

**Estudio del problema de LRP (Location Routing Problem) con enfoque en los métodos de
localización y segmentación**

María Alejandra Hernández Laguado

Trabajo de grado para optar el título de: Ingeniero Industrial

Director

Javier Arias Osorio

Magister en administración

Codirector

Julio Cesar Camacho Pinto

MSc (c) en Ingeniería Industrial

Universidad Industrial de Santander

Facultad de Ingenierías Físico-Mecánicas

Escuela de Estudios Industriales y Empresariales

Bucaramanga

2017

Dedicatoria

A mi madre y a mi abuela, ojalá fueran eternas.

Agradecimientos

A Maria Eugenia Laguado y Carmen Chapeta Laguado porque fueron una gran motivación en este proyecto. A Miguel, Clary, Tatiana, Henry y Edwin Laguado, porque cada uno de ustedes representa un gran ejemplo para mí. A toda mi familia y a Juan Carvajal, porque siempre estuvieron allí como mi apoyo más incondicional.

A mi director Javier Arias por su apoyo incondicional y su gran labor, a mi codirector Julio Camacho por su apoyo y disposición, a Leonardo Talero por su colaboración y al grupo de investigación OPALO en general porque sin su apoyo no hubiese sido posible.

Tabla de Contenido

	Pág.
Introducción	15
1. Generalidades del proyecto.....	17
1.1 Planteamiento del problema.....	17
1.2 Justificación del proyecto	18
1.3 Objetivos.....	19
1.3.1 Objetivo general.....	19
1.3.2 Objetivos específicos	20
1.4 Metodología	20
2. Revisión de la literatura	22
3. Marco Teórico.....	35
3.1 Problemas de optimización.....	35
3.2 Optimización combinatoria.....	36
3.3 Modelos Matemático	37
3.4 Clasificación	37
3.4.1 Complejidad computacional	38
3.5 Métodos de solución	40
3.5.1 Métodos exactos.....	40
3.5.2 Métodos aproximados.....	40

3.6 Problema de localización y ruteo	41
3.7 Variantes del problema LRP	42
3.8 Aplicaciones del problema de localización y ruteo.	43
3.9 Problema de localización	44
3.10 Problema de localización de plantas con capacitado (UFLP).....	44
3.11 Métodos de localización	46
3.12 Problema de ruteo de vehículos	48
3.13 Problema de ruteo vehicular capacitado CVRP.....	49
3.14 Métodos de solución	50
3.15 Segmentación.....	51
3.16 Medidas de similitud/distancia	52
3.17 Métodos de segmentación.....	52
4. Formulación matemática del LRP	58
4.1 Modelo matemático del problema de localización	58
4.2 Modelo matemático del problema de ruteo	60
5. Selección de métodos de solución	62
5.1 Selección de los métodos de localización.....	63
5.2 Selección de los métodos de segmentación	64
6. Solución del problema de localización y ruteo con análisis clustering.	67
6.1 Fase 1. Localización.....	69
6.1.1 Heurística ADD procedure.	70
6.1.2 Heurística DROP procedure.	72
6.2 Fase 2. Segmentación.....	75

6.2.1 Algoritmo Complete.	75
6.2.2 Algoritmo K-means.	77
6.2.3 Algoritmo K-medoids	79
6.3 Fase 3 Ruteo.....	81
6.3.1 Heurística del vecino más cercano (Nearest Neighbor) - Mejora 2 Opt.....	82
6.3.2 Heurística de barrido – Mejora 2 Opt.	83
6.3.3 Heurística Aleatoria – Mejora 2 Opt.....	85
7. Instancias.....	86
8. Resultados.....	92
9. Análisis de resultados	98
10. Conclusiones.....	103
11. Recomendaciones	105
Referencia Bibliográficas.....	106

Lista de Figuras

	Pág.
Figura 1. Modelo matemático.	37
Figura 2. Diagrama UFLP.	45
Figura 3. Métodos de solución del problema de localización.	46
Figura 4. Variantes del problema de ruteo.	49
Figura 5. Metodos clustering.	53
Figura 6. Selección de Métodos de localización.	64
Figura 7. Selección delos métodos de segmentación.	66
Figura 8. Metodología de soluciones del LRP.....	69
Figura 9. Diagrama de flujo de la heurística Add.....	71
Figura 10. Diagrama de flujo de la heurística DROP procedure	73
Figura 11. Depósitos abiertos	74
Figura 12. Demandas acumuladas asociadas a cada sitio	75
Figura 13. Diagrama de flujo de la Algoritmo Complete	77
Figura 14. Diagrama de flujo de la Algoritmo K-means	79
Figura 15. Diagrama de flujo de la Algoritmo K-medoids.....	80
Figura 16. Clústers	81
Figura 17. Diagrama de flujo de la heurística del vecino más cercano (Nearest Neighbor) - Mejora 2 Opt.....	83

Figura 18. Diagrama de flujo de la heurística de barrido – Mejora 2 Opt.....	84
Figura 19. Diagrama de flujo de la heurística Aleatoria – Mejora 2 Opt	85
Figura 20. Matriz rutas.....	86
Figura 21. Tabla de comparación de resultados de la instancia M(1,1)	94
Figura 22. Tabla de comparación de resultados de la instancia M(1,2)	95
Figura 23. Tabla de comparación de resultados de la instancia L (1,1).....	96
Figura 24. Tabla de comparación de resultados de la instancia L(1,2).....	97
Figura 25. Codificación de los factores para el modelo lineal general.....	98
Figura 26. Análisis de varianza para el modelo lineal general	99
Figura 27. Resumen gráfico de los residuos del modelo lineal general.....	100
Figura 28. Resumen del modelo lineal general.....	100
Figura 29. Análisis de varianza para el modelo de dos factores	101
Figura 30. Resumen de ajuste del ANOVA de dos factores.....	101
Figura 31. Resumen gráfico de los residuos para el ANOVA de dos factores	102
Figura 32. Gráfico de distribución de datos.....	103

Lista de Tablas

	Pág.
Tabla 1. Cumplimiento de Objetivos.....	16
Tabla 2. Clasificación de los modelos de optimización.....	38
Tabla 3. Variantes del problema LRP.....	42
Tabla 4. Aplicaciones del LRP.	43
Tabla 5. Métodos Heurísticos de Localización.....	46
Tabla 6. Metodos Jerarquicos de segmentación	54
Tabla 7- Métodos particionarios de segmentación	55
Tabla 8. Metodos de segmentación basados en densidad.....	57
Tabla 9. Validación de la heurística ADD	87
Tabla 10. Validación de la heurística DROP	88
Tabla 11. Comparación de ADD y DROP.....	89
Tabla 12. Validación de conjuntos de heurísticas de ruteo.....	90
Tabla 13. Comparación de heurística de ruteo.....	91
Tabla 14. Tiempos de Computación	93

Lista de Apéndices*

Apéndice A. Código de programación Interfaz de Trabajo en Matlab

Apéndice B. Códigos de programación Matlab

Apéndice C. Modelo de localización GAMS

Apéndice D. Resultados detallados

Apéndice E. Artículo.

* Los Apéndice se encuentran adjuntos en el CD.

Resumen

Título: Estudio del LRP (problema de localización y ruteo) con enfoque en los métodos de localización y segmentación*

Autores: Hernández Laguado María Alejandra**

Palabra Clave: Red de recolección, Optimización, Problema de localización y ruteo, métodos de localización, métodos de segmentación, métodos ruteo.

Descripción:

Este trabajo lleva a cabo el diseño de una red de recolección. Desde el punto de vista de optimización se trata de un problema de localización y ruteo. Se aborda por fases (resolviendo cada subproblema por separado). Además, hace hincapié en las técnicas de localización y segmentación utilizadas para su solución. Estas, se evalúan en instancias de más de 100 sitios potenciales, encontradas en literatura.

A través de una revisión de la literatura sobre el Problema De Localización Y Ruteo (LRP), y los métodos de localización y segmentación, se escogen las técnicas más pertinentes. En la primera fase, se establece un modelo matemático de localización basado en el Problema Incapacitado de Localización de Facilidades (UFLP), que permite definir los depósitos a ser abiertos dentro de un grupo de sitios potenciales y, la asignación de sus clientes. Se resuelve, mediante dos técnicas heurísticas: ADD Procedure y DROP Procedure.

En la segunda fase, se aplican tres técnicas de segmentación diferentes, K-means, K-medoids y Complete programadas en Matlab. En la tercera se expone el modelo de ruteo de vehículos basado en el Problema Capacitado de Ruteo Vehicular (CVRP), que satisface la recolección de carga a cada uno de los depósitos abiertos, según la capacidad de la flota. Posterior a ello, a cada segmento resultante, se le aplican tres conjuntos de heurísticas clásicas para la solución del problema de ruteo, compuestas por una constructiva y una de mejora (Vecino más cercano-2opt, barrido-2opt, Aleatoria-2opt); de manera tal que se analizan 9 escenarios distintos para cada instancia, con el fin de evaluar si se presenta un mejor desempeño para cierto tipo de algoritmo clustering o si su desempeño no se ve afectado y no refleja mejoras en la solución..

* Proyecto de Grado

** Facultad de Ingenierías Fisicomecánicas. Escuela de Estudios Industriales y Empresariales. Director: Magister Javier Arias Osorio

Abstract

Title: LRP study (localization y routing problem) with focus on localization y segmentation methods *

Authors: Hernández Laguado María Alejandra**

Keyword: Collection network, Optimization, Localization y routing problem, localization methods, segmentation methods, routing methods.

Description:

In the present research work, the design of a collection network, from optimization point of view is a location y routing problem y it could be addressed in an integral or a phased way (solving each sub problema separately). This project, is focused on location y clustering methods used to solve the problem. Those are evaluated in large instances found in literature (with more of 100 potential sites). The methodology, offers an advantage when a better distribution of the depots y a more organized routes are the goal.

Through the literature review about LRP (definition y methods), more relevant techniques to localize y cluster are chosen. In the first phase, a mathematical model based on UFLP (Uncapacitated Facility Location Problem) is established, which allows to define the deposits to be opened within a group of potential sites y, the allocation of its clients. It is solved through two heuristic techniques: ADD procedure, DROP procedure, followed by the evaluation of the best performance y the best heuristic is chosen.

In the second phase, three different clustering techniques (K-means, K-medoids, y Complete) are applied using the MATLAB. In the third phase, the vehicle routing mathematical model based on the CVRP is presented, which satisfies the collection of cargo to each one of the open deposits, depending on the capacity of the fleet. After that, in order to solve the routing problem, three classic heuristics ensembles of construction y improvement were applied to each resulting segment from the previous segmentation process (Closest neighbor-2opt, sweep- 2opt, Ryom-2opt). Thus, nine different scenarios are analyzed for each instance, so as to evaluate if any of theme presents a better performance for a certain type of clustering algorithm or if its performance is not affected y does not reflect improvements in the solution.

* Degree Project

** Faculty of Physical-Mechanical Engineering. School of Industrial y Business Studies. Director: MA. Javier Arias Osorio

Introducción

Una buena planificación de una red ya sea de distribución o recolección, es la vía más directa hacia la consecución de objetivos corporativos. Tratándose de metas relacionadas con el ahorro de costos, de transporte y localización de plantas. Esto debido a la necesidad de transportar y conectar los bienes desde su punto de producción o comercialización, con las personas o entidades que los requieren. Existen varios tipos de redes ya sea de productos o servicios. En cualquier caso de estas, es habitual que incluso dentro del mismo sector, distintas empresas escojan un planteamiento de red diferente con el fin de crear estrategias competitivas.

Por ende, se considera importante elaborar un proyecto de investigación referente al estudio del problema de LRP¹. Así mismo, contribuyendo a la generación de nuevos aportes en esta área del conocimiento. Puesto que, para un buen diseño de una red, en este caso una red de recolección; se deben tener en cuenta diversos factores. Entre ellos, la localización de los usuarios o clientes, la interacción, u otros (tiempo de espera, tiempo de llegada, rutas de acceso y tamaño de la red que aborda).

Esta investigación, hace hincapié en las técnicas de localización y segmentación importantes para la solución del problema. Se planea abordar el problema por fases separadas, de forma no integral. Ya que esta metodología contempla varios escenarios de solución, lo que permite analizarlos y evaluar el rendimiento de cada método para escoger los apropiados. En otras palabras,

¹ Location Routing Problem (LRP), se define como el problema conjunto de localización y ruteo, donde su objetivo es ubicar un número óptimo de depósitos y la construcción de las rutas hacia el depósito o los depósitos con el fin de abastecer las demandas de los clientes.

aquellos que generen la mejor solución en conjunto. Se inicia con un análisis de la literatura sobre el LRP y los métodos existentes. Seguido de ello, se realiza una pre-selección de aquellas técnicas más relevantes, teniendo en cuenta su complejidad y pertinencia en el tema. Seguido a ello, se realiza una comparación basada en la revisión de la literatura y los modelos matemáticos de cada subproblema, con el fin de escoger las técnicas a usar. Los métodos seleccionados son objeto de estudio para su posterior desarrollo algorítmico. En la primera etapa, se desarrolla la parte de localización, en la segunda se aplica el análisis clustering y finalmente se desarrolla la parte de ruteo. Todos los métodos se programaron en la herramienta informática MATLAB. Dicha herramienta, arroja cada solución, dependiendo de las iteraciones de cada uno de los métodos que se ajustaron al planteamiento. Se evalúa, eficiencia, tiempo computacional e indicadores asociados al modelo con varias instancias de la literatura. Finalmente, se analiza si algún tipo de algoritmo clustering tiene mejor desempeño y se evalúa la incidencia de las técnicas en los costos finales.

Tabla 1.

Cumplimiento de Objetivos.

Cumplimiento de objetivos	
Objetivo	Numerales relacionados
Revisar la literatura sobre LRP y sobre los métodos de localización y segmentación.	2.0
Seleccionar los métodos de localización y segmentación a utilizar con base a la revisión de la literatura.	5.0
Desarrollar y aplicar los algoritmos para los métodos seleccionados sobre el modelo LRP planteado.	6.0 Apéndice A y B .

Cumplimiento de objetivos	
Objetivo	Numerales relacionados
Evaluar la eficiencia, tiempo computacional y los indicadores asociados al modelo con varias instancias de la literatura.	7.0 Y 8.0
Documentar el trabajo de investigación de manera sucinta en un artículo de carácter publicable.	Apéndice E

1. Generalidades del proyecto

1.1 Planteamiento del problema.

El problema de localización y ruteo (LRP) es un problema ampliamente estudiado por la comunidad científica. Esto, dado a la necesidad inminente de reducir los altos costos de transporte de bienes y servicio para las diferentes entidades (privadas, publicas, militares, etc). Puesto que, estos costos constituyen una gran parte de sus presupuestos. Cuando se trata del diseño de una red de recolección, se considera como un modelo de optimización que se enfoca en el problema de localización. Ya que, este es el encargado de determinar la cantidad de puntos de recolección que se establecen dentro de una serie de opciones finitas posibles y conseguir su mejor distribución. Así, como de la asignación de los usuarios a cada uno de ellos, con base a la proximidad de estos. Además, contempla los costos de apertura asociados, lo que permite seleccionar aquellos que brinden el mayor ahorro. Es de acuerdo a esto que se generan las rutas de acceso. Las cuales

consideran la mejor viabilidad y los costos de transporte, con el fin de disminuir los desplazamientos innecesarios.

En la búsqueda de información con referencia al tema, se encuentra que este tipo de problema de optimización se puede abordar de manera integral (tratar y optimizar tanto localización como ruteo) o por fases (incluso variando cual subproblema se resuelve primero). Para solucionar el problema generalmente se usan métodos heurísticos y metaheurísticos, pues es bien conocido que cada subproblema por sí solo es un problema NP-Hard.

Con base a lo anterior, se considera importante abordar el problema de localización y ruteo por fases separadas, para profundizar en las técnicas de localización y segmentación existentes. Puesto que, se aplica análisis clustering en el diseño de las rutas ya que se plantea abórdalo para instancias grandes de la literatura. Esto, con el fin de analizar cada una de las técnicas, comparando y evaluando su desempeño durante el desarrollo de los diferentes escenarios de solución. Logrando así, determinar cuales se ajustan o tienen mejor rendimiento para este tipo de problema.

1.2 Justificación del proyecto

En la mayoría de los casos, el diseño de una red de recolección debe tener en cuenta diversas situaciones de interés, tanto de nivel estratégico (localización) como táctico u operativo (ruteo). Teniendo siempre presente, la importancia que tiene la disminución de los costos asociados con la apertura y el transporte. Puesto que, estos ocasionan gran parte de los egresos de las empresas; por consiguiente, limita el porcentaje de utilidades. Es por ello, que esta situación es prioridad para las entidades. Asimismo, ha sido estudiado por la comunidad científica para atender a esta necesidad. Quienes lo catalogan como un problema de optimización que permite analizar

diferentes escenarios y buscar una respuesta basada en el ahorro de los costos asociados. Para ello se plantea un modelo matemático que muestra una realidad supuesta que se desea atender. Usando diferentes métodos de solución, entre ellos exactos, heurísticos y metaheurísticos. Siendo estos una herramienta de solución importante, ya que permiten abordar cualquier tipo de planteamiento o formulación matemática y sus resultados, garantizan una solución, dada una relación entre tiempo computación y una buena solución, dependiendo de su estructura matemática y el tipo de técnica usada.

Debido esta importancia que representa para las ciudades y cualquier tipo de industria, se planea desarrollar un proyecto de investigación que busca resolver el problema de localización y ruteo en fases, aplicando análisis clustering y usando diferentes técnicas. Estas consisten en desarrollarse cada una por separado. De manera que, se tienen diferentes escenarios de solución en donde están representados por cada uno de los métodos y la combinación de ellos. Por consiguiente, evaluar el mejor desempeño referente al modelo y como convergen hacia su solución para posteriormente determinar cuales se ajustan más a este tipo de problemas, mirando la interacción que tiene las técnicas entre ellas para escoger la mejor solución en conjunto. Todo esto, con el fin de aportar más conocimiento en esta área que busca atender la necesidad actual de disminuir sus altos costos de transporte o los costos involucrados a lo largo de una red de suministro o recolección de cualquier entidad.

1.3 Objetivos

1.3.1 Objetivo general Estudiar el problema de LRP profundizando en diferentes métodos de localización y de segmentación para diferentes instancias del problema.

1.3.2 Objetivos específicos

- Revisar la literatura sobre LRP y sobre los métodos de localización y Segmentación.
- Seleccionar los métodos de localización y segmentación a utilizar con base a la revisión de la literatura.
- Desarrollar y aplicar los algoritmos para los métodos seleccionados sobre el modelo LRP planteado.
- Evaluar la eficiencia, tiempo computacional e indicadores asociados al modelo con varias instancias de la literatura.
- Documentar el trabajo de investigación de manera sucinta en un artículo de carácter publicable.

1.4 Metodología

Este trabajo de investigación se fundamenta en el estudio del problema de localización y ruteo enfocándose en los métodos de localización y segmentación. Mediante la revisión de la literatura y selección de ellos para su posterior estudio, desarrollo e implementación. Esto, con el fin de analizar varios escenarios de solución, para escoger los métodos que representen una mejor solución conjunta del problema. Siendo su objetivo lograr la mejor ubicación de los sitios potenciales, asignación de los clientes a cada deposito seleccionado como abierto y la segmentación de ellos para el posterior diseño de las rutas de acceso que pasan por cada uno de los depósitos.

Para la ejecución de este proyecto se llevaron a cabo las siguientes etapas:

1) Revisión de la literatura:

- Seleccionar la bibliografía disponible del problema de localización y ruteo (LRP), y los métodos de localización y segmentación, a partir de varias bases de datos que contienen temas multidisciplinarios como: Google scholar, ScienceDirect, Proquest, Web of science, Elsevier, entre otras, utilizando la siguiente ecuación de búsqueda:

((Location-routing problem OR Location-routing issues OR Location-Routing models y methods) Y (LRP-metodos de localizacion OR LRP-metodos de segmentacion OR LRP clustering method OR LRP Location method OR LRP metodos de localizacionl) Y cluster method OR clustering techniques Y location problem methodsl OR -metodos del problema de localizacion))

- Identificar las diferentes metodologías que se pueden usar para el desarrollo del problema y recopilar la información en un documento que proporción una mayor comprensión de los temas a indagar que son necesarios para la ejecución de la investigación.

2) Formulación del modelo matemático: Para realizar la formulación matemática de cada uno de los subproblemas del LRP, se deben ejecutar las siguientes actividades:

- Estudiar y comprender las bases y fundamentos teóricos del problema de localización y ruteo. para establecer los parámetros, variables, restricciones y función objetivo de cada uno de los modelos matemáticos pertenecientes a cada subproblema del LRP.

- Determinar los criterios que deben cumplir la localización de los puntos potenciales, la asignación de los clientes y las rutas que serán seleccionadas.

3) Selección de los métodos de localización y segmentación:

- Establecer los criterios de selección, que se usaran para evaluar los diferentes métodos de localización y segmentación dentro del problema LRP, con base a la revisión de la literatura y su formulación matemática.

- Mediante la evaluación de cada uno de los métodos, se escogen las técnicas que mejor se adecuan a los criterios de selección establecidos.

4) Aplicar los algoritmos sobre el modelo “LRP” planteado:

- Instruirse, estudiar, analizar y comprender la parte teórica de cada uno de los métodos que se van a desarrollar.

- Capacitarse sobre el funcionamiento y lenguaje de la herramienta informática MATLAB para implementar los métodos seleccionados

- Aplicar y ejecutar cada uno de los métodos de localización, segmentación y las heurísticas de ruteo que se plantearon, para desarrollar el problema de localización y ruteo mediante la herramienta informática MATLAB.

5) Validación de los métodos: Ejecutar el programa y determinar si genera resultados validos de acuerdo a instancias asociadas al problema del LRP.

6) Evaluación de los métodos y selección de la mejor solución: Evaluar los resultados de cada uno de los métodos, de acuerdo a los parámetros e indicadores asociados con el modelo, tiempo computacional y las instancias. De tal manera, que se escojan los que constituyan una mejor solución en conjunto, mediante la comparación de cada uno de ellos.

2. Revisión de la literatura

Desde un punto de vista práctico, el problema de localización y ruteo (LRP por su sigla en inglés) forma parte de la gestión de distribución y recolección. Mientras que, desde un punto de vista

matemático, puede ser modelado generalmente como un problema de optimización combinatoria. Este es un problema NP-hard, ya que abarca dos problemas (localización y ruteo) NP-hard (Nagy & Salhi, 2007). Estos dos tipos de decisiones han sido notoriamente separadas durante mucho tiempo. Pero, el progreso continuo en técnicas de optimización ha empezado a considerar enfoques compuestos, que hacen posible integrar las aproximaciones de las técnicas conocidas bajo el nombre de LRP. Esta idea de combinar la ubicación de depósitos y las rutas de vehículos hacia los depósitos surgió hace cerca de 50 años (Prodhon & Prins, 2014).

