

**ESTUDIO DE FACTIBILIDAD SOBRE LA APLICACIÓN DE LA GEOMETRÍA FRACTAL
EN LA CARACTERIZACIÓN DE LA POROSIDAD DE LAS ROCAS SEDIMENTARIAS**

JOHANA LIZETH PINILLA VELANDIA

**UNIVERSIDAD INDUSTRIAL DE SANTANDER
ESCUELA DE INGENIERÍA DE SISTEMAS E INFORMÁTICA
BUCARAMANGA
2004**

**ESTUDIO DE FACTIBILIDAD SOBRE LA APLICACIÓN DE LA GEOMETRÍA FRACTAL
EN LA CARACTERIZACIÓN DE LA POROSIDAD DE LAS ROCAS SEDIMENTARIAS**

JOHANA LIZETH PINILLA VELANDIA

**Trabajo presentado como requisito para optar al título de
Ingeniero de Sistemas**

Director

Rafael Isaacs Giraldo

Tutora

Gloria Esperanza Cobaleda

**UNIVERSIDAD INDUSTRIAL DE SANTANDER
ESCUELA DE INGENIERÍA DE SISTEMAS
BUCARAMANGA**

2004

*A Dios,
A mis padres,
A mis hermanos,
A mis amigos.*

AGRADECIMIENTOS

La autora expresa sus agradecimientos a:

Rafael Isaacs, profesor asociado a la Escuela de Matemáticas y a Gloria Cobaleda, encargada del Departamento de Microscopía del ICP, por la valiosa orientación brindada durante el desarrollo del presente trabajo de grado.

El grupo de GEOFRACTALES UIS, por la ayuda en la consecución del material bibliográfico y las observaciones hechas durante toda la investigación.

Rafael Orozco, por su inmensa ayuda en la ejecución de las pruebas de los algoritmos.

Villa Fractal, por los momentos de esparcimiento y diversión brindados.

Mis compañeros, familiares y amigos, de quienes siempre obtuve voces de aliento y colaboración.

CONTENIDO

	pág.
INTRODUCCIÓN.....	17
1. PRESENTACIÓN DEL PROYECTO.....	18
1.1 PLANTEAMIENTO DEL PROBLEMA	18
1.2 OBJETIVOS	21
1.2.1 Objetivo General	21
1.2.2 Objetivos Específicos	21
2. FUNDAMENTACIÓN TEÓRICA	22
2.1 GEOMETRÍA FRACTAL.....	22
2.1.1 Origen.....	22
2.1.2 Definición.....	23
2.1.3 Autosimilitud	24
2.1.4 Dimensión	24
2.1.5 Dimensión de Escala.....	27
2.2 CÁLCULO EXPERIMENTAL DE LA DIMENSIÓN FRACTAL.....	29
2.2.1 Dimensión por Conteo de cajas (Box – Counting) (D_B).....	29
2.2.2 Dimensión por el método del Divisor (D_c).....	30
2.2.3 Dimensión por Variograma.....	32
2.3 CURVAS QUE LLENAN EL PLANO	35
2.3.1 Curva de Peano	35
2.3.2 Curva de Hilbert	37
2.4 CONCEPTOS GEOLÓGICOS.....	38
2.4.1 Porosidad	38

3.	METODOLOGÍA	41
3.1	ESTUDIO DE LOS ALGORITMOS PARA MEDIR DIMENSIÓN FRACTAL	41
3.2	DESARROLLO DE LOS PROTOTIPOS SOFTWARE	42
3.2.1	Recolección y análisis de requisitos.....	42
3.2.2	Diseño	42
3.2.3	Implementación	44
3.3	DETERMINACIÓN DEL MEJOR ALGORITMO	44
3.4	REFINAMIENTO DEL MEJOR ALGORITMO	44
4.	DESARROLLO DEL SOFTWARE	45
4.1	RECOLECCIÓN Y ANÁLISIS DE REQUISITOS.....	45
4.1.1	Entendimiento del problema.....	45
4.1.2	Requerimientos iniciales.....	45
4.2	DISEÑO.....	47
4.2.1	Arquitectura del software.....	47
4.2.2	Diagrama de Casos de uso.....	49
4.2.3	Diagramas de secuencia.....	52
4.2.4	Diseño de la interfaz.....	58
4.3	IMPLEMENTACIÓN	60
4.3.1	Lenguaje de programación.....	60
4.3.2	Formato de las imágenes a analizar	60
4.3.3	Implementación de los algoritmos	61
4.3.4	Interfaz principal	64
4.3.5	Opciones de tamaño para la imagen.....	66
4.3.6	Algoritmo de Conteo de cajas	68
4.3.7	Variograma Horizontal y variograma Vertical.....	68
4.3.8	Variograma Promedio Horizontal y Vertical.....	69
4.3.9	Variograma – Hilbert	70

4.3.10	Variograma – Peano	71
4.3.11	Módulo cargar directorio.....	72
5.	PRUEBAS	75
6.	RESULTADOS.....	79
6.1	ORGANIZACIÓN DE LOS RESULTADOS	79
6.2	ALGORITMO DE CONTEO DE CAJAS	80
6.3	VARIOGRAMA HORIZONTAL	80
6.4	VARIOGRAMA VERTICAL.....	82
6.5	VARIOGRAMA PROMEDIO HORIZONTAL.....	83
6.6	VARIOGRAMA PROMEDIO VERTICAL	84
6.7	VARIOGRAMA PEANO.....	86
6.8	VARIOGRAMA HILBERT	87
7.	CONCLUSIONES	90
8.	RECOMENDACIONES	93
	BIBLIOGRAFÍA.....	94
	ANEXOS.....	97

LISTA DE FIGURAS

	pág.
Figura 1. Laboratorio de Microscopía Electrónica ICP.....	19
Figura 2. Imágenes tomadas con microscopía	20
Figura 3. Triángulo de Sierpinsky	22
Figura 4. Conjunto de Cantor.....	23
Figura 5. Observaciones igualmente espaciadas.	33
Figura 6. Semivariograma.....	34
Figura 7. Metodología a emplear	41
Figura 8. Diagrama inicial de casos de uso	46
Figura 9. Arquitectura del Software.....	47
Figura 10. Subsistema Seleccionar Imagen	49
Figura 11. Subsistema Escoger Algoritmo.....	50
Figura 12. Subsistema Definir parámetros del algoritmo	51
Figura 13. Subsistema Visualizar resultados.....	52
Figura 14. Diagrama de Secuencia para obtener dimensión por Conteo de Cajas.....	53
Figura 15. Secuencia para obtener dimensión por variograma Horizontal	54
Figura 16. Secuencia para obtener dimensión por variograma Vertical	55
Figura 17. Secuencia para obtener dimensión por variograma – Hilbert.....	56
Figura 18. Secuencia para obtener dimensión por Variograma - Peano	57
Figura 19. Interfaz principal.....	58
Figura 20. Interfaz para los algoritmos.....	59
Figura 21. Barrido según curva de Hilbert	63
Figura 22. Interfaz principal de Dimensión 1.0.....	64
Figura 23. Menú estándar	64
Figura 24. Barra de herramientas para escoger tamaño	65
Figura 25. Zona donde se carga la imagen	66
Figura 26. Interfaz para elegir tamaño de la imagen	67
Figura 27. Recuadro que indica el sector escogido.....	67
Figura 28. Interfaz para Conteo de cajas.....	68
Figura 29. Interfaz para Variograma Horizontal y vertical.....	69

Figura 30.	Interfaz Variograma Promedio Horizontal y Vertical	70
Figura 31.	Interfaz Variograma - Hilbert.....	71
Figura 32.	Curvas de Hilbert generadas por Dimensión 1.0 para 2 y 4 iteraciones.....	71
Figura 33.	Curvas de Peano generadas para Dimensión 1.0 para 1 y 2 iteraciones.....	72
Figura 34.	Interfaz Variograma – Peano	72
Figura 35.	Módulo cargar directorio.	73
Figura 36.	Imágenes típicas primer grupo	76
Figura 37.	Imágenes típicas segundo grupo.....	77
Figura 38.	Imágenes típicas tercer grupo	77
Figura 39.	Imágenes A11-606ah y A10-703af, respectivamente.....	80
Figura 40.	Comportamiento de la dimensión por Variograma Horizontal	81
Figura 41.	Comportamiento de la dimensión Variograma Vertical.....	83
Figura 42.	Comportamiento de la dimensión por Variograma Promedio Horizontal.....	84
Figura 43.	Comportamiento de la dimensión por Variograma Promedio Vertical.....	85
Figura 44.	Curva de Peano para 2 iteraciones	87
Figura 45.	Variograma - Hilbert con 5 iteraciones.....	88
Figura 46.	Variograma - Hilbert con 6 iteraciones.....	89
Figura 47.	Pruebas Conteo de cajas.....	115
Figura 48.	Pruebas Variograma Oeste – Este y Norte – Sur	116
Figura 49.	Pruebas Variograma – Hilbert.....	117
Figura 50.	Pruebas Variograma - Peano	118

LISTA DE TABLAS

	pág.
Tabla 1. Curva de Koch.....	26
Tabla 2. Polvo de Cantor.....	26
Tabla 3. Algoritmo de Richardson	32
Tabla 4. Rangos de valores de porosidad.....	40
Tabla 5. Diagramas de UML.....	43
Tabla 6. Descripción de los casos de uso iniciales	47
Tabla 7. Variables Conteo de cajas	61
Tabla 8. Variables variograma.....	62
Tabla 9. Ejemplo de tabla resumen.....	79
Tabla 10. Resumen de la conclusión 3.....	92

LISTA DE ANEXOS

	pág.
ANEXO A. Manual de Usuario Dimensión 1.0.....	98
ANEXO B. Formatos para el control de las pruebas.....	115
ANEXO C. Resultados Variograma Horizontal.....	119
ANEXO D. Resultados Variograma Vertical.....	126
ANEXO E. Resultados Variograma Promedio Horizontal.....	133
ANEXO F. Resultados Variograma Promedio Vertical.....	139
ANEXO G. Resultados Variograma Hilbert.....	145

RESUMEN

TÍTULO: Estudio de factibilidad sobre la aplicación de la geometría fractal en la caracterización de la porosidad de las rocas sedimentarias*

AUTOR: Johana Lizeth Pinilla Velandia**

PALABRAS CLAVE: Dimensión fractal, microscopía, geometría fractal, variograma, conteo de cajas, curva de Hilbert, curva de Peano.

DESCRIPCIÓN

A la geometría fractal se le conoce como la geometría de la naturaleza, ya que permite aproximarse mejor a sus formas, porque sí tiene en cuenta la rugosidad de las superficies y la aleatoriedad del medio; aspectos que la geometría tradicional no logra describir de una manera precisa. Debido a que la forma de los poros en las rocas sedimentarias es bastante aleatoria, la geometría fractal se convierte en una herramienta de estudio para determinar características de la porosidad en dichas rocas. Y además, para poder lograr dicha caracterización de una manera cuantitativa, es indispensable adentrarse en los conceptos de la dimensión fractal, que es una medida apropiada para los objetos fractales.

El cálculo de la dimensión fractal, no se logra con las técnicas de la geometría Euclidiana, debido a que los fractales no poseen una dimensión entera. Para ello, existen métodos o algoritmos computacionales, cada uno apto para el tipo de fractal que se esté estudiando. En esta investigación se estudiaron e implementaron en una herramienta software los métodos de Conteo de Cajas y variograma.

Para la implementación del variograma, fue necesario realizar diferentes barridos a la imagen, unos ya propuestos en la literatura, como son, barrido horizontal y vertical; y otros, que se proponen en esta tesis, como son, barrido según la curva de Hilbert y según la curva de Peano.

En conclusión, en esta tesis de grado se hace un estudio de la dimensión fractal y una evaluación de diversos métodos para calcularla, mediante la elaboración de los prototipos software necesarios; para luego determinar si con alguno de los algoritmos se obtiene resultados que permitan afirmar con certeza que cierto valor corresponde a la dimensión d de la imagen.

* Trabajo de Grado

** Facultad de Ingenierías Fisicomecánicas. Escuela de Ingeniería de sistemas e informática.
Rafael Isaacs Giraldo.

ABSTRACT

TITLE: Factibility study on the application of fractal geometry in the characterization of the sedimentary rocks porosity*.

AUTHOR: Johana Lizeth Pinilla Velandia**

KEY WORDS: fractal dimension, electronic microscopy, fractal geometry, variogram, Box Counting, Hilbert's curve, Peano's curve.

DESCRIPTION

Fractal Geometry is known like the geometry of the nature, since it allows to come near better to the forms of this one, because this considers the rugosity and the randomness of the surfaces; aspects that traditional geometry does not manage to describe in the most precise way. Because the form of pores on sedimentary rocks is quite random, fractal geometry becomes a study tool to determine characteristics of the porosity on these rocks. In addition, to be able to obtain this characterization of a quantitative way, it is indispensable to consider in the concepts of the fractal dimension, which is an appropriate measurement for the fractal objects.

The calculation of the fractal dimension, is not obtained with the techniques of Euclidian geometry, because of the fractals do not have an integer dimension. Because of this, exist computational methods or algorithms, apt for the type of fractal that is being studied. In this research the methods of Box Counting and variogram are studied and implemented in a programming tool.

For the implementation of variogram, it was necessary to make different sweepings from the image, already proposed in Literature, as they are, swept horizontal and vertical; and others, that set out in this thesis, as they are, swept according to the curve of Hilbert and the curve of Peano.

The conclusion, of this project is to make a study of the fractal dimension and an evaluation of the diverse methods to calculate it, by means of the elaboration of the necessary software prototypes; in order to to determine if with some of the algorithms one obtains results that allow to affirm with certainty that a value corresponds to the dimension of an image.

* Work of grade.

** Physicomechanics Faculty. Systems and computer science School. Rafael Isaacs Giraldo.

INTRODUCCIÓN

Este trabajo de grado hace parte de PETROSÍSMICA, Convenio de Cooperación Tecnológica UIS – ECOPETROL ICP, No. 005.

El proyecto de investigación, surge de la necesidad de introducir una nueva metodología para caracterizar la porosidad de rocas sedimentarias, pues la usada en la actualidad se basa en las técnicas de la geometría Euclidiana, cuyos resultados muchas veces no corresponden a la realidad. En consecuencia, se necesita alguna herramienta que describa mejor las formas aleatorias de la naturaleza, y por las características que posee la Geometría Fractal, el objeto de estudio de esta Tesis será dicha geometría y así evaluar su posible aplicación en la caracterización de porosidad, mediante imágenes tomadas con microscopía.

El primer paso fue la definición del marco de trabajo, es decir, se indagó acerca de la labor que se lleva a cabo en el Laboratorio de Microscopía del ICP en cuanto a cálculo de porosidad se refiere; de esta manera se puntualizó en el problema que se debía resolver, el valor de la porosidad encontrada por medio de la geometría tradicional algunas veces no corresponde a la realidad. Fue así como se determinó el objetivo del proyecto, realizar un estudio de factibilidad sobre la aplicación de la geometría fractal en la caracterización de la porosidad de las rocas sedimentarias, mediante el cálculo de la dimensión fractal a partir de una imagen tomada con microscopía, para mejorar el cálculo del número de reservas de crudo en un yacimiento.

El siguiente paso consistió en la consecución de información acerca de los conceptos de geometría fractal, dimensión fractal, porosidad en rocas sedimentarias y a grandes rasgos, el proceso del petróleo. Para ello, se consultó libros, revistas, Internet, tesis de grado y bases de datos de diferentes bibliotecas; el resultado fue una recopilación de los diferentes métodos para calcular la dimensión fractal, la definición de los objetivos específicos, la metodología a seguir, el estado del arte, el análisis de la bibliografía y el cronograma de trabajo. Luego, se empezó a profundizar en los conceptos de la

Geometría Fractal y más específicamente, en la dimensión y los algoritmos para calcularla.

La descripción del proceso seguido para el desarrollo de este sistema, es el tema a abordar en este texto. En primer lugar se presenta el marco teórico que muestra los fundamentos de geometría fractal, curvas que llenan el plano, dimensión fractal, métodos computacionales para calcularla y conceptos geológicos como porosidad.

El capítulo 2 y 3 corresponden a la metodología y a el desarrollo del software, respectivamente. En este último se explica detalladamente cada una de las etapas necesarias para el desarrollo de software y cómo se llevaron a cabo para la construcción de Dimensión 1.0.

El capítulo 4 corresponde a las pruebas hechas para cada uno de los algoritmos que se incluyeron en el software. Aquí se describe todo el diseño de las pruebas y la forma como se ejecutaron en el proyecto.

El capítulo 5 hace referencia a los resultados obtenidos de acuerdo a las pruebas hechas y en el 6, se exponen las conclusiones de esta investigación.

En el capítulo 7 se hacen las recomendaciones para darle continuidad a este estudio de factibilidad sobre la caracterización de porosidad de rocas sedimentarias, mediante la dimensión fractal.

1. PRESENTACIÓN DEL PROYECTO

1.1 PLANTEAMIENTO DEL PROBLEMA

El petróleo es el resultado de un complejo proceso físico-químico en el interior de la tierra, en el que, debido a la presión y las altas temperaturas, se produce la descomposición de enormes cantidades de materia orgánica que se convierten en aceite y gas. Esta materia orgánica está contenida en un tipo de rocas, conocidas como *rocas sedimentarias*, caracterizadas por ser porosas, es decir, presentan espacios vacíos conocidos como poros.

El petróleo se encuentra ocupando esos espacios vacíos, es algo así como el agua que empapa una esponja. Y además, presenta un proceso de migración en el que viaja por entre los poros y fracturas de las capas subterráneas, para filtrarse en otros depósitos o reservorios. La ciencia de la exploración consiste básicamente en identificar y localizar estos lugares sedimentarios donde se supone está el hidrocarburo.

Para el proceso de exploración, uno de los primeros pasos es la obtención de fotografías aéreas, imágenes satelitales o imágenes de radar de un área de interés. Esto permite elaborar diversos tipos de mapas que identifican características de un área determinada, tales como vegetación, corrientes de agua, tipos de roca, fallas geológicas, anomalías térmicas. Esta información permite identificar áreas de mayor potencial, en las que se pueden encontrar las formaciones sedimentarias y estructuras que contengan hidrocarburos.

Así mismo, los geólogos emprenden arduos trabajos de campo en los que describen la geología de superficie y toman muestras de roca y suelo para diversos análisis de laboratorio. Con estos estudios se tiene una primera aproximación de la capacidad de generación de hidrocarburos y de la calidad de rocas almacenadoras que pueda haber en un lugar.

Para calcular la cantidad de reservas de crudo y la productividad de un yacimiento, se debe conocer las características físicas y las propiedades petrofísicas de las rocas sedimentarias tales como tamaño, forma, textura, porosidad, permeabilidad, etc. El cálculo cuantitativo de algunas de estas propiedades, depende de la geometría de los poros.

El Laboratorio de Microscopía Electrónica del ICP, centra su trabajo en el análisis de porosidad, valiéndose de muestras que se toman de los corazones de la roca, (pequeños bloques de roca), y de la gran resolución que ofrece el microscopio electrónico de barrido. La *Figura 1* describe el proceso que se lleva a cabo en el Laboratorio de Microscopía:

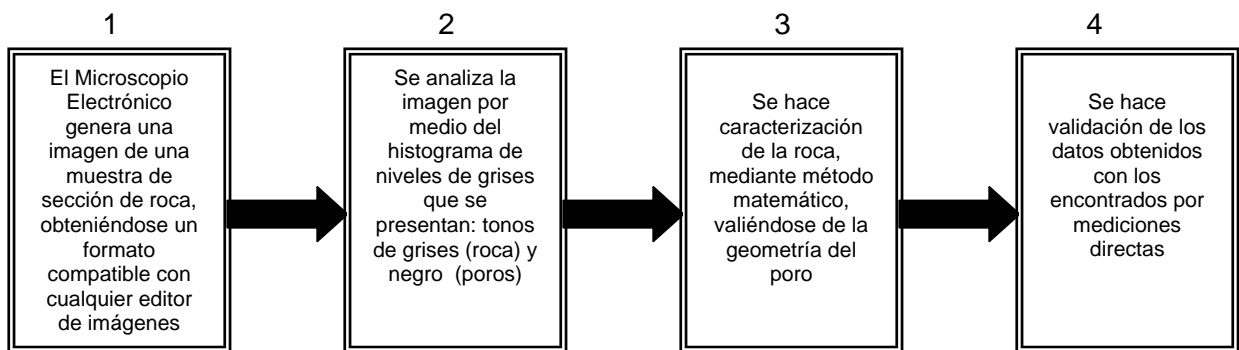


Figura 1. Laboratorio de Microscopía Electrónica ICP

El valor de la porosidad obtenido a partir de una serie de imágenes, (30 ó 40 para una muestra dada), se verifica con respecto al valor medido para probar que sí representa al punto del yacimiento en estudio. Luego, se hacen estadísticas del tamaño de los poros, a partir de imágenes binarias (color negro para el poro y blanco para la roca) que se obtienen por medio de un procesador de imágenes. La medición del área se basa en el conteo del número de píxeles que contiene cada poro, aplicando un factor de escala previamente calibrado en micrómetros. Con base en este cálculo se halla la Porosidad (ϕ) fórmula¹:

¹ Como se trabaja con una imagen en dos dimensiones, el cálculo se hace con áreas. Sin embargo, cuando se calcula la Porosidad mediante medios físicos, ésta es: *volumen de espacio vacío / volumen total de la roca*.

$$\phi = \frac{\text{área de espacio vacío}}{\text{área total de la imagen}}$$

El proceso descrito, no tiene la exactitud necesaria al momento de calcular la porosidad, pues se descartan detalles característicos de la forma de los poros (*Figura 2*).

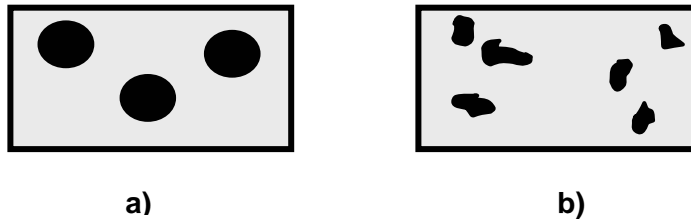


Figura 2. Imágenes tomadas con microscopía

La técnica empleada en la actualidad, no diferencia entre la forma de los poros de las *Figura 2a* y *2b*, simplemente identifica que ambas imágenes poseen el mismo espacio vacío en relación con el área total. Debido a la diferencia de forma en las imágenes consideradas, a pesar de que la porosidad neta tenga el mismo valor para efectos de la producción de hidrocarburos, dos rocas con poros como los ilustrados se portarán de manera diferente.

Por lo expuesto anteriormente, surge la necesidad de introducir una nueva metodología, en la caracterización de la porosidad de las rocas sedimentarias. Ya que por un lado la técnica empleada se basa en las formas de la Geometría Euclidiana, y por otro, la porosidad es importante no sólo como porosidad neta, sino como la geometría de los poros.

Esta nueva metodología, debe acercarse más a la forma de los poros y considerar parámetros que no se están tomando en cuenta con la técnica actual. Por las características que presenta la Geometría Fractal, se considera una buena opción, ya que ésta permite aproximarse mejor a las formas de la naturaleza, porque sí tiene en cuenta la rugosidad de las superficies y la geometría aleatoria del medio. Además, mediante los métodos utilizados para calcular la dimensión fractal, se puede obtener ciertas medidas de los elementos de las imágenes tomadas con microscopía, en este caso los poros.

1.2 OBJETIVOS

1.2.1 Objetivo General

Realizar un estudio de factibilidad sobre la aplicación de la geometría fractal en la caracterización de la porosidad de las rocas sedimentarias, mediante el cálculo de la dimensión fractal a partir de una imagen tomada con microscopía electrónica, para mejorar el cálculo del número de reservas de crudo en un yacimiento.

1.2.2 Objetivos Específicos

1. Construir los prototipos software para calcular la dimensión fractal de las imágenes de microscopía, utilizando los siguientes algoritmos:
 - ❑ Método de área / perímetro
 - ❑ Conteo de cajas
 - ❑ Relación del divisor
 - ❑ Ley de Korcak
 - ❑ Espectros de potencia
 - ❑ Variograma

2. Determinar cuál de los anteriores algoritmos puede mejorar la caracterización de porosidad, respecto al método basado en la Geometría Euclidiana, que se emplea actualmente en el Laboratorio de Microscopía Electrónica del ICP.

3. Implementar el algoritmo seleccionado, para el Laboratorio de Microscopía Electrónica del ICP.

2. FUNDAMENTACIÓN TEÓRICA

2.1 GEOMETRÍA FRACTAL

La topología, la geometría diferencial y la geometría algebraica nos han enseñado a ver el mundo real en términos muy ideales: rectas, círculos, parábolas, esferas. Desde 1958, los trabajos del francés Benoit Mandelbrot y con la ayuda de la computación, han permitido dar una mejor aproximación a las formas de la naturaleza mediante un concepto geométrico que él denominó fractal.

2.1.1 Origen

Los Fractales son los objetos matemáticos que constituyen la Geometría de la Teoría del Caos. Los sistemas caóticos y dinámicos fueron conocidos y descubiertos mucho antes que los Fractales. De hecho se pueden encontrar y reconocer figuras con características fractales como la del triángulo de Sierpinski, ver *Figura 1*, en grabados de tela de hace varias décadas atrás, hasta en los años de 1400 se hallaron grabados japoneses con estas estructuras.

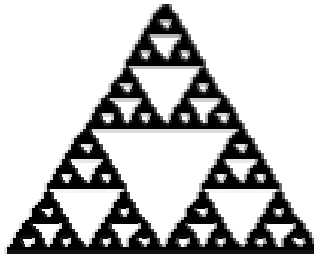


Figura 3. Triángulo de Sierpinsky

Un grupo de matemáticos comenzó a darse cuenta que en la naturaleza se daba muy seguido el fenómeno de irregularidades y que no eran excepciones como se suponía. Los primeros que comenzaron a demostrar teóricamente esta problemática fueron Cantor (con su famoso y casi místico conjunto de Cantor, ver *Figura 2*), y Peano. Hasta llegar a los años de 1880 con Poincaré, al que se lo conoce como el padre de la Teoría del Caos.

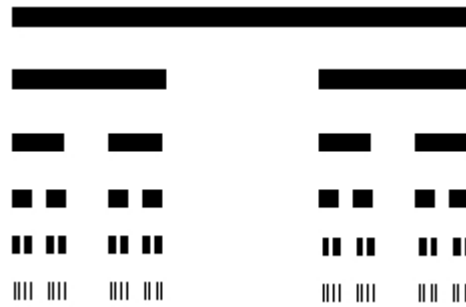


Figura 4. Conjunto de Cantor

No fue hasta el año 1958 cuando Benoit Mandelbrot ingresa a trabajar en los laboratorios de IBM para hacer un análisis del ruido y perturbaciones eléctricas. Él notó que la distribución de la señal de ruido es estadísticamente similar en muchas escalas de observación. En gráficas de intensidad contra tiempo las distribuciones son muy parecidas en diferentes rangos de tiempo: minutos, segundos, milisegundos, etc. En otros fenómenos aleatorios, como variación de precios en la bolsa de valores o el comportamiento anual de las riadas del Nilo, encontró aspectos semejantes, en forma de ruidos Brownianos.

2.1.2 Definición

La palabra fractal todavía no tiene un significado muy preciso, pues se ha transformado en una herramienta multidisciplinaria utilizada por científicos, artistas, psicólogos, sociólogos, etc. Sin embargo, estas son algunas de las definiciones que se les han dado a los fractales:

- Los Fractales son los objetos matemáticos que conforman la Geometría de la Teoría del Caos.
- La Geometría Fractal es también conocida como la “Geometría de la Naturaleza”.
- La palabra Fractal, enunciada por Mandelbrot proviene del latín y significa roto, quebrado.

- ❑ La Geometría Fractal es un nuevo lenguaje; ya que los puntos, rectas, esferas, elipses y demás objetos de la geometría tradicional son reemplazados por algoritmos iterativos computacionales que permiten describir sistemas naturales, caóticos y dinámicos.
- ❑ Los Fractales son objetos cuya dimensión es no entera o fraccionaria.
- ❑ Un objeto fractal es aquel que su dimensión fractal de Hausdorff -Besicovich supera a su dimensión topológica.
- ❑ Un objeto fractal es aquél que posee las siguientes dos características: Autosimilitud y Dimensión Fractal.
- ❑ Un fractal es un objeto en el cual sus partes tienen “alguna” relación con el todo. (esto está íntimamente ligado a la Autosimilitud)

2.1.3 Autosimilitud

Se refiere a la característica que presentan determinados objetos en los cuales los detalles más pequeños que lo componen tienen alguna relación estadística con sus propiedades globales, repitiéndose tales detalles de una manera infinita. En la naturaleza se encuentra indudablemente esta autosimilitud aunque no de manera tan determinística: las olas del mar son formadas por pequeñas olas, cada una formada por otras olas; estadísticamente, la distribución de las costas de los países en gran escala corresponde a la distribución en pequeñas escalas.

2.1.4 Dimensión

Una de las interpretaciones de la dimensión, posiblemente la más natural, está relacionada con la capacidad de los objetos para ocupar el espacio euclidiano en el que se encuentran sumergidos. Los fractales, poseen una dimensión fractal o dimensión de

Hausdorff – Besicovitch, la cual debe ser real y mayor que su dimensión topológica. Es claro, que para los objetos de la geometría clásica, la dimensión topológica es:

	Dimensión
Conjunto finito de puntos aislados	0
Línea	1
Superficie idealmente suave	2
Sólidos típicos de la geometría euclidiana	3

siendo ésta igual a la dimensión Hausdorff – Besicovitch; pero en los fractales, éstas no coinciden. Así, la curva de Koch tiene dimensión topológica 1; pero su dimensión de Hausdorff es \log_4/\log_3 , que no es ni siquiera racional. La curva de Cantor tiene dimensión topológica 0; pero dimensión de Hausdorff de \log_2/\log_3 (aproximadamente 0.63).

La dimensión fractal mide la cantidad de espacio ocupado y es la medida apropiada para los objetos fractales. Es una medida que resulta de la normalización de la longitud, mediante un exponente que eleva el denominador a una potencia fraccionaria. Mediante las técnicas de la geometría euclidiana no es posible calcular una medida para los objetos fractales.







La obtención de una medida se realiza según un patrón seleccionado. Así, para la obtención del área de un objeto como la superficie de una mesa se escogen por ejemplo cuadrados de área conocida, y el área resultante es la suma de las veces en que el patrón de medida ocupa la superficie total. El ajuste del denominador define un parámetro umbral para el cual la longitud converge a la unidad. Más allá la longitud se hace infinita, más acá se hace cero. Para la comprensión de esta situación, consideremos los siguientes ejemplos:

1. Curva de Koch:

La construcción de la curva de Von Koch se realiza partiendo de un segmento de longitud unidad. En la primera etapa del algoritmo, se sustituye dicho segmento por cuatro, cada

uno de los cuales tiene longitud $1/3$, y están colocados de la forma que se indica en la tabla:

Tabla 1. Curva de Koch

Iteración	N	s	Longitud Total
	1	1	1×1
	4	$1/3$	$4 \times 1/3 = 4/3$
	4^2	$1/3^2$	$4^2 \times 1/3^2 = 4^2/3^2$
	4^3	$1/3^3$	$4^3 \times 1/3^3 = 4^3/3^3$
	4^4	$1/3^4$	$4^4 \times 1/3^4 = 4^4/3^4$
	4^n	$1/3^n$	$4^n \times 1/3^n = 4^n/3^n$

En la n -ésima iteración la longitud de la curva de Koch es $l_n = (4/3)^n$. En el límite de iteración infinita, la longitud tiende a infinito. El caso normalizado de la curva de Koch es:

$$\lim_{n \rightarrow \infty} (l_n) = \lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{4}{3^D} \right)^n = 1$$

La igualdad se cumple cuando el factor entre paréntesis es la unidad. Despejando se tiene que:

$$D = \left(\frac{\text{Log}(4)}{\text{Log}(3)} \right) \approx 1.2619$$

2. Polvo de Cantor:

Se parte del intervalo $[0,1]$, que denominamos C_0 . Se obtiene C_1 removiendo el tercio central de C_0 , de forma que resulta:

$$C_1 = \left[0, \frac{1}{3} \right] \cup \left[\frac{2}{3}, 1 \right]$$

Sucesivamente, se continúa el proceso de remoción, suprimiendo el tercio central de cada nuevo subintervalo generado.

Tabla 2. Polvo de Cantor

	Iteración	N	s	Longitud Total
0.		1	1	1 x 1
1.		2	1/3	2 x 1/3 = 2/3
2.		2 ²	1/3 ²	2 ² x 1/3 ² = 2 ² /3 ²
3.		2 ³	1/3 ³	2 ³ x 1/3 ³ = 2 ³ /3 ³
4.		2 ⁴	1/3 ⁴	2 ⁴ x 1/3 ⁴ = 2 ⁴ /3 ⁴
n.		2 ⁿ	1/3 ⁿ	2 ⁿ x 1/3 ⁿ = 2 ⁿ /3 ⁿ

En la n-ésima iteración la longitud del Polvo de Cantor es $l_n = (2/3)^n$. En el límite de iteración infinita, la longitud tiende a cero. En vez del segmento de dimensión uno, aparece un conjunto con infinitos puntos de dimensión cero, totalmente desconexos. No obstante el conjunto ocupa un espacio. Para su normalización, se tiene que:

$$\lim_{n \rightarrow \infty} (l_n) = \lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{2}{3^D} \right)^n = 1$$

Despejando D:

$$D = \left(\frac{\log(2)}{\log(3)} \right) \approx 0.6309$$

2.1.5 Dimensión de Escala

La dimensión de escala es válida únicamente para estructuras estrictamente autosimilares. La autosimilitud se refiere a la característica que presentan determinados objetos en los cuales los detalles más pequeños que lo componen tienen alguna relación estadística con sus propiedades globales, repitiéndose tales detalles de una manera infinita.

La dimensión de escala se refiere a que una estructura autosemejante se puede construir con N objetos, cada uno de ellos reescalado en la proporción $1/k$ respecto de la estructura original.

Se caracteriza así un objeto autosemejante a través de una ley de Potencias:

$$N = k^D$$

En estas condiciones se define la dimensión de escala de una estructura autosemejante F:

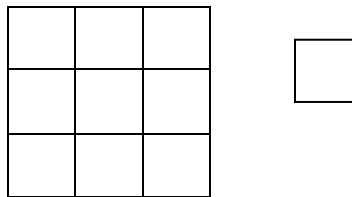
$$D_s(F) = \frac{\text{Log } N}{\text{Log } k} \quad \text{Ec. (1)}$$

Ejemplos:

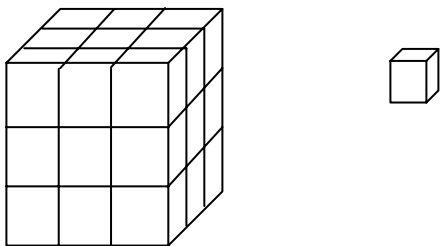
1. Línea:



2. Cuadrado:



3. Cubo:



Objeto	Número de piezas (N)	Factor de reducción (1/k)
Línea	3	1/3
Línea	6	1/6
Línea	173	1/173
Cuadrado	9=3 ²	1/3
Cuadrado	36=6 ²	1/6
Cuadrado	29929=173 ²	1/173
Cubo	27=3 ³	1/3
Cubo	216=6 ³	1/6
Cubo	5177717=173 ³	1/173

$D=1$ para la línea, $D=2$ para el cuadrado, $D=3$ para el cubo. En otras palabras, el exponente en la *Ley de Potencias*, es exactamente igual a la dimensión topológica de cada uno de estos objetos.

4. La Curva de Koch:

Según la *Tabla 1*, en la iteración n de la Curva de Koch, se obtiene un conjunto formado por 4^n segmentos cada uno de ellos de longitud $1/3^n$. La dimensión de escala resulta:

$$D_s = \frac{\text{Log } 4}{\text{Log } 3} \approx 1.2619$$

La dimensión topológica de esta curva es 1, de forma que, la atribución de la cantidad 1.2619, explica mejor las características de este conjunto, cuya longitud es infinita, a pesar de tener soporte finito. En todo caso, está más cerca de la naturaleza de una curva, que de la correspondiente a un conjunto “plano”.

5. Polvo de Cantor

Según la *Tabla 2*, en la iteración n del Polvo de Cantor, se obtiene 2^n segmentos, de longitud $1/3^n$. La dimensión de escala resulta:

$$D_s = \frac{\text{Log } 2}{\text{Log } 3} \approx 0.6309$$

2.2 CÁLCULO EXPERIMENTAL DE LA DIMENSIÓN FRACTAL

2.2.1 Dimensión por Conteo de cajas (Box – Counting) (D_B)

1. Se cubre la característica de interés con una sola caja.
2. La caja es dividida en cuatro cuadrantes de lado $1/s$ y se cuenta el número de celdas $N(s)$ que cubren algún sector de la figura.
3. Enseguida, cada cuadrante es dividido nuevamente en otros cuatro cuadrantes de lado s y se vuelve a contar el número de celdas $N(s)$ que cubren algún sector de la curva de interés. Este procedimiento se repite hasta que el tamaño de la caja sea igual a la resolución de los datos, contando siempre el número de celdas que están ocupadas por algún sector de la figura.
4. Luego se hace una gráfica $\text{Log}(N(s))$ vs. $\text{Log}(1/s)$. Se calcula la pendiente de esta gráfica de la siguiente manera:

$$\text{Sea } \begin{aligned} x_i &= \text{Log}(1/s_i), \\ y_i &= \text{Log}(N_i) \end{aligned}$$

Entonces la pendiente es:

$$m = \frac{n \sum_1^n x_i y_i - \left(\sum_1^n x_i \right) \left(\sum_1^n y_i \right)}{n \sum_1^n x_i^2 - \left(\sum_1^n x_i \right)^2} \quad \text{Ec. (2)}$$

de donde m es la dimensión Box Counting (D_B).

NOTA: Es preferible que el objeto al que se le esté calculando la D_B , esté inscrito en un cuadrado cuyo lado (en píxeles) sea potencia de 2, pues estos valores tienen la propiedad que todas sus mitades son números pares.

2.2.2 Dimensión por el método del Divisor (D_c)

También conocido como el conteo de Richardson. Los primeros trabajos empíricos relacionados con Dimensión Fractal los realizó Lewis Fry Richardson. Su método de medida es tan consistente que expresa el concepto intuitivo de Dimensión Fractal y plantea un método básico de medida.

Es el método más apropiado para estimar la dimensión de una línea arbitraria, como una línea de costa o el borde de un poro de una roca. El contorno es aproximado por una serie de segmentos de línea recta de longitud constante.

Significado intuitivo de Dimensión Fractal²: Consideremos un paracaidista que cae desde un avión a gran altura hacia una playa. Atento en el sitio de caída, podrá observar como la playa va generando rasgos (entrantes y salientes) no observadas por la limitación

² ARCINIEGAS Nelson, COGOLLO Magda Lucía, PINTO Flavio Augusto. Tesis de Grado “Estudio de factibilidad para la caracterización fractal de las formas del relieve mediante el desarrollo de una herramienta computacional basada en un sistema de análisis de imágenes”. Universidad Industrial de Santander. 1995

de la resolución de una mayor altura. La revelación de rasgos es constante; no es a veces nula o a veces impetuosa. Más bien se nota que los bordes de la playa son muy parecidos en cualquier escala; y cada rasgo, por decir una bahía, contiene otras bahías más pequeñas que aparecen luego de cierto tiempo.

La aparición de rasgos y la conservación de la distribución de los mismos aparece como una constante en el exponente (Dimensión Fractal) que relaciona el número N de rasgos visibles en la escala k , con el tamaño de la escala:

$$N \propto k^{-D}$$

El signo negativo en la dimensión indica que el número de rasgos aumenta con las escalas más pequeñas.

La dimensión fractal es una estimación de la cantidad de espacio ocupado por una curva. Si la dimensión de la costa es cercana a 2, el paracaidista observará que los pequeños detalles aparecen con rapidez llenando el espacio comedidamente, sólo a muy pocos metros de altura podrá saber si caerá en tierra o en agua. Si D es próxima a 1, por el contrario el descenso mostrará con lentitud la aparición de nuevos rasgos. El paracaidista podrá decidir con mucha anticipación si caerá en tierra o en mar.

Algoritmo: Para calcular la dimensión fractal por el método de Richardson, se procede de la siguiente manera:

1. Se fija una longitud de segmento r para empezar.
2. Se delinea el contorno del objeto con dichos segmentos.
3. Se calcula el número de segmentos N necesarios para rodear el contorno.
4. Se lleva un registro con los datos obtenidos, como se expresa en la *Tabla 3*.

