

**DEFLEXIONES A LARGO PLAZO  
EN VIGAS DE CONCRETO REFORZADO**

**IVAN RAFAEL OCHOA RINCON  
ELIANA INES GUERRERO PULIDO**



**UNIVERSIDAD INDUSTRIAL DE SANTANDER  
FACULTAD FISICOMECÁNICAS  
ESCUELA INGENIERÍA CIVIL  
BUCARAMANGA  
2015**

**DEFELXIONES A LARGO PLAZO  
EN VIGAS DE CONCRETO REFORZADO**

**IVAN RAFAEL OCHOA RINCON Cod. 2148827  
ELIANA INES GUERRERO PULIDO Cod. 2148823**

**Trabajo de grado presentado como requisito para optar por el título de  
Especialista en Estructuras**

**Director:  
Alvaro Viviescas Jaimes, Ing. Civil – Ph.D.**

**UNIVERSIDAD INDUSTRIAL DE SANTANDER  
FACULTAD FISICOMECAÑICAS  
ESCUELA INGENIERÍA CIVIL  
BUCARAMANGA  
2015**

## **AGRADECIMIENTOS**

A nuestro director Ph.D. Ing. Alvaro Viviescas por su apoyo y direccionamiento durante el desarrollo de este proyecto.

A nuestro colega M.Sc. Ing. Cesar Gelvez por su direccionamiento durante el desarrollo de este proyecto.

A la Escuela de Ingeniería Civil por darnos la oportunidad y el acompañamiento necesario de poder concluir nuestros estudios de postgrado.

A nuestras familias por su apoyo incondicional para lograr el cumplimiento de esta nueva meta profesional.

## CONTENIDO

	Pág.
INTRODUCCION .....	12
1. OBJETIVOS.....	14
1.1 OBJETIVO GENERAL .....	14
1.2 OBJETIVOS ESPECÍFICOS.....	14
2. MARCO TEÓRICO .....	15
2.1 DEFINICIONES .....	15
2.2 CONSIDERACIONES GENERALES .....	17
2.3 CONTROL DE LAS DEFLEXIONES.....	18
2.3.1 Espesores Mínimos para vigas y losas no preesforzadas armadas en una dirección.....	18
2.3.2 Deflexiones inmediatas de vigas y losas no preesforzadas armadas en una dirección.....	20
2.3.3 Momento de Inercia Efectivo para vigas y losas no preesforzadas en una dirección.....	22
2.3.4 Deflexión a largo plazo para vigas y losas no preesforzadas en una dirección .....	24
2.3.4.1 Deflexión a largo plazo según el método ACI-318 .....	24
2.3.4.2 Deflexión a largo plazo según el método del ACI-435 .....	25
3. CALCULO DE LAS DEFLEXIONES DE UNA VIGA RECTANGULAR SIMPLEMENTE APOYADA EN CONCRETO REFORZADO .....	29
4. COMPARACIÓN ENTRE EL MÉTODO ACI-318 Y EL ACI-435.....	37
5 FACTOR DE AJUSTE PARA EL CALCULO DE LAS DEFLEXIONES A LARGO PLAZO.....	40
6. CONCLUSIONES .....	45
REFERENCIAS BIBLIOGRAFICAS.....	46
BIBLIOGRAFIA.....	48

## LISTA DE TABLAS

	<b>Pág.</b>
Tabla 1. TABLA C.9.5(a) — Alturas o espesores mínimos de vigas no preesforzadas o losas reforzadas en una dirección a menos que se calculen las deflexiones .....	19
Tabla 2. TABLA C.9.5(b) — Deflexión máxima admisible calculada.....	19
Tabla 3. TABLA CR.9.5 — Alturas o espesores mínimos recomendados para vigas no preesforzadas o losas reforzadas en una dirección que soporten muros divisorios y particiones frágiles susceptibles de dañarse debido a deflexiones grandes, a menos que se calculen las deflexiones.....	20

## LISTA DE FIGURAS

	<b>Pág.</b>
Figura 1. Relación Retracción-Tiempo.....	17
Figura 2. Relación Bilineal momento-deflexión.....	21
Figura 3. Sección fisurada transformada .....	22
Figura 4. Sección transversal Vigas.....	30
Figura 5. Curvas Carga – Deflexión Largo Plazo, t = 2 años, VIGA 1 .....	37
Figura 6. Curvas Carga – Deflexión Largo Plazo, t = 2 años, VIGA 2 .....	37
Figura 7. Curvas Carga – Deflexión Largo Plazo, t = 3 meses, VIGA 1.....	38
Figura 8. Curvas Carga – Deflexión Largo Plazo, t = 3 meses, VIGA 2.....	39
Figura 9. Curvas Relación Deflexión largo plazo– Deflexión Instantánea, t=2 años, VIGA 1 .....	41
Figura 10. Curvas Relación Deflexión largo plazo– Deflexión Instantánea, t=2 años, VIGA 2 .....	41
Figura 11. Curvas Relación Deflexión largo plazo– Deflexión Instantánea, t=3 meses, VIGA 1.....	42
Figura 12. Curvas Relación Deflexión largo plazo– Deflexión Instantánea, t=3 meses, VIGA 2.....	42

## RESUMEN

### TITULO:

DEFLEXIONES A LARGO PLAZO EN VIGAS DE CONCRETO REFORZADO\*

### AUTORES:

Eliana Inés Guerrero Pulido

Ivan Rafael Ochoa Rincon\*\*

### PALABRAS CLAVES:

Deflexión, concreto, reforzado, método, simplificado, análisis no Lineal, esfuerzo, deformación, flujo plástico, retracción, instantánea, largo plazo, carga, muerta, viva, sostenida, permanente, servicio, rigidez, inercia, fisuración.

### DESCRIPCION:

El presente proyecto se realiza con la necesidad de determinar una fórmula simplificada para calcular las deflexiones a largo plazo, en vigas rectangulares de concreto reforzado, teniendo como base las deflexiones inmediatas debidas a cargas gravitacionales de servicio (muertas y vivas) sostenidas en el tiempo mediante el planteamiento de la variación no lineal de la inercia de la viga, la cual tiene dos fases distintas de comportamiento dependiendo de la magnitud de la carga aplicada antes de llegar a la falla: (i) comportamiento no fisurada; y (ii) comportamiento fisurado. Para escoger los factores apropiados se analizaran los métodos simplificados del ACI-435 y de la NSR-10 para predecir las deflexiones en vigas de concreto reforzado y los resultados obtenidos con estos métodos son comparados con los obtenidos por medio de un análisis no lineal. Los efectos debido al flujo plástico y retracción del fraguado son considerados para el cálculo de las deflexiones a largo plazo. Los resultados obtenidos indican que los dos métodos simplificados son apropiados para el cálculo de las deflexiones instantáneas en vigas de concreto reforzado. El método de la CEB también arroja buenos resultados cuando son considerados los efectos del flujo plástico y la retracción del concreto. Sin embargo, el método de la NSR-10, proveniente del ACI, difiere a los demás métodos en la evaluación de las deflexiones a largo plazo, siendo más conservador. Las vigas a analizar son simplemente apoyadas.

\*Trabajo de grado

\*\* Facultad de Ingenierías Físico-Mecánicas, Escuela de Ingeniería Civil, Especialización en estructuras, Director: Ph.D., Alvaro Viviescas

## ABSTRACT

**TITLE:**

LONG TERM DEFLECTIONS OF REINFORCED CONCRETE BEAMS\*.

**AUTHORS:**

Eliana Inés Guerrero Pulido  
Ivan Rafael Ochoa Rincon\*\*

**KEY WORDS:**

Deflection, reinforced, concrete, beam, method, simplified, nonlinear analysis, stress, strain, creep, shrinkage, instantaneous, long term, load, dead, live, sustained, permanent, service, rigidity, inertia, cracking.

**DESCRIPTION:**

This project is conducted with the need to determine a simplified formula for calculating the long-term deflections of rectangular reinforced concrete beams, based on the instantaneous deflection due to service gravity loads, dead and live loads, sustained over time by the approach of the nonlinear variation of inertia of the beam, which has two different phases of behavior depending on the magnitude of the applied load before reaching the fault: (i) uncracked behavior; and (ii) cracked behavior. To choose the appropriate factors, simplified methods of ACI-435 and NSR-10 were analyzed to predict the deflections of reinforced concrete beams and the results obtained with these methods are compared with those obtained by a nonlinear analysis. The effects due to creep and shrinkage of concrete are considered for calculating the long-term deflections. The results indicate that the two simplified methods are suitable for calculating the instantaneous deflections of reinforced concrete beams. CEB method also supplies good results when considered the effects of creep and shrinkage of concrete. However, the method of the NSR-10, copy from ACI, differs from other methods in the evaluation of long-term deflections being more conservative. The analyzed beams are simply supported.

\*Work degree

\*\*School of Physics and Mechanical Engineering, School of Civil Engineering, Specialization in structures Director: Ph.D., Alvaro Viviescas

## INTRODUCCION

Los procedimientos de diseño actuales de estructuras en concreto reforzado están basados en los conceptos de los estados límites. Estos están generalmente clasificados como estado límite último y estado límite de servicio. El estado límite último se refiere a la capacidad a flexión de una parte de la estructura o de la estructura como un todo. Los estados límites de servicio están asociados con el comportamiento de la estructura bajo acciones previstas en condiciones normales de uso.

En las verificaciones de los estados límites de servicio, las acciones son consideradas con valores característicos, lo cual es equivalente a considerar un factor de seguridad igual a la unidad. De este mismo modo, las propiedades mecánicas significativas de los materiales son usadas para evaluar la rigidez estructural.

Usualmente, los códigos de diseño para estructuras en concreto reforzado requiere que las deflexiones en las vigas sean calculadas para combinaciones de carga casi permanentes. En cada combinación, la carga permanente es representada por un valor representativo,  $D$ , y las cargas variables son representadas por un valor  $\psi_2 L$ , donde  $L$  es el valor característico y  $\psi_2 < 1$ .

De acuerdo a la CEB[7], por ejemplo, para las cargas accidentales de edificios residenciales y de oficina consideran  $\psi_2=0.4$ . Sin embargo en la NSR-10[12] se permite reducir la carga viva para diseño en un 50%. En ese caso la carga permanente,  $P_0$ , sostenida en el tiempo sería:

$$P_0 = D + 0.5L \quad [7]$$

Donde  $D$  y  $L$  son la carga muerta y viva respectivamente.

Una vez realizados los análisis por carga de servicio, se admite considerar que el esfuerzo a compresión en la estructura es suficientemente pequeño tal que es posible considerar un comportamiento lineal elástico del concreto. Entonces, es

posible elaborar un procedimiento de análisis simplificado donde solamente se considera la no linealidad del concreto debido a la fisuración. Debido a esto, se da una simplificación razonable, la cual facilita el análisis estructural del concreto reforzado.

