compuesto de  $n\bar{n} = (u\bar{u} + d\bar{d})/\sqrt{2}$ , vemos que la concordancia es bastante buena, Chen [73], parten de este branching grande y demuestran que para decaimientos  $b \rightarrow c$  con  $f_0$  en el estado final para predecir que el Branching  $\bar{B} \rightarrow D^{0(*)}(J/\Psi)f_0(980)$  es del orden de  $\mathcal{O}(10^{-4})$ .
3. En el presente trabajo desarrollamos el canal  $B \rightarrow f_0(980)K$ , una prolongación del estudio de este canal es incorporar las interacciones finales, de tal manera que se estudie el proceso  $B \rightarrow (f_0 \rightarrow \pi\pi)K$ . Tenemos evidencia experimental dada en [76].

4. En el presente trabajo desarrollamos el meson escalar  $f_0$  como un estado ligado de dos quarks, en la literatura aparecen trabajos en los cuales se considera su conformación de cuatro quarks (realmente se considera la conformación de los escalares de cuatro o dos quarks como un acertijo en particular la conformación del  $f_0(980)$  se ha discutido por décadas y no es clara [79]), pero nuestra aproximación a la razón de decaimiento es bastante aceptable y estamos de acuerdo con Chen en [74]
5. Una de las continuaciones de este trabajo puede ser, el estudio de los decaimientos a 3 cuerpos, introduciendo los decaimientos de las resonancias. El en presente trabajo se desarrollaron canales como  $B^\pm \rightarrow f_0(980)\pi^\pm$  luego usando interacciones finales es posible encontrar el decaimiento a tres cuerpos  $B \rightarrow \pi p i p i$ , ( $f_0 \rightarrow \pi\pi$ ). Otra resonancia de estudio puede ser  $B \rightarrow \rho\pi$  como se muestra en los datos experimentales de [75].

---

# APÉNDICE **A**

## El Mesón $B$

---

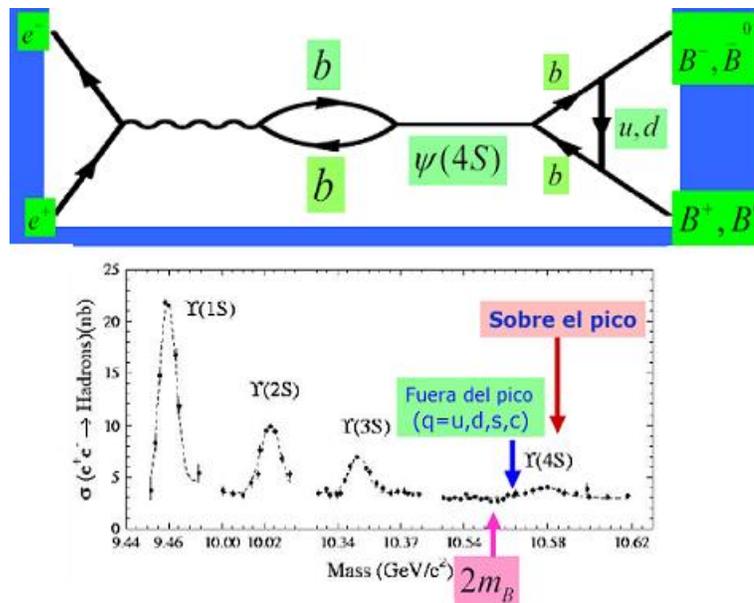


Figura A.1: Relación entre la resonancia  $\Upsilon(4S)$  y el mesón  $B$

---

## APÉNDICE **B**

### Parámetros de entrada

---

En el desarrollo de los cálculos se han tenido en cuenta las definiciones:

#### Composición quark de los mesones pseudoescalares

- Mesones livianos ( $S = C = B = 0$ ):

$$\begin{aligned} l = 1 & \quad (\pi, b, \rho, a) : \quad u\bar{d}, \quad \frac{1}{\sqrt{2}}(u\bar{u} - d\bar{d}), \quad d\bar{u} \\ l = 0 & \quad (\eta, \eta', h, h', w, \phi, f, f') : \quad c_1(u\bar{u} + d\bar{d}) + c_2(s\bar{s}) \end{aligned}$$

- Mesones extraños ( $S = \pm 1, C = B = 0$ ):

$$K^+ = u\bar{s}, \quad K^0 = d\bar{s}, \quad \bar{K}^0 = \bar{d}s, \quad K^- = \bar{u}s.$$

Similarmente para  $K_s^{*l}$

- Mesones con quark  $b$  ( $B = \pm 1$ ):

$$B^+ = u\bar{b}, \quad B^0 = d\bar{b}, \quad \bar{B}^0 = \bar{d}b, \quad B^- = \bar{u}b$$

Similarmente para  $B_s^{*l}$ .

- $\bar{K}_{0^*}^0 = \bar{d}s$

## Composición quark de los mesones escalares

$$\sigma = \frac{\bar{u}u + \bar{d}d}{\sqrt{2}} \cos \phi_s; \quad a_0 * - = d\bar{u};$$

### masas

Las masas de los quarks se han tomado así [63] :

$$m_u = 3,2 \text{ MeV}, m_d = 6,4 \text{ MeV}, \hat{m} \equiv (m_u + m_d)/2 = 4 \pm 2 \text{ MeV}, m_c = 0,95 \text{ GeV}, \\ m_s = 100 \text{ MeV}, m_b = 4,34 \text{ GeV} [37], \text{ y } (m_d - m_u)(2 \text{ GeV}) = (2,8 \pm 0,6) \text{ MeV} [63].$$

masas en unidades de GeV.

$$m_B = 5,279; m_D = 1,8693 \quad m_\pi = 0,139; m_{\pi^0} = 0,13498; \\ m_{K^0} = 0,497; m_K = 0,49368; m_{a_0} = 0,980; m_{f_0} = 0,980;$$

### valores de la matriz CKM según [16]

$$V = \begin{pmatrix} 0,9734(8) & 0,2196(23) & 0,0036(7) \\ 0,224(16) & 0,996(13) & 0,041(2) \\ 0,0078(13) & 0,040(4) & 0,94(30) \end{pmatrix} \quad (\text{B.1})$$

Aquí cada parámetro es expandido como una serie de potencias de  $\lambda = \text{sen}(\theta_{Cabibo}) \approx 0,22$ .

Con  $\bar{\rho} = \rho(1 - \lambda^2/2) \simeq 0,22(10)$  y  $\bar{\eta} = \eta(1 - \lambda^2/2) \simeq 0,35(5)$  [16].

Los valores mejor medidos de la matriz CKM son:  $|V_{ud}| = 0,9740 \pm 0,0010$ ;  $|V_{us}| = 0,2196 \pm 0,0023$ ;  $|V_{cd}| = 0,224 \pm 0,016$ ;  $|V_{cs}| = 1,04 \pm 0,16$ ;  $|V_{cb}| = 0,0395 \pm 0,0017$ ; .