Longitud del segmento r	Número de segmentos N	Perímetro $N \times r$	Log $(1/r)$	Log (Nr)

Tabla 3. Algoritmo de Richardson

- Se disminuye la longitud de los segmentos y se vuelve a empezar.

Las parejas de puntos $(\log(1/r), \log(Nr))$, se ajustan a una línea recta con ecuación:

$$\text{Log}(Nr) = a + m \text{Log}\left(\frac{1}{r}\right) \quad \text{Ec. (3)}$$

donde m es la pendiente de la recta. Ésta puede ser calculada con (2), donde

$$x_i = \text{Log}(1/r)$$

$$y_i = \text{Log}(Nr)$$

Y la dimensión del fractal por medio del método del divisor se calcula:

$$D_C = 1 + m \quad \text{Ec. (4)}$$

2.2.3 Dimensión por Variograma

El método basado en el variograma, es ampliamente utilizado para determinar dimensión fractal de superficies. Por medio del muestreo de un gran número de pares de puntos, con un espaciado diferente, a lo largo de un perfil y las diferencias estimadas en sus atributos de interés, por ejemplo, intensidad de gris, altura, profundidad; la dimensión fractal puede ser fácilmente derivada de una gráfica logarítmica de la *semivarianza vs. la distancia entre los pares de puntos*.

Semivarianza: La semivarianza es una medida del grado de dependencia espacial entre observaciones a lo largo de un perfil y es usada para expresar la tasa de cambio de una variable a lo largo de una orientación específica.

Para cada pareja de puntos, la semivarianza se calcula con (5)

$$\gamma_h = \sum_i^{n-h} (x_i - x_{i+h})^2 / 2n \quad \text{Ec. (5)}$$

En esta notación, x_i es el valor que toma el atributo de interés en la posición i y x_{i+h} es otro valor tomado h intervalos después. Por lo tanto, con esta fórmula se encuentra el cuadrado de las diferencias entre parejas de puntos separados por una distancia h . El número de puntos es n , luego el número de comparaciones entre las parejas de puntos es $n - h$.

La siguiente figura ilustra el procedimiento; para $h = 1$, cada punto es comparado con su vecino. Para $h = 2$, cada punto es comparado con el punto localizado dos espacios después y así sucesivamente.

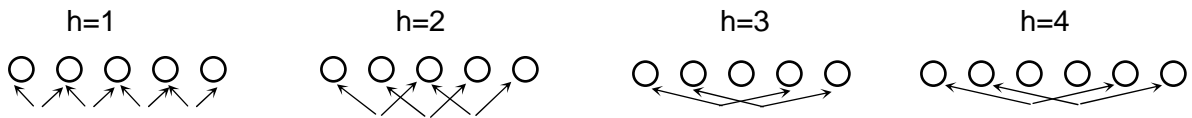


Figura 5. Observaciones igualmente espaciadas.

Para $h=1$, la semivarianza es calculada con valores de puntos adyacentes. La semivarianza para $h=2$ se calcula con los valores de los puntos separados por una posición. Para $h=3$, los puntos comparados están separados por dos posiciones. Y para $h=4$ los puntos comparados están separados por tres posiciones. La semivarianza para valores mayores de h , es calculada de manera análoga.

Semivariograma: Al calcular las semivarianzas para diferentes valores de h , se puede graficar los resultados en un semivariograma, tal como lo muestra la siguiente figura. Nótese que cuando la distancia h entre los puntos de muestra es cero, el valor de cada punto está siendo comparado consigo mismo, por lo tanto, la semivarianza es cero. Si h es una distancia corta, los puntos que están siendo comparados tienden a tener valores muy similares, y la semivarianza es un valor pequeño. A medida que se incrementa h , los puntos que se comparan están cada vez más lejos, por consiguiente la semivarianza empieza a tomar valores más grandes.

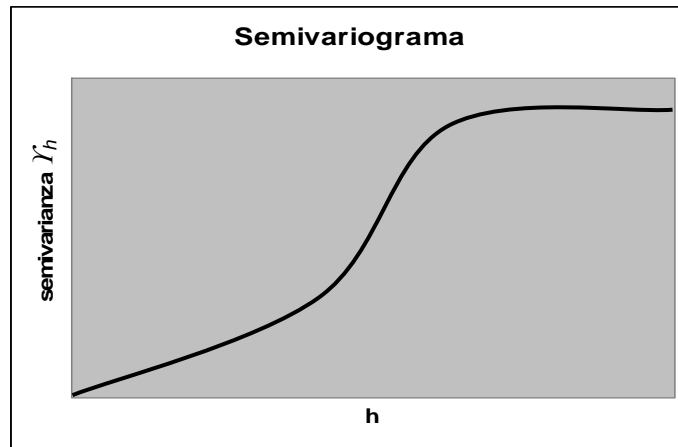


Figura 6. Semivariograma.

Se grafica h vs. *semivarianza*. A medida que crece h , se incrementa la semivarianza. El intervalo de la gráfica, donde no varía la semivarianza, se denomina **umbral**.

En alguna distancia h , los puntos están tan apartados que entre ellos no existe relación alguna, y sus diferencias cuadradas llegan a ser igual en magnitud a la varianza. En estos puntos, la semivarianza no se incrementa y el semivariograma describe una región plana llamada **umbral**.

Algoritmo: Para calcular la dimensión fractal por medio del método del variograma, se debe seguir el algoritmo que se describe a continuación:

1. Construir el semivariograma (γ_h vs. h).
2. Se hace la gráfica de $\log(\gamma_h)$ vs. $\log(h)$.
3. Se calcula la pendiente θ de la regresión lineal de la gráfica.
4. Se halla la dimensión fractal, mediante **(6)**.

$$D = 2 - \frac{\theta}{2} \quad \text{Ec. (6)}$$

Siendo θ la pendiente estimada en el paso 3.

2.3 CURVAS QUE LLENAN EL PLANO

Normalmente, cuando se piensa en una curva, uno se imagina una línea dibujada sobre el papel; pero las curvas que llenan el plano son contrarias a esta intuición porque su dibujo es una mancha oscura.

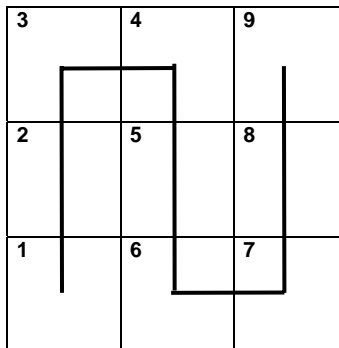
En 1890, el italiano Giuseppe Peano³ (1858-1932), propuso la construcción de una curva que tiene la propiedad notable de llenar el plano, en el sentido que pasa por cualquier punto. A primera vista, fue sorprendente y paradójico el descubrimiento de Peano debido a que el intervalo $[0, 1]$ “llena” un cuadrado, en otras palabras, la dimensión 1 llena la dimensión 2, de esta manera se inició el análisis riguroso del concepto de dimensión.

Luego, otros matemáticos como Hilbert, Moore, Lebesgue, Sierpinsky, Polya nos enriquecieron con más ejemplos de estos entes matemáticos antiintuitivos, sorprendentes y paradójicos.

2.3.1 Curva de Peano

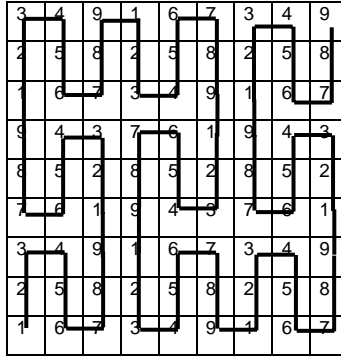
Para la construcción de la curva de Peano se procede de la siguiente manera:

1. Se parte de un cuadrado, que se divide en nueve subcuadrados iguales y se crea una curva que permita recorrerlo en el orden que indican los números.



³ G. Peano, *Sur une courbe, qui remplit toute une aire plane*, Mathematische Annalen 36 (1890) 157-160.

2. A su vez, cada subcuadrado se divide en otros nueve cuadrados, y se vuelven a unir mediante una curva. Nótese que a los cuadrados 2, 4, 6 y 8 se les ha sometido a una reflexión con respecto a la horizontal para hacer posible la continuidad de la curva.



3. En el paso n , se tendrá entonces una curva que pasará por cada punto del cuadrado.

Para construir la curva de Peano como un Sistema Iterado de Funciones, se necesita las siguientes nueve transformaciones:

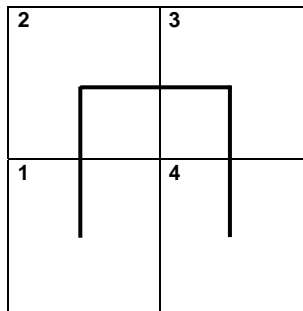
$$\begin{aligned}
 T_1 \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} &= \begin{pmatrix} 1/3 & 0 \\ 0 & 1/3 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} \\
 T_2 \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} &= \begin{pmatrix} 1/3 & 0 \\ 0 & -1/3 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 \\ 2/3 \end{pmatrix} \\
 T_3 \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} &= \begin{pmatrix} 1/3 & 0 \\ 0 & 1/3 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 \\ 2/3 \end{pmatrix} \\
 T_4 \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} &= \begin{pmatrix} 1/3 & 0 \\ 0 & -1/3 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 1/3 \\ 1 \end{pmatrix} \\
 T_5 \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} &= \begin{pmatrix} 1/3 & 0 \\ 0 & 1/3 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 1/3 \\ 1/3 \end{pmatrix} \\
 T_6 \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} &= \begin{pmatrix} 1/3 & 0 \\ 0 & -1/3 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 1/3 \\ 1/3 \end{pmatrix} \\
 T_7 \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} &= \begin{pmatrix} 1/3 & 0 \\ 0 & 1/3 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 2/3 \\ 0 \end{pmatrix} \\
 T_8 \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} &= \begin{pmatrix} 1/3 & 0 \\ 0 & -1/3 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 2/3 \\ 2/3 \end{pmatrix} \\
 T_9 \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} &= \begin{pmatrix} 1/3 & 0 \\ 0 & 1/3 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 2/3 \\ 2/3 \end{pmatrix}
 \end{aligned}$$

2.3.2 Curva de Hilbert

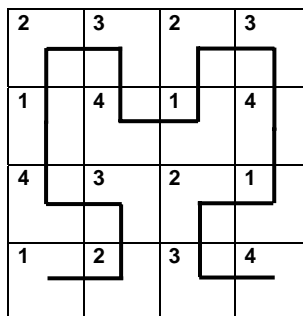
El algoritmo de la curva que se describe a continuación, fue descrita en 1891 por David Hilbert⁴ (1862-1943), poco más tarde de que Giuseppe Peano describiese una curva análoga.

Para su construcción se procede así:

1. Se parte de un cuadrado dividido en cuatro subcuadrados y se crea una curva que permita recorrerlo, en el orden que indican los números.

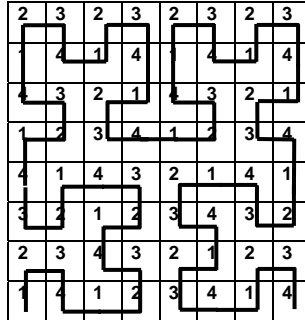


2. Cada uno de los cuadrados obtenidos, vuelve a dividirse en cuatro y para recorrer los nuevos subcuadrados, se sigue el orden de los números. Nótese que en la zona 1 y 4, la curva inicial gira -90° y 90° respectivamente, para darle continuidad a la curva.



⁴ D. Hilbert, *Über die stetige Abbildung einer Linie auf ein Flächenstück*, Mathematische Annalen 38 (1891) 459-460.

3. De manera similar al paso 2, se divide cada cuadrado en cuatro, resultando así 64 cuadrados que se deben unir según lo indica la siguiente figura.



Para construir la curva de Hilbert como un Sistema Iterado de Funciones, se necesita las siguientes cuatro transformaciones:

$$T_1 \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 1/2 \\ 1/2 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$$

$$T_2 \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1/2 & 0 \\ 0 & 1/2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 \\ 1/2 \end{pmatrix}$$

$$T_3 \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1/2 & 0 \\ 0 & 1/2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 1/2 \\ 1/2 \end{pmatrix}$$

$$T_4 \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & -1/2 \\ -1/2 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 1 \\ 1/2 \end{pmatrix}$$

2.4 CONCEPTOS GEOLÓGICOS

2.4.1 Porosidad

La porosidad de una roca está determinada por la proporción que ocupan huecos o intersticios en su volumen total. Cuanto más porosa es una roca, más grande es la cantidad de espacios abiertos que contiene. A través de estos espacios debe abrirse camino al agua subterránea.

La porosidad difiere de un material a otro. Por ejemplo, los lodos recientemente depositados (llamados emulsiones de lodo) puede tener hasta un 90 por ciento de agua en volumen, en tanto que el granito puede tener apenas una fracción del uno por ciento.

Porosidad en rocas sedimentarias: La historia de las rocas sedimentarias comienza con los procesos de intemperismo⁵. Los ríos, los glaciares, el viento y las corrientes oceánicas desplazan los materiales intemperizados hacia nuevas localidades y los depositan como arena, grava o fango. La transformación de estos sedimentos en roca viene a ser la etapa final en el desarrollo de las rocas sedimentarias.

El adjetivo sedimentario, del latín *sedimentum* significa asentamiento. Las rocas sedimentarias son rocas formadas por la acumulación de sedimentos, que pueden consistir de fragmentos de roca de varios tamaños, los restos o productos de animales o vegetales, el producto de la acción química o de la evaporación o mezcla de éstos.

La porosidad es la proporción, en porcentaje, entre volumen de espacio vacío y el volumen total de la roca. La porosidad de un sedimento resulta del hecho que las partículas no ocupan todo el espacio posible. Matemáticamente, la porosidad se expresa así:

$$\phi = \frac{\text{volumen total} - \text{volumen de granos}}{\text{volumen total}} \times 100 \quad \text{Ec. (7)}$$

Los poros en rocas sedimentarias generalmente acumulan agua y no tan comúnmente, petróleo o gas.

Rangos de valores de porosidad: En condiciones operacionales promedio y rocas almacenadoras de crudo típicas, los valores de porosidad pueden ser vistos de este modo:

⁵ El intemperismo es la reacción de los materiales que alguna vez estuvieron en equilibrio dentro de la corteza de la Tierra, a las nuevas condiciones en o cerca del contacto con el agua, aire o materia viviente.

Tabla 4. Rangos de valores de porosidad

Porcentaje de porosidad ϕ	Evaluación cualitativa
0-5	Despreciable
5-10	Muy baja
10-15	Regular
15-20	Buena
Mayor de 20	Muy Buena

3. METODOLOGÍA

“Un proceso define quién está haciendo qué, cuándo, y cómo alcanzar un determinado objetivo. (...) Un proceso efectivo captura y presenta las mejores prácticas que el estado actual de la tecnología lo permite. En consecuencia reduce el riesgo y hace el proyecto mas predecible.”⁶

Uno de los puntos más importantes para que proyecto sea desarrollado con éxito, es la elección adecuada de la metodología, de acuerdo a la clase de proyecto a desarrollar, ya que ésta es la que guiará la definición de tareas y la secuencia de las mismas en el proceso de desarrollo del software.

La metodología que se va a llevar a cabo en este proyecto de investigación, se expresa gráficamente en la siguiente figura:

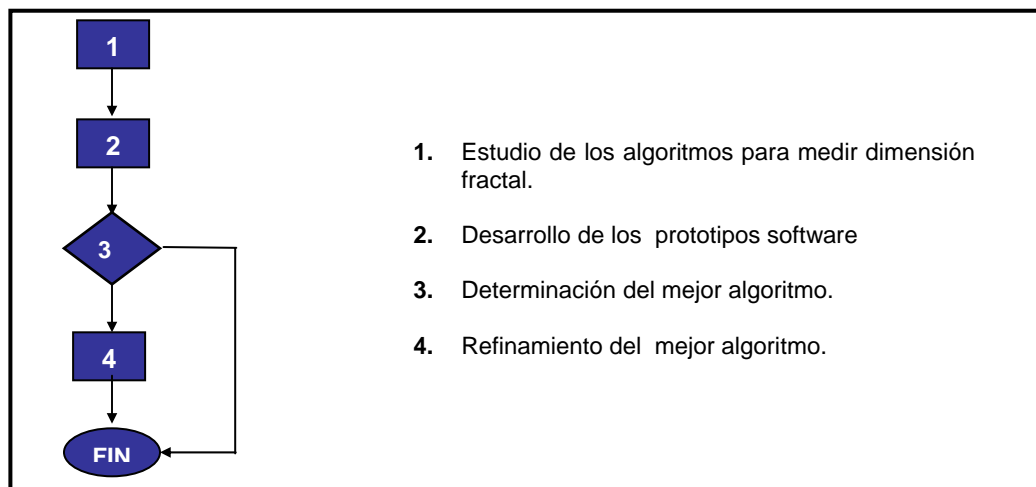


Figura 7. Metodología a emplear

3.1 ESTUDIO DE LOS ALGORITMOS PARA MEDIR DIMENSIÓN FRACTAL

⁶ Jacobson, Ivar. Booch, Grady. Rumbaugh, James. El Proceso Unificado de Desarrollo de Software. Primera edición. Addison Wesley. España, 2000.

Esta etapa se valdrá de toda la información recopilada sobre los métodos existentes para medir la dimensión fractal, y así estudiarlos y comprenderlos.

3.2 DESARROLLO DE LOS PROTOTIPOS SOFTWARE

Esta fase del proyecto, consiste en la elaboración de una herramienta software para cada uno de los algoritmos. La construcción de los prototipos, debe valerse de las fases para cualquier proyecto software:

1. Recolección y análisis de requisitos
2. Diseño
3. Implementación

3.2.1 Recolección y análisis de requisitos

En esta etapa se logra claridad sobre lo que desea el usuario y la forma en la cual se le va a presentar la solución que está buscando. Para la recolección de los requerimientos, se dispone de técnicas como: entrevistas con el usuario, observación, cuestionarios, revisión de registros, muestreo, lluvia de ideas, herramientas gráficas, entre otros.

3.2.2 Diseño

Es una etapa relevante en la construcción de un proyecto software, pues aquí tiene lugar su definición estructural y esto, es el soporte y apoyo en la fase de codificación del sistema.

El diseño es la representación gráfica de lo que se va a construir, y para ello, se utilizará UML (Lenguaje Unificado de Modelado).

UML – Lenguaje Unificado de Modelado: UML es un lenguaje de modelado visual que se usa para especificar, visualizar, construir y documentar artefactos de un sistema de

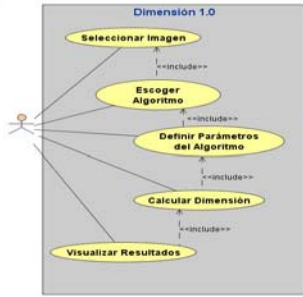
software. Se usa para entender, diseñar, configurar, mantener y controlar la información sobre los sistemas a construir⁷.

UML es importante en el desarrollo de este proyecto porque:

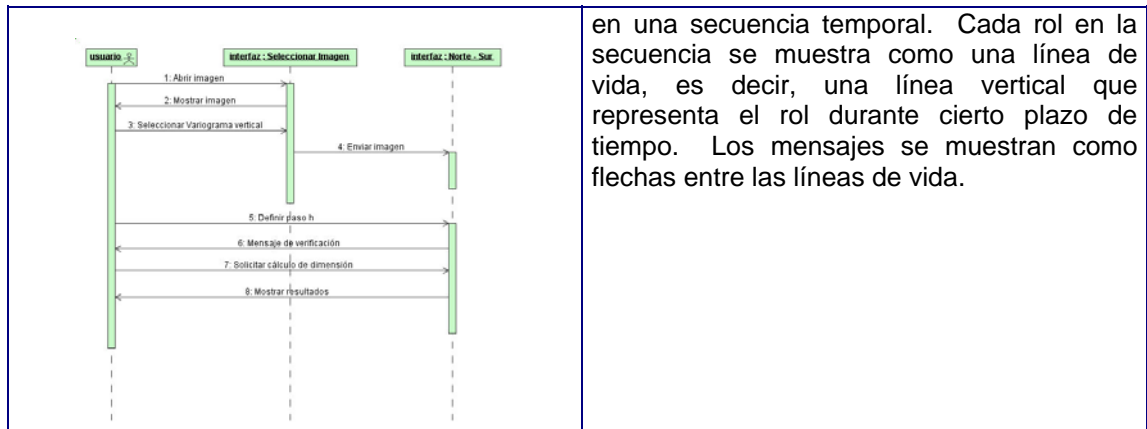
- ❑ No es un lenguaje de programación.
- ❑ Reemplaza a decenas de notaciones empleadas en otros lenguajes.
- ❑ Es un lenguaje de modelado de propósito general que pueden usar todos los modeladores. No tiene propietario y está basado en el común acuerdo de gran parte de la comunidad informática.
- ❑ Puede ser aplicado a diferentes tipos de sistemas (software y no-software), dominios (negocios Vs. Software) y métodos o procesos.

La siguiente tabla enuncia y explica los tipos de diagramas que se utilizaron en la etapa de diseño:

Tabla 5. Diagramas de UML

Diagrama UML	Descripción
<p style="text-align: center;">Diagrama de Casos de Uso</p> 	<p>Modela la funcionalidad del sistema según lo perciben los usuarios externos, llamados actores. Un caso de uso es una unidad coherente de funcionalidad, expresada como transacción entre los actores y el sistema. Un actor es una idealización de una persona externa, de un proceso, o de una cosa que interactúa con el sistema.</p>
<p style="text-align: center;">Diagrama de Secuencia</p>	<p>Muestra un conjunto de mensajes, dispuestos</p>

⁷ RUMBAUGH James, JACOBSON Ivar, BOOCH Grady. El Lenguaje de Modelado Unificado, Manual de Referencia. Addison Wesley. España, 2000.



en una secuencia temporal. Cada rol en la secuencia se muestra como una línea de vida, es decir, una línea vertical que representa el rol durante cierto plazo de tiempo. Los mensajes se muestran como flechas entre las líneas de vida.

3.2.3 Implementación

La implementación o construcción, es la etapa en que se ha de traducir el diseño en un lenguaje de programación, es decir, se expresa como código todas las operaciones y funciones que debe realizar el sistema.

3.3 DETERMINACIÓN DEL MEJOR ALGORITMO

Mediante la definición de un marco de evaluación que permita hacer las pruebas a cada uno de los algoritmos, se establecerá el método que mejor se ajuste a la caracterización de porosidad, de imágenes tomadas con microscopía. Si ninguno de éstos cumple con los criterios de evaluación, se finalizará el proyecto mediante sus respectivas conclusiones.

3.4 REFINAMIENTO DEL MEJOR ALGORITMO

Luego de haber determinado el algoritmo que mejor se ajuste a la caracterización de porosidad, es necesario refinarlo de acuerdo a las necesidades del usuario, en este caso, a las del Laboratorio de Microscopía del ICP.

4. DESARROLLO DEL SOFTWARE

4.1 RECOLECCIÓN Y ANÁLISIS DE REQUISITOS

4.1.1 Entendimiento del problema

La primera fase de este proyecto, fue conocer el trabajo que se lleva a cabo en el Laboratorio de Microscopía Electrónica , y así lograr un mayor entendimiento del problema que se estaba abordando. Para ello, se hizo una entrevista con pregunta abierta a la persona responsable de dicho laboratorio. Las preguntas fueron las siguientes:

1. ¿Cuál es el proceso que se lleva a cabo para obtener una imagen lista para el análisis matemático?.
2. ¿Cuándo se clasifica una imagen como microscópica?.
3. ¿Qué utilidad presta la microscopía electrónica de barrido?.
4. ¿Qué formato de imágenes se manejan en el laboratorio?

Con base en la información recopilada con las cuatro preguntas anteriores, se dio paso al planteamiento del problema y a la definición de los requerimientos iniciales.

4.1.2 Requerimientos iniciales

La herramienta software para calcular la dimensión fractal, de una imagen tomada con microscopía, debe permitir:

- ❑ Seleccionar y cargar las imágenes en formato *.tiff, generadas por el microscopio electrónico de barrido.
- ❑ Escoger una zona de la imagen para hacerle su respectivo análisis fractal.
- ❑ Escoger un algoritmo para calcular la dimensión fractal y definir sus respectivos parámetros.

- Visualizar los resultados de cada imagen, es decir, la tabulación de los datos, su dimensión y gráfica.

La siguiente figura, muestra el Diagrama inicial de Casos de uso, que surgió a partir de los requerimientos iniciales y de los objetivos planteados en el proyecto.

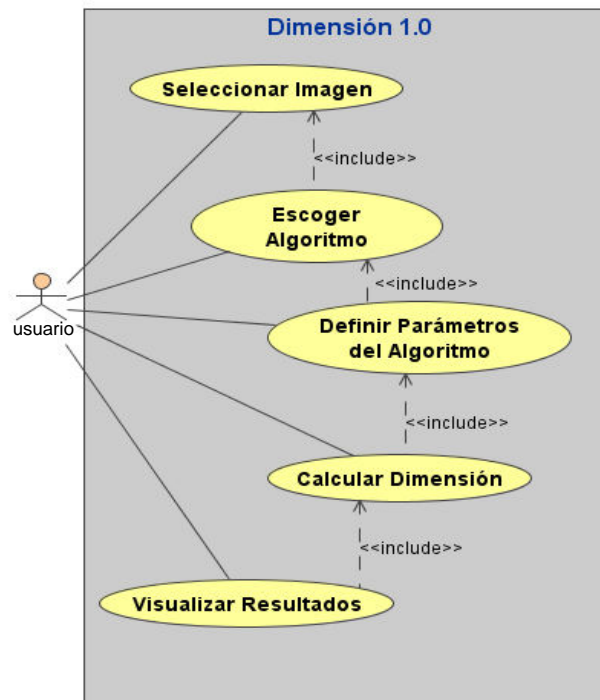


Figura 8. Diagrama inicial de casos de uso

Actores del sistema: En la *Figura 8* se aprecia un único usuario, quien es el encargado de realizar las pruebas de los diferentes algoritmos. Este individuo debe tener conocimientos sobre geometría fractal y más específicamente, sobre dimensión fractal; además, debe comprender el trabajo que se lleva a cabo en el Laboratorio de Microscopía.

Descripción de los casos de uso: La siguiente tabla muestra el nombre, descripción y precondiciones de los casos de uso, identificados en el modelo inicial.

Tabla 6. Descripción de los casos de uso iniciales

Caso de uso	Descripción	Precondiciones
Seleccionar imagen	Consiste en seleccionar una imagen de las que genera el microscopio electrónico, es decir, las que están en formato *.tif.	<ul style="list-style-type: none"> ❑ La imagen debe haber sido generada por el microscopio. ❑ La imagen debe estar en escala de grises.
Escoger Algoritmo	El sistema debe permitir al usuario, escoger entre los diferentes algoritmos que se están evaluando, para el cálculo de dimensión fractal.	<ul style="list-style-type: none"> ❑ Seleccionar el tamaño adecuado de la imagen, que no genere errores en el cálculo de la dimensión.
Definir parámetros del algoritmo	Se refiere a los parámetros iniciales que el usuario debe definir, de acuerdo al algoritmo que haya seleccionado.	<ul style="list-style-type: none"> ❑ Escoger un algoritmo para el cálculo de la dimensión.
Calcular dimensión	Calcula la dimensión fractal de la imagen seleccionada.	<ul style="list-style-type: none"> ❑ Definir todos los parámetros necesarios para aplicar el algoritmo.
Visualizar resultados	Muestra la tabulación y gráfica de los datos que llevaron al valor de la dimensión y el número correspondiente a la dimensión fractal.	<ul style="list-style-type: none"> ❑ Debe existir una dimensión fractal calculada.

4.2 DISEÑO

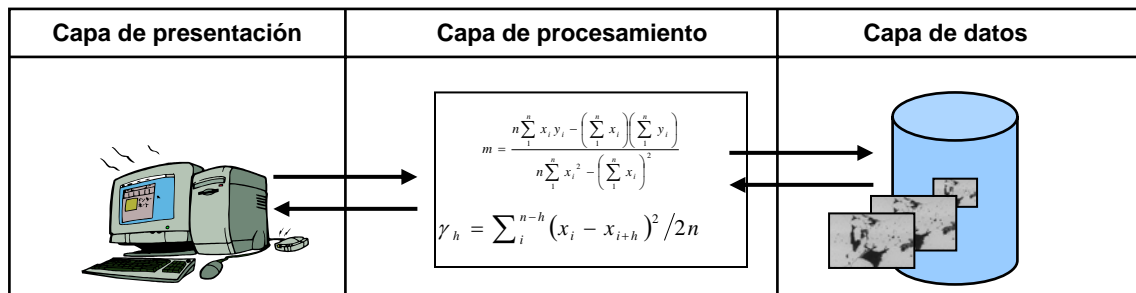


Figura 9. Arquitectura del Software

4.2.1 Arquitectura del software

La Arquitectura del Software es la organización fundamental de un sistema, formada por sus componentes, las relaciones entre ellos, el contexto en el que se implantarán y los principios que orientan su diseño y evolución.

Según la Aplicación a desarrollar, existen diversas perspectivas de la arquitectura que abarcan distintas vistas dependiendo de los interesados, usuarios finales o desarrolladores y por ello es importante documentar la arquitectura trabajada. Dentro de las vistas de arquitectura mencionadas se encuentra:

- **Vista Conceptual:** Ayuda a describir el modelo que la arquitectura debe cubrir. Define los requerimientos funcionales, la visión que los usuarios tienen de la aplicación y permite apreciar los subsistemas y módulos que conforman la aplicación.
- **Vista Lógica:** Describe la aplicación en forma de paquetes y clases. Muestra los principales componentes y las relaciones entre ellos, independientemente de detalles técnicos.
- **Vista Física:** Ilustra los elementos de la vista lógica en función del software y el hardware que precisan la forma como se ejecutará la solución entre los distintos equipos.
- **Vista Implementación:** Describe la forma como se implementan componentes físicos agrupados en subsistemas organizados jerárquicamente y por capas, al igual que la dependencia que hay entre ellos.

Actualmente el modelo de diseño más utilizado para cualquier aplicación es el de capas, el número de estas varía según la complejidad o especificidad que quiera transmitirse.

Para este proyecto se utilizó la arquitectura de tres capas, definidas de la siguiente manera:

1. **Capa de presentación:** Esta capa se encarga de interactuar directamente con el usuario, por medio de la interfaz gráfica desarrollada en MATLAB.

Algunas de sus funciones son abrir imagen, definir tamaño de sectores para su análisis, mostrar y guardar resultados.

2. **Capa de procesamiento:** Se encarga de hacer efectiva la comunicación entre la capa de presentación y la de datos, ejecutando procesos sobre los datos, según las especificaciones del usuario.

3. **Capa de datos:** Almacena, recupera y mantiene la información base para la aplicación. Estos datos son de varios formatos, en los que se incluye imágenes (*.tif), hojas de cálculo.

4.2.2 Diagrama de Casos de uso

En la fase de recolección y análisis de requisitos, se presentó un modelo inicial que detallaba los requerimientos generales del sistema. Ahora, durante esta fase, se obtuvo los submodelos que detallan cada subsistema.

1. Modelo de casos de uso para el subsistema Seleccionar Imagen

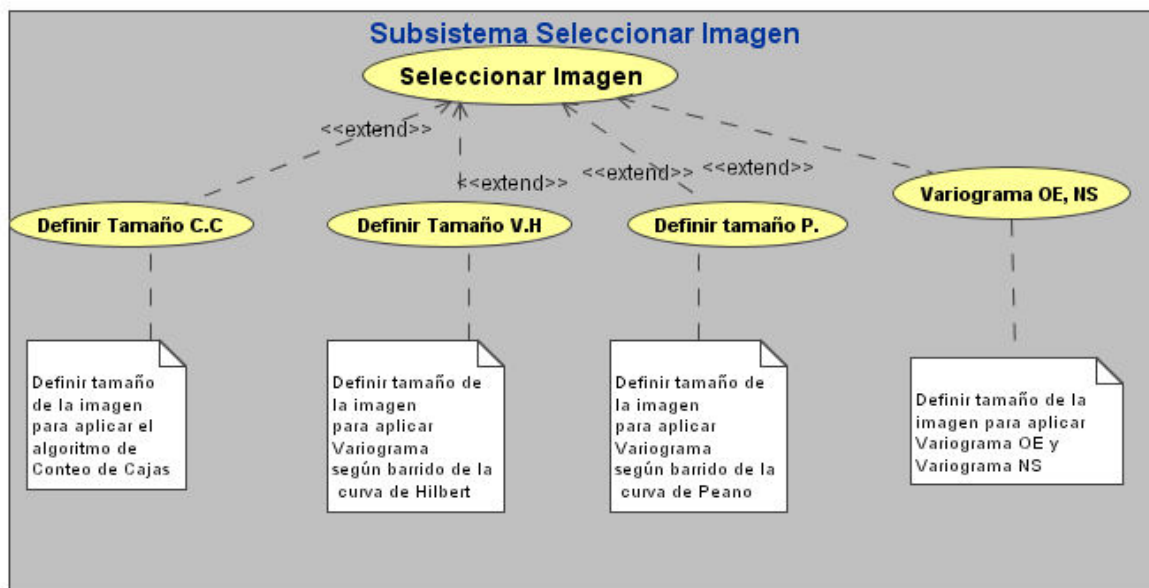


Figura 10. Subsistema Seleccionar Imagen

Descripción del modelo: Luego de haber seleccionado la imagen, el usuario tiene que definir un tamaño especial, para los algoritmos que así lo requieran, como lo son Conteo de cajas, Variograma – Hilbert y Variograma – Peano. Esto se hace para evitar que el programa genere error, si encontrara que debe leer un píxel cuya posición no es un número entero.

Además, para los algoritmos Variograma Horizontal y Variograma Vertical, también se puede definir un sector de la imagen; no siendo éste un requisito fundamental para

calcular dimensión por alguno de estos métodos, pues se puede trabajar con cualquier tamaño.

2. Modelo de casos de uso para el subsistema Escoger Algoritmo

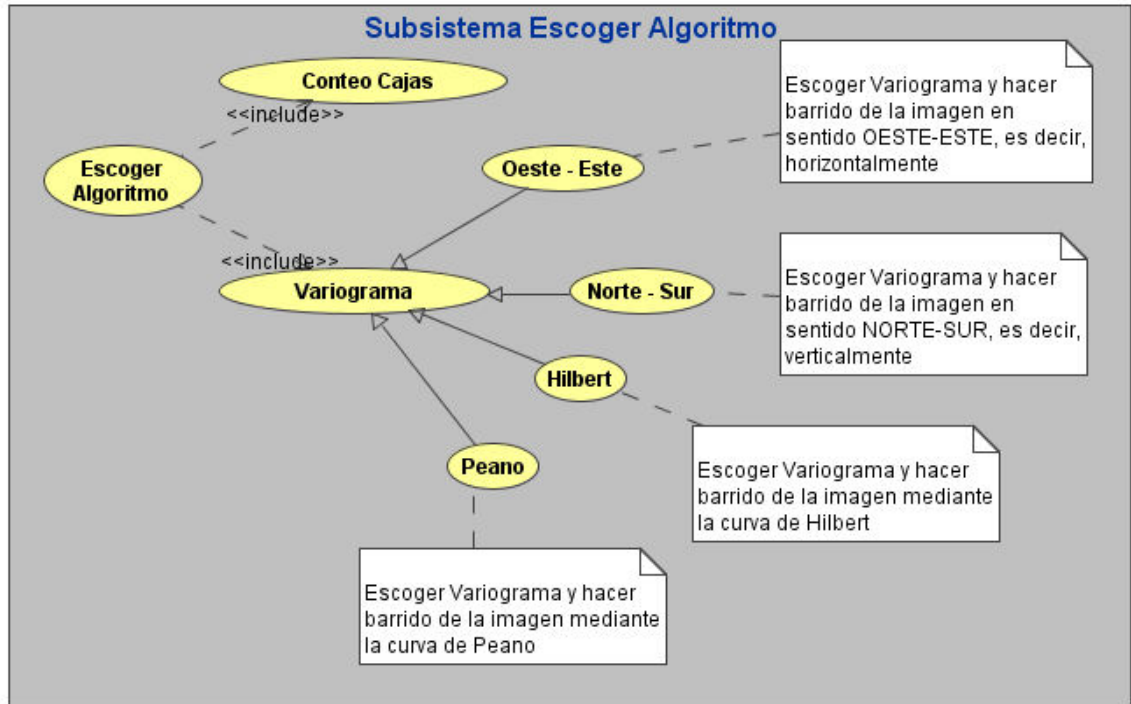


Figura 11. Subsistema Escoger Algoritmo

Descripción del modelo: El usuario tiene dos opciones al momento de escoger un algoritmo: una es Conteo de Cajas y la otra Variograma. Este último permite hacer cuatro barridos diferentes a la imagen: sentido Oeste – Este, Norte – Sur, según curva de Hilbert o según curva de Peano.

3. Modelo de casos de uso para el subsistema Definir parámetros del algoritmo

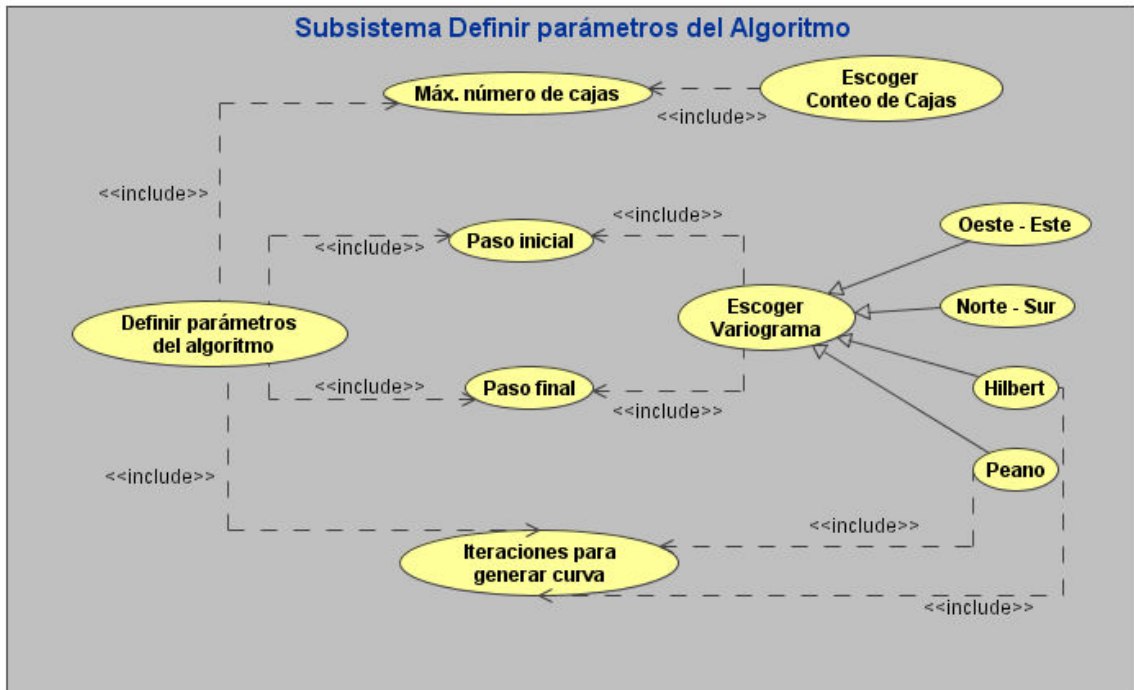


Figura 12. Subsistema Definir parámetros del algoritmo

Descripción del modelo: De acuerdo al algoritmo escogido, el usuario debe definir ciertos parámetros antes de solicitar el cálculo de la dimensión:

- ❑ Algoritmo de conteo de cajas: debe definir el número de iteraciones, es decir, el máximo número de cajas a construir.
- ❑ Variograma: en los cuatro tipos de barridos, se debe definir el *paso h* inicial y el final. Solamente para Hilbert y Peano, además del *paso h*, se debe definir la cantidad de iteraciones para generar la curva, que corresponde al número de veces que se quiere aplicar las Transformaciones Lineales.