La literatura sugiere que el problema se aborde completo. Sin embargo, el propósito de este proyecto es diferente. Ya que, esta investigación centra su objetivo en el estudio del problema LRP, esencialmente en los métodos de localización y segmentación. Teniendo en cuenta lo observado en la literatura, los resultados obtenidos a partir de esta metodología pueden llegar a ser sub-óptimos. Debido a que el problema de localización es una decisión estratégica y el problema de ruteo una táctica, se planea separar los problemas y abordarlo separado. Consecuente al panorama que esta metodología puede ofrecer, se realiza una revisión de literatura del LRP y de las diferentes técnicas asociadas al problema de localización y segmentación. Con el fin, de mirar la variedad de técnicas existentes y escoger las más adecuadas para experimentar con grandes instancias, analizar y evaluar los diferentes escenarios de solución.

Existen un gran número de variantes del LRP presentes en la literatura y por supuesto diferentes métodos para abordarlos. Las características principales para categorizarlos según su tipo son: Determinístico vs estocástico, discreto vs continuo, individual vs múltiples escalones, dinámico vs estático, un solo objetivo vs múltiples objetivos. De acuerdo con esto, es importante reconocer que tipo de problema se va a trabajar y tener presente sus diferencias. (Prodhon y Prins 2014)

Se cree que el primero en hablar sobre el LRP y definirlo, es Maranzara (1964), argumentando que las ubicaciones de fábricas, almacenes y puntos de venta tienen una afectación en los costos de transporte asociados, por lo que propone un algoritmo aplicable al problema, aunque incorpora la trayectoria más corta para el diseño de rutas. Sin entrar a trabajar aún con el problema de ruteo de vehículos (VRP por su sigla en inglés) es decir, solo considero el problema de localización y asumió la distancia más cercana hacia su destino.

Seguido a ello, Webb (1968) expone que la mayoría de distribución al por mayor se lleva a cabo durante los viajes de entrega múltiple y, que el peso y la distancia del recorrido para medir la entrega “costo total” se reduce al mínimo al encontrar la ubicación óptima. También afirma, que el costo de entrega está influenciado por la ocurrencia de las otras entregas. Además, menciona que los métodos matemáticos de localización utilizan funciones simples de entrega de datos.

Así mismo, Watson-Gyy y Dohrn (1973), son los primeros autores en hablar y considerar claramente la definición del LRP a través de un modelo no lineal que incluía la disminución de las distancias entre cada uno de los usuarios o clientes. Este estudio, se aplica a la operación de una empresa que opera en la industria de alimentos y bebidas.

Por otra parte, se reconoce que Laporte, et al. (1986), son los primeros en hacer una formulación matemática al problema de localización y ruteo, teniendo en cuenta la capacidad de cada uno de los depósitos y también de la flota de vehículos usada.

Años después, Salhi y Ry (1989) incorporan planteamientos de solución del problema por fases y de manera secuencial. Estrategia que puede quedarse en soluciones sub - óptimas.

Posteriormente, Bruns (1998), plantea resolver el problema de manera integral, considerando la planificación de la ubicación de depósitos con aspectos de planificación de las rutas. Con el argumento que el problema busca disminuir los costos en la cadena logística y, para lograrlo debe

resolverlos simultáneamente. Es decir, se asume una fase integral donde se busca solucionar simultáneamente los dos subproblemas (localización y ruteo)

Albareda-Sambola, et al. (2005) consideran un LRP estocástico que presentaba limitaciones de capacidad en los depósitos; con la restricción, de que un solo vehículo debía ser asignado a cada depósito con el fin de atender la demanda. La metodología que siguen es: primero determinan los depósitos a ser abiertos y las rutas de acceso a ellos, y finalmente mejoran las rutas. Esto se desarrolla mediante un modelo matemático de dos fases que consisten en hallar los costos asociados, para luego usar una heurística que se encarga de determinar los depósitos abiertos y finalizar con la asignación de los clientes a los depósitos para elaborar las rutas finales.

A medida que los años transcurren, más consideraciones son tomadas en cuenta, tales como: la capacidad, el tiempo de atención (ventanas de tiempo), la flota vehicular (homogénea, heterogénea) y la cantidad de objetivos. Lo que evidencia una trayectoria larga, que es muy útil para atender los altos costos en las redes de distribución o recolección. Esto permite, que su formulación matemática se adapte más a la realidad, con el fin de cubrir las necesidades de las empresas y, por consiguiente, ser una herramienta útil en la toma de decisiones.

Prodhon y Prins (2014), definen las variantes del problema conjunto de localización de instalaciones y ruteo de vehículos LRP.

Los primeros métodos en considerar para la solución del LRP, fueron los exactos, y de los primeros en aportar sobre este ámbito fueron Laporte y Nobert (1981), quienes aplican el algoritmo de Branch-y-Bound para un caso en particular con un solo depósito abierto.

Albareda-Sambola, Diaz y Fernández (2005) hacen un aporte en LRP basado en un problema combinado usando una red auxiliar con el objetivo de encontrar el conjunto de rutas en esta red auxiliar que cumpla las restricciones adicionales. Como resultado obtuvieron dos límites; superior

e inferior. Para el límite superior, en el cual no profundizan, usan una heurística con un modelo relajado. Mientras que, el límite inferior refleja los costos (de ruteo y de apertura) aportando así, una herramienta útil para el análisis de los costos.

Belenguer, Benavent, Prins, Prodhon y Wolfer-Calvo (2011), aplican Branch-y-Cut, considerando el problema capacitado con restricciones en los depósitos y en la flota vehicular. Ellos asumen 5 depósitos potenciales y hasta 40 clientes, pues al considerar ya 50 clientes no se encuentra una solución factible. Asimismo, Contardo, Cordeaur y Gendrim (2014) más tarde, se enfocan en el problema Branch y Cut y Price, para resolver la localización de un transporte alternativo capacitado. Con el fin de encontrar mejoras en este nuevo planteamiento se basan en la generación de columnas para evaluar los costos.

Wu et al., (2002), abordan el problema de localización y ruteo aplicando búsqueda tabú. Luego Albareda-Sambola et al. (2005), aplican también la meta-heurística pero para una solución inicial que se obtiene de la aplicación de un procedimiento de redondeo para así relajar la solución del problema que está constituida bajo un primer límite inferior que se estableció. En las alternativas de esta metaheurística, búsqueda-tabú, está la intensificación de las fases en la parte del ruteo vehicular y la diversificación de las fases en el problema de localización, logrando una mayor exploración en el espacio de soluciones.

Glicksman y Penn (2008), muestran una técnica que consiste en tres heurísticas polinómicas con garantías de rendimiento. Ellos estudian la variante de LRP en la que los depósitos y vehículos no son capacitados. Se empieza a usar el análisis clustering para la segmentación de los clientes. Para este caso, usan un algoritmo clúster que se encarga de particionarlos en grupos que se denominan clúster. Simultáneamente, se debe seleccionar los depósitos para ser abiertos y un grupo de rutas que cubran todos los grupos de clientes segmentados.

Derbel, Jarboui, Hanafi, y Chabchoub (2010), elaboran una búsqueda local iterativa (ILS) para abordar el problema. La característica fundamental es mejorar la solución sucesivamente por la intensificación de la búsqueda en el espacio de soluciones. Ellos se centran en un problema de localización y rutas con múltiples depósitos capacitados.

Derbel, Jarboui, Hanafi, y Chabchoub (2012) buscan un método para hacer las decisiones de localización y ruteo al mismo tiempo de manera eficiente. Desarrollan un algoritmo genético (GA) en combinación del algoritmo anterior usado por ellos, búsqueda local iterativa (ILS). Donde el foco es mejorar las soluciones generadas por el algoritmo genético, usando búsqueda local iterativa, de tal manera que intensifique la búsqueda en el espacio de soluciones y, pueda mejorar la respuesta.

Jarboui, Derbel, Hanafi y Mtadenovic (2013), proponen varias heurísticas de búsqueda en la vecindad variable (VNS) para resolver el problema de LRP. Ellos definen el problema con múltiples depósitos capacitados y vehículos no capacitado. Proponen 5 métodos para resolver dicho problema. Concluyendo que, aquel método que genera rutas y localiza por movimiento semi-arbitrario arroja los mejores resultados. Los autores ultiman que este método podría ser adaptado para el LRP capacitado.

Como el problema LRP que se va a abordar es por fases separadas entonces se toma en cuenta el problema de localización por aparte. Para hacer una revisión de la literatura de este y sus métodos de solución. Los investigadores, se han centrado en su formulación matemática o modelo y las técnicas de solución. Cada una tiene diferencias y similitudes en relación con los otros, pero las peculiaridades de cada uno, proporciona el combustible necesario para los investigadores (Revelle & Eiselt, 2005).

A continuación, se mostrarán los aportes que hicieron algunos autores al problema de localización:

El tema de localización de instalaciones ha sido un tema que se ha considerado desde muchos años atrás, pero se empezó a definir matemáticamente hasta los años 60 que este empezó a fortalecerse científicamente. Puesto que, se empiezan a crear infinidad de métodos analíticos que se extienden más allá de la administración de empresas. También se abordan diferentes planteamientos del problema (diferentes características). Lo cual, lo convierte en un área pluridisciplinar (Dominguez Machuca & Lvare Gil, 1995). Dando cabida a la mejora en las estrategias organizacionales de la empresa. Es claro que las decisiones sobre localización, por lo general se circunscriben a cuestiones de costo, rentabilidad, tiempos de respuesta y cercanía a determinados lugares (Instalaciones, 2016).

En general, todo problema de localización tiene cuatro características básicas: (1) los clientes que se encuentran localizados en puntos o rutas dependiendo del caso, (2) instalaciones que deben ser localizadas, (3) un espacio en que los clientes e instalaciones deben ser localizadas y, (4) una métrica que indique las distancias, costos o tiempos entre los clientes e instalaciones, (Revelle y Eiselt, 2005).

Existen ciertos modelos básicos de la formulación de un problema de localización que se identifican en la literatura. Todos estos, con el objetivo en común de minimizar los costos pueden ser catalogados en cuatro grupos: problemas de cobertura, de centro, de dispersión y de media. (Current, 2002)

Weber (1909) emplea un método gráfico de dos dimensiones que tiene como característica más importante tratar los costos de transporte. Este fue muy reconocido al punto tal que tiempo después fue denominado método grafico de Weber. Su metodología se representa como un análisis

sencillo y directo del problema, suponiendo conocida una demanda y teniendo en cuenta su ubicación. Para esta, se utilizan curvas isodapanas (líneas que unen puntos de igual valor, que representan el coste total del transporte en la teoría de la localización industrial) que, corresponden a los costos de transporte totales.

El problema de la p -mediana, fue planteado por primera vez por Hakimi (1964, 1965). Esta habla de encontrar p -localizaciones de tal manera que se minimice los costos involucrados. Esta formulación considera la p , como un parámetro que debe estar en los datos o, se precisa a priori y no se consideran los costos de apertura. Se definió como una extensión a los problemas simples de localización de instalaciones propuestos por Weber.

Maranzana (1964), propone un algoritmo para la localización de puntos de abastecimiento llamado *The Alternative Algorithm*. El cual, considera los costos de transporte (matriz de distancia) y va asignando cada demanda hacia la localización más cercana (p localizaciones de n potenciales). Luego, relocaliza las p plantas nuevamente hacia la mediana espacial más pesada de todas las demandas asignadas. Este es un método de solución para el problema de la p -mediana. El algoritmo puede presentar algunas fallas para converger a una solución óptima. Las aplicaciones se repiten con una mejor selección de los valores ingresados al algoritmo y se encuentra que éste puede dar una buena solución así no sea la óptima.

Toregas et al (1970) fueron los primeros en hablar sobre el tipo de problemas de set covering donde el objetivo es localizar el número mínimo de localizaciones necesarias de un grupo de sitios, respecto a una distancia desde cada punto a la localización. Se aseguran que estas cubran el total de demanda de los clientes. En esta formulación toman costos iguales.

Kariv y Hakim (1979), muestran que el problema de encontrar una p -mediana en una red es un problema NP-hard ya que el número de soluciones posibles es amplio, incluso cuando la red

tiene una estructura simple. También, afirman que los resultados que conducen algoritmos eficientes se presentan mejor cuando la red es un árbol. Concluyen, que para este tipo de configuración de red (árbol), su p -mediana es idéntica a su w -centroide. Adicional, como resultado, presentan un algoritmo que se encarga de encontrar la p -mediana en una red de árbol para $p > 1$.

Halper (1976) fue el primero en considerar combinar los objetivos de la p -mediana con la de la p -centro, combinando matemáticamente las funciones objetivas de cada problema en uno (Escholarship, s.f.).

Kuehn y Hamburguer (1963) propusieron una heurística de construcción llamada *ADD procedure*, fue inicialmente diseñada para el SPLP (Simple Plant Location) tiene en cuenta los costos de apertura y las distancias, pero no tiene restricción en cuanto a la capacidad de los sitios. La metodología que usa esta heurística es iniciar con todas las plantas potencialmente cerradas e ir abriendo las plantas o cerrándolas. Luego, asigna los clientes a la planta más cercana.

Feldman, Lehrer y Ray (1966) propusieron una heurística de construcción llamada *DROP procedure*, diseñada para problemas de localización sin restricciones de capacidad con n sitios potenciales. La heurística inicia con un grupo de localizaciones potencialmente abierta y a medida que se ejecuta va decidiendo cerrar los sitios o abrirlos. Es decir, al comienzo todos los sitios son potenciales para abrir, pero a medida que se ejecuta va decidiendo si los potenciales deben abrirse o cerrarse. Luego, asigna los clientes a la localización más cercana.

Soren Kruse Jacobsen (1981) toma las heurísticas que inicialmente se diseñaron para problemas de localización sin capacidad y para diferentes modelos matemáticos, entre ellos la p -mediana y los adecua al CPLP (Capacitated plant Location problem). Generaliza las técnicas para poder abordarlas desde una formulación matemática diferentes. Las heurísticas que toma son *ADD*, *DROP*, *SHIFT*, *ALA* (Alternative Location allocation), *VSM* (Vertex substitution method).

R.Sridharan (1995) hace una revisión de varios métodos de solución para el problema capacitado de localización de plantas. Menciona diferentes técnicas que pueden ser usadas para este tipo de problemas, desde métodos exactos a heurísticas.

Church y Sorensen (1994) fueron de los primeros en empezar a considerar los problemas de la p-mediana con sitios potenciales. Es decir, se determina p sitios de un conjunto n de sitios potenciales. Esto, con el fin de reducir las posibles combinaciones dentro del espacio de soluciones. En su metodología de solución, ellos usan dos técnicas de solución diferentes. La primera, una heurística de sustitución propuesta por Teitz y Bart y la segunda GRIA (global-regional interchange algorithm).

Averbakh y Berman (1997) ellos toman un red en forma de árbol y consideran un viajero que debe visitar los puntos del árbol con el objetivo de minimizar el máximo de longitud de cada viaje. Para cada nodo dan una estimación del intervalo del peso asociado. El objetivo es encontrar la mejor solución ya sea el mínimo costo o reducir al máximo la pérdida en el peor de los casos. Se discuten las propiedades del problema y afirman que puede ser resuelto por $(n+1)$ problemas de p-centro ponderado.

Igor Averbakh (2003) considera los problemas de localización en una red con bordes longitudinales inciertos. Las longitudes de los bordes se suponen que son al azar con distribuciones desconocidas y pueden tomar en cualquier valor dentro de los intervalos.

Continuando, se encuentra que algunos autores empiezan a mencionar la importancia de incluir los métodos de segmentación en el problema de localización y ruteo, así contribuyendo a la generación de nuevas metodologías, ya que este puede ser el camino de abordar eficientemente siendo una vía cercana a obtener mejores soluciones (Barreto, Ferreira, Paixão, & Santos, 2007). Con relación al tema de segmentación se encuentre en la literatura que:

Los primeros inicios en considerar el análisis clústering en este tipo de problemas, se da por Dantzig y Ramser (1959) en el problema del agente viajero múltiple (MTSP por sus siglas en inglés). Luego Kuehn y Hamburguer (1963), pioneros en afirmar que los clientes pueden ser clusterizados, es decir agrupados en diferentes segmentos de acuerdo a su proximidad geográfica creyo diferentes concentraciones

Mojena (1977), proporciona evidencia de que la agrupación jerárquica ha sido usada exitosamente para el problema LRP. Puesto que, asumir este enfoque basado en la proximidad de las observaciones (clientes) permite un mejor diseño de las rutas. Esto representa un razonable acercamiento a la minimización de las rutas y por lo tanto reducción de los costos.

Mulvey y Crowder (1979), utilizan relajación langragiana para resolver el problema de localización y ruteo. Adicionalmente aplicaron el análisis clusteting usando un algoritmo particionario de segmentación llamado k-means. Años después, Mulvey y Beck (1984) extienden la búsqueda anterior para el caso de análisis clúster capacitado. La heurística que proponen comienza con un conjunto aleatorio de centros k donde los clientes son asignados a estos grupos de clúster en función de su valor, el valor se define como la distancia del grupo más cercano y el segundo más cercano al igual que se tomaba en k means. El proceso es iterativo y los clústeres del centro son recalculados después de que todos los clientes son asignados. El proceso se detiene cuando el centro de conglomerados ya no cambia.

Srivastava (1993) desarrolla y compara 3 modelos heurísticos de localización y ruteo. Esto con el fin de suplir la necesidad de mejorar y corregir los errores en los sistemas de distribución. En ese estudio, el autor involucra distintos factores reales (como las condiciones del ambiente y el clima) con el propósito de determinar una aplicabilidad directa. Destacan una superioridad de sus heurísticas sobre los modelos convencionales, Min (1996), considera una técnica secuencial para

un LRP capacitado que se inicia mediante la agrupación de los clientes, a través de un método jerárquico, donde muestra que los grupos de clientes deben basarse en la capacidad de los vehículos y en medidas de aproximación.

En Johnson y Wichern (2007) afirman que no existe necesidad de crear una matriz (distancias entre las observaciones o datos). Esto reduce el tiempo computacional. El algoritmo se definió por los siguientes pasos: (1) empezar con n -clúster, cada clúster contiene una sola observación, calcular la matriz de distancias entre los puntos, (2) segmentar Los dos clústeres más cercanos, y etiquetarlos, (3) actualizar la matriz de distancias, (4) ir al paso 2 y repetirlo $N-2$ veces.

Barreto, Ferreira, Paixao y Santos (2007), presentan una heurística constructiva que muestra varias técnicas de agrupamiento jerárquicas y no jerárquicas. Estas incluyen una secuencia de algoritmos que se enfocan en solucionar el problema.

Ellos consideran un CLRP discreto con dos niveles: un conjunto potencial de centros capacitados de distribución y un conjunto de clientes ordenados que buscan determinar el conjunto de instalaciones, así como las rutas comenzando y terminando en el depósito, que a su tiempo el cliente solo es visitado una vez. También integran el análisis de conglomerados en la heurística, como atribución a esta técnica de agrupamiento.

La heurística secuencial que se presenta consistía en 4 pasos, (1) Construir los grupos de clientes con capacidad limitada, (2) determinar la distribución de la ruta en cada clúster, (3) mejorar las rutas, (4) localizar el depósito y asignar las rutas a él. Así mismo ratificando que la formación de grupos denominados clúster determina buenas soluciones iniciales para el problema, en tiempo computacional aceptable.

López et al., (2008) utiliza un esquema de solución cuyo objeto es abordar el problema CLRP teniendo en cuenta la siguiente metodología. Se da inicio con la construcción de diferentes

clústeres donde se asignan a cada uno de ellos los clientes, teniendo en cuenta la capacidad de ellos, para luego determinar la distribución de los clientes en cada grupo (distancias) y, seguido a eso mejorar la secuenciación de los clientes mediante la solución de un problema del agente viajero (TSP). Debido a que la complejidad del ruteo disminuye al hacer estas segmentaciones, finalmente, se localizan cada uno de los depósitos y se asignan los grupos de clientes a cada uno.

Nadizadeh et al., (2011) proponen una heurística de 4 fases para solucionar el LRP. La metodología de desarrollo es la siguiente: en la fase inicial, se elaboran los clústeres, asignando los clientes a cada clúster por medio del algoritmo constructivo básico llamado “greedy clustering method”; la segunda fase consiste en determinar el centro de gravedad de cada clúster; la tercera etapa, localiza cada uno de los depósitos con el objeto de cumplir la demanda y la reducción de costos, se concluye con la asignación de los grupos de clientes a cada depósito; en la parte final las rutas son mejoradas mediante la aplicación de un algoritmo basado en colonia de hormigas (AC).

Chauhan R. (2014) este autor hace una revisión completa de diferentes técnicas clustering usadas en análisis de datos. Muestra un panorama muy amplio de algoritmos existentes para cada tipo de metodología. Entre ellas, métodos particionarios, jerárquicos, basados en densidad, y grid-based métodos. Todos los algoritmos fueron analizados bajo sus ventajas y desventajas.

Reddy O y Ussenaiah M. (2012) con cada una de las metodologías que abordaron revisaron y analizaron diferentes métodos clustering mediante un ejemplo. También, hicieron una comparación de los resultados arrojados por las técnicas, teniendo en cuenta la forma de cada uno de los clúster resultantes, el tipo de variables que maneja y la medida de distancia (Obula Reddy & Ussenaiah, 2012)

Morissette L y Sylvain C. (2013), los autores presentan una técnica clustering llamada k-means perteneciente a los métodos particionarios. Mediante tres algoritmos diferentes de uso: Forgy/Loyd, MacQueen y Hartigan y Wong, muestran una implementación con varios ejemplos para cada una de las opciones e ilustrar las aplicaciones de la técnica.

3. Marco Teórico

3.1 Problemas de optimización

Problema: Planteamiento o bosquejo de una situación de la vida real que requiere de atención, y por consiguiente se vuelve objeto de estudio.

Optimización: Procedimiento en el que se desarrolla la búsqueda de la mejor solución o la más eficiente en el espacio de soluciones factibles.

Un problema de optimización busca la mejor o una buena solución, para una situación específica que se requiera tratar. Consiste en encontrar el valor de determinadas variables de decisión con el fin de minimizar o en maximizar la función objetivo, Sujeta a un conjunto de restricciones (Canek., s.f.). Cuando, se habla de minimizar comúnmente se hace está haciendo referencia a costos, distancias y tiempo. En cambio, cuando se busca maximizar se hace referencia a las utilidades o ganancias. En otras palabras, se trata de calcular o determinar el valor mínimo o el valor máximo de la función de una variable

Los problemas de optimización se componen generalmente de tres cosas (Andres, P, Jose María, Julián, & Pedro, s.f.):

1. Función objetivo: Es la medida cuantitativa del funcionamiento del sistema que se desea optimizar (maximizar o minimizar)

2. Variables: Representan las decisiones que se pueden tomar para afectar el valor de la función objetivo. Desde un punto de vista funcional se pueden clasificar en variables independientes (principales de control) y variables dependientes (auxiliares).

