

---

Estudio experimental de la relación entre la coherencia temporal y el grado de polarización de una fuente

---

Cristian Eduardo Hernández Cely

*Trabajo de grado para optar al título de Físico*

Directora:

Dra. Zandra Lizarazo Mejía  
Doctora en ciencias naturales (Física)

Codirector:

Dr. Rafael Ángel Torres Amaris  
Doctor en ciencias naturales (Física)

Universidad Industrial de Santander

Facultad de ciencias

Escuela de física

Bucaramanga

2021

*Dedicado a  
mi familia*

## Agradecimientos

Quiero agradecer principalmente a mis padres por apoyarme incondicionalmente a lo largo de mi vida y mi carrera universitaria, por enseñarme y heredarme la pasión por el saber. Agradezco también a todos los profesores de la escuela de Física por demostrarme la belleza tras de las ecuaciones y conceptos que intentan describir el mundo que nos rodea así como el proceso de la investigación. Finalmente agradezco a todos mis compañeros y amigos de la carrera de Física con los que tuve la oportunidad de interactuar, el tiempo de ocio, las charlas y las incontables divagaciones sobre los misterios de la existencia hicieron de mi estadía y mi desarrollo profesional en la universidad un lugar ameno.

# Tabla de contenido

<b>Introducción</b>	<b>11</b>
<b>1 Fundamentos de Coherencia y polarización de la luz</b>	<b>14</b>
1.1 Ondas electromagnéticas como señales aleatorias . . . . .	15
1.1.1 Auto-coherencia y tiempo de coherencia . . . . .	17
1.1.2 Teorema de Wiener-Khintchine . . . . .	18
1.2 Polarización . . . . .	18
1.2.1 Elipse de Polarización . . . . .	19
1.2.2 Matriz de Polarización . . . . .	19
1.2.3 Grado de polarización . . . . .	20
1.2.4 Parámetros de Stokes . . . . .	22
1.2.5 Representación geométrica de los parámetros de Stokes: La esfera de Poincaré	23
1.3 Polarización como un proceso aleatorio . . . . .	24
<b>2 Métodos para medir los parámetros de Stokes</b>	<b>27</b>
2.1 Medición mediante un retardador cuarto de onda . . . . .	27
2.2 Medición mediante un retardador rotante . . . . .	29
2.3 Polarímetro PAX5710VIS-T - TXP / Thorlabs, inc. . . . .	30
<b>3 Del fenómeno de la despolarización de la luz</b>	<b>32</b>
3.1 Matriz de despolarización . . . . .	33
3.2 Despolarización mediante retardadores lineales . . . . .	34
3.2.1 Despolarización a través de un único retardador lineal . . . . .	35
3.2.2 Despolarización a través de múltiples retardadores lineales . . . . .	40
3.3 Despolarización mediante un cristal líquido . . . . .	44
<b>4 Métodos de despolarización alternativos</b>	<b>49</b>
4.1 Interferómetro de Michelson de polarización . . . . .	49
4.1.1 Medición de $P(n\Delta L)$ . . . . .	53
4.1.2 Medición de $P(\theta)$ . . . . .	54
<b>5 Conclusiones</b>	<b>56</b>

---

Referencias . . . . . 57

## Lista de tablas

Tabla 1	Especificaciones sobre la precisión y la potencia del polarímetro <i>PAX5710VIS-T-TXP</i> , información tomada de la página web oficial de la empresa Thorlabs (2005 (Accedido en Noviembre 15, 2020)) . . . . .	31
Tabla 2	Especificaciones del retardador lineal cuarto de onda utilizado ( <i>WPMQ05M-633</i> ), información tomada de la página web de la empresa Thorlabs (2000 (Accedido en Noviembre 15, 2020)). . . . .	35
Tabla 3	Valores de la longitud de coherencia $l_c$ medida con el método de despolarización para cada fuente . . . . .	39
Tabla 4	Valores experimentales del grado de polarización mínimo de la luz emergente de cada lámina retardadora . . . . .	43
Tabla 5	Medidas del grado de polarización al variar $\Delta L$ en el interferómetro de Michelson de polarización. . . . .	54
Tabla 6	Medidas del grado de polarización al variar $\theta$ en el interferómetro de Michelson de polarización. . . . .	54

## Lista de figuras

Figura 1	(a) Una medición arbitraria del valor del campo eléctrico en un punto $r_0$ del espacio en función del tiempo. (b) Ilustración del frente de onda del campo eléctrico para dos puntos distintos en dos tiempos distintos. . . . .	16
Figura 2	(a) Haz parcialmente polarizado. (b) La forma de la elipse de polarización permanece igual en el tiempo de medición, se dice que es un haz totalmente polarizado. . . . .	21
Figura 3	Representación del vector de Stokes sobre la esfera de Poincaré . . . . .	23
Figura 4	Trayectorias del vector de Stokes $\mathbf{Q}(t)$ sobre la esfera de Poincaré para distintas realizaciones 1, 2 ... $\omega$ . . . . .	25
Figura 5	Esquema experimental para la medición de los parámetros de Stokes usando un retardador cuarto de onda y un polarizador lineal . . . . .	29
Figura 6	Diseño del montaje experimental realizado para el primer experimento . . . . .	36
Figura 7	Resultados experimentales para el Diodo Láser comparados con un ajuste teórico ( $P_L$ vs $\theta$ ). Gráfica hecha con MATLAB (2010). . . . .	37
Figura 8	Resultados experimentales para un LED rojo y un LED blanco comparados con un ajuste teórico ( $P_G$ vs $\theta$ ). Gráfica hecha con MATLAB (2010). . . . .	39
Figura 9	Diseño del montaje experimental realizado para el segundo experimento . . . . .	40
Figura 10	Montaje realizado en el laboratorio. 1) Polarizador, 2) Lámina retardadora, 3) polarizador lineal, 4) Filtro de 633 nm, 5) Colimador . . . . .	41
Figura 11	Grafico que expresa lo que está ocurriendo con el campo eléctrico de un haz de luz al propagarse en un medio birrefringente . . . . .	44
Figura 12	Diseño del montaje experimental realizado para el tercer experimento . . . . .	45
Figura 13	Gráfica $P$ vs $\Delta nl$ de los datos experimentales y el ajuste teórico basado en las matrices de despolarización, para el diodo Láser. Gráfica hecha con MATLAB (2010). . . . .	46
Figura 14	Gráfica $P$ vs $\Delta nl$ de los datos experimentales y el ajuste teórico basado en las matrices de despolarización para las fuentes LED blanca y roja. Gráfica hecha con MATLAB (2010). . . . .	47

---

Figura 15	Esquema experimental para controlar el grado y el estado de polarización de un haz láser basado en un interferómetro de Michelson de polarización (Azzam, 1993). . . . .	50
Figura 16	Imagen del montaje experimental realizado en el laboratorio del interferómetro de Michelson de polarización. . . . .	51
Figura 17	Imagen del patrón de interferencia obtenido en proceso de alineación. . . .	52

# Resumen

**Título:** Estudio experimental de la relación entre la coherencia temporal y el grado de polarización de una fuente<sup>1</sup>

**Autor:** Cristian Eduardo Hernández Cely<sup>2</sup>

**Palabras clave:** Coherencia temporal, grado de polarización, despolarización, Parámetros de Stokes.

**Descripción:** La radiación electromagnética que proviene de una fuente es, en general, de carácter estocástico y para el estudio de magnitudes tales como la polarización se debe hacer uso del concepto de coherencia. Esto llevó a definir la matriz de coherencia o de polarización que guarda consigo la información de las correlaciones temporales de cada componente del vector campo eléctrico y de su estado de polarización. Una de estas magnitudes es el valor del grado de polarización, el cual está relacionado con la correlación temporal de las componentes del campo eléctrico, y determina si una fuente puede emitir luz totalmente polarizada, parcialmente polarizada o no polarizada. La relación entre la coherencia temporal de una fuente y su estado de polarización ha sido estudiado en las últimas décadas para intentar describir la dinámica de la polarización de una fuente, y aunque se han desarrollado muchos métodos y modelos, aún quedan elementos por responder como la relación entre el tiempo de polarización y las correlaciones temporales de la radiación. En este trabajo se propone como principal objetivo el estudiar la relación entre la coherencia temporal de una fuente y su grado de polarización a través del fenómeno de la despolarización. Se diseñaron una serie de montajes experimentales que permiten descorrelacionar temporalmente dos componentes ortogonales del campo eléctrico de manera controlada para distintas fuentes: un láser He-Ne, un diodo láser, un diodo LED rojo y blanco. Los resultados experimentales evidencian la conexión entre el tiempo de coherencia de la luz de estas fuentes y su grado de polarización además de sus principales consecuencias.

---

<sup>1</sup>Trabajo de Grado

<sup>2</sup>Facultad de Ciencias. Escuela de Física. Directora: Dra. Zandra Lizarazo Mejía. Coodirector: Dr. Rafael Ángel Torres Amaris

## Abstract

**Title:** Experimental study of the relation between temporal coherence and the degree of polarization of a light source <sup>3</sup>

**Author:** Cristian Eduardo Hernández Cely<sup>4</sup>

**Key words:** Temporal coherence, Degree of polarization, Depolarization, Stokes parameters.

**Description:** The electromagnetic radiation produced by a source is, in general, of stochastic nature and for the study of magnitudes such as polarization the concept of coherence must be used. This led to the definition of the polarization matrix that keeps with it the information of the temporal correlations of each component of the electric field vector and its state of polarization. One of these quantities is the value of the degree of polarization, which is related to the temporal correlation of the components of the electric field, and determines whether a source can emit fully polarized, partially polarized or non-polarized light. The relationship between the temporal coherence of a source and its state of polarization has been studied in recent decades to describe the dynamics of the polarization of a source, and although many methods and models have been developed, there are still elements to answer such as the relationship between the polarization time and the temporal correlations of the radiation, so it remains an active subject of research. The main objective of this work is to study the relationship between the temporal coherence of a source and its degree of polarization by means of an experimental scheme that allows two orthogonal components of the electric field to be temporarily uncorrelated in a controlled way for different sources: a He-Ne laser, a laser diode, a red and white LED diode. The experimental results show the connection between the coherence time of the light from these sources and its degree of polarization, as well as its main consequences.

---

<sup>3</sup>Bachelor Thesis

<sup>4</sup>Facultad de Ciencias. Escuela de Física. Directora: Dra. Zandra Lizarazo Mejía. Coodirector: Dr. Rafael Ángel Torres Amaris

# Introducción

El comportamiento o la dinámica de la radiación electromagnética emitida por una fuente (láser, bombillas, lámparas de gas, etc) se puede estudiar en el marco de las señales o procesos aleatorios, ya que la radiación emitida por estas fuentes es de carácter estocástico; cada fuente de luz es un conjunto de radiadores puntuales que interactúan unos con otros tal que resulta humanamente imposible predecirlos, lo que produce un comportamiento no determinista de la radiación emitida (Born y Wolf, 2013). A partir del estudio estadístico de la radiación electromagnética se desarrolla un área de estudio de la óptica llamado **coherencia**, esta es una medida de las correlaciones temporales y espaciales del campo eléctrico, y en un principio, se usaba para medir la "similaridad estadística" o la capacidad de interferir de una onda electromagnética en un interferómetro. Inicialmente la coherencia fue formulada ignorando la naturaleza vectorial de la radiación, asumiendo al haz electromagnético como un campo escalar, sin embargo, más tarde se hizo necesario realizar un estudio completo de la coherencia teniendo en cuenta la naturaleza vectorial del campo electromagnético, es decir, que cada una de sus componentes también fluctúa aleatoriamente. Es así que uno de los fenómenos más importantes a tener en cuenta en el estudio de la radiación electromagnética, la polarización, también está ligada a este comportamiento indeterminista (Brosseau, 2010).

El estudio de la relación entre la coherencia del campo electromagnético y la polarización fue inicialmente propuesto por *N. Wiener* en el marco de las señales aleatorias, donde trataba de estudiar la interferencia entre fuentes en función de su coherencia y su polarización, para esto introdujo la Matriz de coherencia cuyos elementos son promedios de ensamble de la potencia espectral de la radiación (Wiener y cols., 1930). Más tarde *E. Wolf* tomaría la idea de esta matriz pero incluyendo en sus elementos matriciales funciones de covarianza temporales (Wolf, 1954) y se acuñaría con el nombre de Matriz de Polarización, cuyos elementos son las correlaciones temporales de cada componente del campo eléctrico, y por tanto, contiene toda la información estadística de los observables asociados con el estado de polarización del campo eléctrico. Al tratar la radiación estocástica de esta forma se llega al concepto de **grado de polarización**, el cual indica qué tan polarizada es la radiación emitida por una fuente. Si el grado de polarización es igual a su valor máximo, se dice que la radiación es totalmente polarizada, es decir, si se efectúa una medición siempre se observará un único estado de polarización, pero si el grado de polarización es menor se dice que la radiación es parcialmente polarizada, es decir, hay un conjunto de estados de polarización que se podrán

observar, de los cuales, unos serán mas probables que otros. Como consecuencia, el estado de polarización fluctúa en el tiempo siguiendo una dinámica que depende de la estadística de la fuente (Wolf y cols., 2007). Así entonces, el grado de polarización de una onda también depende de las propiedades estadísticas de la fuente que la emite, y en principio, el valor de éste puede ser alterado si se modifican las correlaciones estadísticas de la radiación o su coherencia. A la variación del grado de polarización se le conoce como despolarización y veremos como resulta de gran interés seguir haciendo énfasis en este fenómeno.

El fenómeno de la despolarización de la luz ha sido registrado desde hace varios años en experimentos con medios birrefringentes midiendo una disminución en el grado de polarización de la radiación que se propaga a través de estos. Este fenómeno se utilizó para diseñar dispositivos despolarizantes como los despolarizadores Lyot y Wedge que se utilizan frecuentemente en fibra óptica (Burns, Moeller, y Chen, 1983; Fuyun y Mm, 1990). En fibra óptica, el efecto de la despolarización también ha sido registrado resultando en estudios e investigaciones para determinar los tipos de tensión en el material, determinar su birrefringencia y mejorar los métodos donde la polarización es relevante (Budaszewski, Cieslak, y Domanski, 2009). Este fenómeno también tiene gran importancia en el área de la caracterización de tejidos biológicos. La córnea y otras capas del ojo pueden despolarizar la luz dependiendo de la edad y la presencia de otro tipo de tejidos como el glaucoma, por lo que una de las principales aplicaciones de este fenómeno es el desarrollo de métodos para diagnosticar patologías oculares y medir parámetros ópticos que permitan vigilar cambios en tejidos biológicos (Bueno, 2001). En los trabajos de Lizana y cols. (2015); Ortega-Quijano, Fade, Parnet, y Alouini (2017) se presenta el diseño de una metodología que permite crear fuentes cuyo grado de polarización se puede variar o controlar, estas pueden ser de gran utilidad en nuevos diseños de microscopios que son utilizados en el estudio de muestras sensibles a la polarización como lo son las muestras biológicas (Burch y Stock, 1942; Sun y cols., 2014). El número de aplicaciones concernientes a este fenómeno lo hacen de especial interés, sin embargo, los trabajos de investigación de física fundamental no se quedan atrás. En Domanski (2005); Domanski, Budaszewski, Sierakowski, y Wolinski (2006); Domański, Redek, y Budaszewski (2009) se expone cómo la despolarización en medios birrefringentes lineales, tales como las láminas de onda de múltiple orden o los cristales líquidos, está relacionado particularmente con la coherencia temporal de la radiación, por lo que todas las consecuencias de este fenómeno, incluyendo sus futuras aplicaciones, deben poder describirse y predecirse por medio de una teoría que relacione la coherencia temporal y el grado de polarización.

Actualmente se han seguido realizado contribuciones al estudio y representación de la dinámica de la polarización de una fuente y su relación con la coherencia. Una de estas contribuciones es el uso de distribuciones de probabilidad sobre la esfera de Poincaré <sup>5</sup>. Esta es una representa-

---

<sup>5</sup>La esfera de Poincaré es un método de representación de los estados de polarización por medio de la parametrización de los parámetros de Stokes, en donde el vector de Stokes normalizado corresponde con un punto sobre una esfera, fue

ción gráfica de la dinámica de polarización, donde las propiedades estadísticas de una fuente de luz se relacionan con la polarización describiendo de manera global la dinámica de una onda electromagnética de fuentes no deterministas (ver figura 3) (Salazar-Ariza y Torres, 2019). Otro estudio reciente sobre esta dinámica fue hecho en 2008 por *T Setälä* introduciendo el concepto de tiempo de polarización que se entiende como el tiempo en el que el estado de polarización de una fuente permanece invariante, este se deduce a partir de las correlaciones temporales del vector de Stokes llamadas correlaciones de Poincaré (Setälä, Shevchenko, Kaivola, y Friberg, 2008) y es un valor que ofrece información fundamental de la naturaleza de la radiación. Estos trabajos de investigación muestran el interés actual de encontrar una teoría general que englobe los conceptos de coherencia y polarización en un único marco con el cual se pueda explicar el comportamiento de la luz y todos los fenómenos asociados a esta.

Puesto que el estudio de la coherencia de una fuente y su dinámica de polarización sigue siendo un problema abierto de investigación, en este trabajo se propone realizar un estudio de los conceptos de coherencia temporal y el grado de polarización así como de la relación entre ellos realizando un esquema experimental en el que se controla la diferencia de fase temporal entre las componentes ortogonales de un haz electromagnético proveniente de alguna fuente. Esto se puede lograr usando medios birrefringentes lineales tales como láminas de onda o cristales líquidos, o por medio de un interferómetro tipo Michelson o Mach Zehnder. Las componentes ortogonales de una onda que inicialmente está polarizada se retrasarán temporalmente una respecto de la otra, de esa manera, descorrelacionándose temporalmente y se medirá su grado de polarización usando los parámetros de Stokes que serán medidos través de un polarímetro, el siguiente objetivo de este trabajo es evidenciar, a través de dicho experimento, la conexión entre las propiedades estadísticas de las fuentes utilizadas, particularmente los relacionados con la coherencia temporal, y su grado de polarización de tal manera que se pueda diseñar un montaje experimental con el que se pueda variar el grado de polarización de una fuente de manera controlada. Finalmente se analizarán y discutirán las consecuencias y nuevos puntos de vista resultantes de este estudio.

---

propuesto por Henri Poincaré en 1982.

# Capítulo 1

## Fundamentos de Coherencia y polarización de la luz

El estudio detallado de la dinámica del campo electromagnético (E.M), especialmente de la ondas E.M (particularmente la luz) y todos los fenómenos asociados a estas, requiere un conocimiento absoluto de su fase y amplitud, los cuales se pueden determinar analizando la fuente emisora de la radiación E.M, que bien puede ser un caso simple como un electrón en movimiento, una corriente conformada por el movimiento de muchos electrones en una antena o un gran complejo y caótico sistema compuesto por muchos átomos como un sólido o un gas<sup>1</sup>. La primera aproximación hecha en orden de estudiar el comportamiento de la radiación fue la de considerar la solución genérica de las ecuaciones de Maxwell; una onda electromagnética propagándose en el vacío sin fuentes ni cargas. La solución para este caso corresponde con una onda plana armónica que se propaga paralelamente a un único eje tal que sus componentes transversales también varían armónicamente y, por tanto, se puede determinar en cualquier instante de tiempo el valor de la amplitud y la fase del campo E.M. Con esta descripción simple de la radiación se logró dar forma y estructura a conceptos y fenómenos fundamentales en el campo de la óptica tales como la interferencia y la polarización de la luz. La polarización está relacionada con la naturaleza vectorial de la radiación y corresponde con el lugar geométrico que barre el vector campo eléctrico en el espacio a medida que se propaga la onda E.M y que, para este tipo de ondas, es en general una elipse<sup>2</sup>. La interferencia por su parte está relacionada con la suma de ondas, teniendo en cuenta que lo que realmente detecta el ojo humano o algún fotodetector convencional es un promedio de esas funciones armónicas que describen el comportamiento de la luz, a ese promedio se le llama intensidad de la onda, y bajo ciertas condiciones la función de intensidad de la suma de dos ondas puede producir un patrón de intensidad

---

<sup>1</sup>Que es, de hecho, como son en realidad las fuentes de luz, las cuales son las únicas fuentes en consideración de este trabajo.

