

Profesores de matemáticas en ejercicio que reflexionan sobre la atención a la diversidad en clase
de matemáticas

Angélica Mayerly Velasco Méndez

Trabajo de Grado para Optar al título de Magister en Educación Matemática

Directora

Sandra Evely Parada Rico

Doctora en Ciencias de la Especialidad Matemática Educativa

Codirectora

Daniela Geraldiny Soto Soto

Doctora en Ciencias de la Especialidad Matemática Educativa

Universidad Industrial de Santander

Facultad de ciencias

Escuela de matemáticas

Maestría en Educación Matemática

Bucaramanga

2022

Dedicatoria

A Dios quién ha estado conmigo en todo momento, por ser mi fortaleza en los momentos de debilidad para no decaer y alcanzar esta nueva meta.

A mis padres Reinaldo Velasco y Cecilia Méndez, por ser el pilar y las personas más importantes de mi vida, sin ustedes no hubiese sido posible este logro.

A mis hermanos Fabian Velasco, Tatiana Velasco y Wilmer Velasco, porque siempre han estado junto a mi brindándome su apoyo incondicional.

A mis sobrinos, Daniel Velasco y Danna Velasco, porque con sus ocurrencias alegraban mis días y me motivaban a seguir adelante.

Agradecimientos

A Dios, por haberme permitido llegar a este momento tan especial de mi vida, por su infinito amor, por brindarme una vida de muchos aprendizajes y experiencias.

A Reinaldo Velasco y Cecilia Méndez, mis padres, quienes me han apoyado y motivado durante toda mi formación académica, por todo su amor, esfuerzo y por enseñarme que los sueños si se cumplen. ¡Gracias, ustedes son mi mejor ejemplo! Los amo.

A mis hermanos y sobrinos, por ser parte de mi vida, llenarme de alegría y ser incondicionales.

A los profesores de la Comunidad de Práctica por participar en esta investigación y permitirme acompañarlos en este proceso de formación.

A mi directora de tesis, la Dra. Sandra Evelyn Parada Rico, quién con sus experiencias, paciencia, dedicación y mucho amor siempre estuvo dispuesta a orientarme. ¡Muchas gracias!

A mi codirectora de tesis, la Dra. Daniela Geraldiny Soto Soto por su apoyo y colaboración.

A mis compañeros de estudio: Joao, Yessika, Ana, Jose y Joaquín, por sus motivaciones diarias.

A todos mis amigos por cada palabra de ánimo y por acompañarme a recorrer este camino.

A los profesores: Jorge Fiallo, Luis Ángel Pérez, Johana Mendoza, que me acompañaron y aportaron constructivamente en mi proceso de formación.

A mis evaluadores, Ivonne Twiggy y Gilberto Obando por sus aportes para el enriquecimiento de la investigación.

A la Dra. Claudia Méndez, Dra. Teresa Parra y Mg. Karen Mantilla por sus aportes en los encuentros de la Comunidad de Práctica.

A La Universidad Industrial de Santander y a la Escuela de Matemáticas, por haberme acogido en sus instalaciones, formarme académica y profesionalmente y sobre todo por permitir hacer mis sueños realidad.

A todas las personas que contribuyeron de manera directa o indirectamente en esta investigación

¡Muchas Gracias!

La publicación de este trabajo de investigación se logra gracias al apoyo del Ministerio de Ciencia, Tecnología e Innovación, Colombia – MINCIENCIAS quien está financiando el programa de investigación “Innovar en la Educación Básica para formar ciudadanos matemáticamente competentes frente a los retos del presente y del futuro”. Código 1115-852 70767, con el proyecto “Diseños didácticos para la inclusión en matemáticas con la mediación de tecnología: procesos de formación y reflexión con profesores”. Financiado por el Ministerio de Ciencia y Tecnología”. Código 70783, con recursos del Patrimonio autónomo Fondo Nacional de financiamiento para la ciencia, la tecnología y la innovación Francisco José de Caldas, contrato CT 183-2021.

Tabla de contenido

Introducción y descripción del problema.....	18
1. Antecedentes	24
1.1 Aspectos legales referentes a la atención a la diversidad.....	25
1.1.1 Ámbito internacional.....	25
1.1.2 Ámbito nacional.....	27
1.2 Una mirada alrededor de la formación de profesores y la atención a la diversidad.....	29
1.2.1 Reflexión y formación inicial de profesores de matemáticas y atención a la diversidad.....	31
1.2.2 Reflexión y formación de profesores en ejercicio y atención a la diversidad	37
1.3 Experiencias de enseñanza de las matemáticas que atienden la diversidad.....	44
2. Aspectos teóricos y conceptuales.....	50
2.1 Comunidades de práctica (CoP).....	51
2.1.1 Negociación de significados.	51
2.1.2 Cosificación (Reification)	52
2.1.3 Participación.....	52
2.2 Elementos que conforman el modelo “Reflexión-y-Acción”.....	53
2.2.1 Actividad Matemática.....	54
2.2.2 Procesos de reflexión	55
2.2.3 Pensamiento reflexivo del profesor de matemáticas.....	57
2.2.4 Herramientas de apoyo para el proceso de reflexión.....	67
3. Metodología de investigación	69
3.1 Fase I: Acercamiento al contexto de estudio.....	70
3.1.1 Resultados de la encuesta	72

3.1.2 Consolidación y caracterización de la Comunidad de Práctica (CoP)	74
3.2 Fase II: Planificar dinámicas de trabajo colaborativo entre los miembros de la CoP.....	80
3.2.1 Planeación de actividades para el trabajo sincrónico.....	81
3.2.2 Planeación de actividades para el trabajo asincrónico – Diseño del sitio web.....	81
3.3 Fase III: Proceso de Reflexión-y-Acción sin Intervención (PRSI).....	82
3.3.1 Reflexión-para-la acción sin intervención.....	83
3.3.2 Reflexión-en-la acción sin intervención	83
3.3.3 Reflexión-sobre-la acción sin intervención.....	84
3.3.4 Sistematización y análisis de evidencias del proceso de reflexión sin intervención	84
3.4 Fase IV: Proceso de Reflexión y Acción Con Intervención (PRCI).....	85
3.4.1 Reflexión-para-la acción con intervención	86
3.4.2 Reflexión-en-la acción con intervención.....	87
3.4.3 Reflexión-sobre-la acción con intervención	87
3.4.4 Sistematización y análisis de evidencias del proceso de reflexión con intervención	88
3.5 Fase V: Selección de evidencias de los participantes de la CoP y caracterización de los significados negociados.....	88
3.6 Fase VI: Reporte de resultados de la investigación.....	89
4. Dinámicas de trabajo de la Comunidad de Práctica.....	89
4.1 Proceso de reflexión y acción sin intervención alrededor de la atención a la diversidad en clase de matemáticas.....	90
4.1.1 Proceso de reflexión para la acción sin intervención.....	91
4.1.2 Proceso de reflexión en la acción sin intervención	104
4.1.3 Proceso de reflexión sobre la acción sin intervención.....	111

4.1.4 Significados negociados y cosificados del PRSI y DCoPM.....	117
4.2 Proceso de reflexión y acción con intervención alrededor de la atención a la diversidad en clase de matemáticas.....	125
4.2.1 Conferencias emergentes del proceso de reflexión con intervención y el DCoPM.....	126
4.2.2 Reflexión para la acción con intervención alrededor de la atención a la diversidad	134
4.2.3 Reflexión en la acción con intervención alrededor de la atención a la diversidad	140
4.2.4 Reflexión- sobre la acción con intervención alrededor de la atención a la diversidad.....	144
4.3 Significados negociados por los profesores en el DCoPM.....	151
5. Múltiples representaciones en Matemáticas para atender la diversidad del aula.....	154
5.1 Reflexiones en CoP sobre las representaciones matemáticas: proceso sin intervención	155
5.1.1 Representaciones matemáticas que utilizaban los profesores al planear sus clases	155
5.1.2 Representaciones matemáticas que implementaban los profesores en sus clases.....	166
5.1.3 Reflexión sobre lo planeado vs lo logrado sobre las representaciones matemáticas	177
5.1.4 Reflexión de Sonia guiado con el apoyo de las herramientas de análisis	187
5.2 Reflexiones en CoP sobre las representaciones matemáticas: proceso con intervención.....	197
5.2.1 Representaciones matemáticas usadas por los profesores en sus clases en el PRCI.....	197
5.2.2 Representaciones matemáticas implementadas por los profesores en el PRCI.....	206
5.2.3 Representaciones matemáticas: reflexión sobre lo planeado vs lo logrado en el PRCI.....	219
6. Múltiples formas de expresión en Matemáticas para atender la diversidad del aula.....	234
6.1 Reflexiones en CoP sobre acciones y expresiones matemáticas: proceso sin intervención	235
6.1.1 Acciones y expresiones matemáticas usadas por los profesores al planear sus clases.....	235
6.1.2 Acciones y expresiones matemáticas que implementaban los profesores en sus clases	241
6.1.3 Reflexión: lo planeado vs lo logrado sobre acciones y expresiones usadas en matemáticas.	248

6.1.4 Reflexiones de Lina guiado con el apoyo de las herramientas de análisis.....	252
6.2 Reflexiones en CoP sobre acciones y expresiones matemáticas: proceso de reflexión con intervención.....	259
6.2.1 Acciones y expresiones matemáticas que utilizaban los profesores al planear sus clases...259	
6.2.2 Acciones y expresiones matemáticas que implementaban los profesores en sus clases....	262
6.2.3 Reflexión: lo planeado vs lo logrado sobre acciones y expresiones usadas en matemáticas.	267
7. Conclusiones	274
7.1 Pensamiento reflexivo del profesor para atender la diversidad de estudiantes.....	274
7.2 Significados negociados sobre múltiples representaciones en matemáticas para atender la diversidad de estudiantes.....	276
7.3 Significados negociados sobre las múltiples formas de expresión en matemáticas para atender la diversidad de estudiantes.....	277
7.4 Aporte teórico al DUA con relación a las matemáticas.....	277
7.5 Perspectivas de futuras investigaciones.....	280
Referencias bibliográficas.....	281
Apéndices.....	296

Lista de tabla

Tabla 1. Guía de observación de los momentos seleccionados de Parada (2011).....	69
Tabla 2. Tipificación de la participación de los profesores en la CoP.....	76
Tabla 3. Grupos de trabajo conformados para la realización de la primera planeación	91
Tabla 4. Planeaciones realizadas en el PRSI	92
Tabla 5. Modalidad de trabajo de los miembros de la CoP en el PRCI.....	140
Tabla 6. Guía de observación profesora Sonia	188
Tabla 7. Significados negociados por la CoP sobre las múltiples representaciones en matemáticas	233
Tabla 8. Guía de observación profesora Lina en el PRSI.....	252
Tabla 9. Significados negociados sobre las múltiples acciones y expresiones en matemáticas	274

Lista de figuras

Figura 1. Adaptación al modelo "Reflexión-y-Acción" de Parada (2011)	54
Figura 2. Esquema de ejemplificación de una ruta cognitiva, Parada (2011, p.50).....	68
Figura 3. Proceso metodológico: reflexión y atención a la diversidad en clase de matemáticas..	70
Figura 4. Interfaz curso "Atención a la diversidad en clase de Matemáticas"	81
Figura 5. Planeación de Héctor en el PRSI.....	97
Figura 6. Un plan de clase visto en cuatro niveles de complejidad en matemáticas	131
Figura 7. Geometría inmersa en una flor para ofrenda de la comunidad Hñähñu	133
Figura 8. Reflexión de profesores sobre aspectos importantes antes de planear una clase	135
Figura 9. Caracterización de los estudiantes, grupo de trabajo sobre la elipse.....	136
Figura 10. Caracterización de los estudiantes realizada por Adela	137
Figura 11. Secciones de la planeación #1 de la elipse de la profesora Lina en el PRC.....	138
Figura 12. Preguntas para guiar el PRC (antes, durante y después de la clase).....	145
Figura 13. Saberes previos de los estudiantes para comprender la función lineal.....	149
Figura 14. Tabla de datos sin descripción detallada por parte de Sonia	158
Figura 15. Ruta cognitiva de la planeación realizada por Sonia en PRSI.....	159
Figura 16. Tabla lt de agua contaminado según # pilas desechadas irresponsablemente.....	162
Figura 17. Ruta cognitiva de la clase planeada por Libia	163
Figura 18. Dos representaciones con una misma terminología	169
Figura 19. Errores de los estudiantes por no reconocimiento de patrones.....	170
Figura 20. gráfica correcta según datos del estudiante	171
Figura 21. Cuento tangrámico usado por Libia	174
Figura 22. Uso de expresión corporal por parte de Libia	174

Figura 23. Respuesta de estudiantes de Libia en el máximo nivel de complejidad.....	175
Figura 24. Relación gráfica y tabular para hallar área y perímetro de un rectángulo	176
Figura 25. Figura para hallar área y perímetro	176
Figura 26. Respuesta a un problema del PRS de estudiantes de Sonia.....	179
Figura 27. Generalización cuento tangrámico	186
Figura 28. Comparativo ruta cognitiva planeada vs ruta cognitiva lograda de Sonia en PRS ...	189
Figura 29. Meta de aprendizaje de la guía de función lineal propuesta por Sonia	191
Figura 30. Una Forma de proponer objetivos sin barreras para el aprendizaje	192
Figura 31. Incomprensión de la información.....	193
Figura 32. Problemas contextualizados por Sonia en el PRC.....	199
Figura 33. Diferentes representaciones significadas por Sonia	200
Figura 34. Uso de múltiples representaciones al planear en el PRC	202
Figura 35. Convención de que todo número elevado a la cero da 1	204
Figura 36. Importancia conocimientos previos para Sonia.....	205
Figura 37. Comparativo metas de aprendizaje y DBA usados en PRS y PRC de Sonia.....	205
Figura 38. Explicación problema por parte de Sonia.....	208
Figura 39. Uso de material concreto para estudiar la noción de derivada	210
Figura 40. Comprobación de las dimensiones del rectángulo de mayor área.....	211
Figura 41. Punto 1.3 de la guía de trabajo propuesta por Sonia en el PRC	213
Figura 42. Respuestas sobre el problema del área máxima del terreno rectangular	214
Figura 43. Lenguaje matemática promovido por Sonia en el PRC.....	216
Figura 44. Múltiples representaciones de un estudiante a la actividad de rasgado de papel	218
Figura 45. Ruta cognitiva de la planeación sobre noción de derivada nivel de complejidad 1 ..	220

Figura 46. Ruta cognitiva de la planeación sobre noción de derivada nivel de complejidad 2 ..	221
Figura 47. Múltiples representaciones para el estudiante con discapacidad auditiva	223
Figura 48. Dificultades en el uso del material concreto.....	227
Figura 49. Uso correcto del material concreto.....	227
Figura 50. Ruta cognitiva de la clase lograda por Sonia en el PRC	228
Figura 51. comparativo uso del DUA en el PRSI y en el PRCI	229
Figura 52. Ruta cognitiva, reflexión-para-la acción del PRSI de la profesora Lina	236
Figura 53. Costo plan de datos vs N° de GB, problema para estudiar la función lineal.....	237
Figura 54. Preguntas del problema de plan de datos	237
Figura 55. Representación gráfica N° GB vs costo del plan de datos	238
Figura 56. Ruta cognitiva de la clase lograda por Lina en el PRCI.....	246
Figura 57. Representación del problema N° de GB vs costo del plan.....	247
Figura 58. Respuesta de un estudiante a la inexistencia de un patrón	250
Figura 59. Un plan de clase sobre la elipse visto en tres niveles de complejidad	261
Figura 60. Construcción de la elipse en GeoGebra dada por un estudiante	266
Figura 61. Interpretando información para establecer propiedades de la elipse.....	267
Figura 62. Ruta cognitiva sobre la elipse, lo planeado vs lo logrado en el PRCI.....	268
Figura 63. Uso de diferentes estrategias para comprender la información.....	270
Figura 64. Diferentes canónicas según ubicación del foco.....	272

Lista de Apéndices

Apéndice A. Carta de invitación	296
Apéndice B. Encuesta de caracterización para la consolidación de la CoP	297
Apéndice C. Consentimiento informado.....	298
Apéndice D. Cronograma de actividades propuestas para el proceso de reflexión con la CoP	301
Apéndice E. Orientaciones a los profesores para navegar en el curso de Moodle.....	303
Apéndice F. Orientaciones a los profesores para acceder al curso de Moodle.....	303

Resumen

Título: Profesores de matemáticas en ejercicio que reflexionan sobre la atención a la diversidad en clase de matemáticas*

Autor: Angélica Mayerly Velasco Méndez**

Palabras clave: Atención a la diversidad, formación de profesores, representación, acción y expresión en matemáticas.

Descripción:

El presente documento expone los resultados de una investigación acción colaborativa que tuvo por objetivo: caracterizar significados (en términos de aprendizaje) construidos por una Comunidad de Práctica (CoP) de profesores en ejercicio que reflexiona sobre la atención a la diversidad en clase de matemáticas. El estudio se fundamenta teórica y metodológicamente en el modelo Reflexión y Acción y para cumplir dicho objetivo se desarrolló un proceso metodológico que consistió en seis fases: acercamiento a la CoP, planificación de dinámicas de trabajo entre los miembros de la CoP, proceso de reflexión sin intervención, proceso de reflexión con intervención, selección de algunas evidencias de los participantes, y reporte de resultados de investigación.

Entre los resultados se resaltan las tensiones y dificultades, que presentaron algunos profesores de la región (Santander/Colombia) en época de pandemia para promover la actividad matemática, diseñar guías adaptables y flexibles a las características de sus estudiantes). Así mismo, dado el interés de los profesores sobre cómo implementar el Diseño Universal para el Aprendizaje (DUA) en clase de matemáticas surgen las dos categorías de análisis: a) múltiples representaciones en matemáticas y b) múltiples acciones y expresiones; para atender la diversidad del aula, categorías que permiten dar respuesta al objetivo de investigación.

* Trabajo de Grado

** Facultad de Ciencias. Escuela de Matemáticas. Programa académico. Director: Sandra Evelyn Parada Rico. Codirector: Daniela Geraldiny Soto Soto

Abstract

Título: Practicing math teachers reflecting on attention to diversity in math class*

Autor: Angélica Mayerly Velasco Méndez**

Palabras clave: Attention to diversity teacher training, representation, action and expression in mathematics.

Description

This document presents the results of a collaborative action research whose objective was: to characterize meanings (in terms of learning) built by a Community of Practice (CoP) of practicing teachers who reflect on attention to diversity in mathematics class. The study is theoretically and methodologically based on the Reflection and Action model, and in order to fulfill this objective, a methodological process was developed in six phases: approach to the CoP, planning of working dynamics among the members of the CoP, reflection process without intervention, reflection process with intervention, selection of some evidence from the participants, and report of research results.

Among the results, it is highlighted the tensions and difficulties presented by some teachers in the region (Santander/Colombia) in times of pandemic to promote mathematical activity and design adaptable and flexible worksheets to the characteristics of their students Likewise, due to the interest of teachers on how to implement the Universal Design for Learning (DUA) in mathematics class, the two categories of analysis arise: a) multiple representations in mathematics and b) multiple actions and expressions; to address the diversity of the classroom, categories that allow giving responses to the research objective.

* Trabajo de Grado

** Facultad de Ciencias. Escuela de Matemáticas. Programa académico. Director: Sandra Evelyn Parada Rico. Codirector: Daniela Geraldiny Soto Soto

Presentación del documento

En este documento se presenta el reporte de un estudio basado en la investigación acción-colaborativa en la que se quería reflexionar con los profesores de Matemáticas en ejercicio que participaban en una Comunidad de Práctica (CoP) sobre la atención a la diversidad en clase de matemáticas. La investigación fue guiada por el modelo teórico y metodológico de Reflexión-y-Acción (R-y-A), el estudio se desarrolló en seis fases.

Entre los resultados más importantes se encuentra que los profesores de la CoP tenían conocimiento desde sus instituciones educativas sobre el Diseño Universal Para el Aprendizaje (DUA) como un elemento teórico que les permitía implementar estrategias en el aula para atender a la diversidad de estudiantes. No obstante, para ellos interpretar estos elementos para la enseñanza específica de las matemáticas era muy complejo. Por lo anterior, las reflexiones de la CoP estuvieron basadas sobre este aspecto, lo que condujo a realizar la reinterpretación del DUA con relación a matemáticas y de donde surgen las dos categorías de análisis: a) múltiples representaciones y b) múltiples acciones y expresiones; en matemáticas para atender la diversidad del aula. Los resultados de este estudio se presentan de la siguiente manera en este documento:

Capítulo 1. Introducción y descripción del problema: En este capítulo se exhibe la presentación del problema resaltando aspectos generales sobre la educación para todos, la brecha que existe entre el profesor de educación matemática y el de educación especial que ha limitado la inclusión en el aula. Así mismo, se presenta con claridad la pregunta y objetivo de investigación.

Capítulo 2. Antecedentes: Este apartado está dividido en tres secciones, primero se encuentra algunas políticas nacionales e internacionales sobre la educación inclusiva; en segundo lugar, se presentan algunos estudios relacionados con la formación de profesores (en formación y

en ejercicio) sobre la atención a la diversidad; en tercer lugar, se presentan algunas experiencias de enseñanza de las matemáticas para atender a las características particulares de los estudiantes.

Capítulo 3. Aspectos teóricos y conceptuales: Aquí se presentan los elementos teóricos del modelo de Reflexión y Acción, aspectos teóricos del Diseño Universal para el Aprendizaje que serán los lentes que permitirán alcanzar el objetivo y responder la pregunta de investigación.

Capítulo 4. Metodología de investigación. En esta sección se describen las seis fases planificadas que permitieron dar cumplimiento al objetivo y pregunta de investigación.

Capítulo 5. Dinámicas de trabajo de la CoP: En este apartado se expone de manera global las dinámicas de trabajo que surgieron del proceso de reflexión sin y con intervención con los miembros de la CoP al reflexionar sobre la atención a la diversidad en clase de matemáticas.

Capítulo 6. Múltiples representaciones en Matemáticas para atender la diversidad del aula: Se describen algunos significados negociados en la CoP sobre las múltiples representaciones en matemáticas que utilizaron los profesores para atender a la diversidad de estudiantes en el aula.

Capítulo 7. Múltiples acciones y expresiones en Matemáticas para atender la diversidad del aula: En este capítulo se describen algunos significados negociados en la CoP sobre las múltiples acciones y expresiones en matemáticas que utilizaron los profesores para incluir a todos los estudiantes en el aula.

Capítulo 8. Conclusiones: En esta sección se responde de manera concreta a la pregunta de investigación, por ello, se describen los significados negociados por los profesores de la CoP que reflexionan sobre la atención a la diversidad en clase de matemáticas.

Introducción y descripción del problema

La educación es un derecho fundamental, así lo establece la Organización de las Naciones Unidas para la Educación, la Ciencia y la Cultura (UNESCO, 1994), la Declaración Universal de los Derechos Humanos (1948) y la Constitución Política de Colombia (1991), que debe permitirle al individuo desarrollarse, formarse y adquirir habilidades necesarias para desenvolverse en un mundo social, académico, cultural y laboral. Para promover esta educación, el estado tiene la responsabilidad de garantizar el acceso, permanencia e igualdad de oportunidades en las instituciones educativas a todas las personas, sin importar su religión, etnia, raza, lugar de procedencia, si son migrantes, niños de la calle, o personas con discapacidad.

Entendiendo discapacidad, como el “conjunto de características o particularidades que constituyen una limitación o restricción significativa en el funcionamiento cotidiano y la participación de los individuos, así como en la conducta adaptativa, y que precisan apoyos específicos y ajustes razonables de diversa naturaleza” (MEN, 2017a, p.22).

La búsqueda por suscitar el derecho a la educación sigue evolucionando, por lo cual, se han realizado diferentes consensos, normativas y congresos a nivel internacional como nacional. Entre las normativas internacionales, se destacan la Declaración Universal de Derechos Humanos, la Conferencia Mundial sobre Necesidades Educativas Especiales: Acceso y Calidad, la Declaración mundial sobre la Educación para todos, y el informe final del Foro Mundial de la Educación en Dakar. A nivel nacional, se resaltan la constitución política de Colombia, la Ley General de Educación, la Ley estatutaria 1618, el Decreto 366 y el Decreto 1421 del 2017.

Los documentos citados anteriormente coinciden en la importancia de tener en cuenta la diversidad de estudiantes en el aula entendiendo que todos tienen diferentes capacidades, habilidades, ritmos y estilos de aprendizaje. Además, algunas de estas normativas muestran a

Colombia como un estado social democrático, en el que todas las personas nacen libres e iguales ante la ley, por ello, todos tienen los mismos derechos y oportunidades en el marco de equidad, igualdad y participación social.

A pesar de existir reglamentos nacionales e internacionales, no todas las personas han tenido acceso a formarse en alguna institución educativa en la que se tenga en cuenta la diversidad y características de los estudiantes, al respecto Figueroa y Muñoz (2014) afirman que:

Hoy en día no cabe ninguna duda sobre el principio legal y moral de la inclusión educativa, pero todavía no se han conseguido garantizar prácticas que atiendan verdaderamente a la diversidad. Sin embargo, ya existen experiencias que impulsan a cambiar los modelos homogeneizadores, por lo que debemos seguir profundizando en la búsqueda de dispositivos que permitan abordar esta situación desde todos los frentes posibles, de modo que nos acerquemos progresivamente al anhelo de una educación más inclusiva, dialogante e intercultural (p.182).

En concordancia con lo anterior y en búsqueda de dar cumplimiento a esta normativa, las instituciones educativas tienen el gran reto de la inclusión escolar, porque la población de los colegios es diversa, por ello se necesita considerar las habilidades, capacidades, ritmos y estilos de aprendizaje, que son permeados por el contexto cultural, social y económico del estudiante.

El término de inclusión escolar ha tenido diversos significados, por ejemplo, en algunas instituciones educativa se ha entendido como la admisión de los estudiantes con alguna Necesidad Educativa Especial (NEE) sin ahondar sobre la existencia de recursos y formación de profesores, que avalen un proceso de aprendizaje significativo y ajustado a las características de ellos.

Así mismo, Peñalva y Vega (2019), Echeita y Ainscow (2011), y Parrilla (2002) también manifiestan que el término inclusión escolar, en primera instancia había sido concebido como la

atención a estudiantes con NEE, no obstante, a medida que el tiempo avanza éste se ha transformado. En la actualidad, hablar de inclusión no es solo atender a estudiantes con alguna NEE, al respecto Roos (2018) da a conocer que es atender a las diferentes características que emergen en el aula, necesidades como: género, etnia, religión, discapacidad, capacidades o talentos excepcionales, trastornos específicos en el aprendizaje escolar, entre otras.

Es importante señalar que el termino NEE también ha tenido diversos significados, Digón (2003, p.6) lo define como “alumnos con discapacidades físicas, psíquicas, sensoriales y trastornos graves de la personalidad o de la conducta”. En la UNESCO (2017) se resalta que es un término utilizado en algunos países para referirse a los niños con dificultades, que se considera requieren un apoyo adicional; por ende, esta definición puede ser diferente en cada país, pero pueden incluir niños con discapacidades físicas, sensoriales, mentales, cognitivas o educativas, así como dificultades del aprendizaje, emocionales y sociales.

Por otra parte, en Colombia el Ministerio de Educación Nacional (MEN, sf) refiere el término NEE a la población con discapacidad (auditiva, visual, motora, cognitiva, autismo, múltiple) y con capacidades o talentos excepcionales. Esta investigación se acoge a esta definición, por ser la que rige el marco legal colombiano, donde se encuentra ubicado este estudio.

En concordancia con lo anterior y entendiendo que la inclusión no solo se refiere a personas con alguna NEE, la investigación que aquí se presenta toma como base el concepto de diversidad, el cual es definido por Arnaiz (2000, p.1) como:

La diversidad está presente en el ser humano desde el momento que cada persona tiene sus propias características evolutivas, distintos ritmos de aprendizaje que en interacción con su contexto se traducen en distintos intereses académicos-profesionales, expectativas y proyectos de vida, especialmente, a partir de la etapa de la educación secundaria. Además

de estas manifestaciones, podemos encontrar otras de carácter individual, como pueden ser las deficiencias intelectuales, físicas, sensoriales, altas capacidades o aquellas otras que se manifiestan en contextos socioculturales desfavorecidos o relacionados con las minorías étnicas y culturales.

La investigación que aquí se reporta, se acoge a la anterior definición, bajo la concepción de que todos los educandos son diferentes, cada uno tiene fortalezas, habilidades, dificultades y limitaciones, que conllevan a la necesidad de adaptar estrategias y realizar flexibilizaciones al contenido para que el estudiante acceda al conocimiento.

Teniendo en cuenta que, la disciplina de interés en esta investigación es la Educación Matemática, Roos (2014, 2018) menciona que, desde una perspectiva social participativa, la inclusión escolar no significa que los estudiantes con características particulares distintas solo estén presentes en aula de forma física, sino deben ser incluidos en la práctica matemática.

Lo anterior implica contar con profesores de matemáticas, comprometidos, reflexivos, sensibles, que transformen su enseñanza, adapten propuestas y experiencias de aula a las características de sus estudiantes. Sin embargo, incluir a todos los estudiantes en la actividad matemática, no ha sido una tarea fácil, requiere de profesores comprometidos con la educación que tengan conocimientos sobre: la disciplina (matemáticas) y la atención a la diversidad.

La formación de profesores de matemáticas y atención a la diversidad ha cobrado relevancia durante los últimos años, dada la preocupación por garantizar el acceso a una educación de calidad, para todas las personas sin discriminación alguna, y dada la complejidad de enseñar matemáticas en los diferentes grados escolares, principalmente a quienes presenten diferentes características particulares. Con relación a lo descrito, Aké (2015) afirma que:

La enseñanza de las matemáticas siempre ha representado un reto para los profesores de todos los niveles educativos, sobre todo porque los aprendices no alcanzan las competencias esperadas. Estas realidades han persistido a lo largo del tiempo, y parecen tornarse más complejas cuando se habla de la enseñanza y el aprendizaje de esta disciplina en un contexto de inclusión (p.16).

A partir de lo descrito anteriormente y desde de la experiencia como docente (de quién escribe), se infiere que en general no se ha dado un cambio en la enseñanza de las matemáticas a estudiantes con distintas características particulares debido a la poca formación (pedagógica, didáctica y manejo de recursos) por parte de los profesores para atenderlos y a la falta de políticas claras para la inclusión por parte de las instituciones.

La situación mencionada, muy probablemente lleva a crear barreras de aprendizaje, como el desconocimiento de las características particulares y de las dificultades mencionadas por el MEN (2017b) para realizar un proceso de inclusión, manifestando que: “éstas se vinculan con las dificultades de los docentes para enseñar a estudiantes con discapacidad, porque no saben del tema y desconocen cómo apoyar los procesos de aprendizaje de este colectivo” (MEN, 2017b, p. 19). Luego, es relevante contar con profesores de matemáticas que tengan formación sobre las diferentes Necesidades Educativas, porque no basta saber matemáticas para enseñarlas, se requiere de un equilibrio entre las matemáticas y la educación especial (López-Mojica y Aké, 2015).

Complementado lo anterior, Pineda (2018) en el estudio realizado, evidencia que la mayoría de las universidades que forman a estudiantes para profesores, no consideran la atención a la diversidad en sus currículos, por ende, ella investiga alrededor de ello teniendo por resultado la importancia de que los profesores de matemáticas no solo se formen en el contenido disciplinar (matemáticas) sino también en lo didáctico y pedagógico alrededor de la inclusión escolar.

La investigación realizada por Pineda (2018) contribuye en la comprensión de esta problemática, mediante la formación inicial de los profesores de matemáticas, sin embargo, se evidencia que falta un componente esencial en la educación, y es precisamente la insuficiente formación de docentes de matemáticas en ejercicio (laboran en alguna institución educativa) para atender los diferentes ritmos y estilo de aprendizaje de sus estudiantes.

Respecto a lo anterior, a pesar de existir leyes y normas que orientan la inclusión de los ciudadanos en el sector educativo, en Colombia se percibe la falta de formación de los docentes en ejercicio sobre la atención a la diversidad, por ende, se les dificulta orientar el aprendizaje, principalmente a quienes tienen alguna discapacidad, talento excepcional, dificultades de aprendizajes, trastornos de aprendizaje, entre otras.

Investigaciones como las de Serrano y Camargo (2011), Pérez (2016) dan a conocer que algunos profesores se les dificulta atender las Necesidades Educativas de sus estudiantes dada la limitación didáctica, falta de recursos, falta de materiales didácticos y ausencia de programas de capacitación integral para formar a los profesores sobre las necesidades educativas. Esta falta de formación también fue vivida por quien escribe, pues se le solicitaba incluir a todos estudiantes en las clases, pero no había una orientación precisa de cómo hacerlo, qué actividades promover de acuerdo con las características de cada uno de ellos y la actividad matemática a promover.

Frente a la problemática mencionada y a fin de coadyuvar a la formación de los profesores, para atender a los estudiantes en clase de matemáticas, se propone crear espacios de reflexión a los profesores sobre su quehacer diario, pues según Parada (2009, 2011), Piñeiro y Flores (2018), Quaresma y Ponte (2019), la reflexión sobre la práctica profesional contribuye significativamente en su práctica pedagógica, porque la observación crítica y reflexiva de las acciones del profesor, le permite aprender y reaprender continuamente. Además, cuando el docente reflexiona sobre y

para su práctica se orienta al trabajo colaborativo entre colegas relacionados con los aprendizajes de los alumnos, los cuales favorecen la resignificación de conocimientos desde diferentes componentes como las matemáticas y la didáctica.

Parada (2009, 2011) y Barbosa, Aguiar, Llinares, Valls, y Acremen (2019), proponen que la reflexión de los profesores se desarrolle en Comunidad de Práctica (CoP), porque al trabajar colaborativamente alrededor de un interés particular, se discuten críticamente las experiencias de aula, permitiendo consolidar nuevos aprendizajes, que se dan, a partir de la negociación de significados, el cual es un “proceso mediante el cual se construyen interpretaciones de un saber propio permeado por los saberes de los demás” (Parada, 2011, p. 39).

En consecuencia de lo descrito y el interés por contribuir a la problemática planteada surge la investigación que aquí se reporta, la cual responde a ¿qué significados (en términos de aprendizaje) consolidan en sus prácticas profesores en ejercicio cuando reflexionan sobre la atención a la diversidad en clase de matemáticas? y al objetivo, caracterizar significados (en términos de aprendizaje) construidos por una Comunidad de Práctica de profesores en ejercicio que reflexiona sobre la atención a la diversidad en clase de matemáticas.

1. Antecedentes

Atender a todos los estudiantes en el aula de clase cobra cada vez mayor relevancia dado el interés por generar una educación accesible y de calidad para todos. Esta situación genera un nuevo reto a las instituciones educativas, en especial a los profesores, pues son ellos quienes tienen la labor de orientar, diseñar y organizar las actividades a desarrollar. Además, son quienes influyen positiva o negativamente en el aprendizaje de los estudiantes. Lo anterior, conlleva a realizar un análisis exhaustivo sobre la normatividad que guía el proceso de inclusión en el aula y la formación

de los profesores para atender las necesidades de sus estudiantes, para ello se resaltan algunos estudios revisados y que aportan en la comprensión y desarrollo de esta investigación.

En primer lugar, se describen algunos aspectos legales nacionales e internacionales en los cuales se promueve una educación de calidad para todos; en segundo lugar, se presentan resultados de algunas investigaciones sobre la formación inicial y continuada de profesores alrededor de la atención a la diversidad; en tercer lugar, se exponen investigaciones relacionadas con el desarrollo del pensamiento matemático a estudiantes características particulares diferenciadas en el marco de la atención a la diversidad y finalmente se presentan experiencias de aula de profesores de matemáticas en formación de la Universidad Industrial de Santander (UIS).

1.1 Aspectos legales referentes a la atención a la diversidad

A nivel mundial diferentes países se han interesado por la educación de calidad como un derecho fundamental, por ello a través de conferencias, foros y convenciones se han establecido algunos documentos que pretenden garantizar el acceso a la educación a todas las personas sin discriminación alguna y mostrar la importancia de brindar capacitaciones, apoyo y formación a los profesores para atender la diversidad de estudiantes. A continuación, se describen brevemente algunas leyes y decretos establecidos a nivel nacional e internacional que evidencian lo descrito.

1.1.1 *Ámbito internacional*

Entre los documentos, leyes, decretos y normativas internacionales se encuentran la Declaración Universal de los derechos humanos, la Declaración Mundial Sobre Educación Para Todo “satisfacción de las necesidades básicas de aprendizaje”, la Conferencia Mundial sobre Educación para Todos y el foro mundial sobre la Educación en Dakar que dan a conocer que la educación es un derecho fundamental para todas las personas.

- La Declaración Universal de los derechos humanos en la resolución 217 A (III) del 10 de diciembre de 1948, establece una educación garante a todas las personas sin discriminación alguna, expresado así a través del artículo 26 en el que se resalta el desarrollo de la personalidad humana y el respeto a los derechos humanos en los diferentes grupos étnicos o religiosos.
- La UNESCO (1990): destaca que la educación es un derecho fundamental para todos, por ende, se deberá satisfacer las necesidades básicas de aprendizaje (resolución de problemas, matemáticas básicas, lectura y escritura, expresión oral, conocimientos teóricos y prácticos), que permiten al individuo desenvolverse en una sociedad, desarrollar sus capacidades de raciocinio y ejercer un trabajo con dignidad.
- Conferencia Mundial sobre Necesidades Educativas Especiales: acceso y calidad UNESCO (1994) promueve la educación para todos, reconociendo cambios oportunos y fundamentales para favorecer la educación inclusiva, ahondando en estrategias como capacitar a los docentes para atender a todos los estudiantes. También resalta que la educación para todos implica no solo la asistencia del estudiante a un aula escolar, se requiere de estrategias adaptables y flexibles para que todos logren el objetivo propuesto según sus ritmos y estilos de aprendizaje.

Lo precedente, revela la importancia de contar con profesores formados para atender a todos los estudiantes, por tal motivo, la UNESCO promueve la obtención de apoyo de organizaciones y capacitaciones de docentes en ejes relacionados con el mejoramiento de la formación del profesorado en relación con las NEE, en el que se tengan en cuenta todas las personas sin importar condiciones sociales, físicas, emocionales, lingüísticas, intelectuales, con discapacidades, niños que trabajan, que viven en las calles, de minorías lingüísticas, étnicas culturales y niños de otros grupos o zonas desfavorecidos o marginados. La investigación se acoge

a la postura anterior, en cuanto a las habilidades que requiere el profesor para atender a las diversas características de sus estudiantes, las cuales fortalecen y enriquecen la práctica profesional.

- El Foro Mundial sobre la Educación en Dakar (2000), tuvo como finalidad convertir el derecho de la educación en una realidad, aunque anteriormente se había establecido como derecho fundamental para todos. Este foro contó con intereses muy particulares, entre ellos, la atención a estudiantes con NEE, resaltando un nuevo enfoque en el cual las instituciones debían formarse para acercar el conocimiento a todos los estudiantes.

En este foro también se dio a conocer que numerosos docentes no estaban plenamente persuadidos de que solo la integración del estudiante en el aula permitiría la inclusión escolar, por ello, manifestaron la necesidad de capacitarse sobre la importancia de conocer múltiples estrategias pedagógicas, programas de estudios flexibles y evaluación continua que permitieran hacer partícipes a los estudiantes en las diferentes actividades propuestas.

1.1.2 *Ámbito nacional*

En Colombia existen diversos acercamientos sobre la educación para todos, empezando desde la Constitución política de 1991, la cual señala la igualdad e inalienabilidad de los derechos de las personas sin discriminación alguna. A continuación, se exponen brevemente algunas leyes y decretos que dan cuenta de que la educación de personas con limitaciones físicas, mentales y capacidades excepcionales también son obligación especial del Estado.

- La Constitución Política de 1991, en los artículos 13, 42, 47, 54 y 68 resaltan ciertas obligaciones que debe asumir el estado para atender a las personas con alguna discapacidad. Entre ellas, garantizar el acceso, inclusión y permanencia de los estudiantes a la institución educativa y espacios socioculturales, una educación de calidad, brindar atención y recursos necesarios según lo requieran los estudiantes de acuerdo con sus características y habilidades.

- Ley 115 de febrero 8 de 1994, enfatiza en el artículo 46 y 49 que las personas con limitaciones físicas, sensoriales, cognoscitivas, emocionales y con capacidades o talentos excepcionales deben ser incluidas en el aula escolar. Así mismo, la ley acentúa que el estado debe garantizar el acceso a todos los estudiantes al sistema educativo y en el artículo 47 establece la responsabilidad directa de apoyar la formación de docentes idóneos para ocuparse adecuadamente de la atención educativa. Con lo anterior, se evidencia una vez más el rol fundamental que desempeña el profesor dentro del aula y por ende la necesidad de que estén formados tanto en educación inclusiva como en el componente disciplinar, matemáticas.
- El Decreto 1421 del 29 de agosto de 2017 resalta el derecho a la educación de todas las personas sin discriminación alguna. De igual forma, privilegia la educación a estudiantes que requieren atención especializada, mencionando que la educación de personas con limitaciones físicas o mentales, o con capacidades excepcionales, son obligación especial del Estado, quien debe garantizar el acceso y permanencia al sistema educativo. Lo anterior, se relaciona con la importancia de la educación inclusiva, basada que todos los niños y niñas sin importar sus necesidades educativas puedan aprender en un ambiente de aprendizaje común y sin exclusión.

Al hablar de acceso a la educación se piensa en atender a toda una población, incluyendo a personas con y sin discapacidad privilegiando para todos los diseños de estrategias que garanticen la adaptabilidad, flexibilidad y equidad. Lo anterior lleva a reflexionar una vez más, en la importancia de que los profesores en ejercicio reflexionen sobre la atención particular que requiere cada estudiante, según sus habilidades, con el fin de diseñar y adaptar y recursos en pro de satisfacer las Necesidades Educativas de cada uno de ellos.

Este decreto también presenta que es imprescindible que el profesor conozca las características y habilidades de sus estudiantes mediante la valoración pedagógica con miras a

establecer adaptaciones significativas (curriculares) o no significativas (estrategias, recursos...) que permitan al educando alcanzar el objetivo de la clase. Para la adaptación y flexibilización el decreto propone el uso del Diseño Universal Para el Aprendizaje (DUA) el cual es un enfoque didáctico que permite planear pensando en todos los estudiantes, éste se explica en el inciso 2.2.3.2.

Finalmente, el decreto 1421 resalta que en ocasiones es fundamental que el profesor diseñe el Plan Individual de Ajustes Razonables (PIAR), el cual es requerido cuando persiste las dificultades en los estudiantes a pesar de haber implementado el DUA, mismo que se explica en el inciso 2.2.3.2. Aunque el decreto 1421 resalta la formación docente sobre la atención a la diversidad, en algunas instituciones educativas esto no es una realidad, mostrando así la relevancia del proyecto que aquí se presenta, pues es necesario que el docente cuente con formación en educación inclusiva y matemáticas con el fin de adquirir habilidades que le permita seleccionar recursos pedagógicos, didácticos y tecnológicos para brindar una educación de calidad para todos.

El decreto 1421 muestra un cambio en la inclusión escolar, puesto que actualmente las personas con alguna discapacidad están siendo integradas e incluidas en escuelas o aulas regulares, es decir, compartiendo con personas que no tienen ninguna discapacidad, favoreciendo así la socialización entre pares y el aprendizaje colectivo.

1.2 Una mirada alrededor de la formación de profesores y la atención a la diversidad

La formación de profesores de matemáticas se ha constituido como una línea de investigación trascendental en el campo de la Educación Matemática, debido al rol fundamental que tiene el docente para brindar una educación de calidad. Por lo anterior, diferentes investigaciones nacionales e internacionales se interesan por indagar con profesores de matemáticas en formación y en ejercicio sobre: el conocimiento y competencias matemáticas que se requieren para alcanzar una enseñanza eficaz; las reflexiones de su práctica docente, que

permiten identificar aspectos de la clase a transformar; y análisis y diseño de situaciones que promuevan la actividad matemática en todos los estudiantes.

Este capítulo presenta aspectos relevantes de algunas investigaciones que contribuyen positivamente en la problemática de estudio, para ello el apartado se divide en cuatro momentos:

- a) Formación inicial de profesores, aquí se describe la importancia de que los profesores en formación inicial reflexionen sobre su práctica docente.
- b) Formación inicial de profesores de matemáticas y atención a la diversidad, acá se resaltan algunas investigaciones que muestran la relevancia de que los profesores de matemáticas reflexionen y se formen para atender las diferentes necesidades de sus estudiantes.
- c) Formación de profesores en ejercicio, se enfoca en la reflexión de los profesores que están en acción en el aula.
- d) Formación de profesores de matemáticas en ejercicio y atención a la diversidad, se interesa en dar a conocer la significancia de que el docente en ejercicio reflexione y este en constante formación para contribuir significativamente en la enseñanza y aprendizaje de todos sus estudiantes, atendiendo a los diferentes ritmos y estilos de aprendizaje.

Antes de dar a conocer algunas de las investigaciones que se han realizado en este campo y los aportes que brindan a este proyecto, se resalta que para efectos de la investigación se tomará el término formación del profesor desde Botello (2013):

Es un proceso en el cual, la persona que quiere ser profesor de matemáticas adquiere ciertos “saberes” tanto matemáticos como didácticos y pedagógicos, los cuales les permitirá tener una efectiva enseñanza de las matemáticas en su práctica, no importa el nivel educativo en el cual se desempeñe (primario o secundario) (p.42).

De lo anterior se deduce que la formación del profesor se da cuando un individuo adquiere ciertos conocimientos y habilidades matemáticas, pedagógicas y didácticas que usa en el aula a fin de orientar el proceso de aprendizaje de sus estudiantes.

1.2.1 Reflexión y formación inicial de profesores de matemáticas y atención a la diversidad

La reflexión por parte de los profesores en formación sobre su práctica docente tiene grandes ventajas para la toma de decisiones sobre sus acciones futuras en la enseñanza, por ello, muchos currículos consideran necesario que los docentes en formación reflexionen sobre su práctica pedagógica ya que es fundamental para su desarrollo profesional, pues una vez realizado este proceso en su formación inicial, es muy probable que el profesor se apropie de este y lo tome como un hábito en su quehacer docente.

Al respecto, Schoenfeld y Kilpatrick (2008) mencionan: “Una vez hecha habitual la reflexión puede llegar a ser el principal mecanismo para mejorar la propia práctica” (p. 348). Es decir, el proceso de reflexión se debe motivar desde las prácticas iniciales, pues permite al docente estar en constante cuestionamiento sobre su actuar dentro y fuera del aula, en búsqueda de mejorar su actividad profesional. En concordancia con lo anterior, Morales y Font (2017) mencionan que la reflexión sobre la propia práctica es necesaria para comprender la complejidad del proceso educativo, tomar conciencia de la intervención ejercida como docente para mejorar progresivamente la enseñanza y crecer profesionalmente. Los investigadores, al seguir mediante portafolios (crónicas escritas por los estudiantes durante su práctica) a tres profesores en formación de la Universidad Nacional de Costa Rica, observaron bajos niveles de competencia reflexiva y desconocimiento de la docencia matemática como actividad profesional.

La situación descrita permitió ver que los profesores no planeaban sus clases, observándose así una brecha entre práctica y teoría, que según los autores se da por la falta de formación sobre

análisis didáctico y pedagógico, suceso que se considera se puede favorecer mediante el proceso de reflexión durante su proceso de formación.

Por otra parte, Morales y Font (2017) resaltan que es imprescindible que los profesores en formación tengan claridad sobre los contenidos matemáticos que van a enseñar y conozcan un poco más allá de las matemáticas del grado que imparten. Sin embargo, evidenciaron que estos conocimientos son insuficientes al momento de orientar el aprendizaje, pues requiere de la integración del conocimiento didáctico-matemático que lleve al docente a identificar las estrategias y metodologías que permiten guiar adecuadamente la actividad de enseñanza.

Ponte (2008), mediante la investigación realizada con dos profesores de matemáticas en formación de una Universidad en Lisboa manifiesta algunos aportes que tiene el trabajo colaborativo y el proceso de reflexión en la práctica pedagógica, dado que, enriquece el espíritu crítico del docente, contribuyendo así en el desarrollo de significados comunes en cuanto a metodología de trabajo, objetos matemáticos de estudio y recursos a usar. Además, propicia espacios para reforzar conocimientos y tener mayor claridad sobre el contenido matemático y didáctico. Este referente es fundamental el estudio que aquí se presenta porque permite ver como mediante grupos de trabajo se favorece el proceso de enseñanza-aprendizaje, que desde la perspectiva de la investigación se realiza bajo el trabajo en Comunidad de Práctica (CoP).

Complementando lo anterior, esta falta de experiencias empobrece la práctica docente, pues el proceso de reflexión y trabajo colaborativo contribuyen positivamente en el desarrollo profesional; dado que enriquece saberes, metodologías de enseñanza, dominio de grupo, manejo de recursos que podrían favorecer la actividad matemática y orientación de la clase.

Se coincide con el autor y por ende se considera que el trabajo con Comunidades de Práctica (CoP) probablemente favorezca el proceso de reflexión de los docentes sobre la atención

a la diversidad en clase de matemáticas, porque el intercambio de ideas entre participantes permite la negociación de significados y llevan a potenciar el conocimiento, hecho que se logró percibir en el transcurso de la investigación.

Continuando con lo anterior, otros estudios han relacionado la reflexión y formación de profesores de matemáticas, pero pocos de ellos sobre la atención a la diversidad, al parecer es un interés reciente de los investigadores. Al respecto, López-Mojica y Aké (2015) al responder la pregunta ¿cuál es la formación en matemáticas de los futuros docentes de educación especial? observan que al ser el componente matemático un agregado a esta licenciatura es de poco interés y estudio, además observan que las asignaturas propuestas por el currículo en cuanto a matemáticas enfatizan en operaciones básicas de la aritmética, dejando de lado otros campos como la geometría, probabilidad y estadística, por ello, se reflexiona sobre si los profesores de educación especial deberían tener los mismos conocimientos matemáticos que aquellos profesionales en el que este saber es exclusivo.

De lo anterior, emerge nuevamente la importancia de la integración disciplinar en la que se apoye al docente desde el componente matemático. Este, es precisamente uno de los propósitos de la investigación que aquí se reporta, pues al invitar y orientar al profesor de matemáticas en ejercicio a reflexionar sobre su práctica pedagógica, se espera que consolide nuevos conocimientos alrededor de su pensamiento reflexivo (matemático, didáctico y orquestal) que le permita involucrar a todos sus estudiantes en la clase, así:

En el pensamiento matemático, cuando usa el conocimiento matemático escolar para desarrollar la práctica profesional atendiendo las características de sus estudiantes; en el pensamiento didáctico, al cuestionarse sobre las diferentes maneras de acercar los conocimientos matemáticos a los estudiantes teniendo en cuenta los diferentes ritmos y estilos de aprendizaje; y

en el pensamiento orquestal, al reflexionar sobre la forma en que el profesor conduce la clase y utiliza los diferentes recursos para generar actividad matemática en los estudiante a fin de garantizar una educación para todos y de calidad. Es importante resaltar, que la descripción de estos pensamientos se ampliará en el capítulo 2, el cual corresponde al marco teórico.

Adicionalmente, Aké (2015) resalta la importancia de determinar cuáles son los niveles de aprendizaje que logran alcanzar los estudiantes con NEE, esto considerando que debido a la falta de formación de los profesores sobre aspectos pedagógicos y didácticos se tiende a decir que los estudiantes con NEE no son capaces de aprender significativamente o son incapaces de aprender.

Se coincide con la autora anterior ya que, desde la experiencia vivida a los estudiantes con NEE no los hacen parte activa del proceso de aprendizaje en el aula, porque para algunos profesores ellos están allí más por el desarrollo social que para la adquisición de un conocimiento disciplinar, pues se tiene la concepción errónea de asociar NEE con imposibilidad para aprender. Por lo anterior, en ocasiones las actividades propuestas son “mínimas”, dejando de lado el contenido matemático escolar propuesto para el grado en desarrollo y se centran en actividades motrices como recortar, pegar y dibujar sin trascender al campo disciplinar.

Al respecto, Mojica (2013) da a conocer que para la Educación Especial los contenidos matemáticos a tratar deben ser los mismos que los de un aula regular y que la diferencia radica en la forma de acercar estos nuevos objetos matemáticos a los estudiantes, en las adaptaciones y flexibilizaciones realizadas para que el estudiante acceda al nuevo conocimiento.

Al respecto, López, Aké y Cruz (2018) al realizar un estudio con dos grupos de futuros profesores de Educación Especial de la Universidad de Colima, que habían cursado la asignatura “adquisición, alteración y estrategias de atención de las matemáticas”, evidenciaron que a pesar de haber recibido esta formación, el curso fue insuficiente, pues al momento de los profesores

seleccionar un recurso o diseñar alguna situación para promover la actividad matemática, existían bastantes vacíos conceptuales en matemáticas, específicamente en la temática de fracciones. Entre ellas, la no solución de operaciones básicas (suma, resta, multiplicación y división), no ordenar correctamente fracciones tanto homogéneas como heterogéneas y gran dificultad en la resolución de problemas en los que intervienen estos conceptos.

De lo mencionado, se evidencia una vez más la importancia de tener un punto de equilibrio entre educación especial y educación matemática, con el fin de atender las características particulares de todos los estudiantes, dada la brecha entre el contenido matemático y su enseñanza. En concordancia, López, Aké y Cruz (2018) afirman que: “Los especialistas tendrían limitaciones para diseñar propuestas de atención e intervención pedagógica para que las personas con discapacidad (en todos los niveles según se encuentren) construyan conocimientos sobre las matemáticas” (p.14). En consecuencia, es importante que los futuros profesionales que atienden a estudiantes con NEE adquieran conocimientos tanto en matemáticas como en educación especial.

Por otra parte, investigaciones como las de Zuluaga, Heller y Wagner (2017) y Silva, Viginheski y Shimazaki (2018) manifiestan que los profesores de matemáticas a pesar de tener claridad sobre los objetos matemáticos a enseñar no cuentan con la suficiente formación en el contenido pedagógico y didáctico, para atender las necesidades educativas de sus estudiantes en el aula y generar en ellos actividad matemática.

Zuluaga, Héller, y Wagner (2017) concluyen lo anterior cuando al realizar un estudio con 25 profesionales y docentes de apoyo (cuya función principal es acompañar al docente de aula que atienden a estudiantes con alguna NEE) observaron que muchas de las dificultades asociadas al aprendizaje de los estudiantes se deben a que en su mayoría no manejan los conceptos matemáticos y por ende se generan algunas falencias al momento de enseñar. A su vez los profesores de apoyo

reconocen el no tener buenas experiencias durante el proceso de formación en cuanto a la enseñanza y aprendizaje de las matemáticas, evidenciándose así algunas dificultades sobre la representación, resolución de problemas y comunicación matemática.

Por otra parte, estos autores mencionan que algunos profesores que tienen conocimiento matemático no tienen habilidad para acercar los objetos matemáticos a sus estudiantes, debido al desconocimiento de estrategias que se adapten los estilos y ritmos de aprendizaje de los estudiantes. Lo mencionado, justifica la importancia de formar profesores que tengan conocimiento en ambas disciplinas, puesto que hay una amplia probabilidad de que el estudiante incida en los mismos errores de los profesores.

Silva, Viginheski y Shimazaki (2018) al analizar las prácticas en la formación inicial de profesores de matemáticas de una institución privada de educación superior del estado de Paraná, evidenciaron la importancia de fomentar conocimientos sobre la inclusión, ya que los profesores estaban desarrollando sus prácticas pedagógicas sin realizar adaptaciones metodológicas a estudiantes con disfunción visual, dejando vacíos en los conocimientos matemáticos. En consecuencia, ellos implementaron en la asignatura prácticas pedagógicas II orientaciones para la atención a la diversidad en matemáticas mediante entrevista con expertos en Educación Especial, clases sobre braille matemático, uso del sorobán, y preparación por parte de los profesores en formación de actividades matemáticas adaptadas a estudiantes con alguna NEE, las cuales pondrían posteriormente en escena.

Lo anterior, permitió identificar diferentes dificultades que se deben afrontar cuando de inclusión escolar se habla, por ejemplo, falta de formación de los profesores en contenidos didácticos, estrategias para atender la diversidad de estudiantes, insensibilidad, falta de recursos, débil conocimiento matemático, que son aspectos que se pretenden reforzar mediante la

investigación que aquí se reporta mediante el desarrollo del pensamiento matemático, pedagógico-didáctico y orquestal, los cuales serán expuestos a profundidad en el marco teórico.

En concordancia con lo anterior, Pineda (2018) también da a conocer la poca integración que existe entre el contenido matemático y atención a la diversidad, ya que, al revisar el plan de estudios de licenciatura en matemáticas y licenciatura en educación especial en Colombia, observó que estas en su mayoría no cuentan con una orientación y formación a los docentes respecto a la atención a la diversidad, entre las cuales se encuentra incluida la Licenciatura en Matemáticas de la Universidad Industrial de Santander (UIS). Por lo anterior, la investigadora intervino en la asignatura de Seminario de Práctica a fin de formar a los profesores para atender la diversidad de los estudiantes en clase de matemáticas, promoviendo la sensibilidad frente a esta realidad social, mostrando la importancia de hacer adaptaciones curriculares y de materiales que se ajusten a las características de los estudiantes.

Lo descrito previamente lleva a la inspiración de este proyecto, considerando necesario que los profesores de matemáticas en ejercicio también cuenten con esta formación, ya que algunos de ellos no han tenido estos espacios de aprendizaje, además, que de cierta manera facilitará el contacto con los estudiantes de tal manera que se atienda a la diversidad de cada uno de ellos, permitiendo así un mejor acercamiento a los contenidos matemáticos.

1.2.2 Reflexión y formación de profesores en ejercicio y atención a la diversidad

Seckel y Font (2019) manifiestan la importancia del proceso de reflexión constante en el que deben estar los formadores de profesores, ya que son los orientadores y quienes proporcionan las herramientas fundamentales para que los profesores en formación y en ejercicio se interesen por reflexionar sobre sus prácticas y vean las contribuciones que estas tienen en el proceso de aprendizaje de sus estudiantes. En la investigación realizada por los autores con una estudiante de

doctorado, ellos identificaron pocas bases en el proceso de reflexión en los futuros profesores, por ello, mediante un proceso de formación con la docente se orienta a trabajar simultáneamente con sus estudiantes mediante tres etapas que se pueden relacionar con lo expuesto por Parada (2011), en una etapa sin intervención, con intervención y posterior a la intervención.

El proceso de formación mostró resultados satisfactorios, porque la docente formadora y los docentes en formación lograron ser más reflexivos, repensaron las actividades propuestas, rediseñaron sus planeaciones a fin de favorecer la actividad matemáticas. Además, desarrollaron habilidades emocionales y comunicativas que son fundamentales para la práctica pedagógica.

En concordancia con lo anterior, para Ramos-Rodríguez, Ponte y Flores (2017) y Parada (2011), es de gran significancia que el profesor de matemáticas reflexione sobre su práctica docente, ya que le permite transformar algunas concepciones matemáticas, reestructurar sus planes de clase, conocer y usar nuevos recursos para ahondar sobre los objetos matemáticos de estudio, y trabajar con sus pares, quienes enriquecen la práctica profesional mediante críticas constructivas.

Ramos-Rodríguez, Ponte y Flores (2017), a partir de la investigación realizada con dos profesores de secundaria identificaron que era necesario reforzar saberes sobre la enseñanza y aprendizaje del álgebra en los profesores, ya que existió confusión al trabajar con expresiones algebraicas, uso de representaciones gráficas y manejo de la calculadora, suceso similar que reporta Parada (2009) en su investigación con uno de los tres profesores con quien trabajó.

Complementando lo anterior, en las diferentes investigaciones en pro de mejorar la práctica pedagógica se orienta al docente a reflexionar y evaluar su actuar en el aula, por ello, Ramos-Rodríguez, Ponte y Flores (2017) ponen en juego el modelo cíclico y sistemático de reflexión ALaCT (Action, Looking back on action, Awareness of essentials aspects, Creating alternative methods of actions y Trial) de Korthagen (2011), el cual consta de cinco fases: acción o

experiencia; mirar hacia atrás en la acción; identificar puntos importantes para que intervenga un agente externo; crear, buscar o preparar comportamientos alternativos para la acción; y finalmente comprobar la situación mediante un nuevo ciclo de reflexión.

Una propuesta similar a la anterior reporta Parada (2009, 2011) mediante el modelo de Reflexión y Acción (R-y-A, se expone en el capítulo 2) que lleva al docente a reflexionar sobre su práctica pedagógica mediante tres momentos: reflexión para, en y sobre la acción (antes, durante y después de la clase). La autora a su vez propone la reflexión sobre tres pensamientos: matemático, didáctico y orquestal. Desde la perspectiva de quien escribe estos procesos se encuentran implícitos en el modelo cíclico y sistemático de reflexión ALaCT. Ambos modelos, han dado resultados provechosos, en cuanto a la forma de planear, desarrollar, evaluar y usar nuevos recursos por parte del profesor en clase de matemáticas, así como en el desarrollo del pensamiento matemático llevando a la reestructuración y fortalecimiento de algunos conceptos.

Ponte (2008), reafirma la importancia del proceso de reflexión, manifestando que las dificultades por las cuales pasa el docente durante las horas de clases son diversas, van desde el no aprendizaje de las matemáticas por los estudiantes hasta situaciones básicas de comunicación que llevan a la necesidad de reflexionar, sobre las situaciones que suceden en el aula a fin de buscar alguna solución. Por lo anterior, el autor realizó una investigación con 10 profesores de matemáticas que pertenecían a la Asociación de Profesores de Matemáticas (APM) de Portugal y estaban interesados por reflexionar sobre sus prácticas.

El grupo consolidado se caracterizó por la participación de todos los integrantes y por colocar en discusión dificultades matemáticas vividas en el aula con el fin de generar espacios de diálogo en pro de mejorar y proponer lecturas de artículos, libros y materiales que favorecieran dicha problemática. Esta documentación permitía la transformación de la práctica docente e

implicaba la selección y preparación de tareas en cuanto a estructura, contenido, recursos y metodología que favorecieran el aprendizaje de las matemáticas.

Otro de los intereses, cuando se habla de la formación de profesores incurre en el pensamiento didáctico y orquestal que se relaciona con los recursos, materiales, manera que usan los profesores para conducir la clase para que sus estudiantes desarrollen actividad matemática. Al respecto, Pochulu, Font, Rodríguez (2016), Parada (2009, 2011), Ponte (2008) concuerdan en que el desarrollo del pensamiento didáctico y recursos de materiales conlleva al profesor a la búsqueda de diferentes representaciones y materiales que traten sobre el objetivo referido, permitiendo al estudiante mayor comprensión de los problemas, ejercicios y actividades propuestas.

Por otra parte, Seckel y Font (2019) resaltan la importancia de que el profesor de matemáticas tenga claridad sobre los contenidos que pretende enseñar, ya que en ocasiones se corre el riesgo de mal interpretar algunos conceptos o pasar por alto otros. Esta situación, la vivenciaron los autores al trabajar con profesores el concepto de proporcionalidad, quienes omitieron ideas clave como fracciones, regla de tres y problemas que requieran del estudio de este objeto, generando, así un aprendizaje superficial por parte del estudiante e incluso mecánico, pues muestra como a partir de ciertas acciones se logra llegar al resultado.

De lo anterior, se deduce que las investigaciones previas coinciden en que el trabajo colaborativo y las interacciones enriquecen los conocimientos y a su vez promueven los procesos de reflexión, análisis didáctico e intercambio de ideas que llevan al rediseño y modificación de algunas tareas planeadas. Además, consideran que el proceso reflexivo y el intercambio de ideas mediante el trabajo colaborativo permite a los profesores comprender mejor las potencialidades y dificultades de las tareas a desarrollar; así mismo privilegia diversas habilidades, especialmente orales y escritas que contribuyen a la práctica profesional. De igual forma, este proceso llevó a

descubrir que es necesario pensar a largo plazo, organizar tiempos, espacios, recursos, crear entornos de aprendizaje ricos en tecnologías y materiales que conlleven a definir criterios para la selección de tareas que favorezcan la actividad matemática.

Lo expuesto previamente tiene relación con la investigación que aquí se reporta porque se esperaba que mediante el proceso de reflexión con los profesores de matemáticas que atienden a estudiantes con diferentes ritmos y estilos de aprendizaje logaran en términos de Parada negociar significados y cosificar conocimientos que emergen mediante espacios sin intervención y con intervención, que llevan al docente a la confrontación con sus propios saberes y a la reestructuración de la planeación de sus clases siempre que sea necesario.

El profesor de matemáticas juega un papel importante en los procesos de aprendizaje, por ser el encargado de adaptar espacios consecuentes a las características individuales de sus estudiantes y generar momentos de reflexión en el aula para fortalecer el pensamiento matemático, por ello, es importante indagar sobre algunas investigaciones realizadas con profesores de matemáticas en ejercicio sobre la atención a la diversidad.

La formación de docentes de matemáticas y atención a la diversidad es un tema emergente en la actualidad y que ha tenido gran auge durante los últimos años, sin embargo, es un campo que se debe seguir enriqueciendo, al respecto Bruno y Noda (2010) afirman que:

Hay una falta de estudios sobre cómo tratar la formación de los profesores que trabajan con los alumnos con NEE en matemáticas. Es una realidad que muchas veces los profesores que atienden a los alumnos especiales tienen una fuerte formación en aspectos psicológicos y pedagógicos, pero no han recibido formación en contenidos didácticos de áreas curriculares, lo que los lleva a tener inseguridades en el tratamiento de los diferentes contenidos (p.146-147).

Bruno y Noda (2010) también dan a conocer diversas investigaciones desarrolladas sobre la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas a estudiantes con NEE, en las que resaltan la importancia del diseño de material, uso de herramientas tecnológicas, nuevas estrategias, y metodologías que estén adaptadas a las características de los estudiantes. Este es un aporte esencial para este estudio, porque señalan la necesidad de formar profesores reflexivos frente a la creación de nuevos recursos para la enseñanza; en términos de Parada (2011) hace referencia al pensamiento orquestal, el cual es uno de los pensamientos reflexivos que se pretende potenciar en los profesores de matemáticas en ejercicio a partir del trabajo colaborativo en Comunidad de Práctica (CoP).

Teniendo claridad sobre la falta de estudio para la atención a la diversidad en clase de matemáticas, se presentarán algunas investigaciones realizadas en pro de aportar avances significativos para la formación de profesores en ejercicio. Al respecto Moreira y Pérez (2018), realizaron una investigación con un profesor de matemáticas, 15 alumnos de educación regular y dos alumnos con NEE (discapacidad intelectual y espectro autista) de una escuela pública del Distrito Federal en Brasil, a fin de contribuir a la diada Inclusión-Matemática. Se evidenció, que los profesores no contaban con conocimientos sólidos para atender la diversidad en el aula, ya que los estudiantes con estas particularidades estaban presentes físicamente, pero las actividades que desarrollaban no correspondían con el objeto matemático estudiado por el grupo, por el contrario, se les proponía solo actividades de coloreo y dibujo.

Además, gran parte del acompañamiento y orientaciones a los estudiantes con NEE era brindado por la tutora más que por el profesor, incluso en situaciones de juego, lo anterior, evidencia la poca interacción entre docente y estudiante imposibilitando así la verdadera inclusión.

Esta investigación da mayor importancia al saber matemático que debe tener el profesor, la necesidad de promover equipos de apoyo y el diseño de recursos didácticos acorde a las

características de los estudiantes. Lo descrito, da un valor significativo a la investigación que aquí se presenta, porque a partir del profesor participar en la CoP estuvo en constante reflexión buscando estrategias para incluir a sus estudiantes en las diferentes actividades matemáticas.

Con este estudio se buscó que los profesores diseñaran actividades adaptables y flexibles a las Necesidades Educativas de los estudiantes; así mismo, que los materiales fueran ajustados a las características particulares de cada uno de ellos, evidenciándose el desarrollo del pensamiento matemático, orquestal y didáctico que se promueve con en el modelo R-y-A.

De igual forma, el proyecto Danés, Matemática e Inclusión (MINK) realizado por Lindenskov y Lindhardt (2019) bajo la consolidación de una CoP de formadores de profesores, profesores de matemáticas y de educación especial trabajaron en torno a la enseñanza de las matemáticas inclusivas en clases regulares en escuelas públicas ordinarias. Para el desarrollo del proyecto, en primer lugar, conformaron grupos de trabajo en los cuales los profesores realizaban sus planeaciones y diseño de actividades acordes a las características de sus estudiantes; en segundo lugar, mediante un seminario se realizaron reflexiones sobre la implementación de cada planeación, teniendo en cuenta las experiencias sin y con intervención de los formadores de maestros; y finalmente a partir de los resultados obtenidos y la formación dada por los maestros formadores los profesores planificarían la siguiente unidad.

El trabajo con esta comunidad de práctica permitió avances significativos en el aprendizaje de los estudiantes y a su vez enriqueció los saberes de los profesores de matemáticas, porque permitió explorar nuevas estrategias de enseñanza para promover la inclusión escolar mediante diferentes recursos como material concreto y herramientas digitales. También fortaleció la discusión profesional sobre la inclusión entre profesores, formadores de profesores e investigadores en busca de una verdadera inclusión, corroborando ideas expuestas de que la

inclusión no es la ubicación física del estudiante en el aula de clase, también implica la enseñanza eficaz de las matemáticas para todos los estudiantes. Así mismo, permitió evidenciar algunos ejes matemáticos que son emergentes al momento de hablar de matemáticas inclusivas y algunas estrategias para tener en cuenta, como: el tiempo, calidad de las respuestas de los estudiantes, recursos usados, comunicación, atención y concentración.

La investigación previa cobra relevancia en el estudio que aquí se presenta porque se trabaja con profesores en ejercicio en una CoP, que permitió a los maestros reflexionar, mediante la interacción con sus pares y diseñar actividades enfocadas a las características de los estudiantes. Además, porque a través del proceso sin y con intervención similar al realizado en la investigación anterior se observará los aprendizajes consolidados por los profesores para atender la diversidad en clase de matemáticas, contribuyendo a dar respuesta a la problemática planteada.

Por otra parte, es importante recordar que la investigación aquí reportada se acogió al termino diversidad en palabras de Arnaiz (2000), donde el enfoque no está únicamente en estudiantes con alguna discapacidad, por el contrario, es promover nuevos saberes y conocimientos en todos los estudiantes sin discriminación alguna.

Finalmente, se destaca que existen otras publicaciones realizadas en torno a la atención a la diversidad y profesores de matemáticas en ejercicio, sin embargo, se tomaron estos como referentes por la relación que existe con la pregunta y el objetivo de la investigación.

1.3 Experiencias de enseñanza de las matemáticas que atienden la diversidad

A continuación, se presentan algunas investigaciones desarrolladas en el ámbito internacional y nacional que dan a conocer algunas estrategias didácticas, actividades adaptadas, ajustadas y flexibles a las características de los estudiantes, y que permiten promover la actividad

matemática en el aula. Las investigaciones presentadas se categorizan en necesidades de tipo sensoriales, cognitivas y en general de atención a la diversidad.

En cuanto a las investigaciones de tipo sensorial Alvarado y Reyes (2018), Pinto (2017) y Pacheco, Blanquicet y Vergel (2015), dan a conocer que estudiantes con limitación auditiva pueden aprender matemáticas de la misma forma que lo hace una persona oyente, es decir, tienen la capacidad de aprender el mismo objeto matemático, ya que su limitación no afecta la parte cognitiva, sino auditiva, lo cual influye directamente en el proceso de comunicación. La afirmación anterior se sostiene siempre y cuando el estudiante haya tenido un proceso a lo largo de su trayectoria escolar con relación a las matemáticas y no tenga alguna discapacidad cognitiva.

Por lo descrito, los autores promueven que las adaptaciones a realizar sean no significativas, es decir, buscar múltiples formas de presentar al estudiante la información para que él la pueda comprender, usando por ejemplo, lengua de señas, lectura labiofacial, representación gráfica, contar con un intérprete que le permita transmitir la información correcta al estudiante, etc... que contribuyan en el desarrollo y adquisición de un sistema de signos para la comprensión de conceptos y símbolos matemáticos, ya que son propios de esta disciplina.

Situación similar a la previa, sucede con las personas que tienen discapacidad visual, pues su principal dificultad corresponde en el acceso a la información para comprenderla. Al respecto, investigaciones como las de Alvarado y Reyes (2018), Spinczyka, Maćkowskib, Kempac, Rojewskad (2019), Villadiego, Moreno y Rodríguez (2020) resaltan que las personas con discapacidad visual tienen la capacidad cognitiva para aprender matemáticas, sin embargo, requieren de adaptaciones no significativas para acceder a la información. Por ello, se propone mantener los objetivos matemáticos grupales, hacer ajustes en metodología y estrategias didácticas. Por lo anterior, frente a las personas con discapacidad visual se propone la adaptación

de recursos como: ábaco abierto, uso de tablas negativas para realizar gráficos o diagramas en alto relieve (o diferentes texturas) por el revés de la hoja y la tabla positiva para hacer gráficas; el uso de tecnologías digitales que permitan transformar la información escrita en auditiva. Lo anterior, para facilitar el acceso de ellos al conocimiento y fortalecer sus competencias comunicativas.

Entre las investigaciones relacionadas con la discapacidad intelectual se resaltan las propuestas por Pasolini y Palmeira (2016), Martínez (2019) quienes identificaron considerables dificultades en personas con esta discapacidad con relación a los procesos de memorización y elección de estrategias para resolución de problemas, habilidades en operaciones aditivas y multiplicativas, el no diferenciar entre cardinal y ordinal. Además, es notoria la falta de comprensión de subitización, numerosidad y en la comprensión del sentido numérico, por tal motivo existe carencia en la interpretación y uso del número en los diferentes contextos. Ellos, resaltan que para atender la dificultad en el uso del lenguaje matemático (para justificar, comunicar y argumentar) diseñan actividades enfocadas al uso de material concreto y expresión corporal. Al respecto, Brissiaud (como se citó en Yokoyama, 2012) resalta que “los dedos de las manos son el primer instrumento sensorial del ser humano que lo ayuda a la adquisición del concepto de número relacionado con la cantidad” (p.65), coincidiendo con Pastor, Sánchez y Zubillaga (2011) que recomiendan el refuerzo mediante actividades táctiles.

Por otro lado, se ubican investigaciones relacionadas con personas con Síndrome de Down (SD), entre ellas la de Tangarife (2018), Rodríguez (2016), Bruno y Noda (2013) y Bruno y Noda (2010) quienes identifican algunas dificultades que ellos pueden presentar en el aprendizaje de las matemáticas como: la escritura y lectura de números, asignación de más de una palabra a un mismo objeto, seriación, orden estable, resolución de algoritmo de sumas y restas, uso de estrategias de conteo, comprensión de las reglas del sistema de numeración decimal que llevan a la confusión

entre unidades y decenas, y al no establecimiento de relaciones de equivalencia, no interpretación de enunciados matemáticos que influyen en el mal uso y ejecución de estrategias erróneas para resolver un problema. Bruno y Noda (2013) resaltan, que:

Las personas con SD tienen dificultades con la memoria a corto y largo plazo, por lo que son más vulnerables para aprender los hechos numéricos de las sumas y restas de un dígito. Esto hace que las particiones sean más complejas, porque la búsqueda de cada partición les supone un proceso más costoso, como el “contar todo” (p.8).

Se resalta que las personas con este tipo de trastornos no deben ser aisladas porque pueden aprender, si bien es cierto, requerirán de algunas adaptaciones en cuanto al tiempo, currículo, apoyo de tecnologías, etc. En relación con la incorporación de tecnologías, Ortega y Gómez (2004) manifiestan que las personas con SD logran adquirir aprendizaje de manera significativa mediante el ordenador, ya que permite la interacción directa del estudiante con los objetos de estudio y además por ser un medio de visualización que favorece la memoria de trabajo.

Las investigaciones descritas muestran la importancia del diseño de actividades contextualizadas y acordes a las características particulares de los estudiantes, ya que, permiten alcanzar un aprendizaje significativo. En contribución a dicha problemática, los autores proponen el uso de materiales manipulables como: recursos del entorno (caramelos, juguetes, monedas, entre otros), tarjetas con los números del 1 al 10 para la memorización y retención de la información, y material Herbinière Lebert (HL), el cual está conformado por unas placas que tienen agujeros de acuerdo al número correspondiente y estos están ubicados de dos en dos, sirve para que los estudiantes se familiaricen con la posición y forma del número, contar, entre otras.

Finalmente, considerando que la investigación que aquí se comunica está centrada en la atención a la diversidad en clase de matemáticas se presenta el reporte de resultados de Civil,

Planas y Fonseca (2000) quienes trabajaron en matemáticas con un aula muy diversa, conformada por estudiantes de origen mexicano, alumnos que reciben ayuda de especialista por dificultades de aprendizaje, estudiantes que recibían apoyo psicológico, con situaciones difíciles de su entorno familiar, entre otras. Dicha situación llevó a los autores a responder a ¿qué implicaciones tienen para la enseñanza de las matemáticas esta diversidad?, como respuesta se tuvo que esta diversidad influye significativamente, pues orienta al docente en la selección de actividades según intereses de los estudiantes para promover la actividad matemática.

Por lo anterior, los autores mencionan que los libros de texto, aunque han sido una herramienta fundamental en la enseñanza de las matemáticas, en ocasiones es el único recurso del profesor y limita el atender a los intereses, ritmos y estilos de aprendizaje de los estudiantes, es por ello, que proponen nuevas estrategias como: el juego y utilizar situaciones matemáticas centradas desde el entorno y situaciones del contexto que permitan la participación de todos.

Lo descrito, da cuenta de que las investigaciones no son de corte teórico sino de corte experimental, experimental porque se implementa con unos sujetos con características particulares (síndrome de Down, limitación auditiva, limitación, visual, entre otras), haciendo falta estudios teóricos. Por lo anterior y la revisión realizada, también se pudo ver que algunas investigaciones no se sustentan en las orientaciones que se dan para atender a la diversidad en el aula.

Por otro lado, los resultados de las investigaciones, como las antes citadas, no son tan fáciles de interpretar por los profesores quienes se enfrentan a la exigencia de incluir y particularizar el currículo de los estudiantes según sus características particulares, pues la literatura arroja información atomizada de temas dirigidos a personas con necesidades muy específicas, lo que dificulta la inclusión que se propone, pues incluir en términos de Roos (2014, 2018) significa

que todos los estudiantes que estén presentes en el aula de forma física se involucren de manera directa en la práctica matemática y objetivos grupales.

Frente a todo lo anterior, surgen inquietudes como: ¿realmente al diseñar actividades particulares para los estudiantes de acuerdo con sus necesidades genera inclusión escolar? ¿es necesario reflexionar con los profesores frente a las barreras que genera el currículo escolar a los estudiantes para acceder a los objetos matemáticos de estudio?, ¿es necesario el planteamiento de una estructura que sea flexible, adaptable y ajustable a las necesidades educativas de cualquier estudiante? Preguntas que se irán respondiendo a lo largo del documento.

Desde el contexto local, Pineda (2018) hizo un acercamiento con estudiantes de la Licenciatura en Matemáticas de la Universidad Industrial de Santander (UIS) sobre la atención a la diversidad mediante el diseño de actividades que permitieran atender a algunas NEE. Esto permitió permear otros cursos del programa en los que también se realizaron actividades pensando y reflexionando sobre las características particulares de los estudiantes.

A la fecha se han realizado 80 diseños, 33 en el Seminario de Práctica planeados desde el 2016-II al 2019-II, 12 en Didáctica del Cálculo del 2019-I y 2019-II, y 35 en el curso Educación Matemática y Atención a la Diversidad desde el 2020-I al 2021-II. La revisión de los diseños consistió en leer minuciosamente los informes entregados por los profesores en formación, permitiendo identificar que el objeto matemático más relevante fue el de concepción de número (24 diseños) y la Necesidad Educativa más trabajada fue discapacidad cognitiva (20 diseños).

Con esta información se pretendía organizar un banco de recursos para los profesores de la CoP con el fin de: contribuir en su práctica pedagógica, conocer adaptaciones significativas (desde el currículo) y no significativas (tiempo, tamaño de letra, otras) propuestas por los profesores para eliminar posibles barreras de aprendizaje, pues se creía que estas experiencias serían un apoyo para

promover la reflexión de los profesores en la CoP. Sin embargo, a pesar de que los diseños desarrollados en los cursos de formación para los futuros profesores de matemáticas fueron muy enriquecedores para ellos, se percibe la necesidad de que los objetos de estudio allí tratados se articulen con el currículo con el fin de que todos puedan acceder a él pero a nivel de las características particulares de los estudiantes.