$|V_{tb}^*V_{td}| = 0,0084 \pm 0,0018$ ; de acuerdo a la relación de unitariedad de la matriz CKM este producto puede ser sustituido por la combinación  $-(V_{ub}^*V_{ud} + V_{cb}V_{cd}^*)$  el cual esta mejor medido  $|V_{cb}V_{cd}^*| = 0,008848 \pm 0,00101$ . [16]

Elementos de la matriz CKM:

$$\begin{array}{llll}
 V_{ud} = 0,9738 & V_{us} = 0,2196 & V_{ub} = 0,0037e^{-i\gamma} & V_{cd} = -0,224 \\
 V_{cs} = 0,996 & V_{cb} = 0,0413 & V_{td} = 0,0078e^{-i\beta} & V_{ts} = -0,04 \\
 V_{tb} = 0,999 & V_{tb}V_{td} = 0,009 & \lambda_{ud} = V_{ub}V_{ud} & \lambda_{ud} = V_{ub}V_{ud} \\
 \lambda_{cd} = V_{cb}V_{cd} & \lambda_{td} = V_{tb}V_{td}^* & \lambda_{us} = V_{ub}V_{us} & \lambda_{cs} = V_{cb}V_{cs} \\
 \lambda_{cs} = V_{cb}V_{cs} & \lambda_{ts} = v_{tb}V_{ts} & & 
 \end{array}$$

Angulos CKM:  $\gamma = 60^\circ$ ;  $\beta = 23,6^\circ$ ;

Constantes:

$$\alpha_s(m_b) = 0,25 ; \quad C_{11} = -0,299;$$

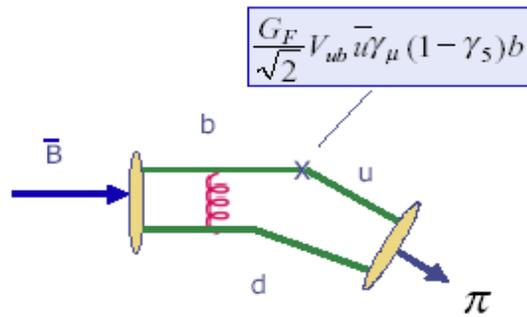
$$\tau_B = 1,67 \cdot 10^{-12}; \quad \tau_{B_0} = 1,54 \cdot 10^{-12}; \quad \hbar := 6,58 \cdot 10^{-25}; \quad G_f^2 = 1,37 \cdot 10^{-10};$$

$$\text{cons} = (10^6)\tau_B \frac{G_f^2}{32\pi m_B \hbar};$$

# APÉNDICE **C**

## Factores de Forma

### FACTOR DE FORMA



$$\begin{aligned}
 & \langle \pi(p_2) | \bar{u} \gamma_\mu (1 - \gamma_5) b | B(p_1) \rangle \\
 &= \left[ (p_1 + p_2)_\mu - \frac{M_B^2 - m_\pi^2}{q^2} q_\mu \right] F_1(q^2) \\
 &+ \frac{M_B^2 - m_\pi^2}{q^2} q_\mu F_2(q^2)
 \end{aligned}$$

Figura C.1: Representación de la intervención del Factor de Forma en el decaimiento  $B \rightarrow \pi$

Estos están dados en las siguientes unidades  $F_0^{B^0 \pi^-}(0) = 0,25 \pm 0,05$  [53], y  $F_\pi(q^2) \simeq 1/(1 - q^2/m_\rho^2)$  [59], de  $SU(3)_V$ .

Definidos así ( $B \rightarrow PP$ ):

$$\begin{aligned}
\langle M_2(p_2)|L_\mu|M_1(p_1)\rangle &= f_+(q^2)(p_1 + p_2)_\mu + f_-(q^2)q_\mu \\
&= \left(p_1 + p_2 - \frac{m_1^2 - m_2^2}{q^2}q\right)_\mu F_+^{M_1M_2} + \frac{m_1^2 - m_2^2}{q^2}q_\mu F_0^{M_1M_2}(q^2) \\
\langle M_2(q_2)M_1(q_1)|L_\mu|0\rangle &= \left(p_2 - p_1 - \frac{m_2^2 - m_1^2}{q^2}q\right)_\mu F_+^{M_2M_1}(q^2) + \frac{m_2^2 - m_1^2}{q^2}q_\mu F_0^{M_2M_1}(q^2)
\end{aligned} \tag{C.1}$$

así  $f_+ = F_+$ ,  $f_- = (F_0 - F_+)(m_1^2 - m_2^2)/q^2$  y  $f_+(0) = F_+(0) = F_0(0)$ .

( $B \rightarrow PS$ ):

$$\langle S(p_2)|A_\mu|B(p_1)\rangle = -i \left[ \left(p_1 + p_2 - \frac{m_B^2 - m_S^2}{q^2}q\right)_\mu F_1^{BS} + \frac{m_B^2 - m_S^2}{q^2}q_\mu F_0^{BS}(q^2) \right] \tag{C.2}$$

con  $q = (p_1 - p_2)$ .

Los valores numéricos usados en el presente trabajo son:

$$\begin{aligned}
F^{B\pi} &= 0,29; \quad F^{Ba_0} = 0,1; \quad F^{a\pi} = -0,0041; \quad F^{Ba_0} = 0,175; \quad F^{BK} = 1,21; \quad F^{\pi B} = -0,02 \\
F^{Bf_0} &= 0,20; \quad F^{Kf_0} = 0,05; \quad r_K^\pi = 1,21
\end{aligned}$$

## Constantes de decaimiento (en unidades de GeV)

Las constantes de decaimiento están definidas como:

$$\langle 0|A_\mu|P(q)\rangle = if_P q_\mu = -\langle P(q)|A_\mu|0\rangle \tag{C.3}$$

$$\langle S(p)|\bar{q}_2\gamma_\mu q_1|0\rangle = f_s p_\mu \tag{C.4}$$

$$\langle S(p)|\bar{q}_2 q_1|0\rangle = m_s \tilde{f}_s \tag{C.5}$$

Los valores numéricos usados son:

$$f_a = \frac{(m_d - m_u)\tilde{f}_a}{m_a} \approx 1,2; f_\pi = 0,1307 f_B = 0,172, \tilde{f}_a = 0,4 \tilde{f}_0 = 0,180 f_K = 0,159;$$
$$f_{K_0}^* = 0,07;$$

---

# APÉNDICE **D**

## Coefficientes de Wilson

---

---

Tabla D.1: Valores numéricos de los coeficientes efectivos de Wilson  $C_i^{\text{eff}}$  para  $b \rightarrow s, b \rightarrow d$ , evaluados a energías  $\mu_f = m_b, k^2 = m_b^2/2$  [42]

	$b \rightarrow s, \bar{b} \rightarrow \bar{s}$	$b \rightarrow d$	$b \rightarrow d$
$C_1^{\text{eff}}$	1.168	1.168	1.168
$C_2^{\text{eff}}$	-0.365	-0.365	-0.365
$C_3^{\text{eff}}$	$0.0225 + i 0.0045$	$0.0224 + i 0.0038$	$0.0227 + i 0.0052$
$C_4^{\text{eff}}$	$-0.0458 - i 0.0136$	$-0.0454 - i 0.0115$	$0.0464 - i 0.0155$
$C_5^{\text{eff}}$	$0.0133 + i 0.0045$	$0.0131 + i 0.0038$	$0.0135 + i 0.0052$
$C_6^{\text{eff}}$	$-0.0480 - i 0.0136$	$-0.0475 - i 0.0115$	$-0.0485 - i 0.0155$
$C_7^{\text{eff}}$	$-0.0303 - i 0.0369$	$-0.0294 - i 0.0329$	$-0.0314 - i 0.0406$
$C_8^{\text{eff}}$	0.055	0.055	0.055
$C_9^{\text{eff}}$	$-1.427 - i 0.0369$	$-1.426 - i 0.0329$	$-1.428 - i 0.0406$
$C_{10}^{\text{eff}}$	0.48	0.48	0.48

