

**ALGORITMO PARA LA ESTIMACIÓN DE  
PARÁMETROS DE UNA SEÑAL ELÉCTRICA  
ACORDE CON LA NORMA IEEE-1057**

**Angela Rocio Arguello Fuentes**

UNIVERSIDAD INDUSTRIAL DE SANTANDER  
FACULTAD DE INGENIERÍA FÍSICO MECÁNICAS  
ESCUELA DE INGENIERÍA ELÉCTRICA, ELECTRÓNICA  
Y TELECOMUNICACIONES

BUCARAMANGA

2017

# **ALGORITMO PARA LA ESTIMACIÓN DE PARÁMETROS DE UNA SEÑAL ELÉCTRICA ACORDE CON LA NORMA IEEE-1057**

**Angela Rocio Arguello Fuentes**

Trabajo de grado para optar por el título de:  
**Ingeniera Electricista**

Director:

José Alejandro Amaya Palacio  
Magister en Ingeniería Electrónica

UNIVERSIDAD INDUSTRIAL DE SANTANDER  
FACULTAD DE INGENIERÍA FÍSICO MECÁNICAS  
ESCUELA DE INGENIERÍA ELÉCTRICA, ELECTRÓNICA  
Y TELECOMUNICACIONES  
BUCARAMANGA  
2017

---

## AGRADECIMIENTOS

Mi vida como estudiante ciertamente ha sido agradable. Quiero aprovechar la oportunidad para expresar mi más grande y sincero agradecimiento a mi hermano y todos ustedes que me han ayudado y apoyado de varias maneras. A mi director José Alejandro Amaya Palacio, que ha supervisado mi trabajo, por su paciencia con mi progreso a veces errático, por la orientación en el arte de la investigación, por ser un libro abierto, una fuente continua de referencias en el campo de la estimación de frecuencia. A veces han sido tiempos difíciles, sin embargo todo ha sido emocionante. Profesor José Alejandro gracias por enseñarme el arte de planificar y optimizar el tiempo para obtener mejores resultados. Hans Garcia, que ha actuado como supervisor, por su apoyo y por su conocimiento que condujeron a terminar mi formación como estudiante de ingeniería eléctrica. Crisóstomo Barajas, por la orientación en el mundo del software MATLAB y sus diversas herramientas que me permitieron desarrollar los algoritmos. Tatiana Gelvez y Oscar Espitia, por la orientación en el universo de LATEX y la redacción que mejoraron la legibilidad de este trabajo de grado. Andrés Jerez, por enseñarme acerca del mundo de la programación y ser mi compañero de intercambios del conocimiento. Pilar Tatiana Parada, por su apoyo incondicional, por compartir sus conocimientos, sus correcciones en el momento adecuado para mejorar en mi formación académica.

---

## DEDICATORIA

**Siempre habrá segundas oportunidades para demostrarnos de que estamos hechos**

Este trabajo de grado, es dedicado a la memoria de mi padre, al igual que mi madre y mi hermano que siempre me motivaron en mi formación académica, me enseñaron a ser constante y perseverante para alcanzar mis metas. Además, la pasión de mi hermano por la ciencia y la actitud al enfrentar nuevos problemas han sido de lo más inspirador.

---

# CONTENIDO

<b>INTRODUCCIÓN</b>	<b>15</b>
<b>1 OBJETIVOS</b>	<b>18</b>
1.1 OBJETIVO GENERAL . . . . .	18
1.2 OBJETIVOS ESPECÍFICOS . . . . .	18
<b>2 ESTIMACIÓN DE PARÁMETROS DE LA SEÑAL FUNDAMENTAL</b>	<b>19</b>
2.1 CRITERIOS DE LA NORMA IEEE-1057 PARA AJUSTE DE LA SEÑAL	19
2.1.1 Estimación de tres parámetros . . . . .	19
2.1.2 Estimación de cuatro parámetros . . . . .	20
2.2 CRITERIOS PROPUESTOS PARA AJUSTE DE LA SEÑAL . . . . .	23
2.2.1 Estimación propuesta de tres parámetros . . . . .	24
2.2.2 Estimación propuesta de cuatro parámetros . . . . .	25
<b>3 ESTIMACIÓN PROPUESTA DE PARÁMETROS DE LA SEÑAL FUNDAMENTAL Y SUS TONOS</b>	<b>32</b>
3.1 ESTIMACIÓN PROPUESTA DE TRES PARÁMETROS PARA UNA SEÑAL CON P TONOS . . . . .	32
3.2 ESTIMACIÓN PROPUESTA DE CUATRO PARÁMETROS CON ARMÓNICOS . . . . .	35
<b>4 EXPERIMENTOS Y RESULTADOS</b>	<b>38</b>
4.1 SIMULACIÓN Y RESULTADOS PARA SEÑALES DE UN SOLO TONO	38
4.1.1 Adquiriendo menos de un periodo de la señal . . . . .	39
4.1.2 Adquiriendo más de un periodo de la señal . . . . .	43
4.1.3 Empleando un muestreo no periódico . . . . .	47
4.2 SIMULACIÓN Y RESULTADOS PARA SEÑALES DE MULTI-TONO .	50
4.2.1 Adquiriendo menos de un periodo de la señal . . . . .	50
4.2.2 Adquiriendo más de un periodo de la señal . . . . .	54
<b>5 CONCLUSIONES</b>	<b>58</b>
<b>REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS</b>	<b>60</b>
<b>BIBLIOGRAFÍA</b>	<b>62</b>

## LISTA DE FIGURAS

1	Diagrama de flujo para resolver el problema cuatro parámetros usando la metodología propuesta en la norma IEEE-1057. . . . .	22
2	Diagrama de flujo algoritmo búsqueda de la sección dorada. . . . .	27
3	Metodología de la sección dorada. Pasos iterativos para encontrar cada punto de iteración $l_i$ . . . . .	28
4	Dos caminos para minimizar la función objetivo. . . . .	28
5	Algoritmo propuesto estimación cuatro parámetros. . . . .	31
6	Algoritmo cuatro parámetros con armónicos y frecuencia desconocida. . . . .	37
7	Comparación entre los datos, la estimación de los parámetros de una señal de un sólo tono por la metodología propuesta y la que establece la norma IEEE-1057 para unas muestras de una señal de 100 [Hz] que adquieren menos de un periodo de la señal. . . . .	39
8	Comparación entre los datos, la estimación de los parámetros de una señal de un sólo tono por la metodología propuesta y la que establece la norma IEEE-1057 para unas muestras de una señal de 500 [Hz] que adquieren menos de un periodo de la señal. . . . .	40
9	Comparación entre los datos, la estimación de los parámetros de una señal de un sólo tono por la metodología propuesta y la que establece la norma IEEE-1057 para unas muestras de una señal de 1000 [Hz] que adquieren menos de un periodo de la señal. . . . .	40
10	Comparación de la cantidad de iteraciones necesarias para realizar la estimación de los parámetros de una señal de un sólo tono por la metodología propuesta y la que establece la norma IEEE-1057 para una cantidad de muestras menor a un periodo de la señal. . . . .	41
11	Comparación del MSE al realizar la estimación de los parámetros de una señal de un sólo tono por la metodología propuesta y la que establece la norma IEEE-1057 para una cantidad de muestras menor a un periodo de la señal. . . . .	41
12	Comparación entre los datos, la estimación de los parámetros de una señal de un sólo tono por la metodología propuesta y la que establece la norma IEEE-1057 para unas muestras de una señal de 100 [Hz] que adquieren por más de un periodo de la señal. . . . .	43