3. Restricciones: Representan el conjunto de relaciones (expresadas mediante ecuaciones o inecuaciones) que ciertas variables están obligadas a satisfacer.

3.2 Optimización combinatoria

Es una rama de la optimización de las matemáticas aplicadas, que se relaciona con la investigación operativa, la teoría algorítmica y por su puesto la teoría de la complejidad computacional (UPV, 2006). Debido a que los problemas que se resuelven, usualmente, son de gran tamaño, la cantidad de elementos es bastante elevada y su espacio de soluciones crece exponencialmente. Haciendo ardua la evaluación de todas las posibles opciones para determinar su valor óptimo. Es por esto que se consideran problemas difíciles de solucionar.

En estos problemas el fin es encontrar el valor máximo o el mínimo de una función sobre un conjunto de soluciones. No se exige, ninguna condición o propiedad sobre la función objetivo (Martí Cunquero, s.f.). Mediante iteraciones, se trata de evaluar la mayor cantidad de posibles escenarios del espacio de solución, de una manera eficiente para encontrar la mejor o una buena

respuesta. Es importante notar que sus variables son discretas y su dominio está restringido a una serie finita de valores.

3.3 Modelos Matemático

Un modelo matemático es un esquema teórico, que generalmente se realiza en forma matemática. Representa un sistema o una realidad compleja simplificada. Este es elaborado para facilitar su comprensión y su posterior estudio, ya que el objetivo es abordar el problema específico el cual ya fue modelado.

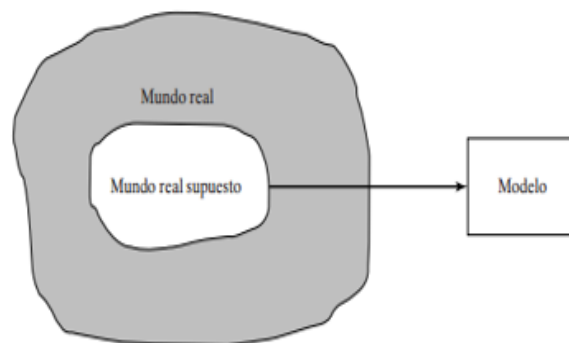


Figura 1. Modelo matemático.

Nota: Tomado de: Taha, 7ª Edición, 2004

3.4 Clasificación

Es importante clasificar los modelos de optimización puesto que existen diferentes métodos de solución y cada uno de ellos se adaptan al tipo de modelo y sus características específicas (Neos-Guide, 2016)

Tabla 2.

Clasificación de los modelos de optimización.

Tipos de modelo de optimización	
Continuo vs Discreto	Los modelos de optimización continua tienen variables continuas y por consiguiente más fáciles de solucionar. En contraste con los de optimización discreta que reflejan más complejidad, pero con los avances de la tecnología informática han aumentado dramáticamente el tamaño y la complejidad de los problemas discretos que se pueden resolver.
Optimización no restringida Vs Optimización con restricciones	En los problemas no restringidos como su nombre lo indica no hay restricciones en las variables, en contrariedad de los que las tienen. Los primeros surgen directamente en muchas aplicaciones prácticas que también se dan de la reformulación de problemas con restricciones, y los que tienen restricción surgen de aplicaciones en las que existen limitaciones explícitas sobre las variables.
Un solo objetivo Vs Múltiples-objetivos	Los problemas con múltiples objetivos a menudo se reformulan como problemas de objetivos individuales, ya sea formando una combinación ponderada de los diferentes objetivos o la sustitución de los mismos por restricciones, en cambio los de un solo objetivo se solucionan directamente.
Determinística Vs Estocástica	En la optimización determinística, se supone que los datos son conocidos con precisión, sin embargo, para la optimización estocástica, la incertidumbre se incorpora al modelo debido a que no todos los datos conocidos.

Nota: Adaptada de: Types of Optimization Problems NEOS-GUIDE 2016.

3.4.1 Complejidad computacional. Para que un problema sea considerado o visto desde el ámbito de la computación, se debe considerar como un conjunto de datos de salida y una función

que asigna a cada dato de entrada del problema, una salida correcta del mismo (Baquela & Redchuk, 2013). Los valores de entrada, (parámetros) que se toman en particular para problemas determinados son definidos como instancias del problema, se resuelven mediante la implementación de una técnica de solución, ya sea heurística o meta heurística, que define los pasos de ejecución a usar y finalmente transforman los datos de entrada en datos de salida.

La Complejidad Computacional se define como la cantidad de recursos necesarios para efectuar un cálculo (Cortés, 2004). También indica la eficiencia del algoritmo en la solución del problema. Se definen dos criterios de medida en cuanto a eficiencia y complejidad. A continuación, se exponen:

1. Tiempo: número de pasos de ejecución de un algoritmo para resolver un problema.
2. espacio: cantidad de memoria utilizada para resolver un problema (almacenamiento de datos).

De acuerdo con esto, los problemas pueden ser categorizados o clasificados por el grado de dificultad de acuerdo a su complejidad computacional:

1. Problema P

Son todos aquellos problemas, que son tratables y pueden ser resueltos en tiempo polinómico. Sus datos de entrada crecen proporcional a él, y son determinísticos.

2. Problema NP

Son problemas no tratables, que no puede ser resuelto en tiempo polinómico y sus datos no son determinísticos. Por consiguiente, se tratan de resolver mediante algoritmos no deterministas. Donde, su solución deseable sea de complejidad polinomial.

3. Problema NP-Completo

Este conjunto de problemas son complejos. Se define un problema P^* como un problema NP. Entonces P^* es NP-Completo si su tiempo de computo es reducible a un tiempo computacional polinomial.

4. Problema NP-Hard

Los problemas de decisión NP-Hard son parecidos a las NP-Completo, con la diferencia de que su tiempo de solución es exponencial y son muy difíciles de resolver, ya que ningún algoritmo polinómico puede llegar a arrojar una solución.

3.5 Métodos de solución

Existen múltiples métodos de solución para abordar los problemas de optimización, los cuales se pueden clasificar en métodos exactos y métodos aproximados.

3.5.1 Métodos exactos. Los métodos exactos garantizan una solución óptima o única solución de los resultados. Este tipo de metodología no se puede usar en problemas de mayor complejidad, como problemas NP o NP-Hard.

3.5.2 Métodos aproximados

- Heuristicos

Una tecnica heuristica (o simplemente una heuristica) es un metodo que busca buenas soluciones es decir, soluciones cercanas al optimo a cambio de un costo computacional razonable. Este tipo de tecnicas no garantiza la optimalidad.

- Metaheurísticos

Método heurístico de propósito general diseñado para guiar a una heurística fundamental de un problema específico hacia regiones prometedoras de espacio de búsqueda que contiene soluciones de alta calidad, es decir soluciones muy cercanas al óptimo.

3.6 Problema de localización y ruteo

El LRP, se puede definir como un problema determinístico, estático, discreto de un solo escalón y un solo objetivo. Puede ser representado por una red, donde cada cliente y depósito son simbolizados por un vértice y debe ser visitado solamente una vez para la entrega de un bien o recolección de un objeto; y, los arcos son las rutas de acceso. Para este tipo de problemas no se toma en cuenta el inventario de cada instalación o del depósito. Se pueden abordar de manera integral o por fases ya que está compuesto por dos subproblemas: localización y ruteo.

El fin de este problema es ubicar uno o varios depósitos dentro de un conjunto de sitios potenciales y la construcción de rutas de entrega o recolección, hacia el depósito o los depósitos seleccionados con el fin de abastecer las demandas de los clientes. La función objetivo es la suma de los costos de apertura de cada depósito y los costos de adquisición del vehículo y los costos de enrutamiento (Laporte, Nobert, & Ardin, 1986).

Consecuente con lo anterior, este tipo de problemas normalmente está definido por un grupo de características principales:

- Sus datos son deterministas, es decir, se conocen a priori.
- Existe un periodo de planificación estático.
- El conjunto de sitios potenciales es conocido y finito.

- Solo hay una función de un único objetivo y es un escalar.
- Los datos que deben conocerse son: Demanda del cliente que se debe ser satisfecha, costo de apertura de los sitios que van a satisfacer la demanda, capacidad del vehículo y las distancias de clientes a depósitos.
- Cada cliente debe ser visitado una única vez por un mismo vehículo.
- No se tiene en cuenta las decisiones de inventarios en ninguno de los sitios, ya sea del sitio potencial o del cliente.

3.7 Variantes del problema LRP

Tabla 3.

Variantes del problema LRP.

LRP	Vehículos capacitados
	Depósitos capacitados
	Capacitado (CLRP)
	Dos escalones
	Tres escalones
	Problema de enrutamiento Truck y tráiler (TTRP)
	Multiobjetivo
	Multiperiodo
	Inventory (ILRP)
	Con datos inciertos

Nota: Adaptado de: Prodhon y Prins (2014).

3.8 Aplicaciones del problema de localización y ruteo.

En la literatura se presentan varias aplicaciones del problema LRP. A continuación, se muestra las aplicaciones de acuerdo con el autor y país.

Tabla 4.

Aplicaciones del LRP.

Aplicaciones del LRP		
Autor	Área de aplicación	País/Región
Watson et al. (1973)	Distribución de Comidas y Bebidas	Reino Unido
Bender y Strohmeier (1979)	Distribución de Bienes para el Consumidor	Australia
Or y Pierskalla (1979)	Ubicación de Bancos de Sangre	Estados Unidos
Jacobsen y Madsen (1980)	Distribución de Periódicos	Dinamarca
Nambair et al. (1989)	Ubicación de Plantas de Plásticos	Malasia
Perl y Daskin (1985)	Distribución de Bienes	Estados Unidos
Semet y Taillard (1993)	Distribución de Abarrotes	Suiza
Kulcar (1996)	Recolección de Desechos	Bélgica
Murty y Djang (1999)	Ubicación de Equipos Militares	Estados Unidos
Bruns et al. (2000)	Entrega de Paquetes	Suiza
Chan et al. (2001)	Evacuación Medica	Estados Unidos
Lin et al. (2002)	Entrega de Facturas	Hong Kong
Lee et al. (2003)	Diseño de Redes Ópticas	Corea
Wasner y Zäpfel (2004)	Entrega de Paquetes	Australia
Billionnet et al. (2005)	Diseño de redes de telecomunicaciones	Francia
Gunnarsson et al. (2006)	Industria de la Compras	Europa

Nota: Adaptado de Hassanzadeh et al. (2009)

3.9 Problema de localización

El problema de localización de instalaciones se encarga de localizar un grupo de instalaciones óptimas (recursos), con el objeto de minimizar el costo de satisfacer la demanda de los clientes con respecto a algunas restricciones. Las decisiones de localizar instalaciones son críticamente elementales en la estrategia de planeación (Zanjirani Farahani & Hekmatfar, 2009). La rama de la localización de instalaciones es de amplia y larga duración puesto que son decisiones estratégicas e influyen numerosas operaciones y decisiones logísticas. Los altos costos asociados con la adquisición de propiedades y construcción de instalaciones hacen los problemas de localización proyectos a largo término de inversión. Los tomadores de decisiones deben seleccionar sitios que no solo cambien con el sistema de estado actual, sino también deben guiarse de los factores económicos para darle larga duración a las instalaciones, incluso si los factores del sistema cambian. Encontrar una localización acertada es una tarea difícil, demandan la toma de decisiones para un evento futuro.

3.10 Problema de localización de plantas capacitado (UFLP)

Este tipo de problemas ha sido ampliamente estudiado en la literatura, es un problema de optimización combinatoria y se define como: dado un conjunto de clientes y un conjunto de sitios potenciales sin restricciones de capacidad, se requiere decidir que plantas o instalaciones a abrir y la asignación de los clientes a cada planta abierta. Su objetivo es minimizar los costos de apertura en los que se incurre por abrir una nueva planta, los costos operativos de funcionamiento (Costos variables asociados), y la suma total de distancias entre un cliente y una instalación.

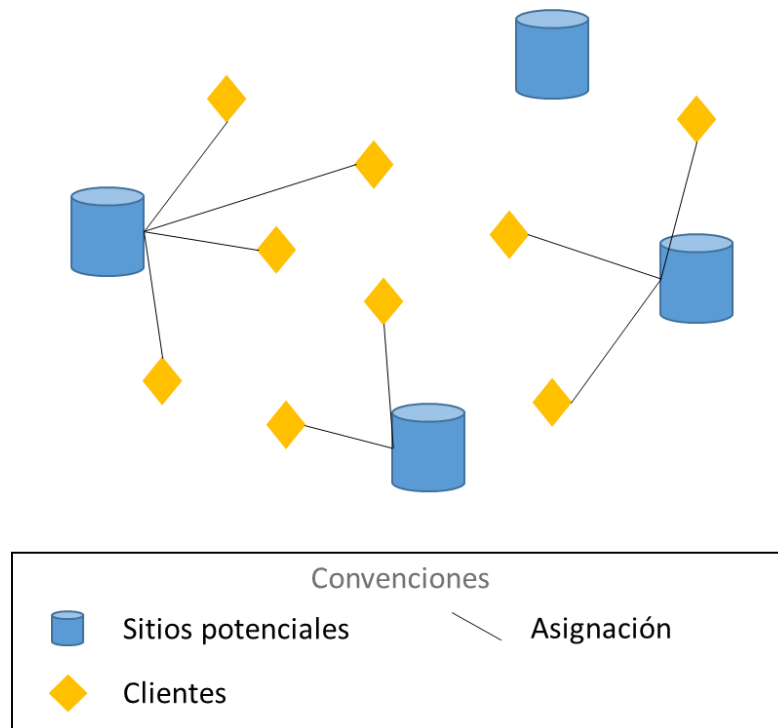


Figura 2. Diagrama UFLP.

Los modelos de este tipo de localización tienen las siguientes características básicas:

- Todos sus datos deben ser deterministas, es decir son conocidos de antemano.
- Un conjunto de clientes, donde cada uno tiene una demanda que deber ser satisfecha.
- Un conjunto finito de instalaciones sin restricciones de capacidad.
- Los parámetros que medirán los costos asociados de apertura y de funcionamiento de las instalaciones.
- Tiempos gastados o distancias de los clientes con las ubicaciones.

3.11 Métodos de localización

Existe una gran variedad de métodos de localización presentes en la literatura, entre ellos métodos exactos, heurísticos y metaheurísticos. Ya que, es un tema ampliamente discutido por la comunidad científica.

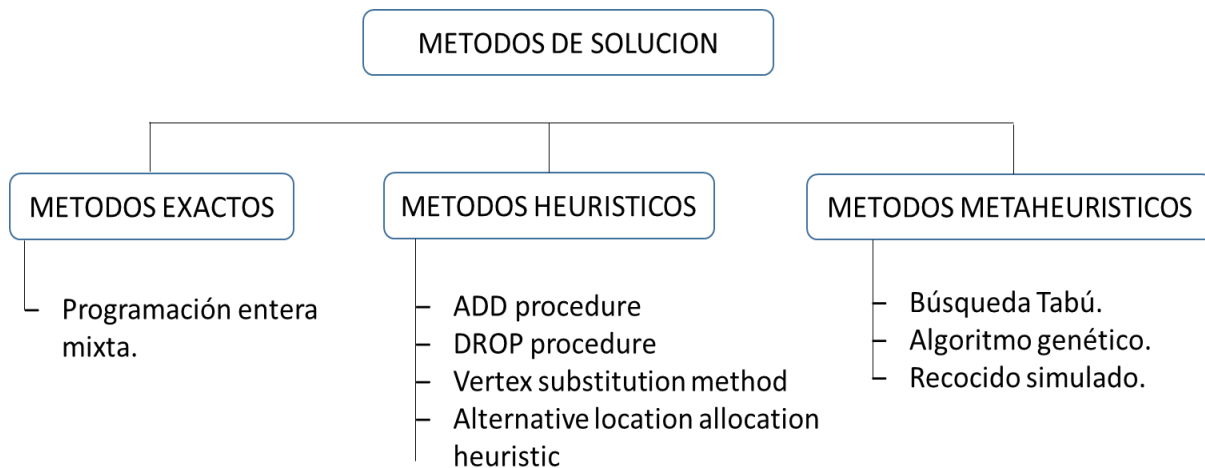


Figura 3. Métodos de solución del problema de localización.

Tabla 5.

Métodos Heurísticos de Localización

Métodos Heurísticos	
ADD procedure	
<p>Fue desarrollado inicialmente por Kehn y Hamburguer (1963). Su metodología de solución se basa en varias iteraciones. Ya que parte de supuestos donde ninguna planta ha sido decidida abierta o cerrada y todas están potencialmente cerradas. En cada iteración una</p>	<p>Ventajas:</p> <ul style="list-style-type: none"> ○ Es un método sencillo y se ajusta a la formulación matemática del UFLP ○ Es apto para grandes instancias. ○ Arroja buenas soluciones en tiempo computacionales razonables.

Métodos Heurísticos

planta a medida que la función de ahorro es máxima y así se van agregando al conjunto de plantas abiertas hasta que se tiene el grupo total de plantas seleccionadas.

Limitaciones:

- Al ser una heurística constructiva no permite cambios en la solución y en ninguna iteración.

DROP procedure

Esta heurística tiene una metodología muy similar a “ADD procedure”. Con la diferencia que parte de supuestos donde todas las plantas han sido decididas potencialmente abiertas. A medida que el método ejecuta una, es cerrada si no representa un ahorro. La heurística para cuando la función de ahorro no arroja más valores positivos.

Ventajas:

- Es un método sencillo.
- Es apto para grandes instancias.
- Arroja buenas soluciones en tiempo computacionales razonables.

Limitaciones:

- Al ser una heurística constructiva no permite cambios en la solución y en ninguna iteración.
- Requiere varias iteraciones

ALA Alternative location allocation

Esta heurística originalmente diseñada por Rapp (1962) para resolver el problema de la p-mediana y pertenece a la categoría de heurísticas de intercambio. Ya que, da la posibilidad de cambiar las decisiones tomadas por la heurística con anterioridad (solución anterior) mediante una perturbación. Ha tenido varias modificaciones a lo largo de los años, en el año 1995 se ajusta para que pudiera abordar formulaciones.

El marco de trabajo de este método es obtener una lista de sitios potenciales abiertos y consecuentes a eso ir eliminando localizaciones que no representen una buena solución, mediante una re-optimización o un proceso de perturbación.

Ventajas:

- Es apto para grandes instancias.
- Buenas soluciones en tiempo computacionales razonables.

Limitaciones:

- Requiere más iteraciones
 - Necesita la iteración de otra heurística para realizar la perturbación o re optimización de la solución (Jacobsen, 1983).
 - Se puede llamar una heurística de dos fases ya que es necesario conocer una solución (a priori). Por lo que puede tomar mayor tiempo y computacional.
-

VSM Vertex substitution method

Es un método heurístico originalmente diseñado por Teitz y Bart (1968), inicialmente diseñada para resolver problemas de localización asignación sencillos y problemas de la p-mediana, pero con los años se ha modificado para que contemplara otro tipo de formulaciones. Esta heurística, tiene una serie de características que lo hacen atractivo para el uso computacional. Primero, con frecuencia arroja muy buenas soluciones, adicional a ello puede contemplar instancias grandes (B. & P., 1968) (Vidal & Goetschalckx, 1997)

Ventajas:

- Con frecuencia arroja buenas soluciones.
- Es apto para grandes instancias.

Limitaciones:

- Por ser un método heurístico no converge al óptimo y en algunas ocasiones la solución se aleja de él.

3.12 Problema de ruteo de vehículos

De manera general se puede definir un problema de ruteo de vehículos como un conjunto de clientes, depósitos y una flota de vehículos siendo los vehículos los encargados de realizar la recepción de mercancía o despacho de ella con el objetivo de determinar el conjunto de rutas que alcanzan el menor costo posible (Daza, Montoya, & Narducci, 2009). Para este problema existe un conjunto amplio de variantes tales como las que se mencionan en la siguiente figura:

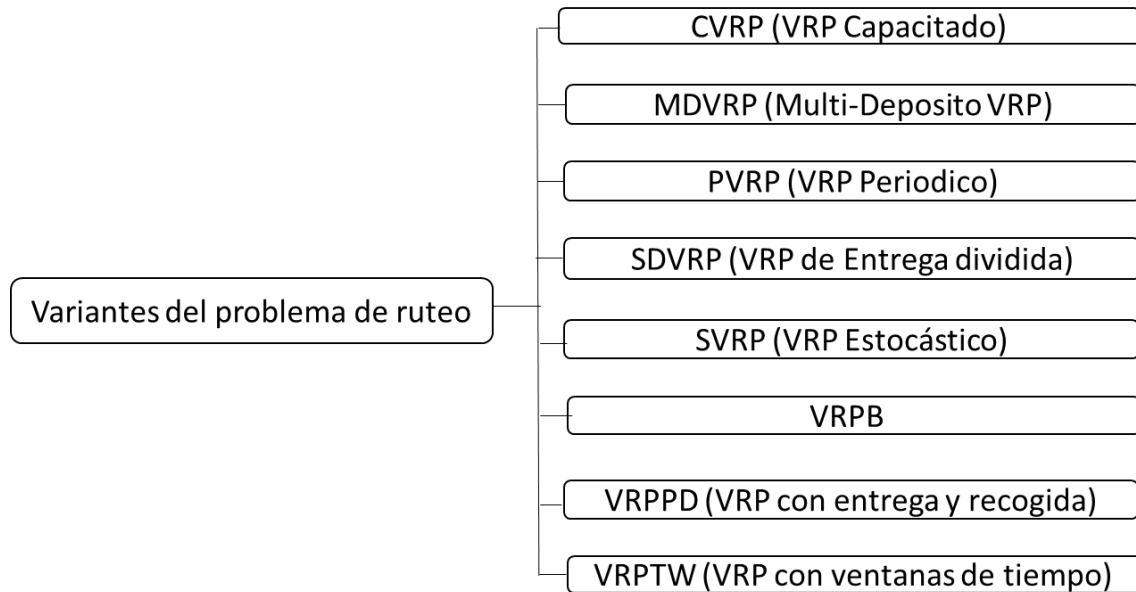


Figura 4. Variantes del problema de ruteo.

Nota. Adaptado de (Daza, Montoya, & Narducci, 2009)

3.13 Problema de ruteo vehicular capacitado CVRP

El problema CVRP básico trata de determinar los recorridos de cierto número de vehículos con una respectiva capacidad que parten de un origen en común y deben pasar por un conjunto de lugares de interés para recoger o distribuir mercancía según la demanda de los clientes. Al finalizar el recorrido debe volver de nuevo al origen.

Este tipo de problemas tienen las siguientes características generales:

- Minimizar el tiempo total de viaje teniendo en cuenta las distancia
- Los clientes solo deben ser visitados una sola vez, es decir, un cliente solo puede estar en una sola ruta.
- Existe un origen y un destino, es decir es un ruteo cerrado y acaba donde empieza.

