

DISEÑO E IMPLEMENTACIÓN DE UN ALGORITMO DE DECONVOLUCIÓN
SÍSMICA USANDO LA TRANSFORMACIÓN CURVELET

PABLO ALEXANDER SANTOS MURILLO

UNIVERSIDAD INDUSTRIAL DE SANTANDER
FACULTAD DE INGENIERÍAS FÍSICO-MECÁNICAS
ESCUELA DE INGENIERÍAS ELÉCTRICA, ELECTRÓNICA Y DE
TELECOMUNICACIONES
BUCARAMANGA

2014

DISEÑO E IMPLEMENTACIÓN DE UN ALGORITMO DE DECONVOLUCIÓN
SÍSMICA USANDO LA TRANSFORMACIÓN CURVELET

PABLO ALEXANDER SANTOS MURILLO

Trabajo de Grado para optar al título de
Ingeniero Electrónico

Director

ANA B. RAMÍREZ, PhD.

Codirector

WILLIAM A. SALAMANCA, MIE.

UNIVERSIDAD INDUSTRIAL DE SANTANDER
FACULTAD DE INGENIERÍAS FÍSICO-MECÁNICAS
ESCUELA DE INGENIERÍAS ELÉCTRICA, ELECTRÓNICA Y DE
TELECOMUNICACIONES
BUCARAMANGA

2014

CONTENIDO

INTRODUCCIÓN	11
1.MODELO CONVOLUCIONAL.....	14
1.1. La traza sísmica.	14
1.2. MODELO CONVOLUCIONAL	16
2.LA TRANSFORMACIÓN CURVELET	19
3.DECONVOLUCIÓN SÍSMICA	21
3.1.DECONVOLUCIÓN POR FILTRADO INVERSO	21
3.2.DECONVOLUCIÓN WIENER	31
3.3.DECONVOLUCIÓN SPIKING.....	38
3.4.DECONVOLUCIÓN MEDIANTE CURVELETS	47
4.CONCLUSIONES	61
BIBLIOGRAFÍA	63
ANEXOS.....	65

LISTA DE FIGURAS

Figura 1	Reflectores y trazas sísmicas.....	15
Figura 2	Traza sísmica graficada con matlab.....	16
Figura 3	Interacción de una ondícula.....	17
Figura 4	Interacción de una ondícula sísmica con una serie de reflectores.....	18
Figura 5	Gráfica del modelo convolucional.....	20
Figura 6	Wavelet vs. Curvelet.....	22
Figura 7	Diagrama de flujo para el filtrado inverso.....	23
Figura 8	Deconvolución con curvelet de parámetros adecuados.....	23
Figura 9	Deconvolución para una sola traza de la figura 8.....	24
Figura 10	Deconvolución no apropiada del sismograma.....	25
Figura 11	Deconvolución para una sola traza de la figura 10.....	26
Figura 12	Deconvolución no apropiada del sismograma.....	26
Figura 13	Deconvolución para una sola traza de la figura 12.....	27
Figura 14	Deconvolución adecuada del sismograma.....	28
Figura 15	Deconvolución para una sola traza de la figura 14.....	28
Figura 16	Deconvolución adecuada del sismograma.....	29
Figura 17	Deconvolución para una sola traza de la figura 16.....	30
Figura 18	Deconvolución inadecuada del sismograma con ruido.....	31
Figura 19	Deconvolución inadecuada con ruido de varianza 0.1.....	32
Figura 20	Diagrama de bloques de la deconvolución Wiener.....	33
Figura 21	Deconvolución inadecuada con ruido de varianza 0.1.....	34
Figura 22	Deconvolución inadecuada con ruido de varianza 0.1.....	34
Figura 23	Deconvolución inadecuada con ruido de varianza 0.1.....	35
Figura 24	Deconvolución inadecuada con ruido de varianza 0.1.....	36
Figura 25	Deconvolución inadecuada con ruido de varianza 0.25.....	37
Figura 26	Deconvolución inadecuada con ruido de varianza 0.25.....	37
Figura 27	Deconvolución inadecuada con ruido de varianza 0.25.....	38
Figura 28	Deconvolución inadecuada con ruido de varianza 0.25.....	39
Figura 29	Diagrama de flujo de la deconvolución <i>spiking</i>	40
Figura 30	Sismograma de entrada.....	41
Figura 31	Posible posición de los spikes usando un umbral de 5%.....	42
Figura 32	Posible posición de los spikes usando un umbral de 10%.....	42
Figura 33	Posible posición de los spikes usando un umbral de 20%.....	43
Figura 34	Posible posición de los spikes usando un umbral de 30%.....	43
Figura 35	Deconvolución con umbral de 3%	44
Figura 36	Deconvolución con umbral de 5%	44
Figura 37	Deconvolución con umbral de 7%	45
Figura 38	Deconvolución con umbral de 10%	45
Figura 39	Deconvolución con umbral de 13%	46

Figura 40	Deconvolución con umbral de 15%	46
Figura 41	Deconvolución con umbral de 25%	47
Figura 42	Deconvolución con umbral de 30%	48
Figura 43	Diagrama de flujo para la deconvolución con <i>curvelets</i>	49
Figura 44	Deconvolución con <i>curvelet</i>	49
Figura 45	Deconvolución con <i>curvelet</i>	50
Figura 46	Deconvolución con <i>curvelet</i>	50
Figura 47	Deconvolución con <i>curvelet</i>	51
Figura 48	Deconvolución con <i>curvelet</i>	51
Figura 49	Deconvolución con <i>curvelet</i>	52
Figura 50	Deconvolución con <i>curvelet</i>	52
Figura 51	Deconvolución con <i>curvelet</i>	53
Figura 52	Deconvolución con <i>curvelet</i>	53
Figura 53	Deconvolución con <i>curvelet</i>	54
Figura 54	Deconvolución con <i>curvelet</i>	54
Figura 55	Deconvolución con <i>curvelet</i>	55
Figura 56	Deconvolución con <i>curvelet</i>	55
Figura 57	Deconvolución con <i>curvelet</i>	56
Figura 58	Deconvolución con <i>curvelet</i>	56
Figura 59	Deconvolución con <i>curvelet</i>	57
Figura 60	Deconvolución con <i>curvelet</i>	57
Figura 61	Deconvolución con <i>curvelet</i>	58
Figura 62	Deconvolución con <i>curvelet</i>	58
Figura 63	Deconvolución con <i>curvelet</i>	59
Figura 64	Deconvolución con <i>curvelet</i>	59
Figura 65	Deconvolución con <i>curvelet</i>	60
Figura 66	Deconvolución con <i>curvelet</i>	65
Figura 67	Resultado de la deconvolución con la GUI	66
Figura 68	Espectros de los sismogramas	67
Figura 69	Curvelet y espectro de la curvelet usando la GUI	67

LISTA DE ANEXOS

ANEXO A. GUI en Matlab para la Deconvolución Sísmica.....	65
ANEXO B. Código en Matlab para la Deconvolución Wiener.....	68
ANEXO C. Código en Matlab para la Deconvolución spiking.....	70
ANEXO D. Código en C para la Deconvolución con curvelets.....	71

RESUMEN

TITULO:

DISEÑO E IMPLEMENTACIÓN DE UN ALGORITMO DE DECONVOLUCIÓN SÍSMICA USANDO LA TRANSFORMACIÓN CURVELET*

AUTOR:

PABLO ALEXANDER SANTOS MURILLO**

PALABRAS CLAVES:

TRANSFORMACIÓN CURVELET, TRAZAS SÍSMICAS, DECONVOLUCIÓN SÍSMICA, FILTRADO INVERSO, DECONVOLUCIÓN WIENER, DECONVOLUCIÓN SPIKING.

DESCRIPCIÓN:

En este trabajo se plantea el diseño y la implementación de un algoritmo de deconvolución sísmica usando la Transformación Curvelet. Con este fin, se exploran varias técnicas de deconvolución hasta la implementación final del algoritmo, entre las cuales están la deconvolución por filtrado inverso y la deconvolución *spiking*, con el objetivo de mostrar sus fortalezas y debilidades individuales a modo comparativo. Utilizando trazas sísmicas sintéticas como entrada, y utilizando el algoritmo desarrollado, se pretende deconvolucionar sismogramas variando las diferentes características de las *curvelets* para que sean comparados con sismogramas deconvolucionados tradicionalmente con el fin de determinar si la implementación de las *curvelets* mejora la calidad de dichos sismogramas. Dicha generación de sismogramas deconvolucionados, se realizó con todas las implementaciones exploradas.

En la primera parte se presenta la teoría y conceptos matemáticos relevantes en el desarrollo del trabajo, la naturaleza de las señales utilizadas, el modelo matemático de la convolución sísmica y la matemática detrás de la Transformación Curvelet necesaria para la lectura y comprensión de este trabajo. En la segunda parte se presentan las diferentes pruebas y resultados obtenidos, además de la explicación breve de los algoritmos explorados a través de toda la investigación.

*Proyecto de grado

**Facultad de Ingenierías Físico-Mecánicas. Escuela de Ingenierías Eléctrica, Electrónica y de Telecomunicaciones.
Director: Ana B. Ramírez, PhD. Codirector: William A. Salamanca, MIE.

ABSTRACT

TITLE:

DESIGN AND IMPLEMENTATION OF A SEISMIC DECONVOLUTION ALGORITHM USING THE CURVELET TRANSFORM*

AUTHOR:

PABLO ALEXANDER SANTOS MURILLO**

KEY WORDS:

CURVELET TRANSFORM, SEISMIC TRACES, SEISMIC DECONVOLUTION, INVERSE FILTERING, WIENER DECONVOLUTION, SPIKING DECONVOLUTION.

DESCRIPTION

In this undergraduate thesis the design and implementation of a seismic deconvolution algorithm using the curvelet transform is presented. To this end, several mathematical technics are explored until the final implementation of the algorithm in order to present their individual strengths as in a comparison mode, among these, the inverse filtering deconvolution and the spiking Deconvolution are described. Using synthetic seismic traces as input, and using the designed algorithm, seismograms are deconvolved varying the parameters of a particular curvelet so the deconvolved seismograms can be compared with non-curvelet approach algorithms in order to determine if the quality of the deconvolution is improved with the curvelet approach. Such deconvolutions are made with all the algorithms and approaches explored throughout the research work.

In the first part the theory and mathematical concepts relevant to the development of this research work is presented, the nature of the used signals, the mathematical model of the seismic convolution and the mathematics behind the curvelet transform needed for the reading and understanding of this research work. In the second part the different test and results obtained are presented, along a brief explanation of the explored algorithms throughout the research.

*Undergraduate thesis.

**Physical-Mechanical Engineering Faculty. Electrical, Electronics and Telecommunications School. Advisor: Ana Beatriz Ramirez, PhD. Co-advisor: William Salamanca, MIE

INTRODUCCIÓN

En el estudio de las estructuras de la tierra, la sismología aprovecha diversas técnicas matemáticas para obtener resultados que modelen de la forma más exacta posible el subsuelo en un área en particular, y así se pueda justificar y sustentar la exploración y operación en dicha área. A pesar de que las técnicas tradicionales para estos estudios se sigan utilizando ampliamente, se hace necesario mirar nuevas oportunidades para obtener mejores modelos del subsuelo sin aumentar significativamente el costo de las operaciones con las que se realizan estos estudios. Nuevas técnicas matemáticas, nuevas herramientas computacionales y nuevas técnicas de adquisición de datos se encuentran disponibles hoy en día¹.

La sismología de reflexión aprovecha diversos fenómenos físicos, en especial el fenómeno descrito por la Ley de Snell (transmisión de ondas a través de medios de diferente naturaleza), para estudiar las diferentes litologías que componen las capas del subsuelo. La técnica más usada en este tipo de estudios es la sísmica de reflexión, una forma de sismología de reflexión que usa fuentes artificiales para generar las ondas que se han de reflejar en las diferentes interfaces del subsuelo. La sísmica de reflexión genera un sismograma con información muy variada de diversas características y propiedades del subsuelo contenida en las trazas que lo componen. Sin embargo, es necesario realizar un procesamiento a esos datos para poder extraer la información de interés, ya que, lejos de ideales libres de ruido, interferencias, no linealidades, etc., estas reflexiones se encuentran contaminadas con variadas fuentes de ruidos, desfases, pérdidas de trazas, información de reflexiones múltiples y un conjunto de fenómenos que alteran la calidad de esa información haciendo muy difícil su interpretación.

¹ Como es el caso de la reconstrucción exacta de señales cuando se posee muy limitada información de sus componentes frecuenciales [1].

Parte fundamental en el procesamiento de las trazas sísmicas es la deconvolución del sismograma registrado. La deconvolución consiste en el proceso de eliminar la huella que deja la fuente artificial en el experimento sísmico, que usualmente se modela como una ondícula *wavelet* en las trazas del sismograma registrado. Esta eliminación, entre otras cosas, incrementa la resolución temporal del sismograma con lo cual se obtiene una mejor representación de la reflectividad del subsuelo.

Para entender mejor el proceso de deconvolución, es necesario saber cómo están constituidas las trazas del sismograma (referirse al Capítulo 2 de esta tesis) y la forma en que matemáticamente representamos su formación durante el experimento sísmico² (i.e., el modelo convolucional. Referirse al Capítulo 2 de esta tesis). El subsuelo está formado por capas de propiedades físicas diferentes. En sísmica, estas capas están representadas por las densidades y velocidades compresionales con las cuales las ondas se propagan a través de ellas. El producto de estas dos propiedades se conoce como *impedancia sísmica*. El contraste de impedancias entre capas subyacentes del subsuelo es lo que causa las reflexiones de las ondas que son registradas por los geófonos³. El sismograma registrado puede ser modelado como la convolución de la respuesta al impulso del subsuelo con el pulso sísmico. La respuesta del subsuelo como un sistema es lo que sería registrado si el pulso sísmico fuera sólo un impulso (*Spike*). Esta respuesta al impulso es lo que se conoce como la serie de reflectores sísmicos, que han de ser hallados mediante el proceso de deconvolución.

Desde que los profesores Candès y Donoho introdujeron las *curvelets* en el mundo matemático en 1999 [3], sus propiedades han sido investigadas ampliamente en muchas ramas de la ingeniería, siendo aplicada desde problemas

² Para más información acerca del experimento sísmico véase el documento online disponible en <http://es.scribd.com/doc/26886999/Metodos-Sismicos-Refraccion-y-Reflexion>

³ Un geófono es un dispositivo utilizado en la adquisición sísmica de superficie, tanto en tierra firme como en el lecho marino, que detecta la velocidad del terreno producida por las ondas sísmicas y transforma el movimiento en impulsos eléctricos [2].

de atenuación de diversos tipos de ruido hasta su implementación en procesos más complejos como la migración de datos sísmicos. Se puede tomar como ejemplo el documento publicado por Lianyu, et al. [4] quienes utilizan las *curvelets* para atenuar una cantidad significativa de ruido aleatorio en sus señales.

Además, es alto el número de artículos que exponen las propiedades y fortalezas de las representaciones *sparse* y redundantes en el procesamiento de imágenes, que han permitido a otros investigadores, interesarse en esta novedosa técnica obteniendo cada día mejores resultados mediante algoritmos mejor optimizados implementando este tipo de representaciones. Tal es el caso del artículo presentado por Elad et al. [5], quienes hacen una revisión de diferentes aplicaciones, mostrando algunos ejemplos reales de eliminación de ruido, súper-resolución, segmentación, entre otros y en cuyas conclusiones invitan a otros investigadores a realizar nuevos estudios e investigaciones usando las *curvelets* para representación de variados tipos de imágenes.

1. MODELO CONVOLUCIONAL

1.1. La traza sísmica.

Como se mencionó en el Capítulo 1, el subsuelo está formado por diferentes capas con propiedades físicas propias. Estas capas, que pueden incluir litologías como la arenisca, la piedra caliza, gravas entre otros, se apilan una sobre otra formando lo que se conoce como un perfil litológico del área en estudio. Es precisamente mediante un experimento sísmico con el que se puede obtener este perfil de acuerdo a los datos del sismograma registrado en el experimento. Este sismograma recopila muchas trazas, cada una con información acerca del subsuelo, y sobre las cuales se realiza el procesamiento respectivo, en lo que se refiere a esta investigación, la deconvolución.

Cada litología del subsuelo tiene características propias, entre las cuales están la velocidad compresional v y la densidad ρ , con las cuales se define la impedancia sísmica de esa capa mediante la siguiente expresión

$$I = v * \rho \quad (1)$$

Se puede definir también, el coeficiente de reflexión c , que está asociado con la frontera entre dos capas subyacentes. Este coeficiente está dado por la expresión

$$c = \frac{I_2 - I_1}{I_2 + I_1} \quad (2)$$

Dado que cada frontera está determinada por las propiedades específicas de cada capa, la magnitud del coeficiente de reflexión (de ahora en adelante *Reflector*) será distinta en cada caso. Desde el punto de vista analítico, se puede considerar los reflectores como una serie de impulsos *spikes* en tiempo, respecto de la profundidad de la sección geológica. La interacción de esta serie de reflectores

con el pulso sísmico (la fuente en el experimento sísmico, que usualmente se modela como una *wavelet* es lo que genera una Traza Sísmica.

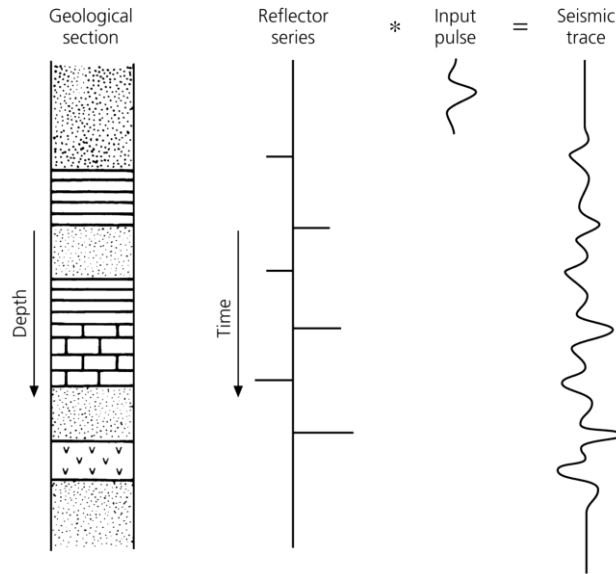


Figura 1. Sección geológica con su representación en forma de reflectores sísmicos y la formación de una traza sísmica mediante la interacción de ellos con el pulso sísmico. Fuente: [6].

En la Figura 1 [6], se aprecia que cada frontera en la sección geológica genera un *spike* en la serie de reflectores. La magnitud de este reflector depende del contraste entre las impedancias sísmicas de cada capa. Estos reflectores al interactuar con el pulso sísmico generan la traza. Esta interacción es modelada matemáticamente como una convolución, por lo que el símbolo * de la figura denota esta operación.

Dado que la traza contiene, además de los reflectores, la información del pulso sísmico, es necesario remover esta información para obtener la serie de reflectores, que son los que verdaderamente contienen la información del subsuelo que estamos estudiando. Este proceso de eliminar la huella del pulso sísmico es lo que se conoce como Deconvolución Sísmica. En la Figura 2 [7] se muestra un ejemplo de una traza sísmica real.

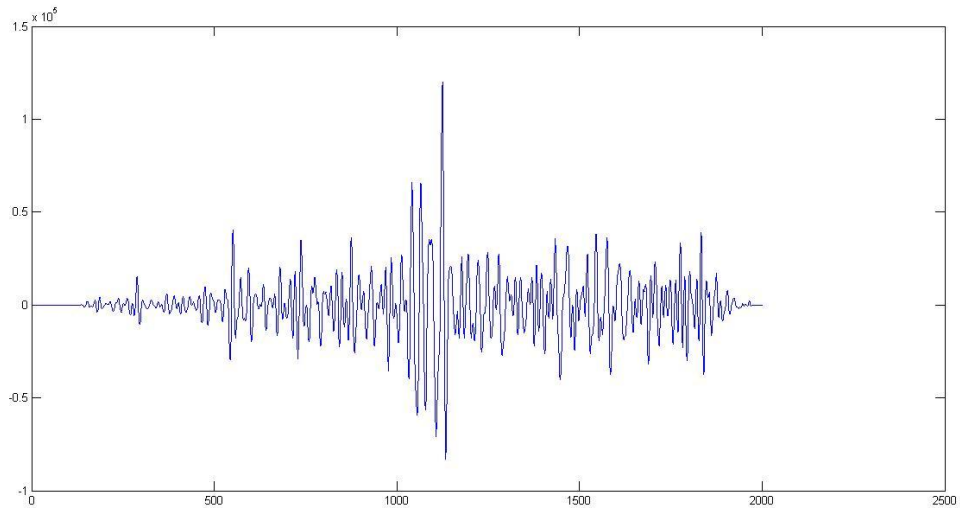


Figura 2. Traza sísmica graficada con Matlab. Fuente: Autor.

1.2. Modelo Convolutional

En la realidad, la sección geológica que se muestra en la Figura 1 no es constante. Cada capa puede tener intrusiones de otras litologías, lo cual hace que la impedancia de la capa varíe a lo largo de su extensión. En el modelamiento matemático de estas capas [8], y en esta investigación, se hacen ciertas asunciones acerca de las características del terreno que facilitan tanto el modelamiento en sí, como el posterior procesamiento de los datos obtenidos. Las asunciones a tomar en cuenta durante la investigación son las siguientes

- El subsuelo está formado de capas horizontales de velocidad compresional constante.
- La fuente genera una onda compresional plana que incide en las capas de forma normal.
- La forma de onda de la fuente (pulso sísmico) no cambia a medida que viaja por el subsuelo.

Estas asunciones proporcionan un sismograma de incidencia normal sobre el cual realizar el respectivo procesamiento. En la Figura 3 se muestra la relación entre los reflectores y el sismograma.

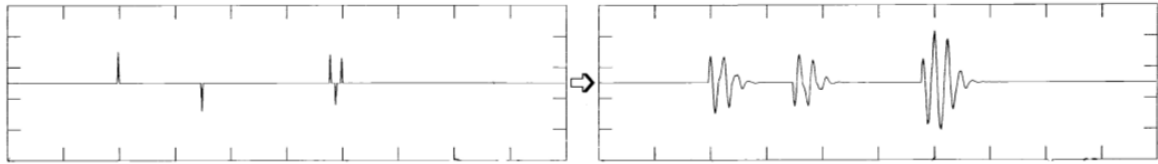


Figura 3. Izquierda: Serie de 5 reflectores sísmicos. Derecha: Sismograma resultante de la interacción de los cinco reflectores con un pulso sísmico. Fuente: [9].

En la Figura 3 [9] se observa una serie de cinco reflectores, representados como impulsos de cierta magnitud y polaridad dependiendo del tipo de impedancias que están separando. El proceso de adquisición, la obtención del sismograma, se puede ver de la siguiente manera, la fuente explosiva como una ondícula que viaja a través del subsuelo experimentando diferentes fenómenos, entre ellos, dilataciones y reflexiones. Cuando la ondícula se encuentra con estos reflectores, responde y cambia su forma y su polaridad de acuerdo al reflector. Además, puesto que la ondícula responde a cada reflector individual, la traza total se puede ver como la superposición de las respuestas individuales.

Esta superposición tiene sus ventajas, pero también sus desventajas. Una de ellas se aprecia en la respuesta de los reflectores más profundos. Aquí, las tres respuestas se han combinado en una sola, haciendo casi imposible, desde la traza, saber tanto la localización como el número de reflectores que se encuentran en esa zona, por lo cual es necesario quitar la huella de la ondícula de la traza para dejar únicamente los reflectores. La representación matemática de esta interacción entre los reflectores y la ondícula viene dada por la Ecuación 3.

$$x(t) = w(t) * e(t) + n(t) \quad (3)$$

Donde $x(t)$ es el sismograma registrado, $w(t)$ es la ondícula sísmica, $e(t)$ es la respuesta al impulso del subsuelo, i.e. la serie de reflectores sísmicos, $n(t)$ representa el ruido y $*$ representa la operación matemática de convolución. Esta representación matemática se puede ver gráficamente, en la Figura 4.

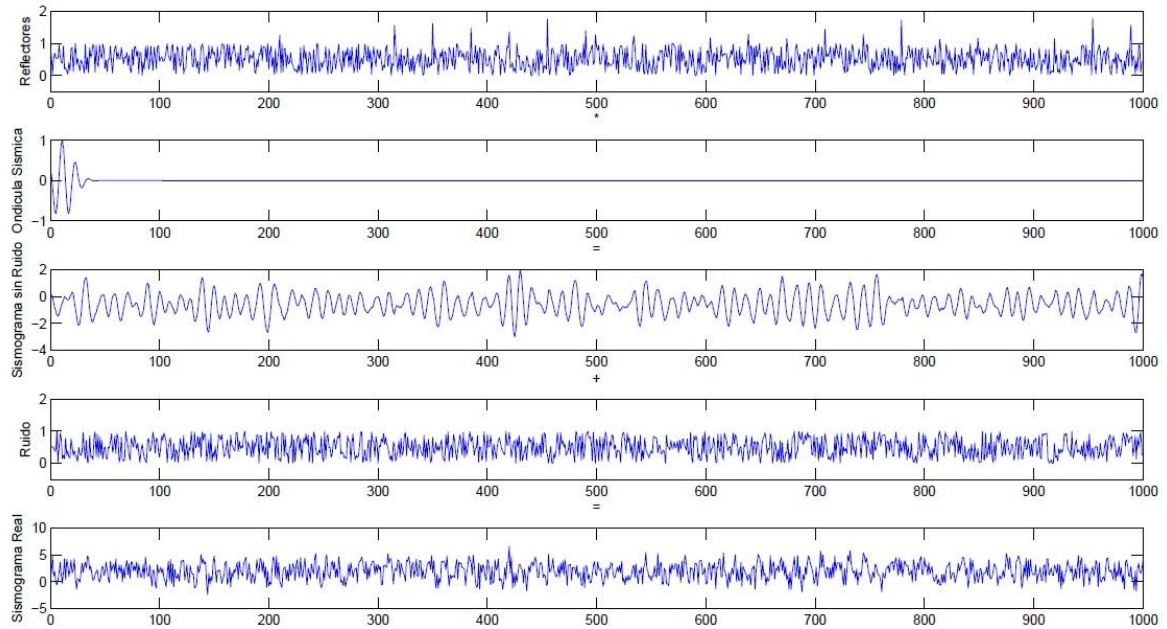


Figura 4. Modelo Convolutivo. En el cuadro superior, la serie de reflectores sísmicos del perfil geológico en estudio. En el cuadro inferior, el sismograma resultante de la suma del sismograma sin ruido con una traza de ruido. Fuente: [7].