<sup>2</sup>Esto es una consecuencia directa de que las componentes del vector campo eléctrico varían armónicamente para este caso.

usualmente llamado patrón de interferencia el cual es diferente de la simple adición de intensidades. Sin embargo, esta visión simple, aunque muy útil para describir estos fenómenos fundamentales de la óptica, no funciona al momento de modelar e investigar estos mismos fenómenos de interferencia y polarización en la radiación emitida por una fuente real de luz<sup>3</sup>.

Para una correcta y precisa descripción de estos fenómenos en fuentes de luz tales como un láser, una bombilla o un diodo LED, se deben solucionar las ecuaciones de Maxwell para la distribución de carga de cada fuente y además las condiciones en las que se encuentra, como el medio en el que se propaga y los efectos de la temperatura. Esto es algo imposible de hacer analíticamente y más aún, casi imposible de computar, ya que se deberían tener en cuenta cada una de las partículas que componen la fuente y así mismo los efectos cuánticos relacionados con la emisión y absorción de fotones, por lo que tendríamos que entrar en terrenos de la electrodinámica cuántica y solucionar sus ecuaciones para un gran (del orden del número de Avogadro) número de partículas, lo cual es un reto y una área de investigación actual de la óptica cuántica; esto es, la generación de la coherencia. Esta difícil tarea se puede evadir si se consideran todos estos efectos microscópicos como procesos aleatorios y se analiza la radiación emitida desde un punto de vista estadístico, para ello se desarrolló un concepto clave en óptica moderna llamado coherencia, que es el análisis de este tipo de radiación no determinista desde el marco de las señales o procesos aleatorios, de tal manera que los fenómenos asociados con la luz como la interferencia y la polarización heredan esta aleatoriedad y tratamiento estadístico. Con todo lo dicho, este capítulo se centrará en el desarrollo teórico así como en las investigaciones actuales de esta rama de la óptica y su intrínseca relación con la polarización.

## 1.1. Ondas electromagnéticas como señales aleatorias

La radiación electromagnética proveniente de fuentes como lámparas, láser o incluso del sol (las cuales están compuestas de muchos radiadores puntuales) no generan ondas planas armónicas, sino que la radiación fluctúa aleatoriamente en el tiempo y en el espacio, es decir, que el frente de onda, así como su fase temporal, no pueden ser determinadas con exactitud (ver figura 1). Teniendo esto en cuenta, es necesario acudir a la teoría de procesos aleatorios para el estudio este tipo de radiación.

Para cada punto  $\mathbf{r}_0$  en el que se evalúe el campo eléctrico, la señal  $\mathbb{E}(\mathbf{r}_0, t)$  corresponde a una variable aleatoria, en general compleja. Es útil introducir entonces el concepto de coherencia mutua, que es una medida de la correlación del valor del campo electromagnético entre dos puntos cualesquiera  $\mathbf{r}_1$  y  $\mathbf{r}_2$  en un instante de tiempo  $t_1$  y  $t_2$  respectivamente. Así, para la señal aleatoria

---

<sup>3</sup>Una fuente de luz natural no parece tener un estado de polarización elíptico, esto se demuestra colocando y girando un polarizador (lineal o circular) a través de un haz de luz de este tipo y viendo que no hay cambios de intensidad de la luz emergente, así mismo tampoco se observan patrones de interferencia por todas partes cuando se encienden dos bombillas en una habitación

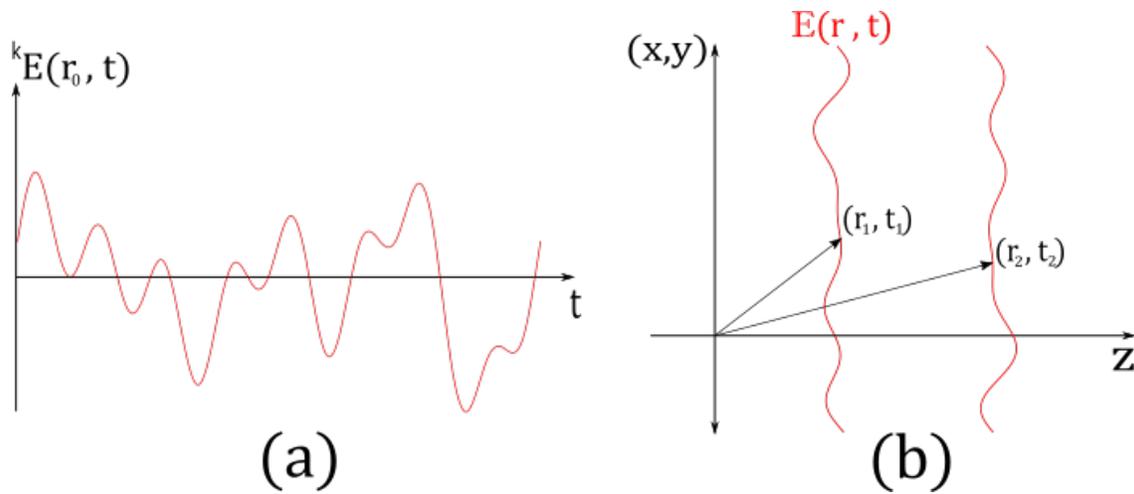


Figura 1: (a) Una medición arbitraria del valor del campo eléctrico en un punto  $\mathbf{r}_0$  del espacio en función del tiempo. (b) Ilustración del frente de onda del campo eléctrico para dos puntos distintos en dos tiempos distintos.

$\mathbb{E}(\mathbf{r}, t)$  que corresponde con el valor del campo eléctrico, la coherencia mutua corresponde con la función de covarianza, valor esperado o promedio de ensamble del producto entre las dos variables aleatorias  $E(\mathbf{r}_1, t_1)$  y  $E(\mathbf{r}_1, t_2)$ :

$$\Gamma(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2; t_1, t_2) = E\{E(\mathbf{r}_1, t_1)\overline{E(\mathbf{r}_2, t_2)}\} = \int E(\mathbf{r}_1, t_1)\overline{E(\mathbf{r}_2, t_2)}\mathcal{P}dE_1dE_2, \quad (1.1)$$

donde  $\mathcal{P} = \mathcal{P}(E_1, E_2; \mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2; t_1, t_2)$  es la densidad de probabilidad del producto de las dos variables aleatorias la cual depende exclusivamente de la estadística de la fuente que emitió esta señal. Si asumimos que  $E(\mathbf{r}, t)$  es un proceso estadísticamente estacionario, es decir, que la densidad de probabilidad de esta variable aleatoria es independiente del tiempo, y si además asumimos que este proceso es ergódico, el promedio de ensamble corresponderá con el promedio temporal del producto de las variables, así:

$$\Gamma(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2; \tau) = E\{E(\mathbf{r}_1, t)\overline{E(\mathbf{r}_2, t - \tau)}\} = \langle E(\mathbf{r}_1, t)\overline{E(\mathbf{r}_2, t - \tau)} \rangle, \quad (1.2)$$

donde  $\tau = t_2 - t_1$  y además:

$$\langle E(t) \rangle = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} \int_{-T/2}^{T/2} E(t) dt,$$

indica el promedio temporal de la variable  $E(t)$  (Wolf, 1954). No hay que olvidar sin embargo que esto es válido únicamente con las condiciones antes mencionadas, es decir, que no se puede modelar de esta manera la estadística de cualquier fuente, en particular, para una bombilla de filamento la densidad de probabilidad tiene una forma específica que ha de ser tomada en cuenta en la estadística y no se puede asumir la estacionariedad estadística, no sin antes haber comprobado con experimentos

que esta aproximación es válida. Cuando  $\tau = 0$  se tiene entonces la intensidad mutua del campo eléctrico:

$$I(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2) = \Gamma(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2; 0), \quad (1.3)$$

y con base en esto se puede normalizar la coherencia mutua y obtener el grado complejo de coherencia mutua:

$$\gamma(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2; \tau) = \frac{\Gamma(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2; \tau)}{[\Gamma(\mathbf{r}_1; 0)\Gamma(\mathbf{r}_2; 0)]^{1/2}}. \quad (1.4)$$

La ecuación 1.4 es entonces una medida de la correlación espacial y temporal del campo eléctrico entre dos puntos con una diferencia temporal de  $\tau$ . Cuando  $\tau = 0$  obtendremos el valor exclusivo de las correlaciones espaciales del campo eléctrico, y corresponde con una medida de qué tan dependiente es el comportamiento del campo eléctrico en la posición  $\mathbf{r}_1$  con respecto a la posición  $\mathbf{r}_2$ , y dependiendo de la estadística de la radiación se puede definir una diferencia  $\mathbf{r}_1 - \mathbf{r}_2$  que me indica la distancia a la cual se pierden estas correlaciones espaciales, es decir, cuando el comportamiento del campo eléctrico en ambos puntos es independiente el uno del otro. A esta diferencia se le conoce como distancia o área de coherencia. Un análisis similar se puede llevar a cabo con las correlaciones exclusivamente temporales que es lo que se tratará a continuación.

### 1.1.1. Auto-coherencia y tiempo de coherencia

Cuando  $\mathbf{r}_1 = \mathbf{r}_2$ , es decir, se considera el campo en un solo punto se obtiene la auto-coherencia, que es una medida exclusiva de las correlaciones temporales del campo eléctrico:

$$\Gamma(\mathbf{r}; \tau) = \langle E(\mathbf{r}, t)\overline{E(\mathbf{r}, t+\tau)} \rangle, \quad (1.5)$$

y entonces, el grado de auto-coherencia será:

$$\gamma(\mathbf{r}, t) = \frac{\Gamma(\mathbf{r}; \tau)}{\Gamma(\mathbf{r}; 0)}, \quad (1.6)$$

a partir de este grado de auto-coherencia se puede definir el tiempo de coherencia ( $\tau_c$ ), que es el valor de  $\tau$  para el cual las auto-correlaciones decaen, es decir, para el caso donde  $t_2 - t_1 = \tau \geq \tau_c$  el comportamiento del campo eléctrico en  $t_1$  es completamente independiente (o descorrelacionado) del comportamiento del campo eléctrico en  $t_2$  (Hecht y Zajac, 2003). Este tiempo de coherencia entonces se puede definir como el ancho de  $\gamma(\mathbf{r}, t)$ :

$$\tau_c = \int_{\mathbb{R}^+} |\gamma(\mathbf{r}, t)|^2 dt. \quad (1.7)$$

La ecuación 1.6 es una medida de la correlación temporal del campo eléctrico en una diferencia de tiempo  $\tau$  esto puede ser descrito como la capacidad que tiene de interferir un haz incidente en un interferómetro de Michelson al que se le agrega una diferencia de fase temporal  $\tau$  entre sus brazos, en otras palabras, define la visibilidad de las franjas que se obtienen al sumar de nuevo los haces,

y tal como se había mencionado al principio, esta forma de abordar el problema de la radiación de fuentes no deterministas permitió explicar las anomalías de la interferencia con este tipo de fuentes. Ahora bien, el grado complejo de coherencia temporal tendrá una forma que depende del tipo de fuente que estemos utilizando, es así que para un Láser, un diodo LED o una fuente térmica el grado temporal de coherencia será distinto.

### 1.1.2. Teorema de Wiener-Khintchine

El grado de autocoherencia de alguna fuente que cumpla con la estacionariedad se puede determinar conociendo el contenido espectral de la radiación emitida. El espectro de esta radiación es también de carácter indeterminista y se puede estudiar de igual manera con la teoría de procesos aleatorios llegando a un resultado bastante importante en la teoría de la coherencia, el teorema de Wiener-Khintchine:

$$\Gamma(\mathbf{r}; \tau) = \int S(\mathbf{r}, \omega) e^{-i2\pi\nu\tau} d\tau, \quad (1.8)$$

en donde  $S(\mathbf{r}, \omega)$  corresponde con la densidad espectral de potencia del campo eléctrico y  $\Gamma(\mathbf{r}; \tau)$  la autocoherencia. Estos dos valores están relacionados entre sí por medio de una transformación de Fourier y representa una gran ventaja porque podemos obtener el grado de autocoherencia a través del espectro de emisión de la fuente el cual puede ser medido directamente con un espectrómetro. Las fuentes láser de gas a baja presión y diodos LED tienen un espectro  $S(\mathbf{r}, \omega)$  que es usualmente del tipo Gaussiano mientras que para fuentes láser de gas a alta presión o diodos Laser el espectro es de tipo Lorentziana ([Goodman, 2015](#)).

## 1.2. Polarización

Una consecuencia de la naturaleza vectorial de las ondas electromagnéticas es la polarización, la cual está definida como la figura geométrica que barre el vector campo Eléctrico o Magnético en el espacio a medida que transcurre el tiempo. Este fenómeno presenta una gran dificultad en su descripción y medición ya que requiere un manejo simultaneo de la fase y la amplitud del campo electromagnético y además depende de la interacción de la radiación con el medio. Como ya se ha dicho en la introducción, el primer modelo de este fenómeno surgió a partir de las soluciones genéricas de la ecuación de onda, es decir, una onda plana monocromática, sin embargo, para describir este mismo fenómeno en fuentes reales es necesario un tratamiento estadístico que relacione la coherencia con la polarización y es este modelo en el que se centrará esta sección.

### 1.2.1. Elipse de Polarización

Consideremos el campo eléctrico<sup>4</sup> de una onda E.M monocromática. Si asumimos que la onda viaja en la dirección positiva del eje  $z$  y es TEM (transversal eléctrico-magnético), el campo eléctrico se puede expresar como sigue:

$$\mathbf{E}(z, t) = \begin{bmatrix} E_x(z, t) \\ E_y(z, t) \end{bmatrix},$$

al tratarse de una onda monocromática, sus componentes se pueden escribir de la siguiente manera:

$$\begin{aligned} E_x(z, t) &= \varepsilon_x \cos(kz - \omega t + \varphi_x), \\ E_y(z, t) &= \varepsilon_y \cos(kz - \omega t + \varphi_y), \end{aligned}$$

tal que las expresiones de estas componentes se pueden relacionar mediante identidades trigonométricas para obtener la siguiente relación:

$$\frac{E_x^2}{\varepsilon_x^2} + \frac{E_y^2}{\varepsilon_y^2} - \frac{2E_x E_y}{\varepsilon_x \varepsilon_y} \cos \Delta\varphi = \sin^2 \Delta\varphi, \quad (1.9)$$

esta expresión corresponde con la ecuación de una elipse que, en general, es la figura geométrica que describe el vector campo eléctrico en este caso, donde  $\Delta\varphi = \varphi_x - \varphi_y$  es la diferencia de fase entre las componentes  $x$  y  $y$  del campo eléctrico. Esta elipse entonces solo es representativa para ondas electromagnéticas que se describen con funciones armónicas, no obstante, se verá mas adelante que para ondas policromáticas o radiación indeterminista se puede seguir usando este concepto.

### 1.2.2. Matriz de Polarización

Debido a que la radiación de las ondas E.M de una fuente real no son armónicas, sino que fluctúan aleatoriamente en el tiempo, es necesario aplicar el concepto de coherencia para estudiar debidamente el fenómeno de polarización. Primero hay que considerar la naturaleza vectorial de las ondas E.M teniendo en cuenta que cada una de sus componentes fluctúa aleatoriamente. Así, para hallar las correlaciones de cada una de las componentes  $x$  y  $y$ , y por tanto, su coherencia se puede definir una matriz de covarianza llamada Matriz de coherencia:

$$\mathbb{J}(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2, \tau) = \langle \mathbb{E}(\mathbf{r}_1, t) \otimes \overline{\mathbb{E}(\mathbf{r}_2, t + \tau)} \rangle = \begin{bmatrix} \langle E_x(\mathbf{r}_1, t) \overline{E_x(\mathbf{r}_2, t + \tau)} \rangle & \langle E_x(\mathbf{r}_1, t) \overline{E_y(\mathbf{r}_2, t + \tau)} \rangle \\ \langle E_y(\mathbf{r}_1, t) \overline{E_x(\mathbf{r}_2, t + \tau)} \rangle & \langle E_y(\mathbf{r}_1, t) \overline{E_y(\mathbf{r}_2, t + \tau)} \rangle \end{bmatrix}. \quad (1.10)$$

<sup>4</sup>La elección de trabajar solamente con el campo eléctrico es una convención cuando se trata de polarización, ya que este es el responsable de los cambios de polarización en la interacción de la luz con la materia, de hecho, es mayor su interacción con los electrones que el campo magnético.

Si tomamos  $r_1 = r_2 = r$  cada componente  $J_{ij}$  ( $i, j = x, y$ ) sería el análogo de la intensidad mutua (ecuación 1.3) para la correlación de los componentes cruzados y los componentes mutuamente ortogonales (Pellat-Finet, 2009). Por lo tanto, esta matriz contiene toda la información de los observables asociados con el estado de polarización en un punto del espacio. Es útil ahora caracterizar la correlación entre las componentes  $x$  e  $y$  del campo eléctrico mediante el grado complejo de coherencia cruzado:

$$j_{xy} = \frac{J_{xy}}{\sqrt{J_{xx}J_{yy}}}, \quad (1.11)$$

hay que notar que la ecuación 1.11 esta normalizada por lo que  $0 \leq j_{xy} \leq 1$ . Cuando  $j_{xy} = 0$  significa que las componentes se encuentran completamente descorrelacionadas, y esto tendrá una importante consecuencia en el estudio del estado de polarización que puede tener una fuente.

### 1.2.3. Grado de polarización

En general las componentes de la radiación EM producida por una fuente varían aleatoriamente en el tiempo por lo que su estado de polarización también lo hará, esto se puede ver de la siguiente manera: Cuando se realiza una medida del estado de polarización en un cierto tiempo  $T$  mas grande que el periodo del campo eléctrico (el tiempo que tardaría el campo eléctrico en completar un ciclo si este fuese armónico) ya no se obtendrá una elipse sino que, por el contrario, la figura que barre el vector campo eléctrico será, en general, arbitraria. La medida de qué tan parecida es esta figura arbitraria a una elipse de polarización es lo que se conoce como el grado de polarización, es decir, mientras más se parezca o más cercana esté esta figura a una elipse más polarizada será la onda electromagnética.

Esta figura arbitraria anteriormente mencionada se puede interpretar de otra manera. Si nos basamos en el principio de superposición, las funciones aleatorias que describen la evolución temporal de las componentes del campo eléctrico de una onda proveniente de una fuente de luz se pueden describir como una superposición de funciones armónicas, por lo que entonces esta figura arbitraria se puede interpretar como una superposición de elipses de polarización. De esta manera, si se midiera el estado de polarización de una onda luminosa en cada instante de tiempo se medirán varios estados o elipses de polarización tal como se muestra en la figura 2(a). Esto significa que la forma de la elipse de polarización varía en el tiempo siguiendo una distribución de probabilidad. Cuando esto sucede se dice que la onda es parcialmente polarizada. Ahora, si todos los estados de polarización son igualmente probables de medir durante el tiempo  $T$  se dice que el haz es no polarizado y esto sucede cuando  $j_{xy} = 0$ , es decir, cuando las componentes de la onda EM están totalmente descorrelacionadas (Pérez y Ossikovski, 2016; Wolf y cols., 2007).