- Las demandas de los clientes son fijas y se conocen.
- Los vehículos tienen la misma restricción de capacidad, es decir, es una flota homogénea
- El problema es simétrico, el costo de ir de un lugar i a un lugar j es igual que de ir de j a i .
- El número de vehículos se puede obtener dividiendo los requerimientos totales sobre la capacidad de un vehículo.

$$\text{Numero de vehiculos} = \frac{\text{Requerimientos Totales}}{\text{Capacidad del vehiculo}}$$

3.14 Métodos de solución

- Heurística Vecino más cercano

Esta heurística es considerada dentro de la gama de algoritmos heurísticos como de los de ejecución más simple y fácil de construir. Puesto que permite encontrar la distancia más corta que hay entre cada uno de sus clientes hacia el depósito, considerando las restricciones de capacidad existentes en la flota de vehículos y así mismo contempla la demanda de los clientes para efectuar la ruta, por lo que ajusta el número de vehículos de tal manera de que cumpla las dos restricciones en orden de entregar la mercancía o recogerla (Cepeda, San Lucas, & Delgado, s.f.).

- Heurística de Barrido o Sweep

Esta heurística es considerada como un método de asignar primero y luego hacer ruteo; se ejecuta en dos fases. Como es una heurística que contempla restricciones de capacidad se toman en cuenta en la primera etapa, donde se asigna los clientes a cada clúster de la siguiente manera se establece el depósito inicial y se forma una semirrecta que incorpora a los clientes barridos, hasta que se cumpla la capacidad, de tal manera que asegure que la demanda total de cada clúster no

supere la capacidad del vehículo. Luego cada clúster es ruteado resolviendo un TSP (Olivera, 2004).

- Aleatoria:

Los algoritmos aleatorios toman decisiones al azar, y una vez que se procese la entrada se va ejecutando cada paso aleatoriamente. Estos, a diferencia de los convencionales tienen una entrada adicional que son los números aleatorios que se obtienen durante la ejecución y que hace parte de su lógica.

Estos métodos son más simples que otros métodos de ruteo, no necesita toda la información de la red, simplemente definido el origen elige uno de los nodos al azar y continua el procedimiento hasta que no encuentre nodos sin visitar al final acaba llegando al destino. Normalmente no es la menos costosa ni la óptima.

3.15 Segmentación

Los métodos de segmentación o también llamados métodos clúster, se encargan de dividir la información en grupos (conocidos como clúster) de una forma que los objetos que pertenecen a un grupo son similares a cada uno de los que hacen parte de él, pero también, a su vez, son diferentes a los objetos que pertenecen a los otros grupos o clúster. Las técnicas de clúster para análisis de datos son muy importantes y bastante usadas para descubrir una manera interesante cómo se encuentra distribuidos los datos y patrones en la información (Chauhan, 2014).

Etapas del análisis clúster:

- Elección de las variables
- Elección de la medida de asociación

- Elección de la técnica clúster
- Validación de los resultados

3.16 Medidas de similitud/distancia

Para agrupar variables o individuos es necesario tener en cuenta algunas medidas numéricas que caracterizan las relaciones entre las variables o los individuos. Cada una de ellas refleja la asociación en un sentido particular y es necesario elegir una medida apropiada para el problema concreto que se está trabajando.

- Distancia Euclidiana:

Medida matemática estándar de distancia (raíz cuadrada de la suma de las diferencias elevadas al cuadrado).

- Distancia de Pearson:

Raíz cuadrada de la suma de las distancias elevadas al cuadrado dividida entre las varianzas. Esta distancia constituye una medida estandarizada de la distancia.

- Distancia de Manhattan:

Suma de las diferencias absolutas, de manera que los valores atípicos reciben una ponderación menor que la que recibirían si se utiliza el método euclidiano.

- Distancias Euclidiana al cuadrado y de Pearson al cuadrado.

3.17 Métodos de segmentación

Existe una gran variedad de métodos para análisis clúster presentes en la literatura.

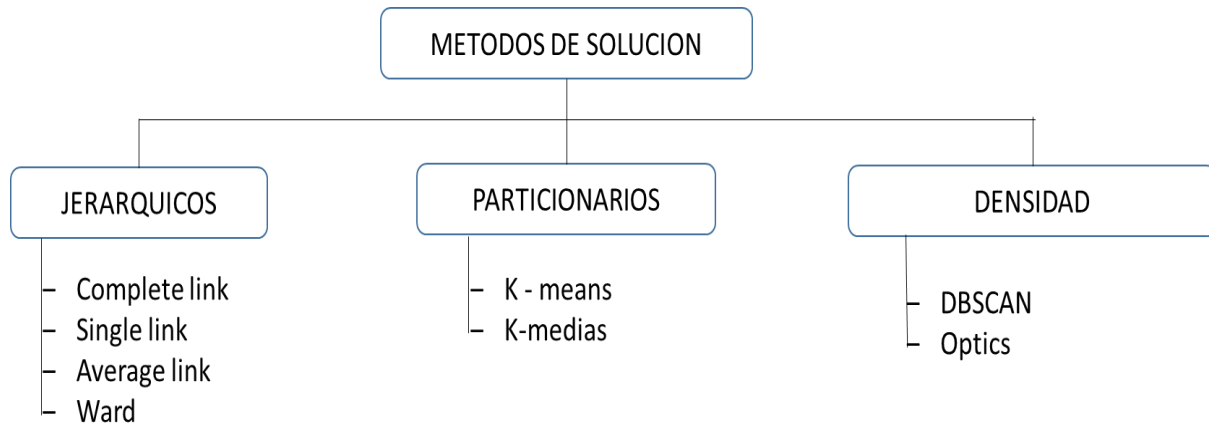


Figura 5. Métodos clustering.

METODOS JERARQUICOS

Consiste en agrupar un conjunto de observaciones o individuos en grupos homogéneos, basándose en los valores de las variables. La agrupación se realiza mediante un proceso por fases de agrupación de tal manera que el resultado final es una jerarquía de unión completada en la que cada grupo se une a otro hasta llegar a uno solo.

o METODOS JERARQUICOS AGLOMERATIVOS

Cada elemento representa inicialmente un clúster por sí solo, y a medida que se evalúa la distancia que hay entre los elementos, las observaciones son unidas secuencialmente hasta tener la estructura deseada. Este tipo de algoritmos necesita definir un parámetro de entrada que es el número de clúster a determinar. Este se puede definir con el dendograma². Es un método muy subjetivo ya que es de visualización y se debe cortar el gráfico al nivel de agrupaciones que se desea (UGR, s.f.).

² El dendograma es un gráfico o diagrama de árbol que muestra los grupos que se forman al aglomerar las observaciones en cada paso y sus niveles de similitud.

Para la realizar la aglomeración se debe definir una medida de disimilaridad entre los grupos y un método de enlace. Este último, determinara el tipo de método aglomerativo y su función. Los métodos más comunes son los siguientes:

Tabla 6.

Métodos Jerárquicos de segmentación

SINGLE LINK	
<p>Este método es también denominado como el “vecino más cercano”, la distancia entre los grupos es definida como la distancia entre los dos objetos más cercanos, es decir los más próximos. Cada par consiste en un ítem de cada clúster.</p>	<p>Ventajas:</p> <ul style="list-style-type: none"> ○ Es una opción apropiada cuando el enlace está claramente separado. <p>Desventajas:</p> <ul style="list-style-type: none"> ○ Su solución, está muy sujeto a la distribución de los datos
COMPLETE LINK	
<p>La distancia entre dos ítems del grupo es definida como la distancia entre los dos pares de objetos más lejanos. Y para cada iteración los dos grupos de la distancia más lejana son aglomerados. El algoritmo es idéntico al algoritmo de single link, con la única diferencia que se computa una manera diferente la manera en que se hacen los conglomerados.</p>	<p>Ventajas:</p> <ul style="list-style-type: none"> ○ Este método garantiza que todas las observaciones en un conglomerado se encuentren dentro de una distancia máxima. <p>Desventajas:</p> <ul style="list-style-type: none"> ○ Tiende a crear clústeres en forma circular. Es decir, produce conglomerados con diámetros similares.
AVERAGE LINK	
<p>Es la media entre todos los pares de unidades, donde una observación del par es par es de un grupo y la otra pertenece al otro clúster.</p>	<p>Ventajas:</p> <ul style="list-style-type: none"> ○ Como esta técnica usa la mediana logra atenuar la influencia de valores atípicos. <p>Desventajas:</p>

COMPLETE LINK

- Produce conglomerados con diferentes cantidades de observaciones.

WARD

El objetivo del enlace de Ward es Ventajas:

minimizar la suma de cuadrados dentro del conglomerado. Consiste en unir los grupos de menor incremento según la suma de las desviaciones cuadradas desde los puntos hasta los centroides, con lo que se unen los grupos más homogéneos

- Tiende a producir conglomerados homogéneos con números similares de observaciones.

Desventajas:

- Es sensible a los valores atípicos

METODOS PARTICIONARIOS

Los métodos particionarios realizan las agrupaciones y luego las evalúan por algún criterio (distancia). Estos métodos se dividen en dos subcategorías una es centroide y otra es medoids. Las primeras representan cada centroide del clúster utilizando el centro de gravedad de los datos y se recalcula cada vez que termina una nueva iteración. La segunda representa a cada grupo por medio del valor medio más cercano al centro de gravedad de los datos. Una vez realizada la partición y los datos aglomerados se pueden reagrupar, esta es la diferencia principal con los métodos jerárquicos (Chauhan R. (2014)).

Tabla 7-

Métodos particionarios de segmentación

K-MEANS

Es un método particionario, uno de los más simples que resuelve el problema de agrupamiento. Este, se encarga de realizar

Ventajas:

Es un método simple y fácil de entender, buenos resultados.

- ✓ Es un método simple y fácil de entender, buenos resultados.

K-MEANS

varias parcelaciones de un conjunto n de datos con el objetivo de realizar cierto número k de clúster conocidos a priori o identificados de manera a priori con el método elbow³. Cada clúster es representado por el centro de gravedad.

- ✓ Puede encontrar sub-grupos puros sin muchas especificaciones.
- ✓ Es un método bastante estudiado por la literatura.

Limitaciones:

- ✓ Presenta inconvenientes para grupos de diferentes tamaños, densidad, y no forma globular.
- ✓ Aplica solo cuando los datos son definidos.

K-MEDOIDS

Es una técnica clásica de particionado de grupos que divide los datos conformados por n objetos en k clústeres, conociendo de antemano el número k de particiones. Este método intenta minimizar la distancia entre puntos que pertenecen a un clúster y al punto designado como el centro de este. Esta es la diferencia principal en contraste con el otro método particionario k -means. En lugar de tomar el valor medio del objeto en un clúster como punto de referencia, ubica los objetos más centralizado de cada grupo, denominado Medoids⁴.

Ventajas:

- ✓ Es eficiente cuando se presenta ruido porque k -medoids es menos influenciado por datos de ese tipo.
- ✓ Trabaja muy eficiente, llegando a soluciones muy buenas para pequeños grupos de datos.

Desventajas:

- ✓ No converge a buenas soluciones cuando se presenta gran cantidad de datos.
- ✓ El procesamiento, y en tiempo de computo es más costoso que muchos métodos

³ La idea del método del codo es ejecutar k -means de clusterización en un conjunto de datos para un rango de valores de k (digamos, k de 1 a 10) y para cada valor de k calcular la suma de errores cuadrados (SSE por su sigla en inglés). Gove, R. (2015). Using the elbow method to determine the optimal number of clusters for k -means clustering. [Blog] *Robert Gove's Blog*. Available at: <https://bl.ocks.org/rpgove/0060ff3b656618e9136b>.

⁴ MEDOIDS: Objeto de un grupo o clúster cuya disimilaridad media a todos los objetos en el grupo es mínima. Está ubicado en el centro del clúster.

Tabla 8.

Metodos de segmentación basados en densidad

DBSCAN	
<p>Es un método que se basa en la densidad de los datos para realizar su agrupamiento, es decir si un punto pertenece o no a un clúster, debe estar cerca de un montón de otros puntos de dicho clúster que está localizado en regiones de alta densidad separadas por otras de baja densidad. Es un algoritmo simple y efectivo que ilustra dos parámetros importantes como: Épsilon (Número de puntos dentro de un radio específico epsilon) y Minpoints (Número de puntos mínimos para poder considerar una agrupación como un clúster). Propuesto por Martin Ester, Hans-Peter Kriegel, Jörg Syer y Xiaowei Xu en 1996.</p>	<p>Ventajas:</p> <ul style="list-style-type: none"> ✓ Encuentra una buena agrupación con una sola exploración y mejora la calidad con unas pocas más. ✓ Es un método incremental que no requiere todo el conjunto de datos con antelación. <p>Limitaciones:</p> <ul style="list-style-type: none"> ✓ Este método no puede manejar datos no numéricos ✓ La calidad de DBSCAN depende de la noción de distancia usada en la función región Query (P, e) que está compuesta por el radio epsilon y por Minpoints que seria los puntos minimos para considerarse un cluster. ✓ No es tan robusto con el ruido, puede tomar observaciones como puntos ruido y dejarlas fuera de las agrupaciones.
OPTICS	
<p>Este algoritmo fue diseñado para encontrar clister en datos espaciales. Su idea viene del algoritmo DBSCAN con la premisa de que actúa mejor en la detección de clúster significativos en datos de densidad variable. Es por eso que lo de la base de datos se ordenados de manera que los puntos que están espacialmente cercanos, es decir son vecinos cercanos según su orden se agrupan.</p>	<p>Ventajas:</p> <ul style="list-style-type: none"> ✓ Maneja mejor la agrupación en datos que tengan densidades variables ✓ Es más robusto en presencia del ruido <p>Limitaciones:</p> <ul style="list-style-type: none"> ✓ No puede manejar todo tipo de datos ✓ Su tiempo de ejecución es alto por lo que representa un costo alto de programación

4. Formulación matemática del LRP

El LRP se abordará por fases separadas, por lo tanto se plantean dos modelos matemáticos del UFLP Y CVRP (de cada subproblema), que consisten en escoger la localización de los depósitos dado un conjunto de sitios potenciales y determinar la asignación de los clientes a cada uno de ellos, es decir a los depósitos sin restricciones de capacidad de manera que se satisfagan las necesidades del cliente. Posterior a ello, se trazan las rutas que dan inicio en un sitio de origen hacia cada uno de los depósitos seleccionados, para la recolección de los productos. El fin de establecer dos modelos matemáticos es indagar en el espacio de soluciones de cada subproblema, con el propósito de disminuir los costos asociados, lograr una mejor distribución y asignación de los clientes a los depósitos con la intención de diseñar mejor las rutas y disminuir los tiempos de atención y la distancia recorrida.

4.1 Modelo matemático del problema de localización

El modelo matemático a usar para el problema de localización y asignación de una red de recolección está basado en la formulación matemática del UFLP expuesta por Ardjmy, Edsan (2014), con la modificación que este está diseñado para una cadena de recolección. Esta determina la asignación de los usuarios al sitio de recolección más cercano establecido, evaluando cada sitio potencial propuesto para ser abierto de acuerdo a sus costos de apertura y distancias, ya que su objetivo es minimizar los costos involucrados. Este modelo se define de la siguiente manera:

- Conjuntos:

$I = \text{Conjunto de clientes}, i = 1, \dots, n$

$J = \text{Conjunto de depositos potenciales}, j = 1, \dots, m$

- Parámetros:

$D(i)$ Demanda de los clientes i

$F(j)$ Costo de apertura del deposito j

$C(i, j)$ Costo de oportunidad o matriz de distancia del cliente i al deposito j

- Variables de decisión:

$X(i, j) \begin{cases} 1, \text{ Si el cliente } i \text{ es asignado al deposito } j \\ 0, \text{ de lo contrario} \end{cases}$

$Y_j \begin{cases} 1, \text{ si se abre el deposito } j \\ 0, \text{ de lo contrario} \end{cases}$

La formulación matemática se muestra a continuación:

Función objetivo

$$\min \sum_i \sum_j X_{ij} \cdot C_{ij} + \sum_j F_j \cdot Y_j \quad (1)$$

Sujeto a:

$$\sum_j X_{ij} = 1 \quad \forall i \in I; \quad (2)$$

$$X_{ij} \leq Y_j \quad \forall i \in I; \forall j \in J; \quad (3)$$

$$X_{ij} \in \{0,1\} \quad (4)$$

$$Y_j \in \{0,1\} \quad (5)$$

La ecuación (1), es la encargada de definir la función objetivo del problema, para este caso es la que se encarga de minimizar el costo de oportunidad que está representado por la distancia que los clientes o usuarios deben desplazarse hasta un depósito o sitio potencial, más el costo de abrir

una nueva localización. La ecuación (2) asegura que la suma de asignaciones por cada cliente sea igual a 1, es decir que el cliente solo puede llevar a un punto de localización o depósito.

La ecuación (3) hace referencia o indica que cada usuario i sea atendido por una única instalación j . Por último (4) y (5) corresponde a las variables binarias de decisión del problema.

El modelo propuesto tiene en cuenta los siguientes supuestos:

- La demanda total de los clientes asignados a los depósitos abiertos no puede exceder su capacidad.
- La demanda de un cliente es conocida.
- El conjunto de depósitos potenciales es conocido

4.2 Modelo matemático del problema de ruteo

El diseño de este modelo de ruteo consiste en la trazabilidad de las rutas que se recorren desde el origen hasta los sitios potenciales. Es decir, depósitos (Puntos de recolección), seleccionados por el modelo de localización. El propósito de este modelo matemático de ruteo es minimizar el tiempo de recorrido y la distancia total recorrida.

Sea un grafo simétrico, no dirigido $(G: N, A)$ que representa la red de transporte para el CVRP, Conformado por un conjunto de nodos N : representada por los sitios potenciales localizados (i) , es decir los depósitos. Cada depósito tiene una cantidad recolectada para recoger asociada y un conjunto de arcos A : representados por las rutas asociadas al problema.

A continuación, se explica de manera ordenada y sencilla se establecen los parámetros, conjuntos y variables que integran el modelo:

- ✓ Conjuntos:

$I =$ Conjunto de nodos de partida, siendo $i = 1, 2, \dots, n$

$J =$ Conjunto de nodos de llegada, siendo $j = 1, 2, \dots, m$

$K =$ Conjunto de vehiculos, siendo $k = 1, 2, \dots, q$

✓ Parámetros:

$C_{ijk} =$ Costo de ir de el nodo i al nodo j por el bus k

$d_j =$ Cantidad almacenada en cada deposito j

$Cap =$ Capacidad del vehiculo k (Flota homogenea)

✓ Variables:

$X_{ijk} \begin{cases} 1, \text{ Si el vehiculo } k \text{ atraviesa los arcos } i, j \\ 0, \text{ en caso contrario} \end{cases}$

La formulación matemática se muestra a continuación:

Función Objetivo:

$$\min Z = \sum_i \sum_j \sum_k C_{ijk} * X_{ijk} \quad (1)$$

Sujeto a:

$$\sum_{k=1} \sum_{j=1} X_{ijk} \leq M, \quad i = 0 \quad (2)$$

$$\sum_k \sum_i X_{ijk} = 1, \forall j \neq \text{Depósito} \quad (3)$$

$$\sum_k \sum_j X_{ijk} = 1, \forall i \neq \text{Origen} \quad (4)$$

$$\sum_i X_{ijk} - \sum_i X_{jik} = 0, \quad \forall j \forall k \quad (5)$$

$$\sum_i \sum_j X_{ijk} * D_j \leq Cap \quad (6)$$

$$X_{ij} + X_{ji} \leq 1 \quad (7)$$

La ecuación es la función objetivo (1) y tiene como propósito minimizar la distancia total recorrida por todas las rutas, disminuir el tiempo total de transporte y por lo tanto la disminución de los costos totales. La ecuación (2) indica que del nodo de origen, solo puede partir cierta

cantidad M de vehículos para realizar las rutas. La restricción (3) asegura que cada vehículo k salga solo una vez del nodo i de partida, como la (4) que también se asegura que el vehículo k que llega al nodo j solo llegue una vez.

En la ecuación (5) se indica que el mismo vehículo que entra al nodo de i hacia j , sea el mismo que salga de j hacia i . La (6) es una restricción de capacidad y asegura que no se exceda la capacidad del vehículo, considerando una flota homogénea (Capacidad igual para todos los vehículos). La (7) evita que se realicen subtour en las rutas.

5. Selección de métodos de solución

Con base a la revisión de la literatura realizada se hizo una pre-selección de algunos métodos y estos se expusieron en el Marco Teórico mostrando sus ventajas y desventajas con el fin de presentar un panorama general de cada uno de ellos para elegir los métodos más pertinentes de acuerdo a unos criterios de selección que se establecieron en consenso con el director del proyecto, puesto que se considera importante comparar los métodos. La escala que se va a usar para medirlos es cuantitativa de manera ascendente.

El problema de localización y ruteo que se va a abordar es con enfoque en las técnicas de localización y segmentación por lo tanto se va a abordar por fases separadas, estas son (1) problema de localización, (2) segmentación, (3) problema de ruteo. Ahora presentaremos la metodología de selección de los métodos que se usaran para las dos primeras fases de solución al LRP.

5.1 Selección de los métodos de localización

El modelo de localización que se estableció fue el UFLP, se escogerán dos técnicas heurísticas para abordar el problema. Los criterios de selección son:

1. Ajuste al modelo: Es importante que los métodos de localización que se seleccionen se ajusten al modelo de localización que se planteó, un modelo sin restricciones de capacidad, sitios potenciales y tengan en cuenta los costos de apertura de la planta.

2. Apto para gran cantidad de datos: Es esencial que los métodos que se seleccionen permitan trabajar con esta característica. Debido a las instancias que se van a usar para abordar el problema.

3. Flexible: Es crucial que se escojan métodos que permitan variabilidad en los parámetros de funcionamiento; a su vez, que las restricciones en cuanto a las variables que el método acepta y permite ejecutar con las diferentes características asociados no sea una limitante para la ejecución.

4. Sencillo: Es importante que sean los métodos sencillos y efectivos, debido a que se va a experimentar con varios métodos, por consiguiente, se tomara en cuenta métodos heurísticos de esta categoría.

Se seleccionan entonces, los siguientes métodos, con base a una escala cuantitativa de 1 a 5. Donde: 1). No cumple el criterio, 2). Se ajusta insatisfactoriamente, 3). Cumple el criterio aceptablemente, 4). Se ajusta el criterio, 5). Cumple el criterio de manera sobresaliente.

ESCALA CUANTITATIVA				
1	El metodo, no cumple el criterio de selección.			
2	Se ajusta insatisfactoriamente, de tal manera que su desempeño seria adecuado.			
3	El metodo, cumple aceptablemente el criterio de selección.			
4	Se ajusta al criterio.			
5	Cumple el criterio de manera sobresaliente.			
SELECCIÓN DE METODOS				
CRITERIOS DE SELECCIÓN	METODOS DE LOCALIZACION			
	ADD procedure	DROP procedure	Altenative location allocation (ALA)	Vertex substitution method (VSM)
Ajuste al modelo	5	5	3	4
Apto para grandes instancias	4	4	3	4
Flexible	4	4	3	4
sencillo	4	4	5	4
TOTAL	17	17	14	16

Figura 6. Selección de Métodos de localización.