En la Figura 4 [7] se nota cada etapa del modelo convolutivo. Primero está la serie de reflectores, los cuales se convolucionan con la ondícula sísmica para obtener un sismograma. Evidentemente este sismograma está libre de ruido, pero debido a que en la realidad esto no es posible, un componente de ruido es agregado para obtener finalmente un sismograma real. La meta de la deconvolución sísmica, es obtener $e(t)$, la serie de reflectores del subsuelo, eliminando durante el proceso, tanto la componente de ruido como la huella de la ondícula sísmica.

2. LA TRANSFORMACIÓN CURVELET

La Transformación Curvelet, propuesta y desarrollada por los profesores Candès y Donoho en 1999 [3], es una transformación direccional multi-escala que permite una representación con pocos coeficientes de objetos con curvas, lo que la hace muy atractiva en el campo de la sismica de reflexión. A diferencia de las funciones *wavelet* que sólo pueden representar patrones verticales, horizontales y diagonales, las funciones *curvelet* pueden representar cualquier tipo de patrón direccional. Gracias a esta propiedad, la direccionalidad, la solución a sistemas lineales simétricos de ecuaciones diferenciales como la ecuación de onda se pueden representar en forma más exacta. Una *curvelet* está definida por las siguientes ecuaciones

$$\phi_{a,b,\theta}(x) = a^{-3/4} \phi_0(D_a R_\theta(x - b)) \quad (4)$$

$$D_a = \begin{pmatrix} 1/a & 0 \\ 0 & 1/\sqrt{a} \end{pmatrix} \quad (5)$$

$$R_\theta = \begin{pmatrix} \cos\theta & \sen\theta \\ -\sen\theta & \cos\theta \end{pmatrix} \quad (6)$$

$$b = R_\theta^{-1} \left(k_1 * 2^{-j}, k_2 * 2^{-\frac{j}{2}} \right) \quad (7)$$

El factor a y la matriz D_a están involucradas en las dilataciones de las *curvelets*, donde $0 < a < 1$. La matriz R_θ es la encargada de las rotaciones, donde $0 < \theta < \pi$ y b es el factor encargado de las traslaciones de la *curvelet*. En particular, la propiedad de direccionalidad (las rotaciones) es de especial interés en la sismica, dado que alberga un gran potencial como herramienta para representar los eventos inclinados a diferentes ángulos en el subsuelo.

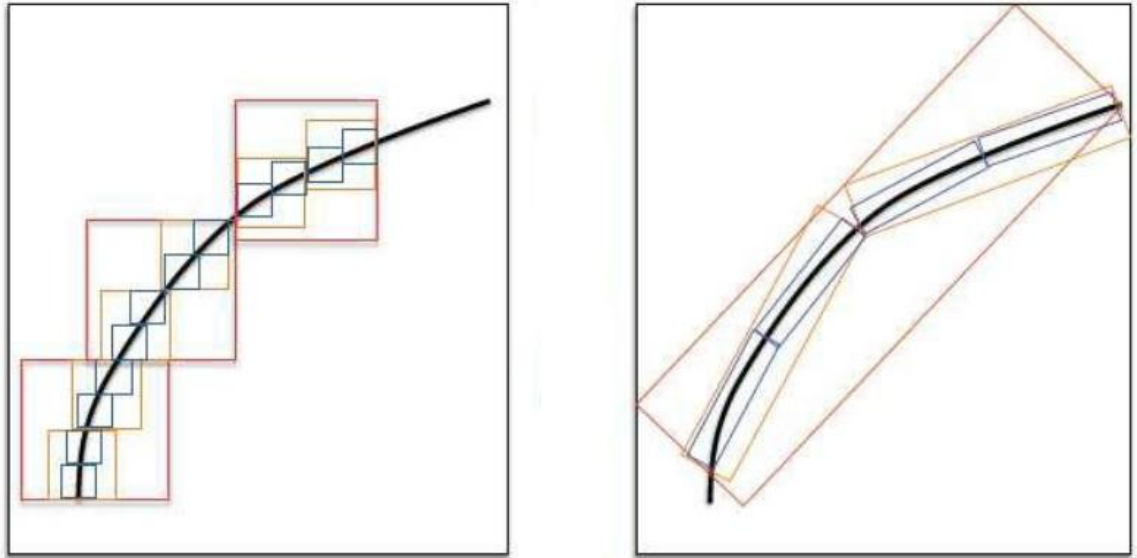


Figura 5. Izquierda: Aproximación de una curva (color negro) usando *wavelets* en distinta cantidad de coeficientes (cuadros de colores). Derecha: Aproximación de una curva (color negro) usando *curvelets* en distinta cantidad de coeficientes (cuadros de colores). Fuente: [10].

En la Figura 5 se muestra una comparación entre *wavelets* y *curvelets* en la representación de una curva. Es posible apreciar que el factor de direccionalidad le proporciona a la transformación *curvelet* una importante propiedad. Esta propiedad le permite una aproximación a la curva en muy pocos componentes o coeficientes. Nótese que en la aproximación más cercana (la de los recuadros azules) las *wavelets* usan 12 coeficientes, mientras que para las *curvelets* tan sólo 4 coeficientes logran una aproximación mucho más cercana a la curva original.

3. DECONVOLUCIÓN SÍSMICA

3.1. Deconvolución por Filtrado Inverso

En el enfoque del filtrado inverso [11] para la deconvolución sísmica se supondrá un operador de filtrado $f(t)$ definido de forma tal que se cumple la siguiente expresión

$$e(t) = f(t) * x(t) \quad (8)$$

La Ecuación 8 significa que la convolución del operador de filtrado $f(t)$ con el sismograma registrado $x(t)$ produce una estimación de la serie de reflectores del subsuelo $e(t)$. Si se reemplaza la Ecuación 8 en la Ecuación 3 y se asume que la componente de ruido es nula, se tiene que

$$x(t) = w(t) * f(t) * x(t) \quad (9)$$

Simplificando la ecuación anterior se obtiene

$$\delta(t) = w(t) * f(t) \quad (10)$$

Donde $f(t)$ es el operador de filtrado, $w(t)$ es la ondícula sísmica y $\delta(t)$ representa el delta de Kronecker que está definido por la expresión siguiente

$$\delta(t) = \begin{cases} 1, & t = 0 \\ 0, & t \neq 0 \end{cases} \quad (11)$$

Ahora bien, si se despeja $f(t)$ en la Ecuación 10 y se lleva la expresión resultante al dominio de la frecuencia, se obtiene una expresión para el operador de filtrado en la deconvolución.

$$F(w) = \frac{1}{W(w)} \quad (12)$$

De la Ecuación 12, el operador de filtrado necesario para obtener la serie de reflectores sísmicos desde el sismograma registrado, es el inverso matemático de la ondícula sísmica $w(t)$. En este caso, para realizar la deconvolución por este método, es necesario conocer de antemano la ondícula sísmica. En la Figura 6 se muestra el diagrama de flujo para este enfoque.

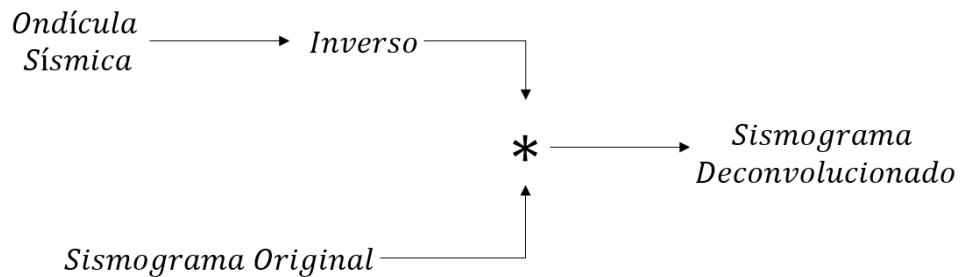


Figura 6. Diagrama de flujo para el filtrado inverso. Fuente: Autor.

De acuerdo a este diagrama de flujo, primero se crea el sismograma de la Figura 6 Izquierda, usando dos reflectores y creando una *curvelet* de 32 puntos entre los límites inferior y superior, -4 y 4 respectivamente y factores de rotación, traslación y dilatación de 0, 0.5 y 0.75 respectivamente. Para el proceso de deconvolución se genera una *curvelet* de iguales características, se invierte y finalmente se convoluciona con el sismograma para obtener el sismograma deconvolucionado de la Figura 7 Derecha.

Hay que anotar que el objetivo aquí es modificar las características de la *curvelet* del operador de filtrado para encontrar una combinación que concuerde con la que está presente en el sismograma original con el fin de obtener una deconvolución adecuada. Se trabajará en un principio bajo la asunción de que el sismograma está libre de cualquier ruido.

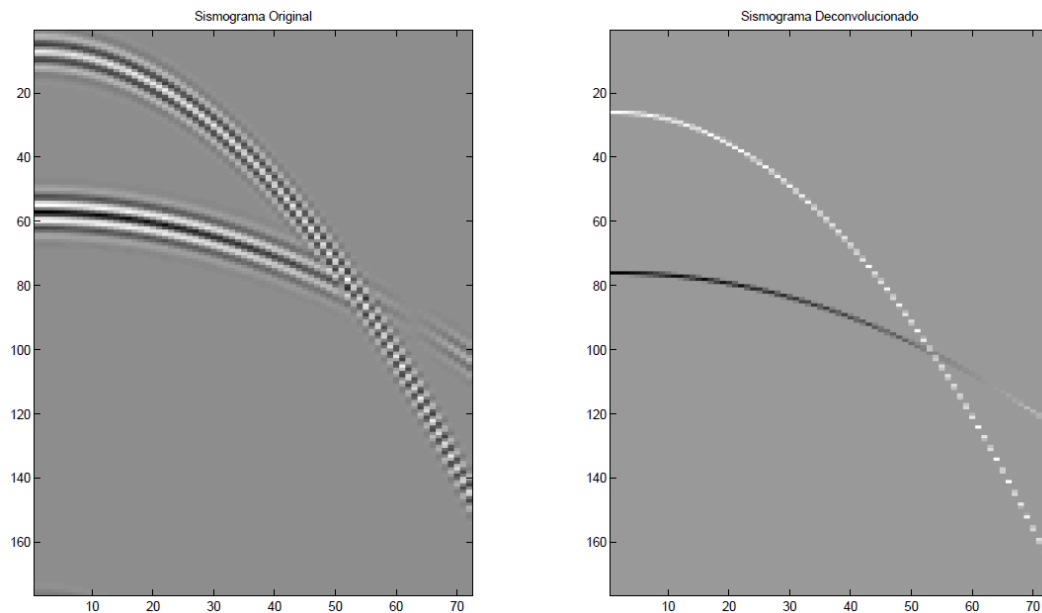


Figura 7. Izquierda: Sismograma creado usando dos reflectores y una *curvelet* de 32 puntos, límites entre -4 y 4, factor de rotación de 0° , factor de traslación de 0.5 y factor de dilatación de 0.75. Derecha: Deconvolución perfecta obtenida al usar como operador de filtrado una *curvelet* que concuerda con los parámetros de la primera. Fuente: Autor.

Claramente en la Figura 7 [7] se ve como la huella de la ondícula en el sismograma original ha sido completamente removida en el sismograma deconvolucionado, dejando únicamente la información de los dos reflectores presentes. Se puede ver el resultado de esta operación para una sola traza en la Figura 8.

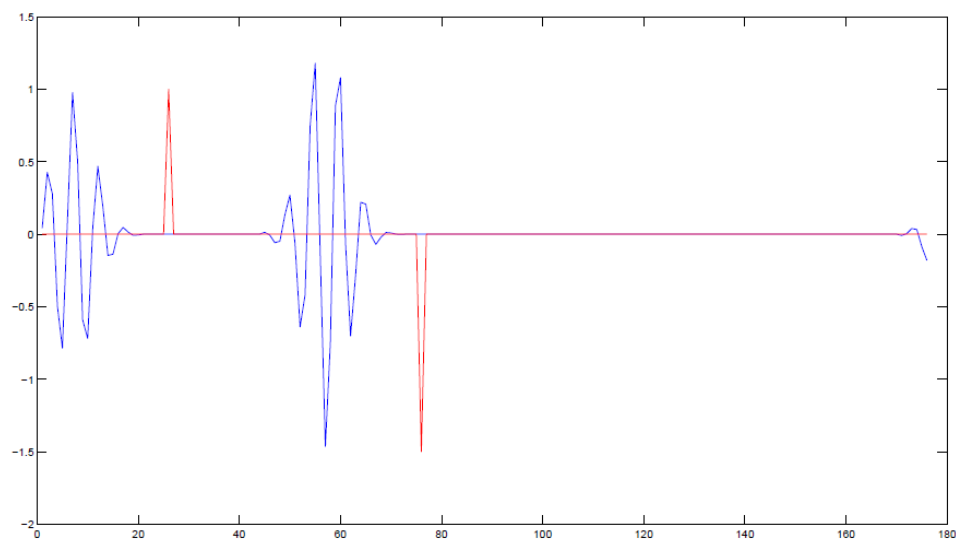


Figura 8. Proceso de deconvolución mostrado en la Figura 7 para una sola traza. En azul la traza sísmica y en rojo los dos reflectores resultantes del proceso. Fuente: Autor. Nótese como la huella de la ondícula en la traza ha sido removida completamente dejando únicamente algunos *spikes* que representan los reflectores sísmicos, dado que los parámetros de la *curvelet* del sismograma (que es el pulso sísmico) concuerda con los parámetros de la *curvelet* del operador de filtrado. Se verá ahora qué ocurre cuando las *curvelets* no son iguales. Para el propósito de esta prueba, el sismograma fue creado con una *curvelet* con un número de puntos $N_{opto}=32$, límites inferior y superior $LB=-4$ y $SB=4$ respectivamente. Un factor de rotación $\theta=0$, un factor de traslación $b=0.5$ y un factor de dilatación $a=0.75$

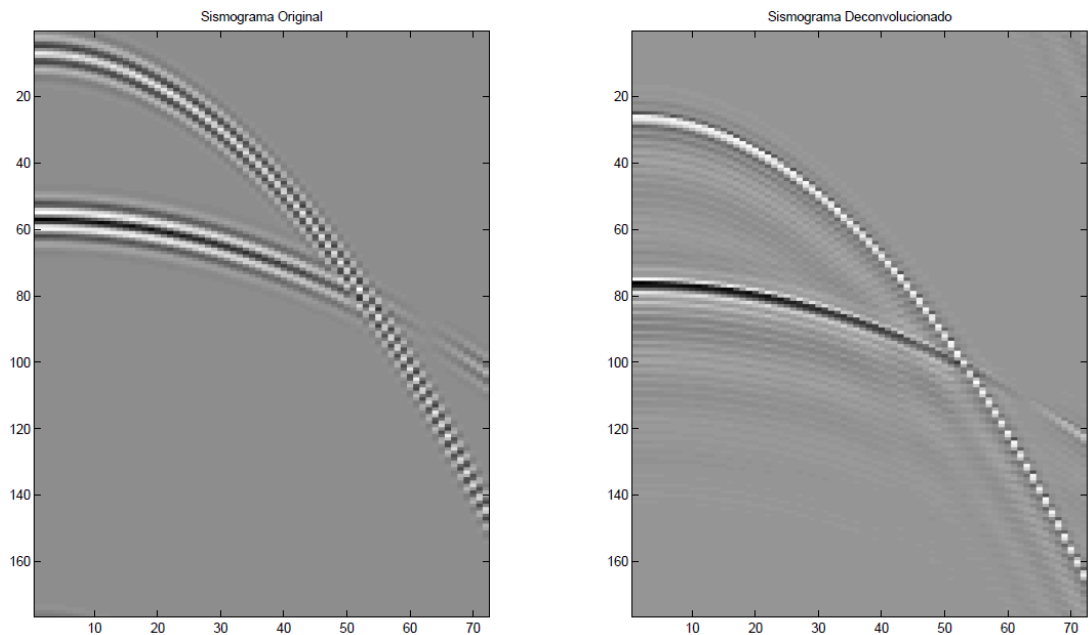


Figura 9. Izquierda: Sismograma creado usando dos reflectores y una *curvelet* de 32 puntos, límites entre -4 y 4, factor de rotación de 0° , factor de traslación de 0.5 y factor de dilatación de 0.75. Derecha: Sismograma imperfectamente deconvolucionado con una *curvelet* de 32 puntos, límites entre -4 y 4, factor de rotación de 0° , factor de traslación de 0.15 y factor de dilatación de 0.75. Fuente: Autor.

En este caso el factor de traslación $a=0.15$ está por debajo del valor presente en las trazas originales $a=0.5$ lo que causa, de acuerdo a la Figura 9 Derecha, que la deconvolución presente un rizado alrededor de los verdaderos reflectores. Está

presente en el sismograma deconvolucionado fragmentos de la huella de la ondícula sísmica. Aun cuando los reflectores están diferenciados se presenta también un rizado en las trazas deconvolucionadas. En la Figura 10 se observa el resultado para una sola traza del sismograma deconvolucionado.

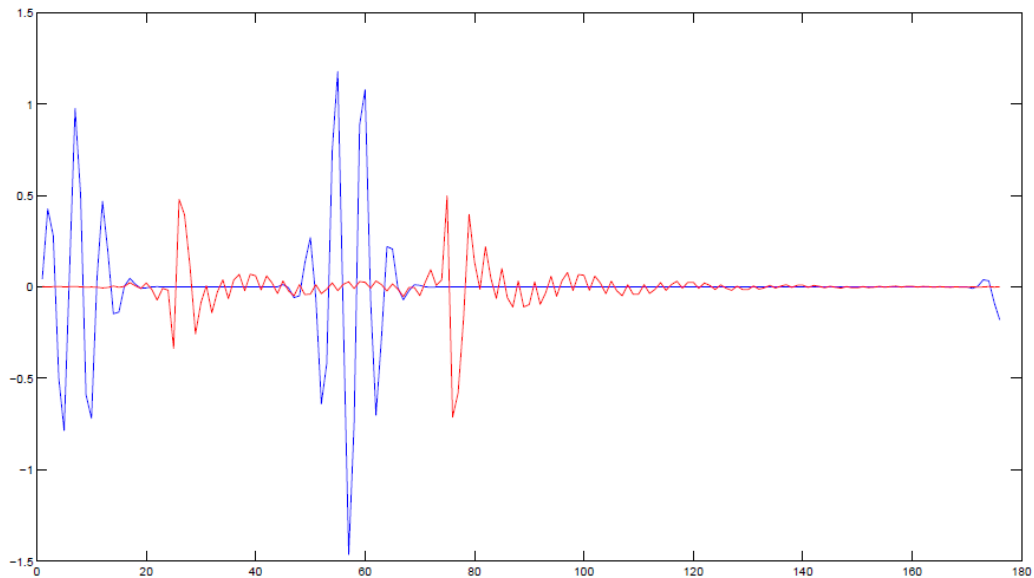


Figura 10. Deconvolución para una sola traza del sismograma de la Figura 8. En azul la traza sísmica, en rojo los reflectores junto una forma de onda que representa el rizado observado en la Figura 8. Fuente: Autor.

Ahora se presenta un resultado donde el factor de traslación es superior al valor presente en el sismograma original. Este resultado se aprecia en la Figura 11 para el sismograma y en la Figura 12 para una sola traza.

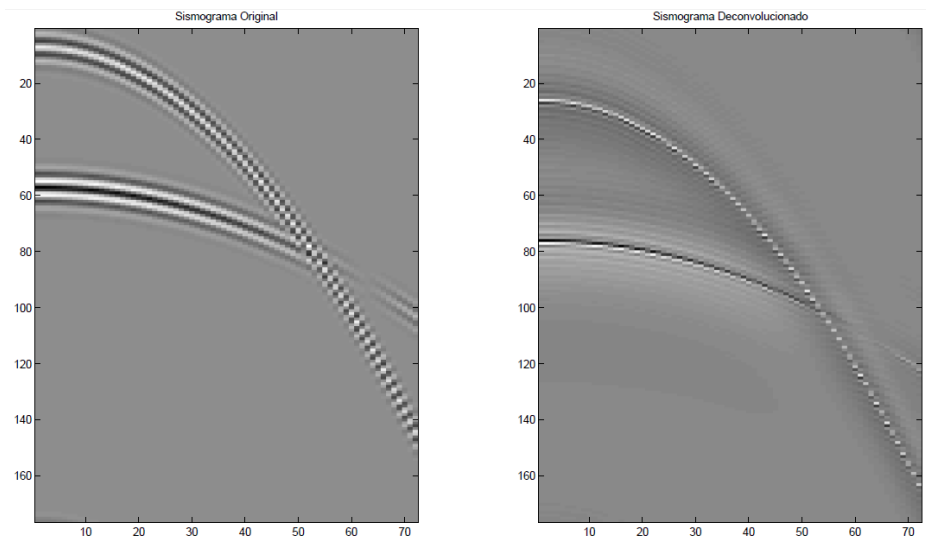


Figura 11. Izquierda: Sismograma creado usando dos reflectores y una *curvelet* de 32 puntos, límites entre -4 y 4, factor de rotación de 0° , factor de traslación de 0.5 y factor de dilatación de 0.75. Derecha: Sismograma imperfectamente deconvolucionado con una *curvelet* de 32 puntos, límites entre -4 y 4, factor de rotación de 0° , factor de traslación de 0.75 y factor de dilatación de 0.75. Fuente: Autor

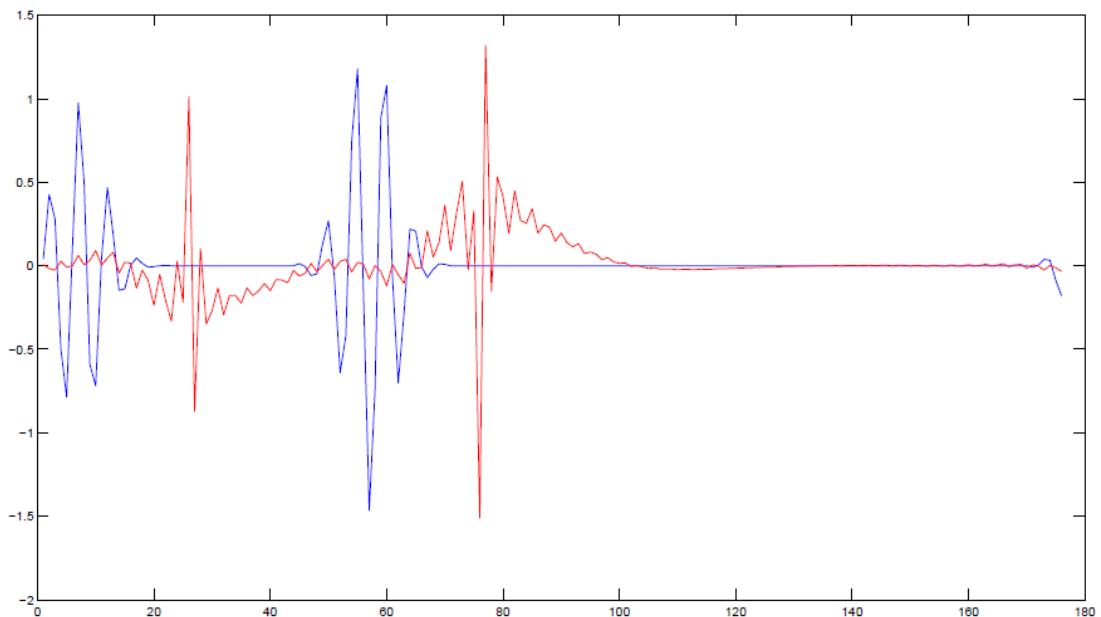


Figura 12. Deconvolución para una traza de la Figura 11. En azul la traza sísmica, en rojo los reflectores resultantes junto una forma de onda que presenta todavía apariencia de ondícula y el rizado observado en la Figura 11. Fuente: Autor.

La *curvelet* usada como operador de filtrado en la Figura 11 de 32 puntos, límites entre -4 y 4, factor de rotación de 0° , factor de traslación de 0.75 y factor de dilatación de 0.75 no es la misma que la usada como pulso sísmico luego la

deconvolución en este caso tampoco es adecuada. Es posible ver que el reflector aún posee rastros de la huella del pulso sísmico por lo cual en la Figura 11 Derecha no se pueden distinguir claramente. También se presenta el efecto de rizado en las proximidades a los reflectores.

En las siguientes figuras se muestra un resultado interesante. Sin importar los factores de dilatación de la *curvelet* original y de la *curvelet* usada como operador de filtrado, es posible obtener una deconvolución exitosa, ya sea que el factor de dilatación del operador esté por encima o por debajo del factor del sismograma.

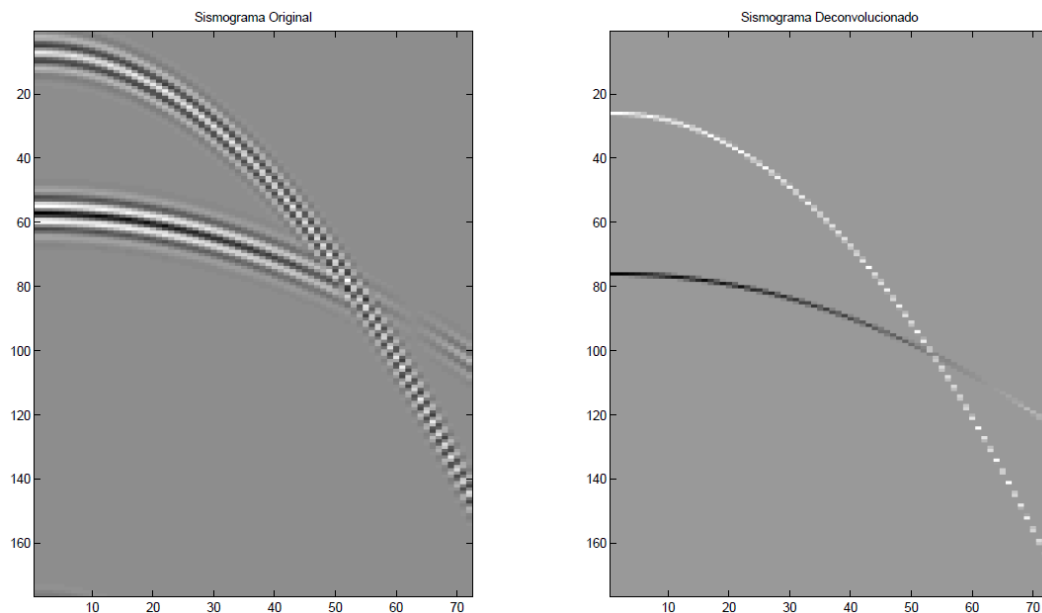


Figura 13. Izquierda: Sismograma creado con una *curvelet* de $Nopto=32$, $LB=-4$, $SB=4$, $theta=0$, $b=0.5$, $a=0.75$. Derecha: Deconvolución perfecta usando una *curvelet* de $Nopto=32$, $LB=-4$, $SB=4$, $theta=0$, $b=0.5$, $a=0.1$. Fuente: Autor.