Según Pineda (2018), la experiencia realizada con los profesores de matemáticas en formación contribuyó significativamente para que ellos se sensibilizaran y reflexionarán frente a esta realidad social y comprendieran que cada persona tiene un ritmo y estilo de aprendizaje diferente. Por lo anterior, se considera esencial que los profesores de matemáticas en ejercicio tengan una experiencia similar a la descrita, en la cual, reflexionen sobre la atención a la diversidad y con base en ello planeen, diseñen e implementen una clase, para eliminar barreras de aprendizaje que surgen como resultado de la poca formación del profesor.

2. Aspectos teóricos y conceptuales

La presente investigación se basa en el modelo teórico-metodológico Reflexión y Acción (R-y-A) de Parada (2011), el cual se enmarca en Comunidades de Práctica (CoP) de educadores matemáticos. La autora expone tres momentos en los que se efectúa el proceso de reflexión: Reflexión-para-la acción, Reflexión-en-la acción y Reflexión-sobre-la acción, y propone que el pensamiento reflexivo del profesor se desarrolle mediante tres pensamientos: matemático, orquestal y didáctico, que se interpretan mediante Parada (2009, 2011) y Pineda (2018). El modelo de R-y-A se enmarca en la teoría social de las CoP de Wenger (1998), por ende, primero se puntualizan algunos elementos de esta teoría, antes de explicar el modelo.

2.1 Comunidades de práctica (CoP)

Wenger (1998) indica que una CoP es un contexto para la permanente actualización, donde un conjunto de personas se reúne, comparten ciertas problemáticas e intereses sobre un determinado tema y profundizan a partir de un aprendizaje colaborativo. Aprendizaje que se logra a través de las acciones e interacciones que se promueven con los miembros de la comunidad, por ello, se requiere de constante participación, compromiso y responsabilidad.

Wenger (2001) plantea tres características fundamentales de la CoP: 1) Compromiso mutuo (cada miembro construye y enriquece su propio conocimiento mediante el intercambio de ideas con otros); 2) Empresa conjunta (implica la existencia de metas y necesidades comunes que están relacionadas con el propósito que los congregó, que contribuirán en la negociación e interacción de significados); 3) Repertorio Compartido (“incluye rutinas, palabras, instrumentos, maneras de hacer, relatos, gestos, símbolos, géneros, acciones o conceptos que la comunidad ha producido o adoptado en el curso de su existencia y que han pasado a formar parte de su práctica” (p.14)).

Por otra parte, es necesario resaltar que según Parada (2011), las CoP se pueden llevar a cabo de forma presencial o virtual, y en cualquiera de estas dos modalidades es necesario la presencia de un moderador, quién es el encargado de identificar aquellos temas que son de interés común para el intercambio de experiencias entre los participantes con el fin de negociar y cosificar significados, que lleven al enriquecimiento profesional. Así mismo, el moderador es el encargado de: planificar y facilitar las actividades; mantener comunicación y relación entre los miembros; ayudar a construir la práctica incluyendo conocimientos, experiencias, herramientas y métodos.

2.1.1 Negociación de significados.

Wenger (2001) describe el significado como el resultado de experiencias vividas, son todos los saberes, conocimientos, concepciones, creencias que tienen sentido en contextos específicos.

La negociación es la interpretación y producción de nuevos significados que amplíen, modifiquen y confirmen los significados de las cosas producidas, a partir de las acciones individuales y colectivas, es decir, la negociación de significados es un proceso mediante el cual se construyen interpretaciones de un saber propio permeado por los saberes de los demás, Parada (2011).

Por lo anterior, la negociación de significados implica estar en constante reajuste con el contexto cultural en el que este se produce, ya que no es un consenso de conceptos o recepción de información que alguien imparte o un trabajo repetitivo, por el contrario, son significados que se construyen mediante los saberes de los demás a partir de un trabajo colaborativo, intercambio de ideas y experiencias con los miembros de la CoP. La negociación de significados considera la interacción de dos procesos que Wenger (1998) denomina cosificación y participación.

2.1.2 Cosificación (Reification)

Al respecto Parada (2011) menciona que el proceso de cosificación ocurre cuando el docente logra diseñar, representar, codificar, utilizar, realizar adaptaciones a los diferentes recursos que usa para promover la actividad matemática. Por lo anterior, la cosificación no se refiere únicamente a resultados en objetos concretos sino se ven también reflejados en las prácticas y los significados propios de los miembros de la CoP

2.1.3 Participación

La participación es base teórica de las Comunidades de Prácticas ya que “es un proceso complejo que combina hacer, hablar, pensar, sentir y pertenecer. En él interviene toda nuestra persona, incluyendo cuerpo, mente, emociones y relaciones sociales” (Wenger, 2001, p.80). Es decir, cada uno de los participantes deben tener un interés por expresar sus ideas, de relacionarse y comunicarse con los demás integrantes de manera activa. Parada (2011) señala que participar no es simplemente estar presente en unas actividades o inscrito en un grupo ya sea presencial o virtual

para recibir información, es necesario que cada integrante contribuya en lo que se conoce y desconoce a partir de un aprendizaje colaborativo.

Por otra parte, es importante mencionar la dualidad que se da entre la participación y la cosificación, ya que son dos procesos esenciales para la negociación de significados. Por un lado, la participación permite producir, emplear e interpretar la cosificación y por el otro, la cosificación se alude al proceso de dar forma a la experiencia produciendo objetos que plasmen esta experiencia en una cosa, como: plan de clase, diseño de actividades, adaptaciones curriculares, entre otras.

2.2 Elementos que conforman el modelo “Reflexión-y-Acción”

El modelo de R-y-A de Parada (2011) expone dos elementos clave: reflexión y acción.

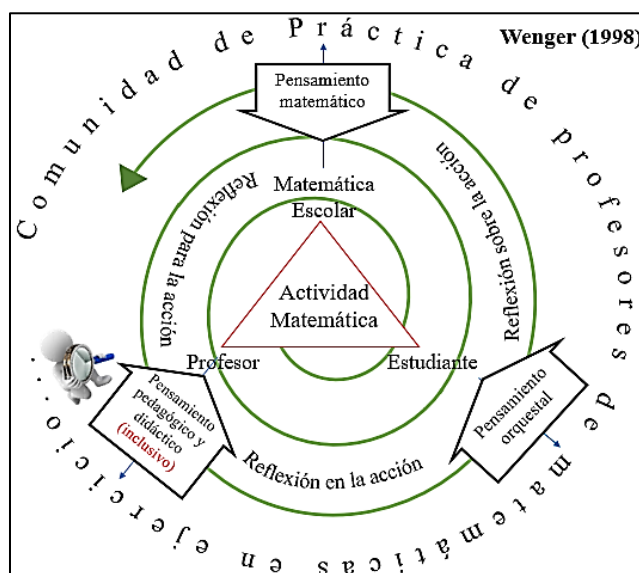
- **Reflexión:** Es un proceso de resolución de conflictos que requiere la revisión del actuar, permitiendo al profesor analizar su intervención en el aula en tres momentos, antes, durante y después de la clase. Se reconoce que los profesores cuentan con saberes conceptuales y experiencias valiosas, que permiten crear espacios de interacción e intercambio de conocimientos al interior de una CoP, con el fin de que se mejoren, potencien y corrijan a favor de la educación matemática, en ello Li, Huang Tang (2008) citados por Parada (2011) coinciden expresando que la reflexión sobre la experiencia profesional aporta significativamente al desarrollo de su conocimientos matemáticos y pedagógicos.
- **Acción:** Esta es entendida como el actuar del profesor de matemáticas en sus propias prácticas y es el principal recurso sobre el cual se reflexiona constantemente antes, durante y después de la clase, con el fin de trascender de los discursos consistentes para que estos sean coherentes con las prácticas reales en el aula.

La Figura 1 muestra el bosquejo del modelo R-y-A; en el anillo exterior se describen los procesos de reflexión (para, en y sobre la acción) que surgen al darse negociación de significados

entre los miembros de la CoP. Las tres flechas alrededor de la espiral se refieren al pensamiento reflexivo (matemático, didáctico y orquestal). Dentro de la espiral se observa el triángulo pedagógico que relaciona al Profesor (P), Estudiante (E) y Matemática Escolar (AM) y en el medio de este se encuentra la actividad matemática (AM), sobre la que se centra el desarrollo profesional.

Figura 1

Adaptación al modelo "Reflexión-y-Acción" de Parada (2011)



2.2.1 Actividad Matemática

La actividad matemática surge de la relación entre profesor, estudiante y matemática escolar, que sucede en el aula de clase. Parada (2009) describe la actividad matemática como:

Trabajo del pensamiento que construye conceptos para resolver problemas, plantea nuevos problemas a partir de los conceptos así contruidos, rectifica los conceptos para resolver esos nuevos problemas, generaliza y unifica poco a poco esos conceptos en universos matemáticos articulados entre ellos, se estructuran, desestructuran y reestructuran (p.12).

Chevallard, Bosch y Gascón (1997), citado por Parada (2011) describen la actividad matemática en términos de hacer matemáticas a partir de tres actividades: utilizar matemáticas conocidas, es decir, resolver problemas a partir de los saberes ya adquiridos; aprender y enseñar

matemáticas, situación que se da frente a un problema que no se sabe resolver; crear matemáticas nuevas, se refiere a todo aquel que aprende matemáticas participando de un trabajo creador.

Complementando lo anterior, Pineda (2018) define la actividad matemática en relación con la atención a la diversidad, mencionando que esta debe brindar a los estudiantes independientemente de sus características sociales, cognitivas, éticas, físicas, etc. la posibilidad de construir un conocimiento matemático a su ritmo.

2.2.2 Procesos de reflexión

Parada (2011) expresa que es importante promover en los profesores de matemáticas el proceso reflexivo, ya que permite analizar su práctica y actuación a partir de las dificultades y problemáticas que surgen en la experiencia. La autora del modelo, basada en las ideas de Dewey (1989) y Schön (1992) propone que el proceso de reflexión de los maestros sobre la actividad matemática se da a partir de tres momentos: reflexión-para-la acción (antes de la clase), reflexión-en-la acción (durante la clase) y reflexión-sobre-la acción (después de la clase).

2.2.2.1 Reflexión-para-la acción (RPA). Siguiendo las ideas de Dewey (1989), Parada (2011) menciona que el proceso de reflexión-para-la acción está presente en el momento en que el profesor planea la actividad matemática que desea promover en sus estudiantes, por ello, es necesario que estructure las rutas cognitivas de contenido, objetos matemáticos que pretende alcanzar, realice adaptaciones curriculares, diseñe guías de trabajo, etc. En este proceso de reflexión, ellos también seleccionan los recursos que usarán para acercar los objetos matemáticos de estudio a los educandos e identifican las posibles dificultades de aprendizaje que surgen de este contenido para buscar estrategias de solución.

El modelo enfatiza en la participación entre educadores matemáticos para promover la negociación de significados mediante la interacción constante entre los miembros de la CoP que

conlleva a la cosificación de algunos productos como: planeaciones de clase, rutas cognitivas, hojas de trabajo y recursos para acercar los contenidos matemáticos al estudiante.

2.2.2.2 Reflexión-en-la acción (REA). El proceso de reflexión en la acción está presente al momento de la implementación de la planeación realizada, es decir, en el instante en que se desarrolla la clase y se da el intercambio de ideas entre profesor y estudiantes alrededor de la actividad matemática. Este proceso, permite identificar dificultades que presentan los docentes en la intervención de aula y que pueden generar resultados inesperados, como modificar el objetivo propuesto. Además, se evidencia en el actuar del profesor frente a situaciones no previstas y que ponen a prueba sus conocimientos, desconocimientos y manejo de los recursos diseñados y seleccionados para la clase.

Parada (2011) basada en las ideas de Schön (1992) plantea que esta reflexión se da cuando el profesor usa respuestas espontáneas y rutinarias ante sucesos que no corresponden a lo que cree saber, llevándolo a la reflexión y coadyuvándolo en la cosificación de significados de manera individual, la cual se da después de haber reflexionado sobre sus experiencias.

2.2.2.3 Reflexión-sobre-la acción (RSA). Este proceso de reflexión se da después de la clase, es decir, surge de un hecho ya ocurrido y brinda al profesor la oportunidad de reflexionar acerca de su actuar en el aula, desde un punto de vista crítico y evaluativo, de tal manera que le permita fortalecer su práctica pedagógica y matemática al contrastar su modelo pedagógico con lo propuesto por las teorías didácticas.

Aquí juega un papel importante realizar el paralelo entre las rutas cognitivas de la clase planeada y de la clase lograda (ver inciso 2.2.4), porque permite al profesor reflexionar acerca de si las respuestas dadas por los estudiantes a ciertas situaciones emergentes en el aula promovieron o no el objetivo propuesto y de esta manera evaluar si estos fueron alcanzados o por el contrario

la actividad matemática se desvió de la meta planteada. El proceso de RSA influye directamente en la negociación de significados de los participantes de la CoP, porque:

Las actividades propuestas en este proceso de reflexión sobre la acción son: la socialización de videos, el análisis individual y colectivo de episodios de la clase, la lectura de rutas cognitivas (la clase planeada vs. la clase puesta en escena), la revisión de hojas de trabajo o de tareas de los estudiantes (Parada, 2011, p. 68).

2.2.3 *Pensamiento reflexivo del profesor de matemáticas*

Dado que el objetivo de la investigación es caracterizar significados (en términos de aprendizaje) construidos por una CoP de profesores en ejercicio cuando reflexionan sobre la atención a la diversidad en clase de matemáticas, fue necesario pensar en unos fundamentos teóricos que permitieran orientar los procesos de reflexión de los profesores y caracterizar esos aprendizajes, por tal motivo, se tomó el modelo R-y-A como base.

Este modelo promueve el pensamiento reflexivo del profesor mediante tres etapas de trabajo: proceso de reflexión sin intervención, permite conocer las formas de trabajo de los profesores y la manera en que ellos reflexionan sobre su práctica pedagógica sin que la investigadora tome una participación directa; proceso de reflexión con intervención, a partir de las dificultades e intereses de los profesores en el proceso anterior, se programan talleres, conferencias, foros u otras actividades para contribuir en la práctica profesional del docente; y finalmente, el proceso de reflexión después de la intervención, consiste en que el profesor reflexione individualmente y aplique los significados construidos con los miembros de la CoP.

Enfatizando en la pregunta de investigación, que se relaciona con caracterizar los significados (en términos de aprendizaje) negociados por los profesores, Parada (2011) menciona que la formación de profesores no es acumular una serie de conocimientos, sino fortalecer y

desarrollar el pensamiento reflexivo, por ello, enfatiza en reflexionar alrededor de tres pensamientos: el pensamiento matemático, pensamiento orquestal y pensamiento didáctico ya que promueven la actividad matemática escolar.

Antes de explicar cada uno de estos pensamientos, es importante considerar que el conocimiento construido por los profesores alrededor de la atención a la diversidad se encuentra principalmente en el pensamiento didáctico, por ende, este pensamiento se ahondó con mayor profundidad. Lo anterior, no significa que los otros dos pensamientos queden de lado, por el contrario, cuando el profesor reflexiona sobre ¿qué recursos promover la actividad matemática? necesita del pensamiento orquestal y sobre ¿qué voy a enseñar? requiere de tener el conocimiento matemático claro para que le permita atender a las necesidades particulares de los estudiantes.

Por lo señalado, no se quiere desviar la atención en el pensamiento matemático y orquestal, sino se quiere centrar la mirada en las reflexiones y acciones que los profesores de matemáticas necesitan realizar para atender la diversidad de estudiantes en clase de matemáticas, entre ellas: adaptaciones significativas y no significativas, flexibilizaciones, uso de material concreto, implementación del DUA, caracterizar a los estudiantes, entre otras.

2.2.3.1 Pensamiento matemático. Shulman (2005) resalta la importancia de comprender críticamente aquellas ideas y conceptos que van a enseñar para luego darlos a conocer de diversas formas a sus estudiantes. Lo descrito, brinda herramientas necesarias a los docentes para conseguir un proceso efectivo de aprendizaje, al respecto, Schoenfeld et al. (2008) citado por Escudero y Carrillo (2020) manifiestan la importancia de comprender las ideas matemáticas que se van a enseñar y mencionan cuan relevante es que el profesor conozca ampliamente el contenido que enseña para evitar incidir en errores conceptuales.

Por otra parte, el modelo R-y-A se interesa por conocer como los profesores usan los conocimientos que poseen para promover la actividad matemática en el aula, más que identificar que tanto sabe el profesor sobre estos objetos de estudio. Por lo anterior, Parada (2011) menciona que el pensamiento reflexivo del profesor se da cuando propone tareas, selecciona, usa y diseña recursos, se comunica en el aula, hace adaptaciones curriculares, evalúa, colabora y se profesionaliza, poniendo en juego los conocimientos matemáticos del contenido escolar.

Teniendo en cuenta que el contenido matemático es aquel que el profesor enseña en un respectivo grado, es fundamental que el profesor conozca el currículo y los objetivos de la materia, porque le permite conocer que cada estudiante cuenta con diferentes habilidades que se desarrollan en mayor o menor grado y por ende cada uno aprende de forma única y diferente. En consecuencia, no hay una manera singular para construir cognitivamente los objetos matemáticos, situación que según Pineda (2018) conduce al profesor a poner en juego sus conocimientos matemáticos, didácticos y pedagógicos para diseñar actividades adaptadas a las necesidades de los estudiantes.

2.2.3.2 Pensamiento didáctico y DUA. Parada (2011) expresa que el pensamiento didáctico se manifiesta cuando el profesor se cuestiona sobre las diversas formas de acercar el conocimiento matemático a los alumnos y busca representar el mismo objeto desde diferentes perspectivas, mediante analogías, ilustraciones, representaciones, demostraciones y explicaciones que lleven a una mejor comprensión del estudiante. Con relación a lo descrito, Pineda (2018) añade que es fundamental el reconocimiento de las adaptaciones curriculares porque permitirá ajustar las actividades considerando las habilidades de los estudiantes. Al respecto, Blanco (1996) menciona:

Las adaptaciones curriculares son las modificaciones (cambios, énfasis) que requieren realizarse en los diversos componentes del currículo básico para adecuarlos a las diferentes situaciones, grupos y personas para las que se aplica, como una respuesta a las necesidades

educativas de los educandos, resultado del ajuste del currículum al alumnado y que se concreta en la modificación de uno o más elementos de ese currículum (p.47).

En conformidad con lo mencionado, Bautista y Mantilla (2007) mencionan que las adaptaciones curriculares tienen la finalidad hacer accesibles las condiciones para que los estudiantes con algún tipo de discapacidad (sensorial, cognitiva, psíquica, física, social, otras) accedan al conocimiento bajo las mismas oportunidades que los demás estudiantes. Además, resaltan la gran responsabilidad del docente, pues es el encargado de planificar y programar actividades a fin de atender la diversidad en el aula.

Se coincide con Pineda (2018) y Bautista y Mantilla (2007) en que el docente debe permitir el acceso a nuevas estrategias que favorezcan el aprendizaje de las matemáticas mediante las adaptaciones curriculares, para ello, es indispensable que el profesor conozca los estilos y ritmos de aprendizaje de sus estudiantes, con el fin de identificar si el aprendizaje se da mediante lenguaje gestual, oral, visual o escrito, es decir, identificar la percepción óptima del estudiante.

Por otra parte, es importante diferenciar entre dos tipos de adaptaciones curriculares que resaltan Luque y Romero (2002) citado por Bautista y Mantilla (2007): significativas (nucleares o de contenido) y no significativas (de acceso, tamaño y tipo letra, otros...). Por un lado, las adaptaciones significativas están relacionadas directamente en el currículum, ya sea en los objetivos, competencias, metodología de trabajo, estándares, criterios de evaluación, entre otros objetos curriculares que se requieran adaptar de acuerdo con las necesidades de los estudiantes.

Por otro lado, las adaptaciones no significativas, están entrelazadas con el acceso directo al currículum, por ejemplo, espacio de trabajo, recursos a implementar, actividades flexibles (sin modificar el currículum), formas de presentar la información, adaptaciones al tiempo, dado que en su gran mayoría los estudiantes con alguna necesidad educativa tienen dificultades para mantener

tiempos largos de atención, por ello, se requiere diseñar actividades no extensas, llamativas, particionar actividades del plan de clase, entre otras. Lo anterior, conduce de forma directa a contar con profesores flexibles y sensibles que vean importante repensar la práctica pedagógica y metodología de enseñanza cuando se consideran las características particulares de los estudiantes.

Agregando a lo anterior, el decreto 1421 del Ministerio de Educación Nacional (MEN) propuso dos elementos fundamentales para atender a todos los estudiantes en el aula, estos son: Diseño Universal de Aprendizaje (DUA) y el Plan de Intervención de Ajustes Razonables (PIAR). En esta investigación se prioriza sobre el DUA porque ninguno de los profesores de la CoP usó el PIAR. Antes de describir estos elementos teóricos y mencionar los aportes que brinda a la investigación se definirán algunos conceptos clave que se requieren para comprenderlos.

- **Ajustes razonables:** Son las adaptaciones, recursos, estrategias, acciones y adecuaciones que se realiza al sistema educativo para atender a las necesidades específicas de cada estudiante, los ajustes razonables pueden ser materiales e inmateriales y no dependen de un diagnóstico médico, pero si, de las barreras visibles e invisibles que impiden el aprendizaje. Estos ajustes se realizan cuando al aplicar el DUA en clase el estudiante persiste con algunas dificultades.
- **Currículo flexible:** Se caracteriza por mantener los objetivos grupales para todos los estudiantes, los cuales se alcanza a partir de diferentes medios para percibir y comprender la información (visual, auditiva, simbología, diferentes idiomas, etc.) a fin de proporcionar diversas estrategias y representaciones que favorezcan el aprendizaje.
- **Valoración pedagógica:** En esta valoración se describe información referente al desarrollo y aprendizaje del estudiante, se dan a conocer sus particularidades e intereses en las decisiones pedagógicas y tiene en cuenta los informes realizados por profesionales con los que el estudiante haya trabajado anteriormente.

- **El Diseño Universal de Aprendizaje (DUA):** Es una manera de repensar la educación, a fin de minimizar las barreras de aprendizaje, sin realizar adaptaciones curriculares ni diseños especializados. Es decir, es una propuesta pedagógica que facilita un plan curricular enfocado en atender a la diversidad de estudiantes mediante diferentes métodos, apoyos, recursos, evaluaciones que se formulan partiendo de las características y habilidades de ellos.

Cabe resaltar que, el DUA ofrece dos contribuciones importantes a la educación inclusiva: (i) romper con la esquematización de las categorías “persona con discapacidad” y “persona sin discapacidad”; y (ii) la discapacidad no tendrá como centro de atención el estudiante, por el contrario, se tomará desde la perspectiva de los materiales, recursos, medios y diseños curriculares.

El DUA está conformado por: 3 principios (representación, acción y expresión, y motivación), 9 pautas (estrategias para lograr un currículo accesible a todos), y 31 puntos de verificación. Las pautas y puntos de verificación no se deben aplicar al tiempo, no obstante, si se exige el uso de los tres principios en conjunto, porque activa las tres redes neuronales (afectiva, reconocimiento y estratégica) que actúan en el aprendizaje. A continuación, se expone brevemente los principios y pautas del DUA tomando como referentes teóricos a Pastor, Sánchez y Zubillaga (2011), Meyer, Rose Y Gordon (2014), CAST (2011, 2018) y Pastor (2018).

a) Principio I, proporcionar diferentes opciones para representar la información: Inicia con la premisa de que los alumnos son diferentes en la forma en que perciben y comprenden la información, por ejemplo, un estudiante con limitación visual no capta la información igual que un estudiante con discapacidad auditiva, es decir, no existe un medio de representación que se ajuste a todas los estudiantes, por ende, se necesita que estos sean múltiples y variados. Es fundamental que el profesor use las diferentes representaciones (gráfica, tabular, algebraica,

geométrica) de un mismo objeto matemático para brindar al estudiante mayores recursos que faciliten su aprendizaje. Este principio propone tres pautas para implementar en el aula, así:

Pauta 1: proporcionar diferentes opciones para percibir la información, propone utilizar diferentes estrategias como: ajustar el tamaño de letra, modular el volumen o velocidad de información sonora, usar subtítulos, diagramas, gráficos, descriptores de texto y de voz, convertir texto digital en PDF, usar objetos físicos y modelos espaciales.

Pauta 2: proporcionar múltiples opciones para el lenguaje y los símbolos, hace referencia a las diferentes maneras en que el estudiante puede interpretar e interaccionar con los sistemas de representación, lingüísticos y no lingüísticos dado que para cada estudiante una misma imagen puede tener diferentes significados. Propone que a partir del lenguaje matemático y símbolos se establezca un lenguaje común para promover la interacción y comunicación entre los participantes.

Pauta 3: Proporcionar opciones para la comprensión, esta pauta muestra la importancia de brindar a los estudiantes múltiples manera de acceder y comprender la información, con el fin de contribuir significativamente en la adquisición de un nuevo conocimiento. Para la implementación de esta esta pauta en el aula se proponen a los profesores: activar conocimientos, usar esquemas para relacionar información nueva y conceptos previos, usar organizadores gráficos, ejemplos, contraejemplos y presentar los contenidos progresivamente.

b) El principio II, proporcionar múltiples formas de acción y expresión: Enfatiza en la necesidad de proporcionar múltiples formas de expresión al estudiante, es decir, es necesario promover actividades en las que no se imponga un único método de respuesta, favoreciendo así los múltiples caminos que un estudiante puede elegir para adquirir un nuevo conocimiento. Este principio también propone tres pautas fundamentales que se describen a continuación.

Pauta 4: Proporcionar múltiples medios físicos de acción, se refiere a amplificar las formas de presentar una respuesta a un problema, esta no se debe limitar a la manera escrita, hay otras formas como: gráficas, explicación verbal, uso de herramientas tecnológicas, entre otras, dado que cada persona cuenta con diferentes habilidades, estrategias y formas de organizar la información para manifestar los conocimientos adquiridos.

Pauta 5: Proporcionar opciones para la expresión y la comunicación, orienta a los profesores en la búsqueda de diversos medios de expresión para comunicarse con todos los estudiantes, por consiguiente, es necesario que el docente reconozca las maneras en que cada uno de ellos explica y manifiesta sus conocimientos. Para implementar esta pauta en el aula se proponen algunas estrategias y recursos como: usar herramientas tecnológicas, emplear páginas web interactivas, implementar medios de comunicación que incluyan textos, dibujos, movimientos corporales, expresiones gestuales, software de reconocimiento y conversor texto-voz. Lo descrito está muy relacionado al pensamiento orquestal, propuesto por Parada (2011).

Pauta 6: Proporcionar opciones para las funciones ejecutivas, la función ejecutiva se refiere a la función directiva, gerencial y rectora del cerebro, que está relacionada con las habilidades metacognitivas de los estudiantes, las cuales le permiten actuar de manera estratégica para cumplir satisfactoriamente una tarea. Estas funciones ayudan a los estudiantes a tener éxito en la escuela, a gestionar y comprender la información, a coordinar mucha información al tiempo.

c) Principio III, Proporcionar opciones para la comprensión: Este principio está relacionado con el ¿por qué del aprendizaje? y con el componente emocional del estudiante, el cual es un elemento crucial en el aprendizaje. Aquí se resalta la necesidad de identificar los intereses y motivaciones de los estudiantes, dado que, a algunos los motiva más lo nuevo o espontáneo,

mientras que otros prefieren los procesos tradicionales o rutinarios. Este principio también propone tres pautas fundamentales que se describen a continuación.

Pauta 7: Proporcionar múltiples formas para captar el interés, está relacionada con tres aspectos: desarrollar habilidades para la toma de decisiones, captar el interés y motivación de cada uno de los estudiantes, minimizar sensaciones de inseguridad y de distracción.

Pauta 8: Proporcionar opciones para mantener el esfuerzo y la persistencia, está relacionada con el desarrollo de las habilidades individuales de autorregulación y autodeterminación de los estudiantes. Se propone presentar a los estudiantes metas y objetivos que sean relevantes para ellos con el fin de mantenerlos motivados, concentrados y evitar que desistan del aprendizaje por más difícil que parezca. Esta pauta también enfatiza en la necesidad de diseñar actividades que tenga niveles variados de complejidad, dado que todos los estudiantes no aprenden al mismo ritmo, algunos aprenden muy rápido y otros un poco más lento dependiendo de las habilidades cognitivas, físicas, sensoriales, de comunicación, emocionales y psicológicas de ellos.

Pauta 9: Proporcionar opciones para la autorregulación, se refiere a las habilidades intrínsecas que deben desarrollar los estudiantes para regular sus propias emociones y motivaciones para que ellos se involucren en su aprendizaje. Algunas estrategias para su implementación son: ofrecer múltiples opciones para que los estudiantes mantengan la motivación, realizar adaptaciones en cuanto al tiempo de acuerdo con las habilidades de los estudiantes, promover actividades en las que cada uno proponga un objetivo personal.

Por otra parte, el Plan Individual de Ajustes Razonables (PIAR), es una herramienta de apoyo para la planeación Pedagógica que realizan los docentes para cualificar su práctica con los estudiantes con discapacidad o dificultad en el aprendizaje, además garantiza procesos de enseñanza y aprendizaje basado en la valoración pedagógica y social. Los ajustes razonables y las

adaptaciones curriculares se realizan cuando el profesor evidencia que los estudiantes continúan con alguna dificultad para aprender, aun cuando el profesor implementó en sus clases el DUA.

El PIAR se realiza a los estudiantes que persisten en sus dificultades, se realiza para el año académico y se desarrolla en el aula en conjunto con los demás estudiantes. Para la construcción de este se debe tener en cuenta: intereses, expectativas y particularidades del estudiante; contexto en el cual está inmerso; valoración pedagógica; definir metas y objetivos de aprendizaje; acceso a la información y comunicación; definir ajustes curriculares metodológicos y valorativos; elegir recursos físicos, tecnológicos y didácticos para apoyar el aprendizaje del estudiante.

2.2.3.3 Pensamiento Orquestal: uso de diferentes recursos. El pensamiento orquestal se refiere a como los profesores de matemáticas usan los diferentes recursos con los que cuenta para promover la actividad matemática en el aula de clase. Parada (2011) menciona que los recursos son aquellos materiales que el profesor usa para promover un nuevo aprendizaje, entre ellos: hojas de trabajo, materiales didácticos, recursos tecnologías digitales, libros de textos, lápiz, papel, calculadora, materiales concretos, entre otros.

El modelo R-y-A, también clarifica que para contribuir al desarrollo del pensamiento orquestal no es mostrar una gama de recursos al profesor sin brindar orientaciones, al contrario, se debe promover al profesor la reflexión sobre cómo, cuándo, dónde y por qué usar cierto recurso y no otro, permitiendo así al profesor elegir el de mayor conveniencia según el objetivo planteado.

Por otra parte, Pineda (2018) menciona que el pensamiento orquestal enfocado en la atención a la diversidad cobra un papel fundamental para favorecer la actividad matemática en el aula, porque en la mayoría de los casos es de mayor relevancia centrarse en los recursos y herramientas didácticas que respondan a las necesidades de los estudiantes más que en la adaptación de contenidos. Se coincide con Pineda en la importancia que tiene el uso de los

diferentes recursos para el estudio de los objetos matemático, pues estos permitirán una interacción más directa con las diferentes situaciones planteadas.

Complementando lo anterior, Pastor, Sánchez y Zubillaga (2011) también dan cuenta de la importancia de la adaptación de los recursos según las características particulares de los estudiantes, pues mencionan que en muchas ocasiones las dificultades que tienen los estudiantes para acceder al aprendizaje más que ser consecuencia de las habilidades del alumno son propias de la naturaleza de los materiales didácticos y métodos de enseñanza del docente que no atienden a la diversidad del aula, es decir, su enseñanza es tradicional y no dan caminos alternos para llegar al objetivo. Por lo anterior, las sesiones de clase no muestran formas alternas de dar a conocer la información, lo que conlleva a no comprender que cada persona aprende de manera diferente, pues algunos de ellos son más visuales, otros más auditivos, otros más kinestésicos.

2.2.4 Herramientas de apoyo para el proceso de reflexión

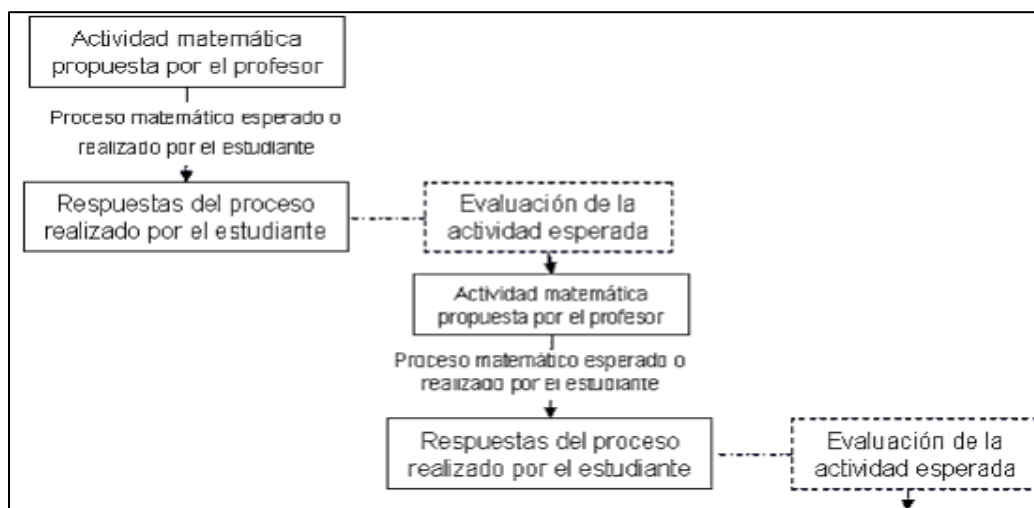
En el modelo de R-y-A se proponen algunas herramientas para favorecer los procesos de reflexión de los profesores dentro de la CoP, entre estas se encuentran: rutas cognitivas, planeaciones de clase, videos, selección y guía de observación de eventos de la clase (episodios). A continuación, se describen estas herramientas de manera breve.

- **Rutas cognitivas:** está basada en la actividad matemática que el profesor propone, en la que se dan a conocer los objetivos propuestos, posibles respuestas de los estudiantes recursos usados para promover el aprendizaje (ver Figura 2).

Las rutas cognitivas son una herramienta de análisis para el investigador y una herramienta de reflexión para el profesor, por ende, se propone elaborar dos rutas cognitivas una de la clase planeada y otra de la lograda para compararlas.

Figura 2

Esquema de ejemplificación de una ruta cognitiva, Parada (2011, p.50)



- **Planeaciones de clase:** esta es una etapa fundamental por la que deberían transcurrir los educadores reflexivos que desean mejorar su práctica. La planeación se debe diseñar antes de llegar al aula porque: es una herramienta que guía la actividad matemática a promover; demuestra que el trabajo no se da de forma imprevista; permite observar los recursos, estrategias, metodologías y adaptaciones que realiza el docente para atender la diversidad en clase de matemáticas; ayuda al profesor en su proceso de reflexión mediante la comparación de la clase planeada vs la clase lograda para identificar las actividades propuestas que favorecieron el pensamiento matemático y se ajustaron a las características particulares de los estudiantes.
- **Selección y guía de observación de eventos de clase (episodios):** se seleccionan episodios de clase en los que: existió duda por parte del profesor en cuanto a los conocimientos matemáticos y en la forma de conducir la clase; hubo preguntas de los estudiantes que el docente pasó por alto y desviaron los objetivos de clase; el profesor atendió a las características particulares de sus estudiantes, promoviendo actividad matemática desde los estilos y ritmos de ellos. El modelo R-y-A propone la Tabla 1 como guía de observación para el docente.

Tabla 1
Guía de observación de los momentos seleccionados de Parada (2011)

Evento seleccionado	Pregunta de reflexión	Aspectos de reflexión
Descripción del momento, con su respectiva transcripción. Ubicación temporal en video con el fin de ubicarlos en el mismo, con minutos y segundos. (Para el desarrollo de la actividad se sugiere hacer un videoclip del momento seleccionado).	La pregunta debe orientar la reflexión que se espera de ese momento, evitando emitir juicios de valor, pues lo que se espera es que el maestro se exprese sobre lo que observa de su propio desempeño en el aula.	Identificación del tema sobre el cual se pretende promover la reflexión del maestro.

- **Videograbaciones de las clases:** Se solicita a los profesores videgrabar sus clases porque estos brindan información directa y permiten seleccionar episodios que se consideran relevantes por mostrar que se promovió o no actividad matemática, complementando así, la comparación entre las rutas cognitivas de lo planeado vs lo logrado, mediante preguntas como: ¿qué actividades no se tuvieron en cuenta para promover actividad matemática? ¿qué sucesos llevaron a que la clase tomara otro rumbo?, entre otras situaciones que emergen a partir del análisis crítico de las videograbaciones.

3. Metodología de investigación

La investigación realizada, tuvo características de una investigación acción-colaborativa. Acción, que en términos de Elliot (1993) se relaciona directamente con aquellas situaciones que emergen de la cotidianidad de los profesores para interpretar su propia practica y lo que ocurre con relación con los sujetos implicados. Colaborativa porque la investigadora (quién escribe) tomó el rol de moderadora y estuvo en constante reflexión e interacción con los participantes de la CoP.

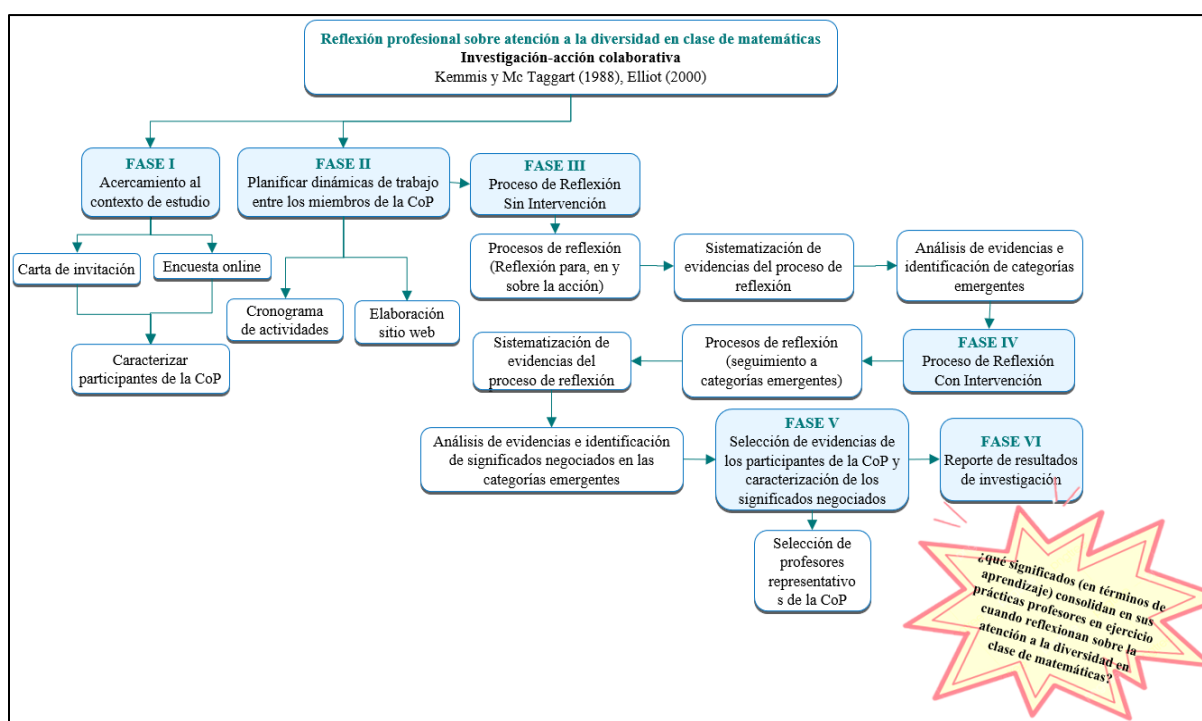
Complementando lo anterior, para Kemmis y McTaggart (1988), esta investigación orienta al cambio educativo y tiene cinco características: es **práctica**, no solo se remite a la perspectiva teórica; es **participativa y colaborativa**, requiere la intervención de todos los integrantes para

transformar la práctica pedagógica; es **emancipadora**, trata de liberar a los involucrados del rol de sujetos poniéndolos en posiciones de influencia; **es interpretativa** da prioridad a todas las opiniones; y es **crítica**, dada la reflexión del profesor sobre las limitaciones de las acciones

El proceso metodológico se centró en la reflexión profesional alrededor de la atención a la diversidad en clase de matemáticas y se organizó en seis fases que se sintetizan en la Figura 3.

Figura 3

Proceso metodológico: reflexión y atención a la diversidad en clase de matemáticas



3.1 Fase I: Acercamiento al contexto de estudio.

Esta fase tuvo como objetivo principal convocar a profesores de matemáticas en ejercicio, que laboraban en alguna institución educativas de Santander, ya sea pública o privada, rural o urbana a participar en una CoP para reflexionar sobre la atención a la diversidad en clase de matemáticas. Se eligieron profesores de Santander, como se manifestó en la problemática de estudio, a los profesores se les exige incluir a todos sus estudiantes en las actividades de clase, en particular en la actividad matemática a promover. No obstante, la formación que a ellos se les ha

brindado desde lo metodológico y didáctico para diseñar guías de trabajo y recursos en el que se tengan en cuenta las características particulares de ellos son insuficientes

Con el fin de establecer contacto con algunos profesores que estuvieran interesados en participar en la CoP se envió una carta de invitación dirigida a rectores de tres Instituciones Educativas pertenecientes a Bucaramanga, Floridablanca, Girón y Rionegro. Estas instituciones fueron seleccionadas porque se han ido involucrando en el proceso de inclusión en los últimos años. Sin embargo, algunos profesores no son sensibles frente a esta realidad y por ende no brindan la atención que el estudiante requiere (manifestado por algunos docentes de las instituciones).

La carta de invitación enviada (Apéndice A) informó algunas generalidades de esta investigación como: objetivo, relevancia, autoras del proyecto y finalmente remitía a los profesores interesados en ser miembros de la CoP a una encuesta de Google (Apéndice B). La encuesta permitió conocer intereses de los profesores en pertenecer a la CoP, indagar sobre la formación académica (conferencias, diplomados, maestría, ...) que ellos tenían para atender a la diversidad de estudiantes e identificar estrategias y recursos usados para promover la actividad matemática.

De la carta de invitación enviada a los directivos de las tres Instituciones Educativas no se obtuvo respuesta favorable, dos instituciones no respondieron y el rector de la otra institución manifestó que la educación en presencialidad remota por la COVID-19 llevó a los profesores a usar tiempo fuera de sus horarios laborales para el diseño de guías de trabajo, planeaciones y otros recursos, por ende, no era pertinente sobrecargarlos con actividades extracurriculares.

Por lo anterior, fue necesario acudir a la base de datos de los profesores de matemáticas que pertenecen al grupo EDUMAT (Educación Matemática) de la UIS y extender una vez más esta invitación. En esta ocasión, se envió la carta a 35 profesores, lo cual contribuyó significativamente en la investigación porque a partir de esta gestión y que entre profesores

compartieron información con otros colegas se logró que 28 profesores diligenciaran la encuesta, siendo esta el principal medio de contacto con los profesores para la consolidación de la CoP.

El primer acercamiento con la CoP se generó a partir de la respuesta dadas por los profesores, estas permitieron hacer una breve caracterización de los miembros de la CoP para identificar las formas y estrategias que aplicaban para promover la actividad matemática. Una vez los profesores respondieron la encuesta y aceptaron participar activamente en la CoP, se les envió un consentimiento informado para cumplir con las políticas de privacidad de datos (Apéndice C).

3.1.1 Resultados de la encuesta

La primera parte de la encuesta estuvo relacionada con información personal de los profesores: nombre, edad, sexo, correo electrónico, teléfono de contacto y estudios profesionales finalizados. Los 28 profesores interesados en ser miembros de la CoP contaban con formación sobre Educación ya fuese de licenciatura, especialización o maestría y 18 de ellos eran Licenciados en Matemáticas y los restantes tenían formación en áreas a fines como ingeniería y tecnología.

En la segunda sección de la encuesta se indagó sobre la práctica profesional de los profesores, por ello, se preguntó sobre años de experiencia laboral, sector (rural/urbano), nombre de la institución en la que trabajaban, asignaturas que impartían y grados en los que enseñaban.

La tercera sección de la encuesta tuvo por objetivo conocer la formación de los profesores alrededor de la atención a la diversidad en clase de matemáticas, identificar las formas de enseñanza, estrategias y recursos que ellos usan para atender en el aula las Necesidades Educativas de sus estudiantes. La encuesta mostró que el 75% (21 de 28) de los profesores no están suficientemente formados para atender las características particulares de sus estudiantes y quienes tienen alguna formación mencionaron que fue dirigida solo a educación especial y muy poco con

énfasis en matemáticas. Lo dicho, pone en manifiesto la brecha entre el profesor de matemáticas y de educación especial, tal como lo menciona Bruno y Noda (2010).

La anterior situación es preocupante, porque el 82,1% (23 de 28) de los profesores tienen estudiantes con NEE en aula como: discapacidad auditiva, discapacidad visual, autismo, asperger, discapacidad cognitiva, síndrome de Down, otras. Sin embargo, como se mencionó los profesores no cuentan con suficiente formación para promover actividad matemática en ellos, hecho que los ha llevado a implementar estrategias de enseñanza basadas en su experiencia profesional y en lo empírico, por ello, la mayoría de las actividades surgen de lo aprendido año tras año.

A partir de la lo anterior y la revisión de experiencias previas del capítulo de antecedentes, se ratifica que, tal como se tenía previsto, las necesidades emergentes en el aula de clase en su gran mayoría son síndrome de Down, autismo y discapacidad visual, no obstante, no se deja de lado el Trastorno de Déficit de Atención por Hiperactividad (TDAH) y la discapacidad cognitiva.

Es importante resaltar que, los profesores cuando identificaron que los estudiantes tienen dificultades de aprendizaje y que sus conocimientos previos son insuficientes para trabajar el mismo objeto matemático que el grupo en general, tomaron la decisión de trabajar un objeto matemático diferente, dado que, los educandos pueden no contar con los presaberes suficientes, para abordar actividades del mismo nivel de dificultad que sus compañeros. Sin embargo, aunque no sea exactamente la misma complejidad, ellos (en ocasiones) intentaban que el objeto matemático estuviese relacionado con las enseñanzas del grado respectivo.

La encuesta también señaló que los principales recursos usados por los profesores para promover actividad matemática pensando en la diversidad de estudiantes son: videos (más usado en época de pandemia), material concreto, regletas de Cuisenaire, Lengua de Señas y Braille porque les permite acercar a los estudiantes la matemática de manera menos abstracta.

En la última pregunta relacionada con ¿qué entendían los profesores por atención a la diversidad en clase de matemáticas? las respuestas convergen en:

- *Es eliminar las barreras de aprendizaje, es entender que los estudiantes aprenden de forma diferente, tienen habilidades diferentes y aprenden a ritmos diferentes en matemáticas.*
- *Es incluir en nuestros planes de clase de matemáticas a los estudiantes con NEE.*
- *Es dar respuesta a las necesidades de los estudiantes que debido a diferentes factores físicos, cognitivos o personales pueden tener alguna desventaja en un determinado grupo.*
- *Es usar diversas herramientas, metodologías y estrategias de trabajo para una misma competencia.*

Las expresiones muestran que a pesar de que los profesores no tienen suficiente formación con relación a la atención a la diversidad, tienen una concepción muy cercana a la planteada por Arnaiz (2000), al tener en cuenta que todos sus estudiantes tienen diferentes ritmos y estilos de aprendizaje, por ende, se deben acudir a estrategias variadas que permita a los estudiantes usar sus habilidades para adquirir nuevos conocimientos.

3.1.2 Consolidación y caracterización de la Comunidad de Práctica (CoP)

A partir de la información personal recopilada en la encuesta, se establecieron canales de comunicación con los profesores mediante el correo electrónico y grupo en WhatsApp, los cuales permitieron informar sobre el primer encuentro sincrónico que se llevó a cabo el 10 de marzo de 2021. En esta primera ocasión asistieron solo 9 profesores de los 28 que respondieron la encuesta, no obstante, en el segundo encuentro asistieron 12 profesores.

Como resultado, la CoP se consolidó con 12 profesionales que se desempeñaban como docentes de matemáticas en alguna institución educativa de la región (Bucaramanga, Floridablanca, Girón, Piedecuesta y Lebrija) que estaban interesados en fortalecer su práctica docente y en promover actividad matemática en todos sus estudiantes atendiendo a las características de ellos. De los 12 profesores, 10 eran de secundaria y 2 de primaria, quienes no

enseñaban solo matemáticas, sino otras asignaturas como: ciencias económicas, tecnología, física e inglés. Solo dos miembros de la CoP no tenían formación en Licenciatura en Matemáticas, pero si en estudios a fines como ingeniería (el decreto 2277 de 1979 permite que profesionales no licenciados participen en el concurso docente), todos los profesores cuentan con al menos un estudiante con alguna discapacidad y cuatro laboran en una institución inclusiva.

Algunos profesores tienen estudios o están cursando maestría en Educación o maestría en Educación Matemática. De los 12 profesores de la CoP solo Sonia y Karla (seudónimos¹) han recibido formación (charlas y conferencias) sobre las Necesidades Educativas, sin embargo, fueron solo de carácter teórico sobre las diferentes discapacidades y no relacionada con la enseñanza de las matemáticas atendiendo a las características, ritmos y estilos de aprendizaje de los estudiantes.

Los análisis y resultados que se presentan en este documento corresponde a los de los profesores que tuvieron mayor participación en las dinámicas de la CoP y quienes firmaron el consentimiento informado que se muestra en el Apéndice C con el fin de garantizar la protección de datos. La participación de los miembros de la CoP (contexto de este estudio) tuvo dos modalidades de trabajo: presencialidad remota (sincrónica) y asincrónica (a través de la plataforma Moodle, WhatsApp y correo electrónico). Esas participaciones se clasificaron en:

- i. Periférico en línea: profesores que ingresaron a la plataforma Moodle para recuperar algunos recursos como artículos, tesis, planeaciones, videos, entre otros, pero nunca asistieron a los encuentros en presencialidad remota (por Zoom).
- ii. Periférico en presencialidad remota: profesores que asistieron por lo menos una vez a los encuentros por zoom, se registraron en Moodle y probablemente nunca ingresaron.

¹ Se usan pseudónimos para cuidar la confidencialidad de todos los participantes de la CoP.

- iii. Periférico en presencialidad remota y en línea: profesores que asistieron por lo menos una vez a los encuentros por zoom e ingresaron a Moodle.
- iv. Ocasional en presencialidad remota: profesores que asistieron por lo menos a la mitad de las sesiones por zoom, pero nunca ingresaron a Moodle.
- v. Ocasional en presencialidad remota y en línea: profesores que asistieron por lo menos a la mitad de las sesiones por zoom, pero nunca ingresaron a Moodle.
- vi. Frecuente en presencial remota: profesores que asistieron a la mayoría de los encuentros por zoom, pero nunca ingresaron y participaron en Moodle.
- vii. Frecuente en presencial remota y en línea: profesores que asistieron a la mayoría de los encuentros por zoom, pero al compartir sus experiencias y reflexiones eran muy tímidos. Además, participaron esporádicamente en las actividades de Moodle.
- viii. Permanente en línea: profesores que participaron continuamente mediante el correo electrónico, WhatsApp y en Moodle.
- ix. Participante pleno en presencialidad remota: profesores que participaron activamente en los encuentros en presencialidad remota por zoom y en las actividades de Moodle.

Con base en lo anterior la Tabla 2 muestra el tipo de participación de los miembros de la CoP.

Tabla 2

Tipificación de la participación de los profesores en la CoP

Tipo de participación	Profesores en categoría	N° de profesores
A. Periférico en línea	Paula, Helena y Graciela	3
B. Periférico en presencial remota	Héctor	1
C. Periférico en presencial remota y en línea	0	0
D. Ocasional en presencial remota	0	0
E. Ocasional en presencial remota y en línea	Karla, Leonardo y Leticia	3
F. Frecuente en presencial remota	0	0
G. Frecuente en presencial remota y en línea	Libia, Jesús y Adela	3
H. Permanente en línea	0	0
I. Participante pleno en presencial remota	Lina y Sonia	2
Total, de participantes		12

A continuación, se hace una breve descripción de cada uno de los profesores.

Paula: licenciada en matemáticas, tiene entre 4 y 10 años de experiencia laboral, enseña matemáticas, aritmética, geometría y estadística a estudiantes de 1° a 5° de una institución de educación inclusiva y privada de Floridablanca. Sus clases en época de pandemia se desarrollaron mediante Meet, WhatsApp, Google Classroom y llamadas telefónicas.

Helena: licenciada en matemáticas, actualmente es estudiante de maestría en Educación Matemática. Helena ha trabajado con estudiantes de bachillerato y universidad, pero no ha tenido experiencia en enseñar a estudiantes con discapacidad.

Graciela: licenciada en matemáticas, enseña matemáticas a estudiantes de bachillerato de un colegio rural. Ella a pesar de no haber trabajado con estudiantes que tienen alguna NEE, si tiene estudiantes con ritmos y estilos de aprendizaje muy diversos, además enseñó a estudiantes en extraredad. Dada la pandemia las clases las desarrolló vía zoom, WhatsApp y guías de trabajo.

Héctor: licenciado en matemáticas, tiene entre 4 -10 años de experiencia laboral, enseña a estudiante de 6°, 7° y 10° de un colegio público de Bucaramanga. El colegio está ubicado en un sector vulnerable, las familias son de escasos recurso, por ende, pocos estudiantes tienen acceso a internet dificultando así las clases en remoto. Héctor no ha tenido mucha experiencia en enseñar a personas con NEE, no obstante, en 6° atendía un estudiante con discapacidad intelectual leve y en 10° otro estudiante no con Trastorno de Déficit de Atención con Hiperactividad (TDAH).

Karla: licenciada en matemáticas, tiene entre 11 y 20 años de experiencia, trabaja en un colegio y rural público enseñando matemáticas, estadística y geometría a estudiantes de 7° a 11°. Para la profesora atender a los estudiantes en pandemia fue complejo por la falta de recursos tecnológicos y conectividad para una educación virtual, por ende, usó diversas alternativas como zoom, guías de trabajo, WhatsApp, llamadas telefónicas, Educa Play y videos de YouTube.

Leonardo: magíster en gestión de la tecnología educativa, tiene entre 4 y 10 años de experiencia laboral, trabaja en una institución pública de Bucaramanga, enseña física trigonometría y cálculo a estudiantes de 10° y 11°, menciona que, si tiene estudiantes muy diversos, pero no tiene mucha información al respecto porque la institución no tiene un proceso riguroso sobre ello.

Leticia: licenciada en matemáticas y magíster en educación matemática, tiene entre 11 y 20 años de experiencia laboral, enseña Matemáticas, Ciencia Económica e Inglés a estudiantes de 10° y 11°, trabaja en una institución educativa del sector público y rural donde la conectividad a internet es de difícil acceso y los recursos para clases virtuales son insuficientes.

Jesús: maestro en ciencias en ingeniería química, tienen entre 4 y 10 años de experiencia laboral, trabaja en una institución inclusiva del sector privado. Jesús enseña Física y Química a estudiantes de 6° a 11°. Él atiende a estudiantes con Síndrome de Down, asperger y discapacidad cognitiva leve. Sus modalidades de trabajo fueron a través de Meet, WhatsApp, correo electrónico, Google Classroom y guías de trabajo (partían de la experimentación y contexto de los estudiantes).

Adela: especialista en didáctica de las matemáticas tienen entre 21 y 30 años de experiencia, enseña algebra y trigonometría a estudiantes de 9° y 10° de un colegio público y rural de Floridablanca. Ella atiende a estudiantes que se les dificulta bastante las matemáticas y un estudiante con Asperger. Para Adela dar clases en pandemia fue complejo pues sus estudiantes no contaban con acceso a internet, por ende, se apoyó en guías de trabajo, WhatsApp y llamadas.

Sonia: licenciada en matemáticas y magíster en educación matemática tiene entre 4 y 10 años de experiencia laboral, trabaja en un colegio público rural de Lebrija, enseñando Matemáticas a estudiantes de 9° a 11°. Sonia al trabajar en un colegio rural tuvo muchas dificultades para el desarrollo de sus clases, por ende, utilizó varias metodologías de trabajo como: zoom, WhatsApp,

llamadas telefónicas, correo electrónico, guías, entre otras. Entre la población que la profesora atendía se encontraba un estudiante con limitación auditiva y otro con discapacidad intelectual.

Libia: licenciada matemáticas y magíster en educación matemática, tiene entre 11 y 20 años de experiencia, trabaja enseñando matemáticas a estudiantes de 4° y 5° en un colegio privado de Floridablanca, ella manifestó que no tiene estudiantes con NEE, sin embargo, si son estudiantes con diversos ritmos y estilos de aprendizaje. La profesora no tuvo mayores inconvenientes para conectarse en modalidad sincrónica, pues sus estudiantes contaban con los recursos para ello.

Lina: licenciada en matemáticas, enseña matemáticas, geometría, estadística y álgebra a estudiantes de 6° a 11° de una institución de educación inclusiva y privada de Floridablanca. Ella atendía educandos con Síndrome de Down, autismo, asperger, capacidades excepcionales, entre otras. Sus clases se desarrollaron por Meet, WhatsApp, Google Classroom y llamadas telefónicas.

Se considera que el grupo de profesores de matemáticas en ejercicio consolidado tiene características de una Comunidad de Práctica en términos de Wenger (1998), porque:

I. Cada miembro de la comunidad compartió su propio conocimiento, intereses y experiencias sobre la atención a la diversidad en clase de matemáticas, generando así espacios de socialización, que llevaron al compromiso de cada miembro de la CoP para no ser solo un participante periférico sino contribuir significativamente en la mejora de la práctica profesional.

II. La CoP se considera empresa conjunta porque, los miembros tuvieron como objetivo común, transformar su práctica profesional para promover actividad matemática en todos los estudiantes sin discriminación alguna, objetivo que conllevó a la búsqueda de estrategias y recursos en las que se consideraran los diferentes ritmos y estilos de aprendizaje de los educandos.

III. Repertorio compartido, porque a partir de las dinámicas de trabajo propuestas para los encuentros sincrónicos y asincrónicos, en los que se fortalece la reflexión y socialización entre los

miembros de la CoP se generaron repertorios que permitieron a los profesores reflexionar sobre su práctica docente y negociar significados sobre la atención a la diversidad en clase de matemáticas.

Este repertorio se evidencia en el lenguaje adecuado que utilizaban los docentes al referirse a personas con diversas características particulares, ya que, según Nahapiet y Ghoshal (1998), este surge de la interacción entre los miembros de la CoP, permite la unión, el trabajo colaborativo y facilita la comunicación entre los participantes, pues al no existir este repertorio y usar diferentes códigos y lenguaje, mantiene a las personas separadas y restringe el diálogo entre los miembros de la CoP haciendo difícil la interpretación de las experiencias de aula compartidas por ellos.

3.2 Fase II: Planificar dinámicas de trabajo colaborativo entre los miembros de la CoP

Se tenía previsto trabajar con los miembros de la CoP de manera presencial y online, no obstante, debido al COVID-19 se propuso trabajar mediante dos modalidades: presencialidad remota o sincrónica por medio de Zoom y asincrónica a través de Moodle.

Dado que la investigación se desarrolló bajo estas dos modalidades, es importante resaltar el rol del moderador, pues, según, Lesser y Stork (2001) al trabajar en CoP la función que este ejerce es fundamental porque permite organizar los encuentros, orientar a los participantes en las actividades programadas, establecer conexiones de diálogo entre los miembros, promover el intercambio de experiencias, mantener un proceso de comunicación activo e identificar temas de interés, coincidiendo con algunas características que según Wenger (1998) necesita un moderador.

Es importante aclarar que a pesar del modelo R-y-A (2011) proponer el proceso de reflexión sin, con y posterior a la investigación, en este estudio dada las complejidades por las que el estudio transitó: pandemia por COVID-19 (2020-2022) y un paro nacional en Colombia (por tres meses consecutivos), solo se pudieron desarrollar los procesos sin y con intervención. El período de la toma de datos fue del 10 de marzo al 11 de diciembre de 2021, realizándose 2 horas

quincenales en trabajo sincrónico y asincrónico. Para ello se propuso a los profesores un cronograma de trabajo (ver Apéndice D) que se fue ajustando a los intereses y tiempos de ellos.

3.2.1 Planeación de actividades para el trabajo sincrónico

Se planearon sesiones quincenales en común acuerdo con los profesores, inicialmente se definió el horario de miércoles de 4:00 a 6:00 pm, pero debido al paro Nacional de Colombia fue necesario mover los encuentros para los lunes de 4:00 a 6:00 pm. En estos encuentros los profesores compartieron con sus colegas experiencias de aula con relación a la atención a la diversidad en clase de matemáticas, planeaban algunas clases grupales, reflexionaban sobre la clase que habían planeado e implementado y daban a conocer a sus colegas sus reflexiones. También se diseñaron y realizaron talleres en CoP, con el fin de contribuir en el desarrollo del pensamiento reflexivo de los profesores. Las dinámicas, permitieron identificar intereses de los maestros para hacer procesos de intervención, como programar conferencias de expertos.

3.2.2 Planeación de actividades para el trabajo asincrónico – Diseño del sitio web

Para el trabajo asincrónico se diseñó un curso en Moodle, el cuál fue un espacio web otorgada por la UIS. El curso se diseñó entre enero y marzo de 2021, en este se crearon nueve áreas de contenido que se presentan en la Figura 4 y se explican brevemente en el Apéndice E.

Figura 4

Interfaz curso "Atención a la diversidad en clase de Matemáticas"



Se envió a los miembros de la CoP un documento PDF por correo electrónico y WhatsApp, en el que se les explicó la forma de ingresar, registrarse y usar la plataforma de Moodle (apéndice F). Se cree que las herramientas tecnológicas usadas dinamizaron el trabajo colaborativo y participativo de los miembros de la CoP. Al respecto, Sacristán, Parada y Olvera (en prensa) mencionan que “las tecnologías informáticas pueden proveer una serie de herramientas que posibilitan y son favorables tanto para la comunicación como para la colaboración, así como para el acceso información en línea, por participantes ubicados en diferentes lugares” (p.75).

En esta fase es necesario mencionar que paralelamente a la planificación del trabajo colaborativo de la CoP se estaba gestionando en la UIS el reconocimiento de esta actividad de formación como un programa de formación en la modalidad de Diplomado. De la gestión anterior se tuvo un resultado satisfactorio, pues la UIS aprobó la propuesta del diplomado presentado: “Comunidades de Práctica de profesores de matemáticas”, de ahora en adelante DCoPM, del cual se habla más detalladamente en el capítulo 4 de esta investigación.

3.3 Fase III: Proceso de Reflexión-y-Acción sin Intervención (PRSI)

Esta fase tuvo por objetivo identificar los conocimientos matemáticos de los docentes, así como estrategias, metodologías, recursos, adaptaciones curriculares, ajustes razonables que ellos realizaban para atender la diversidad de estudiantes en clase de matemáticas. Para cumplir con lo anterior, se planearon actividades que promovieran la reflexión alrededor de la práctica profesional antes, durante y después de la clase. Esta fase se llevó a cabo con los 12 profesores de la Tabla 2.

A continuación, se describen brevemente las actividades desarrolladas en cada momento (algunos bajo la modalidad sincrónica y otros en la asincrónica). Este proceso consta de tres momentos: planeación de la clase (para la acción), implementación de la clase planeada (en la acción) y reflexión sobre la clase desarrollada (sobre la acción).

3.3.1 Reflexión-para-la acción sin intervención

Este proceso de reflexión se centró en identificar la forma en como los profesores realizaban sus planeaciones y seleccionaban los recursos para atender la diversidad de estudiantes en clase de matemáticas y así accedieran al nuevo conocimiento. Por lo anterior, se propuso a los miembros de la CoP realizar una planeación en equipo considerando un objeto matemático próximo a enseñar y las características de cada uno de ellos.

Para la planeación, los profesores contaron con dos sesiones de 90 minutos cada una y podían acceder a cualquier recurso que ellos consideraban pertinente como: libros de texto, internet, material concreto, simuladores, softwares, entre otros, pero no contaron con la intervención directa de la investigadora. Esto no implicó, que la investigadora estuviese ausente del proceso, por el contrario, en el momento que surgieron preguntas estas fueron respondidas. Cabe resaltar que, algunos profesores no trabajaron en equipo, sino lo hicieron individualmente debido a la disponibilidad de tiempo, trabajo que se explica detalladamente en el capítulo 4.

3.3.2 Reflexión-en-la acción sin intervención

Una vez elaborada la planeación grupal o individual, se propuso a los profesores implementarla, para observar como el docente atiende a las características diversas de sus estudiantes, que estrategias y recursos utilizaban para promover actividad matemática en ellos, conocer la relación docente-estudiante. Así mismo, se indagó sobre cómo llevaba el profesor el proceso de inclusión en clase de matemáticas y que adaptaciones realizaba (previstas o no).

Para el seguimiento de esta etapa se pidió a los profesores videograbar su clase (de ser posible), compartir con la investigadora las respuestas de los estudiantes y chat de WhatsApp, pues algunos maestros tuvieron que realizar las sesiones de clase por este medio por el confinamiento, pues las clases presenciales fueron suspendidas, y algunos estudiantes no contaban con los recursos

suficientes (internet, celular, computador, otros) para recibir clases virtuales. Posteriormente, se solicitó a los profesores que reflexionaran sobre su experiencia y cargaran estas evidencias en la plataforma de Moodle y finalmente en un encuentro sincrónico compartieran sus reflexiones.

3.3.3 Reflexión-sobre-la acción sin intervención

El objetivo principal fue promover la reflexión por parte de los profesores a partir de la interacción con los integrantes de la CoP, para ello, se solicitó a los docentes que de la clase implementada anteriormente compartieran sus experiencias con sus colegas, presentando algunos resultados y sucesos de la clase que ellos consideraban importante porque permitieron o no alcanzar el objetivo propuesto, esto con el propósito de que los demás profesores observaran la puesta en escena y aportaran constructivamente al maestro en su práctica profesional.

A partir de los aportes de los integrantes de la CoP, se orientó a los profesores para que reflexionaran sobre lo planeado vs lo logrado, sobre si las actividades y recursos seleccionados fueron o no pertinentes para atender las características particulares de sus estudiantes. Para ello, se elaboraron preguntas orientadoras, no obstante, no se dio mayor detalle sobre cómo realizar este proceso de reflexión, porque no se quería influir en la reflexión individual, pues el objetivo era conocer como lo hacían los profesores sin un proceso de formación.

3.3.4 Sistematización y análisis de evidencias del proceso de reflexión sin intervención

La recolección y sistematización de las evidencias se hizo a través de las herramientas propuestas por el modelo R-y-A: rutas cognitivas, planeaciones de clase, estudios comparativos, videgrabaciones de las clases, transcripciones tanto de la implementación de la clase planeada como de las socializaciones de los profesores en la CoP, selección y guía de eventos (episodios) con el fin de identificar momentos de la clase en los cuales el profesor promueve la actividad matemática en todos sus estudiantes y atiende a sus ritmos y estilos de aprendizaje.

A estas herramientas se añadieron otras que emergieron por la pandemia, como: interacciones docente-estudiante vía WhatsApp, guías de trabajo acompañadas con pequeños videos explicativos, clases en Zoom, reconstrucción de la clase a través de la información verbal brindada por los profesores y respuestas de los estudiantes en vista de que algunos de ellos tuvieron que realizar clases por llamada telefónica, por lo que no se tenían información directa.

Las anteriores evidencias, tenían como objetivo identificar el accionar del profesor alrededor de la atención a la diversidad en clase de matemáticas, en situaciones de adaptación curricular, implementación del DUA, uso de ajustes razonables, adaptación de materiales didácticos, adecuación de los objetos matemáticos de estudio a las características de los estudiantes y otras estrategias teóricas y metodológicas que usaron los profesores.

Por las preocupaciones de los profesores por el desconocimiento de algunos documentos legales que el MEN propone trabajar en las instituciones educativas para favorecer la inclusión, como el Decreto 1421 del 2017 (relacionado con el DUA) y a partir de la sistematización de estos datos surgieron las categorías de análisis asociadas al pensamiento didáctico y que se relaciona con las adaptaciones curriculares y flexibilizaciones, resultados presentados en el capítulo 5 y 6.

Las categorías emergentes surgen de los principios del DUA y se utilizan así: i) Múltiples representaciones; y ii) Múltiples acciones y expresiones; en Matemáticas para atender la diversidad de estudiantes en el aula. El principio (iii) proporcionar múltiples formas de implicación, se considera es transversal a los anteriores, por ende, se tienen en cuenta en esos capítulos.

3.4 Fase IV: Proceso de Reflexión y Acción Con Intervención (PRCI)

Esta fue la segunda etapa de trabajo con la Comunidad de Práctica (CoP) y tuvo como objetivo contribuir en la formación de los profesores sobre las categorías emergentes en el proceso de reflexión sin intervención, por tal motivo, se planificaron conferencias de expertos nacionales

e internacionales relacionadas con el DUA y se plantearon foros de discusión con el fin de generar interacción entre los miembros de la CoP.

También se organizaron actividades (a modo de taller) implementando el DUA para que los profesores negociaran algunos significados alrededor de ello y luego los cosificaran en una nueva planeación de clase, de esta nueva planeación se tuvo la puesta en escena y el proceso de reflexión después de la intervención. Al igual que en el proceso de reflexión sin intervención se establecieron jornadas de socialización de experiencias para promover el trabajo colaborativo y las investigadoras planificaron algunas charlas de formación alrededor del tema.

Para el proceso de formación con los profesores, se compartió con la CoP los avances de una investigación que se viene desarrollando en la UIS, desde la Vicerrectoría de Investigación y Extensión (VIE) y que es dirigida por la directora de la investigación aquí presentada. En este proyecto se presentan orientaciones para que el currículo de matemáticas sea adaptable y flexible a las características de sus estudiantes, esta conferencia se describe en el capítulo 4. A continuación, se explican los procesos de reflexión para, en y sobre la acción en las que se esperaba el profesor usara los nuevos aprendizajes para atender la diversidad en clase de matemáticas.

3.4.1 Reflexión-para-la acción con intervención

En este nuevo proceso de reflexión los profesores diseñaron una nueva planeación de clase acorde a los objetos matemáticos de estudio próximos a enseñar, esto con el propósito de identificar los aprendizajes adquiridos y cosificados por ellos en el transcurso de la formación brindada en los encuentros en CoP. A medida que los profesores diseñaban la nueva planeación estaban recibiendo formación sobre la atención a la diversidad y sobre la implementación del DUA en clase de matemáticas y otros objetos de interés, a fin de aportar en su práctica profesional al momento de planear, implementar y reflexionar, usando los nuevos aprendizajes adquiridos.

En este mismo proceso de reflexión se plantearon algunos foros de discusión relacionados con las dificultades observadas en el proceso de reflexión sin intervención, sobre las charlas o conferencias brindadas y sobre los objetos matemáticos de estudio, esto se realizó con el fin de promover diálogo y discusión con los miembros de la CoP.

3.4.2 Reflexión-en-la acción con intervención

Una vez terminada la nueva planeación, se pidió a los profesores implementar y videograbar sus clases (si es posible), en esta oportunidad la investigadora brindó la opción de acompañamiento a los profesores en el momento de realizarla, sin embargo, esta no fue tomada por ellos debido a las diferentes normativas de los colegios y prevención a causa de la COVID-19, pues algunas instituciones ya estaban en modalidad de alternancia, es decir, algunos estudiantes en remoto y otros en presencialidad. Se resalta que en este proceso los maestros contaron con apoyo pleno de las investigadoras para el diseño de la nueva planeación y de las actividades.

En esta fase también se indagó sobre los significados negociados y los aprendizajes adquiridos por los profesores que fueron permeados a partir de la participación, colaboración e interacción con los integrantes de la CoP, de los aportes de los expertos nacionales e internacionales. Con esta nueva implementación también se identificó si existen cambios significativos en la práctica pedagógica del profesor al atender a las características particulares de sus estudiantes, en acciones como: maneras de orientar las actividades, adaptaciones significativas y no significativas realizadas, trato a sus estudiantes en particular a quienes tienen alguna discapacidad, implementación del DUA y estrategias del decreto 1421 del 2017.

3.4.3 Reflexión-sobre-la acción con intervención

Después de la implementación se solicitó a los maestros que compartieran la experiencia de aula con los miembros de la CoP y mostraran algunos episodios de clase considerados

significativos ya sea porque se evidencia o no el alcance de los objetivos. Así mismo, se tomó un espacio de interacción con los profesores para dar a conocer algunas rutas cognitivas, estudios comparativos, eventos de la clase, entre otros recursos, para que el profesor reflexionara sobre su práctica pedagógica, identificando situaciones que favorecieron o no la actividad matemática.

Una vez se realizó la experiencia de aula se abrieron espacios de discusión para que de forma muy respetuosa los profesores realizaran comentarios críticos y reflexivos, de tal forma que aportaran significativamente en el desarrollo de las prácticas profesional. Estos espacios fueron aprovechados para identificar significados negociados, por ende, se esperaban respuestas respecto a la forma de trabajar atendiendo a la diversidad de estudiantes.

3.4.4 Sistematización y análisis de evidencias del proceso de reflexión con intervención

La recolección y sistematización de las evidencias siguió el mismo proceso descrito en la sección 3.3.4, organizando la información mediante estas categorías de análisis y el seguimiento de los profesores con participación plena en presencialidad remota y frecuente en presencial remota y en línea, además por haber realizado los tres momentos de reflexión, que permiten caracterizar los significados negociados por ellos al reflexionar sobre la atención a la diversidad.

3.5 Fase V: Selección de evidencias de los participantes de la CoP y caracterización de los significados negociados

En esta fase se pretende dar cumplimiento al objetivo caracterizar significados (en términos de aprendizaje) construidos por una CoP de profesores en ejercicio cuando reflexionan sobre la atención a la diversidad en clase de matemáticas. Estos significados se presentan mediante una perspectiva global y particular. Desde lo global se describen las dinámicas de trabajo de la CoP y algunas reflexiones de los profesores en ambos procesos de reflexión (con y sin intervención) y desde lo particular se presentan evidencias de las dos categorías de análisis.

Para determinar los significados negociados por los profesores se toma como evidencia las guías de trabajo, planeaciones y videograbaciones de clase, porque estas permitieron reconocer las estrategias y recursos que los profesores usaban para promover actividad matemática en el aula, establecer si ellos consideraban o no las características de sus estudiantes al diseñar las actividades.

Las evidencias (planeaciones, guías de trabajo, estudios comparativos, videograbaciones, entre otros) seleccionadas para dar cuenta de los significados negociados fueron elegidas de aquellos miembros de la CoP que desde el primer momento estuvieron motivados a contribuir en todas las actividades propuestas, que tuvieron una participación plena en presencialidad remota y frecuente en presencialidad remota. En consecuencia, en la primera categoría se resaltan las discusiones y el trabajo realizado por Sonia y Libia y en la segunda el trabajo de Lina. Estos resultados se describen en el capítulo 5 y 6 respectivamente para dar cuenta de los aprendizajes adquiridos y significados negociados durante el proceso reflexión con los profesores.

3.6 Fase VI: Reporte de resultados de la investigación

En esta fase se reportan los resultados que dan respuesta a la pregunta de investigación a fin de aportar al campo de la formación de profesores y atención a la diversidad. Además, de contribuir a la sensibilización de los maestros de matemáticas para atender las características particulares de sus estudiantes mediante la participación colaborativa en una CoP. El reporte de los resultados se presenta en el capítulo 7 que surge de los dos procesos de reflexión con los profesores. También se darán a conocer los alcances y limitaciones que se observaron en el transcurso del estudio.

4. Dinámicas de trabajo de la Comunidad de Práctica

En este capítulo, se describen globalmente las dinámicas de trabajo de la CoP en ambos procesos de reflexión y acción (sin y con intervención) antes, durante y después de la clase, alrededor del pensamiento matemático, orquestal y didáctico, con el propósito de responder de

manera general al objetivo de investigación. Los análisis que aquí se presentan se centran en algunos significados negociados por los profesores sobre la atención a la diversidad en clase de matemáticas, las adaptaciones curriculares y las diferentes estrategias que utilizaban los profesores para acercar el conocimiento matemático a los estudiantes considerando sus características particulares, antes y después de un proceso de formación.

Los significados se posibilitaron mediante las conferencias nacionales e internacionales, jornadas de trabajo con la CoP que fueron cosificados en guías de trabajo, planes de clase, recursos y diseñados que realizaron los docentes.

4.1 Proceso de reflexión y acción sin intervención alrededor de la atención a la diversidad en clase de matemáticas

En este apartado, se describe el proceso de reflexión sin intervención logrado con los miembros de la CoP, el cual tuvo por objetivo principal identificar las formas cómo los profesores planeaban sus clases para promover la inclusión en clase de matemáticas. Esta etapa se desarrolló desde el 10 de marzo hasta el 21 de julio de 2021.

Para cumplir este objetivo, se solicitó a los docentes conformar grupos de trabajo para planear una clase de un tema del currículo escolar del grado en el que estaban laborando, la cual se implementó en el aula, luego se reflexionó sobre los logros alcanzados y se realizó el comparativo entre lo planeado vs lo logrado (reflexión-sobre-la acción), finalmente se realizó un proceso de reflexión guiado (se expone en el capítulo 5 y 6).

En la realización de este proceso se utilizaron las dos modalidades de trabajo descritas en el capítulo 3, en las que se programaron las siguientes actividades: planeación e implementación de una clase, socialización de experiencias de aula y cuatro conferencias de expertos. Para dar conocimiento a los profesores de esta organización se envió al correo electrónico de cada uno de

ellos el plan de trabajo presentado en el cronograma de trabajo (Apéndice D) que se fue ajustando a las diferentes eventualidades inesperadas, intereses y tiempos de los docentes.

En los siguientes apartados se describe el proceso de reflexión para, en y sobre la acción realizado por los miembros de la CoP en ambas modalidades. También se presentan algunos significados negociados alrededor del pensamiento didáctico, orquestal y matemático, enfatizando en este último pensamiento por los intereses de la investigación descritos en capítulos anteriores.

4.1.1 Proceso de reflexión para la acción sin intervención

En esta oportunidad para la primera planeación de clase se solicitó a los profesores conformar grupos de trabajo por objetos matemáticos de interés, de ello se obtuvo los equipos que se presentan en la Tabla 3.

Tabla 3

Grupos de trabajo conformados para la realización de la primera planeación

Grupos de trabajo	Profesores
G1: Expresiones algebraicas (profesores de secundaria)	Karla, Lina, Leonardo y Leticia
G2: Números decimales (profesores de primaria)	Libia, Paula y Héctor
G3: Resolución de problemas (profesores de secundaria)	Adela, Graciela, Jesús, Sonia y Helena

En paralelo a la planeación de clase se solicitó a los profesores reflexionar sobre:

- ¿Cuáles creen que son las dificultades que puede presentar un estudiante frente al objeto matemático que están trabajando?
- ¿Qué estrategias pedagógicas y didácticas usan para superar las dificultades halladas?
- ¿Cuáles recursos consideran ustedes que son los más apropiados para desarrollar la temática prevista con sus estudiantes? ¿por qué?

Para esta actividad se programó una sesión de 120 minutos, pero, debido a otras actividades que surgieron en este mismo encuentro solo quedaron 20 minutos. Tiempo usado para responder a las anteriores preguntas y discutir por grupos sobre los objetos matemáticos a enseñar. En

consecuencia, se programaron dos sesiones extras (fuera de los horarios habituales de la CoP), mismas que duraron 50 minutos cada una.

A la primera sesión extra asistieron los tres grupos de trabajo y a la segunda sesión solo asistió el grupo de función lineal, por ende, fueron los únicos que concluyeron la planeación grupal. Sin embargo, ésta no se aplicó por las diferentes restricciones que tuvieron los profesores a causa de: modalidad de clases en presencialidad remota, limitación por la cantidad de páginas por guías de trabajo (3 páginas máximo por una o dos semanas de clase) en las que se debía incluir explicación y ejercitación del objeto matemático a trabajar, y sucesos sociales ya mencionados.