4. Modelo de casos de uso para el subsistema Visualizar resultados

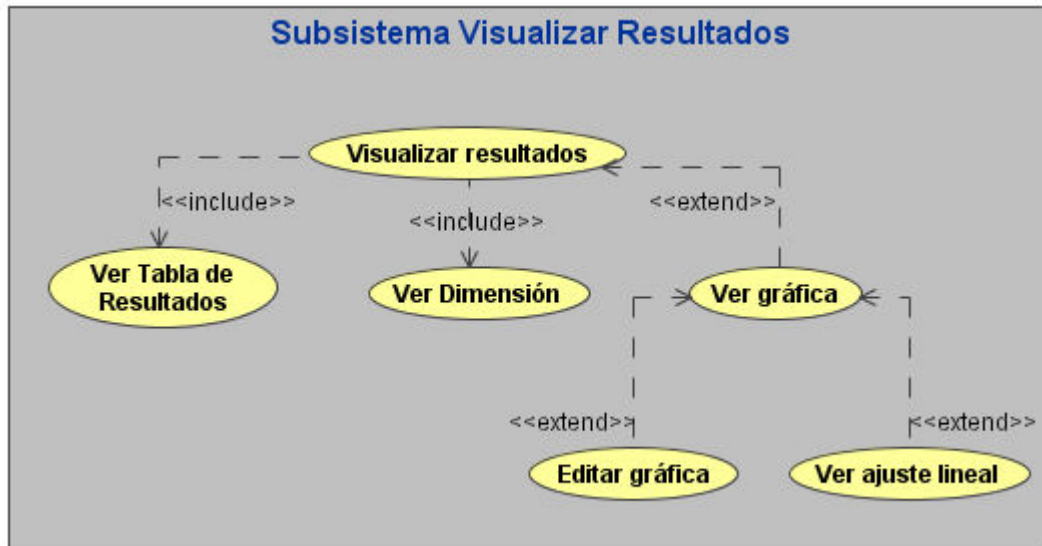


Figura 13. Subsistema Visualizar resultados

Descripción del modelo: Por omisión, el sistema mostrará la Tabla de Resultados y el valor de la dimensión; al usuario se le dará la opción de ver la gráfica y a su vez, poder editarla y ver sobre ésta, el ajuste lineal.

4.2.3 Diagramas de secuencia

1. Secuencia para calcular dimensión por Conteo de Cajas

Descripción del modelo: Para calcular la dimensión fractal por conteo de cajas, se debe abrir la imagen y luego, escoger alguno de los posibles tamaños y así poder aplicar este algoritmo. Una vez definido el tamaño, se definen los parámetros, (en este caso son las iteraciones). Estando aquí, ya se puede solicitar al sistema el cálculo de dimensión.

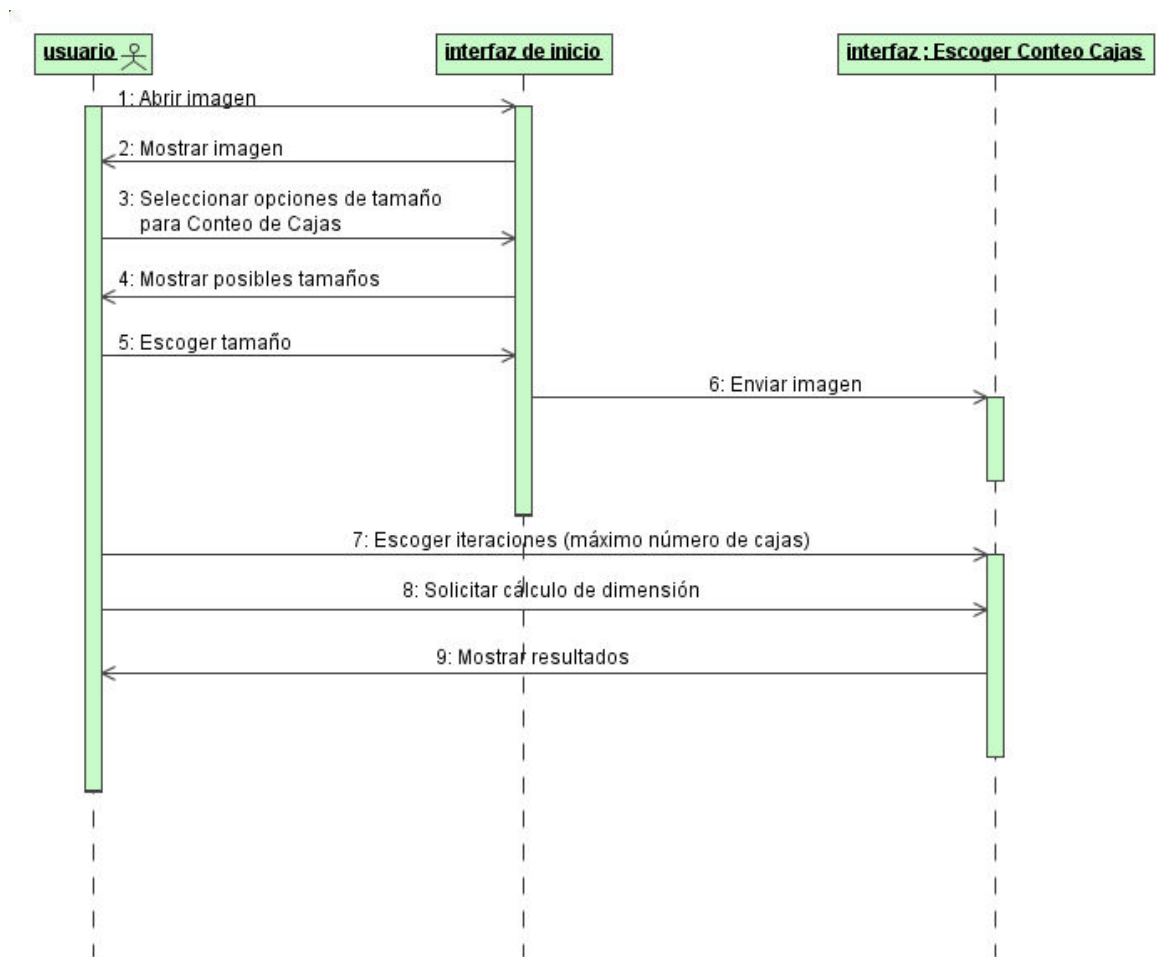


Figura 14. Diagrama de Secuencia para obtener dimensión por Conteo de Cajas

2. Secuencia para obtener dimensión por Variograma – Horizontal

Descripción del modelo: Para calcular la dimensión fractal por Variograma Horizontal, se debe abrir la imagen y si se desea, escoger alguna región de ésta. Luego, se define el comienzo y final *del paso h* y así el usuario puede calcular la dimensión fractal por medio de este método.

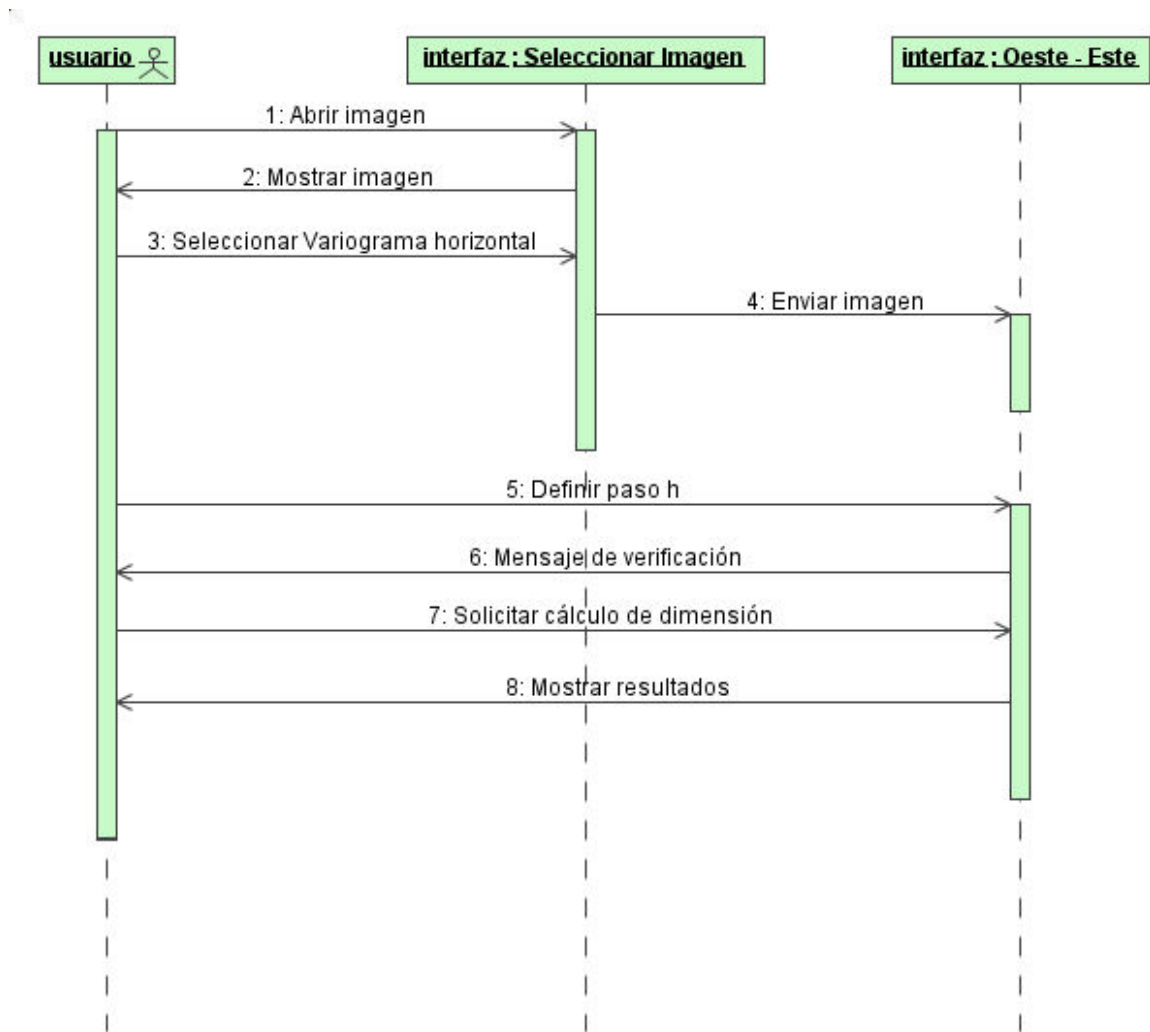


Figura 15. Secuencia para obtener dimensión por variograma Horizontal

3. Secuencia para obtener dimensión por Variograma – Vertical

Descripción del modelo: Para calcular la dimensión fractal por Variograma Vertical, se debe abrir la imagen y si se desea, escoger alguna región de ésta. Luego, se define el comienzo y final *del paso h* y así el usuario puede calcular la dimensión fractal por medio de este método.

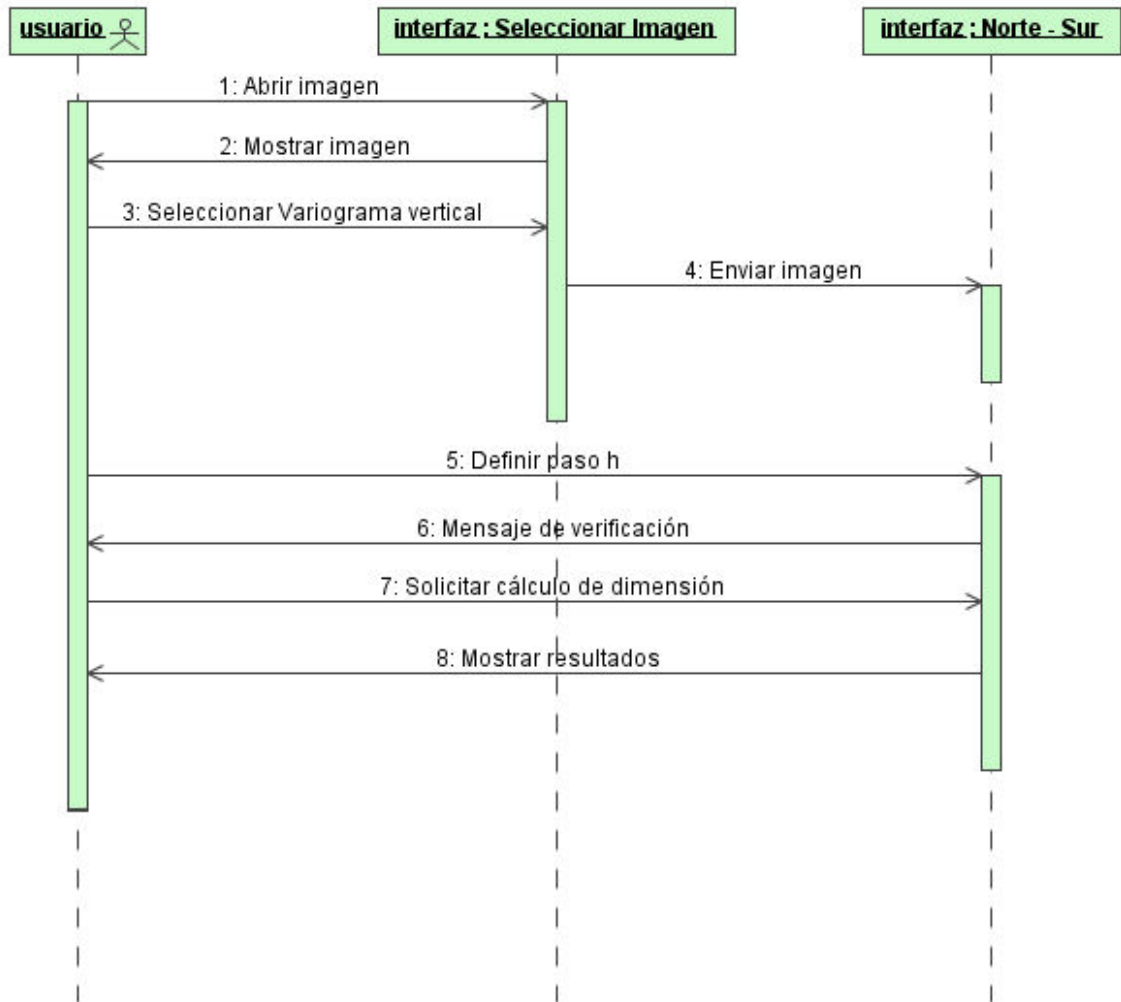


Figura 16. Secuencia para obtener dimensión por variograma Vertical

4. Secuencia para obtener dimensión por Variograma – Hilbert

Descripción del modelo: Para calcular la dimensión fractal por Variograma Hilbert, se debe abrir la imagen y luego, escoger alguno de los posibles tamaños disponibles. Una vez definido el tamaño, se ingresa las iteraciones para generar la curva y se concreta el comienzo y final del paso h. Al completar estos pasos, el usuario puede solicitar al sistema el cálculo de la dimensión fractal.

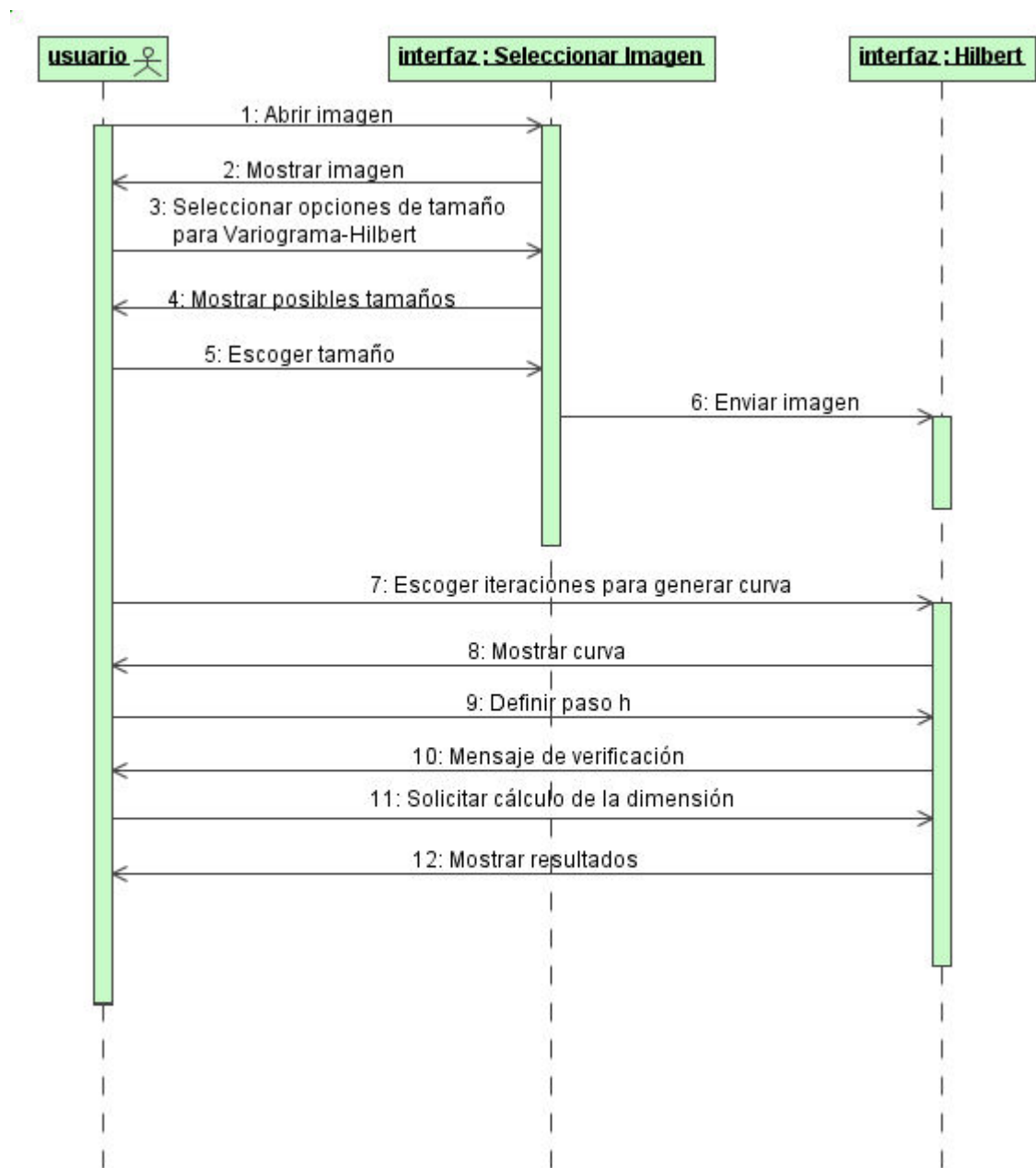


Figura 17. Secuencia para obtener dimensión por variograma – Hilbert

5. Secuencia para obtener dimensión por Variograma – Peano

Descripción del modelo: Para calcular la dimensión fractal por Variograma Peano, se debe abrir la imagen y luego, escoger alguno de los posibles tamaños disponibles. Una

vez definido el tamaño, se ingresa las iteraciones para generar la curva y se concreta el comienzo y final del paso h. Al completar estos pasos, el usuario puede solicitar al sistema el cálculo de la dimensión fractal.

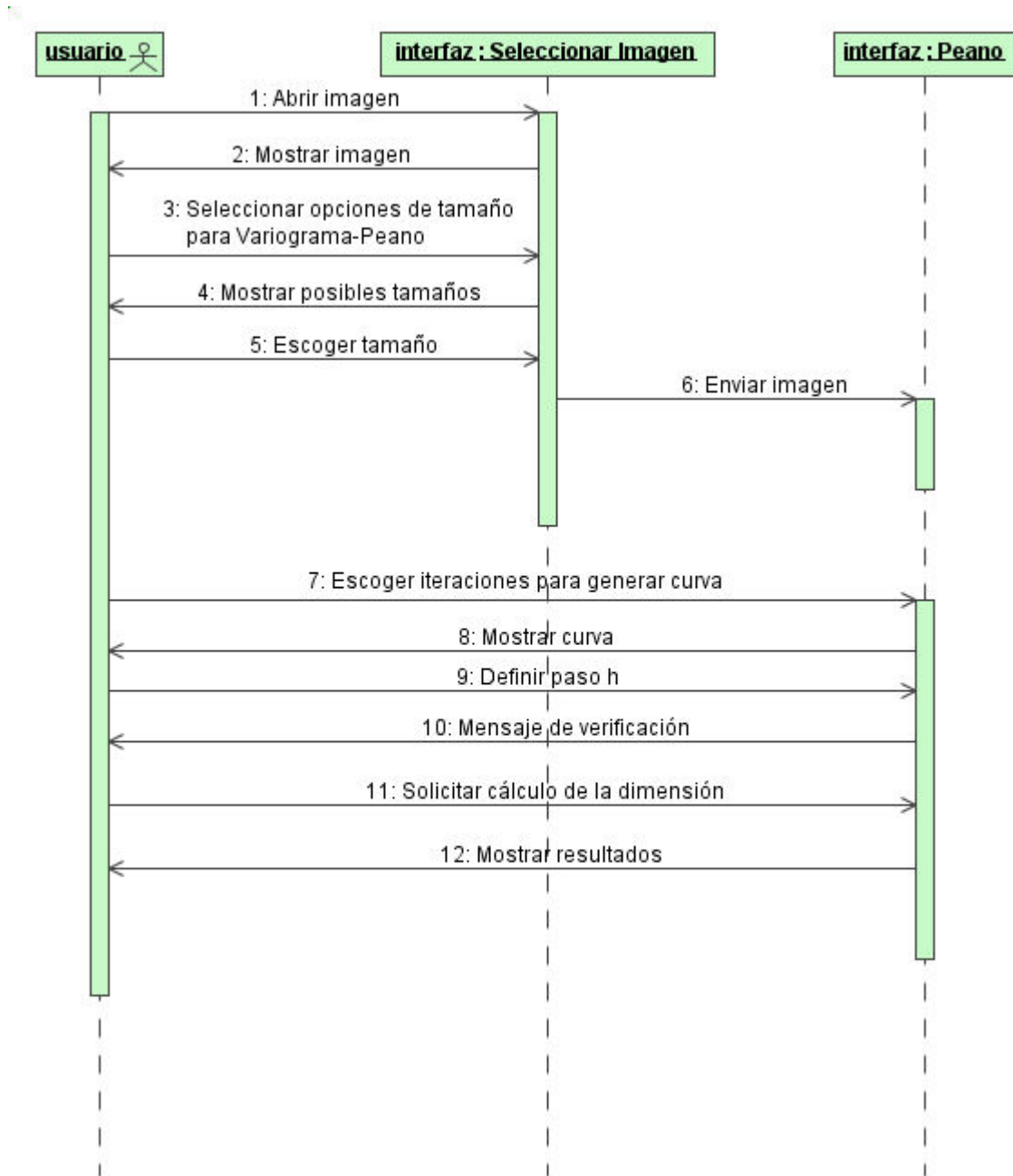


Figura 18. Secuencia para obtener dimensión por Variograma - Peano

4.2.4 Diseño de la interfaz

1. Interfaz principal: Por medio de esta interfaz, el usuario puede cargar la imagen y escoger la región, que analizará. El tamaño de la imagen depende del algoritmo que se desee aplicar. A continuación se especifica cada uno de esos tamaños:

- ❑ Algoritmo de Conteo de cajas: permite lado de la imagen de 64, 128, 256 y 512 pixeles.
- ❑ Algoritmo de Variograma – Horizontal y Variograma – Vertical: permiten cualquier tamaño de imagen.
- ❑ Algoritmo de Variograma – Hilbert: permite lado de la imagen de 64, 256 y 512 pixeles.
- ❑ Algoritmo de Variograma – Peano: permite lado de la imagen de 36, 108 y 432 pixeles.

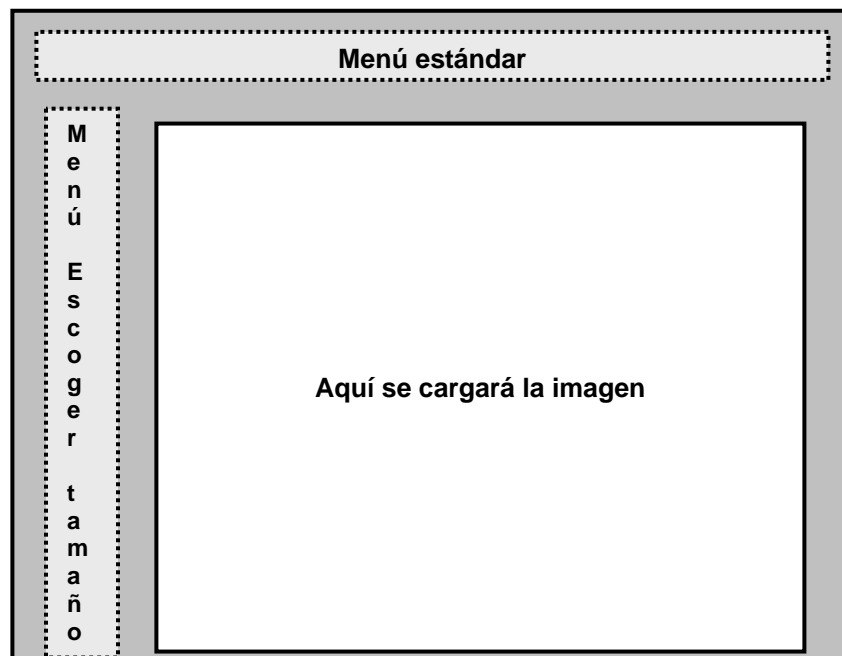


Figura 19. Interfaz principal

2. Interfaz para los algoritmos: Este módulo permite al usuario:

1. Definir los parámetros, de acuerdo al algoritmo escogido:

- Algoritmo de Conteo de Cajas: podrá escoger desde 2 hasta 9 iteraciones. Si escoge 2 iteraciones, se crearán 16 cajas de $TAMAÑO/4 \times TAMAÑO/4$; 3 iteraciones, 64 cajas de $TAMAÑO/8 \times TAMAÑO/8$. En general, si escoge n iteraciones se crearán 4^n cajas, de lado $TAMAÑO/2^n$.

NOTA: Nótese que no es útil tener la opción de escoger 1 iteración, pues así se generaría solamente un punto y por lo tanto, no se podría hallar la pendiente de la gráfica.

- Algoritmo de Variograma – Horizontal y Variograma – Vertical: El usuario definirá el comienzo y fin del paso h .
- Algoritmo de Variograma – Hilbert y Variograma – Peano: En estos algoritmos es necesario definir las iteraciones para generar cada una de estas curvas y además, el comienzo y fin del paso h . Entre más iteraciones haya, la curva llenará más la imagen.

2. Visualizar los resultados: Los resultados que genera el cálculo de la dimensión fractal para cada imagen son: La tabulación de los datos, la dimensión, la gráfica y las opciones para editar a esta última.

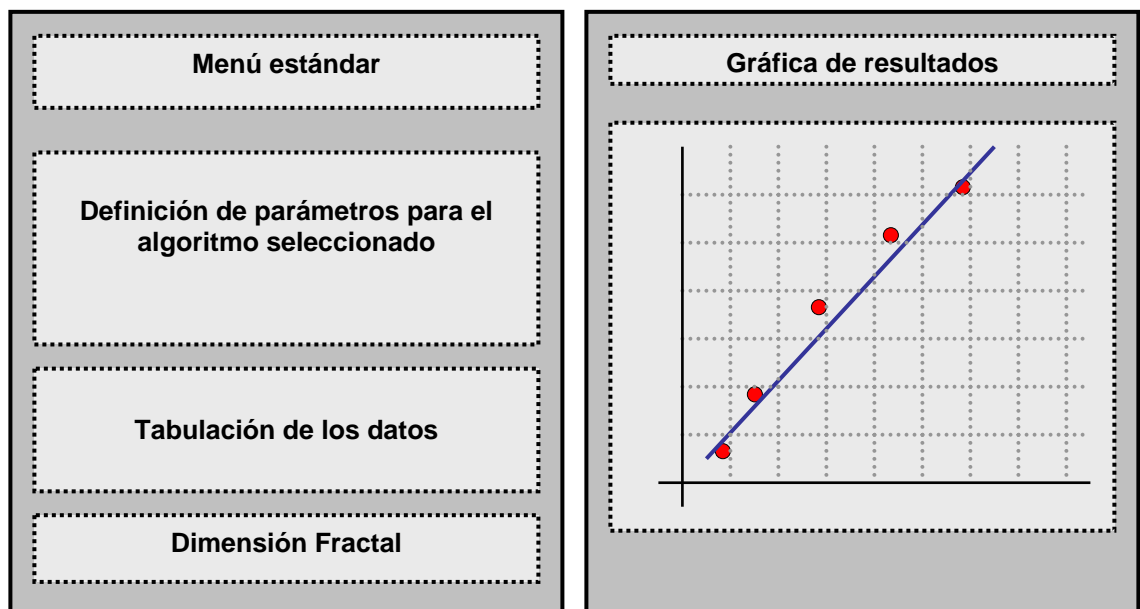


Figura 20. Interfaz para los algoritmos

4.3 IMPLEMENTACIÓN

Teniendo en cuenta los elementos hasta ahora diseñados, se procedió a la fase de codificación y depuración de cada uno de los algoritmos para el cálculo de dimensión fractal.

4.3.1 Lenguaje de programación

El lenguaje de programación empleado fue MATLAB 6.5. MATLAB es el nombre abreviado de "MATrix LABoratory" y es un programa para realizar cálculos numéricos con vectores y matrices. La razón principal por la que se escogió este lenguaje, es porque ofrece gran facilidad al momento de trabajar con imágenes, pues declara a éstas como matrices, donde cada píxel ocupa una posición (i,j) , siendo i la fila y j la columna. Esta ventaja no la ofrece ningún otro lenguaje de programación.

4.3.2 Formato de las imágenes a analizar

La herramienta software fue diseñada para admitir imágenes *.tif*, pues son las que genera el microscopio electrónico de barrido.

Tiff un formato de archivo de imágenes y gráficos. Contrariamente al formato estándar JPEG, este formato comprime sin pérdida de calidad, por lo que se utiliza para fotografía digital de alta calidad y para el tratamiento de imágenes y gráficos en procedimientos de artes gráficas.

La denominación en inglés Tagged Image File Format (Formato de Archivo de Imágenes con Etiquetas) se debe a que los ficheros TIFF contienen, además de los datos de la imagen propiamente dicha, "etiquetas" en las que se archiva información sobre las características de la imagen, que sirve para su tratamiento posterior.

El formato de archivos TIFF maneja fácilmente todo tipo de espacios de color: Escala de gris, RGB, CMYK y Lab. Este formato puede ser comprimido por medio del algoritmo conocido como LZW.

Debido a que en el desarrollo de Dimensión 1.0 se utiliza el comando *imread* de MATLAB para leer la imagen, no se permite que ésta haya sido comprimida con el algoritmo LZW, porque MATLAB no la reconoce; por el contrario, la imagen debe tener la propiedad *compresión* como “*uncompressed*”.

4.3.3 Implementación de los algoritmos

A continuación se explica el procedimiento llevado a cabo, para cada uno de los algoritmos implementados.

1. Conteo de cajas: El subprograma que hace el cálculo de la dimensión fractal por medio del Conteo de Cajas, se llama *cal_dim_conteo.m*. Las variables de mayor relevancia dentro de dicho subprograma se describen en la siguiente tabla.

Tabla 7. Variables Conteo de cajas

Variable	Descripción
areaCuadrados	Es el área, en píxeles, de las cajas construídas para cada iteración. Por eso es igual a <i>ladito</i> ² .
areaTotal	Es el área, en píxeles, de la imagen que se está estudiando. Por eso es igual a <i>longitud</i> ² .
contador	Variable que aumenta si dentro del sector o caja que se esté analizando se encuentra algún píxel gris. Nótese que al encontrar el primer píxel gris, no se sigue analizando esa caja y se pasa a la siguiente; esto se hace para disminuir el tiempo de procesamiento, ya que con un solo valor que esté en gris, se considera que dentro de la caja analizada hay roca.
coordinadax	Contiene la posición de la columna, donde empieza cada caja.
coordinaday	Contiene la posición de la fila, donde empieza cada caja.
cuadrados	Es el número total de cajas que hay que construir dentro de la imagen. Es por esto, que para cada ITERACIÓN, van aumentando, pues el número total de cajas es igual al área total de la imagen dividida entre el área de cada caja.
gris	Vector que contiene los valores que se tomarán como gris, es decir, los que corresponden a roca. En el código se aprecia que al leer la imagen, se considera como color gris los pixeles que tengan valores entre 101 y 255.
ITERACIONES	Son las iteraciones que el usuario ha definido y se refiere al máximo número de cajas que se quieren construir.
ladito	Para cada iteración, esta variable guarda el la longitud del lado (en píxeles), de las cajas que se están construyendo.
longitud	Es la longitud, en píxeles, del lado de la IMAGEN, que se va a analizar.
MAYORX y MAYORY	Es el (MAYORX, MAYORY) píxel de la imagen, que se encuentra en la esquina superior derecha de ésta. Sus valores siempre serán M y N, respectivamente.
MENORX y MENOR Y	Es el (MENORX, MENORY) píxel de la imagen, que se encuentra en la esquina superior izquierda de ésta. Siempre va a ser (1,1).
ocupados	Lleva la cuenta del número de cajas que sí tuvieron algún valor en gris.

	Aumenta si contador fue mayor que 0, es decir, si hubo algún píxel en gris.
--	---

2. Variograma: El método del variograma, se implementó, haciendo cuatro barridos diferentes a la imagen. Las variables comunes usadas en los subprogramas para cada barrido, se explican en la siguiente tabla.

Tabla 8. Variables variograma

Variable	Descripción
paso_inicial	Contiene el valor del paso con el que se quiere iniciar el barrido de la imagen. El nombre de la variable cambia según el barrido que se esté haciendo: <i>paso_inicial_OE</i> , para variograma Oeste – Este; <i>paso_inicial_NS</i> , para variograma Norte – Sur; <i>paso_inicial_P</i> , para variograma – Peano; <i>paso_inicial_H</i> , para variograma – Hilbert; <i>paso_inicial_POE</i> , para variograma Promedio Horizontal y <i>paso_inicial_PNS</i> , para variograma Promedio Vertical.
paso_final	Contiene el valor del paso con el que se quiere terminar el barrido de la imagen. El nombre de la variable cambia de manera similar a <i>paso_inicial</i> . Por ejemplo, <i>paso_final_OE</i> , es para variograma Oeste – Este.
h	Guarda el valor que va tomando el paso.
x_actual	Guarda el valor del color del píxel, ubicado en la posición (i,j).
x_siguiente	Guarda el valor del color del píxel, ubicado en la posición (i+h,j+h).
varianza	Vector que almacena en cada posición, el valor de la semivarianza correspondiente al paso con el que se esté barriendo la imagen.
vector_h	Es el vector que contiene los valores comprendidos entre <i>paso_inicial</i> y <i>paso_final</i> .
LOG_VECTOR_H	Es el logaritmo de cada uno de los valores de <i>vector_h</i> .
LOG_VARIANZA	Es el logaritmo de cada uno de los valores de <i>varianza</i> .
dimension	En esta variable, se almacena el valor de la dimensión fractal. Cambia su nombre de manera similar a <i>paso_inicial</i> .

- **Barrido en sentido Oeste – Este:** También conocido como Variograma Horizontal. Se recorre cada fila de la matriz de la imagen con el paso especificado, guardando en un vector el valor de cada semivarianza. Al terminar todas las filas, se hace el cálculo de la dimensión fractal. El subprograma que hace el cálculo de la dimensión mediante este método se llama *calc_dim_varOE.m*. Este método tiene una variante: el algoritmo Horizontal Promedio. Consiste en recorrer la imagen en el mismo sentido; pero por cada fila se hace el cálculo de la dimensión y al final se promedian todos estos valores para obtener la dimensión neta. El subprograma que hace el cálculo mediante este método, se llama *calc_dim_varPOE.m*.

- **Barrido en sentido Norte – sur:** También conocido como variograma Vertical. Se recorre cada columna de la matriz de la imagen con el paso especificado, guardando en un vector el valor de cada semivarianza. Al terminar todas las columnas, se hace el cálculo de la dimensión fractal. El subprograma que hace el cálculo de la dimensión mediante este método se llama *calc_dim_varNS.m*. Similar al Barrido horizontal, el barrido vertical también tiene una variante, donde se calcula la dimensión por cada columna. Al final, se hace un promedio aritmético para obtener la dimensión neta. El subprograma que hace el cálculo por este método se llama *calc_dim_varPNS.m*.
- **Barrido según curva de Hilbert:** Para hacer el cálculo por este método, primero se genera un perfil sobre la matriz de la imagen, siguiendo la forma de la curva de Hilbert; dentro del programa, el vector *curva* almacena el nivel de gris de cada posición de dicho perfil. Luego, al perfil generado se le hace los diferentes barridos según el paso definido. El subprograma que hace el cálculo por este método se llama *calc_dim_varH*. En la siguiente figura se explica gráficamente este proceso.

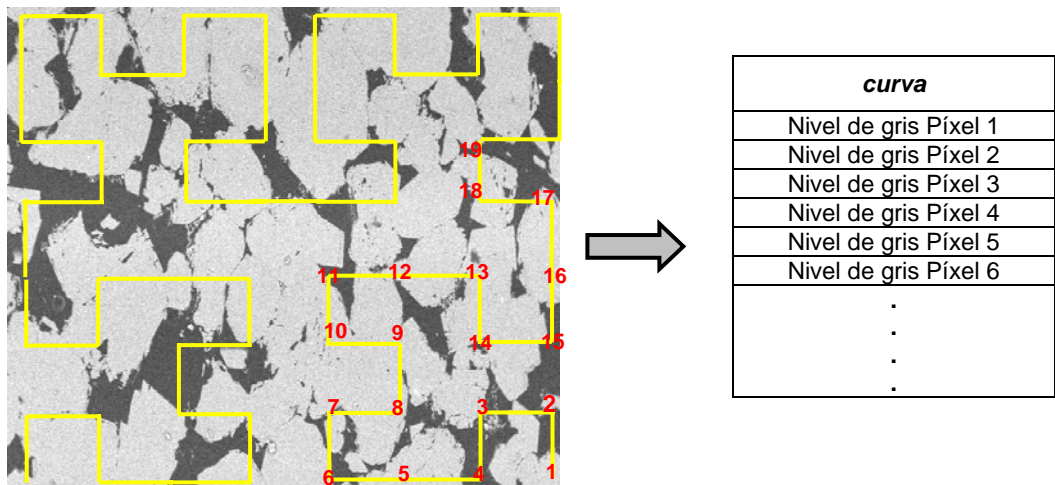


Figura 21. Barrido según curva de Hilbert

- **Barrido según curva de Peano:** Es similar al barrido según la curva de Hilbert. La diferencia está en que el perfil aquí generado, se construye siguiendo la forma

de la curva de Peano. El subprograma que hace este cálculo, se llama *calc_dim_varP*.

4.3.4 Interfaz principal

La siguiente imagen corresponde a la pantalla principal de Dimensión 1.0:

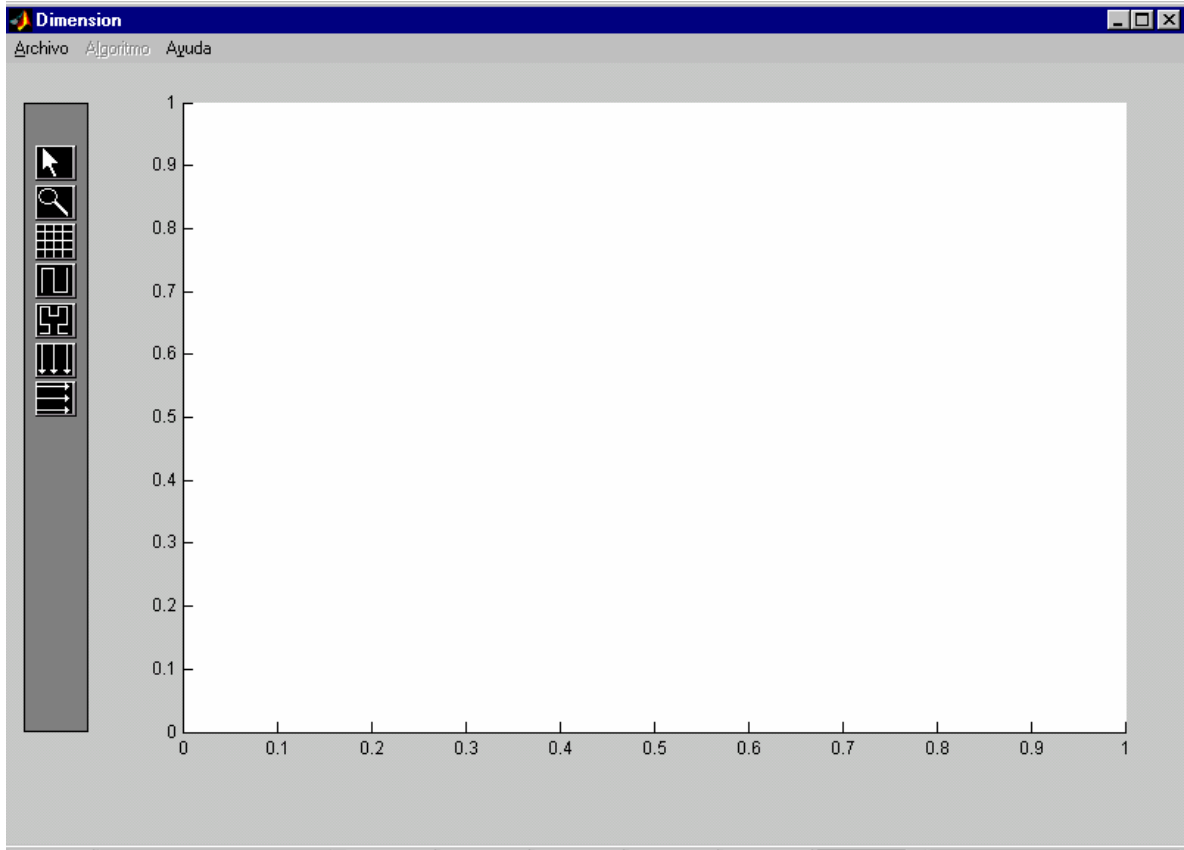


Figura 22. Interfaz principal de Dimensión 1.0

Tal como se definió en las especificaciones de diseño de la interfaz, ésta se compone de tres partes:

1. Menú estándar

Archivo Algoritmo Ayuda

Figura 23. Menú estándar

- Archivo: Contiene los submenús Nuevo, para cargar una nueva imagen; Abrir, para abrir una imagen; Cargar Directorio, para calcular la dimensión fractal a un grupo de imágenes contenidas dentro de un directorio.