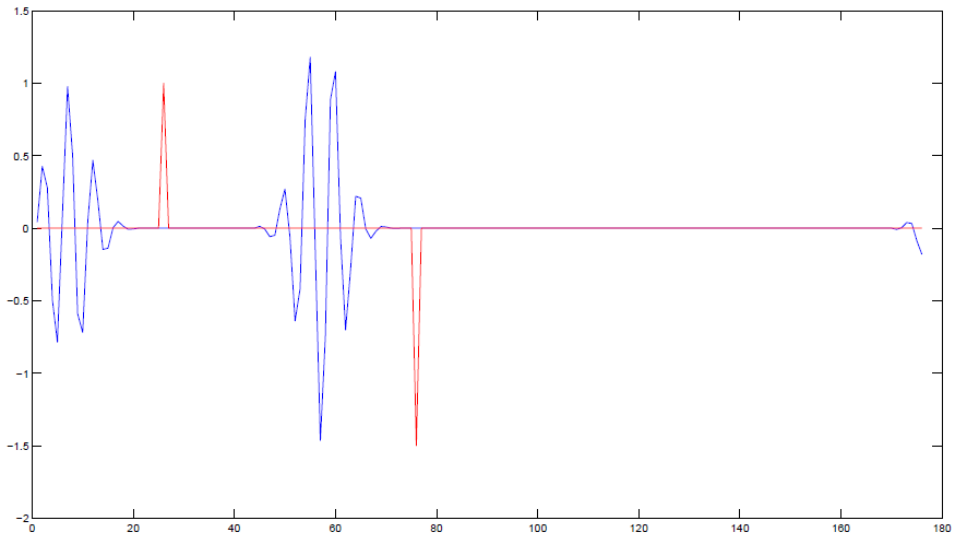


Figura 14. Deconvolución para una sola traza de la Figura 13. En azul la traza sísmica, en rojo los reflectores resultantes. Fuente: Autor.

En las siguientes figuras se muestra lo que ocurre en la deconvolución cuando el operador de filtrado presenta un factor de dilatación superior al del sismograma.

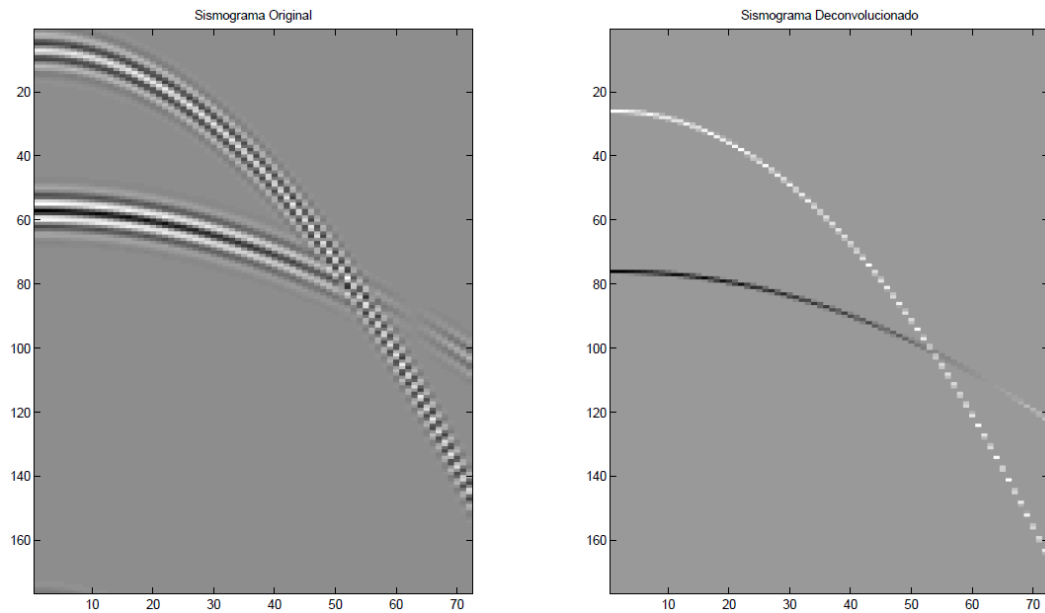


Figura 15. Izquierda: Sismograma creado con una *curvelet* de $N_{opto}=32$, $LB=-4$, $SB=4$, $\theta=0$, $b=0.5$, $a=0.75$. Derecha: Deconvolución perfecta usando una *curvelet* de $N_{opto}=32$, $LB=-4$, $SB=4$, $\theta=0$, $b=0.8$, $a=0.1$. Fuente: Autor.

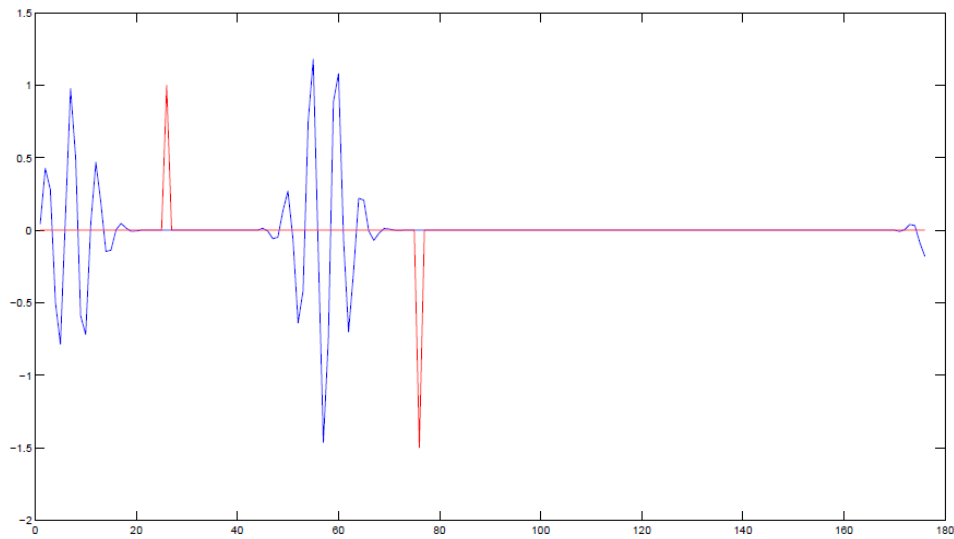


Figura 16. Deconvolución para una sola traza de la Figura 14. En azul, la traza del sismograma y en rojo, los reflectores resultantes. Fuente: Autor.

Como se aprecia en estos resultados, la deconvolución es exitosa, independientemente de si la *curvelet* del operador tiene un factor de dilatación menor o superior al presente en el sismograma original. Finalmente, se agrega un componente de ruido al sismograma original para verificar como se desempeña el algoritmo con entradas contaminadas. Esta contaminación se hace con una distribución uniforme pseudo-aleatoria con media 0 y diferentes valores de varianza. Este ruido se genera usando el comando `>>rand()` de Matlab.

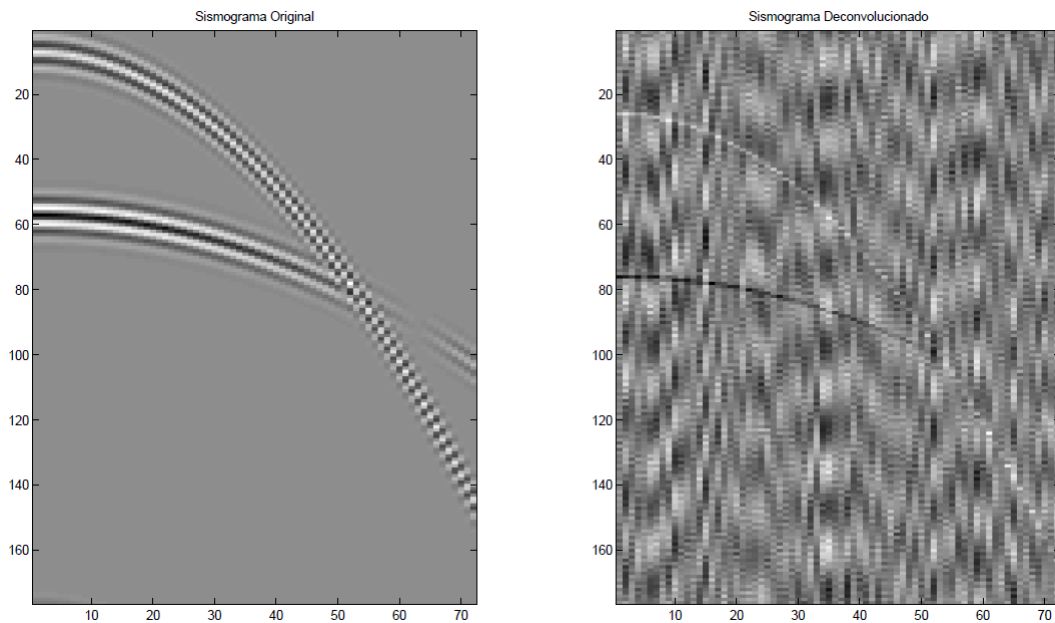


Figura 17. Deconvolución de un sismograma con ruido. Izquierda: Sismograma creado con una *curvelet* de $N_{opto}=32$, $LB=-4$, $SB=4$, $\theta=0$, $b=0.5$, $a=0.75$ adicionándole ruido uniforme de varianza 0.001. Derecha: Sismograma deconvolucionado imperfectamente con una *curvelet* idéntica a la del sismograma para garantizar la congruencia en los parámetros. Fuente: Autor.

En la Figura 17 al sismograma original se le añade ruido uniforme con varianza de 0.001. Aunque se han ajustado los parámetros de las *curvelets* para alcanzar congruencia entre ellas, el ruido del sismograma deconvolucionado es tal que apenas si deja distinguir los reflectores. Hay que anotar que en un sismograma real existen cientos de trazas con muchos reflectores por lo que un nivel de ruido como el que aparece en la Figura 17 Derecha, haría muy difícil una interpretación adecuada de los datos. Considerando que la potencia del ruido en los sismogramas reales es mayores, presentando una relación señal a ruido menor, se dificulta el proceso de deconvolución usando el filtrado inverso. A continuación se presenta una prueba realizada con ruido uniforme de varianza de 0.01.

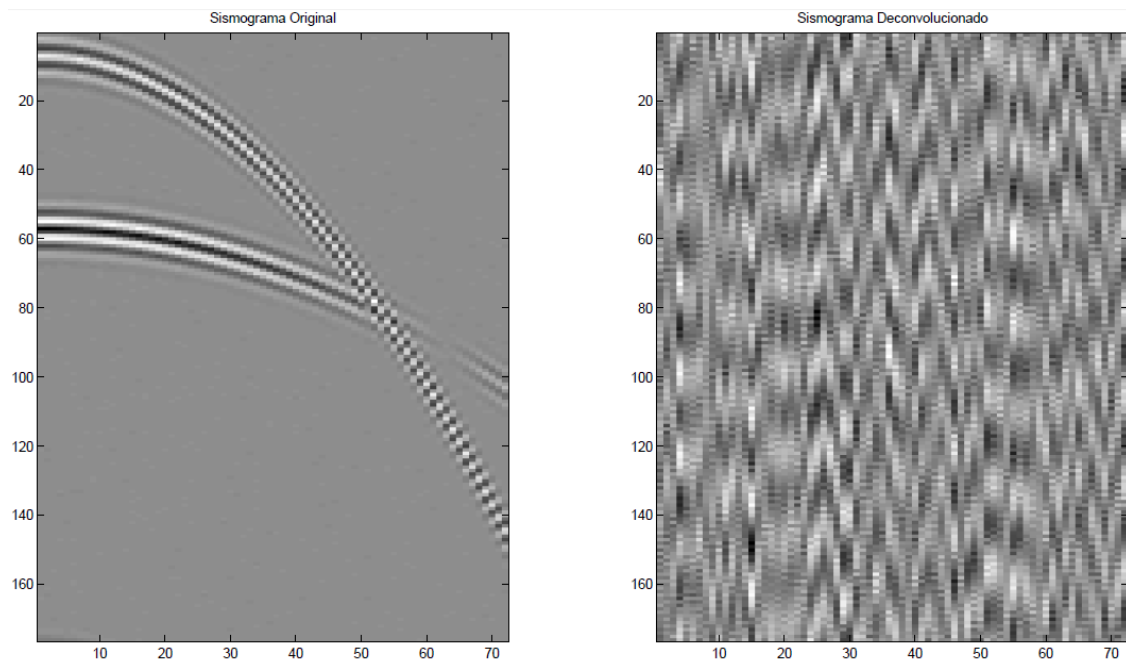


Figura 18. Izquierda: Sismograma creado con una *curvelet* de $N_{opto}=32$, $LB=-4$, $SB=4$, $\theta=0$, $b=0.5$, $a=0.75$ adicionándole ruido uniforme de varianza 0.1. Derecha: Sismograma deconvolucionado imperfectamente con una *curvelet* idéntica a la del sismograma para garantizar la congruencia en los parámetros. Fuente: Autor.

En la Figura 18 los reflectores en el sismograma deconvolucionado han quedado completamente ocultos bajo el ruido. Mientras que en la Figura 17 se podían distinguir los reflectores, aquí ya no existe tal distinción. La deconvolución a través del filtrado inverso en la presencia de ruido no es adecuada, dado que el ruido se amplifica en el proceso de la inversión, haciendo que los reflectores se oculten. Por esta razón, en el próximo capítulo se presenta la deconvolución Wiener para el caso de sismogramas que presentan ruido.

3.2. Deconvolución Wiener

La deconvolución Wiener incluye todas las ventajas que se vieron en el capítulo anterior y además de eso, incluye un segmento de filtrado de ruido. Debido al tipo de ruido que se incluyó en la anterior sección, el ruido se amplifica al momento de hacer la deconvolución por lo cual se hace necesaria una compensación de dicho

ruido para que se pueda completar el proceso y no obtener un resultado como el de la Figura 18 donde los reflectores fueron ocultados por el ruido. En la Figura 19 se presenta el diagrama de bloques que describe la deconvolución Wiener.

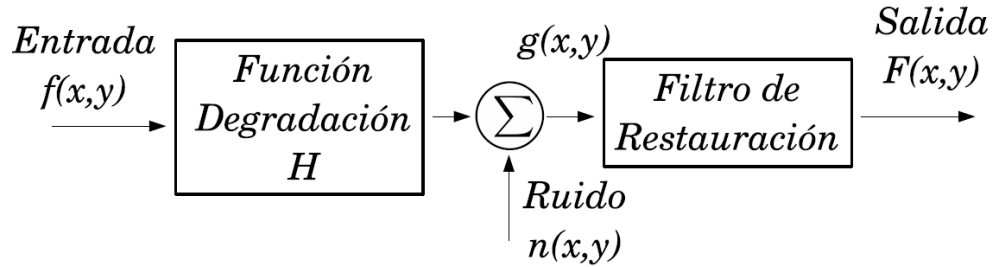


Figura 19. Diagrama de bloques de la deconvolución Wiener. Fuente: Autor.

El filtro Wiener tiene la siguiente expresión matemática para el caso bidimensional:

$$\hat{F}(u, v) = \left[\frac{1}{|H(u, v)|} \frac{|H(u, v)|^2}{|H(u, v)|^2 + \left(\frac{S_\eta(u, v)}{S_f(u, v)} \right)} \right] G(u, v) \quad (13)$$

Aunque se suele usar una aproximación de la Ecuación 13 para una mayor simplicidad y facilidad en los cálculos, dicha aproximación se muestra en la Ecuación 14.

$$\hat{F}(u, v) = \left[\frac{1}{|H(u, v)|} \frac{|H(u, v)|^2}{|H(u, v)|^2 + K} \right] G(u, v) \quad (14)$$

Donde K es el coeficiente de compensación. Es este coeficiente el que se modifica con el fin de compensar la varianza del ruido que se presenta en los sismogramas. Como podemos ver en las Ecuaciones 13 y 14, si se ajusta $K=0$ los términos $|H(u, v)|^2$ se cancelan, haciendo que la ecuación resulte de la forma $\hat{F}(u, v) = G(u, v)/|H(u, v)|$ que es la forma general en el dominio de la frecuencia de la Ecuación 12.

A continuación se muestran algunos de los efectos que tiene el modificar el coeficiente de compensación K dentro del proceso de deconvolución. Se comenzará con la deconvolución del mismo sismograma sintético usado en la sección anterior contaminado con un ruido uniforme de varianza 0.1 ajustando $K=0$.

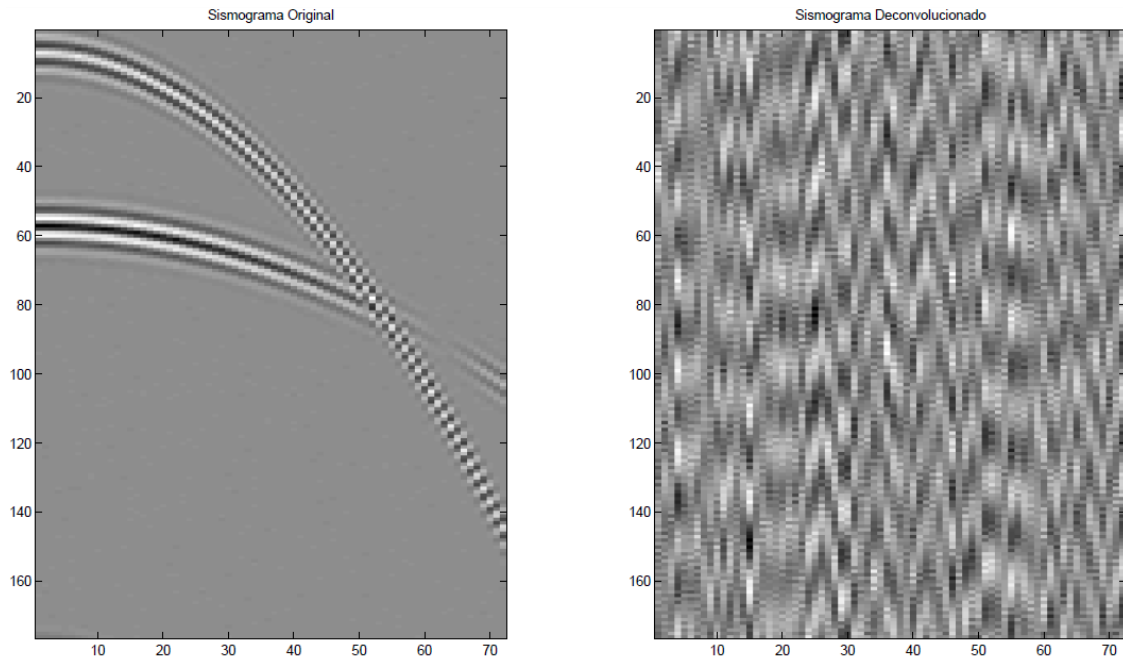


Figura 20. Izquierda: Sismograma creado con una *curvelet* de $N_{opto}=32$, $LB=-4$, $SB=4$, $\theta=0$, $b=0.5$, $a=0.75$ adicionándole ruido uniforme de varianza 0.1. Derecha: Sismograma deconvolucionado imperfectamente, con *curvelet* idéntica a la del sismograma para garantizar la congruencia en los parámetros, en donde los reflectores han quedado ocultos por el ruido. Fuente: Autor.

Claramente, los reflectores del sismograma deconvolucionado de la Figura 20 Derecha, quedan ocultos bajo el ruido amplificado proveniente del sismograma original. Al modificar el valor de K la potencia de ruido presente en el sismograma deconvolucionado se atenúa, lo que hace que sea mucho más fácil de reconocer los reflectores. A continuación se usa la deconvolución Wiener del sismograma contaminado, usando los valores de $K=0.001$, 0.005 y 0.1 .

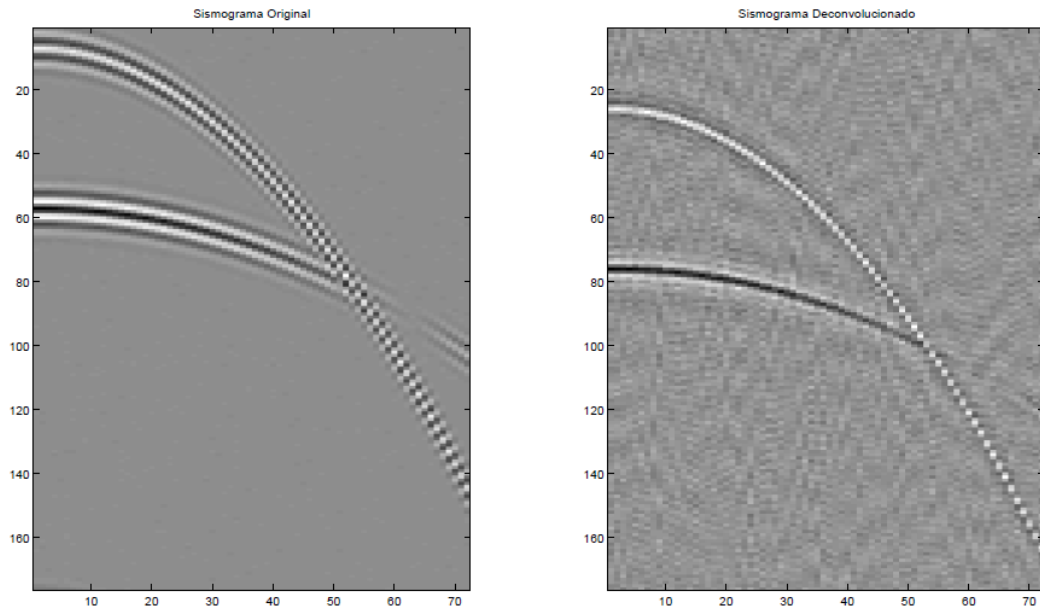


Figura 21. Izquierda: Sismograma creado con una *curvelet* de $N_{opto}=32$, $LB=-4$, $SB=4$, $\theta=0$, $b=0.5$, $a=0.75$ adicionándole ruido uniforme de varianza 0.1. Derecha: Sismograma deconvolucionado imperfectamente, con *curvelet* idéntica a la del sismograma para garantizar la congruencia en los parámetros, con factor de compensación $K=0.001$. Fuente: Autor.

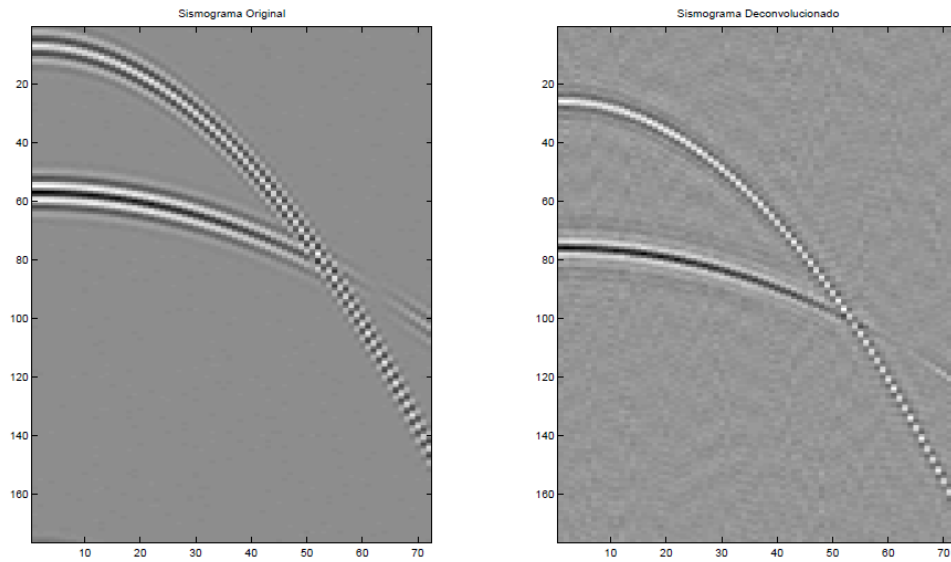


Figura 22. Izquierda: Sismograma creado con una *curvelet* de $N_{opto}=32$, $LB=-4$, $SB=4$, $\theta=0$, $b=0.5$, $a=0.75$ adicionándole ruido uniforme de varianza 0.1. Derecha: Sismograma deconvolucionado imperfectamente, con *curvelet* idéntica a la del sismograma para garantizar la congruencia en los parámetros, con factor de compensación $K=0.005$. Fuente: Autor.

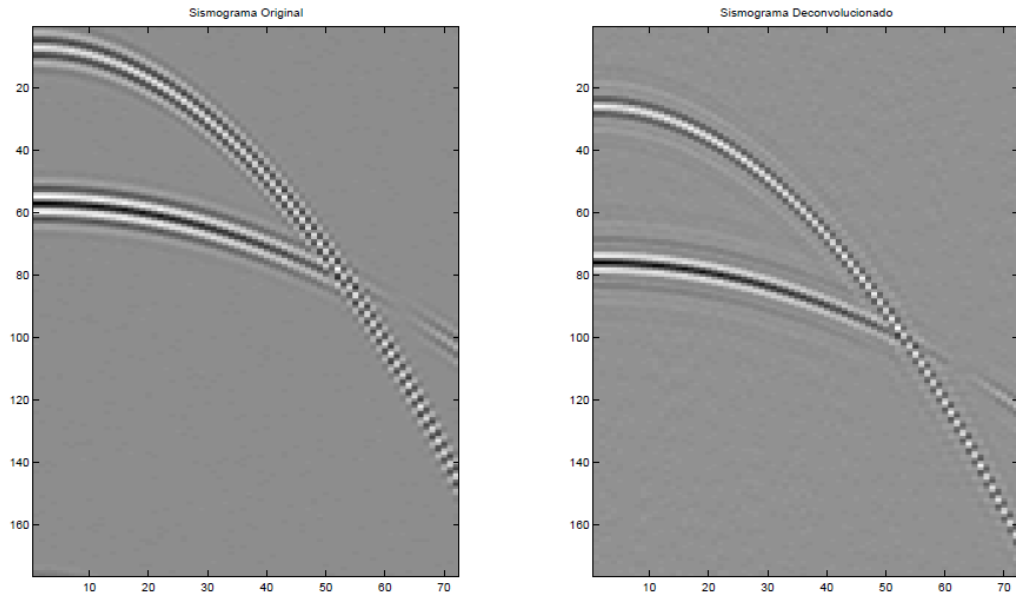


Figura 23. Izquierda: Sismograma creado con una *curvelet* de $N_{opto}=32$, $LB=-4$, $SB=4$, $\theta=0$, $b=0.5$, $a=0.75$ adicionándole ruido uniforme de varianza 0.1. Derecha: Sismograma deconvolucionado imperfectamente, con *curvelet* idéntica a la del sismograma para garantizar la congruencia en los parámetros, con factor de compensación $K=0.1$. Fuente: Autor.