Cabe resaltar que, a pesar de no implementarse la planeación, si se observó que hubo negociación de significados, pues algunos profesores intentaron tomar ideas emergentes de estas para ejecutarlas en su plan clase, como se muestra detalladamente en el proceso de reflexión con intervención realizado con algunos profesores de la CoP y que se presentan en los capítulos 5 y 6.

En vista de que solo un grupo de trabajo culminó la planeación y no fue implementada se tuvo que modificar el plan propuesto y pensar en reflexiones individuales; esta situación llevó a solicitar a los miembros de la CoP enviar sus planeaciones personales, con el fin de conocer las estrategias que cada uno usaba para atender la diversidad de estudiantes en el aula. Ante la solicitud anterior se obtuvo nueve planeaciones, ocho individuales, como se muestra en Tabla 4.

Tabla 4

Planeaciones realizadas en el PRSI

Objeto matemático	Profesores que planearon	# planeaciones
Función lineal	Lina, Sonia y planeación grupal	3
Potenciación	Héctor	1
Expresiones algebraicas	Karla y Leticia	2
Geometría analítica	Leonardo	1
Perímetro de figuras planas	Libia	1
Volumen del prisma	Adela	1
Total		9

Una de las principales reflexiones presentadas en la CoP alrededor del *pensamiento didáctico* de los profesores está relacionada con la acción de planear una clase, pues la mayoría de los profesores consideraron que no realizaban un escrito del paso a paso de las actividades y estrategias a implementar para promover la actividad matemática. Además, en ocasiones se limitaban a seguir planeaciones antiguas, mencionando que esto se debe a diversos factores como: falta de tiempo, lo que se planeaba no se cumplía, desconocimiento sobre como incluir en clase de matemáticas y falta de orientación sobre el tipo de situaciones a diseñar pensando en todos los estudiantes. Lo descrito, se presenta en el Episodio 1 y Episodio 2 ²:

M: Profe, ¿usted ¿cómo planea sus clases?, ¿tiene en cuenta algunas adaptaciones?

Héctor: en primer lugar, para la planeación, yo no hago un escrito como tal, en el que diga voy a hacer, esto, esto y esto. Pero, si lo tengo en mi cabecita. Trato de seguir una ruta y escribo palabras clave en mi agenda. Inicio con una situación retadora sea o no del tema, posteriormente trabajo el objeto matemático de estudio, luego conceptualizo y ejercicios prácticos tradicionales [...]

Héctor: Para cerrar la pregunta, al planear la clase esto es una locura, sinceramente planear una clase no, yo no escribo empezando por eso, yo no voy a escribir que voy a hacer esto, ¡no! ¡no! falso de la vida, lo que sí sé es que yo reviso el libro de matemáticas. De hecho, organizó en unas páginas lo que vamos a hacer en clase, tal vez sí y hago seguimiento del libro.

Episodio 1

Karla: Cuando planeo, yo realmente no libreteo mis clases, yo no hago un análisis a priori de la guía, yo realmente no lo hago. ¿Yo qué hago?, yo tengo como un banco de recursos y reviso que me ha funcionado, reviso guías de años anteriores. Es un proceso exhaustivo, porque yo tardo demasiado elaborando una guía de trabajo, realmente son hasta 3 horas indagando, revisando en internet, viendo videos, mirando algo nuevo de lo que ha surgido, qué hay de más, qué otra idea puedo sacar o qué puedo incluir y fuera de eso, invierto una hora y media adicional elaborando el documento. En ese sentido pienso que caemos o puedo caer en ciertas zonas de confort en cuanto a la misma guía, ya me demoré, entonces la dejo igual y sólo cambió la fecha.

Episodio 2

² Los episodios que se citan de aquí en adelante, son transcripciones textuales de las expresiones de los miembros de la CoP, y se usan las siguientes convenciones: [...] significa que se omiten diálogos que no son relevantes en la investigación; [] se usa para hacer aclaraciones de las intervenciones, M (moderadora-investigadora); los nombres son los seudónimos de los profesores que intervienen en el diálogo, y Est (Estudiante), es la voz de las participaciones de los estudiantes en el procesos de reflexión-en-la acción.

El episodio 1 y el episodio 2 muestran la reflexión de los profesores hacia el escaso tiempo que dedican para planear la clase y la poca importancia que le dan. Al respecto Reyes (2016) resalta:

El plan de clase recobra notable importancia al convertirse en el eje transversal que garantiza al docente aterrizar las actividades de manera sistémica y sistemática. En tal razón, es una tarea permanente de los educadores indagar, innovar y transformar su práctica educativa a partir de los paradigmas contemporáneos que favorecen la formación integral de la personalidad de los estudiantes (p. 2).

Otra de las reflexiones de los profesores de la CoP giró en torno a la metodología de trabajo propuesta, porque al solicitarles planear una clase de matemáticas como lo hacían comúnmente para atender a todos los estudiantes. El equipo de números decimales quedó insatisfecho de que se les pidiera planear, ellos esperaban que desde las actividades de la CoP se les diera un paso a paso de como enseñar atendiendo a todos los estudiantes presentes en el aula, así lo manifestó Libia:

Libia: la metodología que estamos trabajando, no sé, estábamos pensando que se iba a trabajar diferente, siento que ha faltado orientarnos hacia la teoría de que vamos a hacer, de orientarnos de como planear atendiendo la diversidad en clase de matemáticas, darnos el paso a paso, porque en realidad ese conocimiento no lo tenemos, y ya bajo esa documentación si empezar a trabajar [...] porque en realidad, yo no tengo nada de conocimiento sobre el tema.

Episodio 3

El Episodio 3, deja ver las tensiones de algunos profesores sobre cómo planear una clase de matemáticas donde se involucre a todos los estudiantes, esto dada la falta de formación pedagógica, didáctica y al no considerar que cada educando es único y su manera de aprender es muy diversa, pues depende de otros factores como experiencias vividas, capacidades desarrolladas, habilidades cognitivas, emociones, entre otros. Desconocimiento que puede generar miedos en los profesores y llevar a la exclusión, pues se reduce de cierta manera la forma de presentar el objeto

de estudio limitándolo así a solo una representación, siendo esto contraproducente para la comprensión del objeto de estudio, tal como lo afirma Pastor, Sánchez y Zubillaga (2011).

Frente al comentario de Libia se explicó nuevamente a los profesores la metodología de las sesiones y se especificó detalladamente los objetivos de los dos procesos de reflexión y acción (sin y con intervención). A su vez, se brindó mayor acompañamiento a este equipo de trabajo, con el fin de motivarlos a replantear la clase “clásica” y “tradicional” para adaptarlas a las características particulares de los estudiantes. No obstante, este acompañamiento poco se tuvo en cuenta por algunos maestros en el proceso de reflexión sin intervención.

En este mismo proceso de reflexión y planeación se identificó que una acción en común de los profesores fue que ellos diseñaban sus guías de trabajo para todos los estudiantes igual, es decir, no realizaron ningún tipo de adaptación. Lo descrito, se infiere que ocurrió principalmente porque poco se consideraban los ritmos y estilos de aprendizaje de cada educando, poco reflexionaron sobre las características particulares de cada uno de ellos (síndrome de Down, TDAH, discapacidad cognitiva leve, discapacidad auditiva, otras) y la forma en que aprenden.

Echeverría (2022), Pineda (2018) y Parada (2011) resaltan que la caracterización de los estudiantes es un proceso fundamental al momento de pensar en la manera de acercar los conocimientos matemáticos a cada uno de ellos, porque esto permite reconocer el tipo de adaptaciones y flexibilizaciones a realizar ya sea desde el objeto de estudio o recursos a usar.

Complementando lo anterior, Riera, Molina, Rangel, Mena y Constante (2020) afirman que: “dentro de las instituciones educativas los docentes deben conocer el estilo de aprendizaje de sus alumnos ya que cada uno varía en sus potencialidades cognitivas desarrollándose un proceso de enseñanza-aprendizaje más enriquecedor y efectivo” (p. 5). Lo anterior puede llevar a la exclusión de los estudiantes por no promover una actividad matemática acorde a sus necesidades.

Con relación a lo dicho Oliveira y Schlunzen (2013), resaltan que en el aula en varias ocasiones se observa estudiantes excluidos, que no pueden desarrollar sus capacidades y potencialidades, porque no se ofrecen actividades diversificadas, contextualizada y que tengan sentido para ellos según sus características y habilidades. Lo descrito, muestra que los profesores reflexionaron sobre su *pensamiento didáctico* porque se preocupaban por la formación insuficiente que tenían sobre aspectos pedagógicos y didácticos para diseñar una clase pensando en todos los estudiantes, pues fue un obstáculo para ofrecer diversas maneras de guiar la actividad matemática.

Lo mencionado también se observó cuando en este proceso de reflexión varios miembros de la CoP dieron a conocer que no tenían formación suficiente para planear e implementar una clase de matemáticas donde incluyeran a todos sus estudiantes, porque desde las instituciones educativas no se hace un acompañamiento, motivo por el cual, básicamente el proceso de adaptar, flexibilizar, y realizar ajustes razonables poco se efectúa y cuando se hace es a partir de ensayo y error al diseñar, implementar, corregir la guía y de manera cíclica seguir este proceso.

Como resultado de lo dicho, algunos profesores manifestaron que las guías de trabajo son tradicionales (ver Episodio 4 y Figura 5), por ello, el interés de conocer recursos y estrategias que le permitan atender a todos los estudiantes en clase de matemáticas. La Figura 5, muestra el esquema de enseñanza de Héctor que se describe en: (i) conceptualizar el objeto matemático, (ii) atribuir propiedades a los objetos de estudio, (iii) ejemplificar propiedades de potenciación y radicación, y (iv) evaluar lo aprendido a partir ejercicios prácticos.

Héctor: Si revisa mi guía de trabajo es muy clásica, como nos enseñaron a nosotros. No hay adaptaciones por ningún lado, no está pensada para todos los estudiantes sino para algunos, considero que es más complejo planear para todos, por eso mi interés en esta CoP [...]

Episodio 4

Figura 5

Planeación de Héctor en el PRSI

Propósito:
Entiende el proceso de la potenciación, radicación, logaritmación y soluciona situaciones haciendo uso de ellas.

Potenciación:
La potenciación de números naturales es una operación que permite calcular un producto de factores iguales en forma abreviada.
Los términos que intervienen en la potenciación son:
Base: cantidad que se toma como factor.
Exponente: Indica la cantidad de veces que se toma la base como factor.
Potencia: Resultado de multiplicar la base por sí misma la cantidad de veces que indica el exponente.

Ejemplos:
a. $2^4 = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 = 16$
b. $3^3 = 3 \cdot 3 \cdot 3 = 27$

Propiedades de la potenciación:

Propiedad	Descripción	Ejemplos
Producto de potencias de la misma base	Es igual a una potencia con la misma base y el exponente es igual a la suma los exponentes	$3^2 \cdot 3^3 \cdot 3^2 = 3^{2+3+2} = 3^7$ $2^2 \cdot 2^5 \cdot 2^9 \cdot 2^1 = 2^{2+5+9+1} = 2^{17}$
Potencia de un producto	Es igual al producto de los factores	$(3 \cdot 5)^2 = 3^2 \cdot 5^2 = 9 \cdot 25 = 225$ $(2 \cdot 3)^3 = 2^3 \cdot 3^3 = 8 \cdot 27 = 216$
Potencia de un cociente	Es igual al cociente de las potencias del dividendo y el divisor.	$\left(\frac{5}{3}\right)^2 = \frac{5^2}{3^2} = \frac{25}{9}$
Cociente de potencias de la misma base	Es igual a una potencia con la misma base y el exponente es igual a la resta de los exponentes	$\frac{3^7}{3^5} = 3^{7-5} = 3^2 = 9$ $\frac{4^{12}}{4^9} = 4^{12-9} = 4^3 = 64$
Potencia de una potencia	Se halla dejando la base y multiplicando los exponentes.	$(2^3)^4 = 2^{3 \cdot 4} = 2^{12}$
Potencia de exponente 0	Si el exponente de una potencia es 0, su resultado es igual a 1	$7^0 = 1$ $120^0 = 1$

Ejemplos:
a. Expresa las siguientes multiplicaciones en forma de productos de la misma base:
 $2^2 \cdot 8 \cdot 4 \cdot 2^1 \cdot 2^3$
 $2^2 \cdot 2^3 \cdot 2^2 \cdot 2^1 \cdot 2^3 = 2^{11}$
Debemos expresar los números en base 2

Ejercicios:
1. Completar la siguiente tabla:

Potenciación	Proceso	Radicación	Logaritmación
2^2	$2^2 = 2 \cdot 2 = 4$	$\sqrt[2]{4} = 2$	$\log_2 4 = 2$
2^3	$2^3 = 2 \cdot 2 \cdot 2 = 8$	$\sqrt[3]{8} = 2$	$\log_2 8 = 3$
3^2			
3^3			
4^2			
5^2			
6^2			
7^2			
8^2			
9^2	$9^2 = 9 \cdot 9 = 81$	$\sqrt{81} = 9$	
9^3			
10^4			
10^5			

2. Resolver los puntos 1, 2, 3, 6 de la página 25:
1. Escribe los siguientes productos en forma de potencia y determina su valor.
a. $4^3 \cdot 4^2 \cdot 4^1$
b. $2^3 \cdot 2 \cdot 2^2 \cdot 2^2$
c. $5^3 \cdot 5^2 \cdot 5^3 \cdot 5^5$
d. $6^3 \cdot 6^2 \cdot 6^3 \cdot 6^2$
2. Expresa las siguientes multiplicaciones en forma del producto de la misma base.
a. $9 \cdot 3^3 \cdot 3^2 \cdot 27$
b. $16 \cdot 2^2 \cdot 4 \cdot 2^2$
c. $5 \cdot 25 \cdot 125 \cdot 5^3 \cdot 5^2$
3. Escribe los logaritmos que se deducen de las siguientes igualdades:
a. $9^3 = 729$
b. $5^2 = 25$
c. $3^7 = 2187$
d. $6^2 = 36$
6. Completa.
a. $\log_6 216 =$ porque:
b. $\log_8 =$ porque:

La Figura 5 muestra que las actividades realizadas por Héctor son comunes y habituales como es identificar el exponente, base y potencia de una expresión y de esta manera relacionar radicación y logaritmación. Se observa también que las actividades no proporcionan un contexto de interés que llamen la atención de los estudiantes y permita involucrarlos en la actividad matemática como lo propone Pastor, Sánchez y Zubillaga (2011), por el contrario, se presentan datos aleatorios con los cuales trabajar para identificar algunas propiedades.

En estas discusiones y preocupaciones de los profesores por falta de elementos teóricos para incluir a todos sus estudiantes en la actividad matemática a promover Héctor, Sonia y Karla resaltaron que una de las estrategias que han escuchado de sus colegas en las instituciones donde laboran, es la implementación del DUA mediante las guías de trabajo y planeaciones, no obstante,

ellos desconocen su uso y aplicación, específicamente en el área de matemáticas, pues el DUA como está explicado en diferentes investigaciones se presenta de manera global, al respecto dicen:

Sonia: Un tema que me ha llamado bastante la atención y que no he podido profundizar es el DUA, cuando he asistido a las capacitaciones que da la secretaria de educación, estas son muy generales, se enfatiza en el DUA, pero no se da un ejemplo práctico de ese DUA en una clase en particular y mucho menos en clase de matemáticas, creería que es algo sobre lo que podemos estudiar y que nos puede aportar, además que no hay una orientación clara desde las instituciones.

Episodio 5

En los anteriores episodios se observa que los profesores ponen en manifiesto su interés por planear la clase de matemáticas pensando en la diversidad de sus estudiantes y no solo en el “estudiante promedio”, llevando así a ser esta temática objeto de estudio dentro de la CoP y por la cual se programaron posteriormente algunas conferencias con expertos nacionales. La decisión tomada previamente surge porque, según el MEN (2017, b) el DUA ofrece herramientas para diseñar una clase pensando en todos y para todos, además que es uno de los elementos que actualmente rige la educación inclusiva en Colombia mediante en el decreto 1421 del 2017.

Como resultado de estas discusiones, inquietudes y en el intento de los profesores por proponer situaciones problema adaptadas a las características de todos los estudiantes, surgen intercambio de ideas entre los profesores sobre como incluir en clase de matemáticas, en términos de Roos (2018). Al respecto, se resaltan las siguientes reflexiones:

Sonia: Generalmente lo que yo hago es iniciar con adaptaciones curriculares, estas se dan en un orden específico, primero adaptar tiempo, luego evaluación, metodología, la manera en cómo enseño. Si ya con estas adaptaciones no se ve el avance del estudiante adapto objetivos y metas de aprendizaje bajando la complejidad de cada una de ellas. Desde nuestra institución la docente de apoyo nos menciona que debemos acudir al DUA, que es algo así, (no puedo decir exactamente que es), como unas planeaciones en las que se tienen en cuenta las diferentes características de los estudiantes, entonces usted se acerca desde lo visual, lo auditivo, eso es lo que he entendido.

Karla: ¡no!, tenemos PIAR y DUA, y son dos documentos que tenemos legalmente y es el documento donde quedan pactadas las metas de aprendizaje, estos dos son casi lo mismo, pero ese documento es algo muy subjetivo [...]

Episodio 6

El Episodio 6, muestra que los profesores saben de la existencia del DUA y PIAR, pero desconocen cómo implementarlo en el aula, situación que llevó a Karla a confundirlos considerando que son casi lo mismo (renglón 10-11 del Episodio 6). Sin embargo, la afirmación de Karla no es adecuada, porque en el capítulo 2 se dijo que el PIAR solo se realiza a los estudiantes cuyas dificultades en el aprendizaje de un objeto de estudio persisten a pesar de haberse usado el DUA y que el DUA se utiliza como una manera de planear pensando en todos los estudiantes. Lo anterior refleja que, a pesar de los docentes conocer algunos documentos que orientan el proceso de inclusión en Colombia no tienen dominio sobre estos para usarlos en su práctica docente.

Ante dicha problemática, fue aún más complejo visualizar el DUA y PIAR desde la actividad matemática que se quería promover, motivo por el cual la moderadora (quién escribe) junto con la directora de este proyecto de investigación organizaron tres sesiones en las que se invitaron expertos en el tema y se abrieron espacios de discusión para dar claridad al uso pertinente del DUA en el aula, para luego ajustarlo a la disciplina de interés (matemáticas), fortaleciendo así las características de empresa conjunta y compromiso mutuo, que resalta Wenger (1998).

Las discusiones mencionadas en los episodios anteriores generaron en los profesores sensibilidad frente a la necesidad de antes de enseñar un objeto matemático buscar orientaciones pedagógicas y didácticas que les permitiera involucrar a todos los estudiantes en la actividad matemática que estaban planeando. También, los llevó a reflexionar sobre las diferentes maneras de acercar los conocimientos matemáticos a los educandos, mediante ejemplos, explicaciones, ilustraciones, representaciones y otras estrategias según ritmos y estilos de aprendizaje de cada uno de ellos, tal como lo propone Parada (2009, 2011) y Pineda (2018) y que daría cuenta nuevamente de las reflexiones de los profesores alrededor del *pensamiento didáctico*.

Por otra parte, los profesores al momento de planear su clase o guía de trabajo también reflexionaron constantemente alrededor de su *pensamiento matemático* a partir de la pregunta ¿cuáles creen que son las dificultades que puede presentar un estudiante frente al objeto matemático que están trabajando? Esta inquietud llevó a los docentes a tener mayor claridad sobre el objeto de estudio a enseñar cuando revisaron planeaciones de años anteriores, con el fin de recordar de qué manera habían abordado estas temáticas y aquellas estrategias que en algún momento implementaron en el aula para mitigar esta dificultad.

Un ejemplo de lo anterior se presenta en la planeación del grupo de álgebra quienes primero buscaron posibles dificultades y errores frecuentes que luego fortalecieron, mediante las siguientes estrategias: explicación detallada, uso de colores para resaltar aspectos importantes, mapas conceptuales, cuadros sinópticos, entre otros. Estas estrategias también dan cuenta que los profesores reflexionaron alrededor de su *pensamiento orquestal*, en términos de Parada (2011) cuando los docentes seleccionaron y usaron recursos según la actividad matemática planeada. Lo descrito se infiere a partir del Episodio 7.

Karla: Entre las dificultades encontradas para este tema serían. Uso del lenguaje matemático, el hecho de hacer la equivalencia del lenguaje cotidiano al lenguaje algebraico

Lina: Si el hacer la transición de lo aritmético a lo algebraico

Karla: Si, cambio de representación del problema. Lo otro que creo que afecta mucho en eso de pasar de lo aritmético a lo algebraico, es la parte de las letras, la parte abstracta, el significado que tiene la letra, como que, si es el doble de un número, entonces es solo un número, o todos los números o cuales números se toman, si es variable o que significa.

Episodio 7

Lo mencionado, es una reflexión fundamental por parte de los profesores porque les permitió clarificar la concepción que ellos tenían sobre los objetos matemáticos de estudio y de ser insuficientes poderlos enriquecer mediante la interacción con los demás miembros de la CoP a partir de revisión bibliográfica. Al respecto, Shulman (1987) menciona que, para enseñar, en primer lugar, hay que comprender críticamente el conjunto de ideas que van a enseñarse, motivo

por el cual a partir de esta pregunta se esperaba que el profesor entendiera con claridad el objeto de estudio a promover para así poder realizar las adaptaciones y flexibilizaciones necesarias de acuerdo con las características de sus estudiantes, evitando así incurrir en errores conceptuales.

Otra de las dificultades en común por parte de los profesores al planear su clase se relacionó con el conocimiento y lenguaje matemático utilizado, pues, confundían constantemente terminologías del objeto de estudio como: denominar potencia igual a potenciación, llamar tabla igual a gráfica, siendo situaciones que podían confundir a los estudiantes y más si tienen alguna discapacidad, pues recuérdese que para ellos es esencial presentar la información clara y precisa.

Por otra parte, aunque los profesores no planearon una clase en la que atendieran las particularidades de los estudiantes desde el objeto matemático de estudio, ellos si reflexionaron sobre el uso de diferentes recursos para hacer comprensible y accesible la información, dado que en ocasiones no se brinda a los estudiantes recursos adaptables y flexibles de acuerdo con las Necesidades Educativas de ellos y más en época de pandemia, que como ya se explicó los recursos eran insuficientes para los educandos, principalmente para quienes viven en un contexto rural.

De las discusiones anteriores y el interés de los docentes por buscar estrategias y recursos que permitieran promover la actividad matemática, reflexionaron sobre su *pensamiento orquestal*, logrando así negociar el uso de material concreto, de herramientas tecnológicas (consecuencia de la educación virtual), realización de videos, uso de colores para resaltar aspectos importantes, material del contexto, paginas interactivas (Educaplay), guías de trabajo, libros de texto, simuladores, cápsulas educativas del MEN, entre otros. Recursos y estrategias que según Pasolini y Palmeira (2016) son esenciales cuando se trabajan con estudiantes con alguna NEE.

Lo anterior se evidencia a partir de la planeación que intentó realizar el grupo de expresiones algebraicas al dialogar sobre el uso de colores como una forma de captar la atención

de los estudiantes, orientar la interpretación de mapas conceptuales, y usar un lenguaje matemático acorde a las capacidades cognitivas de los estudiantes, como se muestra en el Episodio 8.

Karla: Como ya les había dicho tomamos un libro guía, a ellos (estudiantes) les aclaramos todos los elementos que vamos a trabajar, en este caso elementos y clasificación de expresiones algebraicas, luego sigue una parte teórica, luego trabajamos este paso de lenguaje cotidiano al lenguaje algebraico, esto ya lo veníamos trabajando en la sesión anterior. Entonces se les plantean unos ejercicios aquí y ellos tienen que unir las parejitas. Después comienzo con los problemas típico del algebra, resalto frases como mitad, tercera, doble, pero introduzco también la parte geométrica mediante perímetro, área, ya no pongo solo x y y , también coloco p y m a las variables [...] Yo trato de hacerles como un minidiccionario de equivalencias del lenguaje cotidiano al lenguaje algebraico. Por ejemplo, palabras que me expresan sumas como agregar, meter, encontrar, consignar, que expresiones me indican una suma. Después con la resta [...] y multiplicación [...]

Episodio 8

El Episodio 8 muestra que los profesores significaron la importancia de utilizar un lenguaje matemático adecuado al intentar ser lo más precisos posibles para hacer comprensible la información, siendo un recurso valioso desde el punto de vista del *pensamiento orquestal*, tal como lo manifiesta Parada (2009, 2011). Este episodio también muestra que los recursos utilizados por los profesores son presentados con un propósito claro sobre la actividad matemática a promover.

Por otra parte, el grupo de funciones lineales reflexionó sobre la manera de acercar el conocimiento matemático a los estudiantes, para ello, tomaron como base la importancia de las múltiples representaciones de un mismo objeto de estudio y diseñaron situaciones en las que se integrara la representación gráfica, analítica, algebraica, esto mediante las guías de trabajo elaboradas y pequeños videotutoriales, siendo otros recursos importantes cuando se habla de inclusión escolar, así lo manifiestan Pastor, Sánchez y Zubillaga (2011).

Lo mencionado exhibe que a pesar de los profesores no adaptar el contenido matemático si intentaron buscar medios alternos para que todos sus estudiantes accedieran a la información, con el fin de mitigar la brecha que surgió entre clases presenciales y virtuales por la pandemia. Es

importante destacar que los recursos seleccionados por los profesores en ocasiones no fueron sujetos a reflexión y revisión bibliográfica, sino que emergieron de sus experiencias de aula.

El estudio, reflexiones y discusiones de los profesores durante este proceso de planeación sin intervención condujeron a negociar aspectos importantes relacionados con su pensamiento didáctico, matemático y orquestal que se exponen a continuación:

- Es importante caracterizar a los estudiantes antes de realizar la planeación de clase, porque esto permite diseñar actividades adaptadas a los estilos y ritmos de aprendizaje de cada uno de ellos, con el fin de involucrarlos en la actividad matemática a promover.
- Los profesores coincidieron en la necesidad de involucrar el DUA en sus prácticas profesionales, por ser una propuesta pedagógica que tiene en cuenta a todos los estudiantes y permite adaptar y flexibilizar los objetos matemáticos de estudio según las habilidades de ellos.
- La CoP centró sus reflexiones en el tipo de estrategias didácticas a utilizar para promover actividad matemática en todos los estudiantes y en la forma de cómo presentar los objetos matemáticos de estudio, para que estos sean accesibles y comprensibles.
- A partir de las reflexiones y el trabajo colaborativo los profesores significaron la pertinencia de indagar sobre las posibles dificultades que pueden presentar los estudiantes al estudiar un objeto matemático, con el fin de anticipar algunas estrategias de solución que permitan mitigar la no comprensión de este y evitar errores conceptuales.

Se destaca que a pesar de que los profesores discutieron aspectos muy interesantes para atender a las características particulares de los estudiantes, no todos lograron cosificar estas ideas en sus planeaciones precisamente por la falta de formación didáctica y pedagógica, motivo por el que les pareció muy complejo intentar plasmar todas estas discusiones en una guía de trabajo por

diversos motivos como: tiempo, modalidad de trabajo, recursos insuficientes, contexto de educación virtual, entre otras dificultades.

4.1.2 *Proceso de reflexión en la acción sin intervención*

Una vez realizadas las planeaciones de clase o guías de trabajo se propuso a los profesores implementarla, para observar cómo ellos atendían a las características particulares de sus estudiantes en clase de matemáticas, qué actividades y recursos utilizaban para alcanzar el objetivo propuesto, conocer la relación docente-estudiante, principalmente con quienes tienen síndrome de Down, discapacidad auditiva, TDAH, entre otras discapacidades e indagar sobre las adaptaciones que surgieron en el accionar y que no fueron prevista.

Posterior a la planeación cada profesor compartió su información según sus modalidades de trabajo, Karla envió el chat de grupo de WhatsApp de sus estudiantes y respuestas dadas a las guías; Lina, Héctor, Sonia y Libia enviaron videgrabaciones de clase y respuestas de los estudiantes; Adela y Jesús solo compartieron respuestas de sus estudiantes; y Leonardo únicamente compartió videos de clase. Lo anterior muestra que, todos los profesores buscaron diversas estrategias para hacer accesible y comprensible la información disminuyendo así las dificultades por las cuales transitaron los docentes entre educación presencial y virtual.

El principal recurso usado por los profesores para mantener el diálogo con los educandos fue el WhatsApp y las guías de trabajo, especialmente para quienes vivían en el sector rural que por falta de red wifi no podían unirse a clases virtuales, pero si podían comunicarse por este medio al tener un paquete de datos. Al respecto Acosta, Ordoñez y Oviedo (2022) y Herrera (2020) resaltan que el WhatsApp dio resultados satisfactorios con relación a la facilidad de acceso a la información y el proceso educativo durante la pandemia.

El WhatsApp y las guías de trabajo también fueron relevantes para toda la comunidad educativa porque flexibilizó el uso de recursos permitiendo dar continuidad a las clases y mitigar las barreras de comunicación generadas, principalmente a quienes viven en zonas apartadas del país como zonas rurales. Lo descrito muestra que los profesores significaron la necesidad de implementar el principio I del DUA relacionado con hacer accesible la información que según Pastor, Sánchez y Zubillaga (2011) es fundamental para atender la diversidad del alumnado.

Se destaca que a pesar de usar diversas estrategias hay una población altamente afectada por estas modalidades de trabajo y fueron precisamente los estudiantes con discapacidad, porque el trabajo en casa llevaba a que ellos se distrajeran con mayor frecuencia al tener a su alcance muchos recursos que no hacían parte del proceso educativo, así lo resaltan profesores de la CoP.

Al respecto Itzel y Pinto (2022) y Park, Bouck y Fisher (2021) mencionan que algunas dificultades por las cuales transitaron los estudiantes con discapacidad se relacionan con: el desarrollo de estrategias didácticas desde las matemáticas con el uso de tecnologías, no relación entre el currículo y los recursos utilizados según las necesidades y contexto del estudiante, falta de trabajo colaborativo entre padres, docentes y especialistas, adaptaciones curriculares superficiales.

Lo anterior, es consecuencia de una diversidad de barreras y limitaciones relacionadas principalmente con los problemas de accesibilidad a la web, recursos tecnológicos, dificultades de adaptación a la nueva modalidad, falta de caracterización de los estudiantes, entre otras. Lo descrito también se presentó en la CoP, como se exhibe en el Episodio 9.

Adela: yo trabajo en un colegio oficial y fuera de eso rural, para mí la virtualidad ha sido un impedimento muy grande, para mí ha sido muy difícil conocer los estudiantes y caracterizarlos, por las limitaciones que tengo con respecto a la conectividad en la parte rural es, bien, bien difícil, la mayoría de las familias tiene solo un celular y la mayoría de las veces se los llevan los papás al trabajo. Por no tener esta caracterización me es muy difícil adaptar situaciones a mis estudiantes.

Episodio 9

A continuación, se presentan algunas reflexiones y significados negociados por los profesores sobre el pensamiento didáctico, orquestal y matemático emergentes de las puestas en escenas e interacciones de los profesores en la CoP. En la implementación de clase los profesores intentaron seguir sus esquemas de trabajo, pero, no todos lo lograron, debido a dificultades conceptuales o porque las estrategias y recursos fueron insuficientes para promover la actividad matemática esperada, llevando a desviar el objetivo de la clase o agregar otros objetos no previstos.

Un accionar en común de los profesores fue iniciar su planeación como se había previsto e implementarla según la organización del proceso de reflexión anterior, es decir, las actividades propuestas se realizaron en el aula sin adaptación a las características de los estudiantes, estas se desarrollaron de manera común e igual para todos. Algunas flexibilizaciones dada a los educandos estuvieron relacionadas con la cantidad de ejercicios y tiempo destinado. Por lo anterior, se puede deducir que en el actuar los profesores poco reflexionaron sobre el *pensamiento didáctico*.

Desde las adaptaciones curriculares la mayoría de los profesores no realizaron ajustes significativos al objeto de estudio, es decir, el contenido matemático fue estudiado igual para todos. No obstante, la profesora Lina tenía en su aula un estudiante con síndrome de Down y dado que con él debía trabajar actividades con diferentes objetos matemáticos (no correspondientes al grado escolar de sus pares), trabajaban con él en horarios diferentes y las actividades las orientaba el docente de apoyo con el material proporcionado por Lina. El suceso anterior probablemente se dio por la falta de reflexión sobre como estudiar un mismo objeto matemático en diferentes niveles de complejidad según las características de los estudiantes, como se presenta en CAST (2011).

Se destaca que Lina significó la importancia de ser un poco más expresiva, recursiva y por ello orientaba la clase de manera más dinámica, buscaba alternativas que motivaran a los estudiantes, enfatizó en la importancia de usar diferentes formas para acercar el conocimiento

matemático, como lo propone Parada (2011), mediante el uso de ejemplos, contraejemplos, explicaciones detalladas, ilustraciones, explicación pausada y detallada, entre otras.

Algunas flexibilizaciones en común de los profesores para atender a las particularidades de sus estudiantes y que surgieron por la educación virtual fueron: brindar mayor tiempo y acompañamiento a los educandos, indagar sobre el objeto de estudio mediante preguntas, captar y mantener el interés de los estudiantes, esto desde la perspectiva de Bautista, Mantilla y Parada (2008). Lo anterior, fue un logro alcanzado por los profesores en la CoP porque comprendieron, después de varias discusiones, que no todos los estudiantes tienen el mismo ritmo y estilo de aprendizaje, por ello se requiere de otras alternativas para hacer comprensible la información.

Otro aspecto importante por resaltar y que se evidenció en la práctica de algunos profesores, fue la importancia que ellos dieron al proceso comunicativo, permitiendo así a los estudiantes expresar sus ideas, convirtiéndolos en promotores del proceso de comunicación en la clase, lo que les permitió comprender y conectar diversas representaciones matemáticas de un objeto de estudio, además, ofrece a los estudiantes oportunidades para que piense a través de los problemas, formule, explique y argumente sobre las situaciones propuestas, MEN (1998).

En la implementación de la clase se pudo observar que los profesores procuraban comprender y responder a las dudas de los estudiantes y si surgía algún error, este no era tomado como burla, por el contrario, se aprovechaba y se consideraba como momento de aprendizaje para reflexionar. Un ejemplo de ello se presenta en la clase del profesor Héctor, en el Episodio 10.

Héctor: Si aparece 7^2 ¿cuánto sería? ¿cuánto me da 7 multiplicado dos veces?

Estudiante: $7^2 = 14$

Héctor: No, recuerda que es 7 multiplicado dos veces, es decir, 7×7

Estudiante: mm ya profe, es $7 \times 7 = 49$

Héctor: Exacto, recuerden es multiplicar el mismo número dos veces”

Episodio 10

En el fragmento anterior se observa que Héctor no toma el error para juzgar al estudiante, por el contrario, lo toma como un medio para reforzar conocimientos y a su vez explicar detalladamente un objeto de estudio, llevando así a una mejor comprensión de este. Al respecto, Guerrero, Castillo, Chamorro, Isaza (2013) resaltan que las equivocaciones de los estudiantes deben ser tomados como un proceso de aprendizaje, que al dársele un buen manejo contribuye en los estudiantes para generar un aprendizaje significativo. El Episodio 10 también muestra que el profesor reflexiona sobre su *pensamiento matemático y orquestal* dando claridad al lenguaje matemático utilizado y señalando la definición de potenciación.

En cuanto al pensamiento matemático se evidenció que algunos profesores no tienen dominio conceptual sobre el objeto de estudio, situación que ha llevado a la confusión del lenguaje matemático por parte de los docentes y a complejizar el entendimiento de este. Al respecto Sastre y D'Andrea (2016) resaltan que desconocer el lenguaje matemático lleva a la posibilidad de crear en los estudiantes errores conceptuales y de interpretación que pueden afectar en la comprensión de nuevos conceptos, no asociando los diferentes objetos de estudio. Lo anterior se ejemplifica mediante el accionar del profesor Héctor, quién en ocasiones se refiere a la potencia igual que a la potenciación, situación que puede llevar a la confusión de los estudiantes y más si tienen alguna dificultad para el aprendizaje en matemáticas, por atribuir a objetos diferentes un mismo significado (ver Episodio 11 frases subrayadas).

Héctor: Las potenciaciones tienen algo que se llama base, algo que se llama exponente y algo que se llama potencia. ¿Si recuerdan que eso lo vimos?

Est: Si señor.

Héctor: Entonces lo que debemos aprender hoy, es que hay unas propiedades de las potencias que es importante que ustedes las manejen, voy a explicar una a una. Así como voy a hablar de las propiedades de las potencias, voy a hablar de las propiedades de las raíces [...]

Episodio 11

Por otra parte, Héctor no hace evidente a los estudiantes las diferentes notaciones de un mismo objeto matemático, hecho que lleva a la confusión de ellos en las actividades a realizar, pues se refiere a la división usando $(/)$, $(\div)$ $(\frac{a}{b})$ sin mencionarles esta notación.

Estudiante: profe en el problema $(7^3 \cdot 7 : 7^2)$ eso es una división o ¿qué es?

Héctor: Muy bien, ehh.... Es multiplicación y división

Estudiante: ummm profe, es que quedé perdida. No sabía que era eso, me confunde

Episodio 12

Con los resultados mencionados se puede identificar una gran dificultad que presentan los docentes sobre la concepción de los objetos matemáticos de estudio, de los cuales no se realizó alguna adaptación de acuerdo con las características de los estudiantes. Este hecho para la investigación fue relevante, porque si este actuar confundía a los estudiantes “promedio” más aún podría confundir a quien su capacidad, ritmo y estilo de aprendizaje es menor que el de sus pares.

Por lo anterior, surge como interés y necesidad trabajar con los profesores sobre la comprensión del objeto matemático de estudio en el proceso de reflexión con intervención, con el fin de mitigar y prever algunas dificultades. También, surge la importancia de pensar en promover actividad matemática particularizada, acorde a las características de los estudiantes, pues al hacerlo de forma “tradicional” no se estaría hablando de inclusión, por no tener en cuenta a los estudiantes que su ritmo y estilo de aprendizaje es menor o mayor comparado con sus pares.

Por otra parte, como se mostró al inicio de este capítulo los profesores habían seleccionado diversos recursos para promover la actividad matemática, no obstante, en el accionar algunos de ellos no tuvieron en cuenta estos recursos, por el contrario, añadieron otros que no se tenían previstos y que desviaron el objetivo propuesto para la clase. Por ejemplo, Libia utilizó el software de GeoGebra para trabajar áreas y perímetros, pero no lo había contemplado de manera directa en su guía de trabajo y Héctor implementó videos de YouTube sin realizar un análisis previo de estos.

Héctor proyectó algunos videos de YouTube referentes a las propiedades de la potenciación, sin embargo, el nivel de complejidad no era adecuado para los estudiantes de grado sexto, dado que enfatizaban en las propiedades a partir de lo general (usando variables) y no de casos particulares, y usaban un conjunto numérico desconocido para los estudiantes. Además, al preguntarse al profesor sobre la manera en que seleccionó estos videos, se evidencia que no hubo un proceso de reflexión para elegirlos, no centró su atención en el objeto matemático y tampoco en las particularidades de los estudiantes, lo anterior se muestra en el Episodio 13.

Héctor: Los videos fueron seleccionados porque me gustaron, por la claridad en que se presenta el lenguaje, el audio, la imagen, el orden, eso que al momento de una orientación permite visualizar mejor lo que se está tratando de aprender, tal vez a futuro reflexionaría un poco más sobre si es esto es lo que quiero enseñar, o con esto es suficiente para que los niños se apropien del nuevo objeto de estudio.

Episodio 13

Otro aspecto por resaltar y que se evidenció en la práctica común de los profesores fue que las preguntas realizadas a los estudiantes durante la implementación de la clase, no era lo suficientemente claras y por ende en ocasiones había confusión por parte de ellos sobre la manera de resolver una situación problema propuesta. Además, esto dificultó aún más la comprensión de la pregunta en los estudiantes que su ritmo de aprendizaje no iba a la par de sus compañeros, sino era menor, porque eran frases largas, algunas incompletas que no permitían entender lo solicitado.

En el accionar de los profesores se observó que no hay exclusión en la clase en cuanto a un lenguaje inadecuado o segregación de los estudiantes por sus características particulares, por el contrario, los profesores han intentado atenderlos e involucrarlos en más actividades propuestas colocando en práctica acciones desde su misma experiencia, más que desde un proceso formativo, pues la falta de formación sobre la atención a la diversidad es aún vigente en las instituciones, siendo esta una de las primeras confrontaciones con las que ellos se encontraron. Por otra parte,

desde Wenger (1998), se puede decir que los profesores han tenido un repertorio compartido usando las palabras adecuadas con relación a las terminologías utilizadas en educación inclusiva.

4.1.3 *Proceso de reflexión sobre la acción sin intervención*

En este apartado se describe a nivel general el proceso de reflexión sobre la acción realizado por los miembros de la CoP, el cual se dividió en dos momentos:

- (i) Reflexión individual del profesor: el objetivo principal fue escuchar la reflexión de los docentes sobre la actividad planeada y la forma en como ésta se había desarrollado teniendo en cuenta las características particulares de sus estudiantes. Por tanto, cada profesor planeó una exposición entre 20-30 minutos donde exhibieron episodios de clase que consideraban importantes porque permitieron o no promover actividad matemática y mostraron algunas dificultades de su accionar que no permitieron atender la diversidad de estudiantes.
- (ii) Reflexión guiada por la investigadora: la investigadora redactó algunas preguntas acordes a ciertos episodios de las clases de los profesores para que ellos se vieran en su accionar y así reflexionaran sobre su práctica pedagógica. Las preguntas y episodios fueron expuestos mediante un Power Point en un encuentro virtual entre profesor(a) y moderadora. Las preguntas se relacionaron con: actividad matemática planeada y lograda, dificultades no previstas, adaptaciones realizadas, uso del lenguaje matemático, recursos implementados y pertinencia de las actividades propuestas para atender la diversidad de estudiantes en clase.

Respecto al proceso de reflexión individual los profesores manifestaron que fue muy difícil reflexionar sobre su propia práctica, porque muy rara vez se detenían a observar sus clases para identificar aspectos positivos o negativos de la misma (ver Episodio 14). En consecuencia, solo ocho profesores que implementaron su planeación reflexionaron sobre su accionar en el aula.

Héctor: yo la verdad muy pocas veces me doy la oportunidad de reflexionar frente a lo que hago, tiene que ser algo que me haya marcado mucho en la clase para decir en la próxima clase mejor.

Episodio 14

Por otra parte, a partir del intercambio de experiencias de los miembros de la CoP y el proceso de reflexión realizado por cada uno de ellos, se considera que hubo negociación de significados respecto a la manera de presentar su exposición. Por ejemplo, la primera profesora que presentó su reflexión no describió la población con quienes trabajó, contrario a la segunda profesora y a partir de ella fue un elemento que todos los demás profesores cosificaron en sus diapositivas y discurso. Situación similar a la descrita sucedió con la forma en que exhibieron la actividad matemática promovida, recursos usados y respuestas de los estudiantes.

De lo anterior los profesores significaron y cosificaron en su proceso de reflexión individual las siguientes preguntas que actuaron como orientadoras: ¿con quién se implementó la clase?, ¿qué y cómo planeé mi clase?, ¿qué logré?, ¿qué mejoraría? y ¿diseñé pensando en todos mis estudiantes? Así mismo, algunos profesores reflexionaron sobre: la actividad matemática a promover, los presaberes de los estudiantes, los objetos matemáticos de estudio, los ritmos de aprendizaje, adaptaciones significativas y no significativas realizadas.

En este proceso de reflexión los profesores compartieron sus presentaciones en Power Point que contenían: la guía de trabajo, diálogos de la clase, fotos de la institución en la cual laboraban (para contextualizar a la CoP), respuestas de estudiantes a las actividades propuestas y la manera en cómo abordaron algunas situaciones que ocurrieron en el aula y no tenían previstas.

Los ocho profesores que cumplieron con este proceso mencionaron que habían promovido la actividad matemática como se había previsto, porque los estudiantes resolvieron las guías de trabajo (Episodio 15). Es decir, la atención se centró en determinar respuestas correctas e incorrectas. También reflexionaron sobre el incumplimiento del objetivo de clase con todos sus

estudiantes debido a las dificultades para hacer accesible y comprensible el objeto de estudio, por no conocer las características particulares de los estudiantes y complejidad del objeto matemático.

Sonia: Comparto algunas imágenes donde me enfoco en el proceso procedimental y que efectivamente la mayoría de las estudiantes lograron responder las preguntas cómo: identificar cuál era el título de la gráfica, la escala y obtener de ahí alguna información, aquí pues algunas evidencias de eso. (Presenta respuesta de algunos estudiantes)

Episodio 15

Respecto al *pensamiento matemático* los profesores reflexionaron constantemente sobre sus conocimientos matemáticos y el lenguaje utilizado, un ejemplo de lo anterior se evidencia con Héctor, recuérdese que él constantemente confundía potencia con potenciación, sin embargo, él no había notado que esta dificultad podía llevar a confundir a los estudiantes, fue solo en la reflexión guiada cuando a través de las preguntas realizadas él logró identificar dicha situación y la consideró un aspecto por mejorar en su práctica docente, al respecto el docente menciona:

M: ¿Qué aprendizajes te llevas de este proceso de reflexión?

Héctor: resalto la importancia del lenguaje matemático utilizado, que nuestras expresiones no generen en nuestros estudiantes confusión al momento de si es potencia, si es potenciación, si es logaritmo o logaritmación, etc. Eso me pareció fundamental y he tratado de practicarlo para ser más preciso con los chicos y de que no se enreden con esas palabras. Este aspecto me pareció muy importante y me marco para mi práctica, porque uno en la cotidianidad no se da cuenta de eso.

Héctor: Desde la parte matemática creo que debo seguir estudiando el lenguaje matemático, me parece muy valioso lo que observamos y desde la parte didáctica considero fundamental darme la oportunidad de escuchar a más niños y frente a los recursos buscar situaciones que me ayuden a aterrizar las ideas según lo que estemos trabajando para no dar espacios a ambigüedades

Episodio 16

Este proceso de reflexión guiado permitió a Héctor significar la importancia de que el lenguaje matemático usado para la comprensión del objeto matemático de estudio sea claro, pertinente, sin ambigüedades y acorde a lo que se quiere enseñar, y a las características de sus estudiantes, porque el mal uso del lenguaje matemático puede causar la incompreensión del contenido que se está abordando ya que no todos los estudiantes aprenden de manera igual.

Al respecto Puga, Rodríguez y Toledo (2016) resaltan que el lenguaje matemático adecuado es fundamental para lograr el aprendizaje en los estudiantes y el desconocimiento de este por parte del profesor podrá ocasionar una concepción errónea del objeto de estudio que se enseña.

Respecto al *pensamiento orquestal* los profesores en sus presentaciones resaltaron que los recursos más usados fueron guías, libros de texto, video tutoriales, gráficas, talleres, entre otros que les permitió desarrollarse plenamente en su actuar, situación que era de esperarse por la modalidad de educación virtual en la cual se desarrolló este proceso de reflexión. Es importante mencionar, que las plataformas digitales se convirtieron en un aliado muy importante en el accionar de los profesores esto por la época de pandemia, al respecto Karla destaca:

M: ¿Qué recursos implementaron en sus clases para atender a todos los estudiantes?

Karla: Bueno, respecto a las estrategias metodológicas y la flexibilización, por todo este proceso del COVID y los cambios que hubo por la modalidad de trabajo, nosotros en nuestra institución hacíamos entregas de evidencias quincenal, esas evidencias se entrega por grupos de WhatsApp, yo los tengo por mi materia, tengo un grupo general de dirección del grupo y cada profe crea su grupo por el WhatsApp con cada nivel, por ejemplo, tengo un grupo de WhatsApp de matemáticas 8°-1 y otro grupo de WhatsApp de 8°-2, también habilitó un correo electrónico, pero realmente los chicos no envían por el correo electrónico, sino usan el WhatsApp para estas evidencias, como son fotográficas o hacen un documento en PDF de lo que ellos tengan y envían

Episodio 17

El Episodio 17 muestra como los profesores buscaron diferentes formas de comunicar y acercar la información a sus estudiantes a pesar de las diversas situaciones y barreras presentadas a causa de la educación virtual. Esto es una forma de atender a las diferentes características particulares de los estudiantes que pueden emerger en el aula, pues aquí se presenta una barrera para el aprendizaje enorme y es precisamente la comunicación de estos objetos matemáticos. Al respecto Pastor, Sánchez y Zubillaga (2011) resaltan la importancia de hacer accesible y comprensible la información de sus estudiantes.

Es importante también señalar que respecto a los recursos utilizados, estos no siempre fueron sujetos a reflexión, es decir, eran seleccionados porque los profesores creían que sería útil

y coadyuvaría en la comprensión del objeto de estudio, pero no por una revisión exhaustiva de como contribuía este en la actividad matemática a promover. Esta situación llevó a que en el proceso de reflexión con intervención se reflexionara sobre el cómo, cuándo, dónde y porqué utilizar un recurso y no otro, como menciona Parada (2011) no es proporcionar una gama de recursos a los estudiantes sin que estos estén relacionado con la actividad matemática a promover.

Con relación al *pensamiento didáctico* la mayoría de los profesores al responder la pregunta ¿El diseño de la guía de trabajo fue pensada para todos los estudiantes? dieron a conocer que las guías no habían sido pensadas en las características de todos los estudiantes, pues en varias de ellas no habían realizado ningún tipo de adaptación y flexibilizaciones tanto a los recursos como al objeto matemático. También resaltaron que una de las dificultades presentadas para alcanzar con plenitud la actividad matemática propuesta fue consecuencia de la no revisión bibliográfica sobre los obstáculos que pueden presentar los estudiantes en la comprensión de un objeto matemático.

Para responder la pregunta anterior, en este proceso de reflexión solo Sonia negoció y cosificó en su exposición que no había planeado pensando en todos los estudiantes porque no consideró los principios del DUA y sus pautas como estrategias a implementar en el aula para atender a las características particulares de los alumnos, sobre esto se profundiza en el capítulo 5.

Como resultado del proceso de reflexión individual y guiado la moderadora vio la necesidad de organizar conferencias y talleres en el proceso de reflexión con intervención, para que el profesor indagará sobre el contenido matemático a enseñar, analizara las actividades propuestas y realizara revisión bibliográfica para fortalecer los conocimientos matemáticos y de esta manera adaptarlos y flexibilizarlos a las características de los estudiantes.

Aquí la mayoría de los profesores centraron su atención en las dinámicas de trabajo que habían implementado en sus aulas y los diferentes cambios que tuvieron que realizar a sus

metodologías de trabajo, esto dado que la época de enseñanza cambio notoriamente por la pandemia. Así mismo, los profesores significaron la forma en que ellos usaban los recursos y estrategias para intentar incluir a todos los estudiantes en la actividad matemática que se quería promover, no obstante, manifestaron que todo lo hacían desde lo empírico más que por un proceso formativo, porque al hablar de inclusión escolar las instituciones no brindan mayores directrices.

Durante el proceso de reflexión sin intervención los profesores a partir de la experiencia de aula de sus colegas manifestaron que eran espacios que permitían enriquecer la práctica docente, porque aprendían nuevas estrategias y recursos para incursionarlas en su práctica pedagógica. Hecho que se ve reflejado en el proceso de reflexión con intervención realizado (ver apartado 4.2).

El proceso de reflexión guiado mostró que los profesores significaron la importancia de tener una actitud más crítica y reflexiva sobre su práctica profesional, porque esto les permite mejorar su quehacer docente mediante: identificar momentos de la clase que llevaron a desviar el objetivo propuesto, establecer que los recursos fueron insuficientes para promover la actividad matemática, reconocer que los problemas o ejercicios no eran pensados en las características particulares de todos su estudiantes, lo anterior se exhibe en el Episodio 18 y Episodio 19.

Héctor Este espacio es muy enriquecedor, no siempre nos damos la oportunidad de que alguien nos acompañe y nos diga, mira revisemos esto, esto otro, sería interesante analizar esto, revisemos como dijimos esto. Esto nos permite mejorar nuestras prácticas educativas todos los días, de aquí en adelante tengo más claro como reflexionar, y valoro mucho el tiempo por analizar todos estos detalles, porque uno en la cotidianidad no se da cuenta de la importancia del manejo del lenguaje y más cuando tratamos estudiantes con alguna necesidad educativa [...] Considero muy importante este proceso, porque nos hace mejores maestros y los más beneficiados son los estudiantes.

Episodio 18

M: ¿profe cómo te sentiste con este proceso de reflexión?

Sonia: yo feliz la verdad todo lo que tenga que ver con esto me hace feliz, el tiempo se me pasa volando llevo una hora y quince aquí sentada y no lo siento, me gusta conversar sobre este tema. Me gusta pues revisar lo que hago para ver si puedo mejorarlo. Definitivamente voy a tener en cuenta ver los videos antes de mandarlos completos así me dé pereza, porque pues a veces me da

pereza digo si yo ya lo grabé para que lo vuelvo a ver, pero eso no puede volver a pasar. Aparte podría mejorar mucho esta guía entonces feliz de este encuentro y pues agradecida con usted.

Episodio 19

Finalmente, este proceso de reflexión sin intervención permitió identificar dos categorías de análisis que emergieron de los intereses de los profesores por implementar el DUA en clase de matemáticas como una estrategia para atender a la diversidad de estudiantes, estas categorías están asociadas a los dos primeros principios del DUA adaptadas a las matemáticas: (i) Múltiples representaciones en Matemáticas para atender la diversidad del aula (ii) Múltiples expresiones en Matemáticas para atender la diversidad del aula

La primera categoría se conecta con proporcionar diferentes opciones para percibir la información a través de medios auditivos, visuales, táctiles que se asocia de manera indirecta a los diferentes recursos y representaciones de un mismo objeto matemático, también se asocia al lenguaje matemático, símbolos utilizados y conocimientos previos de los estudiantes. La segunda categoría se relaciona con las múltiples formas que el docente propone para que los estudiantes expresen sus ideas, se comuniquen con sus estudiantes, incorporar apoyos y estrategias adaptables y flexibles que sean graduales a las características particulares de los estudiantes.

4.1.4 Significados negociados y cosificados del PRSI y DCoPM

Teniendo en cuenta que según Wenger (1998) la CoP es un grupo de personas con intereses en común, se realizaron conferencias pensando en los intereses de los profesores, mismos que surgieron del proceso de reflexión sin intervención. Por lo anterior, se realizaron cinco conferencias con expertos nacionales las cuales se dieron una vez los profesores ya habían planeado e implementado su clase, estas conferencias se describen brevemente a continuación porque fueron importantes para la presentación de los significados negociados que se presentan en los capítulos 5 y 6 que corresponden al análisis.

1. La primera conferencia se tituló “El papel de la reflexión en la formación permanente de profesores de matemáticas” dirigida por la Dra. Sandra Parada³, quién ha trabajado durante varios años en formación de profesores. En esta charla se discutió sobre el significado de “reflexión” y su incidencia en el desarrollo profesional de los maestros. Posteriormente, se expuso el modelo R-y-A de Parada (2011) para orientar a los profesores alrededor de los procesos de reflexión antes, durante y después de la clase sobre su pensamiento reflexivo.

También, se brindó información acerca de algunas herramientas como rutas cognitivas, videos de clase, caracterización de los estudiantes, guías de trabajo, entre otras, que permitieran al profesor seguir su proceso de reflexión. Finalmente, se presentó un ejemplo del modelo aplicado a un profesor mexicano, para mostrar algunos significados negociados a partir de las interacciones y aprendizajes de la CoP que lo llevaron a transformar su práctica profesional.

Esta conferencia fue importante porque algunos profesores manifestaron que pocas veces se detenían a observar su clase para hacer un proceso de reflexión y así identificar dificultades que podrían ser mejoradas, ya sea desde la parte conceptual de las matemáticas o por el uso de recursos, metodologías, estrategias para favorecer el aprendizaje de todos los estudiantes. Esta misma charla llevó a los profesores a identificar que en ocasiones ellos reflexionaban sobre su práctica pedagógica, al planear sus clases teniendo en cuenta una revisión bibliográfica sobre el objeto matemático a trabajar que le permitía elegir los recursos para hacer comprensible y accesible la información, y finalmente porque identificaban aspectos de la clase que no se tenían previstos.

Leticia: A través de las charlas y encuentros en esta comunidad de práctica, puedo decir que reflexiono sobre mi práctica docente. Porque antes de preparar un plan de clase, reflexiono sobre el objeto matemático; cómo abordarlo y lo relaciono con el entorno de mis estudiantes. Inicialmente reviso mis anteriores guías de trabajo para observar si es posible complementarla o cambiarla

³ Sandra Parada: Profesora Asociada de la UIS. Doctora en Ciencias, Especialidad Matemática Educativa del Departamento de Matemática Educativa del Centro de Investigación y de Estudios Avanzados del Instituto Politécnico Nacional (Cinvestav-IPN) en México D.F. Directora del proyecto de investigación que aquí se presenta.

totalmente. Para ello, busco libros actualizados, páginas interactivas, videos, tesis de grado para temas que no trabajo seguido como probabilidad

Episodio 20

El Episodio 20, muestra que Leticia realiza un proceso de reflexión para la acción al momento de planear su clase y buscar literatura referente al objeto de estudio, siendo esto un nuevo aprendizaje que la profesora ha logrado a partir de pertenecer a la CoP que emergió de la investigación que aquí se presenta.

2. La segunda conferencia estuvo orientada por Sonia, participante de la CoP, quién será tomada como profesora representativa de la CoP por su liderazgo y de quién se presenta en el capítulo 5 algunos significados negociados sobre la atención a la diversidad en clase de Matemáticas.

La charla tuvo tres propósitos: (i) presentar la formación que recibieron estudiantes de la licenciatura en matemáticas sobre la atención a la diversidad en clase de matemáticas, (ii) mostrar la importancia de la formación docente en atención a la diversidad en el aula de clase, y (iii) ejemplificar con algunas experiencias de aula este proceso de formación.

Respecto al primer propósito la expositora menciona que los estudiantes para profesores recibieron formación respecto a algunas normativas nacionales e internacionales en las que se promueve la inclusión escolar, entre ellas el decreto 366 de 2009, ley estatutaria 1618 de 2013, ley general de educación, la constitución política, orientaciones pedagógicas y didácticas que ofrece el Ministerio de Educación Nacional (MEN), entre otras normativas en las que se enfatiza realizar adaptaciones curriculares según las características particulares de los estudiantes.

El proceso de formación anterior se dio con el fin de que los estudiantes de la Licenciatura en Matemáticas realizaran un proyecto de aula en el que usaran los conocimientos adquiridos para: plantear una pregunta y objetivo de investigación, establecer una metodología, elegir un marco teórico y diseñar actividades para el estudio del objeto matemático que cada uno eligió, esto con la particularidad de que el diseño tenía que ser pensado sobre una NEE. Posteriormente, con los

resultados obtenidos los profesores realizaron sus análisis haciendo un comparativo entre lo planeado vs lo logrado para identificar si los objetivos, actividades, recursos y estrategias fueron acordes a los ritmos y estilos de aprendizaje del estudiante.

Con el fin de cumplir el segundo propósito de la charla Sonia resaltó algunos aspectos importantes que favorecieron este proceso de formación: (i) el lenguaje natural y matemático eran inclusivos, (ii) multiplicación de conocimiento, porque los profesores en formación compartían este nuevo aprendizaje con otros colegas dando a conocer que no todos los estudiantes aprenden de la misma manera y, (iii) desarrollar la creatividad para diseñar estrategias pensando en todos.

Para cumplir el tercer propósito Sonia mostró algunas actividades diseñadas por los profesores en formación, así mismo, ejemplificó el proceso de formación realizado por Gabriela (su caso de estudio) en el que observa la transformación de su práctica profesional, siendo sensible frente a la atención a la diversidad en clase de matemáticas.

La anterior charla llevó a que los profesores reflexionaran sobre su formación pedagógica alrededor de la inclusión en clase de matemáticas y estuvieran más abiertos a expresar sus inquietudes e inconformidades respecto a la falta de formación y apoyo que existe en las instituciones educativas respecto a la educación inclusiva, tal como se presenta en el Episodio 21.

Karla: mi institución no tiene acompañamiento ni de trabajo social, ni de psicología, solo envían a un administrativo más o menos finalizando el año a volvernó a leer el decreto, pero son las mismas políticas educativas, no se apersonan ni dan ejemplos concretos en el aula.

Episodio 21

Complementando lo anterior, otros profesores tienen una postura similar a la profesora Karla y viven con esta misma situación, por ende, cuando se les exige incluir en clase de matemáticas se sienten solos y sin un camino claro el cual seguir, por ende, su mejor estrategia es valerse de sus experiencias profesionales previas desde lo empírico. Ante dicha situación, Sonia presentó algunas estrategias que han sido tomadas desde su experiencia como docente e

investigadora y que han coadyuvado en su práctica pedagógica, siendo este un primer significado negociado por los profesores ya que intentan retomarlo posteriormente (capítulo 5 y 6).

3. La tercera charla fue producto de los intereses manifestados por los profesores sobre el DUA y el PIAR, por lo que fue necesario buscar una profesional experta en el tema que orientara la sesión. En esta conferencia se dialogó con los profesores sobre el decreto 1421, describiendo las adaptaciones curriculares, el PIAR y el DUA como estrategias de los ajustes razonables que se propone usar en el aula para atender a las necesidades particulares de cada estudiante.

Esta charla también resaltó la importancia de planear una clase pensando en las habilidades de todos y no en el estudiante promedio, motivo por el cual la expositora propuso que antes de consolidar alguna actividad primero se debe tener presente las características de las personas con quién se va a trabajar, posteriormente presentar el objeto matemático de estudio mediante diversas representaciones y buscar alternativas y recursos útiles para todos.

Después esta conferencia se encaminó en la explicación del DUA, sus pautas, principios y algunos ejemplos de cómo implementarlo en el aula. A partir de la misma, los profesores quedaron muy satisfechos porque habían aclarado algunas concepciones con relación al uso del DUA en una clase, no obstante, deseaban ver la aplicación en matemáticas lo cual no fue posible porque la profesional no contaba con conocimientos sólidos en esta disciplina. Lo anterior, muestra nuevamente la brecha que existe entre el docente de educación especial y el profesor de matemáticas, tal como lo exponen Bruno y Noda (2010), Aké (2015) y Pineda (2018).

4. La cuarta conferencia fue dirigida por la Dra. Daniela Soto⁴ y se tituló “caminar hacia la inclusión en clase de matemáticas”, la conferencia giró en torno a ¿qué es incluir en clase de

⁴ Daniela Soto: Experta Doctora en Ciencias en la especialidad Matemática Educativa. Centro de Investigación y de Estudios Avanzados del Instituto Politécnico Nacional. Departamento de Matemática Educativa, México. Codirectora de esta investigación.

matemáticas?, ¿cómo afecta el discurso matemático en la inclusión en clase de matemáticas?

Para esta última pregunta ejemplificó como el uso inadecuado del lenguaje matemático con relación a la potenciación generaba en los estudiantes incompreensión de este objeto de estudio.

5. La última conferencia de este proceso de reflexión fue orientada por otra profesional externa a la CoP y experta en Educación Especial. Se abrieron espacios de socialización entre la conferencista y los miembros de la comunidad, permitiendo así aclarar un poco más las normativas sobre la inclusión escolar en Colombia, porque la conferencia 3 dejó varias dudas e ideas inconclusas que llevaron a la confusión de los maestros.

En esta ocasión la expositora reflexionó sobre la importancia de estar formados para atender las diferentes Necesidades Educativas que se presentan en el aula, esto dado que en muchas ocasiones los profesores desconocen las características de sus estudiantes y por ello no logran incluirlos en las actividades propuestas. Posteriormente, se da claridad a los conceptos de diversidad y discapacidad para hablar de inclusión escolar, bajo los lineamientos que brinda el MEN (2006) y las entidades internacionales. Enfatizando en que las necesidades educativas son aquellas que afectan el proceso de aprendizaje de los estudiantes llevando al fracaso escolar, necesidades como: discapacidades, dificultades de aprendizaje, talentos excepcionales, entre otros.

La expositora mencionó que actualmente se está hablando de variabilidad, no obstante, desde el MEN (2017) esta terminología no ha sido implementada mediante algún documento oficial, motivo por el cual se sigue trabajando sobre la terminología de atender a la diversidad de estudiantes desde las discapacidades físicas, auditivas, visuales, intelectuales, psicosociales, múltiples, trastornos de déficit de atención por hiperactividad, trastornos específicos del aprendizaje, talentos excepcionales, diferencias culturales, religiosas, entre otras, como se presentan en el Sistema Integrado de Matricula (SIMAT), motivo por el que estas palabras fueron

privilegiada en la CoP, haciendo parte del repertorio compartido que resalta Wenger (1998). A su vez este se considera como un significado negociado por los miembros de la comunidad, porque se dio claridad al uso adecuado del lenguaje, favoreciendo así el respeto y reconocimiento del otro.

A partir del diálogo, la profesional expuso la importancia de conocer los intereses, habilidades, características de los estudiantes, aspectos familiares, clínico (impartido por un especialista) y la descripción que han dado los diferentes docentes que han orientado el proceso de aprendizaje del estudiante, para identificar ritmos y estilos de aprendizaje de ellos, pues este es fundamental para diseñar un plan de clase en el que se implemente el DUA.

En consecuencia de lo anterior, se estudia el DUA con mayor profundidad que la conferencia anterior y se dan algunos ejemplos que sirven a los profesores para sus futuras intervenciones de aula. No obstante, no se dio una mirada desde el campo disciplinar de interés (matemáticas), ya que las investigaciones alrededor del DUA y matemáticas han sido limitadas, pues es un campo fértil que hasta el momento se está explorando, situación que lleva a que el desconocimiento del profesor sobre dicho campo sea aún mayor.

Otra situación que llevó a la imposibilidad de relacionar el DUA con las matemáticas fue que la profesional del DUA no tenía un buen dominio en el contenido matemático y por ello integrar estas dos concepciones no fue posible, pero si se dio claridad en que es el DUA y como este se podría implementar en general en cualquier asignatura.

Dada las dos últimas conferencias y la imposibilidad de que las expertas relacionaran el DUA con las Matemáticas, fue necesario que las investigadoras (quién escribe y directora del proyecto) como moderadoras de la CoP se capacitaran sobre el DUA en clase de matemáticas, revisaran literatura e investigaciones en Educación Matemática para brindar mayor formación a

los profesores, como resultado se realizó en el proceso de reflexión con intervención (ver apartado 4.2) varias discusiones alrededor de ello y se presentaron ejemplos de aplicación en el aula.

Finalmente, es importante resaltar que un gran logro de este primer proceso de reflexión sin intervención fue el generar como producto de este proceso de formación un diplomado en Comunidades de Práctica de profesores de matemáticas, en términos de Wenger (1998) se refiere a la cosificación, pues los profesores hacen parte de la CoP y a su vez reciben un reconocimiento por sus contribuciones desde el marco del diplomado.

El diplomado siguió el mismo cronograma de actividades que la CoP había propuesto, no obstante, cuando era necesario tomar horas extras porque eran insuficientes las ya propuestas, estas se agregaban según disponibilidad de los profesores. El apoyo del DCoPM fue fundamental porque motivo aún más a los profesores y los llevó a que estuvieran más comprometidos. El DCoPM fue un resultado muy importante que emerge de la investigación, porque es un curso que queda a disposición de todos los profesores de matemáticas de la región que quieran formarse para atender la diversidad de estudiantes en clase de matemáticas.

En esta cohorte del diplomado participaron los profesores de la CoP de esta investigación y la CoP de una colega que realizaba su tesis de investigación de manera simultánea con profesores de la ruralidad (Barichara), con todos los profesores se trabajó en presencialidad remota, por el tiempo en el cual fueron desarrolladas las investigaciones (pandemia).

Finalmente, para dar continuidad al DCoPM desde el proceso de reflexión con intervención, se presentó el cronograma de trabajo (ver Apéndice C) a los profesores enfatizando en brindar formación sobre las pautas y principios del DUA con relación a las matemáticas, para luego planear una clase con el fin de que ellos colocaran en escena los significados negociados (en términos de aprendizaje) para la inclusión en clase de matemáticas.

4.2 Proceso de reflexión y acción con intervención alrededor de la atención a la diversidad en clase de matemáticas

El proceso de reflexión con intervención se desarrolló desde el 28 de julio hasta el 11 de diciembre de 2021 con cinco de los doce profesores que participaron del proceso de reflexión anterior. Los docentes que no continuaron en la CoP manifestaron las siguientes razones: interferencia horaria con otras actividades académicas, falta de tiempo porque el trabajo virtual los llevó a laborar extracurricularmente, y dificultad para conectarse por Zoom dado que algunos de ellos retornaron a la presencialidad y trabajaban en colegios rurales.

Este proceso de reflexión también estuvo altamente afectado por la contingencia por la COVID-19, porque algunas instituciones en estas fechas estuvieron avaladas para el retorno a la presencialidad, no obstante, estas ideas estuvieron en vaivén, pues unas semanas los profesores trabajaban en presencialidad, presencialidad remota y modalidad híbrida (presencialidad y presencialidad remotas), situación que dependía de diversos factores como: sector de la institución, aumento de contagios, aforo permitido y otros protocolos de bioseguridad.

En consecuencia, los estudiante y profesores se movilaron de una modalidad a otra dificultando así el trabajo continuo con ellos y la toma de datos. También, afectó el proceso de aprendizaje de los estudiantes pues el estudio de los objetos matemáticos se interrumpió constantemente por las pérdidas de horas de clase, que no permitió llevar a cabo algunas guías de trabajo realizadas por profesores en la CoP o a la implementación incompleta de estas. El objetivo principal de este proceso de reflexión fue brindar formación y acompañamiento a los profesores sobre algunas estrategias para atender la diversidad de estudiantes en clase de matemáticas. Este proceso siguió la misma metodología presentada en el apartado 4.1.

En esta ocasión también se realizaron planeaciones grupales e individuales, con el fin de que los profesores utilizaron los nuevos significados negociados, posteriormente se solicitó a los docentes implementarla y reflexionar sobre lo planeado vs lo logrado de manera individual y con la investigadora. A diferencia del proceso de reflexión anterior la moderadora si tomó parte activa durante todo el proceso de reflexión, ella brindó constante acompañamiento a los profesores mediante preguntas orientadoras que los llevara a pensar en actividad para todos, además contribuyó de manera directa con bibliografía para la realización de las planeaciones.

A continuación, se describen las conferencias del proceso de reflexión guiado que fueron referentes para que los profesores en su nueva planeación e implementación tuvieran en cuenta las características particulares, ritmos y estilos de aprendizaje de sus estudiantes. Así mismo, se resaltan algunos episodios importantes que emergieron del proceso de reflexión para, en y sobre la acción que dan cuenta de significados negociados y cosificados por los profesores.

4.2.1 Conferencias emergentes del proceso de reflexión con intervención y el DCoPM

A continuación, se describen las cuatro conferencias realizadas en este proceso de reflexión que fueron insumos para que los profesores reflexionaran y planearan una clase pensando en las características particulares de sus estudiantes, negociando algunos significados y cosificándolos en guías de trabajo, adaptación y flexibilización de los recursos y actividades propuestas.

1. La charla titulada reflexiones sobre el Diseño Universal Para el Aprendizaje (DUA): Una mirada desde las matemáticas, fue organizada por la moderadora y directora de esta investigación y se desarrolló en tres sesiones de dos horas cada una. Cabe resaltar que, los principios fueron abordados desde su globalidad como se presenta en MEN (2017) y desde su particularidad, es decir, desde las matemáticas que es el interés en esta investigación.

En la primera sesión se trabajó sobre el origen del DUA, las redes neuronales vinculadas al aprendizaje y sobre las tres pautas referentes al principio I: múltiples formas de representación. Para este primer principio se enfatizó sobre las diversas representaciones (tablas, gráficas, expresión algebraica, entre otros) de un objeto matemático con el fin de favorecer los estilos y ritmos de aprendizaje de cada estudiante. Para ello, se tomó como base teórica los aportes de Meyer, Rose y Gordon (2014), Pastor, Sánchez y Zubillaga (2011) y MEN (2017).

En la segunda sesión, se ahondó sobre el principio II, múltiples formas de acción y expresión y las tres pautas relacionadas con este principio. Aquí se reflexionó sobre: la importancia de permitir al estudiante diversas formas de comunicar sus soluciones y conocimientos adquiridos, caracterizar a los estudiantes para conocer sus estilos (mediante texto escrito, expresión oral, lectura, entre otros) y ritmos de aprendizaje.

En la última sesión se estudió el principio III, múltiples formas de implicación y sus tres pautas. Este principio se abordó de manera general porque corresponde a la motivación e interés de los estudiantes hacia el aprendizaje, enfatizando en diseñar actividades relacionadas con el contexto de los estudiantes, pensando en matemáticas útiles para la vida y estudiar un mismo objeto matemático en varios niveles de profundidad según las habilidades de los educandos.

Finalmente, la moderadora revisó, comprendió y analizó algunos artículos nacionales e internacionales en los que se ejemplificaba el uso del DUA en clase de Matemáticas, seleccionando investigaciones como las de Morocho (2020), Root, Cox, Saunders y Gilley (2020), Thomas, Garderen, Scheuermann y Lee (2015) y organizando algunas presentaciones con el fin de contextualizar el DUA desde este campo de interés y así brindar formación a los profesores sobre posibles estrategias que se pueden usar para atender la diversidad de estudiantes.

Algunas estrategias y adaptaciones que la moderadora dio a conocer fueron: (i) proponer objetivos que no generen barreras para el aprendizaje, (ii) usar lenguaje matemático claro, preciso y comprensible para todos, (iii) promover la comunicación entre estudiantes y profesor en lenguaje receptivo (leer y escuchar) y lenguaje expresivo (hablar y escribir).

2. Para la segunda conferencia se invitó a una profesional mexicana, la Dra. Claudia Méndez⁵ experta en trabajar con Comunidades Sordas, ella orientó la charla “Comunidad de conocimiento matemático de Sordos: lo matemático y la escuela”, que tuvo por objetivo principal comprender ¿qué es la Comunidad de conocimientos de Sordos? ¿cómo usa el conocimiento matemático el Sordo? ¿cuál es la funcionalidad del conocimiento matemático en la cotidianidad del joven Sordo?

Un aspecto fundamental que la investigadora resaltó en su conferencia fue la necesidad de que el profesor caracterice a sus estudiantes con el fin de conocer intereses, habilidades, dificultades y contextos en los que ellos se desarrollan, para tomarlos como base en el diseño de guías de trabajo que permitan promover la actividad matemática pensando en todos los estudiantes y no en uno pocos, al respecto la experta menciona:

Dra. Claudia Méndez: La educación está pensada para el grueso de la población, obviando la diversidad cultural de ésta, trivializando así una variedad de argumentaciones y formas distintas de ser y hacer [...] Cuando tenemos una diversidad de estudiantes y de argumentos no los podemos asumir, ni si quieramos leer, no tenemos una herramienta dentro de la escuela que nos permita identificar aprendizajes de la población diversa, porque tenemos una única cara de las matemáticas, por lo que debemos ampliar esta mirada desde los intereses y características de los estudiantes y desde la funcionalidad del conocimiento matemático en el cotidiano del joven sordo.

Episodio 22

En la conferencia también se reflexionó sobre ¿qué y cómo acercar a la Comunidad de Sordos el conocimiento matemático? ¿cómo evaluar el aprendizaje de la Comunidad Sorda?

⁵ Claudia Méndez: Doctora en Matemática Educativa por el Centro de Investigación y de Estudios Avanzados del Instituto Politécnico Nacional

Preguntas que motivaron a los profesores a comprender como construyen el conocimiento matemático cualquier estudiante tenga o no alguna discapacidad.

Otro aspecto por resaltar de la conferencia es, que al hablar de inclusión escolar muchas veces solo se presta atención en la forma de comunicarse con los estudiantes y recursos usados, sin embargo, se deja de lado la actividad matemática que estas comunidades necesitan para desenvolverse en un mundo laboral y social. Al respecto, la experta menciona que es fundamental conocer ¿qué matemática necesita aprender la Comunidad Sorda? Y para ello enfatiza en la importancia de proponer situaciones del entorno y útiles desde su cotidianidad, ver Episodio 23.

Dra. Claudia Méndez: Todo debe referirse a situaciones del entorno, por ejemplo, si un joven Sordo quiere hablar de lo alto que es el ropero va a hacer referencia a su propio cuerpo, conecta el ropero y su cuerpo, las distancias, lo corporal. Es decir, esta distancia es grande o pequeña [...] Podemos y debemos concentrarnos en el conocimiento matemático de los jóvenes, como construyen sus respuestas, como generan sus estrategias de solución, que recursos utilizan y que matemática para su vida se propone

Episodio 23

La Dra. Claudia en el Episodio 23 resalta que incluir la Comunidad Sorda en la educación no es solo llevar unos libros de texto expresados en lengua de señas, se debe conocer la forma de expresión de estos estudiantes para así tener en cuenta sus estilos de aprendizaje, además, se requiere de profundizar en el objeto matemático a enseñar de acuerdo con las características de la comunidad a quien se enseña, de cierta manera se está pensando en una actividad matemática particularizada para el estudiante, pues en ocasiones el profesor considera que las matemáticas son rígidas y estáticas, razón por la que se tiende a enseñar a todos igual.

3. La tercera charla se tituló “Reflexiones para atender la diversidad en clase de matemáticas:

Una mirada desde la UIS”, esta fue dirigida también por la Dra. Sandra Parada. La expositora compartió con los profesores la importancia de antes de planear una clase conocer las

habilidades y destrezas de sus estudiantes, porque no todos aprenden igual, cada uno tiene distintos ritmos y estilos de aprendizaje, al respecto ella menciona que:

Dra. Sandra: Si estamos hablando de atender a todos, reconozco que no todos aprendemos de la misma forma, por ende, también en el currículo se necesita reflexionar sobre esas formas como se va a evaluar y necesitamos conocer los intereses y características de nuestros estudiantes.

Episodio 24

En el Episodio 24 la Dra. Sandra expresa que una vez caracterizados los estudiantes donde el profesor conozca gustos, intereses, dificultades, destrezas, habilidades y otros aspectos del estudiante, si pensar en promover actividad matemática centrada en el contexto de ellos con el fin de captar su atención y de esta manera favorecer el estudio del objeto matemático seleccionado.

Por lo anterior, la profesional y su grupo de investigación presentan cuatro secuencias didácticas sobre un mismo un mismo objeto matemático, en las que varía solo el nivel de complejidad de la actividad matemática que se quería promover. Es decir, para una misma temática y conjunto de grados, se presentan actividades desde un nivel muy bajo a un nivel más complejo, para atender las características particulares de los educandos, esto atendiendo a Heredia (2019) y Gallego e Illescas (2017) quienes resaltan que existe por lo menos tres ritmos de aprendizaje: los estudiantes que tienen dificultades de aprendizaje, los alumnos que van a un ritmo común con sus compañeros y los educandos que tienen un ritmo de aprendizaje rápido.

La expositora coincide con las dos conferencias anteriores, al sugerir a los maestros diseñar actividades acordes al contexto en el que se desarrollan los estudiantes, de tal manera que se estudien las temáticas propuestas en los Estándares Básicos de Competencia en Matemáticas. Así mismo, propone que los diseños didácticos tengan cuatro momentos: introducir un nuevo objeto de estudio, matematización del objeto de estudio, afianzamiento de los saberes construidos, y actividades retadoras para valorar e identificar los aprendizajes alcanzados.

Finalmente, la expositora manifiesta que cada actividad diseñada debe tener dos características fundamentales: flexibilidad y adaptabilidad, puesto que no es el niño quién se adapta al currículo, sino el currículo se debe adaptar al niño, porque es el sujeto quién se está desarrollando y tiene sus particularidades, como lo propone MEN (2017, b)

Que el sistema educativo sea inclusivo implica que no es la persona la que se adapta a la escuela o a la educación, sino que es la escuela y la educación en general la que se diseña de manera universal, se flexibiliza, brinda apoyos y ajustes razonables de manera personalizada, para garantizar que los niños y las niñas con discapacidad puedan acceder, permanecer, ser promovidos, evaluados y participar en condiciones de igualdad (p.7).