Si el haz mantiene su mismo estado de polarización durante el tiempo de medición  $T$  como se muestra en la figura 2(b) se dice que está totalmente polarizado. Las matrices de polarización para los casos donde el haz es totalmente polarizado  $\mathbb{J}^{(pol)}$  y cuando es no polarizado  $\mathbb{J}^{(no-pol)}$  son bien

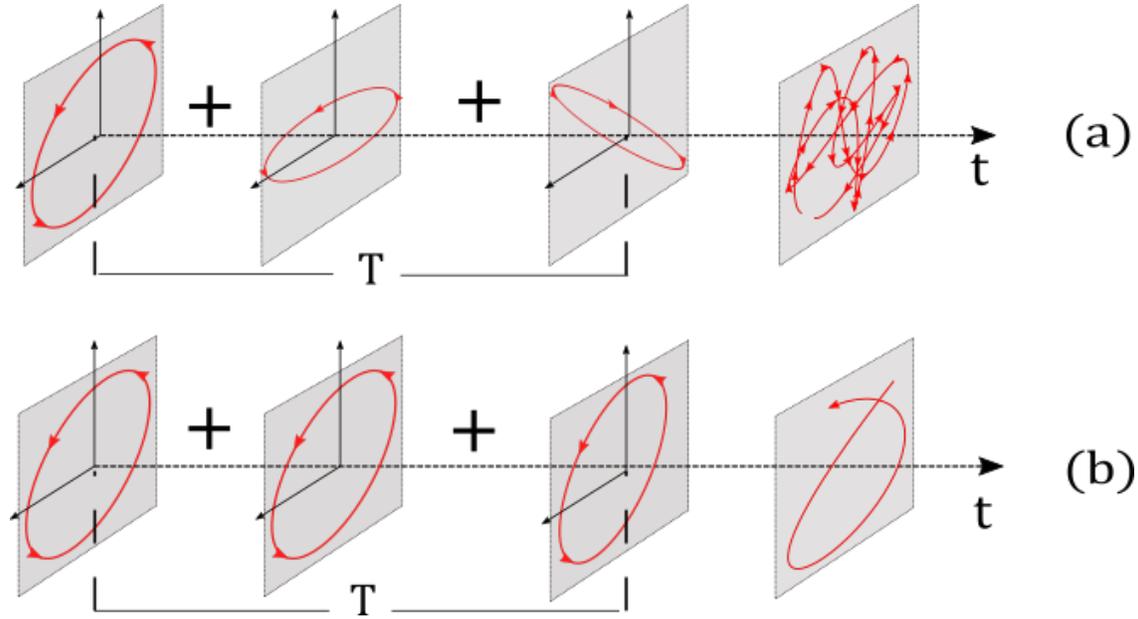


Figura 2: (a) Haz parcialmente polarizado. (b) La forma de la elipse de polarización permanece igual en el tiempo de medición, se dice que es un haz totalmente polarizado.

conocidas, y por otra parte, la matriz de polarización de un haz parcialmente polarizado  $\mathbb{J}$  se puede expresar como una combinación lineal de un haz totalmente polarizado y uno no polarizado:

$$\mathbb{J} = \mathbb{J}^{(no-pol)} + \mathbb{J}^{(pol)} = A \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} B & D \\ D^* & C \end{bmatrix}, \quad (1.12)$$

es útil definir una cantidad que cuantifique qué tan polarizado está el haz, a esta magnitud se le llama **grado de polarización** ( $P$ ). Se puede definir como la razón entre la intensidad de luz que está polarizada y la intensidad total:

$$P = \frac{I^{(pol)}}{I} = \frac{\text{Tr}(\mathbb{J}^{(pol)})}{\text{Tr}(\mathbb{J})} = \sqrt{1 - \frac{4 \det\{\mathbb{J}\}}{\text{Tr}(\mathbb{J})^2}} = \sqrt{1 - \frac{4J_{xx}J_{yy}(1 - |j_{xy}|)}{\text{Tr}(\mathbb{J})^2}}. \quad (1.13)$$

Notemos que  $0 \leq P \leq 1$ , cuando  $P = 1$  significa que el haz está totalmente polarizado, cuando  $P = 0$  el haz está despolarizado y para valores intermedios el haz está parcialmente polarizado. Esta cantidad es una primera medida del comportamiento de la polarización de una fuente, y está directamente relacionada con las correlaciones temporales de las componentes del campo eléctrico proveniente de una fuente. Esto constituye entonces una relación entre la coherencia temporal y el grado de polarización y se verá mas adelante que para los distintos formalismos algebraicos para la descripción de la polarización, el grado de polarización se puede definir de diferente manera sin perder la esencia del concepto que abarca.

### 1.2.4. Parámetros de Stokes

La matriz de coherencia, llamada también matriz de polarización posee toda la información del estado de polarización. Esta matriz se puede expresar mediante una combinación lineal de coeficientes  $s_i$  reales en términos de las matrices de Pauli  $\hat{\sigma}_i$ , las cuales resultan ser una base para este tipo de matriz (Hermitiana) (Pérez y Ossikovski, 2016)

$$\mathbb{J} = \frac{1}{2} \sum_{i=0}^3 s_i \hat{\sigma}_i,$$

estos coeficientes  $s_i$  reciben el nombre de parámetros de Stokes, y se pueden obtener de la siguiente forma:

$$s_i = Tr(\mathbb{J}\hat{\sigma}_i), \quad (1.14)$$

que de manera explícita se escriben de la siguiente forma:

$$s_0 = J_{xx} + J_{yy} = \langle E_x^2 \rangle + \langle E_y^2 \rangle, \quad (1.15)$$

$$s_1 = J_{xx} - J_{yy} = \langle E_x^2 \rangle - \langle E_y^2 \rangle, \quad (1.16)$$

$$s_2 = J_{xy} + J_{yx} = \langle E_x E_y^* \rangle + \langle E_y E_x^* \rangle = 2\langle Re(E_x E_y^*) \rangle, \quad (1.17)$$

$$s_3 = i(J_{xy} - J_{yx}) = \langle E_x E_y^* \rangle - \langle E_y E_x^* \rangle = 2\langle Im(E_x E_y^*) \rangle, \quad (1.18)$$

estos parámetros de Stokes especifican el estado de polarización en términos del observable intensidad, el cual es proporcional al campo al cuadrado y se puede obtener con las funciones de correlación. Además veamos que se relacionan con la elipse de polarización (ecuación 1.9) de la siguiente manera:

$$s_0 = \langle E_x^2 + E_y^2 \rangle, \quad (1.19)$$

$$s_1 = \langle E_x^2 - E_y^2 \rangle, \quad (1.20)$$

$$s_2 = \langle 2E_x E_y \cos \Delta\varphi \rangle, \quad (1.21)$$

$$s_3 = \langle 2E_x E_y \sin \Delta\varphi \rangle, \quad (1.22)$$

así, con estos parámetros evitamos medir directamente la fase del campo eléctrico, la cual es un observable muy complicado de medir, y en orden de determinar el estado o la elipse de polarización de una onda E.M solo se hace necesario medir ciertos valores de intensidad.

Con esta formulación de los parámetros de Stokes podemos también expresar el grado de polarización para una onda E.M no determinista, teniendo en cuenta que  $s_0$  corresponde a la intensidad total del haz:

$$P = \frac{\sqrt{s_1^2 + s_2^2 + s_3^2}}{s_0}, \quad (1.23)$$

esta ecuación es de gran ayuda ya que con esta podemos cuantificar el grado de polarización en términos de los parámetros de Stokes, que son el formalismo más utilizado para realizar mediciones de polarización en el laboratorio.

### 1.2.5. Representación geométrica de los parámetros de Stokes: La esfera de Poincaré

Notemos que, en los parámetros de Stokes previamente definidos, el valor de  $s_0$  siempre será la intensidad total de haz, de manera que para el caso de un haz totalmente polarizado podemos normalizar los otros tres parámetros de Stokes de la siguiente manera:

$$q_1 = \frac{s_1}{s_0} = \frac{E_x^2 - E_y^2}{E_x^2 + E_y^2} = \cos 2\chi \cos 2\alpha, \quad (1.24)$$

$$q_2 = \frac{s_2}{s_0} = \frac{2E_x E_y \cos \Delta\varphi}{E_x^2 + E_y^2} = \cos 2\chi \sin 2\alpha, \quad (1.25)$$

$$q_3 = \frac{s_3}{s_0} = \frac{2E_x E_y \sin \Delta\varphi}{E_x^2 + E_y^2} = \sin 2\chi, \quad (1.26)$$

en este caso  $q_1^2 + q_2^2 + q_3^2 = 1$ , por lo que podemos asociar cada uno de estos parámetros de stokes normalizados a un vector llamado vector de stokes  $\mathbf{Q} = (q_1, q_2, q_3)$ , el cual siempre define un punto sobre una esfera de radio unitario, de manera que cualquier estado puro de polarización está asociado con un punto sobre la superficie de esta esfera llamada esfera de Poincaré (ver Figura 3.

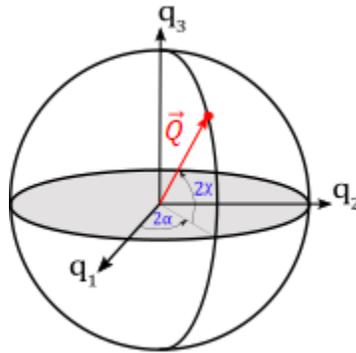


Figura 3: Representación del vector de Stokes sobre la esfera de Poincaré

Si se generaliza esta formulación para un haz parcialmente polarizado, es decir:  $q_1^2 + q_2^2 + q_3^2 = P^2$ , entonces el vector de Stokes definirá un punto sobre una esfera de radio igual al grado de polarización  $P$  del haz, siendo así que para un haz despolarizado el vector de Stokes será igual a cero y estará ubicado en origen de coordenadas (Stokes, 1851). Sin embargo, esta representación para haces parcialmente polarizados no es suficiente para el estudio de la dinámica de la polarización de una fuente, principalmente porque no permite diferenciar la estadística de una fuente respecto de otra, es decir, no se puede realizar una caracterización estadística de la evolución temporal de un fuente específica. Es necesario entonces plantear un formalismo basado en la teoría de procesos aleatorios para describir la evolución temporal del estado de polarización de una fuente y esto es lo que se abarcará en la siguiente sección.

### 1.3. Polarización como un proceso aleatorio

Recordemos de la sección anterior que la definición de los parámetros de Stokes está en términos de los elementos de la matriz de polarización (véase ecuación 1.18) los cuales son funciones de correlación temporal de las componentes del campo electromagnético. Estas funciones de correlación se definen como un promedio de ensamble del producto de las componentes del campo eléctrico las cuales son consideradas como señales aleatorias  $E_x(t)$ ,  $E_y(t)$ , esto debido a que el tipo de fuentes que estamos considerando son aquellas que emiten radiación de carácter no determinista. Con todo esto en mente y con el objetivo de construir una teoría estadística de la polarización, el primer paso que se tiene que dar es “redefinir” los parámetros normalizados de Stokes en términos de los valores instantáneos del campo eléctrico, de esta manera, olvidándonos por un momento de los promedios de ensamble y considerando a cada uno de estos parámetros de Stokes como funciones aleatorias:

$$q_1(t) = \frac{s_1}{s_0} = \frac{E_x^2(t) - E_y^2(t)}{E_x^2(t) + E_y^2(t)}, \quad (1.27)$$

$$q_2(t) = \frac{s_2}{s_0} = \frac{2 \operatorname{Re}\{E_x(t)E_y^*(t)\}}{E_x^2(t) + E_y^2(t)}, \quad (1.28)$$

$$q_3(t) = \frac{s_3}{s_0} = \frac{2 \operatorname{Im}\{E_x(t)E_y^*(t)\}}{E_x^2(t) + E_y^2(t)}, \quad (1.29)$$

así entonces podemos definir el vector de Stokes normalizado o vector de Poincaré instantáneo:

$$\mathbf{Q}(t) = \begin{bmatrix} q_1(t) \\ q_2(t) \\ q_3(t) \end{bmatrix}, \quad (1.30)$$

el cual es un vector que varía en el tiempo y que describe en el espacio el estado de polarización cuasi-instantáneo<sup>5</sup> del campo eléctrico para un tiempo determinado (Setälä y cols., 2008). En principio, este estado de polarización cuasi-instantáneo no se puede asemejar a los ya conocidos estados de polarización elípticos, ya que no podemos determinar la figura geométrica que barrerá en el espacio el vector campo eléctrico debido a que ahora este es una función aleatoria. Sin embargo, debemos recordar que el vector de Poincaré está normalizado para cualquier tiempo  $t$ , de manera que a medida que evoluciona en el tiempo, este describe una trayectoria sobre una esfera unitaria semejante a la esfera de Poincaré (ver figura 4), por lo que podemos entonces asociar a este estado cuasi-instantáneo de polarización el concepto de elipse de polarización definido para un estado

<sup>5</sup>El estado de polarización no puede ser instantáneo ya que por definición se requiere de una cierta diferencia de tiempo  $\Delta t$  llamado tiempo de polarización para que la evolución del vector campo eléctrico barra una figura geométrica en el espacio, sin embargo podemos considerar estos estados cuasi-instantáneos como estados inaccesibles y transitorios de la radiación los cuales no se esperan ser medidos.

totalmente polarizado, y así mismo, podemos seguir usando la representación de la esfera de Poincaré. Esto quiere decir que, para un tiempo  $t_1$ , el vector de Poincaré  $\mathbf{Q}(t_1)$  describe un punto ubicado sobre la esfera de Poincaré y tendrá asociado un estado elíptico de polarización. Esto corresponde entonces con la principal hipótesis<sup>6</sup> de esta teoría estadística de la polarización (Brosseau, 1998).

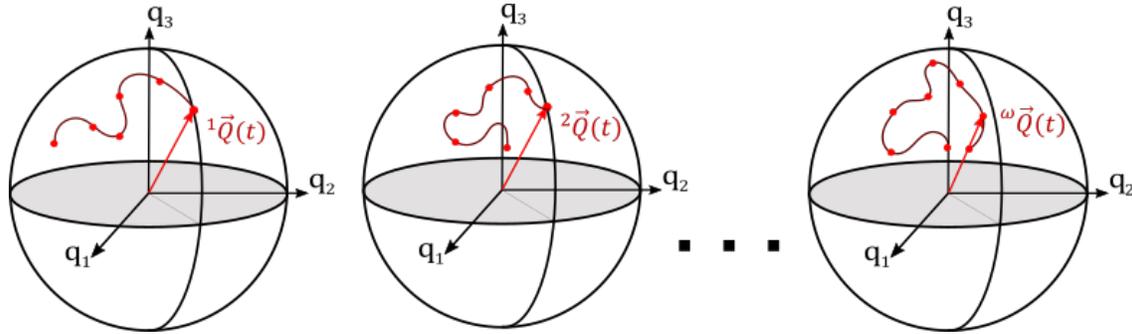


Figura 4: Trayectorias del vector de Stokes  $\mathbf{Q}(t)$  sobre la esfera de Poincaré para distintas realizaciones 1, 2 ...  $\omega$

La evolución del vector de Poincaré describirá una trayectoria sobre la esfera de Poincaré, sin embargo, si consideramos el caso general de una fuente indeterminista, el carácter aleatorio de este vector ocasiona que para distintas realizaciones en las que se intente medir el valor de los parámetros de Stokes, y bajo las mismas condiciones iniciales, este vector describirá una trayectoria diferente tal y como se muestra en la figura 4. Por lo que entonces, el vector  $\mathbf{Q}(t)$  es un proceso aleatorio vectorial sobre la esfera de Poincaré. En este orden de ideas, podemos aplicar el mismo tratamiento estadístico que para la coherencia (tal y como se hizo en la sección 1.1) hallando el promedio de ensamble de cada realización para un tiempo determinado  $t_o$ , que se escribe de la siguiente manera:

$$\langle \mathbf{Q}(t_o) \rangle = \int \mathbf{Q}(t_o) \mathcal{P}(\mathbf{Q}, t_o) d\mathbf{Q}, \quad (1.31)$$

donde  $\mathcal{P}(\mathbf{Q}, t_o)$  corresponde con la distribución de probabilidad de la función vectorial aleatoria  $\mathbf{Q}(t_o)$  y depende de la estadística de la fuente que se esté utilizando. Sin embargo, si asumimos que este proceso es estadísticamente estacionario y ergódico, es decir, que esta distribución de probabilidad  $\mathcal{P}$  es independiente del tiempo entonces el promedio de ensamble descrito en la ecuación 1.31 será igual al promedio temporal de la variable  $\mathbf{Q}(t)$ :

$$\langle \mathbf{Q}(t) \rangle = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} \int_{-T/2}^{T/2} \mathbf{Q}(t) dt, \quad (1.32)$$

<sup>6</sup>Esta hipótesis que en principio parece que es una consecuencia meramente matemática se puede argumentar desde la física cuántica, pues el fenómeno de la polarización es un problema cuántico estrechamente relacionado con el espín del fotón cuyos estados también pueden ser representados por medio de una esfera unitaria y que se asemejan a los estados elípticos de polarización, en ese orden de ideas, la idea de la elipse de polarización a nivel fundamental se puede explicar como una manera gráfica de representar el estado de espín de los fotones.

y este promedio temporal del vector de Poincaré  $\langle \mathbf{Q}(t) \rangle$  corresponde con el valor de los parámetros de Stokes descritos en la sección 1.2.4. El valor que se obtiene en la ecuación 1.32 es el estado de polarización que se mide con un polarímetro, sin embargo, dependerá de qué tan sensible sea el dispositivo de medida y qué tan rápido pueda promediar y muestrear los observables de la radiación, usualmente estas medidas se realizan en un intervalo de tiempo mucho mas grande que el periodo asociado con esta radiación y por tanto promedia a lo largo de muchos ciclos de frecuencias ópticas obteniendo un valor promedio de su estado de polarización. Así entonces, vemos que el fenómeno de la polarización está fundamentalmente relacionada con las correlaciones temporales del campo eléctrico.

En el próximo capítulo se hará una breve revisión y explicación del principal método utilizado para medir estados de polarización, en particular, para medir los parámetros de Stokes, pues como ya se explicó en este capítulo, esta representación algebraica tiene muchas utilidades a la hora de describir las propiedades de la polarización y además están definidos en términos de intensidades, por lo que su medición es favorable tecnológicamente y se puede reproducir fácilmente en el laboratorio.

## Capítulo 2

# Métodos para medir los parámetros de Stokes

Teniendo en cuenta la teoría de la polarización de las fuentes descrita en el anterior capítulo, es necesario introducir los métodos que permiten medir el estado de polarización de un haz de luz y las maneras de medir su grado de polarización, ya que la medición de este último es en lo que se enfocaron los experimentos realizados en este trabajo, por lo que es de vital importancia tener claro cómo funciona el dispositivo con el que se recolectaron los datos. Se introducirán dos métodos usados regularmente en los experimentos de polarización actualmente.