En un análisis consistente de vigas de concreto reforzado, es necesario tener en cuenta la fisuración y el efecto de la tensión en el refuerzo. El flujo plástico y la retracción del fraguado del concreto también deben ser considerados en el cálculo de la deflexión a largo plazo.

El análisis se puede realizar con diferentes niveles de refinamiento, a partir del análisis no lineal, hasta la utilización de métodos simplificados como el método bilineal adoptado por CEB[6] y en el Eurocode-2[9].

Por otro lado, el ACI-318[2] recomienda una fórmula simplificada para representar la rigidez equivalente de la viga fisurada. La deflexión adicional a largo plazo, como resultado de la fluencia y la retracción, se incluye como un término extra. Así mismo el comité 435 del ACI[1] plantea el cálculo de las deflexiones por retracción y flujo plástico por separado.

Estos métodos del ACI se han adoptado en varios códigos nacionales, como en EHE-99[8] de España, en NBR-6118[10] de Brasil, NSR-10 y en los códigos de varios países de todo el mundo.

Uno de los alcances de esta monografía es verificar la precisión entre el método simplificado del ACI-318 y el ACI-435 y de ahí determinar una relación entre las deflexiones inmediatas en base a la inercia bruta del elemento sin fisurar y las deflexiones a largo plazo, teniendo en cuenta la no-linealidad de la inercia de la sección, con el fin de simplificar este cálculo en el ámbito cotidiano del diseño estructural, traduciéndose en un ahorro en tiempo del ingeniero.

# 1. OBJETIVOS

## 1.1 OBJETIVO GENERAL

Proponer una fórmula simplificada para calcular las deflexiones a largo plazo, en vigas rectangulares de concreto reforzado, teniendo como base las deflexiones inmediatas debidas a cargas gravitacionales de servicio (muertas y vivas) sostenidas en el tiempo mediante el planteamiento de la variación no lineal de la inercia de la viga.

## 1.2 OBJETIVOS ESPECÍFICOS

- ✓ Calcular la deflexión inmediata para una viga rectangular en concreto reforzado debido a cargas gravitacionales de servicio (muerta y viva), según C.9.5.2 de la NSR-10.
- ✓ Calcular la deflexión a largo plazo para una viga rectangular en concreto reforzado debido a cargas gravitacionales de servicio (muerta y viva), mediante el método del ACI-318[2] (Capítulo 24.2.4.1) y el método del ACI-435[1] (capítulo 2.3.4).adoptados por la NSR-10.
- ✓ Hacer un análisis comparativo de los resultados de las deflexiones obtenidas por los métodos del ACI-318 y ACI-435
- ✓ Determinar el factor multiplicador a aplicar a la deflexión instantánea por carga muerta y viva, calculada con el momento de inercia de la viga sin fisurar, que sería equivalente al valor de la deflexión a largo plazo calculada por cualquiera de los dos métodos del ACI.

## 2. MARCO TEÓRICO

### 2.1 DEFINICIONES

- **Deflexión:** Es la distancia vertical medida entre el eje neutro de la viga, considerando que esta se encontraba inicialmente recta, y la línea elástica de la viga, la cual se forma por efecto de una carga. Las distintas cargas sobre las vigas generan tensiones de corte y flexión en las barras y a su vez la hacen deformarse.
- **Manejabilidad del concreto (Slump):** La manejabilidad es una propiedad del concreto fresco que se refiere a la facilidad con que este puede ser: mezclado, manejado, transportado, colocado, compactado y terminado sin que pierda su homogeneidad (exude o se segregue). El grado de manejabilidad apropiado para cada estructura, depende del tamaño y forma del elemento que se vaya a construir, de la disposición y tamaño del refuerzo y de los métodos de colocación y compactación. Así por ejemplo, un elemento delgado o muy reforzado necesita una mezcla más fluida que un elemento masivo o poco reforzado. *[Fuente: Concreto Simple - Ing. Gerardo A. Rivera L.]*
- **Concreto Reforzado:** Es un concreto con al menos la mínima cantidad de refuerzo convencional o preesfuerzo requerido por la normativa aplicable.
- **Análisis No Lineal en vigas de concreto reforzado:** Es el análisis que se le hace a las vigas para calcular las deformaciones considerando la no linealidad de los materiales debido al comportamiento del concreto y el acero de refuerzo. Este comportamiento puede ser modelado a través de una relación de esfuerzo-deformación del acero de refuerzo embebido en el

concreto.

- **Flujo Plástico (Creep):** Se define como una deformación inelástica del concreto bajo esfuerzos sostenidos. Ocurre adicionalmente a las deformaciones elásticas producidas por los esfuerzos aplicados y se manifiesta como un aumento continuo de las deformaciones bajo carga sostenida. Ocurre únicamente cuando el concreto está sometido a esfuerzos de compresión o de tracción (en este caso cuando el elemento no se encuentra fisurado), es decir, si el elemento no está cargado no se produce creep. Cuando se remueven o dejen de actuar los esfuerzos sostenidos, ocurre una recuperación parcial de las deformaciones ocasionadas por el creep, conocido como recuperación del creep (creep recovery). La recuperación del creep no es total, por lo tanto, el creep no es un fenómeno reversible. Las deformaciones por creep en un elemento de concreto simple bajo esfuerzos sostenidos, son en general, mayores que las deformaciones elásticas iniciales, en consecuencia este fenómeno representa una parte importante de las deformaciones totales en un elemento de concreto a compresión. Como resultado del creep los desplazamientos y esfuerzos internos en una estructura de concreto, se modifican.
- **Retracción de fraguado (Shrinkage):** La retracción o contracción es el acortamiento que experimenta el concreto durante el proceso de endurecimiento y secado. Se debe principalmente a la pérdida por evaporación del exceso de agua de mezclado. Hay que recordar que el agua añadida inicialmente a una mezcla de concreto, puede llegar a ser aproximadamente el doble de la necesaria para lograr la hidratación del cemento, el exceso de agua se denomina agua de amasado o de mezclado. En la figura adjunta (Park – Paulay)[3], se muestra una curva típica de la evolución de la retracción con el tiempo en un elemento de

concreto,  $t_0$  es el tiempo en el cual el elemento se somete a un medio ambiente de secado. La contracción ocurre a una tasa decreciente con el tiempo, normalmente para concretos curados por vía húmeda durante siete días, el 50% de la retracción total ocurre durante el primer mes posterior al curado y aproximadamente un 80% ocurre durante el primer año (T.Y Lin).

Figura 1. Relación Retracción-Tiempo.



[Fuente: Park - Paulay]

- **Ductilidad:** Se define como la capacidad de deformación que tiene las estructuras cuando los elementos que la componen exceden la resistencia de fluencia al ser aplicadas las cargas. Una buena ductilidad se refleja en los elementos que se deforman plásticamente mientras disipan energías en llegar a una falla repentina. En cuanto a materiales de la construcción el concreto a mayor resistencia mayor fragilidad, por tal motivo se busca darle un comportamiento dúctil al confinarlo con acero quien absorbe las tensiones.

## 2.2 CONSIDERACIONES GENERALES

Las previsiones de la NSR-10 para el control de deflexiones están enfocadas solamente a aquellas deformaciones verticales que ocurren por efecto de la carga de servicio bajo condiciones estáticas y no deben aplicarse a cargas con

características dinámicas fuertes tales como las producidas por sismo, viento y vibraciones de maquinaria. Debido a la variabilidad en las deformaciones del concreto estructural, es relevante el cálculo estimado de las deflexiones. En la mayoría de los casos, se justifica el uso de procedimientos simples y sencillos para estimar dichas deflexiones. Existen planteamientos y análisis más profundos del control de las deflexiones donde se incluyen métodos más detallados para calcular las deformaciones, tal como lo describen en el SP-43[15] y en BRANSON[5].

## **2.3 CONTROL DE LAS DEFLEXIONES**

En la norma NSR-10 proponen dos métodos para controlar las deflexiones de miembros a flexión armados en una y en dos direcciones. Las deflexiones pueden ser controladas directamente limitando la deflexión calculada según la tabla C.9.5(b) o definiendo la altura mínima del elemento según la tabla C.9.5(a) para sistemas en una dirección.

### **2.3.1 Espesores Mínimos para vigas y losas no preesforzadas armadas en una dirección**

En vigas y losas en una dirección que soportan cargas típicas de una edificación, las deflexiones producidas debido a esto, normalmente estarían dentro de los rangos permisibles cuando las dimensiones mínimas expuestas en la tabla C.9.5(a) sean tenidas en cuenta y más aún si se exceden estos valores.

Se debe tener especial cuidado ya que estos valores de alturas y espesores mínimos obedecen solamente a miembros que no soporten o estén ligados a particiones u otros elementos susceptibles de dañarse por grandes deflexiones. Para todos los demás miembros, las deflexiones necesitan ser calculadas. Sin embargo cuando se utilizan particiones y muros divisorios de mampostería de acuerdo al capítulo B.3.4 de la NSR-10, en el comentario CR.9.5.2 se recomienda utilizar los espesores mínimos dados en la tabla CR.9.5.

Tabla 1. TABLA C.9.5(a) — Alturas o espesores mínimos de vigas no preesforzadas o losas reforzadas en una dirección a menos que se calculen las deflexiones

Elementos	Espesor mínimo, $h$			
	Simplemente apoyados	Con un extremo continuo	Ambos extremos continuos	En voladizo
Elementos que NO soporten o estén ligados a divisiones u otro tipo de elementos susceptibles de dañarse debido a deflexiones grandes.				
Losas macizas en una dirección	$\frac{\ell}{20}$	$\frac{\ell}{24}$	$\frac{\ell}{28}$	$\frac{\ell}{10}$
Vigas o losas nervadas en una dirección	$\frac{\ell}{16}$	$\frac{\ell}{18.5}$	$\frac{\ell}{21}$	$\frac{\ell}{8}$

NOTAS:

Los valores dados en esta tabla se deben usar directamente en elementos de concreto de peso normal y refuerzo grado 420 MPa. Para otras condiciones, los valores deben modificarse como sigue:

(a) Para concreto liviano estructural con densidad  $w_c$  dentro del rango de 1 440 a 1 840 kg/m<sup>3</sup>, los valores de la tabla deben multiplicarse por  $(1,65 - 0,0003w_c)$ , pero no menos de 1.09.

(b) Para  $f_y$  distinto de 420 MPa, los valores de esta tabla deben multiplicarse por  $(0,4 + f_y / 700)$ .