---

13	Comparación entre los datos, la estimación de los parámetros de una señal de un sólo tono por la metodología propuesta y la que establece la norma IEEE-1057 para unas muestras de una señal de 500 [Hz] que adquieren por más de un periodo de la señal. . . . .	44
14	Comparación entre los datos, la estimación de los parámetros de una señal de un sólo tono por la metodología propuesta y la que establece la norma IEEE-1057 para unas muestras de una señal de 1000 [Hz] que adquieren por más de un periodo de la señal. . . . .	44
15	Comparación de la cantidad de iteraciones necesarias para realizar la estimación de los parámetros de una señal de un sólo tono por la metodología propuesta y la que establece la norma IEEE-1057 para una cantidad de muestras mayor a un periodo de la señal. . . . .	45
16	Comparación del MSE al realizar la estimación de los parámetros de una señal de un sólo tono por la metodología propuesta y la que establece la norma IEEE-1057 para una cantidad de muestras mayor a un periodo de la señal de 100[Hz]. . . . .	45
17	Comparación entre los datos, la estimación de los parámetros de una señal de un sólo tono por la metodología propuesta y la que establece la norma IEEE-1057 para un muestreo no periódico de la señal de 100[Hz].	47
18	Comparación entre los datos, la estimación de los parámetros de una señal de un sólo tono por la metodología propuesta y la que establece la norma IEEE-1057 para un muestreo no periódico de la señal de 500 [Hz]. . . . .	48
19	Comparación entre los datos, la estimación de los parámetros de una señal de un sólo tono por la metodología propuesta y la que establece la norma IEEE-1057 para un muestreo no periódico de la señal de 1000 [Hz]. . . . .	48
20	Comparación de la cantidad de iteraciones necesarias para realizar la estimación de los parámetros de una señal de un sólo tono por la metodología propuesta y la que establece la norma IEEE-1057 para una señal adquirida mediante muestreo no periódico. . . . .	49
21	Comparación del MSE al realizar la estimación de los parámetros de una señal de un sólo tono por la metodología propuesta y la que establece la norma IEEE-1057 para una señal adquirida mediante muestreo no periódico para una señal de 100[Hz]. . . . .	49

---

22	Comparación entre los datos adquiridos a partir de una señal sintética de con frecuencia fundamental 1000[Hz] con 16 tonos y la señal generada a partir de los parámetros estimados mediante la metodología propuesta, para muestras de menos de un periodo de la señal. . . . .	51
23	Comparación entre los datos adquiridos a partir de una señal sintética con frecuencia fundamental 1000[Hz] con 9 tonos y la señal generada a partir de los parámetros estimados mediante la metodología propuesta, para muestras de menos de un periodo de la señal. . . . .	51
24	Comparación entre los datos adquiridos a partir de una señal sintética con frecuencia fundamental 1000[Hz] con 5 tonos y la señal generada a partir de los parámetros estimados mediante la metodología propuesta, para muestras de menos de un periodo de la señal. . . . .	52
25	Comparación entre los datos adquiridos a partir de una señal sintética de con frecuencia fundamental 1000[Hz] con 3 tonos y la señal generada a partir de los parámetros estimados mediante la metodología propuesta, para muestras de menos de un periodo de la señal. . . . .	52
26	Comportamiento de MSE entre la señal sintética original y la generada utilizando los parámetros estimados a partir datos con ruido, además la metodología propuesta requirió 81 iteraciones para realizar la estimación independiente de los niveles de ruido presentes en los datos. . . . .	53
27	Comparación entre los datos adquiridos a partir de una señal sintética con frecuencia fundamental 1000[Hz] con 16 tonos y la señal generada a partir de los parámetros estimados mediante la metodología propuesta para muestras de 3 periodos de la señal. . . . .	54
28	Comparación entre los datos adquiridos a partir de una señal sintética con frecuencia fundamental 1000[Hz] con 9 tonos y la señal generada a partir de los parámetros estimados mediante la metodología propuesta, para muestras de 3 periodos de la señal. . . . .	55
29	Comparación entre los datos adquiridos a partir de una señal sintética con frecuencia fundamental 1000[Hz] con 5 tonos y la señal generada a partir de los parámetros estimados mediante la metodología propuesta para muestras de 3 periodos de la señal. . . . .	55
30	Comparación entre los datos adquiridos a partir de una señal sintética con frecuencia fundamental 1000[Hz] con 3 tonos y la señal generada a partir de los parámetros estimados mediante la metodología propuesta, para muestras de 3 periodos de la señal. . . . .	56

---

31	Comportamiento de MSE entre la señal sintetica original y la generada utilizando los parámetros estimados a partir datos con ruido, además la metodología propuesta requirió 25 iteraciones para realizar la estimación independiente de los niveles de ruido presentes en los datos. . . . .	56
----	---	----

## LISTA DE TABLAS

1 Metodología en la revisión de la literatura . . . . .	23
2 Comparación de los parámetros estimados según la metodología presente en la norma IEEE- 1057 y la metodología propuesta con los valores reales de la señal sintética de 100 [Hz] adquiriendo menos de un periodo. . . . .	42
3 Comparación de los parámetros estimados según la metodología presente en la norma IEEE- 1057 y la metodología propuesta con los valores reales de la señal sintética de 100 [Hz] adquiriendo más de un periodo. . . . .	46
4 Comparación de los parámetros estimados según la metodología presente en la norma IEEE- 1057 y la metodología propuesta con los valores reales de la señal sintética de 100 [Hz] empleando un muestreo no periódico. . . . .	50
5 Comparación de los valores estimados para los parámetros de los 3 primeros tonos de una señal 16 tonos, adquiriendo menos de un periodo de la señal. . . . .	53
6 Comparación de los valores estimados para los parámetros de los 3 primeros tonos de una señal 16 tonos, adquiriendo más de un periodo de la señal. . . . .	57

---

## RESUMEN

**TÍTULO:** Algoritmo para la estimación de parámetros de una señal eléctrica acorde con la norma IEEE-1057. (\*)

**AUTOR:** Angela Rocio Arguello Fuentes (\*\*)

**PALABRAS CLAVE:** Señales eléctricas y multitono, Estimación por mínimos cuadrados, Norma IEEE-1057, Búsqueda de la sección dorada.