Como se ha mencionado antes, la medición de la elipse de polarización requiere del conocimiento instantáneo de la fase y amplitud del campo eléctrico, los cuales son casi imposibles de medir en el caso de la luz visible ya que la frecuencia con la que oscila el campo eléctrico de este tipo de radiación es del orden de los 100THz y los dispositivos electrónicos actuales no son capaces de medir cambios tan rápidos (al menos no con buena precisión) por lo que hasta el momento solo podemos realizar mediciones sobre la luz basadas en su intensidad, la cual es un promedio temporal de la amplitud del campo eléctrico al cuadrado. Es así que para realizar mediciones efectivas de la polarización de una onda electromagnética debemos hacer uso del formalismo de los parámetros de Stokes los cuales están descritos en términos de intensidades o promedios temporales y a la vez nos permiten medir el estado de polarización de luz que, en general, es indeterminista y puede estar parcialmente polarizada.

### 2.1. Medición mediante un retardador cuarto de onda

Un retardador cuarto de onda es un elemento óptico hecho a partir de un material birrefringente, es decir, que posee dos índices de refracción según la dirección de vibración de la luz. Este elemento es capaz de introducir un desfase entre las componentes vertical y horizontal de un haz incidente alterando su estado de polarización, además el desfase introducido se puede cambiar rotando este

elemento con respecto a su llamado “eje rápido”. Esta transformación se puede cuantificar mediante una matriz  $\hat{M}_{\frac{\lambda}{4}}$ <sup>1</sup> que caracteriza el tipo de retardador que se está utilizando, así entonces para el caso de un haz descrito por el vector de Stokes  $\mathbf{S}$  que incide sobre un retardador cuarto de onda se verá transformado de la siguiente manera:

$$\mathbf{S}\hat{M}_{\frac{\lambda}{4}} = \mathbf{S}' \rightarrow \begin{bmatrix} S_0 \\ S_1 \\ S_2 \\ S_3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \cos \phi & \sin \phi \\ 0 & 0 & -\sin \phi & \cos \phi \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} S_0 \\ S_1 \\ S_2 \cos \phi + S_3 \sin \phi \\ -S_2 \sin \phi + S_3 \cos \phi \end{bmatrix}. \quad (2.1)$$

El siguiente elemento a utilizar en este método es un polarizador lineal cuya transformación de polarización está descrita por la siguiente matriz:

$$\hat{M}_L = \frac{1}{2} \begin{bmatrix} 1 & \cos 2\theta & \sin 2\theta & 0 \\ \cos 2\theta & \cos^2 2\theta & \sin 2\theta \cos 2\theta & 0 \\ \sin 2\theta & \sin 2\theta \cos 2\theta & \sin^2 2\theta & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}, \quad (2.2)$$

donde el eje de transmisión está rotado un ángulo  $\theta$  con respecto al eje horizontal. Cuando el haz descrito por el vector  $\mathbf{S}'$  incida sobre el polarizado lineal su transformación será igual que en la ecuación 2.1:  $\mathbf{S}'\hat{M}_L = \mathbf{S}''$  y en este caso el valor que nos interesa es  $S''_0$  el cual corresponde con la intensidad del haz que emerge del polarizador lineal y es lo que medirá un fotodetector:

$$S''_0 = I(\theta, \phi) = \frac{1}{2}(S_0 + S_1 \cos 2\theta + S_2 \sin 2\theta \cos \phi + S_3 \sin 2\theta \sin \phi), \quad (2.3)$$

a partir de la anterior expresión podemos hallar los parámetros de Stokes del haz inicial descrito por  $\mathbf{S}$  jugando con los valores de  $\theta$  y  $\phi$  correspondientes a la dirección de los ejes del polarizador lineal y el retardador cuarto de onda respectivamente

$$S_0 = \frac{1}{p^2}[I(0^\circ, 0^\circ) + I(90^\circ, 0^\circ)], \quad (2.4)$$

$$S_1 = \frac{1}{p^2}[I(0^\circ, 0^\circ) - I(90^\circ, 0^\circ)], \quad (2.5)$$

$$S_2 = \frac{2}{p^2}I(45^\circ, 0^\circ) - S_0, \quad (2.6)$$

$$S_3 = \frac{2}{p^2}I(45^\circ, 90^\circ) - S_0, \quad (2.7)$$

donde  $p$  es un factor que cuantifica las absorciones del haz al transmitirse por los elementos ópticos usados. De esta manera, haciendo pasar un haz por un retardador cuarto de onda y un polarizador

<sup>1</sup>Esta matriz corresponde con uno de los métodos de describir luz parcialmente polarizada llamado las matrices o cálculo de Mueller

lineal (ver figura 5) podemos medir sus parámetros de Stokes promedio (ecuación 1.16) y determinar el estado de polarización de ese haz que en general puede ser parcialmente polarizado (Goldstein, 2017; Schaefer, Collett, Smyth, Barrett, y Fraher, 2007).

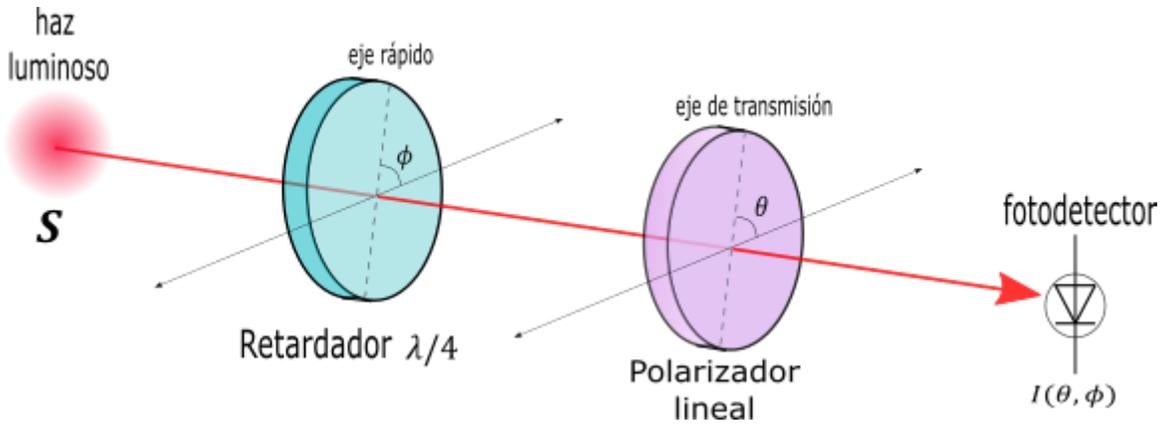


Figura 5: Esquema experimental para la medición de los parámetros de Stokes usando un retardador cuarto de onda y un polarizador lineal

## 2.2. Medición mediante un retardador rotante

Un método alternativo para realizar una medida más precisa de los valores de Stokes promedio consiste en el mismo montaje que el mostrado en la figura 5 con la excepción de que el retardador cuarto de onda estará rotando con una frecuencia angular  $\omega$  tal que  $\phi = \omega t$  y el eje de transmisión del polarizador lineal se encuentra alineado con el eje horizontal, es decir,  $\theta = 0$ . Con estas condiciones sobre los elementos ópticos y aplicando las mismas transformaciones matriciales que en el caso anterior se obtiene que la intensidad medida por el fotodetector se puede expresar como sigue:

$$I(\omega t) = \frac{1}{2}[A_0 - A_1 \sin 2\omega t + A_2 \cos 4\omega t + A_3 \sin 4\omega t], \quad (2.8)$$

donde vemos que el fotodetector registra una señal de intensidad dependiente del tiempo y además los coeficientes  $A_0$ ,  $A_1$ ,  $A_2$  y  $A_3$  están relacionados de la siguiente manera con los parámetros de Stokes:

$$S_0 = A_0 - A_2, \quad (2.9)$$

$$S_1 = 2A_2, \quad (2.10)$$

$$S_2 = 2A_3, \quad (2.11)$$

$$S_3 = A_1, \quad (2.12)$$

y mediante análisis de Fourier se puede hallar el valor de los coeficientes de la ecuación 2.8 teniendo en cuenta la frecuencia de muestreo de la electrónica del fotodetector, pues este solo puede medir y registrar de manera discreta los valores de intensidad.

Así entonces, se puede hallar una expresión para los coeficientes  $A_i$  usando análisis de Fourier

$$A_0 = \frac{2}{N} \sum_{n=1}^N I_n, \quad (2.13)$$

$$A_1 = \frac{4}{N} \sum_{n=1}^N I_n \sin 2\phi_n, \quad (2.14)$$

$$A_2 = \frac{4}{N} \sum_{n=1}^N I_n \cos 4\phi_n, \quad (2.15)$$

$$A_3 = \frac{4}{N} \sum_{n=1}^N I_n \sin 4\phi_n, \quad (2.16)$$

donde  $N$  está relacionado con la capacidad de muestreo del fotosensor y es tal que el intervalo de medida está dado por:  $\phi_{n+1} - \phi_n = 180^\circ/N$  (Berry, Gabrielse, y Livingston, 1977; Goldstein, 2017; Schaefer y cols., 2007). Con este sistema entonces obtenemos en tiempo real, para un cierto tiempo de integración que depende del muestreo del fotosensor y la velocidad angular del retardador, el valor promedio de los parámetros de Stokes de tal manera que se pueden medir y graficar los cambios del estado de polarización o las trayectorias del vector de Poincaré. Mientras mas corto sea el tiempo de integración más cerca se está de medir los valores instantáneos de los parámetros de Stokes, sin embargo, esto requiere de grandes velocidades angulares para rotar el retardador y una electrónica con alta capacidad de muestreo.

### 2.3. Polarímetro PAX5710VIS-T - TXP / Thorlabs, inc.

El dispositivo que se usará para realizar las mediciones en los experimentos de este trabajo es un polarímetro de la empresa *Thorlabs, inc.* cuya marca comercial es *PAX5710VIS-T - TXP* el cual tiene un rango de longitudes de onda de  $400 \text{ nm}$  a  $700 \text{ nm}$  el cual funciona con el método del retardador rotante cuya frecuencia de muestreo se puede ajustar para comprender los valores entre 66 y 333 muestras por segundo. Su sistema electrónico calcula en tiempo real los valores de los parámetros de Stokes normalizados ( $q_1$ ,  $q_2$  y  $q_3$ ), el grado de polarización (DOP) y el ángulo azimutal y de elipticidad ( $\alpha$  y  $\chi$ ) con los cuales puede graficar en tiempo real el estado de polarización mediante un software (*TXP5000 Software*) con el que además se puede extraer los datos recolectados por el dispositivo. Entre las especificaciones del polarímetro se encuentra la resolución en la medición para cada valor como se muestra en la tabla 1.

Precisión del ángulo azimutal $\alpha$	$\pm 0,25^\circ$
Precisión del ángulo de elipticidad $\chi$	$\pm 0,25^\circ$
Precisión del grado de polarización	$\pm 0,5\%$
Rango de potencia de entrada	$-40\text{ dBm}$ a $0\text{ dBm}$

Tabla 1: Especificaciones sobre la precisión y la potencia del polarímetro *PAX5710VIS-T - TXP*, información tomada de la página web oficial de la empresa [Thorlabs \(2005 \(Accedido en Noviembre 15, 2020\)\)](#)

Teniendo presente el cómo funciona el polarímetro es hora de realizar el estudio experimental y, por supuesto, el reporte de los experimentos realizados en orden de esclarecer la relación entre la coherencia temporal de la luz y el grado de polarización. El siguiente capítulo se centra en un particular fenómeno conocido como despolarización con el cual se puede variar el grado de polarización de un haz de luz, se expondrán los resultados obtenidos con algunos experimentos realizados en orden de poner a prueba la teoría descrita en el primer capítulo y se explorarán las consecuencias y aplicaciones.

## Capítulo 3

# Del fenómeno de la despolarización de la luz

En el capítulo 1 se introdujo el estudio de la relación de la coherencia y la polarización donde se definió una cantidad llamada grado de polarización la cual es una medida de qué tan polarizada se encuentra una onda electromagnética. La expresión obtenida para el grado de polarización (ecuación 1.13), la cual se cumple para una onda plana estadísticamente estacionaria, predice que este valor depende exclusivamente de las correlaciones temporales del campo eléctrico por lo que es posible que una descorrelación temporal de sus componentes altere el valor del grado de polarización. Por descorrelación se entiende el introducir un desfase temporal entre las componentes del vector campo eléctrico, una manera de hacer esto es incidir el campo eléctrico en un material birrefringente en donde cada componente se propagará a una velocidad diferente retrasándose una respecto de la otra. Si bien este fenómeno ya se había registrado varios años atrás en el diseño de elementos ópticos despolarizadores como lo son el despolarizador Cornu y el despolarizador Lyot ([Billings, 1951](#); [Noé y Koch, 2019](#)), no se tenía una explicación consistente de este fenómeno y mucho menos se había relacionado directamente con la coherencia del campo electromagnético. No fue sino hasta que E. Wolf publicó su teoría que relaciona la coherencia y la polarización que se empezaron a realizar estudios teóricos y experimentales en donde se explica este fenómeno a través de la matriz de coherencia.

Algunos de los trabajos en donde se ha registrado el fenómeno de despolarización y se ha asociado con la relación entre la coherencia y la polarización son los relacionados con las fibras ópticas. En [Burns y cols. \(1983\)](#) se estudia la despolarización en fibras ópticas monomodales y se analiza bajo la teoría de Wolf. Otros Trabajos más recientes como los de AW Domański [Domanski \(2005\)](#); [Domanski y cols. \(2006\)](#); [Domański y cols. \(2009\)](#) han registrado el fenómeno de despolarización de haces de luz que se propagan por medios que actúan como birrefringentes y adicionalmente han utilizado estos estudios para desarrollar un método que permite medir la birrefringencia de fibras ópticas ([Budaszewski y cols., 2009](#)). En sus trabajos se utilizó un cristal líquido y una lámina de onda de tal manera que para cada medio se midió el grado de polarización del haz emergente y se concluyó que cada uno despolariza la luz en función del retardo que el material es capaz de in-

troducir sobre el haz y además se modela teóricamente usando el formalismo de las matrices de despolarización las cuales son una extensión de las matrices Mueller con las que, usando la teoría de la matriz de polarización, se puede explicar cómo el fenómeno de la despolarización en estos casos está directamente relacionado con la coherencia temporal de la luz (Chipman, 2003). Cabe decir que el proceso de despolarización de la luz también se puede dar por otros medios como lo es la dispersión y reflexión en materiales dieléctricos, sin embargo, este capítulo se centra en la despolarización relacionada con la coherencia temporal y tiene como propósito explicar el formalismo de la matriz de despolarización. Finalmente, se expondrán en detalle los resultados y el procedimiento de los experimentos realizados en el desarrollo de este trabajo, el cual tiene como propósito evidenciar nuevamente, basados en los trabajos de investigación ya mencionados, la relación entre el grado de polarización y la coherencia temporal de la luz.

### 3.1. Matriz de despolarización

De la misma manera como en el capítulo 2 se describe algebraicamente las transformaciones de la polarización que introducen algunos materiales ópticos usando las matrices de Mueller, se pueden describir la despolarización que introducen los materiales tales como los retardadores lineales sobre haces de luz parcialmente coherentes a través de la matriz de despolarización  $\hat{D}$ . Una operación típica de la transformación del vector de Stokes cuando un haz de luz atraviesa un dispositivo óptico despolarizante descrito por la matriz  $\hat{M}$  se puede expresar de la siguiente manera (Goldstein, 2017):

$$\mathbf{S}' = \hat{D}\hat{M}\mathbf{S}. \quad (3.1)$$

La matriz de despolarización  $\hat{D}$  es una matriz diagonal que tiene la siguiente forma:

$$\hat{D} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & P_C & 0 & 1 \\ 0 & 0 & P_C & 0 \\ 0 & 0 & 0 & P_C \end{bmatrix}, \quad (3.2)$$

en el caso donde la despolarización es debida a la descorrelación temporal de las componentes de la luz que se propaga por el medio óptico descrito por  $\hat{M}$ , el valor de  $P_C$  será entonces el valor del grado de polarización del haz luego de haberse propagado por dicho medio, en el caso de un medio birrefringente, el valor de  $P_C$  depende del índice de refracción efectivo  $\Delta n = n_{slow} - n_{fast}$ , del grosor del material  $l$  y de la longitud de coherencia del haz incidente  $l_c$ .  $P_C$  se puede modelar con la teoría de la coherencia de Wolf (ecuación 1.13) en donde se predice que este valor está directamente relacionado con el grado complejo de coherencia cruzado del haz  $|j_{xy}|$  el cual depende de la estadística de la fuente y se puede obtener con el teorema de Wiener-Khintchine sabiendo de antemano la densidad espectral de potencia de la fuente (ver sección 1.1.2). Así, para el caso de

fuentes con un espectro Gaussiano o Lorentziano  $P_C$  se puede expresar de la siguiente manera (Domanski, 2005):

$$P_C = \sqrt{1 - \frac{4(1 - e^{-2\eta})}{\left(\frac{E_{0x}}{E_{0y}} + \frac{E_{0y}}{E_{0x}}\right)^2}}, \quad (3.3)$$

donde el factor  $\eta$  depende del espectro de la fuente:

$$\eta_L = \frac{\Delta nl}{l_c} \quad \text{Espectro Lorentziano}, \quad (3.4)$$

$$\eta_G = \left(\frac{\Delta nl}{2\sqrt{\ln 2} l_c}\right)^2 \quad \text{Espectro Gaussiano}, \quad (3.5)$$

así entonces es posible modelar el efecto de despolarización para fuentes como diodos laser, laser del tipo He-Ne, y fuentes de luz LED. La variación del grado de polarización en función del retardo temporal que introduce un elemento óptico dependerá de la coherencia temporal de la fuente de luz y de su densidad espectral.

Supongamos el caso de un vector de Stokes arbitrario  $\mathbf{S}$  que se transforma gracias a la interacción con un retardador lineal cuarto de onda descrito por la matriz  $\hat{M}_{\lambda/4}$  la cual puede despolarizar la luz. Esta transformación entonces se puede calcular como sigue:

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & P_C & 0 & 1 \\ 0 & 0 & P_C & 0 \\ 0 & 0 & 0 & P_C \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \cos \phi & \sin \phi \\ 0 & 0 & -\sin \phi & \cos \phi \end{bmatrix} \begin{bmatrix} S_0 \\ S_1 \\ S_2 \\ S_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} S_0 \\ P_C S_1 \\ P_C(S_2 \cos \phi + S_3 \sin \phi) \\ P_C(-S_2 \sin \phi + S_3 \cos \phi) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} S'_0 \\ S'_1 \\ S'_2 \\ S'_3 \end{bmatrix}, \quad (3.6)$$

y usando la ecuación 1.23 se puede calcular el grado de polarización del vector de Stokes  $\mathbf{S}'$ :

$$P' = \frac{\sqrt{S_1'^2 + S_2'^2 + S_3'^2}}{S_0'} = \frac{\sqrt{S_1^2 + S_2^2 + S_3^2}}{S_0} P_C = P \cdot P_C, \quad (3.7)$$

así entonces el cambio del grado de polarización de un haz, que incide y se propaga a través de un material birrefringente despolarizante, se puede calcular como el producto de su grado de polarización inicial  $P$  y el factor  $P_C$ . Con esto es posible predecir el cambio del grado de polarización que sufre una onda electromagnética, que en general es parcialmente polarizada, al interactuar con un medio birrefringente (Domański y cols., 2009).

## 3.2. Despolarización mediante retardadores lineales

El interés principal ahora es medir la despolarización de un haz de luz que se propaga a través de retardadores lineales cuarto de onda en orden de comprobar y reproducir los resultados de los trabajos anteriormente mencionados. En este apartado se expondrán los experimentos realizados

en orden de satisfacer este objetivo. El primer experimento consiste en medir la despolarización de un haz que se propaga a través de un único retardador lineal y posteriormente se exponen los resultados de un segundo experimento en el que se agregan más retardadores lineales con el objetivo de lograr despolarizar aún más la luz incidente. El retardador utilizado en cada experimento es el de las características mostradas en la tabla 2 las cuales se tendrán en cuenta para el análisis de los resultados experimentales.