Es de notar que los coeficientes para  $b \rightarrow s$  son idénticos a los tomados para  $\bar{b} \rightarrow \bar{s}$

Tabla D.2: Valores numéricos para los coeficientes efectivos  $a_i^{\text{eff}}$  para la transición  $b \rightarrow d$  (en unidades de  $10^{-4}$  para  $a_3, \dots, a_{10}$ ), las constantes  $a_i$  y están relacionados por:  $a_{2i-1} = C_{2i-1} + \frac{C_{2i}}{N}$ ,  $a_{2i} = C_{2i} + \frac{C_{2i-1}}{N}$ , los datos usados en el presente trabajo son los de Chen [54]

Ref	$a_1$	$a_2$	$a_3$	$a_4$	$a_5$
Beneke [54]	1.039	0.084	40	-440	-120
Ali, Kramer [54]	1.05	0.0018	75.8	- 414	-113
Chen p. $b \rightarrow \bar{d}$	1.046	0.024	$72.3 - 0.3 i$	$- 388 - 138 i$	$27 - 0.3 i$
Chen p. $b \rightarrow \bar{s}$	1.046	0.024	$72.3 - 0.3 i$	$- 383 - 121 i$	$27 - 0.3 i$
Keum [55]	1.061	0.011	63	- 317	-60
Lu [55]	1.029	0.103	36	- 228	-24
Ref	$a_6$	$a_7$	$a_8$	$a_9$	$a_{10}$
Beneke	-620	$0.7 - i$	$4.7 - 0.3 i$	$- 94 - i$	$- 14 - 0.3 i$
Ali, Kramer	$- 548 - 36 i$	$0.7 - i$	$4.7 - 0.3 i$	$- 94 - i$	$- 14 - 0.3 i$
Chen p. $b \rightarrow \bar{d}$	$- 436 - 121 i$	$- 0.95 - 3 i$	$3.2 - i$	$- 92.5 - 3 i$	$0.3 - i$
Chen p. $b \rightarrow \bar{s}$	$- 436 - 121 i$	$- 0.87 - 2.7 i$	$3.3 - 0.9 i$	$-92.5 - 2.7 i$	$0.32 - 0.9 i$
Keum	- 473	4	5.4	- 87	- 2.4
Lu	- 298	12	7.6	- 82	- 8.2

---

## APÉNDICE D

### Rotaciones de Fierz

---

El Hamiltoniano efectivo referido al operador  $O_{11}$  esta dado por (tomando como ejemplo procesos donde intervienen kaones):

$$H_{11} = - \sum_{q=u,d,s} i \frac{G_f}{\sqrt{2}} \frac{\alpha_s}{\pi q^2} V_{tb} V_{ts}^* C_{11} m_b \bar{s}(p_s) \sigma_{\mu\nu} R t^a b(p_b) \bar{q}(p_2) \gamma^\mu t_a q(p_1) q', \quad (\text{E.1})$$

donde  $q^2 = (p_b - p_s)^2$ . En el Modelo Estándar  $H_{11}$  interfiere destructivamente con las amplitudes pinguino, en la práctica se toma  $\alpha_s = g_s(m_b)g_s(q)/4\pi$  identificando un valor de  $g_s$  con el gluon virtual. Generalmente el operador  $O_{11}$  no contribuye directamente en los procesos considerados en el presente trabajo, por tanto su contribución es relevante cuando se realiza una rotación de Fiertz, para el Hamiltoniano dado en la ecuación (E.1) la rotación esta dada por:

$$\begin{aligned} H_{11} = & \sum_{q=u,d,s} \frac{G_f}{\sqrt{2}} \frac{\alpha_s}{4\pi q^2} V_{tb} V_{ts}^* C_{11} m_b \frac{N_c^2 - 1}{N_c^2} \left[ \delta_{\alpha\beta} \delta_{\alpha'\beta'} - \frac{2N_c^2}{N_c^2 - 1} t_{\alpha\beta}^a t_{\alpha'\beta'}^a \right] \\ & \{ 2m_b \bar{s}_\alpha \gamma_\mu L q_\beta \bar{q}_{\alpha'} \gamma^\mu L b_{\beta'} - 4m_b \bar{s}_\alpha R q_\beta \bar{q}_{\alpha'} L b_{\beta'} + 2m_s \bar{s}_\alpha \gamma_\mu R q_\beta \bar{q}_{\alpha'} \gamma^\mu R b_{\beta'} - \\ & 4m_s \bar{s}_\alpha L q_\beta \bar{q}_{\alpha'} R b_{\beta'} + (p_b + p_s)_\mu [ \bar{s}_\alpha \gamma_\mu L q_\beta \bar{q}_{\alpha'} R b_{\beta'} + \bar{s}_\alpha R q_\beta \bar{q}_{\alpha'} \gamma^\mu R b_{\beta'} + \\ & i \bar{s}_\alpha \sigma^{\mu\nu} R q_\beta q_{\alpha'} \gamma_\nu R b_{\beta'} - i \bar{s}_\alpha \gamma_\nu L q_\beta q_{\alpha'} \sigma^{\mu\nu} R b_{\beta'} ] \} \end{aligned} \quad (\text{E.2})$$

Donde  $L_\mu = V_\mu - A_\mu = \bar{q}_1 \gamma^\mu (1 - \gamma^5) q_2$ ;  $R_\mu = V_\mu + A_\mu = \bar{q}_1 \gamma^\mu (1 + \gamma^5) q_2$

Para encontrar esta rotación, tomando la ecuación fundamental para las rotaciones de Fiertz [61]:

$$(\gamma_A)_{\alpha\beta} (\gamma_B)_{\lambda\rho} = \left( \frac{1}{4} \right)^2 \sum_{C,D} \text{Tr}(\gamma_A \gamma_C \gamma_B \gamma_D) \times (\gamma_C)_{\lambda\beta} (\gamma_D)_{\alpha\rho} \quad (\text{E.3})$$

donde las matrices  $\gamma_i$  son las 16 combinaciones independientes del algebra de Dirac, dadas por:

$$S \equiv \bar{u}u; \quad P \equiv i\bar{u}\gamma^5 u; \quad V^\mu \equiv i\bar{u}\gamma^\mu u; \quad A^\mu \equiv i\bar{u}\gamma^5\gamma^\mu u; \quad T_{\mu\nu} \equiv \bar{u}\sigma_{\mu\nu}u \quad (\text{E.4})$$

donde  $\sigma_{\mu\nu} = (\gamma_\mu\gamma_\nu - \gamma_\nu\gamma_\mu)/2i$ ;  $\sigma_{\mu\nu} = -(i/2)\epsilon_{\mu\nu\lambda\rho}\sigma_{\lambda\rho}$ . Para aplicar esta ecuación es necesario tener en cuenta las siguientes trazas:

$$\begin{aligned} \text{Tr } \gamma_\mu\gamma_\nu &= 4g_{\mu\nu}, & \text{Tr } \gamma_\mu\gamma_\nu\gamma_\alpha\gamma_\beta &= 4[g_{\mu\nu}g_{\alpha\beta} - g_{\mu\alpha}g_{\nu\beta} + g_{\mu\beta}g_{\nu\alpha}] \\ \text{Tr } \gamma_\mu\gamma_\nu\sigma_{\alpha\beta} &= -4i(g_{\alpha\nu}g_{\beta\mu} - g_{\alpha\mu}g_{\beta\nu}), & \text{Tr } \sigma_{\mu\nu}\sigma_{\alpha\beta} &= -4(g_{\mu\alpha}g_{\beta\nu} - g_{\alpha\nu}g_{\beta\mu}) \\ \text{Tr } \gamma_5\sigma_{\mu\nu}\sigma_{\alpha\beta} &= 4\epsilon_{\alpha\beta\mu\nu}, & \text{Tr } \gamma_5\gamma_\mu\gamma_\nu\sigma_{\alpha\beta} &= 4i\epsilon_{\alpha\beta\mu\nu}, & \text{Tr } \gamma_5\gamma_\mu\gamma_\nu\gamma_\alpha\gamma_\beta &= -4\epsilon_{\alpha\beta\mu\nu} \end{aligned}$$

Con el fin de corroborar la ecuación (E.3), reproduzco, algunas de las rotaciones de Fierz. La primera considerada fundamental y de la cual se pueden deducir las siguientes:

$$(\delta)_{ij}(\delta)_{kl} = \frac{1}{4} \left[ (\delta)_{il}(\delta)_{kj} + (\gamma^5)_{il}(\gamma^5)_{kj} + (\gamma^\mu)_{il}(\gamma_\mu)_{kj} - (\gamma^5\gamma^\mu)_{il}(\gamma^5\gamma_\mu)_{kj} + \frac{1}{2}(\sigma^{\mu\nu})_{il}(\sigma_{\mu\nu})_{kj} \right] \quad (\text{E.5})$$

Para demostrar esta identidad, de las 25 combinaciones de trazas diferentes que nos da la ecuación (E.3), las únicas que no son cero son:

$$\begin{aligned} (SS) &\propto \frac{1}{16}\text{Tr}[1111](\delta)_{il}(\delta)_{kj} = \frac{1}{4}(\delta)_{il}(\delta)_{kj} \\ (PP) &\propto \frac{1}{16}\text{Tr}[1\gamma^5 1\gamma^5](\gamma^5)_{il}(\gamma^5)_{kj} = \frac{1}{4}(\gamma^5)_{il}(\gamma^5)_{kj} \\ (VV) &\propto \frac{1}{16}\text{Tr}[1\gamma^\mu 1\gamma^\nu](\gamma_\mu)_{il}(\gamma_\nu)_{kj} = \frac{1}{16}4g^{\mu\nu}(\gamma_\mu)_{il}(\gamma_\nu)_{kj} = \frac{1}{4}(\gamma_\mu)_{il}(\gamma_\mu)_{kj} \\ (AA) &\propto \frac{1}{16}\text{Tr}[1\gamma^5\gamma^\mu 1\gamma^5\gamma^\nu](\gamma^5\gamma_\mu)_{il}(\gamma^5\gamma_\nu)_{kj} = -\frac{1}{16}4g^{\mu\nu}(\gamma^5\gamma_\mu)_{il}(\gamma^5\gamma_\nu)_{kj} = -\frac{1}{4}(\gamma^5\gamma_\mu)_{il}(\gamma^5\gamma_\mu)_{kj} \\ (TT) &\propto \frac{1}{16}\text{Tr}[1\sigma^{\mu\nu} 1\sigma^{\alpha\beta}](\sigma^{\mu\nu})_{il}(\sigma^{\alpha\beta})_{kj} = -\frac{1}{16}4(g_{\mu\alpha}g_{\beta\nu} - g_{\alpha\nu}g_{\beta\mu})(\sigma^{\mu\nu})_{il}(\sigma^{\alpha\beta})_{kj} \\ &= \frac{1}{4}((\sigma^{\mu\nu})_{il}(\sigma^{\nu\mu})_{kj} - (\sigma^{\mu\nu})_{il}(\sigma^{\mu\nu})_{kj}) = -\frac{1}{2}(\sigma^{\mu\nu})_{il}(\sigma^{\mu\nu})_{kj} \end{aligned}$$

la rotación que nos interesa para aplicar el operador  $O_{11}$  es:

$$[\sigma^{\mu\nu}(1 + \gamma^5)]_{\alpha\beta} [\gamma^\mu]_{\lambda\rho} = [\sigma^{\mu\nu}]_{\alpha\beta} [\gamma^\mu]_{\lambda\rho} + [\sigma^{\mu\nu}\gamma^5]_{\alpha\beta} [\gamma^\mu]_{\lambda\rho} \quad (\text{E.6})$$

Aquí se puede aplicar la formula fundamental (E.3), o hacerlo mas simplificado de la siguiente forma (sin considerar el color):

$$\begin{aligned} D &= \bar{\psi}_1\sigma_{\mu\nu}R\psi_2\bar{\psi}_3\gamma^\mu\psi_4 \\ &= \frac{1}{2} [\bar{\psi}_1\gamma_\mu\gamma_\nu R\psi_2\bar{\psi}_3\gamma^\mu\psi_4 - \bar{\psi}_1\gamma^\nu\gamma_\mu R\psi_2\bar{\psi}_3\gamma^\mu\psi_4] \end{aligned} \quad (\text{E.7})$$

Para el primer término se define:

$$\gamma_\nu u R\psi_2 = \delta_2 \quad (\text{E.8})$$

Para el segundo término se define:

$$\bar{\psi}_1 \gamma_\nu = \bar{\phi}_1 \quad \text{y} \quad R\psi_2 = \phi_2 \quad (\text{E.9})$$

Luego se obtiene:

$$\frac{1}{2} (\bar{\psi}_1 \gamma_\mu \delta_2 \bar{\psi}_3 \gamma^\mu \psi_4 - \bar{\phi}_1 \gamma^\mu \phi_2 \bar{\psi}_3 \gamma^\mu \psi_4) \quad (\text{E.10})$$

se observa que los dos términos son de la forma:

$$A = \bar{a}_1 \gamma_\mu a_2 \bar{a}_3 \gamma^\mu a_4 \quad (\text{E.11})$$

Usando la transformación de Fiertz básica (o sea cambiando las posiciones de  $a_2$  con  $a_4$  se tiene:

$$A = -\bar{a}_1 a_4 \bar{a}_3 a_2 + \frac{1}{2} \bar{a}_1 \gamma_\alpha a_4 \bar{a}_3 \gamma^\alpha a_2 + \bar{a}_1 \gamma^5 a_4 \bar{a}_3 \gamma^5 a_2 + \frac{1}{2} \bar{a}_1 \gamma_\alpha \gamma_5 a_4 \bar{a}_3 \gamma^\alpha \gamma^5 a_2 \quad (\text{E.12})$$

Usando la anterior ecuación, entonces de nuevo se escribe  $\delta_2$

$$\delta_2 = \gamma_\nu R\psi_2 = \delta_2 \bar{\phi}_1 = \bar{\psi}_1 \gamma_\nu \phi_2 = R\psi_2 \quad (\text{E.13})$$

Luego se obtiene:

$$\begin{aligned} D &= \frac{3i}{2} [\bar{\psi}_1 \gamma_\nu L\psi_4 \bar{\psi}_3 R\psi_2 - \bar{\psi}_1 R\psi_4 \bar{\psi}_3 \gamma_\nu R\psi_2] \\ &+ \frac{1}{2} [\bar{\psi}_1 \gamma_\alpha L\psi_4 \bar{\psi}_3 \sigma^{\alpha\nu} R\psi_2 - \bar{\psi}_1 \sigma^{\nu\alpha} R\psi_4 \bar{\psi}_3 \gamma_\alpha R\psi_2] \end{aligned} \quad (\text{E.14})$$

A continuación se hace uso de las ecuaciones de movimiento, para finalmente obtener la rotación de Fiertz que necesitamos, se debe insertar el factor de color y se obtiene la ecuación (E.2).