- Algoritmo: Tiene las opciones para escoger los diferentes algoritmos que se pueden aplicar: Conteo de Cajas, Variograma Horizontal, Variograma Vertical, Variograma - Hilbert, Variograma – Peano, Variograma Promedio Horizontal y Variograma Promedio Vertical.
- Ayuda: Mediante esta opción, se accede a la ayuda y a los créditos de Dimensión 1.0.

2. Barra de herramientas escoger tamaño

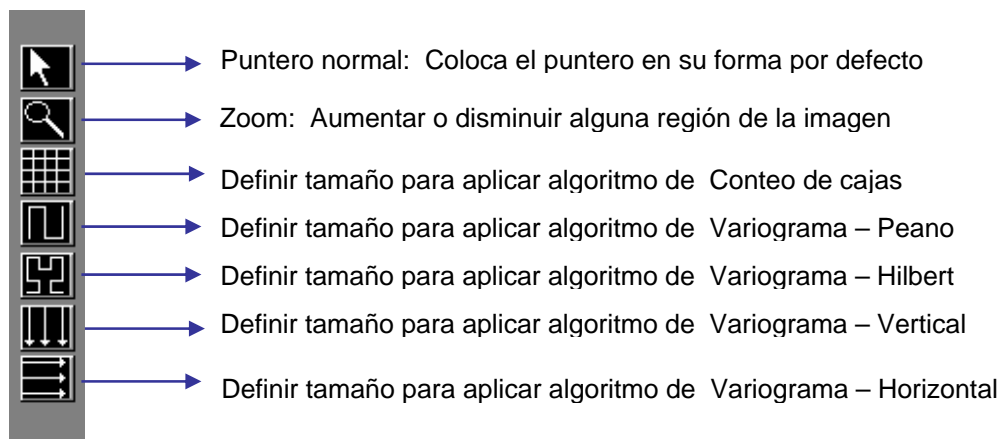


Figura 24. Barra de herramientas para escoger tamaño

3. Zona donde se carga la imagen

En esta zona el usuario visualizará la imagen que quiere analizar.

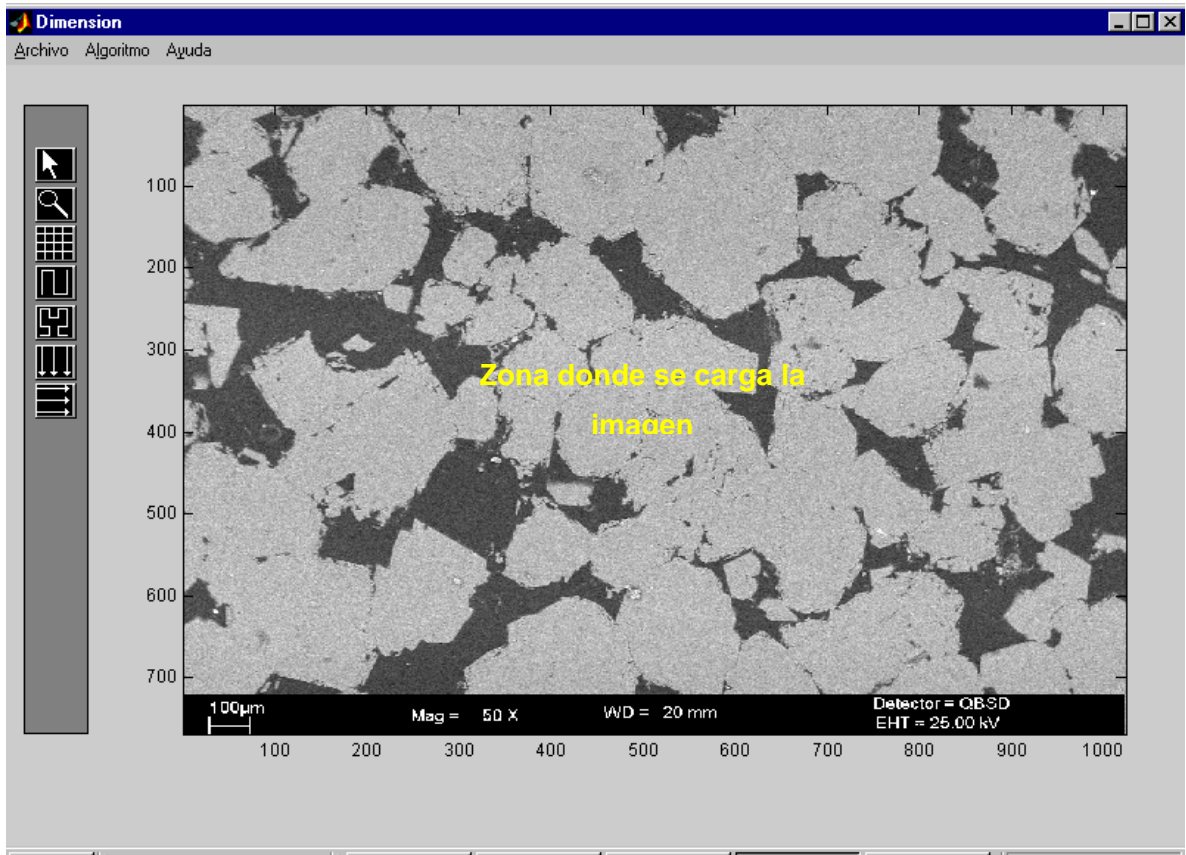


Figura 25. Zona donde se carga la imagen

4.3.5 Opciones de tamaño para la imagen

Luego de haber cargado la imagen y escogido alguna de las opciones en la barra de herramientas para definir un tamaño, aparecen los botones (encerrados en rojo) con los posibles tamaños. Por ejemplo, en la figura se aprecian las opciones de tamaño disponible si se hubiera escogido el tercer botón, correspondiente a “Definir tamaño para Conteo de cajas”. Inmediatamente después de elegir algún tamaño, aparece una pequeña ventana para ingresar la coordenada (X,Y) desde donde se quiere trazar el sector a analizar.

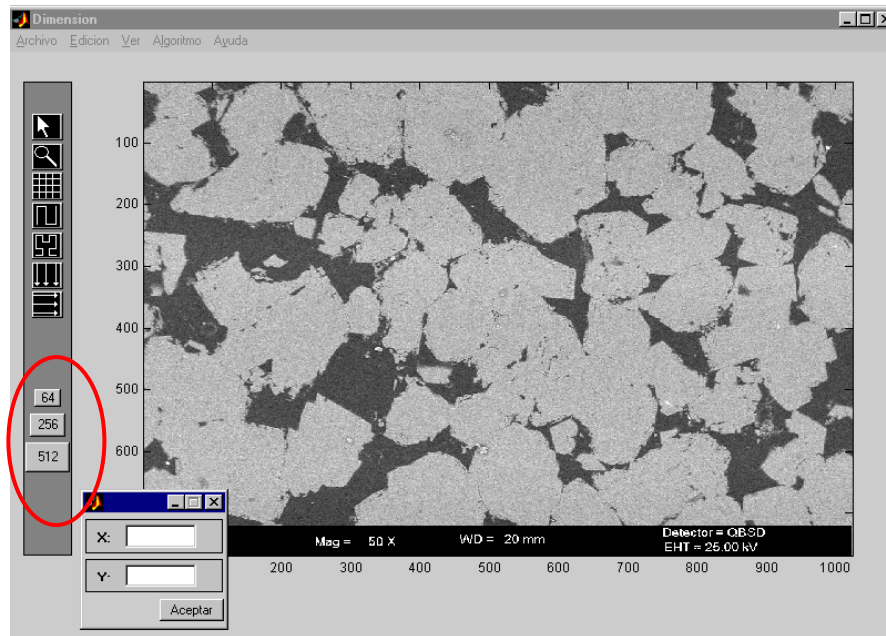


Figura 26. Interfaz para elegir tamaño de la imagen

Una vez definida esta coordenada, y haber dado clic en el botón aceptar, aparece un recuadro en color azul sobre la imagen, mostrando al usuario el sector que se escogió para calcularle la dimensión fractal. La siguiente figura muestra dicho recuadro.

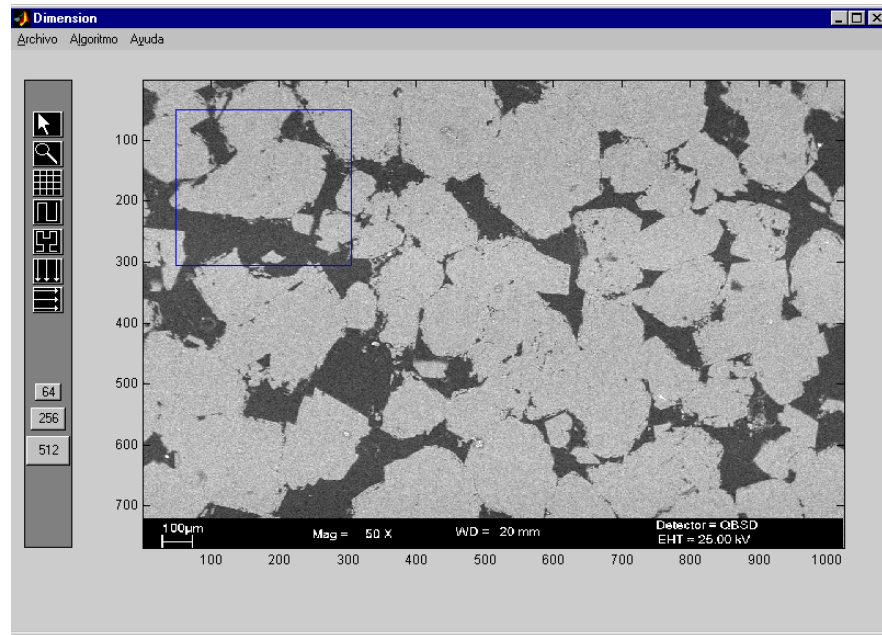



Figura 27. Recuadro que indica el sector escogido

4.3.6 Algoritmo de Conteo de cajas

Ya definido el tamaño de la imagen, se procede al menú estándar y se escoge la opción conteo de cajas, entonces aparece una ventana como la que se muestra en la *Figura 28*. El marco de la parte superior, encierra las opciones para las iteraciones y en los dos marcos inferiores se muestra la Tabla de Resultados y la Dimensión Fractal. El botón inferior  permite visualizar la gráfica de $\text{Log}(N)$ vs. $\text{Log}(1/s)$.

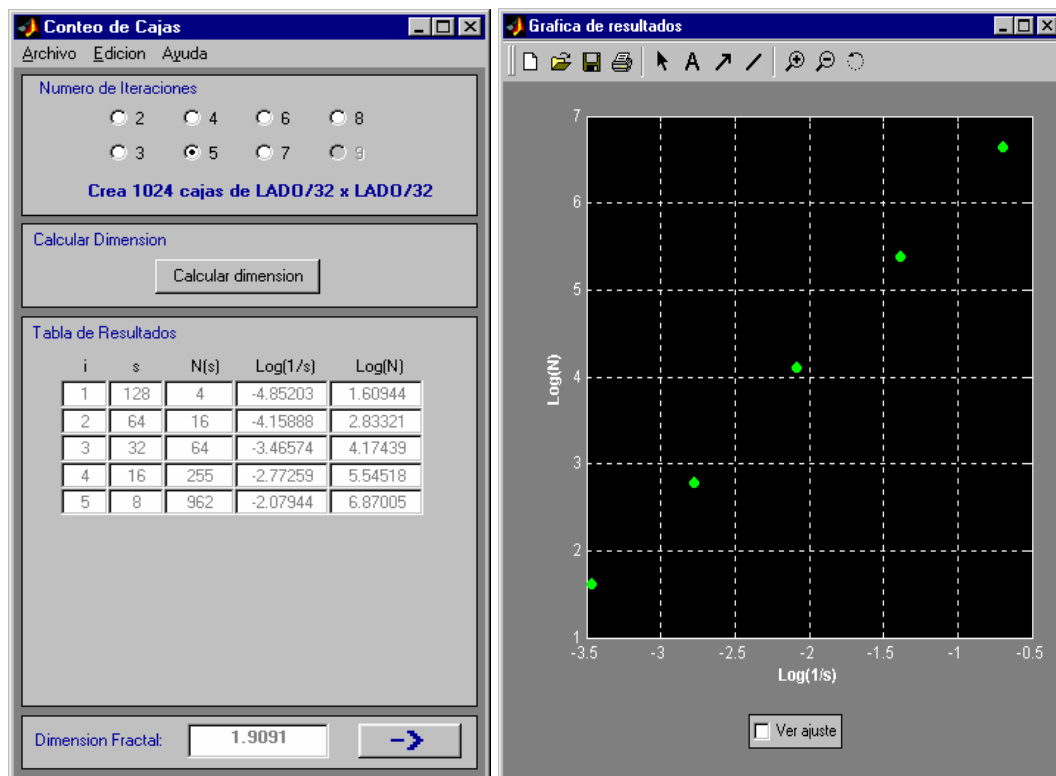


Figura 28. Interfaz para Conteo de cajas

4.3.7 Variograma Horizontal y variograma Vertical

Si se quisiera calcular la dimensión Fractal mediante Variograma Horizontal o Variograma Vertical, la interfaz es como la que se muestra en la siguiente Figura. En el marco superior se ingresa el valor correspondiente al inicio y fin del paso h . Los marcos inferiores son para visualizar resultados. Al igual que en la interfaz de Conteo de Cajas, con el botón inferior se visualiza la gráfica $\text{Log}(\text{semivarianza})$ vs. $\text{Log}(h)$.

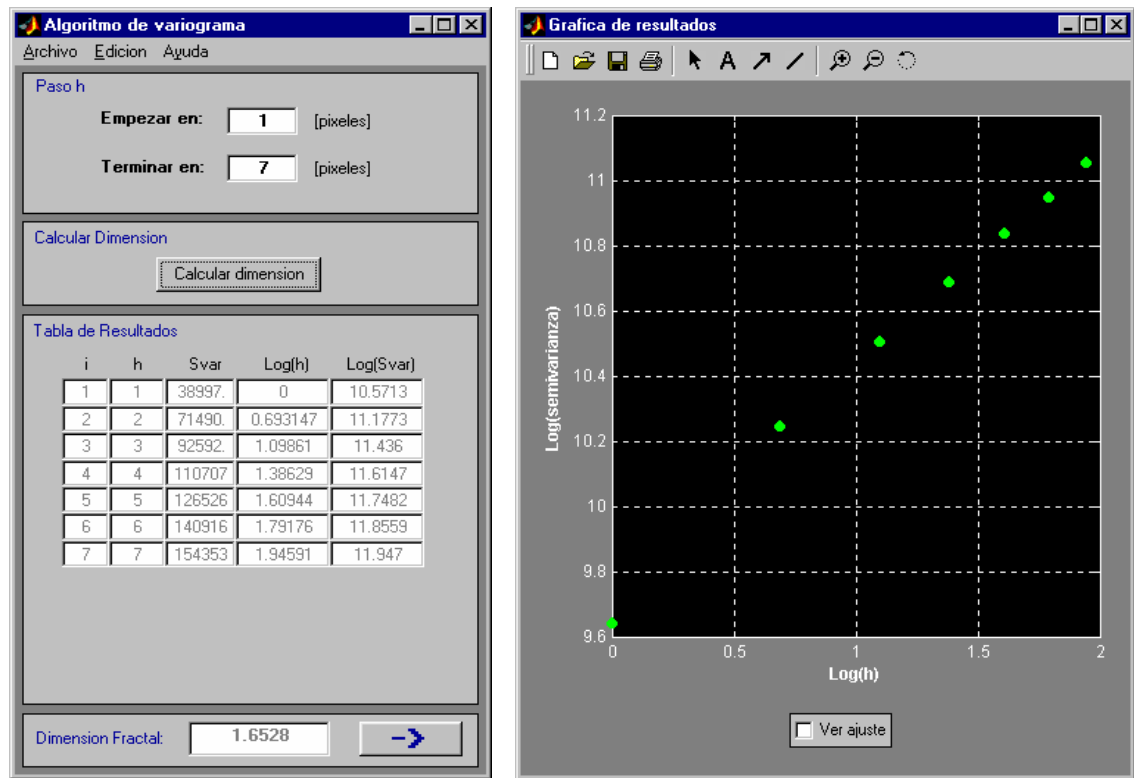


Figura 29. Interfaz para Variograma Horizontal y vertical

4.3.8 Variograma Promedio Horizontal y Vertical

Para calcular la dimensión por cualquiera de estos dos métodos, el usuario debe ingresar el comienzo y final del paso h , tal como se muestra en la siguiente figura. Además, en esta ventana se muestra una gráfica de la dimensión de cada fila o columna (según sea variograma promedio horizontal o vertical), el valor de la dimensión fractal y la desviación estándar.

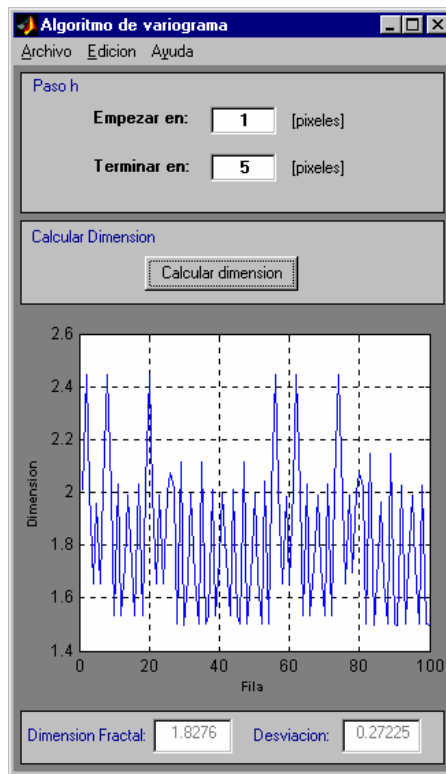


Figura 30. Interfaz Variograma Promedio Horizontal y Vertical

4.3.9 Variograma – Hilbert

Para calcular la dimensión fractal por medio del algoritmo de variograma – Hilbert, Dimensión 1.0 dispone de la interfaz que se muestra en la figura. En la zona superior izquierda se define las iteraciones para generar la curva y en la derecha, el comienzo y fin del paso h. En la figura se aprecia que se hizo el cálculo de la dimensión fractal para 4 iteraciones de la curva, paso inicial 1 y paso final 4. En los dos marcos inferiores se visualizan la tabla de resultados y la dimensión fractal.

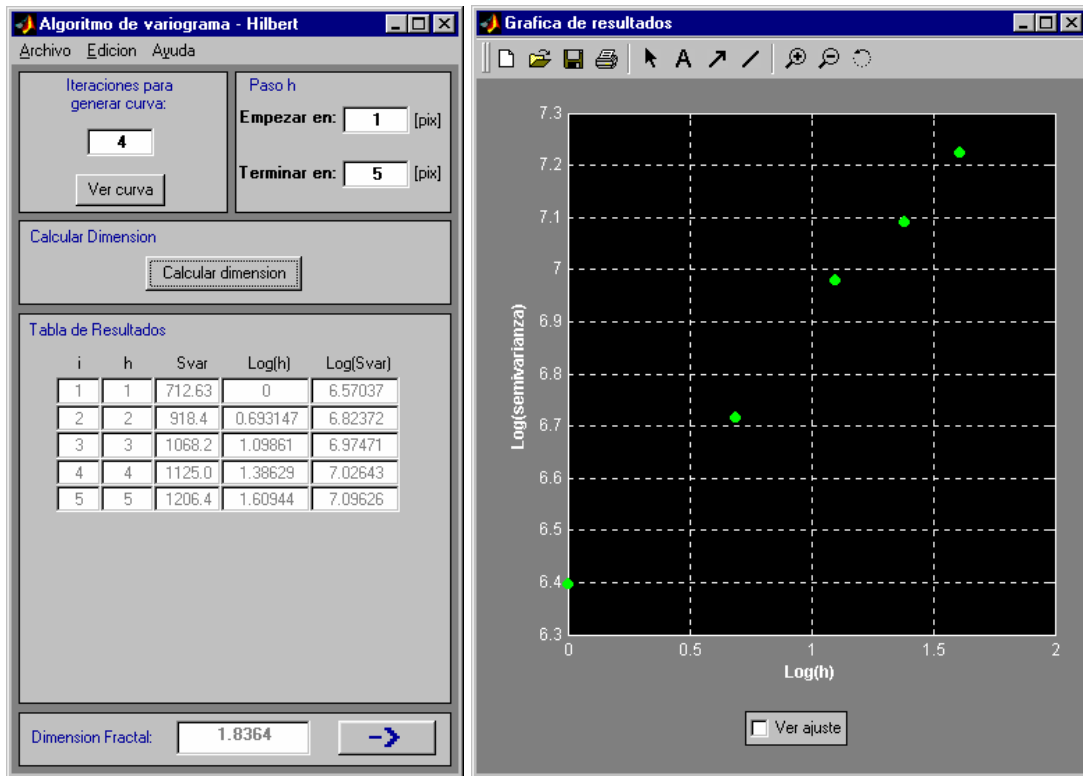


Figura 31. Interfaz Variograma - Hilbert

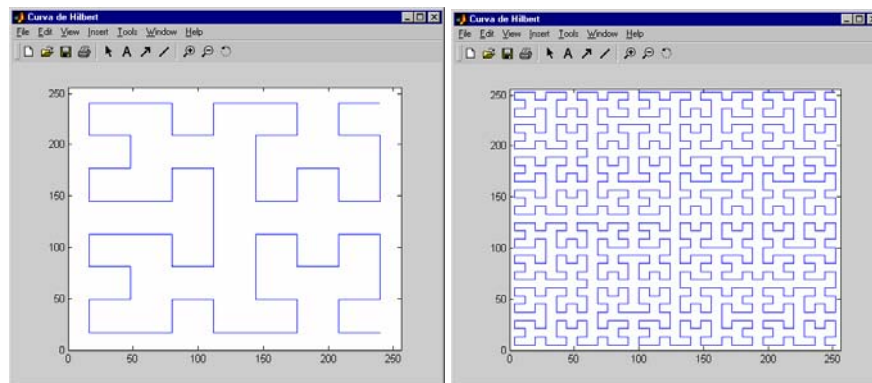


Figura 32. Curvas de Hilbert generadas por Dimensión 1.0 para 2 y 4 iteraciones.

4.3.10 Variograma – Peano

Al igual que en Variograma – Hilbert, la zona superior es para definir iteraciones de la curva y el comienzo y fin del paso h. La interfaz y las curvas de Peano generadas por Dimensión 1.0 se muestran en la siguiente figura.

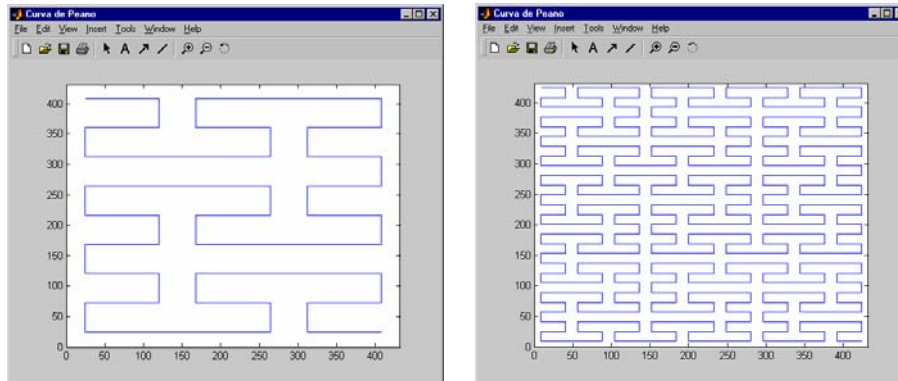


Figura 33. Curvas de Peano generadas para Dimensión 1.0 para 1 y 2 iteraciones

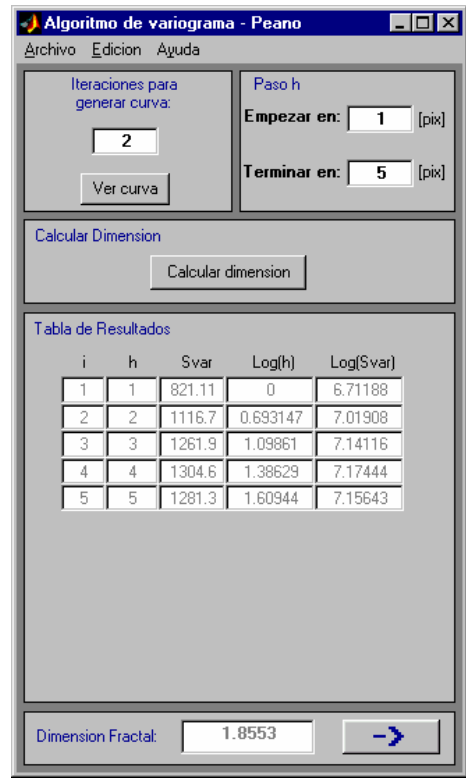


Figura 34. Interfaz Variograma – Peano

4.3.11 Módulo cargar directorio

Debido a la gran cantidad de imágenes a analizar, fue necesario la implementación de un módulo que permitiera cargar un directorio y calcularle la dimensión a todas ellas. Además, se acomoda a la organización que le dan en el Laboratorio de microscopía a las

imágenes, pues cada directorio corresponde a un pozo. Este módulo, genera un archivo *.xls que contiene el nombre de la imagen con su respectiva dimensión. En la siguiente figura se muestra el modo de operación de este módulo.

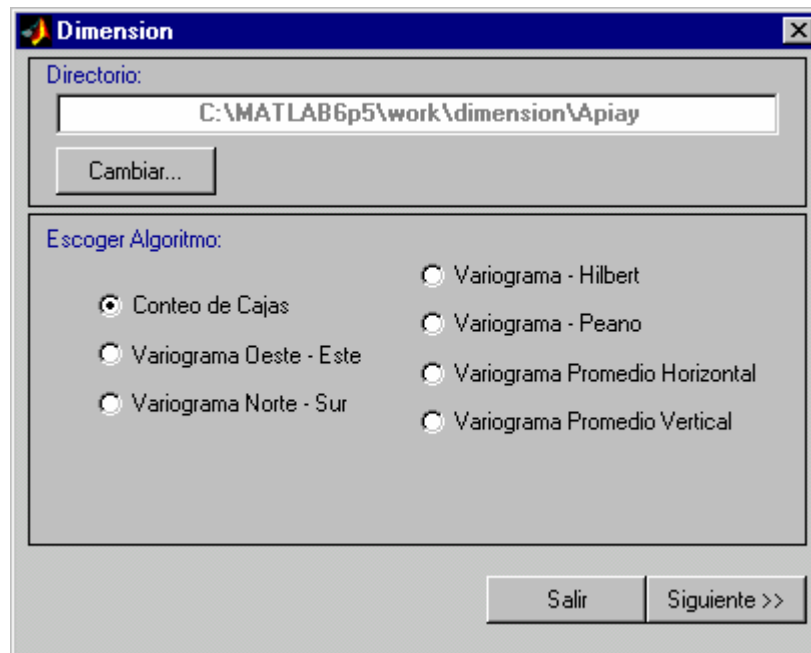
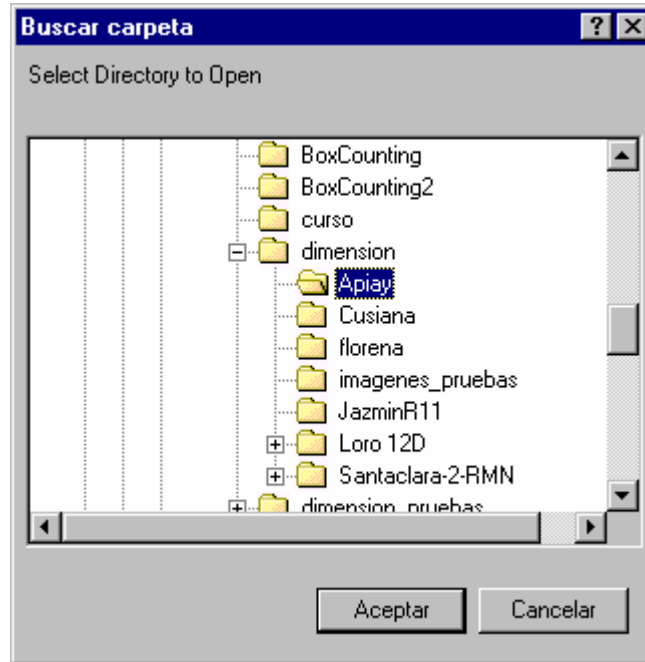


Figura 35. Módulo cargar directorio.

Para cargar el directorio, se muestra una ventana típica de explorador de archivos; luego el usuario puede escoger el algoritmo a aplicar (segunda ventana) y los pasos siguientes son similares a los de calcularle la dimensión a una sola imagen: definir región, iteraciones, comienzo y fin del paso h, etc.

5. PRUEBAS

El objetivo de esta fase de pruebas, es determinar cuál de los métodos calcula la dimensión fractal de una imagen tomada con microscopía, con mayor precisión. Para llevar a cabo esta etapa del trabajo de investigación, se diseñó el siguiente plan de pruebas:

1. Validación de los algoritmos: Para la validación de los algoritmos, se hizo la prueba con la carpeta de Sierpinski, cuya dimensión es $D = \text{Log}(8)/\text{Log}(3) = 1.8927$. Se escogió este fractal, porque sus características son similares a las imágenes de microscopía: es un cuadrado lleno de huecos.

- Conteo de cajas: se obtuvo un valor $D = 1.7798$.
- Variograma Horizontal: $D = 1.8914$
- Variograma Vertical: $D = 1.8913$
- Variograma Promedio Horizontal: $D = 1.8955$
- Variograma Promedio Vertical: $D = 1.8952$
- Variograma – Hilbert: $D = 1.8954$
- Variograma – Peano: $D = 1.8909$

Error absoluto:

- Conteo de Cajas: $|1.8927 - 1.7798| = 0.1129$
- Variograma Horizontal: $|1.8927 - 1.8914| = 0.0013$
- Variograma Vertical: $|1.8927 - 1.8913| = 0.0014$
- Variograma Promedio Horizontal: $|1.8927 - 1.8955| = 0.0028$
- Variograma Promedio Vertical: $|1.8927 - 1.8952| = 0.0025$
- Variograma Hilbert: : $|1.8927 - 1.8954| = 0.0027$
- Variograma Peano: : $|1.8927 - 1.8909| = 0.0018$

De acuerdo a esto, se ve que todos menos el algoritmo de Conteo de Cajas son métodos muy precisos. Este error absoluto tan grande del algoritmo de Conteo de cajas, tiene su razón de ser porque el vector *gris*, que se explicó en la fase de implementación, almacena un rango de valores que muchas veces no corresponden a la realidad, además el Conteo

de cajas está diseñado para imágenes en blanco y negro. Si se calcula la dimensión fractal de la carpeta de Sierpinski con Conteo de Cajas básico, es decir, sin alguna definición de vectores que almacenen rangos de colores, se obtiene un valor de 1.89574; que sí está bastante cercano a 1.8927.

2. Preparación de las muestras: Consistió en la consecución de imágenes de microscopía típicas, que tuvieran características similares y, que permitieran evaluar la sensibilidad de los algoritmos. Para ello, se hizo una clasificación en tres grandes grupos:

- Primer grupo: se buscó imágenes con las siguientes características:
 - Grano fino
 - Poros pequeños y homogéneos
 - Bien seleccionada⁸

Imágenes típicas de este grupo, corresponden a un tipo especial del pozo Jazmín y se muestran en la siguiente figura.

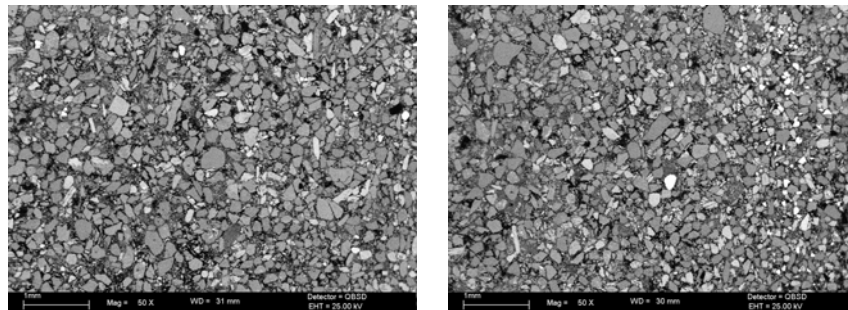


Figura 36. Imágenes típicas primer grupo

- Segundo grupo: las características de estas imágenes son:
 - Grano medio
 - Poros intermedios y homogéneos
 - Bien seleccionada

Son ejemplo de este grupo, las imágenes correspondientes al pozo Apiay, y se muestran en la siguiente figura.

⁸ Se refiere a que es bien homogénea

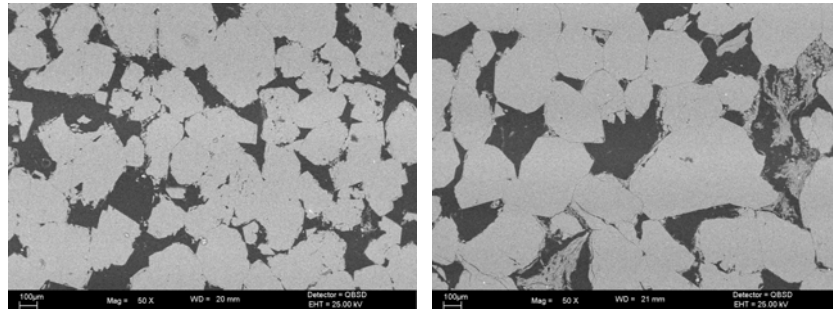


Figura 37. Imágenes típicas segundo grupo

□ Tercer grupo: Las características de estas imágenes son:

- Poros grandes y heterogéneos
- Mal seleccionada

Son típicas de este grupo, un tipo de imágenes del pozo Jazmín y se muestran en la siguiente figura.

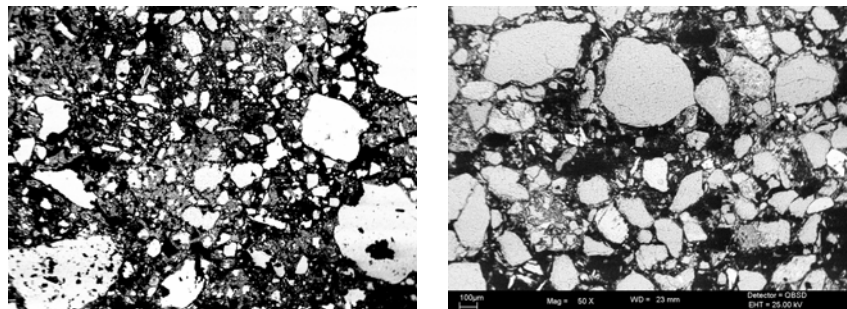


Figura 38. Imágenes típicas tercer grupo

Con esta clasificación, se concluyó que se trabajaría con imágenes de los pozos Apiay, Jazmín y Santa Clara.

3. Definición del paso h: Para los algoritmos variograma horizontal, vertical, horizontal promedio y vertical promedio, el mínimo valor para el comienzo del *paso h* es 4, ya que un valor menor a éste significaría tomar píxeles tan cercanos que su relación no reflejaría la

verdadera diferencia de color y podría considerarse como ruido de la imagen⁹. El mayor valor para el final del *paso h* es 15, pues píxeles más alejados ya no tendrían relación alguna.

4. Diseño de los formatos para el control de las pruebas: Debido a la gran cantidad de imágenes a analizar, las combinaciones de los métodos utilizados con sus respectivos parámetros y con las muestras, se organizaron de manera tal que el control de su ejecución fuera ordenado y fácil de llevar. Para ello, se diseñaron los formatos que aparecen en el **ANEXO B**.

5. Ejecución de los programas: Para la ejecución de los programas, se organizaron varias sesiones en equipos con las siguientes características:

- Pentium 4 HT, 2.8 GHz, 512 MB de RAM.
- Pentium 4, 2.6 GHz, 256 MB de RAM.
- Pentium 3, 800 MHz, 128 MB de RAM.
- Pentium 3, 750 MHz, 128 MB de RAM.

⁹ El ruido en una imagen lo forma aquellos píxeles cuyo valor no refleja el color verdadero.

6. RESULTADOS

6.1 ORGANIZACIÓN DE LOS RESULTADOS

Los resultados de dimensión obtenidos se agruparon por profundidades. Por ejemplo, si una imagen se llama *A10-661ah*, significa que:

A10 – **661** **ah**
 { { {
 Apiay Profundidad Secuencia

Entonces, todas las imágenes de Apiay que estén a una profundidad de 661, forman un grupo, así:

Dimensión	Imagen
1.72490786	A10-661aa.tif
1.71796262	A10-661ab.tif
1.68663807	A10-661ac.tif
1.69902025	A10-661ad.tif
1.71951654	A10-661ae.tif
1.74489805	A10-661af.tif
1.78532367	A10-661ag.tif
1.70802639	A10-661ah.tif
1.68443318	A10-661ai.tif
1.72070093	A10-661aj.tif
1.74247361	A10-661ak.tif
1.70925415	A10-661al.tif

Luego, se promediaron las dimensiones de cada grupo de imágenes y aplicando el criterio de cifras significativas¹⁰, se elaboraron unas tablas resumen, como la que se muestra a continuación.

Tabla 9. Ejemplo de tabla resumen

Apiay		
Profundidad	Dim Prom	Desviación
661	1.72	0.03
667	1.74	0.02
703	1.71	0.02
604	1.75	0.02

¹⁰ Se considera que las cifras significativas de un número son aquellas que tienen significado real o aportan alguna información.

Por ejemplo, si el valor de la dimensión promedio del grupo 661 de Apiay fue 1.72025098 con una desviación estándar de 0.02823909, se ve que las cifras significativas son dos. Por lo tanto, al aplicar redondeo se tiene que la dimensión fractal es 1.72 con desviación de 0.03, tal como se muestra en la primera fila de la anterior tabla. Además, el rango de valores admisibles para la dimensión es:

$$\text{dimensión} \pm \text{desviación estándar}$$

6.2 ALGORITMO DE CONTEO DE CAJAS

Tal como se esperaba, el conteo de cajas no arrojó resultados que permitieran diferenciar cada una de las muestras. Por ejemplo, las imágenes *A11-606ah* y *A10-703af* de Apiay son bastante diferentes como para pensar que sus dimensiones son iguales; sin embargo, con el algoritmo se obtuvo que para 5 iteraciones, $D = 1.9277$ para ambas. Y de estos, hay muchos más casos. Entonces, se considera que el Conteo de Cajas no es un buen método para calcular dimensión fractal de una imagen tomada con microscopía en escala de grises.