**DESCRIPCIÓN:** Una señal sinusoidal está caracterizada por su amplitud, frecuencia, ángulo de fase, y componente DC. En algunas aplicaciones es necesario estimar estos parámetros a partir de observaciones de la señal. Para ello, se han desarrollado metodologías como la descrita en la norma IEEE-1057. Sin embargo, las señales sinusoidales están generalmente perturbadas por la presencia de sus armónicos, para los cuales, se desea estimar su amplitud, frecuencia, ángulo de fase, y componente DC. Por lo tanto, en este trabajo de grado se elaboró un procedimiento que permite determinar los parámetros de una señal eléctrica o señal multitono. El método propuesto involucra la minimización por mínimos cuadrados, según el criterio de la norma IEEE-1057, y la aplicación iterativa del método numérico denominado sección dorada para estimar la frecuencia de la señal. La propuesta se evaluó bajo dos escenarios: el primero cuando la señal no presenta perturbaciones, y el segundo cuando la señal presenta armónicos y ruido. El error cuadrático medio se usó como métrica para medir la eficiencia del método propuesto. Por otra parte, las simulaciones de la metodología propuesta para señales multi-tono, funciona correctamente si se adquiere más de un periodo de la señal, presentando un ajuste con error menor al 1 % en la estimación de la frecuencia fundamental, aún en presencia de niveles de ruido del 20 %.

---

(\*) Trabajo de Investigación.

(\*\*) Facultad de Ingenierías Fisicomecánicas, Universidad Industrial de Santander. Escuela de Ingeniería Eléctrica, Electrónica y de Telecomunicaciones. Director, José Alejandro Amaya Palacio.

---

## ABSTRACT

**TITLE:** Algorithm for the estimation of parameters of an electrical signal according to the IEEE-1057 standard. (\*)

**AUTHOR:** Angela Rocio Arguello Fuentes. (\*\*)

**KEYWORDS:** Estimation of electrical signal parameters, least squares, search of the golden section.

**DESCRIPTION:** A sinusoidal wave is characterized by its amplitude, frequency and phase. Some applications require to estimate these parameters from a signal observation. For this, several approaches as that described in the IEEE-1057 standard have been developed. However, typically, the sinusoidal waves are perturbed by its harmonics, whose amplitude, frequency, and phase have to be also estimated. Then, in this work a procedure to determine the characterization parameters of an electric signal or multi-tone signal is presented. The proposed methodology involves the mean square error minimization, considering the IEEE-1057 standard, and an iterative numerical method, known as, Golden section used to estimate the frequency of the signal. The proposal was tested under two scenarios, the first one, using signals without perturbations, and, the second one using signals with harmonics and noise. The mean square error was used to measure the effectiveness of the proposed methodology. On the other hand, simulations of the proposed methodology for multi-tone signals operate correctly if more than one period of the signal is acquired, presenting an error adjustment of less than 1 % in the fundamental frequency estimation, even in the presence of Noise levels of 20 %.

---

(\*) Research Work.

(\*\*) School of Physical-Mechanical Engineering. Department of Electrical Engineering, Electronics and Telecommunications. Advisor, José Alejandro Amaya Palacio.

# INTRODUCCIÓN

El comportamiento sinusoidal de una señal eléctrica está representado por cuatro parámetros, frecuencia, amplitud, ángulo de fase, y componente DC, relacionados según la ecuación,

$$v_i(t) = \bar{A}_i \sin(\omega_i t + \varphi_i) + C_i, \quad (1)$$

donde  $t$  es la variable tiempo, el índice  $i$  denota el  $i$ -ésimo armónico de la señal,  $\bar{A}_i$  denota la amplitud,  $\omega_i$  denota la frecuencia,  $\varphi_i$  denota el ángulo de fase, y  $C_i$  denota la componente DC en el  $i$ -ésimo armónico [1]. La amplitud es el valor máximo, conocido como pico, que puede llegar a adquirir la onda sinusoidal. El valor máximo positivo que toma la amplitud de una onda sinusoidal recibe el nombre de cresta, mientras que el valor máximo negativo de la propia onda se denomina valle [2]. La frecuencia es el número de ciclos que realiza una onda en una unidad de tiempo. El ciclo es la distancia que recorre la onda antes que se repita nuevamente. Por lo tanto, la frecuencia de la señal es igual al inverso del producto entre periodo de muestreo y el número de muestras [3]. El ángulo de fase es el número de radianes mediante los cuales se atrasa o adelanta la señal, es decir, el ángulo es positivo cuando el pico queda a la izquierda del eje de ordenadas y negativo cuando el pico está a la derecha. Se denomina desfase entre la amplitud máxima de la señal con respecto a la onda sinusoidal original de la misma frecuencia, a la diferencia entre sus fases respectivamente. Finalmente, la componente DC es un valor constante de tensión o corriente que no varía en el tiempo, también equivalente al valor promedio de la señal [2].

El voltaje de una señal eléctrica fundamental  $v_0(t)$  se define como la onda que opera en la red de distribución a una frecuencia y amplitud constantes [4]. Sin embargo, en la práctica, los dispositivos electrónicos permiten conectar cargas de diferentes tipos cuya variedad introduce perturbaciones en la red eléctrica [5]. Estas perturbaciones pueden ser fluctuaciones de tensión, armónicos, variaciones en la frecuencia, o ruido [6]. Como resultado, se afectan las señales de tensión y de corriente, se reduce la calidad del suministro de la energía eléctrica, se altera el funcionamiento de los sistemas de potencia, y no es posible que el operador de red garantice calidad y confiabilidad en el servicio [7]. Específicamente, las perturbaciones afectan la amplitud, ángulo de fase y frecuencia de la señal. Por esta razón, es necesario desarrollar algoritmos para calcular los parámetros de la señal perturbada y así, lograr una descripción detallada de las señales bajo estudio, prediciendo y comparando la falla del sistema acorde a unos límites aceptables [4]. La estimación correcta de estos parámetros permite analizar, entre otros aspectos, la estabilidad en los sistemas eléctricos [7].

En la literatura se describen diversos métodos para ajustar la onda sinusoidal a sus cuatro parámetros, amplitud, frecuencia, ángulo de fase y componente DC

[8, 9]. Por ejemplo, los algoritmos basados en la transformada de Fourier operan en el dominio de la frecuencia y dependen de un periodo, o un número entero de periodos, para lograr obtener el número de muestras necesarias para la reconstrucción en el tiempo de la señal de onda [10]. Otros algoritmos aplican filtros adaptativos que operan sobre los parámetros de señales de tensión y corriente en el dominio del tiempo [9]. En esta investigación, se consideró particularmente el criterio propuesto por la norma IEEE-1057, la cual incluye el método de mínimos cuadrados para la estimación de los parámetros en una señal eléctrica. Esta norma permite estimar la amplitud, frecuencia, ángulo de fase y componente DC de señales eléctricas cuando el valor de la frecuencia es conocido ó desconocido, de forma simple e implementable en un microcontrolador. Así mismo permite caracterizar el ruido, la relación señal-ruido y el número efectivo de bits en convertidores de análogo a digital y osciloscopios digitales. [11].