Esta sesión culmina con la ejemplificación de un plan de clase que ella y su grupo de trabajo propusieron para estudiantes de 1°- 3° alrededor del pensamiento numérico, ver Figura 6.

Figura 6

Un plan de clase visto en cuatro niveles de complejidad en matemáticas

Coherencia horizontal: en el pensamiento numérico

Etapas Oruga

Colorea la bolsa que tenga más monedas.



Colorea la bolsa que tenga menos monedas.



Colorea las bolsas que tengan la misma cantidad.



Etapas Pupa

Compara los números y colorea la opción correcta.

Ejemplo:

4 mayor menor 2

4 mayor menor 2

— mayor menor —

— mayor menor —

Etapas Mariposa

El cecodrillo tragón

Había una vez un cecodrillo que estaba muy contento en el río Nilo. Era muy tragón y solo le gustaban las cosas grandes. Si por ejemplo se encontraba una cebra y un elefante, se comió al elefante, porque era más grande y gordo.

Un día pensó que quería ir a la escuela para convertirse en el cecodrillo más listo. Cuando llegó al colegio le empezó a entrar un hombre terrible, ¡casi se come a un compañero!

Un día la profesora explicó los números y pensó que podía comer. En ese momento en la pizarra estaban escritos el 4 y el 2. Él se comió el 4 porque era mayor.

Desde entonces el cecodrillo tragón solo come el número n.

Gracias a él, los niños saben siempre cuál es el número mayor.

Observa las diferentes posiciones del cecodrillo Aurelio.

Colorea el lado donde se ubicaría el número mayor.

Derecha

2

6

4



Izquierda

Vamos a ayudarlo a comer los números grandes, en los

Etapas Voladores

Sabías que...

Existen símbolos para comparar los números. Ellos son:

Menor que < Mayor que >

Igual que =

Usa el símbolo que corresponde para hacer la comparación.

Ejemplo: 100 < 1.000

500 _____ 200

2.000 _____ 10.000

5.000 _____ 50.000

100.000 _____ 10.000

500 _____ 50

2.000 _____ 20.000

Este ejemplo y propuesta de trabajo presentada por la Dra. Sandra fue muy bien valorada por los profesores (Episodio 25), porque ellos consideraron que esta es una herramienta

fundamental para atender a la diversidad de estudiantes en clase de matemáticas. Además, que se ofrecen estrategias muy claras y específicas para tener en cuenta los intereses y contextos de los alumnos, con el fin de involucrarlos en la actividad matemática que se quiere promover.

Sonia: cuando usted mencionaba este material yo pensaba y como se va a bordar todo si se supone que no hay una receta, ¿cómo se incluye a todos?, entonces gracias por la explicación porque ahí yo como docente a pesar que no hay receta para cada estudiante yo podría ubicar a cada uno de los estudiantes en estas etapas y tener en cuenta estos estudiantes que son sobresalientes y a veces los dejamos a un lado y que incluso esos chicos sobresalientes son quienes tienen dificultades de disciplina y terminan desertando por la misma indisciplina porque no damos un camino u enfoque.

Episodio 25

4. La última conferencia la orientó, la Dra. Teresa Parra⁶ de México y reflexionó sobre la diversidad cultural, para ello, expuso el trabajo realizado alrededor de los usos de la cantidad en una comunidad de conocimiento Hñähñu⁷: Del trueque y la curación al comercio de papel amate. Esta experiencia mostró la importancia de relacionar los saberes matemáticos locales y el conocimiento matemático de la escuela, con el fin de reconocer que hay saberes culturales matemáticos dependiendo de la comunidad en la que se esté trabajando y que a partir de estos saberes se puedan valorar los mismos conocimientos encontrados en la escuela.

Con base en lo anterior, se generaron las siguientes preguntas ¿cómo usan el conocimiento matemático los Hñähñu? ¿cómo usa la cantidad en el comercio del papel amate los Hñähñu? ¿cómo usaban la cantidad del papel amate como comercio? preguntas que llevaron a la investigadora a adentrarse en la comunidad, para conocer sus características, costumbres, lengua, forma de comunicarse e identificar las matemáticas inmersas en esta cultura, y así establecer las siguientes formas en que esta comunidad usa la cantidad de papel amate.

⁶ Teresa Parra: Es Doctorado en Ciencias en la Especialidad en Matemática Educativa por el Centro de Investigación y de Estudios Avanzados del Instituto Politécnico Nacional, Ciudad de México. Ha impartido cursos, ponencias y talleres en congresos nacionales e internacionales.

⁷ El Hñähñu es una lengua hablada en los estados del centro de México, con un gran número de hablantes actualmente. Los Hñähñu u otomíes son uno de los pueblos originarios de México más antiguos.

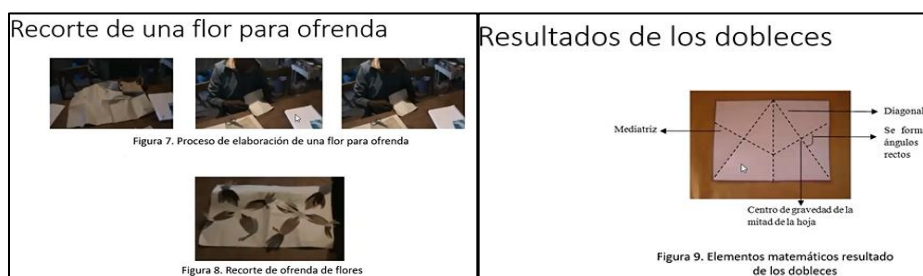
- a) Fines rituales, la cantidad es un elemento indispensable para el éxito de la curación, dado que en caso de su disminución podía fracasar la petición. Se resalta que la cantidad de papel amate podía variar en cuanto a la edad de la persona (adulto o niño).
- b) En el trueque, la cantidad es usada en función del bien común y del consumo de alimento, por ejemplo, las labores del campo se pagaban con maíz o frijol, se daba un cuartillo (unidad de medida de los Hñähñu), cantidad que dependía de si el lugar de trabajo era cercano (20 minutos caminando) o lejano. Es importante destacar que el valor de cada objeto no importaba al momento de hacer el trueque, pues la cantidad era la misma.

A partir de las características propias de la comunidad, se identificó que las personas con mayor edad pertenecientes a esta comunidad usaban medidas como cuartillo, pie, palma, no obstante, los jóvenes ya tenían impuestos en si el uso de medidas de longitud como cm, m, ml, dejando de lado aquellas que son propias del contexto y que se seguían usando.

- c) En el comercio la cantidad pasó a tener un fin diferente, pues dependiendo del grosor, cantidad de material, mano de obra, tiempo invertido al realizar un tejido era el costo del objeto. Por otra parte, la geometría también estuvo presente en esta cultura, en sus diseños realizados en el papel amate para los rituales, ventas, entre otros. Un ejemplo se observa en la Figura 7.

Figura 7

Geometría inmersa en una flor para ofrenda de la comunidad Hñähñu



Esta conferencia motivó a los profesores, a reflexionar sobre la importancia de diseñar o elegir situaciones matemáticas que estuviesen relacionadas con contextos de interés de los

estudiantes, para que la actividad matemática a promover no se viera forzada. Por el contrario, sea una matemática funcional, que permita cubrir las necesidades emergentes de la comunidad, dejando de lado la matemática estática, rígida y descontextualizada que se impone en el aula.

Así mismo, llevó a los profesores a no pensar en una actividad matemática dirigida solo al promedio de la población, sino pensar en la diversidad de estudiantes que pueden existir en el aula. Estos aprendizajes fueron consolidados por los profesores y se retomaron en el proceso de reflexión con intervención como se verá en los capítulos 5 y 6.

A continuación, se presentan algunas reflexiones y significados negociados por los profesores dentro de la CoP alrededor de los tres procesos de reflexión (antes, durante y después de la clase) y los tres pensamientos: matemático, orquestal y didáctico.

4.2.2 Reflexión para la acción con intervención alrededor de la atención a la diversidad

Este proceso de reflexión para la acción se centró en identificar algunos aprendizajes consolidados por los profesores alrededor de la atención a la diversidad en clase de matemáticas mediante la formación brindada a los miembros de la CoP, por medio de las conferencias, talleres, experiencias de aula, foros de discusión, entre otras actividades realizadas.

Para la planeación de clase se tenía previsto una sesión de 120 minutos, pero el tiempo fue insuficiente porque los profesores negociaron la importancia de primero caracterizar los estudiantes y hacer revisión bibliográfica de libros, artículos e investigaciones para luego si diseñar guías adaptables y flexibles a las particularidades de sus estudiantes. Por lo anterior, se realizaron dos sesiones extras de dos horas cada una, a la que solo asistió la profesora Sonia, Libia y Adela, por ende, en este encuentro se trabajó únicamente sobre la guía de potenciación para grado quinto.

En esta ocasión las planeaciones se realizaron de manera individual y grupal, obteniéndose dos planeaciones grupales completa (una completa sobre potenciación y la otra incompleta sobre

la elipse), y tres planeaciones individuales relacionadas con: la elipse, noción de derivada y ley combinada de los gases. En las planeaciones grupales cada profesor realizó los ajustes necesarios considerando las características de sus estudiantes y grado escolar en el que enseñaba.

Al igual que en la planeación del proceso de reflexión sin intervención se solicitó a los profesores responder a: ¿cuáles creen que son las dificultades que puede presentar un estudiante frente al objeto matemático que están trabajando?, ¿qué estrategias pedagógicas y didácticas han aplicado para superar las dificultades halladas? y ¿cuáles recursos considera usted que son los más apropiados para desarrollar la temática prevista con sus estudiantes?

Con lo anterior se esperaba que los profesores reflexionaran sobre su *pensamiento didáctico* alrededor de la importancia de planear una clase atendiendo a la diversidad de estudiantes y consideraran las dificultades que se pueden presentar cuando se estudia cierto objeto matemático de estudio, con el fin de prever algunas estrategias de solución ante dicha situación. Reflexiones que se lograron en los miembros de la CoP mediante las conferencias y foros significando así cuán importante es prever estrategias pedagógicas que coadyuven a la comprensión del objeto de estudio, como muestra en la Figura 8, acciones que no se vieron arduamente en el PRSI.

Figura 8

Reflexión de profesores sobre aspectos importantes antes de planear una clase

¿Cuáles creen que son las dificultades que pueden presentar un estudiante frente al objeto matemático que están trabajando?
- Se les dificulta representar coordenadas de puntos en el plano cartesiano. - Dificultad en entender las gráficas de la elipse y relacionarlas con las ecuaciones. - No comprenden las ecuaciones que representan las secciones cónicas, en específico la elipse y no saben como usarlo.
¿Qué estrategias pedagógicas y didácticas han aplicado para superar las dificultades halladas?
-Aplicar actividades que permitan comprender las gráficas y sus elementos. -Usar construcciones en geogebra 3D para entender el origen de las secciones cónicas, en específico la elipse. -Ejemplos asociados a su cotidianidad.

Otras reflexiones alrededor del *pensamiento didáctico* y que también surgieron del proceso de formación brindado a los miembros de la CoP (cuatro conferencias, foros y talleres), se da sobre

la importancia de planear las clases considerando las características de los estudiantes (ver Figura 9 y Episodio 26), con el fin de adaptar, flexibilizar y realizar ajustes razonables a las diferentes situaciones matemáticas de tal manera que estas sean accesibles y comprensibles a todos los alumnos según sus ritmos y estilos de aprendizaje. Al respecto, Echeverría (2022), Pineda (2018) y Parada (2011), consideran esta estrategia fundamental para atender la diversidad de estudiantes.

Las anteriores acciones no fueron altamente consideradas por los profesores en el proceso de reflexión sin intervención, por lo que se puede deducir que hubo negociación de significados en términos de Wenger (1998). Significados que fueron cosificados en las guías, como se presenta en la guía grupal sobre la elipse (Figura 10), porque atendían a los educandos que viven en el sector rural, urbano y que tienen alguna discapacidad o dificultad de aprendizaje.

Figura 9

Caracterización de los estudiantes, grupo de trabajo sobre la elipse

Grado décimo. Zona Rural	Estudiantes entre 14 y 16 años, con poca motivación para continuar sus estudios en pregrado. Son estudiantes que ayudan al trabajo de sus padres debido a las limitaciones económicas.
Grado Noveno (Institución que maneja curriculum avanzado) Zona Urbana	Estudiantes entre 15 y 18 años con pensamiento multicultural con el propósito de eliminación de prejuicios, de estereotipos y de la tolerancia a la diferencia. Educandos con TDAH -tiempo adicional -organizadores gráficos -organizados para visualizar las fechas de entrega - permitirles descansos o tiempo para que se levanten y muevan -refuerzo y retroalimentación positivos Síndrome de Down -Material concreto, -interacción social -utilizar técnicas de repaso como los bits de información -utilizar instructivos: son buenos observadores con pictogramas, dibujos o videos

Adela: Es una institución educativa de carácter oficial ubicada en el Centro Poblado de Acapulco en San Juan de Girón [...] La comunidad educativa está formada por familias trabajadoras, generalmente las personas que viven allí son trabajadoras del campo o empleadas de casa, los estudiantes en su gran mayoría no cuentan con el apoyo de sus padres pues estos carecen de estudios o no tienen tiempo para dedicar a los niños. Las expectativas de los estudiantes para continuar son muy bajas, ellos desean terminar sus estudios para salir a buscar trabajo [...] Tengo en el aula un estudiante con las siguientes características:

Figura 10*Caracterización de los estudiantes realizada por Adela*

Psicosocial	Dificultad para centrar la atención, mantenerla y seguir instrucciones
Cognitivo	Dificultad en la comprensión (mayor atención en comprensión de los límites)
Sistémica	Condición de salud, evitar estrés
Cognitivo	Dificultad Comprensión

Episodio 26

La situación manifestada por Adela en el Episodio 26 se consideran en investigaciones como las de Erreyes y Álvarez (2021), Rizzi (2018) quienes dan a conocer que en el sector rural ha sido difícil el acompañamiento por parte de los padres de familia en el proceso educativo de los estudiantes, porque algunos de ellos no cuentan con una preparación pedagógica y tienen escasos conocimientos científicos. En pandemia, esta situación fue más evidente por la modalidad de educación virtual, porque quienes acompañaban el proceso de los estudiantes tenían que cumplir con las labores propias del campo donde en ocasiones no existe un horario específico.

Otro significado negociado alrededor del *pensamiento didáctico* es que los profesores para la nueva planeación de su clase consideraron cuatro momentos de la clase, tal como se propuso en la conferencia de la Dra. Sandra, no necesariamente adoptando la terminología allí expuesta, pero si en esencia el propósito de cada una de ellas, porque los docentes consideraban que era una manera de poder aumentar o disminuir el nivel de complejidad en la actividad matemática que se está trabajando de acuerdo con las particulares de cada estudiante.

Se destaca que de los cinco profesores que culminaron el PRCI, se identificó un accionar que se puede tomar como significado negociado emergente de la CoP y es el indagar sobre los conocimientos previos de los estudiantes e incluir en las guías de trabajo enlaces, recordatorios, ejemplos sobre los contenidos matemáticos previos para entender el nuevo objeto de estudio.

Los profesores también diseñaron actividades adaptables y flexibles a todos los estudiantes, presentando información mediante múltiples formas (gráfica, textual, oral, otras) favoreciendo así los estilos de aprendizaje de ellos, lo anterior se evidencia en el capítulo 5 y 6 de análisis.

La Figura 11 muestra que los profesores en sus diálogos y discusiones privilegiaron el uso de GeoGebra, colores para resaltar información, uso de material concreto y realizaron guías orientadas paso a paso atendiendo a las características de los educandos, tal como se propone en el principio I y II del DUA, según resaltan Pastor, Sánchez y Zubillaga (2011), CAST (2011) y Meyer, Rose, y Gordon (2014). Lo descrito, da cuenta de algunos significados negociados por los profesores que en el proceso reflexión sin intervención fueron acciones evitadas.

Figura 11

Secciones de la planeación #1 de la elipse de la profesora Lina en el PRC

En la siguiente actividad se trabajará con GeoGebra, para esto ingresa al siguiente enlace <https://www.geogebra.org/m/geometry?lang=es>

Instrucciones:

- 1- Selecciona la herramienta circunferencia: (centro y radio) con radio de 4cm.



- 2- Nombra el centro de la circunferencia como uno de los Focos (punto A, foco) y el otro Foco será un punto arbitrario en el interior de la circunferencia (punto B, foco2).

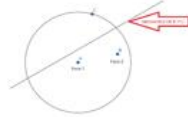


- 3- Ubica un punto C sobre la circunferencia.

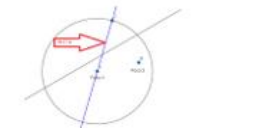


- 4- Selecciona la herramienta mediatriz y traza la mediatriz de los puntos B y C.

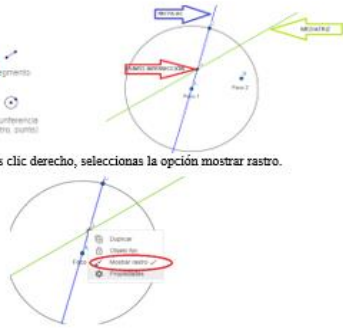
- 5- Selecciona la herramienta recta y traza una recta que pase por el punto C y el centro A de la circunferencia.



- 6- Selecciona la herramienta punto y ubica el punto de intersección entre la mediatriz y la recta AC.



- 7- Te ubicas en el punto D y das clic derecho, seleccionas la opción mostrar rastro.



En conclusión, en este proceso los profesores dejaron explícitas sus intenciones didácticas, intereses en diseñar actividades y planear una clase pensando en todos los estudiantes y no en algunos en particular. Así mismo, intentaron orquestar muchos recursos como material concreto,

problemas contextualizados, preguntas, guías de trabajo el lenguaje matemático, páginas interactivas, calculadora, entre otros, que permitieron promover la actividad matemática y a su vez contribuir significativamente en el proceso comunicativo en matemáticas.

Desde el *pensamiento orquestal* los profesores significaron la importancia de indagar sobre los recursos a utilizar para promover la actividad matemática según las características de sus estudiantes, cuando ellos mismos se cuestionaban sobre ¿qué recursos utilizar? y ¿por qué usar estos recursos y no otros? Por lo anterior, los maestros intentaron implementar en sus prácticas de aula el software de geometría dinámica GeoGebra, materiales concretos, problemas del contexto y un lenguaje matemático claro, preciso y conciso, siendo fundamentales en la comprensión de los objetos de estudio, como lo señalan Puga, Rodríguez y Toledo (2016), López y Chávez (2020).

Cuando los profesores interactuaron y dieron respuesta a las preguntas anteriores reflexionaron sobre cuán valioso es buscar situaciones del contexto, tomando este como un recurso más del aula y porque de cierta manera motiva a los estudiantes, permite captar la atención de ellos permitiéndoles estar en mayor disposición para aprender. Entendiéndose contexto como las situaciones que rodean al estudiante y que le permiten dar significado a las matemáticas que se aprenden, MEN (2006). Lo anterior es fundamental, porque las características afectivo-emocionales son parte esencial para el éxito escolar en el área de Matemáticas, García (2016).

Lo descrito se percibe en la planeación de Adela cuando solicitó a los estudiantes leer sobre la teoría de Johannes Kepler y las orbitas de los planetas, para describir estas trayectorias y así llegar a la elipse, en la planificación de Sonia al proponer hallar las dimensiones de un terreno rectangular cuya área sea máxima para trabajar la noción de derivada y en Libia al plantear la actividad de hallar la cantidad de abuelo, bisabuelos de una persona mediante las potencias de base 2, cadena de mensaje de texto y rasgado de papel. Esto se explica ampliamente en el capítulo 5.

Las reflexiones alrededor *del pensamiento matemático* se manifestaron durante todas las discusiones de los profesores al proponer y traer a colación el diseño de actividades relacionadas con un mismo objeto matemático de estudio, pero con diferentes niveles de complejidad. Significando así las estrategias propuestas en la conferencia N°2 y N°3 que hablan directamente de proporcionar matemáticas que les permitan a los estudiantes desenvolverse en su mundo social, situación que en el proceso de reflexión sin intervención no se vio reflejado.

Algunos ejemplos que dan cuenta de lo anterior son las planeaciones de Lina quién propuso tres maneras diferentes de estudiar la elipse, teniendo en cuenta el nivel de complejidad que se podía exigir a cada estudiante. La primera de ellas mediante el estudio del óvalo (pensando en el estudiante con SD), la segunda relacionada con la elipse desde el lugar geométrico y por medio de GeoGebra, y la última relacionada con el lugar geométrico de la elipse mediante material concreto. Estas planeaciones se describen ampliamente en el capítulo 6.

4.2.3 Reflexión en la acción con intervención alrededor de la atención a la diversidad

Al terminar la planeación de clase, se solicitó a los cinco profesores que las colocaran en escena, con el fin de evaluar este diseño, identificar los aprendizajes logrados por los estudiantes de acuerdo con las adaptaciones y nivel de complejidad de la actividad matemática propuesta. En esta ocasión las modalidades de trabajo fueron muy diversas porque algunas instituciones ya habían retornado a la presencialidad y otras continuaban en modalidad híbrida, ver Tabla 5.

Tabla 5

Modalidad de trabajo de los miembros de la CoP en el PRCI

Profesor(a)	Modalidad	Recursos, presencialidad remota
Libia	Hibrido	Zoom
Lina	Presencialidad remota	Meet
Jesús	Presencialidad remota	Meet
Adela	Hibrido	WhatsApp
Sonia	Presencialidad, presencialidad remota (en horarios diferentes)	Zoom, WhatsApp, llamadas telefónicas

Se considera que el esquema de trabajo de los profesores fue producto de la negociación de significados que se dio a partir de las diferentes conferencias, porque los cinco profesores dejaron ver un esquema de enseñanza similar al siguiente: 1) Introducción del contenido matemático a enseñar mediante actividades exploratorias para recordar conocimientos previos, 2) Desarrollo de las actividades planeadas para promover actividad matemáticas mediante: generación de preguntas por parte de docentes y alumnos, discusión de respuestas, atender las dificultades particulares de los estudiantes, uso de recursos para la accesibilidad y comprensión de la información, 3) Actividades de ejercitación para afianzar los nuevos aprendizajes alcanzados, 4) Formalización del objeto matemático de estudio y 5) Actividades extras con un nivel de profundidad mayor, dirigidas a los estudiantes que tenían habilidades más avanzadas a comparación de sus pares.

De este proceso de reflexión se destaca que algunos docentes para establecer si habían logrado o no los objetivos de la clase realizaron el comparativo entre la ruta cognitiva de lo planeado vs lo logrado, ejemplo de ello se expone en el capítulo 5 y 6 con Sonia y Lina. Para la investigación, este es un resultado fundamental, porque muestra que, en términos de Parada (2011) hubo cosificación de significados en los docentes. Significados consolidados a partir de las participaciones colectivas de los miembros de la CoP y el proceso formativo brindado, que coadyuvó a los docentes para valorar la forma en que condujeron la clase, en que atendieron a las características de sus alumnos o trabajaron otros objetos matemáticos no previstos.

Con relación al *pensamiento didáctico* se establece que los profesores implementaron en su actuar las adaptaciones realizadas al objeto matemático para atender a las particularidades de cada uno de los estudiantes. Esto gracias a que las guías realizadas fueron flexibles en cuanto al nivel de exigencia de cada actividad propuesta, como se vio en el apartado 4.2.1. Por ejemplo, la profesora Adela para los estudiantes que su ritmo de aprendizaje era menor al de sus pares utilizó

un nivel de exigencia menor, porque probablemente ellos no lograban deducir las ecuaciones de la elipse, por ende, a quienes lograron interpretar la representación gráfica de la elipse y encontrar sus elementos fue un trabajo bien valorado por la docente, como se muestra en el Episodio 27.

Adela: No todos lograron avanzar por las diferentes etapas, niveles de complejidad del objeto matemático, algunos se quedaron en la tapa dos. Entonces yo dije, hasta ahí lo que entendieron, pues hasta ahí yo les calificué. Que ellos comprendieran la representación de la elipse y sus elementos. Yo veo aquí, pues lo bueno que aprendí de este de este curso, no ha todos los podemos evaluar igual [...] si solamente identificaron los elementos, pues bueno. Pero vuelvo y les digo, o sea, yo con este curso con este diplomado, entendí que hay que evaluarlos de manera distinta

Episodio 27

Situación similar a la descrita sucedió con Sonia, quien proporcionó a los estudiantes de casa⁸ la ecuación que modelaba el problema de hallar las dimensiones del terreno rectangular con perímetro y área máxima. A ellos, les valoró que comprendieran correctamente esa información y con esta interpretación lograran hallar las dimensiones, mientras que para los estudiantes en presencialidad y presencialidad remota si se orientó a la construcción de esta.

Lo descrito también se percibió en el accionar de la profesora Libia, pues ella orientó la clase de manera más detalladas de modo que todos los estudiantes lograran comprender. También usó varias situaciones del contexto que llevó a motivar a los estudiantes y además para los estudiantes avanzados diseño preguntas que implicaran generalizar y un proceso más riguroso. Esto muestra que los profesores significaron y cosificaron en sus acciones la necesidad de realizar adaptaciones, utilizar apoyos, recursos, estrategias y flexibilizar el objeto matemático de estudio según las características de los estudiantes, lo cual corresponde a implementar ajustes razonables que desde las políticas de inclusión en Colombia se resaltan mediante el decreto 1421 del 2017.

⁸ Son los estudiantes que por falta de recursos no se podían conectar a clases sincrónicas y tenían que resolver las actividades solos desde sus casas con el acompañamiento de sus padres y en ocasiones de los profesores por llamadas telefónicas.

Pensar en una guía de trabajo en la que el objeto matemático se desarrollara desde un nivel de complejidad básico a un nivel de complejidad mayor fue importante, porque esta situación permitió a los profesores prestar mayor atención a los estudiantes que tienen alguna dificultad en la comprensión del objeto de estudio, además llevó a que ellos avanzaran de acuerdo con sus habilidades, ritmos y estilos de aprendizaje. Lo anterior, se observa en la manera en que los profesores conceptualizaron los objetos matemáticos, partiendo de lo particular a lo general y que se expondrá con mayor profundidad en el capítulo 5 y 6.

Otro significado negociado alrededor del *pensamiento didáctico* de los profesores se relaciona con la manera de evaluar de los estudiantes, como se observa en las descripciones anteriores y en el Episodio 27, los docentes flexibilizaron sus maneras de valorar el trabajo realizado por sus estudiantes, pues comprendieron que no a todos se pueden evaluar de la misma manera, dadas las características particulares de cada uno de ellos, como se señaló en las 4 conferencias de este proceso de reflexión.

Con relación al *pensamiento orquestal* se evidenció que la mayoría de los profesores significaron la importancia de utilizar material concreto como un medio de exploración para que los estudiantes se familiarizaran con el objeto matemático de estudio, para luego si pasar a situaciones con lápiz y papel. Otro significado negociado por los profesores se relaciona con el uso de videos ya que es un medio importante para que los estudiantes puedan acceder y comprender la información, como se manifestó en las conferencias relacionadas con DUA-Matemáticas y que además Pastor, Sánchez y Zubillaga (2011), Laos (2017) y Gutiérrez (1991) señalan que son fundamentales para activar la percepción visual y auditiva del estudiante.

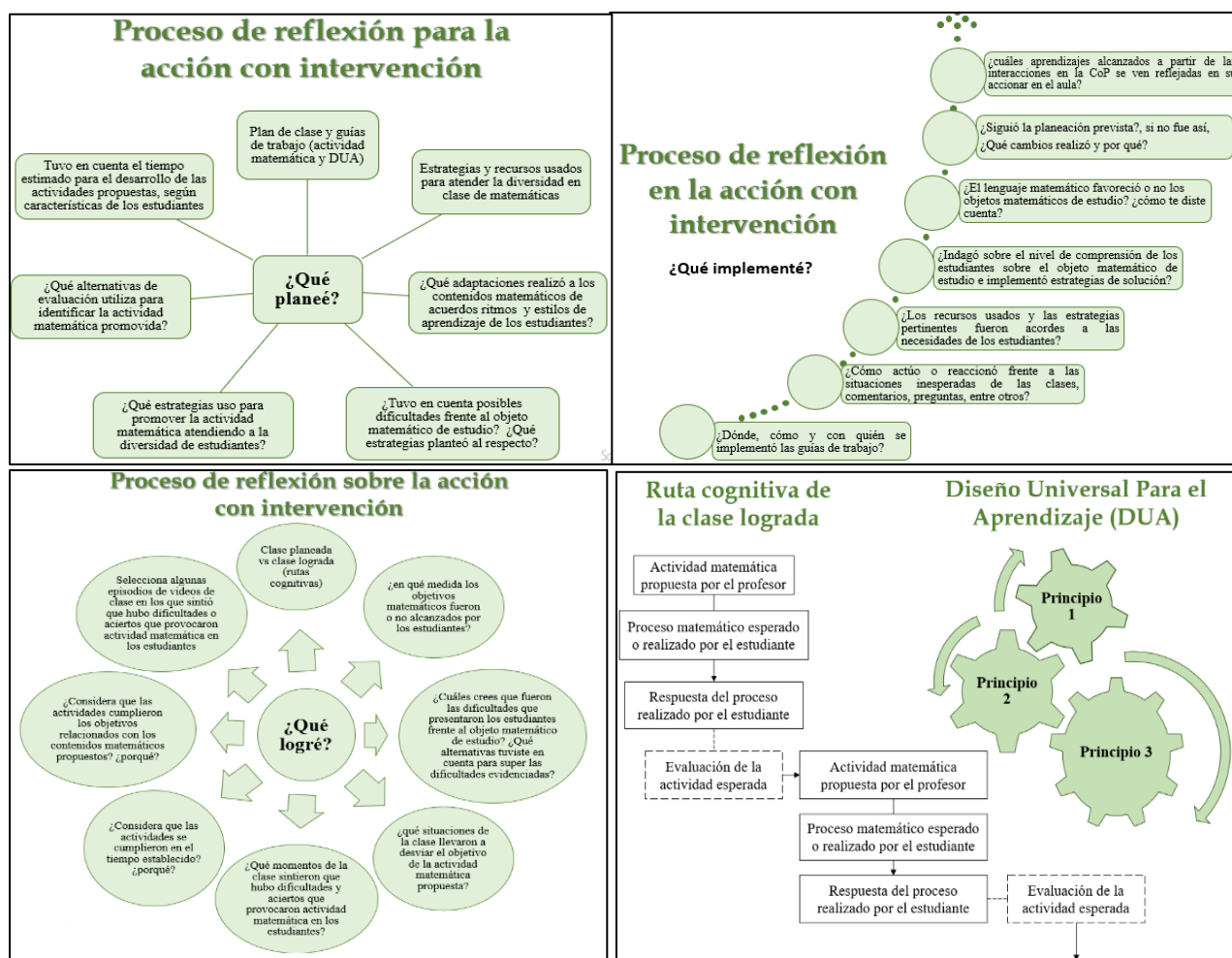
Finalmente el *pensamiento matemático* se vio reflejado durante todo el accionar de los profesores, pues ellos fueron adaptando cada actividad a las características particulares de sus

estudiantes y para ello necesitan tener claridad sobre el objeto de estudio que se está enseñando como lo propone Shulman (1987), para enseñar matemáticas primero se debe comprender críticamente el conjunto de ideas que van a enseñarse. Así mismo, los docentes constantemente utilizaban sus conocimientos matemáticos para desarrollarse en su práctica profesional y comunicar con claridad a sus estudiantes una idea, sin perder de vista el objetivo propuesto.

4.2.4 Reflexión- sobre la acción con intervención alrededor de la atención a la diversidad

Este proceso de reflexión estuvo dividido en tres momentos: reflexión entre profesores e investigadora, reflexión individual y encuesta para identificar aprendizajes logrados, y participaron los cinco profesores que culminaron el diplomado.

- i) Reflexión con la investigadora: se reflexionó con los profesores de manera conjunta sobre lo planeado vs lo logrado bajo algunas preguntas orientadoras, selección de episodios de clase y evidencias que dieran cuenta de la manera en que se había promovido la actividad matemática atendido a la diversidad de estudiantes. Los episodios de clase fueron seleccionados junto con los profesores para orientarlos a la reflexión individual.
- ii) Reflexión individual: Aquí una vez los profesores seleccionaron algunos episodios de clase que consideraron importante porque promovieron o no la actividad matemática a todos sus estudiantes, organizaron una exposición entre 20 a 30 minutos para presentar a los miembros de la CoP. Para apoyar a los profesores en este proceso de reflexión y permitir un análisis más crítico de su práctica pedagógica la moderadora diseñó algunas preguntas que orientaban los tres procesos de reflexión como se muestra en la Figura 12. No obstante, esto no significó que los profesores tuvieran que seguir este camino, solo se ofreció como opción.

Figura 12*Preguntas para guiar el PRC (antes, durante y después de la clase)*

iii) Encuesta titulada “Reflexión Sobre la Acción”: Se realizó con el fin de identificar aprendizajes logrados por los profesores, para ello, se proporcionaron 17 preguntas sobre la planeación y 17 sobre implementación de la clase. Ambos procesos fueron visto desde el pensamiento reflexivo del profesor con el fin de valorar los significados negociados por los maestros. La encuesta fue respondida por seis profesores y cinco de ellos participaron del proceso de reflexión completo.

Esta encuesta se considera como un significado que fue cosificado por la CoP porque surgió de las dinámicas de trabajo con los miembros de la CoP y algunas preguntas fueron redactadas teniendo en cuenta el marco de la Educación Inclusiva en Colombia, el DUA visto

desde las matemáticas, además porque la actividad matemática propuesta fue pensada según las características, ritmos y estilos de aprendizaje de los estudiantes.

Para el proceso de reflexión guiado con la profesora Sonia, Libia y Lina se trabajó una sesión de dos horas, con Jesús se hizo un encuentro de una hora y con la profesora Adela no fue posible programar una sesión por zoom, no obstante, si se generaron espacios de interacción mediante WhatsApp. En esta oportunidad a comparación del primer proceso de reflexión los profesores estaban más tranquilos y motivados por verse en su accionar y cuando se les proyectó el video de la clase (de quienes se tenía evidencia) ellos mismo al ver alguna situación que no promovió la actividad matemática solicitaban volver a revisar de nuevo.

El espacio de reflexión entre moderadora y profesores tuvo por objetivo seleccionar evidencias que dieran respuestas a las preguntas del proceso de reflexión individual presentadas en la Figura 12, orientar a los profesores sobre la elección de episodios de la clase que mostraran la forma en que se atendió a las particularidades de los estudiantes tanto en la planeación como en el aula de clase y reflexionar con ellos sobre la manera en que los principios del DUA favorecieron la participación activo de todos los estudiantes en la actividad matemática que se quería promover.

Los profesores significaron y cosificaron en su exposición de reflexión individual el siguiente esquema de presentación: manera en que condujeron la clase, orquestación de los recursos, formas en que atendieron a las características particulares de los estudiantes para hacer accesibles y comprensibles los objetos de estudio, mismos que fueron producto de los aprendizajes consolidados durante el proceso de formación del DUA.

Respecto al *pensamiento didáctico* los profesores centraron sus reflexiones sobre el uso del DUA, adaptaciones curriculares, flexibilización en las maneras de obtener las respuestas de los estudiantes no limitando las soluciones a un único camino, uso constante de la ejemplificación de

los objetos matemáticos de estudio a partir de situaciones particulares. Al respecto ellos expresaron que aplicaron los principios del DUA tanto en la planeación (ver Episodio 28) como en la implementación (ver Episodio 29)

M: De acuerdo con la planeación de clase realizada, ¿Cómo se relaciona la guía de trabajo diseñada con los principios y pautas del DUA en matemáticas? ¿Estos principios fueron tenidos en cuenta al momento de elaborar la guía de trabajo? ¿Cómo se evidencia?

Sonia: Procuré aplicar los tres principios del DUA. Sí tuve en cuenta durante la planeación. Motivación (situación problema, material concreto) Representación (video, GeoGebra, material concreto, respondiendo sus dudas y permitiendo la comunicación entre pares), Expresión (material concreto, socialización, apoyo de la familia en la solución del problema).

Libia: La guía de trabajo se relaciona con el DUA. Para abordar la temática de la potenciación se partió de una actividad que los motivara la cual se realizó en familia, y de ahí en adelante surgieron las representaciones y la relaciones que se esperaba lograran los estudiantes a partir de preguntas.

Lina: La guía de trabajo se relaciona mediante la implementación de los tres principios el porqué, el cómo y el qué, para atender la diversidad y se evidencia en el uso de diferentes formas de representación, la comunicación con sus pares y generando un ambiente de confianza que optimice la motivación en los Educandos. Se planeó teniendo en cuenta los estándares Básicos de Competencias Matemáticas y los Derechos Básicos de Aprendizaje (DBA), y el DUA

Episodio 28

Del Episodio 28 es muy interesante ver como los profesores involucraron los significados negociados alrededor del DUA en sus planes de clase porque los consideran como una estrategia pertinente que les permite atender a las características particulares de todos los estudiantes, siendo una guía pensada desde y para los estudiantes según sus habilidades, hecho contrario al vivenciado en el PRSI. Este proceso de RSA también permitió a los profesores analizar su accionar y considerar que porcentaje de la clase planeada se había cumplido y de qué manera favorecieron la comprensión de los objetos matemáticos por parte de los estudiantes. También reflexionaron sobre qué preguntas, respuestas o eventos de la clase desviaron el objetivo de la clase y cómo mejorar estos aspectos. Aquí los profesores atribuyeron significancia al uso del DUA, ver Episodio 29.

M: ¿En la implementación de la clase tuviste en cuenta los principios y pautas del Diseño Universal Para el Aprendizaje en matemáticas? ¿Cómo se evidencia? ¿En qué medida los objetivos propuestos en la planeación de clase fueron alcanzados?

Sonia: Sí se tuvieron en cuenta durante la implementación. Motivación (situación problema, material concreto) Representación (video, GeoGebra, material concreto, respondiendo sus dudas u

permitiendo que entre compañeros se resolvieran las dudas, usé LSC), Expresión (socialización, apoyo de la familia en la solución del problema, permitiendo se expresaran durante la clase, un estudiante se expresó en LSC). Se logró el 80% del objetivo, faltó la parte de cierre de la clase.

Jaime: Durante el desarrollo de clase se activaron las tres redes: la afectiva (captar el interés y presaberes mediante la experimentación y planteamiento de preguntas), red estratégica (la expresión y comunicación a través de preguntas, observaciones y recortes) y red de reconocimiento (lenguaje de símbolos y la comprensión a través de la resolución de problemas). Al evaluar la apropiación del conocimiento se realizaron las flexibilizaciones planteadas desde la planeación.

Lina: Los pocos objetivos propuestos fueron alcanzados gracias al uso de diferentes representaciones y la autorregulación mediante el trabajo en equipo, este se ve evidenciado en las respuestas y argumentos de algunos Educandos.

Episodio 29

Del Episodio 29 también se puede observar que para los profesores la interacción entre estudiantes, el proceso comunicativo y argumentativo fue fundamental para involucrar a todos los educandos en la actividad matemática, porque de esta manera se permitía discutir sobre las diferentes respuestas y caminos de solución que cada estudiante realizaba para llegar a un resultado en común acuerdo y además presentar las diferentes estrategias y representaciones que se pueden usar cuando se trata de comprender y resolver un problema.

Al respecto MEN (2006) resalta que el proceso comunicativo de los estudiantes es fundamental para la comprensión de los objetos matemáticos de estudio porque les ayuda establecer vínculos entre sus nociones informales e intuitivas, con el lenguaje abstracto y simbólico de las matemáticas. Vínculos que se pueden posibilitar en la conexión entre diferentes representaciones (físicas, pictóricas, gráficas, simbólicas, verbales, entre otras).

Los maestros también consideraron la importancia de reflexionar sobre las respuestas de los estudiantes y no limitarlas, permitiendo así el uso de otros objetos matemáticos de estudio para llegar a la solución de los problemas propuestas, siendo esto un significado negociado por la profesora, pues da más relevancia a la forma en que ellos comprenden un problema, lo abordan y a partir de esto dirige a la conceptualización del objeto de manera natural y no desde algo mecánico

y sin sentido, que se convierta en la memorización de propiedades, reflexión que la profesora no realizó en el proceso de reflexión sin intervención.

Otro aspecto importante y que se vio en el accionar de todos los profesores después del proceso de formación con intervención fue la relevancia que ellos dieron a los conocimientos previos de los estudiantes, porque esto les permitió mitigar la dificultad en la comprensión del objeto matemático porque anticiparon mediante algunas estrategias, actividades o apartados teóricos los saberes requeridos para la adquisición del mismo, un ejemplo de ello se resalta en la guía de Sonia (ver Figura 13) en el capítulo 5.

Figura 13

Saberes previos de los estudiantes para comprender la función lineal

PROCESO CONCEPTUAL

Magnitud. Propiedad física que puede ser medida. Ejm: la temperatura, el peso, longitud, superficie, volumen, etc.

Repaso rectángulo. En geometría plana, un rectángulo es un paralelogramo cuyos cuatro lados forman ángulos rectos entre sí y los lados opuestos tienen la misma longitud. Área del rectángulo igual a base por altura.

Repaso Función cuadrática: Su expresión general es $f(x) = ax^2 + bx + c$, con $a \neq 0$. Al graficar la función se describe una parábola. Mira los siguientes ejemplos.

Otra evidencia de lo anterior se presenta en el accionar de Lina quien mencionó que en la implementación de la clase surgieron varios conceptos matemáticos que no había previsto, por lo cual, le fue necesario aclararlos para orientar al objetivo principal que era la noción de la elipse.

Con referencia al *pensamiento orquestal* los profesores centraron sus reflexiones alrededor del lenguaje matemático usado, el material concreto seleccionado, el software de geometría dinámica GeoGebra y selección de las actividades según el contexto de interés de los estudiantes, resaltando que estos fueron esenciales para poder promover e involucrar a todos los estudiantes en la actividad matemática que se estaba promoviendo. A continuación, se presentan los Episodio 30 y Episodio 31 que dan cuenta de lo especificado anteriormente.

Sonia: Trabajar con material concreto y con el apoyo de la familia es importante para facilitar la comprensión del problema, pensando en los estudiantes que tienen mayor dificultad, y elaborar videos para los estudiantes que no podían acceder a GeoGebra, estudiantes que trabajan de manera remota fue fundamental.

Episodio 30

Lina: Con la ayuda de GeoGebra se realizó algunas manipulaciones en la construcción que favoreció el uso de un lenguaje más entendible que permitió al Educando evaluar su respuesta. Esto permitió aclarar dudas y generar más preguntas que motivaran el interés de todos y así promover la actividad matemática prevista [...]

Episodio 31

En términos generales los profesores a partir del proceso de reflexión con intervención fortalecieron su pensamiento orquestal por los recursos usado, porque motivaron a los estudiantes y los interesaron en la actividad matemática al proponer situaciones del contexto, siendo este un aspecto relevante en el aprendizaje de los estudiantes y esencial para atender las diversas características de los estudiantes, según exponen Pastor, Sánchez y Zubillaga (2011).

En la comprensión del objeto matemático de estudio fue fundamental el manejo que los profesores dieron a la pregunta, pues esto permitió encaminar a los estudiantes hacia el objetivo propuesto o por el contrario desviar el objetivo por el cual se habían planeado las actividades. Para Parada (2011) la pregunta es un recurso esencial en la clase porque permite encaminar a los estudiantes sobre la actividad matemática que se quiere promover.

En cuanto al *pensamiento matemático* los profesores señalaron que realizar de dos a tres guías de trabajo sobre el mismo objeto de estudio, pero modificando algunas preguntas de tal manera que fueran un poco más compleja y que exigiera mayor proceso de argumentación y justificación de los estudiantes, con el fin de atender los diferentes ritmos y estilos de aprendizaje de ellos, fue fundamental porque así todos estaban interesados e involucrados en la clase.

En cuanto a la comprensión del objeto de estudio los profesores manifestaron que esta nueva estrategia del nivel de complejidad coadyuvó para que los estudiantes usaran conceptos matemáticos conocidos para entender los problemas y de esta manera encaminar al objeto de

estudio principal. Por ejemplo, la profesora Libia manifestó que sus estudiantes lograron comprender la potenciación partiendo de la multiplicación con problemas relacionados con el contexto y no de manera mecánicas como se mostrará en el capítulo 5.

Un aspecto negativo en los cuales coincidieron la mayoría de los profesores fue que a pesar de las actividades estar pensadas para todos los estudiantes, el diseño de estas por la metodología seguida y porque se quería ir al ritmo de los estudiantes toma más tiempo del previsto, motivo por el que las horas estipuladas para su implementación fueron insuficientes y no se lograba implementar completamente la guía. En consecuencia, ellos reflexionaron sobre la importancia de tener mayor cuidado en el tiempo previsto para la realización de las guías de trabajo de tal manera que se pueda abarcar la mayor cantidad de temáticas, pues es una preocupación latente en los profesores porque en Colombia se trabaja en matemáticas por contenidos y no por procesos.

4.3 Significados negociados por los profesores en el DCoPM

Los encuentros realizados en la CoP fueron fundamentales para enriquecer la práctica profesional de los profesores y su formación sobre aspectos didácticos y pedagógicos que coadyuven en atender a la diversidad de estudiantes en clase de matemáticas. Los profesores manifestaron que las conferencias nacionales e internacionales, experiencias de aula compartidas, foros de discusión que se realizaron en el diplomado fueron fundamentales porque les brindó claridad, estrategias y recursos para atender a la diversidad de estudiantes en clase de matemáticas. Algunos significados negociados que se identificaron en estas etapas de reflexión fueron:

Respecto al *pensamiento didáctico* los profesores diseñaron sus planeaciones considerando las características particulares de los estudiantes, sus ritmos, estilos de aprendizajes. Así mismo, atendiendo a estas características los docentes dieron importancia a la manera de orientar la actividad matemática que se quería promover, motivo por el que dan prioridad al proceso

comunicativo en matemáticas haciendo a todos los estudiantes parte activa de la clase. De la encuesta realizada los profesores en general (el 80%) consideraron que habían promovido de manera significativa la comunicación en el aula de clase entre pares y profesor.

Al respecto, Flores (2015) señala que la participación es una condición necesaria en el proceso de aprendizaje, porque provoca mayor interés en los estudiantes y permite la relación directa y armónica entre profesor y estudiantes, además porque conlleva a identificar en qué medida los estudiantes están comprometido por el objeto matemático de estudio. También porque estas interacciones mediante los diferentes medios de comunicación permiten satisfacer necesidades de los estudiantes y los mantiene interesados.

Los profesores manifestaron que entre los mayores aprendizajes consolidados y que son de gran importancia en su práctica pedagógica porque les permite incluir a todos sus estudiantes en clase de matemáticas es la aplicación del DUA, porque a pesar de ellos conocer este recurso desconocían su utilidad y más si de matemáticas se trata. A continuación, se resaltan algunas transcripciones de los informes presentados por los profesores que dan cuenta de este significado negociado y que se cosificaron en un producto.

Libia: No tenía conocimiento del DUA lo había escuchado, pero no comprendía como aterrizarlo a mis clases para favorecer el proceso de enseñanza aprendizaje. La participación continua en esta CoP permitió que pudiera adaptarlo a las actividades que desarrollé con mis estudiantes

Sonia: De las experiencias de mis compañeros aprendí otras maneras de abordar ciertos objetos matemáticos, por ejemplo: usar el árbol genealógico para trabajar el objeto matemático de la potenciación, usar el baile de las funciones como estrategia para que los estudiantes se expresen con su cuerpo, entre otras. De los conferencistas, aprendí cómo diseñar una clase para que sea accesible a todos los estudiantes, las ponentes en sus conferencias dieron pautas claras.

Jesús: La creación y participación de estos espacios creativos y de socialización en el diplomado, representan un aporte significativo en propuestas reales para el desarrollo de proyectos para educar en la diversidad y motivar al equipo maestro en dicho sentido. Los aprendizajes a partir de las interacciones en la CoP se ven reflejados en mi accionar en el aula de clase, así mismo son evidentes en la planeación y ejecución de mi experiencia de aprendizaje que implicó el DUA, por ello, considero que tengo mayor formación para atender a la diversidad de mis estudiantes en el aula.

Los diseños de clase fueron elaborados con base en las sugerencias metodológicas de los expertos y teniendo en cuenta los distintos referentes teóricos estudiados, Estándares Básicos de Competencia en Matemáticas, DBA, DUA, Decreto 1421 e investigaciones que se fueron revisando alrededor de los objetos matemáticos de estudio para planear la clase teniendo en cuenta cuatro niveles de profundidad en la actividad matemática a promover.

Los profesores significaron y cosificaron en sus planeaciones y acciones la importancia de indagar sobre los saberes previos de los estudiantes al momento de promover la actividad matemática, dado que, estos influyen de manera directa en el aprendizaje. Al preguntárseles a los profesores sobre ¿Durante la implementación de la clase qué grado de importancia dio a la actividad de los saberes previos de los estudiantes? el 66,7 % de los profesores respondieron que fue suficiente, mucho y medianamente suficiente tuvieron el mismo porcentaje de 16,7%.

Con relación al *pensamiento orquestal* se percibió que los profesores negociaron la necesidad de proponer diversas estrategias para hacer accesible y comprensible al momento de planear e implementar la clase, con el fin de involucrar a todos los estudiantes en la actividad matemática que se quiere promover. Además, se observó que los docentes negociaron y cosificaron el uso del contexto de los educandos para motivarlos y así captar la atención de cada ellos. Al preguntárseles sobre cuán importante era para ellos el 100% dieron una puntuación de mucho.

Dada la educación virtual los profesores significaron la necesidad de vincular en sus prácticas pedagógicas diferentes recursos para hacer accesible la información, motivo por el cual, usaron diferentes plataformas digitales y redes sociales, logrando orquestar así estas plataformas, con los recursos físicos, diversos softwares de Geometrías dinámica y material concreto para promover la actividad matemática en los estudiantes según las características particulares de ellos.

Respecto al *pensamiento matemático* el primer gran significado negociado por los profesores que culminaron el diplomado en CoP fue la importancia de antes de enseñar un objeto matemático de estudio tener claridad sobre ello, por ende, al momento de planear la clase después del proceso de reflexión con intervención cada profesor hizo una revisión exhaustiva de artículos, tesis y libros para prever posibles dificultades alrededor del objeto matemático. De estas revisiones emergieron los problemas usados en la segunda planeación de los profesores, como por ejemplo la guía de Sonia quién utiliza los aportes de Fiallo y Parada (2018).

Los profesores cosificaron en sus prácticas proponer situaciones matemáticas pensadas en las habilidades cognitivas de los estudiantes, de la encuesta realizada a los 6 profesores que la respondieron consideraron que gracias a la revisión bibliográfica realizada los objetos matemáticos si fueron pensados para involucrar a todos los estudiantes.

De las dinámicas de reflexión presentadas a lo largo de este capítulo se identificaron dos categorías emergentes que dan respuesta a la pregunta de investigación planteada: ¿qué significados (en términos de aprendizaje) consolidan en sus prácticas profesores en ejercicio cuando reflexionan sobre la atención a la diversidad en clase de matemáticas? y los significados consolidados por los profesores alrededor de la atención a la diversidad se cosificaron en dos aspectos fundamentales del DUA interpretado para la enseñanza y aprendizaje de las matemáticas, fueron: i) las Múltiples representaciones; y ii) Múltiples acciones y expresiones; en Matemáticas para atender la diversidad de estudiantes en el aula. Esos significados se constituyen en los resultados de esta investigación, mismos que se caracterizan en los siguientes dos capítulos.

5. Múltiples representaciones en Matemáticas para atender la diversidad del aula

En este capítulo se describen algunos significados negociados en la CoP sobre las múltiples representaciones en matemáticas. Para efectos de estos análisis se presentan las evidencias del

grupo G3, Sonia y Libia que fueron tomadas como casos representativos de esta categoría por ser de quienes se recopilaron mayores evidencias de los significados negociados, por su importante participación en la CoP y por la población de estudiantes que atendían (ver apartado 3.1.2).

Para caracterizar los significados negociados por los profesores sobre las múltiples representaciones que se requieren usar en clase de matemáticas se empleará como descriptores las tres pautas del DUA para el principio I y que serán interpretadas para las matemáticas, así:

D1) Ofrecer diferentes opciones para que el estudiante perciba la información.

D2) Usar diferentes formas de lenguaje y símbolos matemáticos.

D3) Posibilitar a los estudiantes opciones para comprender los objetos matemáticos de estudio.

Durante los resultados de esta categoría se presentan algunos significados negociados por los profesores sobre el principio III, tomando como descriptores las pautas 7, 8 y 9.

D7) Brindar opciones para captar el interés.

D8) Ofrecer opciones para mantener el esfuerzo y la persistencia.

D9) Proporcionar opciones para la autorregulación.

5.1 Reflexiones en CoP sobre las representaciones matemáticas: proceso sin intervención

En este apartado se exhiben los significados negociados por profesores de la CoP alrededor de las múltiples formas de representación en matemáticas cuando por primera vez ellos hicieron un proceso de reflexión (planearon la clase, la pusieron en escena, reflexionaron sobre lo planeado vs lo logrado) sin ningún proceso de formación y finalmente se hizo el proceso de reflexión guiado con las herramientas de análisis.

5.1.1 Representaciones matemáticas que utilizaban los profesores al planear sus clases

El grupo G3 diseñó un plan de clase sobre la función lineal, pero por el COVID-19 y el paro nacional no fue posible implementarlo. Sin embargo, este diseño fue un insumo muy valioso

para que Sonia planeara su guía de trabajo, en la cual cosificó algunos significados negociados durante los encuentros y discusiones con sus colegas en la CoP.

Las discusiones de este equipo se centraron en la importancia de usar múltiples representaciones para atender las características particulares de los estudiantes, ritmos y estilo de aprendizaje de ellos, tal como lo presentan CAST (2018) y pastor Sánchez y Zubillaga (2011) mediante D1 y D3. Por lo anterior, cada profesor comunicó sus experiencias de aula sobre la forma de trabajar la función lineal mediante tablas, gráficas y expresiones algebraicas.

Jesús: Para resolver problemas desde mi perspectiva partimos de lo gráfico, de lo tabular, todos partimos de la geometría, entonces si queremos ser inclusivos y tener en cuenta la diversidad, deberíamos empezar por todas estas representaciones desde un nivel básico. Empezamos con problemas de reconocimiento visual y vamos aumentando el nivel [...]

Helena: Entonces nuestro objeto matemático central sería la función ya que de ahí surge lo que tratamos de decir de usar la ecuación, la gráfica, y la representación de datos, esos en si son representaciones de la función lineal, entonces hablamos el mismo idioma. Por ejemplo, cuando trabajamos desde la representación algebraica tengo que despejar, hallar tabla de datos (estoy hablando de tabulación), hago gráfica (necesito geometría) [...]

Episodio 33

Del Episodio 33 se observa que los profesores si consideraban valiosa la estrategia de proporcionar múltiples formas de representación de un objeto matemático de estudio (D1 y D3), no obstante, este planteamiento no se reflejaba en sus planeaciones, porque se encontraron con la siguiente dificultad: ¿cómo implementar e integrar diferentes representaciones matemáticas? y al intentar responderla, se desviaban del objeto matemático de estudio. Un ejemplo de ello se dio con Jesús, quién por usar la gráfica, la expresión algebraica y la tabla de datos eligió la situación de lanzar un objeto en una rampa inclinada, que se relaciona con el Movimiento Rectilíneo Uniformemente Acelerado (MRUA) y no con la función lineal. Lo anterior permitió a Sonia preguntar y confrontar a Jesús con sus conocimientos matemáticos (*pensamiento matemático*), siendo esto una oportunidad de aprendizaje como se ve a continuación:

Sonia: ¿profe la gráfica del problema si es una función lineal?, ¿seguro?

Jesús: Si, es lineal exactamente

Sonia: Seguro profe, no creo porque es MRUA

Jesús: No, no es lineal creo... ¿es cuadrática! Déjame vea, ummm no, no, eh si, si es lineal

Sonia: ¿Cuál es la ecuación ahí?

Jesús: es esta $X_f = X_0 + V_0 t + \frac{1}{2} a t^2$ entonces es cuadrática por el tiempo

Sonia: Si profe, y si miramos otros problemas

Episodio 34

El Episodio 34 fue fundamental porque las preguntas de Sonia permitieron a Jesús resignificar la concepción que él tenía sobre la función lineal y repensar sobre los problemas que propuso para el estudio de esta temática. Al respecto, Shulman (1987) resalta que para enseñar primero hay que comprender críticamente un conjunto de ideas que van a enseñarse, a lo citado se agrega que en especial si se atiende a estudiantes con alguna discapacidad pues incurrir en un error conceptual con ellos que probablemente tienen atención dispersa, dificultades en sus procesos cognitivos, afección en la memoria, entre otras dificultades inherentes a sus características podrían obstaculizar el aprendizaje sobre este objeto de estudio.

De las discusiones anteriores G3 cosificó una guía que tuvo tres momentos: i) Actividad inicial: se propuso una situación del contexto (goteo de una llave por minuto) para trabajar variables dependientes e independientes, ii) Desarrollo: graficar y tabular los datos obtenidos al hallar la altura de una vela encendida al pasar el tiempo, y iii) Actividad de finalización: contraejemplo de la función lineal mediante el MRUA. Esta planeación tuvo varias dificultades en cuanto al diseño y coherencia de las actividades, porque no se mantuvo constante los objetos de estudio alrededor de la función lineal, sino que si introdujeron otros como MRUA.

Otra debilidad identificada se relaciona con el uso del lenguaje y símbolos matemáticos (D2) debido a que la presentación de la información no cuenta con una descripción, explicación, videotutorial u otras alternativas que permitan al estudiante atribuir el significado que se quiere para promover la actividad matemática esperada, como se observa en la Figura 14. De lo anterior,

se puede deducir que en la planeación de clase es insuficiente el reconocimiento de las características particulares de los estudiantes para proponer opciones alternativas para que permitan comprender el lenguaje matemático.

Figura 14

Tabla de datos sin descripción detallada por parte de Sonia

Tiempo [min]	0	1	2	3	4
Cantidad agua en [ml]	0	75	150	225	¿?

Al respecto CAST (2018, 2011) y Meyer, Rose, y Gordon (2014) mencionan que al no relacionar palabra, imagen, simbología u otras representaciones podrían llevar a la no comprensión del objeto de estudio y atribución de significados diferentes a una misma información presentada.

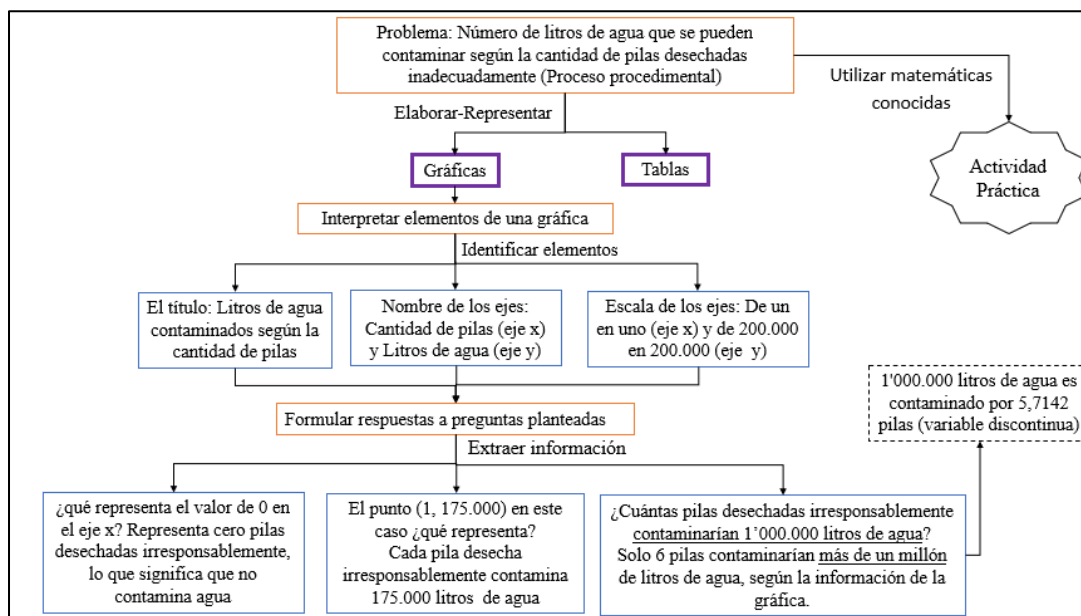
Con referencia a este principio, pautas y contexto de interés (Educación Matemática) el NCTM (2000) y MEN (2006) señalan que en matemática un objeto de estudio se puede ver mediante diversas representaciones gráfica, tabular, algebraica, numérica, pictórica, verbal, entre otras que surgieron de una construcción cultural que se desarrolló por varios años y que fueron fundamentales para la comprensión de ciertos objetos matemáticos. Alsina y Coronata (2014) mencionan que: “Cuando los alumnos comprenden las representaciones matemáticas que se les presentan y además tienen oportunidades de crear otras, mejoran su capacidad para modelar e interpretar fenómenos físicos, sociales y matemáticos” (p. 3).

En conformidad con lo anterior Leinhardt, Zaslavsky y Stein (1990) destacan que en los niveles medios educativos es fundamental que al estudiar las funciones lineales los estudiantes relacionen las diferentes representaciones y consideren las ventajas y desventajas de estas para tener mayor comprensión de dicho objeto de estudio.

Otras planeaciones en las cuales se utilizó las múltiples formas de representación fueron las de Sonia y Libia. Recuérdese que Sonia planeó su clase sobre la interpretación de la función lineal y Libia trabajó alrededor del perímetro de figuras planas y área del cuadrado y rectángulo. Sonia en su guía individual muestra el siguiente esquema de enseñanza: i. proponer una situación problema sobre residuos eléctrico y electrónicos, ii. usar gráficas y tablas para interpretar la función lineal (ver Figura 15 encerrado en morado), iii. responder preguntas problematizadoras y iv. evaluar lo aprendido a partir de un ejercicio práctico similar al ejemplo dado. La ruta cognitiva presentada en la Figura 15 muestra los objetivos y procesos matemáticos que la profesora esperaba alcanzar (resaltado en amarillo y azul, respectivamente).

Figura 15

Ruta cognitiva, proceso procedimental de la planeación realizada por Sonia en PRS



De la Figura 15 se infiere que Sonia colocó en manifiesto los nuevos significados consolidados en la CoP, porque ella intentó atender a las características particulares de sus estudiantes considerando las estrategias D1 y D2 discutidas con sus colegas. Lo mencionado, también se evidencia cuando la profesora ofreció a los estudiantes opciones para modificar y

personalizar la presentación de la información mediante guías de trabajo y videos cortos, fortaleciendo así la percepción visual y auditiva, considerando que si un alumno no logra percibir y comprender la información se crean barreras de comunicación que inciden en impedir un nuevo aprendizaje, Pastor (2018).

En esta ocasión los significados negociados por Sonia se pueden asociar al *pensamiento didáctico* que resalta Parada (2011), porque ella buscó formas útiles para presentar los contenidos matemáticos mediante ejemplos, gráficas y tablas de datos. A pesar de que la profesora intentó incluir a todos sus estudiantes en clase de matemáticas, no se percibe alguna adaptación y flexibilización para llegar a quienes tengan limitación auditiva, porque no se ofrecieron opciones como el uso de subtítulos, transcripciones de videos, Lengua de Señas Colombiana (LSC), entre otras estrategias que resaltan CAST (2018) y Pastor, Sánchez y Zubillaga (2011) con relación al acceso y comprensión de la información (D1).

Por otro lado, de la guía presentada por Sonia se perciben algunas imprecisiones alrededor del pensamiento matemático y el lenguaje simbólico utilizado (D2), porque en la pregunta 3: “¿Cuántas pilas desechadas irresponsablemente contaminarían 1.000.000 litros de agua?” se espera como respuesta un número natural. Pero, teniendo en cuenta que 1 pila contamina 175.000 lt de agua, entonces 1.000.000 lt de agua sería contaminada por 5,7142 pilas. Sin embargo, no es posible tener 5,7142 pilas, por lo que se debe hacer una aproximación ya sea al entero menor o mayor, situación que no fue prevista por la profesora y que generó confusión en el proceso de reflexión en la acción porque cada estudiante realizó aproximaciones diferentes según su conveniencia, como se resalta en el apartado 5.1.2.

Lo descrito, es una muestra de cuán importante es que desde el inicio de las actividades se de claridad al lenguaje matemático que se va a utilizar y se brinden a los estudiantes orientaciones

sobre convenciones matemáticas para la comprensión del objeto de estudio, pues esta actividad puede generar dificultades en comprender que significa 5,7142 pilas y a cuál entero aproximar. Al respecto Meyer, Rose, y Gordon (2014) resaltan la necesidad de proporcionar múltiples opciones para el lenguaje y los símbolos (D2) con el fin de que el estudiante pueda establecer relación entre los elementos matemáticos y conjuntos numéricos en los cuales se está trabajando.

En concordancia con lo anterior MEN (2006) y NCTM (2000) señalan que un lenguaje matemático adecuado es necesario para expresar ideas, para comunicar a otros la comprensión dada a un objeto de estudio. Por ende, se deduce que es fundamental utilizar palabras clave, establecer un patrón y expresiones algebraicas que coadyuven en la interpretación del objeto de estudio. En esta ocasión era necesario orientar a los estudiantes sobre la idea de aproximación al entero mayor o menor, situación que no fue prevista por la profesora y generó confusión.

Otro aspecto importante por tener en cuenta al momento de atender la diversidad de estudiantes en clase de matemáticas se relaciona con los conocimientos previos requeridos para la comprensión del objeto de estudio (D3) para relacionar unas ideas con otras. No obstante, este descriptor no se consideró en la planeación y en consecuencia la profesora inició formalmente con la interpretación de la función lineal, dificultando así que los estudiantes comprendieran la actividad propuesta. Además, solo fue objeto de discusión en el proceso de reflexión guiado que se realizó con la profesora usando las herramientas de análisis (ver inciso 5.1.4).

Al respecto, Mena y Henao (2018) señalan que algunos conocimientos previos que debe tener el estudiante para entender el concepto de función lineal se relacionan con: a) proporcionalidad, b) generalización de patrones y c) ubicación de coordenadas cartesianas. Sin embargo, estos no fueron contemplados en la guía llevando a la incomprensión de algunos objetos de estudio. Esta situación fue una oportunidad de reflexión, como se muestra a continuación:

a. En cuanto a la representación de coordenadas, notación y terminología cartesiana no fue contemplada por Sonia porque la explicación dada fue superficial, como se ve en el Episodio 35.

Sonia: [la profesora plantea la pregunta y ella misma responde]

1. Para la situación dada, ¿qué representa el valor de 0 en el eje x ? Rta. Representa cero pilas desechadas irresponsablemente, significa que no contamina agua.

2. El punto (1, 175.000) en este caso ¿qué representa? Cada pila desecha irresponsablemente contamina 175.000 litros de agua [...]

Episodio 35

En el Episodio 35 Sonia pudo considerar un mejor lenguaje matemático resaltando que: el valor tomado en x se refiere a la cantidad de pilas, y el valor en y a los litros de agua contaminados, esto permitiendo a aquellos estudiantes que desconocen esta interpretación comprender mejor la información y de esta manera facilitar la conexión entre saberes.

b. Con relación al eje de coordenadas, del Episodio 35 también se infiere que Sonia asumió que los estudiantes tenían claridad sobre los ejes de coordenadas, valores que tomaría la variable x y la variable y , dificultando así la comprensión del objeto de estudio como se ve en el inciso 5.1.2.

c. Respecto al concepto de proporcionalidad no es recordado por Sonia, éste es tomado como conocimiento previo, pues ella estableció directamente que si 1 pila contamina 175.000 litros de agua, 2 pilas contaminan 350.000 litros de agua y 3 pilas contaminarían 525.000. Lo anterior refiriéndose a $f(x) = 175.000x$. No obstante, este proceso de explicación detallada no se prevé, Sonia solo presentó la Figura 16, por lo que varios estudiantes no comprendieron la actividad.

Figura 16

Tabla de datos lt de agua contaminado según # pilas desechadas irresponsablemente

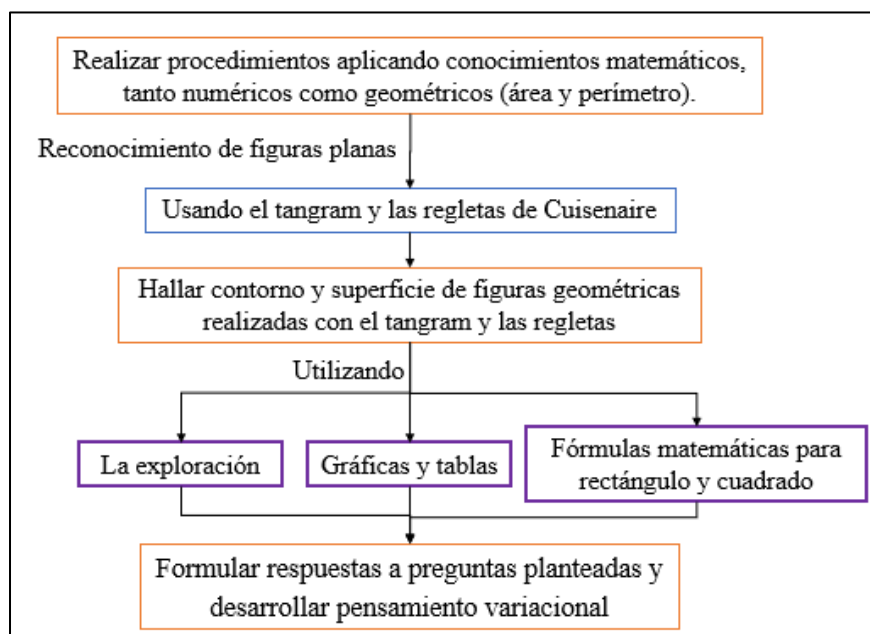
Cantidad de pilas	Litros de agua
1	175000
2	350000
3	525000
4	700000
5	875000
6	1050000

Lo anterior fueron oportunidades que se dieron durante la investigación para reflexionar con la profesora sobre la importancia de indagar sobre los conocimientos previos de los estudiantes para mayor fluidez del estudio del objeto matemático.

Por otro lado, Libia en su guía individual muestra el siguiente esquema de enseñanza: i) Cuento tangrámico y exploración con las regletas de Cuisenaire para hacer comparación del contorno y superficie de figuras geométricas, ii) Construcción de diferentes rectángulos con perímetro fijo de 14 cm; iii) Finalmente, trabajó sobre el perímetro y área usando tablas, gráficas y fórmulas matemáticas. La ruta cognitiva presentada en la Figura 17 muestra la propuesta de trabajo de Libia en la que se interesa por utilizar múltiples formas de representación para que el estudiante acceda y comprenda a la información desde la exploración por ensayo y error, tablas, gráficas y expresiones algebraicas (subrayado en morado en la Figura 17).

Figura 17

Ruta cognitiva de la clase planeada por Libia



En esta primera planeación se percibe que para Libia es importante que antes de iniciar con el estudio del objeto matemático exista un momento de exploración en el que los estudiantes se

familiaricen con los recursos a utilizar y las actividades propuestas. Por lo anterior, ella comprende que sus alumnos son diferentes en la manera de percibir la información tal como se señala en D1 y D3, por ende, les propuso hallar el perímetro mediante el conteo de cm que conforman el contorno de la figura geométrica y el área mediante el conteo de cuadrados de 1cm x 1cm que permiten “rellenar” esta figura, contribuyendo así en la percepción visual y táctil de los estudiantes que proponen CAST (2011, 2018), Pastor Sánchez y Zubillaga (2011).

Por otra parte, una vez los estudiantes han comprendido mediante la exploración ¿qué es el perímetro y el área? Libia intentó avanzar en el lenguaje matemático a utilizar (D2), pero incide en el método tradicional de dar la fórmula para hallar el perímetro y área del cuadrado y del rectángulo omitiendo el proceso de exploración, dejando de lado lo propuesto en MEN (2006) con relación a formular, plantear, transformar y resolver problemas a partir de situaciones de la vida cotidiana, de las otras ciencias y de las matemáticas mismas.

Al respecto, García, Jiménez, Montenegro y Peña (2017) manifiestan que una de las principales habilidades a considerar en todos los estudiantes es la interpretación y comunicación de la información, pues es fundamental para lograr codificar, decodificar y traducir una expresión del lenguaje cotidiano al lenguaje matemático, el cual hace parte del proceso de representar.

En este proceso de planeación cuando los profesores discutieron sobre las múltiples formas de representar un objeto matemático de estudio, ellos si consideran importante ofrecer a los estudiantes diferentes alternativas para acceder y comprender el objeto matemático de estudio. Sin embargo, los episodios resaltados dan cuenta de que existe dificultad para la integración de diferentes representaciones. Por tal motivo, se cree que esta sería una razón por la cual los profesores solo la gráfica, tabla o expresión algebraica, olvidando otras representaciones que coadyuvan en la comprensión del objeto de estudio, como iconografía, simbología, diagramas, etc.

Es importante resaltar que ninguno de los profesores que realizó la guía en este proceso de reflexión consideró los conocimientos previos necesarios por los estudiantes para comprender el objeto matemático. Ausubel (1983) manifiesta que el factor más importante que influye en el aprendizaje es lo que el alumno ya sabe, por ende, se debe averiguar y enseñar en consecuencia. Complementando lo antedicho, Palaguachi, García, Ochoa, y Erazo (2020) afirman que los saberes previos son fundamentales porque permite al estudiante conectar la información previa con la nueva, para relacionar unos ejes temáticos con otros, hecho que es fundamental para el aprendizaje.

Con relación al principio III: proporcionar múltiples formas de implicación solo se percibió en Sonia reflexión alrededor de ello, porque dio importancia al contexto de los estudiantes al plantear una situación problema en la que pretendía concientizar a los estudiantes con temas ambientales sobre el desperdicio de agua al relacionar residuos eléctricos y electrónicos desechados irresponsablemente vs la cantidad de agua contaminada. Acción que desde las pautas se asocia con D7, pues con el contexto intenta motivar a los estudiantes.

Se deduce que la docente se preocupa por llamar la atención de sus estudiantes y considera que concientizar a los estudiantes con temas ambientales es una buena estrategia para ello. No obstante, dada las inconsistencias de la guía (mencionadas en apartados anteriores) no se logró mantener a todos los educandos activos debido a la dificultad en la comprensión de los problemas y por las pocas adaptaciones curriculares realizadas.

Pastor (2018) menciona que antes de iniciar un proceso de aprendizaje es fundamental generar en el estudiante el interés y deseo por aprender, porque esto les permite involucrarse en la actividad que se está realizando y a su vez coadyuvar en el procesamiento de la información. Desde el punto de vista de las matemáticas, es fundamental que los estudiantes se impliquen en las

actividades propuestas, pues a partir de esto es muy probable que ellos tengan resultados significativos en la actividad matemática propuesta, Lazaridesun, Gasparb & DickeC (2019).

Por otra parte, ningún profesor tuvo en cuenta en esta primera planeación las opciones para mantener el esfuerzo y la persistencia de los estudiantes (D8), pues se presentó a todos una misma guía de trabajo sin considerar los ritmos y estilos de aprendizaje de ellos, motivo por el que las guías no eran suficientemente adaptables y flexibles. Lo anterior, se considera que se generó porque los maestros al iniciar sus planeaciones no reconocieron las habilidades y dificultades de sus estudiantes, por ello, la planeación de la clase fue pensada en el estudiante “promedio”.

CAST (2018), Pastor (2018) y Heredia (2019) consideran importante conocer que no todos los estudiantes tienen igual ritmo de aprendizaje, por ende, a unos se les dificulta la comprensión de un objeto más que a otros, lo que implica, proponer actividades con exigencias diversas, es decir, actividades en niveles variados de dificultad de tal manera que se puedan flexibilizar y ajustar a las características de los estudiantes como se ejemplificó en la conferencia 3 y 4 del PRCI.

5.1.2 Representaciones matemáticas que implementaban los profesores en sus clases

En este apartado se presentan los significados negociados por los profesores de la CoP alrededor de las representaciones matemáticas que implementaban en sus clases. Para ello, se siguen exponiendo las evidencias del proceso de reflexión en la acción de Sonia y Libia.

A partir del video grabado por Sonia, se percibe que ella implementa en sus clases las estrategias D1 y D2 que resaltan la relevancia del acceso y comprensión de la información, como lo señala CAST (2011), porque intenta mitigar las posibles barreras de comunicación, en especial con quienes no tenían acceso a internet y por ende no se conectaban a las clases. Situación que la llevó a presentar la información de manera visual (video) y de manera textual (guía en Word) para

que el estudiante modificara las propiedades de estos recursos en cuanto al volumen, tamaño de letra, caligrafía, lector de voz, etc, según sus características particulares.

De la información proporcionada por Sonia y los datos que ella facilitó a la investigadora se observó el siguiente esquema de trabajo, 1) Dar indicaciones generales de la guía, 2) Contextualizar sobre residuos eléctricos y electrónicos, 3) Leer la guía completa, 4) Explicar y realizar la primera parte de la guía como ejemplo y 5) Establecer un momento de evaluación.

Sonia para eliminar las diferentes barreras de comunicación planeó encuentros por Zoom de dos horas semanales (se conectaban cerca de 10 estudiantes), diseñó guías de trabajo, usó WhatsApp y llamadas telefónicas para quienes no tenían internet y tampoco una persona que apoyara su proceso de aprendizaje desde casa. Por lo anterior, se deduce que Sonia si consideraba las múltiples formas de hacer accesible la información (D1), para que esta se convirtiera en un conocimiento útil, como lo propone Pastor, Sánchez y Zubillaga (2011) y Meyer, Rose y Gordón (2014). Lo anterior se evidencia mediante el Episodio 36.

Sonia: En la guía, como lo mencioné se hacen encuentros por zoom, pero en ocasiones cuando el docente lo quiera, si deseamos hacerlo (siempre se puede hacer), se acompaña un vídeo. Entonces, yo realizo un vídeo en donde explicó la guía, trato de que sea el vídeo muy corto para que los chicos lo descarguen por WhatsApp y para que los estudiantes que de pronto no tienen acceso a Zoom y que quieren complementar la información que hay en la guía lo puedan hacer.

Episodio 36

El accionar de Sonia muestra sus reflexiones alrededor del *pensamiento orquestal* en términos de Parada (2011), porque los recursos seleccionados usaban representaciones visuales, gráficas y tabulares para atender la diversidad de estudiantes, pues hay que recordar que no para todos era fácil conectarse a clases virtuales. Esta estrategia da cuenta de lo importante que es para Sonia brindar opciones para que una persona perciba la información, mediante la percepción visual (video) y la percepción auditiva (explicación del video) según las formas de aprendizaje de cada uno de los estudiantes.

Al respecto, Gutiérrez (1991) manifiesta que la percepción visual en matemáticas es esencial porque en esta se encuentran las diferentes representaciones que un individuo hace de los objetos matemáticos de estudio y fortalece el pensamiento lógico de los estudiantes cuando se les solicita interpretar y comprender la información brindada. Por otra parte, Laos (2017) manifiesta que la percepción auditiva es esencial porque ayuda al estudiante a captar e incorporar la mayor parte de la información al sistema cognitivo para así contribuir en la comprensión de la información. Lo anterior, es una muestra de que Sonia procura eliminar posibles barreras de comunicación y favorece el lenguaje receptivo (escuchar y leer) y lenguaje expresivo (hablar y escribir) tal como lo proponen Thomas, Garderen, Scheuermann y Lee (2015).

A pesar de que la profesora intenta atender a gran parte de sus estudiantes, se deja de lado una población importante como son los educandos con limitación auditiva, pues se proporcionan pocas representaciones desde las características particulares de cada uno de ellos como es la Lengua de Señas Colombiana (LSC), situación que la profesora solo percibió en el proceso de reflexión guiado que fue orientado por la moderadora, ver apartado 4.1.4.

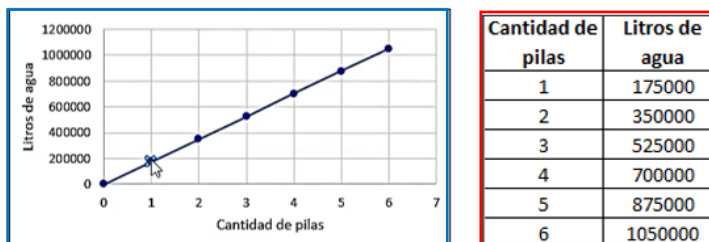
Por otra parte, desde D2 relacionada con el lenguaje y los símbolos se observó que en el video explicativo de Sonia hubo diversas dificultades, porque a pesar de que ella intentó relacionar constantemente la representación gráfica y tabular, por falta de un lenguaje matemático adecuado confundió reiterativamente estas dos representaciones atribuyéndoles una misma terminología, es decir, llamaba gráfica tanto a las tablas como a la gráfica misma, ver Episodio 37.