# BIBLIOGRAFIA

---

- [1] S. L. Glashow, J. Illiopoulos and L. Maiani, “Weak Interactions With Lepton-Hadron Symmetry,” *Phys. Rev. D* **2**, 1285 (1970)
- [2] M. Kobayashi and T. Maskawa, “CP Violation In The Renormalizable Theory Of Weak Interaction,” *Prog. Theor. Phys.* **49**, 652 (1973).
- [3] A. Abashian *et al.* [BELLE Collaboration], “Measurement of the CP violation parameter  $\sin(2\phi_1)$  in  $B_d^0$  meson decays,” *Phys. Rev. Lett.* **86**, 2509 (2001) [arXiv:hep-ex/0102018].  
K. Abe *et al.* [Belle Collaboration], “Observation of large CP violation in the neutral  $B$  meson system,” *Phys. Rev. Lett.* **87**, 091802 (2001) [arXiv:hep-ex/0107061].  
K. Abe *et al.* [Belle Collaboration], “Observation of mixing-induced CP violation in the neutral  $B$  meson system,” *Phys. Rev. D* **66**, 032007 (2002) [arXiv:hep-ex/0202027].  
K. Abe *et al.* [Belle Collaboration], “An improved measurement of mixing-induced CP violation in the neutral  $B$  meson system. ((B)),” *Phys. Rev. D* **66**, 071102 (2002) [arXiv:hepex/0208025].
- [4] B. Aubert *et al.* [BABAR Collaboration], “Measurement of CP violating asymmetries in  $B^0$  decays to CP eigenstates,” *Phys. Rev. Lett.* **86**, 2515 (2001) [arXiv:hep-ex/0102030].  
B. Aubert *et al.* [BABAR Collaboration], “A study of time dependent CP-violating asymmetries and flavor oscillations in neutral  $B$  decays at the  $\Upsilon(4S)$ ,” *Phys. Rev. D* **66**, 032003 (2002) [arXiv:hep-ex/0201020].  
B. Aubert *et al.* [BABAR Collaboration], “Observation of CP violation in the  $B^0$  meson system,” *Phys. Rev. Lett.* **87**, 091801 (2001) [arXiv:hep-ex/0107013].  
B. Aubert *et al.* [BABAR Collaboration], “Measurement of the CP-violating asymmetry amplitude  $\sin 2\beta$ . ((B)),” *Phys. Rev. Lett.* **89**, 201802 (2002) [arXiv:hep-ex/0207042].

- [5] K. Abe *et al.* [Belle Collaboration], “Measurement of CP-violation parameter  $\sin(2\phi_1)$  with 152 million  $B\bar{B}$  pairs,” [arXiv:hep-ex/0308036].
- [6] K. Abe *et al.* [Belle Collaboration], “Measurement of CP-violating asymmetries in  $B^0 \rightarrow \pi^+\pi^-$ . decays,” Phys. Rev. Lett. **89**, 071801 (2002) [arXiv:hep-ex/0204002].  
K. Abe *et al.* [Belle Collaboration], “Evidence for CP-violating asymmetries  $B^0 \rightarrow \pi^+\pi^-$ . decays and constraints on the CKM angle  $\phi_2$ ,” Phys. Rev. D **68**, 012001 (2003) [arXiv:hep-ex/0301032].  
K. Abe *et al.* [Belle Collaboration], “Observation of large CP violation and evidence for direct CP violation in  $B^0 \rightarrow \pi^+\pi^-$ . decays,” [arXiv:hep-ex/0401029].
- [7] S. K. Swain *et al.* [Belle Collaboration], “Measurement of branching fraction ratios and CP asymmetries in  $B^\pm D_{CP} K^\pm$ ,” Phys. Rev. D **68**, 051101 (2003) [arXiv:hep-ex/0304032].  
K. Abe *et al.* [Belle Collaboration], “Measurement of the angle  $\phi_3$  with Dalitz analysis of three-body  $D^0$  decay from  $B \rightarrow D^0 K$  process,” [arXiv:hep-ex/0308043].  
K. Abe *et al.* [BELLE Collaboration], “Study of CP violating effects in time dependent  $B^0(\bar{B}^0) \rightarrow D^{(*)\pm}\pi^\pm$  decays,” [arXiv:hep-ex/0308048].
- [8] K. Abe *et al.* [Belle Collaboration], “Measurement of time-dependent CP-violating asymmetries in  $B^0 \rightarrow \phi K_S^0, K^+ K^- K_S^0$ , and  $\eta' K_S^0$  decays,” Phys. Rev. Lett. **91**, 261602 (2003) [arXiv:hep-ex/0308035].
- [9] K. Anikeev *et al.*, “ $B$  physics at the Tevatron: Run II and beyond,” [arXiv:hep-ph/0201071].
- [10] P. Ball *et al.*, “ $B$  decays at the LHC,” [arXiv:hep-ph/0003238].
- [11] J. Donoghue, E. Golowich and B. Holstein, *Dynamics of the Standard Model* Cambridge University Press 1992.  
Fayyazuddin and Riazuddin, *A Modern Introduction To Particle Physics* World Scientific 1994.  
F. Halzen and A Martin, *Quarks and Leptons*, J. Wiley 1984.  
L. Okun *Leptons and Quarks* North Holland 1982.  
S. L. Glashow, Nucl Phys. **22**, 579 (1961).  
S. Weinberg, phys Rev. Lett. **19**, 1264 (1967).  
A. Salam, *Elementary Particle Theory*, ed N. Svartholm.  
David Griffiths, *Introduction to Elementary Particles*, John Wiley & Sons, New York 1987.  
Donald H. Perkins. *Introduction to High Energy Physics*. Addison-Wesley Publishing Company, Third Edition. 1987.  
F. Yndurain, *The theory of Quark and Gluon Interactions*, Spinger-Verlag 1993.  
C.N. Yang and R Mills, Phys Rev **96** 191 (1954).