METODOS SELECCIONADOS:

- ✓ Heurística ADD procedure
- ✓ Heurística DROP procedure

5.2 Selección de los métodos de segmentación

El tipo de metodologías clúster que se eligen para abordar un determinado problema, dependen de varias cosas: (1) Tipo de clúster que se necesita crear, (2) El conjunto de datos que se tiene, (3) Número de atributos (Barreto et al2017). Se escogen tres técnicas clustering. Los criterios de selección para los métodos de segmentación son:

1. Apto para gran cantidad de datos: Es esencial que los métodos que se seleccionen puedan manejar una cantidad de datos grande y, adicional a eso, se ajusten al tipo de datos que se van a usar.

2. Ajuste a la medida de distancia: La medida de distancia que se escogió fue la EUCLIDEA, por consiguiente, los métodos seleccionados deben poderse acoplar a esta distancia.

3. Ajuste a la distribución de los datos: Es importante que la técnica se ajuste a los datos, a su distribución, y el tipo de variables (numéricas)

4. Flexible: Es crucial que se escojan métodos que permitan variabilidad en los parámetros de funcionamiento o de entrada es decir que no sea muy susceptibles a ellos. A su vez, que las restricciones de las variables permitan ejecutar el método con las diferentes características asociadas y no sea una limitante para su ejecución.

5. Sencillo: Es importante por tiempo y procesamiento que sean sencillos, puesto que, se van a trabajar con varios métodos.

6. Nivel de agrupación: Teniendo en cuenta que los datos son numéricos y sin presencia de ruido es importante que todos estén agrupados y no se queden elementos sin clusterizar. Puesto que, estos son los datos de entrada para la fase de ruteo (se debe pasar por todos los puntos de recolección).

Entonces, se seleccionan los siguientes métodos, con base a una escala cuantitativa de 1 a 5. donde 1). No cumple el criterio, 2). Se ajusta insatisfactoriamente, 3). Cumple el criterio aceptablemente, 4). Se ajusta el criterio, 5). Cumple el criterio de manera sobresaliente.

ESCALA CUANTITATIVA								
1	El metodo, no cumple el criterio de selección.							
2	Se ajusta insatisfactoriamente, de tal manera que su desempeño seria adecuado.							
3	El metodo, cumple aceptablemente el criterio de selección.							
4	Se ajusta al criterio.							
5	Cumple el criterio de manera sobresaliente.							
SELECCIÓN DE METODOS								
CRITERIOS DE SELECCIÓN	METODOS DE SEGMENTACION							
	Single-link	Complete-link	Average-link	Ward	K-means	K-medoids	DBSCAN	Optics
Apto para grandes instancias	3	3	3	3	4	4	5	5
Ajuste a la medida de distancia (Euclídea)	5	5	5	1	4	4	3	2
Ajuste a los datos (Numericos)	5	5	5	5	5	5	5	3
Flexible	5	5	5	5	5	5	3	3
Sencillo	5	5	5	5	4	4	3	2
Nivel de agrupacion (Todos los elementos)	4	4	4	4	4	4	2	3
TOTAL	27	27	27	23	26	26	21	18

Figura 7. Selección de los métodos de segmentación.

Según el esquema anterior casi todos los métodos jerárquicos obtuvieron una puntuación igual. Esto, debido a que su metodología en si es muy similar puesto que la única diferencia es el criterio de amalgamación que se tiene en cuenta para cada uno de ellos y que algunos, no pueden

usar distancia euclidiana. Por consiguiente con el fin de escoger una técnica jerárquica, se tienen en cuenta las ventajas y desventajas.

Se eligió el método Complete-link ya que este no presenta clúster en forma globulares como los otros y evade la desventaja del método single-link que los elementos son forzados a estar juntos unos a otros.

Los métodos seleccionados son:

- ✓ Complete- link
- ✓ K-means
- ✓ K-medoids

6. Solución del problema de localización y ruteo con análisis clustering.

El LRP (problema de localización y ruteo) corresponde al tipo de problemas NP-hard, siendo su objetivo minimizar el total de costos (incluidos los de apertura-desplazamiento y transporte de mercancía). Se implementa una metodología por fases separadas experimentando con diferentes métodos heurísticos de localización y ruteo, puesto que su propósito es evaluar el rendimiento de ellos. Adicional a esto, se incluye el análisis de segmentación con el objetivo de contribuir a un mejor diseño de las rutas y de evaluar si se presenta un mejor desempeño para cierto tipo de algoritmo clustering o, si no se ve afectado y no refleja mejoras en la solución.

Esta es una red de recolección de bienes por lo que los clientes llevan hasta cada deposito abierto los productos y las rutas se generan de acuerdo a la segmentación de las plantas. Por cada segmento resultante se crean diferentes rutas que se encargan de pasar por cada uno de los depósitos recogiendo la mercancía depositada por los usuarios, como las rutas se van a realizar a través de los depósitos y la mayoría de instancias de LRP son de distribución se escoge un nodo origen de ruta (establecido como el centro de gravedad del clúster). Los depósitos no tienen restricciones de capacidad, pero los vehículos si, se usa flota homogénea. Las fases que se llevan a cabo son.

1.Fase de localización: En esta fase se da inicio con dos heurísticas de localización, ADD procedure, DROP procedure. Estas heurísticas solucionan el modelo matemático planteado de localización UFLP.

2.Fase de segmentación: Con una solución ya establecida(mejor solución) al problema de localización, se procede a hacer un análisis clustering previo al diseño de las rutas. Con el fin de agrupar las plantas abiertas en diferentes segmentos. Se utilizaron tres algoritmos clustering diferentes: Complete, K-means, K-medoids.

3. Fase de ruteo: Luego del análisis clustering a cada segmento resultante de cada uno de los métodos de clustering usados. Se aplican, tres heurísticas constructivas y una de mejora que solucionan el modelo matemático de ruteo CVRP. El grupo de heurísticas son: Vecino más cercano con 2 - Opt, Barrido con 2 – Opt, Aleatoria con 2 – Opt.

En la siguiente figura se resume la ejecución de las fases mencionadas anteriormente para llevar a cabo el análisis de los diferentes métodos heurísticos usados para resolver el problema de localización y ruteo y de los algoritmos clustering usados en el análisis de segmentación. de manera tal que se analizan 9 escenarios distintos para cada instancia.

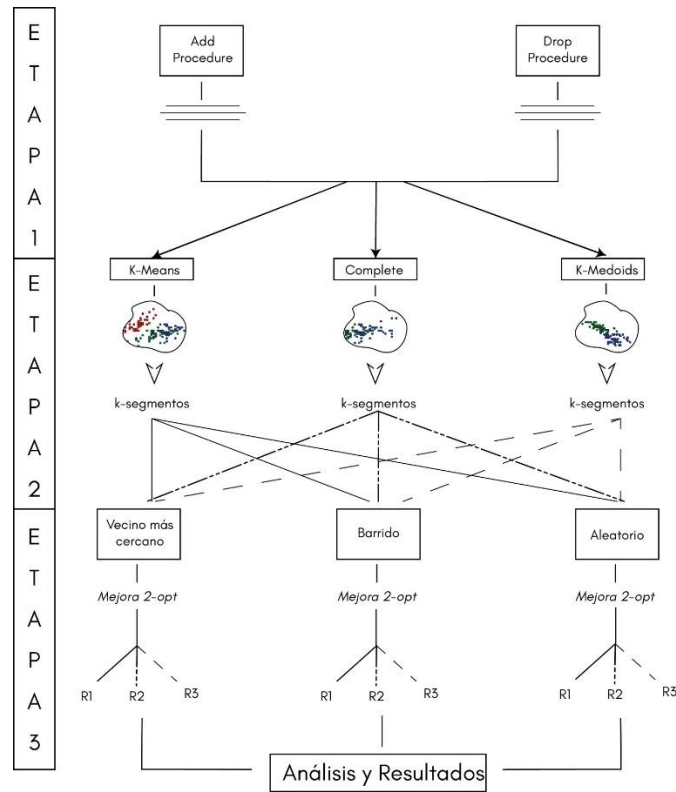


Figura 8. Metodología de soluciones del LRP

6.1 Fase 1. Localización

Se da inicio a la solución del problema LRP con la fase de localización, que consiste en solucionar el problema de UFLP con base al modelo matemático establecido. Se aplican dos heurísticas constructivas. Los datos de entrada necesarios son:

- Posición X y Y de los clientes.
- Posición X y Y de los sitios potenciales.
- Demanda de cada uno de los clientes.
- Costo de apertura de cada sitio potencial.

Los métodos escogidos determinan una solución basada en la cercanía de la ubicación del depósito con respecto a cada uno de sus clientes y con el costo de apertura de cada uno de ellos. Los métodos a usar son ADD procedure y DROP procedure.

6.1.1 Heurística ADD procedure. Esta heurística fue introducida por primera vez por Kuehn y Hamburger (1963). Este es un método de construcción, donde su solución se va dando a medida que el algoritmo itera. Está representada por el conjunto de plantas potenciales que se seleccionaron para ser abiertas y el conjunto de clientes que se asignaron a ellas.

Inicialmente, todas las plantas se encuentran potencialmente cerradas. El conjunto de sitios potenciales se divide en tres conjuntos: el primero, conjunto de plantas que ya se decidieron abiertas (inicialmente vacío), segundo, conjunto de plantas que potencialmente están cerradas. Y finalmente, conjunto de plantas que ya se decidieron cerrar (inicialmente vacío). La metodología que sigue esta técnica es la siguiente: El conjunto de grupos que está inicialmente vacío se va llenando a medida que el algoritmo itera. Puesto que este método determina un ahorro (compuesto por los costos de transporte y el costo de apertura relacionado con cada sitio potencial) y la planta con mayor ahorro pasa del conjunto de plantas potencialmente cerradas al conjunto de plantas abiertas y todas aquellas que represente un ahorro negativo se pasan al grupo de las plantas cerradas. Se termina de localizar cuando el grupo de plantas potencialmente cerradas queda vacío, lo que significa que ya todas las plantas se evaluaron y se decidieron abrir o cerrar. Se finaliza asignando cada cliente a la planta más cercana.

A continuación de muestra su diagrama de flujo.

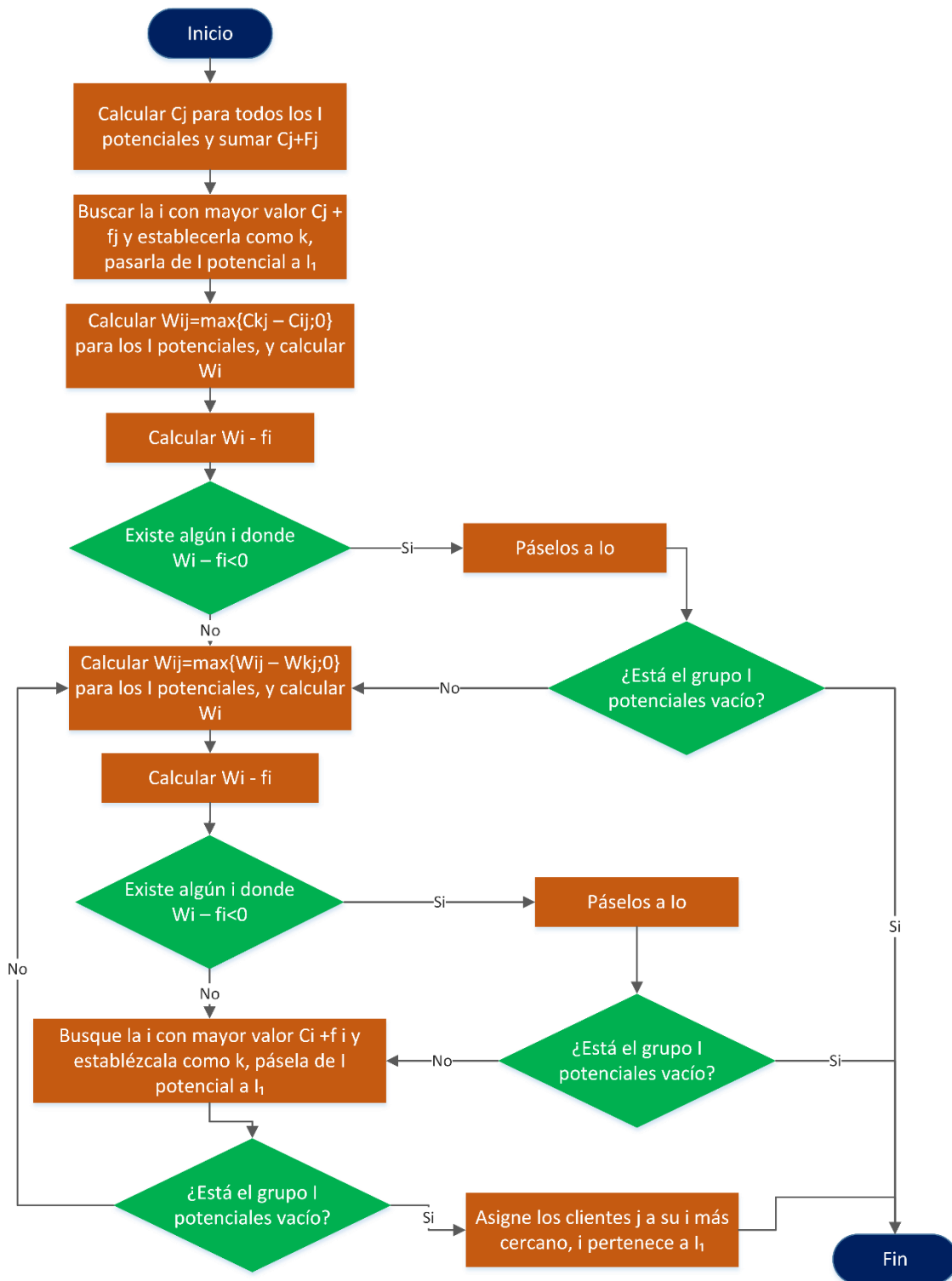


Figura 9. Diagrama de flujo de la heurística Add

6.1.2 Heurística DROP procedure. Esta heurística fue introducida por primera vez por Feldman, Lehrer y Ray (1966). Este es un método de construcción, y al igual que el ADD procedure su solución se va dando a medida que el algoritmo itera y está representada por el conjunto de plantas potenciales que se seleccionaron para ser abiertas y el conjunto de clientes que se asignaron a ellas. También, con la demanda acumulada asociada a cada sitio potencial decidido como abierto.

Inicialmente, todas las plantas se encuentran potencialmente abiertas. Este método es el opuesto a ADD procedure inicia con el conjunto de sitios de plantas potencialmente abiertas lleno. Es decir, en vez de ir abriendo las plantas por cada iteración las va cerrando. La metodología que sigue esta técnica es la siguiente: El conjunto de grupos que esta inicialmente vacíos (Plantas decididas abiertas y plantas decididas cerradas), se va llenando a medida que el algoritmo itera. Puesto que este método determina un incremento en el costo o decrecimiento en él, (compuesto por los costos de transporte y el costo de apertura relacionado con cada sitio potencial). Siendo este el criterio de selección, la planta con mayor incremento en el ahorro se decide abierta, pasa del conjunto de plantas potencialmente abiertas al conjunto de plantas decididas abiertas. Por consiguiente, todas aquellas que represente un decrecimiento se deciden cerradas. Se termina de localizar cuando el grupo de plantas potencialmente cerradas queda vacío. Porque significa que ya todas las plantas se evaluaron y se decidieron abrir o cerrar. Se finaliza asignando cada cliente a la planta más cercana.

A continuación de muestra su diagrama de flujo.

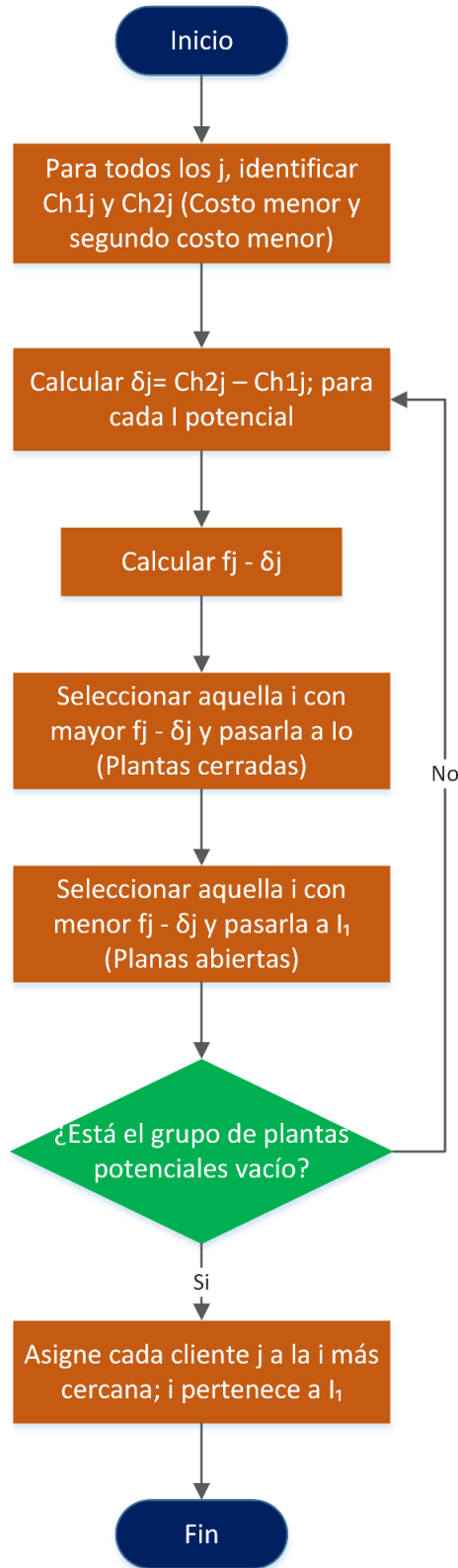


Figura 10. Diagrama de flujo de la heurística DROP procedure

6.1.3. Representación de la solución de las heurísticas de localización El nodo demanda, representan a los usuarios que depositan su demanda en las localizaciones dispuestas para ello. Por consiguiente, cada usuario debe estar asignado a un depósito decidido como abierto entre los inicialmente potenciales. La solución está constituida por tres partes: 1- La decisión sobre los sitios potenciales decididos abiertos simbolizada por las coordenadas X y Y de cada localización, 2- La demanda asociada acumulada de cada localización de todos los usuarios asignados, representada por una cantidad entera, 3- La asignación de cada usuario a la localización más cercana.

La representación de la solución de los depósitos abiertos, es una matriz $m \times 2$ (m filas, 2 columnas), siendo m la cantidad de depósitos decididos abiertos.

Coordenadas Depositos	
$Y_j = 1$	
j	X_j Y_j
·	·
·	·
·	·
m	X_m Y_m

Figura 11. Depósitos abiertos

Las demandas acumuladas son un vector fila ($1 \times m$), que muestra la demanda acumulada de cada localización. (Figura 12)

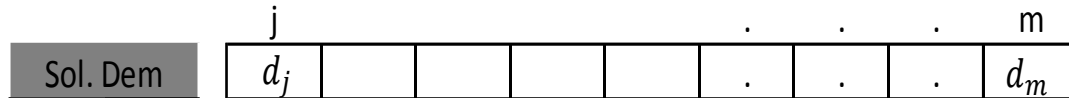


Figura 12. Demandas acumuladas asociadas a cada sitio

6.2 Fase 2. Segmentación

En la fase anterior se establecieron dos respuestas al problema de localización UFLP, comparando y analizando los resultados se escogió el mejor método. Por con siguiente los datos de entrada para esta fase son:

- Posiciones X y Y de los sitios potenciales seleccionados de la fase de localización.
- K: Numero de clúster a determinar.

Se aplica análisis clustering ya que este problema LRP se plantea para resolverlo con instancias grandes de la literatura y la cantidad de depósitos es grande. Su objetivo es contribuir a un mejor diseño de rutas puesto que se segmenta la información lo que hace que sea posible aplicar técnicas de ruteo sencillas.

6.2.1 Algoritmo Complete. Este método inicialmente necesita un parámetro de entrada este método que se define a priori es el número k de clúster a determinar. Para esto se usa el dendograma que es aquel que descompone la información dentro de muchos niveles de anidación también llamada árbol de segmentación. La selección del número de clúster está dada por la partición de este diagrama en el nivel de agrupación deseado donde cada componente conectado pertenece a un clúster. Esta es una forma muy subjetiva de determinarlo ya que esta sesgado a la opinión del

investigador puesto que él tiene conocimiento de la información y el nivel de agrupación que desea de ella por lo tanto puede determinar en qué momento cortar el dendograma.

Una vez determinado el parámetro de entrada del algoritmo se inicia con cada elemento en este caso cada deposito catalogado como un clúster propio, y a medida que se desarrolla el algoritmo los elementos son secuencialmente combinados. Una vez determinado dos o más elementos dentro del mismo clúster no se pueden desagrupar. El criterio de agrupación de este método es la distancia más lejana.