Sonia: Si no tenemos la gráfica (señaló rectángulo rojo de la Figura 18) donde nos indica que una pila contamina 175.000 litros de agua, no podríamos saber con exactitud aquí desde la información de la gráfica (señaló rectángulo azul de la Figura 18), pero sí podríamos dar un valor aproximado [...], pero la gráfica (señaló rectángulo rojo de la Figura 18) me ayuda a obtener el valor exacto.

Esta gráfica (señaló rectángulo de la Figura 18) se obtuvo de la tabla de la parte introducción donde me dice que una pila contamina 175.000 litros.

Figura 18

Dos representaciones con una misma terminología



Episodio 37

Al respecto Sastre y D'Andrea (2016) muestran que una de las principales razones que llevan a los estudiantes a no comprender con claridad los objetos de estudio se debe al no manejo de un lenguaje matemático claro, preciso y conciso, para poder hacer llegar la información a todos los estudiantes y así evitar confusión entre los objetos de estudio, pues dependiendo de las características de educando se podría generar dificultades en la comprensión de la información y así generar un aprendizaje erróneo el cual será muy difícil de resignificar, sobre todo en quienes tienen atención dispersa o sus procesos son netamente memorísticos dado sus procesos cognitivos.

Además, porque la no comprensión del lenguaje matemático podría no permitir establecer relación entre unos conceptos matemáticos con otros, obstaculizando así la incorporación de nuevos constructos. Estos mismos autores y Riccomini, Smith, Hughes y Fries (2015) mencionan que el lenguaje matemático es fundamental porque permite al estudiante expresarse, comunicarse con otros, comprender los objetos de estudio y desarrollar competencia matemática.

Otra estrategia que Sonia consideró importante en su accionar es brindar a los estudiantes un ejemplo de la actividad matemática que se quería promover como orientación a los estudiantes, principalmente a quienes se encuentran solos en casa. Este actuar de la profesora deja ver que en su práctica profesional intenta incluir estrategias relacionadas con D3, no obstante, las orientaciones dadas son muy superficiales (ver Episodio 38).

Sonia: Entonces sí tengo una pila que contamina 175.000 ¿cuánto contaminaría dos pilas? 350.000 aproximadamente

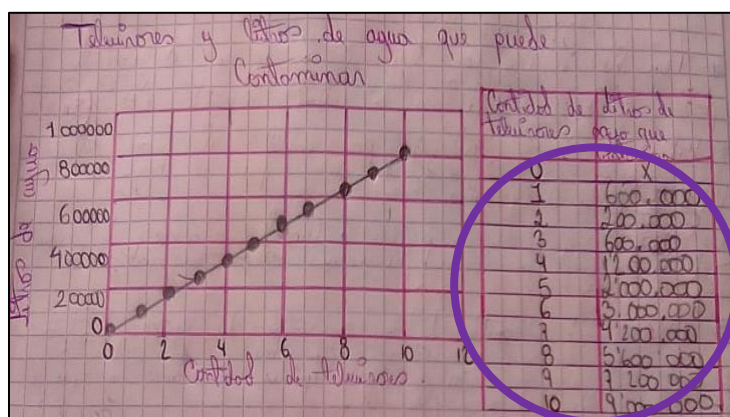
Episodio 38

Lo descrito pudo ser consecuencia de considerar que los estudiantes tenían conocimientos claros sobre proporción, tabulación de datos, generalización de patrones y realización de gráfica, infiriendo que era suficiente dar solo el valor siguiente y que los estudiantes comprenderían la relación: si una pila contamina 175.000 lt de agua entonces dos pilas contaminan 350.000 lt de agua, 3 pilas 525.000 lt de agua y así sucesivamente. Es decir, para Sonia al parecer era claro que los estudiantes identificarían que el nivel de agua aumenta de 175.000 en 175.000 a medida que la cantidad de pilas desechadas irresponsablemente avanza de 1 en 1, no obstante, los resultados mostraron un panorama diferente, pues hubo incomprensión de la actividad.

Lo anterior se evidencia porque al proponer a los estudiantes el mismo problema de cantidad de litros de agua contaminados, pero ahora con cantidad de televisores desechados irresponsablemente, ellos inciden en los errores mencionados previamente, pues según el problema un televisor contaminaría 80.000 lt de agua y no 600.000 como la respuesta dada por una estudiante (ver Figura 19 encerrado en morado), dicha situación es muestra de la falta de interpretación de un problema y de la falta de saberes previos con relación a proporcionalidad.

Figura 19

Errores de los estudiantes por no reconocimiento de patrones

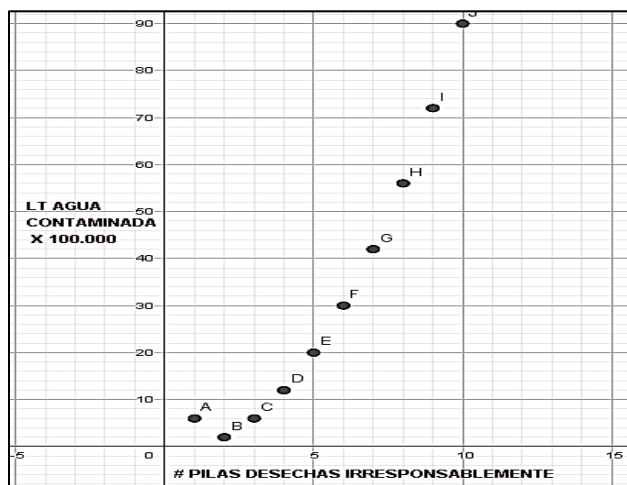


La Figura 19 muestra la dificultad de algunos estudiantes para establecer la relación $y = 80.000x$, $x \in \mathbb{N}$ y de esta manera seguir un patrón. Además, la respuesta dada permite inferir que la interpretación al problema por parte de los estudiantes aún es insuficiente, debido a que el problema propuesto está pensado en una relación directamente proporcional, no obstante, en la respuesta presentada en la Figura 19 esto no se identifica, ya que el comportamiento generado en la tabla de datos es aumentar los litros, luego disminuirlo y volverlos a aumentar, situación que no modela el problema, y como ya se había mencionado este crece a proporción constante.

A partir de la Figura 19 también se observa la dificultad de algunos estudiantes para relacionar la representación gráfica con la tabular, por un lado, la parte gráfica muestra un comportamiento lineal el cual no corresponde a los datos de la tabla y por otro la tabla de datos daría la gráfica presentada en la Figura 20 y no la realizada por el estudiante.

Figura 20

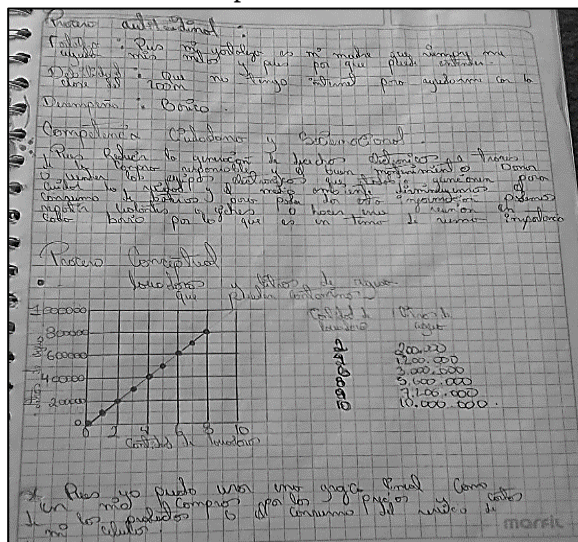
Gráfica correcta según datos del estudiante



Ante la dificultad presentada por parte de los estudiantes se percibe de Sonia toma una postura reflexiva y la situación la convierte en un momento de aprendizaje, por ello, a partir de la retroalimentación vía WhatsApp ella les envió un mensaje de texto haciendo algunas aclaraciones

y correcciones a partir de ejemplos, con el fin de que los estudiantes evidenciaren el error y lo corrigieran, una muestra de lo dicho se presenta en el Episodio 39.

Est. E: Profe envió por este medio el desarrollo de la guía



Sonia: Retroalimentación 4ta guía de aprendizaje.

Felicitaciones por el envío puntual de la actividad.

- Con relación al punto 1, no estaba en la guía, aparece PROCESO CONCEPTUAL pero no el enunciado. Comparto foto donde indica qué hacer y se da un ejemplo para que te guíes, o puedes usar el video donde se explica la guía. Por favor resolverlo y enviarlo.
- Con relación al punto 2, muy bien. Revisar la tabla, no coincide con la gráfica, por favor tener en cuenta que un televisor contamina 80.000 litros de agua, dos televisores contaminan 160.000 litros de agua, tres televisores contaminarían 240.000 litros de agua.

Episodio 39

El Episodio 39 da cuenta de la eliminación de barreras de comunicación entre estudiante y docente, pues Sonia usó diferentes recursos para comunicarse con ello mediante el WhatsApp, recuérdese que fue uno de los recursos más usados en pandemia, Herrera (2020).

De Sonia se resalta que a partir de este medio hace retroalimentación constante a sus estudiantes sobre las actividades propuestas, que es muy valioso para el aprendizaje de cada uno de ellos, porque les permite identificar aquellas fortalezas, debilidades y vacíos conceptuales que les impiden comprender un objeto matemático de estudio, de tal manera que él mismo pueda reconocer estas necesidades y buscar estrategias alternas en pro de mejoramiento.

Lo descrito da cuenta de la aplicación de D8 y D9, porque Sonia utilizó los feedbacks como una forma de involucrar al estudiante en su proceso de aprendizaje, además porque ella fomentó en cada uno de ellos la evaluación y autorreflexión sobre las actividades realizadas para que de esta manera ellos tomaran conciencia de lo que están aprendiendo y la manera en que están aprendiendo posibilitando así la formación de un estudiante autónomo y reflexivo con su propio trabajo, como lo afirma Rojas, Salgado, Salazar, Méndez (2021) y CAST (2011).

Del actuar de Sonia, finalmente se deduce que ella consideró (no en su totalidad) el principio de proporcionar múltiples formas de representación en matemáticas bajo la aplicación de algunos puntos de verificación propuestos en D1, D2 y D3, sin embargo, se dejaron de lado gran parte de estrategias no aplicadas y que fueron requeridas para promover la actividad matemática esperada como: tener en cuenta los conocimientos previos de los estudiantes, definir un vocabulario matemático claro y preciso, uso adecuado de notación matemática y simbólica, brindar mayor explicación a las actividades propuestas pues la época en la cual se aplicó la guía fue aún más compleja por la virtualidad, pues el índice de desconcentración de los estudiantes era mayor, por los diferentes distractores que se podía encontrar en los hogares.

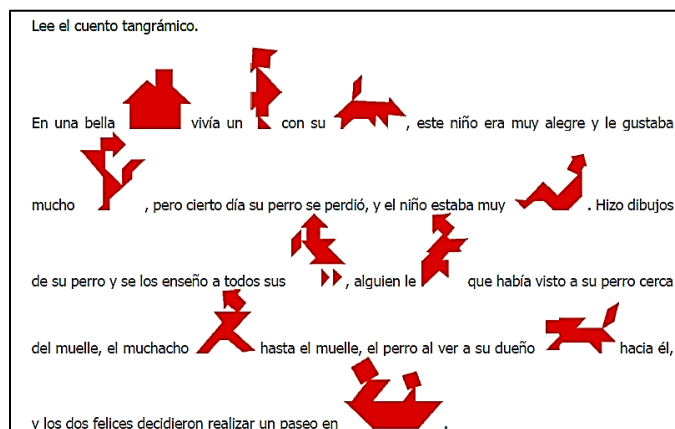
Por otra parte, de Libia quién implementó su clase en presencialidad remota solo se pudo recopilar respuestas de los estudiantes a las guías de trabajo y la información descriptiva proporcionada por la profesora, esto por las políticas de privacidad de datos de la institución. A partir de las evidencias anteriores, se percibió que la docente desarrolló la clase como lo previsto y además mostró la importancia de usar diferentes recursos (tangram, regletas de Cuisenaire y GeoGebra) para acercar el objeto matemático de estudio a sus estudiantes.

Con relación a la actividad de exploración propuesta, cuento tangrámico (Figura 21), aunque Libia no dio un sustento teórico riguroso, si permitió a los estudiantes interesarse en las

situaciones propuestas porque requería la participación activa de los educandos. Además, esta actividad permitió diferenciar a través de la percepción el concepto de perímetro y área, el perímetro palpando el contorno de la figura y área tocando con la palma de la mano la superficie.

Figura 21

Cuento tangrámico usado por Libia



Brissiaud (como se citó en Yokoyama, 2012) considera que palpar y tocar con las manos es un instrumento sensorial muy valioso en el aprendizaje de las matemáticas porque permite al estudiante hacerse una idea sobre el objeto de estudio, ayudando así en el aprendizaje de un nuevo concepto. Lo anterior, es también fundamental desde las estrategias del DUA y se relaciona con D1 y D2 porque estos objetos físicos, materiales manipulables permiten al estudiante acceder y comprender la información de manera distinta a la textual, ayudando por ejemplo en el aprendizaje de aquellos estudiantes que no saben leer, escribir o que su proceso de aprendizaje es más efectivo a partir de lo sensorial, lo descrito se muestra en la Figura 22 en la cual Libia orientó la actividad.

Figura 22:

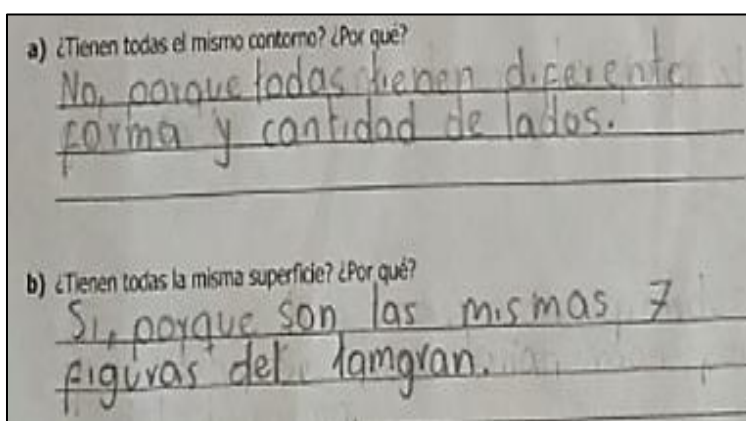
Uso de expresión corporal por parte de Libia



La situación representada y trabajada a partir de la parte táctil permitió a los estudiantes conocer que, a pesar de tener la misma cantidad de fichas de tangram para armar las figuras, cada una de ellas tenía un contorno diferente, pues dependía de la cantidad de lados y longitud de cada uno de estos. Así mismo, identificaron que la superficie si se mantenía porque utilizaban la misma cantidad de fichas, aunque la forma en que estuvieran organizadas fuese diferente. Algunas evidencias se resaltan en las Figura 23 que corresponden a las respuestas dadas por los estudiantes.

Figura 23

Respuesta de estudiantes de Libia en el máximo nivel de complejidad



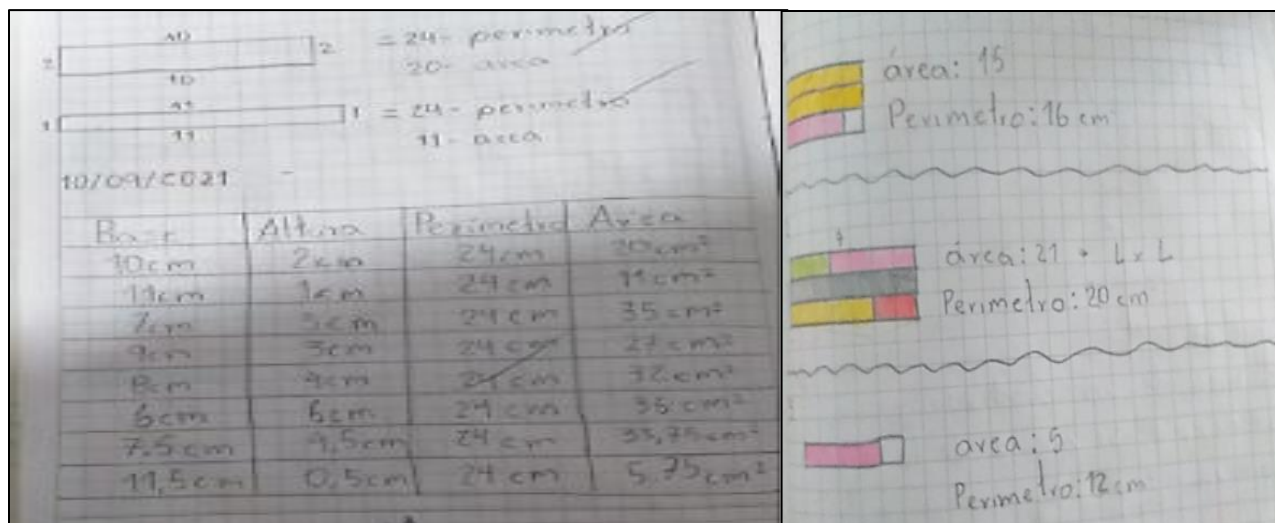
Es muy interesante ver como la profesora en su accionar a pesar de que no tenían un proceso de formación completo alrededor del DUA (en el PRSI se habían dado algunas nociones), intenta colocar en su práctica profesional algunos descriptores que hacen parte de este enfoque didáctico como D1 cuando ella propuesto a los estudiantes tomar con sus manos el material concreto y palparlo para activar el interés del estudiante por aprender. Además, conlleva a una mejor comprensión de este, porque usa los sentidos, percibiendo así la información mediante diversos medios, siendo fundamental en el aprendizaje, según Pastor, Sánchez y Zubillaga (2011).

Para complementar lo anterior, con las guías de trabajo desarrolladas por los estudiantes se puede inferir que Libia reforzó constantemente la necesidad de mostrar a los estudiantes la relación que existe entre la representación gráfica y tabular para hallar el área y perímetro del rectángulo

(ver Figura 24) por lo que se deduce que la profesora intenta en su práctica profesional implementar el principio I relacionado con las múltiples formas de representación.

Figura 24

Relación gráfica y tabular para hallar área y perímetro de un rectángulo



Para Libia es importante que los estudiantes relacionen la información gráfica y tabular con una expresión matemática, es decir, para ella el lenguaje simbólico es necesario. Por ende, propone a sus estudiantes sustentar sus ideas de manera oral o escrita con el fin de desarrollar en ellos habilidades de conversión, esto es pasar de un lenguaje natural y verbal a un lenguaje un poco más matemático, conduciendo al estudiante a las siguientes ideas: $Ac = l \times l$, $Pc = l + l + l + l$, $Ar = a \times b$, $Pr = a + a + b + b$, que se relacionan con la fórmula de perímetro y área del cuadrado y rectángulo de la Figura 25 respectivamente.

Figura 25

Figura para hallar área y perímetro



En general Libia intentó considerar en su práctica algunos descriptores del DUA para atender a las características particulares de sus estudiantes, pues recuérdese que son educandos con diferentes ritmos y estilos de aprendizaje, donde unos van más avanzados que otros. No obstante, la profesora tuvo una limitante y es que para los estudiantes que estuvieron solos en casa no hubo retroalimentación mediante un video u formas alternas a la guía de trabajo, es decir, D2 no se vio reflejado en su actuar porque la información solo se presentó por guías y Meet.

En lo correspondiente a los conocimientos previos, relacionado con D3 no fueron considerando por Libia y poca reflexión hubo alrededor de ello al momento de planear la clase. No obstante, en su accionar si los involucró a medida que transcurría la sesión y las discusiones de los estudiantes lo requerían. Por ejemplo, para la profesora fue necesario dar claridad sobre lo que significa rectángulo, cuadrado, magnitud, contorno, superficie, entre otras, encontrándose con la dificultad en los estudiantes de no comprender que el cuadrado también es un rectángulo.

Otros aspectos importantes por resaltar y que no se evidenciaron en las acciones de Libia se relaciona con las habilidades y características de los estudiantes debido a que la actividad matemática se desarrolló para todos exactamente igual, no se indagó sobre aquellos estudiantes que quizás tenían mayor complejidad para comprender el objeto de estudio, es decir, faltó reflexión sobre la manera de involucrar a todos en las actividades, que se relaciona con D7 y D8 del DUA.

5.1.3 Reflexión sobre lo planeado vs lo logrado sobre las representaciones matemáticas

La profesora Sonia comenzó su intervención dando a conocer que trabaja en un Colegio rural de un corregimiento víctima del conflicto armado, luego comunicó las modalidades de trabajo con sus estudiantes y finalmente reflexionó sobre la guía relacionada con la interpretación de la función lineal mediante el problema de los residuos eléctricos y electrónicos que desechados irresponsablemente contaminan cierta cantidad de agua. Esta reflexión estuvo orientada por cinco

preguntas fundamentales ¿qué planeé?, ¿qué logré?, ¿qué oportunidades para promover aprendizaje tuve?, ¿qué mejoraría? y ¿diseñé pensando en todos los estudiantes?

La institución donde trabaja Sonia desde el inicio de pandemia tuvo que idear un currículo emergente, por las condiciones en las que se encontraban los estudiantes para recibir clases de manera virtual y a la falta de comunicación entre docentes-estudiantes. Por lo anterior, los directivos de la institución reflexionaron sobre la imposibilidad de abordar todas las temáticas que desde los estándares nacionales se propone, por ende, solicitaron a los docentes elegir los contenidos que consideraban de mayor relevancia para cada grado escolar, ella lo manifestó así:

Sonia: Dada la emergencia el año pasado se hizo una adaptación del currículo, entonces todo lo que se venía trabajando anteriormente tuvo que ser adaptado, es decir, se trabaja solo lo que considerabamos los docentes que era necesario, lo básico a trabajar, porque teníamos claro que este año seguíamos con esta modalidad de trabajo virtual.

Episodio 40

Lo anterior exhibe que por la COVID-19 fue necesario que los profesores reflexionaran sobre ¿qué matemáticas enseñar? y ¿para qué se enseñan esas matemáticas? pues esto les permitió seleccionar aquellos ejes temáticos que consideraban más importantes que otros. Este mismo hecho llevó a que los profesores trabajaran de manera articulada los objetos de estudio de álgebra, geometría, trigonometría, estadística, entre otras disciplinas, porque al integrar más contenidos el tiempo era menor, que era justamente uno de los limitantes que tenían los profesores por la virtualidad, porque para los estudiantes era más difícil la comprensión de los objetos de estudio y por ello tardaban un poco más de lo habitual (en presencialidad) en dar respuestas a las actividades propuestas. Esto fue un punto de reflexión de la profesora y se evidencia mediante el Episodio 41.

Sonia: Antes se daba una guía cada dos semanas pero en discusión con los padres de familia y en vista que los tiempo no eran suficientes dada la cantidad de materias (se están trabajando todas las materias) y dificultad que presentaban los estudiantes, se extendió el tiempo y es una guía de aprendizaje cada 3 semanas. Esa guía los docentes las llevamos a la institución, la institución las imprime, estas se hacen llegar a los padres de familia, para que ellos la lleven a sus hijos. Aparte de la guía, se hace encuentros por zoom (dos horas a la semana) donde el propósito es hacer

acompañamiento de las guías y lo que ya cada docente desea hacer en el tiempo que le queda (si es que le queda tiempo). También se hace atención telefónica de 7:00 am a 1:00 pm.

Episodio 41

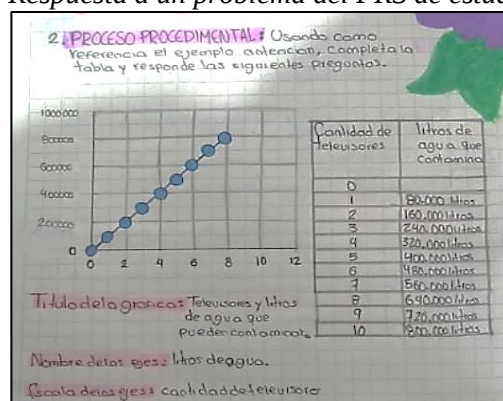
El Episodio 41 refleja que para la profesora la educación virtual tuvo diversas complejidades, en especial desde la parte comunicativa, que la llevaron a implementar medios alternos para relacionarse con los estudiantes, como ya se mencionó en el apartado 4.1.2. Este mismo episodio muestra que la profesora reflexionó sobre D1 y D2, como lo propone Pastor, Sánchez y Zubillaga (2011) cuando brindó información de manera visual, auditiva, gráfica, etc.

Por otra parte, desde el inicio de la exposición Sonia dio a conocer en su proceso de reflexión que si se había promovido la actividad matemática esperada y que todos los estudiantes habían alcanzado los objetivos propuestos, por ende, consideró que la guía de trabajo había cumplido el propósito por el cual había sido diseñada, al respecto ella mencionó:

Sonia: Comparto la siguiente imagen (Figura 26) donde me enfoco en el proceso procedimental y que efectivamente todos los estudiantes lograron responder las preguntas relacionadas con: identificar cuál era el título de la gráfica, la escala y obtener de ahí alguna información, aquí pues algunas evidencias de eso. (Presenta respuesta de algunos estudiantes)

Figura 26

Respuesta a un problema del PRS de estudiantes de Sonia



Episodio 42

Del Episodio 42 se puede inferir también que la reflexión de la profesora se centró en solo establecer si los objetivos se habían cumplido o no en términos de respuestas correctas e incorrectas, dejando de lado las causas por las que probablemente la actividad no fue comprendida por los estudiantes, como por ejemplo, el poco dominio de algunos conceptos previos relacionados

con proporcionalidad y generalización de patrones que son fundamentales para interpretar la función lineal, como se mostró en el apartado 5.1.1

Por otra parte, para Sonia es fundamental reflexionar sobre los errores de los estudiantes y son tomados como una oportunidad de aprendizaje, permitiéndoles a ellos mismos reconocer cuales son las dificultades que presentan frente a la comprensión del objeto de estudio y de esta manera puedan buscar estrategias en pro de mejoramiento. Lo descrito exhibe que para Sonia las estrategias D7 y D8 son fundamentales en su práctica profesional, porque mediante el error ella conduce a los estudiantes a afianzar sus conocimientos, como lo propone CAST (2018).

Sonia: Encontré una oportunidad, una oportunidad, para mostrar a los estudiantes que no siempre la gráfica nos da un valor exacto, por decir, para un televisor yo puedo saber exactamente si son 80.000 litros, pero desde las gráficas no lo podría saber exactamente, los estudiantes que obtuvieron el valor de 80.000 litros lo obtuvieron de la gráfica inicial donde yo les di las equivalencias, pero pues algunos no llegaron a esto, y esto estuvo bien porque permitió mostrarles que la gráfica es una manera de sintetizar la información y presentarla de una manera, no sé más bonita, más agradable, no siempre muestra la información de manera exacta y puntual.

Episodio 43

El Episodio 43 muestra que el uso dado por la profesora a la gráfica es atribuido por su organización, estilo y forma presentada, incurriendo en algunos errores, pues se desconoce la utilidad de esta representación. Al respecto, Duval (citado por Prada-Núñez y Hernández-Suárez, 2014), mencionan que “las propiedades de las figuras generalmente no son abordadas en la enseñanza y al desconocer la especificidad y la importancia de esta vía, no puede alcanzarse el objetivo de una utilización correcta de las gráficas por los estudiantes” (P. 1).

Por otro lado, con relación a la pregunta ¿diseñé pensando en todos los estudiantes? Libia mencionó que no, no diseñó pensando en todos los estudiantes, manifestando que al tomar los tres principios del DUA discutidos en las conferencias de la CoP ella solo intentó utilizar el principio I y III relacionado con las múltiples formas de representación e implicación, no obstante este no se implementa a cabalidad, así lo expresa ella cuando comparte con sus colegas en la CoP.

Sonia: Primero, con relación al principio de las múltiples formas de motivar a los estudiantes, con relación a este principio creo que no, no se ve reflejado en mi guía [...] Segundo, respecto a múltiples formas de representación de la información, esto hace referencia a que reconoce las distintas formas en las que los estudiantes perciben y comprenden la información, entonces además de libros usé vídeos, textos con audios y otras herramientas para mostrar la información. En esta guía consideró que si lo usé, aparte de la guía que era impresa lo acompañé de un pequeño vídeo que mostraba la guía, con una explicación extra, de manera auditiva que considero que es importante para los estudiantes, porque ellos venían acostumbrados a que nosotros en clase les explicábamos de manera auditiva y de pronto no tenían que leer tanto, ya con esta nueva metodología de trabajo en casa ya ellos tienen que leer y eso ha sido como un obstáculo.

Episodio 44

Del Episodio 44 es muy interesante ver como la profesora significó y se apropió de algunos elementos teóricos discutidos con los miembros de la CoP para atender a las características particulares de todos los estudiantes con base en el DUA, mismos que le permitieron tomar conciencia de no haber promovido la actividad matemática en todos los educando, pues se dejaron de lado algunos aspectos como conocimientos previos, contexto, motivación e interés, maneras diversas del estudiante acceder y comprender la información. Se puede inferir que la profesora logró significar el uso del DUA para establecer si las estrategias usadas permitieron o no flexibilizar los procesos de enseñanza y maximizar las oportunidades de aprendizaje.

Con base en lo descrito, también se puede establecer que la profesora significó que puede mejorar su práctica profesional colocando en escena los nuevos aprendizajes consolidados alrededor del DUA, por ende, ella considera importante transformar algunos puntos de la guía bajo las orientaciones que se dieron en la CoP, así lo manifiesta en el Episodio 45.

M: ¿Harías algún cambio a la guía para próximas intervenciones so la dejarías igual?

Sonia: Modificaría el punto uno del proceso conceptual “Describe dos situaciones en las que sea útil la gráfica lineal para representar los datos”, la verdad que fue un punto muy confuso, al parecer no fui clara a la hora de escribirlo y los estudiantes tenían bastantes dudas. También lo modificaría porque si se supone es la primera actividad que vamos a hacer de este tipo entonces, en la guía no había los ejemplos suficientes para que ellos pudieran comprender y dar otros ejemplos, no tenían quizás algunos conocimientos previos claros.

Episodio 45

El Episodio 45 muestra que la profesora también reflexionó sobre cuán importante es proporcionar a los estudiantes ejemplos claros sobre la actividad matemática que se quiere promover, pues de lo contrario se puede conducir a la no interpretación de la información lo cual conllevaría a un aprendizaje erróneo. Al respecto, Pastor, Sánchez y Zubillaga (2011) y CAST (2011) mencionan que la ejemplificación de los objetos de estudio es una estrategia fundamental para atender a todos los estudiantes, porque este proporciona una información valiosa al orientar a los estudiantes sobre la actividad matemática que se quiere promover.

En concordancia con lo anterior, Figueiredo, Contreras, Blanco (2012) resaltan que ejemplificar en matemáticas es esencial porque proporciona una visión más amplia sobre la naturaleza mismas de las matemáticas y permite dar explicación más clara y consistente a conceptos matemáticos. Además que los ejemplos “Constituyen la base para las generalizaciones, para las abstracciones y para el razonamiento analógico”, (Zaslavsky et al., 2006, como se citó en Figueiredo, Contreras, Blanco, 2012).

Finalmente, la profesora concluyó su participación presentando a los miembros de la CoP el proceso de intervención que ella ha realizado por dos años consecutivos con un estudiante con discapacidad auditiva, pues él aún no dominaba la LSC. En consecuencia, Sonia identificó que la comunicación era la barrera más grande que había entre ellos para que el estudiante comprendiera y adquiriera un aprendizaje, motivo por el cual tuvo que idear varias estrategias en pro de ello, pues la profesora tampoco manejaba la LSC. Al respecto, Sonia consideró que fue un trabajo fuerte y que la desestabilizó al principio pero gracias a un proceso de formación previó, logró buscar alternativas para acercarse al estudiante, como se ve en el Episodio 46.

Sonia: Cuando empecé a trabajar con el estudiante sordo pues yo no sabía qué hacer, como todo, pero pues ya tenía cierta formación y dije: pues bueno lo primero que tengo que hacer es mirar la manera de comunicarme con él y debe ser con lengua de señas, entonces preguntando a mis compañeros docentes ellos me dicen que no, que por la lengua de señas no, que el estudiante leía y

escribía algunas veces. Yo dije Ah bueno entonces escribiendo, pero cuando lo ponía a escribir algo él miraba no más, pero yo notaba que de pronto no comprendía, yo le pedía que me escribiera así sea una pregunta sencilla, como preguntarle el nombre de manera escrita él no me entendía. Entonces ahí vino un trabajo de investigación y pude evidenciar que el estudiante no sabía leer, no sabía escribir y no manejaba su lengua de señas.

Episodio 46

Del Episodio 46 se resalta la sensibilidad de la profesora para acercarse al estudiante y caracterizarlo para identificar aquellas barreras de aprendizaje que el educando podía presentar, esta situación es muy relevante porque deja ver en la docente su interés por incluir a todos en el aula de clase, bajo unas mismas condiciones de accesibilidad y comprensión de la información. Sonia era consciente de que el estudiante tiene todas sus habilidades cognitivas para generar un nuevo conocimiento, que la única dificultad es de tipo comunicativa y si el estudiante no podía comprender la información proporcionada, menos tendría claridad sobre el objeto matemático, como se resalta en el DUA a partir de la estrategia D1, ver Episodio 47.

Sonia: Inicié buscando en internet, vídeos porque me pareció que era la manera más gráfica, le lleve videitos al estudiante y me di cuenta de que ya empezábamos a comunicarnos, él ya sabía su nombre en lengua de señas [...]Luego empezamos hacer un trabajo de socialización con los compañeros, empezamos hacer actividades en clase de matemáticas iniciando o terminando la hora, donde se ponían estos videos y los estudiantes empezaban hacer el acompañamiento, incluso una de las estudiantes había estudiado en un colegio donde si se maneja lo de inclusión y ya sabía LSC [...]Empezamos ese proceso, después encontré que está el diccionario de lengua de señas básicas colombiana, con ese hicimos algunos letreros en el salón como para que empezáramos a utilizar la lengua de señas para referirnos a vocabulario básico del aula de clase, como los útiles escolares, las materias, profesor, estudiante, vocabulario propio del entorno como para empezar a comunicarme con él y él conmigo y con sus compañeros

Episodio 47

El Episodio 47 refleja la sensibilidad de la profesora por querer involucrar a su estudiante en las actividades que realizaba con sus demás estudiantes, es decir, la profesora comprendía claramente que la limitación auditiva no impedía en lo absoluto el aprendizaje, por el contrario, ella consideraba que con las adaptaciones pertinentes el educando podía aprender incluso objetos matemáticos similares a los de sus pares dado que, el cognitivamente tenía las capacidades.

La experiencia de Sonia es un ejemplo de la importancia de que los docentes tengan un proceso de formación y se preparen desde lo didáctico, pedagógico, didáctico y matemático para atender a las particulares de sus estudiantes, tal como lo propone Bruno y Noda (2010).

Además, esta experiencia refleja la necesidad de que los profesores tengan conocimientos sobre el DUA, porque este enfoque flexibiliza y brinda estrategias a los docentes para realizar adaptaciones curriculares requeridas para poder atender a toda la población, en particular juega un papel importante el principio I de proporcionar múltiples formas de representación de la información para que esta sea accesible y comprensible, como se vio en el actuar de Sonia.

Otras estrategias que la profesora utilizó para poder involucrar a su estudiante con limitación auditiva fue acudir a los videos educativos propuestos por INSOR (Instituto Nacional para Sordos), presentarlos al educando y trabajar con estos como apoyo. Así mismo, para esa época se dio la oportunidad de tener un modelo lingüístico que apoyó en el proceso, coadyuvando para que el estudiante avanzara en sus labores académicas, no obstante, al siguiente año 2022 y con pandemia muchos de estos procesos cayeron, porque incluso no se tuvo el apoyo de la familia y menos de los profesores que hacían comentarios peyorativos como “parece un pupitre más”, ante esto la profesora busca proyectos transversales para dar protagonismo al estudiante, sin embargo, a pesar de que se hizo un par de veces por diferentes obstáculos todo quedo en standby.

Es importante resaltar estas acciones de la profesora, porque permitió mostrar que cuando el docente está interesado en que todos sus estudiantes aprendan, cuando se es sensible frente a esta realidad de aula y se quiere promover aprendizaje en todos los estudiantes no hay excusa que valga, lo importante es el sentir, ayudar y buscar esas estrategias que tengan en cuenta las habilidades de los estudiantes y a partir de estas generar estrategias para aprender.

Se destaca que todas estas acciones fueron muy bien valoradas por los profesores, dado que hacen parte del DUA así lo reflejaron los profesores en sus opiniones (Episodio 48). Estas opiniones muestran que los profesores de la CoP también significaron la importancia de usar los principios y pautas como estrategias para atender la diversidad de estudiantes, pues en su repertorio compartido se refleja el uso constante de D1 y D2, lo anterior se muestra así:

Adela: profe Sonia primero que todo quiero felicitarla de verdad que sí, es un trabajo muy bonito el que usted hizo con ese niño. Muy bonito porque no creyó en esas frases de los profesores “es otra silla más”, porque en la vida real desafortunadamente eso se da y hay muchos comentarios así [...] Aparte me pareció esencial lo que usted hace de mirar las capacidades que tiene el niño y hasta dónde puede llegar ese niño, así no se lleguen a ver los temas de 10° ni en el grado que va, pero si por lo menos lo básico de matemáticas, lo que le va a servir para la vida [...]

Karla: Felicitaciones profe Sonia por llevar la batuta y realmente aportarle algo a los chicos. Puede que no todo esté listo, como decía la profe Adela, puede que el conocimiento matemático no se imparta en toda su potencialidad, pero el hecho de dejar esa semillita y de motivarlos ayuda [...]

M: profe Sonia, pues también la quiero felicitar. Efectivamente todo es un proceso y lo que dice la profe Karina es muy cierto, no todos tienen como esa sensibilidad, de pensar que un estudiante no es una silla ahí estática, por el contrario, es un estudiante que siente, es una persona.

Episodio 48

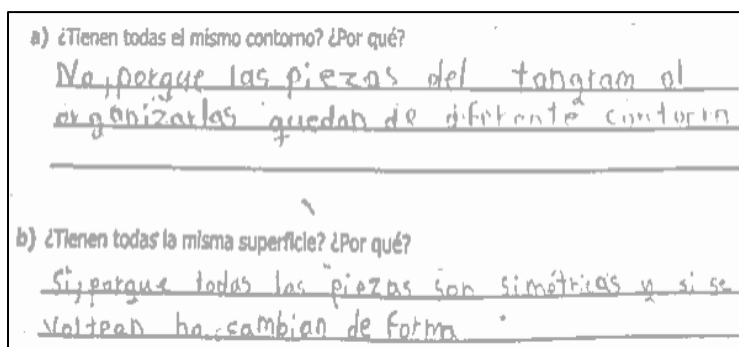
Sonia concluyó su intervención reflexionando sobre la importancia de formar a los profesores ante esta realidad que se vive en las aulas de clases, de apoyarlos y no dejarlos solos desde las instituciones con este proceso de inclusión, dado que es fundamental trabajar de manera integrada entre docentes-institución y estudiantes para generar las adaptaciones adecuadas y además involucrarse todos en el proceso de aprendizaje del educando, porque de esta manera se puede brindar ayudas externas que muy probablemente serán usadas por los estudiantes.

Por otra parte, el proceso de reflexión de Libia se dividió en cuatro momentos que se describen así: i) Explicación de actividades del cuento tangrámico y regletas de Cuisenaire, ii) Hallar dimensiones del rectángulo de mayor área con perímetro fijo, iii) Construcción de rectángulos y cuadrados con las regletas de Cuisenaire para diferenciar perímetro y área, iv) Uso de GeoGebra para diferenciar las propiedades y características del rectángulo y cuadrado.

Libia inició exponiendo que le gusta siempre empezar con un proceso de exploración para motivar a los estudiantes e involucrarlos en la actividad matemática que quiere promover, por ello, usó material concreto, en este caso primero el tangram y luego regletas de Cuisenaire. Ella resaltó que con el uso del tangram quería que los estudiantes se dieran cuenta que a pesar de que tenían la misma cantidad de figuras según la posición en que estas se ubicaran se tendría diferente contorno, pero misma área. Hecho que efectivamente se vio reflejado en las discusiones de los estudiantes, gracias a la percepción y la manipulación del material concreto, ver Figura 27.

Figura 27

Generalización cuento tangrámico



Lo mencionado exhibe la importancia dada por Libia en captar el interés de los estudiantes e involucrarlos en la actividad matemática, lo cual es esencial para adquirir un nuevo aprendizaje. Al respecto Pastor, Sánchez y Zubillaga (2011) y CAST (2018) establecen en D7 y D8 que para atender a las características diversas de los estudiantes es esencial personalizar las actividades y contextualizarlas a los intereses de los estudiantes, porque de esta manera ellos se interesan por aprender el nuevo objeto de estudio y de esta manera promover la elaboración de respuestas personales por parte de los estudiantes, es decir, que ellos mismos construyan su conocimiento.

En esta ocasión Libia destacó que ella había realizado solo una guía de trabajo que fue pensada para los estudiantes en general, pero no se detuvo a pensar específicamente en las características, habilidades y dificultades que podían presentar los estudiantes para la comprensión

del objeto de estudio. No obstante, la profesora también consideró que las actividades propuestas estaban al alcance de todos los estudiantes ya que utilizó material concreto y porque el paso de una actividad a otro no generaba un nivel de complejidad fuerte, por el contrario, para la profesora era una guía que se podía adaptar y ajustar a los estudiantes si así se requería. Ella dijo:

M: ¿tuvo en cuenta los ritmos y estilos de aprendizaje de sus estudiantes? ¿de qué manera se planeó la actividad para involucrar a todos los estudiantes?

Libia: Las actividades diseñadas si permitía que todos los niños se involucraran a partir del material concreto, porque el material concreto les permitía comprender qué es el contorno y que el perímetro es el contorno, y que el área es la superficie. Ellos lo hacían contando los lados de los cuadritos para saber el contorno y contaban los cuadritos para saber la superficie. Entonces, aquí encontré aquellos niños que de pronto no son tan hábiles como los otros porque hubo niños que me decían, ¡Ay profe!, yo no tengo necesidad de hacerlo con las regletas, yo hago los rectángulos de una vez en el cuaderno yo ya lo sé [...] Pero había otros niños que se les dificultaba mucho, ellos decían profe, yo sí lo voy a hacer con las regletas. Entonces digamos que estaba adecuada para todos los ritmos de aprendizaje de los niños y que obviamente hay niños que dan más.

Episodio 49

El Episodio 49 muestra que la profesora logró reflexionar sobre la importancia de proporcionar a los estudiantes apoyos graduales, es decir, brindar al estudiante recursos que permitan en primera instancia comprender el objeto de estudio y una vez sea comprendido se puedan ir retirando estos recursos, porque ya no son necesarios dado que cumplieron con el objetivo por el cual fueron propuestos. Lo descrito se considera que fue un significado negociado por la profesora, pues constantemente se discutió sobre estas ideas en la CoP y que ella las haya traído a colación en su reflexión es significativo, porque deja ver que fue permeada probablemente por las conferencias brindadas, principalmente cuando se dialogó sobre D7 y D8.

5.1.4 Reflexión de Sonia guiado con el apoyo de las herramientas de análisis

En esta etapa se realizó el proceso de reflexión guiado con Sonia utilizando las herramientas de análisis para resaltar aquellos aspectos que quizás la profesora en su proceso de reflexión individual no tuvo en cuenta, pero que son relevantes para la investigación porque hubo negociación de significados que posteriormente se cosificaron en la guía de trabajo del proceso de

reflexión con intervención (ver apartado 5.2). Para la socialización se seleccionaron algunos episodios de clase que permitieron generar las preguntas de la Tabla 6 a fin de reflexionar sobre el pensamiento reflexivo del profesor y el DUA, así mismo se presentaron las rutas cognitivas.

Tabla 6

Guía de observación profesora Sonia

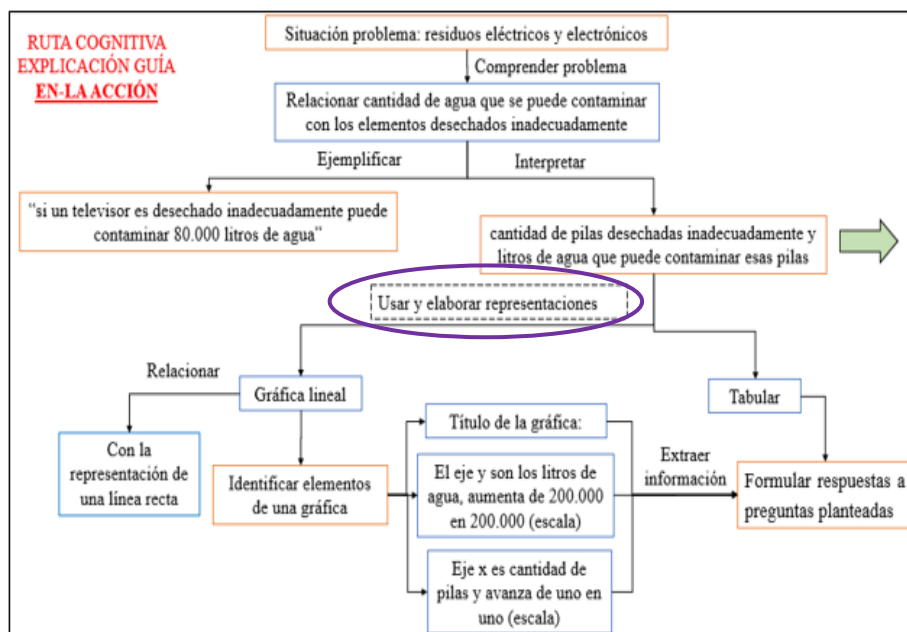
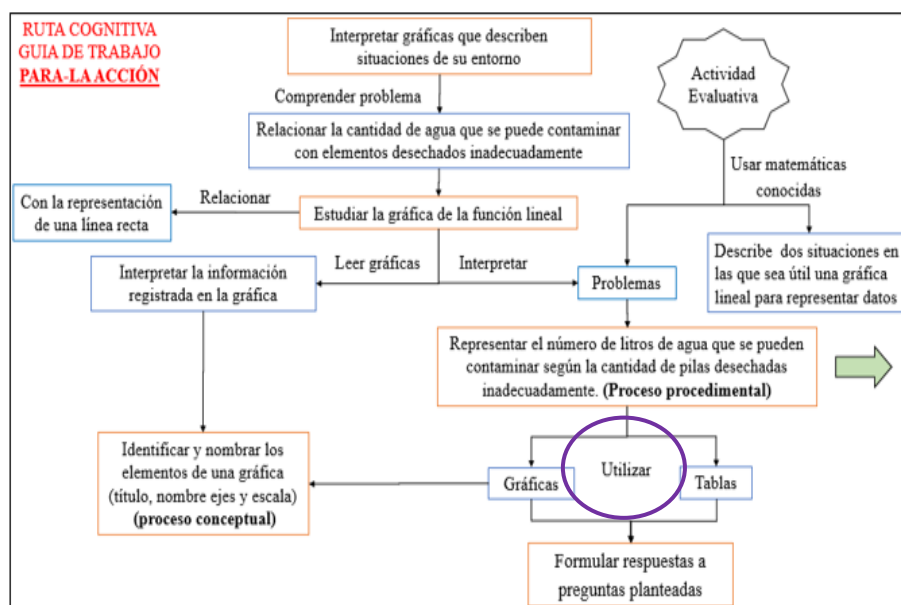
Eventos seleccionados	Pregunta de reflexión	Tema de reflexión
1. Guía de trabajo.	¿Considera que el DBA: Propone y desarrolla expresiones algebraicas en el conjunto de los números reales y utiliza las propiedades de la igualdad y de orden para determinar el conjunto solución de relaciones entre tales expresiones si se relaciona con la meta de aprendizaje: Interpreta gráficas que describen situaciones de su entorno? <i>Justifica tú respuesta</i>	Contenido didáctico de la clase. D8 y D9
2. Sesión de clase min 2:37 a 4:16	¿Usted previó la dificultad que tuvieron los estudiantes frente a la identificación del patrón para generalizar y así hallar la tabla de valores? ¿Qué estrategias tenía planeadas ante esta dificultad? <i>Justifica tú respuesta</i>	Determinar dificultades y estrategias previstas por la profesora. D1, D2 y D3.
3. Respuesta errónea de una estudiante	¿por qué cree que algunos estudiantes se confundieron en construir la tabla de datos? ¿Por qué no tenían claridad sobre las escalas de los ejes? ¿Explicarías esta situación de otra forma? <i>Justifica tú respuesta</i>	
4. Sesión de clase Min 2:37 a 4:16	¿La representación gráfica y la representación tabular son la misma representación? ¿Qué diferencias y similitudes hay entre la gráfica y la representación tabular? <i>Justifica tú respuesta</i>	Dominio conceptual del contenido matemático de la clase. D1 Y D2
5. Relatoría reflexión sobre la acción	¿Considera que las adaptaciones a la guía de trabajo fueron suficientes para atender las necesidades de sus estudiantes? <i>Justifica tú respuesta</i>	Evaluación de los objetivos alcanzados. D1, D2 Y D3
6. Relatoría reflexión sobre la acción	¿Considera que sus estudiantes alcanzaron el objetivo propuesto? En particular, ¿cree que la estudiante que incidió en los errores pudo superar estos obstáculos? <i>Justifica tú respuesta</i>	

Se presentó a Sonia dos rutas cognitivas, una de la clase planeada y otra de la clase lograda. La ruta cognitiva de la clase planeada mostró la actividad matemática que la profesora quería promover, las estrategias y recursos que ella iba a utilizar, centrando la atención en que el estudiante utilizara la tabla de datos y construyera gráficas a partir de esos datos. Sin embargo, lo

planeado no sucedió como se tenía previsto. En el accionar Sonia solicitó a los estudiantes elaborar y usar tablas y gráficas, lo cual generó confusión en algunos estudiantes porque no tenían claridad sobre cómo se elaboraba una tabla de datos. Lo anterior, se percibe en el comparativo de las dos rutas cognitivas (Figura 28 resaltado en círculo morado).

Figura 28

Comparativa ruta cognitiva planeada vs ruta cognitiva lograda de Sonia en PRS



A partir de la Figura 28, la profesora logró identificar que efectivamente había generado confusión en los estudiantes porque el objetivo no era que ellos construyeran tablas, sino que interpretaran gráficas. Con el fin de generar en la profesora reflexión sobre lo mencionado se presentó un videoclip de la clase en donde se veía reflejada esta confusión en los estudiantes, permitiendo así a Sonia hacer un análisis retrospectivo de su accionar y lograr que ella reconociera que había desviado (no en su totalidad) la actividad matemática, al respecto se resalta:

M: ¿cómo cree que la explicación de este momento permitió que los estudiantes llegaran a la respuesta que usted esperaba y solucionaran los problemas restantes?

Sonia: Yo les doy la fila de número de pilas y fila de litros de agua contaminados, la idea es que ellos completen la tabla, a pesar de que de pronto yo no les expliqué paso a paso de ir sumando y eso. Creo que en la explicación se intuía que era sumando 175.000 y 175.000.

M: ummm ok, ¿y crees con esa explicación se cumplió el propósito de que ellos hicieran la inferencia de ir sumando 175.000 y 175.000?

Sonia: ehh no, no creo que se cumplió ese propósito. Porque estoy suponiendo que ellos intuían eso y uno no debe suponer. De pronto si falta explicarlo más claramente [...] Además varios estudiantes presentaron inconvenientes completando la tabla, incluso el objetivo no era completar la tabla sino interpretar las gráficas [...] Pues yo diría que para la próxima guía no lo pongo, no pongo lo de la tabla porque no va con el objetivo de la clase y lo que hago es confundir.

Episodio 50

Es interesante ver como a partir de la reflexión anterior, la profesora comprendió la importancia de establecer metas y objetivos claros para la clase porque de esta manera puede evitar confundir a los estudiantes sobre la actividad matemática que se quiere alcanzar. Esta reflexión y significado negociado que se considera adquirió la profesora está directamente relacionado con D8 donde se señala que una manera para mantener el esfuerzo y la persistencia de los estudiantes hacia su aprendizaje es brindar claridad en los objetivos de la clase y dividirlos en metas a corto y largo plazo, así lo resaltan Pastor, Sánchez y Zubillaga (2011) y CAST (2018).

Con relación al contenido didáctico de la clase se reflexionó con Sonia sobre la relación que ella consideraba que existía entre la meta de aprendizaje y el DBA propuesto (ver Figura 29), dado que en la revisión previa realizada por la moderadora ella consideró que no había coherencia

entre ambos aspectos, porque: (i) en la meta de aprendizaje solo se quería llegar a una interpretación y no a una generalización mediante expresiones algebraicas, (ii) la meta de aprendizaje no tiene como propósito determinar igualdad y orden para generar la solución de un problema, contrario a lo establecido en el DBA.

Figura 29

Meta de aprendizaje de la guía de función lineal propuesta por Sonia

Área:	Matemáticas
Meta de aprendizaje:	Interpreta gráficas que describen situaciones de su entorno.
Tema:	Función lineal.
DBA:	Propone y desarrolla expresiones algebraicas en el conjunto de los números reales y utiliza las propiedades de la igualdad y de orden para determinar el conjunto solución de relaciones entre tales expresiones.

Se considera que a partir de la pregunta anterior y de la Figura 29 la profesora fue consciente de la no relación entre estos dos elementos teóricos Además, ella consideró que en una próxima planeación debe estudiar con mayor profundidad estas metas y DBA para correlacionarlas mediante una justificación teórica sólida, como evidencia se presenta el siguiente fragmento:

M: De acuerdo con su planteamiento ¿cómo está relacionado el DBA con la meta de aprendizaje?

Sonia: La verdad creo que eso no está relacionado para nada, no tengo más que decir [...]

M: ¿Qué aspectos consideró para relacionar el DBA y meta de aprendizaje?

Sonia: Cuando construimos esto sinceramente había muchos DBA que yo no sabía cómo relacionarlos con las temáticas que aparecían en los libros y que comúnmente hay que trabajar del plan de área anterior y como nos dijeron que todas las temáticas tienen que aparecer por algún lado y relacionarse con él DBA, entonces yo las relacioné como pude [...]

M: entonces, ¿considera que si hay relación?

Sonia: Angélica la verdad que no hay mucha relación entre la meta de aprendizaje y el DBA, [...] es algo en lo que debo mejorar y tener en cuenta para las próximas planeaciones. Además estas deben ser más pensadas en las características de mis estudiantes para no generar barreras para el aprendizaje, como vimos anteriormente y yo no lo tuve en cuenta.

Episodio 51

Lo descrito en el Episodio 51 muestra que la profesora significó la necesidad de vincular de manera coherente las metas de aprendizaje y DBA porque esto le permite tener claridad sobre la actividad matemática que quiere promover y mitigar el riesgo de desviarse del objetivo de la clase. Además, se resalta que la profesora significó la importancia de que los objetivos propuestos

no generaran barreras de aprendizaje, pues muchas veces las palabras utilizadas obstruyen el camino para que el estudiante desarrolle los problemas propuestos. Se infiere que esto sucedió gracias a las intervenciones de la CoP, específicamente de las sesiones de discusión sobre el DUA donde se discutió alrededor de ello, como se presenta a continuación:

M: otro aspecto que es necesario considerar son los objetivos, para ello vamos a mirar algunos objetivos de aprendizaje que proponen los profesores y de qué manera estos generan barreras para el aprendizaje. Por ejemplo, si yo propongo “usar frases verbales para traducir situaciones del mundo real en expresiones algebraicas” ¿qué barreras podríamos estar generando?

Jesús: Una barrera podría ser la de comunicación que estaría relacionada con el segundo principio, el de expresión, porque al proponer “frases verbales” estamos limitando.

Karla: El vocabulario también, estamos limitando a frases verbales.

M: Exacto, por eso debemos tener precaución en la escogencia de estos objetivos, por ejemplo, podríamos hacer algunas adaptaciones desde los principios del DUA, así:

Figura 30

Una Forma de proponer objetivos sin barreras para el aprendizaje

Requisitos del lenguaje matemático	Barreras para el aprendizaje	Estrategias (DUA)
Objetivo Usar frases verbales para traducir situaciones del mundo real en expresiones algebraicas.	Receptivo y expresivo No todos los estudiantes serán capaces de reconocer frases verbales en situaciones del mundo real.	Representación Organizador gráfico para ayudar a los estudiantes a planificar.
		Acción y expresión Reformular el objetivo: los estudiantes traducirán situaciones del mundo real en expresiones algebraicas.
		Conexión emocional Pares que aprenden en grupos pequeños para ayudar a generar ideas verbales.

Episodio 52

Otro episodio importante y sobre el que se reflexionó con la profesora, está relacionado con el *pensamiento didáctico* porque se resaltan algunas dificultades gramaticales y de coherencia encontradas en la guía de trabajo, dado que, había expresiones como: “*En la siguiente gráfica se relaciona el número de litros de agua que se pueden contaminar según la cantidad de pilas que se deseché inadecuadamente*”, pero posterior a la misma no se encontraba ninguna gráfica. Lo anterior, pudo generar confusión en los estudiantes, sobre todos en quienes tienen atención dispersa, memoria a corto plazo y otras Necesidades Educativas, que requieren de tener información clara, concisa, precisa, coherente y muy detallada, Junta de Andalucía (1993).

Lo mencionado ejemplifica que la profesora tuvo dificultades en el diseño de la guía de trabajo, pero no fue relevante para ella cuando reflexionó de manera individual, solo lo fue a partir de las preguntas de la moderadora (ver Episodio 53). Bajo este proceso de reflexión guiado, Sonia observó que dicha situación si pudo obstaculizar el aprendizaje que se esperaba en el estudiante, pues la gráfica a la cual se refería era parte del ejemplo.

Lo expuesto da cuenta de posibles barreras que la profesora de manera indirecta provocaba alrededor del proceso comunicativo del estudiante, proceso que en matemáticas es fundamental porque permite a los estudiantes vincular sus nociones informales e intuitivas con un lenguaje abstracto y simbólico de las matemáticas, MEN (2006).

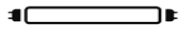
M: [Presenta la guía de trabajo de la Figura 31 y pregunta] ¿modificaría algo del siguiente fragmento de la guía de trabajo?

Figura 31:

Incomprensión de la información

INTRODUCCIÓN
Apreciado estudiante, en esta guía encontrarás las actividades que te permitirán interpretar gráficas que describen situaciones de su entorno.

Los residuos eléctricos y electrónicos (RAEE) son aquellos elementos que utilizamos diariamente y son desechados, como: secadores de pelo, Tablet, lavadoras, celulares, televisores. En la siguiente tabla se relaciona la cantidad de litros de agua que puede contaminar cada uno de los elementos cuando no son desechados de manera adecuada, en la última fila se realiza la equivalencia en número de tanques de 1.000 litros.

			
Puede contaminar ...			
16.000 litros de agua	80.000 litros de agua	175.000 litros de agua	600.000 litros de agua
Que equivale ...			
16 	80 	175 	600 

En la siguiente gráfica se relaciona el número de litros de agua que se pueden contaminar según la cantidad de pilas que deseché inadecuadamente.

PROCESO CONCEPTUAL

Sonia: Al final yo no sé porque digo que miren una gráfica (Figura 31 óvalo morado) y ¿cuál gráfica será?, la siguiente gráfica relaciona el número de litros de agua que se pueden contaminar.

M: Si dices en la siguiente gráfica, pero la gráfica aparece como dos párrafos más abajo

Sonia: ¡Claro! yo digo la siguiente gráfica, pero primero pongo lo conceptual y después pongo lo otro. ¡Ay! también esto me quedo rarísimo, toca arreglarlo.

M: Si, porque bueno pensando por ejemplo en un niño con atención dispersa, dificultad de aprendizaje, que se diga la siguiente gráfica y no está, él empezará a buscar y buscar [...]

Sonia: Si no más la profe (ósea yo) ya quedé perdida, yo decía cuando leí pero ¿cuál gráfica? si yo no puse ninguna gráfica y ya puse proceso conceptual, pues entonces la gráfica tiene que aparecer ahí mismo. ¡Hay que mejorar!, si me confundí yo, no me imagino ellos.

Lo expuesto muestra la sensibilidad de la profesora por reflexionar sobre su práctica profesional, además toma este espacio como un momento de aprendizaje que le permite transformar sus diseños de tal manera que pueda atender a más estudiantes y no solo aquellos que se encuentran en el grupo de estudiantes “promedio”. En este proceso Sonia no había considerado este episodio como relevante, no obstante, a partir de los videoclips de la clase ella percibió que era fundamental presentar objetivos claros y acordes a las habilidades cognitivas de todos los estudiantes, para eliminar barreras de aprendizaje. Lo descrito, nuevamente se relaciona con el interés de brindar múltiples formas de representación de un objeto (D1, D3 y D4) y el implicar a los estudiantes en la actividad matemática propuesta (D7, D8 y D9) propuestos por CAST (2018).

Hecho similar sucedió con la falta de claridad de los enunciados, pues Sonia en la consigna 1 del proceso conceptual dijo: “*Describe dos situaciones en las que sea útil una gráfica lineal para representar los datos*”, pregunta que no fue comprendida por los estudiantes como se vio en 5.1.3, por ende, fue necesario reflexionar con la profesora alrededor de ello. De la reflexión se dedujo que esta puede ser una situación difícil de entender para el estudiante por ser las primeras actividades que se realizan para el acercamiento a la noción de función, además no hay claridad en la pregunta realizada por la profesora, pues no se habían trabajado antes situaciones similares.

Al respecto, Ariza y Hernández (2017) mencionan que las preguntas deben estar muy bien redactadas de tal manera que permitan la comprensión del problema propuesto, pues del dominio y precisión de estas determina calidad y desempeño del aprendizaje de todos los estudiantes. Además, entra en juego otros conceptos que están relacionados de manera directa con los saberes previos de los estudiantes para relacionarlos con los objetos de estudio, situación que no se percibió en el proceso de reflexión sobre la acción.

Por otra parte, a pesar de que la profesora intenta utilizar múltiples representaciones matemáticas (gráfica y tabla) para hacer accesible y comprensible la información a todos, ella misma consideró que faltó hacer algunas adaptaciones y flexibilizaciones pues la guía no estuvo pensada para todos los estudiantes, la anterior reflexión fue producto de las siguientes preguntas:

M: ¿Considera que las adaptaciones a la guía de trabajo fueron suficientes para atender las Necesidades Educativas de sus estudiantes?

Sonia: todas las guías que he desarrollado han sido adaptadas, porque están pensadas en el estudiante que está solo en casa solo trabajando. Creo que es una necesidad educativa o algo que hay que abordar en el momento [...]

Sonia: Además, estoy tratando de llegar a todos los estudiantes porque lo de menos era irme con la ecuación $y = mx + b$ los que entendieron, entendieron (sé que me varios me iban a entender porque hay niños pilosos que se les facilita), pero no todos, entonces desde ahí también procuro usar un videíto para ir explicando y uso lo gráfico y lo tabular”.

Episodio 54

En el Episodio 54, Sonia manifestó que en su accionar si tuvo en cuenta a toda la población de estudiantes, dado que proporcionó múltiples maneras de representar la función lineal y además usó diversos recursos. No obstante, no se evidencia que ella reflexionara sobre como atender con esta guía a un estudiante con limitación auditiva y visual, momento que surge Episodio 55.

M: ¿entonces consideras que si fueron suficientes las adaptaciones para atender las Necesidades Educativas de todos los estudiantes?

Sonia. Si... Bueno en realidad no, no fueron suficientes porque por ejemplo para un estudiante con limitación auditiva esta guía no llega a él. Para está guía tendría que haber hecho un video donde yo apareciera, apareciera la guía y yo mostrarle con señas y tratar de darme a entender, para esta Necesidad Educativa considero que no se tuvo en cuenta.

M: Incluso se podría mirar estrategias como subtítulos y acompañamiento de la familia.

Sonia: si creo, creo que con esta guía como estaba no hubiera llegado a todos los estudiantes, si tuviesen esa condición, creo que se puede mejorar bastante.

Episodio 55

El diálogo anterior da cuenta de la reflexión que hace Sonia sobre la necesidad de buscar estrategias que permitan hacer accesible y comprensible la información para todos los estudiantes, no solo para quienes tienen alguna discapacidad, esto comprendiendo que cada uno de ellos tiene sus características particulares, necesidades desde el contexto en el que viven, estilos y ritmos de

aprendizaje, por ende, una buena estrategia sería brindar opciones al estudiante para que él elija la representación a usar según su forma de aprender, como señala Meyer, Rose, y Gordon (2014).

Con base en lo expuesto se puede deducir que se da un nuevo aprendizaje, en términos de Parada (2011), porque se logró que Sonia en el proceso de reflexión guiado meditara sobre su actuar y reflexionara sobre la necesidad de realizar adaptaciones en su práctica pedagógica para atender a todos sus estudiantes y así apostar a la inclusión en matemáticas propuesta por Roos (2018). Además, porque mediante la interacción con los miembros de la CoP, ella construyó una nueva idea alrededor del diseño de situaciones acordes a las características diferenciadas de sus estudiantes, aportando así a su pensamiento didáctico.

Finalmente, con relación al lenguaje matemático utilizado por la profesora se considera que hubo negociación de significados alrededor de ello después de revisar los episodios de clase, concientizándose que el mal lenguaje puede provocar una concepción errónea del objeto de estudio. Recuérdese que ella no había notado algunas incoherencias al referirse a la tabla y gráfica (apartado 6.1.2) pues les atribuía una misma terminología. Lo descrito se ve en el Episodio 56.

M: ¿Considera que el lenguaje matemático utilizado en este momento pudo confundir a los estudiantes, principalmente a quienes tienen alguna discapacidad?

Sonia: Claro, digo disque la gráfica y es la tabla no pues antes, antes me entendieron eso. Ahí lo que quería era mostrar las ventajas y desventajas que tiene cada representación. No es que una sea mala la otra sea buena sino que cada una tiene sus ventajas y desventajas. Pero si, yo estaba diciendo gráfica cuando me refería a la tabla [...]

M: Si señora, exactamente, con esto ¿considera que puedes confundir a los estudiantes?

Sonia: puedo confundir a los estudiantes, si claro, si me confundí yo misma escuchando

Episodio 56

En el PRSI se mostró que al momento de planear los profesores poco consideraban programa una clase adaptable y flexible a las características de todos sus estudiantes. Además las representaciones utilizadas y los medios auditivos, visuales, sensoriales, entre otros eran insuficientes para promover actividad matemática en todos los estudiantes, esto posiblemente

ocurría al docente no conocer los diferentes ritmos y estilos de aprendizaje de los alumnos. Situación similar a la mencionada ocurrió en el proceso de reflexión en la acción, pero, se añade que los profesores lograron incluir en sus prácticas diversas representaciones matemáticas a pesar de las diferentes barreras de comunicación existentes.

En este proceso de reflexión los mismos profesores se dieron cuenta de la falta de formación que ellos tenían con relación al DUA, motivo por el cual no lograban involucrar a todos los estudiantes en la actividad matemática que se quería promover. Por lo anterior, se identificaron intereses de los profesores alrededor de las múltiples representaciones que se trabajan y presentan en el siguiente proceso de reflexión con intervención.

5.2 Reflexiones en CoP sobre las representaciones matemáticas: proceso con intervención

En este apartado se presentan algunos significados negociados por Sonia y Libia sobre las múltiples formas de representación en matemáticas en el proceso de reflexión con intervención descrito en 4.2. Las profesoras otra vez planearon una clase, la implementaron y reflexionaron sobre lo planeado vs lo logrado, colocando en manifiesto los nuevos aprendizajes.

5.2.1 Representaciones matemáticas usadas por los profesores en sus clases en el PRCI.

En esta nueva planeación Sonia y Libia significaron la importancia de conocer los ritmos y estilos de aprendizaje de sus estudiantes antes de diseñar la guía de trabajo, como se muestra en los Episodio 57 y Episodio 58. Se cree que este accionar es producto de las diferentes conferencias nacionales e internacionales realizadas durante el proceso de formación, ya que en cada una de estas se reflexionó sobre la relevancia de la caracterización de los estudiantes (ver capítulo 4). Además, que las profesoras no lo habían tenido en cuenta en el primer proceso de planeación.

Sonia: Debo planear pensando en todos los estudiantes, en quienes están en casa y no se conectan a los encuentros por zoom porque no tienen computador, pero si pueden descargar video por WhatsApp. Los chicos que trabajan solo con guías. Tengo estudiantes en varias modalidades de trabajo que debo atender [...] Además, debo pensar en los estudiantes de presencialidad que son

dos grupos que asisten dos días a la semana de manera alterna: la burbuja 1, son muy buenos, activos y preguntan mucho. En cambio, la burbuja tiene mayores dificultades y no tienen internet.

Episodio 57

Libia: Hay niños que son muy, muy buenos, son niños que cogen las cosas muy rápido, cómo hay otros niños que le toca a uno diga y vuelva y diga, y ponga un ejemplo y otro, y vuelva a repetir, porque sus procesos son un poco más lentos y necesitan más tiempo [...] Como tengo niños que pertenecen al semillero matemático y a olimpiadas matemáticas, entonces ellos vuelan [...] Aparte tengo estudiantes en el salón y estudiantes en casa eso dificulta un poco más [...].

Episodio 58

Para las profesoras la caracterización fue fundamental porque les permitió: a) conocer estilos (auditivo, kinestésico, visual, etc) de aprendizaje de los estudiantes; b) identificar barreras de comunicación; c) variar la manera de preguntar según el acompañamiento y modalidad de trabajo; y d) establecer algunas dificultades que presentan los estudiantes en la comprensión del objeto matemático de estudio. Lo descrito muestra la sensibilización y reflexión generadas en las profesoras sobre la pauta 3 (D3) proporcionar opciones para la comprensión de la información. MEN (2017) señala que la caracterización de los estudiantes antes de la clase es esencial porque permite realizar adaptaciones, buscar estrategias y recursos para fortalecer el aprendizaje de todos.

Por lo anterior, las profesoras vieron la necesidad de implementar actividades que permitieran activar en los estudiantes la percepción visual, auditiva y táctil, por ser fundamentales en la comprensión de los objetos matemáticos, así lo resaltan Gutiérrez (1997), Laos (2017). Así mismo, Wilensky (1991) señala la importancia de proponer diversas representaciones del objeto de estudio, porque entre más rico sea el conjunto de representaciones este será más comprensible.

En consecuencia Sonia planeó su clase sobre la derivada mediante la idea de variación, cambio, aproximación y tendencia, a partir del problema propuesto en Fiallo y Parada (2018) de hallar el área máxima de un rectángulo que tiene perímetro fijo de 14 cm, problema que fue adaptado al contexto de los estudiantes y además permitió a las familias involucrarse en el proceso de aprendizaje (Figura 32 señalado en morado), siendo esencial en época de pandemia.

Figura 32

Problemas contextualizados por Sonia en el PRC

PROCESO ACTITUDINAL

1.1. Leonardo necesita cercar un potrero rectangular de tal manera que quepa la mayor cantidad de ganado posible. Él compró material para construir una cerca de 14 hectómetros de longitud. ¿Cuáles son las dimensiones del potrero rectangular de mayor área que puede encerrar? Pregunta a un familiar, escribe la opinión del familiar y la tuya.
Familiar - Dimensiones del potrero: largo ____ ancho _____. Justifica
Tu opinión- Dimensiones del potrero: largo ____ ancho _____. Justifica

Busca un cordón o una cuerda de longitud mayor a 14cm

Mide 14 cm como se ve en la imagen

Con los extremos que sobran realiza un nudo de tal manera que el aro que se forme tenga una longitud de 14cm

Usando cuatro agujas, alfileres, clavos o puntillas, diseña diferentes terrenos rectangulares. Mide la base y altura de cada rectángulo diseñado y escribe la información en la tabla, halla el área de cada rectángulo diseñado.

Base del rectángulo				
Altura del rectángulo				
Área del rectángulo (base por altura)				

De la Figura 32 (señalado en azul) también se deduce que la profesora logró significar y cosificar en su nueva guía de trabajo la importancia de involucrar actividades con material concreto para atender aquellos estudiantes que se les facilita comprender un objeto de estudio mediante el tacto, además por ser una forma de poder motivar y captar el interés de los estudiantes cómo se destacó en la conferencia del DUA mediante los descriptores D7 y D8.

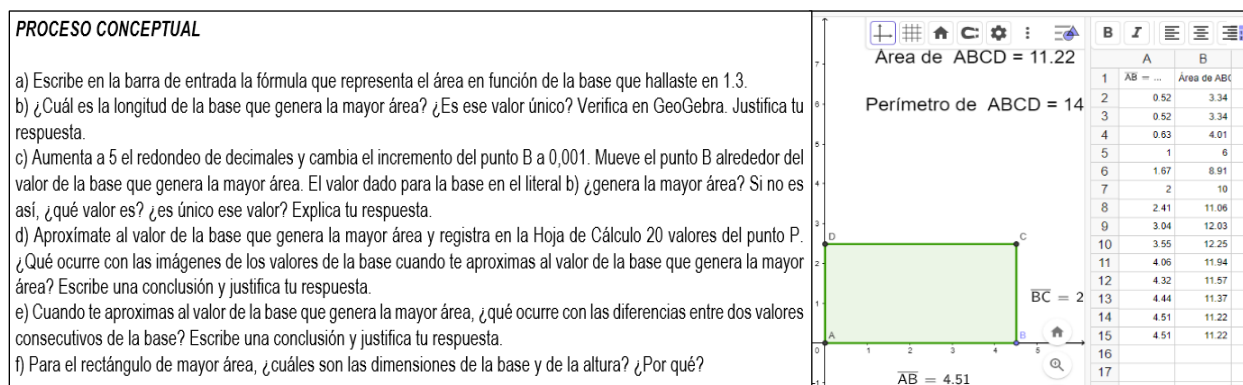
También se puede inferir de la Figura 32 que hubo un nuevo significado negociado por Sonia alrededor de D1 y D2 y que fueron cosificados en su planeación, porque evitó incidir en generar barreras de comunicación buscando maneras alternas para diversificar la presentación de la información como lo propone CAST (2018).

Además, porque la profesora activa la percepción visual (gráfica, tablas, expresión algebraica, texto), la percepción auditiva (video) y la percepción táctil (construcción de los potreros con material concreto) de los estudiantes, al proponer otras representaciones del objeto de estudio (ver Figura 33), pues recuérdese que en la anterior planeación ella solo tuvo en cuenta

la tabla y la gráfica. Al respecto, Gutiérrez (1991) y Laos (2017) resaltan que la percepción visual, auditiva y táctil son fundamentales en matemáticas para incorporar más información al sistema cognitivo a fin de que esta sea comprendida.

Figura 33

Diferentes representaciones significadas por Sonia



Durante la planeación surge una discusión muy interesante entre la moderadora y Sonia para establecer si en la guía se usó las múltiples representaciones para la comprensión de la actividad matemática esperada y si efectivamente esta permitía atender a todos los estudiantes, a lo que ella respondió que sí, como se observa en el Episodio 59.

M: ¿profe Sonia considera que con este diseño atendemos a todos los estudiantes?

Sonia: Considero que estoy incluyendo a todos, por ejemplo, con el estudiante con discapacidad cognitiva considero que si por la manera en que se realizaron las guías de trabajo, porque va diseñada pregunta a pregunta, tiene muchos gráficos, imágenes. Además, al estudiante interpretar graficas no le cuesta tanto, se le dificulta es el proceso algebraico [...] A los estudiantes que están solos en casa también los tengo en cuenta porque se proponen preguntas más sencillas [...] y al estudiante con limitación auditiva él da mucho, el problema es más de comunicación, pero yo sé que con graficas el aprende y con las señas que yo medio sé y él sabe yo trato de preguntarle y eso ayuda, porque el cognitivamente está bien, además implemento varias pautas del DUA.

Episodio 59

Al igual que Sonia, Libia también significó en su práctica pedagógica la importancia de proponer a los estudiantes múltiples representaciones sobre el objeto matemático de estudio, pues ella consideró que a pesar de no tener estudiantes con alguna discapacidad si tenía estudiantes muy

diversos en sus maneras de aprender. En consecuencia, atendiendo a las sugerencias de las conferencias ella hizo revisión bibliográfica relacionada con la potenciación para proponer actividades adaptables y flexibles usando problemas del contexto, gráficas, tablas, diagramas, entre otras representaciones que la profesora no había previsto en su primera planeación.

Como resultado Libia en discusión con Sonia y la moderadora tomó como referentes las investigaciones de Ángulo y Quintero (2017) y Gerompini (2005) donde se trabajó la noción de potenciación mediante: el árbol genealógico, rasgado de papel y cadena de mensajes por WhatsApp (se explicará más adelante). Lo descrito fue un significado negociado por la profesora, pues en el proceso anterior, ella eligió el cuento del tangrámico sin un sustento teórico.

En la guía realizada por Libia y sus colegas ella deja ver que significó los momentos de la clase de la conferencia titulada Reflexiones para atender la diversidad en clase de matemáticas: Una mirada desde la UIS y que fueron cosificados en el siguiente esquema de trabajo: 1) Exploración, mediante el problema del árbol genealógico para iniciar el estudio de las potencias de base dos (Figura 34); 2) Comprensión de las potencias de base dos mediante las diversas representaciones emergentes del problema del árbol genealógico; 3) Resolver actividades contextualizadas sobre las potencias de otras bases (rasgado de papel y cadena de mensaje); 4) Finalmente, se propuso situaciones variadas para valorar los aprendizajes de los estudiantes.

Lo mencionado está relacionado con la importancia de presentar los objetos matemáticos de manera paulatina y progresiva, con el fin de presentar la información en unidades más pequeñas y de esta manera hacerla más comprensible como se propone en CAST (2018) a partir de D8, porque al presentar la información poco a poco permite a los estudiantes ir conectando unas ideas con otras y de esta manera mitigar la incomprensión del objeto de estudio, principalmente a quienes tienen atención dispersa y memoria a corto plazo, que requieren de información pausada.

Figura 34*Uso de múltiples representaciones al planear en el PRC*

1. Completa la siguiente tabla.

Árbol genealógico	Cantidad de personas	Cantidad de personas como producto de un mismo número
tatarabuelos		
bisabuelos		
abuelos		

b) ¿Cómo podemos expresar la cantidad de bisabuelos en términos de los abuelos?

c) ¿Cómo podemos expresar la cantidad de tatarabuelos en términos de los bisabuelos?

Gráfica

Explicación textual:

Expresión:

Observemos que el número de bisabuelos es dos veces el número de abuelos, es decir, 8. Además, 8 es tres veces dos

$$2 \times 2 \times 2 = 8$$

Entonces $8 = 2 \times 2 \times 2 = 2^3$

Exponente

Base

Potencia

$$2 \times 2 \times 2 = 2^3 = 8$$

De la Figura 34, es muy interesante ver como Libia logró apropiarse de la bibliografía revisada y los momentos de la clase expuestos en la conferencia mencionada para evitar las matemáticas rígidas y estáticas que son iniciadas desde un proceso algorítmico, sin exploración ni comprensión del objeto matemático. Por ende, ella en esta nueva planeación integró diferentes representaciones para promover la actividad matemática (ver Episodio 60), situación que fue muy bien valorada por los profesores, como se resaltan en el Episodio 61.

Libia: La primera clase es de exploración, a partir de ese árbol vamos a observarlo y analizarlo para que ellos puedan decir que es el doble del anterior. Por ejemplo, si yo tengo papá y mamá entonces contando abuelo serían $2 + 2$ o 2×2 , bisabuelos maternos y paternos tengo 8 que sería el doble del anterior 4×2 que es igual a $2 \times 2 \times 2$ y así sucesivamente voy mirando el doble del anterior, la idea es que se den cuenta que para calcular los bisabuelos era $2 \times 2 \times 2 \times 2$ que es 16, que ellos vayan viendo esa relación también con 2^4 y lo puedan expresar también gráfica y numéricamente.

Episodio 60

Sonia: Yo creo que esta actividad es pensada para todos, es una actividad muy bonita. Por ejemplo, para los voladores (estudiantes avanzados) será más que una inducción y conteo, mientras que para los otros chicos se puede ver con calma. Creo que la diferencia es: para unos estudiantes es inducción y para otros vamos a lo numérico y aritmético, así estamos atendiendo a todos.