- Chaichian Nelipa, *Introduction to Gauge Field Theories*, Springer-Verlang Berlin Heidelberg New York, (1984).  
F. Close, *An Introduction to Quarks an Partons*, Academic Press 1979.  
M. Creutz, *Quarks, Gluons an Lattices*, Cambridge UP 1983.
- [12] S. L. Glashow, *Ph. D. Thesis*. Harvard University (1958); S. L. Glashow, *Nucl. Phys.* **22** (1961) 579.
- [13] A. Salam, en *Elementary particle physics (nobel Symp. No 8)*.(Ed. N. Svartholm). Almqvis and Wilsell, Stockholm (1968).
- [14] S. Weinberg, *Phys. Rev. Lett.* **19** (1967) 1264
- [15] S.L. Glashow, J. Iliopoulos and L- Maiani, *Phys. Rev.* **D2** (1970) 1285
- [16] W.-M.Yao *et al.* (Particle Data Group), *J. Phys.* **G 33**, 1 (2006)  
Particle Data Group, K. Hagiwara *et al.*, *Phys. Rev.* **D 66**, 010001 (2002).
- [17] P. W. Higgs, *Phys. Rev. Lett.* **12** (1964) 132; P. W. Higgs, *Phys. Rev.* **145** (1966) 1156. T. W. B. Kibbe *Phys. Rev.* **10** (1963) 531
- [18] N. Cabibbo, *Phys. Rev. Lett.* **10** (1963) 531. M. Kobayashi and M. Maskawa, *Prog. Theor. Phys.* **49** (1973) 652.
- [19] J.H. Christenson *et al.*, *Phys. Rev. Lett.* **13**, 138 (1964).
- [20] H. Burkhardt *et al.*, [NA31 Collab.], *Phys. Lett.* **B206**, 169 (1988).  
V. Fanti *et al.*, [NA48 Collab.], *Phys. Lett.* **B465**, 335 (1999).  
A. Alavi-Harati *et al.*, [KTeV Collab.], *Phys. Rev. Lett.* **83**, 22 (1999).
- [21] B. Aubert *et al.*, [BABAR Collab.], *Phys. Rev. Lett.* **87**, 091801 (2001).  
K. Abe *et al.*, [Belle Collab.], *Phys. Rev. Lett.* **87**, 091802 (2001).
- [22] K. Abe *et al.*, [Belle Collab.], [arXiv:hep-ex/0409049].  
B. Aubert *et al.*, [BABAR Collab.], *Phys. Rev.* **D71**, 091102 (2005).
- [23] T. Aushev *et al.*, [Belle Collab.], arXiv:hep-ex/0411021.  
B. Aubert *et al.*, [BABAR Collab.], *Phys. Rev. Lett.* **95**, 151804 (2005).
- [24] B. Aubert *et al.*, [BABAR Collab.], *Phys. Rev. Lett.* **94**, 191802 (2005).  
K. Abe *et al.*, [Belle Collab.], [arXiv:hep-ex/0507037].  
B. Aubert *et al.*, [BABAR Collab.], arXiv:hep-ex/0507087.
- [25] K. Abe *et al.*, [Belle Collab.], arXiv:hep-ex/0507037.  
B. Aubert *et al.*, [BABAR Collab.], arXiv:hep-ex/0408095.

- [26] C. C. Wang et al., [Belle Collab.], Phys. Rev. Lett. **94**, 121801 (2005).  
B. Aubert et al., [BABAR Collab.], arXiv:hep-ex/0408099.
- [27] B. Aubert et al., [BABAR Collab.], Phys. Rev. Lett. **93**, 131801 (2004).  
K. Abe et al., [Belle Collab.], arXiv:hep-ex/0507045.
- [28] J.H. Christenson et al., Phys. Rev. Lett. **13**, 138 (1964)
- [29] H. Burkhardt et al., [NA31 Collab.], Phys. Lett. **B206**, 169 (1988).  
V. Fanti et al., [NA48 Collab.], Phys. Lett. **B465**, 335 (1999).  
A. Alavi-Harati et al., [KTeV Collab.], Phys. Rev. Lett. **83**, 22 (1999).
- [30] Heavy Flavor Averaging Group, Oscillations Working Group Summer 2005.
- [31] I. Dunietz and J.L. Rosner, Phys. Rev. **D34**, 1404 (1986).  
Ya.I. Azimov, N.G. Uraltsev, and V.A. Khoze, Sov. J. Nucl. Phys. **45**, 878 (1987).  
I.I. Bigi and A.I. Sanda, Nucl. Phys. **B281**, 41 (1987).
- [32] G. Buchalla, A.J. Buras, and M.E. Lautenbacher, Rev. Mod. Phys. **68**, 1125 (1996).
- [33] G. 'tHooft, *Nucl. Phys.* **B33** (1971) 173.
- [34] G. 'tHooft, *Nucl. Phys.* **B33** (1971) 173.
- [35] W.-M. Yao *et al.* (Particle Data Group), J. Phys. **G 33**, 1 (2006)  
Review of Particle Physics, *Eur. Phys. J.* **C3** (2004) 1
- [36] Q. R. Ahmad, *et al* [SNO Collaboration], nucl-ex/0106015, *Phys. Rev. Lett.* **87**, 071301 (2001), SNO Collaboration, <http://www.sno.phy.queensu.ca/>
- [37] A. Ali, G. Kramer and C. D. Lu, Phys. Rev. D **58**, 094009 (1998) [arXiv:hep-ph/9804363].  
A. Ali and C. Greub, Phys. Rev. D **57**, 2996 (1998) [arXiv:hep-ph/9707251].  
Y. H. Chen, H. Y. Cheng, B. Tseng and K. C. Yang, Phys. Rev. D **60**, 094014 (1999) [arXiv:hep-ph/9903453].  
G. Buchalla, A. J. Buras and M. E. Lautenbacher, Rev. Mod. Phys. **68**, 1125 (1996) [arXiv:hep-ph/9512380].  
M. Beneke, *et al.*, Nucl. Phys. **B606**, 245 (2001).  
A. J. Buras, M. Jamin, M. E. Lautenbacher and P. H. Weisz, Nucl. Phys. B **370**, 69 (1992) [Addendum-ibid. B **375**, 501 (1992)].  
A. Buras, Proceedings of "Beauty 95" meeting, Oxford, [arXiv:hep-ph/9509329].  
Andrzej J. Buras, [arXiv:hep-ph/9806471].  
M. Ciuchini, E. Franco, G. Martinelli and L. Reina, Nucl. Phys. B **415**, 403 (1994) [arXiv:hep-ph/9304257].

- [38] M. Beneke, G. Buchalla, M. Neubert and C.T. Sachrajda, [arXiv:hep-ph/0006124].
- [39] G.P. Lepage and S.J. Brodsky, Phys. Rev. **D 22** (1980) 2157.
- [40] A.V. Efremov and A.V. Radyushkin, Phys. Lett. **B 94** (1980) 245.
- [41] J.D. Bjorken, Nucl. Phys. (Proc. Suppl.) **B 11** (1989) 325.  
M.J. Dugan and B. Grinstein, Phys. Lett. **B 255** (1991) 583.
- [42] Y.-H. Chen, H.-Y. Cheng, and K.-C. Yang, Phys Rev **D 60**, 094014 (1999).
- [43] G. Buchalla, A. J. Buras, and M. E. Lautenbacher, Rev. Mod. Phys. **68**, 1125 (1996).
- [44] N. Cabibbo, *Unitary Symmetry and Leptonic decays*, Phys. Rev. Lett **10**, 531 (1963)
- [45] Kobayashi, M. and Maskawa, T. *CP violation in the renormalizable theory of weak interactions*, Prog. Theo. Phys. **49**. 652 (1973).
- [46] L. Wolfenstein, *Present status of CP violation*, Ann Rev. Nuc. Part. Sci- **36**. 137, (1983)
- [47] Jonathan L. Rosner, *CP Violation: Past, Present, and future*, [arXiv:hep-ph/0101033].  
Y. Nir and H. Quinn, Phys Rev. **D 42**, 1473 (1990).  
Y. Nir and H. R. Quinn. Ann Rev. Nucl Part. Sci **42**, 211 (1992).  
H. R. Quinn, Nucl Phys. Proc. Suppl. **37 A**, 21 (1994).  
I.I. Bigi and A. I. Sanda, *CP Violation* (Cambridge University Press, Cambridge England, 2000).  
L. Wolfenstein, Phys. Rev. Lett. **51**, 1945 (1983).  
Y.Y. Keum and A. I. Sanda, *CP Violation and Nonleptonic B-meson Decays*, Workshop on the CKM Unitarity triangle, IPPP Durham, April 2003. [arXiv:hep-ph/0306004]  
Robert Fleischer. [arXiv:hep-ph/0305267].  
A. I. Sanda, *XXX SLAC Summer Institute (SSI2002)*, Stanford CA, 5-16 August, 2002  
M. Gell-Mann and A. Pais, Phys. Rev. **97**, 1387 (1955).  
Lee, T.D., Yang, C.N., Phys. Rev. **104**, 254 (1956)  
Christenson, J.H., Cronin, J. W., Fitch, V.L. and Turlay, R., Phys. Rev. Lett. **13**, 138 (1964).  
Carosi R. et al. (1990). A measurement of the phases of the *CP* violating amplitudes in  $K^0 \rightarrow 2\pi$  decays and test of *CPT* invariance, phys. Lett. **B237**, 303.

