

Modelado y simulación de campo eléctrico a frecuencia industrial con aplicación al diseño de un prototipo de medidor



Ing. David Javier Rincón Adarme

**Universidad Industrial de Santander
Facultad de Ingenierías Físico-Mecánicas
Escuela de Ingenierías Eléctrica, Electrónica y de Telecomunicaciones
Bucaramanga
2017**

Modelado y simulación de campo eléctrico a frecuencia industrial con aplicación al diseño de un prototipo de medidor



Ing. David Javier Rincón Adarme

**Trabajo de investigación para obtener el título de
Maestría en Ingeniería Eléctrica**

Director

MPE. Julio César Chacón Velásco

Codirector

PhD. Hermann Raul Vargas Torres

**Universidad Industrial de Santander
Escuela de Ingenierías Eléctrica, Electrónica y de Telecomunicaciones
Facultad de Ingenierías Físico-Mecánicas
Bucaramanga**

2017

Dedico esta tesis a mi señor padre Raúl Rincón y a mi señora madre Aura Adarme. Se los dedico por todo el tiempo y la dedicación que han invertido para formarme como persona, enseñarme sobre el mundo y prepararme para enfrentarme a este. Ustedes se encargaron de que nunca me faltara nada, pero también de que nunca me sobrara. Gracias a eso aprendí a valorar y disfrutar de las cosas pequeñas, los actos simples y la vida cotidiana. Aprendí que nunca debo esperar ayuda de nadie pero siempre debo estar dispuesto a ayudar a los demás. Aprendí a ser agradecido pero que la gratitud tiene sus limitaciones. Aprendí muchas cosas más, y es gracias a todo lo que aprendí que hoy soy quien soy. Para el futuro solo me resta decirles que seré un profesional hecho y derecho, y ante todo una persona bien. Finalmente, decirles que los AMO y que les agradezco de todo corazón.

Agradecimientos

Primero me gustaría agradecer a mis padres por el apoyo brindado durante la maestría. También le agradezco a Jess por ser mi apoyo y confidente durante estos años, le doy gracias a Dios por haberme permitido ser tu compañero, tu amigo, pero sobre todo tu pareja. Aprendí mucho de ti, no solo de tus múltiples cualidades sino también de tus caídas y la forma en la que te levantabas.

Agradezco al profesor Julio por todo el tiempo y los consejos que me proporciono, no solo con respecto a lo académico sino sobre la vida en general. Gracias también al profesor Ernesto, por darme las herramientas conceptuales para desarrollar el proyecto. Al técnico Mario Navarrete encargado del laboratorio de procesos de fundición y moldeo de la UIS, gracias por los servicios prestados y por mostrarme que todavía existe ese espíritu de colaboración en la universidad aunque este en vía de extinción. Agradezco a Raul Santiesteban por toda la ayuda en la parte técnica y por todas las cosas que aprendí de este ámbito gracias a su disposición de enseñar.

Muchas gracias a Nelson, Andres y Edwar (parceros y amigos), por ayudarme con las pruebas de la maestría y los diferentes inconvenientes que se me presentaron. Gracias a Don Gabriel por estar siempre pendiente y dispuesto a colaborar. Finalmente, agradezco inmensamente a Ivan Serna e Ivan Sánchez por ser mi consejeros durante todo este proceso. Aprecio mucho todo lo que han hecho por mi, pero sobretodo, valoro que gracias a esta experiencia tuve la oportunidad de conocer a dos personas de tan inmenso calibre.

Índice general

Introducción	14
1 Campo eléctrico en el modelo coaxial	20
1.1 Características del modelo coaxial	20
1.2 Modelado del fenómeno electromagnético	22
1.2.1 Ecuaciones de Maxwell	22
1.2.2 Electrostática	23
1.2.3 Aproximación a bajas frecuencias	24
1.2.4 Efecto corona	25
1.3 Método de elementos finitos FEM	29
1.4 <i>toolbox</i> PDE de <i>Matlab</i> ®	32
1.5 Simulaciones	33
1.5.1 Comparación con la <i>toolbox</i>	34
1.5.2 Comparación solución analítica: cilindro infinito	35
1.5.3 Modelo coaxial	36
1.6 Conclusiones	42
2 Diseño de un medidor de campo eléctrico a frecuencia industrial	43
2.1 Medidores de campo eléctrico a frecuencia industrial	43
2.2 Medidores de cuerpo libre	44
2.2.1 Conductor flotante	45
2.2.2 Operación en circuito abierto	46
2.2.3 Operación en corto-circuito	49
2.3 Diseño del medidor	50
2.3.1 Sonda	50
2.3.2 Detector	54
2.4 Conclusiones	58
3 Protocolo para la medición de campo eléctrico a frecuencia industrial	60

3.1	Fuentes bibliográficas consultadas	61
3.1.1	Características para los medidores de campo eléctrico	61
3.1.2	Características del protocolo de medición	62
3.1.3	Protocolos para casos específicos	62
3.1.4	Otros estándares y referencias	63
3.2	Protocolo de medición propuesto para el modelo coaxial	63
3.2.1	Consideraciones generales	64
3.2.2	Consideraciones específicas para el modelo coaxial	70
3.2.3	Procedimiento para la medición	71
3.3	Conclusiones	74
4	Conclusiones y trabajos futuros	76
4.1	Conclusiones	76
4.2	Trabajos futuros y recomendaciones	78
	Bibliografía	80
	Anexos	83

Índice de figuras

1	Modelo coaxial de una línea transmisión.	16
1.1	Perfil lateral modelo coaxial.	21
1.2	Perfil frontal modelo coaxial.	21
1.3	Dimensiones del modelo coaxial.	22
1.4	Configuración coaxial.	26
1.5	Valores E_c/δ corregidos por el radio del conductor con $\delta = 1$	27
1.6	Subdominio triangular FEM en las coordenadas (ρ, Φ, z) con simetría en Φ	30
1.7	Comparación entre el código implementado y la <i>toolbox</i> PDE de <i>Matlab</i> ®.	34
1.8	Error porcentual entre el campo eléctrico calculado analíticamente E_{Teo} y el simulado E_{FEM} para un coaxial infinito.	36
1.9	Geometría utilizada en la simulación del modelo coaxial.	37
1.10	ϕ porcentual en el modelo coaxial.	37
1.11	Distribución de campo eléctrico obtenida en la simulación del modelo coaxial a un 1 kV.	38
1.12	Comparación entre los valores analíticos y los resultados de la simulación para $E \hat{a}_\rho$	39
1.13	$E_\rho \hat{a}_\rho$ para el borde de longitud $\rho = 0,85$	41
2.1	Corriente inducida entre un par de electrodos esféricos en presencia de un campo eléctrico uniforme [18].	44
2.2	Comparación del potencial y el campo eléctrico para una configuración de placas paralelas, sin y con la presencia de un conductor flotante.	46
2.3	Potencial para una configuración de placas paralelas con un medidor de campo basado en la diferencia de tensión entre los electrodos.	47
2.4	Distribución de carga para un medidor de placas paralelas en circuito abierto.	48
2.5	Comportamiento del potencial y el campo eléctrico para una configuración de placas paralelas con un medidor en cortocircuito.	49
2.6	Electrodos construidos.	51
2.7	Soporte construido.	54

2.8	Etapas del detector.	55
2.9	Etapas 1 del detector.	56
2.10	Condiciones de frontera campo electrico.	57
3.1	Mapa conceptual de como se define un protocolo de campo eléctrico.	64
3.2	Diagrama de conexion del modelo coaxial.	73
1	Geometrías y dimensiones de los electrodos construidos.	91
2	Medidas del soporte.	93
3	Flexión de la barra ④ con 2,5 kg.	94
4	Divisor de tensión para la pruebas de amplificacion.	96
5	Etapas de filtrado propuesta para el detector.	97
6	Etapas de amplificacion propuesta para el detector.	99
7	Diagrama de conexion del modelo coaxial.	101
8	Modulo de alta tensión marca <i>Foster</i>	102
9	Sphere gaps marca <i>Haefely</i>	102
10	Divisor construido.	103

Índice de tablas

1	Valores límite de exposición a campo eléctrico a 60 Hz	15
2.1	Comparación entre la corriente inducida en una sonda esférica por un campo uniforme y un campo no uniforme provocado por una carga puntual.	52
2.2	Corriente inducida en los diferentes electrodos debido al campo en el modelo coaxial.	57
1	Resultados prueba filtros a 60 Hz.	98
2	Resultados prueba amplificación + filtros a 60 Hz.	100
3	Características de las resistencias del divisor construido.	103
4	Relacion de los divisores.	104

Lista de anexos

Anexo A	Código Matlab de elementos finitos para configuraciones con simetría axial	84
Anexo B	Especificaciones: sonda del medidor	91
Anexo B.1	Electrodos	91
Anexo B.2	Soporte	92
Anexo C	Diseño del detector	96
Anexo C.1	Circuito de prueba	96
Anexo C.2	Etapa de amplificación y filtrado	97
Anexo D	Montaje del laboratorio	101
Anexo D.1	Hoja de registro: medición de campo eléctrico	105

RESUMEN

TÍTULO: Modelado y simulación de campo eléctrico a frecuencia industrial con aplicación al diseño de un prototipo de medidor¹*

AUTOR: David Javier Rincón Adarme^{2**}

PALABRAS CLAVE: Método de elementos finitos, Campo eléctrico, Medidor, Diseño, Alta tensión.

DESCRIPCIÓN:

A través de los últimos años se ha considerado cada vez más el efecto de los campos magnéticos y eléctricos como factores medio ambientales que influyen en la salud humana. En Colombia el Ministerio de Minas y Energía expide el Reglamento Técnico de Instalaciones Eléctricas (RETIE), el cual dicta en el ARTÍCULO 14°. CAMPOS ELECTROMAGNÉTICOS: "El presente reglamento establece valores de máxima intensidad de campo eléctrico y densidad de flujo magnético en baja frecuencia, para las zonas donde puedan permanecer personas, independientemente del tiempo de permanencia" (2013).

Para determinar si una instalación cumple con lo establecido en el RETIE, es necesario medir los valores de campo eléctrico y campo magnético (60 Hz), y verificar si estos están dentro de los límites predeterminados. Con la intención de desarrollar esta práctica, se propone medir el campo eléctrico dentro de un modelo coaxial de una línea de transmisión (modelo coaxial) que se encuentra en el laboratorio de alta tensión de la Universidad Industrial de Santander UIS.

En este sentido, se modeló el fenómeno electromagnético dentro del modelo coaxial y se realizó la caracterización teórica del campo eléctrico dentro de este mediante un código que implementa el método de elementos finitos FEM con simetría axial en Matlab. Además, dada su ausencia se diseñó un prototipo de medidor de campo eléctrico que se adecua a las características del modelo coaxial. Para esto fue necesario definir el principio de funcionamiento y las especificaciones del medidor. Finalmente, se realizó una revisión bibliográfica relacionada con la medición de campo eléctrico (normas IEEE, IEC, etc.). Teniendo en cuenta los resultados de las simulaciones, las especificaciones dadas para el medidor y la normativa consultada, se propuso un protocolo para la medición del campo el eléctrico dentro del modelo coaxial.

¹ *Trabajo de investigación.

² ** Facultad de Ingenierías Fisicomecánicas. Escuela de Ingenierías Eléctrica, Electrónica y de Telecomunicaciones. Maestría en Ingeniería Eléctrica.

ABSTRACT

TITLE: Characterization and simulation of power frequency electric field applied to the design of a prototype meter ^{1*}

AUTHOR: David Javier Rincón Adarme ^{2**}

KEYWORDS: Finite element method, Electric Field, Meter, Design, High Voltage.

DESCRIPTION:

In recent years, the effect of magnetic and electric fields as environmental factors that influence in human health has been increasingly considered. In Colombia the Ministry of Mines and Energy issues the *Reglamento Técnico de Instalaciones Eléctricas* (RETIE), which dictates in Article 14. ELECTROMAGNETIC FIELDS: "The present regulation establishes the maximum value of electric field strength and magnetic flux density at low frequency for areas where people can remain regardless of the time of permanence" (2013).

To determine if an installation satisfies the RETIE, it is necessary to measure the electric and magnetic field values (60 Hz) and verify that they are within the allowed range. In order to develop this practice, it is proposed to measure the electric field in a coaxial model of a transmission line (coaxial model), which is located at the high voltage laboratory of the Universidad Industrial de Santander UIS.

In this sense, the electromagnetic phenomenon was modeled and the theoretical characterization of the electric field in the coaxial model was performed by means of a code that implements the finite element method FEM with axial symmetry in Matlab. Also, due to its lack, a prototype of electric field meter that fit the characteristics of the coaxial model was designed. Therefore, it was necessary to define the operation principle and the specifications of the meter. Finally, a bibliographic review related to the electric field measurement was carried out (IEEE, IEC, etc.). Based on the results of the simulations, the given specifications for the meter and the consulted literature, a protocol was proposed for the electric field measurement in the coaxial model.

¹ * Investigation work.

² ** Universidad Industrial de Santander. Physical-Mechanical Engineering Faculty. Electrical, Electronic and Telecommunications Engineering School. Magister in electrical engineering.

Introducción

En Colombia el Reglamento Técnico de Instalaciones Eléctricas RETIE tiene como objetivo establecer medidas tendientes a garantizar la protección de la vida y la salud humana, etc., en este aspecto acoge las recomendaciones de la Organización Mundial de la Salud la cual se basa en la *International Commission on Non-Ionizing Radiation Protection* para establecer los valores recomendados de exposición a campo eléctrico. Para cumplir las recomendaciones descritas en el RETIE es necesario realizar la medición de los niveles de campo eléctrico y verificar que estén dentro de los rangos permitidos. Los aspectos fundamentales durante el proceso de medida son: el medidor, el protocolo de medida y los datos y registros de la medición. En este trabajo se pretende estudiar cada uno de estos.

Campos electromagnéticos y su efecto sobre la salud humana

A través de los últimos años se ha considerado cada vez más el efecto de los campos magnéticos y eléctricos como factores medio ambientales que influyen en la salud humana. En Colombia el Ministerio de Minas y Energía expide el Reglamento Técnico de Instalaciones Eléctricas (RETIE), el cual dicta en el ARTÍCULO 14°. CAMPOS ELECTROMAGNÉTICOS: “El presente reglamento establece valores de máxima intensidad de campo eléctrico y densidad de flujo magnético en baja frecuencia, para las zonas donde puedan permanecer personas, independientemente del tiempo de permanencia” (2013) [31].

Debido a su eficiencia en el transporte, implementación y obtención a través de otras fuentes energéticas, la energía eléctrica es la más utilizada para proporcionar el suministro energético. Para esto último es necesario el uso de subestaciones, líneas eléctricas de transmisión y de distribución, elementos y equipos que pueden trabajar con altos niveles de tensión (superiores a 1 kV). Su operación a bajas frecuencias (60 Hz) hace que los campos electromagnéticos

producidos sean considerados como radiaciones no ionizantes.

El estudio del efecto de este tipo de radiaciones sobre la salud humana y la fauna no es concluyente, aun así hay estudios que dicen que este tipo de radiaciones pueden causar enfermedades como leucemia (cáncer) y esclerosis lateral amiotrófica, entre otras. Por lo que la *International Commission on Non-Ionizing Radiation Protection* (ICNRP) da unas recomendaciones de los valores de campo eléctrico y magnético ante los cuales puede haber exposición de manera prolongada con poco riesgo para la salud humana. Los valores recomendados de campo eléctrico a 60 Hz se muestran en la Tabla 1 [8].

Tabla 1 Valores límite de exposición a campo eléctrico a 60 Hz

Organismo	Intensidad de campo eléctrico kV/m	
	Público en general	Ambiente ocupacional
ICNRP	$2,5 \times 10^2/f$	$5 \times 10^2/f$
IEEE	5	20
RETIE	4,16	8,3

El RETIE tiene como objetivo establecer medidas tendientes a garantizar la protección de la vida y la salud humana, etc. en este aspecto acoge las recomendaciones de la *Organización Mundial de la Salud* (OMS) la cual se basa en la ICNRP para establecer los valores recomendados de exposición a campo eléctrico (si se calculan para una frecuencia de 60 Hz se obtienen los valores establecidos en el RETIE), aun así existen otras recomendaciones de diferentes organizaciones como el *Institute of Electrical and Electronics Engineers* (IEEE) con diferentes valores límite de exposición a campo eléctrico [8][20][31].

Para determinar si una instalación cumple con lo establecido en el RETIE, es necesario medir los valores de campo eléctrico y campo magnético (60 Hz), y verificar si estos están dentro de los límites predeterminados. Para que la medición sea válida esta debe cumplir con ciertos requisitos, el RETIE hace referencia al estándar IEEE 644-2008 [18]. El estándar define tres aspectos fundamentales para la medición, los cuales se nombran a continuación:

- El medidor: Se debe asegurar que este calibrado y que cumpla con las características especificadas para el tipo de medición.

-
- El procedimiento de medición: Al llevar acabo la medición es necesario seguir ciertos lineamientos para garantizar la seguridad de las personas y minimizar fuentes de error que puedan alterar los resultados.
 - Datos y registros de la medición: Se debe dejar registro de todos los datos. Algunos son previos a la medición como el nivel de tensión y la configuración de la instalación eléctrica, o las características del medidor que se va a utilizar. Al momento de la medición se deben tomar los datos de los factores medio ambientales que pueden afectar la medición (presión atmosférica, humedad, etc.). Por último después de la medición se deben reportar todos los datos previos, más los resultados de esta con su respectiva incertidumbre.

En Colombia, la reglamentación respecto a los campo electromagnéticos se estableció en el 2005 (año en el que el RETIE entró en vigencia), por este motivo la medición del campo eléctrico es una práctica poco desarrollada. De hecho, el RETIE no se establece en detalle los requerimientos para el medidor y el procedimiento de medida.

Propuesta

Con la intensión de desarrollar esta práctica, se propone medir el campo eléctrico dentro de un modelo coaxial de una línea de transmisión (modelo coaxial) que se encuentra en el laboratorio de alta tensión de la Universidad Industrial de Santander UIS, el cual se muestra en la Fig.1.

Figura 1 Modelo coaxial de una línea transmisión.



Esto permite mayor control sobre las condiciones a las cuales se realiza la medición. En este caso, se puede controlar el nivel de tensión aplicado al conductor interno del modelo por medio del módulo AC del laboratorio, marca *Foster*, lo que a su vez permite controlar los niveles de campo eléctrico presentes dentro del modelo [32]. Además, debido a su ubicación se facilita realizar mediciones bajo condiciones propicias de humedad, presión, temperatura, etc.

Otra ventaja de realizar la medición en el modelo coaxial es que es posible encontrar una aproximación numérica del comportamiento del campo eléctrico a partir de su modelado, pudiéndose así comparar los valores simulados con los medidos. Para esto último, se debe describir el fenómeno electromagnético dentro del modelo y seleccionar un método numérico que se adecue a este caso en particular. Por otra, es necesario establecer un protocolo que minimice las posibles fuentes de error y garantice la seguridad de las personas. En especial, este debe asegurarse que se cumpla con los tres requerimientos principales de la medición. Para finalizar, dado que no se cuenta con un medidor adecuado, se propone diseñar un prototipo que se ajuste a las condiciones del modelo coaxial. Esto permitirá una mayor comprensión del funcionamiento y las características que debe tener un medidor de campo eléctrico a frecuencia industrial.

Objetivos

La intención de este trabajo es servir como base para una futura medición del campo eléctrico dentro del modelo coaxial. En este sentido, se busca establecer un protocolo de medida y realizar la caracterización teórica del campo dentro del modelo. Además, dada su ausencia se propone diseñar un prototipo de medidor de campo eléctrico que se adecue a las características del modelo coaxial. La prioridad, será definir el principio de funcionamiento y las especificaciones del medidor debido a que el diseño debe servir como base para su construcción ó dado el caso su adquisición. De acuerdo con lo anterior este trabajo plantea los siguientes objetivos.

Objetivo general

Simular el campo eléctrico en un modelo coaxial de una línea transmisión a frecuencia industrial, como referencia para futuras mediciones.

Objetivos específicos

- Establecer basados en la bibliografía una guía de requisitos y buenas prácticas para la medición del campo eléctrico a frecuencia industrial.
- Modelar el campo eléctrico del modelo coaxial a partir de sus características, las ecuaciones de Maxwell y un método numérico para su solución.
- Implementar la simulación del modelo en el software *Matlab*®.
- Diseñar un sistema prototipo de medición de campo eléctrico.

Estructura del documento

Este trabajo se presenta en 5 capítulos, el primero corresponde a la introducción mostrada. A pesar de ser el primer objetivo específico planteado, para poder establecer un protocolo de medición de campo eléctrico es necesario recolectar información preliminar sobre las condiciones a las que la medición se lleva a cabo. La caracterización del campo eléctrico a medir y las características del medidor a utilizar, hacen parte de esta información. Por estas razones el documento se organiza de la siguiente manera:

Capítulo 2. En este capítulo se describen las características físicas y fenómeno electromagnético dentro del modelo coaxial. Después, se presenta una breve descripción del método de elementos finitos, el cual fue escogido para realizar la simulación del campo. El método se implementó mediante un código desarrollado como producto del presente trabajo, cuyos resultados fueron comparados con los de la *toolbox* de ecuaciones diferenciales parciales *PDEtool* de *Matlab*®, y con modelos analíticos. Para finalizar, se presentan los resultados de la simulación del campo en el modelo coaxial, su análisis y las respectivas conclusiones.

Capítulo 3. En este capítulo se presenta el diseño del prototipo de medidor de campo eléctrico. Primero se muestran los diferentes tipos de medidores de campo eléctrico a frecuencia industrial, con sus pros y sus contras. Luego, debido a que fueron seleccionados para la medición, se realiza un análisis del principio de funcionamiento de los medidores tipo cuerpo libre. Basados en esto último y en lo expuesto en el capítulo 2, se presentan las especificaciones de un medidor que se adecua a las condiciones del modelo coaxial.

Capítulo 4. En este capítulo se plantean las recomendaciones generales para la medición de campo eléctrico a frecuencia industrial. En primer lugar, se muestra la normativa consultada.

A partir de esta y de lo expuesto en los capítulos 2 y 3, se propone un protocolo para la medición del campo eléctrico dentro del modelo coaxial.

Capítulo 5. En este capítulo se muestran las conclusiones y observaciones obtenidas a partir del estudio realizado, además se plantean algunos trabajos futuros y recomendaciones. Por último se presentan las referencias bibliográficas utilizadas.

Capítulo 1

Campo eléctrico en el modelo coaxial

Para establecer un protocolo de medición de campo eléctrico es necesario definir el propósito de la medición y las condiciones en las que esta se realiza. Una descripción detallada de las posibles fuentes de campo eléctrico y el tipo de señal a medir, hacen parte de esta información [15][19]. Para este caso en particular la única fuente a considerar es el conductor central del modelo coaxial, en cuanto al tipo de señal, el campo eléctrico dentro del modelo posee una frecuencia de 60 Hz y su intensidad está determinada por el nivel de tensión y la posición del punto de interés. Con el fin de modelar el campo, en las secciones 1.1 y 1.2, se presentan las características físicas y la descripción del fenómeno electromagnético para el modelo coaxial. Dada su geometría, se implementó un método numérico para encontrar los valores de campo eléctrico. En este caso, se empleó el método de elementos finitos FEM (descrito en la sección 1.3), debido a que opera en el dominio de la frecuencia, se adapta fácilmente a geometrías complejas y se suele utilizar para hallar una función campo o potencial [22]. La simulación se realizó con un código desarrollado en el software *Matlab*® y la ayuda de la *toolbox* de ecuaciones diferenciales parciales *PDEtool*, la cual es descrita en la sección 1.4. Para verificar su correcto funcionamiento, en la sección 1.5 se compara el código desarrollado contra la *toolbox* y con la solución analítica de un coaxial infinito. Esta última comparación es necesaria porque la *toolbox* trabaja en los ejes x, y mientras la que simulación del modelo se lleva a cabo en los ρ, z . Acto seguido, se presentan los resultados de la simulación del campo eléctrico en el modelo coaxial con su respectivo análisis. Finalmente, la sección 1.6 presenta las conclusiones correspondientes a este capítulo.

1.1. Características del modelo coaxial

En el laboratorio de alta tensión de la UIS se encuentra un modelo coaxial de una línea de transmisión el cual fue diseñado para evidenciar y estudiar el efecto corona [21]. Al modelo

se le agregaron tramos adicionales con el fin de reducir el efecto borde, es decir, se encargan de reducir el campo eléctrico en los extremos del modelo con el fin de alcanzar mayores niveles de tensión sin que ocurra descarga (ver figura 1.1).

Figura 1.1 Perfil lateral modelo coaxial.



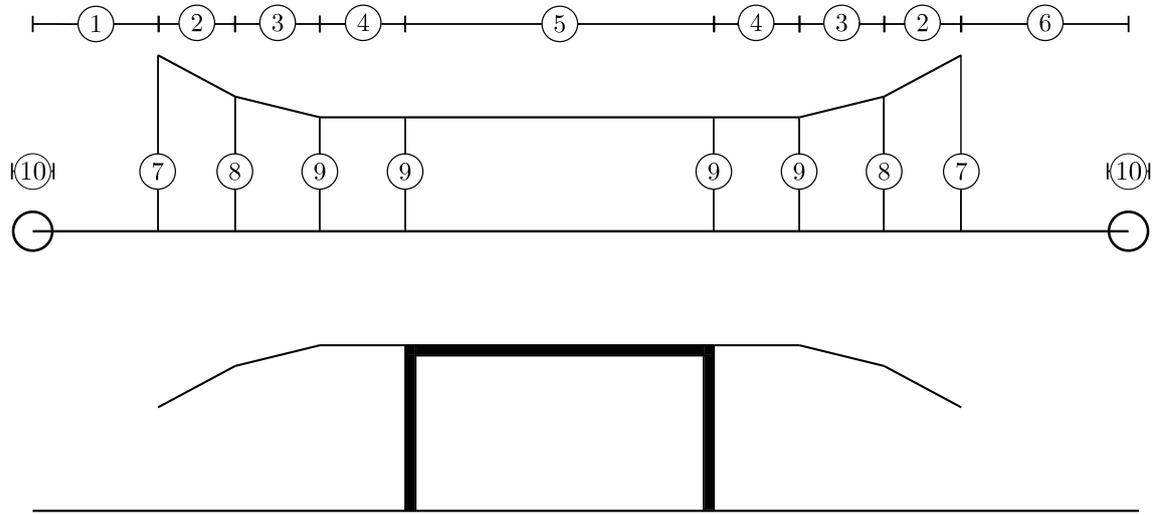
Como se puede observar, la parte externa de la configuración coaxial no es sólida. Esta consiste en un enmallado de alambres de acero que son soportados por una estructura constituida de dos aros y varios tubos que los unen (ver figura 1.2). En este sentido, la calidad de la “circunferencia” externa está determinada por la cantidad de tubos que se utilicen.

Figura 1.2 Perfil frontal del modelo coaxial.



En la figura 1.3 se presentan las dimensiones físicas de la malla. En cuanto al conductor central, se trata de un cable AAAC tipo *Flint* el cual tiene un radio de $r_0 = 1,26$ cm.

Figura 1.3 Dimensiones del modelo coaxial.



$$\begin{aligned} \textcircled{1} &= 0,6 \text{ m} & \textcircled{2} &= 0,37 \text{ m} & \textcircled{3} &= 0,405 \text{ m} & \textcircled{4} &= 0,41 \text{ m} & \textcircled{5} &= 1,48 \text{ m} \\ \textcircled{6} &= 0,8 \text{ m} & \textcircled{7} &= 0,85 \text{ m} & \textcircled{8} &= 0,65 \text{ m} & \textcircled{9} &= 0,55 \text{ m} & \textcircled{10} &= 0,2 \text{ m} \end{aligned}$$

1.2. Modelado del fenómeno electromagnético

En esta sección se caracteriza el fenómeno electromagnético dentro del modelo coaxial partiendo de la formulación general con las ecuaciones de Maxwell, hasta analizar casos particulares del modelo como el efecto corona.

1.2.1. Ecuaciones de Maxwell

Las ecuaciones de Maxwell (1.1)-(1.4), son un conjunto de ecuaciones que relacionan las cargas y corrientes eléctricas con los campos eléctricos y magnéticos que estas producen. Junto con las ecuaciones de constitución de medio (1.5)-(1.6) y la ecuación de la fuerza de Lorentz (1.7), permiten describir cualquier fenómeno electromagnético [1].

$$\nabla \times \mathbf{E} = -\frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t} \quad (1.1)$$

$$\nabla \times \mathbf{H} = \mathbf{J} + \frac{\partial \mathbf{D}}{\partial t} \quad (1.2)$$

$$\nabla \cdot \mathbf{D} = \rho_v \quad (1.3)$$

$$\nabla \cdot \mathbf{B} = 0 \quad (1.4)$$

$$\mathbf{D} = \boldsymbol{\varepsilon} \mathbf{E} \quad (1.5)$$

$$\mathbf{B} = \boldsymbol{\mu} \mathbf{H} \quad (1.6)$$

$$\mathbf{F} = \rho_v (\mathbf{E} + \mathbf{v} \times \mathbf{B}) \quad (1.7)$$

Donde:

t es el tiempo

\mathbf{D} es el vector densidad de flujo de eléctrico

\mathbf{E} es el vector intensidad de campo eléctrico

\mathbf{B} es el vector densidad de flujo de magnético

\mathbf{H} es el vector intensidad de campo magnético

$\mathbf{J} = \rho_v \mathbf{v}$ es el vector densidad de corriente eléctrica

ρ_v es la densidad volumétrica de carga

$\boldsymbol{\varepsilon} = \boldsymbol{\varepsilon}_r \boldsymbol{\varepsilon}_0$ es la matriz de permitividad eléctrica del medio

$\boldsymbol{\mu} = \boldsymbol{\mu}_r \boldsymbol{\mu}_0$ es la matriz de permeabilidad magnética del medio

\mathbf{F} es el vector fuerza por unidad volumétrica de carga

\mathbf{v} es el vector velocidad de la partícula

1.2.2. Electrostática

Cuando E y H dependen solo de la posición y no del tiempo, $\frac{\partial}{\partial t} = 0$, se dice que son campos *estáticos*. Para este tipo de campos las ecuaciones de Maxwell pueden definirse de la siguiente manera:

$$\nabla \times \mathbf{E} = 0 \quad (1.8)$$

$$\nabla \times \mathbf{H} = \mathbf{J} \quad (1.9)$$

Donde:

$$\mathbf{J} = \boldsymbol{\sigma} \mathbf{E}$$

$\boldsymbol{\sigma}$ es la conductividad eléctrica.