Tabla 2. TABLA C.9.5(b) — Deflexión máxima admisible calculada

Tipo de elemento	Deflexión considerada	Limite de deflexión
Cubiertas planas que no soporten ni estén ligadas a elementos no estructurales susceptibles de sufrir daños debido a deflexiones grandes.	Deflexión inmediata debida a la carga viva, $L$	$\ell/180^*$
Entrepisos que no soporten ni estén ligados a elementos no estructurales susceptibles de sufrir daños debido a deflexiones grandes.	Deflexión inmediata debida a la carga viva, $L$	$\ell/360$
Sistema de entrepiso o cubierta que soporte o esté ligado a elementos no estructurales susceptibles de sufrir daños debido a deflexiones grandes.	La parte de la deflexión total que ocurre después de la unión de los elementos no estructurales (la suma de la deflexión a largo plazo debida a todas las cargas permanentes, y la deflexión inmediata debida a cualquier carga viva adicional) <sup>†</sup>	$\ell/480^*$
Sistema de entrepiso o cubierta que soporte o esté ligado a elementos no estructurales no susceptibles de sufrir daños debido a deflexiones grandes.		$\ell/240^{\ddagger}$

\* Este limite no tiene por objeto constituirse en un resguardo contra el empozamiento de aguas. Este último se debe verificar mediante cálculos de deflexiones adecuados, incluyendo las deflexiones debidas al agua estancada, y considerando los efectos a largo plazo de todas las cargas permanentes, la contraflecha, las tolerancias de construcción y la contabilidad en las medidas tomadas para el drenaje.

† Las deflexiones a largo plazo deben determinarse de acuerdo con C.9.5.2.5 ó C.9.5.4.3, pero se pueden reducir en la cantidad de deflexión calculada que ocurra antes de unir los elementos no estructurales. Esta cantidad se determina basándose en datos de Ingeniería aceptables correspondiente a las características tiempo-deflexión de elementos similares a los que se están considerando.

‡ Este limite se puede exceder si se toman medidas adecuadas para prevenir daños en elementos apoyados o unidos.

§ Pero no mayor que la tolerancia establecida para los elementos no estructurales. Este limite se puede exceder si se proporciona una contraflecha de modo que la deflexión total menos la contraflecha no exceda dicho limite.

Tabla 3. TABLA CR.9.5 — Alturas o espesores mínimos recomendados para vigas no preesforzadas o losas reforzadas en una dirección que soporten muros divisorios y particiones frágiles susceptibles de dañarse debido a deflexiones grandes, a menos que se calculen las deflexiones

	Espesor mínimo, h			
	Simplemente apoyados	Con un Extremo continuo	Ambos Extremos continuos	En voladizo
Elementos	Elementos que soporten o estén ligados a divisiones u otro tipo de elementos susceptibles de dañarse debido a deflexiones grandes.			
Losas macizas en una dirección	$\frac{\ell}{14}$	$\frac{\ell}{16}$	$\frac{\ell}{19}$	$\frac{\ell}{7}$
Vigas o losas nervadas en una dirección	$\frac{\ell}{11}$	$\frac{\ell}{12}$	$\frac{\ell}{14}$	$\frac{\ell}{5}$

La Notas son las mismas de la Tabla C.9.5(a) del Reglamento.

### 2.3.2 Deflexiones inmediatas de vigas y losas no preesforzadas armadas en una

Las deflexiones a corto plazo o iniciales en vigas y losas en una dirección ocurren inmediatamente se les aplica carga al elemento. Los principales factores que contribuyen a la deflexión inmediata de un elemento, según ACI-435[3], son:

- Características de la carga
- Longitud y condiciones de los apoyos
- Propiedades de la sección transversal y cuantía de refuerzo
- Propiedades de los materiales
- Cantidad y tamaño de las fisuras a flexión

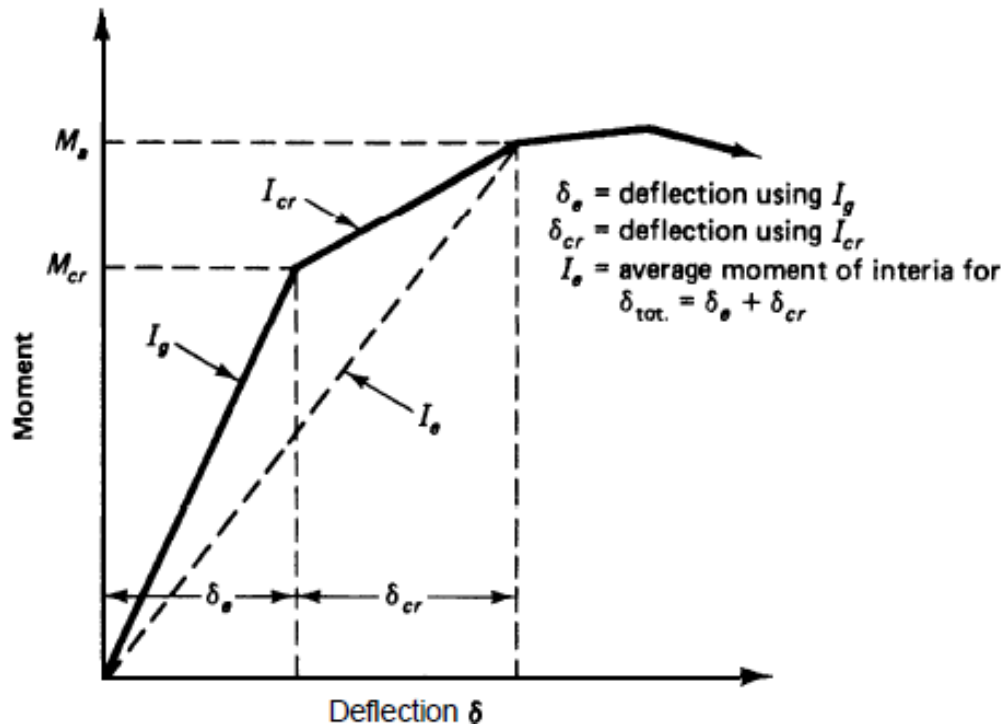
Sin embargo las propiedades del concreto son las que más influencia tienen sobre el comportamiento de los miembros reforzados sometidos a flexión bajo cargas instantáneas. Estas propiedades son:

- Esfuerzos de compresión ( $f'_c$ )
- Módulo de elasticidad ( $E_c$ )
- Módulo de ruptura ( $f_r$ ).

No obstante, particularmente los módulos de elasticidad muestran más variación con la calidad, edad, nivel de esfuerzos del concreto y la duración de la carga.

Cuando las vigas de concreto reforzado son sometidas a cargas experimentan dos fases de comportamiento; una fase elástica no fisurada que ocurre cuando el momento actuante ( $M_a$ ) es menor que el momento de fisuración ( $M_{cr}$ ) y una fase o estado fisurado, que ocurre cuando el momento actuante es mayor que el momento de fisuración ( $M_{cr}$ ). Por lo tanto se deben usar dos valores de momento de inercia asociados a cada fase de comportamiento; el momento de inercia de la sección bruta ( $I_g$ ) sin fisurar y el momento de inercia reducido de la sección fisurada ( $I_{cr}$ ). El ACI-435[1] muestra en una gráfica dicho comportamiento, tal como se muestra en la figura 1.

Figura 2. Relación Bilineal momento-deflexión.



[Fuente: ACI435 - Figura 3.19]

El momento de inercia de una viga no fisurada está dado por la expresión ( $I_g = bh^3/12$ ). El momento de inercia de una viga fisurada con refuerzo a tensión ( $I_{cr}$ ) se deduce de la siguiente manera:

Tomando el momento de áreas alrededor del eje neutro y usando:

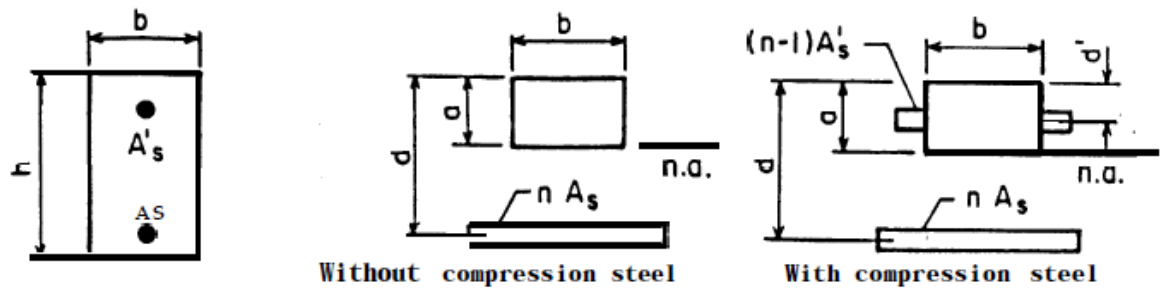
$$n = E_s/E_c$$

$$B = b/(nA_s)$$

$$r = (n-1) A'_s/(nA_s)$$

$$a = [(2Bd(1+rd'/d)+(1+r))^{1/2} - (1+r)]/B$$

Figura 3. Sección fisurada transformada



[Fuente: PCA, 1984]

Así el momento de inercia de la sección fisurada alrededor del eje neutro está dada por las siguientes expresiones:

- Sin refuerzo a compresión  $(I_{cr} = ba^3/3 + nA_s(d-a)^2)$
- Con refuerzo a compresión  $(I_{cr} = ba^3/3 + nA_s(d-a)^2 + (n-1) A'_s(a-d')^2)$

### 2.3.3 Momento de Inercia Efectivo para vigas y losas no preesforzadas en una dirección

La rigidez a flexión ( $EI$ ) de una viga puede no ser constante debido a que se presentan variaciones de refuerzo y fisuras en diferentes secciones de la viga a lo largo de su longitud. Por esta razón y por la variabilidad de los materiales que componen la viga se hace difícil predecir las deflexiones.

El momento de inercia efectivo para vigas simplemente apoyadas, en voladizo y continuas entre puntos de inflexión está dada por:

$$I_e = (M_{cr}/M_a)^3 I_g + [1 - (M_{cr}/M_a)^3] I_{cr} \leq I_g$$

Ec. [12]

Donde  $M_{cr} = f_r \cdot I_g / y_t$

$M_a$ : momento máximo debido a cargas de servicio presente en el elemento en la etapa para la que se calcula la deflexión

$f_r =$  Módulo de Ruptura del concreto =  $0.623 (f'_c)^{1/2}$

El momento de inercia efectivo ( $I_e$ ) se desarrolló para proporcionar una transición entre los límites superior e inferior de ( $I_g$ ) e ( $I_{cr}$ ) como una función del nivel de fisuración representada por ( $M_{cr} / M_a$ ).

Para cada combinación de carga a ser considerada, tal como carga muerta (D) y carga muerta más carga viva (D+L), las deflexiones se calculan usando el momento de inercia según la ecuación [Ec. 12] teniendo en cuenta el apropiado momento de por carga de servicio ( $M_a$ ). El incremento en la deflexión causado por la carga adicional, tal como la carga viva (L), se calcula como la diferencia entre las deflexiones calculadas por cada una de las dos combinaciones mencionadas.