Material	Cristal de cuarzo ( $SiO_2$ )
Grosor	1 [mm]
Birrefringencia	$\Delta n = 0,009$ (para 633 nm)
$n_{fast}$	1,544 (para 633 nm)
$n_{slow}$	1,553 (para 633 nm)

Tabla 2: Especificaciones del retardador lineal cuarto de onda utilizado (*WPMQ05M-633*), información tomada de la página web de la empresa [Thorlabs](#) (2000 (Accedido en Noviembre 15, 2020)).

### 3.2.1. Despolarización a través de un único retardador lineal

El esquema del primer experimento se muestra en la figura 6. La metodología a seguir consiste en incidir un haz de luz polarizado linealmente de una fuente diodo Laser con potencia variable (*iBEAM SMART 633, TOPTICA PHOTONICS*<sup>1</sup>) sobre un retardador lineal, posteriormente se medirá el grado de polarización del haz emergente con el polarímetro *PAX5710VIS-T - TXP* en función del ángulo  $\theta$  que forma el eje rápido del retardador lineal con respecto el eje de transmisión del polarizador lineal. Este experimento se repetirá de igual manera usando un diodo LED rojo comercial y un diodo LED blanco cuya luz se hace incidir previamente sobre un filtro interferencial rojo.

<sup>1</sup>Este láser ya cuenta con una electrónica que permite la variación de su potencia así como su regulación de temperatura. La documentación de este diodo Laser se puede consultar en la página oficial del fabricante [Photonics](#) ((Accedido en Noviembre 25, 2020))

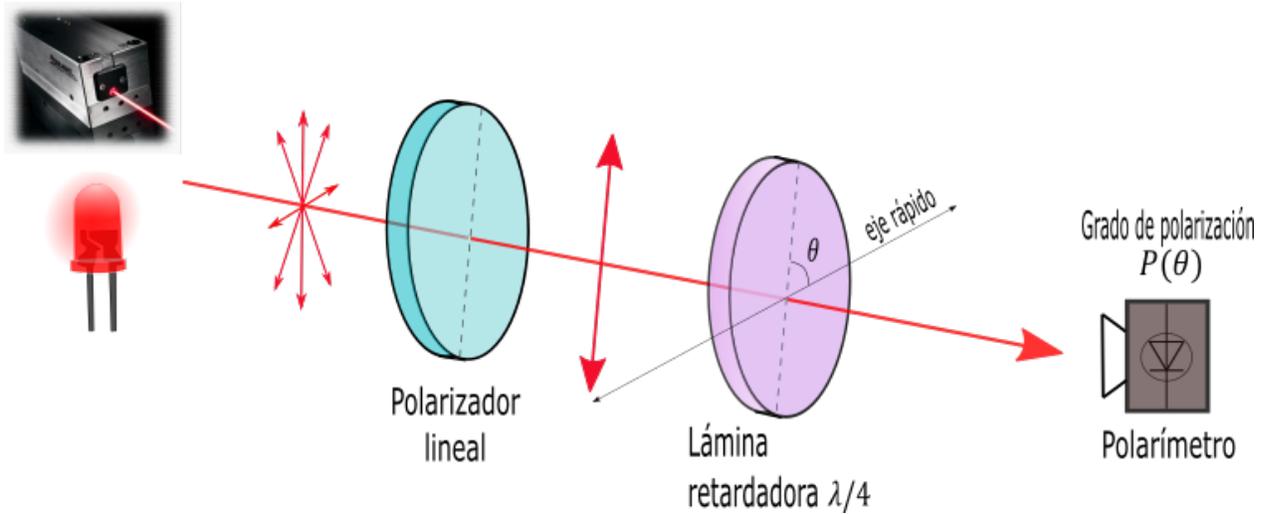


Figura 6: Diseño del montaje experimental realizado para el primer experimento

Los resultados experimentales se pueden modelar usando la teoría de la matriz de despolarización donde se puede hacer uso de la ecuación 3.3. Para el caso del diodo láser, el grado de polarización del haz emergente se puede calcular asumiendo que el factor  $\eta$  corresponde con el de un espectro Lorentziano (ver ecuación 3.4), sin embargo, esto corresponde únicamente con un caso límite por lo que es de esperar, y de hecho se verá en los resultados, que los datos experimentales no se ajustan perfectamente con la predicción teórica. Dicho esto, es hora de encontrar una expresión teórica para el grado de polarización en función del ángulo  $\theta$ . Este ángulo está relacionado con las amplitudes del campo eléctrico de la onda incidente (la cual está polarizada linealmente) por lo que podemos expresar estas amplitudes en términos del ángulo  $\theta$  de la siguiente manera:

$$\frac{E_{0x}}{E_{0y}} + \frac{E_{0y}}{E_{0x}} = \tan \theta + \cot \theta = \frac{2}{\sin 2\theta},$$

y reemplazando esto junto con la ecuación 3.4 en la ecuación 3.3 se obtiene la siguiente expresión para el grado de polarización para una fuente con espectro Lorentziano:

$$P_L = \sqrt{1 - \sin^2(2\theta) \left(1 - e^{-2\frac{\Delta nl}{l_c}}\right)}, \quad (3.8)$$

donde  $\Delta nl \approx 9[\mu m]$  es la diferencia de camino óptico entre las componentes del campo eléctrico que introduce el retardador lineal utilizado (ver tabla 2). Fíjese que en este caso, el efecto de despolarización depende de las relaciones entre las amplitudes de las componentes del campo eléctrico incidente, sin embargo, hay que tener en cuenta que en realidad la variación del grado de polarización depende fundamentalmente de la relación entre la diferencia de camino óptico  $\Delta nl$  y la longitud de coherencia temporal del haz  $l_c$ . Para ejemplificar supongamos un caso límite, cuando  $E_{0y} = 0$  &  $E_{0x} \neq 0$  y ,por lo tanto  $\theta = 0^\circ$  ó  $\theta = 90^\circ$ , el haz emergente estará totalmente polarizado ya que la dirección en la que vibra el campo eléctrico es paralelo a uno de los ejes propios del

retardador lineal (eje rápido o eje lento), el resultado de esto es que el campo eléctrico se propaga en el material birrefringente percibiendo un único índice de refracción y, como consecuencia, no hay un desfase entre sus componentes. Cuando  $\theta \neq 0^\circ$  &  $\theta \neq 90^\circ$  el campo eléctrico incidente percibe dos índices de refracción, uno para la componente paralela al eje rápido y otro para la componente paralela al eje lento, por lo que en este caso sí hay una diferencia de camino óptico entre sus componentes que siempre será igual a  $\Delta n l$ . No obstante, el estado de polarización, así como el valor del grado de polarización del campo emergente estarán ponderados por la relación entre las componentes alineadas con cada eje del material birrefringente, obteniéndose el menor grado de polarización cuando  $\theta = 45^\circ$  o, dicho de manera general, cuando  $E_{0x} = E_{0y}$  como es también el caso de una polarización circular incidente.

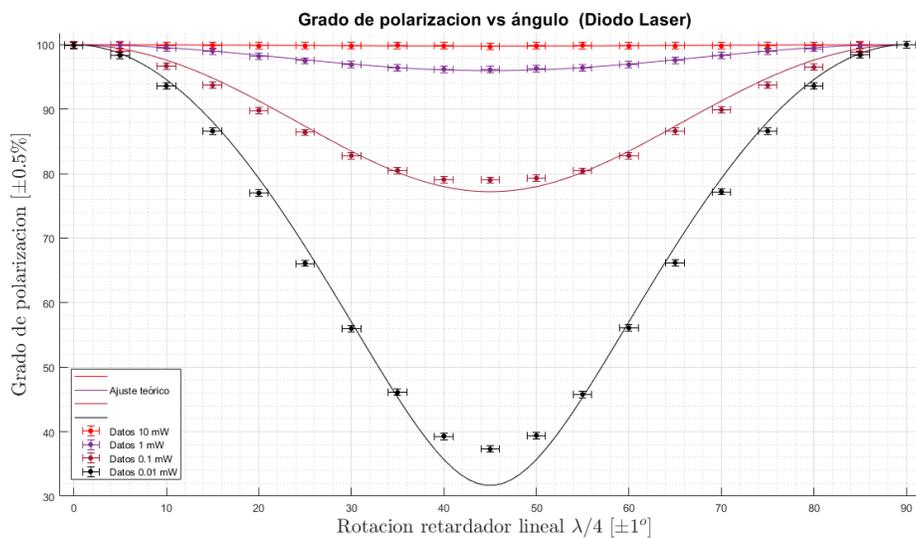


Figura 7: Resultados experimentales para el Diodo Láser comparados con un ajuste teórico ( $P_L$  vs  $\theta$ ). Gráfica hecha con [MATLAB \(2010\)](#).

Es hora entonces de analizar los datos experimentales obtenidos y su comparación con el ajuste teórico propuesto en la ecuación 3.8. La figura 7 muestra, en código de color, las curvas teóricas ajustadas a los datos experimentales para cada potencia del Diodo Láser utilizado, es decir, se usó el programa *Curve fitting toolbox* [The MathWorks \(2020\)](#) incorporado en [MATLAB \(2010\)](#) donde se encuentra el valor de  $l_c$  tal que la curva teórica sea la más aproximada con los datos experimentales. Las principales observaciones y análisis de los resultados obtenidos son las siguientes:

- Hay una variación directamente proporcional entre el grado de polarización mínimo y la potencia del láser, es decir, se ve como para una menor potencia del láser se alcanza un grado de polarización más bajo, en otras palabras, se despolariza en mayor medida. Este resultado se explica desde que la longitud de coherencia  $l_c$  de un diodo láser depende de la corriente que

pasa por él y de esa misma manera de la potencia de la radiación que emite (Rotge, Christensen, Klemas, Loos, y Merriman, 1992). Cuando la potencia del diodo láser varía, así mismo lo hace la densidad espectral de potencia y, basándonos en el teorema de Wiener-Khintchine, sabemos que su grado de autocoherencia también cambia, por lo que están justificadas estas variaciones en la longitud de coherencia del láser. Así entonces, al variar la longitud de coherencia la relación entre  $\Delta nl = cte$  y  $l_c$  cambia de tal manera que el valor del grado de polarización  $P_L$  disminuye al aumentar  $l_c$  tal como predice la ecuación 3.8.

- Para el láser con una potencia de  $0,01mW$  (curva negra) se observa que la curva teórica no se ajusta totalmente. Los datos con un valor del ángulo  $\theta = [45^\circ, 50^\circ]$  (en la región cerca del valor mínimo) difieren por encima de las barras de error de la curva teórica encontrada. El ajuste teórico realizado predice un grado de polarización menor que el encontrado experimentalmente para esta región. Como ya se explicó antes esta diferencia es debida a que la estadística de la fuente, para una potencia tan baja como  $0,01mW$ , difiere apreciablemente de una densidad espectral de potencia Lorentziana, por lo que la expresión para el grado de polarización debe ser ligeramente diferente del mostrado en la ecuación 3.8. Las densidades espectrales Lorentzianas y Gaussianas son casos límites predichos teóricamente bajo ciertas condiciones de las estadísticas de las fuentes, por lo que es de esperar que en la práctica las fuentes reales difieran ligeramente de estos modelos teóricos.

Ahora, para el caso de las fuentes LED hay que tener en cuenta que, en la literatura, se indica que la densidad espectral de potencia de este tipo de fuentes es del tipo Gaussiano (ecuación 3.5), por lo que el ajuste teórico propuesto en este caso debe tener la siguiente forma:

$$P_G = \sqrt{1 - \sin^2(2\theta) \left(1 - e^{-2\left(\frac{\Delta nl}{2\sqrt{\ln 2} l_c}\right)^2}\right)}, \quad (3.9)$$

así entonces, de igual manera que con los datos para el diodo láser, se utilizará un programa de *fitting* para encontrar el parámetro  $l_c$  de la ecuación 3.9 que más se ajuste con los datos experimentales.

Los resultados experimentales junto con el ajuste teórico para el caso del diodo LED rojo y el diodo LED blanco se muestran en la figura 8. Nuevamente se puede evidenciar que, para fuentes con menor longitud de coherencia la despolarización es mayor. En este caso el diodo LED blanco (curva azul) es despolarizado casi completamente mientras que el LED rojo (curva roja) alcanza un grado de polarización mínimo muy similar al del diodo Láser de  $0,01mW$ , no obstante, la curva teórica sí se ajusta considerablemente bien con los datos experimentales por lo que se puede concluir que para el caso de los LED la densidad espectral de potencia Gaussiana es adecuada para describir las correlaciones temporales de este tipo de fuentes.

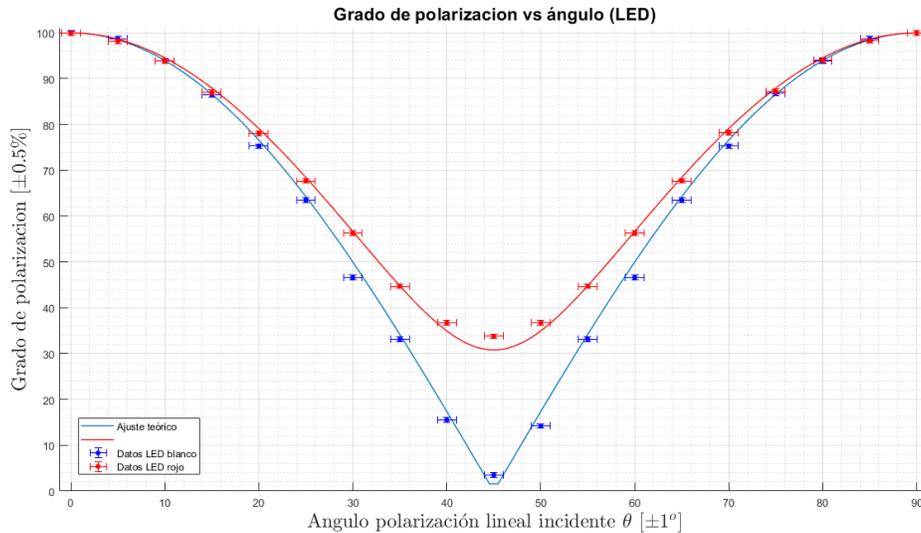


Figura 8: Resultados experimentales para un LED rojo y un LED blanco comparados con un ajuste teórico ( $P_G$  vs  $\theta$ ). Grafica hecha con [MATLAB \(2010\)](#).

Los datos experimentales y las curvas teóricas coinciden con los experimentos realizados en [Domański y cols. \(2009\)](#) y tal como propone este trabajo, se puede utilizar esta fuerte relación entre la coherencia temporal y el fenómeno de despolarización para realizar mediciones de la birrefringencia de algunos materiales así como mediciones de la estadística de las fuentes tal como es la medición de la longitud de coherencia o la estimación de su densidad espectral de potencia. En este caso, como ya se explicó antes, a partir de los ajustes teóricos para cada fuente se puede extraer el valor de la longitud de coherencia  $l_c$  de la fuente tal que se ajuste con los datos experimentales, así entonces, esto corresponde a una medición indirecta cuyos valores se muestran en la tabla 3.

Fuente	$l_c \pm 0,5 [\mu m]$
Diodo Laser $1mW$	218
Diodo Laser $0,1mW$	35
Diodo Laser $0,01mW$	8
LED rojo	5,5
LED blanco	3,0

Tabla 3: Valores de la longitud de coherencia  $l_c$  medida con el método de despolarización para cada fuente

Hay que remarcar que en la anterior tabla no se muestra una medida de  $l_c$  para el laser de  $10mW$ , la razón de esto es que, a través de este método, se alcanza una despolarización muy pequeña, tan pequeña que los cambios en el valor del grado de polarización con respecto al ángulo  $\theta$

están por debajo del orden de la resolución del polarímetro ( $\Delta P = \pm 0,5\%$ ) por lo que la medida de  $l_c$  en este caso es completamente imprecisa. Para realizar medidas de fuentes con longitudes de coherencia más grandes con este método se debe de conseguir un retardador tal que su grosor sea mayor y/o su birrefringencia sea más grande.

Para llegar a medir la birrefringencia  $\Delta n$  de un material a través del fenómeno de la despolarización se propone una metodología para la cual se necesita tener de antemano una fuente caracterizada con una longitud de coherencia  $l_c$  conocida y, en lo posible, variable. Partiendo de esa condición, y usando el mismo diseño experimental que el mostrado en la figura 6 se medirá con el polarímetro el grado de polarización en función de la rotación del material birrefringente con grosor  $l$  conocido que se desea caracterizar y se realiza un ajuste teórico donde se encuentre el valor de  $\Delta n$  que mejor se ajuste con los datos obtenidos de la medición. Adicionalmente, con los datos de grado de polarización en función de la rotación del material birrefringente se puede identificar sus ejes principales, el rápido y el lento. A través de estas aplicaciones vemos que, explorar el fenómeno de la despolarización, permite encontrar métodos para realizar caracterizaciones de propiedades ópticas de este tipo de materiales.

### 3.2.2. Despolarización a través de múltiples retardadores lineales

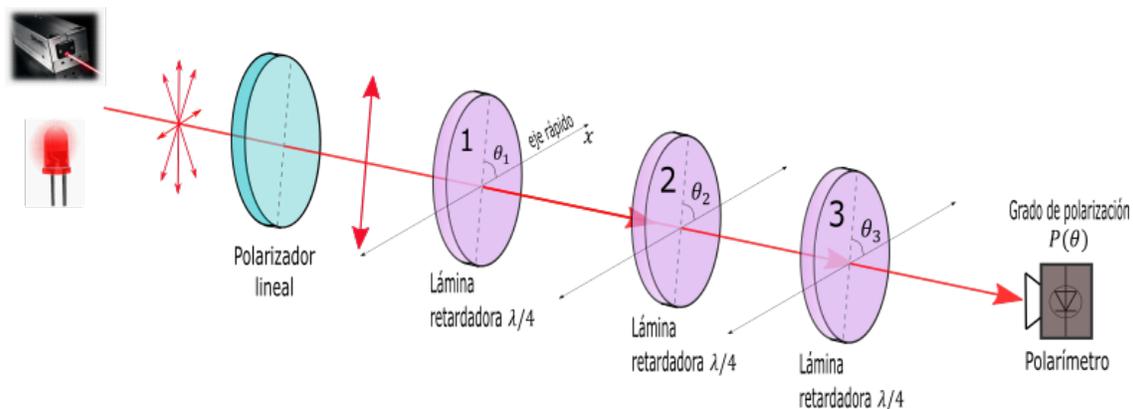


Figura 9: Diseño del montaje experimental realizado para el segundo experimento

El esquema del segundo experimento se muestra en la figura 9 y en la figura 10. Para este caso se usarán tres retardadores lineales en orden de despolarizar lo más que se pueda la luz de cada fuente. Según los resultados del anterior experimento, cuando el haz incidente está polarizado linealmente, el ángulo  $\theta$  del retardador cuarto de onda para el cual se obtiene el menor grado de polarización es  $\theta = 45^\circ$ , así entonces el primer retardador lineal se rota cada 5 grados hasta llegar a 45 grados y se mide el grado de polarización del haz emergente en cada caso, posteriormente se agrega otro retardador lineal al haz emergente y su eje rápido se alinea de tal manera que el nuevo haz emergente tenga el mismo grado de polarización que el incidente, y a partir de aquí, se rotará

el segundo retardador cada 5 grados hasta medir el mínimo grado de polarización, finalmente se repetirá lo mismo con el tercer retardador cuarto de onda.