El método de mínimos cuadrados es un método de ajuste de curvas o regresión lineal, que busca minimizar el valor esperado del error cuadrático entre la salida estimada y las observaciones dadas, considerando un modelo lineal. Esto es, dado un conjunto de  $N$  observaciones  $\mathbf{z} = [z_1, \dots, z_N]$ , el método intenta ajustar éstos datos según el modelo lineal  $z_i = Ex_i + F$ ,  $i = 1, \dots, N$ , donde  $\mathbf{x} = [x_1, \dots, x_N]$  es la variable independiente; y  $E$  y  $F$  son los coeficientes del modelo, que deben ser estimados [12]. Para ello, el método plantea minimizar el error cuadrático medio, dado por la ecuación,

$$\hat{z} = \operatorname{argmin} \sum_{i=1}^N (z_i - E_i x - F)^2. \quad (2)$$

Sin embargo, cuando se aplica este enfoque a la estimación de los parámetros de una señal sinusoidal, se desprecia la variabilidad que presenta el parámetro frecuencia, es decir, se asume que la frecuencia se comporta de forma lineal, pero debido a su naturaleza variable, la señal no posee ese comportamiento [9].

En este trabajo de investigación, se estudió la estimación de la amplitud, ángulo de fase y componente DC de una señal eléctrica fundamental, a partir de un conjunto de valores observados discretos asumiendo que la frecuencia es conocida, esto es, el problema conocido como estimación de tres parámetros. Para ello, se tomó como referencia la metodología propuesta en la norma IEEE-1057 y se modificó para obtener un modelo más simple. Con base en el modelo de tres parámetros propuesto, se formuló el problema cuando la frecuencia es desconocida, esto es, el problema conocido como estimación de cuatro parámetros. La estimación de la frecuencia involucró la aplicación del método de búsqueda de la sección dorada [13], que es un método de optimización no lineal que reduce el intervalo de búsqueda en la misma proporción, según la razón dorada, y en consecuencia, conduce a una convergencia más rápida respecto a la norma IEEE-1057 [14]. Finalmente, el modelo se extendió a la estimación de los parámetros de la señal fundamental con presencia de perturbaciones generadas

---

por sus armónicos, conocidas como señales multitono. Para este caso, se estudió de igual manera el caso de frecuencias conocidas y desconocidas.

El libro está organizado como sigue, en el capítulo 1 se presenta el objetivo general y los objetivos específicos que se abordaron en el desarrollo del presente trabajo de grado. En el capítulo 2 se describen los métodos para la estimación de tres parámetros, amplitud, ángulo de fase, y componente DC, y cuatro parámetros, amplitud, ángulo de fase, componente DC, y frecuencia, de la señal eléctrica fundamental. Específicamente, en la sección 2.1 se detallan las metodologías encontradas en la norma IEEE-1057, y en la sección 2.2 se detallan las metodologías propuestas como resultado de éste trabajo de grado. En el capítulo 3 se extiende la estimación propuesta de tres y cuatro parámetros de una señal eléctrica cuando se consideran las perturbaciones generadas por los armónicos. En el capítulo 5 se describen los experimentos realizados para medir la eficiencia de los métodos propuestos, y finalmente en el capítulo 6 se proporcionan las conclusiones obtenidas como resultado del desarrollo del trabajo de grado.

# 1. OBJETIVOS

## 1.1. OBJETIVO GENERAL

Implementar un algoritmo para estimar parámetros de una señal eléctrica teniendo en cuenta los criterios de la norma IEEE-1057.

## 1.2. OBJETIVOS ESPECÍFICOS

1. Revisar y definir los criterios a tener en cuenta para la estimación de los parámetros eléctricos según la norma IEEE-1057.
2. Evaluar los diferentes métodos de regresión de acuerdo con la norma IEEE-1057.
3. Desarrollar una rutina de software para implementar el método de la sección dorada en la estimación de frecuencia de una señal multí- tono.
4. Desarrollar una metodología para la estimación de parámetros eléctricos utilizando el método de la sección dorada teniendo en cuenta los criterios de la norma IEEE-1057.
5. Seleccionar un conjunto de señales conocidas para evaluar el algoritmo implementado.
6. Evaluar y caracterizar el desempeño del algoritmo por medio de análisis de simulaciones propuestas.

## 2. ESTIMACIÓN DE PARÁMETROS DE LA SEÑAL FUNDAMENTAL

En éste capítulo se presentan las metodologías para la estimación de tres y cuatro parámetros de una señal fundamental, es decir, sin considerar perturbaciones generadas por los armónicos de la señal. En primer lugar, se presenta la metodología propuesta en la norma IEEE-1057, y subsecuentemente se presenta la modificación propuesta en éste trabajo de grado.

### 2.1. CRITERIOS DE LA NORMA IEEE-1057 PARA AJUSTE DE LA SEÑAL

Se considera el caso para la señal fundamental  $v_0(t)$  en base a la ecuación que caracteriza una señal sinusoidal dada en (1), la norma IEEE-1057 [10] establece que dicho modelo es equivalente a la representación,

$$v_0(t) = A_0 \cos(\omega_0 t) + B_0 \sin(\omega_0 t) + C_0, \quad (2.1)$$

donde  $A_0$  y  $B_0$  representan la amplitud de los términos coseno y seno, respectivamente, de las señales registradas en los medidores de onda,  $C_0$  representa la componente DC y la frecuencia está dada por  $\omega_0 = 2\pi f_0$ , donde  $f_0$ , es la frecuencia fundamental en Hertz. Con lo cual, los parámetros de amplitud y ángulo de fase estarían dados por

$$\bar{A} = \sqrt{A_0^2 + B_0^2}, \quad (2.2)$$

$$\varphi = \begin{cases} \arctan\left(\frac{-B_0}{A_0}\right) & A_0 \geq 0 \\ \arctan\left(\frac{-B_0}{A_0}\right) + \pi & A_0 < 0 \end{cases} \quad (2.3)$$

Para estimar los parámetros de la señal eléctrica se asume que se cuenta con una secuencia de  $M$  muestras  $y_1, \dots, y_M$ , tomadas en los tiempos  $t_1, \dots, t_M$ , ordenadas de forma vectorial como,

$$\mathbf{y} = [y_1, \dots, y_M], \quad \mathbf{t} = [t_1, \dots, t_M]. \quad (2.4)$$

El objetivo es entonces estimar los parámetros desconocidos,  $A_0$ ,  $B_0$ , y  $C_0$  ajustando el modelo según el método de mínimos cuadrados.