La deflexión inmediata ( $\Delta_i$ ) para vigas simplemente apoyadas puede ser calculada por la ecuación elástica dada en el ACI-435[1] pero utilizando el momento de inercia efectivo ( $I_e$ ).

$$\Delta_i = K(5/48)M_a \ell^2 / (E_c I_e) \quad \text{Ec. [6]}$$

Donde  $\ell$ : Longitud del vano definido en el C.8.9 de la NSR-10

K: Coeficiente de deflexión. 1 para carga uniformemente distribuida y para vigas simplemente apoyadas

De acuerdo a esto se tienen las expresiones:

$(\Delta_i)_D$ : Deflexión por carga muerta

$(\Delta_i)_{D+L}$ : Deflexión por carga muerta más carga viva

$(\Delta_i)_L$ : Deflexión por carga viva (  $(\Delta_i)_D - (\Delta_i)_{D+L}$  )

### **2.3.4 Deflexión a largo plazo para vigas y losas no preesforzadas en una dirección**

Las vigas y losas en una dirección sometidas a cargas sostenidas en el tiempo experimentan deflexiones a largo plazo. Estas deflexiones pueden ser de dos a tres veces mayor que la deflexión elástica que ocurre cuando la carga sostenida es aplicada. Las deflexiones a largo plazo son causadas por los efectos del flujo plástico (Creep) y retracción del fraguado (Shrinkage), la formación de nuevas fisuras y la variación del tamaño de las fisuras iniciales. Estas deflexiones están afectadas por:

- Esfuerzos en el concreto
- Cantidad de refuerzo a tensión y compresión
- Tamaño del elemento
- Condiciones de curado
- Temperatura
- Humedad relativa
- Edad del concreto en el momento de la carga
- Duración de la carga

Los efectos del flujo plástico y la retracción son aproximados debido a la variabilidad de la deformación unitaria y los esfuerzos a través de la altura de la sección y a lo largo del vano de la viga. Las propiedades del concreto como la resistencia, el módulo de elasticidad, retracción, flujo y flujo plástico también varían con la composición de la mezcla, condiciones de curado y el tiempo.

En el presente trabajo se estiman las deflexiones a largo plazo por medio de dos métodos aproximados, adoptados por la NSR-10, los cuales son:

- Método del ACI-318
- Método Alterno del ACI-435

#### **2.3.4.1 Deflexiones a largo plazo según el Método del ACI-318**

De acuerdo al capítulo 24.2.4 del ACI-318 o al capítulo C.9.5.2.5 de la NSR-10, la deflexión adicional debido a la combinación de los efectos de flujo plástico y

retracción ( $\Delta_{(cp+sh)}$ ) de las cargas sostenidas puede ser estimada multiplicando la deflexión inmediata causada por las cargas sostenidas ( $\Delta_i$ )<sub>sos</sub> por el factor  $\lambda_\Delta$ .

$$\Delta_{(cp+sh)} = \lambda_\Delta(\Delta_i)_{\text{sos}} \quad \text{Ec. [9]}$$

Donde  $\lambda_\Delta = \xi / (1+50\rho')$

$\xi$ : Factor dependiente del tiempo según ACI-318 tabla 24.2.4.1.3

$$\rho' = A's / bd$$

Cabe anotar que las cargas sostenidas incluyen la carga muerta y la porción de la carga viva que es sostenida en un tiempo determinado, ecuación [Ec. 7].

La deflexión total ( $\Delta_{LT}$ ) de la viga está dada por la siguiente ecuación:

$$\Delta_{LT} = \lambda_\Delta(\Delta_i)_{\text{sos}} + (\Delta_i)_L \quad \text{Ec. [2]}$$

Donde  $(\Delta_i)_L$ : Deflexión inmediata debido a la carga viva

### 2.3.4.2 Deflexiones a largo plazo según el Método del ACI-435

De acuerdo al capítulo 2.6.2 del ACI-435[1], se pueden calcular las deflexiones a largo plazo causadas por el flujo plástico y la retracción separadamente. Las expresiones con las cuales se calculan dichos valores son:

*Deflexión por flujo plástico*

$$\Delta_{cp} = \lambda_{cp}(\Delta_i)_{\text{sos}} \quad \text{Ec. [8]}$$

*Deflexión por retracción de fraguado*

$$\Delta_{sh} = K_{sh} \Phi_{sh} \ell^2 \quad \text{Ec. [10]}$$

Donde  $\lambda_{cp} = k_r C_t$

$$k_r = 0.85 / (1 + 50 \rho')$$

$C_t$  = coeficiente dependiente del tiempo por flujo plástico  
según Ecuación 2.7 del ACI-435

$K_{sh}$ : Constante de deflexión por retracción. 0.13 para vigas  
simplemente apoyadas

$$\Phi_{sh} = A_{sh}(\epsilon_{sh})_t/h$$

$A_{sh}$ : Coeficiente de deflexión por retracción

$$A_{sh} = 0.7 (\rho - \rho')^{1/3} ((\rho - \rho')/\rho)^{1/2} \quad \text{para } (\rho - \rho') \leq 3$$
$$= 0.7 \rho^{1/3} \quad \text{para } \rho' = 0$$
$$= 1 \quad \text{para } (\rho - \rho') > 3$$

Los valores de  $\rho$  y  $\rho'$  se expresa en %

$(\epsilon_{sh})_t$ : deformación unitaria por retracción dependiente del tiempo

h: altura de la viga

El valor último del coeficiente  $C_t$ , denominado  $C_u$ , depende de los factores a través de la altura de la viga. Del mismo modo el valor último de la deformación unitaria, denominado  $(\epsilon_{sh})_u$ , depende de la variación de las condiciones. Los valores típicos para estas dos propiedades son enunciados en la sección 2.3.4 del ACI-435 y son:

*Para  $C_t$*

- Humedad relativa 40%
- Edad de aplicación de la carga (3 días curado seco, 7 días curado húmedo)
- Dimensiones mínimas del elemento 6 pulgadas(152mm)
- Consistencia del concreto (slump) 3 pulgadas (76mm)
- Contenido del agregado fino 50%
- Contenido de aire 6%

En este caso  $C_u = 2.35$ . Para condiciones fuera del estándar se puede ajustar el valor de  $C_u$  con los factores de corrección presentados en la figura 2.1 del ACI-435. Sin embargo se ha encontrado que en una construcción normal hay dos

variaciones con respecto a las mencionadas, la humedad relativa sería del 70% y la edad de aplicación de la carga ocurre después de los 20 días. En este caso  $C_u = 1.63$

*Para  $(\epsilon_{sh})_t$*

- Humedad relativa	40%
- Dimensión mínima del elemento	6 pulgadas
- Contenido de agregado fino	50%
- Contenido de cemento	1200 Kg/m <sup>3</sup>
- Contenido de aire	6%

En este caso  $(\epsilon_{sh})_u = 780 \times 10^{-6}$ . Para condiciones fuera del estándar se puede ajustar el valor de  $(\epsilon_{sh})_u$  con los factores de corrección presentados en la figura 2.2 del ACI-435.

Para las condiciones no estándares, de humedad relativa de 70% y edad de aplicación de la carga en 20 días, el valor de  $(\epsilon_{sh})_u = 448 \times 10^{-6}$ .

Una vez se determinen los valores últimos del flujo plástico y la retracción, se puede estimar la relación entre los valores iniciales y finales por medio de las ecuaciones 2.7, 2.8 y 2.9 del ACI-435. Estas expresiones se enuncian a continuación:

$$C_t = [ t^{0.6} / (10 + t^{0.6}) ] C_u$$

Donde t representa el tiempo, en días, después de aplicación de la carga

*Para curado húmedo*

$$(\epsilon_{sh})_t = [ t / (35 + t) ] (\epsilon_{sh})_u$$

Donde t es el tiempo en días menos 7 después de colocado el concreto

*Para curado seco*

$$(\epsilon_{sh})_t = [ t / (55 + t) ] (\epsilon_{sh})_u$$

Donde  $t$  es el tiempo en días menos 3 después de colocado el concreto

En cuanto a la elección de calcular las deflexiones a largo plazo por cualquiera de los métodos expuestos, el cálculo del ACI-318 es más sencillo pero solo provee una aproximación ya que las deflexiones por retracción están indirectamente relacionadas con la carga (primordialmente por medio del contenido de acero de refuerzo). Un caso en el cual es preferible calcular las deflexiones a largo plazo por separado (por flujo plástico y retracción) es cuando consideramos que una parte de la carga viva será sostenida en el tiempo.

### 3. CALCULO DE LAS DEFLEXIONES DE UNA VIGA RECTANGULAR SIMPLEMENTE APOYADA EN CONCRETO REFORZADO

Se analizaron dos tipos de vigas teniendo en cuenta el tipo de particiones que soporta y la altura se determinó acorde a lo que dispone el capítulo C.9.5.2 de la NSR-10. Las vigas son de tipo rectangular de sección constante simplemente apoyada. Adicionalmente las dimensiones se verificaron para que cumpliera las disposiciones mínimas del capítulo C.21 de la NSR-10.

A continuación se muestra el cálculo tipo paso a paso de las deflexiones inmediatas según la NSR-10 y las deflexiones a largo plazo por los dos métodos explicados anteriormente, según NSR10 y el ACI-435.

#### DATOS

##### *Materiales*

$f'c = 21 \text{ MPa}$  (concreto de peso normal)

$w_c = \text{Peso del concreto} = 24e^{-6} \text{ N/mm}^3$

$E_c = 4700 (f'c)^{1/2} = 21538 \text{ MPa}$

Según C.8.5.1

$f_y = 420 \text{ MPa}$

$E_s = 199948 \text{ MPa}$

$f_r = 0.623(21)^{1/2} = 2.855 \text{ MPa}$

$n = E_s/E_c = 9.28$

##### *Geometría*

$\ell = 5000 \text{ mm}$

$$b = 300 \text{ mm} \geq 250 \text{ mm}$$

Según C.21.5.1.3

- *Particiones Livianas*

$$h = 350 \text{ mm} \geq \ell/16 \text{ (313 mm)}$$

Según Tabla C.9.5(a)

(Elementos que NO soporten o estén ligados a divisiones u otro tipo de elementos susceptibles de dañarse debido a deflexiones grandes)

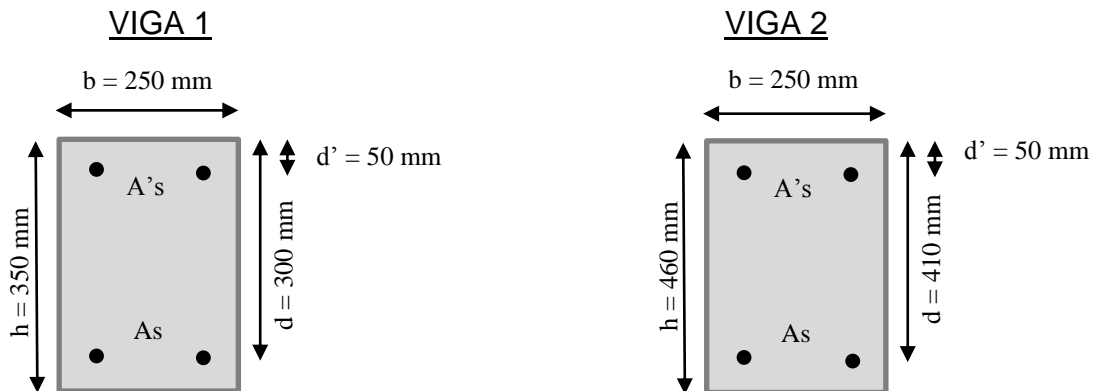
- *Particiones y Muros divisorios de Mampostería*

$$h = 460 \text{ mm} \geq \ell/11 \text{ (455 mm)}$$

Según Tabla CR.9.5

(Elementos que soporten o estén ligados a divisiones u otro tipo de elementos susceptibles de dañarse debido a deflexiones grandes)

Figura 4. Sección transversal Vigas.