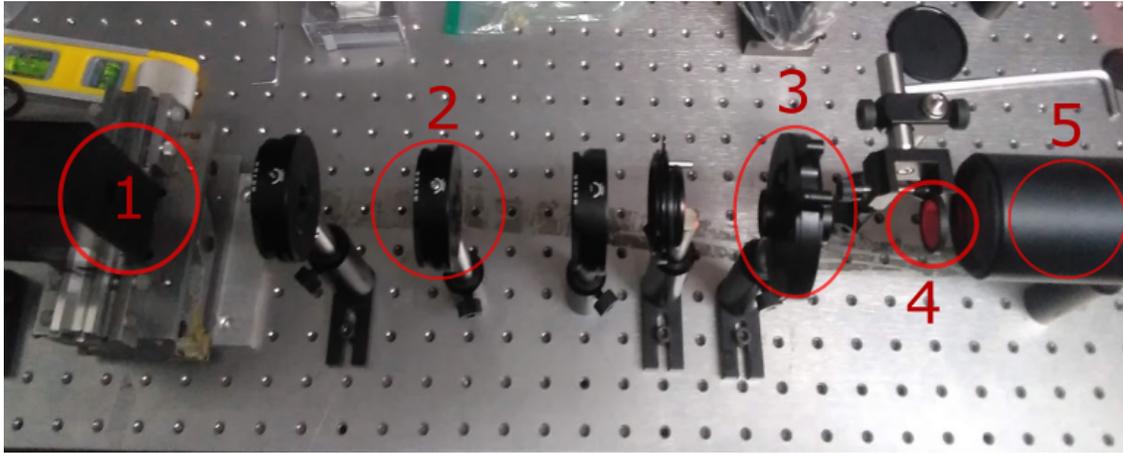


Figura 10: Montaje realizado en el laboratorio. 1) Polarizador, 2) Lámina retardadora, 3) polarizador lineal, 4) Filtro de  $633\text{ nm}$ , 5) Colimador

Para tratar de modelar teóricamente la despolarización en este experimento se acude de nuevo al formalismo de las matrices de polarización. En el caso de la primera lámina retardadora el tratamiento es exactamente el mismo que en el experimento anterior, un haz linealmente polarizado incide sobre la lámina retardadora de tal manera que cuando el eje de transmisión del polarizador lineal forma un ángulo de  $\theta = 45^\circ$  con respecto al eje rápido de la lámina retardadora se obtiene un haz parcialmente polarizado cuyo grado de polarización  $P_1$  viene dado por la ecuación 3.9 para el caso de un LED o por la ecuación 3.8 en el caso de un diodo Láser. Para la segunda lámina retardadora se tiene que el haz incidente es ahora parcialmente polarizado por lo que el grado de polarización del nuevo haz emergente vendrá dado por la siguiente expresión:

$$P_2 = P_1 P_{C2}(\theta_2), \quad (3.10)$$

y similarmente para el caso de la tercera lámina retardadora

$$P_3 = P_2 P_{C3}(\theta_3), \quad (3.11)$$

donde  $P_{C_i}$  tiene la expresión dada por la ecuación 3.3 en la cual el valor de  $\eta$  depende de la densidad espectral de la fuente y de las características de la lámina retardadora  $i$ -ésima. Pero además,  $P_{C_i}$  también depende de las relaciones entre las amplitudes de las componentes ortogonales del campo incidente en cada caso, para la primera lámina retardadora hallar esta relación resulta sencilla desde que el campo incidente está totalmente polarizado y además su estado de polarización es lineal, sin embargo, en el caso de las láminas retardadoras 2 y 3 el campo incidente se encuentra parcialmente polarizado por lo que las relaciones de las amplitudes dependerán de alguna función  $f(\theta_i)$  la cual

ya no es tan sencilla de encontrar debido al carácter indeterminista que ahora posee la polarización de la radiación incidente. El propósito de este trabajo no es el de encontrar la expresión analítica de esta función, no obstante, mencionar este problema sirve para poner en evidencia algunas de las dificultades que presenta el método de las matrices de despolarización para predecir y modelar el fenómeno de la despolarización.

Las ecuaciones 3.10 y 3.11 anteriormente mencionadas se usarán para predecir y comparar con los datos experimentales el grado de polarización mínimo de un haz de luz al propagarse por múltiples láminas retardadoras. Suponiendo el caso en el que se ajusta  $\theta_2$  y  $\theta_3$  tal que  $E_{0x} = E_{0y}$ , maximizando así la despolarización, el valor de  $P_{Ci}$  será igual para cada lámina retardadora puesto que las tres láminas son iguales y ofrecen la misma diferencia de camino óptico  $\Delta nl$ , y sólo dependerá de la densidad espectral de potencia de la fuente que se esté utilizando, así,  $P_{Ci}$  se puede calcular como sigue:

$$P_{Ci} = P_C = \sqrt{1 - (1 - e^{-2\eta})} = \sqrt{e^{-2\eta}}. \quad (3.12)$$

Los datos experimentales obtenidos junto con los calculados teóricamente se muestran en la tabla 4, cabe aclarar que los cálculos teóricos se realizaron con los datos de la tabla 3, es decir, se han tomado los valores medidos de la longitud de coherencia en el primer experimento y con ellos se ha hecho el cálculo del grado de polarización del haz emergente en cada lámina usando la ecuación 3.12. Para dejar más claro el cómo se han hecho estos cálculos realicemos el caso del Diodo Láser de  $0,1mW$ , para este caso  $\eta = \frac{\Delta nl}{l_c}$  donde  $l_c = 35[\mu m]$ . Calculemos  $P_{1-teo}$ , este será el grado de polarización del haz emergente de la primera lámina retardadora, será igual a  $P_C$  ya que el haz incidente está totalmente polarizado  $P_0 = 1$  (linealmente polarizado):

$$P_{1-teo} = P_0 P_C = \sqrt{e^{-2\frac{9}{35}}} \times 100\% = 77,3\%,$$

seguidamente podemos realizar el calculo de  $P_{2-teo}$ , que será el grado de polarización del haz que emerge de la segunda lámina retardadora, este se calcula de la misma manera teniendo en cuenta que el haz emergente tiene un grado de polarización  $P_1$ , así:

$$P_{2-teo} = P_1 P_C = 0,772 \times \sqrt{e^{-2\frac{9}{35}}} \times 100\% = 59,8\%,$$

y finalmente, de la misma manera, se puede realizar el cálculo del grado de polarización  $P_{3-teo}$  del haz que emerge de la tercera lámina retardadora:

$$P_{3-teo} = P_2 P_C = 0,596 \times \sqrt{e^{-2\frac{9}{35}}} \times 100\% = 46,1\%,$$

de este ejemplo es sencillo observar que, en general, para  $N$  láminas retardadoras idénticas colocadas en cascada y orientadas adecuadamente justo como en este experimento, el grado de polarización emergente a esas  $N$  láminas será:

$$P_N = (P_C)^N = \left(\sqrt{e^{-2\eta}}\right)^N = \sqrt{e^{-2N\eta}}, \quad (3.13)$$

y esta expresión indica que el grado de polarización en estas condiciones disminuye proporcionalmente a la cantidad  $N$  de láminas retardadoras. Analizando el factor  $N\eta$  podemos observar que, para el caso de  $\eta_L$  (Lorentziano) este factor se puede interpretar como que las componentes ortogonales del haz de luz sufren una diferencia de camino óptico igual a  $\Delta nl = N \times 9[\mu m]$ , y en el caso de  $\eta_G$  (Gaussiano)  $\Delta nl = \sqrt{N} \times 9[\mu m]$  por lo que podemos concluir que el hecho poder despolarizar en mayor medida un haz de luz al añadir múltiples láminas retardadoras se debe a que fundamentalmente se está aumentando la diferencia de camino óptico entre las componentes ortogonales del campo electromagnético, en otras palabras, se están descorrelacionando temporalmente dichas componentes.

Fuente	$P_{1-exp}$	$P_{1-teo}$	$P_{2-exp}$	$P_{2-teo}$	$P_{3-exp}$	$P_{3-teo}$
Diodo Laser $1mW$	96,0 %	95,9 %	88,5 %	92,0 %	79,5 %	88,2 %
Diodo Laser $0,1mW$	79,0 %	77,3 %	57,0 %	59,8 %	42,0 %	46,1 %
Diodo Laser $0,01mW$	37,0 %	31,5 %	13,0 %	10,0 %	6,5 %	3,1 %
LED rojo	34,0 %	31,2 %	11,5 %	9,7 %	3,0 %	3,0 %
LED blanco	3,5 %	3,1 %	1,0 %	0,1 %	0,5 %	0,0 %

Tabla 4: Valores experimentales del grado de polarización mínimo de la luz emergente de cada lámina retardadora

Los datos experimentales indican que el grado de polarización es cada vez menor cuantas más láminas retardadoras estén por el camino del haz de luz, lo cual es acorde con el modelo teórico que se ha trabajado y el análisis anteriormente realizado. El principal resultado de este segundo experimento es entonces el poder comprobar experimentalmente que, tal como se ha reiterado tantas veces a lo largo de este trabajo, el grado de polarización está directamente relacionado con las correlaciones temporales del campo eléctrico, en particular, las correlaciones temporales de sus componentes ortogonales y esto significa que, si se puede variar controladamente la descorrelación temporal de sus componentes, o dicho de otra manera, introducir una diferencia de camino óptico entre estas, se puede variar controladamente su grado de polarización; el esquema mostrado en la figura 11 muestra gráficamente lo que sucede con la luz al propagarse por medios birrefringentes y cómo el grado de polarización varía debido a la descorrelación temporal que este medio introduce sobre el campo eléctrico.

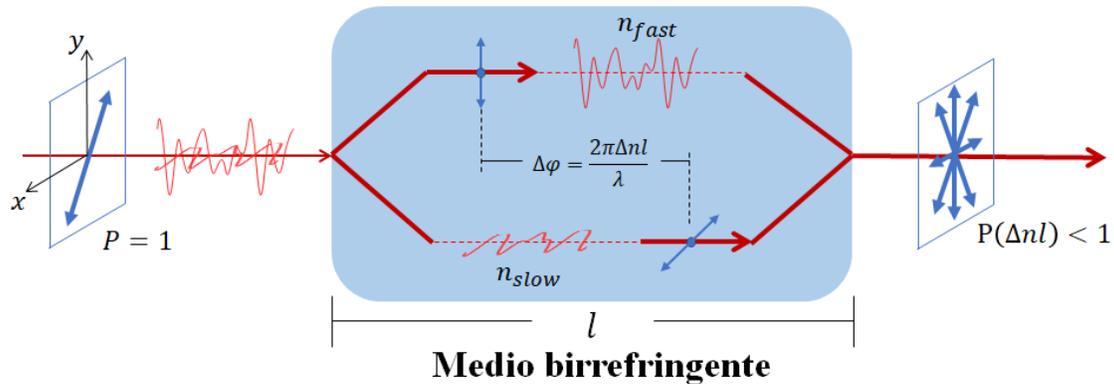


Figura 11: Grafico que expresa lo que está ocurriendo con el campo eléctrico de un haz de luz al propagarse en un medio birrefringente

### 3.3. Despolarización mediante un cristal líquido

Para el tercer experimento se utilizará una lámina retardadora variable la cual está hecha de un cristal líquido en fase nemática cuya birrefringencia  $\Delta n$  se puede variar al ser sometido a una diferencia de potencial  $V$ . El cristal líquido que se utilizó es de *Thorlabs (LCC2415-VIS)* ([Thorlabs, 2015 \(Accedido en Noviembre 15, 2020\)](#)), el cual está caracterizado y calibrado de tal manera que por medio de un software se puede controlar la diferencia de camino óptico  $\Delta n l$  desde  $0[\mu m]$  a  $4[\mu m]$  con una resolución de  $1[nm]$  para un rango de longitudes de onda entre  $400 - 700 [nm]$ . De esta manera el propósito de usar este dispositivo es el de medir directamente cómo varía el grado de polarización de la luz producida por un diodo láser y dos fuentes LED en función de la diferencia de camino óptico de sus componentes ortogonales. Este experimento entonces pretende comprobar el principal resultado del anterior experimento ya que se puede variar de manera controlada el factor  $\Delta n l$  y por tanto se podrá observar y comparar los datos experimentales con la teoría que hasta ahora se ha tenido como referente.

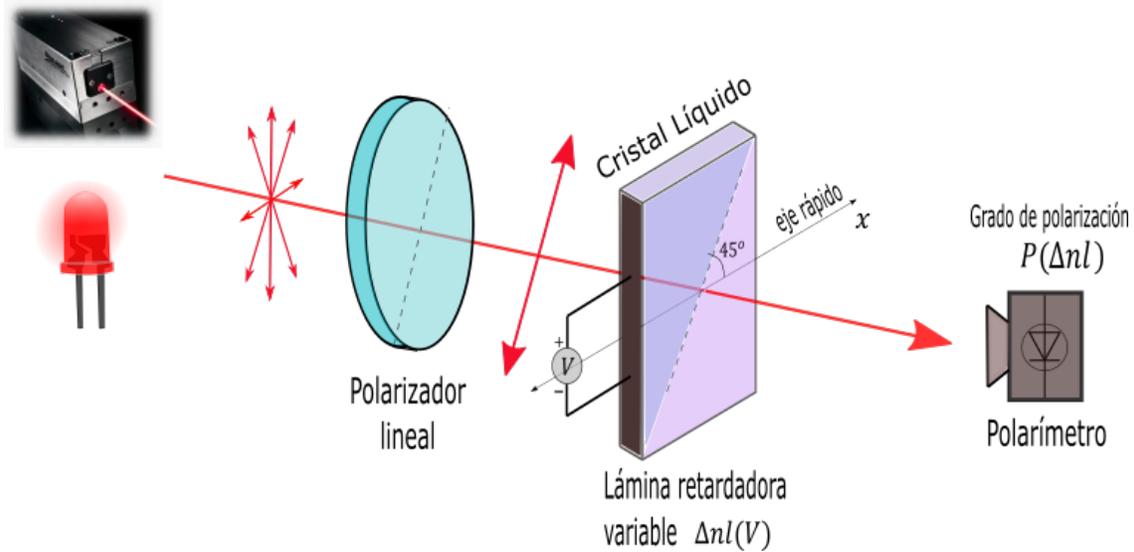


Figura 12: Diseño del montaje experimental realizado para el tercer experimento

El esquema del tercer experimento se muestra en la figura 12. La metodología que se sigue es polarizar linealmente un haz de luz proveniente de una fuente parcialmente coherente el cual se hace incidir sobre la lámina retardadora variable tal que el eje de transmisión del polarizador lineal forme un ángulo de  $45^\circ$  con respecto al eje rápido de la lámina, seguidamente se medirá el grado de polarización del haz emergente en función del retardo  $\Delta nl$  introducido por la lámina, el cual se varía en intervalos de  $0,1[\mu m]$ , para las fuentes LED, y en intervalos de  $0,2[\mu m]$  para la fuente diodo láser, usando el software del dispositivo.

El modelo teórico para describir el cambio del grado de polarización es el mismo que en el primer experimento (ecuación 3.8 y 3.9). Debido a que el haz incidente tiene una polarización lineal que forma un ángulo de  $\theta = 45^\circ$  con respecto al eje rápido de la lámina retardadora entonces la expresión para el grado de polarización se reduce a la ecuación 3.12, que para el caso de una densidad espectral de potencia Lorentziana y Gaussiana respectivamente se expresa como sigue:

$$P_L = \sqrt{e^{-2\frac{\Delta nl}{t_c}}}, \quad (3.14)$$

$$P_G = \sqrt{e^{-2\left(\frac{\Delta nl}{2\sqrt{\ln 2}t_c}\right)^2}}, \quad (3.15)$$

estas dos ecuaciones se utilizan para hacer un ajuste teórico con el cual se comparan con los datos experimentales obtenidos justo como en el primer experimento.

En la figura 13 se muestran los datos experimentales obtenidos al usar como fuente de luz el diodo láser con una potencia de  $0,1mW$  (color rojo) y  $0,01mW$  (color negro)<sup>2</sup>. En este caso se

<sup>2</sup>Se ha de aclarar que el experimento solo se hizo con estas potencias dado que para potencias del láser más grandes, es decir, para  $1mW$  y  $10mW$  el efecto de despolarización con la lámina retardadora variable es mínimo.

hizo un ajuste teórico con los dos tipos de  $\eta$ , el Gaussiano (curva continua) y el Lorentziano (curva punteada), para evidenciar una conclusión importante del primer experimento, y es que la estadística Lorentziana para el caso de un diodo láser no se cumple perfectamente, es más, para potencias bajas como  $0,01mW$  la forma de  $P(\Delta nl)$  del diodo láser se ajusta mejor con la curva Gaussiana. En el caso del láser con la potencia de  $0,1mW$  las dos curvas se confunden la una con la otra de tal manera que no hay un criterio para saber cómo se comporta la despolarización de este tipo de radiación, para este caso, fuentes con longitudes de coherencia grandes, se necesitaría de un dispositivo que permita agregar una diferencia de camino óptico  $\Delta nl$  del orden de su longitud de coherencia. No obstante, los resultados experimentales son acordes a la teoría, para el caso del diodo laser, su grado de polarización disminuye al descorrelacionar temporalmente sus componentes.

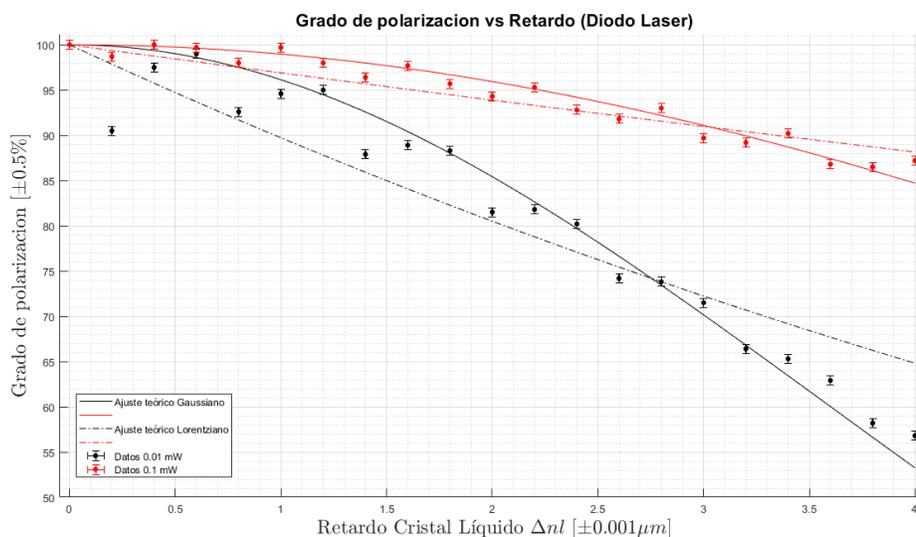


Figura 13: Gráfica  $P$  vs  $\Delta nl$  de los datos experimentales y el ajuste teórico basado en las matrices de despolarización, para el diodo Láser. Grafica hecha con **MATLAB (2010)**.