Como se puede observar si la corriente de conducción \mathbf{J} es igual a cero, E y H son independiente uno del otro; en el caso del modelo coaxial es posible asumir $\mathbf{J} = 0$ debido a que no hay cargas conectadas, luego el valor de la corriente es despreciable bajo condiciones normales (sin corona). La ecuación (1.8) indica que para este caso E es un campo conservativo, por lo que el potencial electrostático ϕ también es conservativo [1].

$$-\nabla\phi = E \quad (1.10)$$

Reemplazando (1.5) y (1.10) en (1.3) se obtiene la ecuación (1.11), más conocida como la ecuación de *Poisson*, la cual describe el comportamiento del potencial electrostático en función de la distribución volumétrica de carga. Cuando esta última es igual a cero, a la ecuación se le conoce como ecuación de *Laplace* (1.12).

$$\nabla^2\phi = -\frac{\rho_v}{\epsilon} \quad (1.11)$$

$$\nabla^2\phi = 0 \quad (1.12)$$

1.2.3. Aproximación a bajas frecuencias

El hecho de incluir el concepto de frecuencia indica que este tipo de campos es variable en el tiempo, aun así a bajas frecuencias estos suelen aproximarse al caso estático. Para determinar si la aproximación es viable se deben verificar dos condiciones:

- **Propagación de la onda:** La aproximación solo es válida si se pueden despreciar los efectos de la propagación de la onda. Para verificar esto, es necesario comparar la distancia de propagación con su velocidad. La velocidad de propagación de una onda electromagnética viene dada por:

$$v_p = \frac{1}{\sqrt{\epsilon\mu}} \quad (1.13)$$

En el vacío ($\epsilon_0 = 8,8541 \times 10^{-12}$ F/m y $\mu_0 = 4\pi \times 10^{-7}$ H/m), es aproximadamente 3×10^8 m/s. Para el caso sinusoidal, la solución de la ecuación de onda (1.14) para un campo eléctrico que se propaga en la dirección z viene dada por una sumatoria de funciones con la forma de la ecuación (1.15).

$$\frac{\partial^2 \mathbf{E}}{\partial z^2} = \epsilon\mu \frac{\partial^2 \mathbf{E}}{\partial t^2} \quad (1.14)$$

$$E(z,t) = A \cos \omega \left(t + \frac{z}{v_p} \right) \quad (1.15)$$

Donde $\omega = 2\pi f$, siendo f la frecuencia de la señal en Hz. Como se puede observar sí la distancia de propagación z multiplicada por la velocidad de fase $\omega \sqrt{\epsilon\mu}$ es lo suficientemente pequeña para despreciarse, E puede aproximarse a una función de la forma $A \cos(\omega t)$ lo que permite expresar el campo en forma de fasor y trabajar en el dominio estático.

- **Propiedades de los materiales:** Propiedades eléctricas de los materiales como la permitividad eléctrica, la permeabilidad magnética, la conductividad, etc. varían con la frecuencia, por esto se debe verificar que la respuesta de los materiales a una determinada frecuencia puede aproximarse al caso estático [2].

Los campos variantes en el tiempo que pueden aproximarse al caso estático son conocidos como “*Quasistatic fields*” [1][15].

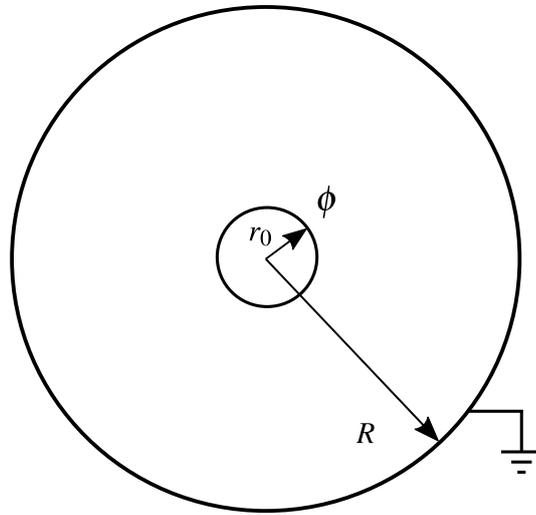
1.2.4. Efecto corona

Cuando en la superficie de un conductor se generan altos gradientes de potencial (E) partículas cargadas pueden obtener suficiente energía cinética de tal forma que al colisionar con partículas neutras se inicie un proceso de ionización. Una vez el aire es ionizado cambia de estado a plasma, estado en el cual es capaz de conducir corrientes eléctricas por lo que parte de la corriente que circulaba por el conductor ahora circula por el plasma. Todo lo anterior es conocido como efecto corona, fenomeno que se puede definir como una descarga eléctrica localizada alrededor del conductor. La teoría del efecto corona es bastante extensa y dado que no es objeto de este trabajo no se profundizará sobre esta [6][29]. En su lugar, este trabajo se concentrará en el cálculo del gradiente al cual la corona hace su aparición. Dado que la corona depende de la configuración de los conductores se debe analizar la configuración de interés, en este caso se aproxima a una configuración coaxial (ver figura 1.4). Cabe recalcar que si el espacio entre los conductores es demasiado pequeño puede que ocurra descarga entre ellos sin que ocurra corona [6][29].

Para una configuración coaxial de cilindros infinitos la tensión crítica V_c para iniciar la corona en términos del gradiente crítico E_c (gradiente en el cual se supera la rigidez dieléctrica del aire) en la superficie del conductor, está dada por:

$$V_c = E_c r_0 \ln(R/r_0) \quad (1.16)$$

Figura 1.4 Configuración coaxial.



La rigidez dieléctrica del aire a condiciones normales es aproximadamente 30 kV/cm, aun así el valor de E_c se ve afectado por diferentes factores como: la presión, la temperatura, la polaridad de la tensión, etc., [7][17]. Dado que los criterios de corrección para estos factores están basados en observaciones experimentales varios autores han propuesto distintas fórmulas de corrección. A continuación, se presentan los factores más influyentes en la corona y las correcciones de mayor relevancia:

Radio del conductor y densidad del aire

Peek encontró que E_c aumentaba al disminuir el radio del conductor (r_0 cm) [29]. Esto no quiere decir V_c es mayor para un conductor más delgado, sino que en relación al radio, la corona no tiene un comportamiento lineal [29]. Peek también observó que el comportamiento de la corona dependía de la densidad del aire δ , por lo que propuso el siguiente factor de corrección:

$$\frac{E_c}{\delta} = E_0 + \frac{9,63}{\sqrt{\delta r_0}} \quad (1.17)$$

Donde:

$$E_0 = 31,53 \text{ kV/cm}, \quad \delta = \frac{b}{b_0} \frac{273 + T_0}{273 + T}, \quad b_0 = 760 \text{ mm Hg} \quad \text{y} \quad T_0 = 20 \text{ }^\circ\text{C}.$$

A pesar de que la corrección de Peek ha sido muy utilizada, algunos autores sugieren que esta solo es válida para $\delta r_0 < 1$ cm. Estos se basan en resultados propios y en el hecho de que

los experimentos de Peek fueron realizados en conductores que cumplían esta condición [6]. Zaengl propone la siguiente corrección para considerar valores experimentales para $\delta r_0 > 1$:

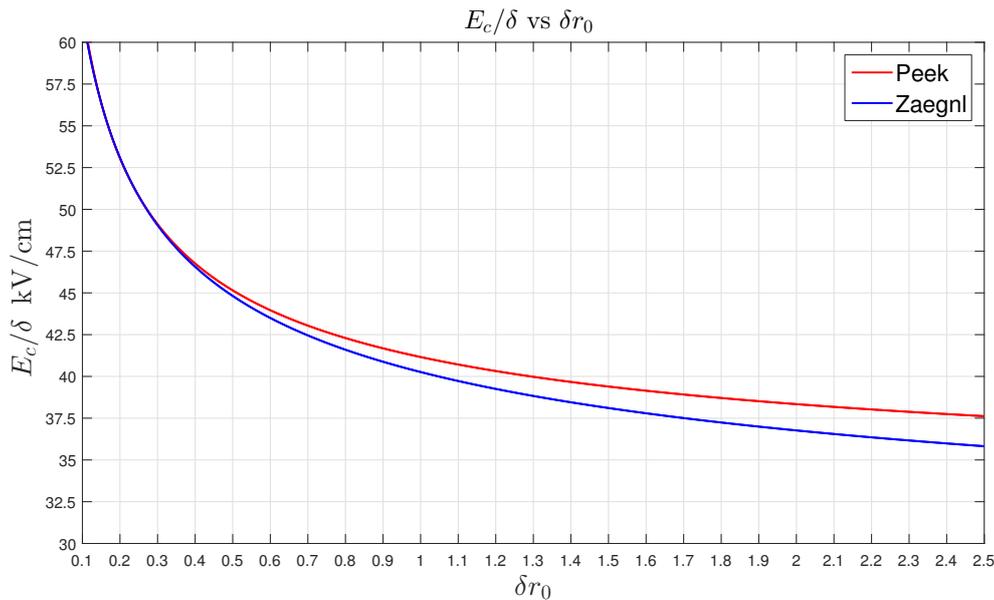
$$\left(\frac{E_c}{\delta}\right)^2 - 2E_0 \left(\frac{E_c}{\delta}\right) \ln \left[\frac{1}{E_0} \left(\frac{E_c}{\delta}\right) \right] - E_0^2 = \frac{K}{\delta r_0} \quad (1.18)$$

Donde:

$$E_0 = 24,36 \text{ kV/cm} \quad \text{y} \quad K = 42000 \text{ kV}^2/\text{cm}^2$$

La figura 1.5 muestra los valores corregidos de E_c para diferentes radios con $\delta = 1$. Como se observa, las correcciones de Peek y Zaengl son muy parecidas para $\delta r_0 < 0,5$, para valores superiores se recomienda usar la corrección de Zaengl debido a que se obtiene un E_c de menor valor.

Figura 1.5 Valores E_c/δ corregidos por el radio del conductor con $\delta = 1$.



Cabe mencionar que el valor obtenido en la corrección es E_c/δ , por lo que se debe multiplicar por δ para obtener el valor de E_c .

Forma del conductor

Dado que la corona se calcula para cilindros ideales, su valor debe ser corregido por las irregularidades en la superficie del conductor [7][24]. La irregularidad de mayor interés se debe a que en la práctica los conductos están formados por otros de menor radio, trenzados

entre si. El factor de corrección por forma m_f (1 para cilindros ideales) se encuentra entre 0,75 y 0,85 para conductores trenzados y limpios [7]. Mikropoulos propone la siguiente fórmula empírica para m_f [24]:

$$m_f = 1 - 0,28 \left[1 - \exp \left(-2,7k_f (\delta r_0)^{0,3} \right) \right] \quad (1.19)$$

Donde:

$k_f = r_e/r_0$ es el factor de trenzado.

r_e es el radio en cm de los “hilos” externos del conductor.

r_0 es el radio neto del conductor en cm.

Cabe recalcar que esta fórmula debe utilizarse como un valor inicial debido a que tiene un 12% de desviación con los resultados experimentales y además no tiene en cuenta la presencia de rasguños o mellas en el conductor que pueden disminuir m_f a un valor de 0,6 [7][24].

Estado del conductor

El valor de E_c se ve afectado por el desgaste que presenta la superficie del conductor y por agentes contaminantes como polvo, plantas, insectos, etc. El factor de corrección por estado del conductor m_e se toma 1 para conductores nuevos, los valores de corrección por desgaste y agentes contaminantes leves se encuentran entre 0,7 y 0,9 [3][7]. Para condiciones más extremas (cantidad excesiva de sustancias contaminantes), m_e puede tomar valores entre 0,3 y 0,5 [7].

Polaridad del efecto corona

La corona se clasifica según la polaridad de la carga, si el conductor se encuentra a una diferencia de potencial positiva respecto a tierra se conoce como *corona positiva* y si se encuentra a una diferencia de potencial negativa respecto a tierra se conoce como *corona negativa* [29]. Dado que en el modelo coaxial se inyecta una señal sinusoidal ambos tipos de corona se hacen presentes, uno durante el semiciclo positivo y el otro durante el semiciclo negativo. A pesar de que la frecuencia facilita la aparición de la corona, por tratarse de una señal de 60 Hz esta se asemeja al caso DC, luego el valor calculado de E_c se usa para determinar el pico de la señal de tensión a inyectar. Mikropoulos hace una comparación entre los valores de E_c para corona positiva E_c^+ y para corona negativa E_c^- , dado que los valores de corrección por polaridad para $0,01 \leq r_0 \leq 10$ varían entre 0,95 y 1,05 (E_c^-/E_c^+) se propone incluir esta corrección en el factor de seguridad m_s , el cual se definirá más adelante [26].

Humedad

Originalmente Peek había encontrado que el valor de E_c no dependía de la humedad del aire H , sin embargo, recientemente varios autores han propuesto lo contrario y dan expresiones para corregir E_c en función de H [29][26][25][23]. La conclusión obtenida es que al aumentar H el valor de E_c aumenta. Teniendo en cuenta que la variación es menor al 1 %, que la humedad del aire promedio en Bucaramanga se encuentra entre 16 y 17 g/m^3 y que la condición estándar de humedad $H_0 = 11 \text{ g/m}^3$ se propone incluir la corrección por humedad en el factor de seguridad m_s .

Factor de seguridad

Las correcciones presentadas vienen dadas por métodos de observación, por este motivo se propone un factor de seguridad para garantizar la ausencia de corona. Tomando en cuenta que las correcciones por polaridad y por humedad no son muy influyentes para el rango $0,1 \leq \delta r_0 \leq 3$, se decide incluirlas como parte del factor de seguridad m_s . Además, m_s también incluye la desviación de las fórmulas de los diferentes factores de corrección y considera el posible cambio en V_c debido a que en su cálculo se desprecia la catenaria formada por el conductor central y el hecho de que el conductor externo del modelo coaxial no es completamente circular. Por todo lo anterior, se propone un factor de seguridad $m_s = 0,6$.

De esta manera el cálculo del máximo valor rms de la tensión que se puede aplicar al modelo coaxial está dado por:

$$V_c = \frac{m_f m_e m_s E_c r_0 \ln(R/r_0)}{\sqrt{2}} \quad (1.20)$$

1.3. Método de elementos finitos FEM

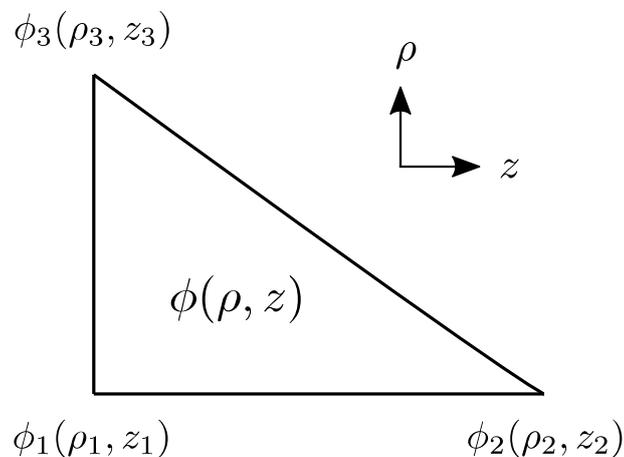
Los métodos numéricos surgen de la necesidad de encontrar la solución a un problema cuando esta no puede ser determinada de manera analítica debido a factores como: una geometría compleja, materiales no lineales, materiales no homogéneos, etc. El propósito de los métodos numéricos aplicados al electromagnetismo es dar una solución aproximada a las ecuaciones de Maxwell o a las ecuaciones que se derivan de estas. Más aún, todos utilizan la misma estrategia de solución del problema: la función objetivo o la función desconocida se expande en una sumatoria de funciones conocidas con coeficientes desconocidos. La diferencia está principalmente en tres aspectos, el primero es la cantidad electromagnética que se aproxima: campo eléctrico, campo magnético, una función potencial, una distribución

de carga, etc. Lo segundo son las funciones con las que se realiza la expansión de la función objetivo y por último el método que utilizan para encontrar el valor de los coeficientes de estas funciones [22].

Para realizar la simulación del campo eléctrico dentro del modelo coaxial se decidió utilizar el método de elementos finitos FEM por las siguientes razones: 1) Normalmente este método se utiliza para encontrar una función campo o potencial, en este caso se decide encontrar la función potencial ϕ partiendo del hecho de que las condiciones de frontera están dadas por los potenciales del conductor central y de la malla externa. 2) FEM suele trabajarse en el dominio de la frecuencia, y puesto que en este caso se busca el valor rms del campo eléctrico el método resulta adecuado. 3) Finalmente, este método se adapta fácilmente a geometrías complejas lo que facilita la simulación del modelo coaxial [22].

Como su nombre lo indica, FEM discretiza el dominio de la función objetivo y realiza sobre esta el proceso de expansión en funciones en cada uno de los subdominios. Normalmente, la expansión se realiza en funciones lineales, pero esta puede hacerse mediante polinomios de más alto grado que siguen siendo considerados funciones “sencillas” debido a que solo aproximan la función objetivo en cada uno de los subdominios. *Nathan Ida* presenta una descripción sencilla del planteamiento FEM para hallar el potencial escalar ϕ en un problema electrostático de dos dimensiones en las coordenadas cartesianas (x, y, z) con simetría en z [9]. Puesto que las simulaciones del modelo coaxial se hicieron en las coordenadas cilíndricas (ρ, Φ, z) con simetría en Φ , se presenta una descripción breve del planteamiento FEM para este caso [5]. Como se trata de un caso 2D, se suele escoger triángulos para discretizar el dominio de la función. En la figura 1.6 se presenta el modelo base para cada subdominio:

Figura 1.6 Subdominio triangular FEM en las coordenadas (ρ, Φ, z) con simetría en Φ .



La función potencial se plantea en función de coeficientes desconocidos C_i de la siguiente manera $\phi(\rho, z) = C_1 + C_2\rho + C_3z$. Por conveniencia la ecuación (1.21) expresa la función ϕ en términos de las coordenadas y el valor de la función en los vértices del triángulo.

$$\phi(\rho, z) = \frac{1}{2A} \begin{pmatrix} ((\rho_2 z_3 - \rho_3 z_2) + (z_2 - z_3) \rho + (\rho_3 - \rho_2) z) \phi_1 \\ + ((\rho_3 z_1 - \rho_1 z_3) + (z_3 - z_1) \rho + (\rho_1 - \rho_3) z) \phi_2 \\ + ((\rho_1 z_2 - \rho_2 z_1) + (z_1 - z_2) \rho + (\rho_2 - \rho_1) z) \phi_3 \end{pmatrix} \quad (1.21)$$

Donde A es el área del triángulo. Como se muestra ϕ es una función lineal en cada subdominio. Teniendo en cuenta que en la ecuación de *Poisson* está implícita la segunda derivada, una función lineal no es viable para resolverla de manera directa. Sin embargo, para mantener esta formulación con funciones lineales se hace uso del criterio de mínima energía. La energía en un campo electrostático está dada por:

$$W = \frac{1}{2} \int_v \epsilon |E|^2 dv - \int_v \rho_v \phi dv \quad (1.22)$$

En este trabajo se busca dar solución a la ecuación de *Laplace* ($\rho_v = 0$), el planteamiento para el caso en que $\rho_v \neq 0$ es bastante similar y esta disponible en [9]. Teniendo en cuenta lo anterior, la energía del sistema puede expresarse como:

$$W = \frac{1}{2} \sum_{n=1}^N \epsilon_n |\nabla \phi_n|^2 \iint_{S_n} \int_0^{2\pi} \rho_n d\Phi ds_n \quad (1.23)$$

Donde:

N es el número de triángulos.

S_n es el área del triángulo n .

y por último:

$$|\nabla \phi|^2 = \frac{1}{4A^2} \begin{pmatrix} ((z_j - z_k) \phi_i + (z_k - z_i) \phi_j + (z_i - z_j) \phi_k)^2 \\ + ((\rho_k - \rho_j) \phi_i + (\rho_i - \rho_k) \phi_j + (\rho_j - \rho_i) \phi_k)^2 \end{pmatrix}$$

Donde i, j y k son los subíndices de los vértices de cada triángulo n . Como se muestra, la energía del sistema es equivalente a la sumatoria de la energía de cada subdominio. Analizando, $|\nabla \phi_n|^2$ se aparta de la integral debido a que solo depende del valor de los potenciales y de las coordenadas de los vértices de cada triángulo. Lo mismo sucede con ϵ_n , ya que este se toma constante para cada triángulo. Asumiendo simetría axial, la integral con respecto a Φ es igual a 2π . Para que la integral de superficie sea igual a A , se debe asumir ρ_n como una constante. Esta es una aproximación que mejora a medida que el tamaño del triángulo va disminuyendo. De esta manera para cada triángulo se define un ρ_n constante como se muestra en la ecuación (1.24).

$$\bar{\rho}_n = \frac{\rho_{ni} + \rho_{nj} + \rho_{nk}}{3} \quad (1.24)$$

Finalmente, para hallar el valor de los potenciales en las esquinas de cada triángulo se minimiza la energía con respecto a cada uno de estos, en otras palabras, la expresión de la energía se deriva con respecto a cada potencial desconocido ϕ_i y se iguala a cero. La derivada de W respecto a cada ϕ_i viene dada por:

$$\frac{\partial W}{\partial \phi_i} = \frac{\pi}{2} \sum_{m=1}^M \frac{\varepsilon_m \bar{\rho}_m}{A_m} \begin{pmatrix} ((z_j - z_k)^2 + (\rho_k - \rho_j)^2) \phi_i \\ + ((z_j - z_k)(z_k - z_i) + (\rho_k - \rho_j)(\rho_i - \rho_k)) \phi_j \\ + ((z_j - z_k)(z_i - z_j) + (\rho_k - \rho_j)(\rho_j - \rho_i)) \phi_k \end{pmatrix} \quad (1.25)$$

Donde M es el número de triángulos a los que pertenece ϕ_i y m su respectivo subíndice. De esta manera se forma un sistema de ecuaciones de orden n , que solo debe invertirse para ser resuelto. Si se desea saber el valor del potencial en puntos diferentes a los vértices se debe utilizar la ecuación (1.21). Para encontrar el valor de E se realiza la aproximación numérica de la ecuación (1.10). Cabe recordar que el criterio de mínima energía es una forma de atacar el problema, pero no es la única, FEM también permite solucionar la ecuación de *Poisson* directamente mediante la formulación “débil” o varicional del problema.

1.4. *toolbox* PDE de *Matlab*®

Para verificar el código implementado, se compararon los resultados obtenidos con los de la *toolbox* PDE de *Matlab*®. Esta herramienta permite solucionar ecuaciones diferenciales parciales mediante el método FEM. Su interfaz gráfica está diseñada para trabajar con facilidad geometrías 2D con simetría en el eje z . El procedimiento para resolver un problema se puede describir de la siguiente manera:

- Creación de la geometría del sistema
- Creación de la malla
- Definición de las condiciones de frontera
- Definición de los coeficientes de la ecuación diferencial en cada subdominio
- Solución de la ecuación diferencial
- Pos proceso: Gráficas, gradientes, etc.

El proceso para generar un código que cree la geometría y su posterior enmallado es bastante complejo y no está contemplado en este trabajo. En su lugar, se hace uso de la *toolbox* para importar los datos de la geometría y del mallado. Las variables a importar y su descripción se presentan a continuación:

- **p** es la matriz de posición de los nodos. Es una matriz $2 \times N_p$, con N_p igual al número de nodos. $\mathbf{p}(1,k)$ indica la coordenada x y $\mathbf{p}(2,k)$ la coordenada y , del nodo k .
- **e** es la matriz de “bordes” de la geometría. Es una matriz $7 \times N_e$, donde N_e es el número de segmentos que forman la geometría del problema. Los datos relevantes son $\mathbf{e}(1,k)$ y $\mathbf{e}(2,k)$, los cuales indican el nodo inicial y el nodo final del segmento k .
- **t** es la matriz de triángulos. Es una matriz $4 \times N_t$, con N_t igual al número de triángulos. $\mathbf{t}(1:3,k)$ indica los nodos que conforman el triángulo k y $\mathbf{t}(4,k)$ el subdominio al cual este pertenece.

En el código desarrollado (ver anexo A), se definen las condiciones de frontera, se genera la matriz de coeficientes y se encuentra la solución al potencial ϕ . Para mayor información sobre la *toolbox* se puede consultar su manual en línea [28].

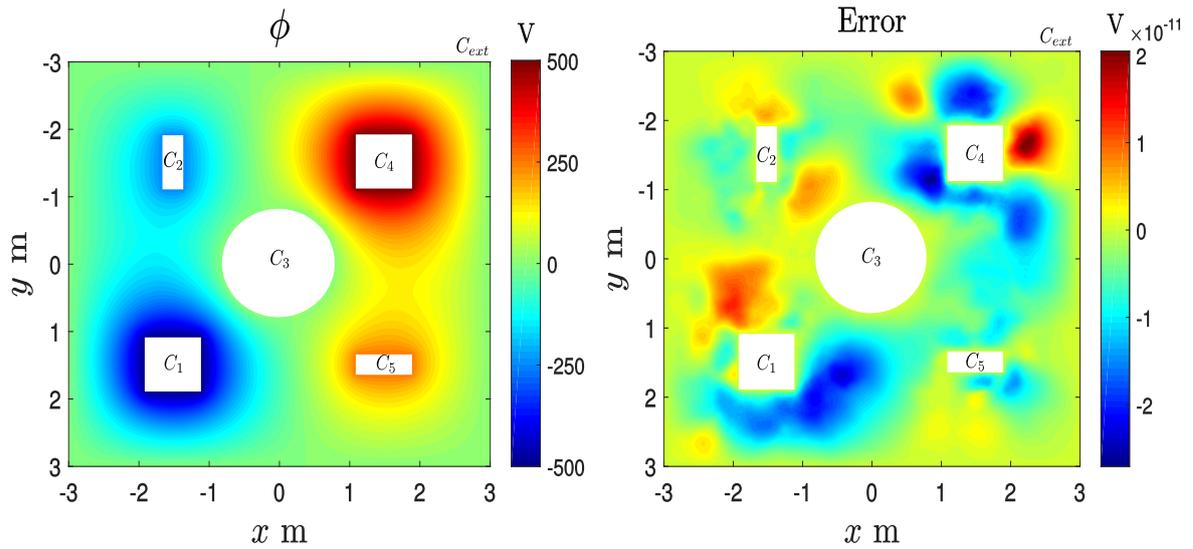
1.5. Simulaciones

La simulación del campo eléctrico en el modelo coaxial se realizó con el código desarrollado. Como ya se mencionó, el código requiere importar las matrices **p**, **e** y **t** desde la *toolbox*. Este consiste principalmente de tres partes, primero se definen las condiciones de frontera del problema y se llama un subprograma para que cree una matriz cuyas filas tienen los índices de los triángulos a los que pertenece cada nodo; esto último con el fin de disminuir el tiempo de cómputo. El siguiente paso es construir la matriz de coeficientes; una ventaja que ofrece el método FEM es que la matriz que se genera es altamente dispersa o *sparse*, lo que permite trabajar una gran cantidad de nodos con poca memoria. La desventaja es que se debe mallar todo el dominio computacional o en su defecto se deben incluir condiciones de frontera especiales. En principio, la matriz no se genera directamente, en su lugar se crean tres vectores con la posición y el valor de todos los coeficientes diferentes de cero y se utiliza el comando *sparse* para generar la matriz. Por último, esta se invierte y se hallan los valores de ϕ en los vértices de los triángulos. En este trabajo el pos proceso consiste en cambiar la discretización de ϕ de una malla triangular a una rectangular, para calcular su gradiente y así obtener el campo eléctrico.