En estos resultados se pueden observar varias cosas, evidentemente a medida que el valor de K aumenta, la compensación del ruido es mejor por lo que éste se ve atenuado significativamente, como se observa en la Figura 23. Además se presenta cierta pérdida de información en la traza 63, al rededor del punto (63,110). Esto es resultado de la compensación, al ser la potencia de ruido demasiado alta respecto al valor del reflector en ese punto, al momento de la atenuación la función no distingue entre el valor del reflector tan bajo y el valor del ruido en ese punto.

Finalmente es posible también apreciar que a medida que el valor de K aumenta, la calidad de la deconvolución disminuye. Adicionalmente, en las Figuras 21 a 23 se puede apreciar que el sismograma deconvolucionado va presentando mayor rastro de la huella de la ondícula sísmica, lo cual indica que el proceso de deconvolución se hace menos efectivo a medida que el algoritmo intenta compensar mejor el ruido. A medida que el factor de compensación aumenta, la

deconvolución se convierte en un filtro que promedia alrededor de cierto vecindario. Esto elimina satisfactoriamente el ruido, pero los reflectores no son satisfactoriamente determinados.

Ahora se procederá a aumentar la varianza del ruido del sismograma original a una varianza de 0.25 y además de variar el coeficiente de compensación K , se variarán los parámetros del operador de filtrado para mejorar el resultado. En este caso, si los valores asignados a K son muy pequeños, los resultados empeoran.

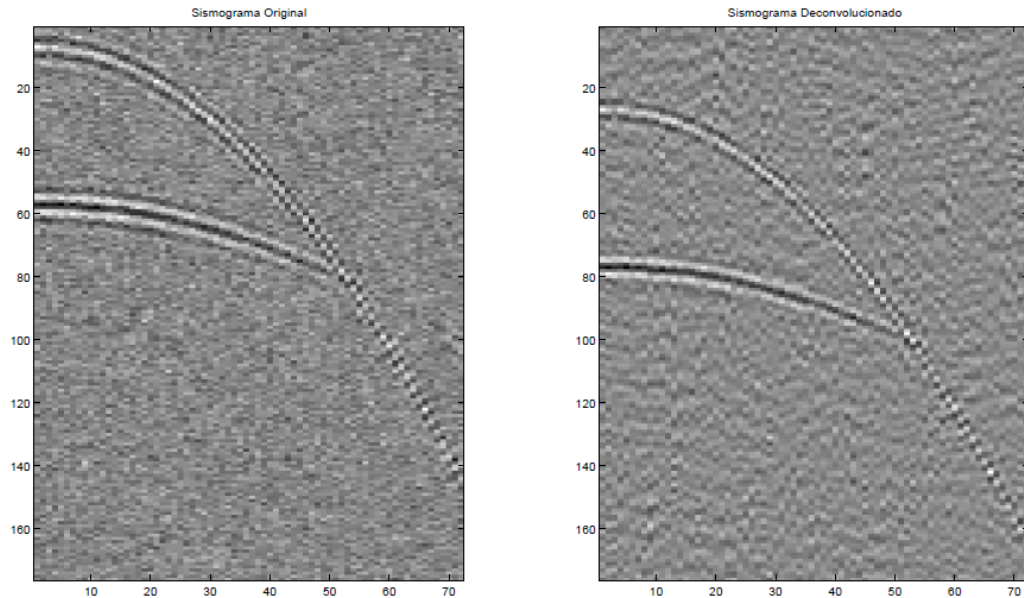


Figura 24. Izquierda: Sismograma creado con una *curvelet* de $N_{opto}=32$, $LB=-4$, $SB=4$, $\theta=0$, $b=0.5$, $a=0.75$ adicionándole ruido uniforme de varianza 0.25. Derecha: Sismograma deconvolucionado imperfectamente, con *curvelet* de $N_{opto}=32$, $LB=-4$, $SB=4$, $\theta=0.5$, $b=1$, $a=0.5$ y factor de compensación $K=0.5$. Fuente: Autor.

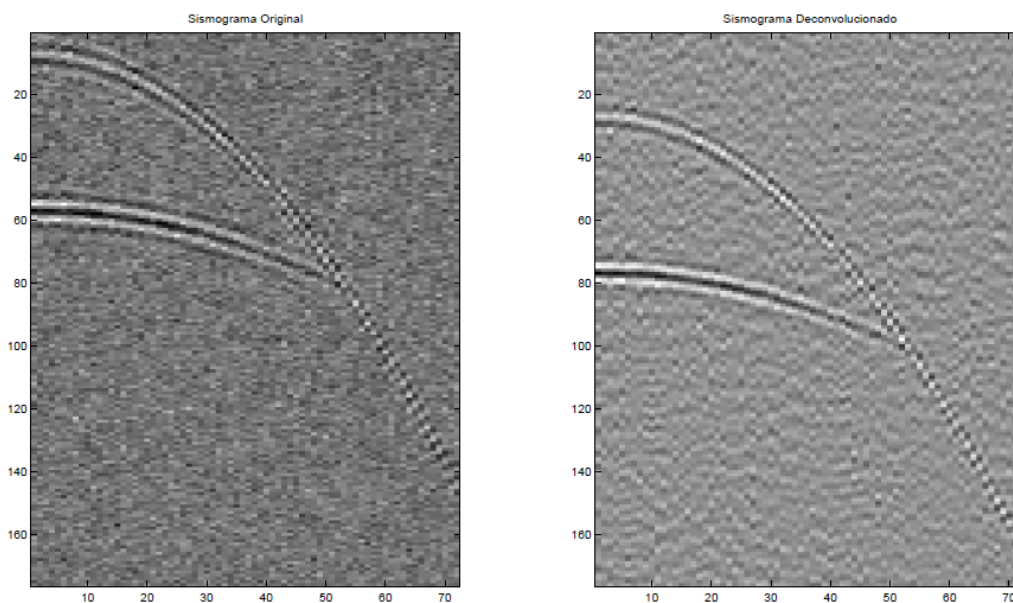


Figura 25. Izquierda: Sismograma creado con una *curvelet* de $N_{opto}=32$, $LB=-4$, $SB=4$, $\theta=0$, $b=0.5$, $a=0.75$ adicionándole ruido uniforme de varianza 0.25. Derecha: Sismograma deconvolucionado imperfectamente, con *curvelet* de $N_{opto}=32$, $LB=-4$, $SB=4$, $\theta=0$, $b=1$, $a=0.5$ y factor de compensación $K=1$. Fuente: Autor.

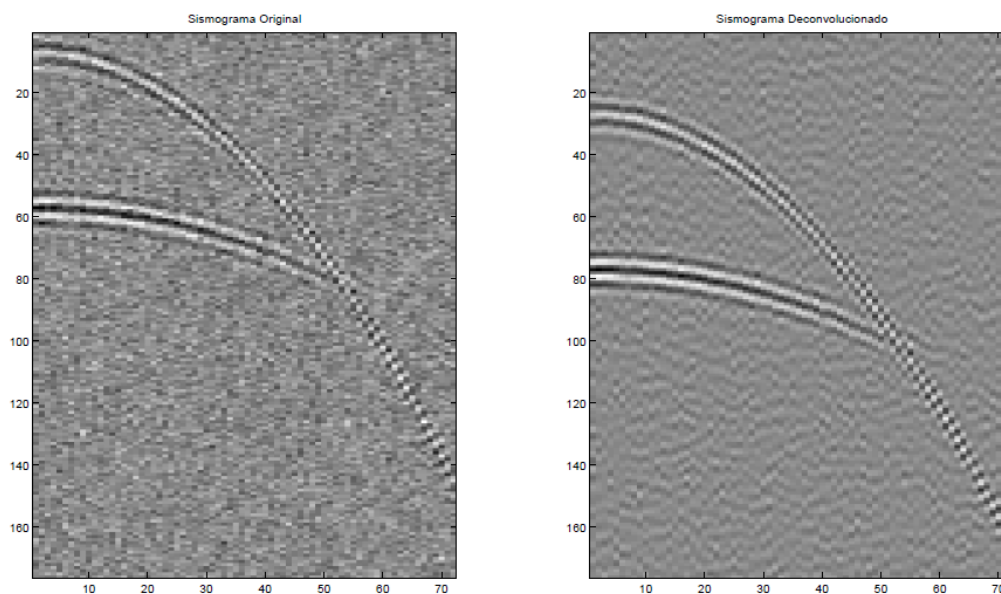


Figura 26. Izquierda: Sismograma creado con una *curvelet* de $N_{opto}=32$, $LB=-4$, $SB=4$, $\theta=0$, $b=0.5$, $a=0.75$ adicionándole ruido uniforme de varianza 0.25. Derecha: Sismograma deconvolucionado imperfectamente, con *curvelet* de $N_{opto}=32$, $LB=-4$, $SB=4$, $\theta=0.5$, $b=1$, $a=0.5$ y factor de compensación $K=10$. Fuente: Autor.

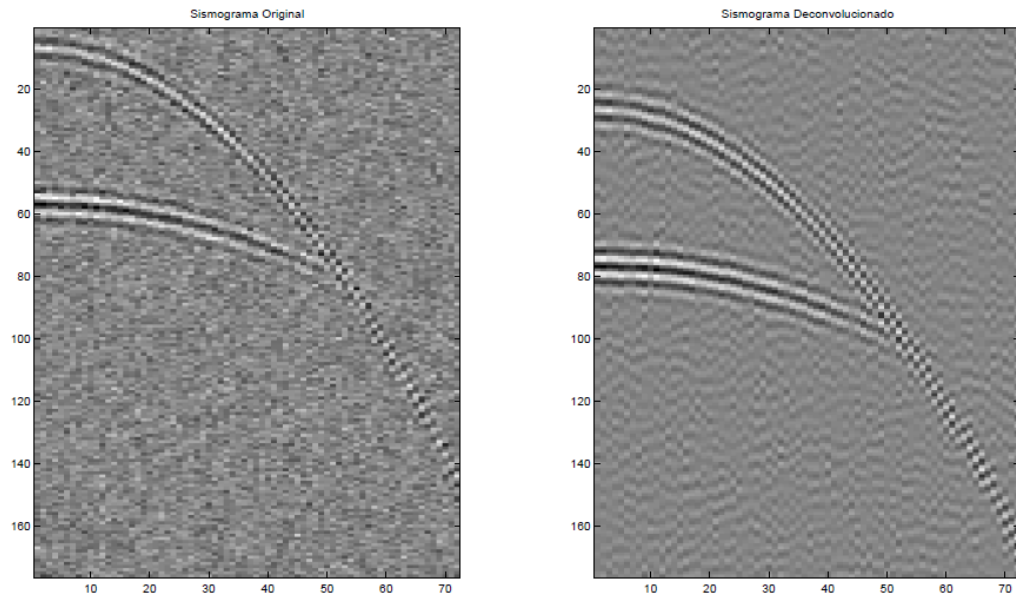


Figura 27. Izquierda: Sismograma creado con una *curvelet* de $Nopto=32$, $LB=-4$, $SB=4$, $theta=0$, $b=0.5$, $a=0.75$ adicionándole ruido uniforme de varianza 0.25. Derecha: Sismograma deconvolucionado imperfectamente, con *curvelet* de $Nopto=32$, $LB=-4$, $SB=4$, $theta=0$, $b=1$, $a=0.5$ y factor de compensación $K=50$. Fuente: Autor.

De estas figuras se aprecia que la técnica del filtrado inverso, incluso con compensación, es altamente sensible al ruido presente en el sismograma. En la Figura 27 se ha hecho una compensación bastante aceptable del ruido pero la deconvolución ha sido infructuosa debido a que la huella de la ondícula del sismograma original está claramente presente en el sismograma deconvolucionado. En las Figuras 24 a 26 la compensación del ruido es baja pero la eliminación de la huella es mejor que la que se aprecia en la Figura 22.

El algoritmo usado en esta sección es el mismo de la sección anterior, solamente se hizo la variación del coeficiente de compensación.

3.3. Deconvolución *Spiking*

En las secciones anteriores, se modificaron los parámetros de una *curvelet* para aproximarla al pulso sísmico y así lograr eliminar la huella de éste último en el

sismograma deconvolucionado. En esta sección se hará algo similar, modificando los parámetros de una *curvelet* también, se hará una aproximación de modo que la salida del proceso de deconvolución sea un impulso, i.e. un *spike*, para lo cual se requiere cierto procesamiento antes de hacer la deconvolución como tal. La forma general de este tipo de deconvolución se presenta a continuación.

$$\begin{pmatrix} r_0 & r_1 & \dots & r_{n-1} \\ r_1 & r_0 & \dots & r_{n-2} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ r_{n-1} & r_{n-2} & \dots & r_0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} a_0 \\ a_1 \\ \vdots \\ a_{n-1} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} g_0 \\ g_1 \\ \vdots \\ g_{n-1} \end{pmatrix} \quad (15)$$

Aquí r_i, a_i y $g_i, i=0, 1, 2, \dots, n-1$ son los elementos de la matriz de autocorrelación del sismograma de entrada, los coeficientes del filtro Wiener y los elementos de la matriz de correlación cruzada entre la salida deseada y el sismograma de entrada, respectivamente. Cuando se desea que la salida sea una serie de impulsos, *spikes*, el proceso es conocido como deconvolución *spiking* [12].

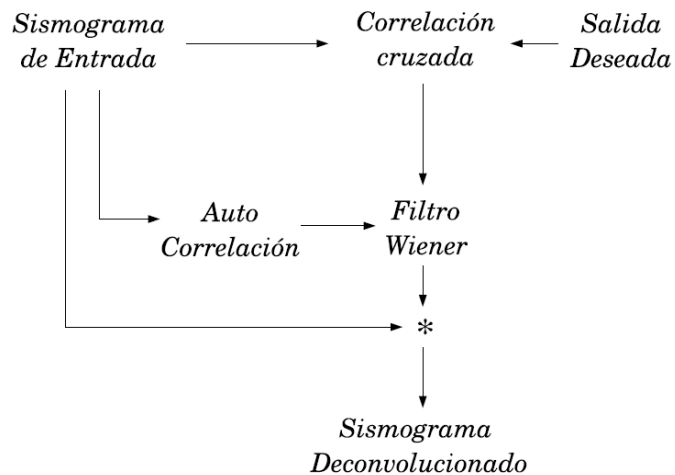


Figura 28. Diagrama de flujo de la deconvolución *spiking*. Fuente: Autor.

La correlación cruzada del *spike* deseado $(1,0,0,0,\dots,0)$ con la entrada $(x_{\{0\}},x_{\{1\}},x_{\{2\}},\dots,x_{\{n-1\}})$ produce la serie $(x_{\{0\}},0,0,\dots,0)$. La forma general del proceso toma la siguiente forma:

$$\begin{pmatrix} r_0 & r_1 & \dots & r_{n-1} \\ r_1 & r_0 & \dots & r_{n-2} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ r_{n-1} & r_{n-2} & \dots & r_0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} a_0 \\ a_1 \\ \vdots \\ a_{n-1} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \end{pmatrix} \quad (16)$$

Dado que la base de este proyecto es la transformación *curvelet*, primero se hicieron pruebas con la deconvolución *spiking* para luego incluir la transformación y así tener un punto de referencia con qué comparar los procedimientos hechos con ésta última. Teniendo entonces el diagrama de flujo de la deconvolución y la Ecuación 16 se harán algunas pruebas para mostrar su funcionamiento.

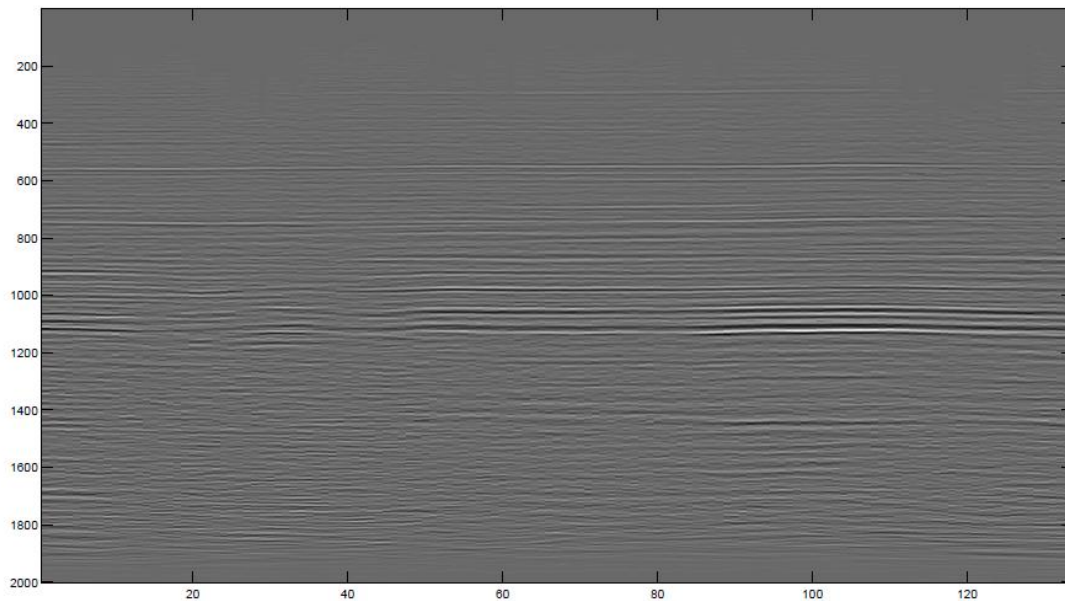


Figura 29. Sismograma de entrada.

Se comenzará con un sismograma sintético (Ver la Figura 29) y a partir de él se hará el proceso de deconvolución, este sismograma es un conjunto de 133 trazas cada una con 2001 puntos. Como en la deconvolución convencional la salida se aproxima a un *spike* $(1, 0, 0, \dots, 0)$ el proceso inicia creando un umbral para determinar si en ese punto de la traza existe posiblemente un reflector. Con ese umbral se asegura que si la información es de magnitud demasiado pequeña, asigne un valor de cero ya que esa información no será de utilidad para la

deconvolución. Con ello se crea un “nuevo sismograma original” el cual será ingresado a la sección de deconvolución.

El nivel del umbral es el que se encarga de mejorar o desmejorar el proceso, ya que con un umbral demasiado grande, es posible que se pierda demasiada información de la traza, además con un umbral demasiado pequeño, el proceso puede incluir información no esencial para el proceso. En las Figuras 30 a 33 se presenta la forma en que el umbral afecta al sismograma de entrada.

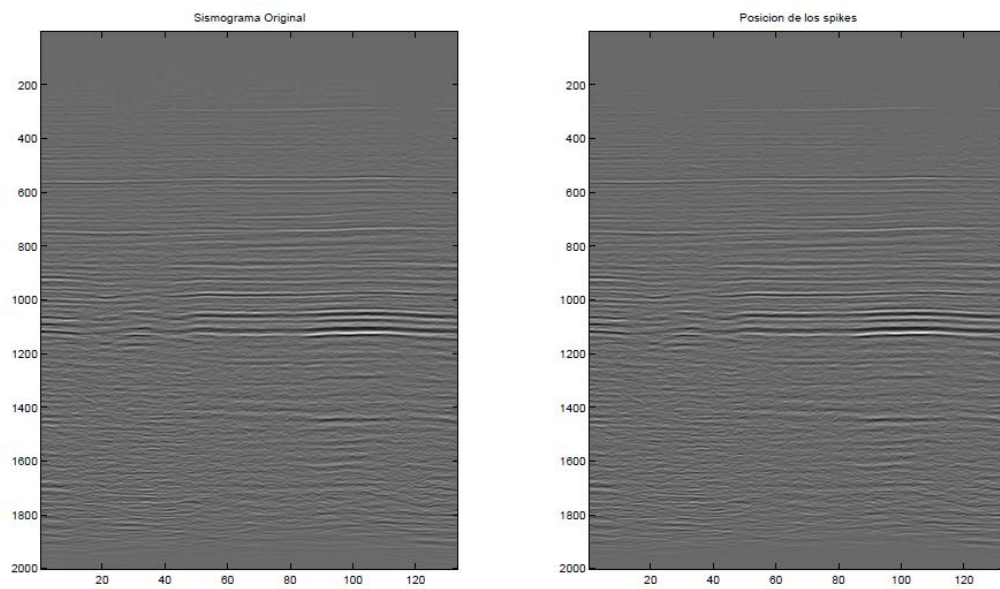


Figura 30. Posible posición de los *spikes* en el sismograma usando un umbral de 5%. Fuente: Autor.

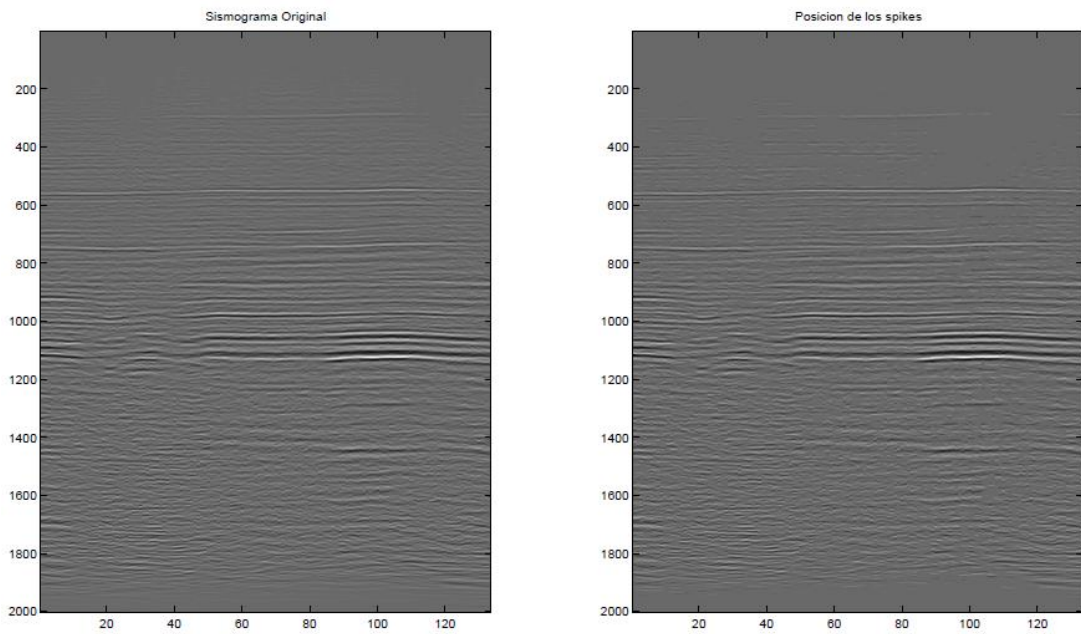


Figura 31. Posible posición de los *spikes* en el sismograma usando un umbral de 10%. Fuente: Autor.

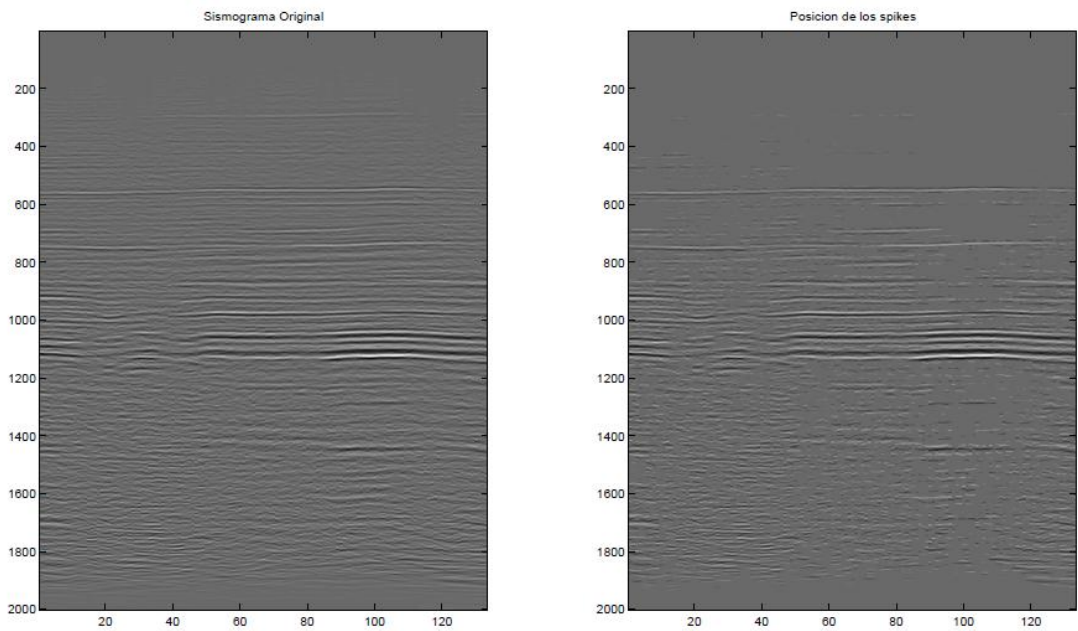


Figura 32. Posible posición de los *spikes* en el sismograma usando un umbral de 20%. Fuente: Autor.

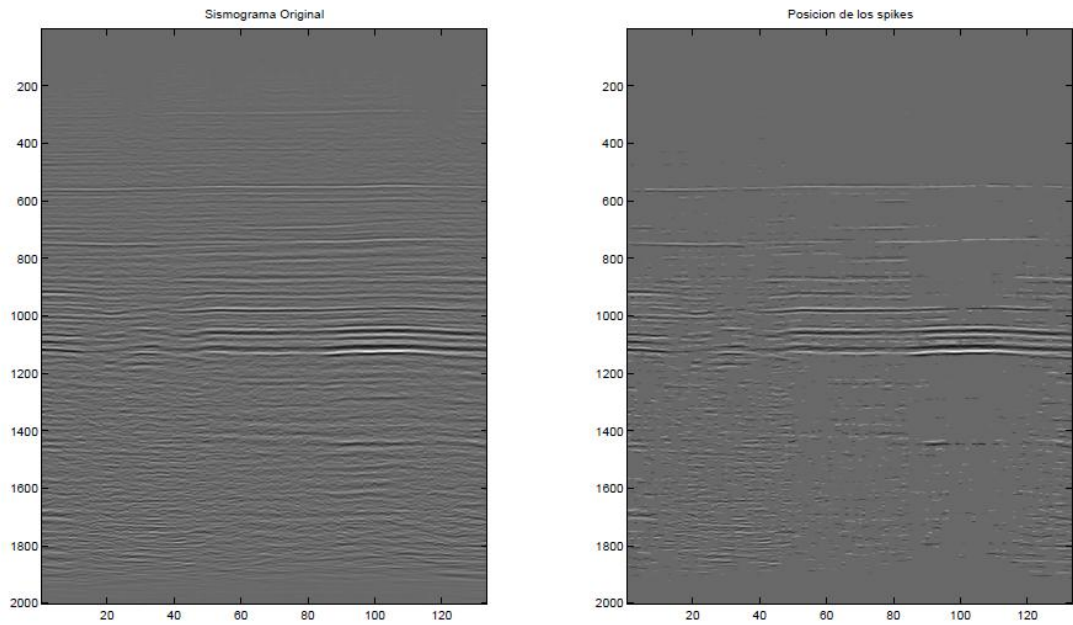


Figura 33. Posible posición de los *spikes* en el sismograma usando un umbral de 30%. Fuente: Autor.