## CALCULOS Y ANÁLISIS

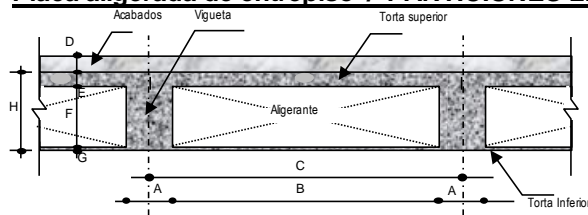
### *Avalúo de Cargas*

Las cargas analizadas son las que usualmente actúan en las edificaciones residenciales, en este caso se consideró una viga carguera central de un solo

vano dentro de un sistema de placa aligerada con un ancho aferente típico de 3.00 m

[Las figuras que se muestran a continuación son extracto de una hoja de cálculo elaborados por los autores para calcular las cargas objeto de este análisis]

### Placa aligerada de entrepiso / PARTICIONES LIVIANAS



Sección de la Placa

A = 0.12                      E = 0.05  
 B = 0.70                      F = 0.27  
 C = 0.82                      G = 0.030  
 D = 0.05                      H = 0.35

CONSUMO = 0.120 m<sup>3</sup>/m<sup>2</sup>

Sentidos de armado de viguetas: **1 dirección**

Carga muerta	
Peso propio.....	286.8 kgf/m <sup>2</sup>
Acabados piso.....	110.0 kgf/m <sup>2</sup>
Aligerante.....	21.3 kgf/m <sup>2</sup>
Mampostería (NSR-10 Secc. B.3.4.3).....	200.0 kgf/m <sup>2</sup>
Otros.....	1.9 kgf/m <sup>2</sup>
	<b>620.0 kgf/m<sup>2</sup></b>

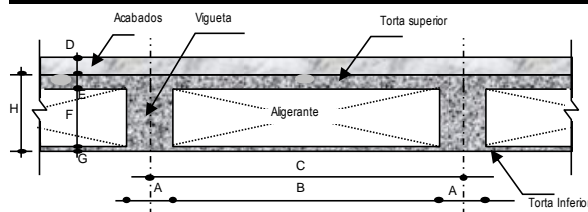
Carga viva	
Residencial (N.S.R.-10 Secc. B.4.2.1).....	<b>180.0 kgf/m<sup>2</sup></b>

Peso Propio de la viga (0.30x0.35x2400 Kgf/m<sup>3</sup>) 2521 kgf/m

WD<sub>vg1</sub> = 620 x 3 + 252 = 2112 kgf/m [21.1 KN/m]

WL<sub>vg1</sub> = 180 x 3 = 540 kgf/m [5.40 KN/m]

### Placa aligerada de entrepiso / PARTICIONES Y MUROS DIVISORIOS DE MAMPOSTERIA



Sección de la Placa

A = 0.12                      E = 0.05  
 B = 0.70                      F = 0.38  
 C = 0.82                      G = 0.030  
 D = 0.05                      H = 0.46

CONSUMO = 0.136 m<sup>3</sup>/m<sup>2</sup>

Sentidos de armado de viguetas: **1 dirección**

Carga muerta	
Peso propio.....	325.5 kgf/m <sup>2</sup>
Acabados piso.....	110.0 kgf/m <sup>2</sup>
Aligerante.....	23.7 kgf/m <sup>2</sup>
Mampostería (NSR-10 Secc. B.3.4.3).....	300.0 kgf/m <sup>2</sup>
Otros.....	0.8 kgf/m <sup>2</sup>
	<b>760.0 kgf/m<sup>2</sup></b>

Carga viva	
Residencial (N.S.R.-10 Secc. B.4.2.1).....	<b>180.0 kgf/m<sup>2</sup></b>

Peso Propio de la viga (0.30x0.46x2400 Kgf/m<sup>3</sup>) 331 kgf/m

$$WD_{vg2} = 760 \times 3 + 331 = 2611 \text{ kgf/m [26.11 KN/m]}$$

$$WL_{vg2} = 180 \times 3 = 540 \text{ kgf/m [5.40 KN/m]}$$

### *Momentos de Servicio*

Se determinó el momento en el centro del vano para una viga simplemente apoyada,  $M=wl^2/8$ . Aunque en un sistema aporticado una viga de un vano la relación del momento puede ser menor. Sin embargo se usó para facilidad y simplificación del cálculo.

MOMENTOS	VIGA 1	VIGA 2
$M_D$	65.94 KN.m	81.56 KN.m
$M_L$	16.88 KN.m	16.88 KN.m
$M_{(D+L)}$	82.81 KN.m	98.44 KN.m
$M_{SOS} = M_D + 0.5M_L$	74.34 KN.m	90.00 KN.m

### *Refuerzo*

El área de refuerzo requerido en la sección de la viga se calculó considerando los requerimientos de resistencia según la NSR-10 para el combo de diseño (1.2D+1.6L):

VIGA 1			VIGA 2		
Momento Ultimo	As	A's	Momento Ultimo	As	A's
106.36 KN.m	11 cm <sup>2</sup>	2.97 cm <sup>2</sup>	124.88 KN.m	8.8 cm <sup>2</sup>	4.06 cm <sup>2</sup>

En el cálculo no fue requerido el refuerzo a compresión pero se dispuso del refuerzo mínimo requerido según C.21.5.2.1.

### *Momentos de Inercia Sección Bruta y Sección Fisurada*

INERCIAS	VIGA 1	VIGA 2
lg	1.072e9 mm <sup>4</sup>	2.43e9 mm <sup>4</sup>
lcr	5.08e8 mm <sup>4</sup>	8.76e8 mm <sup>4</sup>

### *Momento de Inercia Efectivo*

Se calcula el (le) según la ecuación [Ec. 12] para cada una de las condiciones de carga, teniendo en cuenta en qué fase de comportamiento esta, no fisurado ( $M_{cr}/M_a > 1$ ) o fisurado ( $M_{cr}/M_a < 1$ ), ver figura 1.

$$M_{cr} = f_{rl}g/y_t$$

$$M_{cr_{vg1}} = 17.49 \text{ KN.m}$$

$$M_{cr_{vg2}} = 30.21 \text{ KN.m}$$

CONDICION DE CARGA	VIGA 1		VIGA 2	
	Mcr/Ma	(le)	Mcr/Ma	(le)
Bajo Carga Muerta	0.26	5.18e8	0.37	9.55e8
Bajo Carga Sostenida	0.24	5.15e8	0.34	9.35e8
Bajo Carga Muerta + Viva	0.21	5.13e8	0.31	9.21e8

### *Deflexiones Instantáneas o a corto plazo*

De acuerdo a la ecuación [Ec. 6]:

DEFLEXION	VIGA 1	VIGA 2
$(\Delta_i)_D$	15.38 mm	10.32 mm
$(\Delta_i)_{(D+L)}$	19.52 mm	12.92 mm
$(\Delta_i)_L = (\Delta_i)_{(D+L)} - (\Delta_i)_D$	4.13 mm	2.60 mm
$(\Delta_i)_{SOS}$	17.46 mm	11.64 mm

- Límite de deflexiones a corto plazo

Según la tabla C.9.5(b) de la NSR-10 la deflexión máxima admisible para entresijos que no soporten ni estén ligados a elementos no estructurales susceptibles de sufrir daños debido a deflexiones grandes

$$(\Delta_i)_L \leq \ell / 360 = 13.89 \text{ mm.}$$

CUMPLE para las dos vigas

Para el caso de las particiones frágiles la NSR-10 limita esta solo para el caso de las deflexiones a largo plazo, sin embargo el ACI-435 propone que estas deflexiones inmediatas, que ocurren después de colocar los elementos no estructurales o particiones, deberían limitarse a  $\ell/480$ .

*Deflexiones a largo plazo*

Se calculó para un tiempo de 3 meses (91 días) y 2 años (730 días)

- Según el ACI-318

Deflexión combinada debido al flujo plástico y retracción del fraguado, usando las ecuaciones [Ec. 9 y Ec. 2]:

		METODO ACI 318 (NSR-10)						
		DEFLEXIONES INMEDIATAS $\Delta_i = (5/48) \cdot M_a \cdot L^4 / (E_c \cdot I_e)$		DEFLEXIONES A LARGO PLAZO				
				Según C.9.2.5		$\Delta_{CP} + \Delta_{Sh}$	$\Delta_{CP} + \Delta_{Sh} + (\Delta_i)L$	
<b>b [mm]</b>	<b>h [mm]</b>	$(\Delta_i)L$ [mm]	$(\Delta_i)_{\text{sos}}$ [mm]	$\xi$	$\lambda = \xi / (1 + 50\rho')$	$\lambda \cdot (\Delta_i)_{\text{sos}}$ [mm]	$\Delta_{LT}$ [mm]	
<b>VIGA 1</b>	300	350	4.13	17.46	1.00	0.86	14.99	<b>19.12</b>
<b>VIGA 1</b>	300	350	4.13	17.46	1.65	1.42	24.73	<b>28.86</b>
<b>VIGA 2</b>	300	460	2.60	11.64	1.00	0.86	9.99	<b>12.59</b>
<b>VIGA 2</b>	300	460	2.60	11.64	1.65	1.42	16.49	<b>19.08</b>

- Según el ACI-435

Deflexión calculando por separado el flujo plástico y la retracción, usando las ecuaciones [Ec. 8 y Ec. 10]:

METODO ACI 435												
Curado Humedo										$\lambda_{cp} \cdot (\Delta i)_{sos}$	$\Delta CP + \Delta Sh + (\Delta i)L$	
b [mm]	h [mm]	t [dias]	Cu	Ct	( $\epsilon_{sh}$ )u	( $\epsilon_{sh}$ )t	$\Phi_{sh}$ [1/mm]	$\Delta sh$ [mm]	$\lambda_{cp}$	$\Delta_{cp}$ [mm]	$\Delta_{LT}$ [mm]	
<b>VIGA 1</b>	300	350	91	1.600	0.960	448.6E-6	317.0E-6	5.192E-07	1.622	0.70	12.232	<b>17.98</b>
<b>VIGA 1</b>	300	350	730	1.600	1.343	448.6E-6	427.9E-6	7.009E-07	2.190	0.98	17.111	<b>23.43</b>
<b>VIGA 2</b>	300	460	91	1.600	0.959	448.6E-6	316.7E-6	2.575E-07	0.805	0.70	8.148	<b>11.55</b>
<b>VIGA 2</b>	300	460	730	1.600	1.343	448.6E-6	427.9E-6	3.479E-07	1.087	0.98	11.405	<b>15.09</b>

- Límite de deflexiones a largo plazo

Según la tabla C.9.5(b) la deflexión máxima estarán limitadas dependiendo del tipo de particiones que tenga la placa.