1.5.1. Comparación con la *toolbox*

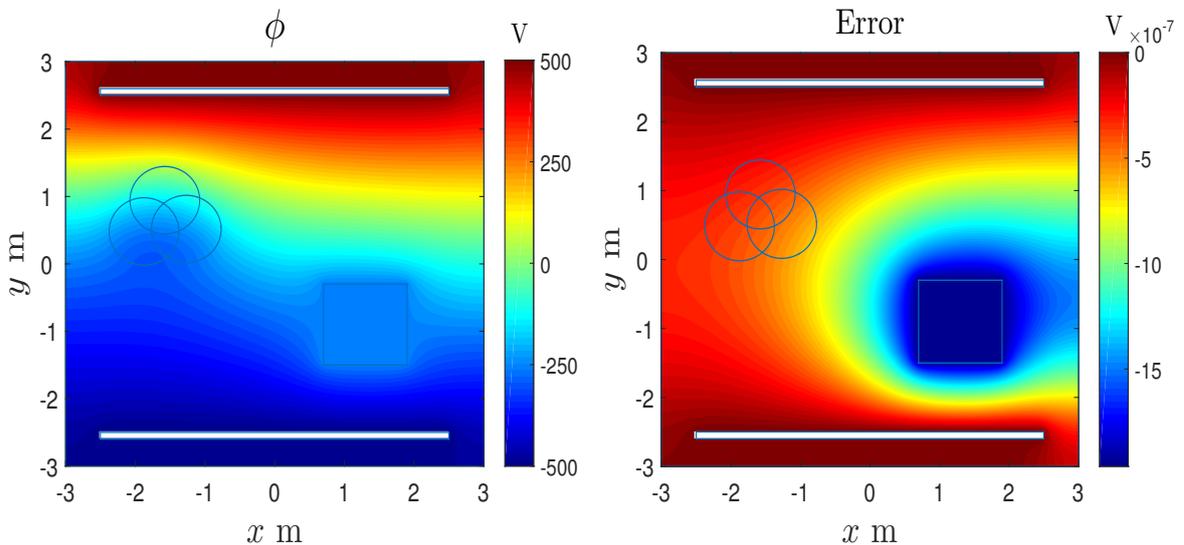
En la figura 1.7 se muestran casos representativos de simulación con el código desarrollado y su comparación con los valores obtenidos con la *toolbox*.

Figura 1.7 Comparación entre el código implementado y la *toolbox* PDE de *Matlab*®.



(a) Solución numérica a la ecuación de Laplace

(b) Error entre el código implementado y PDEtool - Caso I



(c) Solución numérica a la ecuación de Poisson con fronteras abiertas y un conductor flotante - Caso II

(d) Error entre el código implementado y PDEtool

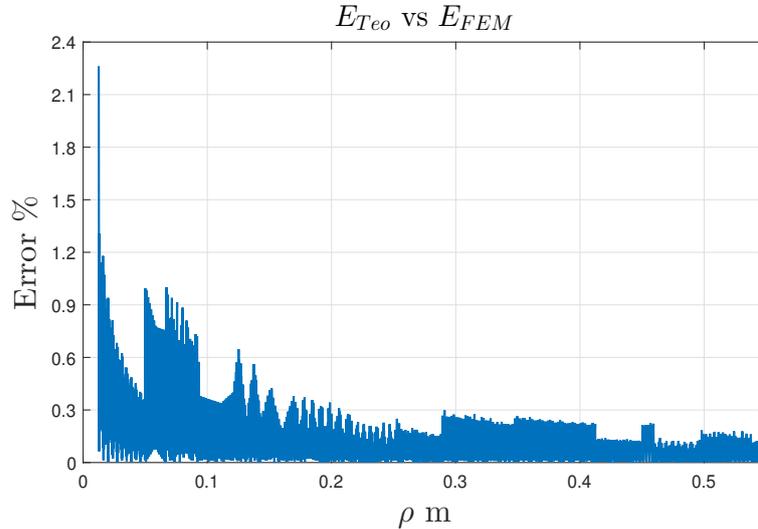
La figura 1.7a muestra la solución de ϕ para una configuración de conductores C_i donde se utilizan condiciones de frontera tipo Dirichlet con los siguientes valores de potencial: $C_1 = -500$ V, $C_2 = -250$ V, $C_3 = 0$ V, $C_4 = 250$ V, $C_5 = 500$ V y $C_{ext} = 0$ V. Como muestra la figura 1.7b el error entre la solución de la *toolbox* y el código implementado es de $\approx 2,7 \times 10^{-11}$ V, siendo este despreciable. Un caso más completo se presenta en la figura 1.7c, donde además de la ecuación de Laplace se debe solucionar la ecuación de Poisson en la zona formada por tres círculos. Para generalizar más el caso, se trabaja con condiciones de frontera abiertas y se introduce un conductor flotante con forma cuadrada en la configuración [34]. Analizando la figura 1.7d, el máximo error entre las soluciones se presenta en el conductor flotante y es del orden de 10^{-6} . En general, el error durante la simulaciones nunca fue superior a 10^{-5} trabajando con una diferencia de potencial de 1 kV.

1.5.2. Comparación solución analítica: cilindro infinito

Normalmente, la *toolbox* debería ser utilizada debido a que esta requiere mucho menos tiempo de computo, sin embargo, un código propio permite mayor flexibilidad a la hora de simular; de hecho, esta característica se aprovechó para realizar la simulación 2D del modelo coaxial asumiendo simetría en el eje Φ . Para esta simulación es necesario realizar un cambio de los ejes (x, y, z) a los ejes (ρ, Φ, z) , donde finalmente se trabajará en los ejes (ρ, z) . Dado *toolbox* está programada en las coordenadas (x, y) con simetría en z , no es posible trabajar sobre esta debido a que la geometría del modelo coaxial no se puede representar asumiendo dicha simetría. En su lugar, se realiza el cambio de coordenadas en el código implementado para trabajar en los ejes (ρ, z) con simetría en Φ , esto se logra definiendo los coeficientes del criterio de mínima energía como se muestra en la ecuación (1.25). Debido a que los resultados no se pueden comparar con los de las *toolbox*, se decidió realizar la *calibración* de estos comparándolos con la solución analítica de un coaxial infinito.

La figura 1.8 muestra el error en por ciento entre el campo eléctrico calculado analíticamente E_{Teo} y el simulado E_{FEM} para un coaxial con radio interno $r_0 = 1,26$ cm y un radio externo $R = 0,55$ m (estas dimensiones son de la parte central del modelo coaxial). Como se observa el máximo error obtenido se localiza en la superficie del conductor y tiene un valor de 2,26%, aun así en la zona de interés para las mediciones $\rho \geq 0,2$ m el error obtenido es menor al 0,3%. Estos resultados se obtuvieron concentrando la mayor cantidad de nodos en la zona $\rho \leq 0,05$ m, con un total de $1,75 \times 10^6$ de los $2,4 \times 10^6$ que se utilizaron en la simulación (área total formada por $0,0126 \leq \rho \leq 0,55$ y $-3 \leq z \leq 3$ m). Por esta razón el error sufre un incremento en $\rho = 0,05$, pese a su tendencia anterior.

Figura 1.8 Error porcentual entre el campo eléctrico calculado analíticamente E_{Teo} y el simulado E_{FEM} para un coaxial infinito.



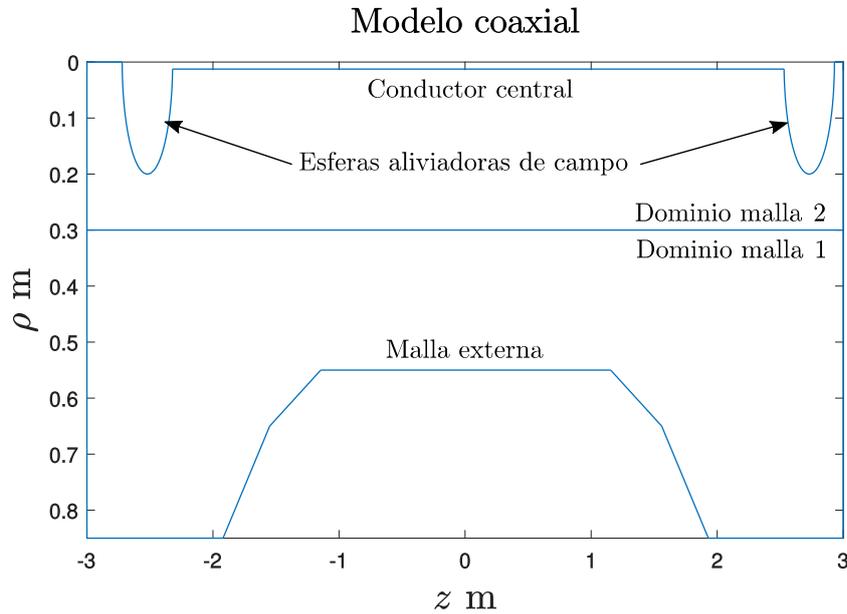
1.5.3. Modelo coaxial

Dado que la corriente en el conductor es despreciable y que el campo eléctrico es periódico en el tiempo, este se puede aproximar al caso estático. Por otra parte, para realizar la simulación del modelo coaxial con simetría axial se deben hacer las siguientes asunciones:

- A pesar de que el conductor externo consiste en un enmallado, este se toma sólido para la simulación.
- Se asume que la circunferencia del conductor externo es perfecta cuando en realidad está seccionada por tramos y se ve afectada por los tubos que sirven de soporte.
- Se desprecia el efecto de la catenaria formada por el conductor central.
- Se toma el conductor central como un cilindro perfecto.
- Por último, se desprecia el efecto del suelo y las paredes cerca del modelo.

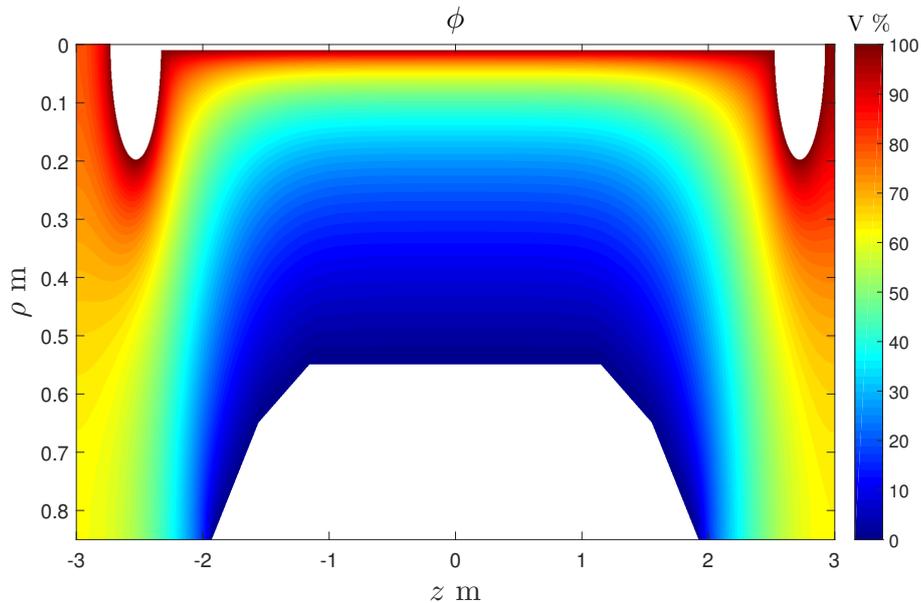
La figura 1.9 muestra la geometría utilizada para la simulación de ϕ en el modelo coaxial. El conductor central se encuentra conectado con dos esferas que se encargan de aliviar el campo eléctrico en los extremos, es por estas esferas que la zona de mayor densidad de nodos ahora está definida para $\rho \geq 0,3$ m. Teniendo en cuenta las características de la simulación del coaxial infinito se decidió trabajar con un total de $11,1 \times 10^6$ nodos, de los cuales 8×10^6 conforman la zona de mallado denso. Para finalizar en $z = -3$ y $z = 3$ se colocan condiciones de frontera abiertas, lo cual es acorde con las asunciones realizadas.

Figura 1.9 Geometría utilizada en la simulación del modelo coaxial.



La figura 1.10 muestra el potencial escalar ϕ obtenido en la simulación del modelo coaxial. Dado que la distribución de ϕ es la misma sin importar el nivel de tensión del conductor central, esta se presenta en forma porcentual con respecto a dicho valor.

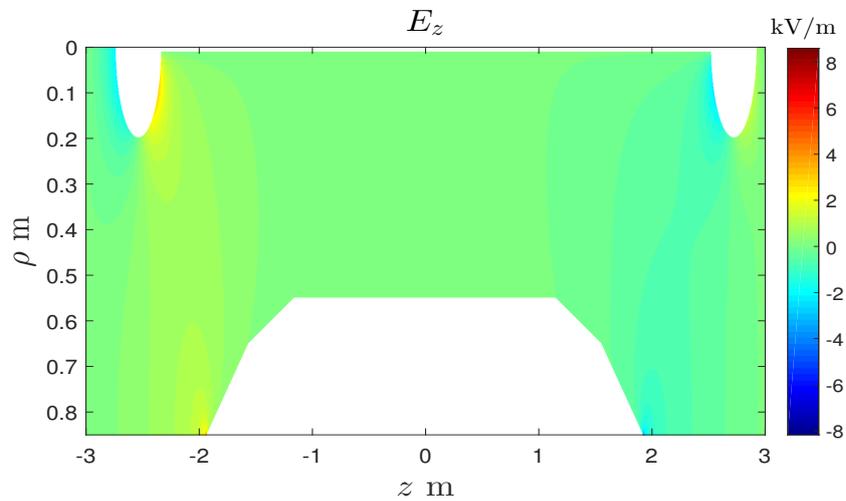
Figura 1.10 ϕ porcentual en el modelo coaxial.



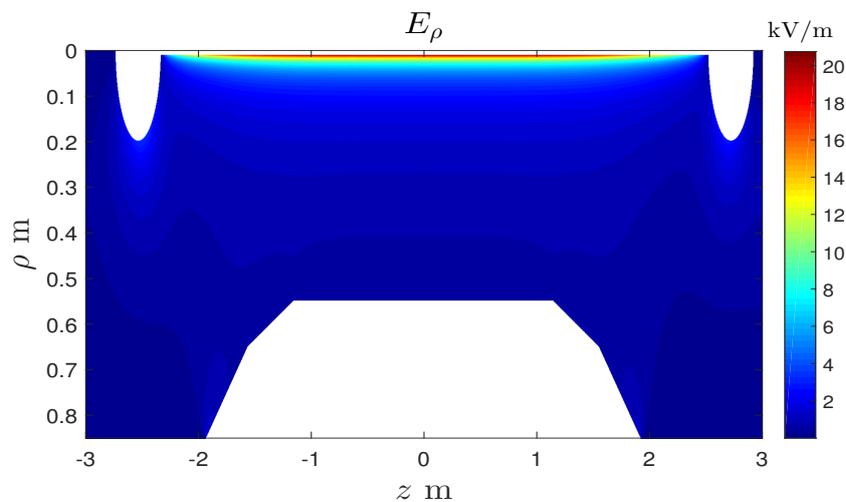
Se puede observar que para un $\rho \geq 0,3$ m la distribución del potencial en el centro del modelo coaxial podría aproximarse a una distribución uniforme. Por otra parte, en la zona externa

donde se definieron las condiciones de frontera abiertas la distribución es más compleja y es una zona donde al no considerar el suelo y las paredes cerca del modelo coaxial, presenta mucha incertidumbre respecto al campo real. En la figura 1.11 se muestra la distribución de campo eléctrico obtenida para el modelo coaxial, primero se muestra su componente z y luego su componente ρ . La componente z del campo se debe que el modelo coaxial tiene un longitud finita por lo que en sus bordes la distribución de carga, y por ende la del campo, debe variar para mantener uniforme la diferencia de tensión entre el conductor central y la malla externa, a este fenómeno se le conoce como *efecto borde*.

Figura 1.11 Distribución de campo eléctrico obtenida en la simulación del modelo coaxial a un 1 kV.



(a) $E_z \hat{a}_z$ para modelo coaxial



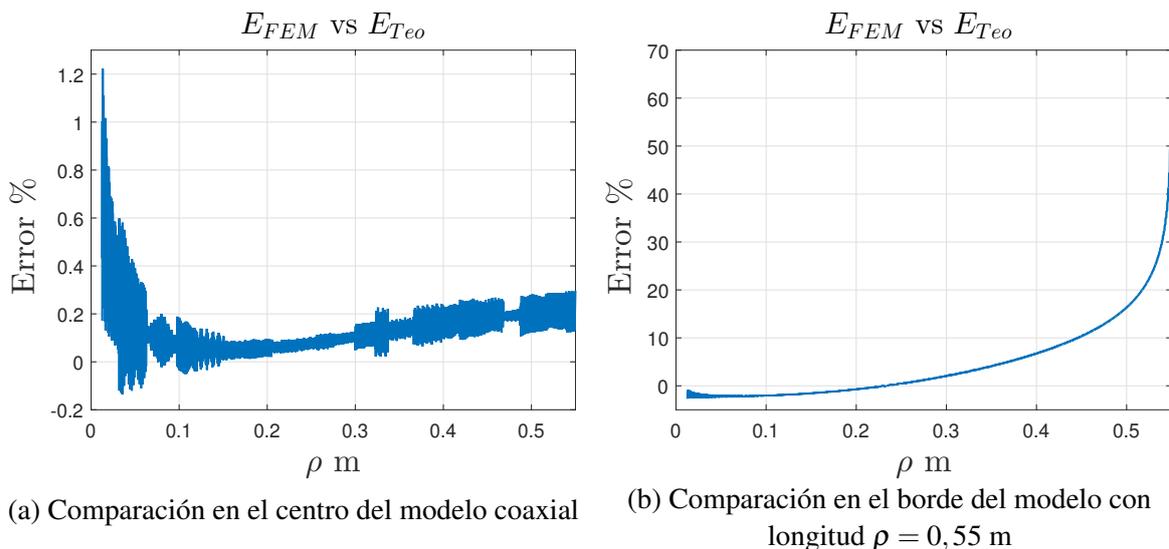
(b) $E_\rho \hat{a}_\rho$ para en el modelo coaxial

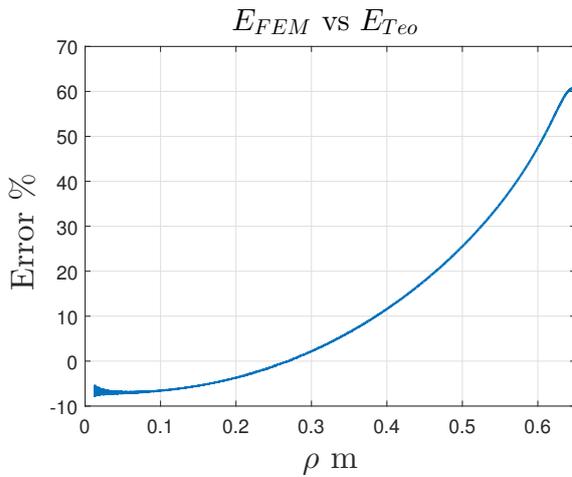
Lo primero que se debe mencionar es que las distribuciones de E están dadas con el conductor central a un 1kV, lo que quiere decir que si se quiere la distribución a una tensión V_0 kV basta con multiplicar E por V_0 . Analizando la componente z de E se observa que esta influye en los extremos del modelo, sin embargo, en el centro de este su influencia es mínima. En cuanto a la componente ρ los niveles más altos de campo se encuentran cerca a la superficie del conductor central; a partir de $\rho \geq 0,1$ se obtiene una distribución más uniforme. Para un análisis más detallado se comparan los valores obtenidos en la simulación E_{FEM} con la solución analítica del campo eléctrico para un coaxial infinito E_{Teo} , la cual está dada por:

$$\mathbf{E}_\rho = \frac{V_0}{\rho \ln \frac{R}{r_0}} \hat{a}_\rho \quad (1.26)$$

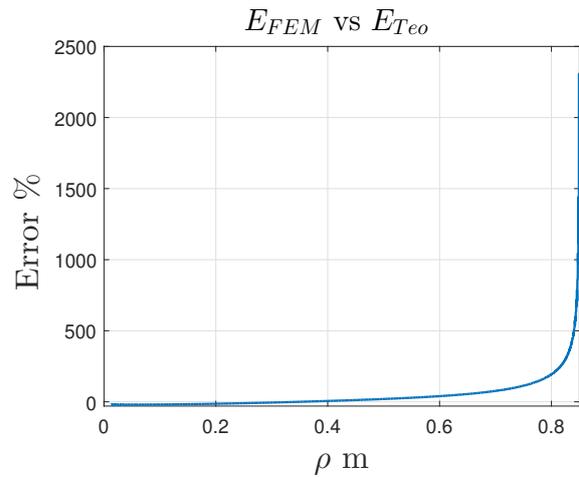
Donde ρ es la distancia en \hat{a}_ρ entre el conductor central y el punto de interés. La figura 1.12 muestra la diferencia entre el campo E_{FEM} y el campo E_{Teo} para los puntos más significativos del modelo (ver figura 1.3). La figura 1.12a presenta la diferencia obtenida en el centro del modelo coaxial; como se puede observar el comportamiento es muy similar al del coaxial infinito, donde la mayor diferencia se obtiene cerca de la superficie del conductor y comienza a disminuir hasta acercarse al punto donde el mallado se hace menos denso, en este caso $\rho \geq 0,3$. En las figuras 1.12b y 1.12c se presenta la diferencia para los bordes del modelo coaxial con longitud $\rho = 0,55$ y $\rho = 0,65$, respectivamente.

Figura 1.12 Comparación entre los valores analíticos y los resultados de la simulación para $E \hat{a}_\rho$.





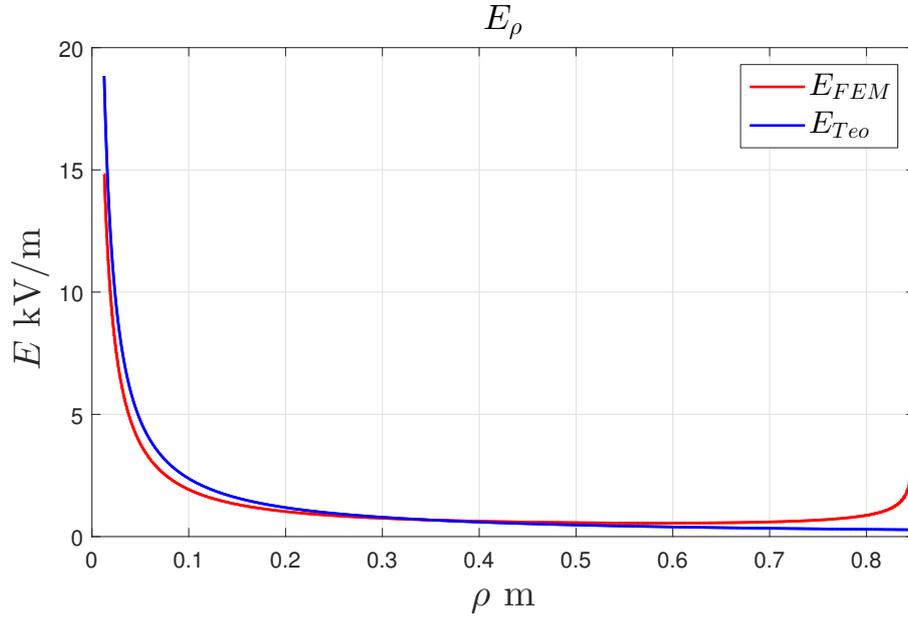
(c) Comparación en el borde del modelo con longitud $\rho = 0,65$ m



(d) Comparación en el borde del modelo con longitud $\rho = 0,85$ m

Lo primero que resalta es la diferencia de $E \hat{a}_\rho$ obtenida cerca al conductor externo, la cual es bastante significativa con un valor mayor al 60%. Pero lo que resulta de interés es la disminución del campo eléctrico en la superficie del conductor, que como ya se ha explicado retrasa la aparición de la corona en el conductor. El caso más representativo de este suceso se presenta en la figura 1.12d, la cual presenta la diferencia obtenida para el borde de longitud $\rho = 0,85$. Aunque no se puede apreciar debido a la exagerada influencia del efecto borde cerca del conductor externo, el campo eléctrico cerca del conductor central disminuye hasta un 20% del valor teórico. A continuación, se presenta un análisis de este último caso debido a que este presenta la distribución más anormal de campo. La figura 1.13 presenta la distribución teórica y la distribución FEM de $E_\rho \hat{a}_\rho$ para el caso mencionado.

Figura 1.13 $E_\rho \hat{a}_\rho$ para el borde de longitud $\rho = 0,85$.



A primera vista parece haber una anomalía en el campo simulado cerca del conductor externo. Dadas las características del modelo y el hecho de que se trata de un campo conservativo, se puede aplicar la condición de que la tensión V debe ser la misma entre cualquier punto del conductor central (ρ_0, z_0) y la malla externa (ρ_m, z_m) ; condición que se puede usar para validar los resultados. La ecuación (1.27), muestra la relación entre la tensión V y el campo eléctrico E asumiendo simetría axial.

$$V = \phi_{\rho_0} - \phi_{\rho_m} = - \int_{\rho_m}^{\rho_0} \int_{z_m}^{z_0} E \cdot dl \quad (1.27)$$

La integral se realizó de forma numérica para ambas distribuciones. Como se esperaba, el caso teórico satisface las condiciones de frontera con un resultado de 1kV. En cuanto al campo simulado, al realizar la integración se obtiene un valor de 1,006 kV; un error de 0,6 % respecto al valor de referencia. Basados en estos resultados y el hecho de que en el centro del modelo el campo simulado se comporta como el analítico, se puede determinar que el método fue bien implementado, luego cualquier diferencia apreciable entre los valores reales y los simulados se deberá principalmente a las suposiciones realizadas para asumir la simetría axial.

1.6. Conclusiones

En este capítulo se caracterizó el fenómeno electromagnético dentro del modelo coaxial. En primera instancia se recomienda trabajar con tensiones que no provoquen el efecto corona con el fin de simplificar el modelo; para esto se propone un procedimiento para calcular la máxima tensión V_c en la cual se garantiza la ausencia de corona. Teniendo en cuenta que el campo en el modelo se puede aproximar al caso estático debido a que este es periódico en el tiempo y a que la corriente en el conductor central es despreciable, se utilizó el método FEM para realizar su aproximación. Para esto se creó un código que implementa la metodología FEM para obtener la solución a partir de las matrices \mathbf{p} , \mathbf{e} y \mathbf{t} de la *toolbox* PDE de *Matlab*®. La validación del código se realizó comparando sus resultados con los de la *toolbox* y con modelos analíticos. En cuanto a los resultados de la simulación del modelo coaxial, estos indican que en su centro el campo $E \hat{a}_\rho$ se comporta igual que en un coaxial infinito, sin embargo, al alejarse de esta zona se puede observar la influencia del efecto borde y el hecho de que los tramos aliviadores de campo cumplen con su función al disminuir el campo en la superficie del conductor retrasando la aparición de la corona y una posible descarga.

Capítulo 2

Diseño de un medidor de campo eléctrico a frecuencia industrial

Con el fin de diseñar un prototipo de medidor de campo eléctrico a frecuencia industrial, fue necesario investigar acerca de su funcionamiento. En la sección 2.1, se presentan los tipos de medidores considerados en la normativa consultada, con sus respectivas ventajas y desventajas. En este trabajo, se diseñó un medidor tipo cuerpo libre por las siguientes razones: es de carácter portátil, no requiere una referencia a tierra y posee una alta sensibilidad (1 V/m) ideal para la medición de campos con respecto a la salud humana. Como se muestra en la sección 2.2, el principio de funcionamiento de este tipo de medidores depende de la configuración que se utilice para los electrodos que conforman el medidor. Debido a que protege los componentes electrónicos y a que la relación campo-corriente del medidor se ve menos afectada en la presencia de campos no uniformes, se decidió utilizar una configuración en corto-circuito. Considerando todo lo anterior, en la sección 2.3 se presentan las especificaciones de un medidor tipo cuerpo libre que se adecua a las características del modelo coaxial. La sección 2.4 presenta las conclusiones correspondientes a este capítulo.

2.1. Medidores de campo eléctrico a frecuencia industrial

En general un medidor de campo eléctrico está formado por dos partes: la sonda y el detector. La primera se encarga de medir el campo eléctrico y generar una señal que es procesada por el detector para obtener la magnitud deseada del campo eléctrico (valor pico, valor rms, etc.). Lo primero que se debe definir es si el medidor es adecuado y está debidamente calibrado para la medición. La IEEE Std 1308-2010 y la norma IEC 61786.1-2013 describen los diferentes tipos de medidores de campos a bajas frecuencias y su calibración [10][14]. El estándar IEEE 1308-2010 considera los siguientes tipos de medidores: medidores de

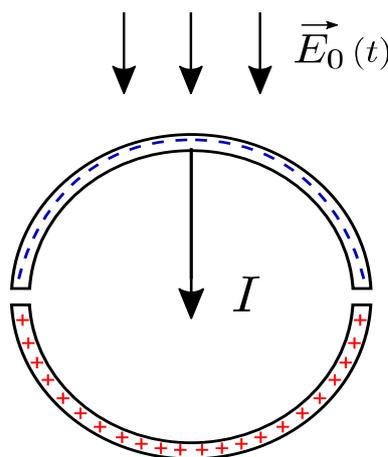
cuerpo libre, medidores con referencia a tierra y medidores electro ópticos. Los medidores de referencia a tierra se usan para mediciones en laboratorios. En cuanto a los medidores electro ópticos, estos funcionan bajo el principio del efecto Pockels y por sus características permiten medir altos niveles de campo eléctrico con una mínima perturbación del mismo. Sin embargo, este tipo de medidores tienen menor sensibilidad que los de cuerpo libre y su construcción es más costosa y compleja; Además, estos aún no se consideran en la norma 61786.1-IEC-2013. Por estas razones y el hecho de ser los más utilizados y desarrollados en la literatura, este trabajo se centra en los medidores de cuerpo libre.

En el caso de que se desconozca la dirección del campo, se recomienda el uso de medidores de tres ejes [11][19]. Sin embargo, un medidor de eje sencillo puede realizar las mismas mediciones aunque esto requiere una mayor cantidad de tiempo y esfuerzo. En este trabajo se diseñó un medidor tipo cuerpo libre de eje sencillo por las siguientes razones: tradicionalmente son los medidores más usados, su principio de funcionamiento puede extrapolarse para medidores de más ejes y finalmente, las normas IEEE aun no consideran de manera rigurosa el uso de medidores de tres ejes [14][15][18].