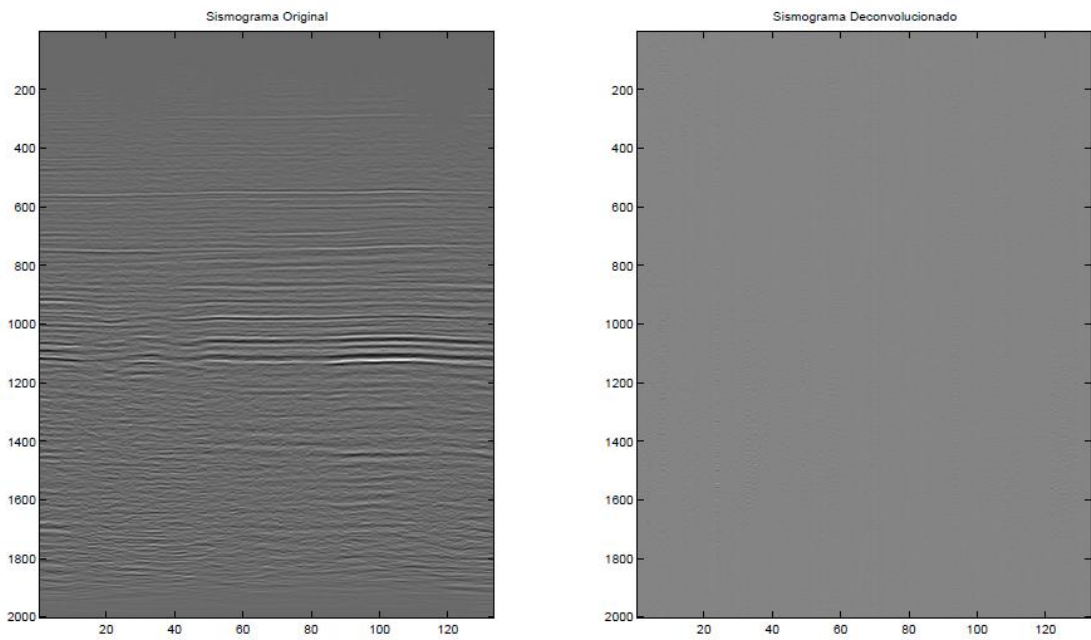


Figura 34. Deconvolución del sismograma de entrada usando un umbral de 3%. Fuente: Autor.

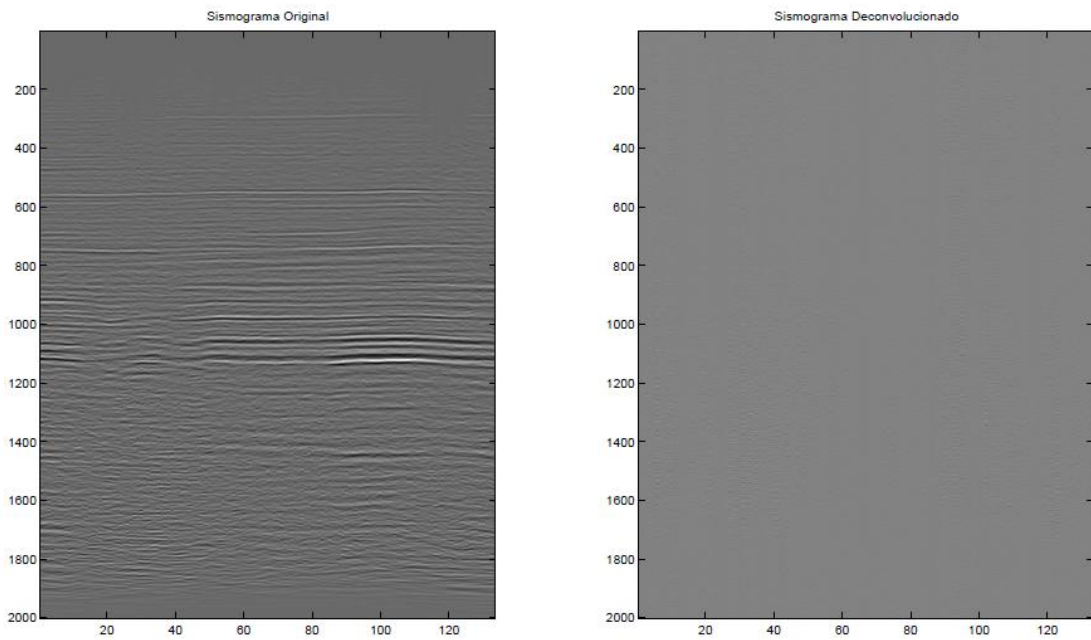


Figura 35. Deconvolución del sismograma de entrada usando un umbral de 5%. Fuente: Autor.

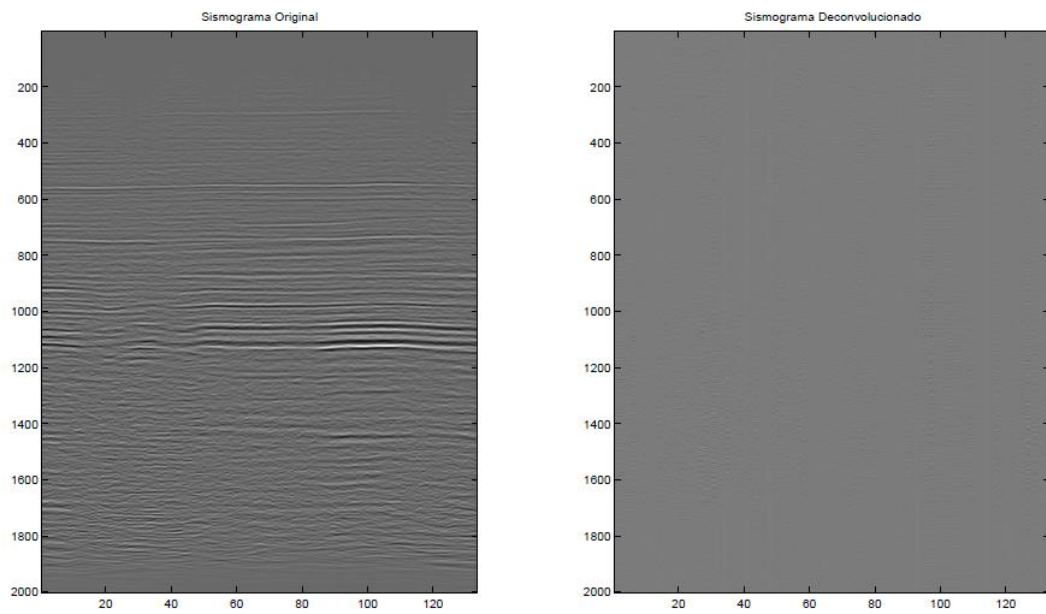


Figura 36. Deconvolución del sismograma de entrada usando un umbral de 7%. Fuente: Autor.

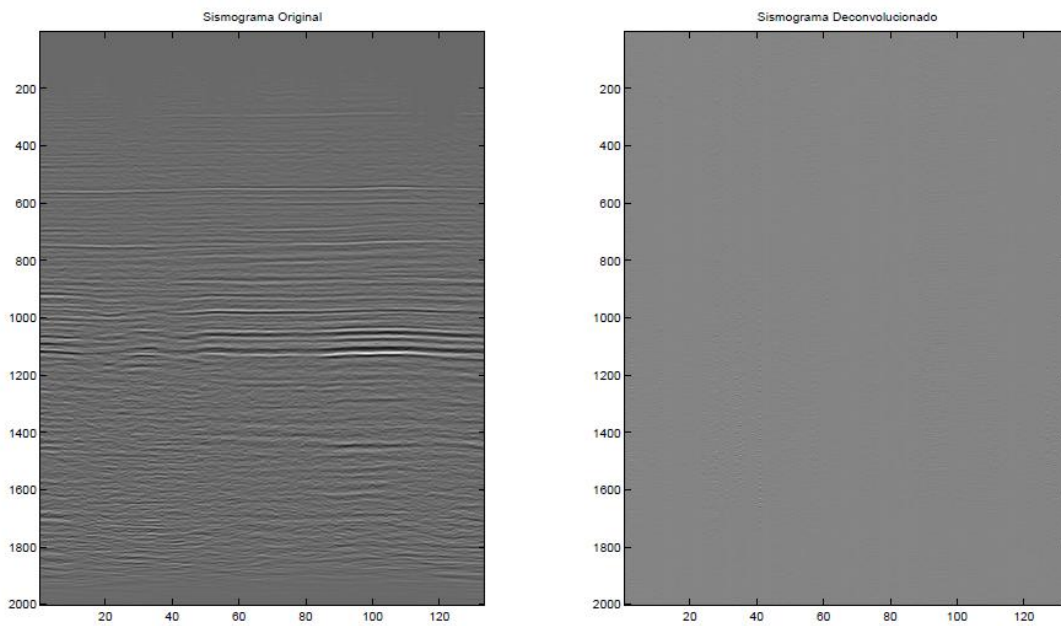


Figura 37. Deconvolución del sismograma de entrada usando un umbral de 10%. Fuente: Autor.

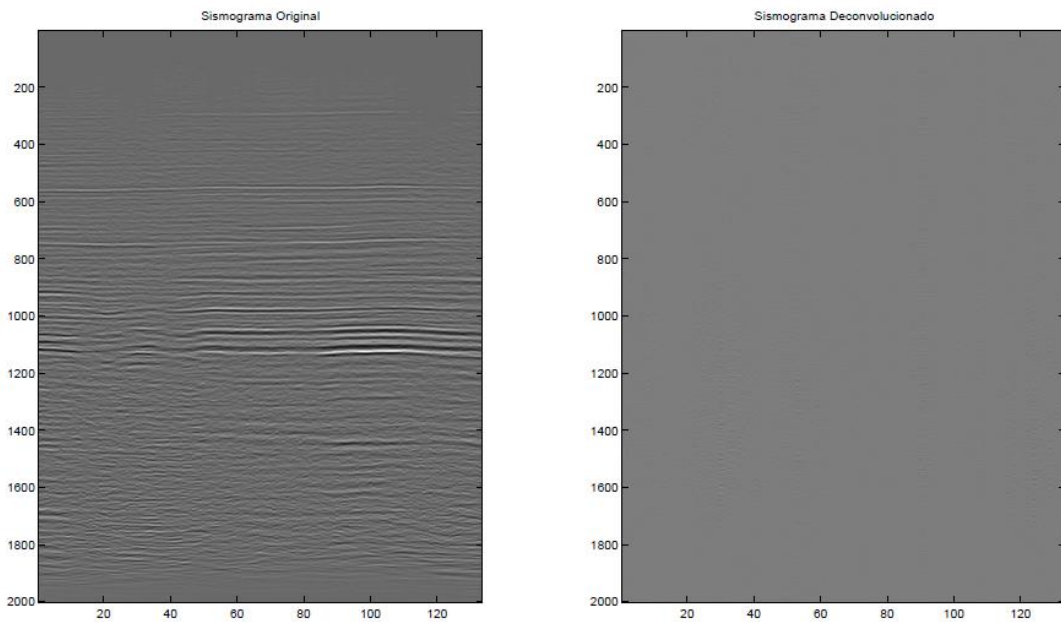


Figura 38. Deconvolución del sismograma de entrada usando un umbral de 13%. Fuente: Autor.

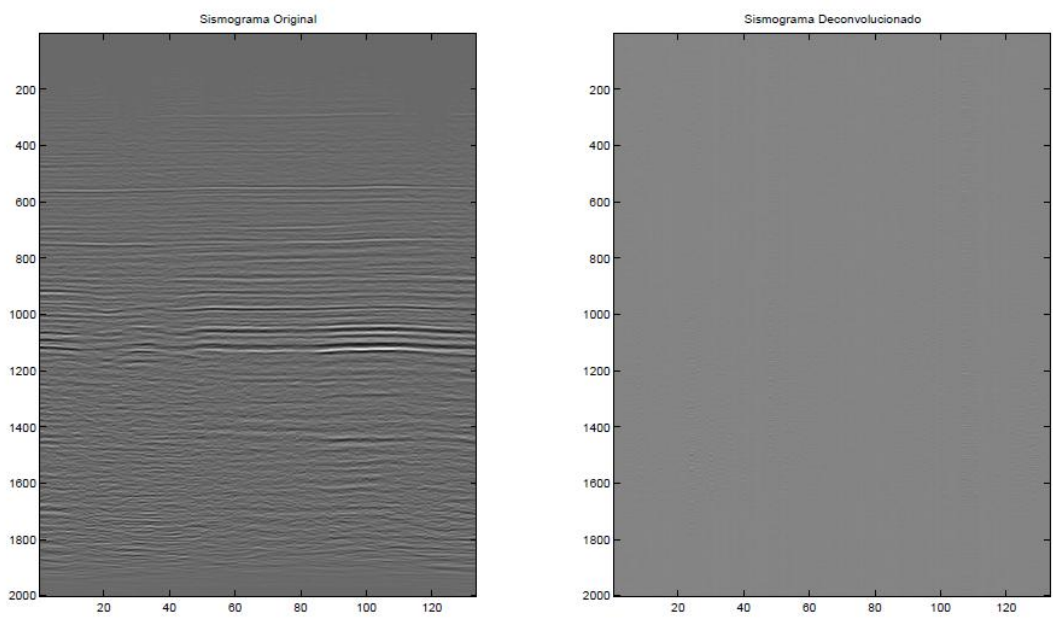


Figura 39. Deconvolución del sismograma de entrada usando un umbral de 15%. Fuente: Autor.

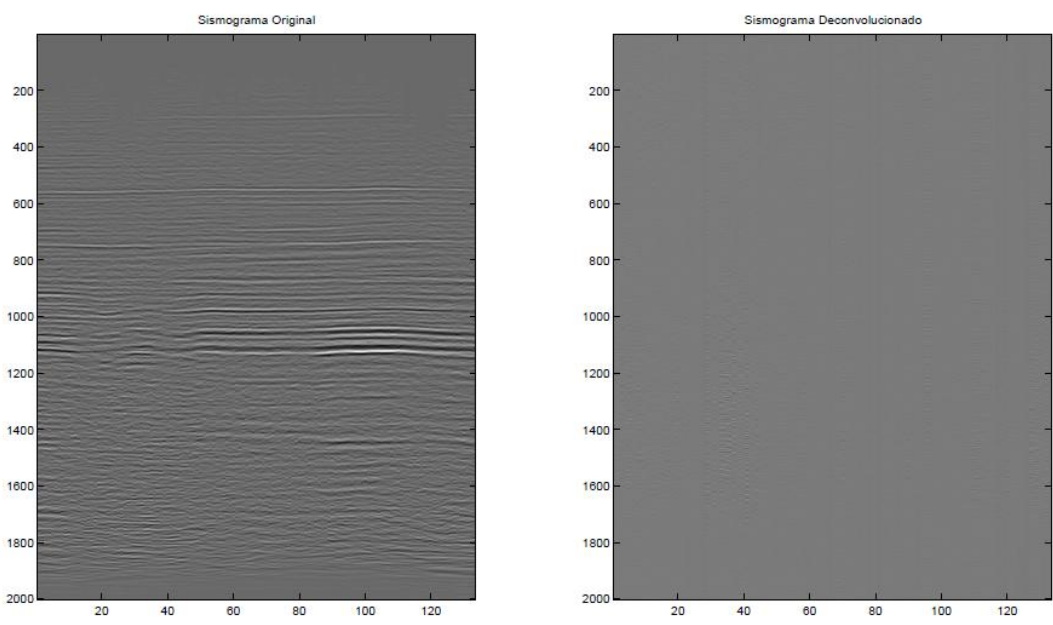


Figura 40. Deconvolución del sismograma de entrada usando un umbral de 25%. Fuente: Autor.

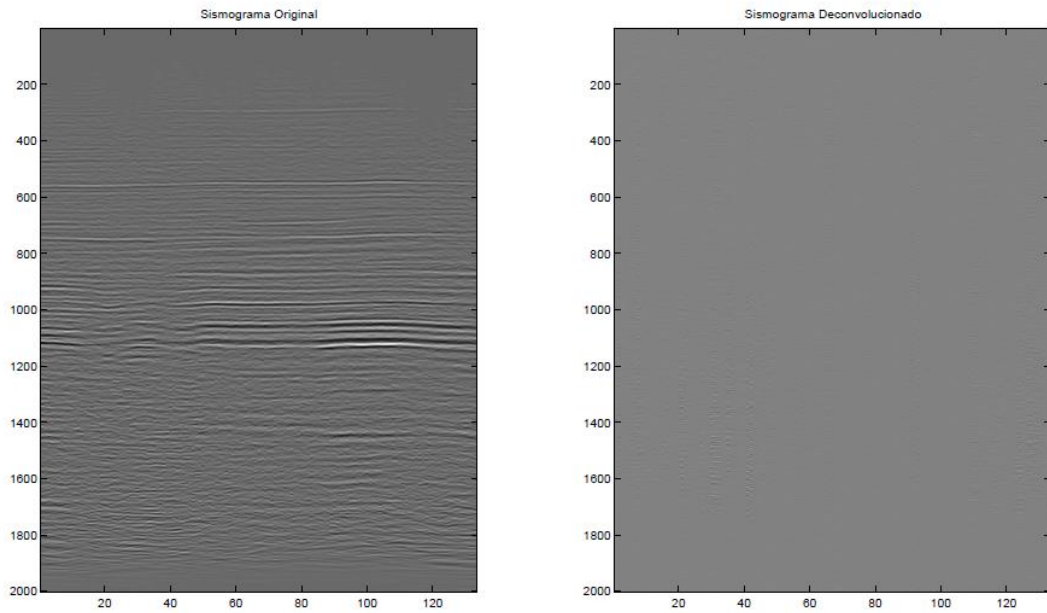


Figura 41. Deconvolución del sismograma de entrada usando un umbral de 30%. Fuente: Autor.

3.4. Deconvolución mediante *curvelets*

En la deconvolución mediante *curvelets* se usa un algoritmo similar al usado en la deconvolución *spiking*, involucrando también la autocorrelación del sismograma de entrada y la correlación cruzada del sismograma de entrada con una *curvelet*. Esta *curvelet* se encuentra ya con las transformaciones geométricas respectivas en cuanto a los factores de dilatación, de traslación y de rotación.

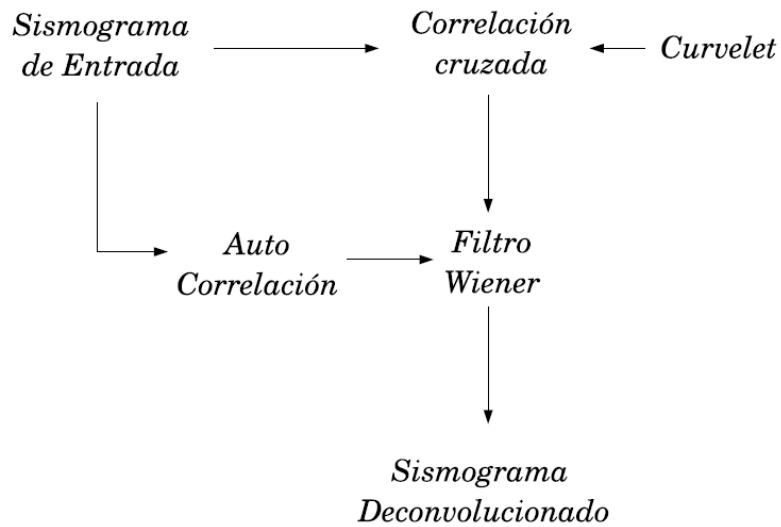


Figura 42. Diagrama de flujo para la deconvolución mediante *curvelets*. Fuente: Autor.

En la Figura 42 se muestra el diagrama de flujo para la deconvolución mediante *curvelets*. Comparándolo con el diagrama para la deconvolución *spiking*, aquí la salida deseada es una *curvelet*. Además, la salida del proceso de filtrado Wiener corresponde al sismograma deconvolucionado.

En las siguientes figuras se presentan diferentes resultados de deconvoluciones hechas modificando las características de la *curvelet*. Primero se hace la variación de los límites de la *curvelet*, luego se varía el número de puntos, y luego los factores de dilatación, traslación y rotación.

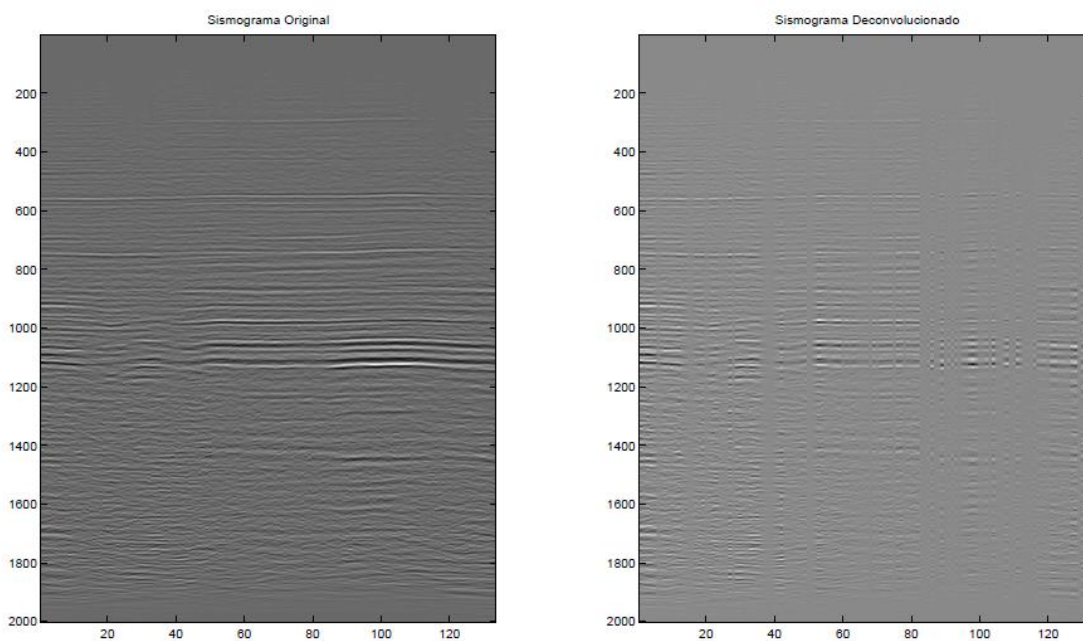


Figura 43. Deconvolución del sismograma de entrada usando una *curvelet* de LB=-2, SB=2, Nopto=32, a=0.5, b=0, theta=0. Fuente: Autor.

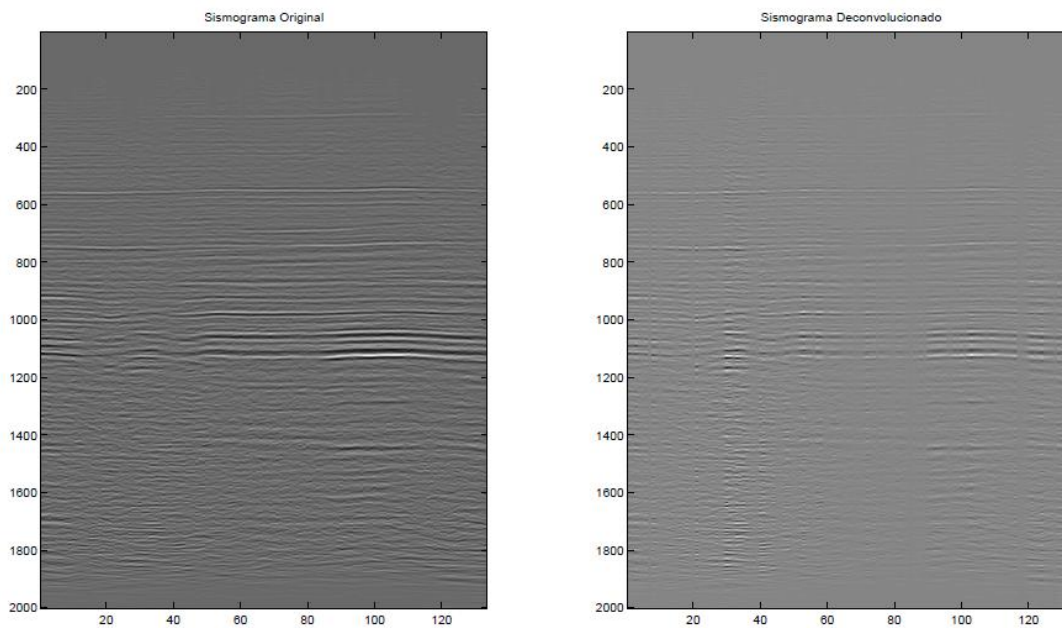


Figura 44. Deconvolución del sismograma de entrada usando una *curvelet* de LB=-4, SB=4, Nopto=32, a=0.5, b=0, theta=0. Fuente: Autor.