*Para la VIGA 1 (Sistema de entrepiso o cubierta que soporte o esté ligado a elementos no estructurales no susceptibles de sufrir daños debido a deflexiones grandes).*

$$l/240 = 5000/240 = 20.83 \text{ mm.}$$

Para 3 meses CUMPLE por ambos métodos

Para 2ños NO CUMPLE por ningún método

*Para la VIGA 2 (Sistema de entrepiso o cubierta que soporte o esté ligado a elementos no estructurales susceptibles de sufrir daños debido a deflexiones grandes).*

$$l/480 = 5000/480 = 10.41 \text{ mm.}$$

NO CUMPLE por ningún método

Después de varios cálculos iterativos las secciones de las vigas con la cual se cumple y satisface lo requerido en la tabla C.9.5(b) son:

		<b>METODO ACI 318 (NSR-10)</b>						
		DEFLEXIONES INMEDIATAS $\Delta i = (5/48) \cdot M_a \cdot L^4 / (E_c \cdot I_e)$		DEFLEXIONES A LARGO PLAZO				
				Según C.9.2.5		$\Delta CP + \Delta Sh$	$\Delta CP + \Delta Sh + (\Delta i)L$	
<b>b [mm]</b>	<b>h [mm]</b>	<b>(<math>\Delta i</math>)L [mm]</b>	<b>(<math>\Delta i</math>)sos [mm]</b>	$\xi$	$\lambda = \xi / (1 + 50\rho')$	$\lambda \cdot (\Delta i) \text{sos [mm]}$	<b><math>\Delta LT</math> [mm]</b>	
<b>VIGA 1</b>	300	430	3.37	12.03	1.00	0.86	10.33	<b>13.70</b>
<b>VIGA 1</b>	300	430	3.37	12.03	1.65	1.42	17.04	<b>20.41</b>
<b>VIGA 2</b>	400	530	2.40	5.68	1.00	0.86	4.87	<b>7.27</b>
<b>VIGA 2</b>	400	530	2.40	5.68	1.65	1.42	8.04	<b>10.44</b>

		<b>METODO ACI 435</b>										
		Curado Humedo									$\lambda_{cp} \cdot (\Delta i) \text{sos}$	$\Delta CP + \Delta Sh + (\Delta i)L$
<b>b [mm]</b>	<b>h [mm]</b>	<b>t [días]</b>	<b>Cu</b>	<b>Ct</b>	<b>(<math>\epsilon_{sh}</math>)u</b>	<b>(<math>\epsilon_{sh}</math>)t</b>	<b><math>\Phi_{sh}</math> [1/mm]</b>	<b><math>\Delta sh</math> [mm]</b>	<b><math>\lambda_{cp}</math></b>	<b><math>\Delta cp</math> [mm]</b>	<b><math>\Delta LT</math> [mm]</b>	
<b>VIGA 1</b>	300	430	91	1.600	0.960	448.6E-6	317.0E-6	2.724E-07	0.851	0.70	8.429	<b>12.65</b>
<b>VIGA 1</b>	300	430	730	1.600	1.343	448.6E-6	427.9E-6	3.677E-07	1.149	0.98	11.790	<b>16.31</b>
<b>VIGA 2</b>	400	530	91	1.600	0.959	448.6E-6	316.7E-6	5.165E-08	0.161	0.70	3.975	<b>6.53</b>
<b>VIGA 2</b>	400	530	730	1.600	1.343	448.6E-6	427.9E-6	6.979E-08	0.218	0.98	5.563	<b>8.18</b>

#### 4 COMPARACIÓN ENTRE EL METODO ACI-318 Y EL ACI-435

Figura 5. Curvas Carga – Deflexión Largo Plazo, t = 2 años, VIGA 1

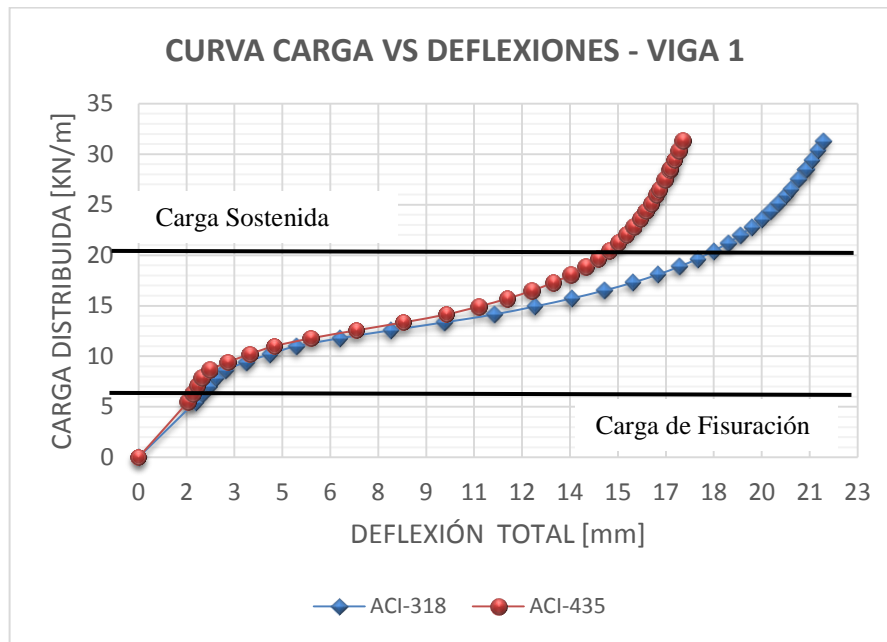
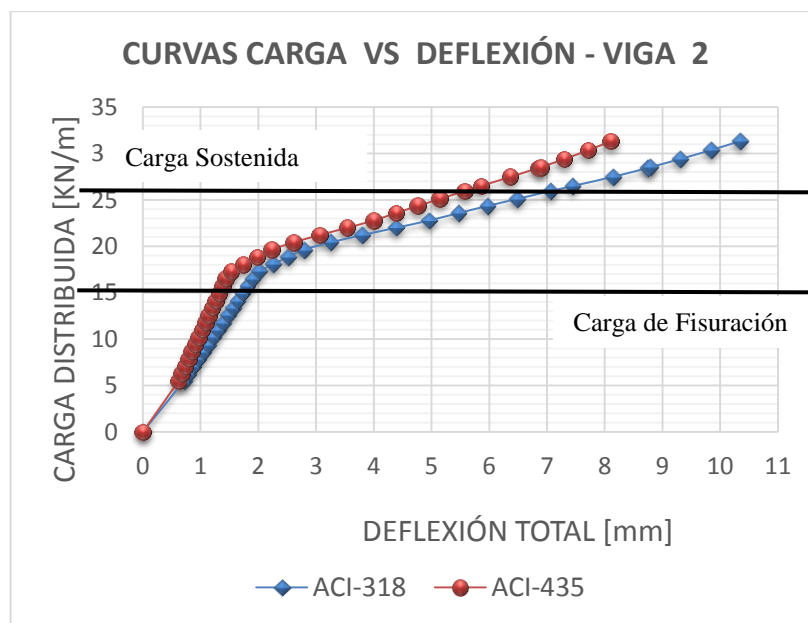


Figura 6. Curvas Carga – Deflexión Largo Plazo, t = 2 años, VIGA 2



Como se observó en las figuras 3 y 4 para las vigas planteadas a un tiempo de carga sostenida de 2 años, la relación entre la carga distribuida y la deflexión a largo plazo calculada por cada uno de los métodos empieza a tener diferencias significativas después que el momento generado por la carga supera el momento de fisuración. En este caso para la VIGA 1 la diferencia es de 3 mm y para la VIGA 2 es de 15 mm.

Figura 7. Curvas Carga – Deflexión Largo Plazo, t = 3 meses, VIGA 1

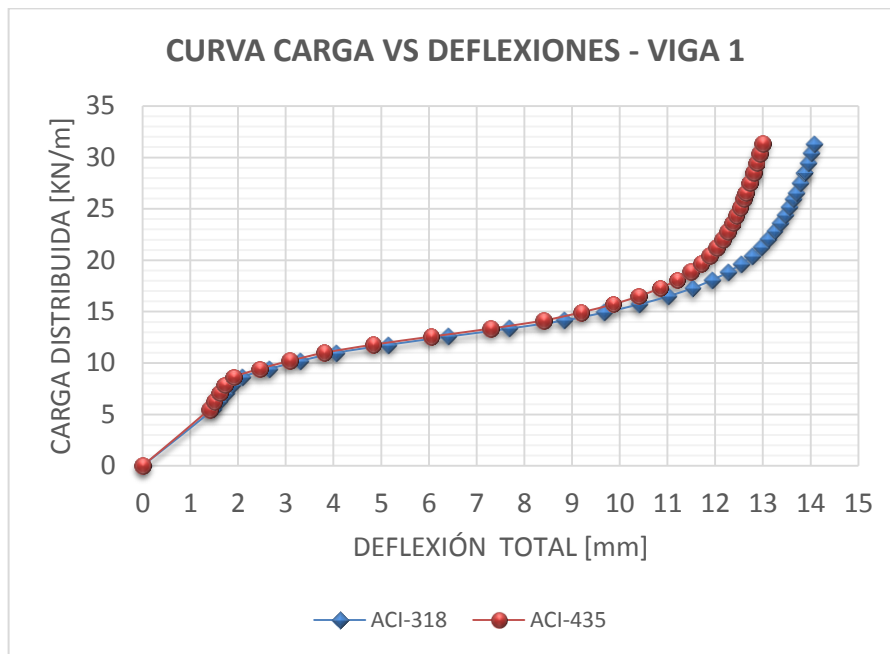
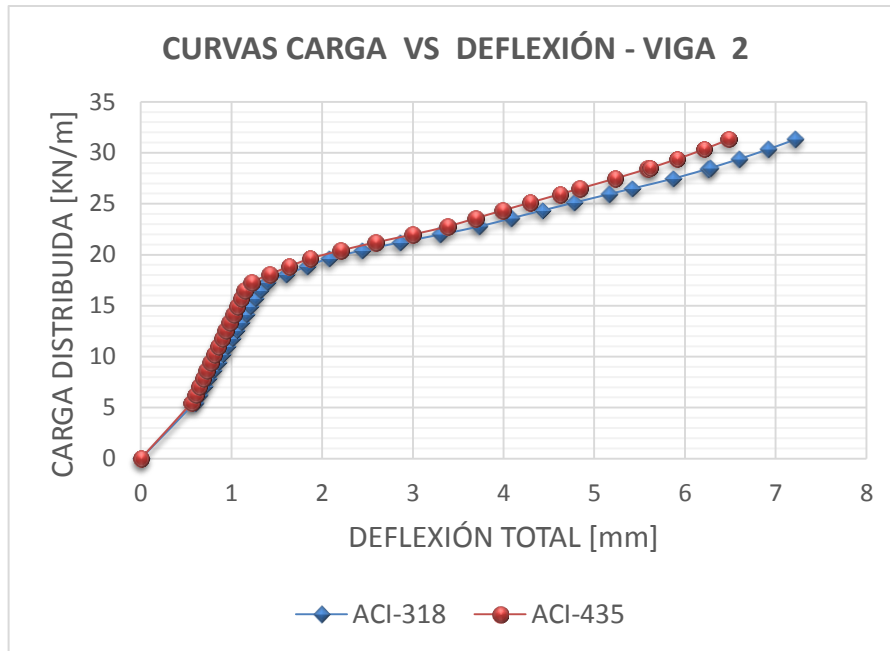