Episodio 61

Por otro lado, uno de los conflictos con los cuales se enfrentó Libia al planear su clase fue: ¿cómo explicar a los estudiantes que $2^0 = 1$? para generalizar que todo número elevado a la cero da como resultado 1. Ante esta situación, ella recuerda la conferencia “Caminar hacia la inclusión en clase de matemáticas” donde la experta mencionó dicha dificultad y señaló la importancia de usar convenciones en matemáticas, como la expuesta en el Episodio 62.

Dra. Daniela Soto: (Martínez, 2002) tiene un trabajo super bueno sobre este tema que recomiendo que puedan leer, donde él va a hablar de lo que significa esa potencia elevada a la cero, que es nada más ni nada menos que una convención matemática. En ese sentido él va a hablar de como las matemáticas están llenas de convenciones que se generan en ciertos momentos históricos sociales de las matemáticas, porque si no son como quiebres, hoyos de las matemáticas que, si no se llenan con convención, la obra matemática seguramente se caería.

Episodio 62

En consecuencia, Libia consideraba que era complejo explicar a los estudiantes y sobre todo a niños de quinto grado que $2^0 = 1$, por ende, decidió al igual que la expositora chilena establecer dicha propiedad como una convención matemática (Figura 35). Lo anterior, da cuenta que la profesora cosificó en su plan aspectos relacionados con D2 sobre el lenguaje matemático a utilizar que le permitieron prever posibles dificultades en la comprensión de los objetos de estudio y de esta manera buscar estrategias de solución como se muestra en la Figura 35.

Así mismo, significó la importancia de codificar textos, notaciones matemáticas y símbolos (ejemplo de $2^0 = 1$) mostrando a sus estudiantes la necesidad de estas convenciones para trabajar sobre un nuevo objeto matemático y relacionarlo con otro, como lo propone Pastor (2018) y Palaguachi, García, Ochoa y Erazo (2020) mitigando así caer en ciertos errores conceptuales.

Figura 35

Convención de que todo número elevado a la cero da 1

¿Cómo podríamos expresar el número 1 en potencias de 2?

SABÍAS QUE?

Cuando elevamos un número a la cero siempre me da 1, por ejemplo:
 $2^0 = 1$; $3^0 = 1$; $4^0 = 1$; $5^0 = 1$

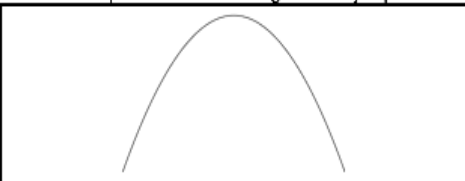
Las evidencias presentadas con anterioridad muestran que Sonia y Libia lograron significar y cosificar los nuevos aprendizajes en su actuar, porque plasmaron en sus diseños lo siguiente descriptores: D1) Ofrecer diferentes opciones para que el estudiante perciba la información, D2) Usar diferentes formas de lenguaje y símbolos matemáticos y D3) Posibilitar múltiples opciones para la comprensión de los objetos matemáticos de estudio, que permitieron a los estudiantes integrar y utilizar múltiples representaciones sobre el objeto de estudio.

Por otra parte, con relación al principio III: proporcionar múltiples formas de implicación en matemáticas se deduce que hubo nuevos aprendizajes por parte de las profesoras porque ambas consideraron los conocimientos previos de los estudiantes para la comprensión del objeto de estudio, situación que fue de poca reflexión en el PRSI.

En esta oportunidad, Sonia inició su guía proporcionando a los estudiantes algunos conceptos clave y saberes previos necesarios para promover la actividad matemática esperada (ver Figura 36), donde ella consideró importantes conceptos relacionados con magnitud, función cuadrática, concavidad u otros elementos teóricos y Libia, a pesar de que en su guía de trabajo no incluyó un apartado sobre los conceptos previos, ella mediante la actividad del árbol genealógico logra acerca a sus estudiantes a ideas sobre suma, multiplicación y generalización para llegar al objeto matemático de interés, la potenciación, para que de esta manera los estudiantes conecten la información previa con la nueva como lo proponen Palaguachi, García, Ochoa, y Erazo (2020).

Figura 36

Importancia conocimientos previos para Sonia

PROCESO CONCEPTUAL Magnitud. Propiedad física que puede ser medida. Ejm: la temperatura, el peso, longitud, superficie, volumen, etc. Repaso rectángulo. En geometría plana, un rectángulo es un paralelogramo cuyos cuatro lados forman ángulos rectos entre sí y los lados opuestos tienen la misma longitud. Área del rectángulo igual a base por altura. Repaso Función cuadrática: Su expresión general es $f(x) = ax^2 + bx + c$, con $a \neq 0$. Al graficar la función se describe una parábola. Mira los siguientes ejemplos.	
	
$h(x) = -1/2x^2 + 3x + 9$ $a = -1/2$. a negativo, la parábola abre hacia abajo, es decir, tiene un punto máximo.	$h(x) = 10x + 2x^2$ $a = 2$. a positivo, la parábola abre hacia arriba, es decir, tiene un punto mínimo.

Otro significado negociado por los profesores es especial de Sonia y Libia se da con relación a los objetivos propuestos para la clase, anteriormente en el PRSI para las maestras esto no fue un aspecto relevante, no obstante, en esta nueva guía si reflexionaron alrededor de ello considerando la relación que existe entre los DBA y las metas de aprendizaje. De Sonia recuérdese que no había coherencia entre ambos aspectos, pues en la planeación anterior la meta de aprendizaje divergía del DBA propuesto (ver Figura 37 izquierda) mientras que en la planeación actual ya hay una coherencia entre el DBA y meta de aprendizaje (ver Figura 37 derecha).

Figura 37

Comparativo, metas de aprendizaje y DBA usados en PRS y PRC de Sonia

Meta de aprendizaje: Interpreta gráficas que describen situaciones de su entorno. Tema: Función lineal. DBA: Propone y desarrolla expresiones algebraicas en el conjunto de los números reales y utiliza las propiedades de la igualdad y de orden para determinar el conjunto solución de relaciones entre tales expresiones.	Meta de aprendizaje: Relaciona la noción derivada con características numéricas, geométricas y métricas. Tema: Noción de derivada como razón de cambio DBA 5: Interpreta la noción de derivada como razón de cambio y como valor de la pendiente de la recta tangente a una curva y desarrolla métodos para hallar las derivadas de algunas funciones básicas en contextos matemáticos y no matemáticos.
---	---

Por otra parte Libia en su guía de trabajo anterior tomó un objetivo muy global que no permitía identificar específicamente sobre que objeto matemático se estaba trabajando, contrario

a lo que sucedió en esta ocasión, pues si consideró importante establecer un objetivo claro de aprendizaje, así: “Soluciono problemas de la vida cotidiana aplicando conceptos y propiedades de los números naturales con relación a la potenciación”. Lo descrito contribuyó significativamente en el estudiante, porque le permitió conocer los logros y propósitos que hacen importante estudiar dicho objeto matemático. Con base en las evidencias anteriores, se percibe un nuevo significado negociado por los profesores porque ambas centraron su atención en la importancia de mostrar a los estudiantes los objetivos de la actividad, para que ellos fueron consientes de cuando se alcanzaban o no las metas propuestas, tal como se propone en Pastor, Sánchez y Zubillaga (2011) bajo las pautas D8 y D9 y Pastor (2018).

5.2.2 Representaciones matemáticas implementadas por los profesores en el PRCI

En este apartado se presentan evidencias del proceso de reflexión-en-la acción de la profesora Sonia y Libia, con el fin de identificar los significados que ellas negociaron sobre el uso de las múltiples representaciones en matemáticas durante su accionar.

Sonia implementó su plan de clase en tres modalidades: presencialidad (15 estudiantes), presencialidad remota (15 estudiantes), estudiantes en casa mediante comunicación por llamada telefónica, guías y WhatsApp (30 estudiantes). La profesora orientó a todos sus estudiantes la clase así: i) Socialización de la meta de aprendizaje, ii) Conceptualización de saberes previos, iii) Desarrollo del proceso actitudinal mediante la construcción de rectángulos de perímetro fijo de 14 cm con lana y puntillas, iv) Proceso conceptual, se dio formalización al objeto de estudio.

Sonia para los estudiantes que estaban trabajando solos desde casa realizó algunas adaptaciones al proceso conceptual como: proporcionarles la expresión algebraica del área en función de la base, para que ellos la interpretaran e identificaran que el punto máximo de la parábola daba el área máxima, esto dado que para ellos llegar a la representación algebraica podría

ser complejo al no tener conocimientos previos sobre interdependencia de variables y además no contar con la compañía en casa de alguien que tuviese este conocimiento para orientar el proceso.

Libia desarrolló su clase en modalidad híbrida (virtual y presencial) teniendo en cuenta los siguientes momentos: i) Actividad de exploración y conocimientos previos mediante el árbol genealógico, ii) Uso de los aprendizajes adquiridos sobre la potenciación, a partir de la actividad de recorte de papel, iii) Actividad de afianzamiento de la potenciación mediante el problema de la cadena de mensaje por WhatsApp, iv) Finalmente se presentaron ejercicios de práctica.

Libia en su accionar también tuvo en cuenta los ritmos de aprendizaje de sus estudiantes, como lo propone Hernández, Liranzo, Jiménez y Pacheco (2016), por ende, cuando ella preguntaba respecto a algún objeto de estudio recordaba las habilidades cognitivas de cada uno de ellos y de acuerdo con estas generaba preguntas con cierto grado de dificultad, situación que ella no tuvo en cuenta en su accionar anterior. Por ello, se considera que esto fue un significado negociado por la profesora que le permite atender a las características particulares de sus estudiantes.

Ambas profesoras lograron significar la importancia de presentar a los estudiantes la información utilizando múltiples medios de representación, por ende, las docentes utilizaron el lenguaje matemático, algebraico, tablas, gráficas, símbolos, videos y relación texto-imagen. A diferencia del proceso de reflexión anterior (apartado 5.1.2) aquí Sonia y Libia ofrecieron otros medios de representación diferentes a la tabla y a la gráfica.

Lo descrito, permite inferir que ambas docentes significaron y cosificaron en sus acciones las estrategias propuestas por CAST (2011), Pastor, Sánchez y Zubillaga (2011), y Pastor (2018) sobre ofrecer opciones para que el estudiante perciba la información (D1) y use diversas formas de lenguaje y símbolos matemáticos (D2). Un ejemplo se resalta en el Episodio 63 donde Sonia orientó a los estudiantes a integrar diversas representaciones para interpretar, comprender,

resignificar los objetos matemáticos y así diferenciar conceptos de área y perímetro mediante la comprensión de la fórmula para hallar el área.

Sonia: Veamos el primer problema, Leonardo necesita cercar un potrero rectangular para que quepa la mayor cantidad de ganado posible. Él compró material para construir una cerca de 14 hectómetros de longitud ¿Cuáles son las dimensiones del potrero rectangular de mayor área que puede encerrar?

Est. Lu: Yo pregunté en mi casa, no sé si nos quedó bien, dijimos de ancho 400 m y 300 m de alto

Sonia: y si tenemos un terreno rectangular de 400m x 300m ¿tenemos los 14 hm de perímetro?

Est. Lu: Sumándolos no, no da 14 hm, da 700 m

Sonia: ¿Qué da 700 m, el perímetro?

Est. Lu: Da 700 m la suma de los dos

Sonia: Vamos a ver rápidamente un dibujito (Figura 38). Pregunta para todos: en un terreno rectangular de 400 m de base y 300 m de altura ¿cuánto sería el perímetro?, es decir ¿cuánto mediría todo el borde de este rectángulo rojo (Figura 38)?

Est. Da: Pues sería 1400 m

Sonia: ¿Qué dicen los demás?

Est. Le: Si da 1.400 m [...]

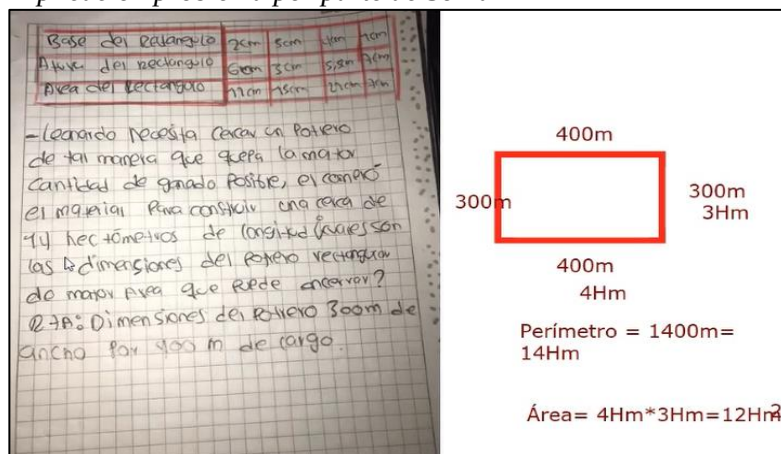
Est. Da: Sale de la suma de todos sus lados este, este, este y este [señalan los lados del rectángulo de color rojo en la Figura 38]

Sonia: Exacto sumando $400+300+400+300$ tenemos 1400 m. Esos 1400 m en hm ¿cuánto sería?

Est. Le: 1400 m serían 14 hm

Figura 38

Explicación problema por parte de Sonia



Episodio 63

Con base en el Episodio 63 se infiere que para la profesora era importante integrar la gráfica, la tabla, y el aporte textual que da la estudiante, por lo que coloca en paralelos todas estas representaciones y comienza a discutir alrededor de ello. Esto le permitió orientar la actividad matemática clarificando ¿qué es el perímetro de una figura? a partir de la gráfica realizada y la

notación simbólica utilizada (Figura 38). También, fue una oportunidad que Sonia vio para establecer convenciones con los estudiantes y brindar claridad al lenguaje matemático utilizado enfatizando en la relación que existe entre h y m , para evitar confusiones posteriores.

Lo anterior, da cuenta de que Sonia en esta nueva implementación tiene mayor cuidado en el uso del lenguaje matemático y procura que sea claro para sus estudiantes, es decir, ella significó y cosificó en su práctica la estrategia D2 propuesta en el DUA, pues recuérdese, que en una primera implementación confundió constantemente las tablas y las gráficas. Al respecto, Mesías (2021) menciona que el lenguaje matemático es de gran relevancia porque permite comprender los objetos de estudio ya sea mediante un lenguaje simbólico, verbal o gráfico.

Estos significados negociados también se percibieron en el actuar de Libia, pues a diferencia del proceso de reflexión anterior, en esta ocasión ella propuso nuevas representaciones como la notación simbólica, expresión textual y algebraica que permitieron al estudiante comprender y afianzar los conocimientos rápidamente, como se muestra en el Episodio 64.

Libia: ¿Cómo podemos expresar la cantidad de tatarabuelos en términos de los bisabuelos?

Est. L: 16 tatarabuelos porque, por parte de cada bisabuelo son dos tatarabuelos, entonces 2 tatarabuelos por 8 bisabuelos da 16 tatarabuelos.

Est M. Una persona tiene 16 tatarabuelos y por persona hay dos padres, entonces como son 8 bisabuelos esos 2 padres se van a multiplicar por 8 bisabuelos y da 16 tatarabuelos, o fácilmente se pueden sumar. Así una persona tendría 16 tatarabuelos.

Est N. 16 tatarabuelos porque si sumamos 8 tatarabuelos por parte de mamá y 8 tatarabuelos por parte de papá nos da 16 tatarabuelos.



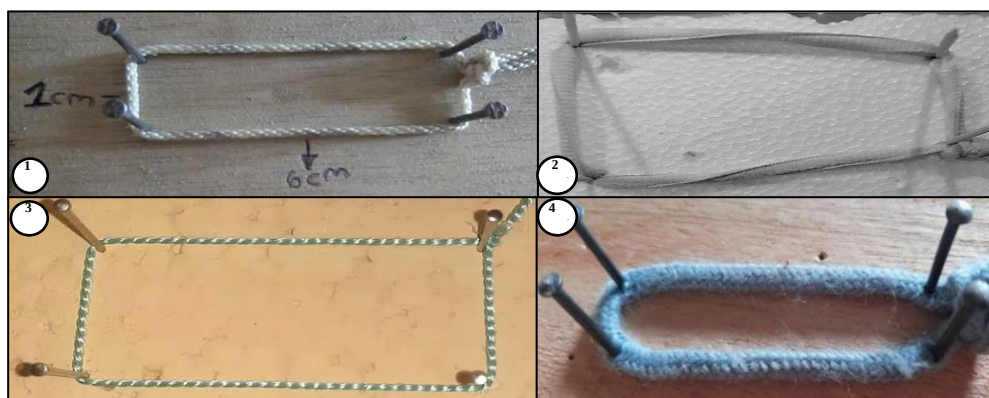
Los aprendizajes de las profesoras alrededor del uso adecuado del lenguaje matemático se considera que son producto de las dinámicas que surgieron en la CoP, porque todos los profesores y expertos resaltaron esta estrategia como fundamental para atender a la diversidad de estudiantes, además que desde el DUA hace referencia a D2, misma que también se trabajó en una sesión.

Con respecto a D2 asociado al lenguaje matemático utilizado, se percibió que las profesoras en esta ocasión eran más explícitas, implementaron descriptores de texto, símbolos gráficos, resaltaban palabras clave (doble, suma del anterior, suma de todos los lados...), estuvo presente constantemente la notación simbólica y las expresiones algebraicas. De ambas profesoras se resalta que ilustraron las ideas principales por medio de un lenguaje informal a través de un proceso de exploración, lo cual fue fundamental para involucrar a los estudiantes en la actividad matemática.

Sonia utilizó material concreto (construcción de rectángulos con lana y puntillas, ver Figura 39), siendo esto un medio alternativo para los estudiantes que se les dificulta leer o que su aprendizaje era mejor mediante lo perceptivo. Además, este recurso permitió afianzar las propiedades del rectángulo, porque cuando los estudiantes los construyeron no consideraron este concepto, lo que llevó a que los ángulos no fueran de 90° y lados no paralelos como de resalta en 1, 2 y 4 de la Figura 39 a excepción del rectángulo 3 que fue el más cercano a lo solicitado.

Figura 39

Uso de material concreto para estudiar la noción de derivada



De las socializaciones y respuestas de la Figura 39 se obtuvo resultados muy interesantes, pues llevó a los estudiantes a cuestionarse sobre ¿qué es un rectángulo? ¿qué es el perímetro? y a su vez argumentar y explicar por qué algunos rectángulos realizados con el material concreto no cumplían las condiciones que el problema daba para la construcción del potrero (perímetro fijo de 14 cm), como se refleja en el siguiente fragmento:

Sonia. Esta es la tabla que una estudiante generó con su rectángulo construido. Entre todos vamos a revisar la tabla y si hay preguntas se las hacemos de una vez a su compañera.

Figura 40:

Comprobación de las dimensiones del rectángulo de mayor área

Usando cuatro agujas, alfileres, clavos o puntillas, diseña diferentes terrenos rectangulares. Mide la base y altura de cada rectángulo diseñado y escribe la información en la tabla. *Calcula el área de cada rectángulo diseñado.*

Base del rectángulo	5.5 cm	5 cm	5 cm	4.2 cm
Altura del rectángulo	1 cm	3 cm	2.5 cm	3.1
Área del rectángulo (base por altura)	5.5 cm	15 cm	12.5 cm	13.02 cm

Tomar foto de uno de los rectángulos y enviarla.

Est. Da: profe, esa tabla se hacía con las figuras que salían de la cuerda de 14 cm, ¿cierto?

Sonia: Si

Est. Da: Entonces, creo que está mal la tabla, porque la medida de la cuerda es de 14 cm ese es el perímetro total, y en las tablas está dando un perímetro diferente, por ejemplo, en el primero (Figura 40 señalado en rojo) es un perímetro de 13 cm, porque 5.5 y 5.5 es 11, 1 y 1 da 2, entonces 13 en total [...] En el segundo, (Figura 40 señalado en azul) se tiene un perímetro de 16 [...]

Sonia: pensemos ¿por qué no da 14 cm?

Est. A: Está mal amarrada la cuerda

Sonia: Tenemos claro que aquí no podíamos ser tan certeros y no está mal. Pudo ocurrir varias cosas, uno cuando se amarró la cuerda se corrió un poquito. ¿Qué otra situación pudo ocurrir?

Est. C: yo creo que también se puede perder cm en las curvas, en las puntillas. Ahí debe ser recto.

Sonia: muchas gracias. Si según qué tan gruesa sea esas puntillas se nos puede perder parte de esos 14 cm ¿Qué más pudo haber pasado?

Est. A: De pronto la cuerda no mide exactamente los 14 cm

Sonia: como dijo su compañera, quizás la cuerda no quedó de 14 cm pues hacer este nudito no es que sea tan fácil o cuando usamos la regla [...]

Episodio 65

Esta discusión permitió afianzar el concepto de perímetro y a su vez identificar posibles obstáculos que pudo generar el material concreto con el que se estaba trabajando, situación que fue tomada por Sonia como una oportunidad de aprendizaje y como una manera de involucrar e interesar a los estudiantes en la actividad que se estaba desarrollando, motivando la participación

y argumentos de cada uno de ellos, logrando así refutar ejemplos erróneos y estableciendo que las dimensiones del rectángulo de mayor área sería: base 3.75 y altura 3.25.

Lo descrito se puede considerar como un aprendizaje alcanzado por la profesora, pues en el proceso de reflexión anterior esta discusión no fue tan evidente, también por las modalidades de trabajo, contrario a lo que se presenta en esta reflexión, pues se evidencia que para Sonia promover la comunicación y argumentación de los estudiantes es fundamental porque permite comprender los objetos de estudio, tal como se resalta en D7 y D8 al mostrar que es fundamental implicar a todos los estudiantes en la actividad matemática mediante el diseño de actividades que fomenten la resolución de problemas y uso de la creatividad, como se resalta en Pastor (2018).

De este proceso de reflexión es importante desatacar que Sonia mediante el material concreto pudo involucrar a todos sus estudiantes, incluso al estudiante con discapacidad cognitiva y limitación visual, pues era una actividad dinámica y sencilla que desde la parte matemática no era de dificultad, sino requería del acompañamiento de una persona. No obstante, con ellos no se pudo abordar toda la guía pues ellos dejaron de asistir a las horas de clase.

Para el estudiante con discapacidad intelectual leve, mientras participó en las sesiones, el acompañamiento fue muy constante y las actividades realizadas e instrucciones fueron claras, sencillas, pausadas y puntuales, dado que las personas con esta condición requieren de estas estrategias, tal como se afirma en Junta de Andalucía (1993). Esta metodología usada por Sonia permitió al estudiante comprender el problema, aclarando los saberes previos asociados a concepto de rectángulo y perímetro. Con el estudiante no se ahondó más dada las inasistencias a las clases.

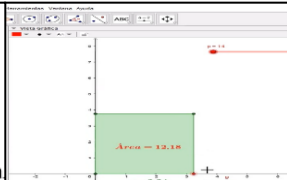
Con relación a este mismo descriptor (D2) desde el accionar de Sonia se percibe que mediante preguntas constantes ella condujo a los estudiantes a la comprensión correcta de los enunciados orientándolos a establecer cuales magnitudes variaban y cómo variaban, que relación

existía entre las magnitudes para encontrar expresiones algebraicas que modelaran la situación y generando un uso adecuado del lenguaje. Es importante resaltar que las respuestas de los estudiantes se validaban o invalidaban mediante el software de geometría dinámica (GeoGebra), a partir de ejemplos particulares y al intercambiar ideas con sus pares.

Se puede inferir a partir de las respuestas de los estudiantes al punto 1.3 de la guía de trabajo (ver Figura 41) que el uso adecuado del lenguaje matemático está relacionado con el actuar de la profesora, ya que ella va presentando los objetos de estudio de manera pausada uno tras otro y va integrando las preguntas para que el lenguaje matemático sea fluido y no forzado.

Figura 41

Punto 1.3 de la guía de trabajo propuesta por Sonia en el PRC

1.3 Mira el video 1 de apoyo a la guía, revisa lo que sucede cuando se mueve el punto B. a. ¿Qué magnitudes varían? _____ ¿Cuáles no varían? _____ Explica tu respuesta. b) ¿De qué magnitud o magnitudes variables depende el área del rectángulo? _____ Justifica c) ¿Qué valores puede tomar la base? _____ Justifica tu respuesta. d) ¿Qué valores puede tomar la altura? _____ Justifica tu respuesta. e) ¿Qué valores puede tomar el área? _____ Justifica tu respuesta. f) ¿Qué relación hay entre la base y la altura? _____ Justifica tu respuesta. g) ¿Cuáles son las dimensiones de la base y la altura del rectángulo de mayor área? _____ Justifica tu respuesta.	
--	--

Est. C: profe cuando dice que valores puede tomar la base, ¿qué se supone qué es?

Sonia: es decir puede tomar valores entre 1 y 2, entre 3 y 4 ¿puede tomar valores negativos? Esto se resuelve con base a la exploración que les estoy presentando en GeoGebra. Por ejemplo, ¿será que entre mayor base mayor área?

Est. De: no profe, eso no porque si aumentamos la base y tenemos que el perímetro es fijo de 14, obligatoriamente tenemos que disminuir la altura, ósea da una cosa por otra [...]

Est. De: Profe, respecto al punto g expresar la altura en función de la base

Sonia: Cuando estamos hablando de funciones, por ejemplo, en la función lineal, damos los valores de x y esto me permite tener y. La idea es elaborar una expresión algebraica en la que usted ponga el valor de la base y pueda hallar el valor de la altura, eso es lo que nos pide. Por ejemplo, si la base es el doble de la altura podríamos decir $b = 2a$

Sonia: Ejemplo base doble de altura $b = 2a$

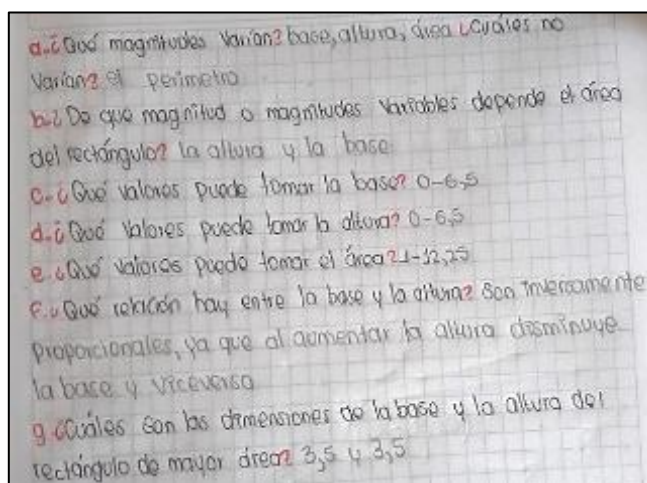
Episodio 66

Del Episodio 66 se resalta la forma en que la profesora conduce la clase a partir de preguntas problematizadoras que permiten al estudiante comprender de manera adecuada el problema, además se señala la importancia que ella da a la ejemplificación de la información para que esta sea accesible y comprensible. Al respecto, Pastor, Sánchez y Zubillaga (2011) consideran

que el uso del ejemplo permite el progreso de los estudiantes sobre los objetos de estudio y de esta manera responder satisfactoriamente a las actividades propuestas. Una muestra de ello se da en las respuestas de la estudiante que previamente había indagado porque no comprendía la pregunta y que gracias a la intervención de la docente logró dar una respuesta que cumplía parte de los solicitado en el problema, por lo menos en la identificación de las variables dependiente, independientes, la relación entre estas como se muestra en la Figura 42.

Figura 42

Respuestas sobre el problema del área máxima del terreno rectangular



La respuesta anterior fue discutida por los estudiantes gracias a que la profesora constantemente promovió la participación de todos, involucrándolos en las actividades que realizaban y uno de ellos percibió que los intervalos propuestos por su compañera en los valores que podía tomar la base y la altura no eran correctos porque se estaban dejando de lado las dimensiones de la base y de la altura que están en el intervalo $[6.5, 7]$. Esto fue un resultado muy interesante, porque a diferencia de la primera implementación, los estudiantes se atrevieron a opinar, incluso a refutar ideas bajo argumentos sólidos y a partir del software, ver Episodio 67.

Sonia: ¿Qué valores puede tomar la base y la altura?

Est C: yo coloqué de 0 a 6.

Est. V: yo puse de 0 a 5

Est. C: profe primero coloquemos el ejemplo para mirar

Sonia: ¿Qué valores puede tomar la base?

Est. C: yo coloqué eso porque hasta ahí podría llegar conforme al área y altura porque si coloco en 7 va a desaparecer, entonces sería menos que eso, porque si coloco en 5 queda espacio para correr y en 14 desaparece.

Sonia: ¿están de acuerdo?

Sonia: supongamos nos vamos hasta 8, que pasaría si la base es 8

Est. C: no tendría área, se pasa del número que nos dieron que era 14 para el perímetro.

Sonia: exacto, pasarnos del perímetro que nos dan [...]

Episodio 67

A partir de lo anterior, Sonia sigue involucrando e interesando tanto a los estudiantes sobre la actividad matemática que cada uno de ellos manifestó y que mediante estas discusiones se estableció: tanto la altura como base varían en el intervalo $[0, 7]$. De esto es importante resaltar la intervención de la profesora, porque gracias a que ella significó la relevancia de involucrar a los estudiantes como el principal protagonista de su aprendizaje y que el material concreto es un referente clave para involucrarlos en la actividad matemática ella los colocó en juego y siempre los tuvo como un aliado en este proceso formativo, tanto que los estudiantes lograron establecer esta solución y trabajar con las ideas de variación y cambio mediante este software.

Una vez los estudiantes establecieron que la altura y la base varían en el intervalo $[0, 7]$ pasaron a discutir sobre las dimensiones del rectángulo de mayor área, las cuales se relacionaban con las características del cuadrado, hecho que generó conflicto cognitivo en los estudiantes, pero gracias a la moderación de Sonia concluyeron que el cuadrado es un rectángulo especial, así:

Sonia: ¿cuáles son las medidas de este rectángulo?

Est. C: 3.5 altura y 3.5 base

Sonia: ¿y eso es rectángulo?

Est. C: no es como un cuadrado

Sonia: ¿qué dicen los compañeros? Porque, si eso no es un rectángulo, el área máxima no puede ser 12,25. Debemos verificar ¿es un rectángulo o no?

Est. V: las mitad de $3,5 \times 3,5$ así si da el perímetro 14, pero no es rectángulo

Est. L: profe estoy confundida porque la base y altura es de 3.5 en ese caso sería cuadrado, pero no un rectángulo [...] los estudiantes discuten [...]

Sonia: diríjanse a la guía donde dice rectángulo y vamos a verificar la información con la definición

Est. C: un rectángulo es un paralelogramo cuyos cuatro lados forman ángulos rectos entre sí y los lados opuestos tienen la misma longitud.

Sonia: gracias, con esa definición ¿ese cuadrado de 3.5 sería un rectángulo? [...]

Est. C: si porque tiene lados paralelos dos a dos, tiene 4 ángulos rectos [...]

Sonia: entonces ¿si es un rectángulo o no?

Est: Si es un rectángulo.

Episodio 68

Lo anterior muestra que la profesora trae a colación aquellos conocimientos previos que los estudiantes deberían tener para comprender y llegar a una respuesta satisfactoria del problema, por ello, les propone leer la guía dada donde ella ya había previsto esta situación y había colocado la definición que les permitiría comprender que el cuadrado si es un rectángulo. El Episodio 68 muestra que la profesora significó y cosificó en su practica la necesidad de considerar los conocimientos previos de los estudiantes, como lo propone la estrategia D7 del DUA y lo resalta CAST (2018), pues sin esta herramienta muy difícilmente los estudiantes hubiesen comprendido el problema, además les hubiese dificultado relacionar un objeto de estudio con otro.

Este mismo accionar permitió que los estudiantes dieran importancia al lenguaje matemático utilizado, pues a partir de ello la comprensión del objeto de estudio iría por una vida u otra, y hubiese sido muy complejo que los mismos estudiantes hallaran la representación algebraica que modelaba el problema, ver Figura 43.

Figura 43

Lenguaje matemática promovido por Sonia en el PRC

g) Expresa la altura en función de la base. Explica tu respuesta.

$$altura = \frac{14 - (base * 2)}{2}$$

Definan

$$altura = \frac{14 - (3 * 2)}{2}$$

Base 3, altura 4

h) Expresa el área en función de la base. Explica tu respuesta.

$$área = altura * base$$

$$área = \left(\frac{14 - (base * 2)}{2} \right) * base$$

Otro ejemplo de significado negociado alrededor del lenguaje matemático se presenta en la profesora Libia quien al preguntar en el problema de potenciación sobre ¿qué relación existe entre los abuelos, bisabuelos, tatarabuelos y padres? los estudiantes coinciden en:

Est. S. Vendría siendo el doble porque es 2, 4 y 8, la generación pasada es el doble de la anterior.

Est. M: la relación que hay entre las generaciones es que son múltiples de dos, porque cada persona tiene dos padres. Entonces el papá tiene dos padres y aumenta de dos en dos. Así de dos padres aumenta a cuatro abuelos, de cuatro abuelos a 8 bisabuelos y de 8 abuelos a 16 tatarabuelos.

Est. V: De generación en generación va aumentando el doble el número de personas.

Est. S: Va de dos en dos

Libia: ¿seguro que, de dos en dos, es decir, 2, 4, 6, 8?

Est. A: No profe, porque después de abuelo va bisabuelo que serían 8

Libia: Una cosa es decir de dos en dos, si decimos de dos en dos sería 2, 4, 6, ... ¿es de dos en dos?

Est. A: no, porque después de los abuelos a bisabuelos se tiene que multiplicar, son 8.

Episodio 69

El anterior fragmento da cuenta de la importancia que la profesora da al lenguaje matemático usado y a la comprensión matemática a las frases que los mismos estudiantes expresan, mostrando así la diferencia que existe entre el doble de un número y añadir dos, pues en una hace referencia a la multiplicación y en la otra a la suma, evitando así generar un error conceptual, Parada (2011) menciona que un elemento fundamental en la comprensión matemática es el uso adecuado del lenguaje matemático, más si los estudiantes tienen alguna dificultad en matemáticas.

Por otra parte, la actividad de rasgado de papel permitió a los estudiantes explorar otras potencias y afianzar la idea preliminar de la potenciación como el producto de un mismo factor, que surgió a partir de la actividad del árbol genealógico al establecer que $2 \times 2 \times 2 = 8$ equivalente a $2^3 = 8$ da la cantidad de tatarabuelos de una persona. En esta ocasión tomaron la misma idea que en la anterior actividad, pero teniendo en cuenta la cantidad de veces que se rasgaba la hoja y la cantidad de partes en las que ésta se dividía.

Figura 44

Múltiples representaciones de un estudiante a la actividad de rasgado de papel

Veces que rompo la hoja	Partes en la que rompo la hoja	Trozos de papel que tiraré a la basura
0	2	$1=2^0$
1	2	$2=2^1$
2	2	$4=2^2=2 \times 2$
3	2	$8=2^3=2 \times 2 \times 2$
4	2	$16=2^4=2 \times 2 \times 2 \times 2$
5	2	$32=2^5=2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2$

Conclusión:
 Podemos concluir que cada vez que rompemos el papel obtenemos dos pedazos, entonces el número 2 es la base de la potenciación y las veces que rompo la hoja es el exponente.

Veces que rompo la hoja	Partes en la que rompo la hoja	Trozos de papel que tiraré a la basura
0	4	$1=4^0$
1	4	$4=4^1$
2	4	$16=4^2=4 \times 4$
3	4	$64=4^3=4 \times 4 \times 4$
4	4	$256=4^4=4 \times 4 \times 4 \times 4$
5	4	$1024=4^5=4 \times 4 \times 4 \times 4 \times 4$

Y ¿si partimos en cualquier cantidad de partes?, ¿Cuántos trozos de papel resultarían después de efectuar diez veces esa operación?
 La cantidad de trozos de papel que resultarían al partir en cualquier cantidad de partes una hoja después de efectuar diez veces esa operación, es igual al número de partes en que partimos el papel elevado al exponente 10. Si n es cualquier cantidad de partes, entonces la cantidad de trozos de papel es igual a:
 $n^{10} = n \times n \times n \times n \times n \times n \times n \times n \times n \times n = Z$
 $n^0 = Z$

En esta actividad es muy importante resaltar que permitir a los estudiantes usar material concreto, emplear diferentes representaciones del objeto de estudio y orientarlo a la necesidad de explicar el razonamiento realizado para desarrollar la habilidad comunicativa en matemática fue fundamental porque ellos intentaban ser lo más claro posible con sus respuestas, coadyuvando en la comprensión del objeto matemático de estudio.

Es importante destacar que como propósito de la clase la profesora Sonia pretendía orientar hacia la noción de derivada mediante aproximaciones numéricas, geométricas y algebraicas. No obstante, este no se cumplió a cabalidad dado que al ser fin de año escolar los tiempos se redujeron y no fue posible terminar la guía de trabajo, sin embargo, si se logró rescatar ideas de aproximación y tendencia, tal como lo proponen Fiallo y Parada (2018), siendo esto muy positivo en la práctica y un significado negociado por la profesora, pues en su metodología tradicional el estudio de la derivada lo proponía desde las propiedades y mecánica.

Finalmente, con relación a este proceso de reflexión en la acción ambas profesoras lograron significar la necesidad de involucrar a todos los estudiantes en la actividad matemática que se quería promover a partir de la propuesta de situaciones del entorno como la relacionada con el

potrero, árbol genealógico, rasgado de papel, cadenas de mensaje por WhatsApp que son actividades que generalmente los estudiantes pueden percibir a diario y por ende son de su interés, es decir, permiten involucrar no solo al estudiante sino también a los familiares en todo el proceso.

Lo descrito anteriormente, es relevante en el proceso de aprendizaje al relacionarse con el principio III de proporcionar múltiples formas de implicación en los estudiantes, donde el componente de las emociones es esencial en el aprendizaje porque influye de manera directa en la adquisición del saber. Al respecto Coca y Miranda (2019) y Flores, Medina, Peralta y Rodríguez (2013) señalan que los sentimientos de los estudiantes incurren en el aprendizaje, pues muchas veces la frustración y pensar “no soy capaz, no puedo” limita al estudiante y no le permite avanzar.

Por lo anterior, se concluye que las profesoras significaron y cosificaron en su accionar este principio bajo las tres pautas: captar el interés, mantener el esfuerzo y la persistencia, y proporcionar opciones para la autorregulación, estrategias que se vieron aplicadas de manera muy superficial en el proceso de reflexión sin intervención.

5.2.3 Representaciones matemáticas: reflexión sobre lo planeado vs lo logrado en el PRCI

De esta fase surge un resultado muy importante al ver que Sonia significó y cosificó el uso de las herramientas de análisis presentadas en el proceso guiado (apartado 5.1.4) para hacer una evaluación objetiva de lo logrado en la clase con relación a lo que planeó. La profesora en su exposición consideró los siguientes aspectos: ruta cognitiva de la clase planeada y lograda, aspectos matemáticos, didácticos y orquestales no considerados en la intervención anterior y que en esta ocasión si aplicó, principios y pautas del DUA que anteriormente no fueron tenidas en cuenta y que le permitieron atender las características particulares de sus estudiantes

Sonia inició su reflexión mencionando que diseñó dos guías de trabajo alrededor del mismo objeto matemático de estudio pero variando el nivel de complejidad en los procesos matemáticos,

la primera guía fue pensada para los estudiantes que estaban solos en casa y la otra para quienes asistían a clases en presencialidad o en presencialidad remota.

En consecuencia, la actividad matemática solo varió al final de la guía, solicitando a los estudiantes de casa reflexionar sobre la expresión algebraica que relacionaba el área del rectángulo en función de la base y a los demás hallar la expresión algebraica y luego interpretarla (ver Figura 45 y Figura 46 color morado), lo anterior, fue propuesto porque probablemente para los estudiantes que estaban en casa sin acompañamiento se les dificultaría más este proceso.

Esta decisión fue tomada por Sonia al poner en práctica los significados negociados en las discusiones con la CoP, en específico la conferencia N°3 del proceso de reflexión con intervención, donde se compartió la importancia de planear pensando en las características, ritmos y estilos de aprendizaje de los estudiantes, y reconocer que no todos tienen los mismos conocimientos previos y acompañamiento de una persona para que oriente el proceso, dada las circunstancias en las que se desarrolló el estudio y que fueron expuestas en apartados anteriores.

Figura 45

Ruta cognitiva de la planeación sobre noción de derivada nivel de complejidad 1

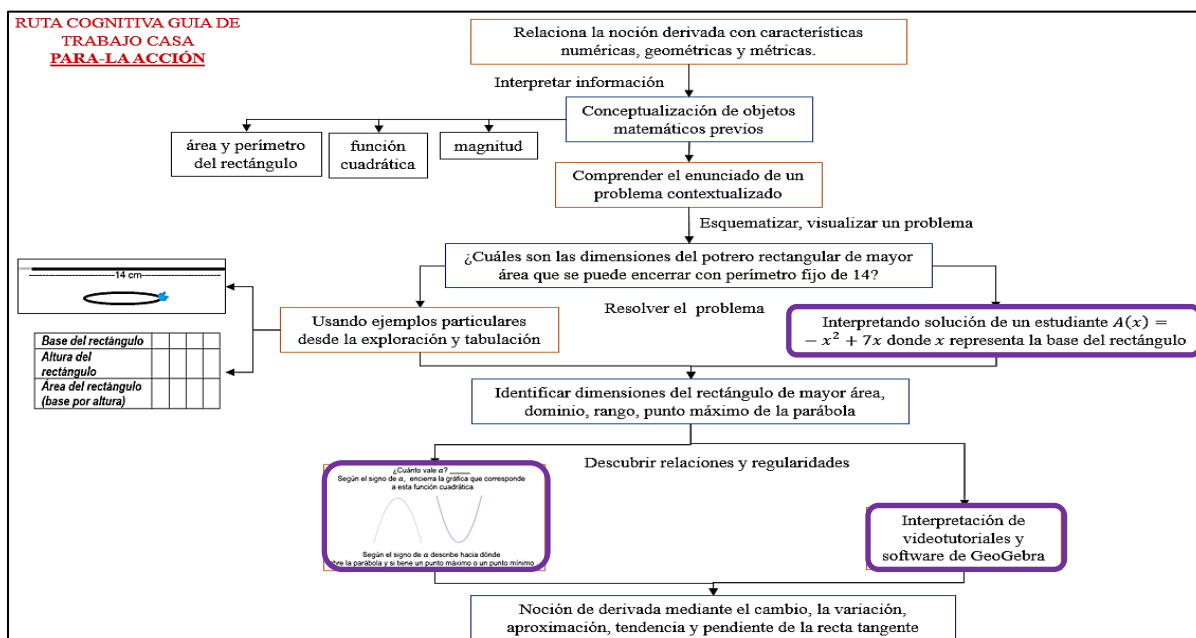
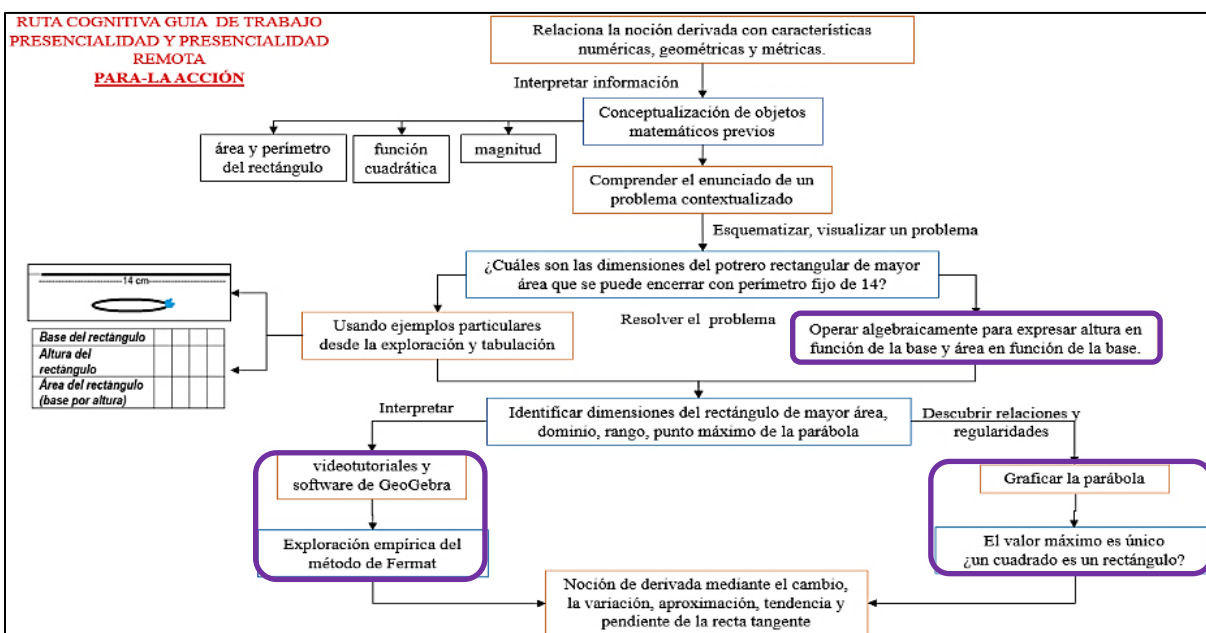


Figura 46

Ruta cognitiva de la planeación sobre noción de derivada nivel de complejidad 2



Lo descrito son significados negociados por Sonia que se pueden asociar a D8 dado que estas adaptaciones están relacionadas a las habilidades individuales de autorregulación y autodeterminación de los estudiantes, motivo por el cual desde Pastor, Sánchez, Zubillaga (2011) se propone el diseño de actividades que tengan niveles variados de complejidad de tal manera que se atienda a la diversidad de estudiantes. Según Heredia (2019) y Gallego e Illesca (2017) existen, por lo menos tres niveles de complejidad asociados a los ritmos de aprendizaje, lento, moderado y rápido, aquí se agrega uno más para considerar a los estudiantes regulares.

- **Nivel de profundidad 1:** Está orientado a los estudiantes que tienen mayores dificultades para comprender los objetos matemáticos de estudio por sus condiciones físicas, intelectuales o psicosociales. Por lo anterior, se proponen actividades basadas en la percepción visual, representaciones físicas que involucren material concreto, manipulable y observable.
- **Nivel de profundidad 2:** Se encuentran los estudiantes que tienen un ritmo de aprendizaje lento, tardan más tiempo que sus pares para procesar la información matemática, se les dificulta

finalizar sus tareas, tienen bajo nivel de atención, requieren de realizar una misma actividad varias veces. Por ende, se requiere de incluir consignas sencillas, matemáticas variadas y usar recursos didácticos brindando así diversas formas de acceso e interpretación de la información.

- **Nivel de profundidad 3:** Está orientado a los estudiantes que tienen un ritmo de aprendizaje moderado, es decir, para quienes realizan las actividades propuestas en el tiempo establecido y suelen retener grandes cantidades de información. Aquí se encuentran los estudiantes que están dentro de la media de su grupo, por lo que, probablemente no requieren de algunas adaptaciones curriculares ni ajustes razonables.
- **Nivel de profundidad 4:** Las actividades propuestas están dirigidas a los estudiantes con un ritmo de aprendizaje rápido, que son quienes captan la información de manera instantánea, no tienen la necesidad de repetir varias veces una misma actividad para su comprensión y entendimiento. Los estudiantes que realizan este tipo de actividades terminan sus actividades ágilmente y además logran retener cualquier tipo de información fácil, tienen gran capacidad de observación, de memorización y les gustan los retos.

Otras adaptaciones y flexibilizaciones que resalta Sonia que ella hizo a la guía de trabajo y que no había realizado en la primera planeación están asociadas a D1 al ofrecer múltiples opciones para que los estudiantes perciban y comprendan la información, pues recuérdese que al existir esta barrera muy difícilmente se puede adquirir un conocimiento, CAST (2011), al respecto ella resaltó:

Sonia: Considero que atendí a todos porque durante la planeación pensé en la diversidad del alumnado y realicé las siguientes adaptaciones: diseñé dos guías de aprendizaje considerando los estudiantes que trabajan de manera remota y los presenciales; trabajé con material concreto y con el apoyo de la familia facilitando la comprensión del problema, pensando en los estudiantes que tienen mayor dificultad para aprender; elaboré videos para los estudiantes que no podían acceder a GeoGebra (estudiantes en remoto); propuse un problema extra para los interesados en profundizar, pensando en los estudiantes que están muy avanzados; usé diferentes medios para hacer llegar la información: guías para trabajo en remoto, encuentro presencial y encuentro por Zoom.

Lo mencionado da cuenta que la profesora significó la importancia de considerar las necesidades educativas de sus estudiantes, pues estas no son solo de índoles cognitivas ni físicas, sino varían de un estudiante a otro según el contexto en el cual se desarrollan, estrato socioeconómico, entre otros, como lo señala UNESCO (2017). No obstante, la profesora no pone en desconocimiento las adaptaciones que también tuvo que realizar para atender al estudiante con limitación auditiva y con discapacidad cognitiva, pues bajo la reflexión realizada también consideró que los atendió y fue gracias a que tuvo diversas formas para que el estudiante accediera y comprendiera la información (D1 del DUA), ella lo manifiesta así:

Lina: Profe Sonia ¿tenías algún caso de estudiantes con Necesidades educativas?

Sonia: Sí señora, dos casos identificados.

Lina: ¿cómo fue el trabajo con ellos?

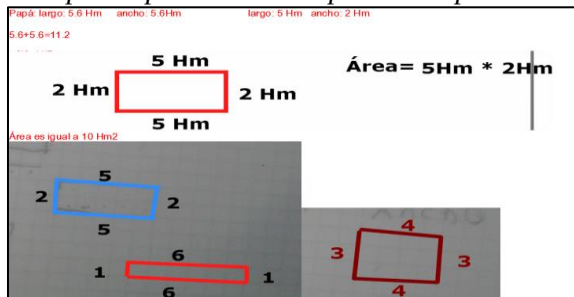
Sonia: ¿Qué hice con ellos? precisamente por eso involucré la aparte de material concreto y el trabajar con un familiar, porque considero que eso me ayudaba, por ejemplo, pensando en el estudiante que se comunica con algo de lengua de señas y que poco me entiende, pensé que esa pregunta se la planteara la mamá, que ella me ayudara a contextualizarlo y a entender que era lo que se estaba solicitando, pero el estudiante iba a presencial muy ocasionalmente. No pude trabajar ni recoger evidencia como tal con él. Solicité encuentro por Zoom con la mamá, ella dijo que estaba dispuesta, pero después pasó el tiempo y volví y le dije, volví y le dije, pero no se logró nada [...]

Episodio 71

Sonia: En clase presencial un día asistió el estudiante sordo, me tomó por sorpresa y quise involucrarlo, pero ya estábamos relacionando la base y la altura; y relacionando el área con la base. Por tal motivo trabajé con él aparte, iniciando la guía (se pudo adaptar fácilmente) y le solicité que me ayudara a completar rectángulos de 14 cm, para la cual di ejemplos y contraejemplo, así él empezó a diseñar algunos rectángulos (Figura 47). La comunicación se realizó a través de LSC, con lo poco que él y yo sabemos nos comunicamos. El estudiante solo asistió a esa clase.

Figura 47

Múltiples representaciones para acompañar al estudiante con discapacidad auditiva



Episodio 72

Sonia: con el estudiante que tiene dificultad cognitiva, él sí estuvo dispuesto, pero igual que el otro estudiante, no asistían a clase, llegaban esporádicamente. Entonces llegó presencialmente un día y al otro llegó tarde. Por ende, con él no pude hacer un proceso cómo se debía. Pero lo intenté citándolo también por zoom y empecé a trabajar con él muy chévere la guía. Él le hizo la pregunta al papá, el papá dio una solución pues que no, no, no, no iba acorde con lo que se solicitaba, pero se intentó involucrarlos. Aparte, el estudiante tampoco tiene un apoyo de los padres de familia [...]

Sonia: Entonces, con el ejemplo que el papá le dio para corregir, yo luego le pedí que hiciera los rectángulos correspondientes, después, yo generé uno, después el género uno y nos quedamos ahí una hora, generando ejemplos para que a él le quedara claro qué era lo que estaba pasando y que ese 14 de perímetro no se movía. Luego quedamos en que él iba a hacerlo con el material concreto y nos íbamos a volver a encontrar por zoom, pero como vive en una vereda no fue posible.

Episodio 73

De los Episodio 72 y 73 se puede inferir que la profesora también significó que una manera de atender a las características particulares de los estudiantes e involucrarlos en la actividad matemática que se quiere promover está asociada a proponer situaciones contextualizadas que activan la participación de ellos, además del uso de recurso material concreto, proporcionar ejemplos e involucrar a las familias en todo el proceso, estrategias que se relacionan con D7, así lo resalta Meyer, Rose, y Gordon (2014).

Los anteriores significados negociados surgieron porque en todas las conferencias se resaltó el rol de los padres y el uso de matemáticas contextualizadas para generar interés en ellos y además porque fueron estrategias fundamentales en época de pandemia, como se ha resaltado en el transcurso de este documento. Además que, buscar situaciones del contexto de los estudiantes, permitir la exploración matemática de los objetos de estudio, implementar estrategias de juegos matemáticos, proponer desafíos matemáticos, usar matemáticas recreativas, proponer el uso de softwares, applets incluir matemáticas de la vida diaria, son estrategias que desde este campo de estudio se pueden implementar para promover actividad matemática y activar el componente emocional de todos los estudiantes objetivo que si se logró como se presenta en el Episodio 74.

Sonia: Por ejemplo, presencialmente un estudiante habló sobre la manera como se hacen los potreros y la manera como rotan el ganado en los diferentes potreros; también un estudiante dijo que creía estaba mal la respuesta dada por el padre de familia, lo que evidencia que la respuesta de

su padre lo hizo reflexionar sobre el problema. Usé muchos ejemplos de rectángulos que cumplen y que no cumplen con la condición, esta estrategia fue útil para atender la diversidad del alumnado.

Episodio 74

Otro de los aspectos sobre los cuales reflexionó Sonia fue evaluar si el propósito que se había planteado se cumplió o no a cabalidad y de no cumplirse cuales fueron los obstáculos que se presentaron o que en su defecto desviaron la actividad matemática. Al respecto, la profesora reiteró que la forma en que había propuesto trabajar la noción de derivada era muy enriquecedora, empero, por afectaciones del tiempo no se pudo cumplir a cabalidad al desarrollarse finalizando el año por los diferentes eventos de la institución que tomaron algunas horas de clase de matemáticas.

Sin embargo, ella considera que si se dio un acercamiento a esta noción al utilizar conceptos de variación, cambio, aproximación, tendencia y paulatinamente se orientó a los estudiantes mediante la aproximación por izquierda y derecha al valor máximo, considerando lo infinitamente pequeño, aunque no se formalizó estos conceptos si se generó reflexión alrededor de ello y se sembraron algunos pilares, tal como lo propone Fiallo y Parada (2018). Al respecto ella señaló:

Sonia: Segundo dice que: ¿seguí la planeación, si no fue así, qué cambios realicé?

Sonia: Si seguí la planeación prevista con los estudiantes remotos, con los de casa, con los que estaban de manera presencial y por zoom. De pronto, el único cambio que se hizo fue que no alcancé a terminarla. Me faltó la última parte de conclusión, pero fue a falta de tiempo porque estábamos en las últimas clases del año escolar.

Episodio 75

M: Considera que las actividades se cumplieron en el tiempo establecido. ¿Por qué?

Sonia: No, nuevamente, porque al final no hubo tiempo suficiente para terminar con los estudiantes que estaban en presencial.

Episodio 76

Sonia también reflexionó constantemente sobre la manera en que promovió la actividad matemática de sus estudiantes e implementó el lenguaje matemático y simbólico con los estudiantes (D2), pues ella consideraba que era fundamental para responder significativamente a las situaciones matemáticas que se estaban proponiendo, esto lo hace bajo la orientación de algunas

preguntas que se resaltan desde el modelo R-y-A de Parada (2011) y que fueron expuestos en la conferencia N°1 del PRSI, por lo cual, se considera que estas preguntas fueron un significado negociado por la profesora, porque le permitieron valorar el lenguaje matemático utilizando e identificando aquellos momentos que por el mal uso de este pudo generar confusiones.

Sonia: respecto a la pregunta ¿El lenguaje matemático favoreció o no los objetos matemáticos de estudio? ¿Cómo te diste cuenta? Pues, charlando con Angélica. Al principio no tenía así como muy claro, pero consideramos que si aunque en el transcurso de la clase surgieron otros objetos matemáticos como el rectángulo, el rango, los intervalos, conjuntos numéricos, lo que es infinitamente pequeño e interdependencia de las variables.

Sonia: Entonces creo que sí, surgieron muchos objetos matemáticos, que eran necesarios aclarar, se necesitaba dar claridad ese lenguaje con el que hablaban los estudiantes.

Episodio 77

Por otra parte, con relación al lenguaje matemático en esta ocasión la profesora consideró que fue más flexible y accesible a las capacidades de los estudiantes dado que ya se había realizado una caracterización de cada uno de ellos, por ende este fue un poco más claro y se dio claridad desde el inicio de la actividad considerando las complejidades de este, logrando así evidenciarse lo propuesto por Meyer, Rose y Gordon (2014) sobre establecer un lenguaje común matemático y simbólico para promover la comunicación y participación entre los participantes del nuevo conocimiento, lo descrito se evidencia a partir del siguiente fragmento:

Sonia: El proceso realizado por un estudiante al relacionar la base y la altura, y al relacionar el área y la base. Con la experiencia que tenía no había visto esta manera de relacionar el área del rectángulo y la base, fue inesperado pero interesante, solicité al estudiante que explicara la manera como lo había deducido, posteriormente al ver que para algunos estudiantes era confuso expliqué de dónde venía la fórmula, apoyándome en que previamente para hallar algunos valores de la tabla base y altura, los estudiantes tomaban el 14 y le restaban dos veces el ancho, así quedaría la medida de dos veces la altura, posteriormente se divide en dos para obtener el valor de la altura.

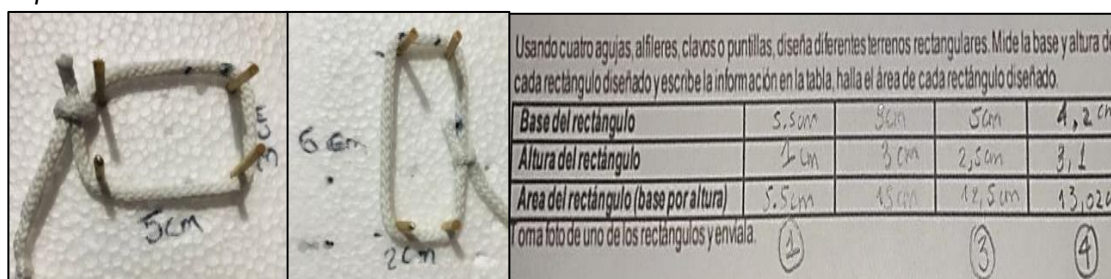
Episodio 78

También se percibió de Sonia que reflexionó sobre la manera de orquestar los recursos utilizados en la clase para promover la actividad matemática, validando e invalidando el uso de estos y repensando sobre las adaptaciones que desde el actuar ella considera necesario que se deben

realizar dado que generaron confusión en algunos estudiantes, esto por falta de conocimientos previos y claridad sobre las propiedades del rectángulo o no claridad en las indicaciones. Lo descrito orientó a que la profesora significara cuán importante es la exploración del material concreto antes de implementarlo y la reflexión de porqué, cuándo, dónde usarlo como lo propone Parada (2011). Lo anterior para evitar confusiones como las presentadas en el Episodio 79.

Sonia: En la elaboración de rectángulos con material concreto al socializar las respuestas del punto 1.2, algunos rectángulos no coincidían las medidas tomadas con las condiciones del problema (. **Figura 48**), un estudiante dijo: ¿por qué no coinciden las medidas?, así que les devolví la pregunta. **Figura 48**

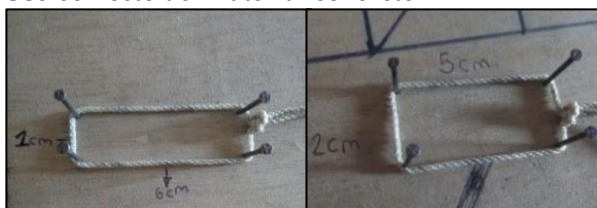
Dificultades en el uso del material concreto



Sonia: Los estudiantes mencionaron algunas posibles causas de que no coincidiera la base y la altura de los rectángulos elaborados con un cordón de 14 cm: el cordón estiraba, el cordón no medía 14 cm, las puntillas o palillos usados eran muy gruesos, el rectángulo no está bien armado. Aunque se aclara que no en todos los casos, algunos estudiantes armaron sus rectángulos de manera correcta y esto sí coincidía con las condiciones del problema (ver Figura 49).

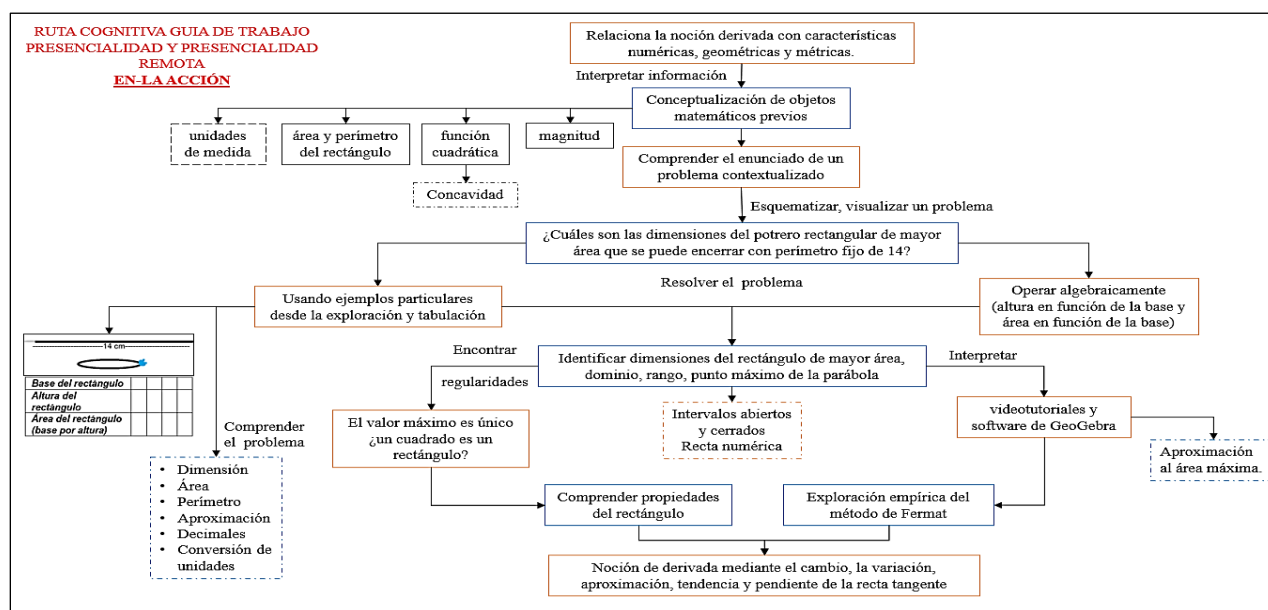
Figura 49

Uso correcto del material concreto



Episodio 79

Finalmente, la profesora apoyándose de la ruta cognitiva de Parada (2011) y después de haber reflexionado sobre las múltiples formas de representación, de percibir y comprender la información, de involucrar a los estudiantes, el lenguaje matemático usado, actividad matemática promovida, cumplimiento del objetivo, ella presentó la ruta cognitiva de la clase lograda, resaltando en rectángulos punteadas los objetos matemáticos no previstos y los objetivos no alcanzados.

Figura 50*Ruta cognitiva de la clase lograda por Sonia en el PRC*

Por otra parte en este proceso se observó cómo la profesora logró significar, cosificar e involucrar en su quehacer pedagógico los elementos teóricos del DUA que le permitieron evaluar positiva o negativamente su accionar, además que le permitió identificar aquellas situaciones que debe mejorar y que no le permitieron avanzar en esta ocasión, lo descrito anteriormente se ve reflejado en su informe final cuando ella reflexiona ítem por ítem de las pautas cumplidas.

De Sonia se logró un cambio muy significativo en la manera de compartir a sus colegas en la CoP si había implementado o no el principio del DUA referente a múltiples formas de representar en matemáticas, porque en el PRSI ella solo estableció si se había usado o no (Figura 51, parte izquierda) pero en el PRSCI la reflexión fue más profunda, por ello, la profesora tomó cada una de las pautas (D1, D2 y D3) y puntos de verificación con el fin de validar si se consideraron o no tanto en la planeación como en la intervención de aula (Figura 51, parte derecha). La reflexión que hace Sonia en el PRCI respecto al uso de las pautas sigue una estructura similar a la descrita en la parte izquierda de la Figura 51, por ende, solo se ejemplifica una pauta.

Figura 51

Comparativo uso del DUA en el PRSI y en el PRCI

Múltiples formas de representación de la información: Reconoce las distintas formas en las que los estudiante perciben y comprenden la información: Además de libros, usar video, texto con audio, entre otros para que todos los estudiantes tengan la oportunidad de acceder de la mejor forma al conocimiento. Texto con audio. 	
Principio 1. Proporcionar múltiples medios de representación. Objetivo: Aprendiz capaz de identificar los recursos adecuados Pauta 1. Proporcionar diferentes opciones para percibir la información	
Opciones que permitan modificar y personalizar la presentación de la información	Las guías se entregaban de impresa y se enviaba de manera digital a los estudiantes, como solo se contaba con dos páginas para el diseño de la guía el tamaño de la letra era pequeño y el interlineado angosto, pero al enviar la guía digital se le permite al estudiante realizar modificaciones en tamaño de texto, contraste. El video permitía que los estudiantes lo pausaran, adelantaran, (cambiar velocidad, no sé)
Ofrecer alternativas para la información auditiva	La guía se enviaba de manera escrita, lo cual brindaba una alternativa a la información auditiva. Una de las principales dificultades que enfrentamos en el trabajo en casa es que se entregaba un guía y el estudiante tuvo que pasar de la explicación auditiva a la explicación visual, lo cual desanimó a muchos de ellos, por tal motivo procuraba incluir poco material escrito y usar más gráficas o videos.
Ofrecer alternativas para la información visual	Al solicitar en el punto 1.2 que el estudiante a través de un cordón simulara el rectángulo que cumpliera la condición que se solicitaba en el problema usé objetos físicos y modelos espaciales, permite a los estudiantes comprender lo que de manera visual se vería en el video

Por otra parte, la profesora Libia en este PRCI a diferencia del PRSI consideró el siguientes esquema para su práctica: 1) caracterizó a sus estudiantes identificó edad, ritmos y estilos de aprendizaje, modalidades de trabajo, 2) explicación de indicadores y estándares a trabajar, 3) descripción de las cuatro etapas propuestas en la guía de trabajo y adaptaciones realizadas, 4) presentación de algunas respuestas de los estudiantes en el que se evidencie la flexibilidad y adaptabilidad de las actividades, 5) realizó un comparativo entre las actividades realizadas y logradas para resaltar como el diseño de la guía favoreció o no el aprendizaje de los estudiantes.

En este espacio brindado a la profesora para compartir su experiencia de aula, Libia junto con sus colegas negociaron la importancia del uso de diferentes caminos de solución a un mismo problema (Episodio 80) permitiendo el uso de otros objetos matemáticos de estudio como la multiplicación y el doble de un número, siendo esto un significado negociado por la profesora, pues da más relevancia a la forma en que los estudiantes comprenden un problema, lo abordan y a partir de esto dirige a la conceptualización de la potenciación de manera natural y no forzada en la que se vea como algo mecánico y sin sentido. Al respecto Santos-Trigo (2008) enfatiza en la importancia de ampliar los caminos en que un estudiante sigue para responder un problema.

Libia: Miren aquí tenemos diferentes respuestas, un estudiante enfatiza en 2×2 y $2 \times 2 \times 2$ y si aplica la potenciación, en cambio este otro estudiante (señala en pantalla) está enfatizando en el doble, no en la potenciación.

Episodio 80

De las actividades propuestas por Libia se puede notar que la profesora tiene en cuenta constantemente el contexto de los estudiantes logrando así buscar situaciones de interés (D8) propuesto por Pastor, Sánchez y Zubillaga (2011), que les causara curiosidad y cercanas a la cotidianidad de ellos con el fin de motivarlos y hacerlos partícipes de la actividad matemáticas que se quiere promover, como se muestra en el Episodio 81.

Libia: ellos decían profes usted para que puso ese árbol que vamos a hacer con eso, eso que matemáticas tiene, yo les decía háganlo y en clase miramos como lo usamos

M: ¿profe qué actitud tomaron los estudiantes cuando se dieron cuenta para que usaban el árbol genealógico y las matemáticas?

Libia. les pareció muy interesante, sobre todo lo de las generaciones, contando las historias de sus abuelos... interesándolos y motivándolos en la actividad

Libia: cuando querían hablar al respecto sobre los tatarabuelos ellos se dieron cuenta que era el doble, entonces eran dos veces los abuelos. Esta parte fue muy minuciosa y le sirvió mucho motivarse y comprender el objeto de estudio (la potenciación de base dos).

Episodio 81

Finalmente, la profesora termina su proceso de reflexión mencionado que tal como se tenía previsto las actividades así se desarrollaron, y que las dificultades que se habían considerado se evidenciaron en la práctica, situación que permitió a Libia abordar la situación con claridad. Por otra parte, un significado importante negociado por la profesora y que se dio gracias a las dinámicas de la CoP fue el que Libia se sintiera con más confianza en poder exponer sus ideas, comprendiera que no todos los estudiantes aprenden igual y lo más importante que hubo un cambio en la manera en que ella percibía este proceso de formación inicialmente. A continuación, se presenta un fragmento de lo mencionado.

Libia: Uno aprende para poder mejorar su práctica y poder compartir a los demás lo que uno hace y lo que uno aprende es importante

M: ¿Recuerdas que al principio me dijiste que el proceso de formación no era lo que esperabas? ¿cómo te sientes ahora? ¿se cumplieron tus expectativas?

Libia: Angélica es que yo soy muy dispersa, no sabía cómo hacer las cosas. Al principio no sabía que hacer o no entendía... la formación si cumplió mis expectativas y lo más importantes si aprendí para poder implementar en el aula y compartir a otros.

Episodio 82

A modo de conclusión se percibe que la profesora logró fortalecer su pensamiento orquestal al momento de proponer situaciones del contexto e interés de los estudiantes, las preguntas pensadas desde un nivel de complejidad matemático diferentes fueron esenciales para favorecer la actividad matemática en todos los estudiantes, pues los estudiantes avanzaban de acuerdo con su ritmo, habilidades y capacidades que tenía en matemáticas.

En cuanto al pensamiento didáctico los diseños fueron elaborados con base en las sugerencias metodológicas y los programas oficiales para el tema de la potenciación teniendo en cuenta cuatro niveles de profundidad en la matemática, permitiendo así que estas fueran adaptable y flexibles para cada estudiante con mucha o poca dificultad para aprender matemáticas. Lo anterior, dado que entre los ajustes didácticos se encuentran: tamaño y tipo de letra, el proporcionar múltiples formas para que la información sea accesible y comprensible.

Respecto al pensamiento matemático estas actividades llevaron a Libia a recordar algunas propiedades y reforzar otras como un número cuadrado elevado a, cualquier exponente da par, hecho que fueron los mismos estudiantes quienes lo dedujeron a partir de las socializaciones que la profesora propuso para desarrollar en los estudiantes la habilidad comunicativa en matemáticas.

Una práctica común observada en todos los profesores, es la preocupación constante de ellos por interesar y motivar a sus estudiantes mediante el uso de problemas contextualizados y de interés para ellos, así como el uso de diversas estrategias para hacer accesible y comprensible la información para todos los estudiantes independientemente de la dificultad que tengan ya sea de tipo cognitivo o comunicativo por el contexto en el que se desenvuelven (rural sin acceso a internet

y en actividades virtuales). Ante las actividades propuestas se nota que los profesores consideran constantemente el contexto de los estudiantes logrando así buscar situaciones de interés, que les causara curiosidad y los haga partícipes de la actividad matemáticas a promover.

Libia: Miren aquí tenemos diferentes respuestas, un estudiante enfatiza en 2×2 y $2 \times 2 \times 2$ si aplica la potenciación, en cambio este otro estudiante (señala en pantalla) está enfatizando en el doble, no en la potenciación.

Libia: ellos decían profes usted para que puso ese árbol que vamos a hacer con eso, eso que matemáticas tiene, yo les decía háganlo y en clase miramos como lo usamos

M: ¿profe qué actitud tomaron los estudiantes cuando se dieron cuenta para que usaban el árbol genealógico y las matemáticas?

Libia: les pareció muy interesante, sobre todo lo de las generaciones, contando las historias de sus abuelos... interesándolos y motivándolos en la actividad

Libia: cuando querían hablar al respecto sobre los tatarabuelos ellos se dieron cuenta que era el doble, entonces eran dos veces los abuelos. Esta parte fue muy minuciosa y le sirvió mucho motivarse y comprender el objeto de estudio (la potenciación de base dos), porque decían: profe porque preguntas tanto si todos son iguales

Episodio 83

Con todo lo mencionado, se resalta que los profesores significaron a partir de las socializaciones con la CoP diseñar, implementar y ejecutar actividades adaptadas a las particularidades de los estudiantes las cuales fueron retomadas de las conferencias de los invitados especiales según el nivel de matematización en el que se encontraban los estudiantes. Así mismo, significaron y cosificaron la importancia de elaborar diseños basados en las sugerencias metodológicas y los programas oficiales según objeto matemático de estudio correspondiente, teniendo en cuenta cuatro niveles de profundidad en la matemática, permitiendo que estas sean adaptable y flexibles a las características de los estudiantes.

La Tabla 7 resume algunos significados negociados por los miembros de la CoP con relación a las múltiples representaciones en matemáticas, que se implementaron en el aula bajo las tres pautas (D1, D2, y D3) indicadas al principio del capítulo 5.

Tabla 7

Significados negociados por la CoP sobre las múltiples representaciones en matemáticas

Múltiples representaciones en Matemáticas	Proceso de reflexión sin intervención	Proceso de reflexión con intervención <i>Significados negociados</i>
D1) Ofrecer diferentes opciones para que el estudiante perciba la información.	Las principales representaciones utilizadas por los miembros de la CoP eran las gráficas y tablas, pero, estas poco se integraban entre sí.	Los profesores reconocieron que es fundamental la integración entre las múltiples representaciones (no solo gráfica y tabular), por ende, integraron otras representaciones, entre ellas: simbología, expresiones algebraicas, pictórica mediante el uso de videos, material concreto, situaciones del contexto y GeoGebra, activando así la percepción auditiva y visual de los estudiantes. Lo anterior con el fin de hacer accesible y comprensible la información matemática a todos los estudiantes.
D2) Usar diferentes formas de lenguaje y símbolos matemáticos.	Dificultades conceptuales respecto al objeto matemático de estudio que llevaron al uso de un lenguaje matemático inadecuado. El lenguaje matemático y simbología utilizada fue para todos la misma sin tener en cuenta las características de particulares de los estudiantes	Los profesores hicieron revisión previa sobre los objetos matemáticos de estudio a enseñar con el fin de tener claridad en sus conocimientos y evitar confusiones en el lenguaje matemático y terminología utilizada. Los profesores implementaron el uso de expresiones algebraicas y simbología matemáticas desde un nivel bajo a un nivel avanzado para incluirlos a todos en la actividad matemática.
D3) Posibilitar a los estudiantes opciones para comprender los objetos matemáticos de estudio.	Ninguno de los profesores considero importante reconocer los saberes previos de los estudiantes para la comprensión de los objetos de estudio.	Los profesores lograron incluir en sus prácticas la activación de saberes matemáticos previos mediante el uso de material concreto y tecnologías digitales.

6. Múltiples formas de expresión en Matemáticas para atender la diversidad del aula

En este apartado se exhiben algunos significados negociados sobre acciones y expresiones que usaron los profesores y que permitieron atender a las características particulares de los estudiantes para involucrarlos en la actividad matemática a promover. Lo anterior, entendiendo que cada persona aprende y exterioriza sus conocimientos de manera diferente, algunos son auditivos, otros verbales, kinestésicos, etc, dependiendo de sus estilos de aprendizaje, por ello, no existe un modo único de comunicación por los estudiantes, así lo resaltan Gallego y Nevot (2008).

Para describir los significados negociados en esta categoría de análisis se presentan los aprendizajes consolidados por Lina, dada su importante participación en la CoP, por la población de estudiantes que atendió (apartado 3.1.2) y porque fue de quién más se recopiló información sobre las múltiples expresiones y acciones para que los estudiantes se comuniquen en matemáticas.

Para la caracterización de estos significados se usa como descriptores dos de las tres pautas que ofrece el DUA sobre este principio, esto porque son estrategias que permiten al docente implementar en sus planeaciones y en el aula diversas acciones para coadyuvar en la comprensión del objeto matemático de estudio, estos descriptores son interpretados en matemáticas así:

D4) Ofrecer diferentes medios físicos de acción en matemáticas.

D5) Proporcionar opciones para hacer fluida la comunicación en matemáticas.

En la presentación de las evidencias de esta categoría también se exhiben algunos significados negociados por la profesora sobre el principio III, proporcionar múltiples formas de implicación a partir de los mismos descriptores (D7, D8 y D9) expuestos al inicio del capítulo 5, esto porque se considera que son acciones y estrategias que el profesor utiliza de manera transversal durante su práctica pedagógica para atender la diversidad de estudiantes.

6.1 Reflexiones en CoP sobre acciones y expresiones matemáticas: proceso sin intervención

A continuación, se presentan algunos significados negociados por Lina alrededor de las múltiples formas de acción y expresión que utilizaba en matemáticas antes de un proceso de formación. Significados que se evidencian al planificar una clase, implementarla y reflexionar sobre la actividad matemática planeada vs la lograda usando las herramientas de análisis.

6.1.1 Acciones y expresiones matemáticas usadas por los profesores al planear sus clases

En esta fase al preguntarle a Lina sobre qué estrategias usaba en su planeación de clase para atender a la diversidad de estudiantes, ella mencionó, que ha sido un proceso difícil porque tiene en un mismo salón de clase educandos con síndrome de Down, discapacidad cognitiva leve, TDAH y otras Necesidades Educativas, y pensar en cómo incluirlos a todos es un reto por la falta de formación sobre aspectos pedagógicos y didácticos. Lo descrito se deduce del Episodio 84.

Lina: ¿cómo trabajo yo con ellos? ha sido muy difícil, porque yo salí de la universidad y fue encontrarme con estos chicos de inclusión y decir ¿qué hago? Porque normalmente cuando salimos a ejercer encontramos un plan de área que es para todos, pero encontramos que hay que realizar un plan de área para cada educando, porque no todos se pueden encajar o reunir dentro de una misma asignatura. Además, aparte de que se trabaja con inclusión, también se trabaja con curriculum adelantado. Por ejemplo, yo estoy dando trigonometría en noveno, entonces, en noveno tengo chicos con los que estoy trabajando trigonometría, pero también estoy trabajando con otros chicos operaciones básicas aritméticas con el chico con síndrome de Down. Ha sido un trabajo realmente muy difícil porque mi trabajo se dobla, se triplica, porque tengo que hacer varias planeaciones.