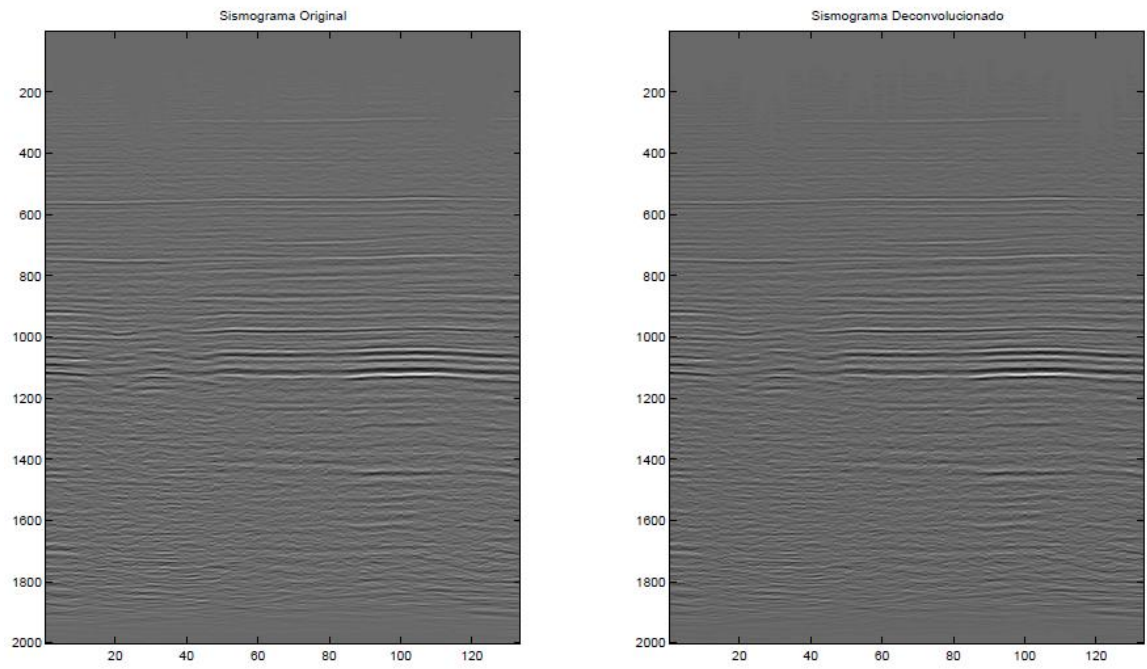


Figura 45. Deconvolución del sismograma de entrada usando una *curvelet* de $LB=-8$, $SB=8$, $Nopto=32$, $a=0.5$, $b=0$, $theta=0$. Fuente: Autor.

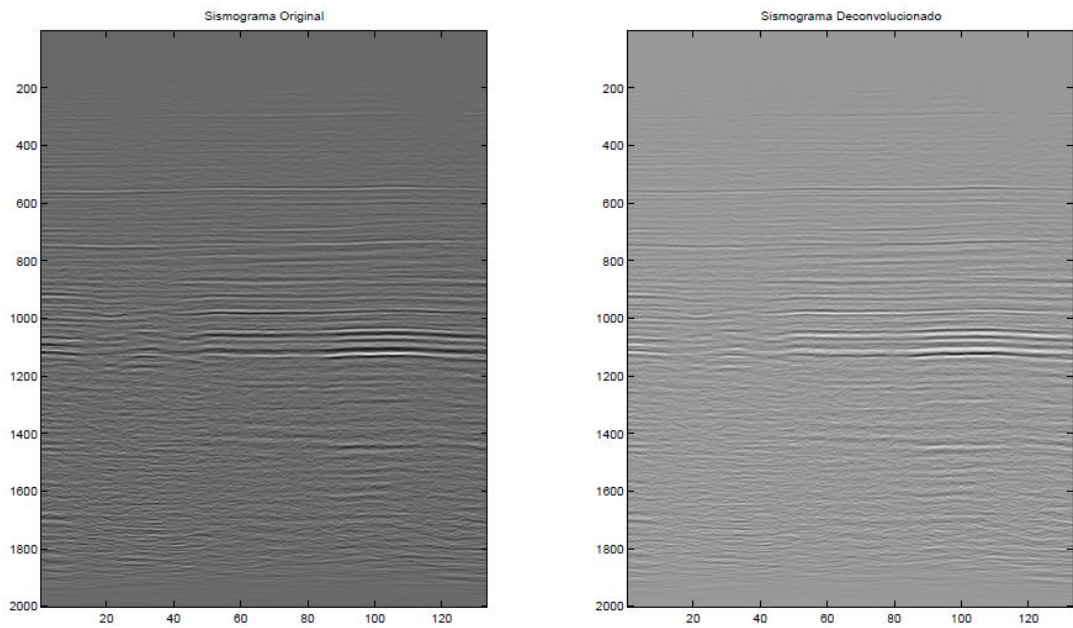


Figura 46. Deconvolución del sismograma de entrada usando una *curvelet* de $LB=-12$, $SB=12$, $Nopto=32$, $a=0.5$, $b=0$, $theta=0$. Fuente: Autor.

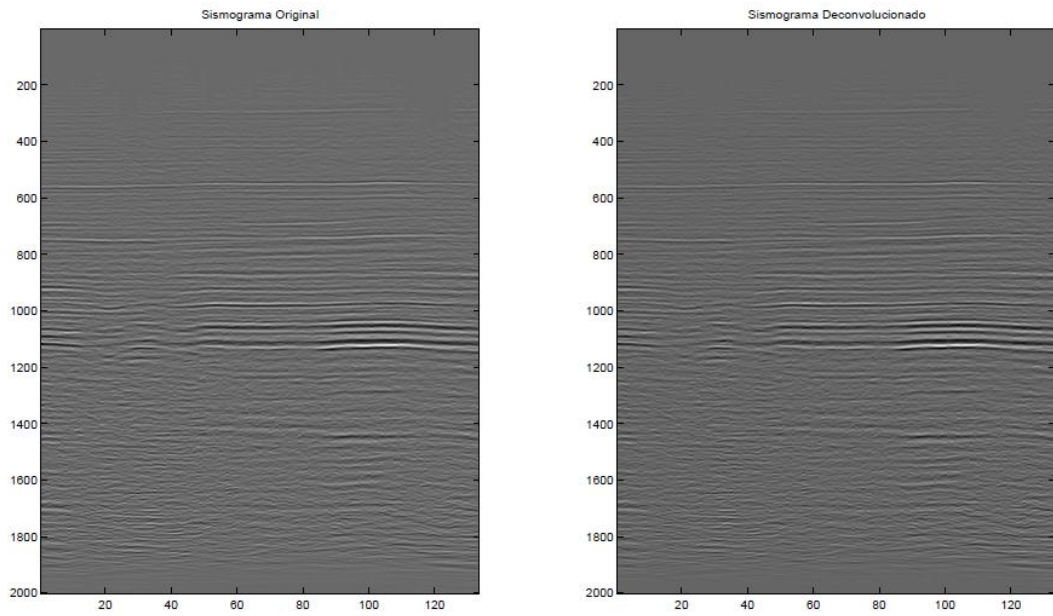


Figura 47. Deconvolución del sismograma de entrada usando una *curvelet* de LB=-16, SB=16, Nopto=32, a=0.5, b=0, theta=0. Fuente: Autor.

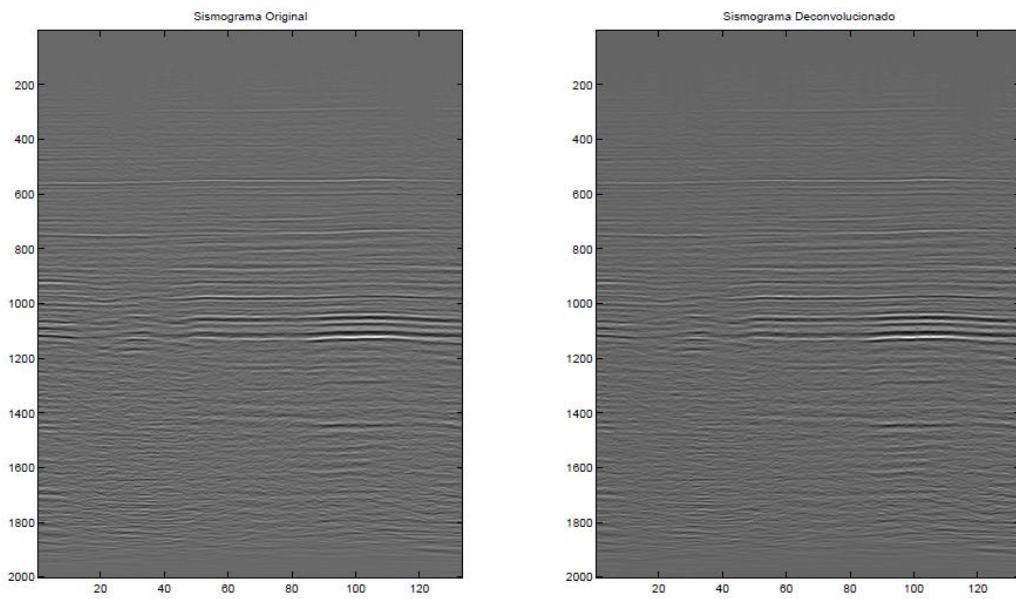


Figura 48. Deconvolución del sismograma de entrada usando una *curvelet* de LB=-20, SB=20, Nopto=32, a=0.5, b=0, theta=0. Fuente: Autor.

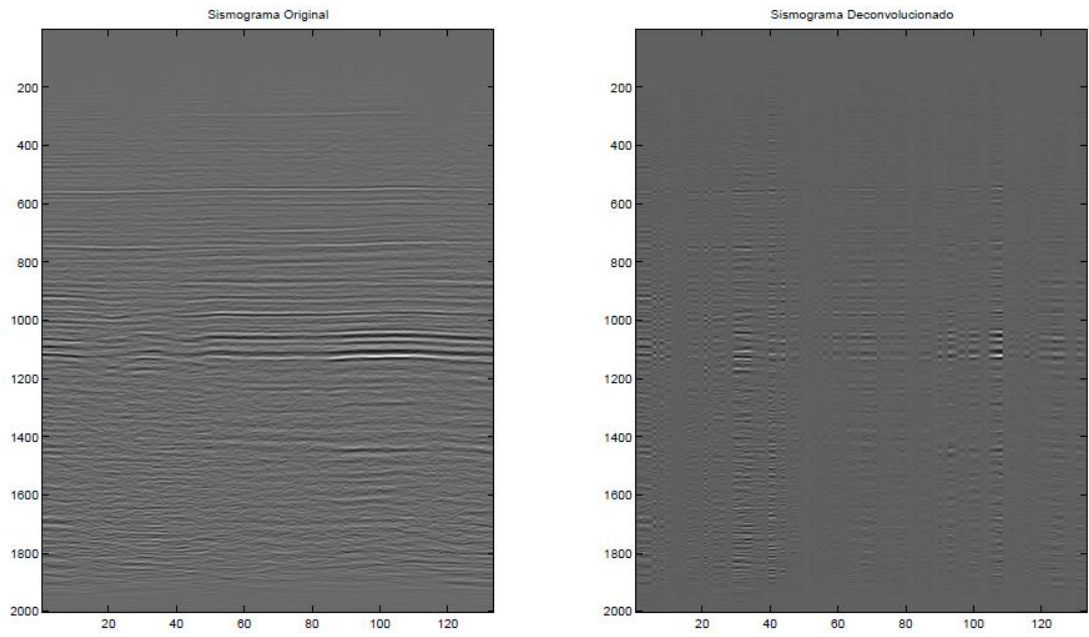


Figura 49. Deconvolución del sismograma de entrada usando una *curvelet* de $LB=-8$, $SB=8$, $Nopto=64$, $a=0.5$, $b=0$, $theta=0$. Fuente: Autor.

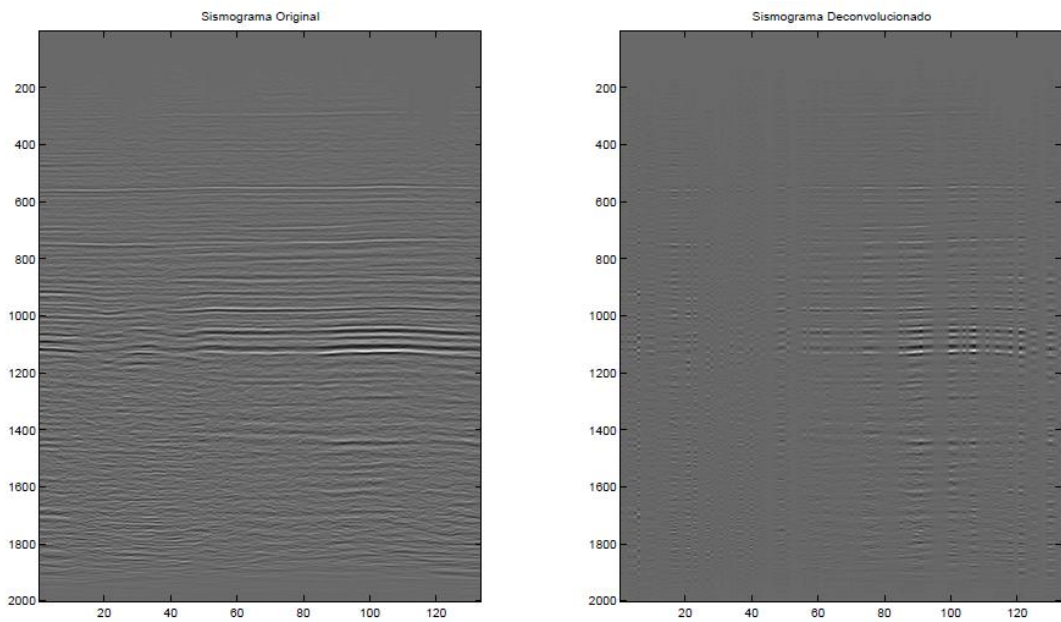


Figura 50. Deconvolución del sismograma de entrada usando una *curvelet* de $LB=-8$, $SB=8$, $Nopto=124$, $a=0.5$, $b=0$, $theta=0$. Fuente: Autor.

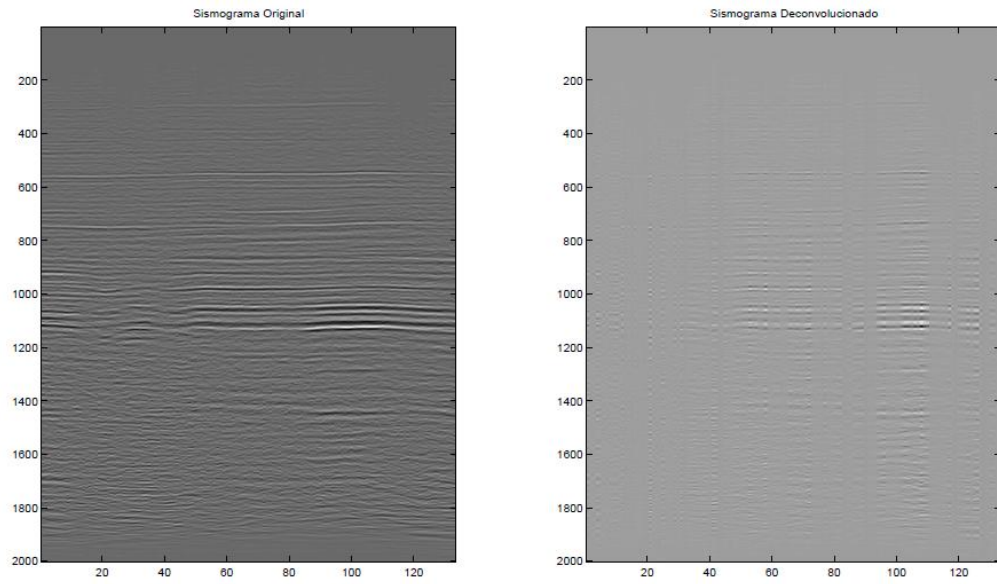


Figura 51. Deconvolución del sismograma de entrada usando una *curvelet* de LB=-8, SB=8, Nopto=150, a=0.5, b=0, theta=0. Fuente: Autor.

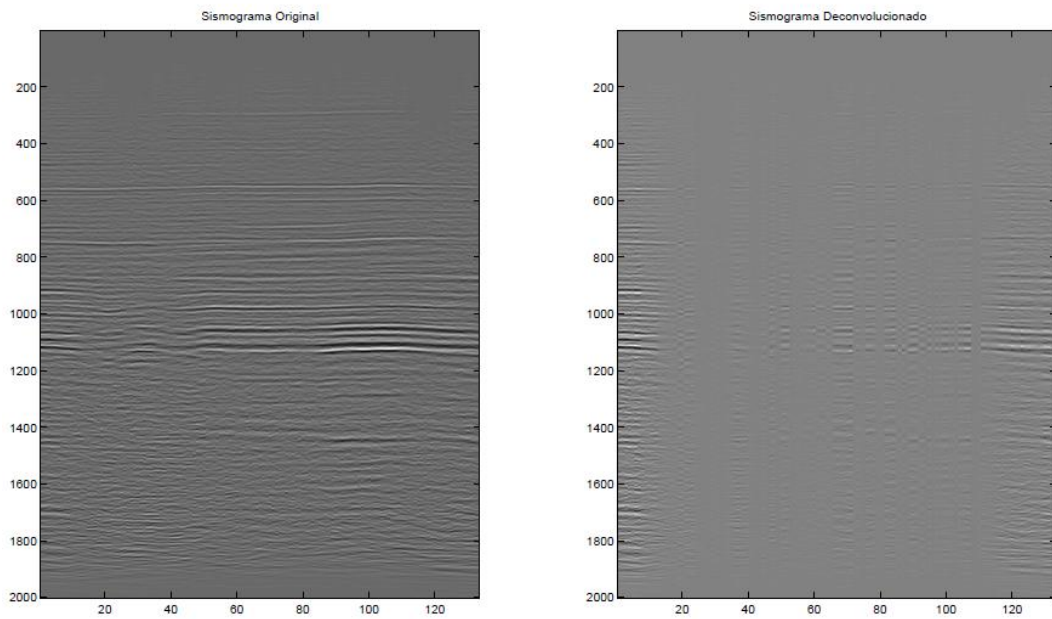


Figura 52. Deconvolución del sismograma de entrada usando una *curvelet* de LB=-8, SB=8, Nopto=256, a=0.5, b=0, theta=0. Fuente: Autor.

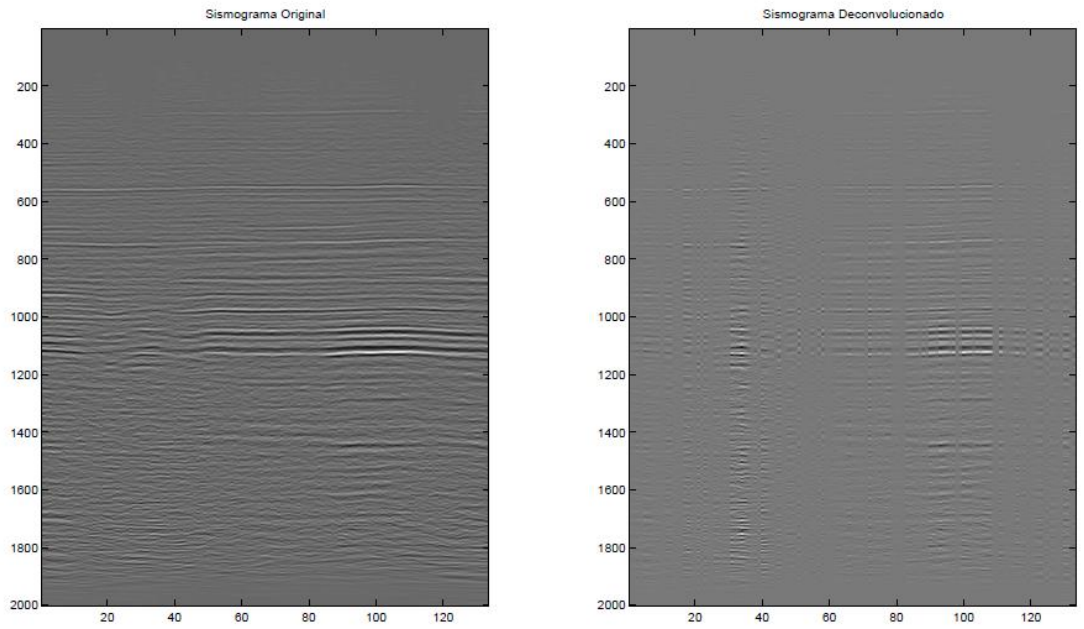


Figura 53. Deconvolución del sismograma de entrada usando una *curvelet* de LB=-8, SB=8, Nopto=124, a=0.25, b=0, theta=0. Fuente: Autor.

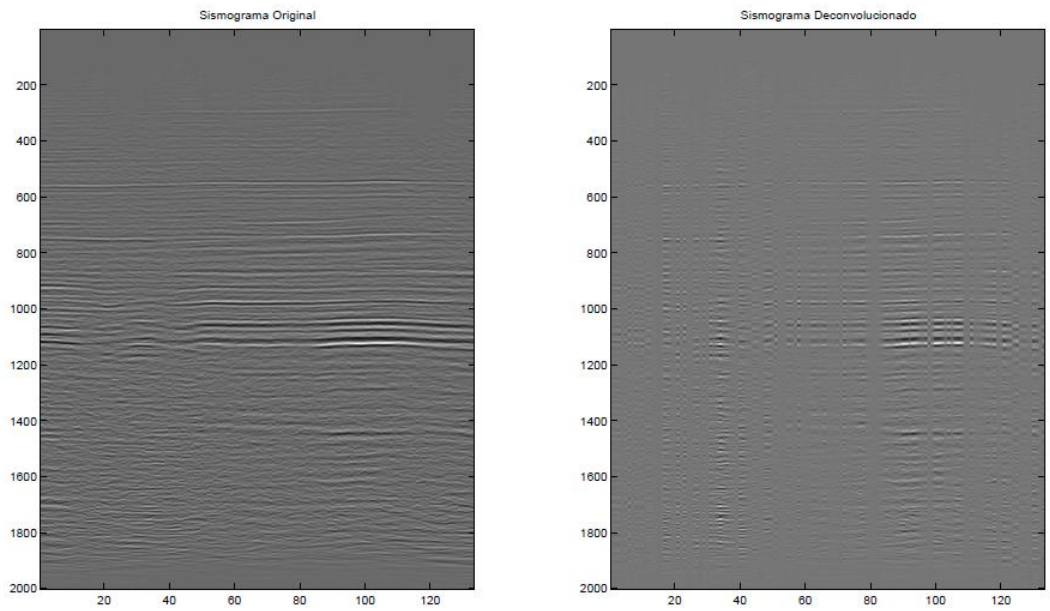


Figura 54. Deconvolución del sismograma de entrada usando una *curvelet* de LB=-8, SB=8, Nopto=124, a=0.35, b=0, theta=0. Fuente: Autor.

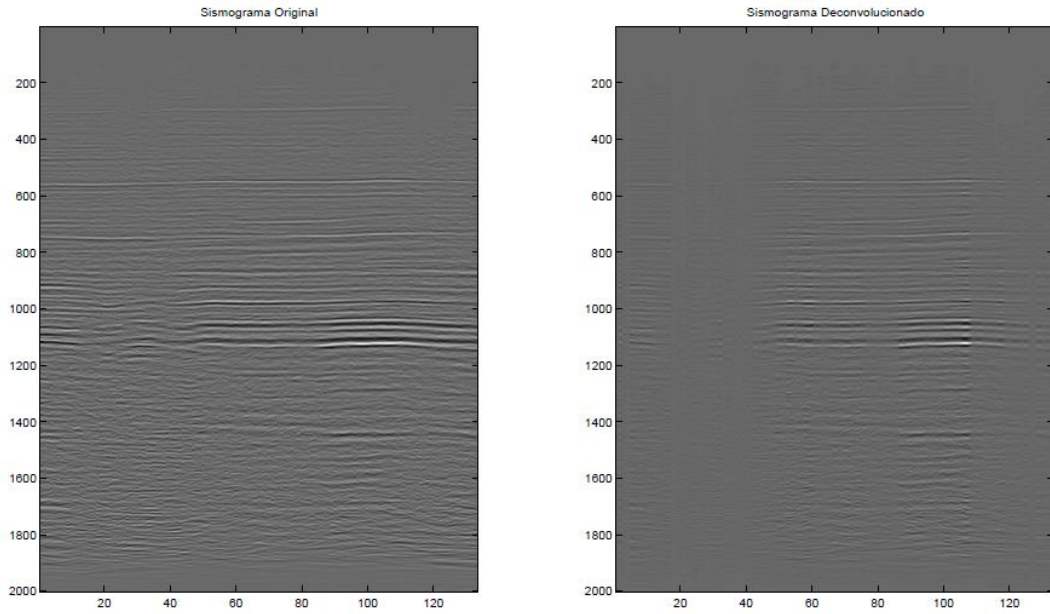


Figura 55. Deconvolución del sismograma de entrada usando una *curvelet* de $LB=-8$, $SB=8$, $Nopto=124$, $a=0.65$, $b=0$, $theta=0$. Fuente: Autor.

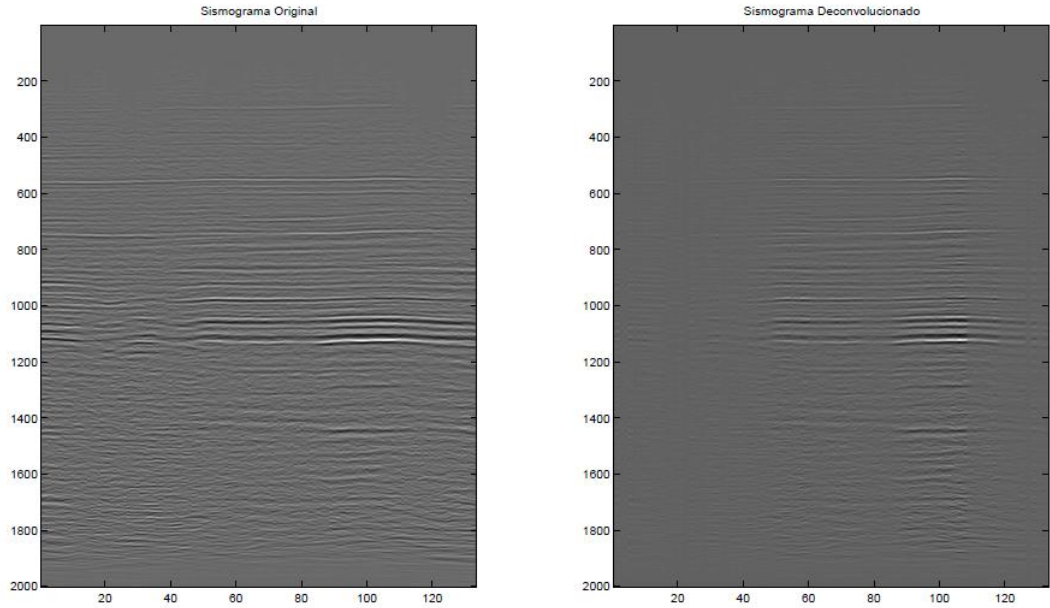


Figura 56. Deconvolución del sismograma de entrada usando una *curvelet* de $LB=-8$, $SB=8$, $Nopto=124$, $a=0.75$, $b=0$, $theta=0$. Fuente: Autor.