Figura 8. Curvas Carga – Deflexión Largo Plazo, t = 3 meses, VIGA 2



Como se observó en las figuras 5 y 6, existe menos diferencia entre los dos métodos para un periodo de tiempo de 3 meses. En este caso para la VIGA 1 la diferencia es de 1 mm y para la VIGA 2 es de 0.7 mm.

## **5 FACTOR DE AJUSTE PARA EL CALCULO DE LAS DEFLEXIONES A LARGO PLAZO**

En vista que los cálculos de las deflexiones a largo plazo, teniendo en cuenta la no-linealidad de la inercia de acuerdo a la fase de comportamiento sujeta a la magnitud de la carga, estas pueden ser dispendiosas y complejas. En la vida práctica de cálculo de edificaciones se necesita una forma más ágil y rápida de predecir estos valores que sirvan para pre-dimensionar las secciones de los elementos. Es así que solamente se podría dedicar tiempo para hacer el procedimiento detallado en un caso extremo donde se encuentren diferencias significativas con lo estipulado en las Normas. El planteamiento propuesto es hallar la relación entre las deflexiones a largo plazo calculadas por el método del ACI-318, ACI-435 (Adoptados por la NSR-10) y las deflexiones inmediatas calculadas por la ecuación [Ec. 6] pero utilizando la inercia bruta de la sección sin fisurar. Esto es porque en la práctica cuando usamos software estructurales para el cálculo de las vigas, estos nos arrojan los resultados de las deflexiones en la fase de comportamiento elástico.

Figura 9. Curvas Relación Deflexión largo plazo– Deflexión Instantánea, t=2 años, VIGA 1

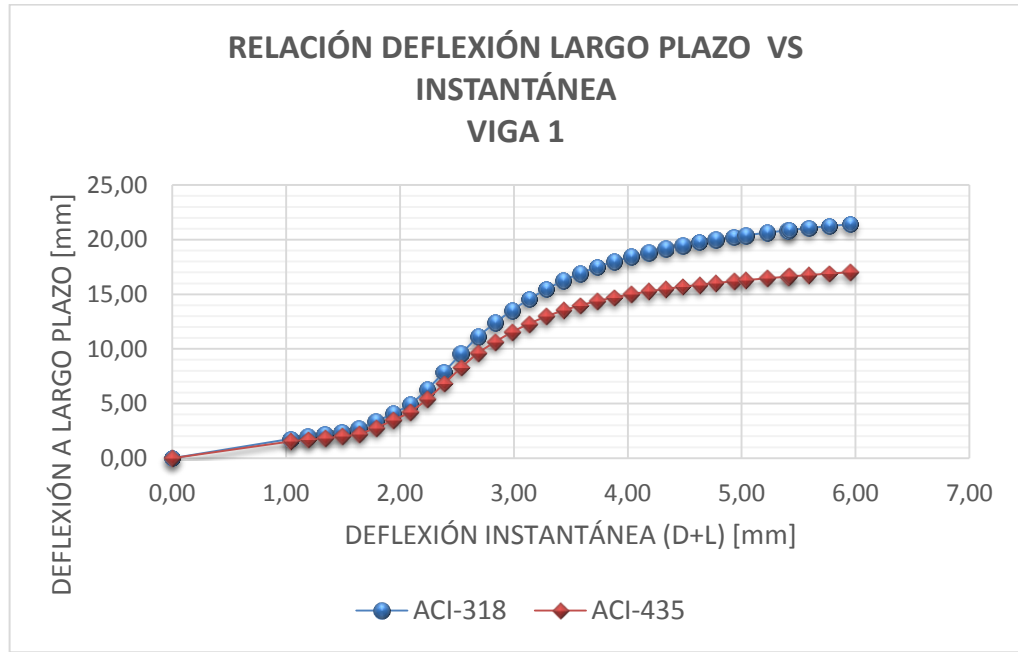


Figura 10. Curvas Relación Deflexión largo plazo– Deflexión Instantánea, t=2 años, VIGA 2

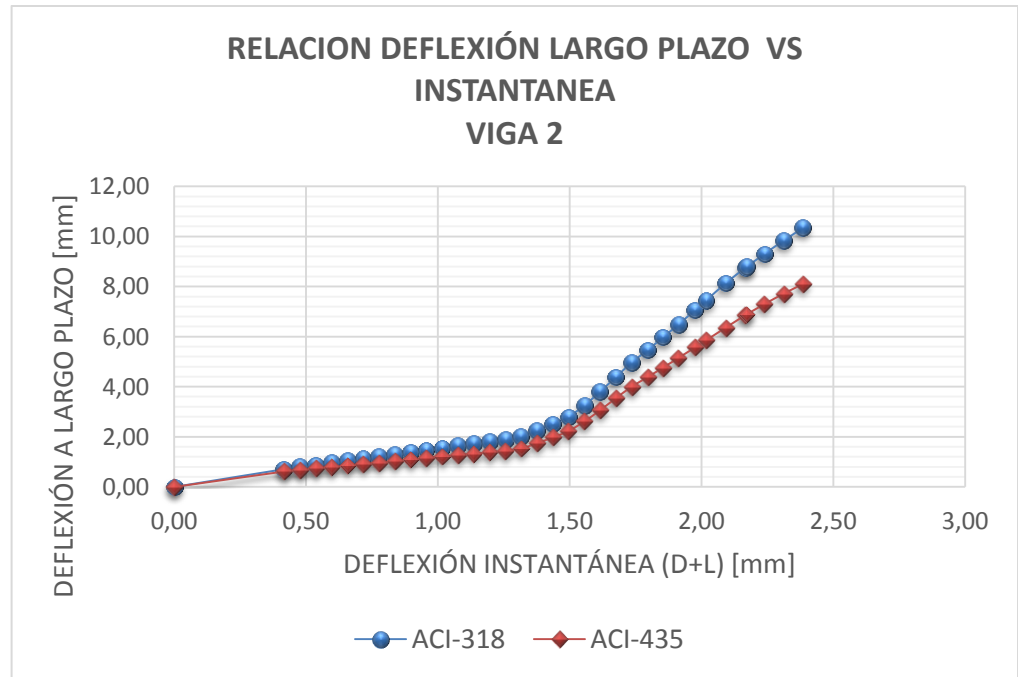


Figura 11. Curvas Relación Deflexión largo plazo– Deflexión Instantánea, t=3 meses, VIGA 1

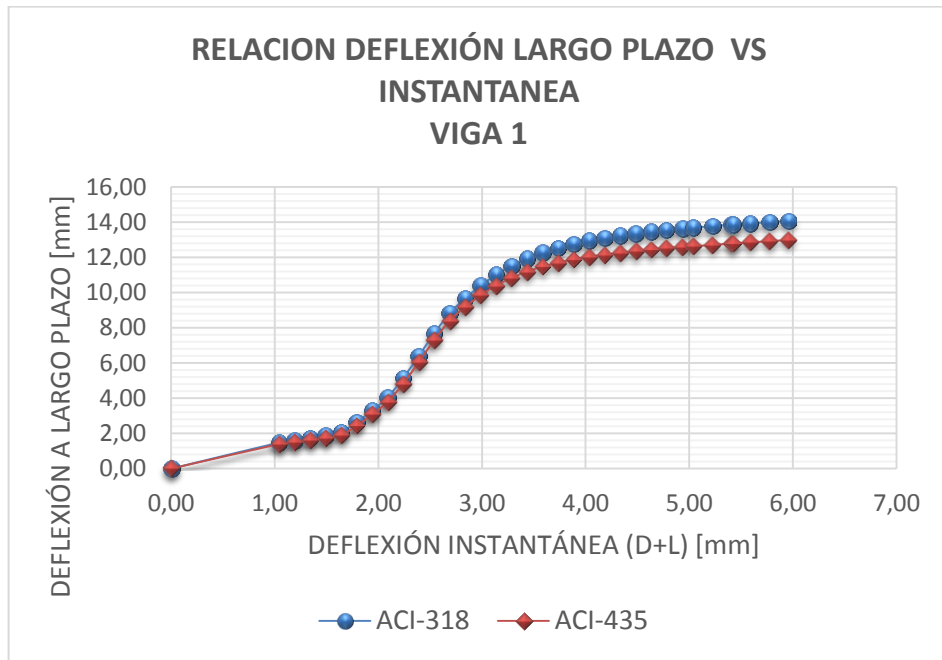
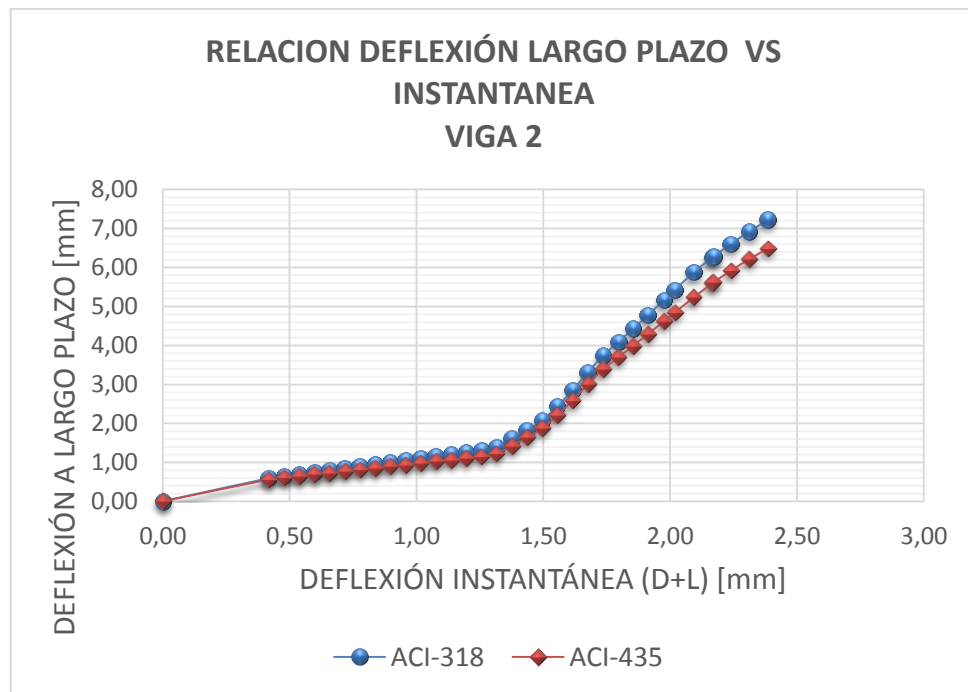