2.2. Medidores de cuerpo libre

Generalmente, un medidor de cuerpo libre mide la corriente inducida I entre dos partes aisladas de un conductor (ver figura 2.1).

Figura 2.1 Corriente inducida entre un par de electrodos esféricos en presencia de un campo eléctrico uniforme [18].



La relación campo-corriente queda determinada por la geometría de los electrodos, por ejemplo, para el par de electrodos de la figura 2.1 la relación está definida por [18]:

$$I = \frac{dQ}{dt} = 3\pi r^2 \omega \epsilon_0 E_0 \cos(\omega t) \quad (2.1)$$

Esta relación se obtiene solucionando la ecuación de *Laplace* en el vacío para una esfera de radio r en presencia de un campo eléctrico uniforme E_0 , donde se encuentra que la carga inducida en uno de los electrodos es $Q = 3\pi r^2 \epsilon_0 E_0$ [30]. Aproximando el comportamiento de una señal sinusoidal de baja frecuencia al caso estático, la relación campo-corriente queda descrita por la ecuación (2.1). Para electrodos con diferentes geometrías la relación se establece mediante la ecuación (2.2), donde k es la constante del medidor la cual se determina de manera experimental mediante su calibración.

$$I = k\omega\epsilon_0 E_0 \cos(\omega t) \quad (2.2)$$

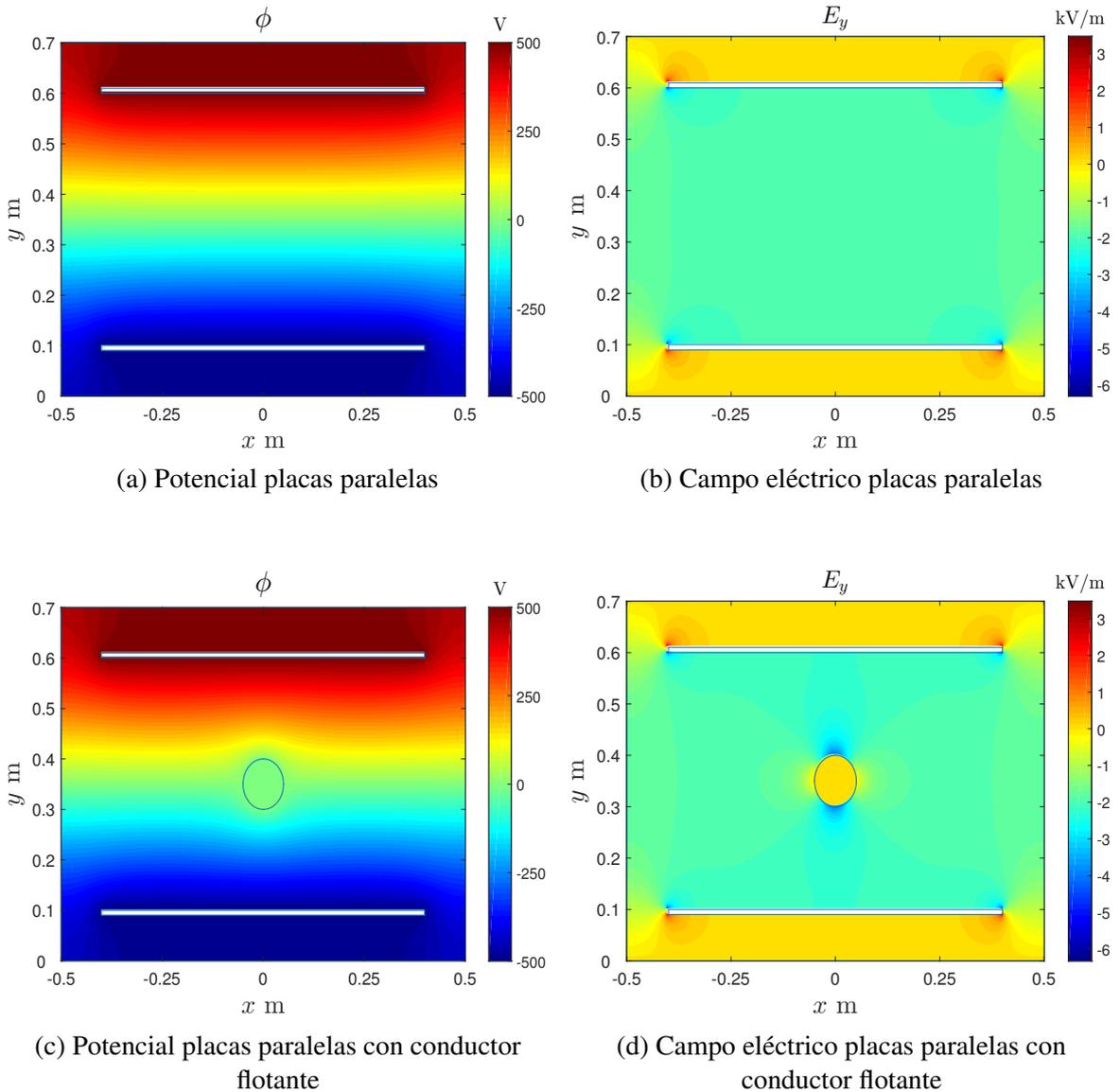
2.2.1. Conductor flotante

El comportamiento de los electrodos en presencia de un campo eléctrico se conoce como *conductor flotante* [34]. Un conductor *flotante* hace referencia a un conductor cuya condición inicial no está definida por un valor de potencial sino por la carga que este posee, normalmente esta se asume $Q = 0$, pero el conductor puede tener una condición $Q \neq 0$. De cualquier forma, debido al efecto de *inducción de carga* se genera una redistribución de la misma en el conductor, lo que a su vez altera la distribuciones de potencial y de campo eléctrico. Vale la pena aclarar que por el principio de conservación de carga, la Q neta en el conductor flotante no puede variar, es decir, la carga en el conductor debe ser la misma aun después de sufrir la redistribución. Al analizarlo, el funcionamiento del medidor se basa en este fenómeno, ya que la corriente que este detecta es la redistribución de carga generada por un campo eléctrico externo. En otras palabras, la medida del campo no perturbado se basa en la respuesta de los electrodos a dicho campo.

A pesar de que el medidor se usa para caracterizar el campo no perturbado, el solo hecho de introducir los electrodos genera una perturbación en el mismo. Para ilustrar este concepto, en la figura 2.2 se presentan los valores de ϕ y $E \hat{a}_y$ para una configuración de placas paralelas asumiendo simetría en z . Las figuras 2.2a y 2.2b muestran los resultados para el caso tradicional donde el potencial ϕ se obtiene multiplicando el campo $E \hat{a}_y$ por la distancia, siendo este último constante en el centro de las placas. Los resultados para el caso de interés, en el cual se introduce un conductor flotante cilíndrico entre las placas, se presentan en las figuras 2.2c y 2.2d. Como se puede observar, el conductor flotante es un cuerpo equipotencial por lo que el campo eléctrico dentro de este es igual cero. Además, su presencia altera los

valores de ϕ y $E \hat{a}_y$. La variación de E es de especial interés en este trabajo, no solo por ser la cantidad a medir, sino porque en el modelo coaxial se pueden presentar altos gradientes de potencial, que de ser generados cerca del conductor central podrían facilitar la aparición de la corona, y en el peor de los casos, generar descarga.

Figura 2.2 Comparación del potencial y el campo eléctrico para una configuración de placas paralelas, sin y con la presencia de un conductor flotante.

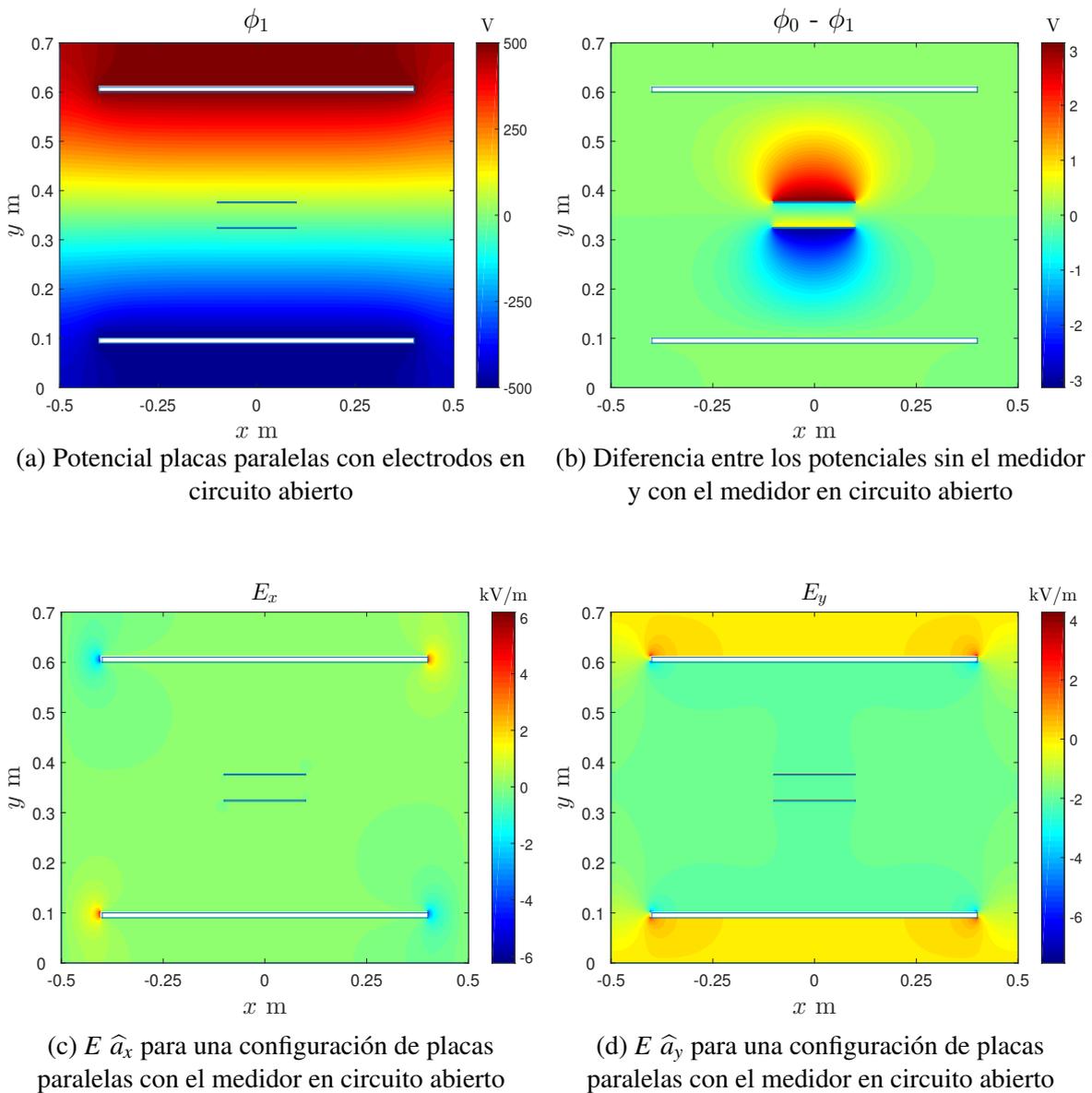


2.2.2. Operación en circuito abierto

Debido a que es el método descrito en las normas y el que presenta mayores beneficios a la hora de realizar la medición, en este trabajo se diseñó un medidor de cuerpo libre en

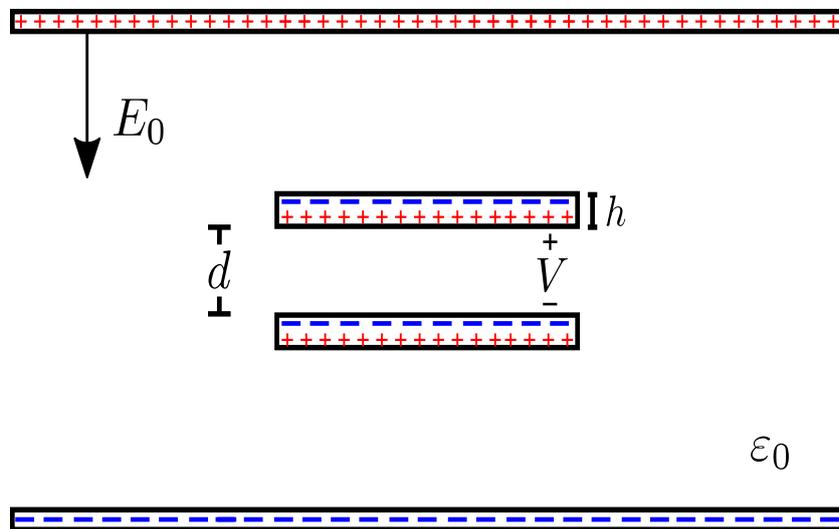
corto-circuito. Sin embargo, existe otra configuración en donde en lugar de medir la corriente de cortocircuito, se mide la tensión de circuito abierto V que se genera entre los electrodos. Para ilustrar este concepto en la figura 2.3a se muestra la distribución de potencial ϕ_1 para una configuración de placas paralelas con un medidor en circuito abierto. En la figura 2.3b se puede observar que la diferencia entre el potencial sin los electrodos ϕ_0 y el potencial ϕ_1 es mínima, lo indica que el campo eléctrico no es afectado de manera significativa (ver figuras 2.3c y 2.3d). Esto se debe a que cada uno de los electrodos se comporta como un conductor flotante, lo que sumado con su diminuto espesor (2 mm) provoca una mínima perturbación.

Figura 2.3 Potencial para una configuración de placas paralelas con un medidor de campo basado en la diferencia de tensión entre los electrodos.



De lo anterior se deducen dos ventajas de este tipo de medidor, la primera es que genera una mínima perturbación tanto de ϕ como de E . La segunda es que la señal de tensión que se detecta es de mayor orden que la de la corriente (ya que esta última es del orden de los nA), lo que facilita su amplificación. Analizando las desventajas, la primera sería el hecho de no poder establecer una relación entre la tensión y E . A priori se pensaría en que sí los electrodos están lo suficientemente cerca en comparación con su área, la relación ideal $E = V/d$ de un capacitor de placas paralelas es viable. Sin embargo, en este caso las placas son conductores flotantes por lo que en lugar de actuar como un capacitor se comportan más como un par de dipolos, ver figura 2.4.

Figura 2.4 Distribución de carga para un medidor de placas paralelas en circuito abierto.

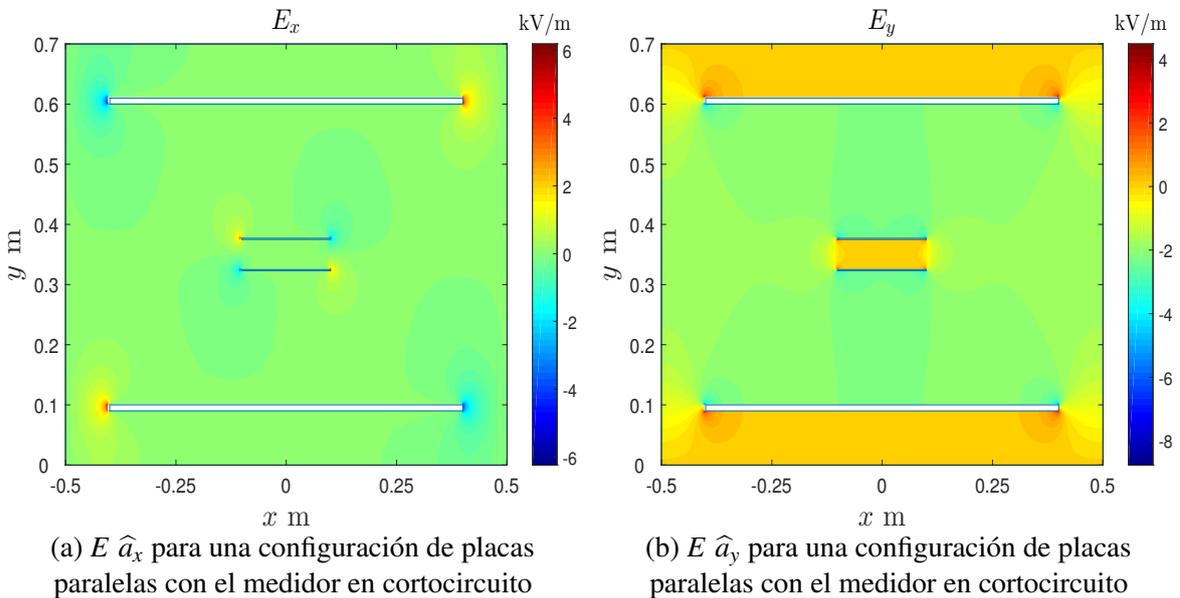


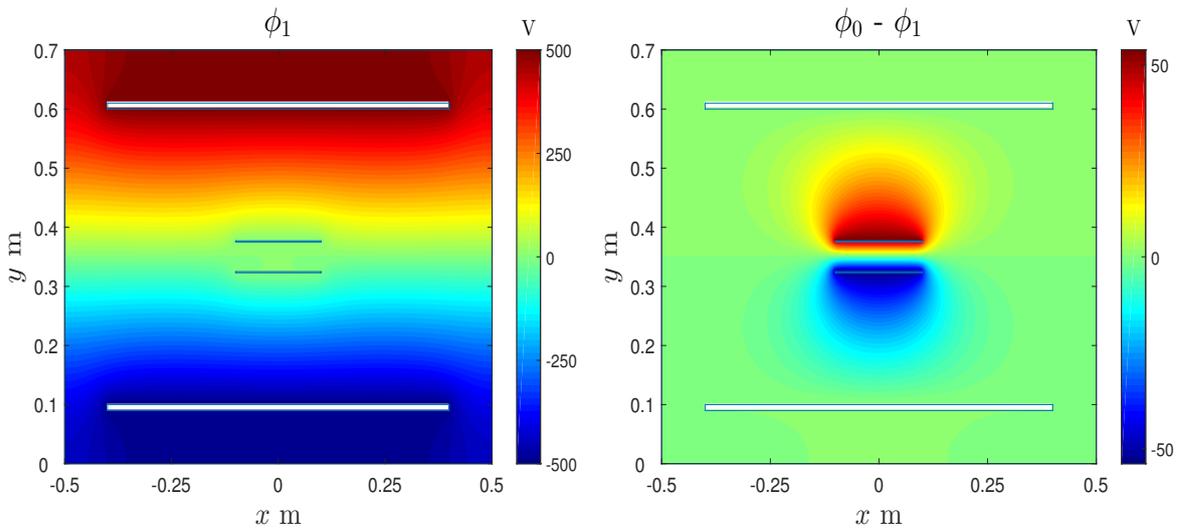
Analizando la configuración, si la distancia d entre las placas es mucho mayor que su grosor h , la diferencia de potencial queda determinada por el campo eléctrico externo. Por el contrario si las placas están lo suficientemente cerca como para que h sea significativo, la diferencia de potencial queda determinada por los parámetros d y h . Este último sería el caso de interés para encontrar una relación entre V y el campo eléctrico (al menos de manera empírica). Sin embargo, normalmente el detector o parte de este se encuentra contenido en la sonda por lo que su presencia generará perturbaciones en el campo externo o en el campo entre los electrodos lo cual dificulta aun más establecer una relación entre V y E . La segunda desventaja sería que el detector queda expuesto a los campos externos (Ver figura 2.3d), los cuales pueden causar su mal funcionamiento e incluso dañar sus componentes. Por último, dado su funcionamiento y el hecho de que la calibración se realiza en presencia de un campo uniforme, no se recomienda el uso de este tipo de medidores para la medición de campos no uniformes [14].

2.2.3. Operación en corto-circuito

Esta práctica es recomendada en las normas debido a que al operar los electrodos cortocircuito el campo eléctrico entre estos es igual cero, por lo que el detector queda protegido de los campos externos, ver figuras 2.5a y 2.5b [10][14]. A esto se suma que la relación entre la corriente inducida en los electrodos y el campo eléctrico que incide en estos no se ve afectada por la presencia del detector. De hecho, este tipo de medidores se ve menos afectado ante la presencia de campos no uniformes, en comparación con aquellos que operan en circuito abierto [14]. La desventaja de operar los electrodos en corto-circuito es que tanto la distribución de potencial como la de campo eléctrico se ven perturbadas por la presencia del medidor, ver figuras 2.5c y 2.5d. Esto debe considerarse para evitar la aparición de altos gradientes de potencial que puedan inducir el corona o en el peor de los casos generar una descarga. Aun así, esto solo sucede bajo condiciones extremas donde de operar los electrodos en circuito abierto resultaría más factible que el detector se viese afectado al no estar protegido de los campos externos. Por estas razones, en este trabajo se prefiere el uso de medidores que midan la corriente inducida entre los electrodos.

Figura 2.5 Comportamiento del potencial y el campo eléctrico para una configuración de placas paralelas con un medidor en cortocircuito.





(c) Potencial placas paralelas con el medidor en cortocircuito (d) Diferencia entre los potenciales sin el medidor y con el medidor en cortocircuito

2.3. Diseño del medidor

En este trabajo se presentan las especificaciones para un medidor tipo cuerpo libre de eje sencillo cuyos electrodos operan en corto-circuito. En este caso, la sonda se encarga de censar el campo eléctrico y generar una señal de corriente que es procesada por el detector para obtener el valor rms del campo eléctrico.

2.3.1. Sonda

En este trabajo se considera que la sonda está formada por los electrodos, el aislante que los separa y el soporte que los sostiene durante la medición.

Electrodos

El material escogido para los electrodos es cobre debido a su alta conductividad. Sin embargo, el aluminio es de menor costo, más ligero y aunque su conductividad no es tan alta como la del cobre puede ser una opción viable. La forma y el tamaño de los electrodos se establecieron basados en la literatura consultada y en las características del modelo coaxial [7][10][14][15]. Las dimensiones de los electrodos construidos se presentan en el anexo B.1. Se construyeron tres pares de electrodos, uno esférico y dos planos (ver figura 2.6), por las siguientes razones:

- Los electrodos con forma esférica presentan mayor complejidad en su construcción. Sin embargo, es la única configuración para la cual existe una expresión analítica que

relaciona la corriente y el campo. Además, estos requieren de una menor distancia a superficies conductoras para la que la medición no se vea afectada [7][14].

- Los electrodos formados por dos planos paralelos son mas sencillos de construir, además estos requieren una menor distancia a las fuentes de campo eléctrico para que la medición de campos no uniformes se vea poco afectada [14].
- Para los de electrodos planos no existe una expresión analítica que relacione la corriente y el campo, por lo que se construyeron dos pares, uno en forma cuadrada y otro en forma circular. Esto con el fin de estudiar la influencia del efecto borde y determinar la viabilidad de aproximar la relación campo-corriente de un plano infinito a estos electrodos.

Figura 2.6 Electrodos construidos.



Para definir las dimensiones de los electrodos se consideraron los siguientes aspectos:

- *Espacio disponible en el medidor:* A pesar de que el radio del modelo coaxial es $\simeq 55$ cm, se debe considerar el radio del conductor interior y el efecto de la catenaria para calcular el espacio disponible para el medidor. En este trabajo se tomo esta distancia igual a 50 cm.
- *Distancia de la sonda al conductor:* En el estándar IEEE 1308-2010 se recomienda una distancia de 3 veces el radio desde el centro de una sonda esférica a una superficie

conductora para que la medición se vea afectada tan solo en un 0,5 %. En el caso de estar formada por placas paralelas, el valor del “radio” se puede estimar con la diagonal más larga de la sonda. Esta recomendación es relevante debido a que el mallado externo del modelo coaxial se considera una superficie conductora.

- *Medición de campos no uniformes:* Puesto que los medidores son calibrados en campos uniformes, el hecho de medir campos no uniformes genera cierta incertidumbre. La norma IEEE 1308-2010 muestra que la corriente inducida en una sonda esférica en presencia de un campo no uniforme producido por una carga puntual está dada por:

$$I = 3\pi r^2 \omega \epsilon_0 E \cos(\omega t) \left[1 - \frac{7}{12} D^2 + \frac{11}{24} D^4 - \dots \right] \quad (2.3)$$

Donde $E = Q(\omega t)/(4\pi\epsilon_0 d^2)$ y $D = a/d$, con $Q(\omega t)$ como la carga puntual, a igual al radio de la sonda y d igual la distancia desde el centro de la sonda a la carga puntual. La ecuación (2.3) presenta un error menor al 1 % con respecto a la solución exacta para $D \leq 3,6$. En la tabla 2.2 se muestra el error entre la corriente I provocada por un campo uniforme y la provocada por una carga puntual, en función de D . Tomando estos valores como referencia para la medición en modelo, se debe garantizar una distancia $D \leq 0,3$ para que la incertidumbre por la no uniformidad del campo sea menor al 5 %. Si estuviese formada por placas paralelas, el valor de a se puede estimar como la mitad de la diagonal más larga de la sonda.

Tabla 2.1 Comparación entre la corriente inducida en una sonda esférica por un campo uniforme y un campo no uniforme provocado por una carga puntual.

D	Error %
0,1	0,58
0,2	2,26
0,3	4,88
0,4	8,3

- *Magnitud de la corriente inducida:* El tamaño de la sonda define la corriente inducida, a medida que este se va reduciendo el orden de la corriente también disminuye dificultando la amplificación de la señal. Además, el tamaño también queda condicionado por los componentes del detector que vayan ubicados dentro de la sonda.

Aislamiento entre los electrodos

Las dimensiones y las formas de las piezas aislantes estarán determinadas por el tamaño y la forma de los electrodos y de los componentes del detector que se encuentren dentro de estos. Por el tipo de medidor y su configuración, se prioriza una baja conductividad sobre una baja permitividad para garantizar el aislamiento eléctrico entre los electrodos. Dado que cumple ambas condiciones, con $\sigma \leq 10^{-17}$ S/m y $\epsilon = 2,1 \epsilon_0$ F/m, se debería usar de teflón (*politetrafluoroetileno*) para la construcción del aislamiento [1]. Sin embargo, el polietileno de ultra alto peso molecular (UHMW-PE), es mucho más económico y posee características similares con $\sigma \leq 10^{-15}$ S/m y $\epsilon = 2,3 \epsilon_0$ F/m.

Soporte

Es el mecanismo que se encarga de sostener la sonda durante la medición. El soporte debe satisfacer tres condiciones: 1) Sostener y garantizar la estabilidad mecánica de los electrodos, 2) Permitir la nivelación de los electrodos para una correcta medición, y 3) Perturbar en lo menor posible el campo eléctrico a medir. En la figura 2.7 se muestra el soporte construido, este consta de las siguientes partes: ① Una base compuesta por una lámina de UHMW-PE soportada sobre cuatro tornillos para permitir su nivelación durante la medición. Para soportar el resto de la estructura, se unió un cilindro de UHMW-PE a la lámina mediante un tornillo avellanado. ② Un tubo de PVC de 70 cm de largo que va incrustado en el tubo de la lámina, y al cual se le realizaron perforaciones para poder ajustar la altura de la sonda con ayuda de un pasador. Cabe recalcar que el tubo de PVC queda ubicado fuera del modelo coaxial. ③ Un brazo en HDMW-PE que consiste en un barra de 70 cm de largo (esta se inserta en el tubo de PVC), y en una barra de 50 cm de largo que se encarga de distanciar la sonda del soporte principal para minimizar el error que este provoca al perturbar el campo. En el anexo B.2 se muestran todas las especificaciones del soporte.

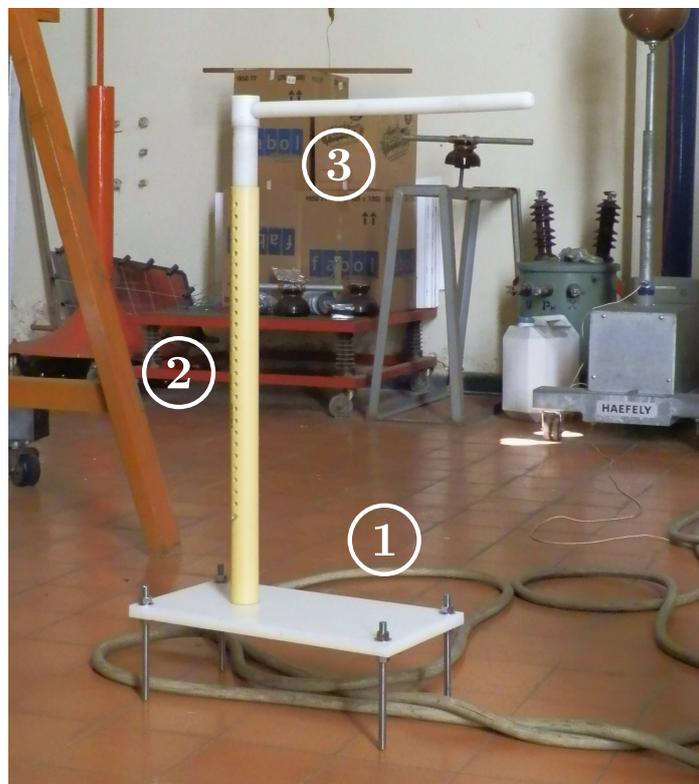
A continuación se presentan algunas de las características técnicas más relevantes del diseño:

- El soporte posee un peso neto de $\simeq 5$ kg.
- Este permite nivelar la sonda para terrenos con una inclinación máxima de 18° respecto al eje paralelo a la barra horizontal, y 35° respecto al eje transversal.
- Las perforaciones en ② permiten variar la altura de los electrodos con pasos de 1,1 a 1,2 cm.
- El peso y las dimensiones del soporte garantizan una sumatoria de momentos = 0 para unos electrodos de 9 kg, siempre y cuando la barra horizontal de ③ este paralela y en

la dirección de la base. El peso estimado para la sonda esférica (caso más desfavorable), y sus componentes electrónicos es de 1,5 kg, esto implicaría un factor de seguridad igual a 6. Sin embargo, en este caso la capacidad del soporte esta limitada por la flexión de barra horizontal de (3) (ver anexo B.2).