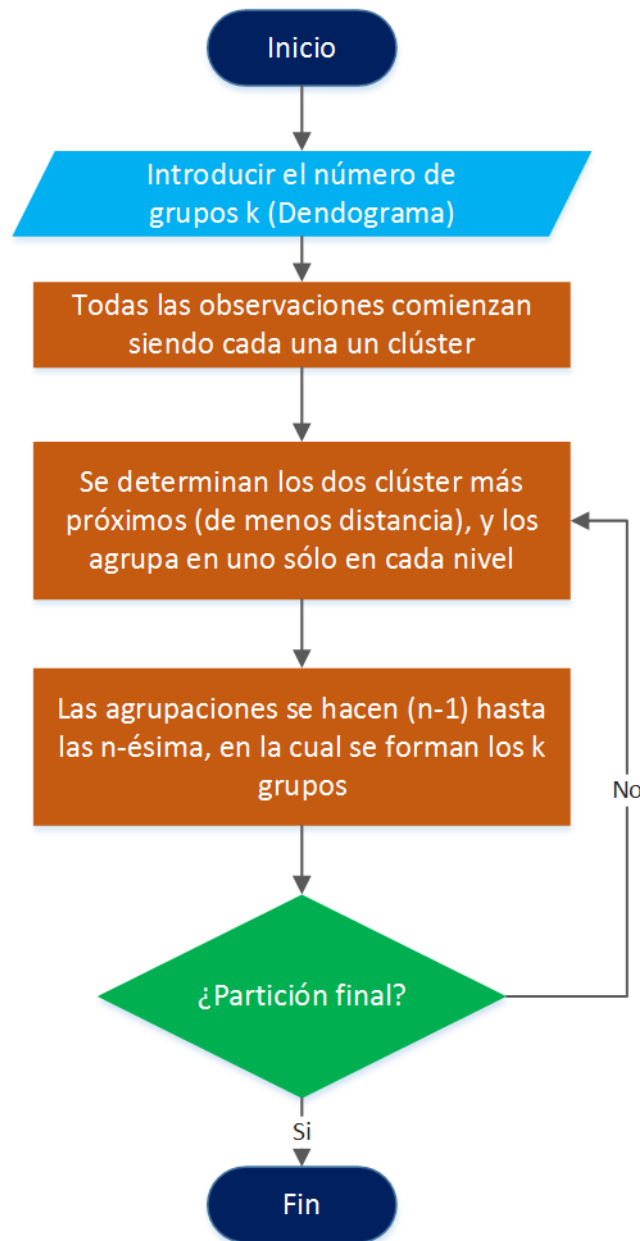


Figura 13. Diagrama de flujo de la Algoritmo Complete

6.2.2 Algoritmo K-means. Este algoritmo también necesita un parámetro de entrada que se define a priori: K (número de clúster). Para esto, se decidió emplear el método Elbow que consiste en determinar la inercia para cada aplicación del algoritmo. Es decir, se halla este valor de inercia para todos los k, siendo $k = \{1, \dots, n\}$. La inercia es la suma de las distancias al cuadrado de cada

objeto del clúster a su centroide y esta se representa por medio de una gráfica que consiste en mostrar el valor hallado para cada k. Este método es muy visual ya que está sujeto al criterio del investigador. Lo que se busca con la representación de esta grafica es que se decida el número apropiado de k mediante el mayor cambio en la evolución de la inercia a medida que crece el número de grupos.

$$\text{Inercia} = \sum_{i=0}^n \|x_i - \mu\|^2$$

El K se escoge como parámetros de entrada para el algoritmo K-means. El cual consiste en determinar k grupos de un conjunto de datos, su proceso de ejecución inicia determinando k centroides aleatoriamente y hallando las distancias de cada elemento respecto a todos los centroides, la agrupación se hace con base a la menor distancia. Es decir, cada elemento se asigna a su centroide más cercano. A diferencia de los métodos jerárquicos los elementos que pertenecen a otro clúster si se pueden reagrupar, ya que, en cada iteración del algoritmo, el centroide es recalculado basado en la media de las agrupaciones. El criterio de convergencia del algoritmo es que los elementos que pertenezcan a determinado clúster no se muevan de grupo, entonces se considera que ha finalizado las iteraciones.

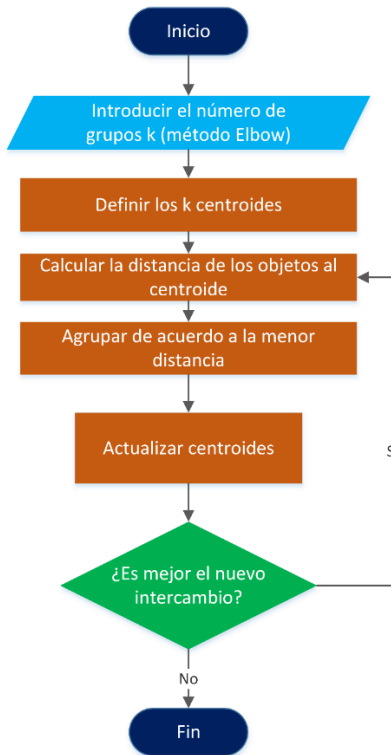


Figura 14. Diagrama de flujo de la Algoritmo K-means

6.2.3 Algoritmo K-medoids. Este algoritmo, al igual que el K-means, necesita con antelación el número k de clúster a determinar; este se puede establecer con el método Elbow. Su metodología es similar al método anterior, con la diferencia de que no se seleccionan con base a k centroides sino, se seleccionan “ k medoids”, que son los objetos más representativos del dataset. El algoritmo itera calculando las distancias de cada uno de los elementos a los medoids y agrupando por la menor distancia. Se considera que el algoritmo a convergido a la solución cuando se actualizan los medoids y ningún elemento se mueve del grupo.

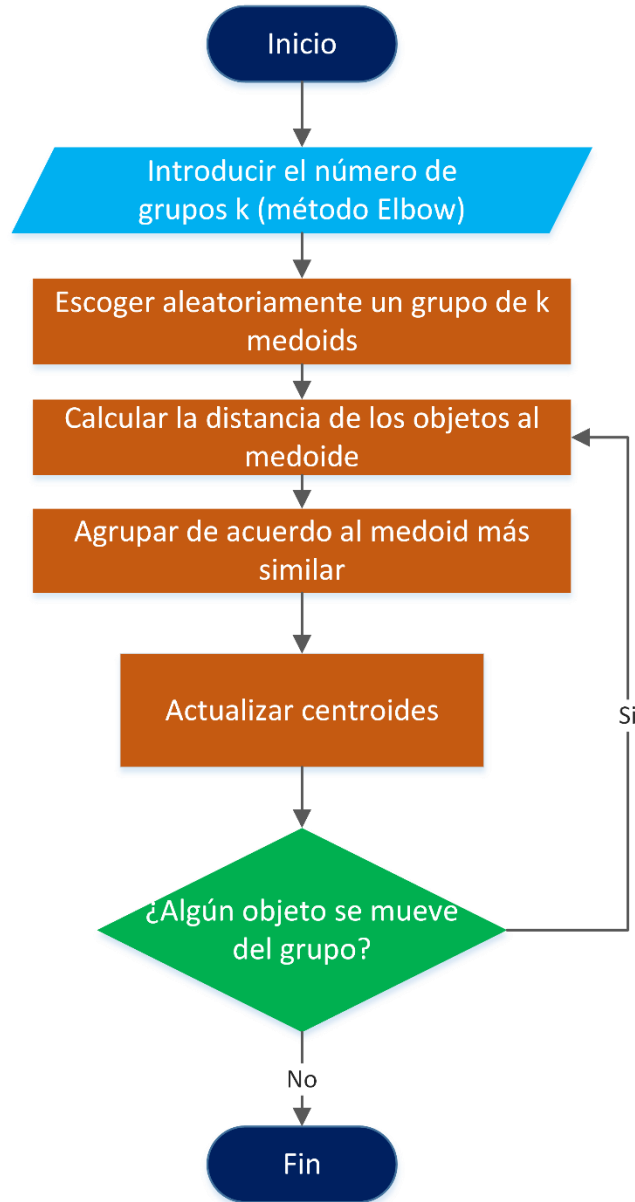


Figura 15. Diagrama de flujo de la Algoritmo K-medoids

6.2.4. Representación de la solución de los algoritmos de segmentación La segmentación de las plantas abiertas seleccionadas en la fase de localización está representada por el conjunto de k matrices de diferentes tamaños $(\sim, 2)$. Cada una de ellas representa un segmento y está compuesta por las coordenadas X y Y de las plantas que pertenecen a ese clúster en específico.

- Nodo de Origen (Se define a priori) como este nodo no viene dado en la instancia se define como el centro de gravedad de cada segmento.

6.3.1 Heurística del vecino más cercano (Nearest Neighbor) - Mejora 2 Opt.

- **Generación de la ruta inicial:**

Para esto, se usa una heurística constructiva que se encarga de determinar una solución inicial basada en la proximidad, para unir un conjunto de clientes distribuidos en un espacio. El algoritmo consiste en ir construyendo las rutas de manera secuencial. En el caso de CVRP se parte de un depósito origen cliente demanda =0 (Establecido como el centro de gravedad de la instancia), se realizan las rutas partiendo del origen y se halla el arco con menor peso, es decir la distancia más cercana conectando este nodo con uno que no se haya visitado. Así mismo recorriendo la red con la trayectoria del vecino más cercano de manera secuencial hasta que todos los clientes están visitados.

Se tiene en cuenta las restricciones de capacidad de los vehículos que para el caso de este problema de ruteo se modifica el valor de ella puesto que es de recolección de productos y la capacidad de la flota siendo esta homogénea debe aumentar puesto que los datos iniciales consideran que el vehículo pase por los clientes y en este caso es diferente.

- **Mejora de la ruta:**

Se parte del procedimiento anterior, se hacen intercambios aleatorios en la rutas iniciales y se calcula si existe un ahorro respecto a la ruta anterior, de lo contrario, se actualiza la ruta. Esto ocurre de manera secuencial hasta que se cumple el número de iteraciones.

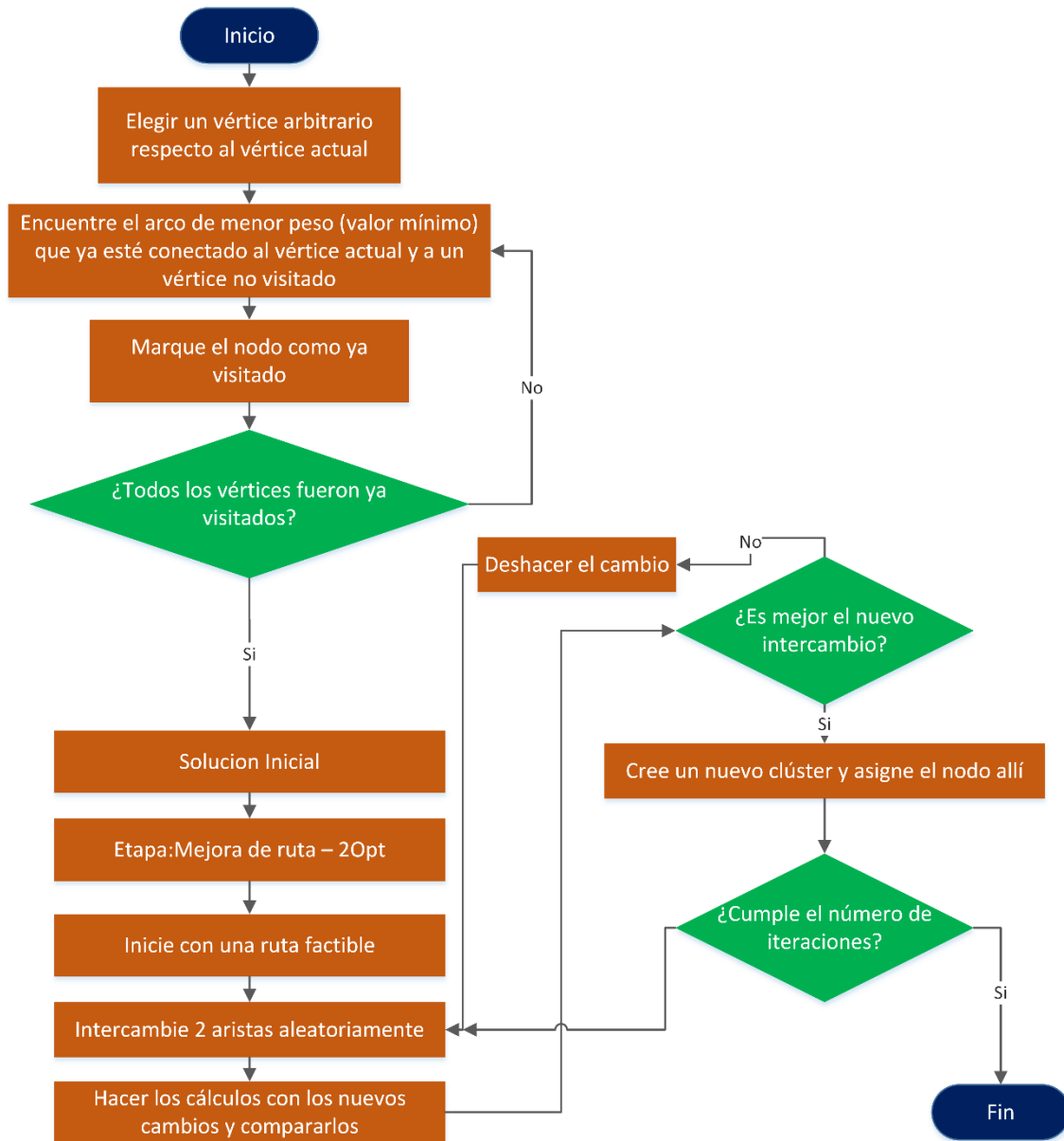


Figura 17. Diagrama de flujo de la heurística del vecino más cercano (Nearest Neighbor) - Mejora 2 Opt

6.3.2 Heurística de barrido – Mejora 2 Opt. Este método usa los ángulos que se forman en la red para realizar las trayectorias finales, se inicia haciendo un barrido de los ángulos de la red y formando los clústeres para luego, después de cada partición resolver un TSP y una vez generada la ruta inicial se aplica la heurística de mejora mencionada.

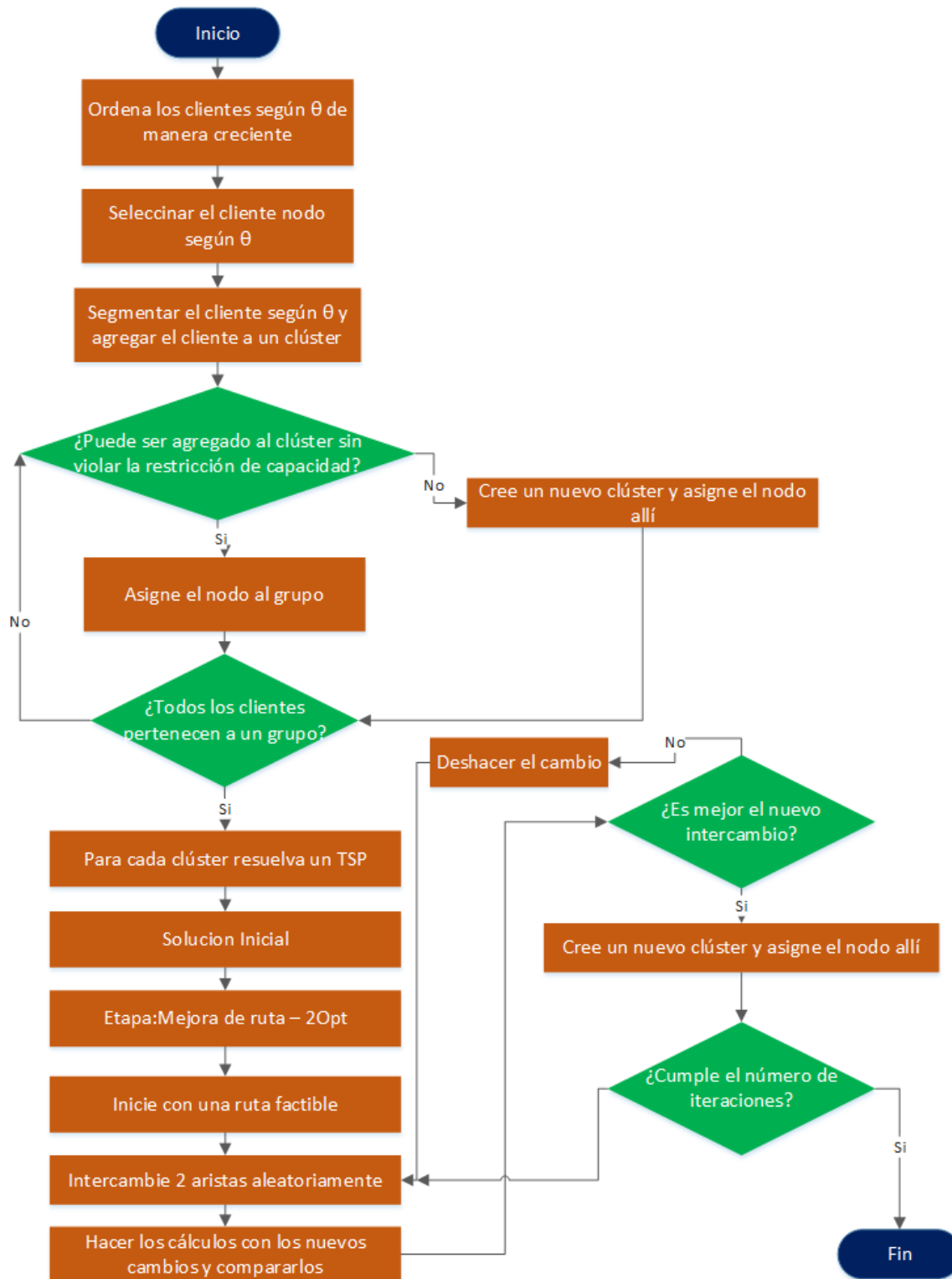


Figura 18. Diagrama de flujo de la heurística de barrido – Mejora 2 Opt

6.3.3 Heurística Aleatoria – Mejora 2 Opt. Este algoritmo halla una solución de manera aleatoria, empieza en el nodo origen que se establece de la instancia y elige el nodo próximo de forma aleatoria, con el fin de realizar toda la trayectoria por cada uno de los nodos, asegurándose de visitar a todos y considerando las restricciones de capacidad de la flota de vehículos. Obtenida esta solución se aplica la heurística de mejora 2- Opt.

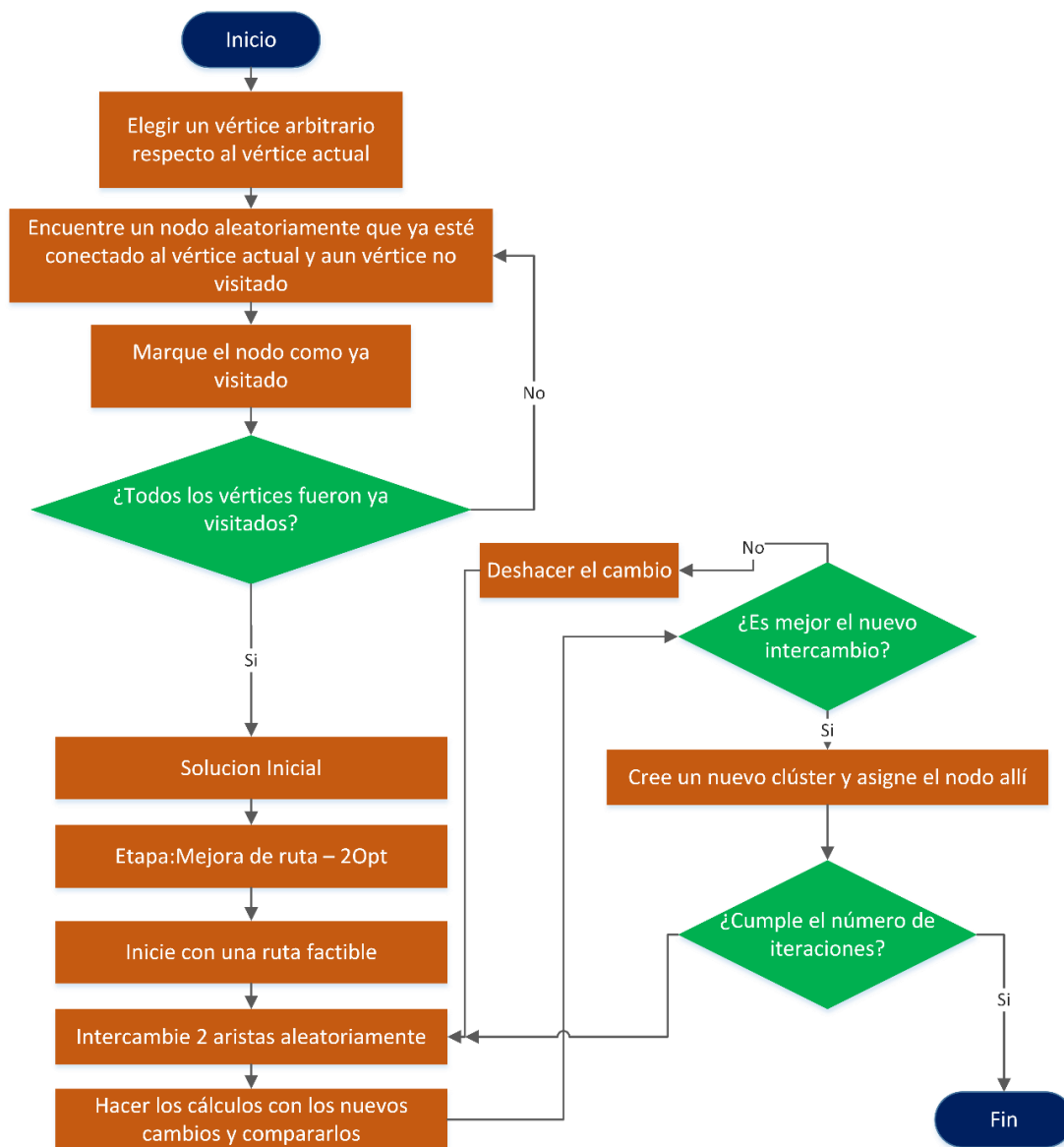


Figura 19. Diagrama de flujo de la heurística Aleatoria – Mejora 2 Opt

6.4. Representación de la solución

6.4.1. Representación de la solución de las heurísticas de ruteo La matriz de rutas (figura) es la representación de la solución para las heurísticas de ruteo con mejora. Es una configuración de N nodos pertenecientes a un segmento resultante, donde cada vector fila simboliza la ruta que va desde en nodo origen hasta cada uno de los depósitos abiertos que están asignados a esa ruta por cada vehículo.

		1	2	3	4	5	...	w
Solución	1	1	2	15	3	1	0	0
	.	1	5	9	1	0	0	0
	.	1	10	8	7	6	4	1
	.	1	13	1	0	0	0	0
	k	1	11	12	14	1	0	0

Figura 20. Matriz rutas

7. Instancias

Con el fin de validar los algoritmos propuestos para la solución al problema de localización (UFLP) y al problema de ruteo (CVRP), es necesario evaluar casos o instancias de prueba de la literatura a partir de los cuales se pueda medir la eficiencia de cada uno de los métodos. Se utiliza para validación el programa MATLAB versión R2017a, ejecutado en un computador ASUS

X555YI, con procesador AMD A87410 APU de 64 bits y 8 GB de memoria RAM. Sistema operativo Windows 10 (ver código de programación en el Apéndice A y B).

Para validar el funcionamiento de los algoritmos propuestos del problema de localización, se realizan pruebas en las instancias propuestas por (Tuzun and Burke, 1999) que se encuentran en la librería de instancias clásicas para el LRP. Como estas instancias están originalmente diseñadas para abordar el LRP, se programó en GAMS el modelo matemático establecido del UFLP (ver Apéndice C), con el objetivo de tener el valor óptimo para cada instancia y poder comparar su rendimiento con cada una de las heurísticas.

Se seleccionaron 18 instancias, ya que su variación es referente a la cantidad de clientes y sitios potenciales, puesto que no se toma en cuenta la variación de la capacidad del vehículo ya que se usan para resolver el problema de localización. Por lo tanto se escogieron las dos representativas para cada uno de los tamaños: de 5 a 10 localizaciones potenciales y 20,50,100,200 clientes. Se conocen bajo el nombre de Coordc-d-1, c número de clientes, d cantidad de depósitos potenciales y 1 o 2 la variación de los datos.