- [48] Aubert, B. et al., Phys. Rev. Lett. **87**, 091801 (2001)  
G. Hamel De Monchenault [BaBaR Collaboration], [arXiv:hep-ex/0305055].  
B. Aubert *et al.* [BaBaR Collaboration], Phys. Rev. Lett. **89**, 281802 (2002)  
[arXiv:hep-ex/0207055].  
G. Hamel De Monchenault [BaBaR Collaboration], [arXiv:hep-ex/0305055].  
B. Aubert *et al.* [BaBaR Collaboration], ‘Observation of  $B$  meson decays to  $\eta\pi$  and  $\eta K'$ ’, [arXiv:hep-ex/0303039].  
B. Aubert [BaBaR Collaboration], ‘Measurements of CP-violating asymmetries and branching fractions in  $B$  meson decays to  $\eta'K'$ ’, [arXiv:hep-ex/0303046].  
B. Aubert *et al.* [BaBaR Collaboration], [arXiv:hep-ex/0303028].  
B. Aubert et al, [BaBaR Collaboration], Phys Rev. Lett. **89**, 201802 (2002).
- [49] Abe K. Et al., Phys. Rev. Lett. **87**, 091802 (2001);  
K. Abe *et al.* [Belle Collaboration], [arXiv:hep-ex/0301032].  
T. Nakadaira [Belle Collaboration], [arXiv:hep-ex/0305033].  
H. C. Huang [Belle Collaboration], [arXiv:hep-ex/0205062].  
K Abe, et al. [Belle Collaboration], Phys. Rev. **D 66** 071102 (2002)
- [50] A. Bornheim *et al.* [CLEO Collaboration], [arXiv:hep-ex/0302026].  
S. B. Athar *et al.* [CLEO Collaboration], [arXiv:hep-ex/0304019].  
K. M. Ecklund [CLEO Collaboration], [arXiv:hep-ex/0303001].  
S. J. Richichi *et al.* [CLEO Collaboration], Phys. Rev. Lett. **85**, 520 (2000)  
[arXiv:hep-ex/9912059].
- [51] T. Muta, *Fundations of Quantum Chromodynamics: An introduction to perturbative Methods in Gauge Theories*, Vol 57; Wolrd Scientific 2000.  
W. Marciano and H. Pagels, *Quantum Chromodynamics*, Phys Rep. **36**, 137 (1987).  
W. Geiner and A. Schafer, *Quantum Chromodynamics*, Springer 1994.  
A. Smilga and A. V. Smilga, *Lectures on Quantum Chromodynamics*, World Scientific 2001.
- [52] K.M. Watson, Phys. Rev. **88** (1952) 1163; 228(1954)  
C. Smith, Eur. Phys. J.C: **10**, 639 (1999) [arXiv:hep-ph/9808376].  
J. Donoghue, Phys. Rev. **D33**, 1516 (1986).  
H. Cheng, [hep-ph/0202254].  
L. Wolfenstein, Phys. Rev. D **52**, 537 (1995).  
J. M. Gerard, J. Pestieau and J. Weyers, Phys. Lett. B **436**, 363 (1998) [arXiv:hep-ph/9803328].  
D. Delepine, J. M. Gerard, J. Pestieau and J. Weyers, Phys. Lett. B **429**, 106 (1998)  
[arXiv:hep-ph/9802361].  
J. M. Gerard and J. Weyers, Eur. Phys. J. C **7**, 1 (1999) [arXiv:hep-ph/9711469].

- P. Zenczykowski, Acta Phys. Polon. B **33**, 1833 (2002) [arXiv:hep-ph/0111053];  
Acta Phys. Polon. B **32**, 1847 (2001) [arXiv:hep-ph/0102186]. Phys. Lett. B **460**,  
390 (1999)[arXiv:hep-ph/9906396].  
P. Lach, Acta Phys. Polon. B **34**, 2631 (2003) [arXiv:hep-ph/0211117].
- [53] A. Abada, D. Becirevic, P. Boucaud, J. P. Leroy, V. Lubicz and F. Mescia, Nucl.  
Phys. B **619**, 565 (2001) [arXiv:hep-lat/0011065].  
D. Bećević, S. Prelovšek and Ju. Zupan, Phys. Rev. **D67**, 054010 (2003); ICHEP-  
02, Amsterdam 2002.
- [54] A. Ali, G. Kramer and C. D. Lu, Phys. Rev. D **58**, 094009 (1998) [arXiv:hep-  
ph/9804363].  
A. Ali and C. Greub, Phys. Rev. D **57**, 2996 (1998) [arXiv:hep-ph/9707251].  
Y. H. Chen, H. Y. Cheng, B. Tseng and K. C. Yang, Phys. Rev. D **60**, 094014  
(1999) [arXiv:hep-ph/9903453].  
A. Hocker, H. Lacker, M. Pivk and L. Roos, eConf bf C0304052, WG418 (2003)  
[arXiv:hep-ph/0307013].  
M. Gronau and D. London, Phys. Rev. Lett. **65**, 3381 (1990).  
J. Charles, Phys. Rev. D **59**, 054007 (1999) [arXiv:hep-ph/9806468].  
M. Gronau, D. London, N. Sinha and R. Sinha, Phys. Lett. B **514**, 315  
(2001)[arXiv:hep-ph/0105308].  
H. Sagawa, eConf **C0304052**, WG419 (2003) [arXiv:hep-ex/0307060].
- [55] Y. Y. Keum and A. I. Sanda, Phys. Rev. D **67**, 054009 (2003) [arXiv:hep-  
ph/0209014].  
Y. Y. Keum and H. n. Li, Phys. Rev. D **63**, 074006 (2001) [arXiv:hep-ph/0006001].  
Y. Y. Keum, H. N. Li and A. I. Sanda, Phys. Rev. D **63**, 054008 (2001) [arXiv:hep-  
ph/0004173].  
Y. Y. Keum, H. n. Li and A. I. Sanda, Phys. Lett. B **504**, 6 (2001) [arXiv:hep-  
ph/0004004].  
C. D. Lu, [arXiv:hep-ph/0305061]. pure annih. proces  
C. Lu, K. Ukai and M. Yang, Phys. Rev. D **63**, 074009 (2001) [arXiv:hep-  
ph/0004213].
- [56] A. Kagan, A.Petrov [arXiv:hep-ph/9707354]
- [57] N.G. Deshpande, Xiao-Gang He, J. Trampetit, Physics Letters **B 377** ( 1996) 161-  
167  
N. G. Deshpande, Xiao-Gang et.al. [arXiv:hep-ph/9509346]
- [58] Hai-Yang Cheng, Chun-Khiang Chua, and Kwei-Chou Yang Phys. Rev. **D 73**,  
014017 (2006)