- Aunque no aplique en el modelo coaxial, se recomienda una distancia mínima de 50 cm entre la base (1) y la sonda para que la medición se vea poco perturbada por su presencia.

Figura 2.7 Soporte construido.

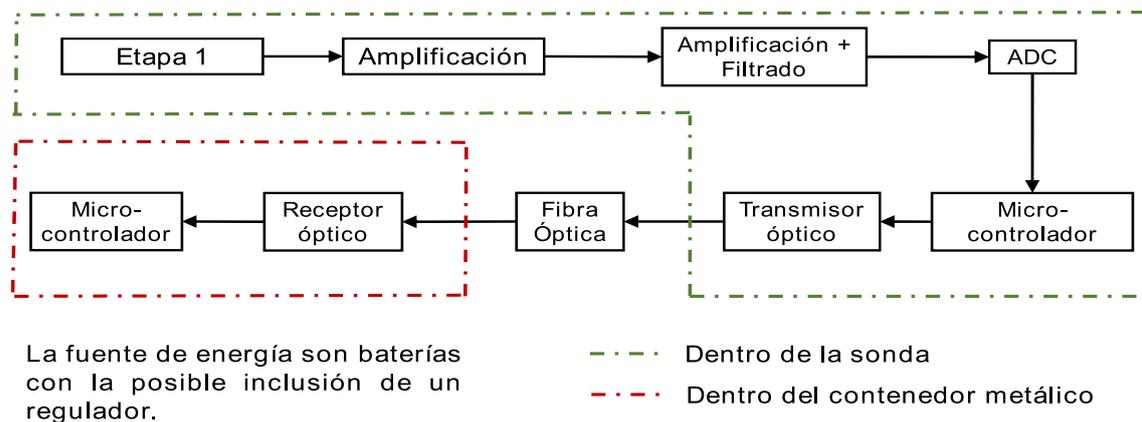


2.3.2. Detector

Los componentes del detector dependen de si este está total o parcialmente contenido dentro de la sonda. En general, son componentes electrónicos que se encargan de amplificar, filtrar y analizar la señal captada por la sonda para obtener la magnitud deseada del campo eléctrico. El diseño propuesto considera los electrodos en corto circuito, por lo que el primer aspecto que define las características del detector es el tamaño de la sonda. Dadas las dimensiones de los electrodos y el hecho de que facilita la lectura de la medida, en este trabajo se optó por

separar el detector. En este caso la comunicación entre las partes se debe realizar mediante el uso de fibra óptica [10][14][18]. La figura 2.8 muestra las etapas de un detector para dicha configuración.

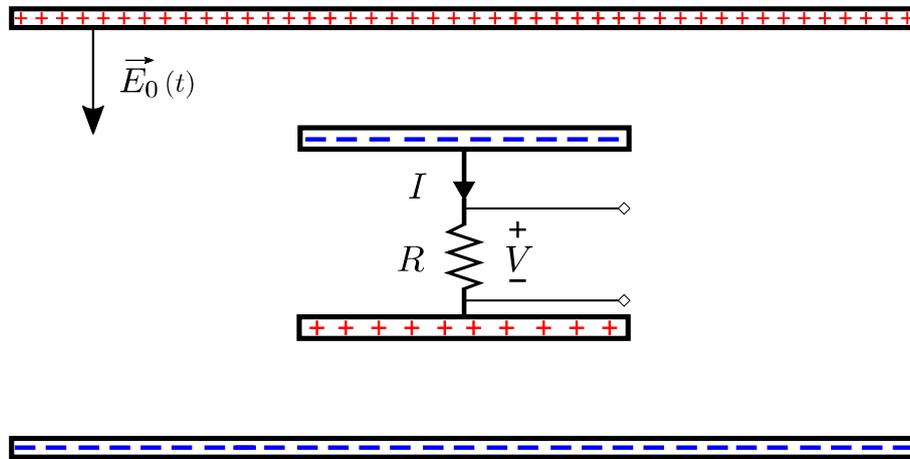
Figura 2.8 Etapas del detector.



La primera parte del detector está contenida dentro de la sonda y consta de las siguientes etapas: 1) Inicialmente, se hace circular la corriente inducida a través de una resistencia para obtener una señal de tensión (ver figura 2.9), dado que esta es más sencilla de amplificar. 2) Se realiza el acondicionamiento de la señal, el cual consiste en su amplificación y filtrado mediante el uso de amplificadores operacionales (OPAMS). Dependiendo de la magnitud de la señal esta puede requerir 2 o más etapas de amplificación, de igual forma las etapas del filtrado están determinadas por las características del mismo. 3) Se hace uso de un convertidor analógico-digital (ADC) de alta resolución y alta precisión, para transformar la señal de tensión a lenguaje binario. 4) Un micro controlador (MCU) se encarga de leer esta señal, implementar un protocolo de comunicación y enviar los pulsos para controlar el transmisor de fibra óptica. La comunicación por fibra óptica consiste en un transmisor que se encarga de generar la señal óptica (luz), un cable de comunicación por el cual viaja dicha señal y un receptor que se encarga de transformar de nuevo la señal óptica en una señal de tensión.

La segunda parte del detector está compuesta por: 1) Una etapa de comunicación conformada por el cable y el receptor de fibra óptica. 2) Un MCU o una tarjeta de desarrollo que se encarga de tratar y analizar la señal para obtener los valores de campo eléctrico deseados, y finalmente 3) un *display* digital para visualizar dichos valores. Como elemento adicional se debe diseñar un contenedor (metálico) que proteja esta última parte del detector de los campos electromagnéticos externos. Diseños específicos de diferentes etapas del detector (implementados en este trabajo), son presentados en el anexo C.

Figura 2.9 Etapa 1 del detector.



Una vez se decide el tipo de detector se procede a definir sus características. El primer paso es calcular el orden de la corriente que se induce en los electrodos, para los cascarones esféricos esto se realiza mediante la ecuación (2.1). Dado que para los electrodos formados por placas paralelas no existe una expresión analítica, su comportamiento se aproximó al de un plano infinito en el cual incide un campo uniforme. Dicho comportamiento está descrito por la ecuación (2.4), donde la corriente inducida I es proporcional al campo normal a la superficie $E_0 \cos(\omega t)$ V/m, a la frecuencia angular ω rad/s y al área de las placas A m². El valor aproximado de I es el mínimo que se puede esperar en la práctica ya que este aumenta tanto por el efecto borde, como por la separación entre las placas.

$$I = \omega A \epsilon_0 E_0 \cos(\omega t) \quad (2.4)$$

La tabla 2.2 muestra el valor pico de la corriente inducida por cada kV para los cascarones esféricos I_{esf} , las placas cuadradas I_{cua} y las placas circulares I_{cir} en el modelo coaxial. En este caso, se calculó E respecto a r y su valor fue utilizado para aproximar el campo radial a un campo uniforme. La señal de tensión a amplificar no solo depende de la corriente inducida sino también del valor de la resistencia r entre los electrodos. Dado que en la literatura consultada no se describe como varía la corriente inducida respecto al valor de r , se debe mantener dicho valor lo más bajo posible para que la corriente inducida no difiera de su valor calculado suponiendo el corto-circuito entre los electrodos. Teniendo en cuenta lo anterior y el hecho de que debe ser práctico, se recomienda un valor $r \leq 20 \Omega$.

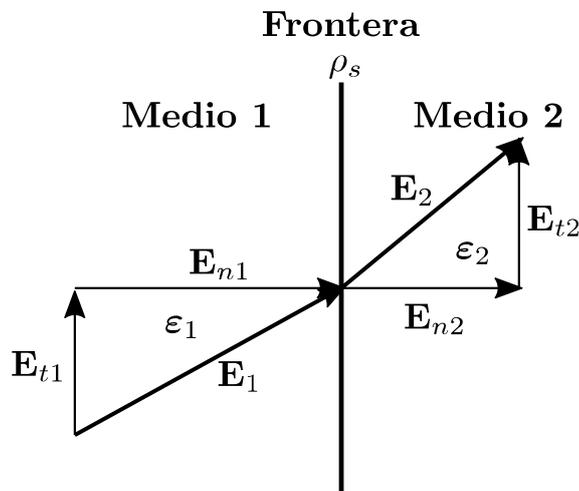
Tabla 2.2 Corriente inducida en los diferentes electrodos debido al campo en el modelo coaxial.

r cm	E kV/m	I_{esf} nA	I_{cua} nA	I_{cir} nA
1,26	21017,1	1166,3	674,5	551,0
5	5296,3	294,0	170,0	138,8
10	2648,1	147,0	85,0	69,4
15	1765,4	98,0	56,7	46,3
20	1324,1	73,5	42,5	34,7
25	1059,3	58,8	34,0	27,8
30	882,7	49,0	28,3	23,1
35	756,6	42,0	24,3	19,8
40	662,0	36,8	21,3	17,4
45	588,5	32,7	18,9	15,4
50	529,6	29,4	17,0	13,9
55	481,5	26,8	15,5	12,6

Apantallamiento del detector

La figura 2.10 muestra un campo eléctrico \mathbf{E} que viaja por un medio 1 e incide en un medio 2. En este caso, las condiciones de frontera para la componente normal y la componente tangencial del campo \mathbf{E} son descritas por las ecuaciones (2.5) y (2.6), respectivamente.

Figura 2.10 Condiciones de frontera campo electrico.



$$\epsilon_2 \mathbf{E}_{n2} - \epsilon_1 \mathbf{E}_{n1} = \rho_s \quad (2.5)$$

$$\mathbf{E}_{t2} = \mathbf{E}_{t1} \quad (2.6)$$

Un conductor ideal es capaz de inducir una carga superficial $-\rho_s$ igual a la densidad de flujo eléctrico normal a la superficie $\epsilon_1 \mathbf{E}_{n1}$, por lo que el campo \mathbf{E}_{n2} dentro del conductor es igual a cero. En este caso, es viable y práctico asumir los materiales con alta conductividad ($\sigma \geq 1 \times 10^6$ S/m) como conductores ideales. Para el análisis del campo tangencial \mathbf{E}_{t2} es necesario calcular la profundidad de penetración de la onda la cual en el caso de ondas sinusoidales está definida por la ecuación (2.7) [33]. Como se puede observar δ depende de la frecuencia de la onda f en Hz, de la conductividad σ S/m y la permeabilidad magnética μ del conductor.

$$\delta = \frac{1}{\sqrt{\pi f \mu \sigma}} \quad (2.7)$$

Una vez calculada δ , la intensidad del campo \mathbf{E}_{t2} en función x (distancia que penetra la onda en el conductor) viene dada por [33]:

$$E_{t2}(x) = E_{t1} e^{-x/\delta} \quad (2.8)$$

Al estar contenida dentro de la sonda, la primera parte del detector está protegida por los electrodos. En cuanto al diseño del contenedor que protegerá la segunda parte, se debe tener en cuenta que este se puede ubicar a una mayor distancia de las fuentes de campos a bajas frecuencias (60 Hz). El acero posee una $\sigma \simeq 1 \times 10^7$ S/m y un $\mu_r \geq 1000$, luego se recomienda su uso para construir el contenedor. Usando láminas de acero con un grosor de 2 mm el campo externo se ve reducido en 95% para campos a 60 Hz y en un 99,999% para campos con $f \geq 1$ kHz. Se propone un contenedor rectangular de 18 cm \times 10 cm \times 7 cm con dos aperturas, una para el cable de fibra óptica y otra para la correa del *display*.

2.4. Conclusiones

Los medidores de cuerpo libre son los más recomendados para la medición de campo eléctrico a frecuencia industrial, por tanto, se dieron detalles de su principio de funcionamiento y los aspectos que definen las características del medidor. La sonda y el detector se diseñaron para medir la corriente de corto-circuito entre los electrodos debido a que dicha configuración permite apantallar los componentes electrónicos del medidor, y a que la relación entre el

campo eléctrico y la corriente inducida se ve menos influenciada ante campos no uniformes. En el caso de la sonda, se definieron las características de los electrodos, el material aislante que los separa y el soporte del medidor. Además, se realizó la construcción de tres pares de electrodos en cobre y del soporte. En cuanto al detector, se definieron los valores esperados y las etapas de procesamiento para la señal de corriente. Para finalizar, debido a las condiciones de la medición el detector tuvo que ser separado en dos etapas, la primera se ubica en el interior de los electrodos. Para la segunda etapa fue necesario diseñar una carcasa que protegiera el detector de los campos electromagnéticos externos que pudiesen alterar la medición. La comunicación entre las etapas del detector se debe realizar mediante fibra óptica.

Capítulo 3

Protocolo para la medición de campo eléctrico a frecuencia industrial

En Colombia el RETIE es de obligatorio cumplimiento. Para acatar lo especificado en el ARTÍCULO 14°. CAMPOS ELECTROMAGNÉTICOS, es necesario medir los niveles de campo eléctrico a los que pueden estar expuestos las personas y determinar si estos están dentro de los rangos establecidos. El RETIE hace énfasis en la medición de campos electromagnéticos a baja frecuencia (de 60 a 300 Hz) y de alta intensidad. El principal caso de interés son los campos en la cercanía de líneas de transmisión y de distribución, también se incluyen las subestaciones eléctricas con tensiones superiores a los 57,5 kV. Basado en lo anterior el RETIE recomienda: “Para la medición se pueden usar los métodos de la IEEE 644 o la IEEE 1243”. En este capítulo, la sección 3.1 presenta un análisis y un resumen de estos estándares, y se incluyen otros estándares IEEE y de la *International Electrotechnical Commission* (IEC) relacionados con la medición de campos a baja frecuencia en general [31].

Según la normativa consultada, se debe definir un protocolo para cada medición debido a que las características y los objetivos de cada caso suelen diferir. Aun así, hay factores generales que deben ser tenidos en cuenta a la hora de formular un protocolo. En este sentido, la sección 3.2 presenta las consideraciones generales, las consideraciones específicas y el protocolo propuesto para la medición del campo eléctrico dentro del modelo coaxial. Sobre el protocolo, este consiste en una serie de lineamientos y procedimientos estandarizados para garantizar la seguridad de las personas y minimizar las fuentes de error que puedan alterar los resultados. Para finalizar, la sección 3.3 presenta las conclusiones correspondientes a este capítulo.

3.1. Fuentes bibliográficas consultadas

Hay tres aspectos principales en la medición del campo eléctrico: el medidor, el procedimiento de medida y los datos y registros de la medición. En este sentido las normas y los estándares suelen dividirse en dos grupos, los que hablan de los requerimientos y la calibración de los aparatos de medida y los que definen los factores y procedimientos generales que deben tenerse en cuenta para llevar a cabo una correcta medición del campo eléctrico. Para estos últimos, hay estándares más específicos que se refieren a casos particulares bien definidos y de común interés, como el IEEE Std 644-2008. De no encontrarse un estándar específico para una medición en particular, se debe establecer un protocolo basado en los estándares generales los cuales suelen dividirse según la frecuencia del campo eléctrico a medir. Para definir un protocolo de medición de campo eléctrico en el modelo coaxial se consultaron principalmente estándares IEEE e IEC. Los estándares IEEE 644-2008 e IEEE 1243-1997 son recomendados en el RETIE. No obstante, se encontró que el estándar IEEE 1243-1997 no se refiere a la medición de campo eléctrico, sino que trata sobre las técnicas de apantallamiento de descargas atmosféricas sobre las líneas de transmisión para reducir al mínimo las interrupciones en su operación, por lo que se sugiere la revisión del RETIE. A continuación se describen los estándares consultados clasificados según su propósito.

3.1.1. Características para los medidores de campo eléctrico

Los siguientes estándares se refieren a las características requeridas para los medidores de campo eléctrico a bajas frecuencias, se muestra su principio de funcionamiento y las características de los mismos. Se mencionan los factores que pueden alterar la lectura de los medidores como la temperatura, la humedad, etc. y también los requerimientos para la calibración de los mismos.

- IEEE Std 1308-1994 (R2010)
Prácticas recomendadas para la instrumentación: Especificaciones para los medidores de densidad de flujo magnético e intensidad de campo eléctrico de 10 Hz hasta 3 kHz.
- IEC 61786.1-2013 Edición 1.0
Medición de campos magnéticos DC, campos magnéticos y eléctricos AC desde 1 Hz hasta 100 kHz, con respecto a la exposición humana - Parte 1: Requerimientos para los instrumentos de medida.

3.1.2. Características del protocolo de medición

Los siguientes estándares se refieren a las consideraciones generales que se deben tener en cuenta a la hora de realizar una medición de campo eléctrico a baja frecuencia:

- IEEE Std 1460-1996 (R2008)
Guía IEEE para la medición de campos magnéticos y eléctricos cuasi-estáticos.
- IEC 62110-2009 Edición 1.0
Campos eléctricos y magnéticos generados por sistemas de alimentación en corriente alterna. Procedimientos de medida de los niveles de exposición del público en general.
- IEEE Std C95.3.1-2010
Prácticas recomendadas IEEE para la medición y el cálculo de campos eléctricos, magnéticos y electromagnéticos de 0 Hz a 100 kHz, con respecto a la exposición humana a dichos campos.
- IEC 61786.2-2014 Edición 1.0
Medición de campos magnéticos DC, campos magnéticos y eléctricos AC desde 1 Hz hasta 100 kHz, con respecto a la exposición humana - Parte 2: Estándar básico para la medición.

El principal propósito de estos estándares es servir de guía para la creación de un protocolo que minimice las posibles fuentes de error y garantice la seguridad de las personas. Como estos mencionan, cada medición en particular requiere su propio protocolo el cual dependerá del objetivo de la medición y de las condiciones en la que esta se realiza. No obstante, estos estándares describen factores generales que deben ser tenidos en cuenta a la hora de formular el protocolo. La IEEE Std 1460-2008 y la norma IEC 62110-2009 están enfocadas a la medición de campos a frecuencias de alimentación (50-60 Hz). Aun así, la IEEE Std C95.3.1-2010 y la norma IEC 61786.2-2014 describen mejor los factores que intervienen en la medición, y el estándar IEEE C95.3.1-2010 incluye consideraciones para el cálculo numérico de los campos.

3.1.3. Protocolos para casos específicos

Mediciones tradicionales suelen tener un protocolo de medida ya definido. A continuación se nombra el único estándar de este tipo consultado:

- IEEE Std 644-1994 (R2008)
Procedimientos estándar IEEE para la medición de campos eléctricos y magnéticos a frecuencia industrial provocados por líneas de alimentación AC.

El estándar es mencionado en el RETIE. Este establece un protocolo de medición para campos eléctricos provocados por líneas de transmisión y distribución. El estándar es bastante completo y contiene información que va desde el tipo de medidor y su calibración, hasta los datos y registros de la medición que se deben presentar. Pero al ser tan específico, no es muy útil para mediciones que difieran del caso en particular.

3.1.4. Otros estándares y referencias

Como fuentes adicionales se consultaron los siguientes documentos:

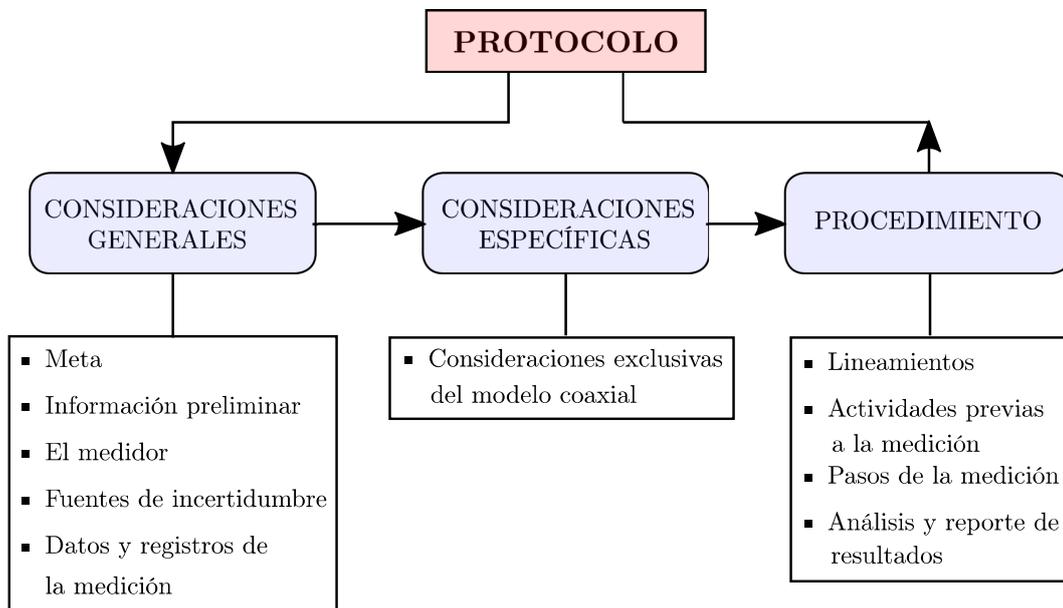
- IEEE Std 1243-1997
Guía IEEE para mejorar el desempeño de las líneas de transmisión frente a descargas atmosféricas.
- Libro EPRI - Edición 3
Libro de referencia para líneas de transmisión superiores a 200 kV del “*Electric Power Research Institute*”

El estándar IEEE 1243-1997 es mencionado en el RETIE pero este no se relaciona con la medición de campo eléctrico, sino que trata sobre las técnicas de apantallamiento de descargas atmosféricas sobre las líneas de transmisión para reducir al mínimo las interrupciones en su operación [13]. En cuanto al libro EPRI, este trae una descripción completa de: las características de los campos eléctricos y magnéticos generados por líneas de alta tensión, su medición, su cálculo, el efecto de inducción generado por objetos en presencia de dichos campos, etc. [7].

3.2. Protocolo de medición propuesto para el modelo coaxial

Basado en las fuentes consultadas se propone un protocolo para la medición del campo eléctrico en el modelo coaxial. La figura 3.1, muestra el proceso para definir un protocolo de campo eléctrico. Basado en este, la sección se organiza de la siguiente manera: Primero se presentan las consideraciones generales que se deben tener en cuenta, después, se proponen las consideraciones para el caso del modelo coaxial y por último se presenta el procedimiento propuesto esta medición.

Figura 3.1 Mapa conceptual de como se define un protocolo de campo eléctrico.



3.2.1. Consideraciones generales

Para la medición de campos eléctricos a bajas frecuencias se identificaron consideraciones que deben ser tenidas en cuenta para minimizar las fuentes de error y garantizar la seguridad de las personas. A continuación se presentan las más relevantes:

Meta

El factor más importante a definir es el propósito de la medición. Dependiendo de la cantidad que se desea obtener se determinan los demás aspectos de la medición como: el tipo y las características del medidor, el protocolo de medida, los datos y registros a entregar, entre otros. Basados en el RETIE el propósito de la medición es determinar los niveles de exposición humana a los campos eléctricos y magnéticos. Diferentes metas con sus respectivas recomendaciones se presentaban en [11][15].

Información preliminar

Es necesario definir las características y las condiciones de la medición, para esto se debe realizar un estudio previo para definir los siguientes aspectos:

Fuentes de campo: Se debe determinar el número y el tipo de las posibles fuentes de campo eléctrico. Se requiere especial atención cuando se está en la presencia de más de una fuente

[15]. El tipo de campo suele definirse por la frecuencia y la amplitud de la señal. De estar compuesta por más de una componente armónica, se debe definir cuales son las más representativas. La frecuencia del campo depende de la fuente que lo produce, en el caso de los sistemas de potencia es 50 o 60 Hz más algunos armónicos que pueden ser representativos [12][18]. La amplitud depende de la intensidad de la fuente y de la cercanía de los puntos de medida a esta, por esto se recomienda realizar cálculos teóricos o simulaciones numéricas para determinar el nivel de campo eléctrico al cual van a estar expuestos tanto el medidor como los observadores [19].

Sitio de la medición: Se recomienda tener mapas o planos del sitio de la medición. Estos deben indicar la ubicación de las fuentes de campo, los puntos de interés y los posibles objetos que puedan alterar la medición [11]. Dependiendo del tipo de medición, consideraciones adicionales deben tenerse en cuenta, por ejemplo: en las mediciones para caracterizar los campos de las líneas de alta tensión se recomienda buscar un terreno plano y libre de vegetación. Por otro lado, si se busca determinar los niveles de exposición humana se deben determinar, si los hay, los sitios y las condiciones de exposición [15].

Procedimiento de la medición: La forma en la que se realiza la medida depende de la meta que se haya fijado. En general los procedimientos de las fuentes consultadas se pueden dividir según dos características: la primera es si el campo a medir está perturbado o no, y la segunda, si la medición se realiza para caracterizar el campo o para determinar los niveles de exposición humana [12][15][18][19]. Con respecto a la primera, se considera que un campo está perturbado cuando algún objeto genera un cambio en su dirección o en su amplitud. Normalmente se busca medir el campo no perturbado, de hecho los límites de exposición están dados para estas condiciones [8], aun así procedimientos para la medición de campos perturbados pueden encontrarse en las normas [12][19].

El medidor

Se consideran tres tipos de medidores: los de cuerpo libre, los de referencia a tierra y los electro-ópticos. En general se descarta el uso de los medidores con referencia a tierra debido a que solo miden el campo eléctrico sobre superficies cuyo potencial es conocido [10][14]. Los medidores de cuerpo libre y electro ópticos son recomendados para la medición del campo eléctrico no perturbado a bajas frecuencias [14][15][19]. Los medidores electro ópticos ofrecen la ventaja en un menor tamaño por lo que se pueden utilizar para medir el campo a distancias más cortas de la fuente de alimentación, aun así su sensibilidad a los campos eléctricos es muy baja (mayor a 5 kV/m) comparada con los medidores de cuerpo libre

(mayor a 1 V/m), por lo que los medidores electroópticos no se recomiendan para la medición de campo eléctrico con respecto a la exposición humana; además este tipo de medidor es más costoso de fabricar. Por estas razones y el hecho de que no son considerados en toda la normativa consultada, este trabajo recomienda el uso de medidores de cuerpo libre por encima de los electro ópticos [10][11][12][18].

Otra característica importante que define el medidor, además de su principio de funcionamiento, es la dirección en la que mide el campo. Si el medidor mide el campo en las direcciones x , y y z se define como un medidor de tres ejes, por otra parte si solo mide el campo en una sola dirección se define como un medidor de eje sencillo. Cuando la dirección del campo no es conocida se recomienda el uso de medidores de tres ejes [11][19]. Tradicionalmente se ha hecho uso de los medidores de eje simple, de hecho las normas IEEE aun no consideran de manera rigurosa el uso de medidores de campo de tres ejes [14][15][18]. Además los medidores de eje sencillo pueden utilizarse para obtener el campo resultante E_r cambiando la orientación del medidor para determinar la dirección en la que el campo es más fuerte o se pueden tomar medidas en cada dirección para después sumar los valores como se muestra en la ecuación (3.1), donde E_x , E_y y E_z son los valores eficaces de las componentes ortogonales del campo eléctrico [12].

$$E_r = \sqrt{E_x^2 + E_y^2 + E_z^2} \quad (3.1)$$

Este trabajo se concentra en los medidores de eje sencillo por las siguientes razones: son los más estudiados en la literatura, su construcción es más sencilla y su principio de funcionamiento se puede extrapolar a los de tres ejes. Aparte de las características ya mencionadas se debe verificar que el medidor sea adecuado para el tipo de medida, para esto se deben revisar el ancho de banda del medidor, el nivel de campo que este soporta, rangos de temperatura y humedad, etc. Estas características se definen dependiendo de la meta y las condiciones en la que se realiza la medición.

Fuentes de incertidumbre

A diferencia del campo magnético, las fuentes de incertidumbre en la medición de campo eléctrico suelen ser numerosas, en especial para medidores de cuerpo libre con *display* analógico [14][7]. Por esta razón se recomienda el uso de medidores con *display* digital y en lo posible con medición remota [10][14].

Efecto del observador: La persona que realiza la medición (el observador) perturba el campo eléctrico, lo que puede ocasionar errores en la medición. Por esto se recomienda una distancia mínima de 2 m entre el observador y el medidor [11][18][19].

Proximidad a objetos u obstáculos: Dado que el campo eléctrico se ve altamente afectado por objetos en presencia del mismo, se recomienda quitar todos los objetos no permanentes. De no poderse retirar, la distancia del medidor a los objetos movibles debe ser como mínimo 3 veces la altura de dichos objetos. Para objetos no movibles o permanentes la distancia mínima sera de 1 m [11][18].

Errores en la medición (medidores de cuerpo libre con display analógico): Debido a que el observador debe mantener una distancia de 2 m, si el *display* del medidor se encuentra contenido en la sonda se pueden producir errores en la medición por parte del observador [14].

Error en la elección del ancho de banda del medidor: De acuerdo con la meta de la medición, se debe definir un ancho de banda adecuado para el medidor. La respuesta en frecuencia del medidor debe permitir el paso de las señales de interés (baja atenuación) y debe rechazar (alta atenuación) aquellas que no son de interés pero que pueden influir en la medición. Generalmente, un solo medidor no puede cubrir un ancho de banda demasiado grande de la manera adecuada [11][14][19].