Episodio 84

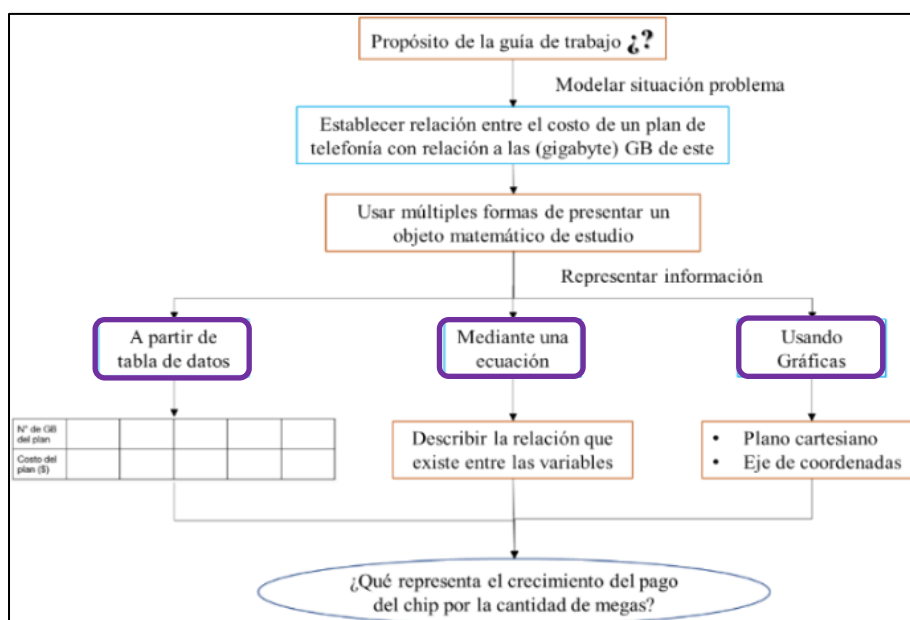
En el Episodio 84 se evidencia que la profesora reflexionó sobre la importancia de diseñar actividades adaptables y flexibles a los estudiantes según las características particulares de cada uno de ellos, como se propone en el DUA y las conferencias nacionales e internacional realizadas durante los encuentros de la CoP. Así mismo, Lina en este episodio propuso el diseño de varios planes de clase para atender a todos los estudiantes, no obstante, no hay claridad si los planes de clase diferentes que menciona son sobre el mismo objeto matemático de estudio o son otros.

A pesar de que la profesora en el Episodio 84 significó la necesidad de realizar guías adaptables y flexibles a las características de los estudiantes no logró cosificarlo en su primer plan de clase. En esta oportunidad Lina diseñó una única guía de trabajo relacionada con la función lineal, misma que se entregó a todos sus estudiantes sin alguna adaptación, ni tener en cuenta que ellos son muy diversos en la manera de comprender y expresar la información.

La ruta cognitiva de la Figura 52 muestra el objeto matemático de estudio, recursos seleccionados por la docente y el tipo de tareas que esperaba que los estudiantes realizaran. De esta ruta cognitiva se percibe el interés de Lina por permitir a los estudiantes que eligieran diferentes caminos para expresarse, motivo por el que plantea preguntas orientadas a la realización de tabla de datos, expresiones algebraicas y gráficas, como se resalta de morado en la Figura 52. El pensar en proporcionar estas alternativas es fundamental porque según CAST (2018), porque permite al estudiante elegir la forma de expresarse según sus formas de aprender que hacen parte de la pauta 5 (D5) del principio II propuesto por Pastor, Sánchez y Zubillaga (2011).

Figura 52

Ruta cognitiva, reflexión-para-la acción del PRSI de la profesora Lina



Para el estudio de la función lineal Lina consideró importante buscar un problema del contexto para involucrar a los estudiantes y captar su interés (D6), por ello, mencionó que en una tesis [no dio el nombre] habían trabajado con el problema de planes de datos, por ello, intentó adaptar esta situación a su planeación y utilizó la información de planes de datos propuestos por una empresa de telefonía móvil en Colombia, donde se relacionaba el N° de GB con el costo del plan de datos cómo se presenta en la Figura 53.

Figura 53

Costo plan de datos vs N° de GB, problema para estudiar la función lineal

1 Navegala L PRO 21 Cargo Fijo Mensual \$ 55.900 Más información > Datos incluidos: 30GB y hasta 10GB para compartir con otros dispositivos cercanos. Apps que no gastan datos:  Minutos incluidos a todo destino: ilimitados	2 Navegala B XL Lite Cargo Fijo Mensual \$ 64.900 Más información > Datos incluidos: 40GB y hasta 15GB para compartir con otros dispositivos cercanos. Apps que no gastan datos:  Minutos incluidos a todo destino: ilimitados	3 Navegala D XL Lite Cargo Fijo Mensual \$ 69.900 Más información > Datos incluidos: 50GB y hasta 20GB para compartir con otros dispositivos cercanos. Apps que no gastan datos:  Minutos incluidos a todo destino: ilimitados	4 Navegala XL Pro Cargo Fijo Mensual \$ 79.900 Más información > Datos incluidos: 75GB y hasta 25GB para compartir con otros dispositivos cercanos. Apps que no gastan datos:  Minutos incluidos a todo destino: ilimitados	5 Navegala Libre Ultra Cargo Fijo Mensual \$ 99.900 Más información > Datos incluidos: Libre y hasta 35GB para compartir con otros dispositivos cercanos. Minutos incluidos a todo destino: ilimitados
--	---	---	---	--

Con los datos de la Figura 53 Lina esperaba afianzar la concepción de función lineal, no obstante, con esta información se percibe imprecisión en la manera en que se indaga sobre este objeto matemático, porque entre un plan y otro no se evidencia que haya una relación proporcional, ni en las GB ni en el costo. Por ejemplo, la diferencia en costo entre 1 y 2 es de \$9.000, y entre 2 y 3 es de \$5.000, a pesar de que las variables GB cambie de 10 en 10. En consecuencia, fue necesario hacer revisión detallada de la guía en la que se plantearon las preguntas de la Figura 54.

Figura 54:

Preguntas del problema de plan de datos

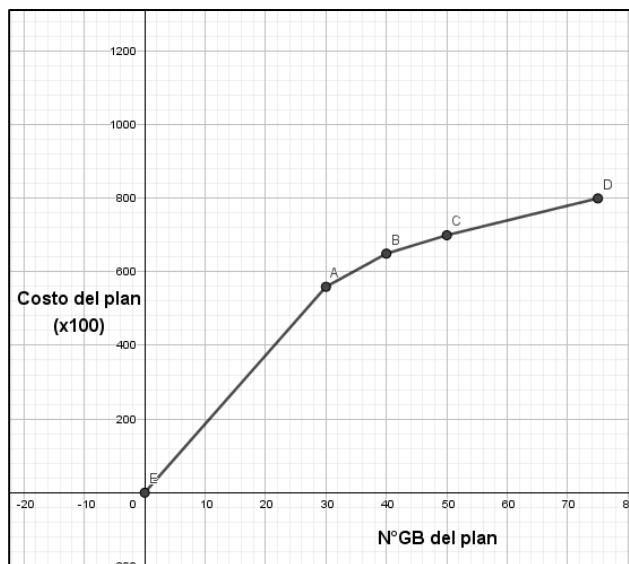
Representa la información en la siguiente tabla.					 ¿Es posible representar gráficamente la situación anterior? Continúa se presenta el plano cartesiano en el cual debes detallar que represente cada eje de coordenadas, los puntos que obtienes de la tabla y explicar que representa el crecimiento del pago del chip por la cantidad de megas.
N° de GB del plan					
Costo del plan (\$)					
Representa la relación mediante una Ecuación.					
Ecuación de la Función					
Identifica ¿Cuál es la variable dependiente e independiente?					 ¿Es posible determinar cuánto pagaría Suri por un plan de 60 GB? Explica
Describe con tus propias palabras el patrón que se presenta en la tabla.					

De la Figura 54 se deduce que al parecer Lina propone relacionar los cinco planes de datos para que de allí surja la función lineal, esto al solicitar a los estudiantes relacionar la variable N° de GB del plan de datos con el costo del plan (\$), mediante la representación tabular, hallar la ecuación de la función y buscar un patrón.

Sin embargo, la relación directa entre estas dos variables con la información elegida no permite ver una constante de proporcionalidad ni identificar un patrón pues la gráfica con los datos proporcionados sería una nube de puntos, por lo anterior, se puede deducir que no existe una función lineal. Dada esta dificultad la profesora posteriormente intentó generar con la información del problema la situación de hallar la recta que más se aproximará a todo el conjunto de datos, aunque recuérdese que para Lina el objetivo era “fortalecer los conocimientos sobre la función lineal”. Así mismo, para ver elementos de la función lineal como el concepto de pendiente solicitó a los estudiantes hallar ecuaciones de rectas que pasaran por dos puntos, seleccionando fragmentos de la recta presentados en la figura 55 como $\overline{EA}$, $\overline{AB}$, $\overline{BC}$, $\overline{CD}$ entre otros.

Figura 55

Representación gráfica N° GB vs costo del plan de datos



De lo descrito, se considera que la falta de claridad de la profesora frente al objeto de estudio y preguntas realizadas puede llevar a la confusión de los estudiantes y al incumplimiento del propósito, porque los datos seleccionados a pesar de surgir de un contexto de interés de los estudiantes (lo cual es importante para involucrarlos en la actividad matemática como se estableció en D7), no presentan un comportamiento lineal. Se podría pensar que existen algunos vacíos conceptuales en Lina que han dificultado elegir un problema que involucre la relación funcional entre variables, errores que según Alpízar y Morales (2018) son frecuentes en los profesores.

Por otra parte, a pesar de la profesora proponer diferentes alternativas para que los estudiantes se expresen hay una limitante con relación a las múltiples formas de acción en matemáticas, ya que las actividades propuestas se relacionan principalmente con la escritura. Lo anterior se deduce porque las preguntas de la Figura 54 se enfocan en completar una tabla de datos, describir situaciones (se da espacio para escritura) y graficar a lápiz y papel. Al respecto Cassany (1987) menciona que la acción de escribir requiere de seleccionar información, crear y desarrollar ideas, buscar un lenguaje compartido con el lector que se pueden desarrollar mediante el uso de habilidades de otros campos como el dibujar, elaborar gráficas, anotar y otras estrategias.

La situación descrita pone en manifiesto la necesidad de reflexionar con la profesora un poco más sobre el concepto de función lineal y el uso de medios alternos para que el estudiante comunique sus ideas, como material concreto, herramientas web interactivas, softwares dinámicos de matemáticas, modelos de simulación, entre otros, que desde época de educación virtual son muy relevantes. Con lo anterior, se percibe que se cohibe al estudiante el uso de otras formas para expresarse y comunicarse, situación que fue objetos de interés en el PRCI realizado con Lina.

Al respecto, CAST (2011), Pasolini y Palmeira (2016) resaltan que para atender a las características particulares de los estudiantes es esencial el uso de material concreto para

permitirles comprender y expresarse en matemáticas. En consecuencia surge un tema de bastante interés y reflexión con la profesora en el PRCI con relación al proceso de comunicación, esto, por la poca reflexión sobre la implementación de las estrategias D4 y D5 en la planeación de la docente.

Por otro lado, a pesar de que Lina reflexionó en el Episodio 84 sobre la relevancia de realizar guías adaptables a todos los estudiantes, al momento de diseñar su guía de trabajo poco se consideraron posibles dificultades que por las características particulares de los estudiantes podrían afectar la comprensión o realización de las actividades propuestas y que pueden desviar la actividad matemática prevista. En consecuencia, se indagó con la profesora sobre la forma en que ella planeó su guía para poder involucrar a todos los estudiantes en la actividad matemática a promover y que acciones tenía previstas para afrontar dificultades en el afianzamiento del concepto de función lineal, al respecto ella en el Episodio 85 enfatizó en el uso constante de la pregunta.

Mod: profe, ¿cómo consideraba atender a las dificultades de sus estudiantes?

Laura: yo lo que hago es que les pongo un ejercicio y a partir de ese ejercicio les hago preguntas, pues al nivel de ellos, me toca así poquito a poquito, para que interpretemos el problema, luego lo entendamos y posteriormente socialicemos [...] Por ejemplo, cuando inicié la temática de función lineal y afín, yo lo que hice fue escoger dos gráficas, una lineal y una lineal afín y las ubiqué en el tablero digital, luego hago preguntas como ¿esas son funciones lineales? Entonces ellos discuten, tienen que opinar y a partir de ahí empiezan ellos a mirar y leer las gráficas empiezan a decir por ejemplo: “ah no es que una está inclinada para este lado y la otra para este lado”, “ah no es que ésta pasa por el origen y esta no”, sí entonces como que ellos empiecen a tener esas diferencias a partir de eso, sin necesidad de yo decirles cual función afín y cual es lineal, así lo trabajo yo.

Episodio 85

Del Episodio 85 se destaca la relevancia que Lina da al planteamiento de preguntas y al proceso comunicativo de los estudiantes, pues enfatiza en abordar las diferentes eventualidades inesperadas de la clase a partir de las socializaciones de ellos, intercambio de ideas entre pares con el fin de construir un conocimiento de manera conjunta. Desde las matemáticas mismas la pregunta según Pérez y Hernández (2017) cobra un rol fundamental para la comprensión y entendimiento de un problema. Con base en este mismo episodio se observa que la profesora acentúa en la

importancia de interpretar, explicar y justificar un problema. Lo descrito previamente da cuenta que la profesora en su planeación tiene en cuenta D5 detallado por Pastor, Sánchez y Zubillaga (2011) y que fortalece el proceso comunicativo en matemáticas.

Con relación a lo anterior, el MEN (1998) resalta que la comunicación conduce a los estudiantes a una mejor comprensión de los objetos matemáticos, porque los lleva a vincular diversas representaciones (pictóricas, gráficas, simbólicas, verbales, mentales, mediante, formulas, etc) de un mismo objeto, como propone Lina, ver Figura 44 señalado en morado.

Adicionalmente, de la guía presentada por Lina (Figura 44) se observó también la poca reflexión de la profesora respecto al uso de las herramientas tecnológicas, materiales concretos y otros medios que permitan al estudiante manipularlos y de esta manera ofrecerles diferentes opciones físicas o por selección para que ellos puedan mostrar lo aprendido, esto con la finalidad de dar alternativas de comunicación evitando el uso exclusivo y único de lápiz y papel.

Por las razones y evidencias presentadas previamente se ve la necesidad de en el PRCI brindar acompañamiento a los profesores de la CoP y en particular a Lina sobre la implementación de las estrategias D4 y D5 (adaptadas a las matemáticas) durante la planeación de clase porque contribuyen significativamente en la atención a la diversidad de estudiantes en el aula.

6.1.2 Acciones y expresiones matemáticas que implementaban los profesores en sus clases

La profesora Lina realizó su intervención mediante la plataforma Meet, utilizó como recursos extras Excel y GeoGebra, los cuales no se habían tenido en cuenta en la guía de trabajo diseñada y que resultó dificultando la comprensión del objeto matemático de estudio, como se mostrará más adelante. En la implementación de la clase, la profesora mostró que trabajó con todos sus estudiantes igual, que las adaptaciones durante la implementación de la clase son más de orientación y tipo de preguntas realizadas, pero en esencia, la guía es la misma.

De la profesora se aprecia el siguiente esquema de trabajo: 1) Orientó a los estudiantes a dirigirse a Google Classroom donde encontraban la guía, 2) Solicitó leer y responder la guía con base en los conocimientos previos y objetos matemáticos ya vistos, situación que causó mucha confusión en los estudiantes no permitiendo cumplir el objetivo a cabalidad, 3) Finalmente, socializó las respuestas de los estudiantes promoviendo la interacción entre estudiantes para llegar a las respuestas de manera conjunta, evidenciando así la importancia que da la profesora a expresarse y comunicarse en matemáticas, implementando así D4 y D5 en su accionar.

Una de las primeras dificultades en el accionar de Lina se encuentra en la irrelevancia que ella dio al objetivo o meta de aprendizaje, que no se tuvo en cuenta desde la planeación. Lo anterior, llevó a que los estudiantes poco comprendieran la actividad que se iba a realizar, pues no encontraba relación directa entre los datos proporcionados y la función lineal, dicha situación, generó confusión en los estudiantes, como se presenta en el Episodio 86 en la línea 5. Por lo descrito, se genera un nuevo interés en el PRCI sobre resaltar con claridad las metas y objetivos de las actividades, pues de cierta manera esto permite a los estudiantes involucrarse en las actividades propuestas, así lo afirman Pastor, Sánchez y Zubillaga (2011) a partir de D8.

Lina: Entonces vamos a la siguiente actividad, van a responder a las actividades que están allí [...]

Est. R: maestra no entiendo lo que dice entonces debemos responder a todas estas preguntas

Lina: no, ya les voy a decir que deben hacer, en Google Classroom se van a ubicar donde dice ¿qué hicimos en el primer semestre? y ahí van a encontrar una actividad que se llama renovando mi plan, le van a dar clic ahí y ahí van a encontrar un documento de Word, vamos a responder esas preguntas

Est. N: ósea que, ¿el objetivo de la actividad es que al final salgamos con un plan de datos de claro?

Lina: No, no es eso. El objetivo de la actividad es ver como una situación real, tiene detrás de un contenido matemático, en este caso la función lineal. Detrás de esta actividad de renovando mi plan, yo puedo hacer un análisis utilizando una modelación de funciones, teniendo en cuenta función, pendiente, gráfica de una función, función lineal o a fin. Teniendo en cuenta esos temas, lo que yo quiero es que puedan ver la aplicabilidad de esta función en una situación real.

Episodio 86

Otra de las dificultades percibidas fue que Lina por querer afianzar los conocimientos de los estudiantes sobre la función lineal, propuso trabajar la guía individualmente, sin intervención.

Este actuar es importante porque permite que ellos se involucren en la actividad matemática, no obstante, la guía diseñada debe ser muy clara con relación a las respuestas que se espera del estudiante, situación que no sucedió en esta ocasión, pues los educandos presentaron dificultades (no previstas por Lina) como la no interpretación de las consignas. Al parecer las preguntas planteadas, no eran claras, las frases eran largas e incompletas, se cree que esto puede ser producto de lo descrito en el apartado 6.1.1 referente a si el problema se modela o no por una función lineal.

Vázquez-Aprá (2014) mencionan que las consignas son un elemento mediador entre lo que el profesor espera que el estudiante realice y las respuestas que el estudiante da según la interpretación de estas. La falta de comprensión de las consignas puede obstaculizar el aprendizaje, esto al ser poco estructuradas o limitadas a únicas respuestas. A causa de la incomprensión de las actividades fue necesario que la profesora interviniera de manera inmediata y realizara un proceso de aprendizaje guiado a partir de preguntas claras, cómo se muestra en el Episodio 87.

Est. S⁹: Profesora la verdad es que no entendí ese ejercicio.

Lina: ¿Qué no entendiste?

Est. S: dice representa la información en la siguiente tabla, pero ¿dónde está la información?

Lina: ¿ya abriste el enlace cierto? supongo que si

Est. S: si maestra, estoy ahí pero la verdad es que no sé qué hacer acá

Lina: si ya lo abriste, te aparecen cinco opciones de planes

Est. S: si, pero es que ahora no sé qué hacer, a donde debo ir, que respondo

Lina: Ahora, ¿qué me dice la tabla? Número de gigas del plan y el costo del plan. Tenemos cinco planes por lo tanto en la tabla tenemos cinco columnas. Vamos a elegir el primero, busca en los planes del enlace el número de GB y el costo incluido ahí vamos completando [...]

Lina: por ejemplo, aquí dice datos incluidos desde 30 Gb hasta 10 Gb, ¿Cuáles vamos a tomar? [...] 30GB, 40 GB, 50GB, 75Gb y así, entonces por 30GB que vas a adquirir pagas \$55.900, es lo que tienes que hacer ahí, sigue las instrucciones y haces los mismo con las demás.

Episodio 87

Del Episodio 87 se percibe que la actividad estaba transitando entre la página web y el archivo en Word, situación que dificultó la comprensión por parte de la estudiante, lo cual podría

⁹ Estudiante que tiene discapacidad cognitiva leve y atención dispersa

ser consecuencia de no haber adaptado la guía a las particulares de los estudiantes, pues las personas con discapacidad cognitiva requieren de una explicación más detallada como lo propone Fernández y Sahuquillo (2015). En esta oportunidad hubiese sido necesario que la información apareciera inmediatamente después de proponer la actividad, para no desviar la atención del objeto de estudio y evitar la incompreensión de esta.

Por otra parte, desde el accionar de Lina, se identificó que cuando los estudiantes preguntaban, la profesora daba respuestas inmediatas sin un proceso reflexivo y sin considerar si estas contribuían o no al cumplimiento de la actividad matemática planeada, situación que dificultó a los estudiantes alcanzar el objetivo propuesto. Lo descrito se cree que es causa de no prever algunas dificultades que pueden presentar los estudiantes al estudiar la función lineal.

La anterior situación llevó a la profesora de manera indirecta a limitar a los estudiantes a los procesos e interpretaciones que ella quería ver, evitando que ellos eligieran diferentes caminos para la solución del problema como propone Santos (2016), Tapia y Murillo (2018). Lo descrito surgió cuando un estudiante reconoce la interdependencia entre las variables cantidad de GB y costos del plan y Lina lo limita a una sola relación, como se ve en Episodio 88.

Est A: Profe ¿Cuál es la variable dependiente? Porque dependiendo del costo hay un número de GB y dependiendo de las GB también hay un costo.

Lina: ¿Cómo escribirías esa relación? Según los datos de la tabla ¿Qué pasa con el número GB respecto al costo? ¿Qué pasa con el costo? ¿Qué pasa al aumentar de GB con el costo?

Est A: ¿Es lineal? [la profesora inclina la cabeza de arriba abajo, mencionando que sí]

Est A: Pero maestra puede ser cualquiera de los dos

Lina: ¿Cómo así cualquiera de los dos?

Est A: x puede ser cualquiera, y, y puede ser cualquiera. ¿Debe ser un x y un y específico?

Lina: Identifique cual es la dependiente y cuál es la independiente

Est A: pero maestra como le digo, una depende de la otra y viceversa

Lina: ¿seguro?

Est A: si maestra, si uno aumenta el precio aumentan las GB y si aumentan las GB aumenta el precio. Ambas dependen

Lina: según lo que hemos visto en las diferentes clases ¿Cuál sería la variable independiente?

Est S: el número de GB del plan

Lina: Exacto, muy bien

Episodio 88

Lo anterior muestra que hubo poca reflexión por parte de la profesora sobre cuál de estas dos variables era la dependiente o la independiente, motivo que condujo al estudiante a tomar un único camino de solución e interpretación del problema (el propuesto por ella), dejando de lado la relación recíproca que el Est. A había propuesto. Situaciones similares a las descritas se dieron en varios momentos de la clase que llevaron a dificultades desde el conocimiento matemático de la docente en incluso un lenguaje matemático inadecuado, pues Lina al parecer desconoce que en la función lineal puede existir una interdependencia entre las variables.

Lo descrito en el Episodio 88 exhibe también que Lina a pesar de promover comunicación e intercambio de ideas y saberes entre los estudiantes, poco reflexiona sobre las respuestas que ellos dan, por ende, solo valida la respuesta de Est. S por ser la que ella espera. Es decir, existe dificultad sobre la manera de interpretar otros caminos de solución propuestos por los estudiantes, por lo que se requiere reforzar el uso de la estrategia D5 del DUA en su clase.

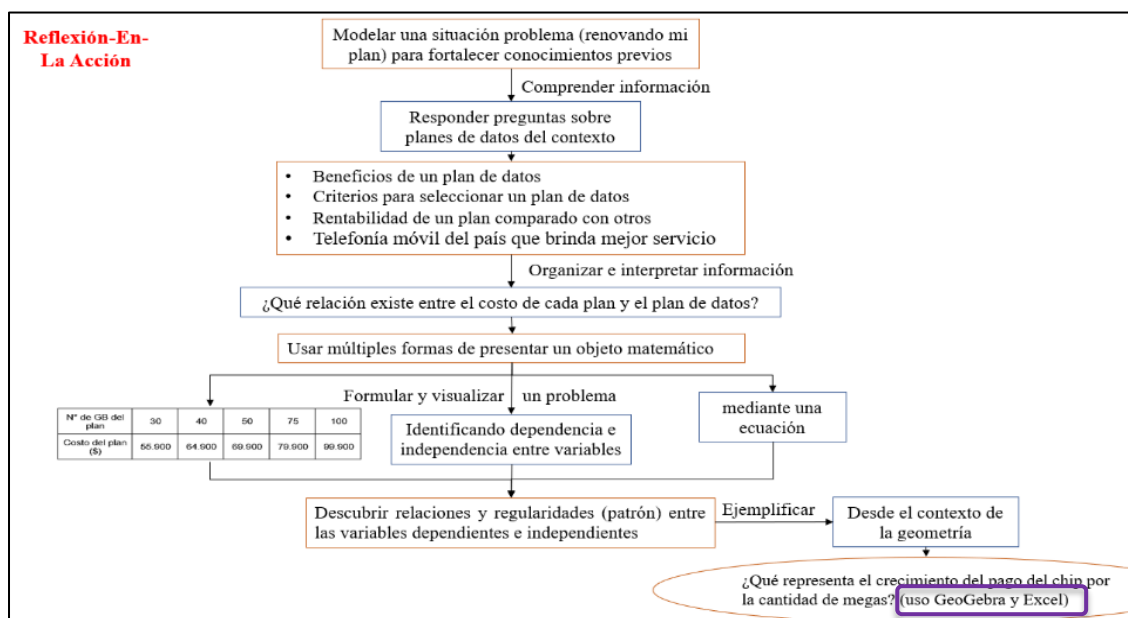
La profesora en el aula de clase intentó atender a los ritmos y estilos de aprendizaje de los estudiantes al presentar un mismo objeto matemático a partir de diversas representaciones (tablas, gráficas, entre otras), además, porque al identificar alguna dificultad durante la clase ella intervenía de manera inmediata a través de preguntas e intentaba involucrar problemas del contexto relacionados con las temáticas. Lo explicado previamente permite inferir que la profesora intenta incluir en sus prácticas las estrategias D6 y D7 referentes al DUA.

De la guía planeada, Lina manifestó que no cumplió el objetivo al 100%, porque no todos los estudiantes lograron comprender la relación entre el problema propuesto y las matemáticas inmersas allí, tan solo cinco estudiantes comprendieron la idea, pero, para ella era satisfactorio que esto sucediera porque por lo menos pudieron afianzar algunos conocimientos.

Por otra parte, de la ruta cognitiva presentada en la Figura 56 (resaltado en color morado) se percibe que la profesora agrega algunos recursos como GeoGebra y Excel para que los estudiantes comprendieran mejor la información y además proponer otros recursos que les sirviera como medio para expresar sus ideas a partir de la visualización del problema. Sin embargo, sucedió todo lo contrario, porque los estudiantes al no estar familiarizados con este recurso no sabían que hacer. Al respecto Sánchez (2020), CAST (2018) y Santos (2016) consideran importante el uso de las tecnologías digitales como un apoyo gradual, sin embargo, como lo expresa Parada (2011) no es usar una gama de recursos sin un proceso reflexivo, es necesario que antes de implementarlo se reflexione sobre cómo, cuándo y por qué usarlo para no desviar la actividad matemática prevista.

Figura 56

Ruta cognitiva de la clase lograda por Lina en el PRCI



El Episodio 89 muestra que Lina no consideró diversas dificultades que podía generar el problema planteado respecto a la función lineal, como se describió en el apartado 6.1.1, ya que la relación de los cinco planes al tiempo no permitiría trabajar la función lineal, situación que llevó

a los estudiantes a presentar dificultades en la comprensión del objeto de estudio y que condujo a cambiar el objetivo de la clase. Ante esta situación, para la maestra la estrategia más fácil fue solicitar a los estudiantes hallar la ecuación de la recta tomando datos de solo dos planes de internet, forzando así la actividad para ver algunos elementos teóricos de la función lineal como pendiente y gráfica de una línea recta, como se muestra a continuación.

Est. M: Maestra yo hice el ejercicio pero me sale de una forma muy rara

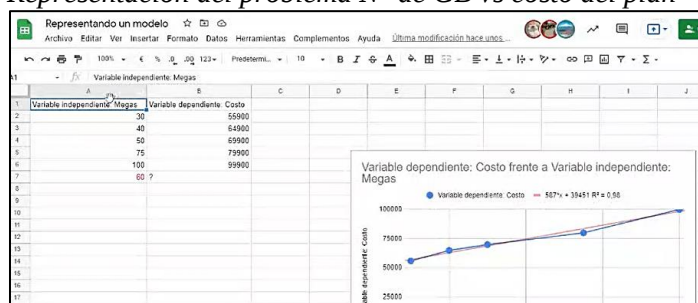
Mod: ¿Cuál ejercicio hiciste?

Est. M: Pues... encontré la actividad de GeoGebra y Excel, pero eso para qué es, cómo se relacionan. Lo que yo creo que tocaba hacer era ubicar los puntos de los planes de datos y eso me daba una función lineal, pero me salieron muy raros, ¿puedo compartir pantalla?

Lina: sí, claro que sí. comparte pantalla [Est. M comparte pantalla]

Figura 57

Representación del problema N° de GB vs costo del plan



Lina: Busca la ecuación de la recta, donde tenemos que encontrar la ecuación de la recta utilizando dos parejas ordenadas o dos puntos, porque claro eso no da función lineal [...]

Episodio 89

Situación similar a la descrita sucedió cuando la profesora preguntó a los estudiantes por el patrón que se generaba en la tabla de datos, los estudiantes claramente dieron a conocer que no había patrón, no había forma de generalizar porque no existía un comportamiento lineal, hecho que la profesora si validó, como se presenta en el Episodio 90.

Lina: Hay una tabla, de la tabla puedo sacar parejas ordenadas, saco parejas ordenadas (x, y) y hallo la ecuación de la recta, entonces ustedes cogen dos puntos; hagamos recordéis de como encontrábamos la ecuación de la recta; necesitábamos al menos dos puntos para encontrar la pendiente y con eso encontrábamos el intercepto con el eje para finalmente representar esa relación mediante una función, que fue lo que hizo el Est. M acá, miren él dijo: $f(x) = 900x + 28900$. Él de cierta manera entendió o me hice entender lo que debíamos hacer y el efectivamente tomó las parejas ordenadas de la tabla, el ubicó el procedimiento de como lo hizo, muy bien.

Episodio 90

De este proceso de reflexión se resalta que las diferentes dificultades sobre la guía de trabajo diseñada surgieron gracias a la constante comunicación que Lina promovió entre pares, mediante el intercambio de ideas y preguntas que permitió la interpretación y comprensión de los enunciados. Es muy enriquecedor ver como a pesar de no haberse cumplido el propósito de la guía de trabajo que era afianzar conocimientos de la función lineal, Lina si abrió espacios reflexivos para que los estudiantes se expresaran y comunicaran sus ideas usando sus gráficas, software, tablas y diferentes recursos, que corresponde a D5 del DUA en matemáticas y al proceso comunicativo que se resalta desde MEN (1998, 2006).

6.1.3 Reflexión: lo planeado vs lo logrado sobre acciones y expresiones usadas en matemáticas

Este proceso de reflexión Lina lo centró en los siguientes aspectos: (i) caracterización de sus estudiantes, (ii) explicación y presentación de resultados de la guía de trabajo, (iii) exposición de dificultades y actividad matemática promovida, (v) algunas reflexiones de la implementación.

Lina inició su discurso mencionando que trabaja en un colegio de Educación Inclusiva que trabaja con curriculum avanzado, atiende a estudiantes con diferentes características particulares y todos están incluidos en un mismo salón según su grado escolar. Posteriormente, la profesora presentó la actividad de renovando mi plan, como se muestra en el Episodio 91.

Lina: Lo que hice fue tomar esta actividad de un trabajo de maestría que me parece muy interesante y le hice algunas adaptaciones al salón, siempre me gusta en estos problemas usar los nombres de mis educandos como para que ellos se sientan personificados. En esta actividad que yo propuse ¿qué contenidos voy a reforzar? Voy a reforzar la forma de representar una función lineal, la variable dependiente e independiente, la pendiente de una recta, la ecuación de una recta, resolución de problemas y también la búsqueda de información

Episodio 91

Del Episodio 91 en las líneas 4 a 6, se percibe que la profesora después de su accionar reflexionó sobre los objetos matemáticos de estudio y estableció un propósito de clase diferente al de la planeación, recuérdese que en el apartado 6.1.1 se dijo que el objetivo era reforzar

conocimientos de la función lineal, sin embargo, aquí ella añade otros aspectos que fueron producto de la implementación de la clase. Debido a que Lina cambió el objetivo, ella consideró que se había cumplido con la meta, sin embargo, anteriormente había mencionado que solo cinco de los catorce estudiantes lograron culminar la actividad, contradiciendo así su afirmación.

Ante la situación descrita se considera importante brindar mayor acompañamiento a la profesora en el PRCI sobre la importancia de plantear un objetivo claro desde el inicio de la planeación con el fin de cumplirlo en el aula de clase, además, porque esto permite a los estudiantes tener una idea clara sobre las metas que se van a alcanzar a partir de cada actividad diseñada. Esto es fundamental para que los estudiantes se interesen e involucren activamente en la clase, siendo esencial para la adquisición de un nuevo conocimiento. Así lo establecen Pastor, Sánchez y Zubillaga (2011) mediante la implementación de D7 y D8 en el aula.

El Episodio 92 muestra el interés de la profesora por implementar en sus clases estrategias relacionadas con D4 y D5, porque ella consideraba importante que los estudiantes tuviesen varias opciones para expresarse, por eso, Lina propuso reforzar la parte oral, escrita, argumentativa y gráfica de los estudiantes, como se propone desde el DUA.

Lina: Otra actividad es la de describe con sus propias palabras el patrón que se representa en la tabla, y eso es muy importante porque estamos trabajando con los estudiantes la parte de producción textual, porque a la mayoría de ellos se les facilita expresar oralmente una solución, dar su opinión o argumentar sobre alguna situación problema, pero no se les facilita escribir, entonces estamos trabajando desde las diferentes asignaturas. Entonces les decimos, bueno vamos a escribir lo que estás pensando, vamos a empezar a mediar como vamos a escribir de una manera que sea bastante entendible y claro. A algunos les costó bastante, pero bueno la mayoría lo logró.

Episodio 92

Otra evidencia que exhibe el interés de la profesora por promover habilidades de escritura en los estudiantes se refleja en la consigna, “describe con tus propias palabras el patrón que se presenta”, el describir también conlleva a escribir, así lo manifiesta Cassanny (1987). En esta reflexión Lina mencionó que si había cumplido el propósito de la pregunta porque algunos

estudiantes lograron justificar con argumentos válidos que el problema no contaba con un patrón para hallar una función lineal, como se muestra en la Figura 58. Sin embargo, estas respuestas no fueron previstas al inicio de la planeación, se cree que surgieron por las dinámicas de la clase.

Figura 58

Respuesta de un estudiante a la inexistencia de un patrón

No encuentro un patrón pues la diferencia de precio entre los 30 y los 40 GB es de \$9000 pero la diferencia entre los 40 y los 50 GB es de \$5000, osea no hay patron de precio aunque si halla en GB, osea la diferencia entre los Gigabytes es de 10 en 10 pero el precio varía sin patrón determinado. y la diferencia de precio entre 50 y 75 GB es de \$10000 y la de 75 y 100 GB es de \$20000, osea que no sigue patrón pues aunque los Gigabytes van de 15 en 15 la diferencia de precio primero es de \$10000 y luego de \$20000, quizá si hubieran más datos en que el precio siga subiendo de 10000 en 10000 y las Gigas de 15 en 15 se pueda encontrar un patrón pero en este no parece haber patrón.

Lina también reflexionó sobre el uso de material tecnológico para involucrar a los estudiantes en la actividad matemática a promover, se cree que esto fue producto de los significados negociados por Lina, porque en paralelo a la implementación de la clase en la CoP mediante las diferentes conferencias se reflexionó alrededor de ello. Significados que se pueden asociar a D4 del DUA en CAST (2011) que resalta el uso de otros medios diferentes al lápiz y papel para que los estudiantes comprendan e interactúen con los objetos de estudio.

La docente en el interés de cosificar y poner en acción estos significados implementó el uso de GeoGebra y Excel para hacer la representación gráfica del problema, no obstante, no se dieron los resultados esperados porque los estudiantes estaban poco familiarizados con este recurso y el tiempo fue insuficiente. Además, Lina utilizó este software con el propósito de orientar a los estudiantes a encontrar la recta que mejor se aproximara a los datos. De ello se puede inferir, que la profesora intenta volver al objetivo principal de la clase, así se percibe en el Episodio 93

Lina: En esta actividad: ¿es posible determinar cuánto paga Suri por un plan de 60GB? Aquí se espera que el educando se dé cuenta que los puntos que se colocan en el plano cartesiano no forman

una función lineal, pero se aproximan [...] Entonces ¿cómo se aproxima?, ellos pueden inferir cual sería ese valor, algunos chicos no lo hicieron con la gráfica, sino que de la ecuación de la recta que ya habían encontrado (tomando solo dos planes de datos) reemplazaron el 60 y encontraron el valor. Otros tomaron la gráfica y dieron aproximaciones [...] Lo que se quiere llegar con ellos era a la representación en GeoGebra y después hacer socializaciones, para que ellos logaran representarlo en Excel, ubicando la tabla que y después ubicar una aproximación o tendencia lineal y esta tendencia lineal me va a mostrar la ecuación de esta tendencia. Donde la idea es, ah bueno si tiene una tendencia, una aproximación, más o menos de lo que hablábamos de la regresión lineal, tiene una aproximación lineal, una aproximación a una ecuación lineal y por medio de esa puedo mirar

Episodio 93

Finalmente, la profesora cierra su intervención mencionando que tiene varios aspectos por mejorar, porque la actividad tal como estuvo propuesta no se cumplió, el uso de recursos de manera imprevista desvió de cierta manera el objetivo de la actividad y la guía no estuvo pensada en y para todos los estudiantes. Lo descrito se puede resumir en los siguientes aspectos:

- La profesora resaltó que varios educandos manifestaron, realmente haber entendido un poco más esta temática y afianzar mucho más los conceptos que ellos creían que habían entendido, pero en el momento de la discusión estos conocimientos no se vieron reflejados. Sin embargo, la elección de los problemas debe ser de mucha precaución, porque puede llevar a no cumplir el propósito o desviar la actividad matemática, como sucedió aquí.
- Lina resaltó el trabajo colaborativo entre los estudiantes, porque ellos no se limitaron a copiar respuestas, sino que se explicaban unos a otros trabajando de manera integrada. Es decir, la profesora constantemente afianzó en la importancia del proceso comunicativo en matemáticas, siendo este fundamental para su comprensión y además esencial para que todos los estudiantes puedan aportar en las clases y de esta manera incluirlos en el aula de clase.
- La profesora también mencionó que una de las mayores dificultades fue causa del tiempo, por lo que considera debe repensar las actividades propuestas al ritmo de aprendizaje de los estudiantes, pues al final los resultados no fueron los esperados.

- Es muy grato ver que Lina también significó la importancia de utilizar un mejor lenguaje matemático y de expresar de mejor manera los objetos que se quieren estudiar, porque de lo contrario puede generar confusiones y frustración en los estudiantes.

6.1.4 Reflexiones de Lina guiado con el apoyo de las herramientas de análisis

En este proceso de reflexión guiado se agradeció a Lina por el tiempo y disposición al encuentro programado, luego se le explicó la dinámica dándole a conocer que se presentarían algunos videoclips de la clase sobre los cuales se quería reflexionar y con base en estos se realizaron algunas preguntas orientadoras (ver Tabla 8) alrededor de las estrategias que ella había utilizado en el aula de clase para atender a todos los estudiantes, en especial se reflexionó sobre las pautas del DUA relacionadas con D4, D5, D6, D7 y D8.

Tabla 8

Guía de observación profesora Lina en el PRSI

EVENTO SELECCIONADO	PREGUNTA DE REFLEXIÓN	TEMA DE REFLEXIÓN
Primer momento de reflexión. Surge de la guía de trabajo	¿Considera que la guía de trabajo cumplió el propósito por la cual fue diseñada? ¿Harías alguna modificación a la guía de trabajo?	Contenido didáctico, pedagógico y matemático de la guía de trabajo (D8)
Segundo momento de reflexión Surge de la implementación de clase	¿Cuál fue el objetivo principal por el que se diseñó e implementó la guía de trabajo? ¿El contexto seleccionado permitió desarrollar la actividad matemática prevista y alcanzar los objetivos planteados?	Contenido matemático de la clase. Comprensión de procesos matemáticos y relevancia del seleccionado. (D6 y D8)
Tercer momento de reflexión Surge de la implementación de clase	¿Cree que las instrucciones son comprensibles para todos los estudiantes? ¿Por qué considera que hubo dificultad por parte de los estudiantes en dar respuesta a la actividad? ¿qué estrategias usaste para contribuir significativamente?	Atender a las características, dificultades e inquietudes mediante el uso de la pregunta y discusiones en el aula (D4 y D5)
Cuarto momento de reflexión Surge de la implementación de clase	¿Cuáles consideras que fueron las dificultades presentadas al identificar la variable dependiente e independiente? ¿Considera que el enunciado tal cómo se presenta en la guía de trabajo permitió al estudiante llegar a la respuesta que usted esperaba, o puede presentar confusiones?	Contenido matemático de la clase y comprensión de procesos matemáticos (D4, D5)

Quinto momento de reflexión Surge de la implementación de la clase	Tenía previsto trabajar con GeoGebra y Excel? ¿cómo contribuyeron estos recursos para el desarrollo de la actividad matemática prevista? ¿Favoreció estos recursos la enseñanza y aprendizaje en los estudiantes con Necesidades Educativas?	Pensamiento didáctico: Busca formas de aclarar conceptos matemáticos a partir de ejemplos (D4 y D5)
Sexto momento de reflexión Surge de la implementación de la clase	¿Qué ecuación esperabas que los estudiantes formularán en esta pregunta? ¿y si no salía la misma ecuación usted tenía algo planeado para superarlo?	Previsión de dificultades y planeación de alternativas (D4 y D5)
Séptimo momento de reflexión Surge de la implementación de la clase	¿Fue acertado que un estudiante comentará que había dos posibilidades de variables funcionales dónde las variables dependientes fueran la cantidad de gigas y en la otra el costo?	Contenido matemático de la clase y comprensión de procesos matemáticos.

En este proceso de reflexión se evidenciaron algunos significados negociados por la profesora gracias a las herramientas de análisis (rutas cognitivas, estudio comparativo, videoclips, planeaciones de clase y guías de trabajo), porque le permitieron verse en su práctica profesional e identificar algunas acciones a transformar tanto en sus guías de trabajo como en el aula de clase, porque en ocasiones desviaron el objetivo y además dificultaron incluir a todos los estudiantes en la actividad matemática. Significados que posteriormente fueron cosificados en el PRCI.

Una de las primeras reflexiones que se dio con Lina giraron en torno a la planeación de la guía de trabajo, pues se quería que la profesora estableciera si esta tal como se había planeado permitió involucrar a todos los estudiantes, pues desde el accionar se observó que la manera en que fueron redactas las preguntas generaron algunas barreras de aprendizaje en los estudiantes, porque ellos no comprendían la información. Al respecto la profesora dijo:

Mod: ¿Harías alguna modificación a la guía de trabajo?, ¿crees que atiende a todos los estudiantes?
Lina: La dejaría por el momento igual, creo que si llega a todos los estudiantes. De pronto, si yo llegase a retomarla al otro año y se me ocurre hacerle alguna modificación dependiendo de la población, o el contexto en el que éste o con los chicos que éste sería, pues hacerle la modificación, piensa que la guía es muy puntual en lo que quiere hacer [...]

Lo anterior muestra que en un primer momento Lina consideró que la guía de trabajo como se había planeado estaba pensada para atender a todos los estudiantes, por ende, no era relevante hacer algún cambio. No obstante, a medida que avanzaba la reflexión guiada con las herramientas de análisis la profesora logró significar que la guía propuesta no le había permitido atender a las características particulares de todos los educandos, porque faltó indagar sobre los ritmos y estilos de aprendizaje de cada uno. Así, se percibe en el Episodio 95.

Mod: ¿considera que la guía de trabajo cumplió el propósito por el cual fue diseñada?

Lina: Si y no [...] No para todo el Grupo, no cumple el propósito, cómo ya les había comentado tengo estudiantes bastante diversos en cuanto a que tengo educandos con asperger, TDAH, autismo. No todos comprendieron. Yo creo que un hecho que afectó bastante fue que ellos ya estaban cansados y aburridos de la virtualidad, se sentían desmotivados. [...] Además tampoco fui muy clara en muchas preguntas sobre todo en lo de la ecuación y no considere sus formas de aprender

Mod: ¿cambiaría algo del fragmento de la guía?

Lina: Trataría de usar preguntas explícitas, de lo que yo quiero que respondan, porque no soy clara. Y a partir de esas preguntas llegar a lo que quiero, es que yo tiendo a obviar muchas cosas y veo que me toca con ellos despacio para llevarlos a la respuesta que quiero, es que son muy diferentes a veces digo eso ya lo vieron y lo paso por alto, y eso se vuelve una pelota de duda [...]

Mod: ¿qué adaptaciones realizó a las guías? ¿considera que fueron suficientes para atender a todos?

Lina: verdaderamente las adaptaciones fueron insuficientes, yo creo que debo hacer muchas adaptaciones. Tengo un personaje muy particular, ella es un educando que casi nunca entiende, es un proceso demorado, por ende, a pesar de ser la misma guía tengo que mejorar y ser explícita.

Episodio 95

Es muy interesante ver como las herramientas de análisis y episodios fueron permeando las reflexiones de la profesora, llevándola a establecer que efectivamente en la planeación e implementación de la clase no había incluido a la diversidad de estudiantes, lo descrito se deduce al comparar el Episodio 94 y Episodio 95. Esto se considera que fue un nuevo significado logrado por Lina, que podrá cosificar en sus prácticas posteriores.

De los Episodio 94 y Episodio 95 también se puede deducir que la profesora significó la importancia de conocer los estilos de aprendizaje de sus estudiantes para propiciar actividades acordes a cada uno de ellos, esto cuando en la línea 6 expresa: “no consideré sus formas de aprender”. Al respecto Gallego y Nevot (2008), Heredia (2019) resaltan que una acción

fundamental del profesor es reconocer la forma de aprendizaje de cada estudiante, porque le permite generar problemas de interés de ellos y evita crear barreras para el aprendizaje, reconociendo que no todos aprenden igual y que según MEN (2017, b) es el medio quien se adapta al estudiante y no viceversa.

Otro momento de reflexión que surgió con Lina se relacionan con las formas de expresión (D4) y comunicación (D5) para relacionarse con sus estudiantes y promover la actividad matemática. Por un lado, tanto la planeación como la implementación mostraron que poco se proponen alternativas de expresión a los estudiantes, diferente al medio oral o escrito, lo cual es una barrera para el aprendizaje, desde el punto de vista del DUA. Al respecto, Carvajal, Gualdrón, Ávila (2019), Alvarado y Reyes (2018), Spinczyka, Maćkowskib, Kempac, Rojewskad (2019) y otros investigadores resaltan que existen otras formas de los estudiantes expresar sus conocimientos, puede ser mediante el uso de material concreto, tecnología digital, software, fotografía, gráficas, entre otros que permitan involucrar a todos los estudiantes, de tal manera que ellos puedan elegir la estrategia más acorde a sus estilos de aprendizaje.

Del accionar de Lina también se deduce que para ella es muy importante promover la comunicación y relación estudiante-docente surge por lo que constantemente genera preguntas para así promover la discusión entre estudiantes, no obstante, en ocasiones el lenguaje matemático utilizado y las explicaciones dada no eran claras por lo que los estudiantes se terminaban confundiendo, como se refleja en el Episodio 96.

Mod: Frente a la expresión “Representa la relación mediante la ecuación” ¿Esta fue clara?

Lina: Yo creo que no, que hace falta aclaración primero de que es representar la información de la tabla, no soy clara en lo que quiero mostrar, por eso hubo mucha confusión en los estudiantes y debo contextualizar [...] ellos ven los planes y dicen y eso para qué, cómo lo uso, por eso un estudiante dijo ¿es que vamos a salir con un plan de datos? Entonces, yo creo que sí faltó hacer una contextualización de cómo hacer esa lectura de los planes, el uso de los datos y gráficas.

Episodio 96

Del Episodio 96 también se ve un significado negociado con la profesora sobre el uso adecuado del lenguaje matemático, es decir, ella reflexionó sobre una de las pautas del DUA. Lo descrito permite inferir que Lina reconoció que la forma de preguntar no era la más adecuada y que el lenguaje matemático utilizado dejaba ambigüedades, pues los estudiantes no comprendían exactamente con qué datos hallar la ecuación, es decir, significó en su práctica las estrategias D4 y D5 del DUA sobre las formas de expresión y comunicación. Al respecto Puga, Rodríguez y Toledo (2016) resaltan que el lenguaje matemático es esencial en la enseñanza de las matemáticas para comprender, interpretar argumentar y comunicar a otros.

Es interesante ver como Lina gracias a las herramientas de análisis fue transformando su idea de que la planeación e implementación había sido todo un éxito y después de observarse ella nuevamente en su actuar consideró que verdaderamente si necesitaba hacer muchas adaptaciones, pues las preguntas no eran claras, la manera de expresarse no era la más adecuada. Además, consideró relevante tener en cuenta los conocimientos previos de los estudiantes, pues ella consideraba que eran claros por ser vistos en años anteriores, no obstante, la realidad era otra. Lo anterior se evidencia mediante el siguiente episodio:

Mod: ¿Tú dices representa mediante una ecuación, cierto? ¿Qué dificultades encontraste? ¿qué respuestas esperabas?

Lina: Pues la verdad yo no había percibido ninguna dificultad, yo esperaba las respuestas que yo quería y ya, no es que esto de no prever dificultades fue una debilidad terrible. Eso fue en toda la guía, prácticamente en toda la guía. Estaba más enfocada en el contexto e interesar al estudiante que olvide por completo el objeto de estudio [...] Sí, entonces, ahí fue, digamos que el fallo más grande, aparte las preguntas eran muy confusas y los estudiantes no me comprendían.

Episodio 97

De los episodios resaltados anteriormente se puede percibir que la manera de conducir la clase por parte de la profesora es a través de preguntas y de la expresión escrita, siendo estos aspectos esenciales para la implementación del principio II del DUA en el aula de clase, no obstante, quedan otros puntos de verificación por tener en cuenta para que estas acciones puedan

llegar a otros estudiantes, por ejemplo a quiénes son más kinestésicos el ofrecer medios virtuales, material concreto, herramientas gráficas y otros recursos que los involucre. Además, que desde los antecedentes revisados al trabajar con estudiantes que tienen síndrome de Down, discapacidad cognitiva leve, TDAH y otras Necesidades Educativas estos recursos son fundamentales para aprender matemáticas, así lo señalan Pasolini y Palmeira (2016).

Del proceso de reflexión guiado se resalta que Lina da bastante valor al proceso de comunicación en clase de matemáticas porque permitió a los estudiantes preguntarse entre ellos, fungir como tutores cuando sea necesario e interpretar, explicar y justificar sus respuestas de manera conjunta, siendo habilidades fundamentales del proceso comunicativo según Fiallo y Parada (2018), significando así la estrategia D5 como se muestra en el Episodio 98.

Mod: En el aula de clase ¿qué estrategias utiliza para promover la participación de los estudiantes y mitigar las dificultades?

Lina: yo la verdad estoy constantemente preguntando y de esta manera es que los motivo, porque ellos empiezan a preguntarse cuando no entienden y así se genera discusión entre ellos, y se comparten diferentes estrategias usadas. Además Pues como estamos en la virtualidad muchas veces yo les digo quédate al final y hablamos, y entonces yo le pregunto ¿Qué dudas tienen? Y doy sesiones aparte si necesitan. Esas son las estrategias más comunes.

Episodio 98

Del Episodio 98 se percibe que para la profesora es de suma importancia mantener activos a los estudiantes, por ello, frecuentemente está utilizando las preguntas para promover la comunicación entre ellos, dando así prioridad a las estrategias D4, D5 y D7 propuestas por Pastor, Sánchez y Zubillaga (2011). Además, los espacios extras que ella ofrece a los estudiantes para poder generar actividad matemática en ellos. Por otra parte, se reflexionó con la profesora sobre los aprendizajes adquiridos durante todo este proceso guiado bajo las herramientas de análisis y ella consideró que fue muy productivo y enriquecedor porque le permitió encontrar momentos del aula que habían pasado desapercibidos y que llevaron a desviar la atención de la meta de

aprendizaje propuesta. Ella también resaltó que para próximas planeaciones debe tener un objetivo claro por alcanzar, pues de lo contrario se desviará nuevamente la actividad matemática.

Lina en el Episodio 99 resaltó que la experiencia fue muy significativa porque se reflexionó desde el contenido matemático, didáctico y orquestal, llevándola a repensar las planeaciones realizadas y las acciones de clase, pues en ocasiones se centraba más desde el interés del estudiante dejando de lado el objeto matemático. Además de la necesidad de buscar otros recursos, estrategias, medios alternativos que permitieran al estudiante expresarse y comunicarse pues durante todo el acompañamiento se hizo evidente la expresión oral y escrita pero no otras opciones.

Mod: ¿cómo te sentiste durante el proceso de reflexión?, ¿qué aprendizajes te llevas?

Lina: este proceso de autoevaluación uno rara vez lo hace. En el momento quizás uno dice ay no debí hacer esto, debo mejorar y ya, ahí queda. Pero, hacerlo como acá, con todas estas preguntas y momentos reflexivos ayudan mucho a identificar en que estamos fallando y que podemos hacer para evitarlo. De hecho me sirve mucho para la construcción de una guía que estoy realizando, me ayuda a ubicarme en el educando y no en el maestro, en no dejar de lado el objeto de estudio por priorizar el contexto [...] Además de modificar mi manera de escribir, tener un cuidado con la redacción, analizar las posibles, digamos, preguntas que ellos pudiesen tener mirar muy bien la información, digamos planear muy bien esa parte y mirar la información y verificar si me permite cumplir el objetivo. Yo creo que esa fue una de las debilidades más grandes.

Para finalizar creo que fue una experiencia muy bonita y esta retroalimentación es muy constructiva

Mod: Esa es la idea que sea un proceso constructivo en pro de mejorar nuestra práctica profesional

Lina: si, fue una experiencia muy significativa la verdad, muchas gracias, Angélica.

Episodio 99

Es muy gratificante ver como la profesora logró en su práctica profesional significar la importancia de replantear las guías de trabajo que ha venido diseñando de tal manera que exista un objetivo claro, que estas sean adaptables y flexibles a las características de todos los estudiantes, que la actividad matemática a promover tenga un hilo conductor a partir de preguntas claras, coherentes y concisas, es decir, la profesora reflexionó sobre la importancia de comunicar (D5) la información a sus estudiantes y utilizar diferentes medios de expresión (D4) visuales, auditivos, kinestésicos y no netamente textuales como fue la actividad propuesta. Así mismo, la profesora

resaltó la importancia de utilizar un contexto de interés de los estudiantes porque de esta manera se capta la atención de ellos y los invita a hacer partícipes de la actividad matemática a promover.

En este proceso de reflexión los profesores en general y en particular Lina, se dio cuenta que el proceso comunicativo y de expresión en matemáticas era un poco restringido en el uso de situaciones netamente escritas dejando de lado otros recursos que permitieran al estudiante expresarse matemáticamente como el uso de softwares de Geometría Dinámica, material concreto, modelos de simulación, páginas web interactivas, entre otros recursos. En consecuencia, se hace evidente la necesidad de brindar a los profesores acompañamiento en la selección y uso de recursos, opciones para la expresión en comunicación en matemáticas diferente a las “tradicionales”, estrategias que hacen parte del DUA a partir de D4 y D5, que además fortalece el interés de los estudiantes y que permite captar su atención, fortaleciendo D7 y D8.

6.2 Reflexiones en CoP sobre acciones y expresiones matemáticas: proceso de reflexión con intervención

En este capítulo se exhiben algunos significados negociados por Lina sobre las múltiples formas de acción y expresión que utilizaba en matemáticas después de un proceso de intervención. En esta ocasión la profesora nuevamente planeó una clase, la implementó y reflexionó sobre lo planeado vs lo logrado, en esta ocasión usando los nuevos aprendizajes.

6.2.1 Acciones y expresiones matemáticas que utilizaban los profesores al planear sus clases

Lina en esta oportunidad planeó su guía sobre la noción de la elipse teniendo en cuenta los ritmos y estilos de aprendizaje de sus estudiantes, pues inició recordando que la guía a realizar debería tener situaciones que permitieran incluir a estudiantes con TDAH, síndrome de Down, discapacidad intelectual leve y bordelinde (trastorno límite de la personalidad), pues recuérdese que en el anterior proceso a pesar de que ella los caracterizó no los tuvo en cuenta en la planeación.

En esta ocasión identificó que hubo negociación de significados, porque la profesora pasó de no tener en cuenta las particularidades de sus estudiantes a si considerarlas para el diseño de las guías de trabajo, pues fueron discusiones emergentes durante los encuentros de la CoP porque no es el estudiante quien se adapta al curriculum, sino el curriculum se adapta a los estudiantes, MEN (2017, b). Además, Lina con el fin de involucrar a todos los educandos en la actividad matemática realizó tres guías de trabajo sobre un mismo objeto de estudio, flexibilizando y adaptando las situaciones desde un nivel de complejidad diferente pero alrededor del mismo objeto de estudio.

Se considera que este actuar es influencia propia de las socializaciones realizadas alrededor del DUA y la conferencia N°3 del PRCI guiada por la Dra. Sandra Parada, pues ella propuso una estructura curricular adaptable y flexible mediante diseños didácticos de un mismo objeto matemático en niveles de profundidad, significados que Lina intentó cosificar en este plan de clase, al proponer tres maneras de estudiar la elipse como se presenta en la figura 59 y se describen así:

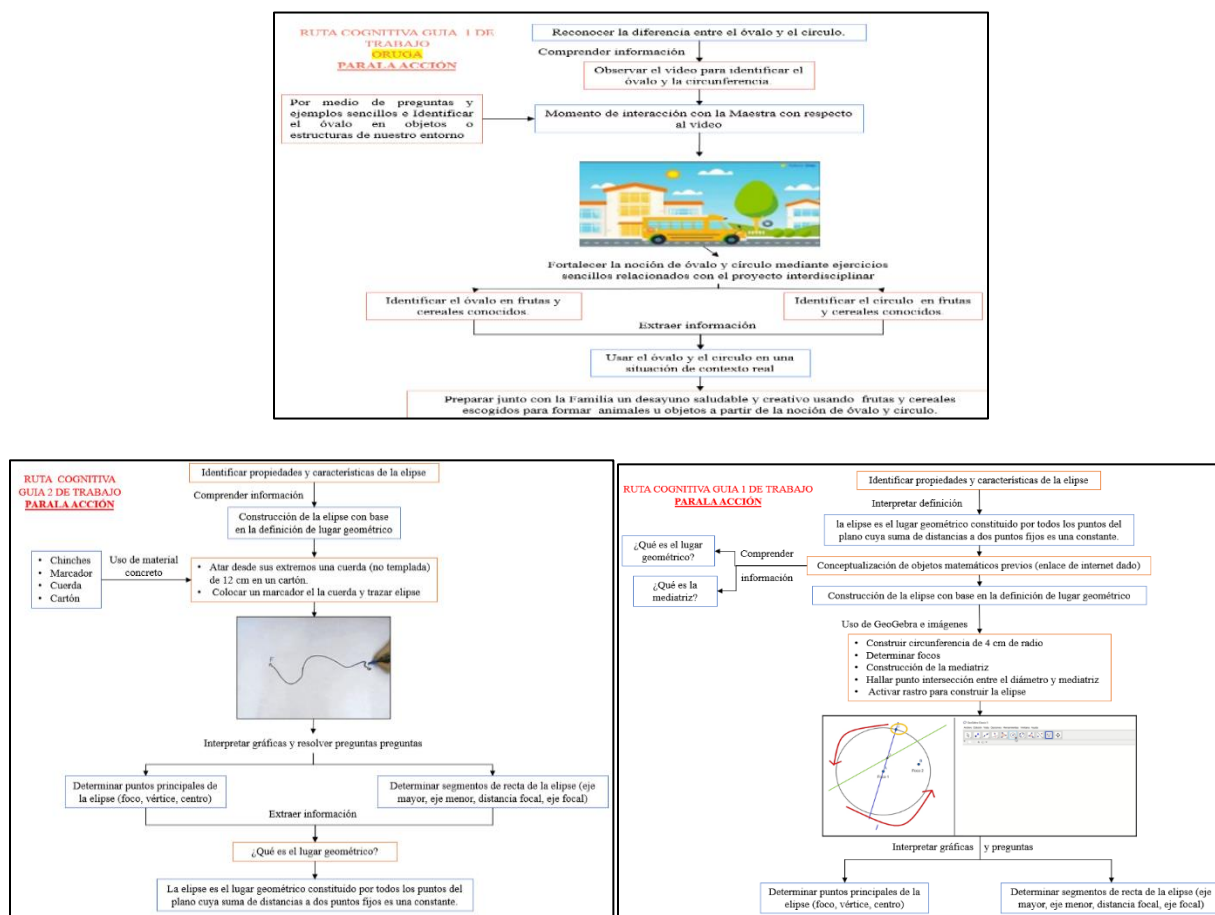
- a) Lina Diseñó una guía de trabajo relacionado con el óvalo, con el fin de brindar nociones al estudiante con síndrome de Down sobre la elipse, porque el nivel de aprendizaje de él estudiante no corresponde a un estudiante de 9° de educación secundaria sino a uno de 2° de educación primaria. Lo anterior, con el fin de orientar la enseñanza hacia el mismo objeto de estudio (la elipse), siendo el óvalo el contexto más cercano y próximo.
- b) La segunda guía diseñada estuvo relacionada con el lugar geométrico de la elipse y algunos elementos teóricos. Para ello, Lina tomó como referencia los aportes de Moreno (2014) quién propone el estudio de la elipse a partir del uso de GeoGebra y a partir de allí identificar algunas propiedades. Por lo anterior, en la guía de trabajo Lina describe paso a paso la construcción de la elipse usando las herramientas de GeoGebra y posteriormente

plantea una serie de preguntas para identificar: focos, vértices, centro, eje mayor, eje menor, distancia focal, eje focal, relación entre los ejes y la elipse.

- c) La tercera guía fue pensada para aquellos estudiantes que quizás no tendría acceso a internet y por ende necesitarían de material concreto para abordar este objeto matemático de estudio, a su vez, fue pensada para los estudiantes que probablemente se les dificultara el uso de GeoGebra. La guía fue construida en conjunto con la profesora Adela quién trabaja en un colegio rural, en esta ocasión dado el contexto de ella se tomó como referencia los aportes de Rodríguez (2004), quién plantea el estudio de la elipse mediante material concreto, dibujando mediante dos chinchas, una cuerda y una hoja blanca la elipse

Figura 59

Un plan de clase sobre la elipse visto en tres niveles de complejidad



De la figura 59 que exhibe tres guías planeadas se observa que Lina logró cosificar en su práctica profesional varias estrategias del DUA con relación a las matemáticas que en la primera planeación no había tenido en cuenta, estas son: el uso de múltiples representaciones en matemáticas, el uso de un lenguaje matemático adecuado a las características de los estudiantes, proponer actividades adaptables, flexibles e instrucciones claras, presentar diversas opciones para que los estudiantes se expresen en matemáticas (D4), brindar espacios de socialización para fortalecer la comunicación en matemáticas, estrategias que varios autores como Pastor (2018), CAST(2018) y otros mencionan que son fundamentales para atender a todos los estudiantes.

De las tres guías presentadas se observó que Lina incorporó en sus planeaciones opciones alternas para que los estudiantes se expresen de manera diferente a lo escrito usando material manipulable y observable, herramientas tecnológicas, software de geometría dinámica y otros recursos que no había tenido en cuenta en la primera guía de trabajo. Lo descrito refleja que la profesora ha significado la estrategia D4 y D5 en su accionar, que desde la enseñanza de las matemáticas es fundamental para la comprensión de los objetos de estudios así lo señalan Colorado y Mendoza (2021), Artiaga, Medina y Martínez (2019).

6.2.2 Acciones y expresiones matemáticas que implementaban los profesores en sus clases

Lina a pesar de haber diseñado las tres guías descritas en el inciso 6.2.1 solo pudo implementar una por cuestiones de tiempo e inasistencia de los estudiantes, al ser puesta en escena a fin de año escolar, además, quienes asistieron a clase eligieron trabajar con GeoGebra. Sin embargo, se destaca que la guía con material concreto fue un recurso cosificado por Adela (ver apartado 4.2). quién manifestó también haber tenido resultados satisfactorios, pues los estudiantes lograron identificar algunos elementos teóricos de la elipse. A continuación se presenta el esquema de trabajo de la reflexión en la acción de Lina, que se dividió en 4 momentos.

- 1) Entregar la guía a los estudiantes y hacer una breve inducción al uso de GeoGebra, para pasar a la construcción de la elipse e identificación de algunos elementos teóricos que la conforman.

El accionar descrito muestra un nuevo significado negociado por Lina, porque a comparación del primer proceso de reflexión ella aquí utilizó otros recursos para que los estudiantes accedieran y comprendieran la información, y a su vez contaran con medios alternos para expresarse, como el uso de herramientas tecnológicas. Al respecto, Sánchez (2020) establece que este recurso durante la educación virtual fue esencial para favorecer el aprendizaje de los estudiantes.

- 2) Leer a los estudiantes el objetivo de la clase para no desviar la atención de ellos a otros conceptos, como sucedió en el proceso de reflexión anterior. Este actuar es un significado producto del proceso de reflexión guiado con las herramientas de análisis del PRSI.
- 3) Realización de la guía, primero individual para luego pasar a un momento de socialización en el aula, fortaleciendo así la comunicación. Estos resultados se detallan más adelante.
- 4) Luego de la socialización Lina indagó con sus estudiantes sobre el interés y aprendizaje de la actividad, siendo respuestas muy satisfactorias como se muestra en el Episodio 100.

Lina: ¿Chicos cómo les pareció la actividad?

Est. A: maestra a mí me pareció fácil y entendible. La hicimos casi toda en la primera clase.

Est. B: si maestra, ósea ahí estaban algunos conceptos y usted nos dio muchas ayudas para guiarnos y comprender, verlo en GeoGebra nos sirvió mucho.

Est. C: profesora a mí me pareció muy fácil, nos demoramos una clase y un poquito no más

Est. D: maestra por mi parte y mi compañero, hasta la parte 3 pregunta 2 estaba sencillo, muy fácil de hacer, [...] esta sencillo, entendible, está muy bien hecho y me gustó este tema

Lina: ¿las imágenes del paso a paso le fueron útiles?

Est. D: por mi parte y de mi compañero sí.

Episodio 100

El Episodio 100 refleja que los estudiantes valoraron muy bien el uso de las tecnologías digitales para la comprensión del objeto matemático de estudio y además consideraron que esto fue gracias a la explicación detallada de la profesora. Lo descrito, exhibe que Lina significó y cosificó en su práctica profesional las múltiples formas de expresión que le permitieron atender a

las características particulares de sus estudiantes, como se propone desde el marco del DUA con relación a la educación inclusiva e investigaciones en Educación Matemática como las de Morocho (2020), Root, Cox, Saunders y Gilley (2020), Thomas, Garderen, Scheuermann y Lee (2015).

En cuanto a la socialización de la clase, se percibió que la profesora significó la importancia de brindar a los estudiantes mayor acompañamiento en las actividades propuestas, ofreciéndoles información previa que les permitiera relacionar unos objetos matemáticos de estudio con otros y transformar la manera de preguntar, siendo estas más explícita y claras, como lo propone Pérez y Hernández (2017), lo descrito se observa en el Episodio 101.

Lina: ¿Qué es un lugar geométrico?

Est. D: pues maestra junto con mi grupo escribimos que es espacio en el plano, en el cual una serie de puntos presentes en estos, gozan de una misma propiedad, un ejemplo de ello es la circunferencia dentro de la zona en la que se contiene todos sus puntos terminaban chocando con el centro en forma de segmento. Eso sería mi parte de lugar geométrico

Lina: ¿y entendiste esa definición que escribiste?

Est. JJ: si señora, a la perfección

Lina: ¿alguien más quiere compartir su definición?

Est. G: maestra la mía es como mucho más corta. Es un conjunto de puntos que cumplen una determinada propiedad.

Lina: ¿esa propiedad que vendría representando? ¿a qué hace referencia cuando dice que cumplen cierta propiedad? ¿cuál sería la propiedad que debería de cumplir la elipse para que se cumpla ese lugar geométrico?

Episodio 101

Siguiendo esta misma metodología de socialización por parte de Lina donde primero preguntaba y luego propiciaba la comunicación en los estudiantes escuchando sus estrategias de solución se estableció que generó mejores discusiones matemáticas y permitió la comprensión adecuada del objeto de estudio, porque toda la orientación fue de manera detalla y presentada paulatinamente. Lo anterior fue consecuencia de estudiar con la profesora las características particulares de los estudiantes en la CoP a partir de los diferentes lineamientos que ofrece el MEN (2017) y considerar que el grupo de estudiantes con los que trabajaba Lina necesitan de mayor acompañamiento, información detallada, uso de diferentes recursos, adaptación matemática, etc.

Por lo anterior, la profesora tiene mayor participación en guiar la actividad matemática, por lo que, comienza mediante la comprensión de los conceptos clave y previos como ¿qué es recta perpendicular? ¿qué es mediatriz? ¿qué es el centro? Al respecto los estudiantes responden:

Lina: ¿Qué es la mediatriz?

Est. M: es la recta perpendicular al segmento que pasa por su punto medio...

Lina: ¿qué pasaba con la herramienta rastro? ¿Cuál era la función?

Est. M: hacer el rastro que formaba como un óvalo

Lina: ¿el rastro se generaba a causa de qué?

Est. D: del movimiento de la línea

Lina: ¿Cuál línea?

Est. MJ: ósea dejar el rastro del movimiento que hace el punto b en la circunferencia

Lina: ¿ósea que el rastro que deja es a causa de un punto?

Est. MJ: si, porque cuando se va moviendo el punto b (señala con su dedo toda la trayectoria) que está en la rayita de la conferencia, el punto b, sigue ese mismo camino y forma un óvalo

Est. M: y hay unos puntos que no se mueven, entonces esos son como la base de los otros que si se mueven y así forma el ovalo

Lina: ¿Cuáles son esos puntos que no se mueven?

Est. MJ: el foco 1

Lina: ¿Cuál otro no se mueve?

Est. MJ: intersección entre la mediatriz y recta AC, eso es lo que hace el ovalo....

Lina: al aplicar rastro en el punto d y trasladarlo se va formando una especie de ovalo y dentro de ese ovalo hay dos puntos fijos

Est. MJ: el foco 1 y el foco 2

Episodio 102

A partir, del anterior fragmento se percibe que la profesora buscó alternativas para que todos los estudiantes independientemente de su condición accedieran y comprendieran la información, permitiendo así la identificación de algunos elementos de la elipse y herramientas que se usaron en la construcción de esta como foco, centro, distancia focal, otros. Usando la exploración con GeoGebra y orientando la actividad de manera pausada. Al respecto Moreno (2014), y Sánchez (2020) consideran esta herramienta esencial para el aprendizaje en matemáticas.

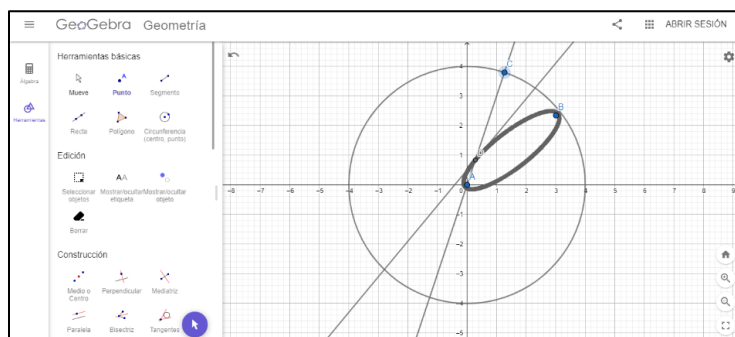
Lo descrito da cuenta de la negociación de significados y cosificación de estos sobre brindar diferentes opciones al estudiante para que se pueda comunicar y expresar, porque el estudiante podía elegir entre comunicarse verbalmente, mediante una gráfica, a través de la

exploración con GeoGebra, entre otros. Significados que se asocian a D4 y D5 relacionados con los principios del DUA del cual se hizo un proceso arduo de formación en la CoP.

Del proceso de reflexión en la acción se evidenció que Lina significó la forma de interactuar con los estudiantes, entendiendo que cada uno de ellos comprende la información diferente, porque tienen diversos ritmos y estilos de aprendizaje, además resaltó cuán importante fue proporcionar múltiples formas de expresión y de interacción, pues los estudiantes elegían las opciones con las cuales se sentían más cómodos para comprender el problema. Lo anterior, les permitió a ellos cumplir con la actividad de construcción de la elipse (ver Figura 60) para luego dar continuidad al estudio de los elementos teóricos de esta.

Figura 60

Construcción de la elipse en GeoGebra dada por un estudiante

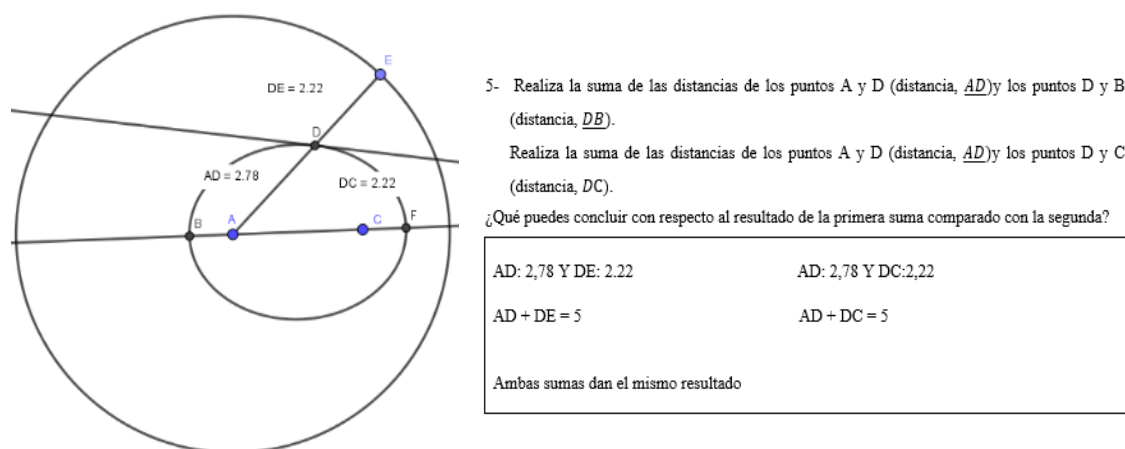


El uso de GeoGebra fue muy importante para que algunos estudiantes comprendieran la definición de la elipse a partir del lugar geométrico, porque les permitió identificar con el software focos, distancias focales, longitudes iguales para ir estableciendo que la suma de distancias a dos puntos es fija, como se observa en la Figura 61.

Se destaca el rol fundamental que tuvo en esta actividad el uso de ejemplos, porque varios estudiantes llegaron a la misma conclusión con diferentes valores numéricos, esto conllevó a que ellos concluyeran que $AD+DE=AD+DC$ a partir de la particularización, sin embargo, no lograron establecer que cumplía para todos los valores que se tomaran.

Figura 61

Interpretando información para establecer propiedades de la elipse



Lo descrito anteriormente da cuenta de que la profesora significó y cosificó en su planeación y actuación de esta clase la importancia de ofrecer a los estudiantes diversas formas de interactuar con el objeto de estudio, mediante material concreto, herramientas tecnológicas y otros medios físicos de acción que son dos de las pautas (D4 y D5) que propone Pastor, Sánchez y Zubillaga (2011) en el DUA para atender la diversidad de estudiantes en el aula de clase.

Desde la práctica se considera que el uso de GeoGebra es un aliado en la enseñanza porque permite a los estudiantes explorar, conjeturar y generalizar a partir de ejemplos concretos, además que permite ver los objetos de estudio de manera más dinámica. Moreno (2014) menciona que: “Es un poco desafortunado que tengamos que describir un proceso tan dinámico a través de un medio tan estático como el papel. ¡Necesitamos que los libros se escriban sobre papel dinámico!”

6.2.3 Reflexión: lo planeado vs lo logrado sobre acciones y expresiones usadas en matemáticas

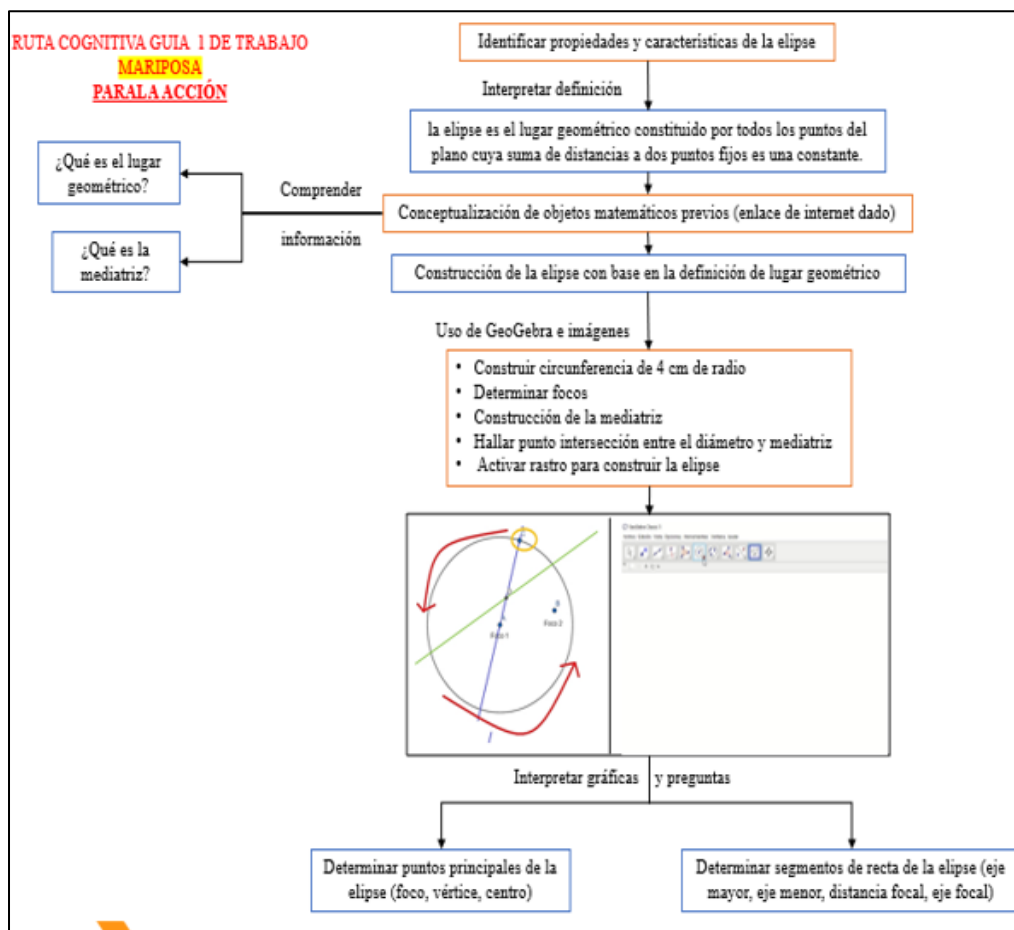
Lina en esta experiencia de aula significó y cosificó los tres momentos de reflexión (para, en y sobre) la acción, el uso de las herramientas de análisis del modelo R-y-A de Parada (2011) para comparar la clase planeada y la clase lograda que no había considerado en el PRSI. Las reflexiones estuvieron centradas en cómo ella había usado los principios y pautas del DUA para

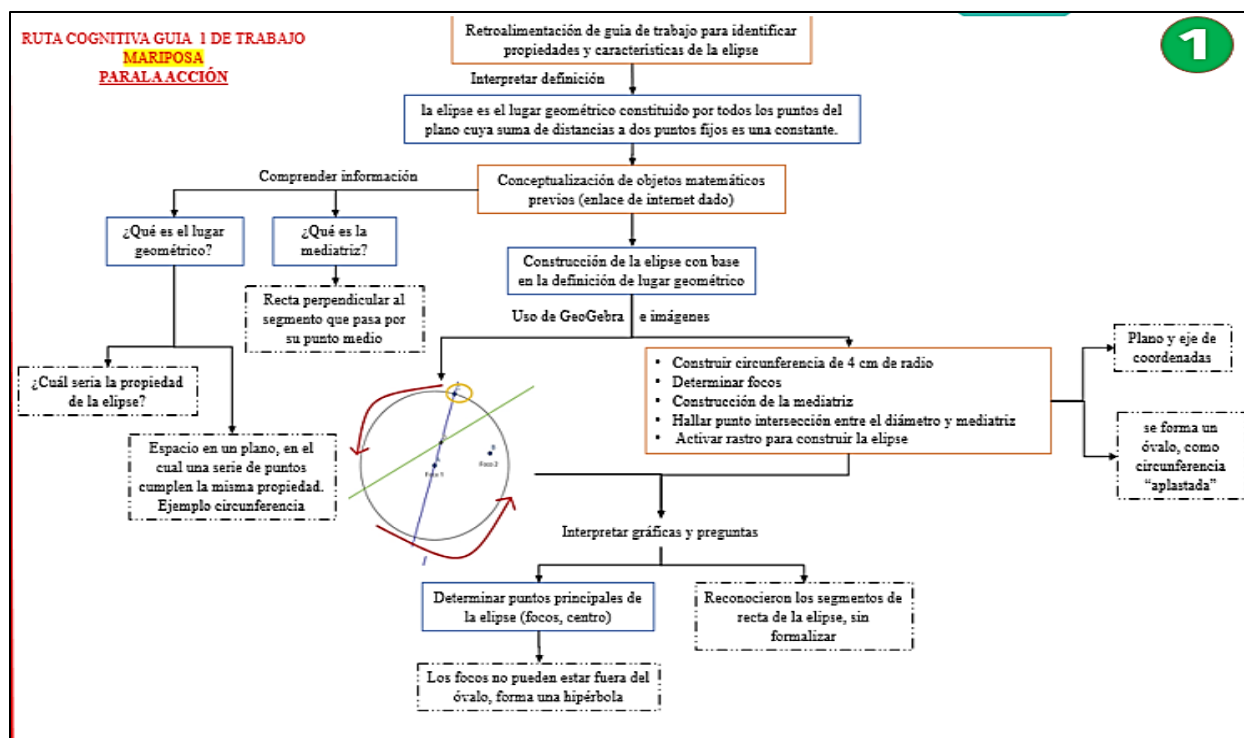
atender la diversidad de estudiantes, trascendiendo de la idea de establecer que se había atendido a todos solo por las respuestas correctas e incorrectas de ellos a las actividades propuestas.