Finalmente, los resultados experimentales con las fuentes LED se muestran en la figura 14. La tendencia o la forma que sigue el grado de polarización en función de  $\Delta nl$  se nota mejor con estas fuentes por la razón descrita en el anterior párrafo, pues estas fuentes, según los datos de la tabla 3, tienen longitudes de coherencia muy cercanas a  $4[\mu m]$  que es el máximo retardo que introduce la lámina retardadora. En el caso del LED rojo, el ajuste teórico Gaussiano se ajusta con la tendencia de los datos, sin embargo, en el caso del LED blanco los datos para  $\Delta nl$  dentro del intervalo (2, 4) tienen un grado de polarización mayor que los del ajuste teórico, lo que prueba una vez más que, para este tipo de fuentes, su densidad espectral de potencia no es exactamente Gaussiana, o bien, la forma en cómo varía su grado de polarización en función de sus correlaciones temporales no es exactamente la que predice la teoría de Wolf (ecuación 1.13). A pesar de esto, los resultados

experimentales para este tipo de fuentes también muestran que el grado de polarización depende fundamentalmente de las correlaciones temporales del campo eléctrico, lo cual, es el principal resultado de la teoría de Wolf y del formalismo de la matriz de despolarización.

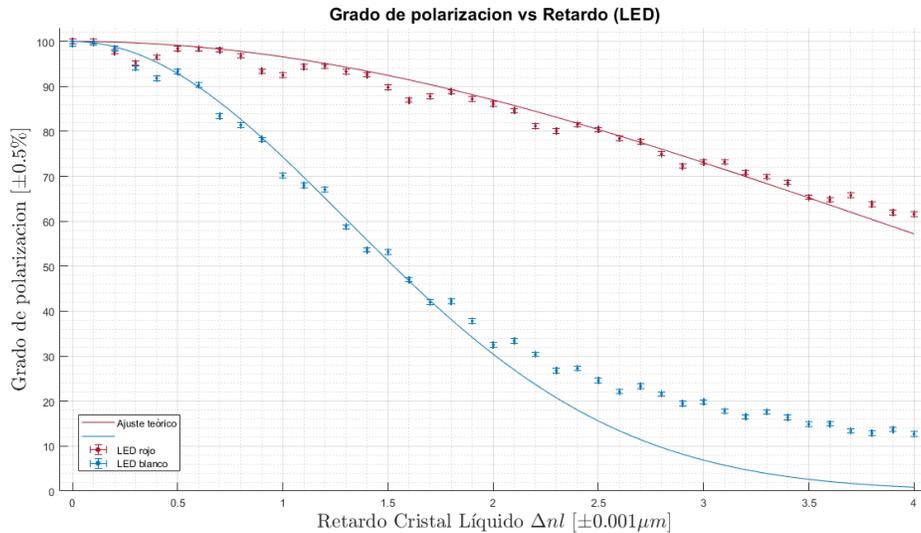


Figura 14: Gráfica  $P$  vs  $\Delta n l$  de los datos experimentales y el ajuste teórico basado en las matrices de despolarización para las fuentes LED blanca y roja. Gráfica hecha con [MATLAB \(2010\)](#).

Ahora, teniendo en cuenta todos los resultados anteriores hace falta hacer una aclaración y mostrar otro importante resultado experimental. Se podría pensar que si el haz emergente, el cual está parcialmente polarizado, se polariza linealmente, es decir, se hace pasar por un polarizador lineal tal como al inicio, y se hace incidir de nuevo por un medio birrefringente, el grado de polarización alcanzado será menor, pero no es así, al polarizar linealmente el haz parcialmente polarizado se está alterando las condiciones de fase del campo eléctrico, sin embargo, no se está cambiando la estadística de la radiación por lo que si se agrega otra lámina retardadora esta despolarizará el haz tal como al inicio, es decir, se repetirán los mismos valores del grado de polarización. Se ha de concluir entonces que, las propiedades estadísticas de la radiación no se pueden alterar externamente y dependen únicamente de la estadística de la fuente.

Así pues, los resultados de estos experimentos permiten proponer una metodología para extraer información acerca de los parámetros estadísticos que caracterizan los tipos de fuentes de luz, entre esos parámetros se encuentran la longitud de coherencia y la forma de la densidad espectral de potencia de la fuente que permite identificar si la fuente se comporta como un gas a alta presión, a baja presión o si se trata de un sólido incandescente o cuerpo negro. Este tipo de caracterizaciones son útiles en los campos como la astronomía donde se puede analizar y medir parámetros estadísticos de las estrellas, o inclusive, del propio fondo cósmico de microondas a partir de un diseño

experimental muy similar al utilizado en este trabajo, evidentemente, para el caso de la radiación cósmica de microondas se ha de encontrar un elemento óptico que permita introducir descorrelaciones temporales apropiadas para este tipo de ondas así como dispositivos o metodologías que permitan medir los parámetros de Stokes de las microondas.

Estudios recientes han registrado que varios tejidos biológicos como la cornea junto al glaucoma tienen propiedades birrefringentes que despolarizan la luz (Bueno, 2004; Knighton y Huang, 2002). En especial, en la investigación Bueno (2004) se encuentra que la despolarización debida a la cornea es proporcional a la edad del ojo. Este estudio teórico/experimental de la despolarización permite entonces proponer métodos que permitan caracterizar la birrefringencia de estos tipos de tejidos biológicos de una manera similar a como se propuso en el primer experimento y además, se puede pensar en diseñar sistemas ópticos que permitan el diagnóstico de patologías oculares como la aparición del glaucoma u otras anomalías de la cornea que se puedan extraer a partir de las propiedades ópticas de este tejido.

A nivel de física fundamental el modelo teórico con el que se trabajó para realizar las comparaciones con los datos experimentales presenta algunas desventajas, como ya se evidenció en el análisis del segundo experimento, pero además, a partir de los resultados del tercer experimento podemos ver que en orden de predecir correctamente la variación del grado de polarización se necesita conocer de antemano la forma exacta de la densidad espectral de potencia la cual es una función que debe ser medida; difícilmente es una cantidad que puede ser propuesta a priori a partir de razonamientos teóricos. Esto representa una necesidad de establecer una teoría fundamental de la polarización que permita predecir y explicar el fenómeno de la despolarización. Uno de los candidatos es la teoría estadística de los parámetros de Stokes o también conocida como la teoría de distribuciones sobre la esfera de Poincaré. En Salazar-Ariza y Torres (2019) se expone cómo la estadística de las fuentes se puede describir con distribuciones de probabilidad sobre la esfera de Poincaré que caracterizan las propiedades de las ondas electromagnéticas que emite tales fuentes. El futuro paso de este trabajo de investigación es intentar aplicar esta teoría para explicar los experimentos expuesto en este capítulo y poder predecir con mayor precisión la despolarización de la luz y sus consecuencias.

## Capítulo 4

# Métodos de despolarización alternativos

En el capítulo 3 se demostró experimentalmente cómo los medios birrefringentes lineales pueden despolarizar la luz y se explicó que la variación del grado de polarización sucede al descorrelacionar temporalmente las componentes ortogonales del campo eléctrico. Teniendo en cuenta dicha explicación se puede proponer otra metodología que permitan despolarizar la luz, especialmente, para los casos donde las fuentes que se quieren despolarizar tienen longitudes de coherencia muy grandes, como lo son las fuentes láser He-Ne. Para estos casos el montaje óptico que puede introducir diferencias de camino óptico del orden de centímetros o metros es un interferómetro tipo Michelson o Mach Zender, el cual funcionaría como un birrefringente despolarizante para fuentes con grandes longitudes de coherencia tal como se propone en [Azzam \(1993\)](#); [Leppänen, Saastamoinen, Friberg, y Setälä \(2014\)](#). Este capítulo se centrará en este método de despolarización con el objetivo de aplicar los resultados obtenidos con los experimentos del capítulo 3 para cualquier tipo de fuente luminosa. Además, se mostrarán los resultados e inconvenientes que se tuvieron al tratar de reproducir esta metodología en el laboratorio y de explicarlo por medio de la teoría de la matriz de despolarización.

### 4.1. Interferómetro de Michelson de polarización

El esquema experimental del interferómetro tipo Michelson de polarización se muestra en la figura 15. Este esquema se puede utilizar como un sistema que permita variar tanto el grado de polarización de un haz como su estado de polarización agregando una diferencia de fase  $\Delta\varphi$ , que depende de la diferencia de las longitudes de los brazos del interferómetro,  $\Delta\varphi = \frac{2\pi(L_2-L_1)}{\lambda}$  entre las componentes ortogonales de la radiación incidente la cual se polariza elípticamente por medio de un sistema óptico conformado por un polarizador lineal y una lámina retardadora cuarto de onda. El divisor de haz (B.S *Beam Splitter*) que se utiliza está diseñado para separar el haz incidente en dos haces con polarización lineal ortogonal, es decir, uno vertical y otro horizontal. Cada uno de los haces se hacen pasar por una lámina retardadora cuarto de onda ( $\lambda/4$ ) cuyo eje rápido está

orientado de tal manera que el estado de polarización del haz se transforme de polarización lineal a polarización circular izquierda y derecha respectivamente, estos haces rebotan en los espejos, uno de los cuales se puede desplazar con el objetivo de poder variar la longitud de camino óptico de uno de los brazos, e inciden de nuevo sobre la lámina retardadora transformándose de un estado de polarización circular a uno lineal el cual incidirá nuevamente por el divisor de haz desviándose y superponiéndose uno con el otro en dirección del polarímetro con el cual se medirá el grado de polarización en función de la diferencia de camino óptico  $\Delta L = L_2 - L_1$  (Azzam, 1993).

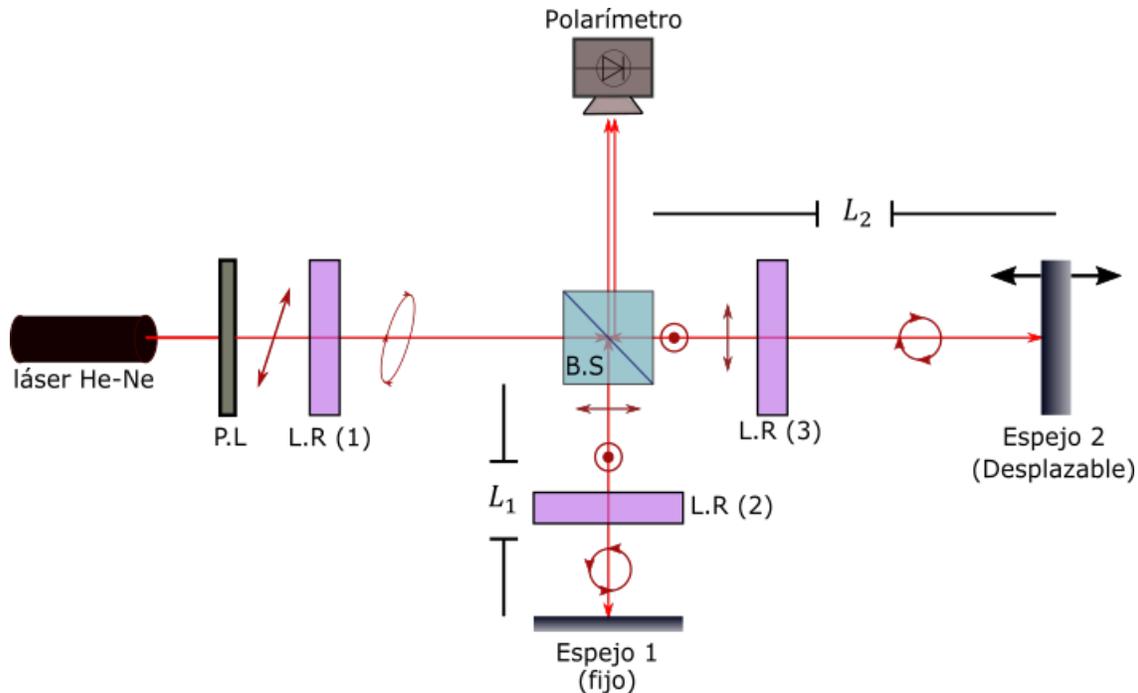


Figura 15: Esquema experimental para controlar el grado y el estado de polarización de un haz láser basado en un interferómetro de Michelson de polarización (Azzam, 1993).

En el montaje experimental realizado en el laboratorio (figura 16) existen dos variables respecto de las cuales se puede medir el grado de polarización, esas son la diferencia de longitudes de los brazos  $\Delta L$  y el estado de polarización de entrada que está controlado por la inclinación  $\theta$  del eje rápido de la primera lámina retardadora L.R (1), Esta es última es importante desde que, como se comprobó en el capítulo anterior, el valor del grado de polarización depende de la relación de las amplitudes de las componentes ortogonales del campo eléctrico. Así entonces, se esperaba obtener datos similares a los obtenidos en el capítulo 3 con la particularidad que se podrían obtener los dos tipos de gráficas « $P(\theta)$  &  $P(n\Delta L)$ » con el mismo montaje óptico, no obstante, resultados inesperados, en los intentos de volver a obtener estas gráficas para el laser He-Ne, se obtuvieron y en los próximos párrafos se reportarán en detalle y se tratarán de explicar y analizar.

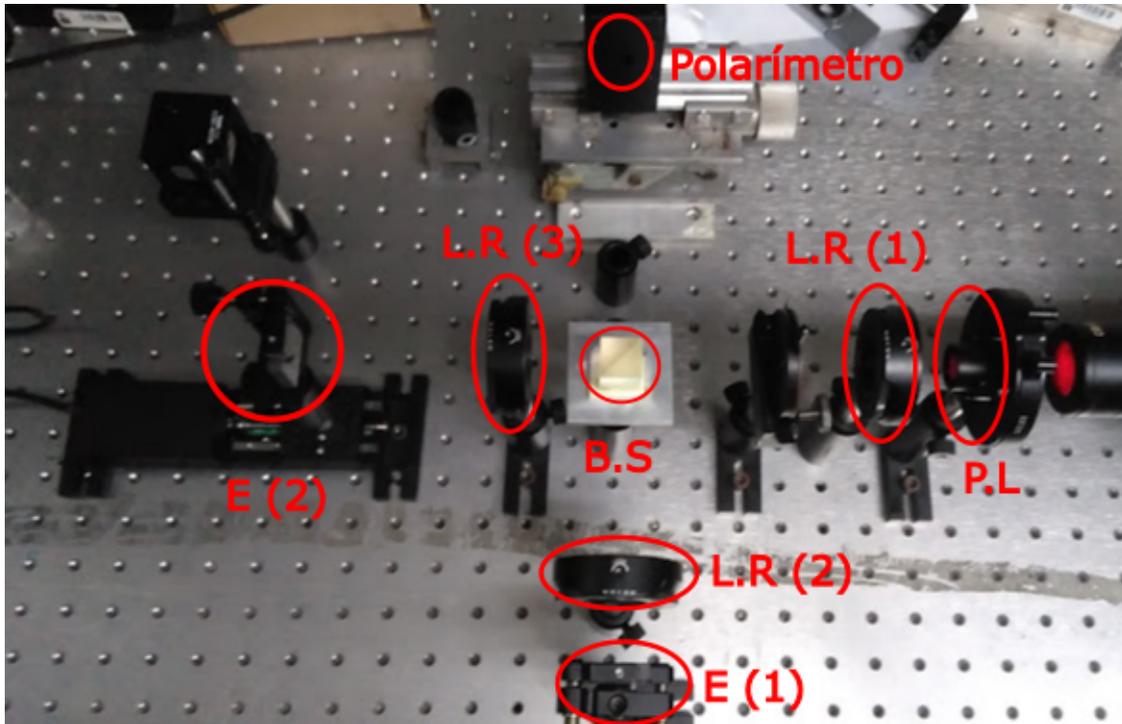


Figura 16: Imagen del montaje experimental realizado en el laboratorio del interferómetro de Michelson de polarización.

Hay dos detalles o condiciones que se deben tener en cuenta para que el montaje funcione de la manera como se tiene planeada:

- Se han de alinear lo mejor posible los elementos ópticos junto con el haz láser de tal manera que los haces emergentes estén perfectamente superpuestos, esto quiere decir que el ángulo  $\alpha$  entre los dos haces sea lo más cercano a cero. Esto se logra ajustando los espejos de tal manera que estén paralelos a las caras del divisor de haz, tal como se muestran en la figura 15.
- Las láminas retardadoras deben ser de orden cero, las cuales están diseñadas para agregar retardos pequeños de tal manera que los efectos de despolarización son mínimos. Esto favorece a que los dos haces emergentes sufran la cantidad mínima de despolarización en su recorrido. Teniendo esto en cuenta, lo que se quiere lograr es que el grado de polarización del haz emergente, cuando la configuración del interferómetro es tal que  $\Delta L = 0$  y el estado de polarización del haz incidente sea circular o linealmente polarizado a  $45^\circ$ , sea lo más cercano a 1. Las láminas retardadoras de orden cero utilizadas en el montaje experimental fueron de Thorlabs y su documentación se puede consultar en [Thorlabs \(2000 \(Accedido en Noviembre 20, 2020\)\)](#).

Para lograr la primer condición, la alineación, se realizó un experimento de interferencia. Para ello se reemplazó el polarímetro por una cámara CMOS y se colocó un polarizador lineal frente a esta de tal manera que los dos haces emergentes tengan el mismo estado de polarización. La metodología a seguir inicia colimando el láser de tal manera que el frente de onda sea plano y por medio de una abertura o iris se varía el tamaño del haz. Después de haber colimado el haz se parte desplazando el espejo 2 hasta que  $\Delta L$  sea lo más cercano a cero, esto se hace por medio de una plataforma de desplazamiento micrométrico que se puede controlar con un servomotor y tiene una resolución de desplazamiento de hasta  $100[\mu m]$  (*KMTS25E/M - 25 mm*) (Thorlabs, 2016 (Accedido en Noviembre 15, 2020)). El paso siguiente es ajustar los espejos por medio de una montura cinemática que permite rotar ligeramente los espejos respecto de sus dos ejes paralelos a su superficie (Thorlabs, 2012 (Accedido en Noviembre 20, 2020)) hasta que en en la cámara CMOS se observe que los dos haces están superpuestos y no se observen franjas de interferencia, o bien, el paso  $\Lambda$  de la franjas sea muy grande, esto significa que el ángulo  $\alpha$  entre los dos frentes de onda planos es aproximadamente cero. Esta metodología puede ser más precisa si en vez de usar un frente de onda plano se usa un frente de onda esférico el cual se puede producir colocando una lente frente al haz incidente, y además, usar una fuente que tenga una longitud de coherencia del orden de la resolución del desplazamiento del espejo 2.