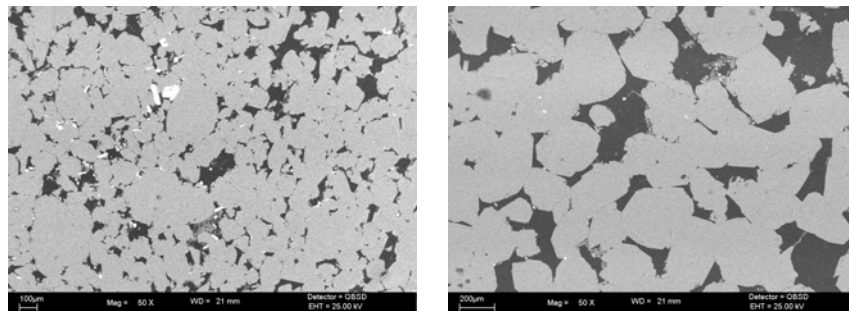
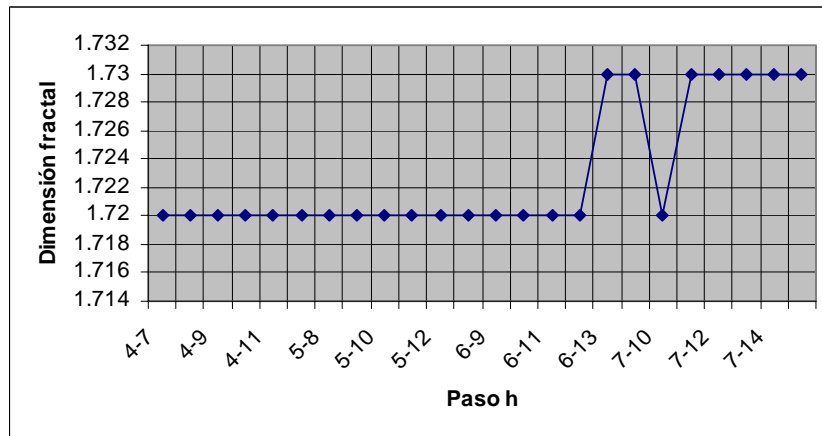


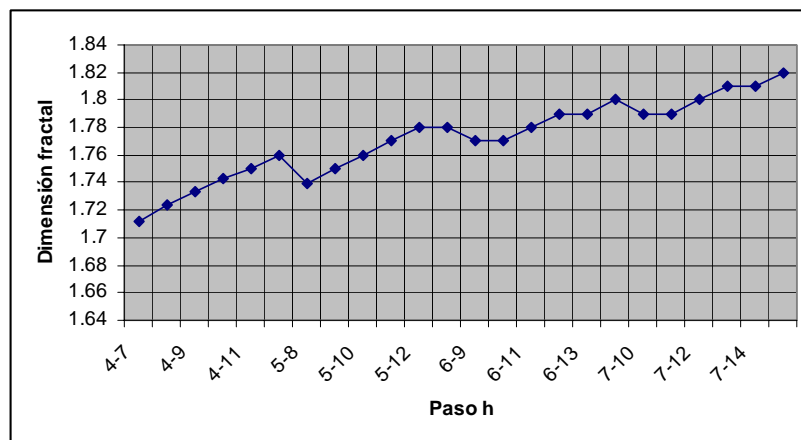
Figura 39. Imágenes *A11-606ah* y *A10-703af*, respectivamente

6.3 VARIOGRAMA HORIZONTAL

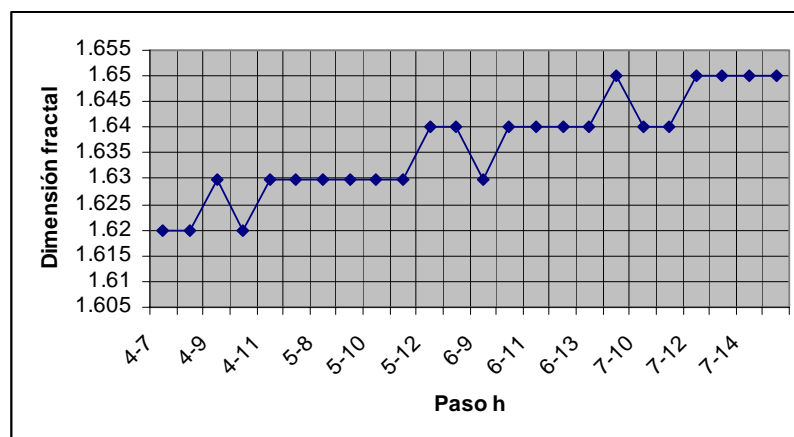
Las pruebas correspondientes a este algoritmo, se muestran en el **ANEXO C** y las gráficas en la Figura 40.



(a) Apiay



(a) Jazmín

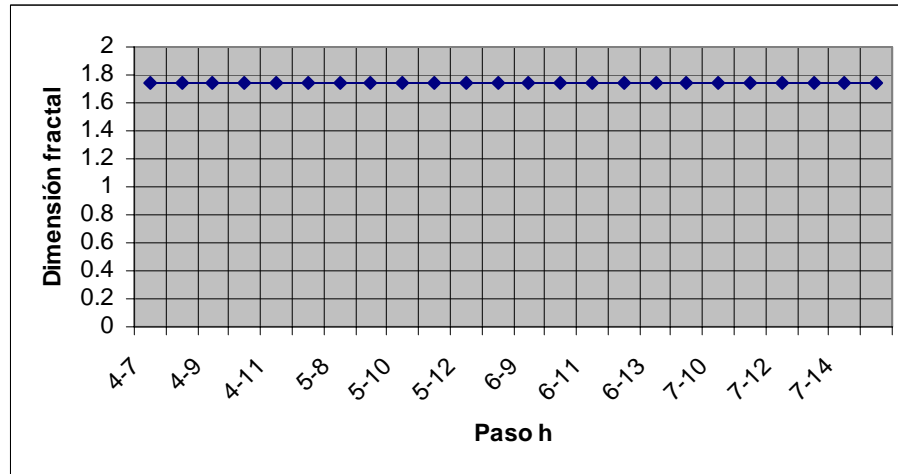


(b) Santa Clara

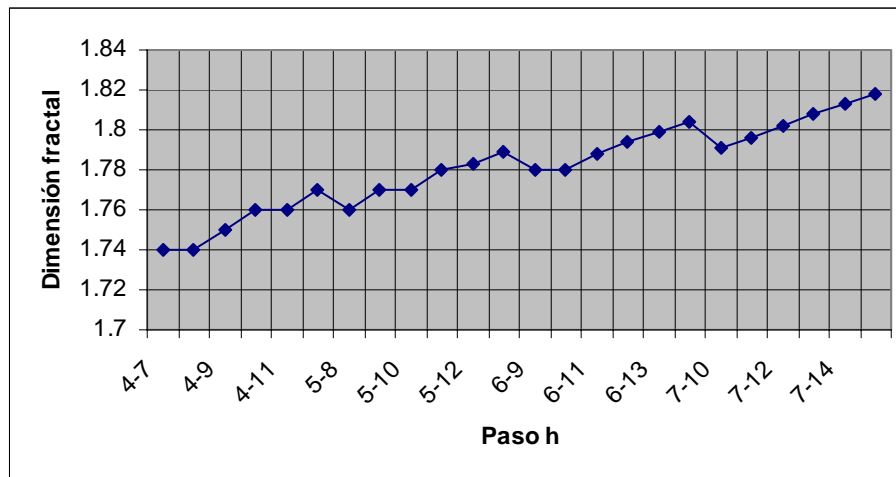
Figura 40. Comportamiento de la dimensión por Variograma Horizontal

6.4 VARIOGRAMA VERTICAL

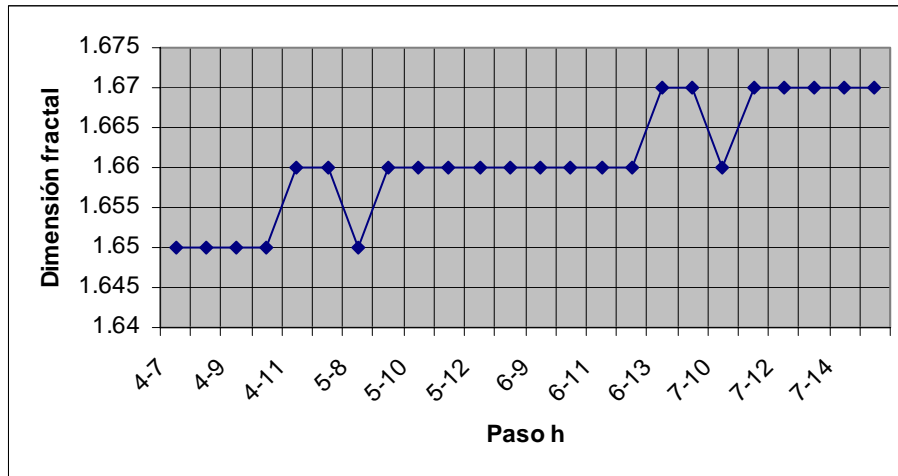
Las pruebas correspondientes a este algoritmo, se muestran en el **ANEXO D** y las gráficas en la Figura 41.



(a) Apia



(b) Jazmín

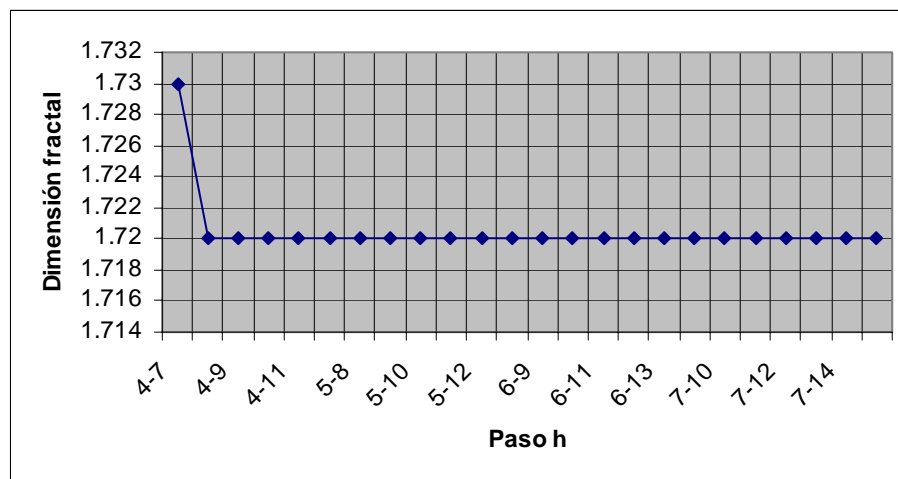


(c) Santa Clara

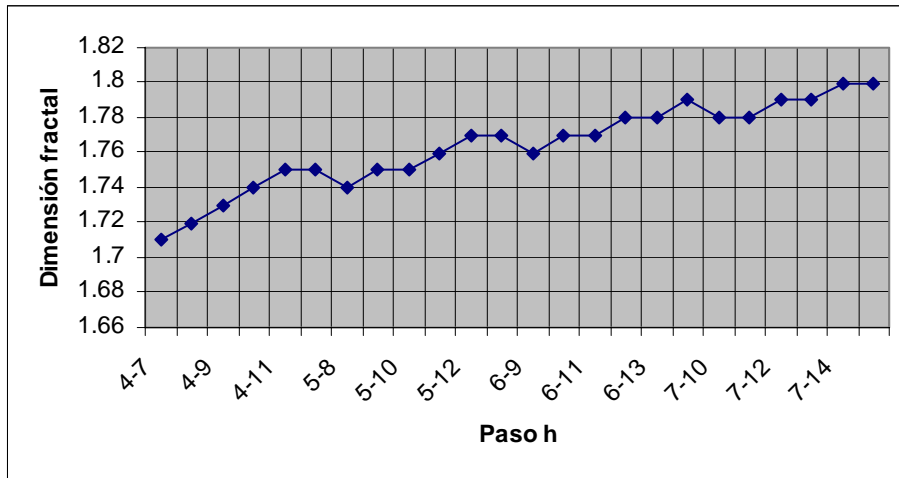
Figura 41. Comportamiento de la dimensión Variograma Vertical

6.5 VARIOGRAMA PROMEDIO HORIZONTAL

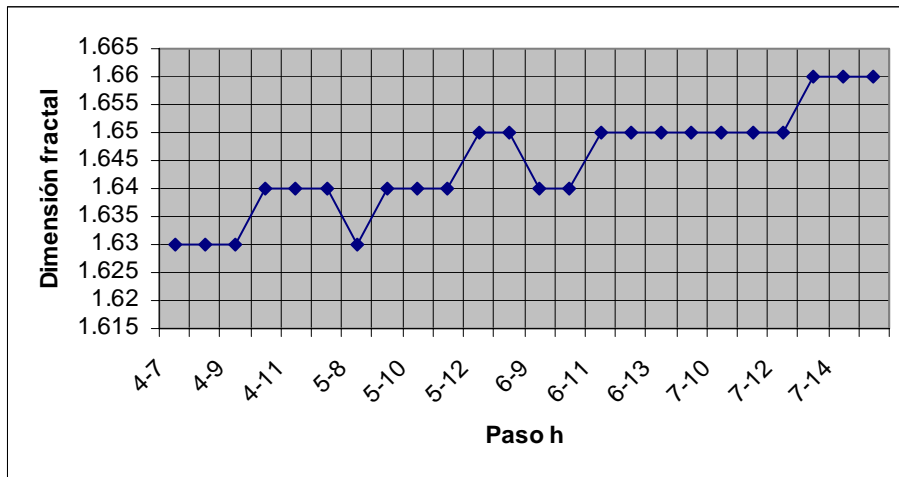
Las pruebas correspondientes a este algoritmo, se muestran en el **ANEXO E** y las gráficas en la Figura 42.



(a) Apia



(b) Jazmín

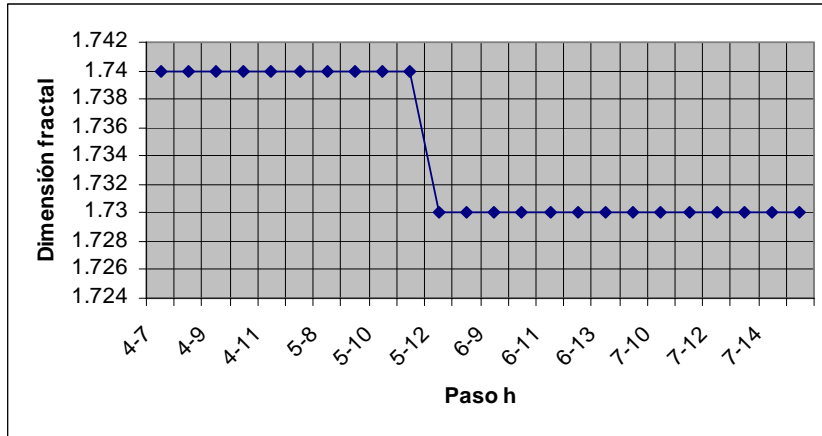


(c) Santa Clara

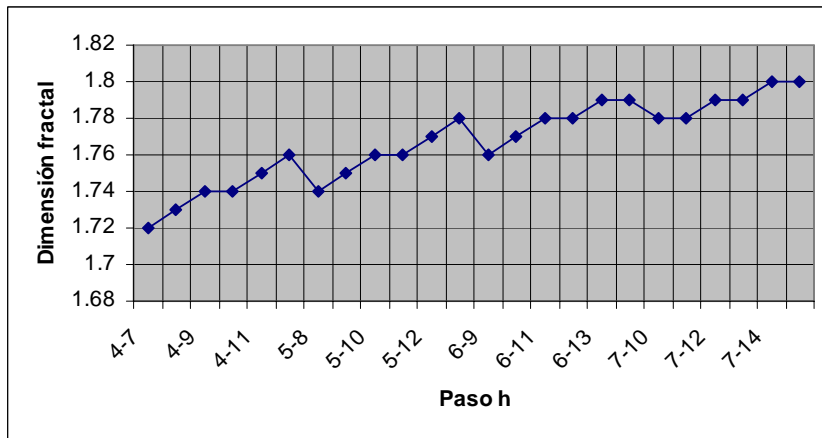
Figura 42. Comportamiento de la dimensión por Variograma Promedio Horizontal

6.6 VARIOGRAMA PROMEDIO VERTICAL

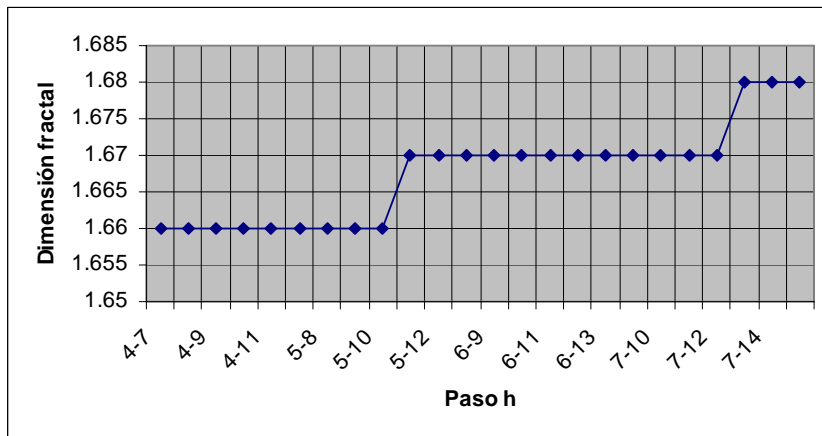
Las pruebas correspondientes a este algoritmo, se muestran en el **ANEXO F** y las gráficas en la Figura 43.



(a) Apiay



(b) Jazmín



(c) Santa Clara

Figura 43. Comportamiento de la dimensión por Variograma Promedio Vertical

Los resultados de los algoritmos descritos hasta ahora, reflejan cierta estabilidad para Apiay y Santa Clara; pero bastante inestabilidad para Jazmín .

En Apiay, la dimensión se mantiene estable para todos los grupos de profundidades. En algunos casos, como en *Apiay(7-11)* del Variograma horizontal, la dimensión para el grupo 661, aumenta a 1.73; este valor es aceptable, pues está dentro del rango de valores admisibles, ya que la desviación es de 0.03.

Santa Clara no es tan estable como Apiay, pero en sus gráficas en forma de “escalón”, se ve que hay rangos donde la dimensión se mantiene; por ejemplo, en el variograma promedio vertical desde los pasos 5-11 hasta 7-13, el valor es igual; en variograma promedio horizontal el rango comprendido entre 6-12 y 7-13 tienen la misma dimensión.

La tendencia en las gráficas de comportamiento de la dimensión en Jazmín, es a crecer y nunca estabilizarse. Esto se explica porque las imágenes de Jazmín son bastante heterogéneas, tal como se vio en la Figura 37.

6.7 VARIOGRAMA PEANO

Debido a que el máximo tamaño de imagen y la máxima cantidad de iteraciones para generar la curva de Peano son 432 x 432 píxeles y 2 iteraciones (ver siguiente figura), respectivamente; se considera que esta curva no llena lo suficiente a la imagen para calcular la dimensión fractal, por ello no se corrieron las pruebas de este método.

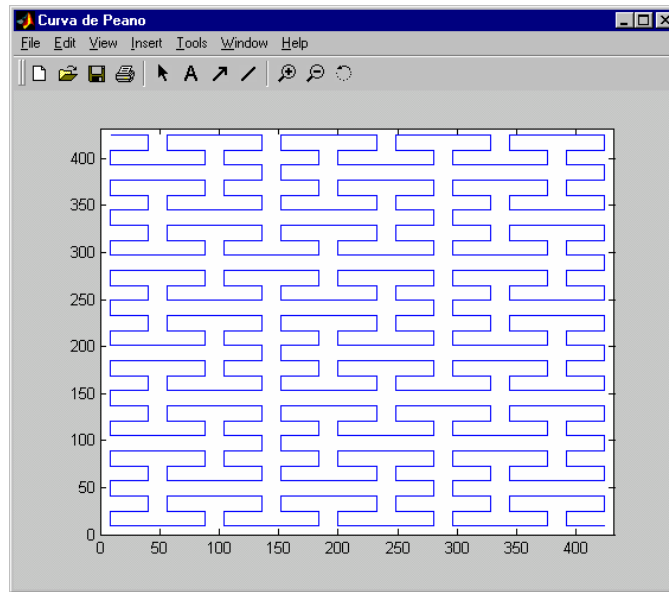


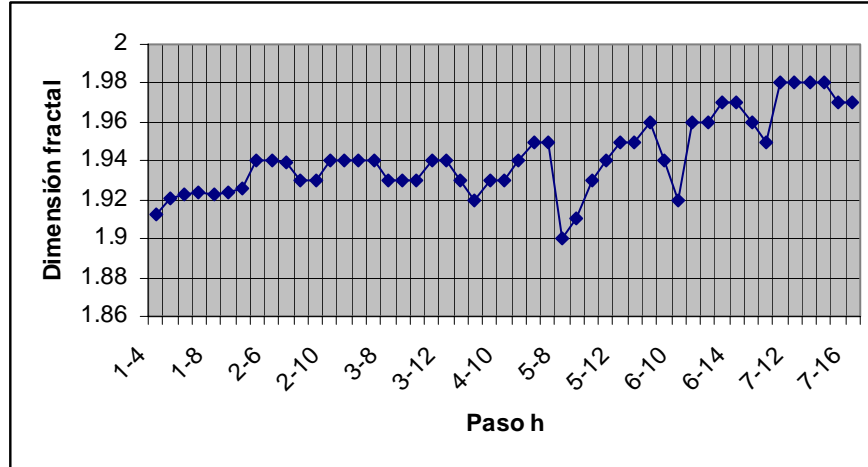
Figura 44. Curva de Peano para 2 iteraciones

6.8 VARIOGRAMA HILBERT

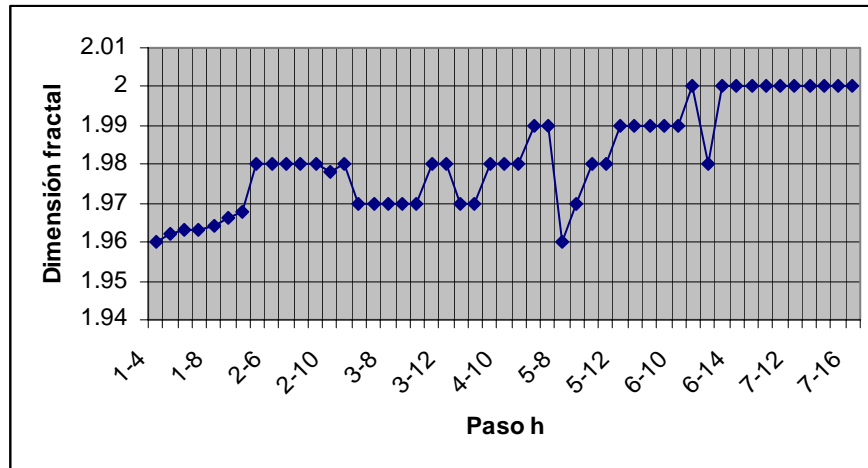
Como hasta el momento, ya se tienen algoritmos que generan resultados estables para Apiay y Santa Clara, las pruebas para Variograma Hilbert se hicieron sólo con Jazmín; pues es el único pozo al que le falta un método que lo pueda caracterizar. Debido a que en las tablas resumen, para valores 3 y 4 iteraciones, se dieron resultados como los que se señalan en rojo, no se continuaron las pruebas para esta cantidad de iteraciones. Por ello, el **ANEXO G** muestra los resultados para 5 y 6 iteraciones. La Figura 45 y 46, describen el comportamiento de la dimensión para estos casos, respectivamente.

Jazmín 3 iteraciones		
Profundidad	Dim Prom	Desviación
309	1.98	0.05
324	1.95	0.02
333	1.99	0.04
339	1.96	0.04
353	1.99	0.03
357	2.00	0.02

Jazmín 4 iteraciones		
Profundidad	Dim Prom	Desviación
309	1.981	0.069
324	1.967	0.032
333	1.987	0.028
339	1.953	0.060
353	1.993	0.063
357	2.021	0.071

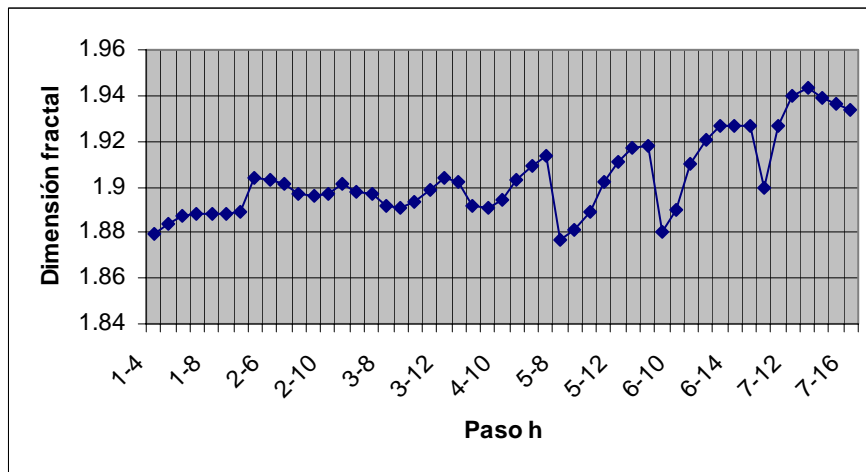


(a) Jazmín 309

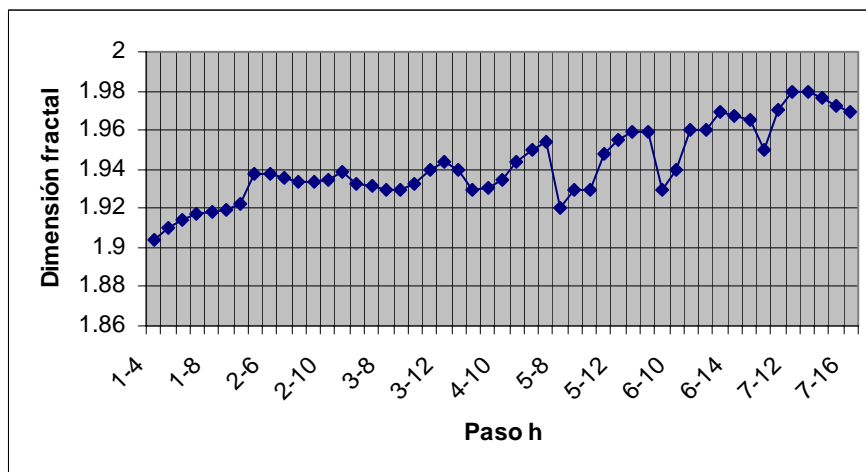


(b) Jazmín 357

Figura 45. Variograma - Hilbert con 5 iteraciones



(a) Jazmín 309



(b) Jazmín 357

Figura 46. Variograma - Hilbert con 6 iteraciones

7. CONCLUSIONES

1. Para calcular la dimensión fractal de una imagen tomada con microscopía electrónica, se implementó Dimensión 1.0, con los algoritmos de Conteo de Cajas y Variograma. El método de relación del divisor, no hace parte de Dimensión 1.0, porque éste sólo se aplica a contornos, líneas de costa y líneas de relieve; los demás métodos planteados en los objetivos específicos del presente proyecto (Ley de Korcak, área/perímetro y espectros de potencia), no fueron incluidos dentro del software porque la información recopilada no fue suficiente para construir los prototipos.
2. Es importante resaltar que el análisis fractal hecho con las imágenes en escala de grises es totalmente nuevo, ya que la actual técnica empleada en el Laboratorio de Microscopía Electrónica del ICP para caracterizar porosidad, se basa en imágenes binarias.
3. La forma de barrido a la imagen según las curvas de Hilbert y Peano, es producto de esta investigación y se propone como una nueva forma de recorrer las imágenes para calcular la dimensión por el método del variograma.
4. El criterio a tener en cuenta para concluir cuál algoritmo permite calcular la dimensión fractal de una imagen tomada con microscopía con mayor precisión es: *“Se considera que un algoritmo es bueno si, el valor de la dimensión se mantiene constante a lo largo de un rango específico de parámetros”*¹¹. De acuerdo con las pruebas hechas y con los grupos formados para evaluar la sensibilidad de los algoritmos, se concluye que para el cálculo de la dimensión fractal:
 - a. El algoritmo de Conteo de cajas no es un buen método; pues el hecho de tener que definir un rango de valores de los grises de la imagen, es como si se estuviera

¹¹ Este criterio fue el resultado del análisis y discusiones de los resultados del presente trabajo de grado, al interior del grupo de investigación GEOFRACTALES – UIS.

binarizando: si cae dentro de dicho rango es roca y si no, es poro. Por lo tanto se pierde información de ésta.

- b. El algoritmo de Variograma con barrido de imagen según la curva de Peano no es un buen método, pues la máxima cantidad de iteraciones permitidas para generar la curva, no es lo suficientemente grande para tomar una cantidad representativa de píxeles de la imagen.
- c. Para imágenes de tamaño de grano medio, homogéneas y de buena selección, tal como las de Apiay, los algoritmos más precisos son:
 - ❑ Variograma Oeste Este, con paso inicial 4 y final 7, hasta paso inicial 6 y final 13.
 - ❑ Variograma Norte Sur, con paso inicial 4 y final 7, hasta paso inicial 7 y final 15.
 - ❑ Variograma Promedio Oeste Este, con paso inicial 4 y final 7, hasta paso inicial 7 y final 15.
 - ❑ Variograma Promedio Norte Sur, con paso inicial 4 y final 7, hasta paso inicial 7 y final 15.
- d. Para imágenes heterogéneas y de mala selección tal como las de Jazmín, se debe utilizar el algoritmo de Variograma – Hilbert, con 6 iteraciones para generar la curva, paso inicial 6 y final 12, hasta paso inicial 7 y final 12.
- e. Para imágenes con las características encontradas en las muestras de Santa Clara, se debe utilizar un algoritmo donde los rangos del escalón sean grandes, tales como:
 - ❑ Variograma Norte Sur, con paso inicial 5 y final 10, hasta paso inicial 6 y final 13.
 - ❑ Variograma Promedio Oeste Este, con paso inicial 6 y final 12, hasta paso inicial 7 y final 12.

- Variograma Promedio Norte Sur, con paso inicial 4 y final 7, hasta paso inicial 7 y final 15.

En la siguiente tabla se resumen la conclusión 3.

Tabla 10. Resumen de la conclusión 3

Pozo	Variograma Oeste Este	Variograma Norte Sur	Variograma Promedio Oeste Este	Variograma Promedio Norte Sur	Variograma Hilbert
Apiay	4-7 hasta 6-13	4-7 hasta 7-15	4-7 hasta 7-15	4-7 hasta 7-15	-----
Jazmín	-----	-----	-----	-----	6 iteraciones 1-4 hasta 4-10
Santa Clara	-----	5-10 hasta 5-13	6-12 hasta 7-12	4-7 hasta 7-15	-----

- Este trabajo de investigación es la primera fase correspondiente al estudio de factibilidad de la aplicación de la geometría fractal para la caracterización de porosidad de rocas sedimentarias; corresponde a la siguiente fase realizar pruebas de correlación entre los valores de las dimensiones obtenidas y las propiedades petrofísicas de las rocas.

8. RECOMENDACIONES

Este trabajo de investigación es un primer paso en la caracterización fractal de una imagen tomada con microscopía en escala de grises. Como el estudio de factibilidad que se hizo en este trabajo fue positivo, ya que se encontró un algoritmo con ciertas condiciones iniciales para cada tipo de imagen; se propone como trabajos de investigación:

1. Encontrar la relación existente entre la dimensión fractal y las características físicas de las rocas, desde el punto de vista geológico y matemático.
2. Hacer un análisis comparativo del cálculo de la dimensión fractal al tipo de imágenes estudiadas, con el método del Variograma mediante diferentes barridos de curvas que llenen el plano.
3. Realizar las siguientes mejoras a Dimensión 1.0:
 - ❑ Generación de un informe estadístico para cada directorio de imágenes al que se le calcula la dimensión.
 - ❑ Generación de un informe comparativo de los diferentes valores de las dimensiones obtenidos por cada imagen.
 - ❑ Estudiar la posibilidad de desarrollar el software con Programación Orientada a Objetos, pues esta es una gran ayuda al momento de sacar nuevas versiones.

BIBLIOGRAFÍA

Libros:

1. Barnsley Michael. Fractals Everywhere. Second Edition. Academic Press Professional 1998.
2. Davis John C. Statistics and Data Analysis in Geology, Third Edition. Editorial John Wiley & Sons. Estados Unidos, New York.
3. González Rafael, WOODS Richard. Tratamiento digital de imágenes. Ediciones Díaz Santos S.A., Addison-Wesley Iberoamericana S.A. Massachussets, USA. 1992.
4. Peitgen Heinz-Otto, JÜRGENS Harmut, Saupe Dietmar. Chaos and Fractals, New Frontiers of Science. Springer-Verlag. Alemania. 1992.
5. Turcotte Donald L. Fractals and chaos in geology and geophysics. Cambridge University Press. New York, USA. 1993.

Tesis de grado:

6. ARCINIEGAS Nelson, COGOLLO Magda Lucía, PINTO Flavio Augusto. Estudio de factibilidad para la caracterización fractal de las formas del relieve mediante el desarrollo de una herramienta computacional basada en un sistema de análisis de imágenes [Tesis de grado]. Bucaramanga: Universidad Industrial de Santander. Facultad de Ingenierías Físicoquímicas, Facultad de Ingenierías Fisicomecánicas, Facultad de ciencias; 1995.

Artículos:

7. Babadagli Tayfun, KAYHAN Develi. Quantification of Natural Fracture Surfaces Using Fractal Geometry. Mathematical Geology, Vol. 30, No. 8, 1998.

8. Carr James R., Benzer William B. On the Practice of Estimating fractal Dimension. Mathematical Geology, Vol. 23, No. 7. 1991.
9. Dutch Steven I. Linear Richardson Plots from Non-Fractal Data Sets. Mathematical Geology, Vol. 25, No. 6. 1993.
10. Gallant John, Moore Ian, Hutchison Michael, Gessler Paul. Estimating Fractal Dimension of Profiles: A comparison of methods.
11. Isaacs Rafael, PIEDRAHITA Carlos, ROJAS César Augusto. Los fractales y la física de rocas. CIT. ICP – Instituto Colombiano de Petróleo.
12. Klinkenberg Brian. A review of methods used to determine the fractal dimension of linear features. Mathematical Geology, Vol. 26, No. 1. 1994.
13. Pinto Siabatto Flavio, Cobaleda Gloria, Pinto Romero Wilson. Identification and classification of sandstone's porosity patterns with multifractal model.
14. Wen Renjun, sinding-larsen Richard. Uncertainty in Fractal Dimension Estimated from Power Spectra and Variograms. Mathematical Geology, Vol. 29, No. 6. 1997,

Folletos:

15. El petróleo y su mundo. ECOPETROL. Bogotá. 2003.

Sitios web:

16. Ayuda en línea de MATLAB 6.5 . <http://www.mathworks.com>.
17. Tutorial sobre fractales. <http://coco.ccu.uniovi.es/geofractal>
18. Lista de métodos para medir dimensión fractal. <http://www.trusoft.netmegs.com/>

19. Determination of the fractal dimension. <http://life.csu.edu.au/fractop>

20. Método de Hausdorff. <http://www.fgalindosoria.com>

21. Medir dimensión fractal (APPLETS).
<http://matap.dmae.upm.es/cursofractales/capitulo8/1.html>

22. Descubriendo los fractales.
http://www.dcc.uchile.cl/~rmeza/proyectos/Nubes_Fractales

Software sobre fractales

23. FRACLIN. Software desarrollado en la Universidad De Antioquia. 1991

24. WINFRACT. Software desarrollado para generar los fractales más conocidos.

ANEXOS

ANEXO A

MANUAL DE USUARIO DIMENSIÓN 1.0

REQUERIMIENTOS DEL SISTEMA

HARDWARE

- ❑ Procesador de 250 MHz
- ❑ 128 MB en RAM
- ❑ Espacio libre en disco: 5 MB
- ❑ Monitor SVGA, Resolución de video: 800 x 600
- ❑ Unidad de CD-ROM
- ❑ Mouse

SOFTWARE

- ❑ Sistema Operativo: WINDOWS (versión 98 o posterior)
- ❑ MATLAB 6.5

INSTALACIÓN DE DIMENSIÓN 1.0

Para instalar correctamente DIMENSIÓN 1.0 siga los siguientes pasos:

1. Inserte el CD de instalación en la unidad de CD-ROM
2. Copie en la carpeta *work* de MATLAB6p5 el directorio llamado DIMENSION1p0

EJECUTAR EL PROGRAMA

1. Ejecute MATLAB6p5 (*inicio/programas/MATLAB*)
2. Abra el programa *inicio.m*
3. Ejecute *inicio.m* con la tecla *F5*

INTERFAZ INICIAL

La pantalla inicial de DIMENSIÓN 1.0, es como la mostrada en la siguiente figura.

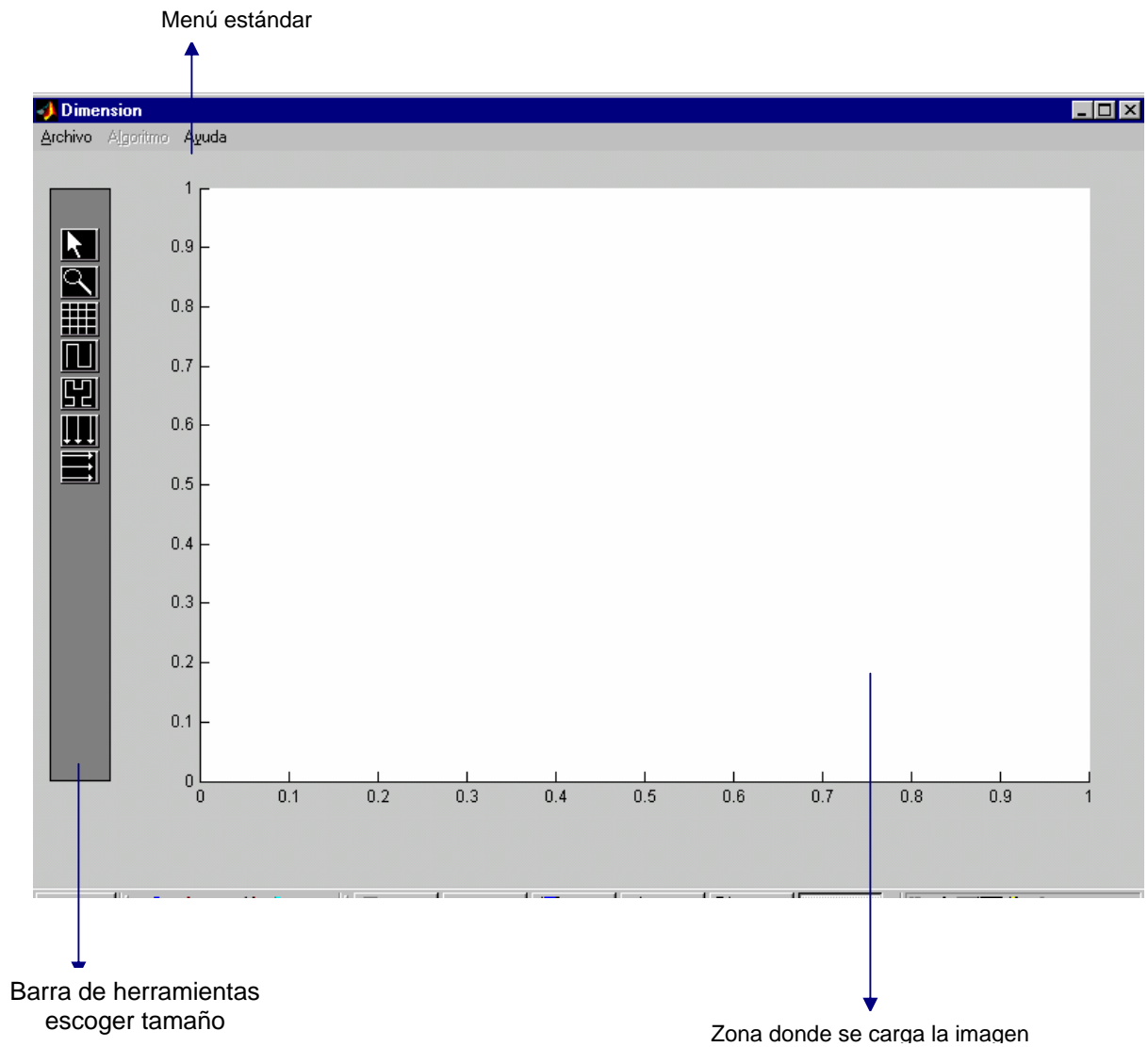


Figura 1. Pantalla inicial de Dimensión 1.0

Esta primera pantalla tiene las tres zonas indicadas. A continuación se explicará cada una de éstas.