En la ruta cognitiva de la Figura 62 Lina hace un comparativo entre la actividad matemática planeada y la lograda, colocando en línea punteada los rectángulos relacionados con los objetos matemáticos de estudio que no se tenían previstos trabajar, pero que enriquecieron las discusiones en la comprensión de los elementos teóricos de la elipse sin desviar los objetivos de la clase. Este actuar es muy significativo porque la profesora tuvo una postura más crítica para valorar su práctica, contrario al PRSI donde ella solo había establecido el cumplimiento o no de la actividad matemática en términos de las respuestas correctas e incorrectas de los estudiantes.

Figura 62

Ruta cognitiva sobre la elipse, lo planeado vs lo logrado en el PRCI





Lina en su exposición mediante el Episodio 103 dio a conocer a sus colegas de la CoP que, para ella fue significativo en esta nueva planeación considerar los saberes previos de los estudiantes, porque le permitió involucrarlos en la actividad matemática, siendo fundamental en el proceso de aprendizaje como lo expresa Palaguachi, García, Ochoa, y Erazo (2020). Lo descrito, fue un significado negociado por la profesora producto del proceso de reflexión guiado con las herramientas de análisis que antes ella no había utilizado.

Lina: Para que los estudiantes comprendan el concepto de elipse, yo necesito que ellos primero entiendan que es el lugar geométrico y que es la mediatriz, entonces hice una pequeña actividad de conceptualización para que ellos comprendieran esta información, si es como tener los saberes previos claros. Luego de eso empezamos con la construcción de elipse en GeoGebra paso a paso.

Episodio 103

Por otra parte, Lina en este proceso de reflexión para validar si en su planeación e implementación de clase había incluido a todos los estudiantes utilizó los elementos teóricos del DUA, mismos que se discutieron en sesiones de la CoP. Lo anterior, se refleja en el Episodio 104

y en consecuencia se considera como un nuevo significado negociado por Lina que le permite verse en su accionar, transformar su práctica pedagógica para atender a todos los estudiantes.

Lina: Bueno, entonces en la planeación e implementación tuve en cuenta algunos principios y pautas del DUA, hay unos que me parece que son muy evidentes. Por ejemplo, el principio I, que es la representación, utilicé mucha representación (imágenes, GeoGebra...) para que ellos pudieran entender mejor esta actividad [...] aquí aplique la pauta 1 y 3 [D1 y D3]. También apliqué el principio tres que habla sobre las redes afectivas, usé la pauta 7 y 9 [D7 y D9]. Del principio dos, sobre formas de expresión tuve en cuenta la pauta 4 y 5 [D4, D5] sobre proporcionar opciones para la interacción física, entonces esto en cuanto a los principios y pautas que vimos en las sesiones.

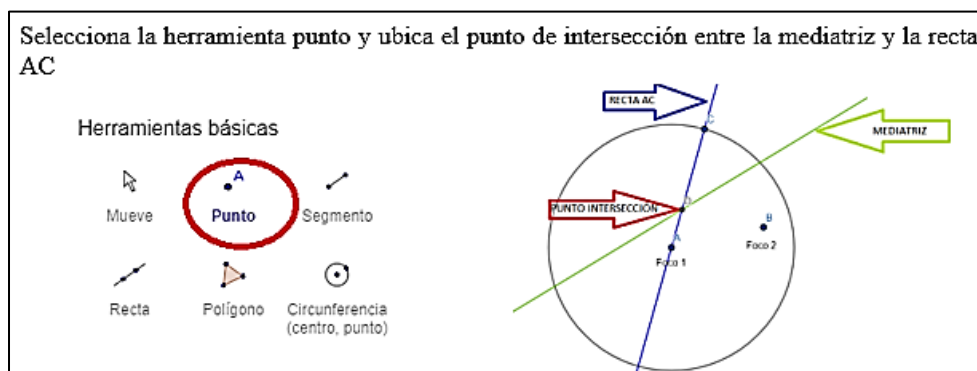
Episodio 104

Durante la socialización de experiencia de aula por parte de Lina, se percibió que ella constantemente reflexionó sobre como el proporcionar preguntas no ambiguas y un uso adecuado del lenguaje matemático posibilitó en los estudiantes expresar sus ideas y comunicarse entre ellos, mediante el intercambio de soluciones para que estas fueran validadas o invalidadas.

Lo anterior se evidencia cuando la profesora guía la actividad de manera detallada a los estudiantes (ver Figura 63) resaltando con colores datos importante, ofreciendo medios alternativos de información como páginas web, uso de GeoGebra, y propiciando el trabajo individual y en grupo. Lo descrito se establece como un nuevo significado negociado por Lina, alrededor de las múltiples formas de acción y expresión, porque ella empleó las pautas que propone Pastor, Sánchez y Zubillaga (2011) y que en esta investigación fueron denotadas como D4 y D5.

Figura 63

Uso de diferentes estrategias para comprender la información



Una de las principales estrategias que utilizó Lina para atender las características de los estudiantes y así desarrollar actividades considerando el ritmo y estilo de aprendizaje de cada uno de ellos fue emplear un lenguaje matemático adecuado y preguntas no ambiguas. Al respecto, Jiménez (2019) establece que las preguntas son una herramienta esencial para promover la comunicación en todos los estudiantes. El episodio 105 da cuenta de lo anterior y también refleja el significado negociado de Lina sobre las múltiples formas de acción y expresión.

Lina: Una vez los estudiantes construyeron la elipse en GeoGebra viene la parte de que observan y vamos a analizar por medio de las preguntas, entonces se generan unas preguntas que me permitan que ellos puedan identificar ciertas características o propiedades de la elipse [...]

Moderadora: ¿Qué adaptaciones realizó atendiendo a los ritmos y estilos de aprendizaje de los estudiantes?

Lina: Bueno que actuaciones he tenido en cuenta, digamos que todas las recomendaciones de la anterior guía. La anterior actividad, que fue sin intervención entonces no generé unas preguntas que fuesen entendibles para ellos en la primera parte, así que tuve en cuenta esto y tuve también en cuenta las respuestas que ellos me podían para que no se me desviarán mucho el objeto de estudio [...] La idea era que este material fuera mucho más explícito que el elaborado anteriormente. Entonces, las adaptaciones que yo hice acá en este caso es que fuese lo más visual posible, sí, porque pues la mayoría de los chicos que yo tengo capta más la información, el interés y se motivan más cuando nosotros utilizamos imágenes o videos.

Episodio 105

Por otra parte, es muy interesante ver que la profesora cuando planeó e implementó su clase buscó estrategias alternas para promover la actividad matemática ya no pensando en un estudiante “promedio” sino que consideraba acciones que permitieran a todos los estudiantes involucrarse en la actividad matemática, mismas que estuvieran adaptadas a la forma de aprender de cada uno de ellos para que eligieran el camino o material que creían que les facilitaría el aprendizaje. También se destaca que la profesora reflexionó sobre la necesidad de ajustar las actividades a los tiempos, pues no siempre se culminan como se espera o se cumple el objetivo a cabalidad con algunos estudiantes, lo anterior se exhibe en Episodio 106.

Moderadora: ¿Siguió la planeación prevista y si no fue así, que cambios realizó?

Lina: Si la seguí. La planeación no tuvo en este caso ningún cambio. Lo único fue que no alcancé a aplicarla completamente con algunos estudiantes ni a socializar en su totalidad.

Moderadora: ¿Cuáles aprendizajes alcanzados a partir de las interacciones en la COP se ven reflejadas en su accionar?

Lina: Yo creo que la representación sí, como estábamos hablando nosotros diseñamos la guía teniendo en cuenta las características de todos los estudiantes. Esta representación no solamente le va a ayudar al chico, por ejemplo, que tiene TDAH sino también al chico, por ejemplo, que tiene discapacidad intelectual leve, sino que también va a poder fortalecer el poco va a permitir que los demás compañeros también puedan comprender esta actividad [...]

Episodio 106

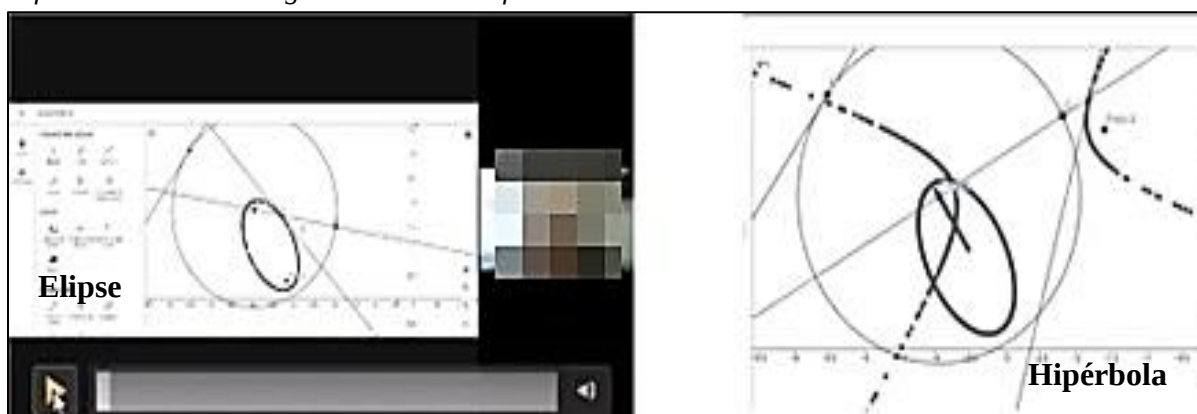
De este mismo proceso de reflexión la profesora manifestó que tomó los errores de los estudiantes como una oportunidad de aprendizaje y para hacer hincapié de las propiedades de la elipse, esto porque uno de los estudiantes alejó el foco y en consecuencia se generó la hipérbola que no era el objeto de estudio que se estaba trabajando. Al respecto, Guerrero, Castillo, Chamorro, Isaza (2013) resaltan que las equivocaciones de los estudiantes se deben tomar como una oportunidad para mostrar a los estudiantes los elementos que no están considerando y que llevan a una concepción errónea. Lo anterior se evidencia mediante el episodio 107.

Lina: No todos comprendieron completamente la actividad, sin embargo, mediante la experiencia ellos llegaron a determinar lo que son los focos y el centro y se llegó o se intentó o se alcanzó mínimamente a reconocer los segmentos de la elipse sin llegar a la formalización, pero se tuvo la idea intuitiva de la definición de elipse mediante el lugar geométrico. También ellos pudieron identificar que los focos no pueden estar por fuera del óvalo, porque al momento en que esto sucede, pues se va a generar otro tipo de sección cónica como la hipérbola (ver .

Figura 64).

Figura 64

Diferentes canónicas según ubicación del foco



Episodio 107

Finalmente, los profesores opinaron respecto al proceso de reflexión de Lina, ellos reconocieron que la profesora había realizado una muy importante labor, porque era un ejemplo claro de como incluir a todos los estudiantes en clase de matemáticas mediante un uso adecuado del lenguaje, proporcionándoles diferentes materiales y estrategias para que ellos comprendieran la información, se comunicaran y se expresaran según sus habilidades cognitivas. Además, para el equipo de la CoP, la forma de planear y conducir la clase por parte de Lina, ponen en manifiesto los aprendizajes consolidados alrededor del DUA en las diferentes sesiones y los aportes significativos que brinda a sus colegas sensibilizando para integrar la teoría y la práctica, porque si se puede incluir en clase de matemáticas. Lo anterior se ve reflejado en el Episodio 108.

Karla: Bueno, nosotros aquí somos premiados al observar el trabajo de los compañeros, es un privilegio que no tienen muchos de ver estas secuencias didácticas, porque esto es un engranaje gigante. Que, pues lo bueno es reflexionar sobre esa práctica, es decir, bueno, que me faltó, porque, no siempre todo es perfecto, sino también en qué podemos mejorar [...] En general soy admiradora total de su trabajo, el trabajo de todos. Es gratificante ver como integra todo lo de la CoP en un diseño, en especial el DUA para promover actividad matemática e incluir a todos los estudiantes sin condición alguna, felicitaciones profe.

Episodio 108

De las evidencias presentadas con anterioridad se observa que las diferentes maneras propuestas por los profesores para expresarse y comunicarse en clase de matemáticas, estrategias D4 y D5 propuestas por Pastor, Sánchez y Zubillaga (2011), CAST (2018) han sido fundamentales en el proceso de incluir a todos los estudiantes en clase de matemáticas, permitiéndoles así atender a las particularidades de cada uno de ellos. La Tabla 7 resume algunos significados negociados por los miembros de la CoP con relación a las múltiples representaciones en matemáticas, que se logra implementar en el aula bajo las dos pautas del DUA (D4 y D5) indicadas al inicio de este capítulo.

Tabla 9
Significados negociados sobre las múltiples acciones y expresiones en matemáticas

Múltiples acciones y expresiones en Matemáticas	Proceso de reflexión sin intervención	Significados negociados
D4) Ofrecer diferentes medios físicos de acción en matemáticas.	El recurso más utilizado por los profesores para llevar a cabo tareas de aprendizaje es a través de lo textual y oral.	Los profesores negociaron y cosificaron el uso de las diferentes representaciones, material concreto y tecnológico para promover la actividad matemática. Los profesores significaron y cosificaron que no existe un único camino de solución, por ende, es necesario brindar a los estudiantes otras opciones para que se expresen y comuniquen.
D5) Proporcionar opciones para hacer fluida la comunicación en matemáticas.	Pocas veces se reflexionó sobre el uso de materiales concreto, programa de texto-voz, tecnologías digitales como medios alternos para que el estudiante se comunicara.	Los profesores significaron y cosificaron en sus prácticas el uso de materiales virtuales, manipulativos, variedad de feedback, y estrategias de resolución de problemas.

7. Conclusiones

En este capítulo se presentan algunos significados negociados por los profesores de la CoP consolidados a partir del proceso de formación antes descrito. Este apartado está organizado de la siguiente manera: el primer inciso corresponde al pensamiento reflexivo del profesor; el segundo inciso resalta las representaciones matemáticas que negociaron los profesores para atender la diversidad en clase de matemáticas; el tercer inciso presenta las múltiples formas de expresión usadas por los maestros para generar actividad matemática en los alumnos; y finalmente se proporciona un aporte teórico que se hace al DUA con relación a las matemáticas.

7.1 Pensamiento reflexivo del profesor para atender la diversidad de estudiantes.

Los profesores mostraron la tensión que sienten cuando se les solicita planear una clase de matemáticas en la que se atienda a las características particulares de sus estudiantes, resaltando

que se les dificultaba hacerlo por la falta de formación pedagógica y didáctica en la que se integren las dos disciplinas, matemáticas y educación especial, pues se les solicita incluir, pero no se les orienta en cómo hacerlo ni que estrategias tener en cuenta.

Los profesores reflexionaron sobre la importancia de adaptar los objetos matemáticos de estudio a las habilidades y destrezas de los estudiantes y no viceversa, como se expresa en MEN (2017, b), porque es la enseñanza la que se debe adaptar a los estudiantes y no lo contrario.

Los profesores que participaron activamente de los encuentros en el proceso de reflexión sin y con intervención lograron eliminar las barreras de comunicación e idearon caminos alternos para acercar la información al estudiante, empleando diferentes plataformas como: Zoom, Meet, llamadas telefónicas, y WhatsApp. Lo anterior permitió ver que de una u otra manera los profesores fueron sensibles frente a la contingencia vivida y la importancia de que todos sus estudiantes puedan acceder y comprender a la información.

Al hacer seguimiento a los profesores (miembros activos de la CoP), se identificó que ellos ponen a prueba en sus nuevas planeaciones los significados negociados (en términos de aprendizaje) como: caracterizar, identificar contextos, tener en cuenta los saberes previos, intereses, habilidades y dificultades que los estudiantes pueden presentar al estudiar un objeto matemático, para así diseñar actividades que conlleven a promover actividad matemática, dejando de lado aquellas tensiones que presentaban en el proceso de reflexión sin intervención cuando se les solicitaba atender a las características particulares y necesidades educativas de sus estudiantes.

Las dinámicas de la CoP permitieron a los profesores una mayor sensibilización frente a la necesidad de mejorar las prácticas pedagógicas para atender a las características particulares de los estudiantes, teniendo en cuenta el pensamiento matemático, didáctico y orquestal del profesor,

como consecuencia de la reflexión constante que se promovió en la CoP a través de las conferencias, socializaciones y foros de discusión.

7.2 Significados negociados sobre múltiples representaciones en matemáticas para atender la diversidad de estudiantes

La CoP logró a partir de las discusiones y las conferencias nacionales e internacionales significar la importancia de proponer actividades contextualizadas (árbol genealógico y las cadenas de mensaje por WhatsApp para el estudio de la potenciación) acorde a las características particulares de los estudiantes. Esto les permitió captar su atención y de esta manera involucrarlos en la actividad matemática esperada.

En consecuencia, se percibió en los profesores un cambio en la forma de atender la diversidad de estudiantes en clase de matemáticas, porque ellos pasaron de usar las mismas estrategias para la comprensión de un objeto matemático de estudio a utilizar múltiples formas de representación como el uso de: tablas, gráficas, ecuaciones, diagramas, lenguaje natural y simbólico, entre otras. De esta manera se posibilitó la comprensión correcta de la información y el tratamiento de esta por parte de los estudiantes, logrando en ellos el desarrollo habilidades lógico-matemáticas y de generalización. Se destaca también que los profesores lograron incorporar en sus prácticas profesionales un lenguaje matemático más coherente y preciso.

Por lo anterior, se infiere que los profesores lograron significar y cosificar en sus prácticas el proporcionar múltiples formas de representar un objeto matemático de estudio a partir de brindar opciones para que el estudiante perciba la información (D1), usar diferentes formas de lenguaje y símbolos matemáticos (D2), y posibilitar a los estudiantes opciones para relacionar unos objetos matemáticos con otros (D3), como una forma de atender a la diversidad de estudiantes en clase de matemáticas a partir de lo expuesto por Pastor, Sánchez y Zubillaga (2011)

7.3 Significados negociados sobre las múltiples formas de expresión en matemáticas para atender la diversidad de estudiantes

Los profesores lograron mejorar el proceso de comunicación en el aula debido a que significaron la importancia de definir preguntas claras, diversas maneras de expresarse y presentar la información (verbal, escrito, pictórico, auditivo, entre otras) lo cual conllevó a la interpretación, explicación, justificación y razonamientos de los procedimientos realizados por los estudiantes para abordar la actividad matemática que se promovió.

Los profesores de la CoP también significaron la importancia de emplear un discurso matemático claro y acorde al objeto matemático de estudio, para posibilitar un aprendizaje adecuado a través del uso correcto del lenguaje matemático tanto verbal como escrito. Con el fin de posibilitar en todos los estudiantes la oportunidad de expresar sus ideas matemáticas utilizando diferentes medios como notación simbólica, gráfica, pictórica e incluso expresiones orales.

Lo anterior, permitió a los profesores ser más reflexivos en el diseño e implementación de las planeaciones de clase considerando las características particulares de sus estudiantes y las condiciones de su entorno, que los llevó a utilizar diferentes recursos (material concreto, tecnologías digitales propuestos en el DUA) para acercar a los estudiantes al mismo objeto matemático.

7.4 Aporte teórico al DUA con relación a las matemáticas

Esta investigación intenta brindar un aporte teórico dado que las orientaciones que se les da a los profesores para hacer la inclusión de los niños están basadas en el DUA, sin embargo, este es presentado de una forma muy general lo que conlleva a que los profesores de matemáticas presenten dificultades al momento de implementarlo tanto en sus planeaciones como en su

práctica. Por lo anterior, este estudio hace un aporte a la teoría reinterpretaando el DUA para las matemáticas desde cada uno de estos principios.

Con relación al principio de *proporcionar múltiples formas de representar un objeto matemático* para hacerlo comprensible a los estudiantes y así transformar la información percibida en un conocimiento útil, desde el MEN (2006) y NCTM (2000) se destacan algunas representaciones como: simbólicas, numéricas, visuales, algebraicas, gráficas, pictóricas, otras.

Al respecto, Lambert, Imm, Schuck, Choi y McNiff (2021) consideran que “el aprendizaje de las matemáticas trata de desarrollar la comprensión de las representaciones y las conexiones entre ellas, haciendo de la representación una preocupación central en las matemáticas” (p. 4) porque las representaciones permiten a los estudiantes identificar elementos teóricos del mismo objeto matemático y de esta manera interpretar el problema; hacer más concreta y asequible la información; cimentar la comprensión, comunicación y evidenciar el razonamiento de los estudiantes. Es importante permitir a los estudiantes el uso de distintas representaciones de un objeto matemático para contribuir a su comprensión.

Respecto a al *principio de proporcionar múltiples formas de acción y expresión* desde el punto de vista de las matemáticas, este principio se puede asociar con permitir al estudiante diversos caminos de solución a una situación matemática propuesta. Al respecto Santos-Trigo (2008) enfatiza en la importancia de ampliar las formas en que un estudiante presenta su respuesta a un problema; las cuales no se deben limitar a soluciones escritas, pues es necesario comprender que cada estudiante es único y por ende tienen estilos y ritmos de aprendizaje diferentes que le permiten mostrar los conocimientos adquiridos mediante gráficas, explicaciones verbales, procesos numéricos, algorítmicos, geométricos, algebraicos, gráficos, tabulares, realizando

estimaciones, identificando patrones, usando un software de matemática, entre otras soluciones que el estudiante pueda usar para desarrollar las actividades propuestas.

Complementando lo anterior, el mismo autor resalta que creer que los problemas matemáticos tienen solamente un único camino de solución es contraproducente del contexto de los problemas que involucran múltiples formas razonables de abordar la situación.

Por otra parte, así como existen múltiples formas para llegar a la adquisición de un aprendizaje, hay diversas formas para que el estudiante pueda comunicar ese aprendizaje al profesor, compañeros u otros, por ende, no se debe imponer una única forma para que el estudiante exprese lo aprendido, pues esto dependerá de las habilidades, dificultades, características y preferencias de cada uno. Al respecto, Shoenfeld (1992) menciona que parte del éxito de los estudiantes en matemáticas, está asociado a las diversas estrategias cognitivas que implican formas de representar y explorar problemas matemáticos.

Finalmente, sobre el *principio de proporcionar múltiples formas de implicación* se resalta la necesidad de identificar los intereses y motivaciones de los estudiantes, porque, a algunos los motiva más lo nuevo o espontáneo, mientras que otros prefieren los procesos tradicionales o rutinarios. Así mismo, este principio pone en manifiesto la importancia de conocer los estilos de aprendizaje de los estudiantes, porque no todos aprenden de la misma manera, algunos estudiantes prefieren actividades de trabajo individual y otros de trabajo en equipo. Por lo anterior, es necesario que los profesores promuevan actividad matemática desde diversas dinámicas de trabajo.

En matemáticas los sentimientos también juegan un papel importante para su aprendizaje, principalmente por ser vista como una asignatura compleja, difícil, entre otras emociones poco agradables, que generan en ocasiones temor y miedo a los estudiantes, llevándolos a la frustración y a la aparición de frases como “no entiendo las matemáticas”, “eso es muy difícil”, “las

matemáticas no es lo mío”, entre otras. Generando en el estudiante una influencia negativa por aprender, así lo expresan Coca y Miranda (2019), Flores, Medina, Peralta y Rodríguez (2013).

Desde el contexto de interés algunas estrategias que se pueden implementar para promover actividad matemática y activar el componente emocional de todos los estudiantes, son: buscar situaciones del contexto de los estudiantes, permitir la exploración matemática de los objetos de estudio mediante el uso de diversos recursos: juegos y desafíos matemáticos, uso de softwares, applets y simuladores para la manipulación de los objetos matemáticos de estudio, para propiciar el agrado hacia las matemáticas por parte de los estudiantes.

7.5 Perspectivas de futuras investigaciones

Este trabajo permite ver las reflexiones y bondades de conformar una CoP para formar a los profesores alrededor de la atención a la diversidad en clase de matemáticas. De esta manera, se presenta un primer acercamiento a la reinterpretación de los principios y pautas del DUA al contexto de las matemáticas, que puede ser adaptado, y fortalecido de manera práctica y teórica a partir de futuras investigaciones.

Esta investigación deja abierta la posibilidad de que los profesores tanto en formación como en ejercicio continúen en constante reflexión y aprendizaje a partir de las dinámicas de trabajo de una Comunidad de Práctica, para generar, cambios en la práctica profesional de los profesores donde se integre lo práctico y lo teórico relacionado con la educación inclusiva.

Este estudio también considera la posibilidad que en futuras investigaciones se reflexione sobre trabajar la comprensión de un mismo objeto matemático a partir diversos niveles de complejidad para atender a los ritmos y estilos de aprendizaje de los estudiantes.

Referencias bibliográficas

- Acosta, G., Ordoñez, I. y Oviedo, J. (2022). El WhatsApp como instrumento de enseñanza-aprendizaje en la educación rural. *Panorama*, 16(30).
- Aké, L. (2015). Matemáticas y educación especial: realidades y desafíos en la formación de profesores. En López-Mojica, J. y Cuevas, J. (Coords), *Educación especial y matemática educativa*. pp. 15-32, México: Centro de Estudios Jurídicos y Sociales Mispat; Universidad Autónoma de San Luis de Potosí.
- Ángulo, D. y Quintero, R. (2017). *La potenciación: algunas reflexiones didácticas sobre su enseñanza, teniendo en cuenta la identificación de dificultades y errores en su aprendizaje*. (Tesis de pregrado), Universidad del Valle, Colombia.
- Alsina, A. y Coronata, C. (2014). Los procesos matemáticos en las prácticas docentes: diseño, construcción y validación de un instrumento de evaluación. *Edma 0-6: Educación Matemática en la Infancia*, 3(2), 23-36.
- Alvarado, N. y Reyes, D. (2018). Modelos de trabajo para la enseñanza de las matemáticas a estudiantes con Necesidades Especiales asociadas a discapacidad sensorial y motora en contextos de Educación Superior, VIII CLABES, Panamá.
- Álpizar, M., Morales, J. (2018). Dificultades y errores presentes en estudiantes de educación secundaria en el aprendizaje de la función lineal. *Revista de investigación y divulgación en Matemática Educativa*. 9, 6-19.
- Arnaiz, P. (2000). Educar en y para la diversidad. En Soto, F.J. y López, J.A. (Coords.): *Nuevas Tecnologías, Viejas Esperanzas: Las Nuevas Tecnologías en el Ámbito de las Necesidades Especiales y la Discapacidad*. Murcia: Consejería de Educación y Universidades. © 2000. Consejería de Educación y Universidades. Murcia.

- Ariza, K. y Hernández, J. (2017). La elaboración de preguntas en la enseñanza de la comprensión de problemas matemáticos. *Revista Latinoamericana de Investigación en Matemática Educativa* (2017), 20 (2), 223-248.
- Arteaga Valdés, E., Medina Mendieta, J. F., & Del Sol Martínez, J. L. (2019). El GeoGebra: una herramienta tecnológica para aprender matemática en la Secundaria Básica haciendo matemática. *Revista Conrado*, 15(70), 102-108.
- Asamblea Nacional Constituyente. (1991). *Constitución Política de Colombia 1991*. Bogotá.
- Ausubel, N. (1983). *Psicología Educativa: Un punto de vista cognoscitivo*. 2º Ed. Trillas México
- Barbosa-Bemme, L. S., Aguiar-Isaia, S. M., Llinares, S., Valls, J. y Scremin, G. (2019). Profesores de educación infantil y enseñanza fundamental negociando significados al planear una actividad de enseñanza sobre sistema de medidas. En J. M. Marbán, M. Arce, A. Maroto, J. M. Muñoz-Escolano y Á. Alsina (Eds.), *Investigación en Educación Matemática XXIII* (pp. 193-202). Valladolid: SEIEM.
- Bautista, L., Mantilla, L. & Parada, S. (2008) Una Alternativa De Adaptación Curricular Grupal En Matemáticas Para Educandos Con Necesidades Educativas Especiales. En Memorias de la XXII Reunión latinoamericana de matemática educativa. (p. 61). México, D.F.
- Bautista, L., y Mantilla, L. (2007). *Una alternativa de adaptación curricular grupal en matemáticas para los educandos con Necesidades Educativas Especiales del instituto de Adaptación Laboral en Santander "IDEALES"*. Tesis de pregrado. Universidad Industrial de Santander, Bucaramanga, Colombia.
- Blanco, R. (1996). *Alumnos con necesidades educativas especiales y adaptaciones curriculares*. Madrid: CNREE, MEC.

- Botello, I. (2013). *Procesos de seguimiento y acompañamiento académico a estudiantes de cálculo diferencial: un aula experimental para profesores de matemáticas en formación*. Tesis de Maestría. Universidad Industrial de Santander, Bucaramanga, Colombia.
- Bruno, A. y Noda, A. (2013). *Partición numérica en personas con síndrome de Down*. En Berciano, Ainhoa; Gutiérrez, Guadalupe; Estepa, Antonio; Climent, Nuria (Eds.), *Investigación en Educación Matemática XVII* (pp. 175-183). Bilbao, SEIEM.
- Bruno, A., Noda, A. (2010). Necesidades educativas especiales en matemáticas. El caso de personas con síndrome de Down. En M.M. Moreno, A. Estrada, J. Carrillo, & T.A. Sierra, (Eds.), *Investigación en Educación Matemática XIV* (pp. 141-162). Lleida: SEIEM.
- Carvajal, B., Gualdrón, E. y Ávila, A. (2019). Estrategias didácticas para fortalecer la competencia de comunicación Matemáticas por medio de la fotografía. *Revista Logos Ciencia & Tecnología*, 11(2), 102-112
- Cassany, D. (1987). Describir el escribir cómo se aprende a escribir. Paidós.
- CAST (2011). Universal Design for Learning Guidelines version 2.0. Wakefield, MA.
- CAST (2018). Universal Design for Learning Guidelines version 2.2.
- Thomas, C. Garderen, D., Scheuermann, A. & Eun Ju Lee (2015) Applying a Universal Design for Learning Framework to Mediate the Language Demands of Mathematics, Reading & Writing Quarterly: Overcoming Learning Difficulties, 31:3, 207-234.
- Civil, M. Núria, P. y Fonseca, D. (2000). La atención a la diversidad en el aula de matemáticas: hacia una participación pedagógica y matemática. *Revista Uno* 23.
- Coca, S. y Miranda, I. (2019). Cambio de actitud hacia el aprendizaje de las matemáticas: el caso de Frida. *Educación Matemática*, 31 (2), 241-270.
- Congreso de Colombia. (8 de febrero de 1994) Ley General de Educación. [Ley 115, 1994].

- Colorado, M., y Mendoza, F. (2021). Material didáctico, adaptaciones curriculares en matemáticas para personas con discapacidad intelectual. *Revista Conrado*, 17(80), 312-320.
- Dewey, J. (1989). *Cómo pensamos. Nueva exposición de la relación entre pensamiento reflexivo y proceso educativo*. Barcelona, España: Paidós.
- Digón, P. (2003). La Ley orgánica de calidad de la Educación: análisis crítico de la nueva reforma española. *Revista electrónica de Investigación Educativa*, 5(1), 6.
- Echeita, G. y Ainscow, M. (2011). La educación inclusiva como derecho. Marco de referencia y pautas de acción para el desarrollo de una revolución pendiente. *Tejuelo: Revista de didáctica de la Lengua y la Literatura*, (12), 24-46.
- Echeverría, C. (2022). Enseñanza del cálculo a personas con características diferenciadas: reflexiones de una comunidad de práctica de profesores de matemáticas en formación (Tesis de maestría). Universidad Industrial de Santander, Colombia.
- Elliott, J. (1993). *El cambio educativo desde la investigación-acción*, Madrid: Morata.
- Erreyes, N y Álvarez, M. (2021). Perspectivas de los estudiantes de educación rural en tiempos de pandemia. *Revista Interdisciplinaria de Humanidades, Educación, Ciencia y Tecnología*, 7(13), 46-65.
- Escudero, D. y Carrillo, J. (2020). El Conocimiento Didáctico del Contenido: Bases teóricas y metodológicas para su caracterización como parte del conocimiento especializado del profesor de matemáticas. *Educación Matemática*, 32(2), 8-38.
- Fernández, R. y Sahuquillo, A. (2015). Plan de intervención para enseñar matemáticas a alumnado con discapacidad intelectual. *Edma 0-6: Educación Matemática en la Infancia*, 4(1), 11-23.
- Fiallo, J., y Parada, S. (2018). *Estudio dinámico del cambio y la variación. Curso de Precálculo Mediado por GeoGebra*. Edición UIS.

- Figueiredo, C., Contreras, L. y Blanco, L. (2012). Ejemplificación del concepto de función: diferencias entre profesores noveles y expertos. *Educación matemática*, 24(1), 73-105.
- Figuerola, I. y Muñoz, Y. (2014). La Guía para la Inclusión Educativa como herramienta de autoevaluación Institucional: Reporte de una Experiencia. *Revista Latinoamericana de Inclusión Educativa*, 8(2), 179-198.
- Flores, O. (2015). Participación de los estudiantes en el aula como factor determinante para mejorar la calidad de los aprendizajes. (Tesis de maestría). Universidad Alberto Hurtado, Chile.
- Flores, D., Medina, B., Peralta, D. y Rodríguez, C. (2013). Las emociones y su impacto en el aprendizaje de las matemáticas. En SEMUR, Sociedad de Educación Matemática Uruguay (Ed.), VII Congreso Iberoamericano de Educación Matemática (pp. 2747-2755). Montevideo, Uruguay: SEMUR.
- Gallego, D. y Nevot, A. (2008). Los estilos de aprendizaje y la enseñanza de las matemáticas. *Revista Complutense de educación*, 19(1), 95-112.
- Gallego, M. y Illescas, J. (2017). Rol del docente frente a los diferentes ritmos de aprendizaje de educación general básica media. (Tesis de pregrado). Universidad de Cuenca, Ecuador.
- García, R. (2016). Interés y motivación de los alumnos hacia las matemáticas: autopercepción de los más capaces. *Revista Internacional de Ciencia, Matemática y Tecnología*, 3(1), 13.
- García, A., Jiménez, J., Montenegro, R. y Peña, D. (2017). Calidad de la educación primaria en Colombia: conceptualizaciones y tendencias. *Escenarios*, 15 (2) pp. 53-62.
- Gerompini, Ana Carlota (2005). *Experiencias en clase: potenciación de números naturales*. Premisa, 26, 3-16.
- Guerrero, J., Castillo, E., Chamorro, H. e Isaza, G. (2013). El error como oportunidad de aprendizaje desde la diversidad en las prácticas evaluativas. *Plumilla Educativa*, 361-381.

- Gutiérrez, A. (1991). Proceso y habilidades en visualización espacial. Memorias del 3^{er} Congreso Internacional sobre Investigación en Educación Matemática, 44-59, Universidad de Valencia, España.
- Heredia, M. (2019). El trabajo cooperativo, una estrategia para la atención a diferentes ritmos de aprendizaje. (Tesis de pregrado). Universidad de Cuenca, Ecuador.
- Hernández, R., Liranzo, P., Jiménez, A. & Pacheco, B. (2016). Una mirada a estudiantes y docentes en la experiencia escolar: prácticas de aula e intereses, estilos y ritmos de aprendizaje. *Ciencia y sociedad*, 41(2), 305-336.
- Herrera, D. (2020). Modelo de la alternancia y la desigualdad educativa territorial en la educación en Colombia. *Revista Internacional de Pedagogía e Innovación Educativa*, 1(2), 61-86.
- Itzel, Y. y Pinto, J. (2022). Dificultades y retos en enseñar matemáticas a estudiantes con necesidades educativas especiales en tiempos de pandemia. *Antrópica. Revista de Ciencias Sociales y Humanidades*. 8(15), 235-260.
- Kemmis, S. y McTaggart, R. (1988). *Cómo planificar la investigación acción*. Laertes. Barcelona.
- Jiménez, A. (2019). La dinámica de la clase de matemáticas mediada por la comunicación. *Revista de investigación, desarrollo e innovación*, 10(1), 121-134.
- Junta de Andalucía. (1993). *Guía de Adaptaciones curriculares*. Junta de Andalucía. Consejería de educación y ciencia.
- Lambert, R., Schuck, R., Imm, k. & Choi, S. (2021). UDL is the What, Design Thinking is the How: Designing for Differentiation in Mathematics. *Mathematics Teacher Education and Development*, 23 (3), 54-77
- Lave, J., & Wenger (1991). *Situated learning: Legitimate peripheral participation*. Cambridge: Cambridge University Press.

- Laos, M. (2017). *Percepción visual y habilidades matemáticas en estudiantes de inicial-5 años-instituciones educativas Red 03*. (Tesis de maestría). Universidad César Vallejo, Perú.
- Lazaridesun, R., Gasparb, H. & DickeC, A. (2019). Dynamics of classroom motivation: Teacher enthusiasm and the development of math interest and teacher support. *Aprendizaje e instrucción* 60(4), 126–136.
- Leinhardt, G., Zaslavsky, O., & Stein, M. (1990). Functions, Graphs, and Graphing: Tasks, Learning, and Teaching. *Review of Educational Research*, 60(1), 1-64.
- Lesser, E. & Stork, J. (2001). Communities of practice and organizational performance. *IBM Systems Journal*, 40 (4).
- Lindenskov, L. y Lindhardt, B. (2019). Exploring approaches for inclusive mathematics teaching in Danish public schools. *Mathematics Education Research Journal*, 32(1), 57-75.
- López, G. y Chávez, V. (2020). GeoGebra para la inclusión de estudiantes con discapacidad auditiva. Memorias de la II Jornada Ecuatoriana de GeoGebra. Universidad Nacional de Educación.
- López-Mojica, J., Aké, L. y Cruz, K. (2018). Conocimiento matemático de profesionistas de Educación en formación inicial. *Revista Iberoamérica de Educación Matemática*, 30-45.
- López-Mojica, J., y Aké, L. (2015). Formación Matemática del docente de Educación Especial. En Ángel Ruiz (presidente). Comité Interamericano de Educación Matemática. *Educación Matemática en las Américas: 2015. Volumen 14: Necesidades Especiales*. Editores: Patrick (Rick) Scott y Ángel Ruíz. República Dominicana.
- Martínez, E. (2019). *Juego y trayectorias de aprendizaje de la aritmética inicial en ambientes de aprendizaje que incluyen estudiantes en situación de discapacidad intelectual*. (Tesis de maestría). Universidad Distrital Francisco José de Caldas, Bogotá, Colombia.

- MEN (2017b). *Documento de orientaciones técnicas, administrativas y pedagógicas para la atención educativa a estudiantes con discapacidad en el marco de la educación inclusiva*. Bogotá: Autor, 19-22.
- MEN. (1998). *Lineamientos Curriculares para el área de Matemáticas*. Bogotá.
- MEN. (29 de agosto de 2017a) Por el cual reglamenta en el marco de la educación inclusiva la atención educativa a la población con discapacidad. [Decreto 1421 de 2017].
- Mena, A. y Henao, F. (2018). Enseñanza y aprendizaje de la función lineal: Un estudio desde la teoría modos de pensamiento. (Trabajo de maestría). Universidad de Medellín, Colombia.
- Mesías, D. (2021). Errores en el lenguaje matemático de docentes y estudiantes de matemática e informática. *Revista de investigación Multidisciplinaria*, (15), 95-131.
- Meyer, A., Rose, D. y Gordon, D. (2014). Universal design for learning. Theory and practice. Wakefield, MA: CAST Professional Publishing.
- Mojica, J. (2013). *Pensamiento probabilístico y esquemas compensatorios en la educación especial*. Tesis de Doctorado inédita. DME, Cinvestav-IPN, México.
- Morales, Y. y Font, V. (2017). Análisis de la reflexión presente en las crónicas de estudiantes en formación inicial en Educación Matemática durante su periodo de práctica profesional. *Acta Scientiae, canoas*, 19 (1), 122-137.
- Moreira, G. y Pérez, A. (2018). Desafio da inclusao de alunos com NEE em matemática em uma escola do ensino fundamental do distrito federal. *Revista Temporis*, 18(2), 135-158.
- Moreno, A. (2014). *Educación Matemática: Del signo al pixel*. Ediciones UIS.
- Morocho, N. (2020). *Diseño Universal para el aprendizaje en el proceso de enseñanza-aprendizaje de matemáticas para el noveno año de educación básica*. (Tesis de maestría). Universidad Nacional de Educación, Ecuador.

- Nahapiet, J y S. Ghoshal. (1998). Social Capital, Intellectual Capital and the Organizational Advantage, *Academy of Management Review* 23, No. 2, 242–266
- NCTM. (2000). Principios y Estándares para la educación Matemática. Sevilla: Sociedad Andaluza de Educación Matemática Thales.
- Ortega, J. y Gómez, C. (2004). Nuevas tecnologías y aprendizaje matemático en niños con síndrome de Down: Generalización para la autonomía. *Píxel-Bit. Revista De Medios Y Educación*, (29), 59-72
- Pacheco, N., Blanquicett, H. y Vergel, M. (2015). Pensamiento, Inclusión y Motivación en el aprendizaje matemático de estudiantes sordos. *Revista Logos Ciencia & Tecnología*, 6(3).
- Palaguachi, M., García, D., Ochoa, S. y Erazo, J. (2020). Diseño Universal para el Aprendizaje como estrategia pedagógica en educación inicial. *Revista Arbitrada Interdisciplinaria KOINONIA*, v (1). 72-101.
- Parada, S. (2009). *Reflexión sobre la práctica profesional: actividad matemática promovida por el profesor en su salón de clase*. Tesis de maestría. Centro de Investigación y de Estudios Avanzados del IPN, Distrito Federal, México.
- Parada, S. (2011). *Reflexión y acción en comunidades de práctica: Un modelo de desarrollo profesional*. Tesis de doctorado. Centro de Investigación y de Estudios Avanzados del IPN, Distrito Federal, México.
- Park, Jiyeon, Bouck, Emily & Fisher, Marisa (2021). Using the virtual-representational-abstract with overlearning instructional sequence to students with disabilities in mathematics. *The Journal of Special Education*, Vol. 54, Núm. 4, pp. 228-238. <https://doi.org/10.1177/0022466920912527>.

- Parrilla, A. (2002). Acerca del origen y sentido de la Educación Inclusiva. *Revista de Educación*, (327), 11-29.
- Pasolini, E. y Palmeira, C. (2016). Estratégias em busca da aprendizagem matemática de alunos com deficiência intelectual no ensino médio. En *Educação Matemática na Contemporaneidade: desafios e possibilidades. XII Encontro Nacional de Educação Matemática y Sociedade Brasileira de Educação Matemática*.
- Pastor, A. (2018). Diseño Universal para el Aprendizaje un modelo para brindar oportunidades de aprender a todos los estudiantes. *Educación es ofrecer oportunidades*, 374, 21-27.
- Pastor, A., Sánchez, J., y Zubillaga, A. (2011). Diseño Universal Para el Aprendizaje (DUA). Pautas para su introducción en el currículo. España: DUALETIC. Recuperado de: https://www.educadua.es/doc/dua/dua_pautas_intro_cv.pdf
- Peñalva, A. y Vega, M. (2019). Convivencia escolar, participación y atención a la diversidad: el programa PrInCE. *Revista Interuniversitaria de Formación del Profesorado*, 33(2), 63-80.
- Pérez, R. (2016). Praxis inclusiva para la atención de necesidades Educativas Especiales en el sector rural de Bucaramanga. *Praxis & Saber*, (7)15,127-14.
- Pérez, K. y Hernández, J. E. (2017). La elaboración de preguntas en la enseñanza de la comprensión de problemas matemáticos. *Revista latinoamericana de investigación en matemática educativa*, 20(2), 223-248.
- Pérez, D. (2015). Caracterización de los estilos de aprendizaje en las matemáticas para la enseñanza del triángulo rectángulo. (Tesis de maestría). Tecnológico de Monterrey.
- Pineda, S. (2018). *Formación inicial de profesores de matemáticas alrededor de la atención a la diversidad*. (Tesis de maestría). Universidad Industrial de Santander, Bucaramanga, Colombia.

- Pinto, J. (2017). *Propuesta didáctica que promueve el aprendizaje de estrategias para la solución de problemas matemáticos por medio del proceso de comunicación en estudiantes en situación de discapacidad: Sordos*. Tesis de maestría. Universidad Nacional de Colombia, Medellín, Colombia.
- Piñeiro, J. Florés, P. (2018). Reflexión sobre un problema profesional en el contexto de formación de profesores. *Educación Matemática*, 30, (1). DOI: 10.24844/EM3001.09.
- Pochulu, M., Font, V. y Rodríguez, M. (2016). Desarrollo de la competencia en análisis didáctico de formadores de futuros profesores de matemática a través del diseño de tareas. *Relime*, 19(1), 71-98.
- Ponte, J. (2008). Investigar a nossa própria prática: uma estratégia de formação e de construção do conhecimento profissional. *PNA*, 2(4), 153-180.
- Puga, L., Rodríguez, J. y Toledo, A. (2016). Reflexiones sobre el lenguaje matemático y su incidencia en el aprendizaje significativo. *Sophia, Colección de Filosofía de la Educación*, 20(1), 197-220.
- Prada-Núñez, R. y Hernández-Suárez, C. (2014). De la gráfica a la ecuación, la articulación de los dos registros. *Revista Ecomatemático*, 5(1), 49-59.
- Quaresma, M y Ponte, J. (2019). *Dinâmicas de Reflexão e Colaboração entre Professores do 1.º Ciclo num Estudo de Aula em Matemática. Primary Teachers' Reflection and Collaboration Dynamics in a Mathematics Lesson Study*. *Bolema*, 33(63), 68-388.
- Ramos-Rodríguez, E., Ponte, J. y Flores, P. (2017). Práctica y reflexión de profesores de matemáticas chilenos bajo perspectiva del estudio de clases. *Quadrante*, XXVI (2), 153-178.
- Reyes, J. (2016). La planeación de clase; una tarea fundamental en el trabajo docente. *Maestros y sociedad revista electrónica*, (14)1, 87-96.

- Riccomini, P. J., Smith, G. W., Hughes, E. M., & Fries, K. M. (2015). The language of mathematics: The importance of teaching and learning mathematical vocabulary. *Reading and Writing Quarterly*, 31, 235–253.
- Riera Montenegro, Molina Lozada, M. A., Rengel Hinojosa, K. E., Mena Rengel, E. D., & Constante Barragán, M. F. (2020). Inclusión educativa en los procesos pedagógicos. *Boletín Redipe*, 9(10), 55–61. <https://doi.org/10.36260/rbr.v9i10.108>
- Rizzi, L. (2018). Impacto del contexto en la relación familia-escuela. *Anuario Digital de Investigación Educativa*, 2018 (1), 316-330
- Rodrigues, C. (2016). ¿Como o sujeito com síndrome de Down aprende matemática? En *Educação Matemática na Contemporaneidade: desafios e possibilidades*. En *Educação Matemática na Contemporaneidade: desafios e possibilidades. XII Encontro Nacional de Educação Matemática y Sociedade Brasileira de Educação Matemática*.
- Rodríguez, L., Salabarría, M., Cruz, M., Díaz, R., & Angueira, Y. (2018). Caracterización del lenguaje en niños con discapacidad intelectual, implicación de las nociones elementales de Matemática. *Revista de Ciencias Médicas de Pinar del Río*, 22(6), 6-18.
- Rojas, L.; Salgado, R., Salazar, M. y Méndez, J. (2021). Retroalimentación en el desarrollo de competencias matemáticas en la educación a distancia. *CIEG, revista arbitrada del centro de investigación y estudios gerenciales*, 50(1), 211-223.
- Roos, H. (2014). Developing inclusion in mathematics-the impact of the principal. Paper presented at the NORSMA conference in Copenhagen 2013 (in press).
- Roos, H. (2018). Inclusion in mathematics education: an ideology, a way of teaching, or both? *Educational Studies in Mathematics*, 100, 25-41.

- Root, J., Cox, S., Saunders, A., y Gilley, D. (2020). Applying the Universal Design for Learning Framework to Mathematics Instruction for Learners with Extensive Support Needs. *Remedial and Special Education*. 41 (4), 194-196.
- Sánchez, C. (2020). Herramientas tecnológicas en la enseñanza de las matemáticas durante la pandemia COVID-19. *Hamut'ay*, 7 (2), 46-57.
- Santos, L. (2016). La resolución de Problemas Matemáticos y el uso coordinado de tecnologías digitales.
- Santos-Trigo (2008). La Resolución de Problemas Matemáticos: Avances y Perspectivas en la Construcción de una Agenda de Investigación y Práctica. Centro de Investigación y de Estudios Avanzados, Cinvestav-IPN
- Sastre, P.; D'Andrea, R. (2016). La relevancia de conocer el lenguaje matemático. *Acta latinoamericana de Matemática Educativa*, C3, 800-807.
- Schoenfeld, A. H. & Kilpatrick, J. (2008). Towards a Theory of Proficiency in Teaching Mathematics. En D. Tirosh & T. L. Wood (eds.). *The Handbook of Mathematics Teacher Education*, Volume 2, *Tools and Processes in Mathematics Teacher Education*, 321-354.
- Schön, D. (1992) "La formación de profesionales reflexivos". Paidós. Buenos Aires
- Schulman, Lee (2005). Conocimiento y enseñanza: Fundamentos de la nueva reforma. *Revista de currículum y formación del profesorado*, 9(2), 1-30.
- Shulman, L.s. (1987). Knowledge and teaching: Foundations of the new reform. *Harvard Educational Review*, 57(1), 1-22.
- Seckel, M. y Font, V. (2019). Competencia reflexiva en formadores del profesorado de matemática. *magis, Revista Internacional de Investigación en Educación*, 12 (25), 127-144. DoI: 10.11144/Javeriana.m12-25.crfp.

- Serrano, C. y Camargo, D. (2011). Políticas de inclusión educativa del discapacitado *Salud. Barreras y facilitadores para su implementación*: Bucaramanga, 2010. *Rev. Fac. Nac. Publica* 2011. 29(3): 289-298
- Silva, S., Viginheski, L. y Shimazaki, E. (2018). La inclusión en la formación inicial de profesores de matemáticas. *Acta Scientiarum Education*, 40(3), 1-12. doi: 25 / actascieduc.v40i3.32210
- Spinczyk, D., Maćkowskib, M., & Katarzyna, K. (2019). Factors influencing the process of learning mathematics among visually impaired and blind people. 104 (XX), 1-9.
- Tangarife, D. (2018). La enseñanza de las Matemáticas a personas con síndrome de Down utilizando dispositivos móviles. *Revista Electrónica de Investigación Educativa*, 20(4), 144-153. <https://doi.org/10.24320/redie.2018.20.4.1751>.
- Tapia, R. y Murillo, J. (2018). El método Singapur: sus alcances para el aprendizaje de las matemáticas. *Paideia*, (1), 13-24.
- Thomas, Garderen, Scheuermann & Lee. (2015). Applying a Universal Design for Learning Framework to Mediate the Language Demands of Mathematics, Reading & Writing Quarterly, 31(3), 207-234, DOI: 10.1080/10573569.2015.1030988.
- UNESCO (1948). Asamblea General, *Declaración Universal de Derechos Humanos*, 10 diciembre 1948, 217 A (III), disponible en esta dirección: <https://www.refworld.org/es/docid/47a080e32.html>
- UNESCO (1990). *Declaración mundial sobre la educación para todos*, UNESCO, Jomtien, Tailandia. Recuperado de http://www.unesco.org/education/pdf/JOMTIE_S.PDF
- UNESCO (1994). *Conferencia Mundial sobre Necesidades Educativas Especiales: Acceso y Calidad*, Ministerio de Educación de España y UNESCO, Salamanca, España.

UNESCO (2000). *Informe final del Foro Mundial de la Educación en Dakar*, Dakar, Senegal.

UNESCO (2017). *A guide for ensuring inclusion and equity in education*. Paris: UNESCO.

Retrieved from: <http://unesdoc.unesco.org/images/0024/002482/248254e.pdf>

Vásquez-Aprá, A. (2014). *Consignas de escritura, estrategias de lectura y escritura y calidad de los textos elaborados por estudiantes universitarios*. (Tesis doctorado). Universidad de Barcelona, España.

Villadiego, K., Moreno, J, y Rodríguez, E. (2020). Desarrollo de Habilidades del Pensamiento Crítico en Estudiantes con Limitación Visual. CIE. 1 (9), 26-36. Wenger, E. (1998). *Communities of Practice: Learning, Meaning, and Identity*. Cambridge: Cambridge University Press.

Wenger, E. (1998). *Communities of Practice: Learning, Meaning, and Identity*. Cambridge: Cambridge University Press.

Wenger, E. (2001). *Comunidades de práctica: aprendizaje, significado e identidad*. Barcelona, España: Paidós.

Wilensky, U. (1991). Abstract Meditations on the Concrete, and Concrete Implications for Mathematics Education, en Harel, I. & Papert, S. (éd.) *Constructionism*, p. 193-204 ; Ablex Publishing Corporation, Norwood, NJ.

Yokoyama, L. (2012). *Uma abordagem multissensorial para o desenvolvimento do conceito de número natural em indivíduos com síndrome de down*. (Tesis de doctorado). Universidade Bandeirante de São Paulo, São Paulo.

Zuluaga, Heiller, y Wagner Osorio, Graciela (2017). Formación de profesores para una educación matemática en y para la diversidad. *Sophia*, 14(1),65-74.

Apéndices

Apéndice A: Carta de invitación

Mes, día de 2020				
Señor XXXXXXXXXXXXXXXXXXXXX Rector del Colegio XXXXXXXXX				
Estimado Sr. Rector, cordial saludo.				
Mi nombre es Angélica Mayerly Velasco Méndez, estudiante de Maestría en Educación Matemática de la Universidad Industrial de Santander (UIS), tengo el gusto de dirigirme a usted para invitar a los profesores del colegio XXXXXXXXXXXXXXXXXXXXX a participar del proyecto de investigación: “Profesores de matemáticas en ejercicio que reflexionan sobre la atención a la diversidad en clase de matemáticas”. El proyecto se está desarrollando bajo la dirección de la Dra. Sandra Evelyn Parada Rico, profesora titular de la Escuela de Matemáticas de la UIS y la Dra. Daniela Geraldiny Soto Soto, profesora de la Universidad de Santiago, Chile.				
El proyecto tiene como objetivo promover aprendizajes por parte de profesores en ejercicio cuando reflexionan sobre la atención a la diversidad en clase de matemáticas, para ello se tiene previsto un cronograma en el que las fechas de los encuentros (presenciales o remotos) serán acordados con los profesores para el primer semestre del 2021. Las temáticas para trabajar surgirán de las necesidades manifestadas por los profesores en torno a la atención de estudiantes con Necesidades Educativas Especiales en la clase de matemáticas. En los encuentros se promoverá el desarrollo de actividades de formación de profesores como: conferencias de expertos, foros de discusión, talleres y jornadas de trabajo grupal e individual.				
Una vez terminado el proceso la Universidad Industrial de Santander en compañía de la Universidad de Santiago de Chile enviará a sus emails un certificado de participación. Si es de su interés que los profesores de la institución Educativa las Américas participen en el plan de formación propuesto, solicito amablemente, que los dirija al siguiente formulario para que realicen su inscripción: https://docs.google.com/forms/d/e/1FAIpQLSdKb0rFfuCkzSDXoDZ5VBHI4atoSXYmIRGdDysFptZNf-5xw/viewform				
Para mayor información puede acceder a los siguientes contactos: mi número de Teléfono celular: _____, a mi email _____, _____, _____ (email Daniela Geraldiny Soto Soto)				
De antemano agradecemos su atención y colaboración,				
				
Angélica Mayerly Velasco Méndez Estudiante. de Maestría en Educación Matemática de la UIS				

Apéndice B: Encuesta de caracterización para la consolidación de la CoP

UNIVERSIDAD INDUSTRIAL DE SANTANDER MAESTRÍA EN EDUCACIÓN MATEMÁTICA		
Profesores que reflexionan sobre la atención a la diversidad en clase de Matemáticas Cordial saludo, profesores. Por medio de esta encuesta queremos indagar respecto a los conocimientos que tiene sobre la atención a la diversidad en clase de matemáticas, para ello le solicitamos diligenciar el siguiente formulario. Nombre completo: _____ Correo de contacto: _____ Número de celular o teléfono de contacto: _____ Edad: _____ Género: _____		
1. Estudios realizados: ☐ Bachiller académico ☐ Normalista ☐ Técnico ☐ Tecnólogo ☐ Lic. En Matemáticas ☐ Especialista ☐ Magister ☐ Lic. en otra área ☐ Doctor ☐ Post-Doctor ☐ Otros: _____ 2. Mencione el título obtenido de acuerdo con los niveles de formación seleccionados en la pregunta anterior. _____ 3. Nombre de la Institución en la cual labora. _____ 4. Experiencia laboral. ☐ Menos de un año ☐ Entre 1 y 3 años ☐ Entre 4 y 10 años ☐ Entre 21 y 30 años ☐ Entre 11 y 20 años ☐ Más de 30 años 5. Tiempo laborando en su institución ☐ Menos de 1 año ☐ Entre 1 y 3 años ☐ Entre 4 y 10 años ☐ Entre 11 y 20 años ☐ Más de 20 años 6. Grados en los que se desempeña ☐ 1° ☐ 2° ☐ 3° ☐ 4° ☐ 5° ☐ 6° ☐ 7° ☐ 8° ☐ 9° ☐ 10° ☐ 11° 7. ¿Qué asignaturas comparte? _____ 8. ¿Qué entiende por atender la diversidad en clase de matemáticas? _____ _____ 9. ¿Tiene estudiantes con Necesidades Educativas Especiales (NEE) en clase de matemáticas? ☐ Si ☐ No 10. ¿Cuántos estudiantes con Necesidades Educativas Especiales (NEE) atiende en clase de matemáticas? _____ _____	11. ¿Qué Necesidades Educativas Especiales (NEE) atiende en clase de matemáticas? ☐ Síndrome de Down ☐ Autismo ☐ Asperger ☐ Limitación visual ☐ Motriz ☐ Capacidades excepcional ☐ Limitación auditiva Otra: _____ 12. ¿Los estudiantes con NEE tienen algún diagnóstico previo? _____ 13. ¿Ha recibido formación para atender a estudiantes con Necesidades Educativas Especiales (NEE) en clase de matemáticas? ☐ Si ☐ No 14. Describa el tipo de formación que ha recibido. _____ _____ 15. ¿Cuántas horas a la semana dedica para planear las clases orientadas a la inclusión educativa en clase de Matemáticas? ☐ Menos de una hora ☐ 1-2 horas ☐ 2-4 horas ☐ 4-6 horas ☐ Más de 6 horas 16. ¿Las temáticas que se enseñan al / los estudiante/s con NEE son las mismas que los demás estudiantes del grupo? ☐ Si ☐ No 17. ¿Qué recursos utiliza en la clase de matemáticas para enseñar a estudiantes con Necesidades Educativas Especiales (NEE)? ☐ Videos ☐ Regletas de Cuisenaire ☐ Material Gráfico ☐ Braille ☐ Lengua de Señas ☐ Otro: _____ 18. ¿Qué expectativas tiene frente al proyecto de investigación “Profesores de matemáticas en ejercicio que reflexionan sobre la atención a la diversidad en clase de matemáticas”? _____ _____ 19. ¿Está usted dispuesto a participar de jornadas extracurriculares de formación entorno a la atención a la diversidad en clase de matemáticas y reflexión de la práctica docente? ☐ Si ☐ No 20. ¿En qué horario se le facilita la participación de dichas jornadas de formación y reflexión sobre la práctica docente? _____ _____ 21. ¿Tiene las herramientas necesarias para el desarrollo de las actividades en presencialidad remota? ☐ Si ☐ No	

Apéndice C: Consentimiento informado



Versión 0.2

Código: _____

Consentimiento informado para el registro de participaciones en el proyecto: Inclusión en clase de matemáticas: procesos de formación y reflexión con profesores

Directora del proyecto: Sandra Evely Parada Rico

Entidad de Financia: Vicerrectoría de Investigación y Extensión, Universidad Industrial de Santander

Fecha de aprobación: agosto 14 de 2020

Debido a que la información acerca de usted y su actividad profesional es personal y privada, los datos que se recojan en el estudio no pueden ser usados sin su autorización escrita. El propósito de este documento es informarle sobre la forma en que usted participará en el proyecto y cómo se usarán los datos por usted aportados. Su información será usada de acuerdo con lo presentado en este consentimiento, y como es requerido o permitido por ley (Ley 1581 de 2012 Protección de datos personales). Por favor lea cuidadosamente el documento antes de firmarlo.

Si tiene preguntas acerca del proyecto en el que va a participar puede contactar a: Sandra Evely Parada Rico, oficina 257, Edificio Camilo Torres, Universidad Industrial de Santander, Sede Bucaramanga. Teléfonos: 6344000 Ext.2315 o 3223892978.

Descripción: solicitamos su autorización para hacer uso de los registros (en grabaciones de video, audio o fotografía, reflexiones escritas o planeaciones de clase) de las participaciones e interacciones emergentes del trabajo colaborativo (realizada en las sesiones presenciales y en las de modalidad de presencialidad remota) de la Comunidad de práctica de profesores matemáticas de la región que se constituirá con el fin de promover la formación y reflexión alrededor de la inclusión en clase de Matemáticas. Los registros por usted aportados serán el conjunto de datos que después de analizados permitirán responder al objetivo de investigación: Caracterizar los significados negociados (en términos de aprendizajes) construido por una comunidad de práctica de educadores matemáticos que reflexiona sobre la inclusión en clase de matemáticas. Para ello, se pretende posibilitar una serie de diseños didácticos enfocados a atender Necesidades Educativas Especiales (NEE).

Riesgos: Recuerde que su participación es voluntaria, y que usted será invitado a desarrollar procesos de formación y reflexión sobre la inclusión en clase de matemáticas. Para ello se posibilitarán espacios (en presencialidad física o remota) en las que a través de jornadas de trabajo se explorarán materiales que pretende promover la inclusión en clase de matemáticas. En este sentido, ni usted, ni sus estudiantes estarán expuestos a riesgos de tipo psicológico (depresión, angustia, culpa, ira, estrés –entre otros), y por el contrario, las actividades podrán redundar en beneficios para el

**Consentimiento informado para el registro de participaciones en el proyecto:
Inclusión en clase de matemáticas: procesos de formación y reflexión con profesores**



desarrollo de mejores prácticas por parte de los docentes participantes, y mejores procesos de aprendizaje en sus estudiantes.

Durante las jornadas de formación y reflexión, analizaremos los aprendizajes logrados por ustedes a luz del modelo teórico que sustenta la investigación. Las actividades que se desarrollarán en el marco del proyecto serán realizadas desde sus propias residencias o en ocasiones en las instalaciones de la Universidad Industrial de Santander. Por lo tanto, durante el desarrollo de las actividades relacionadas con el proyecto no se realizan acciones que impliquen riesgo físico alguno ni para usted, ni para las personas cercanas, en la familia, o el entorno escolar. Sin embargo, en caso de jornadas de trabajo presenciales en la sede de la Universidad Industrial de Santander, se podrían presentar situaciones de alteración del orden público, (por movilizaciones estudiantiles o de trabajadores). En tal caso se seguirán los protocolos de evacuación segura que ya están institucionalizados en la Universidad Industrial de Santander. En ese sentido en este aspecto el riesgo es mínimo.

En aquellas actividades relacionadas con seguimiento a los procesos que usted desarrolle en el aula, está dispuesto un sitio virtual donde por medio de foros y repositorios se compartirán sus experiencias. En ningún momento, si es posible, los investigadores visitarán sus sitios de trabajo. La investigación corresponde a una investigación en la línea de formación de profesores y nunca se hará acercamiento a los estudiantes. En este sentido, ni usted ni sus estudiantes o familiares asumirán riesgos sociales de ningún tipo (perjuicios en sus relaciones personales, juicio o escarnio público, exposición a riesgos de enfermedades contagiosas, entre otros).

Los datos recopilados consistirán en planeaciones de clase realizados por los profesores (documentos escritos), reflexiones escritas, videos de reflexiones orales y en algunos casos evidencias de clase que los profesores compartan de sus interacciones con los estudiantes (por ejemplo: chats de WhatsApp). Para referirse a datos de un profesor se usarán seudónimos, en ningún caso se publicarán fotos o videos de los participantes. En ese sentido, se tendrán todos los cuidados que exige la legislación colombiana en materia de almacenamiento y tratamientos de información sensible de los participantes, buscando minimizar el riesgo social o el perjuicio económico derivado de un mal uso de la información.

La investigación cuenta con los recursos físicos y económicos suficientes para desarrollarse (financiados por la Universidad Industrial de Santander), por lo tanto, ni usted, ni sus estudiantes, tendrán que hacer inversión alguna para las actividades del proyecto, luego no hay ningún riesgo de que los participantes puedan sufrir riesgo legal económico alguno al participar de la investigación.

Beneficios: Los resultados de la investigación no revelarán su identidad ni su información personal. El tratamiento de los datos será muy cuidadoso y antes de hacer uso de ellos serán presentados a usted para su verificación. Uno de los beneficios de participar en este estudio es que usted podrá ver los registros y los datos sistematizados cuando usted lo estime necesario.

Los datos y registros de las actividades que realice en el marco del proyecto, pueden ser de gran utilidad para usted pues podría hacer uso de ellos para realzar estudios personales sobre su práctica docente, que pueden ser comunicados a la comunidad y a las autoridades educativas. La investigación en la que usted participará



se ubica en la línea de formación de profesores, por ende, se espera que los resultados de su participación en la comunidad, impacten positivamente en sus prácticas profesionales y en su comunidad educativa.

Tiempo requerido: Se organizará un cronograma de trabajo con los profesores participantes de la Comunidad de práctica con la que se desarrollará el proyecto. El cronograma fijará sesiones de trabajo presencial, de presencialidad remota y en algunos casos contemplará sesiones de trabajo individual en las que los profesores escribirán y comentarán sus reflexiones.

Pagos: No habrá compensación monetaria para usted por su participación en el estudio.

Derechos del Individuo: Si usted lee y firma este documento decidiendo participar en el proyecto, entiende que su participación es voluntaria y que tiene derecho a retirarse en cualquier momento, sin ninguna penalidad o pérdida de los beneficios que se le otorgan. Usted tiene derecho a negarse a contestar cualquier pregunta o dejar de participar en cualquier actividad. Su privacidad se mantendrá en todos los datos escritos o publicados como resultado de este estudio.

Información de contacto:

- Para obtener información más detallada del estudio por favor contactar a la Escuela de Matemáticas, de la Universidad Industrial de Santander, Teléfono: 5344000 ext. 2307, 2308, 2315.
- Favor dirigir cualquier pregunta, duda o queja acerca de este estudio, sus procedimiento, riesgos, beneficios o alternativas de tratamiento a la directora del proyecto, al correo [redacted] o llamar a los teléfonos: 6344000 Ext.2315 o [redacted]
- Si siente que ha sido lastimado durante el desarrollo del estudio o necesita asistencia inmediata, favor contacte a las instancias administrativas de la universidad.

[redacted]

Nombre del participante.

[redacted]

Firma del participante.

12 de mayo de 2021

Fecha de la firma del consentimiento

[redacted]

Sandra Evely Parada Rico
Directora del proyecto
Profesora Titular Escuela de Matemáticas
Universidad Industrial de Santander

Consentimiento informado para el registro de participaciones en el proyecto:
Inclusión en clase de matemáticas: procesos de formación y reflexión con profesores

Apéndice D: Cronograma de actividades propuestas para el proceso de reflexión con la CoP

ETAPA DEL PROCESO DE REFLEXIÓN	SESIÓN	FECHA	TIEMPO-HORA	RESPONSABLES	ACTIVIDADES DE LOS ENCUENTROS SINCRÓNICOS	ACTIVIDADES DE LOS ENCUENTROS ASINCRÓNICOS
INDUCCIÓN AL TRABAJO EN COMUNIDAD	1	10-03-2021	2h	Moderadora: Angélica Mayerly Velasco Méndez.	Primer encuentro de la comunidad de práctica: presentación de las investigadoras e integrantes del grupo (experiencia de los participantes al trabajar con estudiantes con necesidades educativas)	Responder encuesta para caracterizar la comunidad de práctica (quienes aún no la han realizado) Ingreso y exploración del sitio web.
				Moderadora: Angélica Mayerly Velasco Méndez. Miembros de la CoP	Presentación del proyecto, metodología de trabajo y mostrar posible cronograma de actividades.	
					Proceso de registro y reconocimiento sitio web, y exploración de los recursos dentro del sitio web	
PROCESO DE REFLEXIÓN SIN INTERVENCIÓN	2	24-03-2021	2 h	Moderadora: Angélica Mayerly Velasco Méndez. Todos los miembros de la CoP	Planeación colectiva de una clase para la intervención de aula, según grado y temática que se encuentran enseñando. Reflexión-para-la acción	Terminar de realizar la planeación grupal.
	28 de marzo del 2021 al 3 de abril del 2021. SEMANA SANTA					
	3	14-04-2021	2 h	Moderadora: Angélica Mayerly Velasco Méndez. Investigadora invitada: Colombiana experta en la formación de docentes. Investigadora invitada: Mgtr. Sonia, integrante de la CoP.	Presentación general del modelo "Reflexión y Acción en comunidades de práctica: Un modelo de desarrollo profesional" Parada (2011) (presentación de videoconferencia). Sandra Parada Importancia de la formación de profesores de matemáticas alrededor de la atención a la diversidad. Dirigida por Sonia, integrante de la CoP. Experiencias con los profesores en formación Dirigida por Sonia, integrante de la CoP.	Participar en los foros de discusión referente a dudas e inquietudes respecto a las conferencias.
	4	28-04-2021	2 h	Moderadora: Angélica Mayerly Velasco Méndez. Conferencista invitada: Colombiana experta en inclusión.	Charla: DUA (Diseño Universal de Aprendizaje) como estrategia de los ajustes razonables.	Implementación de la clase planeada (planeación grupal o individual) Reflexión-en-la acción
ETAPA DEL PROCESO DE REFLEXIÓN	SESIÓN	FECHA	TIEMPO-HORA	RESPONSABLES	ACTIVIDADES DE LOS ENCUENTROS SINCRÓNICOS	ACTIVIDADES DE LOS ENCUENTROS ASINCRÓNICOS
PROCESO DE REFLEXIÓN CON INTERVENCIÓN	10	28-07-2021	2 horas	Moderadora: Angélica Mayerly Velasco Méndez Miembros de la CoP	Reflexiones sobre el Diseño Universal para el Aprendizaje: Una mirada desde las matemáticas. Énfasis en principio I.	Foro de discusión sobre el conversatorio, Reflexiones sobre el Diseño Universal para el Aprendizaje: Una mirada desde las matemáticas
	11	Cambio de horario 09-08-2021	2 horas		Reflexiones sobre el Diseño Universal para el Aprendizaje: Una mirada desde las matemáticas. Énfasis en principio II.	
	12	23-08-2021	2 horas		Reflexiones sobre el Diseño Universal para el Aprendizaje: Una mirada desde las matemáticas. Énfasis en principio III.	
	13	30-08-2021	2 horas	Moderadora: Angélica Mayerly Velasco Méndez Investigadora invitada: Mexicana experta en el tema.	Charla: "Comunidad de conocimiento matemático de Sordos. Lo matemático y la escuela"	
	14	13-09-2021	2 horas	Moderadora: Angélica Mayerly Velasco Méndez Investigadora invitada Colombiana experta en el tema	Charla: Reflexiones para atender la diversidad en clase de Matemáticas: Una mirada desde la UIS.	Seleccionar un objeto matemático de estudio con el fin de planear una nueva clase, en la que usen los aprendizajes adquiridos en la CoP. Caracterizar los estudiantes para quienes se va a planear la clase.
	15	27-09-2021	2 horas	Moderadora: Angélica Mayerly Velasco Méndez Miembros de la CoP	Formar grupos de trabajo, para la realización de un nuevo plan de clase, sobre un objeto matemático próximo a enseñar. Reflexión-para-la acción	Terminar de planificar la segunda intervención de aula, atendiendo a las diversas características de los estudiantes en clase de matemáticas. Reflexión-para-la acción
	11 al 15 de octubre VACACIONES / RECESO ESCOLAR					
	16	25-10-2021	2 horas	Moderadora: Angélica Mayerly Velasco Méndez Prof. Libia (50 minutos) Prof. Adela (50 minutos)	Socialización de experiencias de aula de la profesora Libia y de la profesora Adela.	Implementación de la segunda planeación realizada y cargar los videos de las experiencias de aula, en la plataforma Moodle. Reflexión-en-la acción

PROCESO DE REFLEXIÓN CON INTERVENCIÓN	17	08-11-2021	2 horas	Moderadora: Angélica Mayerly Velasco Méndez. Investigadora invitada Mexicana experta en el tema.	Charla sobre Educación Matemática y Atención a la Diversidad	Subir a la plataforma la reflexión de la segunda intervención de aula. <u>Reflexión-sobre-la acción</u>
	18	16-11-2021	2 horas	Moderadora: Angélica Mayerly Velasco Méndez. Todos los miembros de la CoP	Socialización de los planes de clase realizado para la segunda intervención de aula, donde se muestre: • Dificultades y estrategias, para promover actividad matemática. • Características del contexto, ritmos y estilos de aprendizaje de los estudiantes.	
	19	22-11-2021	2 horas	Moderadora: Angélica Mayerly Velasco Méndez. Prof. Sonia (50 minutos) Prof. Lina (50 minutos)	Segunda socialización de experiencias de aula desarrollada con intervención. Visualización de eventos de la clase que el profesor quiere resaltar y sobre los que pretende reflexionar. <u>Reflexión-sobre-la acción</u>	Escritura del informe final según los lineamientos establecidos.
	20	06-12-2021	2 horas	Moderadora: Angélica Mayerly Velasco Méndez.	Continuación primera socialización de experiencias de aula (con intervención). Visualización de eventos de la clase que el profesor quiere resaltar y sobre los que pretende reflexionar. <u>Reflexión-sobre-la acción</u>	
CLAUSURA DEL DIPLOMADO EN COMUNIDADES DE PRÁCTICA	21	11-12-2021	2 horas	Moderadora: Angélica Mayerly Velasco Méndez. Todos los miembros de la CoP	Socialización de cierre que vincula los estudios realizados durante el proceso de reflexión. Experiencias de los profesores a nivel general.	Compartir reflexiones a través del sitio web, así como recursos diseñados o adaptados y estrategias para promover la actividad matemática a estudiantes con NEE.
					Clausura y elección de un nuevo moderador para la CoP. Acompañamiento y seguimiento de los procesos de reflexión de la CoP.	
					Responder encuesta en línea sobre satisfacción del proceso de reflexión llevado a cabo para promover la actividad matemática a personas con NEE y referente a la página web.	

Apéndice E: Orientaciones a los profesores para navegar en el curso de Moodle



COMUNIDAD DE PRÁCTICA DE PROFESORES DE MATEMÁTICAS QUE REFLEXIONAN SOBRE LA ATENCIÓN A LA DIVERSIDAD EN CLASE DE MATEMÁTICAS

Cordial saludo

Apreciados profesores, el presente mensaje tiene como finalidad brindarles una breve explicación sobre la interfaz del curso Moodle y los contenidos de cada una de las áreas de trabajo allí propuestas.



- 1) ¡Bienvenidos!: se presenta un saludo a los profesores y se dan orientaciones generales respecto al cronograma de trabajo, encuesta de caracterización y asistencia.
- 2) ¿Quiénes somos?: se comparte información de como emerge la CoP y se exponen los intereses de esta.
- 3) Propósitos: se describen los objetivos trazados de las diferentes dinámicas de trabajo y actividades propuestas en el cronograma de trabajo.
- 4) ¡Reflexionemos!: aquí los profesores adjuntaban sus planeaciones de clase, guías de trabajo, videos de clase y proceso de reflexión antes, durante y después de la clase.
- 5) Encuentros virtuales: se encontraban las videoconferencias de los expertos y las presentaciones realizadas para el desarrollo de cada una de las sesiones de trabajo.
- 6) Foros y talleres: se plantearon preguntas problematizadoras y talleres para promover la comunicación, socialización e interacción entre los miembros de la CoP.
- 7) Banco de recursos: espacio con materiales bibliográficos referentes a investigaciones en Educación Matemática y atención a la diversidad.
- 8) Compartiendo recursos: es un espacio similar al de banco de recursos, con la diferencia de que los recursos añadidos corresponden a los seleccionados por los miembros de la CoP.
- 9) Anuncios: los profesores informaban de su interés fuera de los objetivos de la investigación, por ejemplo, otros proyectos en desarrollo que quieran compartir.

Espero que este recurso contribuya significativamente en su labor docente

Atentamente,

Lic. Angélica Mayerly Velasco Méndez
Est. Maestría en Educación Matemáticas
 Responsable de la investigación.

Apéndice F: Orientaciones a los profesores para acceder a Moodle



COMUNIDADES DE PRÁCTICA DE PROFESORES DE MATEMÁTICAS QUE REFLEXIONAN SOBRE LA ATENCIÓN A LA DIVERSIDAD EN CLASE DE MATEMÁTICAS

Instructivo para el ingreso y uso del sitio web

Apreciados profesores

Cordial saludo, el presente comunicado tiene la finalidad de darles a conocer que el sitio web creado como apoyo y comunicación de nuestra Comunidad de Práctica estará disponible a partir del 24 de marzo de 2021. Con este documento les daré algunas instrucciones para acceder al sitio web y poder hacer uso de los recursos que se encuentran allí

1. Para ingresar al portal debes dirigirte al siguiente enlace:
<https://tic.uis.edu.co/ex/login/index.php>



2. Digita el usuario y contraseña proporcionados por la investigadora a través del correo electrónico. Luego de clic en acceder.



3. Al dar clic en acceder, encontrarás la página principal.



4. Para ingresar a los contenidos dar clic en cada una de las casillas. Por ejemplo, para ingresar a la primera pestaña debe dar clic en ¡Bienvenidos! y se desplegará la información respectiva.



De la misma forma que navegas por la opción ¡Bienvenidos! lo podrás hacer con las demás pestañas que se encuentran en la página web. Esta página web tendrá información del perfil de la Comunidad de Práctica, información sobre cada una de las sesiones asincrónicas (encuentros virtuales), momentos para reflexionar sobre la enseñanza de las matemáticas a estudiantes con alguna discapacidad (reflexionemos), foros y talleres referentes al proceso de reflexión para promover actividad matemática en el aula, documentos de interés que fortalecen nuestra práctica docente, un espacio que compartan documentos de interés que crea que son relevantes e importantes para el desarrollo profesional.

Espero que estos recursos contribuyan significativamente en su labor docente.

Atentamente,

Lic. Angélica Mayerly Velasco Méndez
Est. Maestría en Educación Matemática
 Responsable de la investigación.