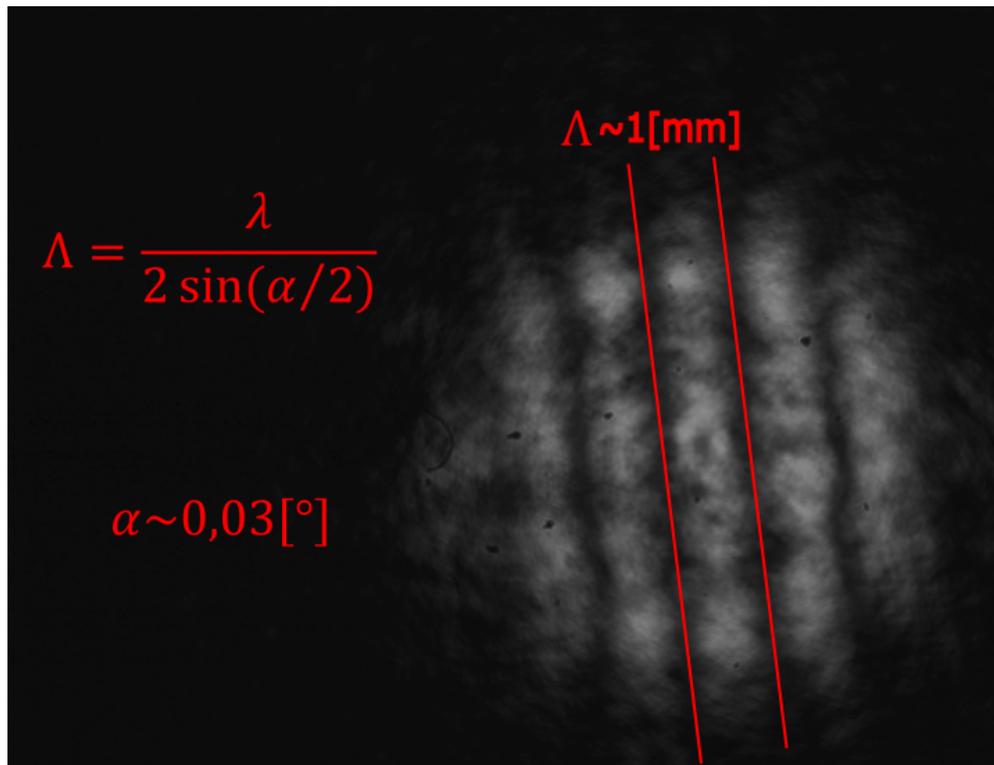


Figura 17: Imagen del patrón de interferencia obtenido en proceso de alineación.

Durante el experimento realizado en el laboratorio se usó el diodo láser de  $1[mW]$  el cual,

según la tabla 3, tiene una longitud de coherencia aproximadamente de  $218 [\mu m]$  y se colimó con un par de lentes de tal manera que el frente de onda fuese plano. La cámara CMOS se colocó en dos puntos alejados un metro ( $1 [m]$ ) entre sí y en cada punto se ajustaron los espejos tal que los dos haces estuviesen superpuestos y se obtuvieran la menor cantidad de franjas de interferencia, pues, a pesar de que lo ideal es alinearlos hasta que el paso de las franjas sea tan grande que no pueda ser observado en la cámara, esto es una tarea difícil de conseguir y lo mejor que se obtuvo durante las sesiones en el laboratorio se muestra en la figura 17. Se midió el paso de las franjas de interferencia y usando la teoría de interferencia se logró estimar el ángulo  $\alpha$  entre los haces que resulta ser de  $\alpha = 0,03^\circ$ ; este dato se tomará en cuenta para los análisis de las mediciones obtenidas del grado de polarización de este haz.

#### 4.1.1. Medición de $P(n\Delta L)$

La primera medición del grado de polarización en función de la diferencia de camino óptico entre sus componentes  $n\Delta L$  se realizó usando como fuente el diodo láser de  $1 mW$  con un estado de polarización lineal a  $45^\circ$ . En la posición cero del segundo espejo, es decir,  $\Delta L = 0 \pm 0,1 [mm]$ , el grado de polarización obtenido fue de  $P(0) = 54,5 \pm 0,5 \%$ . El valor teórico del grado de polarización en este punto debe ser de  $100 \%$ , sin embargo, hay que tener en cuenta que durante la alineación no se pudo conseguir que los frentes de onda de los dos haces estuviesen perfectamente superpuestos por lo que el hecho de medir un grado de polarización menor de  $100 \%$  indica que los efectos relacionados con la coherencia espacial del campo eléctrico han de tenerse en cuenta para una correcta descripción del fenómeno de la despolarización en este experimento.

Tras realizar la medida del grado de polarización en  $\Delta L = 0$  se desplazó el segundo espejo una distancia tal que  $\Delta L$  fuese mucho mayor que la longitud de coherencia  $l_c$  del diodo láser. Pese a que lo esperado, según la teoría discutida en el capítulo 3, es que el grado de polarización se acerque cada vez más a cero mientras  $\Delta L \gg l_c$ , los datos medidos para estas distancias evidencian lo contrario. Tal como se muestra en la tabla 5, el grado de polarización  $P$  que se mide al variar las distancias  $\Delta L$ , mucho más grandes que la longitud de coherencia del diodo láser  $l_c$ , no se acercan a cero y tampoco parecen disminuir sino que tienen valores muy cercanos al valor del grado de polarización en el punto cero  $P(0)$ . Este experimento también se realizó aumentando la potencia del láser a  $10 mW$  y los datos resultan ser similares, solo que el grado de polarización medido en el punto cero resulta ser  $P(0) = 62,0 \pm 0,5 \%$ . Estos resultados experimentales, aunque parecen contradecir los resultados del capítulo 3, pueden ser el resultado de otros fenómenos que no se han tenido en cuenta durante el montaje, además de los efectos de la coherencia espacial mencionada anteriormente, y que valen la pena ser investigados. Por motivos de tiempo no se logró ahondar en la razón del comportamiento de los datos obtenidos, sin embargo, explicar estos datos experimentales es uno de los problemas abiertos dejados en este trabajo y que en un futuro se piensa retomar.

Fuente	$\Delta L \pm 0,1[mm]$	$P \pm 0,5\%$
Diodo Laser $1mW$	5,0	45,0
	10,0	49,5
	20,0	46,5
	50,0	42,0
	100,0	44,5

Tabla 5: Medidas del grado de polarización al variar  $\Delta L$  en el interferómetro de Michelson de polarización.

#### 4.1.2. Medición de $P(\theta)$

Las siguientes mediciones del grado de polarización se hicieron variando el estado de polarización de entrada, para ello, se utilizó un montaje óptico, que consiste de un polarizador lineal (P.L) y una lámina retardadora cuarto de onda de orden cero (L.R) (Thorlabs, 2000 (Accedido en Noviembre 20, 2020)), por el cual se hizo incidir el haz incidente de la fuente utilizada, que en este caso se reemplazó el diodo láser por un Láser He-Ne y se repitió el mismo procedimiento de alineación, tal como se propone en la figura 15. El segundo espejo se desplazó de tal manera que  $\Delta L = 50,0 \pm 0,1[mm]$  (escogido de manera arbitraria), y a partir de ahí se midió el grado de polarización para tres distintos ángulos  $\theta$  de inclinación del eje rápido de la lámina retardadora.

Fuente	$\theta \pm 1[^\circ]$	$P \pm 0,5\%$
Láser He-Ne	0	72,5
	30	35,0
	45	0,5

Tabla 6: Medidas del grado de polarización al variar  $\theta$  en el interferómetro de Michelson de polarización.

Los resultados del experimento que se muestran en la tabla 6, evidencian que, por medio de este montaje, se puede variar el grado de polarización del láser He-Ne en un rango de 72.5 - 0.5 %, donde el estado de polarización del haz incidente varía desde un estado lineal (vertical), pasando por varios estados elípticos de polarización, hasta un estado de polarización muy cercano al circular. Aquí de nuevo los resultados experimentales parecen contradecir los resultados obtenidos en el capítulo 3, pues, a pesar de que la descorrelación temporal introducida entre las componentes por medio del interferómetro está muy por debajo del tiempo de coherencia de un láser He-Ne, se puede despolarizar casi completamente ( $P \approx 0$ ), variando su estado de polarización inicial. Estos resultados no tienen una explicación desde el formalismo de las matrices de despolarización utilizado en capítulo anterior, por lo tanto, requiere de un próximo trabajo de investigación que tenga en

cuenta otros aspectos como la coherencia espacial de la luz en orden de predecir y entender cómo se despolariza un haz de luz en este montaje óptico.

## Capítulo 5

### Conclusiones

A partir de los resultados experimentales mostrados en el capítulo 3, en donde se usaron medios birrefringentes como las láminas retardadoras cuarto de onda y el cristal líquido para despolarizar un haz de luz proveniente de diferentes fuentes, se comprobó que la teoría de la matriz de polarización junto con el método de las matrices de despolarización predicen correctamente cómo varía el grado de polarización en función de las descorrelaciones temporales que introducen estos medios sobre el campo eléctrico de la radiación y de su intensidad, específicamente, de las intensidades asociadas con sus componentes vectoriales. No obstante, la forma exacta en cómo depende el grado de polarización de las correlaciones temporales, y por tanto, de los parámetros estadísticos de la fuente no es explicada satisfactoriamente por estos dos formalismos. Aun así, se propuso una ecuación teórica para explicar el fenómeno de la despolarización de un haz de luz que se propaga a través de  $N$  birrefringentes idénticos los cuales están orientados, de tal manera, que se maximiza la diferencia de fase que introducen sobre el haz de luz emergente. Adicionalmente, gracias a las predicciones de esta teoría junto con los diseños experimentales realizados en este trabajo, se propuso un método para estimar el valor de la longitud de coherencia de fuentes con densidad espectral de potencia conocida usando láminas birrefringentes, y así mismo, se propuso y se discutió un método para evaluar y caracterizar la densidad espectral de potencia de una fuente usando un cristal líquido. Además, los resultados de los experimentos realizados permitirá un estudio posterior en el marco de las distribuciones sobre la esfera de Poincaré, el cual es un marco teórico de la polarización mucho más general y con el que se puede estudiar directamente la fenomenología asociada a la despolarización.

Adicionalmente, basado en cómo se pudo explicar la despolarización de un haz de luz en medios birrefringentes, se experimentó con un interferómetro de Michelson de polarización que, esencialmente, estaba diseñado para cumplir la misma función que un medio birrefringente, sin embargo, los resultados experimentales obtenidos no fueron los esperados. Se logró, a través de este experimento, proponer empírica y cualitativamente un método que permite despolarizar un haz laser He-Ne desde un grado de polarización de  $P = 72,5 \pm 0,5 \%$  hasta un grado de polarización

$P = 0,5 \pm 0,5\%$  aun cuando la descorrelación temporal introducida con el montaje óptico está muy por debajo del tiempo de coherencia del laser He-Ne. Aunque se propone la hipótesis de que la explicación de este resultado tenga que ver con la consideración de la coherencia espacial en la teoría de la despolarización, se deja como un problema abierto para futuras investigaciones.

# Referencias

- Azzam, R. (1993). Polarization michelson interferometer as a global polarization state generator and for measurement of the coherence and spectral properties of quasimonochromatic light. *Review of scientific instruments*, 64(10), 2834–2837.
- Berova, N., Nakanishi, K., y Woody, R. W. (2000). *Circular dichroism: principles and applications*. John Wiley & Sons.
- Berry, H. G., Gabrielse, G., y Livingston, A. (1977). Measurement of the stokes parameters of light. *Applied optics*, 16(12), 3200–3205.
- Billings, B. H. (1951). A monochromatic depolarizer. *JOSA*, 41(12), 966–975.
- Born, M., y Wolf, E. (2013). *Principles of optics: electromagnetic theory of propagation, interference and diffraction of light*. Elsevier.
- Brosseau, C. (1998). *Fundamentals of polarized light: a statistical optics approach*. Wiley-Interscience.
- Brosseau, C. (2010). Polarization and coherence optics: historical perspective, status, and future directions. En *Progress in optics* (Vol. 54, pp. 149–208). Elsevier.
- Budaszewski, D., Cieslak, R., y Domanski, A. W. (2009). Birefringence measurements of photonic liquid crystal fibre by use of the depolarization method. *Molecular Crystals and Liquid Crystals*, 502(1), 47–55.
- Bueno, J. M. (2001). Depolarization effects in the human eye. *Vision Research*, 41(21), 2687 - 2696. Descargado de <http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0042698901001675> doi: [https://doi.org/10.1016/S0042-6989\(01\)00167-5](https://doi.org/10.1016/S0042-6989(01)00167-5)
- Bueno, J. M. (2004). The influence of depolarization and corneal birefringence on ocular polariza-

- tion. *Journal of Optics A: Pure and Applied Optics*, 6(3), S91.
- Burch, C., y Stock, J. (1942). Phase-contrast microscopy. *Journal of Scientific Instruments*, 19(5), 71.
- Burns, W., Moeller, R., y Chen, C.-I. (1983). Depolarization in a single-mode optical fiber. *Journal of Lightwave Technology*, 1(1), 44–50.
- Campos, J., Peinado, A., Lizana, A., Estévez, I., y Ramírez, C. (2016). Beam amplitude and polarization control by liquid crystal cells. En *2016 15th workshop on information optics (wio)* (pp. 1–3).
- Chipman, R. A. (2003). Depolarization in the mueller calculus. En *Polarization science and remote sensing* (Vol. 5158, pp. 184–192).
- Domanski, A. (2005). Polarization degree fading during propagation of partially coherent light through retarders. *OPTOELECTRONICS REVIEW*, 13(2), 171.
- Domanski, A., Budaszewski, D., Sierakowski, M., y Wolinski, T. R. (2006). Depolarization of partially coherent light in liquid crystals. *Opto-Electronics Review*, 14, 305–310.
- Domański, A. W., Redek, M., y Budaszewski, D. (2009). Depolarization of circularly polarized light in birefringent crystal. *Photonics Letters of Poland*, 1(2), 67–69.
- Ellis, J., Dogariu, A., Ponomarenko, S., y Wolf, E. (2005). Degree of polarization of statistically stationary electromagnetic fields. *Optics communications*, 248(4-6), 333–337.
- Fresnel, A. (1822). Mémoire sur la double réfraction que les rayons lumineux éprouvent en traversant les aiguilles de cristal de roche suivant des directions parallèles à l'axe. *Oeuvres*, 1, 731–751.
- Fuyun, X., y Mm, L. (1990). Quartz wedge depolarizer. *Applied optic*, P, 25.
- Goldstein, D. H. (2017). *Polarized light*. CRC press.
- Goodman, J. W. (2015). *Statistical optics*. John Wiley & Sons.
- Greenfield, N. J. (2006). Using circular dichroism spectra to estimate protein secondary structure. *Nature protocols*, 1(6), 2876.

- Hecht, E., y Zajac, A. (2003). Optics 4th (international) edition. *Addison-Wesley Series in Physics, Reading, Mass.: Addison-Wesley*, 23, 50.
- Jones, G. R., y Clarke, D. T. (2004). Applications of extended ultra-violet circular dichroism spectroscopy in biology and medicine. *Faraday discussions*, 126, 223–236.
- Knighton, R. W., y Huang, X.-R. (2002). Linear birefringence of the central human cornea. *Investigative ophthalmology & visual science*, 43(1), 82–86.
- Leppänen, L.-P., Saastamoinen, K., Friberg, A. T., y Setälä, T. (2014). Interferometric interpretation for the degree of polarization of classical optical beams. *New Journal of Physics*, 16(11), 113059.
- Leppänen, L.-P., Saastamoinen, K., Friberg, A. T., y Setälä, T. (2017). Measurement of the degree of temporal coherence of unpolarized light beams. *Photonics Research*, 5(3), 156–161.
- Lizana, A., Estévez, I., Torres-Ruiz, F. A., Peinado, A., Ramirez, C., y Campos, J. (2015). Arbitrary state of polarization with customized degree of polarization generator. *Optics letters*, 40(16), 3790–3793.
- MATLAB. (2010). *version 7.10.0 (r2010a)*. Natick, Massachusetts: The MathWorks Inc.
- Noé, R., y Koch, B. (2019). Accuracy limits of polarization-independent optical depolarizers based on rotating waveplates. *arXiv preprint arXiv:1901.08838*.
- Ortega-Quijano, N., Fade, J., Parnet, F., y Alouini, M. (2017). Generation of a coherent light beam with precise and fast dynamic control of the state and degree of polarization. *Optics letters*, 42(15), 2898–2901.
- Pellat-Finet, P. (2009). *Metodos algebraicos para la luz polarizada*.
- Pérez, J. J. G., y Ossikovski, R. (2016). *Polarized light and the mueller matrix approach*. CRC press.
- Photonics, T. ((Accedido en Noviembre 25, 2020)). ibeam smart [Manual de software informático]. Descargado de <https://www.toptica.com/products/single-mode-diode-lasers/ibeam-smart/>
- Rotge, J. R., Christensen, D. A., Klemas, A. T., Loos, G. C., y Merriman, D. (1992). Laser diode

- coherence length variation with drive current: a tool for dispersion measurements. En *Design, modeling, and control of laser beam optics* (Vol. 1625, pp. 350–358).
- Salazar-Ariza, K., y Torres, R. (2019). Statistical theory of the polarization on the poincaré sphere. *Optics letters*, 44(13), 3318–3321.
- Schaefer, B., Collett, E., Smyth, R., Barrett, D., y Fraher, B. (2007). Measuring the stokes polarization parameters. *American Journal of Physics*, 75(2), 163–168.
- Setälä, T., Shevchenko, A., Kaivola, M., y Friberg, A. T. (2008). Polarization time. En *Journal of physics: Conference series* (Vol. 139, p. 012011).
- Stokes, G. G. (1851). On the composition and resolution of streams of polarized light from different sources. *TCaPS*, 9, 399.
- Sun, M., He, H., Zeng, N., Du, E., Guo, Y., Liu, S., ... Ma, H. (2014). Characterizing the microstructures of biological tissues using mueller matrix and transformed polarization parameters. *Biomedical optics express*, 5(12), 4223–4234.
- The MathWorks, I. (2020). Curve fitting toolbox [Manual de software informático]. Natick, Massachusetts, United State. Descargado de <https://www.mathworks.com/products/curvefitting.html>
- Thorlabs, i. (2000 (Accedido en Noviembre 15, 2020)). Wpmq05m-633 - mounted multi-order quarter-wave plate, mount, 633 nm [Manual de software informático]. Descargado de <https://www.thorlabs.com/thorproduct.cfm?partnumber=WPMQ05M-633>
- Thorlabs, i. (2000 (Accedido en Noviembre 20, 2020)). Wpq05m-633 - Ø1/2 zero-order quarter-wave plate, Ø1 mount, 633 nm [Manual de software informático]. Descargado de <https://www.thorlabs.com/thorproduct.cfm?partnumber=WPQ05M-633>
- Thorlabs, i. (2005 (Accedido en Noviembre 15, 2020)). Pax5710vis-t - txp polarimeter including pc with external sensor, 400 - 700 nm [Manual de software informático]. Descargado de <https://www.thorlabs.com/thorproduct.cfm?partnumber=PAX5710VIS-T>
- Thorlabs, i. (2012 (Accedido en Noviembre 20, 2020)). Km100cp/m - kinematic mirror mount for o1 optics with post-centered front plate, m4 taps [Manual de software informático]. Descargado de <https://www.thorlabs.com/thorproduct.cfm?partnumber=KM100CP/M#ad-image-0>

Thorlabs, i. (2015 (Accedido en Noviembre 15, 2020)). Lcc2415-vis - lc retarder for 400 - 700 nm, retardance: 0 - 4000 nm, m4 taps [Manual de software informático]. Descargado de <https://www.thorlabs.com/thorproduct.cfm?partnumber=LCC2415-VIS>

Thorlabs, i. (2016 (Accedido en Noviembre 15, 2020)). Kmts25e/m - 25 mm motorized translation stage bundled with controller and power supply, m4 and m3 taps [Manual de software informático]. Descargado de <https://www.thorlabs.com/thorproduct.cfm?partnumber=KMTS25E/M>

Wiener, N., y cols. (1930). Generalized harmonic analysis. *Acta mathematica*, 55, 117–258.

Wolf, E. (1954). Optics in terms of observable quantities. *Il Nuovo Cimento (1943-1954)*, 12(6), 884–888.

Wolf, E., y cols. (2007). *Introduction to the theory of coherence and polarization of light*. Cambridge University Press.

Yao, H., Wynendaele, E., Xu, X., Kosgei, A., y De Spiegeleer, B. (2018). Circular dichroism in functional quality evaluation of medicines. *Journal of pharmaceutical and biomedical analysis*, 147, 50–64.