MENÚ ESTÁNDAR

Archivo:

- ❑ Nuevo: Sirva para cargar una nueva fotografía y dejar en blanco la zona de cargar la imagen.
- ❑ Abrir: Se selecciona este ítem cuando se quiere cargar una imagen.
- ❑ Cargar directorio: Se accede a este módulo cuando se desea calcular la dimensión fractal a un grupo de imágenes guardadas en un directorio.

Algoritmo: Este menú despliega la lista de los algoritmos que se le pueden aplicar a la imagen para calcularle la dimensión fractal:

- ❑ Conteo de Cajas
- ❑ Variograma
 - Horizontal
 - Vertical
 - Hilbert
 - Peano
- ❑ Variograma Promedio Horizontal
- ❑ Variograma Promedio Vertical

Ayuda: Aquí se puede acceder a la ayuda de Dimensión 1.0 y a los créditos de éste.

BARRA DE HERRAMIENTAS ESCOGER TAMAÑO

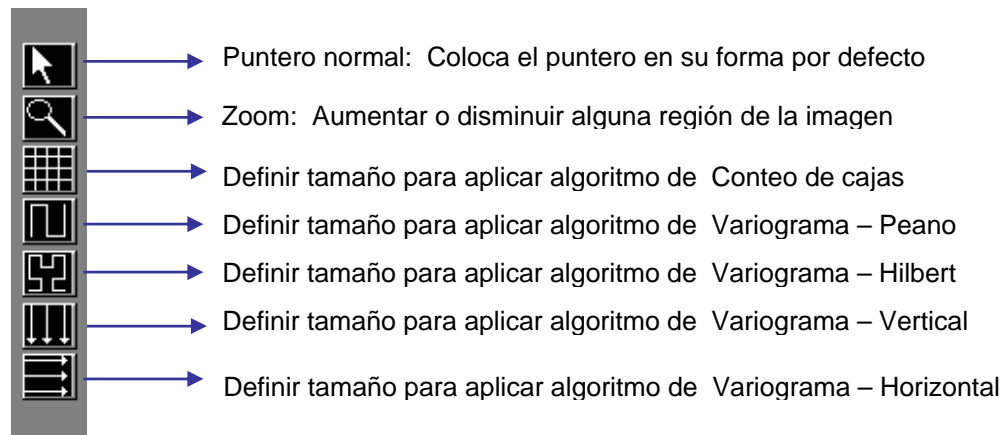


Figura 2. Barra de Herramientas Escoger Tamaño

ZONA DONDE SE CARGA LA IMAGEN

En esta zona, usted visualizará la imagen con la que quiere trabajar. El eje X, indica las columnas (en píxeles) y el eje Y, las filas. Note que al cargar la imagen, la posición (1,1) se encuentra en la esquina superior izquierda, tal como una matriz.

CALCULAR LA DIMENSIÓN DE UNA IMAGEN

Es importante, que la imagen a la cual se le vaya a calcular la dimensión, esté dentro de la carpeta DIMENSIÓN1p0; si no, el programa generará un error.

CONTEO DE CAJAS


1. Cargue una imagen: *Archivo/Abrir* y dé clic en el botón *Aceptar*.
2. Seleccione el ícono  de la barra de herramientas Escoger Tamaño.
3. Aparecerán tres botones como los que se indican a continuación



Figura 3. Posibles tamaños para aplicar Conteo de cajas

Seleccione el primer botón, si desea crear una región de 64 x 64 píxeles sobre la imagen; el segundo, si la región con la que quiere trabajar es de 256 x 256 píxeles y la tercera, si es de 512 x 512 píxeles.

4. Luego, aparecerá la ventana donde debe ingresar las coordenadas (X,Y) desde donde quiere trazar la región. Debe tener muy claro, que la X controla las columnas de la matriz de la imagen y la Y, las filas.



Figura 4. Ventana para definir coordenadas de la región

Después de haber escrito dichas coordenadas, dé clic en el botón *Aceptar*. Si alguno de los valores ingresados no es permitido, el programa le generará un mensaje de error como el que se muestra a continuación.

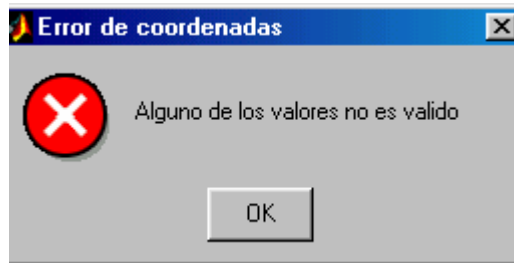


Figura 5. Mensaje de error

Este de error aparecerá si :

- Digitó un carácter no numérico: letras, signos de puntuación, etc.
- No digitó ningún valor.
- El valor de la X es mayor que el número de columnas de la matriz de la imagen.
- El valor de la Y es mayor que el número de filas de la matriz de la imagen.
- El valor de la X es menor que 1.
- El valor de la Y es menor que 1.

Si no hubo ningún error, la región seleccionada aparece enmarcada por un recuadro azul sobre la imagen

5. Seleccione del menú estándar, a *Algoritmo / conteo de cajas*. Ud. verá en pantalla una ventana como la de la Figura 6.
6. Seleccione el número de iteraciones a aplicar. Recuerde que las iteraciones, controlan el mayor número de cajas a construir. Cada vez que dé clic en cualquier botón de radio, éste le indicará con cuántas cajas trabajará el algoritmo.
7. Dé clic en el botón *Calcular dimensión*. Inmediatamente, se desplegará la tabla de resultados correspondiente al algoritmo y el valor de la dimensión fractal.

8. Si desea visualizar la gráfica, de clic en el botón

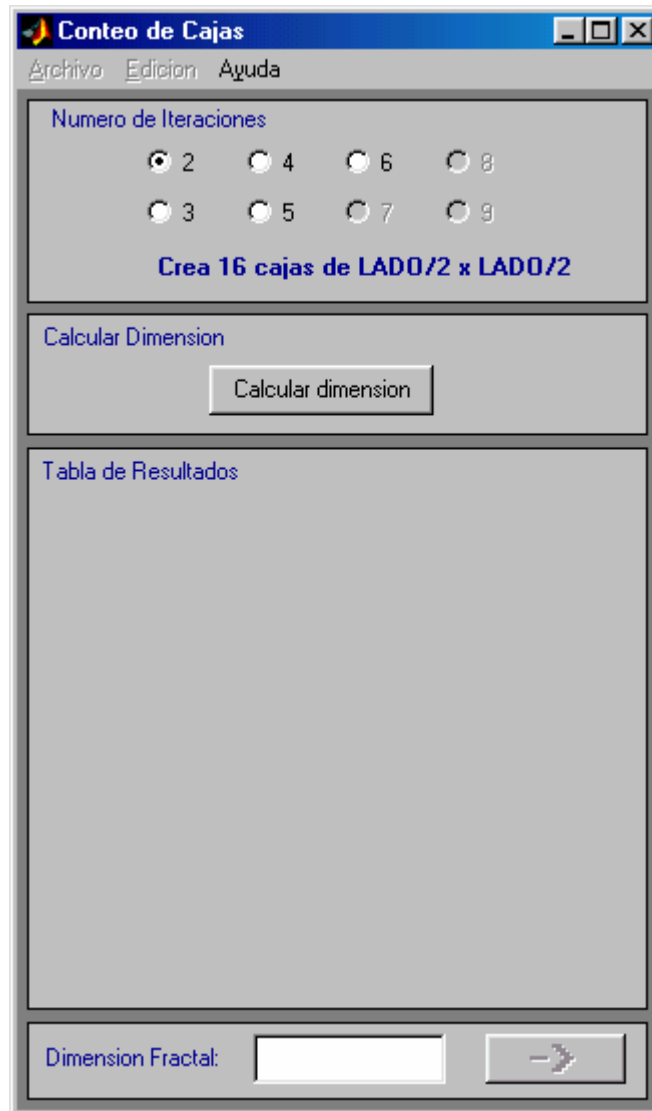



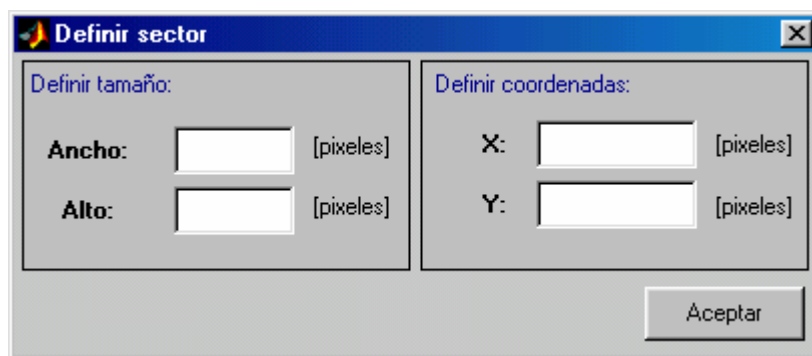
Figura 6. Interfaz para conteo de cajas

VARIOGRAMA HORIZONTAL

1. Cargue una imagen: *Archivo/Abrir* y dé clic en el botón *Aceptar*.

2. Si desea seleccionar una región de la imagen, siga los pasos numerados con letras; si no, sáltese al paso 3 y se calculará la dimensión de la imagen completa. Recuerde que para este algoritmo no es necesario que la imagen tenga un tamaño en especial.

- a. Seleccione el ícono  de la barra de herramientas Escoger Tamaño.
- b. Aparecerá una ventana como la que se muestra a continuación:



La imagen muestra una ventana de diálogo titulada "Definir sector". La ventana está dividida en dos paneles. El panel izquierdo, titulado "Definir tamaño:", contiene dos campos de entrada: "Ancho:" y "Alto:", cada uno con un cuadro de texto y el texto "[píxeles]" a su derecha. El panel derecho, titulado "Definir coordenadas:", contiene dos campos de entrada: "X:" y "Y:", cada uno con un cuadro de texto y el texto "[píxeles]" a su derecha. En la parte inferior derecha de la ventana hay un botón etiquetado "Aceptar".

Figura 7. Definir tamaño y coordenadas para variograma horizontal

- **Ancho:** Es el valor (en píxeles) del ancho que desee que tome la región.
 - **Alto:** Es el valor (en píxeles) del alto que desee que tome la región.
 - **X:** es la coordenada X desde donde se quiere trazar la región.
 - **Y:** es la coordenada Y desde donde se quiere trazar la región.
- c. Dé clic en el botón *Aceptar*. Si alguno de los valores ingresados no es permitido, el programa le generará un mensaje de error como el que se muestra a continuación.

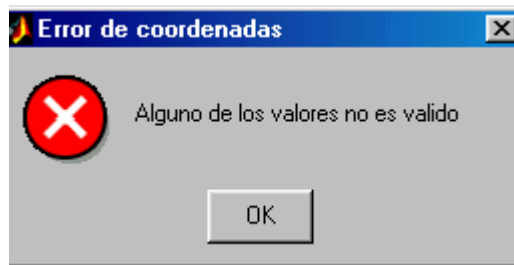


Figura 8. Mensaje de error

Este de error aparecerá si :

- Digitó un caracter no numérico: letras, signos de puntuación, etc.
- No digitó ningún valor.
- El valor del *ancho* más el valor de X, es mayor que el número de columnas.
- El valor del *alto* más el valor de Y, es mayor que el número de filas.
- El valor del alto o el ancho es menor que 10.
- El valor de la X es mayor que el número de columnas de la matriz de la imagen.
- El valor de la Y es mayor que el número de filas de la matriz de la imagen.
- El valor de la X es menor que 1.
- El valor de la Y es menor que 1.

3. Seleccione del menú estándar, a *Algoritmo / Variograma / Variograma Horizontal*. Usted. verá en pantalla una ventana como la de la Figura 9.

4. Ingrese los valores de comienzo y fin del *Paso h*. Recuerde que las unidades de estos valores son en píxeles.

5. Dé clic en el botón *Calcular dimensión*. Si alguno de los valores del paso no está permitido, se generará un mensaje de error. Dicho mensaje se genera si:

- No ingresó ningún valor
- Digitó un caracter no numérico: letras, signos de puntuación, etc.
- El paso inicial es mayor o igual al paso final.

- El paso final es menor o igual al paso inicial.
- El paso inicial o final es mayor que el número de columnas de la matriz de la imagen.
- El paso inicial o final es menor que 1.

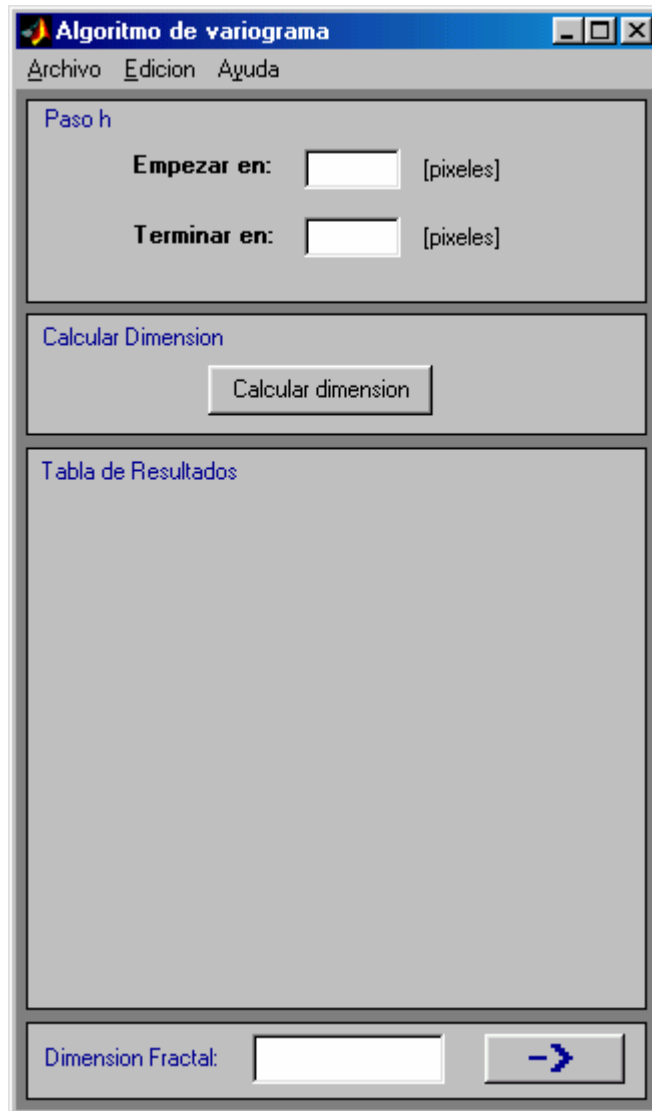




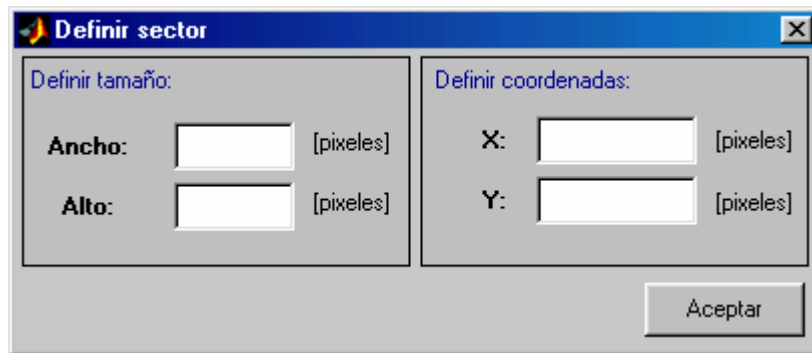
Figura 9. Interfaz para variograma Horizontal

5. Si no se generó un mensaje de error, aparecerá la Tabla de Resultados del algoritmo y la dimensión fractal.

6. Si desea visualizar la gráfica, de clic en el botón 

VARIOGRAMA VERTICAL

1. Cargue una imagen: *Archivo/Abrir* y dé clic en el botón *Aceptar*.
2. Si desea seleccionar una región de la imagen, siga los pasos numerados con letras; si no, sáltese al paso 3 y se calculará la dimensión de la imagen completa. Recuerde que para este algoritmo no es necesario que la imagen tenga un tamaño en especial.
 - a. Seleccione el ícono  de la barra de herramientas Escoger Tamaño.
 - b. Aparecerá una ventana como la que se muestra a continuación:



La imagen muestra una ventana de diálogo titulada "Definir sector". La ventana está dividida en dos paneles. El panel izquierdo, titulado "Definir tamaño:", contiene dos campos de entrada: "Ancho:" y "Alto:", cada uno con un cuadro de texto y la etiqueta "[píxeles]" a su derecha. El panel derecho, titulado "Definir coordenadas:", contiene dos campos de entrada: "X:" y "Y:", cada uno con un cuadro de texto y la etiqueta "[píxeles]" a su derecha. En la parte inferior derecha de la ventana hay un botón etiquetado "Aceptar".

Figura 10. Definir tamaño y coordenadas para variograma vertical

- ❑ **Ancho:** Es el valor (en píxeles) del ancho que desee que tome la región.
 - ❑ **Alto:** Es el valor (en píxeles) del alto que desee que tome la región.
 - ❑ **X:** es la coordenada X desde donde se quiere trazar la región.
 - ❑ **Y:** es la coordenada Y desde donde se quiere trazar la región.
- c. Dé clic en el botón *Aceptar*. Si alguno de los valores ingresados no es permitido, el programa le generará un mensaje de error como el que se muestra a continuación.

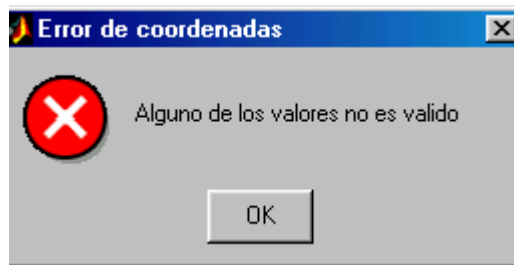


Figura 11. Mensaje de error

Este de error aparecerá si :

- Digitó un caracter no numérico: letras, signos de puntuación, etc.
- No digitó ningún valor.
- El valor del *ancho* más el valor de X, es mayor que el número de columnas.
- El valor del *alto* más el valor de Y, es mayor que el número de filas.
- El valor del alto o el ancho es menor que 10.
- El valor de la X es mayor que el número de columnas de la matriz de la imagen.
- El valor de la Y es mayor que el número de filas de la matriz de la imagen.
- El valor de la X es menor que 1.
- El valor de la Y es menor que 1.

3. Seleccione del menú estándar, a *Algoritmo / Variograma / Variograma Vertical*. Usted. verá en pantalla una ventana como la de la Figura 12.

4. Ingrese los valores de comienzo y fin del *Paso h*. Recuerde que las unidades de estos valores son en píxeles.

5. Dé clic en el botón *Calcular dimensión*. Si alguno de los valores del paso no está permitido, se generará un mensaje de error. Dicho mensaje se genera si:

- No ingresó ningún valor
- Digitó un caracter no numérico: letras, signos de puntuación, etc.
- El paso inicial es mayor o igual al paso final.

- El paso final es menor o igual al paso inicial.
- El paso inicial o final es mayor que el número de filas de la matriz de la imagen.
- El paso inicial o final es menor que 1.

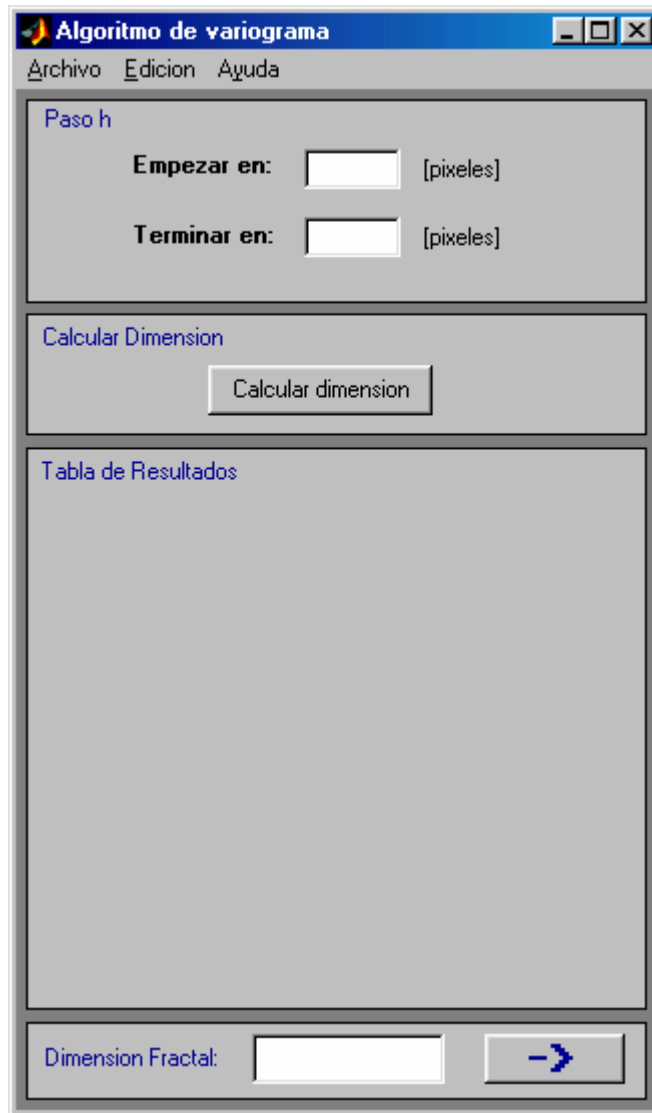



Figura 12. Interfaz para variograma Vertical

7. Si no se generó un mensaje de error, aparecerá la Tabla de Resultados del algoritmo y la dimensión fractal.

8. Si desea visualizar la gráfica, de clic en el botón 

VARIOGRAMA - HILBERT


1. Cargue una imagen: *Archivo/Abrir* y dé clic en el botón *Aceptar*.
2. Seleccione el ícono  de la barra de herramientas Escoger Tamaño.
3. Aparecerán tres botones como los que se indican a continuación



Figura 13. Posibles tamaños para aplicar Variograma Hilbert

Seleccione el primer botón, si desea crear una región de 64 x 64 píxeles sobre la imagen; el segundo, si la región con la que quiere trabajar es de 256 x 256 píxeles y el tercero, si es de 512 x 512 píxeles.

4. Luego, aparecerá la ventana donde debe ingresar las coordenadas (X,Y) desde donde quiere trazar la región. Debe tener muy claro, que la X controla las columnas de la matriz de la imagen y la Y, las filas.



Figura 14. Ventana para definir coordenadas de la región

Después de haber escrito dichas coordenadas, dé clic en el botón *Aceptar*. Si alguno de los valores ingresados no es permitido, el programa le generará un mensaje de error como el que se muestra a continuación.

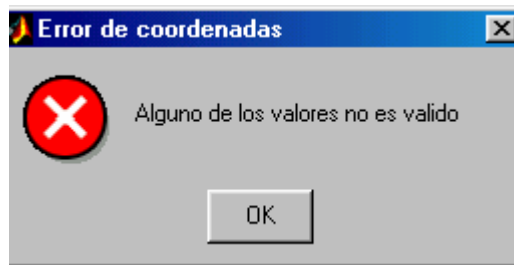


Figura 15. Mensaje de error


Este de error aparecerá si :

- Digitó un carácter no numérico: letras, signos de puntuación, etc.
- No digitó ningún valor.
- El valor de la X es mayor que el número de columnas de la matriz de la imagen.
- El valor de la Y es mayor que el número de filas de la matriz de la imagen.
- El valor de la X es menor que 1.
- El valor de la Y es menor que 1.

Si no hubo ningún error, la región seleccionada aparece enmarcada por un recuadro azul sobre la imagen

5. Seleccione del menú estándar, a *Algoritmo / Variograma/ Variograma Hilbert*. Usted verá en pantalla una ventana como la de la Figura 16.
6. Ingrese el número de iteraciones para generar la curva. Si desea ver la curva generada, de clic en el botón *Ver curva*. Recuerde, que entre mayor sea el número de iteraciones, la curva llenará más la imagen.
7. Ingrese el valor de comienzo y fin del paso h.
8. Dé clic en el botón *Calcular dimensión*. Si alguno de los valores ingresados en las tres cajas de texto anteriores, está errado, aparecerá un mensaje de error (ver en variograma vertical u horizontal los casos por los que se puede generar error). Si

no se genera dicho mensaje, aparecerá la Tabla de Resultados y el valor de la dimensión fractal.

9. Si desea visualizar la gráfica, de clic en el botón 

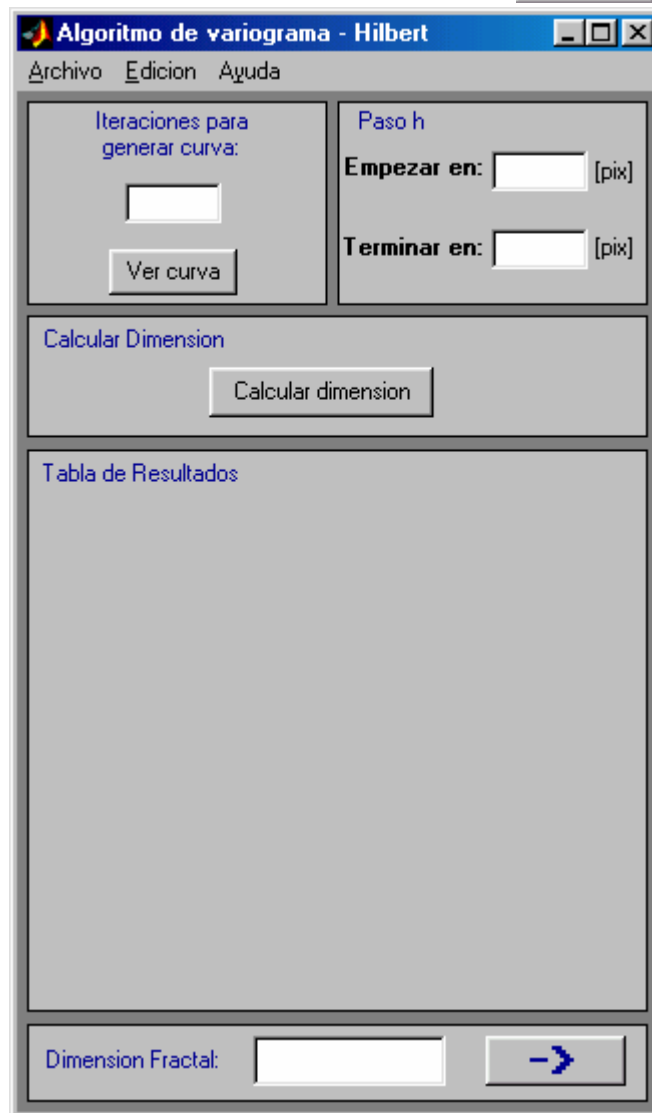


Figura 16. Interfaz Variograma – Hilbert

VARIOGRAMA – PEANO

Siga los mismos pasos que en el algoritmo de Variograma – Hilbert, pero en el paso 5 seleccione *Algoritmo / Variograma / Variograma – Peano*.

VARIOGRAMA – PROMEDIO HORIZONTAL

Siga los mismos pasos que en el Variograma Horizontal, pero en el paso 3 seleccione *Algoritmo/ Variograma Promedio Horizontal*.

VARIOGRAMA – PROMEDIO VERTICAL

Siga los mismos pasos que en el Variograma Horizontal, pero en el paso 3 seleccione *Algoritmo/ Variograma Promedio Vertical*.

CALCULAR LA DIMENSIÓN DE UN GRUPO DE IMÁGENES

Para calcular la dimensión fractal a un grupo de imágenes contenidas en un directorio. Se debe seguir los siguientes pasos.

1. Vaya a *Archivo / cargar directorio* y seleccione el directorio a trabajar. Luego de clic en aceptar.
2. Aparecerá una ventana como la que se muestra en la Figura 17.
3. Seleccione el algoritmo con el que quiere trabajar y el asistente lo guiará por los pasos que debe seguir.

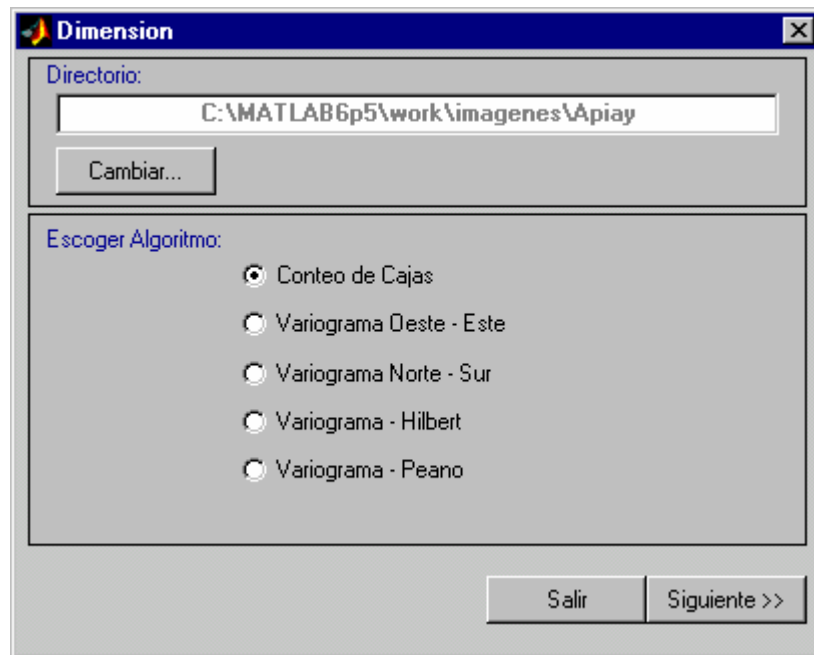


Figura 17. Interfaz cargar directorio

ANEXO B
FORMATOS PARA EL CONTROL DE LAS PRUEBAS

En este formato, la primera columna corresponde al número de iteraciones que se tuvieron en cuenta para la elaboración de las pruebas con Conteo de Cajas. En las casillas en blanco, se puso la marca \surd , para indicar que la prueba se había hecho.

Conteo de Cajas, Tamaño de la imagen: 512 x 512 [píxeles]			
Iteraciones	Pozo		
	Apiay	Jazmín	Santa Clara
5			
6			
7			
8			
9			

Figura 47. Pruebas Conteo de cajas

Este formato fue el utilizado para llevar el control de las pruebas para Variograma Oeste – Este y Norte – Sur. Las dos primeras columnas corresponden al paso inicial y final de barrido de la imagen. En las casillas en blanco, se puso la marca \surd , para indicar que la prueba se había hecho.

Variograma Oeste - Este				
Paso h		Pozo		
Inicio	Final	Apiay	Jazmín	Santa Clara
4	7			
4	8			
4	9			
4	10			
4	11			
4	12			
5	8			
5	9			
5	10			
5	11			
5	12			
5	13			
6	9			
6	10			
6	11			
6	12			
6	13			
6	14			

7	10			
7	11			
7	12			
7	13			
7	14			
7	15			

Figura 48. Pruebas Variograma Oeste – Este y Norte – Sur

Variograma Hilbert				
Tamaño imagen = 512 x 512				
Iteraciones para generar curva = □*				
Paso h		Pozo		
Inicio	Final	Apiay	Jazmín	Santa Clara
1	4			
1	5			
1	6			
1	7			
1	8			
1	9			
1	10			
2	5			
2	6			
2	7			
2	8			
2	9			
2	10			
2	11			
3	6			
3	7			
3	8			
3	9			
3	10			
3	11			
3	12			
4	7			
4	8			
4	9			
4	10			
4	11			
4	12			
4	13			
5	8			
5	9			
5	10			
5	11			
5	12			
5	13			

5	14			
6	9			
6	10			
6	11			
6	12			
6	13			
6	14			
6	15			
7	10			
7	11			
7	12			
7	13			
7	14			
7	15			
7	16			

Figura 49. Pruebas Variograma – Hilbert

* Las pruebas se hicieron para 2,3,4,5 y 6 iteraciones

Variograma Peano Tamaño imagen = 432 x 432 Iteraciones para generar curva = □*				
Paso h		Pozo		
Inicio	Final	Apiay	Jazmín	Santa Clara
1	4			
1	5			
1	6			
1	7			
1	8			
1	9			
1	10			
2	5			
2	6			
2	7			
2	8			
2	9			
2	10			
2	11			
3	6			
3	7			
3	8			
3	9			
3	10			
3	11			
3	12			
4	7			
4	8			
4	9			
4	10			

4	11			
4	12			
4	13			
5	8			
5	9			
5	10			
5	11			
5	12			
5	13			
5	14			
6	9			
6	10			
6	11			
6	12			
6	13			
6	14			
6	15			
7	10			
7	11			
7	12			
7	13			
7	14			
7	15			
7	16			

Figura 50. Pruebas Variograma - Peano

* Las pruebas se hicieron para 1 y 2 iteraciones

ANEXO C

RESULTADOS VARIOGRAMA HORIZONTAL

Los siguientes anexos, muestran los resultados obtenidos con cada uno de los algoritmos. Debe notarse que cada una de las tablas tiene un encabezado sombreado en color gris, que dice el nombre del campo y unos números entre paréntesis. Por ejemplo, si dice Apiay (4-7), significa que fue la prueba hecha para el campo Apiay, con paso inicial 4 y final 7. La dimensión obtenida (Dim Prom), es la que se promedió para cada una de las profundidades, tal como se explicó en el numeral 6.1 sobre la organización de los resultados. La Desviación, es el valor de la desviación estándar para las dimensiones obtenidas por cada profundidad.

Apiay (4- 7)		
Profundidad	Dim Prom	Desviación
661	1.72	0.03
667	1.74	0.02
703	1.71	0.02
604	1.75	0.02
Apiay (4- 8)		
Profundidad	Dim Prom	Desviación
661	1.72	0.03
667	1.74	0.02
703	1.70	0.02
604	1.75	0.02
Apiay (4-9)		
Profundidad	Dim Prom	Desviación
661	1.72	0.03
667	1.73	0.03
703	1.70	0.02
604	1.75	0.02
Apiay (4-10)		
Profundidad	Dim Prom	Desviación
661	1.72	0.03
667	1.73	0.03
703	1.70	0.02
604	1.75	0.02
Apiay (4-11)		
Profundidad	Dim Prom	Desviación
661	1.72	0.03
667	1.73	0.03
703	1.70	0.02

604	1.75	0.02
Apiay (4-12)		
Profundidad	Dim Prom	Desviación
661	1.72	0.03
667	1.73	0.03
703	1.71	0.02
604	1.75	0.02
Apiay (5-8)		
Profundidad	Dim Prom	Desviación
661	1.72	0.03
667	1.73	0.03
703	1.70	0.02
604	1.75	0.02
Apiay (5-9)		
Profundidad	Dim Prom	Desviación
661	1.72	0.03
667	1.73	0.03
703	1.70	0.02
604	1.75	0.02
Apiay (5-10)		
Profundidad	Dim Prom	Desviación
661	1.72	0.03
667	1.73	0.03
703	1.70	0.02
604	1.75	0.02
Apiay (5-11)		
Profundidad	Dim Prom	Desviación
661	1.72	0.03
667	1.73	0.03

703	1.70	0.02
604	1.75	0.02
Apiay (5-12)		
Profundidad	Dim Prom	Desviación
661	1.72	0.03
667	1.73	0.03
703	1.71	0.02
604	1.75	0.02
Apiay (5-13)		
Profundidad	Dim Prom	Desviación
661	1.72	0.03
667	1.73	0.03
703	1.71	0.02
604	1.75	0.02
Apiay (6-9)		
Profundidad	Dim Prom	Desviación
661	1.72	0.03
667	1.73	0.03
703	1.70	0.02
604	1.75	0.02
Apiay (6-10)		
Profundidad	Dim Prom	Desviación
661	1.72	0.03
667	1.73	0.03
703	1.70	0.02
604	1.75	0.02
Apiay (6-11)		
Profundidad	Dim Prom	Desviación
661	1.72	0.03
667	1.73	0.03
703	1.70	0.02
604	1.75	0.02
Apiay (6-12)		
Profundidad	Dim Prom	Desviación
661	1.72	0.03
667	1.73	0.03
703	1.71	0.03
604	1.75	0.02
Apiay (6-13)		
Profundidad	Dim Prom	Desviación
661	1.73	0.03
667	1.73	0.04
703	1.71	0.03
604	1.75	0.02

Apiay (6-14)		
Profundidad	Dim Prom	Desviación
661	1.73	0.03
667	1.73	0.04
703	1.71	0.03
604	1.76	0.02
Apiay (7-10)		
Profundidad	Dim Prom	Desviación
661	1.72	0.03
667	1.73	0.03
703	1.70	0.03
604	1.75	0.02
Apiay (7-11)		
Profundidad	Dim Prom	Desviación
661	1.73	0.03
667	1.73	0.04
703	1.71	0.03
604	1.75	0.02
Apiay (7-12)		
Profundidad	Dim Prom	Desviación
661	1.73	0.03
667	1.73	0.04
703	1.71	0.03
604	1.76	0.02
Apiay (7-13)		
Profundidad	Dim Prom	Desviación
661	1.73	0.03
667	1.73	0.04
703	1.71	0.03
604	1.76	0.02
Apiay (7-14)		
Profundidad	Dim Prom	Desviación
661	1.73	0.03
667	1.74	0.04
703	1.71	0.03
604	1.76	0.02
Apiay (7-15)		
Profundidad	Dim Prom	Desviación
661	1.73	0.03
667	1.74	0.04
703	1.71	0.03
604	1.76	0.03
Jazmín (4-7)		
Profundidad	Dim Prom	Desviación

309	1.712	0.008
324	1.70	0.04
333	1.65	0.03
339	1.58	0.03
353	1.67	0.02
357	1.77	0.01

Jazmín (4-8)

Profundidad	Dim Prom	Desviación
309	1.724	0.008
324	1.71	0.04
333	1.67	0.03
339	1.60	0.03
353	1.68	0.02
357	1.78	0.01

Jazmín (4-9)

Profundidad	Dim Prom	Desviación
309	1.734	0.009
324	1.71	0.04
333	1.69	0.03
339	1.61	0.03
353	1.70	0.02
357	1.79	0.01

Jazmín (4-10)

Profundidad	Dim Prom	Desviación
309	1.743	0.009
324	1.72	0.04
333	1.70	0.03
339	1.62	0.03
353	1.71	0.02
357	1.797	0.009

Jazmín (4-11)

Profundidad	Dim Prom	Desviación
309	1.75	0.01
324	1.73	0.04
333	1.71	0.03
339	1.62	0.03
353	1.72	0.01
357	1.806	0.009

Jazmín (4-12)

Profundidad	Dim Prom	Desviación
309	1.76	0.01
324	1.74	0.04
333	1.72	0.02
339	1.63	0.03

353	1.73	0.01
357	1.814	0.008

Jazmín (5-8)

Profundidad	Dim Prom	Desviación
309	1.74	0.01
324	1.72	0.04
333	1.70	0.03
339	1.61	0.03
353	1.71	0.02
357	1.80	0.01

Jazmín (5-9)

Profundidad	Dim Prom	Desviación
309	1.75	0.01
324	1.73	0.04
333	1.72	0.03
339	1.62	0.03
353	1.72	0.02
357	1.81	0.01

Jazmín (5-10)

Profundidad	Dim Prom	Desviación
309	1.76	0.01
324	1.74	0.04
333	1.73	0.03
339	1.63	0.03
353	1.73	0.02
357	1.814	0.009

Jazmín (5-11)

Profundidad	Dim Prom	Desviación
309	1.77	0.01
324	1.74	0.04
333	1.74	0.02
339	1.64	0.03
353	1.74	0.01
357	1.823	0.008

Jazmín (5-12)

Profundidad	Dim Prom	Desviación
309	1.78	0.01
324	1.75	0.03
333	1.75	0.02
339	1.65	0.03
353	1.75	0.01
357	1.831	0.008

Jazmín (5-13)

Profundidad	Dim Prom	Desviación
-------------	----------	------------

309	1.78	0.01
324	1.76	0.03
333	1.76	0.02
339	1.66	0.03
353	1.76	0.01
357	1.838	0.008
Jazmín (6-9)		
Profundidad	Dim Prom	Desviación
309	1.77	0.01
324	1.74	0.03
333	1.74	0.03
339	1.64	0.03
353	1.74	0.02
357	1.82	0.01
Jazmín (6-10)		
Profundidad	Dim Prom	Desviación
309	1.77	0.01
324	1.75	0.03
333	1.75	0.03
339	1.65	0.03
353	1.75	0.02
357	1.828	0.009
Jazmín (6-11)		
Profundidad	Dim Prom	Desviación
309	1.78	0.01
324	1.75	0.03
333	1.76	0.02
339	1.66	0.03
353	1.76	0.01
357	1.837	0.008
Jazmín (6-12)		
Profundidad	Dim Prom	Desviación
309	1.79	0.01
324	1.76	0.03
333	1.77	0.02
339	1.66	0.03
353	1.77	0.01
357	1.845	0.008
Jazmín (6-13)		
Profundidad	Dim Prom	Desviación
309	1.79	0.01
324	1.77	0.03
333	1.78	0.02
339	1.67	0.03
353	1.78	0.01