Figura 12. Curvas Relación Deflexión largo plazo– Deflexión Instantánea, t=3 meses, VIGA 2



Se observó que la relación entre la deflexión a largo plazo y la deflexión instantánea causada por la carga (D+L) estaba entre 3 a 5 veces una con respecto a la otra.

Para un tiempo de duración de la carga de 3 meses la relación sería de 3 y para un tiempo de duración de la carga de 2 años la relación sería de 4.5.

Por lo tanto se plantean dos ecuaciones:

*Para  $t \leq 1$  año*

$$\Delta_{LT} = 3.0 (\Delta_{(D+L)})$$

*Para  $t > 1$  año*

$$\Delta_{LT} = 4.5 (\Delta_{(D+L)})$$

Se muestran las relaciones para las vigas del ejemplo planteado:

METODO ACI 318 (NSR-10)									
			DEFLEXIONES INMEDIATAS $\Delta=(5/48).Ma.L^4/(Ec.Ig)$	DEFLEXIONES A LARGO PLAZO					
				Según C.9.2.5		$\Delta_{CP} + \Delta_{Sh}$	$\Delta_{CP} + \Delta_{Sh} + (\Delta_i)L$	FACTOR	
	b [mm]	h [mm]	L [mm]	$(\Delta)_{D+L}$ [mm]	$\xi$	$\lambda=\xi/(1+50\rho')$	$\lambda.(\Delta_i)_{sos}$ [mm]	$\Delta_{LT}$ [mm]	$\lambda_{(D+L)}$
VIGA 1	300	430	5000	5.04	1.00	0.86	10.33	13.70	2.7
VIGA 1	300	430	5000	5.04	1.65	1.42	17.04	20.41	4.0
VIGA 2	400	530	5000	2.40	1.00	0.86	4.87	7.27	3.0
VIGA 2	400	530	5000	2.40	1.65	1.42	8.04	10.44	4.4

**METODO ACI 435**

		Curado Humedo							$\lambda_{cp} \cdot (\Delta i)_{sos}$	$\Delta CP + \Delta Sh + (\Delta i)L$	FACTOR	
	<b>b [mm]</b>	<b>h [mm]</b>	<b>L [mm]</b>	<b>t [dias]</b>	<b>Ct</b>	<b>(<math>\epsilon_{sh}</math>)t</b>	<b><math>\Phi_{sh}</math> [1/mm]</b>	<b><math>\Delta sh</math> [mm]</b>	<b><math>\lambda_{cp}</math></b>	<b><math>\Delta cp</math> [mm]</b>	<b><math>\Delta_{LT}</math> [mm]</b>	<b><math>\lambda(D+L)</math></b>
<b>VIGA 1</b>	300	430	5000	91	0.960	317.0E-6	2.724E-07	0.851	0.70	8.429	<b>12.65</b>	<b>2.5</b>
<b>VIGA 1</b>	300	430	5000	730	1.343	427.9E-6	3.677E-07	1.149	0.98	11.790	<b>16.31</b>	<b>3.2</b>
<b>VIGA 2</b>	400	530	5000	91	0.959	316.7E-6	5.165E-08	0.161	0.70	3.975	<b>6.53</b>	<b>2.7</b>
<b>VIGA 2</b>	400	530	5000	730	1.343	427.9E-6	6.979E-08	0.218	0.98	5.563	<b>8.18</b>	<b>3.4</b>

## 6. CONCLUSIONES

Como una consecuencia de los resultados presentados, se puede concluir que el método ACI-318 es satisfactorio para evaluar las deflexiones instantáneas en vigas de concreto reforzado, ya que existen comparaciones de este método con el CEB-FIP Model Code[7] y del análisis no lineal hechos por varios autores, tal como en ARAUJO J.M.[4] donde demuestran buenos resultados.

En cuanto a la elección de calcular las deflexiones a largo plazo por cualquiera de los métodos expuestos, el cálculo del ACI-318 es más sencillo pero solo provee una aproximación ya que las deflexiones por retracción están indirectamente relacionadas con la carga (primordialmente por medio del contenido de acero de refuerzo). Un caso en el cual es preferible calcular las deflexiones largo plazo por separado (por flujo plástico y retracción) es cuando consideramos que una parte de la carga viva será sostenida en el tiempo.

Las relaciones planteadas en la tabla C.9.5(a) o CR.9.5 respecto a la altura mínima del elemento, es satisfactoria en el cálculo de las deflexiones instantáneas pero no es satisfactoria, en todos los casos, en el cálculo de las deflexiones a largo plazo.

Después de un análisis comparativo entre las deflexiones instantáneas, teniendo en cuenta la sección bruta no fisurada, de las vigas y las deflexiones a largo plazo, causadas por la carga muerta más la viva (D+L) se encontró que la relación es de 3.0, para un tiempo de aplicación de la carga menor a 1 año y de 4.5 para un tiempo de aplicación de la carga mayor a 1 año. Esto se plantea en las siguientes ecuaciones:

$$\text{Para } t \leq 1 \text{ año} \qquad \Delta_{LT} = 3.0 (\Delta_{(D+L)})$$

$$\text{Para } t > 1 \text{ año} \qquad \Delta_{LT} = 4.5 (\Delta_{(D+L)})$$

## REFERENCIAS BIBLIOGRAFICAS

- [1] **ACI-435.** ACI Committee 435. Control of Deflections in Concrete Structures (ACI 435R-95). USA 2000.
- [2] **ACI-318.** American Concrete Institute. Building code requirements for structural concrete (ACI 318-14) and commentary (ACI 318R-14). USA 2014.
- [3] **ACI-435.** ACI Committee 435. Deflections of Reinforced Concrete Flexural Members (ACI 435.2R-66) (Reapproved 1989).
- [4] **Araujo, J. M..** Simplified procedures for calculation of instantaneous and long-term deflections of reinforced concrete beams. Brazil 2005.
- [5] **BRANSON, D.E.** Deformation of Concrete Structures. McGraw-Hill Book Co. New York. 1977.
- [6] **CEB.** Comité Euro-International du Béton. CEB Design manual on cracking and deformations. Lausanne. 1985.
- [7] **CEB.** Comité Euro-International du Béton. CEB-FIP model code 1990. Thomas Telford. Lausanne. 1993.
- [8] **EHE.** Comisión Permanente del Hormigón. Instrucción del Hormigón Estructural. España 1999.
- [9] **Eurocode.** European Committee for Standardization. Eurocode 2: Design of concrete structures. Part 1 – 1: General rules and rules for buildings. 2003.
- [10] **NBR-6118.** Brazilian Society of Technical Norms. Design of Concrete

Structures. Brazil. 2004.

**[11] NILSON, Arthur H.** Diseño de Estructuras de Concreto. 12 Edición. Bogotá. Mc Graw – Hill 2001.

**[12] NSR-2010.** Reglamento colombiano de Construcción Sismo Resistente. Asociación Colombiana de Ingeniería Sísmica. Colombia de 2010.

**[13] R. Park y T. Paulay.** Reinforced Concrete Structures. Wiley–Interscience. 1975.

**[14] SEGURA, Franco Jorge I.** Estructuras de Concreto. Sexta Edición. Universidad Nacional de Colombia. Facultad de Ingeniería. Colombia 2004.

**[15] SP-43.** American Concrete Institute. Deflections of Concrete Structures. Special Publication SP 43. USA 2014.

## BIBLIOGRAFIA

**ACI-435.** ACI Committee 435. Control of Deflections in Concrete Structures (ACI 435R-95). USA 2000.

**ACI-318.** American Concrete Institute. Building code requirements for structural concrete (ACI 318-14) and commentary (ACI 318R-14). USA 2014.

**ACI-435.** ACI Committee 435. Deflections of Reinforced Concrete Flexural Members (ACI 435.2R-66) (Reapproved 1989).

**ARAUJO, J. M..** Simplified procedures for calculation of instantaneous and long-term deflections of reinforced concrete beams. Brazil 2005.

**BRANSON, D.E.** Deformation of Concrete Structures. McGraw-Hill Book Co. New York. 1977.

**CEB.** Comité Euro-International du Béton. CEB Design manual on cracking and deformations. Lausanne. 1985.

**CEB.** Comité Euro-International du Béton. CEB-FIP model code 1990. Thomas Telford. Lausanne. 1993.

**EHE.** Comisión Permanente del Hormigón. Instrucción del Hormigón Estructural. España 1999.

**EUROCODE.** European Committee for Standardization. Eurocode 2: Design of concrete structures. Part 1 – 1: General rules and rules for buildings. 2003.

**NBR-6118.** Brazilian Society of Technical Norms. Design of Concrete

Structures. Brazil. 2004.

**NILSON, Arthur H.** Diseño de Estructuras de Concreto. 12 Edición. Bogotá. Mc Graw – Hill 2001.

**NSR-2010.** Reglamento colombiano de Construcción Sismo Resistente. Asociación Colombiana de Ingeniería Sísmica. Colombia de 2010.

**R. PARK Y T. PAULAY.** Reinforced Concrete Structures. Wiley–Interscience. 1975.

**SEGURA, Franco Jorge I.** Estructuras de Concreto. Sexta Edición. Universidad Nacional de Colombia. Facultad de Ingeniería. Colombia 2004.

**SP-43.** American Concrete Institute. Deflections of Concrete Structures. Special Publication SP 43. USA 2014.