Las siguientes tablas muestra los resultados obtenidos para 18 instancias, por cada heurística de localización (ADD y DROP) respectivamente.

Tabla 9.

Validación de la heurística ADD

Instancia	Optimo	T [seg]	ADD procedure	T [seg]	GAP
Coord20-5-1	46097,31	0.02	51590,17	0,4377	11,92%
Coord20-5-1b	53826,83	0.001	53826,97	2,403	0,0003%
Coord20-5-2	39689,93	0.00	39690,56	0,4263	0,001%

Instancia	Optimo	T [seg]	ADD procedure	T [seg]	GAP
Coord20-5-2b	46945,68	0,01	48960,9	0,39	4,29%
Coord50-5-1	98878,89	0.02	122017,98	0,4715	23,40%
Coord50-5-2	90323,11	0.02	90392,85	0,4648	0,07%
Coord50-5-2Bbi	77261,54	0.001	77262,3	0,41	0,001%
Coord50-5-2BI	106278,95	0,002	106279,6	0,47	0,001%
Coord50-5-3	95813,54	0,02	98128,4	0,42	2%
Coord100-5-1	305716,55	0.09	306486,96	0,4759	0,25%
Coord100-5-2	205496,26	0.02	249675,12	0,486	21,49%
Coord100-5-3	234826,48	0.001	236014,5	0,49	0,51%
Coord100-10-1	247257,90	0.09	270056,32	0,5277	9,22%
Coord100-10-2	2080481,0	0.09	244904,96	0,5451	17,47%
Coord100-10-3	234200,25	0.09	246957,3	0,57	5,45%
Coord200-10-1	509427,15	0.09	528744,63	0,6547	3,79%
Coord200-10-2	439587,28	0.08	459197,37	0,6138	4,46%
Coord200-10-3	470631,65	0.03	500948,2	0,58	6,44%
PROMEDIO	-	0,011	-	0,60	6,18%
VARIANZA					0,581%

Tabla 10.

Validación de la heurística DROP

Instancia	Optimo	T [seg]	DROP procedure	T [seg]	GAP
Coord20-5-1	46097,31	0.02	48958,65	0,2184	6,20%
Coord20-5-1b	53826,83	0.001	53826,9	0,15	0,0001%
Coord20-5-2	39689,93	0.00	39690,65	0,1838	0,02%
Coord20-5-2b	46945,68	0,01	48960,7	0,13	4,29%
Coord50-5-1	98878,89	0.02	98879,12	0,2123	0,00%

Instancia	Optimo	T [seg]	DROP procedure	T [seg]	GAP
Coord50-5-2	90323,11	0.02	144726,52	0,2	60,23%
Coord50-5-2Bbi	77261,54	0.001	77262,4	0,14	0,001%
Coord50-5-2BI	106278,95	0,002	106279,3	0,15	0,0003%
Coord50-5-3	95813,54	0,02	95814,2	0,16	0,001%
Coord100-5-1	305716,55	0.09	314269,36	0,2308	2,79%
Coord100-5-2	205496,26	0.02	205496,74	0,2345	0,00%
Coord100-5-3	234826,48	0.001	234826,8	0,19	0,0001%
Coord100-10-1	247257,90	0.09	28987,20	0,2621	17,16%
Coord100-10-2	2080481,0	0.09	251514,74	0,2612	20,64%
Coord100-10-3	234200,25	0.09	276518,2	0,25	18,1%
Coord200-10-1	509427,15	0.09	591883,35	0,3413	16,18%
Coord200-10-2	439587,28	0.08	459197,58	0,339	4,46%
Coord200-10-3	470631,65	0.03	504233,3	0,31	7,14%
PROMEDIO	-	0,011	-	0,22	8,73%
VARIANZA					2.176%

Con los datos presentados anteriormente en las tablas y los resultados en las instancias validadas por medio de las heurísticas de localización, se calcula el porcentaje de diferencia entre las dos soluciones heurísticas. Los resultados se muestran a continuación:

Tabla 11.

Comparación de ADD y DROP

Instancias	DROP vs ADD	Instancias	DROP vs ADD
Coord20-5-1	5,00%	Coord100-5-1	2,54%
Coord20-5-1b	0,00010%	Coord100-5-2	17,69%

Instancias	DROP vs ADD	Instancias	DROP vs ADD
Coord20-5-2	0,00020%	Coord100-5-3	0,50000%
Coord20-5-2b	0,00040%	Coord100-10-1	89,20%
Coord50-5-1	18,90%	Coord100-10-2	2,69%
Coord50-5-2	60,10%	Coord100-10-3	11,97%
Coord50-5-2Bbis	0,00010%	Coord200-10-1	11,94%
Coord50-5-2BIS	0,00030%	Coord200-10-2	0,00005%
Coord50-5-3	2,35%	Coord200-10-3	0,65%
PROMEDIO		2,44%	

Con el fin de validar las heurísticas de ruteo y compararlas entre ellas, se probaron instancias del CVRP propuestas por Augerat et al, (sin fecha). Se seleccionaron 20 instancias, las cuales tienen una variación en la cantidad de nodos (tamaño de la red).

Tabla 12.

Validación de conjuntos de heurísticas de ruteo

Instancias	Barrido		Vecino		Aleatoria	
	con 2-Opt	T	con 2opt	T	con 2opt	T
A-n32-k5	1530,563	0,0882s	1505,52	0,0794s	2132,67	0,0761s
A-n33-k5	1127,98	0,0875s	1553,31	0,0787s	1673,94	0,0765s
A-n33-k6	1208,41	0,0917s	1337,34	0,0782s	1585,47	0,094s
A-n34-k5	1132,35	0,0854s	1683,5	0,0841s	2018,92	0,0821s
A-n36-k5	1628,39	0,0873s	1916,13	0,0770s	1943,2	0,0833s
A-n37-k5	1342,9	0,0907s	1812,81	0,0779s	2044,24	0,0756s
A-n37-k6	1619,20	0,0935s	1668,46	0,0827s	2264,74	0,0812s
A-n38-k5	1301,29	0,0938s	1833,59	0,0851s	1999,7	0,0840s
A-n39-k5	1430,12	0,0994s	1864,79	0,0813s	2045,24	0,0785s
A-n39-k6	1734,5	0,0959s	1808,17	0,0871s	2267,97	0,0791s

Instancias	Barrido con 2-Opt	T	Vecino con 2opt	T	Aleatoria con 2opt	T
A-n44-k6	1516,53	0,0971s	2284,29	0,0916s	2571,69	0,0879s
A-n45-k6	1394,07	0,0944s	2251,66	0,0825s	2934,83	0,0808s
A-n45-k7	1947,12	0,0944s	2042,33	0,0865s	2850,99	0,0792s
A-n46-k7	1793,98	0,0940s	1806,48	0,0837s	2518,99	0,0815s
A-n48-k7	1586,39	0,0940s	2175,86	0,0829s	2680,01	0,0847s
A-n53-k7	1796,41	0,0963s	2326,03	0,0835s	2981,69	0,0863s
A-n54-k7	2179,28	0,0951s	2713,08	0,085s	3176,05	0,0900s
A-n55-k9	1827,98	0,1033s	2471,89	0,0870s	3381,91	0,0913s
A-n61-k9	1792,54	0,1023s	2472,88	0,0960s	3327,79	0,0924s
A-n65-k9	2023,75	0,1024s	3065,93	0,0900s	3665,85	0,0887s

Se presenta a continuación el porcentaje de diferencia entre cada uno de los conjuntos de heurísticas usadas para la etapa de ruteo

Tabla 13.

Comparación de heurística de ruteo

Instancias	Barrido vs Vecino	Vecino vs Aleatoria	Aleatoria vs Barrido
A-n32-k5	1,7%	29,4%	39,3%
A-n33-k5	37,7%	7,8%	32,6%
A-n33-k6	10,7%	18,6%	23,8%
A-n34-k5	48,7%	19,9%	43,9%
A-n36-k5	17,7%	1,4%	15,2%
A-n37-k5	35,0%	12,8%	34,3%
A-n37-k6	3,0%	35,7%	28,5%
A-n38-k5	40,9%	9,1%	34,9%
A-n39-k5	30,4%	9,7%	30,1%
A-n39-k6	4,2%	25,4%	23,5%

Instancias	Barrido vs Vecino	Vecino vs Aleatoria	Aleatoria vs Barrido
A-n44-k6	50,6%	12,6%	41,0%
A-n45-k6	61,5%	30,3%	52,5%
A-n45-k7	4,9%	39,6%	31,7%
A-n46-k7	0,7%	39,4%	28,8%
A-n48-k7	37,2%	23,2%	40,8%
A-n53-k7	29,5%	28,2%	39,8%
A-n54-k7	24,5%	17,1%	31,4%
A-n55-k9	35,2%	36,8%	45,9%
A-n61-k9	38,0%	34,6%	46,1%
A-n65-k9	51,5%	19,6%	44,8%
Promedio	28,2%	22,6%	35,4%

8. Resultados

Para dar solución al problema de localización y ruteo con enfoque en los métodos de localización y segmentación con base a una red de recolección, se aplicaron diferentes técnicas heurísticas de localización, ruteo, junto con diferentes algoritmos clustering. Las técnicas ejecutadas anteriormente mediante datos de entrada definidas como instancias pequeñas de prueba, donde se obtuvieron buenas soluciones en un tiempo computacional razonable. Ahora son aplicadas a instancias más grandes de tal manera que se resuelva el problema en conjunto evidenciando 9 escenarios diferentes para cada método de localización ADD procedure y DROP procedure respectivamente.

En las siguientes figuras se muestra un benchmarking por instancia de los resultados finales de la función objetivo de cada método heurístico y los diagramas de segmentación de las plantas seleccionadas abiertas, con el fin de comparar los resultados obtenidos. Se usaron 4 instancias grandes de la literatura propuestas por Tuzun y Burke (1999)., talla M (100 depósitos, 1000 clientes) y L (500 depósitos, 5000 clientes) cada una con dos variaciones en los costos de apertura de los sitios potenciales. En el Apéndice D se muestran los resultados más detallados.

A continuación se muestra una gráfica de tiempo medio de ejecución por cada método y para cada instancia.

Tabla 14.

Tiempos de Computación

Método	Función	Instancia	Tiempo Mínimo [seg]	Tiempo Máximo [seg]	Tiempo Medio [seg]
ADD	Localizar	M	11,106	12,532	11,819
		L	309,62	313,25	311,435
DROP		M	12,1777	13,402	12,78985
		L	348,17	354,31	351,24
Vecino 2Opt	Rutear	M	0,02	0,03	0,025
		L	0,02	0,06	0,04
Barrido 2Opt		M	0,02	0,03	0,025
		L	0,02	0,17	0,095
Aleatorio 2Opt		M	0,02		0,02
		L	0,02	0,089	0,0545

*** M: 100 Depósitos y 1000 Clientes / L: 500 Depósitos y 5000 Clientes**

Location Routing Problem										
Localizacion	Segmentacion			Z Ruteo			Z final			Localizacion
ADD Z=989 596,39	k - means		B-2opt	99.977,90	1.089.574,29	694.406,61	89.126,80		K - means	B-2opt
			V-2opt	123.446,20	1.113.042,59	732.223,91	126.944,10			V-2opt
			A-2opt	141.129,40	1.130.725,79	714.779,41	109.499,60			A-2opt
	Complete		B-2opt	76.005,40	1.065.601,79	714.605,51	109.325,70		Complete	B-2opt
			V-2opt	115.045,10	1.104.641,49	758.186,81	152.907,00			V-2opt
			A-2opt	108.514,60	1.098.110,99	768.300,41	163.020,60			A-2opt
	k - medoids		B-2opt	77.582,30	1.067.178,69	725.460,01	120.180,20		k - medoids	B-2opt
			V-2opt	101.232,20	1.090.828,59	756.207,31	150.927,50			V-2opt
			A-2opt	121.459,00	1.111.055,39	747.748,81	142.469,00			A-2opt
DROP Z=605 279,81										

Figura 21. Tabla de comparación de resultados de la instancia M(1,1)

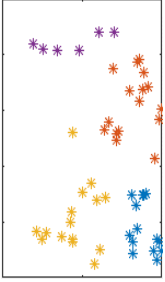
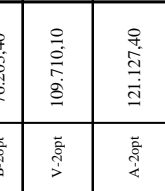
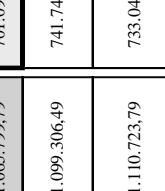
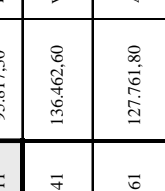
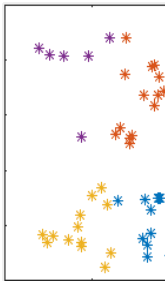
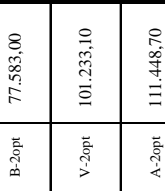
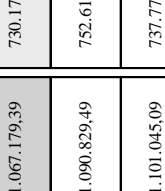
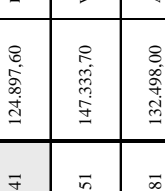
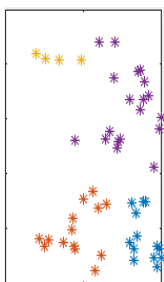
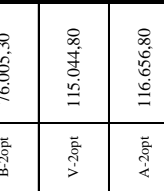
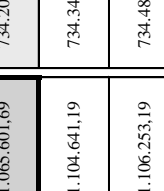


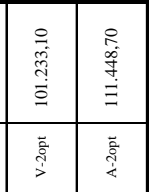
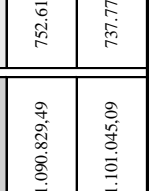
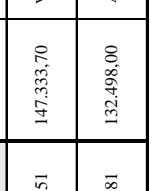
Location Routing Problem													
Localización	Segmentación	Z Ruteo			Z final			Z Ruteo			Localización		
		B-2opt	V-2opt	A-2opt	B-2opt	V-2opt	A-2opt	B-2opt	V-2opt	A-2opt			
ADD Z=1004476,56	k - means		76.203,40	1.065.799,79	701.097,11	95.817,30	K - means		109.710,10	1.099.306,49	741.742,41	136.462,60	
			121.127,40	1.110.723,79	733.041,61	127.761,80			127.761,80	127.761,80	733.041,61	127.761,80	
		Complete	76.005,30	1.065.601,69	734.202,11	128.922,30		Complete	128.922,30	734.202,11	128.922,30	128.922,30	
	k - medoids		77.583,00	1.067.179,39	730.177,41	124.897,60	k - medoids		101.233,10	1.090.829,49	752.613,51	147.333,70	
			111.448,70	1.101.045,09	737.777,81	132.498,00			132.498,00	737.777,81	132.498,00		
		Complete	77.583,00	1.067.179,39	730.177,41	124.897,60		Complete	124.897,60	730.177,41	124.897,60	124.897,60	
	DROP Z=650.362,23	k - means		115.044,80	1.104.641,19	734.342,41	129.062,60	K - means		116.656,80	1.106.253,19	734.483,31	129.203,50
				116.656,80	1.106.253,19	734.483,31	129.203,50			129.203,50	734.483,31	129.203,50	
			Complete	115.044,80	1.104.641,19	734.342,41	129.062,60		Complete	129.062,60	734.342,41	129.062,60	129.062,60
k - medoids			101.233,10	1.090.829,49	752.613,51	147.333,70	k - medoids		147.333,70	752.613,51	147.333,70	147.333,70	
			147.333,70	752.613,51	147.333,70	147.333,70			147.333,70	752.613,51	147.333,70		
		Complete	101.233,10	1.090.829,49	752.613,51	147.333,70		Complete	147.333,70	752.613,51	147.333,70	147.333,70	

Figura 22. Tabla de comparación de resultados de la instancia M(1,2)

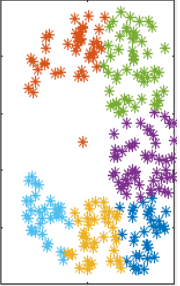
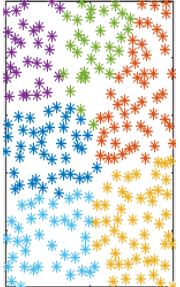
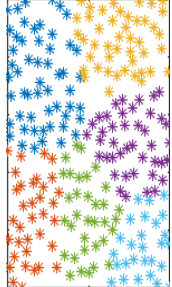
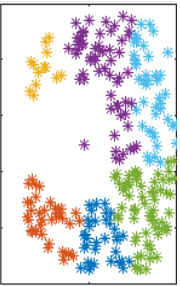
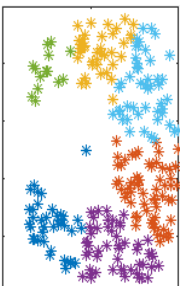
Location Routing Problem															
Localizacion	Segmentacion			Z Ruteo			Z Final			Z Ruteo			Segmentacion	Localizacion	
	k - means	B-2opt	V-2opt	A-2opt	B-2opt	V-2opt	A-2opt	B-2opt	V-2opt	A-2opt	B-2opt	V-2opt			A-2opt
ADD Z=2800727,33		B-2opt	215.604,60	3.016.331,93	1.647.108,29	308.766,40		K - means	DROP Z=1338341,89	B-2opt	308.766,40	1.647.108,29		k - medoids	
		V-2opt	392.097,20	3.192.824,53	1.887.274,59	548.932,70	Complete			V-2opt	548.932,70	1.887.274,59			
		A-2opt	422.627,10	3.223.354,43	1.890.258,69	551.916,80	Complete			A-2opt	551.916,80	1.890.258,69			
		B-2opt	239.949,20	3.040.676,53	1.647.121,49	308.779,60	Complete	B-2opt	308.779,60	1.647.121,49	Complete	DROP Z=1338341,89	B-2opt	314.865,20	1.653.207,09
		V-2opt	406.967,40	3.207.694,73	1.909.630,39	571.288,50		V-2opt	571.288,50	1.909.630,39			V-2opt	545.975,30	1.884.317,19
		A-2opt	562.443,90	3.363.171,23	1.943.005,49	604.663,60		A-2opt	604.663,60	1.943.005,49			A-2opt	558.031,70	1.896.373,59
		B-2opt	216.491,80	3.017.219,13	1.653.207,09	314.865,20	k - medoids	B-2opt	314.865,20	1.653.207,09	k - medoids	DROP Z=1338341,89	B-2opt	314.865,20	1.653.207,09
		V-2opt	390.047,90	3.190.775,23	1.884.317,19	545.975,30		V-2opt	545.975,30	1.884.317,19			V-2opt	545.975,30	1.884.317,19
		A-2opt	449.137,20	3.249.864,53	1.896.373,59	558.031,70		A-2opt	558.031,70	1.896.373,59			A-2opt	558.031,70	1.896.373,59

Figura 23. Tabla de comparación de resultados de la instancia L (1,1)

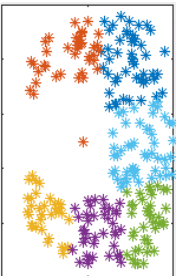
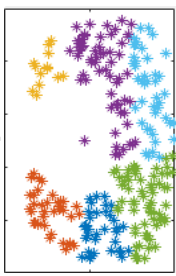
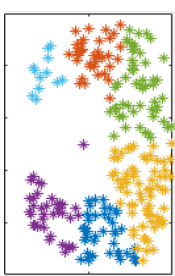
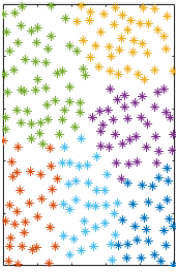
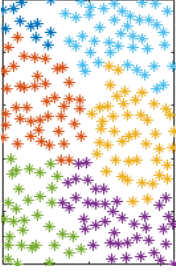

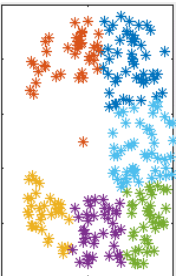
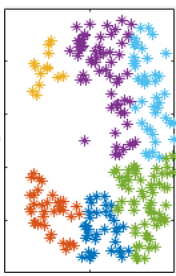
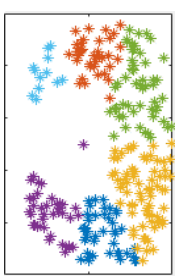
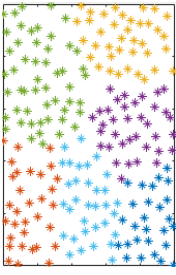
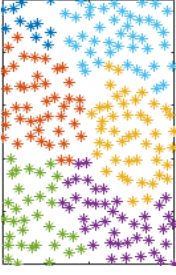

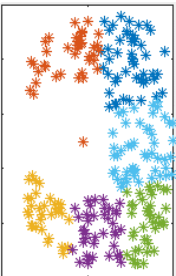
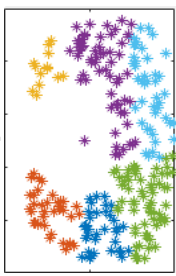
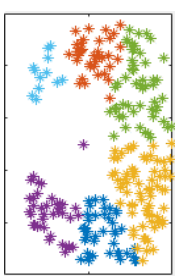
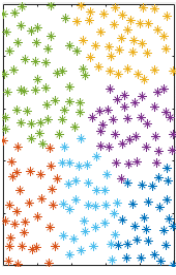
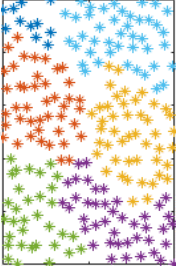

Location Routing Problem											
Localización	Segmentación			Z Ruteo			Z final			Localización	
	k - means	Complete	k - medoids	B-2opt	V-2opt	A-2opt	B-2opt	V-2opt	A-2opt		
ADD Z=2825.527,28				B-2opt	229.303,90	3.054.831,18	1.694.498,36	295.443,60			
				V-2opt	374.009,10	3.199.536,38	1.908.635,26	509.580,50			
				A-2opt	414.888,60	3.240.415,88	1.907.361,26	508.306,50			
				B-2opt	239.950,80	3.065.478,08	1.698.806,06	299.751,30			
				V-2opt	406.965,90	3.232.493,18	1.938.742,76	539.688,00			
				A-2opt	471.028,10	3.296.555,38	1.954.174,16	555.119,40			
				B-2opt	254.373,40	3.079.900,68	1.698.535,66	299.480,90			
				V-2opt	399.609,20	3.225.136,48	1.902.351,46	503.296,70			
				A-2opt	442.412,30	3.267.939,58	1.925.027,46	525.972,70			

Figura 24. Tabla de comparación de resultados de la instancia L(1,2)

9. Análisis de resultados

Con el fin de identificar si existe algún factor que incida en el valor de la función objetivo, el presente proyecto realiza un análisis de la variabilidad de los residuos. Para ello, se formula un modelo lineal general. El cual consiste en cuatro factores denominados: (1) tamaño de instancia, (2) método de agrupamiento, (3) heurística de localización y finalmente, (4) heurística de ruteo. En la figura 25, se explica la codificación de los factores tenidos en cuenta el modelo lineal general.