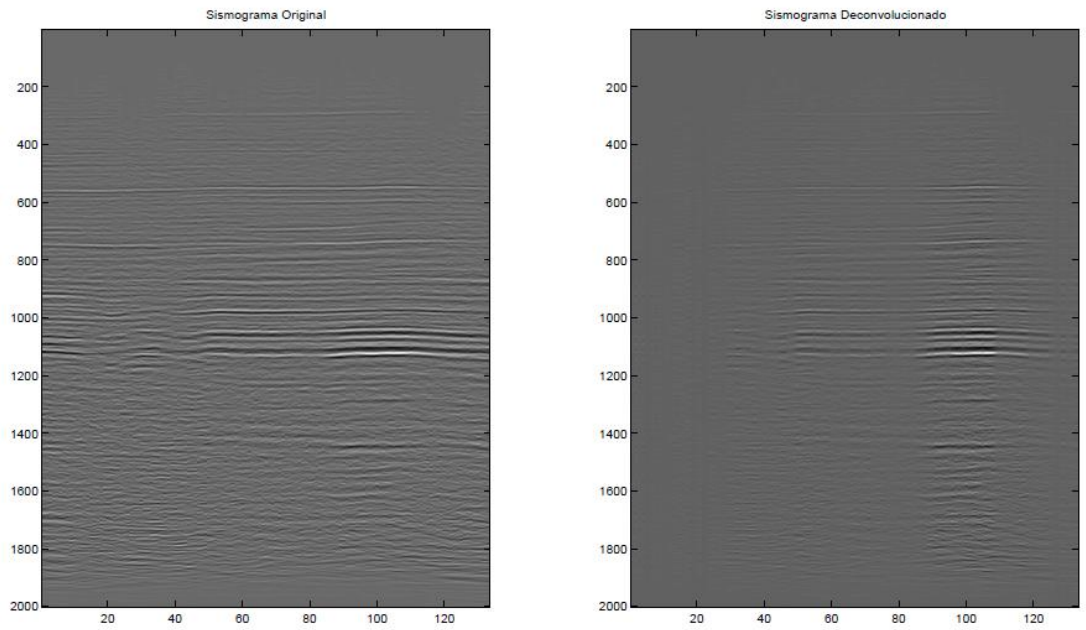


Figura 57. Deconvolución del sismograma de entrada usando una *curvelet* de $LB=-8$, $SB=8$, $Nopto=124$, $a=0.85$, $b=0$, $theta=0$. Fuente: Autor.

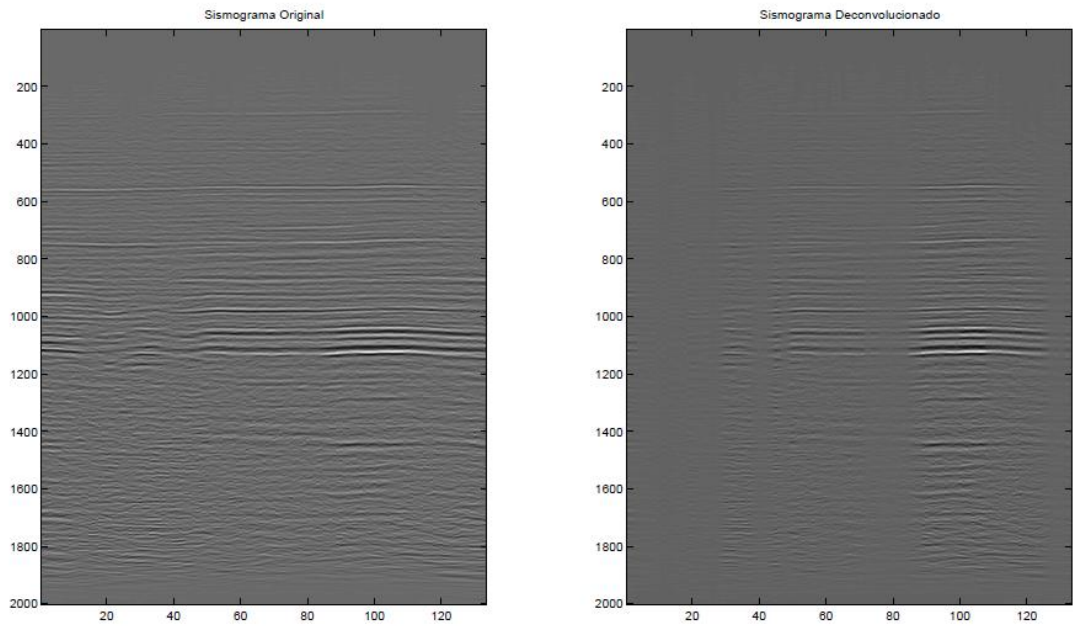


Figura 58. Deconvolución del sismograma de entrada usando una *curvelet* de $LB=-8$, $SB=8$, $Nopto=124$, $a=1$, $b=0$, $theta=0$. Fuente: Autor.

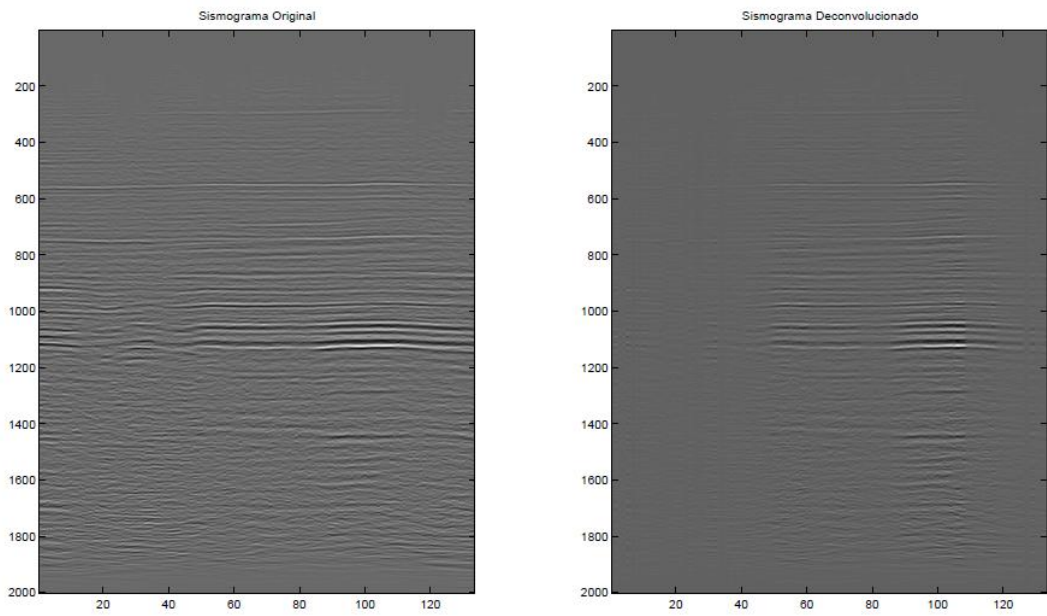


Figura 59. Deconvolución del sismograma de entrada usando una *curvelet* de LB=-8, SB=8, Nopto=124, a=0.75, b=0.1, theta=0. Fuente: Autor.

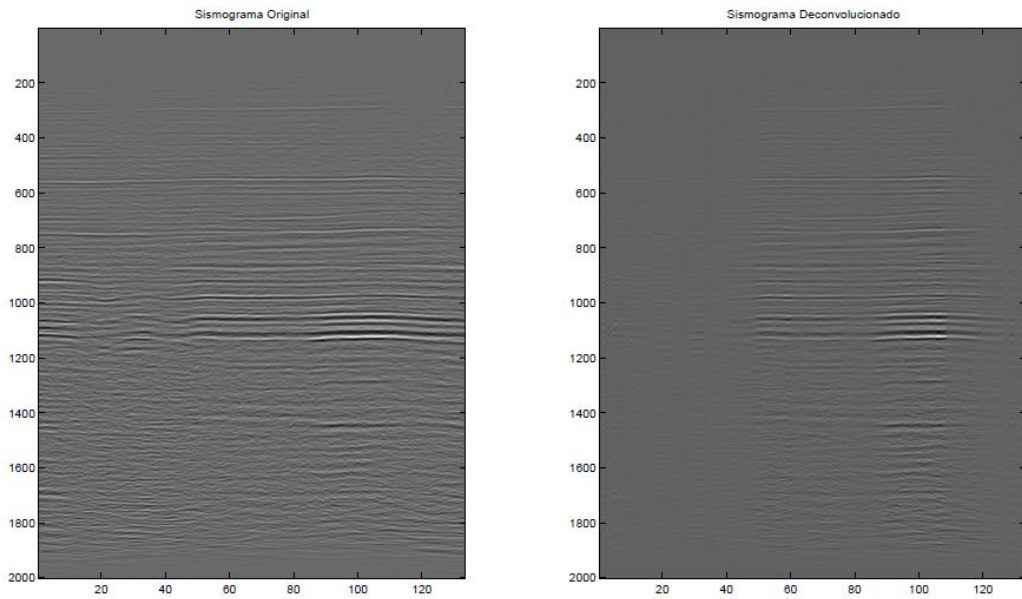


Figura 60. Deconvolución del sismograma de entrada usando una *curvelet* de LB=-8, SB=8, Nopto=124, a=0.75, b=0.25, theta=0. Fuente: Autor.

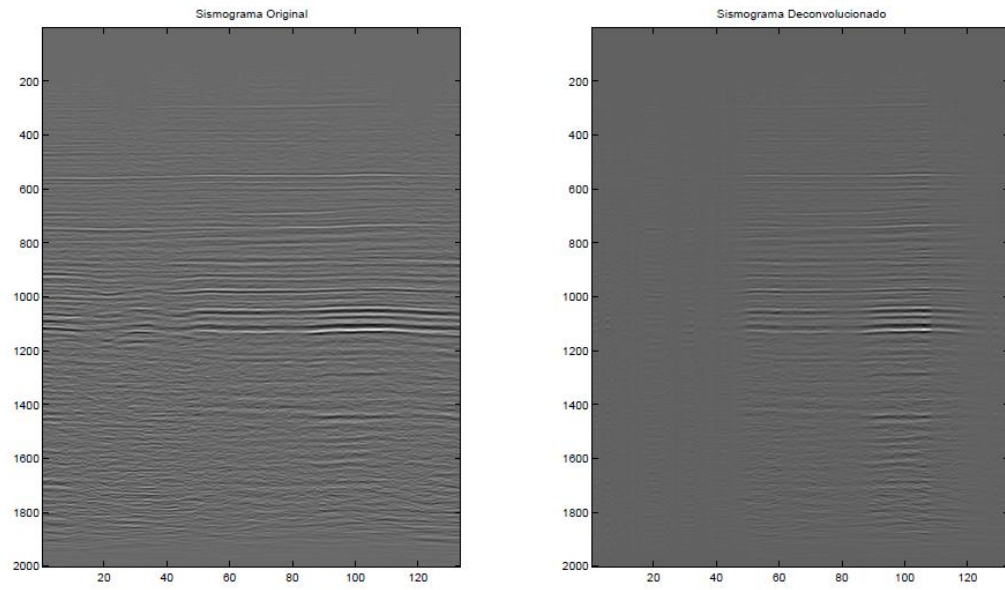


Figura 61. Deconvolución del sismograma de entrada usando una *curvelet* de $LB=-8$, $SB=8$, $Nopto=124$, $a=0.75$, $b=0.5$, $theta=0$. Fuente: Autor.

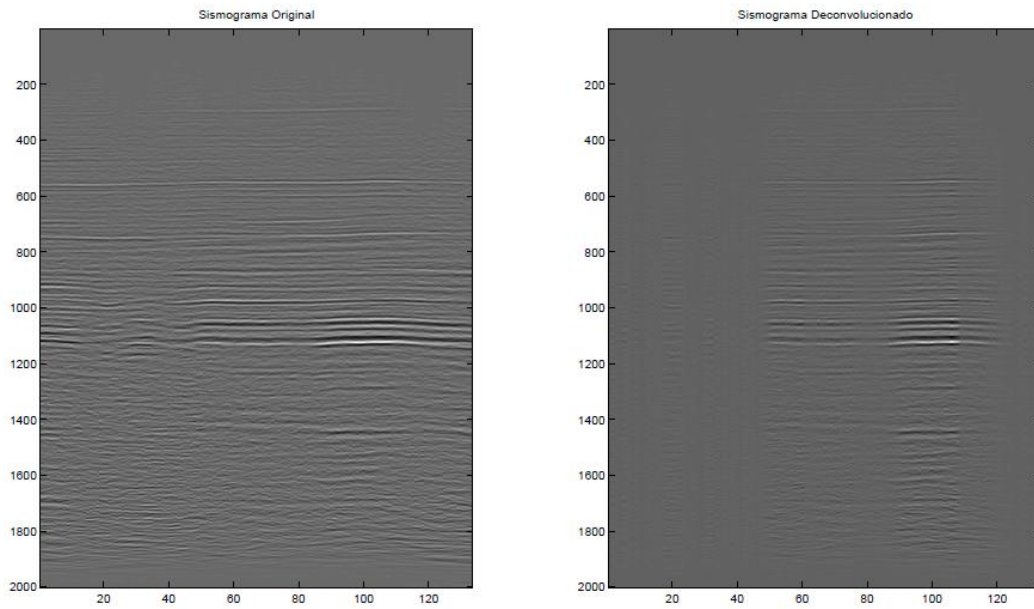


Figura 62. Deconvolución del sismograma de entrada usando una *curvelet* de $LB=-8$, $SB=8$, $Nopto=124$, $a=0.75$, $b=0.75$, $theta=0$. Fuente: Autor.

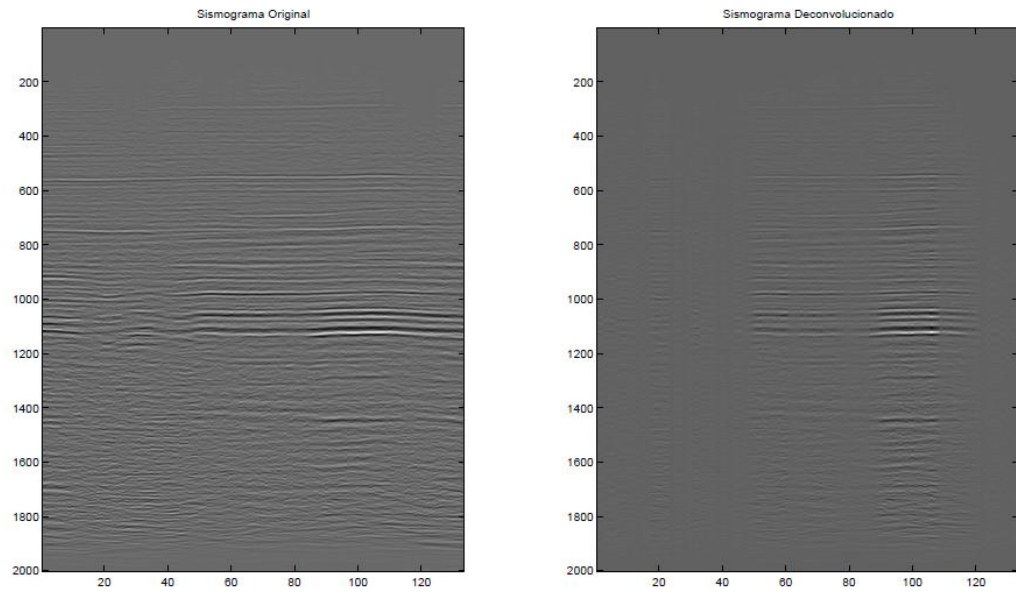


Figura 63. Deconvolución del sismograma de entrada usando una *curvelet* de LB=-8, SB=8, Nopto=124, a=0.75, b=1, theta=0. Fuente: Autor.

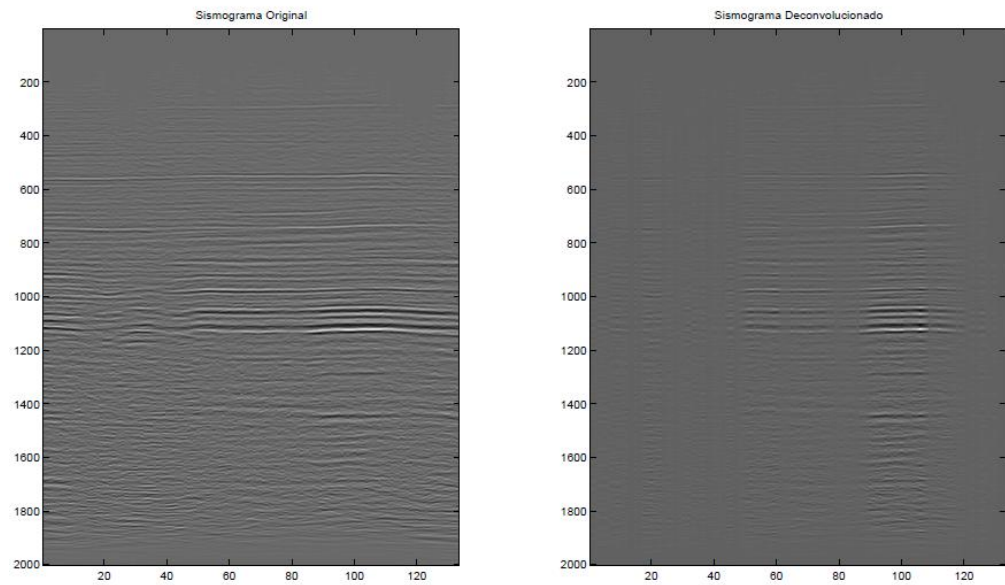


Figura 64. Deconvolución del sismograma de entrada usando una *curvelet* de LB=-8, SB=8, Nopto=124, a=0.75, b=1.25, theta=0. Fuente: Autor.

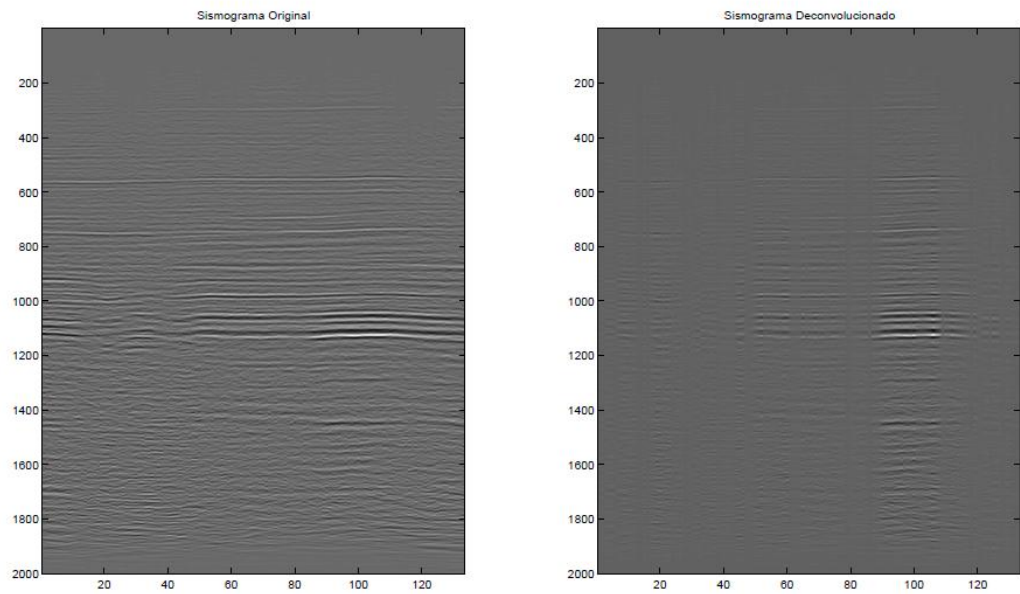


Figura 65. Deconvolución del sismograma de entrada usando una *curvelet* de $LB=-8$, $SB=8$, $Nopto=124$, $a=0.75$, $b=1.5$, $theta=0$. Fuente: Autor.

4. Conclusiones.

1. De acuerdo a las imágenes obtenidas con el algoritmo de Filtrado Inverso, se puede concluir que la deconvolución es exitosa para sismogramas con alta relación señal a ruido. A medida que la potencia del ruido en las trazas aumenta el resultado de la convolución se degrada.
2. Para mejorar el proceso de deconvolución usando filtrado inverso en la presencia de ruido, se puede usar deconvolución Wiener, como se puede observar en la sección 4.2. En el problema de deconvolución, cuando las trazas adquiridas presenten una baja relación señal a ruido, se recomienda usar otras técnicas, tal como la deconvolución predictiva o la deconvolución *spiking*.
3. Con respecto a la deconvolución *spiking*, se puede concluir que el porcentaje de umbral que determina el número de reflectores a ser estimados, es un elemento esencial en el proceso de la deconvolución. En este trabajo el valor de umbral se determinó en forma experimental, dado que no se asume conocido el valor de ruido del sismograma adquirido. El valor de umbral seleccionado en la deconvolución *spiking* está alrededor de 15\% del mayor valor de la traza en estudio. Este umbral fue seleccionado tal que la imagen resultante presenta el mejor resultado visual posible. En un trabajo futuro se debe proponer un valor teórico que determine el umbral a ser usado en la deconvolución *spiking*, si se conoce la relación a ruido del sismograma.
4. Con respecto a la deconvolución *curvelet* se puede concluir que este método realza los reflectores en las imágenes resultantes, mientras que al mismo tiempo atenúa el ruido presente en las trazas sísmicas. Sin embargo este método tiene la desventaja de que es necesario conocer el tipo de *curvelet*, su factor de compresión, traslación y ángulo de rotación, para obtener el mejor resultado. En este trabajo, se asumió que una única *curvelet* representa la ondícula que viaja a través del subsuelo a diferentes profundidades. Esta

asunción no representa el caso real en la sismica, dado que la ondícula se deforma a medida que viaja por el subsuelo. Para un trabajo futuro se debe proponer una estrategia de deconvolución usando una *curvelet* cuyos parámetros dependen de la posición espacial y en profundidad.

5. Con respecto a las implementaciones hechas en los diferentes entornos de programación, Matlab presenta una ventaja única en la facilidad con que se pueden manipular las variables y parámetros inherentes a cada algoritmo en comparación con la implementación en C. Su lenguaje permite un ambiente mucho más amigable en términos de la tarea de programar cada diagrama de flujo. Además con el uso de la GUI este acceso a los parámetros se hace aún más sencillo. En lenguaje C muchas operaciones presentan más dificultades a la hora de su implementación, ya que al contrario de Matlab, no se encuentra optimizado para las operaciones con matrices y vectores.
6. Debido a la gran portabilidad que tiene el lenguaje C y su compatibilidad con el software *Seismic Unix*, (el software de desarrollo más usado en sismica), son estas versiones de los códigos en las cuales el Instituto Colombiano del Petróleo (ICP) está interesado.

BIBLIOGRAFÍA

- [1] E. J. Candès; *Robust uncertainty principles: exact signal reconstruction from highly incomplete frequency information*; IEEE Transactions on Information Theory, February 2006.
- [2] “Geófono”, Documento online disponible en la página web: <http://www.glossary.oilfield.slb.com/es/Terms/g/geophone.aspx>, [citado el 21 de junio de 2013]
- [3] E. J. Candès y David L. Donoho; *Curvelets: A Surprisingly Effective Nonadaptive Representation for Objects with Edges*; IV International conference on curves and surfaces, Saint-Malo, Francia, 1-7 Julio de 1999. Proceedings. Volume 2. Curve and surface fitting.
- [4] Shan Lianyu, Fu Jinrong, Zhang Junhua, Zheng Xugang y Miao Yanshu; *Curvelet Transform and its application in Seismic data denoising*; international conference on information technology and computer science; 2009.
- [5] Michael Elad, Mário Figueredo y Yi Ma; *On the Role of Sparse and Redundant Representations in Image Processing*; Proceedings of the IEEE-Special issue on applications of sparse and compressive sensing; 2009
- [6] Seth Stein y Michael Wysession; *An introduction to seismology, earthquakes and earth structure*. Primera Edición, Cornwall: Blackwell publishing, 2003. pp. 150.
- [7] Autor.
- [8] Yilmaz, Ozdogan y Doherty, Stephen. *Seismic Data Analysis: Processing, Inversion and Interpretation of Seismic Data*. Tulsa, Oklahoma: Segunda Edición, 2001. pp. 167.
- [9] Yilmaz, Ozdogan y Doherty, Stephen. *Seismic Data Analysis: Processing, Inversion and Interpretation of Seismic Data*. Tulsa, Oklahoma: Segunda Edición, 2001. pp. 168.

- [10] Ramírez Silva, Ana Beatriz; *Sparse and redundant representations: Applications to seismic de-noising and trace interpolation*; Presentación Instituto Colombiano del Petróleo. Bucaramanga, Colombia. Junio de 2012.
- [11] Yilmaz, Ozdogan y Doherty, Stephen. *Seismic Data Analysis: Processing, Inversion and Interpretation of Seismic Data*. Tulsa, Oklahoma: Segunda Edición, 2001. pp. 171.
- [12] Yilmaz, Ozdogan y Doherty, Stephen. *Seismic Data Analysis: Processing, Inversion and Interpretation of Seismic Data*. Tulsa, Oklahoma: Segunda Edición, 2001. pp. 180.

ANEXOS

ANEXO A. Interfaz Gráfica de Usuario (GUI) en Matlab para la Deconvolución Sísmica.

Para facilitar el acceso al algoritmo desarrollado, se ha creado una interfaz gráfica de usuario (GUI, por sus siglas en inglés) en la cual se ingresan las características de la *curvelet* usada en el algoritmo y luego de ello se puede proceder a realizar la deconvolución. Esta deconvolución es la implementación final que se presenta en esta tesis, la deconvolución sísmica mediante *curvelets*.