- [59] H. B. O'Connell, B. C. Pearce, A. W. Thomas and A. G. Williams, Prog. Part. Nucl. Phys. **39**, 201 (1997) [arXiv:hep-ph/9501251].  
C. J. Bebek *et al.*, Phys. Rev. D **17**, 1693 (1978).  
Y. Kalinovsky, K. L. Mitchell and C. D. Roberts, Phys. Lett. B **399**, 22 (1997) [arXiv:nucl-th/9610047].  
J. F. De Troconiz and F. J. Yndurain, Phys. Rev. D **65**, 093001 (2002) [arXiv:hep-ph/0106025].  
C. A. Dominguez, Phys. Lett. B **512**, 331 (2001); arXiv:hep-ph/0102190. PQCD Pion FF  
G. R. Farrar and D. R. Jackson, Phys. Rev. Lett. **43**, 246 (1979).  
G. P. Lepage and S. J. Brodsky, Phys. Rev. D **22**, 2157 (1980).  
G. P. Lepage and S. J. Brodsky, Phys. Lett. B **87**, 359 (1979).
- [60] M. Gronau and J. Rosner, P. R. D **65**, 013004 (2001). B. Auber et al. (Babar coll.) Phys. Rev. Lett. **89**, 281802 (2002); K. Abe et al., (Belle coll.), hep-ex/0301032.
- [61] M. Fierz, Z. Physik 104, 553 (1937).  
Y. Takahashi. Phys. Rev. D **26** 8, 2169 (1982)  
J. F. Nieves, P. B. Pal [arXiv:hep-ph/0306087]  
El teorema de la rotacion de Fiertz es discutido en muchos textos de teoria cuantica de campos o de interacciones debiles por ejemplo: R. E. Marshak, C. P. Ryan and Riazuddin, Theory of Weak Interactions in Particle Physics, (John Wiley & Sons, 1969), p. 82; C. Itzykson and J. B. Zuber, Quantum Field Theory, (Mc Graw Hill, 1980), p. 160; Ta-Pei Cheng and Ling-Fong Li, Gauge Theory of elementary particle physics, (Clarendon Press, Oxford 1984), p. 495; P. Renton, Electroweak interactions, (Cambridge University Press 1990), p. 578; R. N. Mohapatra and P. B. Pal, Massive neutrinos in physics and astrophysics, (World Scientific, Singapore, second edition 1998), p.
- [62] V. I. Borodulin, R. N. Rogalyov, S.R. Slabospisky. "CORE, Compendium of relations" [arXiv:hep-ph/9507456]
- [63] S. Narison, [arXiv:hep-ph/0202200].  
H. Leutwyler, Nucl. Phys. Proc. Suppl. **94**, 108 (2001) [arXiv:hep-ph/0011049].  
G. Amoros, J. Bijnens and P. Talavera, Nucl. Phys. B **602**, 87 (2001) [arXiv:hep-ph/0101127].
- [64] B. Aubert *et al.* [BaBar Coll], [arXiv:hep-ph/0107075]  
K. Maltman, Phys. Lett. B **462**, 14 (1999) [arXiv:hep-ph/9906267]  
Y. Meurice, Phys Rev. D **36**, 2780 (1987); Mod. Phys. Lett. A. **2**, 699 (1987)  
C. M. Shakin and H. Wang, Phys. Rev. D **63**, 074017 (2001)

- [65] A. Deandrea and A. D. Polosa, Phys. Rev. Lett. **86**, 216 (2001) [arXiv:hep-ph/0008084]  
N. Paver and Riazuddin, [arXiv:hep-ph/0107330]  
S. Gardner and U. G. Meissner, Phys. Rev. D **65**, 094004 (2002) [arXiv:hep-ph/0112281]  
C. W. Chiang, M. Gronau, Z. Luo, J. L. Rosner and D. A. Suprun, [arXiv:hep-ph/0307395]
- [66] D. Delepine, J. L. Lucio M. and C. A. Ramirez, Eur. Phys. J. C **45**, 693 (2006) [arXiv:hep-ph/0501022].
- [67] H. Y. Cheng, C. K. Chua and K. C. Yang, "Charmless hadronic B decays involving scalar mesons: Implications to the Phys. Rev. D **73**, 014017 (2006) [arXiv:hep-ph/0508104].
- [68] H. Y. Cheng and K. C. Yang, Phys. Rev. D **71**, 054020 (2005) [arXiv:hep-ph/0501253].
- [69] A. Garmash [Belle Collaboration], AIP Conf. Proc. **814**, 680 (2006) [arXiv:hep-ex/0510059].
- [70] B. Aubert *et al.* [BABAR Collaboration], arXiv:hep-ex/0508017.
- [71] E. Barberio *et al.* [Heavy Flavor Averaging Group (HFAG)], arXiv:hep-ex/0603003.
- [72] G. Sciolla [BABAR Collaboration], Nucl. Phys. Proc. Suppl. **156**, 16 (2006) [arXiv:hep-ex/0509022].
- [73] Chuan-Hung Chen P. in Phys.Rev.**D67** 094011,(2003); [arXiv:hep-ph/0302059].
- [74] Hai-Yang Cheng (Taiwan, Inst. Phys.) , Kwei-Chou Yang. Phys.Rev.**D71** 054020 (2005) [arXiv:hep-ph/0501253 PDF].
- [75] BABAR Coll. (B. Aubert et al.)Presented at 22nd International Symposium on Lepton-Photon Interactions at High Energy (LP 2005), Uppsala, Sweden, 30 Jun - 5 Jul 2005. Published in Phys.Rev.**D72** 052002 (2005). [arXiv:hep-ex/0507025].
- [76] By BABAR Coll. (B. Aubert et al.). Contributed to 22nd International Symposium on Lepton-Photon Interactions at High Energy (LP 2005), Uppsala, Sweden, 30 Jun - Pub. in Phys.Rev.bf D73031101 (2006) [arXiv: hep-ex/0508013].
- [77] Alan J. Schwartz (Cincinnati) Contributed to 19th Rencontres de Physique de la Vallee d'Aoste: Results and Perspectives in Particle Physics, La Thuile, Aosta Valley, Italy, 27 Feb - 5 Mar 2005. Published in \*La Thuile 2005, Results and perspectives in particle physics\* 373-386 [arXiv:hep-ex/0508033].

- 
- [78] M. Gronau and J. L. Rosner, Phys. Rev. **D65**, 093012 (2002).
- [79] A.K. Giri, B. Mawlong, R. Mohanta [arXiv:hep-ph/0608088]