### Estimación de tres parámetros

El primer caso considerado en la norma IEEE-1057 asume que la frecuencia de la señal  $\omega_0$  es conocida, quedando las amplitudes  $A_0$  y  $B_0$ , y la componente  $C_0$  por ser estimadas. De acuerdo con la metodología, se procede a minimizar la

suma de las diferencias cuadradas, dadas por,

$$\epsilon = \sum_{i=1}^M [y_i - A_0 \cos(\omega_0 t_i) - B_0 \sin(\omega_0 t_i) - C_0]^2. \quad (2.5)$$

Para encontrar los valores de  $A_0$ ,  $B_0$ , y  $C_0$ , se expresa el problema de forma matricial tal que,

$$\mathbf{D}_0 = \begin{bmatrix} \cos(\omega_0 t_1) & \sin(\omega_0 t_1) & 1 \\ \cos(\omega_0 t_2) & \sin(\omega_0 t_2) & 1 \\ \vdots & \vdots & \vdots \\ \cos(\omega_0 t_M) & \sin(\omega_0 t_M) & 1 \end{bmatrix}, \mathbf{y} = \begin{bmatrix} y_1 \\ y_2 \\ \vdots \\ y_M \end{bmatrix}, \mathbf{x}_0 = \begin{bmatrix} A_0 \\ B_0 \\ C_0 \end{bmatrix}. \quad (2.6)$$

De esta forma, la suma de las diferencias cuadradas en la ecuación (2.5) puede ser expresada como,

$$\epsilon = (\mathbf{y} - \mathbf{D}_0 \mathbf{x}_0)^T (\mathbf{y} - \mathbf{D}_0 \mathbf{x}_0). \quad (2.7)$$

Minimizar el error en (2.7) tiene una solución cerrada que se obtiene derivando parcialmente e igualando a cero para finalmente obtener la estimación [12],

$$\hat{\mathbf{x}}_0 = (\mathbf{D}_0^T \mathbf{D}_0)^{-1} (\mathbf{D}_0^T \mathbf{y}). \quad \hat{\mathbf{x}}_0 = [\hat{A}_0 \quad \hat{B}_0 \quad \hat{C}_0]^T. \quad (2.8)$$

De esta manera, la señal sinusoidal es aproximada por medio de,

$$\hat{v}_0(t) = \hat{A}_0 \cos(\omega_0 t) + \hat{B}_0 \sin(\omega_0 t) + \hat{C}_0. \quad (2.9)$$

## Estimación de cuatro parámetros

En los sensores de evaluación de formas de onda digital, una parte importante es el ajuste de un modelo sinusoidal a los datos grabados, y el cálculo de los parámetros que resultan en el mejor ajuste bajo el enfoque de minimizar el error cuadrático medio. En la literatura se pueden encontrar diversos algoritmos para realizar ésta tarea, además de los que pertenecen al estándar IEEE 1057. En la subsección anterior se describió la metodología propuesta por la norma IEEE-1057 para resolver el problema de tres parámetros de una señal sinusoidal considerando que la frecuencia es conocida. Sin embargo, ésta norma también proporciona una metodología para el caso cuando la frecuencia se asume desconocida, esto es, resolver el problema de cuatro parámetros bajo el enfoque de minimizar el error cuadrático medio.

El problema de estimación de los cuatro parámetros, amplitud, ángulo de fase, componente DC y frecuencia, que describen una señal sinusoidal es abordado utilizando el enfoque ya expuesto para el caso tres parámetros, pero además buscando de manera iterativa una aproximación para la frecuencia. De esta manera, las variables que deben ser estimadas corresponden a  $\hat{\mathbf{x}}_0 = [\hat{A}_0 \quad \hat{B}_0 \quad \hat{C}_0 \quad \hat{\omega}_0]^T$ , para cada parámetro desconocido, respectivamente. Para ello, específicamente

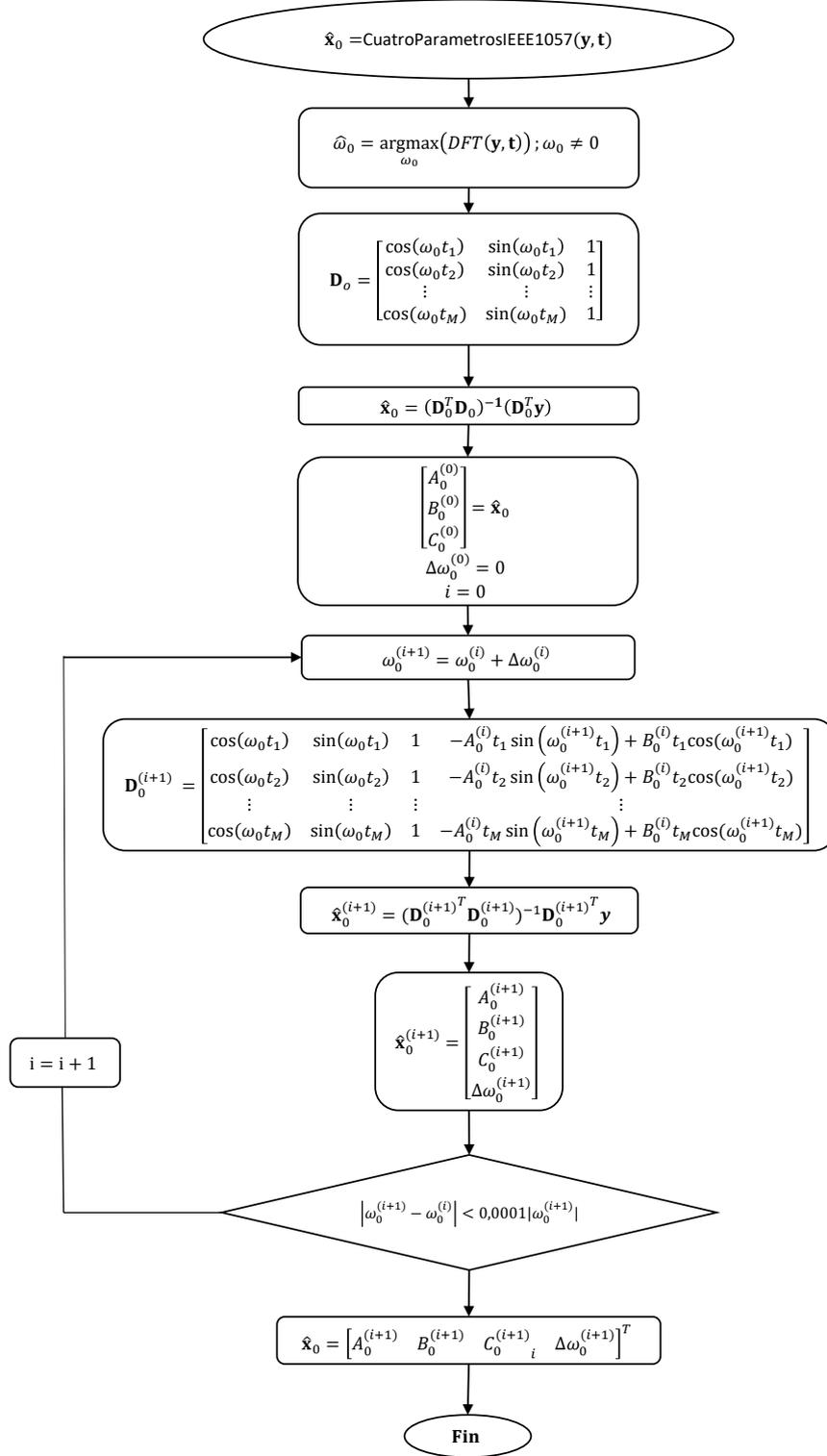
---

la norma IEEE-1057 presenta un algoritmo de solución que sigue los pasos descritos a continuación,