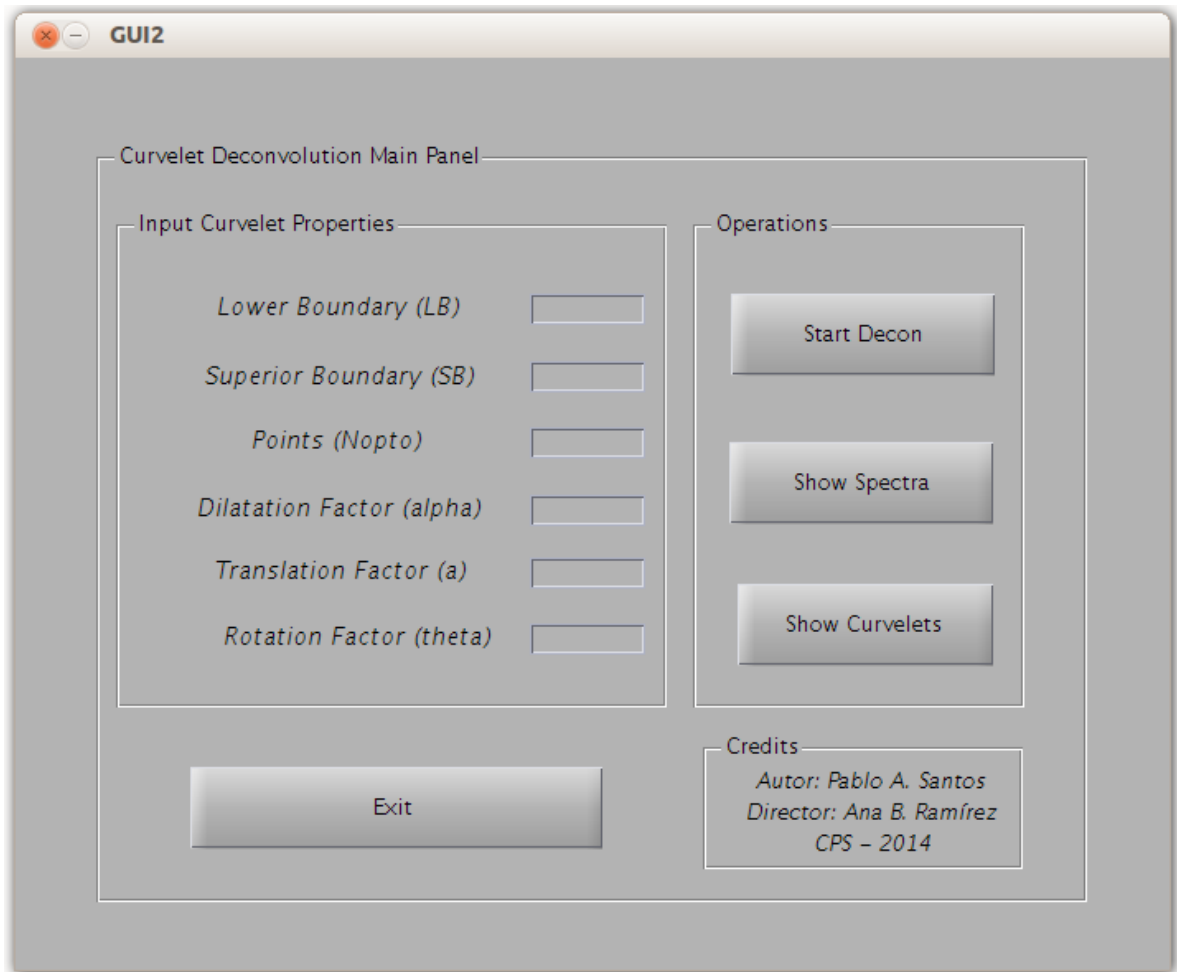


Figura 66. Ventana principal de la GUI. Fuente: Autor.

En la Figura 66 se presentan dos paneles diferentes. Uno donde se encuentran ubicados los cuadros de ingreso de los valores de las características de la *curvelet*, los límites inferior y superior, el número de puntos de la *curvelet* y los factores de dilatación, traslación y de rotación. En el otro panel hay tres botones, uno para iniciar la deconvolución con el algoritmo *curvelet*, uno que presenta los espectros del sismograma original y del sismograma deconvolucionado. Y un tercer botón que permite ver la *curvelet* usada en el proceso junto a su espectro. Existe en la interfaz un cuarto botón cuya función es detener la ejecución de la interfaz.

Puesto que el algoritmo implementado en la GUI es el de la deconvolución con *curvelets*, el sismograma de entrada usado es el mismo sismograma de la Figura 29. En las siguientes figuras se muestran los resultados de ejecutar la GUI con una *curvelet* entre -8 y 8 de 150 puntos, factor de dilatación de 1, factor de traslación de 0.5, factor de rotación de 0.

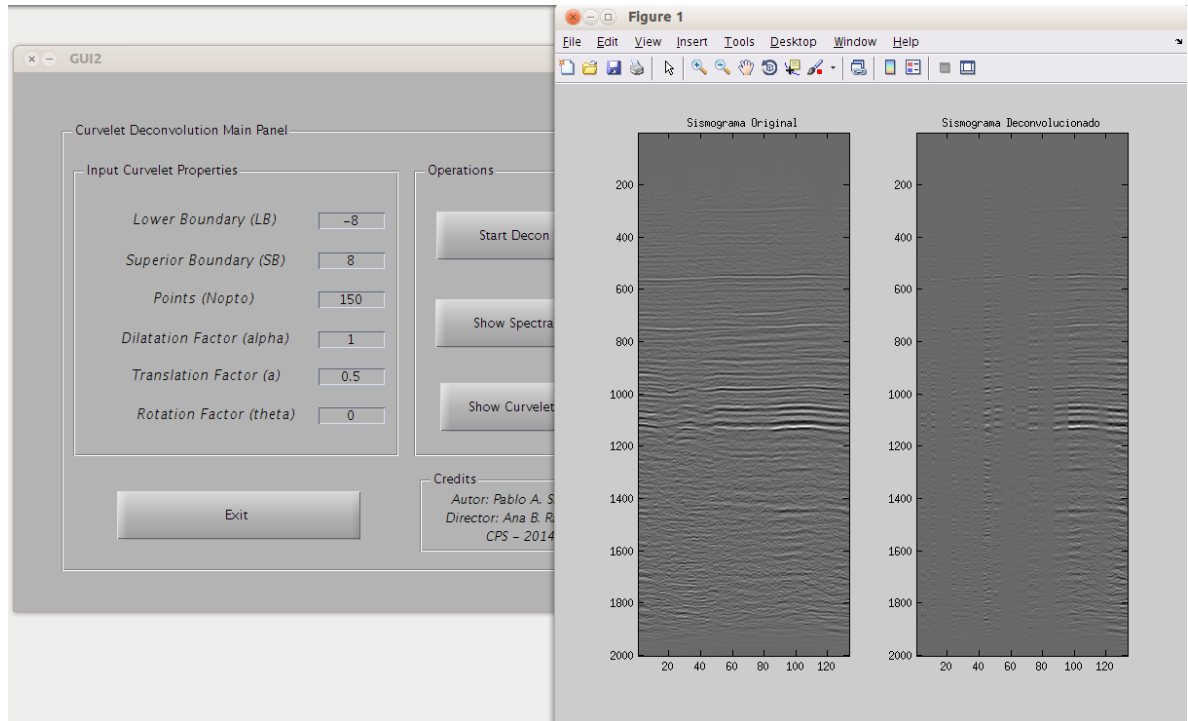


Figura 67. Resultado de la deconvolución usando la GUI. Fuente: Autor.

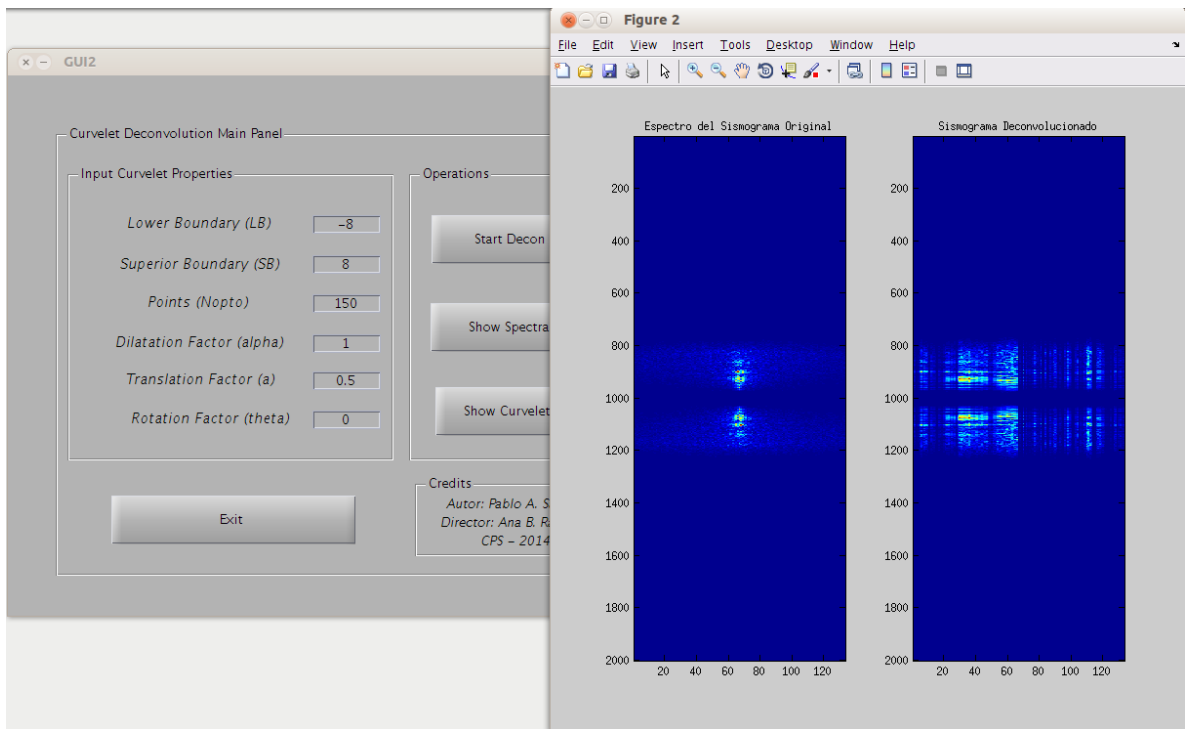


Figura 68. Espectros de los sismogramas usando la GUI. Fuente: Autor.

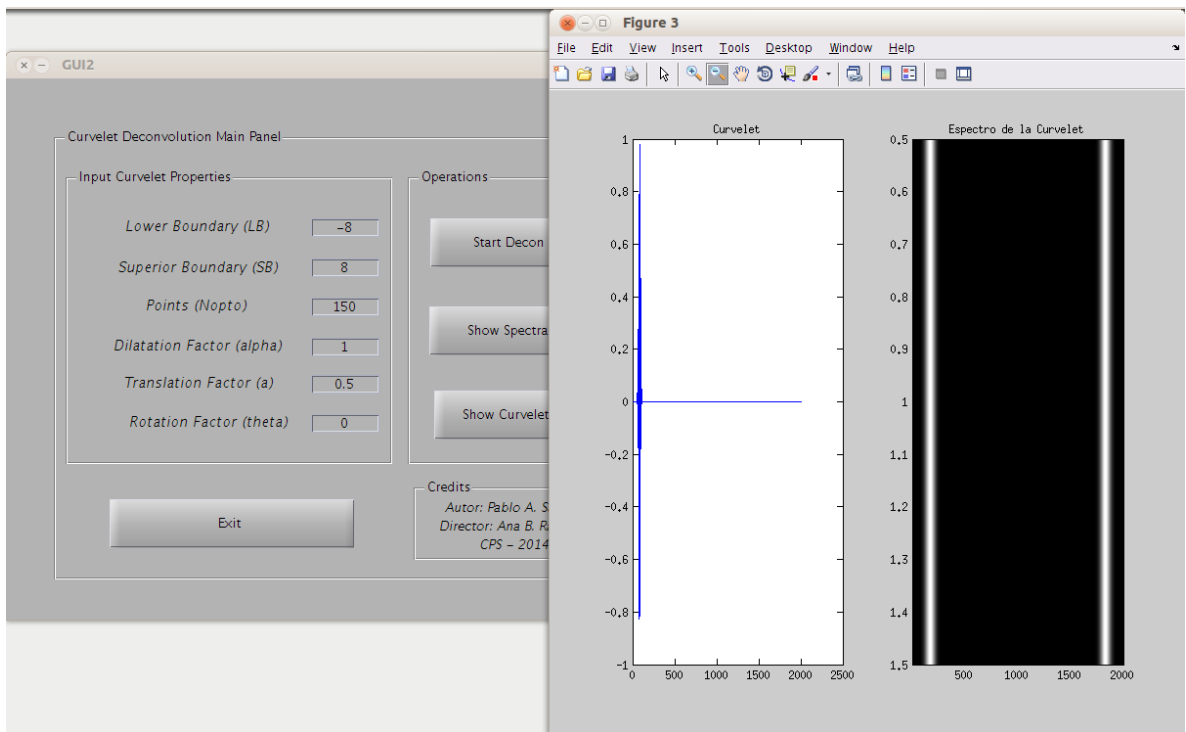


Figura 69. Curvelet y espectro de la curvelet usando la GUI. Fuente: Autor.

ANEXO B. Código en Matlab para la Deconvolución Wiener.

En este código al ajustar el valor de $K=0$ se puede realizar la deconvolución por filtrado inverso.

```
%Load defaults
clc
close all
load GatherOriginal2D.mat

%Generacion de la curvelet para el sismograma

Nopto=32;
LB=-4;
SB=4;
theta=0; %Factor de Rotaciones
a=0.5; %factor de traslaciones
alpha=0.75; %factor de dilatacion

%Transformacion de la curvelet del sismograma

Dalpha=[1/alpha 0; 0 1/sqrt(alpha)];
k1=1;
Xk=k1*2^-a;
x=LB:((SB-LB)/Nopto):SB-((SB-LB)/Nopto);
x_xk=x-repmat(Xk,1,Nopto);
vector=x_xk;
newaxes=vector;
[psiRT,xRT] = morlet(newaxes(1,1), newaxes(1,Nopto),Nopto);
paddedmor=fft([psiRT, zeros(1,176-32)])';

%Generacion de las trazas a deconvolucionar

gatherconv=zeros(176,72);
for i=1:72
    gatherconv(:,i)=ifft(fft(gather(:,i)).*paddedmor);
end
trazas=gatherconv+0.01*randn(176,72);

%Generacion de la curvelet del operador

Nopto1=32;
LB1=-4;
SB1=4;
theta1=0; %Factor de Rotaciones
a1=0.5; %factor de traslaciones
alpha1=0.75; %factor de dilatacion

%Transformaciones de la curvelet del operador

Dalpha1=[1/alpha1 0; 0 1/sqrt(alpha1)];
```

```

k11=1;
Xk1=k11*2^-a1;
x1=LB1:((SB1-LB1)/Noptol):SB1-((SB1-LB1)/Noptol);
x_xk1=x1-repmat(Xk1,1,Noptol);
vector1=x_xk1;
newaxes1=vector1;
[psiRT1,xRT1] = morlet(newaxes1(1,1), newaxes1(1,Noptol),Noptol);
paddedmor1=fft([psiRT1, zeros(1,176-32)])';

%Inversion de la curvelet y Deconvolucion

out=zeros(176,72);
for i=1:72
OUT1=fft(trazas(:,i));
k=0;
new_imagef=1./paddedmor1.*(abs(paddedmor1).^2./(abs(paddedmor1).^2
+k)).*OUT1;
out(:,i)=ifft(new_imagef);
end

%Resultados

figure,
subplot(121), imagesc(trazas), colormap(gray), title('Sismograma Original')
subplot(122), imagesc(out), colormap(gray), title('Sismograma
Deconvolucionado')
figure,
plot(trazas(:,1)), hold on
plot(out(:,1), 'r')

```

ANEXO C. Código en Matlab para la Deconvolución spiking.

```
clc
close all
clear all
load Trazas2D.mat
A=A./max(A(:));

out=zeros(2001,133);
Pt=zeros(2001,133);
for j=1:133
autocor=A(:,j)*A(:,j)';
[m,n]=size(autocor);
nulo=zeros(m,1);
P=zeros(1,n);
New=sum(abs(autocor),1)';
for i=1:n
    if New(i)>0.05*max(New)
        P(i)=A(i,j);
    else P(i)=0;
    end
    Pt(i,j)=P(i);
end
croscore=xcorr(A(:,j),P);
for h=1:length(P)
    if P(h)~=0;
        break
    end
end
crosright=croscore(4001-(h+2001-1):4001-h);
Acorf=fftshift(fft2(autocor));
Ccorf=fftshift(fft(crosright));
k=0;
out1=ifft(Acorf*(1./Ccorf.*(abs(Ccorf).^2./(abs(Ccorf).^2+k))));
out(:,j)=ifft(fft(real(out1)).*fft(A(:,j)));
end
verif=abs(Pt)>0;
ref=sum(verif,1);
figure,
subplot(121),imagesc(A),colormap(gray),title('Sismograma Original')
subplot(122),imagesc(Pt),colormap(gray),title('Sismograma
Deconvolucionado')
```

ANEXO D. Código en C para la Deconvolución con curvelets

```
/*
*****
*** C source code for seismic deconvolution ***
*** using the approach of curvelets ***
*****
*****/

#include <stdio.h>
#include <stdlib.h>
#include <ncurses.h>
#include <unistd.h>
#include <math.h>
#include <fft3.h>

int i = 0, j = 0, k = 0, Cont = 0;
int s = 0, n = 2001;
int nx = 2001, ny = 2001;
double factor = 1;
double sum;
double vector[266133];
double max;
double A[2001][133];
double An[2001][133];
double At[133][2001];
double Pp[2001];
double tempn[2001];
double tempt[2001];
double autocor[2001][2001];
double Acorfrealm[2001][2001];
double Acorfimagl[2001][2001];
double deconvr[2001][133];
double deconvi[2001][133];
double tempcrealm[2001];
double tempcimagl[2001];
double *multrr;
double *multii;
double *multri;
double *multir;
double *Anc;
double *Ccorfrealm;
double *Ccorfimagl;
double *Re2;
double *Imag2;
double *sum2;
double *mag;
double mag2[2001];
double *RR;
double *RI;
double *IR;
double *II;

int main ()
```

```

{
    fftw_complex *temp;
    fftw_complex *Acorf;
    fftw_complex *Anc;
    fftw_complex *Ppc;
    fftw_complex *out1;
    fftw_complex *out2;
    fftw_complex *out2cj;
    fftw_complex *Ccorf;
    fftw_complex *invC;
    fftw_complex *tempa;
    fftw_complex *tempc;
    fftw_complex *tempd;
    fftw_complex *wiener;
    fftw_plan plan_backward;
    fftw_plan plan_forward;

    /*****
        INPUT SEISMOGRAM
    *****/
    FILE *archivo;
    float character;
    archivo = fopen("trazas.txt","r");
    if (archivo == NULL){printf("\n   Failure opening seismogram file.
\n\n");}
    else
    {
//      printf("\n   Te seismogram data is \n\n");
      while (!feof(archivo))
      {
          fscanf(archivo,"%f",&character);
          vector[Cont] = character;
          A[j][k] = vector[Cont];
          Cont++;
          j++;
          if ( Cont == 2001*(k+1) ){j = 0; k++;}

      }

      //for ( i = 0; i < 2001; i++ )
      //{
      //    for ( j = 0; j < 133; j++ )
      //        {printf(" %d %d %f\n",i,j,A[i][j]);}
      //}
    }
    i = 0;
    j = 0;
    fclose(archivo);

    /*****
        INPUT CURVELET
    *****/
    FILE *archivo2;
    float character2;

```

```

archivo2 = fopen("curvelet.txt","r");
Cont = 0;
if ( archivo2 == NULL ){printf("\n   Failure opening the curvelet
file. \n\n");}
else
{
//      printf("\n   The curvelet data is \n\n");
while (!feof(archivo2))
{
        fscanf(archivo2,"%f",&character2);
        Pp[Cont] = character2;
        Cont++;
}
//for ( i = 0; i < 2001; i++ )
//{
//      printf("%d   %5.20f\n", i, Pp[i]);
//}
}
fclose(archivo2);

/*****
      SEISMOGRAM NORMALIZATION
*****/
for ( i = 0; i < 2001; i++ )
{
        for ( j = 0; j < 133; j++ )
        {
                if ( max < A[i][j] ){ max = A[i][j]; }
        }
}

for( i = 0; i < 2001; i++ )
{
        for( j = 0; j < 133; j++ )
        {
                An[i][j] = ( A[i][j] / max );
        }
}

/*****
      SEISMOGRAM TRANSPOSED
*****/
for ( i = 0; i < 2001; i++ )
{
        for ( j = 0; j < 133; j++ )
        {
                At[j][i] = An[i][j];
        }
}

wiener = fftw_malloc ( sizeof ( fftw_complex ) * n );
Acorf = fftw_malloc ( sizeof ( fftw_complex ) * nx * ny );
temp = fftw_malloc ( sizeof ( fftw_complex ) *nx *ny );
Anc = fftw_malloc ( sizeof ( fftw_complex ) * n );

```

```

Ppc = fftw_malloc ( sizeof ( fftw_complex ) * n );
out1 = fftw_malloc ( sizeof ( fftw_complex ) * n );
out2 = fftw_malloc ( sizeof ( fftw_complex ) * n );
out2cj = fftw_malloc ( sizeof ( fftw_complex ) * n );
Ccorf = fftw_malloc ( sizeof ( fftw_complex ) * n );
invC = fftw_malloc ( sizeof ( fftw_complex ) * n );
tempa = fftw_malloc ( sizeof ( fftw_complex ) * n );
tempc = fftw_malloc ( sizeof ( fftw_complex ) * n );
tempd = fftw_malloc ( sizeof ( fftw_complex ) * n );

multrr = fftw_malloc ( sizeof ( double ) * n );
multii = fftw_malloc ( sizeof ( double ) * n );
multri = fftw_malloc ( sizeof ( double ) * n );
multir = fftw_malloc ( sizeof ( double ) * n );
Ccorfreal = fftw_malloc ( sizeof ( double ) * n );
Ccorfimag = fftw_malloc ( sizeof ( double ) * n );
Re2 = fftw_malloc ( sizeof ( double ) * n );
Imag2 = fftw_malloc ( sizeof ( double ) * n );
sum2 = fftw_malloc ( sizeof ( double ) * n );
mag = fftw_malloc ( sizeof ( double ) * n );
RR = fftw_malloc ( sizeof ( double ) * n );
RI = fftw_malloc ( sizeof ( double ) * n );
IR = fftw_malloc ( sizeof ( double ) * n );
II = fftw_malloc ( sizeof ( double ) * n );

/*****
  OUTER LOOP FOR COLUMNS
  *****/
for ( s = 0; s < 133; s++ )
{
  /*****
    AUTOCORRELATION
    *****/
  for ( i = 0; i < 2001; i++ )
  {
    tempn[i] = An[i][s];
    tempt[i] = At[s][i];
  }
  for ( i = 0; i < 2001; i++ )
  {
    for ( k = 0; k < 2001; k++ )
    {
      autocor[i][k] = tempn[i] * tempt[k];
    }
  }

  //Create the input array.
  for ( i = 0; i < nx; i++ )
  {
    for ( j = 0; j < ny; j++ )
    {
      temp[i*ny+j][0] = autocor[j][i];
      temp[i*ny+j][1] = 0;
    }
  }
}

```

```

}

//Create the output array.
plan_forward = fftw_plan_dft_2d ( nx, ny, temp, Acorf,
FFTW_FORWARD, FFTW_ESTIMATE );
fftw_execute ( plan_forward );

/*****
CROSS-CORRELATION
*****/
//Create the first input array.
for ( i = 0; i < n; i++ )
{
    Anc[i][0] = An[i][s];
    Anc[i][1] = 0;
}

//Create the second input array.

for ( i = 0; i < n; i++ )
{
    Ppc[i][0] = Pp[i];
    Ppc[i][1] = 0;
}

//Create the first output array.
plan_forward = fftw_plan_dft_1d ( n, Anc, out1, FFTW_FORWARD,
FFTW_ESTIMATE );
fftw_execute ( plan_forward );

//Create the second output array.
plan_forward = fftw_plan_dft_1d ( n, Ppc, out2, FFTW_FORWARD,
FFTW_ESTIMATE );
fftw_execute ( plan_forward );

//Conjugate the second set of coeffs.
for ( i = 0; i < n; i++ )
{
    out2cj[i][0] = out2[i][0];
    out2cj[i][1] = -out2[i][1];
}

//Product of both transformed signals.
k = 0;
for ( i = 0; i < n; i++ )
{
    multrr[k] = out1[i][0] * out2cj[i][0];
    multii[k] = out1[i][1] * out2cj[i][1];
    multri[k] = out1[i][0] * out2cj[i][1];
    multir[k] = out1[i][1] * out2cj[i][0];
    k++;
}
for ( i = 0; i < n; i++ )
{

```

```

        Ccorf[i][0] = multrr[i] - multii[i];
        Ccorf[i][1] = multri[i] + multir[i];
    }

/*****
        DECONVOLUTION
*****/
for ( i = 0; i < n; i++ )
{
    mag2[i] = ( ( Ccorf[i][0] * Ccorf[i][0] ) + (
Ccorf[i][1] * Ccorf[i][1] ) );
}
for ( i = 0; i < n; i++ )
{
    invC[i][0] = Ccorf[i][0] / mag2[i];
    invC[i][1] = -Ccorf[i][1] / mag2[i];
}
for ( i = 0; i < n; i++ )
{
    tempa[i][0] = invC[i][0] * mag2[i];
    tempa[i][1] = invC[i][1] * mag2[i];
}
for ( i = 0; i < n; i++ )
{
    tempc[i][0] = tempa[i][0] / (mag2[i]+factor);
    tempc[i][1] = tempa[i][1] / (mag2[i]+factor);
}
for ( i = 0; i < n; i++ )
{
    tempcreal[i] = tempc[i][0];
    tempcimag[i] = tempc[i][1];
}
for ( i = 0; i < nx; i++ )
{
    for ( j = 0; j < ny; j++ )
    {
        Acorfrealm[j][i] = Acorf[i*ny+j][0];
        Acorfirmag[j][i] = Acorf[i*ny+j][1];
    }
}
//RR
for ( i = 0; i < n; i++ )
{
    sum = 0;
    for ( j = 0; j < n; j++ )
    {
        sum = sum + Acorfrealm[i][j] * tempcrealm[j];
    }
    RR[i] = sum;
}
//RI
for ( i = 0; i < n; i++ )
{
    sum = 0;

```

```

        for ( j=0; j < n; j++ )
        {
            sum = sum + Acorfreal[i][j] * tempcimag[j];
        }
        RI[i] = sum;
    }
    //IR
    for ( i = 0; i < n; i++ )
    {
        sum = 0;
        for ( j=0; j < n; j++ )
        {
            sum = sum + Acorfimag[i][j] * tempcreal[j];
        }
        IR[i] = sum;
    }
    //II
    for ( i = 0; i < n; i++ )
    {
        sum = 0;
        for ( j=0; j < n; j++ )
        {
            sum = sum + Acorfimag[i][j] * tempcimag[j];
        }
        II[i] = sum;
    }
    for ( i = 0; i < n; i++ )
    {
        tempd[i][0] = RR[i] - II[i];
        tempd[i][1] = RI[i] + IR[i];
    }
    //Backward transform.
    plan_backward = fftw_plan_dft_1d ( n, tempd, wiener,
FFTW_BACKWARD, FFTW_ESTIMATE );
    fftw_execute ( plan_backward );
    for ( i = 0; i < n; i++ )
    {
        deconvr[i][s] = wiener[i][0] / ( double ) ( n );
        deconvi[i][s] = wiener[i][1] / ( double ) ( n );
    }
} //EOouterfor
for (j=0;j<133;j++)
{
    for(i=0;i<2001;i++)
    {
        printf("%10.30f\n",deconvr[i][j]);
    }
}
return;
} //EOFfile

```