357	1.852	0.008
Jazmín (6-14)		
Profundidad	Dim Prom	Desviación
309	1.80	0.01
324	1.77	0.03
333	1.79	0.02
339	1.68	0.03
353	1.79	0.01
357	1.859	0.009
Jazmín (7-10)		
Profundidad	Dim Prom	Desviación
309	1.79	0.01
324	1.76	0.04
333	1.77	0.02
339	1.66	0.03
353	1.77	0.01
357	1.841	0.008
Jazmín (7-11)		
Profundidad	Dim Prom	Desviación
309	1.79	0.01
324	1.77	0.04
333	1.78	0.02
339	1.67	0.03
353	1.78	0.01
357	1.850	0.008
Jazmín (7-12)		
Profundidad	Dim Prom	Desviación
309	1.80	0.01
324	1.77	0.03
333	1.79	0.02
339	1.68	0.03
353	1.79	0.01
357	1.858	0.008
Jazmín (7-13)		
Profundidad	Dim Prom	Desviación
309	1.81	0.01
324	1.78	0.03
333	1.80	0.02
339	1.68	0.03
353	1.80	0.01
357	1.865	0.009
Jazmín (7-14)		
Profundidad	Dim Prom	Desviación
309	1.81	0.02
324	1.78	0.03

333	1.80	0.02
339	1.69	0.03
353	1.81	0.01
357	1.87	0.01
Jazmín (7-15)		
Profundidad	Dim Prom	Desviación
309	1.82	0.02

324	1.79	0.03
333	1.81	0.02
339	1.69	0.03
353	1.82	0.01
357	1.88	0.01

Santa Clara (4-7)		
Profundidad	Dim Prom	Desviación
2352.33	1.62	0.05
2354.17	1.63	0.03
2358.42	1.66	0.04
2377.92	1.61	0.04
2384.33	1.74	0.03
2388.13	1.79	0.03
2397.08	1.72	0.05
2616.42	1.72	0.04
2617.33	1.68	0.05
Santa Clara (4-8)		
Profundidad	Dim Prom	Desviación
2352.33	1.62	0.05
2354.17	1.63	0.03
2358.42	1.66	0.04
2377.92	1.61	0.04
2384.33	1.74	0.03
2388.13	1.79	0.03
2397.08	1.72	0.05
2616.42	1.73	0.05
2617.33	1.68	0.05
Santa Clara (4-9)		
Profundidad	Dim Prom	Desviación
2352.33	1.63	0.05
2354.17	1.63	0.03
2358.42	1.67	0.04

2377.92	1.61	0.04
2384.33	1.75	0.03
2388.13	1.79	0.03
2397.08	1.72	0.05
2616.42	1.73	0.05
2617.33	1.69	0.05
Santa Clara (4-10)		
Profundidad	Dim Prom	Desviación
2352.33	1.62	0.05
2354.17	1.63	0.03
2358.42	1.67	0.04
2377.92	1.62	0.04
2384.33	1.75	0.03
2388.13	1.79	0.03
2397.08	1.72	0.05
2616.42	1.73	0.05
2617.33	1.69	0.05
Santa Clara (4-11)		
Profundidad	Dim Prom	Desviación
2352.33	1.63	0.05
2354.17	1.63	0.03
2358.42	1.67	0.04
2377.92	1.62	0.04
2384.33	1.76	0.03
2388.13	1.80	0.03
2397.08	1.73	0.05
2616.42	1.73	0.05
2617.33	1.70	0.05
Santa Clara (4-12)		
Profundidad	Dim Prom	Desviación
2352.33	1.63	0.05
2354.17	1.63	0.03
2358.42	1.68	0.04
2377.92	1.62	0.04
2384.33	1.76	0.03
2388.13	1.80	0.03
2397.08	1.73	0.05
2616.42	1.73	0.05

2617.33	1.70	0.05
Santa Clara (5-8)		
Profundidad	Dim Prom	Desviación
2352.33	1.63	0.05
2354.17	1.63	0.03
2354.92	1.65	0.05
2358.42	1.67	0.04
2377.92	1.61	0.04
2384.33	1.75	0.03
2388.13	1.79	0.03
2397.08	1.72	0.05
2616.42	1.73	0.05
2617.33	1.69	0.05
Santa Clara (5-9)		
Profundidad	Dim Prom	Desviación
2352.33	1.63	0.05
2354.17	1.63	0.03
2358.42	1.67	0.04
2377.92	1.62	0.04
2384.33	1.75	0.03
2388.13	1.79	0.03
2397.08	1.72	0.05
2616.42	1.74	0.05
2617.33	1.70	0.05
Santa Clara (5-10)		
Profundidad	Dim Prom	Desviación
2352.33	1.63	0.05
2354.17	1.63	0.04
2358.42	1.68	0.04
2377.92	1.62	0.04
2384.33	1.76	0.03
2388.13	1.80	0.03
2397.08	1.73	0.05
2616.42	1.74	0.05
2617.33	1.70	0.05
Santa Clara (5-11)		
Profundidad	Dim Prom	Desviación
2352.33	1.63	0.05
2354.17	1.63	0.03
2358.42	1.68	0.04
2377.92	1.62	0.04
2384.33	1.76	0.03
2388.13	1.80	0.03
2397.08	1.73	0.05
2616.42	1.74	0.05

2617.33	1.71	0.06
Santa Clara (5-12)		
Profundidad	Dim Prom	Desviación
2352.33	1.64	0.05
2354.17	1.64	0.03
2358.42	1.68	0.04
2377.92	1.63	0.04
2384.33	1.77	0.03
2388.13	1.80	0.03
2397.08	1.73	0.05
2616.42	1.74	0.05
2617.33	1.71	0.06
Santa Clara (5-13)		
Profundidad	Dim Prom	Desviación
2352.33	1.64	0.05
2354.17	1.64	0.03
2358.42	1.69	0.03
2377.92	1.63	0.04
2384.33	1.77	0.03
2388.13	1.81	0.03
2397.08	1.74	0.05
2616.42	1.74	0.05
2617.33	1.72	0.06
Santa Clara (6-9)		
Profundidad	Dim Prom	Desviación
2352.33	1.63	0.05
2354.17	1.63	0.04
2358.42	1.68	0.04
2377.92	1.62	0.04
2384.33	1.76	0.03
2388.13	1.80	0.02
2397.08	1.73	0.05
2616.42	1.74	0.05
2617.33	1.71	0.05
Santa Clara (6-10)		
Profundidad	Dim Prom	Desviación
2352.33	1.64	0.05
2354.17	1.63	0.04
2358.42	1.68	0.04
2377.92	1.63	0.04
2384.33	1.77	0.03
2388.13	1.80	0.02
2397.08	1.73	0.05
2616.42	1.74	0.05
2617.33	1.71	0.06

Santa Clara (6-11)		
Profundidad	Dim Prom	Desviación
2352.33	1.64	0.05
2354.17	1.64	0.04
2358.42	1.69	0.04
2377.92	1.63	0.04
2384.33	1.77	0.03
2388.13	1.81	0.03
2397.08	1.73	0.05
2616.42	1.74	0.05
2617.33	1.72	0.06
Santa Clara (6-12)		
Profundidad	Dim Prom	Desviación
2352.33	1.64	0.05
2354.17	1.64	0.03
2358.42	1.69	0.03
2377.92	1.63	0.04
2384.33	1.78	0.03
2388.13	1.81	0.03
2397.08	1.74	0.05
2616.42	1.74	0.05
2617.33	1.72	0.06
Santa Clara (6-13)		
Profundidad	Dim Prom	Desviación
2352.33	1.64	0.05
2354.17	1.64	0.03
2358.42	1.70	0.03
2377.92	1.64	0.04
2384.33	1.78	0.03
2388.13	1.81	0.03
2397.08	1.74	0.05
2616.42	1.74	0.05
2617.33	1.72	0.06
Santa Clara (6-14)		
Profundidad	Dim Prom	Desviación
2352.33	1.65	0.05
2354.17	1.64	0.03
2358.42	1.70	0.03
2377.92	1.64	0.04
2384.33	1.79	0.03
2388.13	1.82	0.03
2397.08	1.74	0.05
2616.42	1.74	0.05
2617.33	1.73	0.06
Santa Clara (7-10)		

Profundidad	Dim Prom	Desviación
2352.33	1.64	0.05
2354.17	1.64	0.04
2358.42	1.69	0.04
2377.92	1.63	0.04
2384.33	1.77	0.03
2388.13	1.81	0.03
2397.08	1.74	0.05
2616.42	1.74	0.05
2617.33	1.72	0.06
Santa Clara (7-11)		
Profundidad	Dim Prom	Desviación
2352.33	1.64	0.05
2354.17	1.64	0.04
2358.42	1.69	0.03
2377.92	1.63	0.04
2384.33	1.78	0.03
2388.13	1.81	0.03
2397.08	1.74	0.05
2616.42	1.74	0.05
2617.33	1.72	0.06
Santa Clara (7-12)		
Profundidad	Dim Prom	Desviación
2352.33	1.65	0.05
2354.17	1.64	0.04
2358.42	1.70	0.03
2377.92	1.64	0.04
2384.33	1.79	0.03
2388.13	1.82	0.03
2397.08	1.74	0.05
2616.42	1.74	0.05
2617.33	1.73	0.06
Santa Clara (7-13)		
Profundidad	Dim Prom	Desviación
2352.33	1.65	0.05
2354.17	1.65	0.03
2358.42	1.70	0.03
2377.92	1.64	0.04
2384.33	1.79	0.03
2388.13	1.82	0.03
2397.08	1.75	0.05
2616.42	1.74	0.05
2617.33	1.73	0.06
Santa Clara (7-14)		
Profundidad	Dim Prom	Desviación

2352.33	1.65	0.05
2354.17	1.65	0.03
2358.42	1.71	0.03
2377.92	1.65	0.04
2384.33	1.80	0.03
2388.13	1.82	0.03
2397.08	1.75	0.05
2616.42	1.74	0.05
2617.33	1.74	0.06
Santa Clara (7-15)		
Profundidad	Dim Prom	Desviación
2352.33	1.65	0.05

2354.17	1.65	0.03
2358.42	1.71	0.03
2377.92	1.65	0.04
2384.33	1.80	0.03
2388.13	1.83	0.03
2397.08	1.75	0.05
2616.42	1.74	0.05
2617.33	1.74	0.06

ANEXO D
RESULTADOS VARIOGRAMA VERTICAL

Apiay (4-7)		
Profundidad	Dim Prom	Desviación
661	1.74	0.03
667	1.76	0.03
703	1.72	0.02
604	1.76	0.02
Apiay (4-8)		
Profundidad	Dim Prom	Desviación
661	1.74	0.03
667	1.76	0.03
703	1.71	0.02
604	1.76	0.02
Apiay (4-9)		
Profundidad	Dim Prom	Desviación
661	1.74	0.03
667	1.76	0.03
703	1.71	0.02
604	1.76	0.02
Apiay (4-10)		
Profundidad	Dim Prom	Desviación
661	1.74	0.03
667	1.76	0.03
703	1.71	0.02
604	1.76	0.02
Apiay (4-11)		
Profundidad	Dim Prom	Desviación
661	1.74	0.03
667	1.76	0.03
703	1.71	0.02
604	1.76	0.02
Apiay (4-12)		
Profundidad	Dim Prom	Desviación
661	1.74	0.03
667	1.75	0.03
703	1.71	0.02
604	1.76	0.02
Apiay (5-8)		
Profundidad	Dim Prom	Desviación
661	1.74	0.03
667	1.76	0.03
703	1.71	0.02

604	1.76	0.02
Apiay (5-9)		
Profundidad	Dim Prom	Desviación
661	1.74	0.03
667	1.75	0.03
703	1.71	0.02
604	1.76	0.02
Apiay (5-10)		
Profundidad	Dim Prom	Desviación
661	1.74	0.03
667	1.75	0.03
703	1.71	0.02
604	1.76	0.02
Apiay (5-11)		
Profundidad	Dim Prom	Desviación
661	1.74	0.04
667	1.75	0.03
703	1.71	0.02
604	1.76	0.02
Apiay (5-12)		
Profundidad	Dim Prom	Desviación
661	1.74	0.04
667	1.75	0.03
703	1.71	0.02
604	1.76	0.02
Apiay (5-13)		
Profundidad	Dim Prom	Desviación
661	1.74	0.04
667	1.75	0.03
703	1.71	0.02
604	1.76	0.02
Apiay (6-9)		
Profundidad	Dim Prom	Desviación
661	1.74	0.04
667	1.75	0.03
703	1.71	0.02
604	1.76	0.02
Apiay (6-10)		
Profundidad	Dim Prom	Desviación
661	1.74	0.04
667	1.75	0.03
703	1.71	0.02

604	1.76	0.02
Apiay (6-11)		
Profundidad	Dim Prom	Desviación
661	1.74	0.04
667	1.75	0.03
703	1.71	0.02
604	1.76	0.02
Apiay (6-12)		
Profundidad	Dim Prom	Desviación
661	1.74	0.04
667	1.75	0.04
703	1.71	0.02
604	1.76	0.02
Apiay (6-13)		
Profundidad	Dim Prom	Desviación
661	1.74	0.04
667	1.75	0.04
703	1.71	0.02
604	1.76	0.02
Apiay (6-14)		
Profundidad	Dim Prom	Desviación
661	1.74	0.04
667	1.75	0.04
703	1.71	0.02
604	1.76	0.02
Apiay (7-10)		
Profundidad	Dim Prom	Desviación
661	1.74	0.04
667	1.75	0.03
703	1.71	0.02
604	1.76	0.02
Apiay (7-11)		
Profundidad	Dim Prom	Desviación
661	1.74	0.04
667	1.75	0.04
703	1.71	0.02
604	1.76	0.02
Apiay (7-12)		
Profundidad	Dim Prom	Desviación
661	1.74	0.04
667	1.75	0.04
703	1.71	0.02
604	1.76	0.02
Apiay (7-13)		
Profundidad	Dim Prom	Desviación

661	1.74	0.04
667	1.75	0.04
703	1.71	0.03
604	1.76	0.03
Apiay (7-14)		
Profundidad	Dim Prom	Desviación
661	1.74	0.04
667	1.75	0.04
703	1.71	0.03
604	1.76	0.03
Apiay (7-15)		
Profundidad	Dim Prom	Desviación
661	1.74	0.04
667	1.75	0.04
703	1.71	0.03
604	1.76	0.03
Jazmín (4-7)		
Profundidad	Dim Prom	Desviación
309	1.74	0.01
324	1.73	0.04
333	1.71	0.02
339	1.65	0.04
353	1.691	0.004
357	1.78	0.01
Jazmín (4-8)		
Profundidad	Dim Prom	Desviación
309	1.74	0.01
324	1.74	0.04
333	1.72	0.02
339	1.66	0.03
353	1.706	0.005
357	1.792	0.009
Jazmín (4-9)		
Profundidad	Dim Prom	Desviación
309	1.75	0.01
324	1.74	0.04
333	1.73	0.02
339	1.66	0.03
353	1.718	0.005
357	1.800	0.007
Jazmín (4-10)		
Profundidad	Dim Prom	Desviación
309	1.76	0.01
324	1.74	0.04
333	1.74	0.02

339	1.67	0.03
353	1.729	0.005
357	1.808	0.006
Jazmín (4-11)		
Profundidad	Dim Prom	Desviación
309	1.76	0.01
324	1.75	0.04
333	1.75	0.02
339	1.68	0.03
353	1.739	0.005
357	1.815	0.005
Jazmín (4-12)		
Profundidad	Dim Prom	Desviación
309	1.771	0.010
324	1.76	0.04
333	1.75	0.02
339	1.68	0.03
353	1.748	0.005
357	1.822	0.005
Jazmín (5-8)		
Profundidad	Dim Prom	Desviación
309	1.76	0.01
324	1.75	0.04
333	1.74	0.02
339	1.67	0.03
353	1.729	0.005
357	1.806	0.008
Jazmín (5-9)		
Profundidad	Dim Prom	Desviación
309	1.77	0.01
324	1.75	0.04
333	1.75	0.02
339	1.68	0.03
353	1.741	0.005
357	1.814	0.007
Jazmín (5-10)		
Profundidad	Dim Prom	Desviación
309	1.77	0.01
324	1.76	0.04
333	1.75	0.02
339	1.68	0.03
353	1.751	0.005
357	1.822	0.006
Jazmín (5-11)		
Profundidad	Dim Prom	Desviación

309	1.78	0.01
324	1.76	0.04
333	1.76	0.02
339	1.69	0.03
353	1.760	0.006
357	1.830	0.005

Jazmín (5-12)		
Profundidad	Dim Prom	Desviación
309	1.783	0.009
324	1.77	0.04
333	1.77	0.02
339	1.69	0.03
353	1.769	0.006
357	1.837	0.005

Jazmín (5-13)		
Profundidad	Dim Prom	Desviación
309	1.789	0.008
324	1.77	0.04
333	1.78	0.02
339	1.70	0.03
353	1.778	0.007
357	1.844	0.005

Jazmín (6-9)		
Profundidad	Dim Prom	Desviación
309	1.78	0.01
324	1.76	0.04
333	1.76	0.02
339	1.69	0.03
353	1.758	0.006
357	1.826	0.007

Jazmín (6-10)		
Profundidad	Dim Prom	Desviación
309	1.78	0.01
324	1.76	0.04
333	1.77	0.02
339	1.69	0.03
353	1.768	0.006
357	1.834	0.006

Jazmín (6-11)		
Profundidad	Dim Prom	Desviación
309	1.788	0.009
324	1.77	0.04
333	1.78	0.02
339	1.70	0.03

353	1.777	0.007
357	1.842	0.006
Jazmín (6-12)		
Profundidad	Dim Prom	Desviación
309	1.794	0.008
324	1.77	0.04
333	1.78	0.02
339	1.70	0.03
353	1.786	0.007
357	1.850	0.007
Jazmín (6-13)		
Profundidad	Dim Prom	Desviación
309	1.799	0.007
324	1.78	0.04
333	1.79	0.02
339	1.71	0.03
353	1.794	0.008
357	1.857	0.007
Jazmín (6-14)		
Profundidad	Dim Prom	Desviación
309	1.804	0.006
324	1.78	0.04
333	1.79	0.02
339	1.71	0.03
353	1.802	0.009
357	1.863	0.007
Jazmín (7-10)		
Profundidad	Dim Prom	Desviación
309	1.791	0.008
324	1.77	0.04
333	1.78	0.02
339	1.70	0.03
353	1.782	0.007
357	1.845	0.008
Jazmín (7-11)		
Profundidad	Dim Prom	Desviación
309	1.796	0.007
324	1.78	0.04
333	1.79	0.02
339	1.71	0.03
353	1.791	0.008
357	1.853	0.008
Jazmín (7-12)		
Profundidad	Dim Prom	Desviación
309	1.802	0.006

324	1.78	0.04
333	1.79	0.02
339	1.71	0.03
353	1.800	0.009
357	1.861	0.008
Jazmín (7-13)		
Profundidad	Dim Prom	Desviación
309	1.808	0.006
324	1.79	0.04
333	1.80	0.02
339	1.72	0.03
353	1.81	0.01
357	1.868	0.008
Jazmín (7-14)		
Profundidad	Dim Prom	Desviación
309	1.813	0.005
324	1.79	0.04
333	1.81	0.02
339	1.72	0.03
353	1.82	0.01
357	1.875	0.008
Jazmín (7-15)		
Profundidad	Dim Prom	Desviación
309	1.818	0.005
324	1.79	0.04
333	1.81	0.02
339	1.72	0.03
353	1.82	0.01
357	1.881	0.008
Santa Clara (4-7)		
Profundidad	Dim Prom	Desviación
2352.33	1.65	0.06
2354.17	1.65	0.03
2358.42	1.68	0.04
2377.92	1.62	0.04
2384.33	1.75	0.03
2388.13	1.80	0.03
2397.08	1.74	0.05
2616.42	1.73	0.05
2617.33	1.69	0.05
Santa Clara (4-8)		
Profundidad	Dim Prom	Desviación
2352.33	1.65	0.06
2354.17	1.65	0.03

2358.42	1.69	0.04
2377.92	1.62	0.04
2384.33	1.76	0.03
2388.13	1.80	0.03
2397.08	1.74	0.05
2616.42	1.73	0.05
2617.33	1.69	0.05
Santa Clara (4-9)		
Profundidad	Dim Prom	Desviación
2352.33	1.65	0.06
2354.17	1.66	0.03
2358.42	1.69	0.04
2377.92	1.63	0.04
2384.33	1.76	0.03
2388.13	1.80	0.03
2397.08	1.74	0.05
2616.42	1.73	0.05
2617.33	1.70	0.05
Santa Clara (4-10)		
Profundidad	Dim Prom	Desviación
2352.33	1.65	0.06
2354.17	1.66	0.03
2358.42	1.69	0.04
2377.92	1.63	0.04
2384.33	1.77	0.03
2388.13	1.81	0.03
2397.08	1.74	0.05
2616.42	1.73	0.05
2617.33	1.70	0.05
Santa Clara (4-11)		
Profundidad	Dim Prom	Desviación
2352.33	1.66	0.06
2354.17	1.66	0.03
2358.42	1.69	0.04
2377.92	1.63	0.04
2384.33	1.77	0.03
2388.13	1.81	0.03
2397.08	1.74	0.05
2616.42	1.73	0.05
2617.33	1.71	0.05
Santa Clara (4-12)		
Profundidad	Dim Prom	Desviación
2352.33	1.66	0.06
2354.17	1.66	0.03
2358.42	1.70	0.04

2377.92	1.63	0.04
2384.33	1.77	0.03
2388.13	1.81	0.03
2397.08	1.75	0.05
2616.42	1.74	0.05
2617.33	1.71	0.05
Santa Clara (5-8)		
Profundidad	Dim Prom	Desviación
2352.33	1.65	0.06
2354.17	1.66	0.03
2358.42	1.69	0.04
2377.92	1.63	0.04
2384.33	1.76	0.03
2388.13	1.80	0.03
2397.08	1.74	0.05
2616.42	1.73	0.05
2617.33	1.70	0.05
Santa Clara (5-9)		
Profundidad	Dim Prom	Desviación
2352.33	1.66	0.06
2354.17	1.66	0.03
2358.42	1.69	0.04
2377.92	1.63	0.04
2384.33	1.77	0.03
2388.13	1.81	0.03
2397.08	1.74	0.05
2616.42	1.73	0.05
2617.33	1.70	0.05
Santa Clara (5-10)		
Profundidad	Dim Prom	Desviación
2352.33	1.66	0.06
2354.17	1.66	0.03
2358.42	1.70	0.04
2377.92	1.63	0.04
2384.33	1.77	0.03
2388.13	1.81	0.03
2397.08	1.75	0.05
2616.42	1.74	0.05
2617.33	1.71	0.05
Santa Clara (5-11)		
Profundidad	Dim Prom	Desviación
2352.33	1.66	0.06
2354.17	1.66	0.03
2358.42	1.70	0.04
2377.92	1.63	0.04

2384.33	1.78	0.03
2388.13	1.81	0.03
2397.08	1.75	0.05
2616.42	1.74	0.05
2617.33	1.71	0.05

Santa Clara (5-12)		
Profundidad	Dim Prom	Desviación
2352.33	1.66	0.06
2354.17	1.66	0.03
2358.42	1.70	0.03
2377.92	1.64	0.04
2384.33	1.78	0.03
2388.13	1.81	0.03
2397.08	1.75	0.05
2616.42	1.74	0.05
2617.33	1.72	0.05

Santa Clara (5-13)		
Profundidad	Dim Prom	Desviación
2352.33	1.66	0.05
2354.17	1.66	0.03
2358.42	1.71	0.03
2377.92	1.64	0.04
2384.33	1.79	0.03
2388.13	1.82	0.03
2397.08	1.75	0.05
2616.42	1.74	0.05
2617.33	1.72	0.04

Santa Clara (6-9)		
Profundidad	Dim Prom	Desviación
2352.33	1.66	0.06
2354.17	1.66	0.03
2358.42	1.70	0.04
2377.92	1.63	0.04
2384.33	1.77	0.03
2388.13	1.81	0.03
2397.08	1.75	0.05
2616.42	1.74	0.05
2617.33	1.71	0.05

Santa Clara (6-10)		
Profundidad	Dim Prom	Desviación
2352.33	1.66	0.06
2354.17	1.66	0.03
2358.42	1.70	0.04
2377.92	1.64	0.04

2384.33	1.78	0.03
2388.13	1.81	0.03
2397.08	1.75	0.05
2616.42	1.74	0.05
2617.33	1.72	0.05

Santa Clara (6-11)		
Profundidad	Dim Prom	Desviación
2352.33	1.66	0.06
2354.17	1.66	0.03
2358.42	1.70	0.03
2377.92	1.64	0.04
2384.33	1.78	0.03
2388.13	1.81	0.03
2397.08	1.75	0.05
2616.42	1.74	0.05
2617.33	1.72	0.05

Santa Clara (6-12)		
Profundidad	Dim Prom	Desviación
2352.33	1.66	0.06
2354.17	1.66	0.03
2358.42	1.71	0.03
2377.92	1.64	0.04
2384.33	1.79	0.03
2388.13	1.82	0.03
2397.08	1.75	0.05
2616.42	1.74	0.05
2617.33	1.72	0.04

Santa Clara (6-13)		
Profundidad	Dim Prom	Desviación
2352.33	1.67	0.05
2354.17	1.66	0.03
2358.42	1.71	0.03
2377.92	1.64	0.04
2384.33	1.79	0.03
2388.13	1.82	0.03
2397.08	1.75	0.05
2616.42	1.74	0.05
2617.33	1.73	0.04

Santa Clara (6-14)		
Profundidad	Dim Prom	Desviación
2352.33	1.67	0.05
2354.17	1.66	0.03
2358.42	1.72	0.03
2377.92	1.65	0.04
2384.33	1.80	0.03

2388.13	1.82	0.03
2397.08	1.75	0.05
2616.42	1.75	0.05
2617.33	1.73	0.04
Santa Clara (7-10)		
Profundidad	Dim Prom	Desviación
2352.33	1.66	0.06
2354.17	1.66	0.03
2358.42	1.71	0.03
2377.92	1.64	0.04
2384.33	1.78	0.03
2388.13	1.81	0.03
2397.08	1.75	0.06
2616.42	1.74	0.05
2617.33	1.72	0.05
Santa Clara (7-11)		
Profundidad	Dim Prom	Desviación
2352.33	1.67	0.06
2354.17	1.66	0.03
2358.42	1.71	0.03
2377.92	1.64	0.04
2384.33	1.79	0.03
2388.13	1.82	0.03
2397.08	1.75	0.06
2616.42	1.74	0.05
2617.33	1.73	0.04
Santa Clara (7-12)		
Profundidad	Dim Prom	Desviación
2352.33	1.67	0.05
2354.17	1.66	0.03
2358.42	1.71	0.03
2377.92	1.64	0.04
2384.33	1.79	0.03
2388.13	1.82	0.03
2397.08	1.75	0.05
2616.42	1.74	0.05
2617.33	1.73	0.04
Santa Clara (7-13)		
Profundidad	Dim Prom	Desviación
2352.33	1.67	0.05
2354.17	1.66	0.03
2358.42	1.72	0.03
2377.92	1.65	0.04
2384.33	1.80	0.03
2388.13	1.82	0.03

2397.08	1.76	0.05
2616.42	1.75	0.05
2617.33	1.74	0.04
Santa Clara (7-14)		
Profundidad	Dim Prom	Desviación
2352.33	1.67	0.05
2354.17	1.67	0.03
2358.42	1.72	0.03
2377.92	1.65	0.04
2384.33	1.80	0.03
2388.13	1.83	0.03
2397.08	1.76	0.05
2616.42	1.75	0.05
2617.33	1.74	0.04
Santa Clara (7-15)		
Profundidad	Dim Prom	Desviación
2352.33	1.67	0.05
2354.17	1.67	0.03
2358.42	1.72	0.03
2377.92	1.65	0.04
2384.33	1.81	0.03
2388.13	1.83	0.03
2397.08	1.76	0.05
2616.42	1.75	0.05
2617.33	1.74	0.04

ANEXO E
RESULTADOS VARIOGRAMA PROMEDIO HORIZONTAL

Apiay (4-7)		
Profundidad	Dim Prom	Desviación
661	1.73	0.02
667	1.73	0.02
703	1.71	0.02
604	1.77	0.03
Apiay (4-8)		
Profundidad	Dim Prom	Desviación
661	1.72	0.02
667	1.73	0.02
703	1.70	0.02
604	1.76	0.03
Apiay (4-9)		
Profundidad	Dim Prom	Desviación
661	1.72	0.02
667	1.73	0.02
703	1.70	0.02
604	1.76	0.03
Apiay (4-10)		
Profundidad	Dim Prom	Desviación
661	1.72	0.02
667	1.73	0.02
703	1.70	0.02
604	1.76	0.03
Apiay (4-11)		
Profundidad	Dim Prom	Desviación
661	1.72	0.02
667	1.73	0.02
703	1.70	0.02
604	1.76	0.03
Apiay (4-12)		
Profundidad	Dim Prom	Desviación
661	1.72	0.02
667	1.73	0.02
703	1.70	0.02
604	1.76	0.03
Apiay (5-8)		
Profundidad	Dim Prom	Desviación
661	1.72	0.02
667	1.73	0.02
703	1.70	0.02

604	1.76	0.03
-----	------	------

Apiay (5-9)		
Profundidad	Dim Prom	Desviación
661	1.72	0.02
667	1.73	0.02
703	1.70	0.02
604	1.76	0.03
Apiay (5-10)		
Profundidad	Dim Prom	Desviación
661	1.72	0.02
667	1.73	0.02
703	1.70	0.02
604	1.76	0.03
Apiay (5-11)		
Profundidad	Dim Prom	Desviación
661	1.72	0.02
667	1.73	0.02
703	1.70	0.02
604	1.76	0.03
Apiay (5-12)		
Profundidad	Dim Prom	Desviación
661	1.72	0.02
667	1.73	0.02
703	1.70	0.02
604	1.76	0.03
Apiay (5-13)		
Profundidad	Dim Prom	Desviación
661	1.72	0.02
667	1.73	0.02
703	1.70	0.02
604	1.76	0.03
Apiay (6-9)		
Profundidad	Dim Prom	Desviación
661	1.72	0.02
667	1.72	0.02
703	1.70	0.02
604	1.76	0.03
Apiay (6-10)		
Profundidad	Dim Prom	Desviación
661	1.72	0.02
667	1.72	0.02

703	1.70	0.02
604	1.76	0.03
Apiay (6-11)		
Profundidad	Dim Prom	Desviación
661	1.72	0.02
667	1.72	0.02
703	1.70	0.02
604	1.76	0.03
Apiay (6-12)		
Profundidad	Dim Prom	Desviación
661	1.72	0.02
667	1.72	0.02
703	1.70	0.02
604	1.76	0.03
Apiay (6-13)		
Profundidad	Dim Prom	Desviación
661	1.72	0.02
667	1.73	0.02
703	1.70	0.02
604	1.76	0.03
Apiay (6-14)		
Profundidad	Dim Prom	Desviación
661	1.72	0.02
667	1.73	0.02
703	1.71	0.02
604	1.76	0.03
Apiay (7-10)		
Profundidad	Dim Prom	Desviación
661	1.72	0.02
667	1.72	0.02
703	1.70	0.02
604	1.76	0.03
Apiay (7-11)		
Profundidad	Dim Prom	Desviación
661	1.72	0.02
667	1.72	0.02
703	1.70	0.02
604	1.76	0.03
Apiay (7-12)		
Profundidad	Dim Prom	Desviación
661	1.72	0.02
667	1.73	0.02
703	1.70	0.02
604	1.76	0.03
Apiay (7-13)		

Profundidad	Dim Prom	Desviación
661	1.72	0.02
667	1.73	0.02
703	1.71	0.02
604	1.76	0.03
Apiay (7-14)		
Profundidad	Dim Prom	Desviación
661	1.72	0.02
667	1.73	0.02
703	1.71	0.02
604	1.77	0.03
Apiay (7-15)		
Profundidad	Dim Prom	Desviación
661	1.72	0.02
667	1.73	0.02
703	1.71	0.02
604	1.77	0.03
Jazmín (4-7)		
Profundidad	Dim Prom	Desviación
309	1.71	0.01
324	1.70	0.04
333	1.65	0.02
339	1.58	0.02
353	1.67	0.01
357	1.776	0.005
Jazmín (4-8)		
Profundidad	Dim Prom	Desviación
309	1.72	0.01
324	1.71	0.04
333	1.67	0.02
339	1.59	0.02
353	1.69	0.01
357	1.786	0.005
Jazmín (4-9)		
Profundidad	Dim Prom	Desviación
309	1.73	0.01
324	1.71	0.04
333	1.68	0.02
339	1.60	0.02
353	1.70	0.01
357	1.796	0.005
Jazmín (4-10)		
Profundidad	Dim Prom	Desviación
309	1.74	0.01
324	1.72	0.04

333	1.69	0.02
339	1.61	0.02
353	1.71	0.01
357	1.804	0.004

Jazmín (4-11)		
Profundidad	Dim Prom	Desviación
309	1.75	0.01
324	1.73	0.03
333	1.71	0.02
339	1.62	0.02
353	1.73	0.01
357	1.813	0.004

Jazmín (4-12)		
Profundidad	Dim Prom	Desviación
309	1.75	0.01
324	1.73	0.03
333	1.72	0.02
339	1.63	0.02
353	1.74	0.01
357	1.821	0.004

Jazmín (5-8)		
Profundidad	Dim Prom	Desviación
309	1.74	0.01
324	1.72	0.04
333	1.70	0.02
339	1.61	0.02
353	1.71	0.01
357	1.802	0.005

Jazmín (5-9)		
Profundidad	Dim Prom	Desviación
309	1.75	0.01
324	1.73	0.04
333	1.71	0.02
339	1.62	0.02
353	1.73	0.01
357	1.812	0.005

Jazmín (5-10)		
Profundidad	Dim Prom	Desviación
309	1.75	0.01
324	1.73	0.03
333	1.72	0.02
339	1.63	0.02
353	1.74	0.01
357	1.820	0.004

Jazmín (5-11)		
Profundidad	Dim Prom	Desviación
309	1.76	0.01
324	1.74	0.03
333	1.73	0.02
339	1.64	0.02
353	1.75	0.01
357	1.829	0.004

Jazmín (5-12)		
Profundidad	Dim Prom	Desviación
309	1.77	0.01
324	1.74	0.03
333	1.74	0.02
339	1.64	0.02
353	1.76	0.01
357	1.837	0.004

Jazmín (5-13)		
Profundidad	Dim Prom	Desviación
309	1.77	0.01
324	1.75	0.03
333	1.75	0.02
339	1.65	0.02
353	1.77	0.01
357	1.844	0.003

Jazmín (6-9)		
Profundidad	Dim Prom	Desviación
309	1.76	0.01
324	1.74	0.03
333	1.73	0.02
339	1.63	0.02
353	1.75	0.01
357	1.825	0.005

Jazmín (6-10)		
Profundidad	Dim Prom	Desviación
309	1.77	0.01
324	1.74	0.03
333	1.74	0.02
339	1.64	0.02
353	1.76	0.01
357	1.834	0.004

Jazmín (6-11)		
Profundidad	Dim Prom	Desviación
309	1.77	0.01
324	1.75	0.03
333	1.75	0.02

339	1.65	0.02
353	1.77	0.01
357	1.842	0.004

Jazmín (6-12)		
Profundidad	Dim Prom	Desviación
309	1.78	0.01
324	1.75	0.03
333	1.76	0.02
339	1.66	0.02
353	1.78	0.01
357	1.850	0.004

Jazmín (6-13)		
Profundidad	Dim Prom	Desviación
309	1.78	0.01
324	1.76	0.03
333	1.77	0.02
339	1.66	0.02
353	1.79	0.01
357	1.858	0.003

Jazmín (6-14)		
Profundidad	Dim Prom	Desviación
309	1.79	0.01
324	1.76	0.03
333	1.78	0.02
339	1.67	0.02
353	1.79	0.01
357	1.865	0.003

Jazmín (7-10)		
Profundidad	Dim Prom	Desviación
309	1.78	0.01
324	1.75	0.03
333	1.76	0.02
339	1.65	0.02
353	1.77	0.01
357	1.846	0.004

Jazmín (7-11)		
Profundidad	Dim Prom	Desviación
309	1.78	0.01
324	1.76	0.03
333	1.77	0.02
339	1.66	0.02
353	1.78	0.01
357	1.855	0.003

Jazmín (7-12)		
----------------------	--	--

Profundidad	Dim Prom	Desviación
309	1.79	0.01
324	1.76	0.03
333	1.78	0.02
339	1.67	0.02
353	1.79	0.01
357	1.863	0.003

Jazmín (7-13)		
Profundidad	Dim Prom	Desviación
309	1.79	0.01
324	1.77	0.03
333	1.79	0.02
339	1.67	0.02
353	1.80	0.01
357	1.870	0.003

Jazmín (7-14)		
Profundidad	Dim Prom	Desviación
309	1.80	0.01
324	1.77	0.03
333	1.79	0.02
339	1.68	0.02
353	1.81	0.01
357	1.877	0.003

Jazmín (7-15)		
Profundidad	Dim Prom	Desviación
309	1.80	0.01
324	1.78	0.03
333	1.80	0.02
339	1.68	0.02
353	1.82	0.01
357	1.884	0.003

Santa Clara (4-7)		
Profundidad	Dim Prom	Desviación
2352.33	1.63	0.04
2354.17	1.62	0.02
2354.92	1.64	0.04
2358.42	1.65	0.03
2377.92	1.61	0.03
2384.33	1.73	0.03

Santa Clara (4-8)		
Profundidad	Dim Prom	Desviación
2352.33	1.63	0.04
2354.17	1.62	0.02
2354.92	1.64	0.04
2358.42	1.66	0.03

2377.92	1.62	0.03
2384.33	1.74	0.03
Santa Clara (4-9)		
Profundidad	Dim Prom	Desviación
2352.33	1.63	0.04
2354.17	1.63	0.02
2354.92	1.64	0.04
2358.42	1.66	0.03
2377.92	1.62	0.03
2384.33	1.74	0.03
Santa Clara (4-10)		
Profundidad	Dim Prom	Desviación
2352.33	1.64	0.04
2354.17	1.63	0.02
2354.92	1.65	0.04
2358.42	1.66	0.03
2377.92	1.62	0.03
2384.33	1.75	0.03
Santa Clara (4-11)		
Profundidad	Dim Prom	Desviación
2352.33	1.64	0.04
2354.17	1.63	0.02
2354.92	1.65	0.04
2358.42	1.67	0.03
2377.92	1.62	0.03
2384.33	1.75	0.02
Santa Clara (4-12)		
Profundidad	Dim Prom	Desviación
2352.33	1.64	0.04
2354.17	1.63	0.02
2354.92	1.65	0.04
2358.42	1.67	0.03
2377.92	1.63	0.03
2384.33	1.76	0.02
Santa Clara (5-8)		
Profundidad	Dim Prom	Desviación
2352.33	1.63	0.04
2354.17	1.62	0.02
2354.92	1.64	0.04
2358.42	1.66	0.03
2377.92	1.62	0.03
2384.33	1.74	0.03
Santa Clara (5-9)		
Profundidad	Dim Prom	Desviación
2352.33	1.64	0.04