1. El algoritmo inicia tomando como datos de entrada las  $M$  observaciones y de la señal bajo estudio en los tiempos  $t$  según la ecuación (2.4).
2. Seguidamente se debe encontrar una estimación inicial para el valor de la frecuencia  $\hat{\omega}_0^0$ . Para ello, se resuelve un problema de optimización que toma el argumento que maximiza la transformada de Fourier, dadas las observaciones  $y$ . Esto se debe a la sugerencia de la norma IEEE-1057, de usar la transformada de Fourier o el cruce por cero para un periodo completo de muestras  $y$  para encontrar una estimación inicial de la frecuencia.
3. La estimación de la frecuencia  $\hat{\omega}_0^0$  se utiliza para resolver el problema tradicional tres parámetros según lo indicado en la sección 2.1.1, es decir, se asume que la frecuencia inicial estimada es la frecuencia real conocida de la señal.
4. Con el fin de actualizar iterativamente el valor de la frecuencia estimada se introduce una variable de cambio auxiliar  $\Delta\omega_0$ , que controla la variación en la estimación de la frecuencia a medida que se realiza cada iteración.
5. La estimación de la frecuencia en la iteración  $i$  se actualiza sumando la variable de cambio a la frecuencia inicial,  $\omega_0^{i+1} = \omega_0^i + \Delta\omega_0^{i+1}$ .
6. Para considerar la nueva variable,  $\omega_0$ , en el sistema de ecuaciones lineales, se reformula la matriz  $\mathbf{D}_0$ , tal que se agrega una columna en la cual se resta el término seno y se suma el término coseno, los cuales se evalúan sobre la frecuencia estimada actualizada. Observe que, agregar éste término en la matriz es lo que permite obtener una nueva estimación en cada iteración, la cual depende del cálculo de  $\omega_0^{(i)}$  y de  $\Delta\omega_0^{(i+1)}$ .
7. Con la matriz reformulada se resuelve el problema de mínimos cuadrados de la forma tradicional como,  $\hat{\mathbf{x}}_0 = (\mathbf{D}_0^T \mathbf{D}_0)^{-1} (\mathbf{D}_0^T \mathbf{y})$ . Esta solución permite actualizar la estimación para los cuatro parámetros de manera simultánea  $\hat{\mathbf{x}}_0 = [\hat{A}_0 \ \hat{B}_0 \ \hat{C}_0 \ \hat{\Delta\omega}_0]^T$ .
8. Una vez actualizados los parámetros, el proceso se repite desde el paso 5 hasta alcanzar una precisión deseada según el error relativo entre la estimación actual y la estimación previa de la frecuencia.

En la Fig. 1 se muestra el diagrama de flujo que describe matemáticamente los pasos desarrollados en la metodología expuesta en la norma IEEE-1057 para resolver el problema de cuatro parámetros bajo el enfoque de minimización del error cuadrático medio. Éste diagrama de flujo puede ser usado como referencia para la implementación del algoritmo en un lenguaje de programación.

**Figura 1:** Diagrama de flujo para resolver el problema cuatro parámetros usando la metodología propuesta en la norma IEEE-1057.



Fuente: tomado del artículo *Trial-use standard for digitizing waveform recorders* [10].

## 2.2. CRITERIOS PROPUESTOS PARA AJUSTE DE LA SEÑAL

Además de la metodología descrita en la norma IEEE-1057, uno de los objetivos planteados en éste trabajo de grado era la búsqueda de los métodos para estimar los parámetros característicos de una señal eléctrica de comportamiento sinusoidal en la literatura, y así seleccionar la referencia de mayor relevancia para la investigación. La revisión de la literatura se llevó a cabo siguiendo la metodología descrita en la tabla 1. Allí se observa que se emplearon como parámetros de búsqueda las palabras clave, estimación de parámetros, norma IEEE-1057, señales multitono, y ajuste por mínimos cuadrados. Además, se uso como fuente de información las bases de datos proporcionadas por la Universidad, particularmente, la base de datos digital, *IEEE Explorer*, en la cual, se resaltaron 66 artículos en revistas científicas. Éstas referencias se discriminaron y seleccionaron según la información proporcionada en el título y resumen.

**Tabla 1:** Metodología en la revisión de la literatura

Parámetros de búsqueda	Bases de datos	No. de referencias consideradas	Criterio de selección	Fuentes de información
Palabras clave: estimación de parámetros, norma IEEE-1057, señales multitono, ajuste por mínimos cuadrados	Explorer IEEE Se usaron las bases de datos digitales dispuestas por la Universidad, específicamente la IEEE Explorer.	66  Entre las referencias proporcionadas en la base de datos de la IEEE se revisaron con mayor detalle 66.	1. Título  2. Lectura del resumen	Artículos, tesis y trabajos de investigación

Dentro de la búsqueda se seleccionó la tesis doctoral "*T. Andersson, Parameter Estimation and Waveform Fitting for Narrowband Signals*" como la referencia más relevante para el presente trabajo de grado.

La justificación en la selección de la tesis indicada anteriormente, consiste básicamente en que allí se describe la importancia del proceso de estimación de la frecuencia, indicando dos razones principales: La primera es que resalta que aunque el problema es fácil de entender, su formulación matemática y desarrollo de algoritmos de solución no es trivial, y aunque se han propuesto diversos enfoques de solución a los diferentes problemas en esta área, aun quedan diversas preguntas abiertas. La segunda razón consiste en que existen muchas aplicaciones que requieren de la estimación de la frecuencia, por ejemplo al pro-

bar convertidores analógicos a digital, una parte importante es encajar una onda sinusoidal en los datos registrados, así como calcular los parámetros bajo el enfoque de mínimos cuadrados. Además, en ésta tesis se aborda el problema de estimación de la frecuencia utilizando algoritmos de baja complejidad [15].