Codificación de factores (-1; 0; +1)

Información del factor

Factor	Tipo	Niveles	Valores
Tamaño	Fijo	2	L; M
Cluster	Fijo	3	COMPLETE; K-MEANS; K-MEDOIDS
Método	Fijo	2	ADD; DROP
Heurísticas	Fijo	3	Aleatorio; Barrido; Vecino

Figura 25. Codificación de los factores para el modelo lineal general

Teniendo en cuenta los resultados estadísticos registrados en la figura 25, se determina con un 95% de confianza que los factores método de agrupamiento, y heurística de ruteo no poseen una diferencia significativa en sus medias. Es decir, que a la luz de los datos no es significativo para la función objetivo escoger algún método específico de agrupamiento, de manera análoga. Puesto que, el método aleatorio, barrido y vecino; no generan diferencias significativas.

De manera general, no existe información suficiente para aceptar la igualdad de medias entre los diferentes niveles del factor tamaño de instancia, y heurística de localización. Por tanto, este proyecto realiza un nuevo estudio estadístico en el cual se evalúa el comportamiento de esos factores y la mejor combinación de niveles para obtener el costo más bajo.

Fuente	GL	SC Ajust.	MC Ajust.	Valor F	Valor p
Tamaño	1	4,59291E+13	4,59291E+13	641,65	0,000
Cluster	2	3185098641	1592549321	0,02	0,978
Método	1	1,32774E+13	1,32774E+13	185,49	0,000
Heurísticas	2	2,71227E+11	1,35614E+11	1,89	0,159
Error	65	4,65265E+12	71579216688		
Falta de ajuste	29	4,63586E+12	1,59857E+11	342,75	0,000
Error puro	36	16790075239	466390979		
Total	71	6,41336E+13			

Figura 26. Análisis de varianza para el modelo lineal general

Finalmente, al observar el comportamiento los residuos en la figura 26, se puede intuir que existe una mezcla de poblaciones debido al comportamiento bimodal de los resultados. Los cuales de manera consecuente no se distribuyen como una función normal a pesar de que el modelo de análisis de varianza presenta valores de R cuadrado superiores al 0.9. Ver Figura 27.

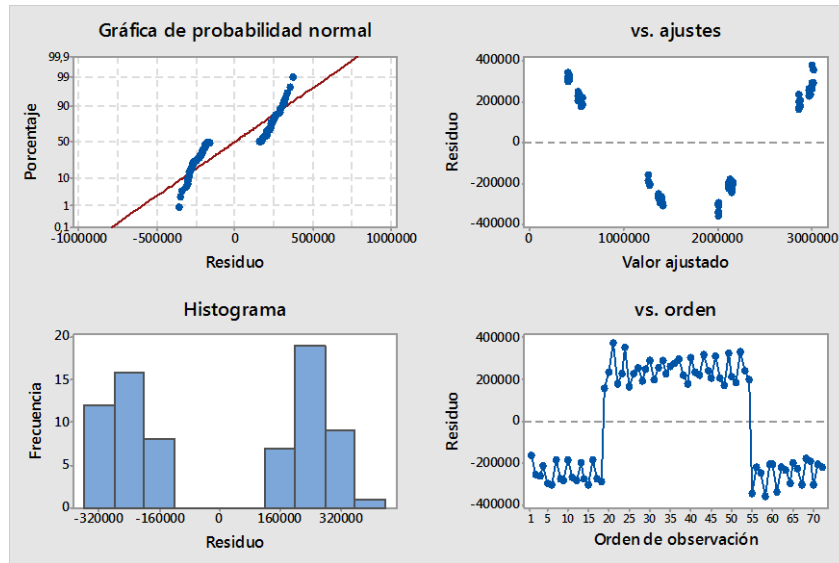


Figura 27. Resumen gráfico de los residuos del modelo lineal general

S R-cuad. R-cuad(ajustado) (pred)

267543 92,75% 92,08% 91,10%

Figura 28. Resumen del modelo lineal general

9.1. Análisis de varianza

Al realizar el nuevo modelo estadístico teniendo en cuenta solamente los factores tamaño de instancia heurística de localización, se comprueba que no existe suficiente información estadística para aceptar la hipótesis nula de igualdad de medias entre los diferentes niveles de cada factor. Lo anterior se argumenta con un 95% de confianza. Los resultados del modelo se escriben en la siguiente figura con ajuste de R cuadrado al 0.92 (figura seis).

Fuente	GL	SC	MC	F	P
Tamaño	1	4,59291E+13	4,59291E+13	6506,18	0,000
Método	1	1,32774E+13	1,32774E+13	1880,84	0,000
Tamaño*Método	1	4,44703E+12	4,44703E+12	629,95	0,000
Error	68	4,80032E+11	7059299582		
Total	71	6,41336E+13			

Figura 29. Análisis de varianza para el modelo de dos factores

S = 84019,6 R-cuad. = 99,25% R-cuad.(ajustado) = 99,22%

Figura 30. Resumen de ajuste del ANOVA de dos factores

Una vez realizada la representación gráfica de los residuos, se evidencia un comportamiento atípico en las colas, lo cual puede indicar la no normalidad de los elementos. Ahora bien, teniendo en cuenta que presuntamente existen diferencias estadísticas significativas, se realiza un contraste entre la manera en la cual se distribuyen los datos para ello se realiza un gráfico de caja de datos.

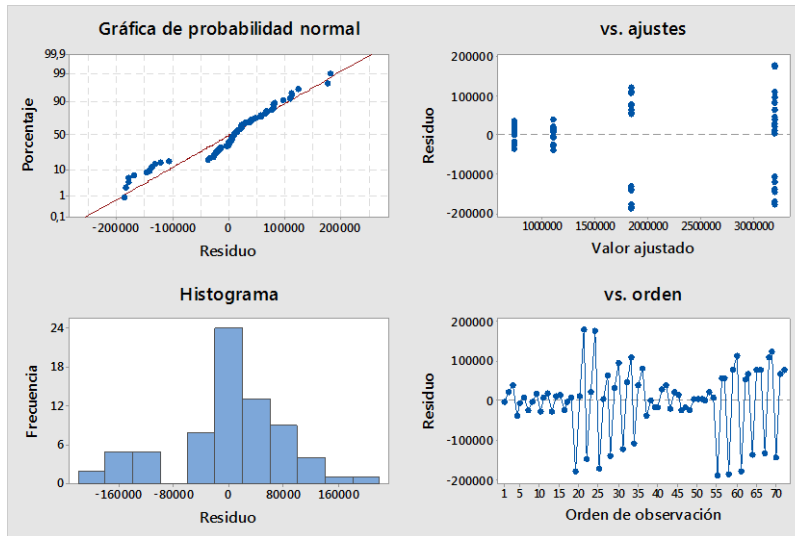


Figura 31. Resumen gráfico de los residuos para el ANOVA de dos factores

Teniendo en cuenta el comportamiento de la función objetivo-distribuida utilizando el gráfico de caja de datos para los dos factores analizados en la presente sección, se concluye que existen diferencias derivadas del tamaño del instancia las cuales a mayor número mayor valor de la función objetivo lo cual depende del número de elementos generadores de costos que incluye el modelo y, por otra parte, el método heurístico.

Se concluye en este proyecto, que el método drop, es el más indicado para el modelo de localización ruteo teniendo en cuenta que estadísticamente presenta los costos más bajos para ambos tamaño de instancia, tal como se muestra en la siguiente figura:

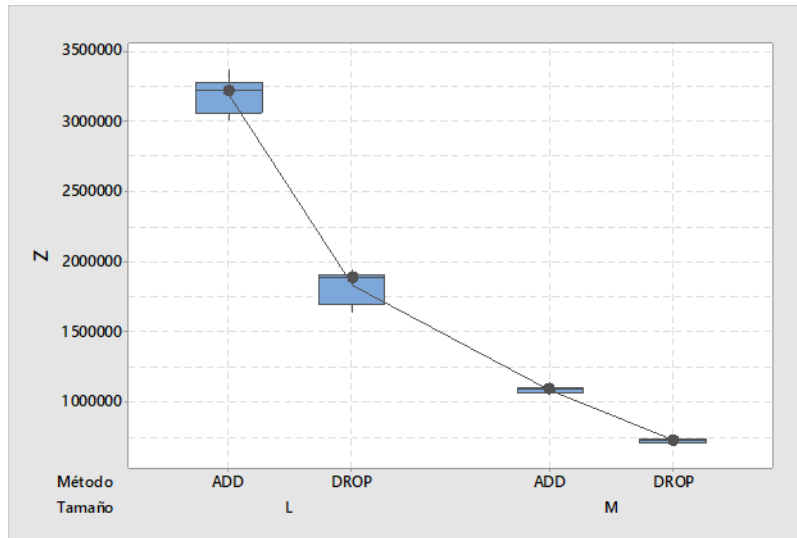


Figura 32. Gráfico de distribución de datos

10. Conclusiones

- Teniendo en cuenta que el problema LRP de localización ruteo se caracteriza por ser NP-hard, la mayoría de los trabajos recientes se enfocan en darle solución mediante la aplicación técnicas metaheurísticas debido en gran parte al desarrollo computacional sin embargo otra alternativa es la aplicación de heurística como las realizadas en la presente investigación debido a que éstas se caracterizan por seguir sencillos pasos por lo cual genera menor complejidad en el método de solución.

- Abordar el problema LRP por fases, permite dividir la metodología de solución de tal forma que se genera una estrategia flexible, puesto que se pueden contrastar diversas estrategias de solución como múltiples algoritmos de segmentación o heurísticas de ruteo, permitiendo seleccionar la mejor solución de todas las combinaciones.

- Para instancias pequeñas los métodos heurísticos de localización analizados solucionan el problema UFLP con un GAP promedio con respecto al valor óptimo menor al 10 % (ADD < 6.18% y DROP < 8.73%), con una varianza de 0,581% y 2,176% respectivamente. Teniendo en cuenta que la diferencia del tiempo computacional no es significativa, se concluye que para instancias pequeñas el algoritmo ADD presenta mejor desempeño con respecto al GAP (diferencia promedio con respecto al valor óptimo) con una menor variabilidad.

- Por otra parte, para instancias medianas y grandes el DROP presentó un mejor desempeño en cuanto a los resultados obtenidos en la función objetivo; sin embargo, el tiempo computacional es mayor al obtenido con la heurística ADD. Ahora bien teniendo en cuenta que las decisiones son de carácter estratégicos y que la diferencia es menos de un minuto, se recomienda trabajar con la metodología de la heurística DROP.

- Teniendo en cuenta los resultados estadísticos respecto al contraste de los métodos de segmentación utilizados, K-means, K-medoids y Complete; se concluye que no existe suficiente información estadística para afirmar que un método presenta un mejor desempeño, por tanto, para dar solución al problema completo se puede seleccionar cualquiera de ellos.

- Basados en los resultados estadísticos, las discrepancias en las funciones objetivo obtenidas mediante la aplicación de las diversas heurísticas de ruteo, no presentan una diferencia significativa.

11. Recomendaciones

- Incluir una condición de capacidad al modelo de localización usado, debido a que se evidencia en los resultados (Apéndice D) que a veces una única planta puede abarcar múltiples asignaciones de clientes en comparación a las otras, lo cual no representa las restricciones de capacidad de una cadena de suministro (recolección).
- Con el fin de obtener un mejor método de localización se recomienda unir las dos heurísticas propuestas para la solución del problema de localización ADD procedure y DROP procedure con el fin de aprovechar las ventajas de cada una. Se recomienda usar una iteración del ADD seguido de una iteración del DROP.
- Generar instancias del LRP para una red de recolección, ya que actualmente se enfocan principalmente a sistemas de distribución.

Referencia Bibliográficas

- Albareda-Sambola, M., Diaz, A. J., y Fernyez, E. (2005). A compact model y tight bounds for a combined location-routing problem. *Computers y Operations Research*, 32(3), 407-428.
- Andres, R., P, S., Jose María, F., Julián, B., y Pedro, L. (s.f.). *Modelos matemáticos de optimización. 1st ed. [ebook] Madrid: Alberto Aguilera* . Obtenido de http://www.doi.icaei.upcomillas.es/intro_simio.htm
- Averbakh, I. (2003). Complexity of robust single facility location problems on networks with uncertain edge lengths. *Discrete Applied Mathematics*, 127(3), 505-522.
- Averbakh, I., y Berman, O. (1997). $(p+1)$ -approximate algorithms for p -traveling salesmen problems on a tree with minmax objective. *Discrete Applied Mathematics*, 75(3), 201-216.
- B., T., y P., B. (1968). Heuristic methods for estimating the generalized vertex median of a weighted graph, . *Oper. Res*, vol. 16., 955 – 961.
- Baquela, E., y Redchuk, A. (2013). *Optimización matemática con R. Volumen I: Introducción al modelado y resolución de problemas. 1st ed.* Madrid: Bubok Publishing S.L.
- Barreto, S., Ferreira, C., Paixão, J., y Santos, B. (2007). Using clustering analysis in a capacitated location-routing problem. . *European Journal of Operational Research*, 179(3), 968-977.
- Barreto, S., Ferreira, C., Paixão, J., y Santos, B. (2007). Using clustering analysis in a capacitated location-routing problem. *European Journal of Operational Research*, 179(3), 968-977.
- Belenguer, J., Benavent, E., Prins, C., Prodhon, C., y Wolfler Calvo, R. (2011). A Branch-y- Cut method for the Capacitated Location-Routing Problem. . *Computers y Operations Research*, 38(6), 931-941.

- Bruns, A. (1998). Zweistufige Styortplanung unter Beru"cksichtigung von Tourenplanungsaspekt en - Primale Heuristiken und Lokale Suchverfahren. *PhD Dissertation, Sankt Gallen University*.
- Canek. (s.f.). *Optimizacion*. Obtenido de <http://canek.uam.mx/Calculo1/Teoria/Optimizacion/FTOptimizacion.pdf>
- Cepeda, G., San Lucas, M., y Delgado, E. (s.f.). *Diseño e implementacion de una heuristica para el problema de ruteo vehicular con recoleccion y entrega de mercancia (Vrppd)*. Obtenido de http://www.dspace.espol.edu.ec/xmlui/bitstream/hyle/123456789/24610/ICM_Dise%C3%B1o%20e%20implementacion%20de%20una%20heuristica%20para%20el%20problema%20de%20ruteo_ICM.pdf?sequence=1&isAllowed=y
- Chauhan, R. (2014). Clustering Techniques: A Comprehensive Study of Various Clustering Techniques. *International Journal of Advanced Research in Computer Science*, 5(5), 96-101.
- Contardo, C., Cordeau, J., y Gendron, B. (2014). An Exact Algorithm Based on Cut-y- Column Generation for the Capacitated Location-Routing Problem. . *INFORMS Journal on Computing*, 26(1), 88-102.
- Cortés, A. (2004). Teoría de la complejidad computacional y teoría de la Comput Abilid AD. *Revista de Investigación de Sistemas de Información, Universidad Nacional Mayor de San Marcos*, 1(1), 102-105.
- Dantzig, G., y Ramser, J. (1959). The truck dispatching problem. *Management Science* 6, 81–91.
- Daza, M. J., Montoya, J. R., y Narducci, F. (2009). *Resolución del problema de enrutamiento de vehículos con limitaciones de capacidad utilizando un procedimiento metaheurístico de dos fases* *Rev.EIA.Esc.Ing.Antioq no.12 Envigado July/Dec*. Obtenido de http://www.scielo.org.co/scielo.php?script=sci_arttext&pid=S1794-12372009000200003
- Derbel, H., Jarboui, B., Hanafi, S., y Chabchoub, H. (2010). An Iterated Local Search for Solving A Location-Routing Problem. *Electronic Notes in Discrete Mathematics*, 36, 875-882.

- Derbel, H., Jarboui, B., Hanafi, S., y Chabchoub, H. (2012). Genetic algorithm with iterated local search for solving a location-routing problem. . *Expert Systems with Applications*, 39(3), 2865-2871.
- Dominguez Machuca, J., y Lvare Gil, M. (1995). *1st ed.* Madrid: McGraw-Hill. .
- El achhab, E., y Arenas, J. (2011). *Comparación de métodos de localización de múltiples objetivos empleo redes de sensores. 1st ed.* Madrid: Universidad Carlos III de Madrid.
- Escholarship. (s.f.). *NCGIA Technical Reports*. Obtenido de <http://escholarship.org/uc/item/7nz7762k#page-2>
- Glicksman, H., y Penn, M. (2008). Approximation algorithms for group prize-collecting y location- routing problems. *Discrete Applied Mathematics*, 156(17), 3238-3247.
- instalaciones, L. d. (2016). *Administración de las Operaciones*. Obtenido de http://nulan.mdp.edu.ar/1619/1/14_localizacion_instalaciones.pdf
- Jacobsen, S. (1983). Heuristics for the capacitated plant location model. . *European Journal of Operational Research*, 12(3), 253-261.
- Jarboui, B., Derbel, H., Hanafi, S., y Mladenović, N. (2013). Variable neighborhood search for location routing. *Computers y Operations Research*, 40(1), 47-57.
- Johnson, R., y Wichern, D. (2007). *Applied multivariate statistical analysis*. Upper Saddle River N.J: Pearson Prentice Hall.
- Kariv, O., y Hakim, S. L. (1979). An algorithmic approach to network location problems. II: The p-Medians. *Society for Industrial y Applied Mathematics*. 37 (3), 539-560.
- Kuehn, A., y Hamburger, M. (1963). A heuristic program for locating warehouses. . *Management Science*. 9 (4), 643-666.
- Laporte, G., y Nobert, Y. (1981). An exact algorithm for minimizing routing y operating costs in depot location. . *European Journal of Operational Research*, 6(2), 224-226.

- Laporte, G., Nobert, Y., y Ardin, D. (1986). An exact algorithm for solving a capacitated location-routing-problem. *Annals of Operation Research*. 6, 293-310.
- Laporte, G., Nobert, Y., y Ardin, D. (1986). An exact algorithm for solving a capacitated location-routing-problem. *Annals of operation Research*. 6, 293-310.
- Lopes, R., Barreto, S., Ferreira, C., y Santos, B. (2008). A decision-support tool for a capacitated location-routing problem. . *Decision Support Systems*, 46(1), 366-375.
- Maranzara, F. E. (1964). On the location of supply points to minimize transport cost. *Operat. Res. Quart.* 12, 261-270.
- Maranzara, F. E. (1964). On the location of supply points to minimize transport cost. *Operat. Res. Quart.* 12, 261-270.
- Martí Cunquero, R. (s.f.). *Algoritmos Heurísticos en Optimización Combinatoria. 1st ed.* Valencia: Departament d'Estadística i Investigació Operativa - Universidad de Valencia.
- Min, H. (1996). Consolidation terminal location–allocation y consolidated routing problems. *Journal of Business Logistics*. 17 (2), 235–263.
- Mojena, R. (1977). Hierarchical Grouping Methods y Stopping Rules: An Evaluation. *The Computer Journal*. 20 (4), 359-363.
- Mulvey, J. M., y Beck, M. P. (1984). Solving Capacitated Routing Problems. . *European Journal of Operational Research*. 18 (3), 339–348.
- Mulvey, J., y Crowder, H. (1979). Cluster analysis: An application of Lagrangian relaxation. *Management Sci- em'e*. 25 (4), 392-340.
- Nadizadeh, y al, e. (2011). Using greedy clustering method to solve capacitated location-routing problem. *African Journal of Business Management*, vol. 5(21), 8470-8477.
- Nagy, G., y Salhi, S. (2007). Location-routing: Issues, models y methods. *European Journal of Operational Research*, 177(2), 649-672.

- Neos-Guide. (2016). *Types of Optimization Problems*. Obtenido de <https://neos-guide.org/optimization-tree>
- Nier Obregón, A. P., y Niño Hernández, J. A. (2015). *Desarrollo de un algoritmo híbrido para resolver el problema de localización-ruteo (LRP)*. Bucaramanga: Universidad Industrial de Santander Facultad de Ingenierías Físico mecánicas. Escuela de Estudios Industriales y empresariales.
- Niño, E. J., y Peláez Díaz, J. C. (2012). *Diseño de una propuesta de localización para los centros de distribución (CEDIs) de la empresa Comertex S.A. a partir de un modelo matemático*. Bucaramanga: Universidad Industrial de Santander Facultad de Ingenierías Físico Mecánicas. Escuela de Estudios Industriales y empresariales .
- Obula Reddy, B., y Ussenaiah, M. (2012). *Literature Survey On Clustering Techniques IOSR Journal of Computer Engineering (IOSRJCE) ISSN: 2278-0661 Volume 3, Issue 1 (July-Aug.), PP 01-12*. Obtenido de <http://citeseerx.ist.psu.edu/viewdoc/download?doi=10.1.1.467.9888yrep=rep1ytype=pdf>
- Olivera, A. (Agosto de 2004). *Heurísticas para Problemas de Ruteo de Vehículos*. Obtenido de <https://www.colibri.udelar.edu.uy/bitstream/123456789/3508/1/TR0408.pdf>
- Prodhon, C., y Prins, C. (2014). A survey of recent research on location-routing problems. . *European Journal of Operational Research*, 238(1), 1-17.
- Prodhon, C., y Prins, C. (2014). A survey of recent research on location-routing problems. . *European Journal of Operational Research*, 238(1), 1-17.
- Revelle, C., y Eiselt, H. (2005). Location analysis: A synthesis y survey. *European Journal of Operational Research*, 165(1), 1-19.
- Salhi, S., y Ry, G. K. (1989). The effect of ignoring routes when locating depots. *European Journal of Operational Research*, 39, 150–156.
- Srivastava, R. (1993). Alternate solution procedures for the location-routing problem. *Omega*, 21(4), 497-506.

- UGR. (s.f.). *Métodos Jerárquicos de Análisis Cluster*. Obtenido de <http://www.ugr.es/~gallardo/pdf/cluster-3.pdf>
- UPV. (2006). *Modelado mediante Optimización Combinatoria. 1st ed. [ebook] JPGS, pp.1-31*. Obtenido de <http://personales.upv.es/jpgarcia/LinkedDocuments/MCOIOptimizacionCombinatoria.pdf>.
- Vidal, C. J., y Goetschalckx, M. (1997). Strategic production-distribution models: A critical review with emphasis on global supply chain models *Eur.J. . Oper. Res.* 98, 1-18.
- Watson-Gyy, C., y Dohrn, P. (1973). Depot location with van salesmen — A practical approach. *Omega*, 1(3), 321-329.
- Webb, M. (1968). Cost Functions in the Location of Depots for Multiple-Delivery Journeys. *J Oper Res Soc*, 19(S3), 311-320.
- Weber, A. (1909). *Theory of the Location of Industries. CSISS Classics*.
- Wu, T., Low, C., y Bai, J. (2002). Heuristic solutions to multi-depot location-routing problems. *Computers y Operations Research*, 29(10), 1393-1415.
- Zanjirani Farahani, R., y Hekmatfar, M. (2009). *Facility location*. Heidelberg: Physica.