2354.17	1.63	0.02
2354.92	1.65	0.04
2358.42	1.66	0.03
2377.92	1.62	0.03
2384.33	1.75	0.03
Santa Clara (5-10)		
Profundidad	Dim Prom	Desviación
2352.33	1.64	0.04
2354.17	1.63	0.02
2354.92	1.65	0.04
2358.42	1.67	0.03
2377.92	1.62	0.03
2384.33	1.75	0.02
Santa Clara (5-11)		
Profundidad	Dim Prom	Desviación
2352.33	1.64	0.04
2354.17	1.63	0.02
2354.92	1.66	0.04
2358.42	1.67	0.03
2377.92	1.63	0.03
2384.33	1.76	0.02
Santa Clara (5-12)		
Profundidad	Dim Prom	Desviación
2352.33	1.65	0.04
2354.17	1.63	0.02
2354.92	1.66	0.03
2358.42	1.68	0.03
2377.92	1.63	0.03
2384.33	1.76	0.02
Santa Clara (5-13)		
Profundidad	Dim Prom	Desviación
2352.33	1.65	0.04
2354.17	1.64	0.02
2354.92	1.66	0.03
2358.42	1.68	0.03
2377.92	1.63	0.03
2384.33	1.77	0.02
Santa Clara (6-9)		
Profundidad	Dim Prom	Desviación
2352.33	1.64	0.04
2354.17	1.63	0.02
2354.92	1.65	0.04
2358.42	1.67	0.03
2377.92	1.63	0.03
2384.33	1.76	0.02

Santa Clara (6-10)		
Profundidad	Dim Prom	Desviación
2352.33	1.64	0.04
2354.17	1.63	0.02
2354.92	1.66	0.03
2358.42	1.68	0.03
2377.92	1.63	0.03
2384.33	1.76	0.02
Santa Clara (6-11)		
Profundidad	Dim Prom	Desviación
2352.33	1.65	0.04
2354.17	1.63	0.02
2354.92	1.66	0.03
2358.42	1.68	0.03
2377.92	1.63	0.03
2384.33	1.77	0.02
Santa Clara (6-12)		
Profundidad	Dim Prom	Desviación
2352.33	1.65	0.04
2354.17	1.64	0.02
2354.92	1.67	0.03
2358.42	1.69	0.03
2377.92	1.64	0.03
2384.33	1.77	0.02
Santa Clara (6-13)		
Profundidad	Dim Prom	Desviación
2352.33	1.65	0.04
2354.17	1.64	0.02
2354.92	1.67	0.03
2358.42	1.69	0.03
2377.92	1.64	0.03
2384.33	1.78	0.02
Santa Clara (6-14)		
Profundidad	Dim Prom	Desviación
2352.33	1.65	0.04
2354.17	1.64	0.02
2354.92	1.67	0.03
2358.42	1.69	0.02
2377.92	1.64	0.03
2384.33	1.78	0.02
Santa Clara (7-10)		
Profundidad	Dim Prom	Desviación
2352.33	1.65	0.04
2354.17	1.64	0.02
2354.92	1.66	0.03

2358.42	1.68	0.03
2377.92	1.63	0.03
2384.33	1.77	0.02

Santa Clara (7-11)		
Profundidad	Dim Prom	Desviación
2352.33	1.65	0.04
2354.17	1.64	0.02
2354.92	1.67	0.03
2358.42	1.69	0.03
2377.92	1.64	0.03
2384.33	1.78	0.02

Santa Clara (7-12)		
Profundidad	Dim Prom	Desviación
2352.33	1.65	0.04
2354.17	1.64	0.02
2354.92	1.67	0.03
2358.42	1.69	0.02
2377.92	1.64	0.03
2384.33	1.78	0.02

Santa Clara (7-13)		
Profundidad	Dim Prom	Desviación
2352.33	1.66	0.04
2354.17	1.64	0.02
2354.92	1.68	0.03
2358.42	1.70	0.02
2377.92	1.64	0.03
2384.33	1.79	0.02

Santa Clara (7-14)		
Profundidad	Dim Prom	Desviación
2352.33	1.66	0.04
2354.17	1.65	0.02
2354.92	1.68	0.03
2358.42	1.70	0.02
2377.92	1.65	0.03
2384.33	1.79	0.02

Santa Clara (7-15)		
Profundidad	Dim Prom	Desviación
2352.33	1.66	0.04
2354.17	1.65	0.02
2354.92	1.69	0.03
2358.42	1.71	0.02
2377.92	1.65	0.03
2384.33	1.80	0.02

**ANEXO F
RESULTADOS VARIOGRAMA PROMEDIO VERTICAL**

Apiay (4-7)		
Profundidad	Dim Prom	Desviación
661	1.74	0.03
667	1.76	0.02
703	1.72	0.02
604	1.77	0.03
Apiay (4-8)		
Profundidad	Dim Prom	Desviación
661	1.74	0.03
667	1.76	0.02
703	1.72	0.02
604	1.77	0.03
Apiay (4-9)		
Profundidad	Dim Prom	Desviación
661	1.74	0.03
667	1.75	0.02
703	1.72	0.02
604	1.77	0.03
Apiay (4-10)		
Profundidad	Dim Prom	Desviación
661	1.74	0.02
667	1.75	0.02
703	1.72	0.02
604	1.77	0.03
Apiay (4-11)		
Profundidad	Dim Prom	Desviación
661	1.74	0.02
667	1.75	0.02
703	1.72	0.02
604	1.77	0.03
Apiay (5-8)		
Profundidad	Dim Prom	Desviación
661	1.74	0.03
667	1.75	0.02
703	1.72	0.02
604	1.77	0.03
Apiay (5-9)		
Profundidad	Dim Prom	Desviación
661	1.74	0.03
667	1.75	0.02
703	1.72	0.02

604	1.77	0.03
Apiay (5-10)		
Profundidad	Dim Prom	Desviación
661	1.74	0.02
667	1.75	0.02
703	1.72	0.02
604	1.77	0.03
Apiay (5-11)		
Profundidad	Dim Prom	Desviación
661	1.74	0.02
667	1.75	0.02
703	1.72	0.02
604	1.77	0.03
Apiay (5-12)		
Profundidad	Dim Prom	Desviación
661	1.73	0.02
667	1.75	0.02
703	1.72	0.02
604	1.77	0.03
Apiay (5-13)		
Profundidad	Dim Prom	Desviación
661	1.73	0.02
667	1.75	0.02
703	1.72	0.02
604	1.77	0.03
Apiay (6-9)		
Profundidad	Dim Prom	Desviación
661	1.73	0.02
667	1.75	0.02
703	1.72	0.02
604	1.77	0.03
Apiay (6-10)		
Profundidad	Dim Prom	Desviación
661	1.73	0.02
667	1.75	0.02
703	1.72	0.02
604	1.77	0.03
Apiay (6-11)		
Profundidad	Dim Prom	Desviación
661	1.73	0.02
667	1.74	0.02

703	1.72	0.02
604	1.77	0.03
Apiay (6-12)		
Profundidad	Dim Prom	Desviación
661	1.73	0.02
667	1.74	0.02
703	1.72	0.02
604	1.77	0.03
Apiay (6-13)		
Profundidad	Dim Prom	Desviación
661	1.73	0.02
667	1.74	0.02
703	1.72	0.02
604	1.77	0.03
Apiay (6-14)		
Profundidad	Dim Prom	Desviación
661	1.73	0.02
667	1.74	0.02
703	1.72	0.02
604	1.77	0.03
Apiay (7-10)		
Profundidad	Dim Prom	Desviación
661	1.73	0.02
667	1.74	0.02
703	1.71	0.02
604	1.77	0.03
Apiay (7-11)		
Profundidad	Dim Prom	Desviación
661	1.73	0.02
667	1.74	0.02
703	1.71	0.02
604	1.77	0.03
Apiay (7-12)		
Profundidad	Dim Prom	Desviación
661	1.73	0.02
667	1.74	0.02
703	1.71	0.02
604	1.77	0.03
Apiay (7-13)		
Profundidad	Dim Prom	Desviación
661	1.73	0.02
667	1.74	0.02
703	1.72	0.03
604	1.77	0.03
Apiay (7-14)		

Profundidad	Dim Prom	Desviación
661	1.73	0.02
667	1.74	0.02
703	1.72	0.03
604	1.77	0.03
Apiay (7-15)		
Profundidad	Dim Prom	Desviación
661	1.73	0.02
667	1.74	0.02
703	1.72	0.03
604	1.78	0.03
Jazmín (4-7)		
Profundidad	Dim Prom	Desviación
309	1.72	0.01
324	1.72	0.03
333	1.66	0.01
339	1.63	0.01
353	1.696	0.008
357	1.787	0.007
Jazmín (4-8)		
Profundidad	Dim Prom	Desviación
309	1.73	0.01
324	1.72	0.03
333	1.68	0.01
339	1.63	0.01
353	1.709	0.008
357	1.796	0.007
Jazmín (4-9)		
Profundidad	Dim Prom	Desviación
309	1.74	0.01
324	1.73	0.03
333	1.69	0.01
339	1.64	0.01
353	1.720	0.007
357	1.805	0.007
Jazmín (4-10)		
Profundidad	Dim Prom	Desviación
309	1.74	0.01
324	1.74	0.03
333	1.71	0.01
339	1.65	0.01
353	1.730	0.007
357	1.813	0.006
Jazmín (4-11)		
Profundidad	Dim Prom	Desviación

309	1.75	0.01
324	1.74	0.03
333	1.72	0.01
339	1.66	0.01
353	1.740	0.007
357	1.820	0.006

Jazmín (4-12)		
Profundidad	Dim Prom	Desviación
309	1.76	0.01
324	1.75	0.03
333	1.73	0.01
339	1.66	0.01
353	1.749	0.006
357	1.827	0.005

Jazmín (5-8)		
Profundidad	Dim Prom	Desviación
309	1.74	0.01
324	1.73	0.03
333	1.71	0.01
339	1.65	0.01
353	1.731	0.008
357	1.810	0.008

Jazmín (5-9)		
Profundidad	Dim Prom	Desviación
309	1.75	0.01
324	1.74	0.03
333	1.72	0.01
339	1.66	0.01
353	1.741	0.007
357	1.819	0.007

Jazmín (5-10)		
Profundidad	Dim Prom	Desviación
309	1.76	0.01
324	1.75	0.03
333	1.73	0.01
339	1.66	0.01
353	1.751	0.007
357	1.827	0.006

Jazmín (5-11)		
Profundidad	Dim Prom	Desviación
309	1.76	0.01
324	1.75	0.03
333	1.74	0.01
339	1.67	0.02

353	1.760	0.006
357	1.835	0.005

Jazmín (5-12)		
Profundidad	Dim Prom	Desviación
309	1.77	0.01
324	1.76	0.03
333	1.75	0.01
339	1.68	0.02
353	1.768	0.006
357	1.842	0.005

Jazmín (5-13)		
Profundidad	Dim Prom	Desviación
309	1.78	0.01
324	1.76	0.03
333	1.76	0.01
339	1.68	0.02
353	1.776	0.006
357	1.849	0.004

Jazmín (6-9)		
Profundidad	Dim Prom	Desviación
309	1.76	0.01
324	1.75	0.03
333	1.74	0.01
339	1.67	0.02
353	1.758	0.007
357	1.832	0.007

Jazmín (6-10)		
Profundidad	Dim Prom	Desviación
309	1.77	0.01
324	1.76	0.03
333	1.75	0.01
339	1.67	0.02
353	1.767	0.006
357	1.840	0.006

Jazmín (6-11)		
Profundidad	Dim Prom	Desviación
309	1.78	0.01
324	1.76	0.03
333	1.76	0.01
339	1.68	0.02
353	1.776	0.006
357	1.847	0.005

Jazmín (6-12)		
Profundidad	Dim Prom	Desviación
309	1.78	0.01

324	1.76	0.03
333	1.76	0.01
339	1.69	0.02
353	1.784	0.006
357	1.855	0.004
Jazmín (6-13)		
Profundidad	Dim Prom	Desviación
309	1.79	0.01
324	1.77	0.03
333	1.77	0.01
339	1.69	0.02
353	1.792	0.006
357	1.862	0.003
Jazmín (6-14)		
Profundidad	Dim Prom	Desviación
309	1.79	0.01
324	1.77	0.03
333	1.78	0.01
339	1.70	0.02
353	1.799	0.006
357	1.869	0.003
Jazmín (7-10)		
Profundidad	Dim Prom	Desviación
309	1.78	0.01
324	1.76	0.03
333	1.76	0.01
339	1.68	0.02
353	1.780	0.006
357	1.851	0.005
Jazmín (7-11)		
Profundidad	Dim Prom	Desviación
309	1.78	0.01
324	1.77	0.03
333	1.77	0.01
339	1.69	0.02
353	1.789	0.005
357	1.859	0.005
Jazmín (7-12)		
Profundidad	Dim Prom	Desviación
309	1.79	0.01
324	1.77	0.03
333	1.78	0.01
339	1.70	0.02
353	1.797	0.005
357	1.866	0.004

Jazmín (7-13)		
Profundidad	Dim Prom	Desviación
309	1.79	0.01
324	1.78	0.03
333	1.79	0.01
339	1.70	0.02
353	1.805	0.006
357	1.874	0.004
Jazmín (7-14)		
Profundidad	Dim Prom	Desviación
309	1.80	0.01
324	1.78	0.03
333	1.79	0.01
339	1.71	0.02
353	1.813	0.006
357	1.881	0.004
Jazmín (7-15)		
Profundidad	Dim Prom	Desviación
309	1.80	0.01
324	1.78	0.03
333	1.80	0.01
339	1.71	0.02
353	1.819	0.007
357	1.887	0.004
Santa Clara (4-7)		
Profundidad	Dim Prom	Desviación
2352.33	1.66	0.04
2354.17	1.65	0.02
2354.92	1.66	0.04
2358.42	1.69	0.04
2377.92	1.63	0.04
2384.33	1.76	0.03
Santa Clara (4-8)		
Profundidad	Dim Prom	Desviación
2352.33	1.66	0.04
2354.17	1.65	0.02
2354.92	1.66	0.04
2358.42	1.69	0.04
2377.92	1.63	0.04
2384.33	1.76	0.02
Santa Clara (4-9)		
Profundidad	Dim Prom	Desviación
2352.33	1.66	0.04
2354.17	1.65	0.02
2354.92	1.67	0.04

2358.42	1.70	0.04
2377.92	1.64	0.04
2384.33	1.77	0.02
Santa Clara (4-10)		
Profundidad	Dim Prom	Desviación
2352.33	1.66	0.04
2354.17	1.65	0.02
2354.92	1.67	0.04
2358.42	1.70	0.04
2377.92	1.64	0.04
2384.33	1.77	0.02
Santa Clara (4-11)		
Profundidad	Dim Prom	Desviación
2352.33	1.66	0.04
2354.17	1.65	0.02
2354.92	1.67	0.04
2358.42	1.70	0.04
2377.92	1.64	0.04
2384.33	1.77	0.02
Santa Clara (4-12)		
Profundidad	Dim Prom	Desviación
2352.33	1.66	0.04
2354.17	1.65	0.02
2354.92	1.67	0.04
2358.42	1.71	0.04
2377.92	1.64	0.04
2384.33	1.78	0.02
Santa Clara (5-8)		
Profundidad	Dim Prom	Desviación
2352.33	1.66	0.04
2354.17	1.65	0.02
2354.92	1.67	0.04
2358.42	1.70	0.04
2377.92	1.64	0.04
2384.33	1.77	0.02
Santa Clara (5-9)		
Profundidad	Dim Prom	Desviación
2352.33	1.66	0.04
2354.17	1.65	0.02
2354.92	1.67	0.04
2358.42	1.70	0.04
2377.92	1.64	0.04
2384.33	1.77	0.02
Santa Clara (5-10)		
Profundidad	Dim Prom	Desviación

2352.33	1.66	0.04
2354.17	1.65	0.02
2354.92	1.67	0.04
2358.42	1.71	0.04
2377.92	1.64	0.04
2384.33	1.78	0.02

Santa Clara (5-11)		
Profundidad	Dim Prom	Desviación
2352.33	1.67	0.04
2354.17	1.66	0.02
2354.92	1.68	0.04
2358.42	1.71	0.04
2377.92	1.64	0.04
2384.33	1.78	0.02

Santa Clara (5-12)		
Profundidad	Dim Prom	Desviación
2352.33	1.67	0.04
2354.17	1.66	0.02
2354.92	1.68	0.04
2358.42	1.71	0.03
2377.92	1.65	0.04
2384.33	1.78	0.02

Santa Clara (5-13)		
Profundidad	Dim Prom	Desviación
2352.33	1.67	0.04
2354.17	1.66	0.02
2354.92	1.68	0.04
2358.42	1.72	0.03
2377.92	1.65	0.04
2384.33	1.79	0.02

Santa Clara (6-9)		
Profundidad	Dim Prom	Desviación
2352.33	1.67	0.04
2354.17	1.65	0.02
2354.92	1.68	0.04
2358.42	1.71	0.04
2377.92	1.64	0.04
2384.33	1.78	0.02

Santa Clara (6-10)		
Profundidad	Dim Prom	Desviación
2352.33	1.67	0.04
2354.17	1.66	0.02
2354.92	1.68	0.04
2358.42	1.71	0.03

2377.92	1.65	0.04
2384.33	1.78	0.02
Santa Clara (6-11)		
Profundidad	Dim Prom	Desviación
2352.33	1.67	0.04
2354.17	1.66	0.02
2354.92	1.68	0.04
2358.42	1.71	0.03
2377.92	1.65	0.04
2384.33	1.79	0.02
Santa Clara (6-12)		
Profundidad	Dim Prom	Desviación
2352.33	1.67	0.04
2354.17	1.66	0.02
2354.92	1.68	0.04
2358.42	1.72	0.03
2377.92	1.65	0.04
2384.33	1.79	0.02
Santa Clara (6-13)		
Profundidad	Dim Prom	Desviación
2352.33	1.67	0.04
2354.17	1.66	0.02
2354.92	1.69	0.04
2358.42	1.72	0.03
2377.92	1.65	0.04
2384.33	1.80	0.02
Santa Clara (6-14)		
Profundidad	Dim Prom	Desviación
2352.33	1.67	0.04
2354.17	1.66	0.02
2354.92	1.69	0.04
2358.42	1.72	0.03
2377.92	1.66	0.04
2384.33	1.80	0.02
Santa Clara (7-10)		
Profundidad	Dim Prom	Desviación
2352.33	1.67	0.04
2354.17	1.66	0.02
2354.92	1.68	0.04
2358.42	1.72	0.03
2377.92	1.65	0.04
2384.33	1.79	0.02
Santa Clara (7-11)		
Profundidad	Dim Prom	Desviación
2352.33	1.67	0.04

2354.17	1.66	0.02
2354.92	1.69	0.04
2358.42	1.72	0.03
2377.92	1.65	0.04
2384.33	1.79	0.02
Santa Clara (7-12)		
Profundidad	Dim Prom	Desviación
2352.33	1.67	0.04
2354.17	1.66	0.02
2354.92	1.69	0.04
2358.42	1.72	0.03
2377.92	1.65	0.04
2384.33	1.80	0.02
Santa Clara (7-13)		
Profundidad	Dim Prom	Desviación
2352.33	1.68	0.04
2354.17	1.66	0.02
2354.92	1.69	0.04
2358.42	1.73	0.03
2377.92	1.66	0.04
2384.33	1.80	0.02
Santa Clara (7-14)		
Profundidad	Dim Prom	Desviación
2352.33	1.68	0.04
2354.17	1.67	0.02
2354.92	1.69	0.03
2358.42	1.73	0.03
2377.92	1.66	0.04
2384.33	1.81	0.02
Santa Clara (7-15)		
Profundidad	Dim Prom	Desviación
2352.33	1.68	0.04
2354.17	1.67	0.02
2354.92	1.70	0.03
2358.42	1.73	0.03
2377.92	1.66	0.04
2384.33	1.81	0.02

**ANEXO G
RESULTADOS VARIOGRAMA HILBERT**

Iteraciones para generar la curva = 5

Jazmín (1-4)		
Profundidad	Dim Prom	Desviación
309	1.913	0.004
324	1.89	0.03
333	1.91	0.01
339	1.86	0.02
353	1.92	0.01
357	1.96	0.01
Jazmín (1-5)		
Profundidad	Dim Prom	Desviación
309	1.921	0.004
324	1.90	0.02
333	1.92	0.01
339	1.86	0.02
353	1.93	0.01
357	1.962	0.007
Jazmín (1-6)		
Profundidad	Dim Prom	Desviación
309	1.923	0.005
324	1.90	0.02
333	1.92	0.01
339	1.87	0.02
353	1.93	0.01
357	1.963	0.007
Jazmín (1-7)		
Profundidad	Dim Prom	Desviación
309	1.924	0.005
324	1.90	0.02
333	1.921	0.009
339	1.87	0.02
353	1.94	0.01
357	1.963	0.008
Jazmín (1-8)		
Profundidad	Dim Prom	Desviación
309	1.923	0.007
324	1.90	0.02

333	1.922	0.009
339	1.87	0.01
353	1.94	0.01
357	1.964	0.007
Jazmín (1-9)		
Profundidad	Dim Prom	Desviación
309	1.924	0.008
324	1.90	0.02
333	1.925	0.009
339	1.87	0.01
353	1.94	0.01
357	1.966	0.008
Jazmín (1-10)		
Profundidad	Dim Prom	Desviación
309	1.926	0.008
324	1.90	0.02
333	1.928	0.008
339	1.87	0.01
353	1.94	0.01
357	1.968	0.007
Jazmín (2-5)		
Profundidad	Dim Prom	Desviación
309	1.94	0.01
324	1.91	0.02
333	1.94	0.02
339	1.89	0.02
353	1.96	0.01
357	1.98	0.01
Jazmín (2-6)		
Profundidad	Dim Prom	Desviación
309	1.94	0.01
324	1.91	0.01
333	1.94	0.01
339	1.89	0.02
353	1.96	0.01
357	1.98	0.02
Jazmín (2-7)		
Profundidad	Dim Prom	Desviación

309	1.939	0.009
324	1.91	0.02
333	1.94	0.01
339	1.89	0.02
353	1.96	0.01
357	1.98	0.01
Jazmín (2-8)		
Profundidad	Dim Prom	Desviación
309	1.93	0.01
324	1.91	0.01
333	1.935	0.009
339	1.88	0.02
353	1.95	0.01
357	1.98	0.01

Jazmín (2-9)		
Profundidad	Dim Prom	Desviación
309	1.93	0.01
324	1.91	0.01
333	1.937	0.008
339	1.88	0.01
353	1.95	0.00
357	1.98	0.01
Jazmín (2-10)		
Profundidad	Dim Prom	Desviación
309	1.94	0.01
324	1.91	0.01
333	1.941	0.007
339	1.88	0.01
353	1.95	0.00
357	1.978	0.009
Jazmín (2-11)		
Profundidad	Dim Prom	Desviación
309	1.940	0.010
324	1.91	0.01
333	1.946	0.006
339	1.88	0.01
353	1.958	0.005
357	1.980	0.007
Jazmín (3-6)		
Profundidad	Dim Prom	Desviación
309	1.94	0.01
324	1.90	0.02
333	1.93	0.02
339	1.88	0.02

353	1.95	0.02
357	1.97	0.03
Jazmín (3-7)		
Profundidad	Dim Prom	Desviación
309	1.94	0.01
324	1.90	0.02
333	1.93	0.01
339	1.88	0.02
353	1.95	0.01
357	1.97	0.03
Jazmín (3-8)		
Profundidad	Dim Prom	Desviación
309	1.930	0.02
324	1.90	0.02
333	1.93	0.01
339	1.87	0.01
353	1.95	0.01
357	1.97	0.02
Jazmín (3-9)		
Profundidad	Dim Prom	Desviación
309	1.93	0.02
324	1.90	0.02
333	1.93	0.01
339	1.87	0.01
353	1.95	0.01
357	1.97	0.01
Jazmín (3-10)		
Profundidad	Dim Prom	Desviación
309	1.93	0.01
324	1.91	0.02
333	1.940	0.009
339	1.88	0.01
353	1.95	0.01
357	1.97	0.01
Jazmín (3-11)		
Profundidad	Dim Prom	Desviación
309	1.94	0.01
324	1.91	0.02
333	1.948	0.007
339	1.88	0.01
353	1.96	0.01
357	1.98	0.01
Jazmín (3-12)		
Profundidad	Dim Prom	Desviación
309	1.94	0.01

324	1.92	0.02
333	1.952	0.007
339	1.89	0.01
353	1.96	0.01
357	1.98	0.01
Jazmín (4-7)		
Profundidad	Dim Prom	Desviación
309	1.93	0.02
324	1.91	0.03
333	1.93	0.02
339	1.88	0.02
353	1.95	0.02
357	1.97	0.04

Jazmín (4-8)		
Profundidad	Dim Prom	Desviación
309	1.92	0.02
324	1.90	0.02
333	1.93	0.02
339	1.87	0.02
353	1.95	0.01
357	1.97	0.02
Jazmín (4-9)		
Profundidad	Dim Prom	Desviación
309	1.93	0.02
324	1.91	0.02
333	1.94	0.02
339	1.87	0.02
353	1.95	0.01
357	1.98	0.02
Jazmín (4-10)		
Profundidad	Dim Prom	Desviación
309	1.93	0.02
324	1.91	0.02
333	1.95	0.01
339	1.87	0.02
353	1.95	0.02
357	1.98	0.01
Jazmín (4-11)		
Profundidad	Dim Prom	Desviación
309	1.94	0.01
324	1.92	0.02
333	1.96	0.01
339	1.88	0.01
353	1.96	0.02

357	1.98	0.01
Jazmín (4-12)		
Profundidad	Dim Prom	Desviación
309	1.95	0.01
324	1.93	0.02
333	1.96	0.01
339	1.89	0.01
353	1.97	0.01
357	1.99	0.01
Jazmín (4-13)		
Profundidad	Dim Prom	Desviación
309	1.95	0.01
324	1.93	0.02
333	1.96	0.01
339	1.89	0.01
353	1.97	0.01
357	1.99	0.01
Jazmín (5-8)		
Profundidad	Dim Prom	Desviación
309	1.90	0.03
324	1.90	0.03
333	1.92	0.02
339	1.85	0.02
353	1.93	0.03
357	1.96	0.03
Jazmín (5-9)		
Profundidad	Dim Prom	Desviación
309	1.91	0.03
324	1.90	0.03
333	1.94	0.02
339	1.86	0.02
353	1.94	0.03
357	1.97	0.02
Jazmín (5-10)		
Profundidad	Dim Prom	Desviación
309	1.93	0.02
324	1.91	0.02
333	1.95	0.01
339	1.87	0.02
353	1.95	0.03
357	1.98	0.02
Jazmín (5-11)		
Profundidad	Dim Prom	Desviación
309	1.94	0.02
324	1.93	0.02

333	1.96	0.01
339	1.89	0.02
353	1.96	0.03
357	1.98	0.01
Jazmín (5-12)		
Profundidad	Dim Prom	Desviación
309	1.95	0.02
324	1.93	0.02
333	1.97	0.01
339	1.89	0.02
353	1.97	0.02
357	1.99	0.01
Jazmín (5-13)		
Profundidad	Dim Prom	Desviación
309	1.95	0.02
324	1.94	0.02
333	1.97	0.01
339	1.90	0.02
353	1.97	0.02
357	1.99	0.01
Jazmín (5-14)		
Profundidad	Dim Prom	Desviación
309	1.96	0.01
324	1.94	0.02
333	1.97	0.01
339	1.90	0.02
353	1.97	0.02
357	1.99	0.01
Jazmín (6-9)		
Profundidad	Dim Prom	Desviación
309	1.94	0.03
324	1.92	0.03
333	1.96	0.01
339	1.88	0.03
353	1.96	0.05
357	1.99	0.02
Jazmín (6-10)		
Profundidad	Dim Prom	Desviación
309	1.92	0.03
324	1.91	0.03
333	1.94	0.03
339	1.86	0.04
353	1.95	0.06
357	1.99	0.02
Jazmín (6-11)		

Profundidad	Dim Prom	Desviación
309	1.96	0.02
324	1.94	0.03
333	1.98	0.01
339	1.90	0.02
353	1.98	0.04
357	2.00	0.01
Jazmín (6-12)		
Profundidad	Dim Prom	Desviación
309	1.96	0.02
324	1.95	0.03
333	1.98	0.01
339	1.91	0.02
353	1.98	0.03
357	2.00	0.01
Jazmín (6-13)		
Profundidad	Dim Prom	Desviación
309	1.97	0.02
324	1.95	0.02
333	1.98	0.01
339	1.91	0.02
353	1.99	0.03
357	2.00	0.01
Jazmín (6-14)		
Profundidad	Dim Prom	Desviación
309	1.97	0.02
324	1.95	0.02
333	1.98	0.01
339	1.91	0.02
353	1.98	0.02
357	2.00	0.01
Jazmín (6-15)		
Profundidad	Dim Prom	Desviación
309	1.96	0.01
324	1.94	0.03
333	1.98	0.01
339	1.92	0.02
353	1.98	0.02
357	2.00	0.01
Jazmín (7-10)		
Profundidad	Dim Prom	Desviación
309	1.95	0.04
324	1.92	0.04
333	1.99	0.02
339	1.89	0.03

353	1.97	0.04
357	2.00	0.03
Jazmín (7-11)		
Profundidad	Dim Prom	Desviación
309	1.98	0.03
324	1.95	0.03
333	2.01	0.02
339	1.92	0.02
353	1.99	0.03
357	2.01	0.02
Jazmín (7-12)		
Profundidad	Dim Prom	Desviación
309	1.98	0.03
324	1.96	0.03
333	2.00	0.02
339	1.92	0.02
353	2.00	0.02
357	2.00	0.01
Jazmín (7-13)		
Profundidad	Dim Prom	Desviación
309	1.98	0.03
324	1.96	0.03
333	2.00	0.02
339	1.93	0.02
353	2.00	0.02
357	2.01	0.01
Jazmín (7-14)		
Profundidad	Dim Prom	Desviación
309	1.98	0.02
324	1.95	0.03
333	2.00	0.02
339	1.92	0.02
353	1.99	0.02
357	2.00	0.01
Jazmín (7-15)		
Profundidad	Dim Prom	Desviación
309	1.97	0.02
324	1.95	0.03
333	1.99	0.02
339	1.93	0.02
353	1.99	0.02
357	2.00	0.01
Jazmín (7-16)		
Profundidad	Dim Prom	Desviación
309	1.97	0.01

324	1.95	0.03
333	1.98	0.02
339	1.92	0.02
353	1.99	0.02
357	2.000	0.004

Iteraciones para generar la curva = 6

Jazmín (1-4)		
Profundidad	Dim Prom	Desviación
309	1.879	0.006
324	1.86	0.02
333	1.86	0.01
339	1.81	0.01
353	1.855	0.008
357	1.904	0.004
Jazmín (1-5)		
Profundidad	Dim Prom	Desviación
309	1.884	0.006
324	1.87	0.02
333	1.87	0.01
339	1.82	0.01
353	1.865	0.006
357	1.910	0.003
Jazmín (1-6)		
Profundidad	Dim Prom	Desviación
309	1.887	0.006
324	1.87	0.02
333	1.87	0.01
339	1.82	0.01
353	1.870	0.006
357	1.914	0.003
Jazmín (1-7)		
Profundidad	Dim Prom	Desviación
309	1.888	0.006
324	1.87	0.02
333	1.87	0.01
339	1.82	0.01
353	1.873	0.005
357	1.917	0.003
Jazmín (1-8)		
Profundidad	Dim Prom	Desviación
309	1.888	0.006
324	1.87	0.02
333	1.87	0.01

339	1.82	0.01
353	1.874	0.005
357	1.918	0.003
Jazmín (1-9)		
Profundidad	Dim Prom	Desviación
309	1.888	0.006
324	1.87	0.02
333	1.88	0.01
339	1.82	0.01
353	1.876	0.005
357	1.919	0.003
Jazmín (1-10)		
Profundidad	Dim Prom	Desviación
309	1.889	0.006
324	1.87	0.02
333	1.88	0.01
339	1.82	0.01
353	1.879	0.004
357	1.922	0.003
Jazmín (2-5)		
Profundidad	Dim Prom	Desviación
309	1.904	0.005
324	1.89	0.02
333	1.90	0.01
339	1.85	0.02
353	1.905	0.007
357	1.938	0.007
Jazmín (2-6)		
Profundidad	Dim Prom	Desviación
309	1.903	0.004
324	1.89	0.02
333	1.90	0.01
339	1.85	0.02
353	1.901	0.006
357	1.938	0.004
Jazmín (2-7)		
Profundidad	Dim Prom	Desviación
309	1.901	0.005
324	1.89	0.02
333	1.90	0.01
339	1.84	0.01
353	1.899	0.005
357	1.936	0.003
Jazmín (2-8)		
Profundidad	Dim Prom	Desviación

309	1.897	0.005
324	1.88	0.02
333	1.89	0.01
339	1.84	0.01
353	1.896	0.005
357	1.934	0.005
Jazmín (2-9)		
Profundidad	Dim Prom	Desviación
309	1.896	0.005
324	1.88	0.02
333	1.89	0.01
339	1.84	0.01
353	1.895	0.005
357	1.934	0.004
Jazmín (2-10)		
Profundidad	Dim Prom	Desviación
309	1.897	0.006
324	1.88	0.02
333	1.89	0.01
339	1.84	0.01
353	1.898	0.005
357	1.935	0.004
Jazmín (2-11)		
Profundidad	Dim Prom	Desviación
309	1.901	0.006
324	1.89	0.02
333	1.90	0.01
339	1.84	0.01
353	1.903	0.004
357	1.939	0.004
Jazmín (3-6)		
Profundidad	Dim Prom	Desviación
309	1.898	0.006
324	1.88	0.03
333	1.90	0.01
339	1.84	0.02
353	1.893	0.004
357	1.933	0.006
Jazmín (3-7)		
Profundidad	Dim Prom	Desviación
309	1.897	0.007
324	1.88	0.03
333	1.89	0.01
339	1.83	0.02
353	1.893	0.003

357	1.932	0.005
Jazmín (3-8)		
Profundidad	Dim Prom	Desviación
309	1.892	0.007
324	1.88	0.02
333	1.89	0.01
339	1.83	0.02
353	1.889	0.005
357	1.929	0.006
Jazmín (3-9)		
Profundidad	Dim Prom	Desviación
309	1.891	0.007
324	1.88	0.02
333	1.89	0.01
339	1.83	0.02
353	1.890	0.006
357	1.930	0.006
Jazmín (3-10)		
Profundidad	Dim Prom	Desviación
309	1.893	0.007
324	1.88	0.02
333	1.89	0.01
339	1.83	0.02
353	1.895	0.006
357	1.933	0.005
Jazmín (3-11)		
Profundidad	Dim Prom	Desviación
309	1.899	0.007
324	1.88	0.02
333	1.90	0.01
339	1.84	0.02
353	1.903	0.005
357	1.940	0.005
Jazmín (3-12)		
Profundidad	Dim Prom	Desviación
309	1.904	0.007
324	1.89	0.02
333	1.90	0.01
339	1.85	0.02
353	1.910	0.004
357	1.944	0.006
Jazmín (4-7)		
Profundidad	Dim Prom	Desviación
309	1.902	0.009
324	1.88	0.03

333	1.89	0.01
339	1.83	0.02
353	1.896	0.006
357	1.94	0.01
Jazmín (4-8)		
Profundidad	Dim Prom	Desviación
309	1.892	0.009
324	1.87	0.02
333	1.89	0.02
339	1.82	0.02
353	1.888	0.009
357	1.93	0.01
Jazmín (4-9)		
Profundidad	Dim Prom	Desviación
309	1.891	0.008
324	1.87	0.02
333	1.89	0.02
339	1.83	0.02
353	1.889	0.010
357	1.931	0.008
Jazmín (4-10)		
Profundidad	Dim Prom	Desviación
309	1.894	0.008
324	1.88	0.02
333	1.89	0.01
339	1.83	0.02
353	1.897	0.009
357	1.935	0.007
Jazmín (4-11)		
Profundidad	Dim Prom	Desviación
309	1.903	0.007
324	1.89	0.02
333	1.90	0.01
339	1.84	0.02
353	1.909	0.007
357	1.944	0.007
Jazmín (4-12)		
Profundidad	Dim Prom	Desviación
309	1.909	0.007
324	1.89	0.02
333	1.91	0.01
339	1.85	0.02
353	1.917	0.006
357	1.950	0.007
Jazmín (4-13)		

Profundidad	Dim Prom	Desviación
309	1.914	0.006
324	1.89	0.02
333	1.91	0.01
339	1.85	0.02
353	1.923	0.006
357	1.954	0.007
Jazmín (5-8)		
Profundidad	Dim Prom	Desviación
309	1.877	0.011
324	1.86	0.02
333	1.87	0.02
339	1.81	0.02
353	1.87	0.02
357	1.92	0.02
Jazmín (5-9)		
Profundidad	Dim Prom	Desviación
309	1.881	0.010
324	1.86	0.02
333	1.88	0.02
339	1.82	0.02
353	1.88	0.02
357	1.93	0.01
Jazmín (5-10)		
Profundidad	Dim Prom	Desviación
309	1.889	0.010
324	1.87	0.02
333	1.88	0.02
339	1.83	0.02
353	1.89	0.01
357	1.93	0.01
Jazmín (5-11)		
Profundidad	Dim Prom	Desviación
309	1.902	0.008
324	1.89	0.02
333	1.90	0.01
339	1.84	0.02
353	1.913	0.009
357	1.948	0.009
Jazmín (5-12)		
Profundidad	Dim Prom	Desviación
309	1.911	0.007
324	1.89	0.02
333	1.91	0.01
339	1.85	0.02

353	1.923	0.006
357	1.955	0.009
Jazmín (5-13)		
Profundidad	Dim Prom	Desviación
309	1.917	0.006
324	1.90	0.02
333	1.92	0.01
339	1.86	0.02
353	1.930	0.006
357	1.959	0.008
Jazmín (5-14)		
Profundidad	Dim Prom	Desviación
309	1.918	0.006
324	1.90	0.02
333	1.92	0.01
339	1.86	0.02
353	1.932	0.006
357	1.959	0.007
Jazmín (6-9)		
Profundidad	Dim Prom	Desviación
309	1.88	0.01
324	1.87	0.02
333	1.88	0.02
339	1.82	0.02
353	1.89	0.02
357	1.93	0.01
Jazmín (6-10)		
Profundidad	Dim Prom	Desviación
309	1.89	0.01
324	1.88	0.03
333	1.89	0.02
339	1.84	0.02
353	1.91	0.01
357	1.94	0.01
Jazmín (6-11)		
Profundidad	Dim Prom	Desviación
309	1.910	0.009
324	1.90	0.03
333	1.91	0.02
339	1.86	0.02
353	1.930	0.007
357	1.96	0.01
Jazmín (6-12)		
Profundidad	Dim Prom	Desviación
309	1.921	0.008

324	1.90	0.02
333	1.92	0.01
339	1.87	0.02
353	1.941	0.007
357	1.96	0.01
Jazmín (6-13)		
Profundidad	Dim Prom	Desviación
309	1.927	0.007
324	1.91	0.02
333	1.93	0.01
339	1.88	0.02
353	1.947	0.008
357	1.969	0.009
Jazmín (6-14)		
Profundidad	Dim Prom	Desviación
309	1.927	0.007
324	1.91	0.02
333	1.93	0.01
339	1.88	0.02
353	1.945	0.007
357	1.967	0.008
Jazmín (6-15)		
Profundidad	Dim Prom	Desviación
309	1.927	0.007
324	1.91	0.02
333	1.93	0.01
339	1.88	0.02
353	1.945	0.007
357	1.965	0.007
Jazmín (7-10)		
Profundidad	Dim Prom	Desviación
309	1.90	0.01
324	1.89	0.03
333	1.90	0.02
339	1.84	0.02
353	1.92	0.01
357	1.95	0.02
Jazmín (7-11)		
Profundidad	Dim Prom	Desviación
309	1.927	0.009
324	1.91	0.03
333	1.93	0.02
339	1.88	0.02
353	1.950	0.005
357	1.97	0.02

Jazmín (7-12)		
Profundidad	Dim Prom	Desviación
309	1.94	0.01
324	1.92	0.02
333	1.94	0.01
339	1.89	0.02
353	1.960	0.007
357	1.98	0.02
Jazmín (7-13)		
Profundidad	Dim Prom	Desviación
309	1.943	0.009
324	1.92	0.02
333	1.95	0.01
339	1.89	0.02
353	1.964	0.009
357	1.98	0.01
Jazmín (7-14)		
Profundidad	Dim Prom	Desviación
309	1.939	0.009
324	1.92	0.02
333	1.94	0.01
339	1.89	0.02
353	1.959	0.008
357	1.977	0.009
Jazmín (7-15)		
Profundidad	Dim Prom	Desviación
309	1.936	0.009
324	1.91	0.02
333	1.94	0.01
339	1.89	0.01
353	1.956	0.008
357	1.972	0.008
Jazmín (7-16)		
Profundidad	Dim Prom	Desviación
309	1.934	0.008
324	1.91	0.02
333	1.94	0.01
339	1.89	0.01
353	1.954	0.008
357	1.969	0.007