## Estimación propuesta de tres parámetros

En este apartado se desarrolla detalladamente el procedimiento propuesto para resolver el problema tres parámetros, mediante el método de mínimos cuadrados formulado en la ecuación (2.5), pero reorganizando el sistema de ecuaciones lineales que se debe resolver. Partiendo del conjunto de  $M$  observaciones dadas en (2.4), y la ecuación del error cuadrático medio dado en la ecuación (2.5), derivamos parcialmente respecto a las variables desconocidas  $A_0$ ,  $B_0$  y  $C_0$ , tal que,

$$\begin{aligned}\frac{\partial \epsilon}{\partial A_0} &= \sum_{i=1}^M 2[y_i - A_0 \cos(\omega_0 t_i) - B_0 \sin(\omega_0 t_i) - C_0] * [-\cos(\omega_0 t_i)] \\ \frac{\partial \epsilon}{\partial B_0} &= \sum_{i=1}^M 2[y_i - A_0 \cos(\omega_0 t_i) - B_0 \sin(\omega_0 t_i) - C_0] * [-\sin(\omega_0 t_i)] \\ \frac{\partial \epsilon}{\partial C_0} &= \sum_{i=1}^M -2[y_i - A_0 \cos(\omega_0 t_i) - B_0 \sin(\omega_0 t_i) - C_0].\end{aligned}\quad (2.10)$$

Reorganizando las tres ecuaciones en (2.10) según los términos independientes, los términos que dependen de  $A_0$ , de  $B_0$ , y  $C_0$ , respectivamente, se obtiene,

$$\begin{aligned}\sum_{i=1}^M y_i \cos(\omega_0 t_i) &= A_0 \sum_{i=1}^M \cos^2(\omega_0 t_i) + B_0 \sum_{i=1}^M \sin(\omega_0 t_i) \cos(\omega_0 t_i) + C_0 \sum_{i=1}^M \cos(\omega_0 t_i) \\ \sum_{i=1}^M y_i \sin(\omega_0 t_i) &= A_0 \sum_{i=1}^M \sin(\omega_0 t_i) \cos(\omega_0 t_i) + B_0 \sum_{i=1}^M \sin^2(\omega_0 t_i) + C_0 \sum_{i=1}^M \sin(\omega_0 t_i) \\ \sum_{i=1}^M y_i &= A_0 \sum_{i=1}^M \cos(\omega_0 t_i) + B_0 \sum_{i=1}^M \sin(\omega_0 t_i) + C_0 M.\end{aligned}\quad (2.11)$$

De esta manera se obtiene la formulación alterna pero equivalente a la descrita

en la norma IEEE-1057, donde

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} \sum_{i=1}^M \cos^2(\omega_0 t_i) & \sum_{i=1}^M \sin(\omega_0 t_i) \cos(\omega_0 t_i) & \sum_{i=1}^M \cos(\omega_0 t_i) \\ \sum_{i=1}^M \sin(\omega_0 t_i) \cos(\omega_0 t_i) & \sum_{i=1}^M \sin^2(\omega_0 t_i) & \sum_{i=1}^M \sin(\omega_0 t_i) \\ \sum_{i=1}^M \cos(\omega_0 t_i) & \sum_{i=1}^M \sin(\omega_0 t_i) & M \end{bmatrix}, \quad (2.12)$$

$$\mathbf{v} = \begin{bmatrix} \sum_{i=1}^M y_i \cos(\omega_0 t_i) \\ \sum_{i=1}^M y_i \sin(\omega_0 t_i) \\ \sum_{i=1}^M y_i \end{bmatrix}, \quad \mathbf{w} = \begin{bmatrix} A_0 \\ B_0 \\ C_0 \end{bmatrix},$$

tal que,  $\mathbf{v} = \mathbf{A}\mathbf{w}$ , cuya solución es calculada como  $\hat{\mathbf{w}} = \mathbf{A}^{-1}\mathbf{v}$ .

## Estimación propuesta de cuatro parámetros

En este apartado se presenta la metodología propuesta para realizar la estimación de los parámetros de una señal sinusoidal, cuando se desconoce adicionalmente la frecuencia. Para el desarrollo de este proceso se configura una función del error de ajuste de la curva, el cual, se minimiza numéricamente por medio de un algoritmo encontrado en la revisión de la literatura. Éste algoritmo ha demostrado funcionar bien en la práctica y se denomina método de búsqueda de la sección dorada (*Golden section search*) el cual es un método óptimo de minimización de funciones, análogo al método de bisección para encontrar ceros de una ecuación no lineal [16].

Específicamente, la propuesta consiste en vincular el enfoque de la norma IEEE-1057 para resolver el problema tres parámetros con el método de búsqueda de la sección dorada para aproximar el valor de la frecuencia. El método de búsqueda de la sección dorada se describe a continuación.

### Método de búsqueda de la sección dorada

En esta sección se presenta la formulación matemática que describe la estrategia de búsqueda de la sección dorada. Esta metodología fue empleada para optimizar el valor de la frecuencia en una señal eléctrica de comportamiento sinusoidal, y así alcanzar la estimación de los cuatro parámetros desconocidos.

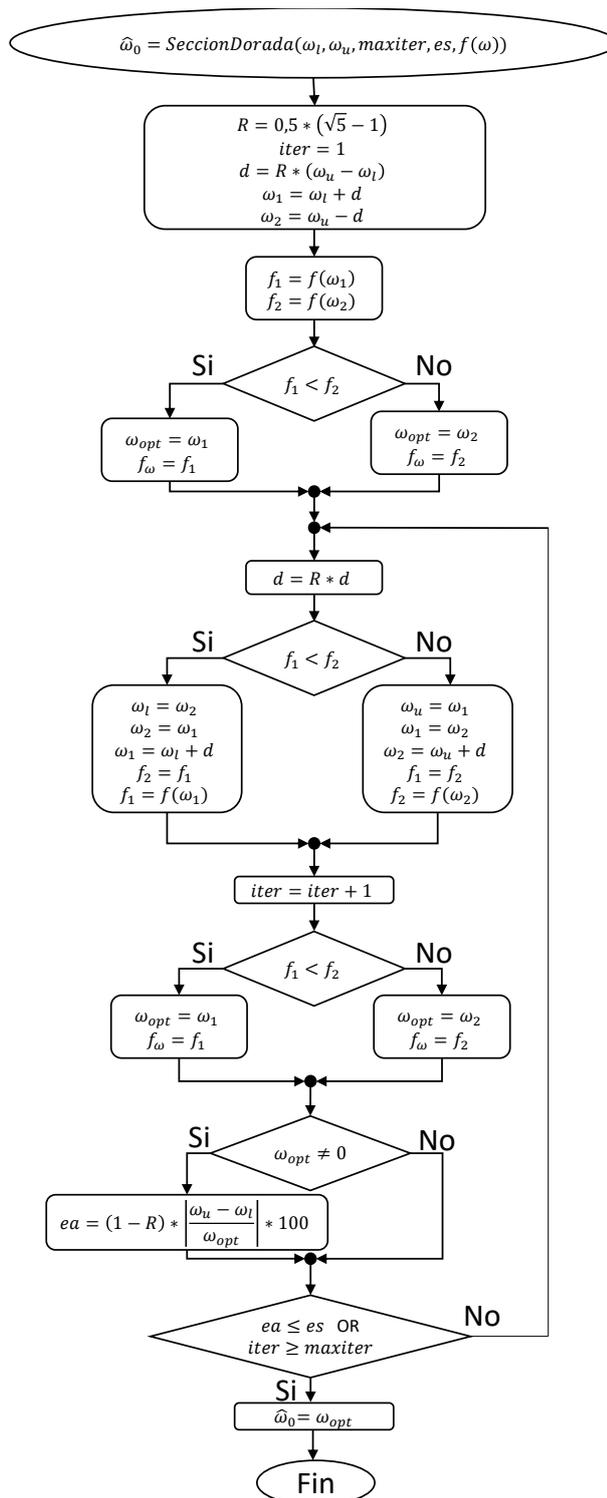
La búsqueda de la sección dorada es un método iterativo de optimización numérica similar al método de bisección, y puede ser empleado para encontrar el máximo o el mínimo de una función [17]. El nombre de sección dorada se atribuye a la relación que existe entre los puntos iniciales y la razón dorada o razón áurea para hallar los nuevos puntos cuando se evalúa en la función. La razón dorada es un valor numérico que fue considerado por los griegos como una proporción estéticamente agradable y la emplearon en el desarrollo del rectángulo, la creación de templos, entre otras aplicaciones. Además, la razón dorada se relaciona

con los números de Fibonacci, ya que la proporción aritmética entre números consecutivos aproxima a la razón dorada a medida que la secuencia tiende a infinito [18]. El método de búsqueda de la sección dorada para estimar el valor de la frecuencia de una señal minimizando una función de error sigue los pasos a continuación,