Efecto de proximidad a planos conductores (medidores de cuerpo libre): Debido a la interacción que puede existir entre el medidor y la distribución de carga de superficies conductoras, la medida de campo eléctrico se puede ver altamente perturbada si la distancia entre el medidor y la superficie es menor a la especificada en [14].

Asimetría en el sensor del medidor: Asimetrías en el diseño puede causar diferencias entre el eje de mayor sensibilidad al campo y el eje geométrico de la sonda [14].

Inclinación del medidor (medidores de cuerpo libre con display analógico): La inclinación mecánica de un medidor con *display* analógico puede ser fuente de incertidumbre. Por tal razón este tipo de medidores debe usarse con la misma inclinación que fueron calibrados. La magnitud del error puede determinarse girando el medidor en ausencia de campo y registrando el desplazamiento de la aguja. Se recomienda el cambio de *display* analógico a digital para evitar la mayor cantidad de fuentes de incertidumbre [10][14].

Campos magnéticos en el ambiente: En general los campos eléctricos y magnéticos son producidos simultáneamente, por esta razón se debe verificar que el medidor sea inmune a los campos magnéticos que pudiesen presentarse durante la medición [14].

Corrientes de fuga (medidores de cuerpo libre): Corrientes a tierra que puedan circular por el soporte del medidor y el observador (si este sostiene el soporte) pueden perturbar el campo eléctrico [14].

Campos no uniformes (medidores de cuerpo libre): Los medidores son normalmente calibrados en presencia de un campo uniforme, por tal razón al medir campos no uniformes se añade incertidumbre a la medición [14].

Humedad: La incertidumbre por altos niveles de humedad se debe principalmente a las corrientes de fuga entre uno de los electrodos y el soporte del medidor debido a la capa húmeda que se genera por la condensación. Otra incertidumbre de menor valor se debe a la fuga de corriente entre los electrodos. Para minimizar este error se debe mantener el aislamiento entre estos limpio y libre de humedad [14].

Temperatura: Los medidores de cuerpo libre con *display* analógico se ven bastante afectados por la temperatura, la medida puede cambiar hasta un 8% en un rango de temperatura de 0 a 40 °C. Los medidores electro ópticos también son bastante influenciados por la temperatura [14].

Datos y registros de la medición

A continuación se presentan los datos y registros generales que deben ser entregados después de una medición. Otros datos y registros específicos de cada medición pueden ser exigidos; estos deben estar registrados en el protocolo de medida [11][15].

- *Fecha y hora*
- *Duración de la medición*
- *Condiciones atmosféricas:* Estas incluyen la temperatura, humedad, presión atmosférica, velocidad del viento y demás condiciones climatológicas que pudiesen intervenir en la medición.
- *Características del medidor:* Fabricante, modelo, tipo de sonda, descripción geométrica de la sonda, ancho de banda, tamaño y propiedades eléctricas del soporte mecánico,

tipo y longitud del cable que conecta la sonda con el detector (medidor de *display* remoto), precisión y sensibilidad del instrumento, rango de medida y última fecha de calibración [12][15][18].

- *Fuentes de campo eléctrico*: Se deben identificar las diferentes fuentes de campo eléctrico y sus características. Entre las características generales se encuentran: El tipo y el nivel de tensión, su ubicación y disposición geométrica (de ser posible con algún bosquejo), la frecuencia y el contenido armónico de la señal, y las condiciones de carga de la fuente [11][12][18].
- *Objetos que intervinieron en la medición*: Todos los objetos, permanentes o no, que hayan intervenido en la medición deben quedar registrados. El registro debe contener el tipo, los materiales, las dimensiones y la ubicación de dichos objetos [12].
- *Registro de la actividad humana*: Si la meta de la medición está relacionada con la exposición humana, se debe dejar registro del número, el sitio y la ocupación de las personas expuestas [19].
- *Personal encargado de la medición*
- *Propósito de la medición*: Se debe dejar en claro el propósito de la medición y la cantidad eléctrica que fue obtenida durante la misma, por ejemplo: el valor máximo del campo, el valor rms del campo, la componente vertical del campo, etc. Se recomienda el uso del SI de unidades [12][15].
- *Procedimiento de la medición*: Se debe describir la forma en la que se llevó a cabo la medición, de ser posible se deben entregar planos o bosquejos de los puntos en los cuales se realizaron las medidas [11][18].
- *Diagrama del sitio de medida*: En lo posible se deben presentar planos o bosquejos del sitio de medida que indiquen la ubicación de los factores y puntos de interés como las fuentes de campo eléctrico, los puntos de medida, objetos perturbadores del campo, etc. En lo posible la ubicación de dichos puntos debe hacerse con coordenadas de un Sistema de Posicionamiento Global (GPS).
- *Incertidumbre de la medición*
- *Resultados de la medición*: Los resultados deben contener: el registro de las mediciones, un análisis estadístico de las mismas y un análisis entre los resultados obtenidos y las meta de la medición [11][12][18].

La información que debe ser entregada después de una medición suele ser numerosa, sin embargo, se debe tratar de mantener el volumen de la documentación al mínimo. Cabe recordar que lo presentado en este trabajo es solo una guía, los datos a entregar son determinados para cada medición en particular.

3.2.2. Consideraciones específicas para el modelo coaxial

El protocolo para cada medición es definido por la meta y las condiciones en las que esta se realiza. A continuación, se presentan algunas consideraciones relacionadas con la medición del campo eléctrico en el modelo coaxial ubicado en el laboratorio de alta tensión de la UIS.

- Dado los altos niveles de tensión con los que se trabajará, lo primero que se debe garantizar es la seguridad de todas las personas que estén o puedan resultar involucradas en la prueba.
- La magnitud de principal interés en este trabajo es el valor rms del campo eléctrico.
- Se debe escoger un nivel de tensión que evite la aparición de la corona durante la medición. A parte de las consideraciones presentadas en la sección 1.2.4 se debe tener en cuenta que al acercarse la sonda al conductor central se generarán altos gradientes de potencial lo que podría resultar en la aparición de la corona o en el peor de los casos de descarga.
- Como el mallado externo del modelo es una superficie conductora, entre más cerca se encuentre la sonda a esta la medición se verá más afectada.
- Dado que el campo en el modelo coaxial no es uniforme, se debe definir una distancia entre el conductor central y la sonda que minimice la incertidumbre de la medición.
- Las distancias que garanticen una medición segura y con la menor incertidumbre posible dependerán de las características de la sonda que se utilice.
- El uso de un *display* remoto (como el de el diseño propuesto), elimina muchas de las fuentes de incertidumbre relacionadas con el medidor.
- En el diseño propuesto, la segunda parte del detector puede ser utilizada con cualquiera de las sondas. Para esto se debe cambiar la relación campo-corriente la cual está definida por la geometría de la sonda.
- Siempre y cuando no sean anormales (lluvia, niebla, etc.), las condiciones atmosféricas no deberían influir de manera significativa en la medición del campo eléctrico.

-
- El preámbulo de la prueba es bastante extenso, por esto se recomienda comenzar con los preparativos un día antes de la medición.

3.2.3. Procedimiento para la medición

Lineamientos

Para realizar la medición todo el personal involucrado debe leer y acatar los siguientes lineamientos:

- Se deben de seguir las instrucciones de seguridad descritas en el manual del laboratorio de alta tensión [32].
- Dada la complejidad de la prueba, se recomienda que esta se realice entre tres personas. En el caso de ser necesario, la prueba podrá realizarse con un mínimo de 2 personas entre las cuales debe haber comunicación constante.
- Una persona debe ser nombrada para dirigir la prueba, normalmente será el encargado del laboratorio o en su defecto la persona que se encuentre más capacitada.
- El personal encargado de realizar la prueba debe estar debidamente capacitado. Además del manual del laboratorio, todos los auxiliares deben leer el presente documento y estar familiarizados con los códigos, normas y estándares a los que este hace referencia.
- La distancia de seguridad a las partes energizadas se calculará de acuerdo a la regla 441 *Energized conductors or parts* del National Electrical Safety Code® (NESC) [27]. En la tabla 441-1 del código se presenta la mínima distancia de seguridad a conductores energizados de acuerdo a la tensión de línea a línea. Dado que en el modelo coaxial se trabaja con la tensión de línea a tierra esta se debe multiplicar por $\sqrt{3}$ para utilizar la tabla citada del NESC. La distancias están dadas para condiciones atmosféricas normales y para una altura de 900 m sobre el nivel del mar. Para la corrección por altura se debe mirar la tabla 441-6 del NESC. Dado que el código no especifica de que manera se debe realizar la corrección por condiciones atmosféricas esta se hará según lo establecido en el capítulo 13 del IEEE Std 4-2013 [16].
- Las condiciones atmosféricas deben ser medidas en la ubicación del modelo coaxial (parte externa del laboratorio).
- Dado que no suelen presentarse grandes variaciones de presión, temperatura y humedad bastará con registrar solo los valores mínimos, máximos y promedio de dichas variables.

-
- La hoja de registro de la medición (ver anexo D.1) debe irse completando a medida que los datos se encuentren disponibles.
 - Se debe llevar una hoja de vida de cada medidor con el fin de no describir sus características en la hoja de registro, en su lugar simplemente se hará referencia la hoja de vida correspondiente.

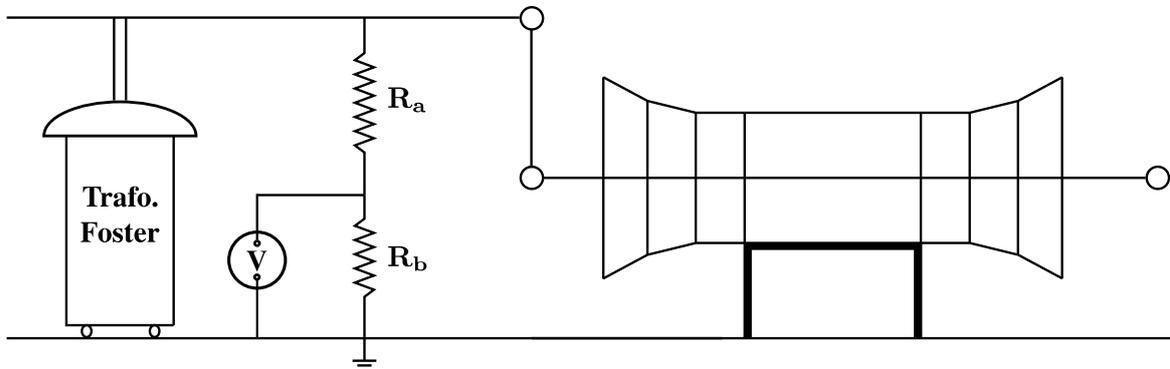
Actividades previas a la medición

Las siguientes actividades deben ser llevadas a cabo antes de realizar la medición:

- Todo el personal sin excepción debe leer y acatar las instrucciones de seguridad descritas en el manual del laboratorio de alta tensión [32].
- El personal encargado de realizar la prueba debe estar debidamente capacitado.
- Se debe verificar que el medidor esté en condiciones de realizar la medición, esto consiste en revisar la hoja de vida del medidor y verificar el nivel de carga de las baterías. Si el medidor no ha sido revisado en más de un mes, se debe realizar una prueba al detector para verificar su correcto funcionamiento.
- Se debe definir el propósito de la medición. De acuerdo a este se harán los cálculos pertinentes para determinar:
 1. El nivel o los niveles de tensión a aplicar.
 2. Los puntos en los que se realizará la medición y el número de medidas necesarias para un mismo punto.
 3. Los valores esperados de campo eléctrico.
- Se debe realizar el montaje del laboratorio para conectar el modelo coaxial al módulo *Foster*, y preparar el sistema de medición de alta tensión.

La figura 3.2 muestra el diagrama del montaje. Como se puede observar este consiste de un paralelo entre el módulo *Foster*, un divisor de tensión tipo resistivo y el modelo coaxial. En este trabajo no solo se estimó la relación del divisor del laboratorio, sino que además se construyó un divisor propio para comparar los resultados. La estimación de la relación de los divisores, se hizo mediante la prueba *sphere gaps* de acuerdo a lo establecido en la IEEE Std 4-2013 [16]. En el anexo D, se presenta una descripción más detallada de los componentes del montaje y las relaciones estimadas para los divisores.

Figura 3.2 Diagrama de conexión del modelo coaxial.



Pasos de la medición

A continuación se presentan los pasos para llevar a cabo la medición:

1. El encargado de la prueba debe verificar que los auxiliares conocen las normas de seguridad, son conscientes del riesgo de la prueba y están capacitados para llevarla a cabo.
2. Si las condiciones atmosféricas lo permiten se dará inicio a la prueba. Ante cualquier duda esta se deberá suspender.
3. El área del modelo coaxial debe ser acordonada de acuerdo a la distancia mínima de seguridad. Esta se calcula a partir de la máxima tensión a aplicar y sus debidas correcciones por altura y condiciones atmosféricas.
4. Se debe verificar el montaje de la prueba inyectando y midiendo la alta tensión.
5. Se procederá a ubicar el medidor de campo en el modelo coaxial.
6. Se dará inicio al chequeo para energizar la malla y tomar la medida:
 - 6.1 Todas las puertas se encuentran en la posición adecuada (ver [32]).
 - 6.2 Los auxiliares se encuentran a una distancia segura.
 - 6.3 Aviso del encendido de la consola de mando.
 - 6.4 Aviso del inicio de la prueba (inyección de tensión).
 - 6.5 Aviso paulatino del nivel de tensión.
 - 6.6 Inicia toma de la medición.
 - 6.7 Aviso final de la medición.

-
- 6.8 Aviso tensión cero (modelo coaxial des-energizado).
 - 6.9 Otra medición?. Si= repetir pasos del 6.1 al 6.8, No= paso 6.10.
 - 6.10 Apagado de la consola de mando.
7. Para otros puntos de medición se deben repetir los pasos 5 y 6.
 8. Entrega de la hoja de registro.
 9. Desmante de la prueba:
 - Recolección y entrega de los equipos de medida.
 - Recolección y entrega de la cinta de seguridad.
 - Desmante de las conexiones pertinentes (laboratorio).
 - Revisión visual de los equipos y del laboratorio.
 10. Fin de la medición.

Análisis y reporte de los resultados

El procesamiento de los datos de la medición dependerán del objetivo de la misma, su análisis y los valores obtenidos deberán anexarse a la hoja de registro. Para el cálculo de la incertidumbre se pueden usar los métodos descritos en la *Guía para la expresión de la incertidumbre de medida* (GUM) [4]. Como resultados adicionales de la prueba se debe registrar cualquier observación relevante que pueda ayudar a mejorar la forma en la que se realiza la medición. Estas observaciones deben ser revisadas, y de ser aceptadas se deberán hacer las respectivas correcciones al presente protocolo.

3.3. Conclusiones

Se propuso un protocolo para la medición del campo eléctrico en el modelo coaxial, este consiste en una serie de lineamientos, procedimientos y requisitos que se deben llevar a cabo antes, durante y después de la medición, de tal manera que se garantice la seguridad de las personas y se minimicen las fuentes de incertidumbre. Para realizar el protocolo, se hizo una revisión de los principales estándares (IEEE, IEC, entre otros), relacionadas con la medición de campo eléctrico a frecuencia industrial. Después de estudiar y categorizar las normas, se encontró que los estándares sugeridos por el RETIE no son de mucha utilidad, dado que el estándar IEEE 644-2008 trata solo de la medición de campo eléctrico en líneas de transmisión y el estándar IEEE 1243-1997 trata sobre técnicas de apantallamiento de

descargas atmosféricas en líneas de transmisión. Seguido a este estudio, se definieron las consideraciones generales que se deben tener en cuenta para realizar la medición. Para poder establecer un protocolo también se deben definir las consideraciones específicas de cada medición en particular, en este caso estas están dadas por las características y el fenómeno electromagnético del modelo coaxial.

Capítulo 4

Conclusiones y trabajos futuros

Este capítulo resume los resultados y las conclusiones obtenidas durante la investigación. Así mismo, se proponen varias ideas como trabajos futuros y se presentan algunas recomendaciones con objeto de continuar con la investigación y mejorar el trabajo realizado.

4.1. Conclusiones

El objetivo principal de este trabajo es servir como base para la medición del campo eléctrico en el modelo coaxial de una línea de transmisión ubicado en el laboratorio de alta tensión de la UIS. Para simplificar el fenómeno electromagnético dentro del modelo, se describe como calcular la máxima tensión que se puede aplicar sin que en este ocurra el efecto corona; a pesar de que el modelo fue construido con el fin de analizar dicho fenómeno. Siempre y cuando se cumpla con esta condición el campo eléctrico dentro del modelo puede aproximarse al caso estático debido a la baja frecuencia de la señal de tensión (60 Hz), las dimensiones del modelo y el hecho de que la corriente que circula por este es despreciable. Por su geometría, fue necesario utilizar un método numérico para calcular el campo eléctrico dentro del modelo coaxial. En este caso se optó por el método de elementos finitos FEM principalmente porque este se adapta fácilmente a geometrías complejas y por el hecho de que este trabaja en el dominio de la frecuencia, lo cual es de utilidad debido a que la magnitud a medir es el valor rms del campo eléctrico. La metodología FEM se implementó en un código que requiere las matrices \mathbf{p} , \mathbf{e} y \mathbf{t} de la *toolbox* PDE de *Matlab*® (ver sección 1.4), la *toolbox* se utiliza para definir la geometría del problema y generar el mallado a solucionar. Asumiendo simetría axial se llevó a cabo la simulación del campo eléctrico en el modelo coaxial donde se obtuvo que el campo en el centro del modelo se puede aproximar al campo producido por un coaxial infinito, sin embargo, al acercarse a los extremos se puede observar la influencia del efecto borde y el hecho de que los tramos aliviadores de campo cumplen con su función al disminuir

el campo en la superficie del conductor retrasando la aparición de la corona y una posible descarga.

Una vez caracterizado el campo eléctrico en el modelo coaxial, se investigó acerca del funcionamiento de los medidores de campo eléctrico a frecuencia industrial a fin de diseñar un prototipo. El estándar IEEE 1308-2010 y la norma IEC 61786.1-2013 describen los diferentes tipos de medidores de campos eléctricos a bajas frecuencias y su calibración [14][10]. Se decidió diseñar un medidor tipo cuerpo libre de eje sencillo que mida la corriente de corto-circuito entre los electrodos por las siguientes razones:

- Los medidores de cuerpo libre son portátiles y no necesitan de una referencia a tierra.
- Tradicionalmente son los medidores más usados, por lo que a su vez son los más desarrollados en la literatura.
- El principio de funcionamiento de un medidor de cuerpo libre de un eje puede extrapolarse para medidores de más ejes.
- El hecho de utilizar los electrodos en corto-circuito aumenta la protección de los componentes electrónicos en su interior.

En general los medidores de campo eléctrico están compuestos por la sonda y el detector. La primera se encarga de censar el campo eléctrico y generar una señal que es procesada por el detector para obtener la magnitud deseada del campo eléctrico. Dado que en este trabajo se eligió un medidor de cuerpo libre, el diseño de la sonda consiste en definir las características de los electrodos, el material aislante que los separa y el soporte que sostiene el medidor durante la medición. En el caso del detector consiste en diseñar las etapas de procesamiento de la señal, y dado que en este trabajo tuvo que ser separado en dos etapas (conectadas mediante el uso de fibra óptica), también se diseñó un contenedor que protegiese la segunda etapa de campos electromagnéticos externos que pudiesen intervenir en la medición.

Para finalizar, se creó un protocolo para la medición del campo eléctrico en el modelo coaxial, este consiste en una serie de lineamientos y procedimientos que buscan garantizar la seguridad de las personas y minimizar las fuentes de error que puedan alterar los resultados. En especial debe asegurarse que se cumpla con los tres requerimientos principales que son: el medidor, el procedimiento de medida y los datos y registros de la medición. Para definir el protocolo se consultaron principalmente estándares IEEE e IEC. Respecto a los estándares mencionados en el RETIE, se encontró que el estándar IEEE 644-2008 se refiere específicamente a la

medición de campos eléctricos en líneas de transmisión, mientras que el estándar IEEE 1243-1997 trata sobre las técnicas de apantallamiento de descargas atmosféricas sobre las líneas de transmisión para reducir al mínimo las interrupciones en su operación [13]. Una vez estudiados los estándares y las fuentes relacionadas con la medición de campo eléctrico a bajas frecuencias, se categorizaron según las diferentes temáticas, las cuales se mencionan a continuación:

- Requerimientos para los medidores de campo eléctrico a bajas frecuencias.
- Consideraciones generales a la hora de realizar una medición de campo eléctrico a baja frecuencia.
- Protocolos definidos para mediciones tradicionales de campo eléctrico a baja frecuencia.
- Otros. En esta categoría se incluyen fuentes como el libro del EPRI que trata distintos aspectos de la medición de campos y el estándar IEEE 1243-1997 que a pesar de no tratar la temática es mencionado (erróneamente) por el RETIE como referencia para la medición de campos.

Basados en la información recolectada se definieron las consideraciones generales que se deben tener en cuenta para la creación del protocolo. Seguido, se definieron las consideraciones específicas que dependen de la meta y las condiciones en las que se realiza cada medición en particular, en este trabajo se busca medir el valor rms del campo eléctrico en el modelo coaxial. Teniendo en cuenta dichas consideraciones se definió el procedimiento para llevar a cabo la medición; en este se mencionan los lineamientos a seguir, los pasos para llevar a cabo la medición y el tratamiento que se le debe dar a los datos obtenidos.

4.2. Trabajos futuros y recomendaciones

Con el fin de mejorar la caracterización del campo eléctrico en el modelo coaxial, se sugiere llevar a cabo simulaciones 3D para considerar factores como la catenaria del conductor central, el hecho de que el conductor externo no es sólido sino es un enmallado y el entorno que rodea el modelo, compuesto por los conductores que suministran la tensión, el suelo, las paredes cercanas, etc.

Para realizar la medición del campo eléctrico en el modelo coaxial hace falta construir el medidor. En este trabajo, además de presentar el diseño del medidor se construyeron tres

pares de electrodos. Vale la pena aclarar que al momento de implementar el diseño pueden surgir diferentes complicaciones por lo que las especificaciones mencionadas son opciones tentativas más no obligatorias. Al momento de realizar cualquier modificación se debe realizar un estudio para determinar si estas son adecuadas y si estas afectan el funcionamiento del medidor.

Finalmente, se presenta una lista de sugerencias respecto algunas actividades que están relacionadas con la medición del campo en modelo pero que dado el objetivo de este trabajo son dejadas en un segundo plano:

- Revisar y actualizar los protocolos de seguridad del laboratorio de alta tensión, recomendando el uso de señales auditivas y visuales.
- Iniciar un registro digital que contenga las pruebas que se realizan en el laboratorio, el procedimiento de cada una y una hoja de vida para los principales equipos del laboratorio.
- Revisar la incertidumbre y de ser necesario la calibración del equipo con el cual se va a medir la alta tensión aplicada al modelo coaxial.

Bibliografía

- [1] Bansal, R. (2006). *Fundamentals of Engineering Electromagnetics*. Taylor & Francis Group.
- [2] Bartnikas, R. and Eichhorn, R. M. (1983). *Engineering Dielectrics Volume IIA : Electrical Properties of Solid Insulating Materials: Molecular structure and Eleelectric Behavior*. ASTM.
- [3] Bian, X., Yu, D., Chen, L., MacAlpine, J. M. K., Wang, L., Guan, Z., and Chen, F. (2011). Influence of aged conductor surface conditions on ac corona discharge with a corona cage. *IEEE Transactions on Dielectrics and Electrical Insulation*, 18(3):809–818.
- [4] CEM (2008). Evaluación de datos de medición: Guía para la expresión de la incertidumbre de medida. Technical report, Centro Español de Metrología.
- [5] E. Asenjo, N. M. and Valdenegro, A. (1997). Solution of low frequency complex fields in polluted insulators by means of the finite element method. *IEEE Transactions on Dielectrics and Electrical Insulation*, 4(1):10–16.
- [6] E. Kuffel, W. Z. and Kuffel, J. (2000). *High Voltage Engineering Fundamentals*. Newnes.
- [7] EPRI (2005). *AC Transmission Line Reference Book—200 kV and Above, Third Edition*. Electric Power Research Institute.
- [8] ICNIRP (2014). Guidelines for limiting exposure to electric fields induced by movement of the human body in a static magnetic field and by time-varying magnetic fields below 1 hz. Technical report, International Commission on non-ionizing Radiation Protection.
- [9] Ida, N. (2015). *Engineering Electromagnetics*. Springer International Publishing.
- [10] IEC-61786-1 (2013-12). Measurement of dc magnetic, ac magnetic and ac electric fields from 1 hz to 100 khz with regard to exposure of human beings –part 1: Requirements for measuring instruments edition 1.0. Technical report, International Electrotechnical Commission.
- [11] IEC-61786-2 (2014-12). Measurement of dc magnetic, ac magnetic and ac electric fields from 1 hz to 100 khz with regard to exposure of human beings –part 2: Basic standard for measurements. Technical report, International Electrotechnical Commission.
- [12] IEC-62110 (2010). Electric and magnetic field levels generated by ac power systems - measurement procedures with regard to public exposure. Technical report, International Electrotechnical Commission.

-
- [13] IEEE-Std-1243 (1997). Guide for improving the lightning performance of transmission lines. Technical report, Institute of Electrical and Electronics Engineers.
- [14] IEEE-Std-1308 (2010). Recommended practice for instrumentation: Specifications for magnetic flux density and electric field strength meters - 10 hz to 3 khz. Technical report, Institute of Electrical and Electronics Engineers.
- [15] IEEE-Std-1460 (2008). Guide for the measurement of quasi-static magnetic and electric fields. Technical report, Institute of Electrical and Electronics Engineers.
- [16] IEEE-Std-4-2013 (2013). Standard for high-voltage testing techniques. Technical report, Institute of Electrical and Electronics Engineers.
- [17] IEEE-Std-605 (2010). Guide for bus design in air insulated substations. Technical report, Institute of Electrical and Electronics Engineers.
- [18] IEEE-Std-644 (2008). Standard procedures for measurement of power frequency electric and magnetic fields from ac power lines. Technical report, Institute of Electrical and Electronics Engineers.
- [19] IEEE-Std-C95.3.1 (2010). Recommended practice for measurements and computations of electric, magnetic, and electromagnetic fields with respect to human exposure to such fields, 0 hz to 100 khz. Technical report, Institute of Electrical and Electronics Engineers.
- [20] IEEE-Std-C95.6 (2002). Standard for safety levels with respect to human exposure to electromagnetic fields, 0-3 khz. Technical report, Institute of Electrical and Electronics Engineers.
- [21] Jones, J. R. (1985). Diseño y construcción de una línea de transmisión enmallada para estudios de transmisión de potencia a muy altas tensiones. Master's thesis, Universidad Industrial de Santander.
- [22] Jr., D. G. S. and Hoefer, J. R. (2003). *Microwave Circuit Modelling Using Electromagnetic Field Simulation*. Artech House.
- [23] M. Xu, Z. T. and Li, K. (2012). Modified peek formula for calculating positive dc corona inception electric field under variable humidity. *IEEE Transactions on Dielectrics and Electrical Insulation*, 19(4):1377–1382.
- [24] Mikropoulos, P. N. and Zagkanas, V. N. (2013). The effect of stranded conductor geometry on dc corona in the coaxial cylindrical electrode arrangement in air. In *Power Engineering Conference (UPEC), 2013 48th International Universities'*, pages 1–5.
- [25] Mikropoulos, P. N. and Zagkanas, V. N. (2015). Threshold inception conditions for positive dc corona in the coaxial cylindrical electrode arrangement under variable atmospheric conditions. *IEEE Transactions on Dielectrics and Electrical Insulation*, 22(1):278–286.
- [26] Mikropoulos, P. N. and Zagkanas, V. N. (2016). Negative dc corona inception in coaxial cylinders under variable atmospheric conditions: A comparison with positive corona. *IEEE Transactions on Dielectrics and Electrical Insulation*, 23(3):1322–1330.

-
- [27] NESC® (2017). National electrical safety code®. Technical report, Institute of Electrical and Electronics Engineers.
- [28] PDE-Manual (19-02-2017). Partial differential equation toolbox™ user's guide. Technical report, Matlab.
- [29] PEEK, F. W. (1915). *Dielectric Phenomena in High Voltage Engineering*. McGraw-Hill.
- [30] Reitz, J. R. and Milford, F. J. (1960). *Foundations of Electromagnetic Theory*, p. 52. Addison-Wesley Publishing Company, Inc.
- [31] RETIE (2016). Resolución 90708 por la cual se expide el nuevo reglamento técnico de instalaciones eléctricas - retie. adicionalmente, por medio de las resoluciones 90907 de 2013, 90795 de 2014 y 40492 de 2015 se corrigen y aclaran algunos artículos del anexo general del retie de la resolución 90708 de 2013. Technical report, Ministerio de minas y energía - Colombia.
- [32] Rugeles, J. and Chacón, J. (2013). *Manual de laboratorio de alta tensión. 2 ed.* Ediciones UIS.
- [33] S. Ramo, J. R. W. and Duzer, T. V. (1994). *Fields and Waves in Communication Electronics*. Jhon Wiley and Sons Inc.
- [34] W. N. Fu, S. L. Ho, S. N. and Zhu, J. (2012). Comparison study of finite element methods to deal with floating conductors in electric field. *IEEE Transactions on Magnetics*, 48(2):351–354.

Anexos

Anexo A

Código Matlab de elementos finitos para configuraciones con simetría axial

Este anexo presenta el código Matlab utilizado para realizar la simulación del campo eléctrico en el modelo coaxial. El código implementa el método FEM en coordenadas cilíndricas con simetría axial, luego la simulación se realiza en los ejes ρ y z . Para implementar el código primero se debe generar la geometría del problema en la *toolbox* PDE, en caso de trabajar con una malla uniforme esta se puede generar directamente en la *toolbox*. De lo contrario, se debe extraer la matriz \mathbf{g} para generar la malla y refinarla en los subdominios de interés desde el *Command Window* de Matlab. Lo anterior es el preámbulo del código de donde se extraen las matrices \mathbf{p} , \mathbf{e} y \mathbf{t} necesarias para su ejecución. A continuación se muestra el código y su descripción. Para mayor información consultar las secciones 1.3 y 1.4, y el manual de la *toolbox* [28].

Código 1 Simulación FEM para el modelo coaxial

```
1 %%PREAMBULO DEL CODIGO
2
3 [p,e,t]=initmesh(g,'Hgrad',1.002); %Se crea la malla a partir de la
   matriz g y se elije su grosor mediante el string Hgrad
4 [p,e,t]=refinemesh(g,p,e,t,1); %Se refina el subdominio 1 de la malla
5 [p,e,t]=refinemesh(g,p,e,t); %Se refina la malla en general
6 pdemesh(p,e,t) %Grafica de la malla
7
8 %%
9
10 %CODIGO PRINCIPAL
11
12 %Inicializacion de las variables
13
14 np=length(p); %Numero de nodos
15 nt=length(t); %Numero de triangulos
16 le=length(e); %Numero de segmentos que forman las fronteras con
   condiciones definidas
17 F=zeros(np,1); %Vector que define si el potencial de un nodo es conocido
   . Si F(k)=1 - No F(K)=0
18 V=zeros(np,1); %Vector potencial electrico (solucion)
19 pf=0; %Puntos condiciones de frontera
```

```

20 bb=zeros(1e,1); %Vector que indica el indice de los nodos que hacen
    parte de las fronteras definidas
21 bc=zeros(1e,1); %Vector que indica el borde al cual pertenecen los nodos
    con condiciones de frontera
22 al=Matrixa(t,np,nt); %Subprograma para definir la matrix al que
    contiene los triangulos a los que pertenece cada nodo
23
24 %Se procede a definir los nodos con condiciones de frontera definas. Las
    fronteras tambien pueden ser abiertas.
25
26 d=1; %Contador: numero de nodos que pertenecen a fronteras definidas
27 for k=1:1:1e
28     a=e(1,k); %Indice del primer nodo que conforma el segmento
29     b=e(2,k); %Indice del segundo nodo que conforma el segmento
30     c=e(5,k); %Indice del borde al cual pertenece el segmento
31     if e(5,k)==2||e(5,k)==3||e(5,k)==4||e(5,k)==5||e(5,k)==6||e(5,k)==13||
        e(5,k)==16||e(5,k)==17||e(5,k)==18||e(5,k)==19 %Bordes con
            condiciones de fronteras definidas
32         aaa=find(bb(:,1)==a);
33         if isempty(aaa)==1 %Determina si el nodo "a" ya fue considerado
34             bb(d,1)=a;
35             bc(d,1)=c;
36             d=d+1;
37         end
38         aaa=find(bb(:,1)==b); %Determina si el nodo "b" ya fue considerado
39         if isempty(aaa)==1
40             bb(d,1)=b;
41             bc(d,1)=c;
42             d=d+1;
43         end
44     end
45 end
46
47 bb(bb==0)=[]; %Se eliminan los elementos vacios de bb
48 bc(bc==0)=[]; %Se eliminan los elementos vacios de bc
49
50 %Se define el valor de las condiciones de frontera definidas
51
52 for k=1:1:length(bb)
53     if bc(k,1)==2||bc(k,1)==3||bc(k,1)==4||bc(k,1)==5||bc(k,1)==6 %Bordes
        con valor V=0
54         V(bb(k,1),1)=0;
55         F(bb(k,1),1)=1; %Como su valor se conoce el valor de F(k)=1
56         pf=pf+1; %Contador nodos de frontera definidas
57     elseif bc(k,1)==13||bc(k,1)==16||bc(k,1)==17||bc(k,1)==18||bc(k,1)==19
        %Bordes con valor V=1000
58         V(bb(k,1),1)=1000;
59         F(bb(k,1),1)=1; %Como su valor se conoce el valor de F(k)=1
60         pf=pf+1; %Contador nodos de frontera definidas
61     end
62 end
63
64
65 C=zeros(np,1); % Vector de potenciales conocidos
66
67 %Dado que la matrix de coeficientes es altamente sparce, para optimizar
    la memoria que usa el codigo se debe crear una matrix de
    coeficientes de este estilo. Para esto es necesario crear tres
    vectores con las coordenadas (i,j) y el valor de los coeficientes
68 Cy=zeros(9*np,1); %Vector: posicion i de la matrix de coeficientes
69 Cx=zeros(9*np,1); %Vector: posicion j de la matrix de coeficientes
70 Cv=zeros(9*np,1); %Vector: valor del coeficiente
71 F1=zeros(np-pf,1); %Vector de nodos que no pertenecen a una condicion de
    frontera definida
72

```

```

73 d=1; %Contador indice de los nodos que no pertenecen a una frontera
    definida
74 for k=1:1:np
75     if F(k,1)==0 %Vector que define si el potencial de un nodo es conocido.
        Si F(k)=1 - No F(k)=0
76         F1(d,1)=k; %Vector con los indices de los nodos que no pertenecen a
            una condicion de frontera definida
77         d=d+1;
78     end
79 end
80
81 %Se procede a armar la matriz de los coeficientes de la derivada de la
    energia con respecto a cada nodo "k". Para optimizar el codigo se
    asume que todos los nodos son desconocidos. Dado que no es asi, el
    tratamiento para los nodos conocidos es diferente.
82
83 di=1;
84
85 for k=1:1:np %k es el indice de la derivada
86
87     a=a1(k,:); %Triangulos a los que pertenece el nodo k
88     a(a==0)=[]; %Se eliminan los elementos vacios
89     dc=0; %Numero de nodos conectados al nodo "k"
90     C1=zeros(9,2); %Matriz auxiliar para acumular el valor C1(x,2) del
        coeficiente Cv(k , C1(x,1))
91
92     if F(k,1)==0 %Procedimiento para los nodos desconocidos
93         for l=1:1:length(a) %Cada triangulo al que pertene el nodo k aporta a
            los coeficientes
94             b=a(l); %Indice del triangulo evaluado
95
96             %Calculo area del triangulo y valor promedio de Rho
97             l1=sqrt((p(1,t(1,b))-p(1,t(2,b)))^2+(p(2,t(1,b))-p(2,t(2,b)))^2);
98             l2=sqrt((p(1,t(2,b))-p(1,t(3,b)))^2+(p(2,t(2,b))-p(2,t(3,b)))^2);
99             l3=sqrt((p(1,t(3,b))-p(1,t(1,b)))^2+(p(2,t(3,b))-p(2,t(1,b)))^2);
100            s=0.5*(l1+l2+l3);
101            A=sqrt(s*(s-l1)*(s-l2)*(s-l3));
102            Pro=(p(1,t(1,b))+p(1,t(2,b))+p(1,t(3,b)))/3;
103
104            %Definicion de los coeficientes p1 y p2 de la derivada
105            c=find(t(1:3,b)==k); %Posicion del nodo evaluado en el triangulo
106
107            if c==1
108                cx=p(1,t(3,b))-p(1,t(2,b));
109                cy=p(2,t(2,b))-p(2,t(3,b));
110            elseif c==2
111                cx=p(1,t(1,b))-p(1,t(3,b));
112                cy=p(2,t(3,b))-p(2,t(1,b));
113            elseif c==3
114                cx=p(1,t(2,b))-p(1,t(1,b));
115                cy=p(2,t(1,b))-p(2,t(2,b));
116            end
117
118            for m=1:1:3 %Se determina el coeficiente de cada nodo del triangulo
                respecto al nodo k
119                fa=t(m,b); %Indice del nodo a evaluar
120
121                if F(fa,1)==1 %Si el valor del nodo es conocido
122                    if m==1
123                        C(k,1)=C(k,1)-Pro*(cx*(p(1,t(3,b))-p(1,t(2,b)))+cy*(p(2,t(2,b))-p(2,t(3,b))))*V(t(1,b),1)/A;
124                    elseif m==2
125                        C(k,1)=C(k,1)-Pro*(cx*(p(1,t(1,b))-p(1,t(3,b)))+cy*(p(2,t(3,b))-p(2,t(1,b))))*V(t(2,b),1)/A;
126                    elseif m==3

```

```

127     C(k,1)=C(k,1)-Pro*(cx*(p(1,t(2,b))-p(1,t(1,b)))+cy*(p(2,t(1,b))-p(2,t
      (2,b))))*V(t(3,b),1)/A;
128     end
129     else %Si el valor del nodo es desconocido
130
131         at=find(C1(:,1)==fa); %Determina si el nodo evaluado ya ha sido
            considerado
132         if isempty(at)==1 %No
133             dc=dc+1; %Numero de nodos conectados al nodo "k"
134             C1(dc,1)=t(m,b); %Indice del nodo evaluado
135             a2=dc; %Se le asigna un numero al nodo evaluado
136         else %Si
137             a2=at; %Se retoma el numero del nodo evaluado
138         end
139
140         if m==1 %Se calcula el coeficiente del nodo C1(dc,1) respecto al nodo
            k
141             C1(a2,2)=C1(a2,2)+(Pro*(cx*(p(1,t(3,b))-p(1,t(2,b)))+cy*(p(2,t(2,b))-
              p(2,t(3,b))))/A);
142         elseif m==2
143             C1(a2,2)=C1(a2,2)+(Pro*(cx*(p(1,t(1,b))-p(1,t(3,b)))+cy*(p(2,t(3,b))-
              p(2,t(1,b))))/A);
144         elseif m==3
145             C1(a2,2)=C1(a2,2)+(Pro*(cx*(p(1,t(2,b))-p(1,t(1,b)))+cy*(p(2,t(1,b))-
              p(2,t(2,b))))/A);
146         end
147
148     end
149 end
150 end
151
152 else %Calculo de los coeficientes para los nodos conocidos
153
154 for l=1:length(a) %Cada triangulo al que pertenece el nodo k aporta a
      los coeficientes
155     b=a(l); %Indice del triangulo evaluado
156
157     %Calculo Area del triangulo
158     l1=sqrt((p(1,t(1,b))-p(1,t(2,b)))^2+(p(2,t(1,b))-p(2,t(2,b)))^2);
159     l2=sqrt((p(1,t(2,b))-p(1,t(3,b)))^2+(p(2,t(2,b))-p(2,t(3,b)))^2);
160     l3=sqrt((p(1,t(3,b))-p(1,t(1,b)))^2+(p(2,t(3,b))-p(2,t(1,b)))^2);
161     s=0.5*(l1+l2+l3);
162     A=sqrt(s*(s-l1)*(s-l2)*(s-l3));
163     Pro=(p(1,t(1,b))+p(1,t(2,b))+p(1,t(3,b)))/3;
164
165     %Definicion de los coeficientes p1 y p2 de la derivada
166     c=find(t(1:3,b)==k); %Posicion del nodo evaluado en el triangulo
167
168     if c==1
169         cx=p(1,t(3,b))-p(1,t(2,b));
170         cy=p(2,t(2,b))-p(2,t(3,b));
171     elseif c==2
172         cx=p(1,t(1,b))-p(1,t(3,b));
173         cy=p(2,t(3,b))-p(2,t(1,b));
174     elseif c==3
175         cx=p(1,t(2,b))-p(1,t(1,b));
176         cy=p(2,t(1,b))-p(2,t(2,b));
177     end
178
179 for m=1:3 %Se determina el coeficiente de cada nodo del triangulo
      respecto al nodo k
180     fa=t(m,b); %Indice del nodo a evaluar
181
182     if F(fa,1)==1 %Si el valor del nodo es conocido
183         if m==1

```

```

184     C(k,1)=C(k,1)+Pro*(cx*(p(1,t(3,b))-p(1,t(2,b)))+cy*(p(2,t(2,b))-p
      (2,t(3,b))))*V(t(1,b),1)/A;
185     elseif m==2
186     C(k,1)=C(k,1)+Pro*(cx*(p(1,t(1,b))-p(1,t(3,b)))+cy*(p(2,t(3,b))-p
      (2,t(1,b))))*V(t(2,b),1)/A;
187     elseif m==3
188     C(k,1)=C(k,1)+Pro*(cx*(p(1,t(2,b))-p(1,t(1,b)))+cy*(p(2,t(1,b))-p
      (2,t(2,b))))*V(t(3,b),1)/A;
189     end
190
191     at=find(C1(:,1)==fa); %Determina si el nodo evaluado ya ha sido
      considerado
192     if isempty(at)==1 %No
193         dc=dc+1; %Numero de nodos conectados al nodo "k"
194         C1(dc,1)=t(m,b); %Indice del nodo evaluado
195         a2=dc; %Se le asigna un numero al nodo evaluado
196     else %Si
197         a2=at; %Se retoma el numero del nodo evaluado
198     end
199
200     if m==1 %Se calcula el coeficiente del nodo C1(dc,1) respecto al nodo
      k
201     C1(a2,2)=C1(a2,2)+(Pro*(cx*(p(1,t(3,b))-p(1,t(2,b)))+cy*(p(2,t(2,b))-
      p(2,t(3,b))))/A);
202     elseif m==2
203     C1(a2,2)=C1(a2,2)+(Pro*(cx*(p(1,t(1,b))-p(1,t(3,b)))+cy*(p(2,t(3,b))-
      p(2,t(1,b))))/A);
204     elseif m==3
205     C1(a2,2)=C1(a2,2)+(Pro*(cx*(p(1,t(2,b))-p(1,t(1,b)))+cy*(p(2,t(1,b))-
      p(2,t(2,b))))/A);
206     end
207
208     end
209     end
210     end
211     end
212
213     dii=di+dc-1; %Indice de los vectores para formar la matriz sparse
214     Cy(di:dii,1)=k*ones(dc,1); %Dado que todos los coeficientes se calculan
      respecto al nodo k, todos se encuentran en esta fila
215     Cx(di:dii,1)=C1(1:dc,1); %Se define la columna a la que pertenece cada
      coeficiente
216     Cv(di:dii,1)=C1(1:dc,2); %Se define el valor de cada coeficiente
217     di=dii+1; %Contador Indice de los vectores para formar la matriz sparse
218     end
219
220     Cy=Cy(1:dii,1); %Se quitan los valores iguales a cero
221     Cx=Cx(1:dii,1); %Se quitan los valores iguales a cero
222     Cv=Cv(1:dii,1); %Se quitan los valores iguales a cero
223     Mc=sparse(Cy,Cx,Cv); %Creacion de la matriz sparse de coeficientes
224     V=Mc\C; %Solucion del vector potencial al invertir la matriz de
      coeficientes (derivadas) y multiplicar por el vector de coeficientes
      de potencial conocidos
225     %%
226
227     %POST-PROCESO
228
229     %%
230     %Grafica de la solucion
231     pdegplot(g) %Dibujar la geometria del problema
232     hold on
233     pdeplot(p,[],t,'xydata',V,'zdata',V,'xystyle','off','contour','on','
      levels',10); %Grafica del potencial en contornos
234
235     %%

```

```

236 %Transformar la malla de triángulos en una malla cuadrada
237 x=0:0.0001:0.85; %Separacion en x
238 y=-3:0.001:3; %Separacion en y
239 v=tri2grid(p,t,V,x,y); %Matriz de potencial "v"
240
241 %%
242 %Calculo del campo electrico
243 [EX,EY]=gradient(v,x,y); %Gradiente del potencial
244 EX=-EX; %Campo electrico en la direccion rho
245 EY=-EY; %Campo electrico en la direccion z

```

La subfunción *Matrixa* se encarga de crear una matriz que contiene los triángulos a los que pertenece cada nodo con el fin de reducir el tiempo de computo. Esto se debe a que no se encontró un algoritmo para relacionar directamente el índice del nodo con los índices de los triángulos a los que este pertenece.

Código 2 Función para determinar los triángulos a los que pertenece cada nodo

```

1
2 %%SUB-FUNCION Matrixa
3
4 function [a] = Matrixa(t,np,nt); %Requiere de la matriz t, el numero de
   puntos np y el numero de triangulos nt
5
6 a=zeros(np,8); %Cada fila de la matriz a indica los triangulos a los que
   pertenece cada nodo en particular. Esta compuesta por 8 columnas por
   que es el maximo numero de triangulos a los que puede pertecer un
   nodo en la mmalla generada por la toolbox
7
8 %Cada columna de la matriz t indica el indice de los nodos que
   pertenecen a cada triangulo
9
10 q1=1; %Indice de los triangulos tratados para t(1,:)
11 q2=1; %Indice de los triangulos tratados para t(2,:)
12 q3=1; %Indice de los triangulos tratados para t(3,:)
13 t(1:3,:)=sort(t(1:3,:)); %Se reordenan las columnas de menor a mayor
   indice de nodo
14 [t1,I1]=sort(t(1,:)); %Se reordena t(1,:) de menor a mayor para crear t1
   . El vector I1 indica la pocision inicial (triangulo) de cada elemento
   t1 en t(1,:)
15 [t2,I2]=sort(t(2,:)); %Se reordena t(2,:) de menor a mayor para crear t2
   . El vector I2 indica la pocision inicial (triangulo) de cada elemento
   t2 en t(2,:)
16 [t3,I3]=sort(t(3,:)); %Se reordena t(3,:) de menor a mayor para crear t3
   . El vector I3 indica la pocision inicial (triangulo) de cada elemento
   t3 en t(3,:)
17
18 for x=1:1:np %Calculo de los triangulos para el nodo x
19 clear a1 %Variable auxiliar para definir los triangulos a los que
   pertenece x en t1
20 clear a2 %Variable auxiliar para definir los triangulos a los que
   pertenece x en t2
21 clear a3 %Variable auxiliar para definir los triangulos a los que
   pertenece x en t3
22
23 if q1<=nt %Cuando el contador q1 sea igual a nt indica que todos los
   elementos de t1 han sido procesados
24 if nt-q1>=8 %Dado que un nodo solo puede pertenecer a 8 triangulos
   esto se aprovecha para mejorar la busqueda y disminuir el tiempo de
   computo

```

```

25 a1=find(t1(1,q1:q1+8)==x); %Se encuentran los triangulos que
    pertenecen a x en un vector reducido t1
26 a1=a1+(q1-1); %Debido a que solo se analiza parte del vector t1 se
    debe llevar el indice de los triangulos a la referencia original t1
27 q1=length(a1)+q1; %Actualizacion del indice q1 segun los triangulos
    tratados dados por el tamaño de a1
28 else
29 a1=find(t1(1,q1:nt)==x); %Se encuentran los triangulos que pertenecen
    a x en un vector reducido t1
30 a1=a1+(q1-1); %Debido a que solo se analiza parte del vector t1 se
    debe llevar el indice de los triangulos a la referencia original t1
31 q1=length(a1)+q1; %Actualizacion del indice q1 segun los triangulos
    tratados dados por el tamaño de a1
32 end
33 for k=1:1:length(a1)
34 a1(k)=I1(a1(k)); %Se lleva el indice de los triangulos a la referencia
    original de la matriz t
35 end
36 else
37 a1=[]; %Se eliminan los elementos vacios de a1
38 end
39
40 %Se debe realizar el mismo procedimiento para los vectores t2 y t3
41
42 if q2<=nt
43     if nt-q2>=8
44         a2=find(t2(1,q2:q2+8)==x);
45         a2=a2+(q2-1);
46         q2=length(a2)+q2;
47     else
48         a2=find(t2(1,q2:nt)==x);
49         a2=a2+(q2-1);
50         q2=length(a2)+q2;
51     end
52     for k=1:1:length(a2)
53         a2(k)=I2(a2(k));
54     end
55 else
56     a2=[];
57 end
58
59 if q3<=nt
60     if nt-q3>=8
61         a3=find(t3(1,q3:q3+8)==x);
62         a3=a3+(q3-1);
63         q3=length(a3)+q3;
64     else
65         a3=find(t3(1,q3:nt)==x);
66         a3=a3+(q3-1);
67         q3=length(a3)+q3;
68     end
69     for k=1:1:length(a3)
70         a3(k)=I3(a3(k));
71     end
72 else
73     a3=[];
74 end
75
76 a(x,1:length(a1)+length(a2)+length(a3))=[a1,a2,a3]; %Se unen los
    triangulos de cada fila, ya que en todos esta presente el nodo x
77 end
78
79 end

```

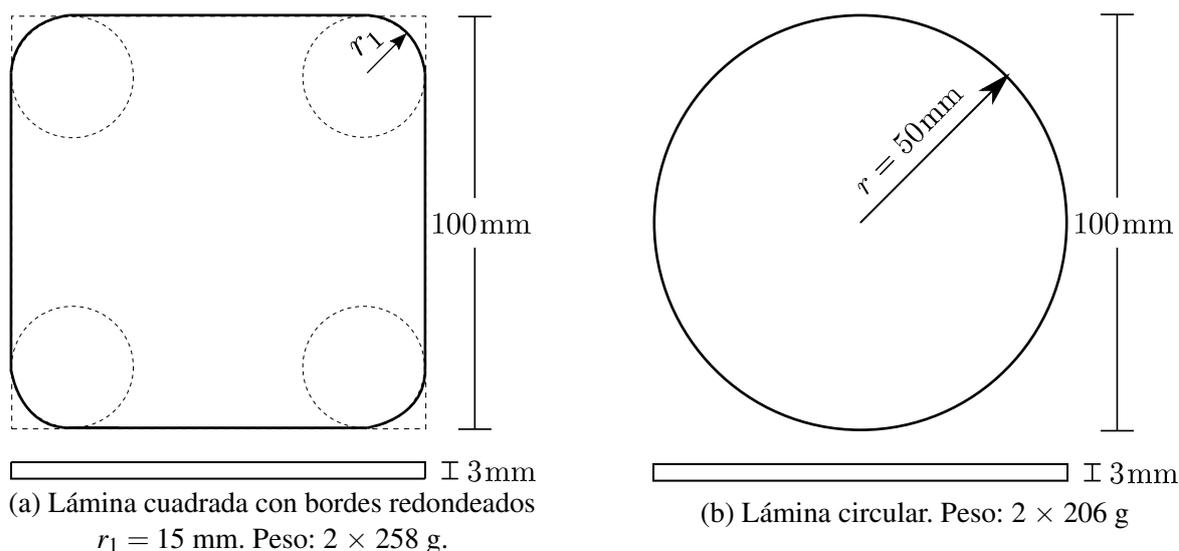
Anexo B

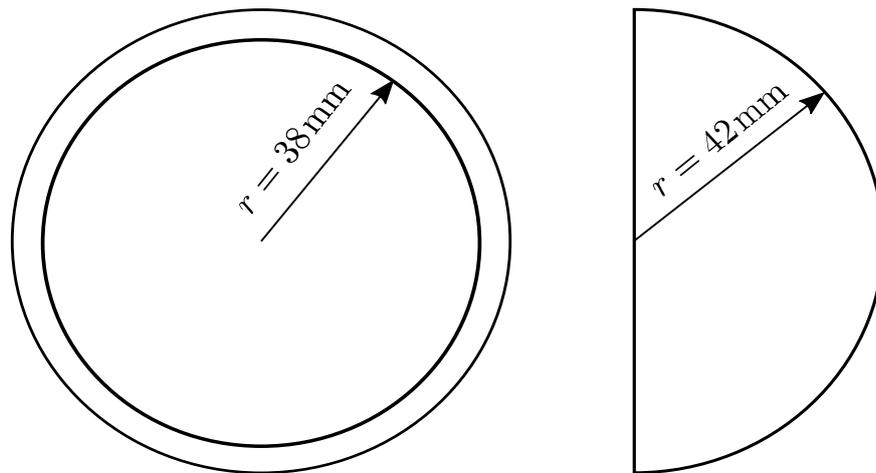
Especificaciones: sonda del medidor

B.1 Electrodo

La figura 1 muestra las características de los electrodos construidos. El material escogido fue cobre. Para los electrodos esféricos fue necesario realizar un molde y fundir el cobre (Laboratorio de procesos de fundición y moldeo de la UIS). En el caso de los electrodos de placas paralelas se realizó el corte directamente sobre la lamina de 3 mm de espesor. En cuanto al material aislante que separa los electrodos esféricos, se recomienda una separación no mayor a 4 mm. Para los electrodos de placas paralelas, la separación estará determinada por el tamaño de los componentes del detector que se incluyan dentro de la sonda.

Figura 1 Geometrías y dimensiones de los electrodos construidos.





(c) Cascarones esféricos. Peso: 2×635 g

B.2 Soporte

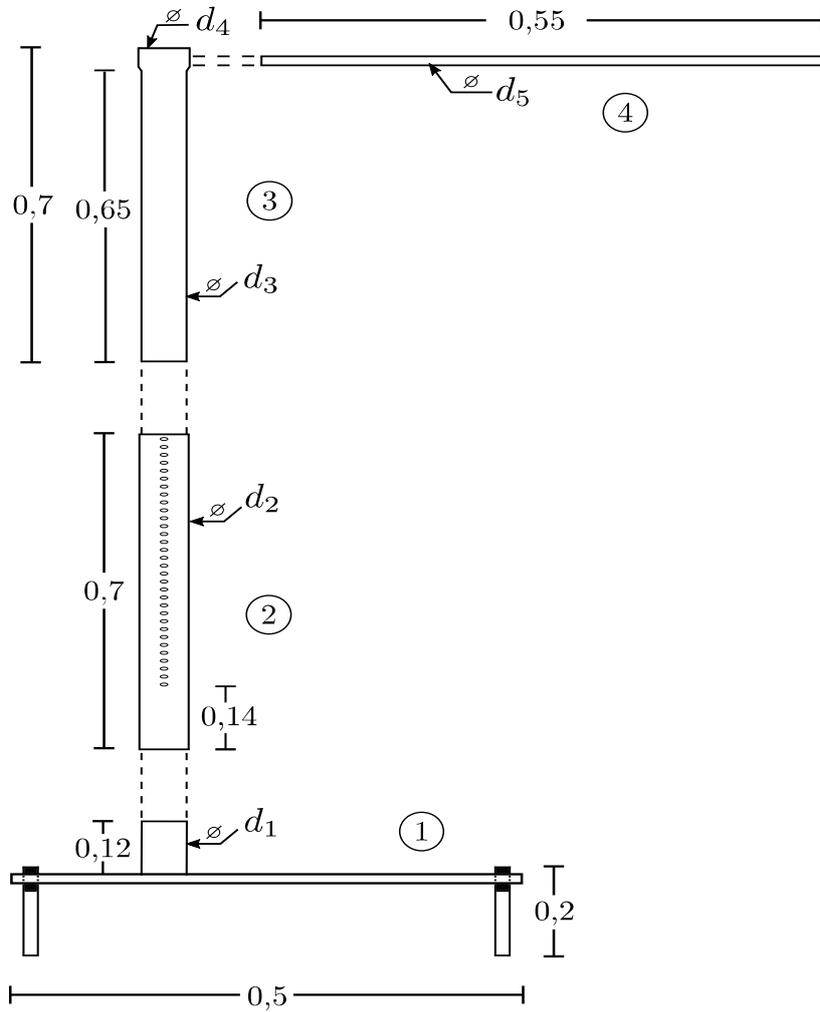
En la figura 2 se muestran las dimensiones del soporte construido. En esta sección se considera el soporte constituido por cuatro partes: ① la base y todos sus componentes, ② el tubo de PVC con perforaciones, ③ la barra de UHMW-PE que forma la parte vertical del brazo y ④ la barra que forma la parte horizontal del brazo.

Descripción

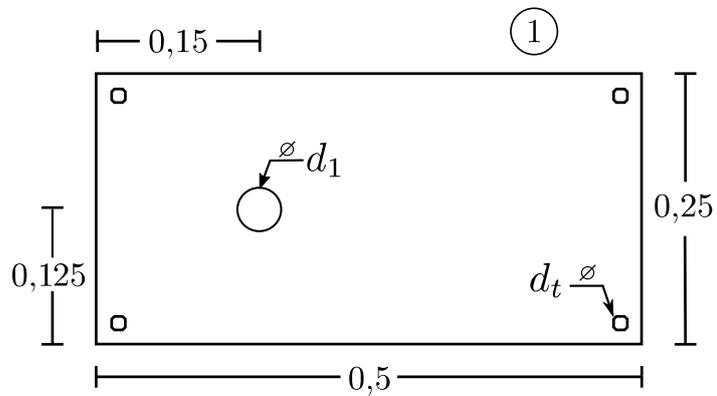
La base: consiste en una lámina de UHMW-PE de 2 cm de espesor. Esta es soportada por cuatro tornillos de diámetro $d_t = 1,25$ cm, los cuales se ubican a 2 cm desde el centro del tornillo a los lados adyacentes de la esquina correspondiente. Para sostener la base en su sitio, los tornillos cuentan con arandelas y tuercas tanto en la parte superior como en la parte inferior. Un cilindro de UHMW-PE de diámetro $d_1 = 4,2$ cm, se fija a la base mediante un tornillo avellanado para soportar el resto de la estructura.

Tubo de PVC: El tubo tiene 0,7 m de largo y un diámetro externo $d_1 = 4,8$ cm. Este entra en el cilindro de la base a presión y posee perforaciones de 0,8 cm de diámetro ubicadas cada 1,1 a 1,2 cm. Aunque se perforó hasta el tope, no se recomienda usar las ultimas perforaciones por el esfuerzo que se ejerce sobre el tubo. Para soportar el brazo formado por ③ y ④, se utiliza un pasador de acero inoxidable de 7,3 cm de largo y 0,8 cm de diámetro.

Figura 2 Medidas del soporte.



(a) Vista lateral del soporte en m.



(b) Vista superior de la base (1) en m.

Barra ③: Esta construida en UHMW-PE y posee un diámetro $d_3 = 4,15$ cm de tal forma que permite el desplazamiento de la barra al insertarla en ②. La parte superior de la barra tiene un diámetro $d_4 = 4,7$ cm para garantizar la estabilidad mecánica al momento de insertar la barra ④.

Barra ④: Posee un diámetro $d_3 = 2,1$ cm y esta incrustada a presión en la barra ③. Su largo efectivo, después de ser incrustada, es de $\simeq 50$ cm. Inicialmente se construyó en UHMW-PE dada su baja conductividad $\sigma \leq 10^{-15}$ S/m y su constante dieléctrica $\epsilon = 2,3 \epsilon_0$ F/m. Sin embargo, este material no es resistente a la flexión (ver figura 3a), por lo que se construyó una segunda barra en nailon. Como se puede observar en la figura 3b, el nailon es más resistente a la flexión. Aún así, sus propiedades eléctricas perturban más el campo con un $\sigma \leq 10^{-13}$ S/m y un $\epsilon = 3,5 \epsilon_0$ F/m. Dadas las características de los electrodos, la barra de nailon podría requerirse solo en el caso de los cascarones esféricos.

Figura 3 Flexión de la barra ④ con 2,5 kg.



(a) Barra ④ en UHMW-PE.



(b) Barra ④ en nailon.

A continuación se presentan algunas especificaciones y consideraciones acerca del soporte construido:

-
- El peso combinado de ① y ② es de 1,4 kg, y el combinado de ③ y ④ es de 3,8 kg. Por lo que el peso neto del soporte es de 5,2 kg.
 - Dada la ubicación de los tornillos y el hecho de que su largo útil es de 15 cm, la base permite nivelar la sonda para terrenos con una inclinación máxima de 18° respecto al eje paralelo a la barra ④, y 35° respecto al eje transversal.
 - El soporte permite una altura mínima para la sonda de 0,87 m y una altura máxima 1,45 m (recomendada), con pasos de 1,1 a 1,2 cm.
 - Antes de realizar las mediciones se debe garantizar que el soporte esta limpio, es decir, que esta libre de grasa y de agentes contaminantes que pueden perturbar la medición al facilitar la aparición de corrientes superficiales.
 - Para las mediciones en el modelo coaxial, el brazo conformado por ③ y ④ es el único componente del soporte que perturba el campo a medir. En otras mediciones, es más representativa la perturbación causada por los tornillos de la base.

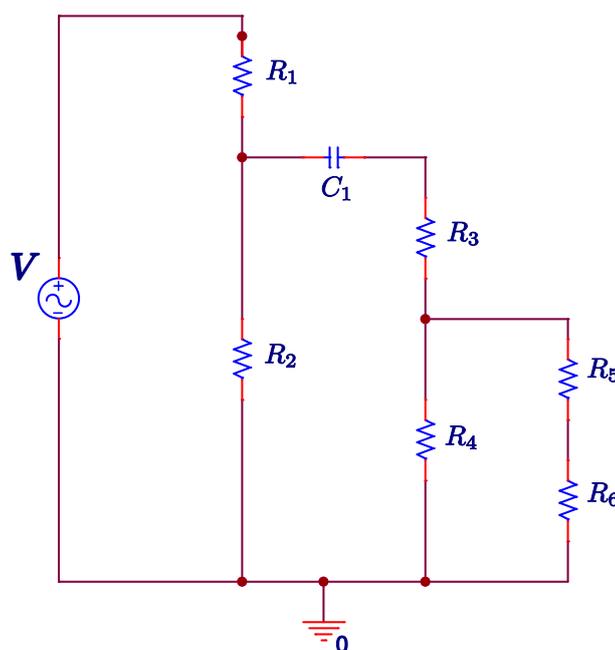
Anexo C

Diseño del detector

C.1 Circuito de prueba

El circuito que se muestra en la figura 4 se utilizó para generar la señal de tensión a amplificar. Los valores de los elementos varían dependiendo de la prueba realizada. Cada rama del circuito funciona como un divisor de tensión y el capacitor cumple la función de eliminar la componente de continua para las señales de menor orden. La alimentación del circuito V se realizó con un portátil mediante un generador de tonos que permite producir señales entre 0 - 2,5 V_{p-p} con frecuencias de hasta de 20 kHz.

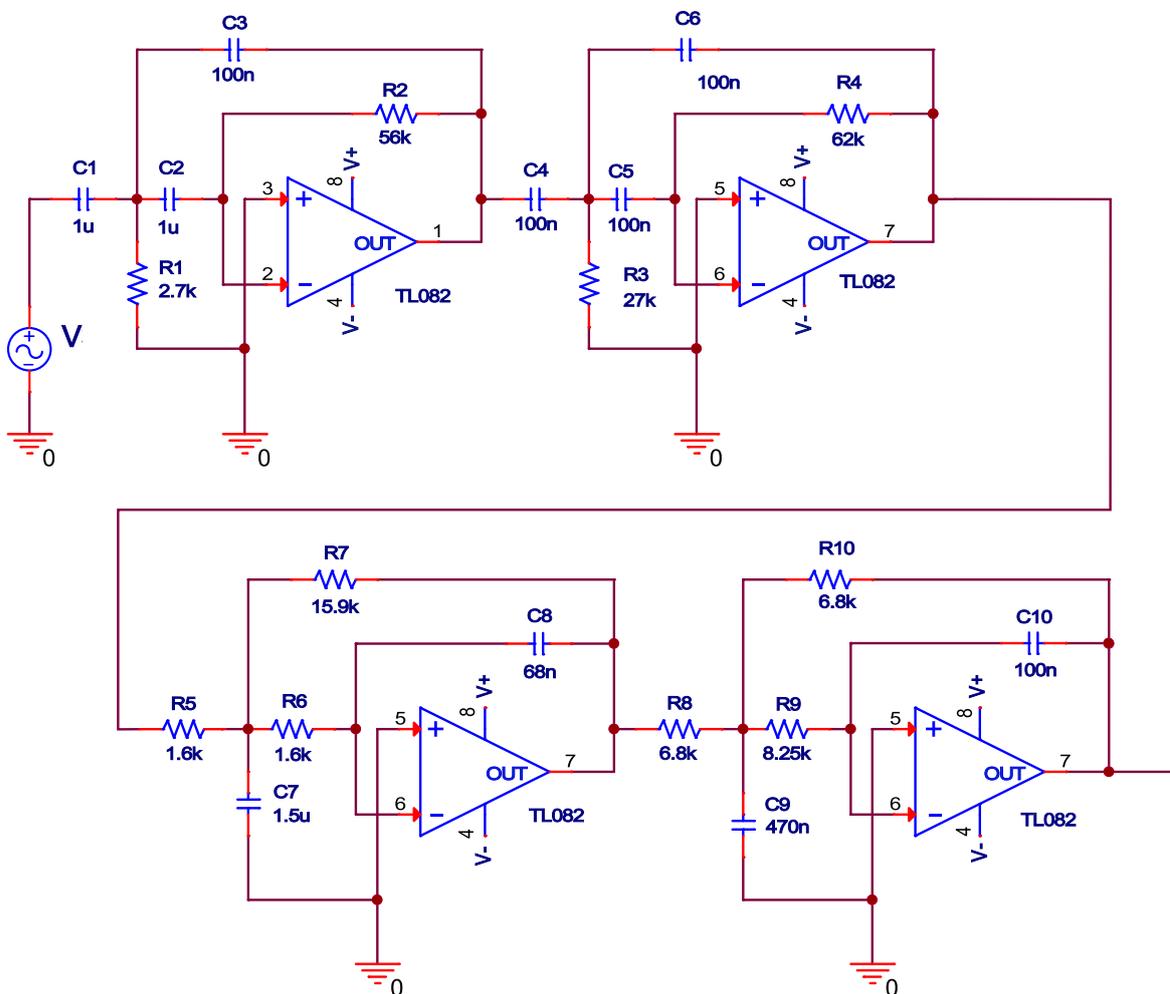
Figura 4 Divisor de tensión para la pruebas de amplificación.



C.2 Etapa de amplificación y filtrado

El filtrado podría hacerse de manera digital. Sin embargo, para obtener buenos resultados se requeriría de componentes de alta capacidad (por la velocidad de muestreo y el número bits necesarios), los cuales a su vez incrementan el costo del detector. Además, debido al *offset* de los opamps es necesario el uso de filtros pasa altas para evitar que la magnitud de la señal amplificada supere los límites de las tensiones de alimentación $V+$ y $V-$. En la figura 5 se muestran las etapas de filtrado propuestas para el detector.

Figura 5 Etapa de filtrado propuesta para el detector.



En la parte superior de la figura se muestra el filtro pasa altas que sirve para eliminar el *offset* de la etapa de amplificación y en parte inferior el filtro pasa bajas que elimina ruido externo de alta frecuencia, cada uno de cuarto orden. Ambos filtros consisten de 2 etapas de segundo

orden en cascada tipo *multi-feedback*, diseñados para trabajar con tensiones de alimentación $V_+ = 5\text{ V}$ y $V_- = -5\text{ V}$. Inicialmente el filtro pasa altas se diseñó con una frecuencia de corte de 10 Hz y ganancias de -10 y -1 para cada etapa, respectivamente. En cuanto al filtro pasa bajas, se diseñó con una frecuencia de corte de 100 Hz y ganancias de -10 y -1, como en el caso anterior. Sin embargo, al implementar los filtros y realizar las pruebas se obtuvieron diferentes resultados. Esto se debe a la tolerancia de los elementos utilizados (1 - 5 % para las resistencias y de 10 - 20 % para los capacitores), y al factor de calidad de los filtros.

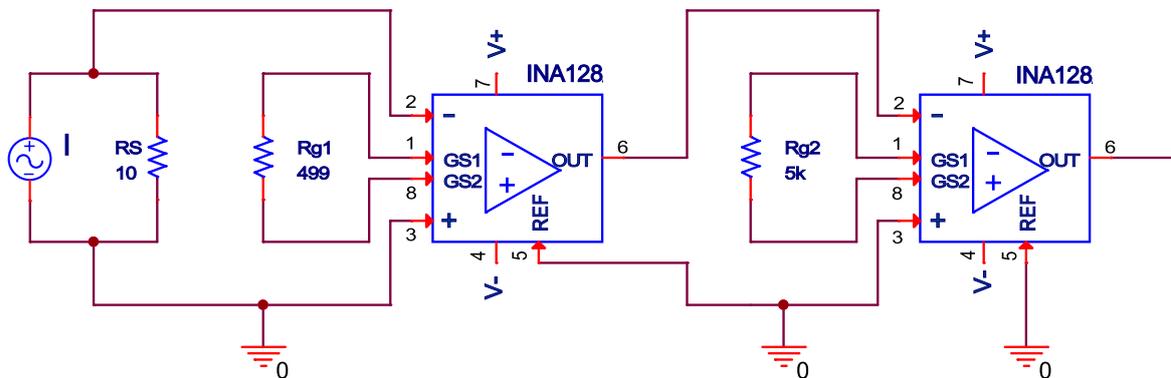
En la tabla 1 se presentan los resultados de la prueba aplicada a los filtros. Para esta se utilizó la configuración de la figura 4 con los siguientes valores: $R_1 = \text{variable}$, $R_2 = 1 \pm 1\% \Omega$, $C_1 = 100 \pm 10\% \mu\text{F}$, $R_3 = 100 \pm 1\% \Omega$ y $R_4 = 1 \pm 1\% \Omega$. Las tensiones se presentan en valores pico a pico, V_{PC} es la tensión aplicada por el portátil al circuito, V_{div} es la tensión teórica a amplificar ($V_{R3} + V_{R4}$) y V_{med} es la tensión medida a la salida de los filtros. En las pruebas se encontró que el filtro es capaz de amplificar una señal de entrada de 1 mV de manera adecuada. Para señales más bajas la calidad de la onda disminuye, probablemente por la sensibilidad del opam TL082. Además se obtuvo una ganancia promedio $G_{av} = 50,17 \pm 4,61$, en otras pruebas esta se mostró más estable por lo que en adelante se toma la ganancia de los filtros $G_f = 50$.

Tabla 1 Resultados prueba filtros a 60 Hz.

R_1	V_{PC}	V_{div}	V_{med}	G	R_1	V_{PC}	V_{div}	V_{med}	G
20	2,1	0,0958	4,4	45,9	200	1,48	0,007160	0,328	45,8
20	1,5	0,0684	3,16	46,2	200	1,04	0,004958	0,234	47,2
20	0,968	0,0442	2,02	45,7	200	0,48	0,002288	0,106	46,3
20	0,484	0,0221	1	45,2	499	1,98	0,003794	0,184	48,5
49,9	2,02	0,0380	1,98	52,1	499	1,52	0,002913	0,144	49,4
49,9	1,56	0,0294	1,54	52,5	499	1,07	0,002051	0,103	50,2
49,9	1,08	0,0203	1,07	52,6	499	0,496	0,000951	0,0524	55,1
49,9	0,504	0,0095	0,496	52,2	1000	2,18	0,002087	0,12	57,5
100	2,12	0,0201	0,912	45,3	1000	1,54	0,001474	0,0856	58,1
100	1,5	0,0144	0,664	46,0	1000	0,984	0,000942	0,056	59,4
100	1,04	0,0099	0,484	49,1	1000	0,492	0,000490	0,028	57,1
100	0,524	0,0050	0,248	49,8	1000	0,248	0,000237	0,0152	64,0
200	2,1	0,0100	0,468	46,8	1000	0,095	0,000091	0,00596	65,5

Para la etapa de amplificación se utilizó la configuración mostrada en la figura 6, la cual consiste en dos opams INA128 en cascada. Estos se escogieron debido a su características como opams de instrumentación de alta precisión. En la figura, el sensor es representado por una fuente corriente y la señal a amplificar es la tensión en la resistencia R_s debido a dicha corriente. Cabe recalcar que la tierra que se conecta a R_s no existe físicamente, esta solo es necesaria en la simulación.

Figura 6 Etapa de amplificación propuesta para el detector.



Para la prueba de esta etapa los elementos del circuito poseen los siguientes valores (figura 4): $R_1 = 100 \pm 1 \%$, $R_2 = 1 \pm 1 \%$ Ω , $C_1 = 100 \pm 10 \%$ μF , $R_3 = 100 \pm 1 \%$ Ω , $R_4 = 1 \pm 1 \%$ Ω , $R_5 = \text{variable}$ y $R_6 = 1 \pm 1 \%$. Debido a los equipos de medida disponibles, la prueba contempla la etapa de amplificación más la etapa de filtrado. Dadas la ganancia $G_{INA1} = 101$, la ganancia $G_{INA2} = 11$ y la ganancia de los filtros $G_f = 50$, se esperaba una ganancia nominal de $G_{nom} = 55550$. Los resultados de la prueba presentan en la tabla 2. Las tensiones V_{PC} , V_{div} y V_{med} , son presentadas en valores pico a pico como en la prueba de los filtros. Los resultados indican una ganancia $G_{obt} = 54746 \pm 1,77 \%$, es decir un 0,985 de la ganancia nominal esperada. Además, durante las pruebas se logró amplificar una señal de $1 \mu\text{V}_{pico}$ de buena manera. Para tensiones inferiores la señal resultante presentaba mucha distorsión.

A continuación se presentan algunas consideraciones de la prueba. Lo primero a recalcar, es que debido a los niveles de tensión a amplificar no se puede utilizar equipos que se conecten a la red eléctrica durante la prueba ya que estos introducen un ruido de 60 Hz (la misma frecuencia de la señal referente). Además, dado que no se uso ningún tipo de apantallamiento la prueba tenía que realizarse en un lugar alejado de la red eléctrica para evitar el ruido que esta provoca. Para finalizar, se debe tener en cuenta el ruido térmico de las resistencias y de los capacitores en el circuito de prueba (por esta razón se escogieron resistencias de 1 - 100

Ω), y la influencia de baterías en la ganancia de los opams (ya que no se pudo trabajar con baterías de litio ion).

Tabla 2 Resultados prueba amplificación + filtros a 60 Hz.

R_5	V_{PC}	V_{div}		V_{med}	G_{obt}	$\frac{G_{obt}}{G_{nom}}$
		<i>Medida</i>	<i>Valor μV</i>			
100	1,200	$V_{R5} + V_{R6}$	111,65	6,320	56605	1,02
100	1,010	$V_{R5} + V_{R6}$	93,97	5,080	54060	0,97
100	0,792	$V_{R5} + V_{R6}$	73,79	4,040	54752	0,99
100	0,604	$V_{R5} + V_{R6}$	56,20	3,040	54093	0,97
100	0,396	$V_{R5} + V_{R6}$	36,84	2,000	54289	0,98
100	0,196	$V_{R5} + V_{R6}$	18,23	1,030	56500	1,02
10	2,020	V_{R6}	15,83	0,896	56612	1,02
10	1,860	V_{R6}	14,57	0,800	54892	0,99
10	1,580	V_{R6}	12,38	0,668	53958	0,97
10	1,410	V_{R6}	11,05	0,608	55033	0,99
10	1,200	V_{R6}	9,40	0,508	54031	0,97
10	1,020	V_{R6}	7,99	0,432	54061	0,97
10	0,800	V_{R6}	6,27	0,340	54244	0,98
10	0,596	V_{R6}	4,67	0,252	53961	0,97
10	0,392	V_{R6}	3,07	0,168	54705	0,98
10	0,198	V_{R6}	1,55	0,084	54145	0,97

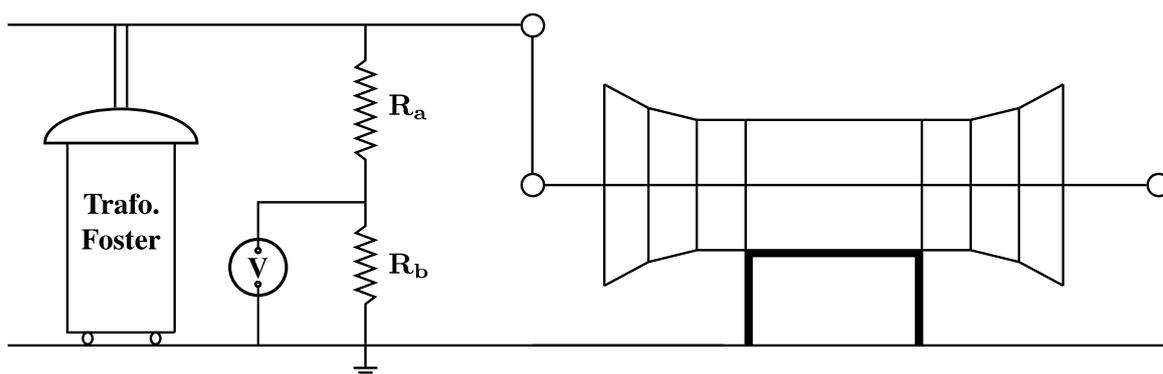
Los diseños presentados son una fase inicial y están sujetos a mejoras. Debido a que los electrodos están en corto circuito, lo más importante es definir la amplitud de la señal de tensión a amplificar. Esta depende del valor de R_s que se utilice, y de la corriente inducida entre los electrodos (ver sección 2.3.2 y la tabla 2.2).

Anexo D

Montaje del laboratorio

La figura 7 (figura 3.2 en el capítulo 4), muestra el montaje del laboratorio para energizar el modelo coaxial.

Figura 7 Diagrama de conexión del modelo coaxial.



El módulo de alta tensión marca *Foster* se presenta en la figura 8. El módulo está compuesto por un transformador y un divisor resistivo. Las especificaciones del transformador son las siguientes: potencia 20 kVA, frecuencia 60 Hz, tensión primaria nominal 500 V y tensión secundaria nominal 300 kV. Sobre el divisor, la resistencia de alta R_a está compuesta por 4 resistencias de valor nominal $75 \pm 10\% \text{ M}\Omega$ para un total de $300 \pm 5\% \text{ M}\Omega$. En el manual del laboratorio se establece que la resistencia de baja R_b consiste en un grupo de resistencias cuyo valor final es de $350 \pm 2\% \text{ k}\Omega$. Debido a su antigüedad y al desgaste normal del equipo se detectó un cambio en la relación del divisor. Para establecer la nueva relación, lo primero que se hizo fue medir el valor de las resistencias. En el caso de la resistencia de alta se utilizó un medidor de aislamiento tipo *Fluke 1550C* y se obtuvo un nuevo valor $R'_a = 364 \pm 5\% \text{ M}\Omega$. En cuanto a la resistencia de baja, no se observó ningún cambio con un valor $R'_b = 350 \pm 0,6\% \text{ k}\Omega$ obtenido con un osciloscopio tipo *Fluke 105*.

Figura 8 Modulo de alta tensión marca *Foster*.



Debido al alto valor de resistencia que utilizan para limitar la potencia que soportan sus elementos, los divisores resistivos de alta tensión presentan una desventaja a la hora de medir señales tipo AC ya que los efectos capacitivos no pueden ser despreciados, luego la relación del divisor se ve afectada [6]. Por esta razón, la relación de los divisores se estimó de manera experimental mediante la prueba *sphere gaps* de acuerdo a lo establecido en el capítulo 14 de la IEEE Std 4-2013. La figura 9 muestra las esferas utilizadas en la prueba, estas poseen un diámetro de 25 cm.

Figura 9 Sphere gaps marca *Haefely*.



Para comparar los valores estimados se construyó un divisor resistivo, este se muestra en la figura 10.

Figura 10 Divisor construido.



En este caso, la resistencia de alta consiste de 30 resistencias HVR37 de *Vishay BCcomponents* para un valor $R_a = 300 \pm 0,18\% \text{ M}\Omega$. La resistencia de baja consiste en 4 resistencias tipo 100 Series de *Riedon* con un valor total $R_b = 350 \pm 0,005\% \text{ k}\Omega$. Las características de las resistencias se muestran en la tabla 3. El divisor es capaz de soportar una tensión máxima de 65 kV_{rms} , lo que es suficiente dado que la máxima tensión que se le puede aplicar al modelo sin que ocurra la aparición de la corona es de $\simeq 45 \text{ kV}_{rms}$.

Tabla 3 Características de las resistencias del divisor construido.

	R_1	R_2	R_3
Resistencia $\text{M}\Omega$	10	0,1	0,05
Tolerancia %	1	0,01	0,01
Máximo voltaje de V	3500	250	250
Potencia W	0,5	0,25	0,25
Coefficiente de temperatura $\text{ppm}/^\circ\text{C}$	200	10	10

En la tabla 4 se muestran las relaciones obtenidas para cada divisor. Primero se presentan las relaciones puramente resistivas que se calculan a partir de los valores de R_a , R_b y R_v , siendo este el último la resistencia del equipo que se utilice para medir la tensión del lado de baja. En este trabajo se utilizó el medidor *Fluke 105* el cual posee una resistencia $R_v = 10 \pm 1\% \text{ M}\Omega$. Las relaciones experimentales son las obtenidas en la prueba *sphere gaps*. Además de la incertidumbre (la cual está dada para un intervalo de confianza del 95% con un factor de cobertura $k=2,03$), se presenta la desviación estándar σ_{std} obtenida durante las pruebas.

Tabla 4 Relación de los divisores.

Divisor	Relación resistiva	Relación experimental	σ_{std} experimental
Foster	1077 ± 59	1187 ± 15	0,53 %
Construido	$888,1 \pm 9,4$	916 ± 11	0,42 %

Como se puede observar, la relación entre la tensión aplicada V y la tensión medida en el lado de baja V_v se ve afectada por los efectos capacitivos. La diferencia entre la relación resistiva calculada a partir de la ecuación (1), y la relación experimental es mayor para el divisor de *Foster*. En este caso hay una diferencia del 9%, mientras que para el divisor construido se obtuvo un valor de tan solo 3%. Por esta razón y el hecho de que presentó más estabilidad durante las pruebas, se recomienda el uso del divisor construido. Para un informe más detallado consultar la referencia [?].

$$V = \frac{R_a + R_{eb}}{R_{eb}} V_v \quad (1)$$

$$R_{eb} = \frac{R_b R_v}{R_b + R_v}$$

D.1 Hoja de registro: medición de campo eléctrico

Este anexo presenta la hoja de registro que debe ser diligenciada durante la medición del campo eléctrico en el modelo coaxial. Esta consiste en dos páginas, en la primera se registra la mayor parte de la información como la fecha, los nombres del personal encargado, el valor del campo, etc. La segunda página consiste en el perfil lateral del modelo coaxial donde para de cada medición i se deben ubicar las distancias x_i y y_i con su respectivo punto de referencia. Para el eje y el suelo es una referencia óptima, sin embargo para el eje x no hay una referencia en específico que facilite la medición. Por esta razón, no se elige una referencia para ninguno de los ejes, en su lugar se incluye una grilla con una separación de 0,25 m en el eje x y 0,2 m en el eje y , para poder elegir cualquier punto del modelo como referencia (sobre todo para el eje x). Dado que en la primera página se debe registrar la magnitud de cada distancia x_i y y_i , bastará con señalar el punto de referencia y la dirección de cada vector distancia en el perfil lateral. Para finalizar, se recuerda que los datos deben ser registrados a medida que estén disponibles y que el formato presentado puede ser modificado según las características de la medición.

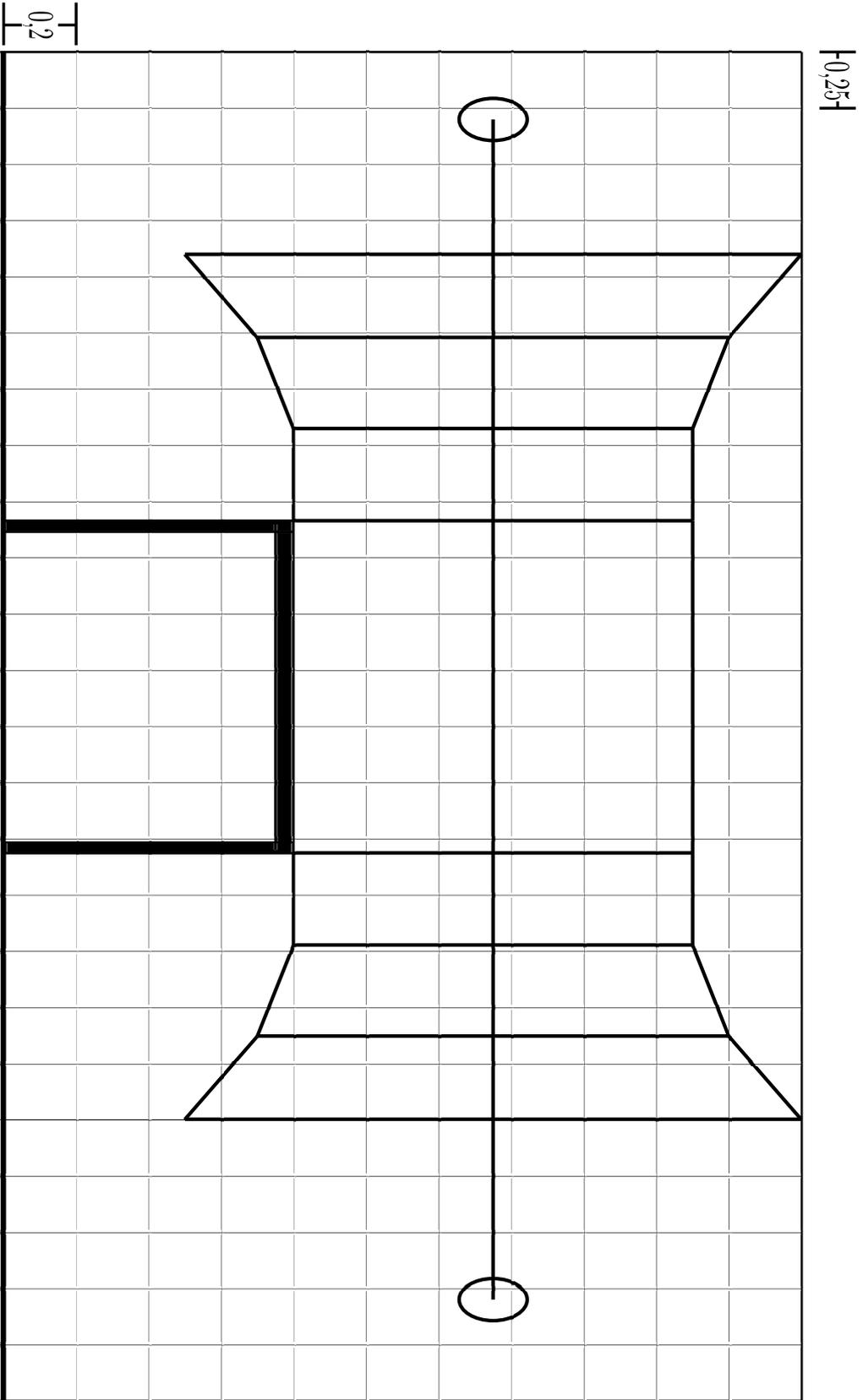


Figura. 1: Perfil lateral modelo coaxial.