1. Se reciben como parámetros dos valores iniciales para la estimación de la frecuencia  $\omega_l$  y  $\omega_u$ , el máximo número de iteraciones permitidas  $maxiter$ , una cota para el error relativo  $es$ , y la función de optimización  $f(\omega)$ .
2. Seguidamente se define un nuevo intervalo de la frecuencias  $\omega_1$  y  $\omega_2$ , a partir de los valores iniciales, mediante el cálculo de un delta dado por  $d = R * (\omega_u - \omega_l)$ , donde  $R$  se calcula como  $R = 0,5 * (\sqrt{5} - 1)$ , éste valor, es el conocido como el *ratio* o razón dorada.
3. Una vez calculadas dos nuevas estimaciones de la frecuencia, se evalúan en la función de optimización,  $f_1 = f(\omega_1)$  y  $f_2 = f(\omega_2)$ .
4. Usando los valores de  $f_1$  y  $f_2$ , se forman dos caminos tal que, si  $f_1 < f_2$ , se almacena el valor de  $\omega_1$  como la frecuencia óptima  $\omega_{opt}$ , y el punto medio como  $f_w = f_1$ . El segundo camino se forma en el caso contrario, si  $f_1 \geq f_2$ , se almacena el valor de  $\omega_2$  como la frecuencia óptima  $\omega_{opt}$ , y el punto medio como  $f_w = f_2$ .
5. Una vez se han definido los cuatro puntos de evaluación,  $\omega_l, \omega_u, \omega_1, \omega_2$ , se inicia un proceso iterativo como sigue,
  - a) El valor del delta es actualizado como  $d = R * d$ .
  - b) Usando los valores de  $f_1$  y  $f_2$ , se forman dos caminos tal que, si  $f_1 < f_2$ , se actualizan los valores del intervalo como  $\omega_l = \omega_2, \omega_2 = \omega_1, \omega_1 = \omega_l + d, f_2 = f_1$ , y  $f_1 = f(\omega_1)$ . En caso contrario, si  $f_1 \geq f_2$ , se actualizan los valores del intervalo como  $\omega_u = \omega_1, \omega_1 = \omega_2, \omega_2 = \omega_u + d, f_1 = f_2$ , y  $f_2 = f(\omega_2)$ .
  - c) Nuevamente se actualiza el valor de la frecuencia óptima como se describió en el paso 4, y en caso de que el valor  $\omega_{opt}$  sea diferente de cero, se calcula el valor de comparación  $ea = (1 - R) * \left| \frac{\omega_u - \omega_l}{\omega_{opt}} \right| * 100$ .
  - d) Si se ha alcanzado la precisión deseada dada por la cota del error relativo,  $es$ , o se ha alcanzado el valor máximo de iteraciones permitidas dada por  $maxiter$ , el algoritmo se detiene y se obtiene como estimación de la frecuencia el valor  $\hat{\omega}_0 = \omega_{opt}$ , en caso contrario se sigue iterando.

En la Figura 3.2 se ilustra el diagrama de flujo para el método de búsqueda de la sección dorada aplicado en la estimación de la frecuencia de una señal eléctrica.

**Figura 2:** Diagrama de flujo algoritmo búsqueda de la sección dorada.

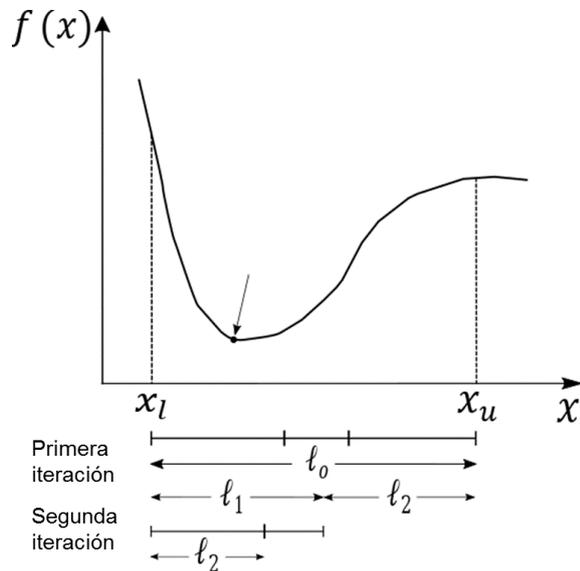


Fuente: tomado del artículo *Trial-use standard for digitizing waveform recorders* [10].

De manera ilustrativa, el método de búsqueda de la sección dorada encuentra el mínimo de la función iterativamente como muestra en la Fig. 3 . Allí los valores del intervalo se actualizan considerando la razón dorada entre cada paso

iterativo.

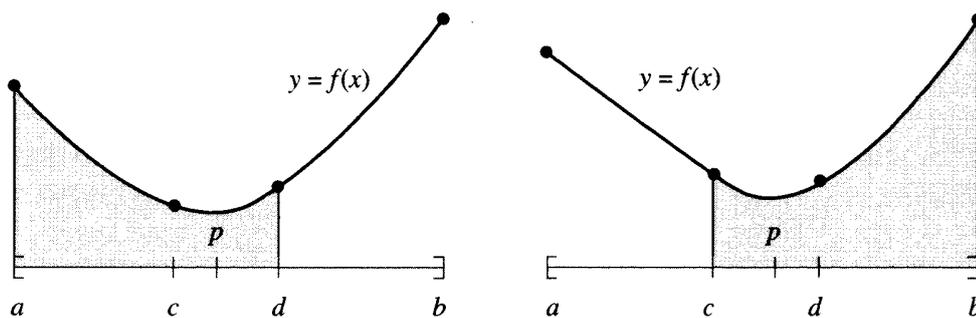
**Figura 3:** Metodología de la sección dorada. Pasos iterativos para encontrar cada punto de iteración  $l_i$ .



Fuente: tomado del libro *Métodos numéricos con MATLAB* [19].

Así mismo, la definición de dos caminos en el paso 4. se lleva a cabo puesto que se pueden dar los dos casos, encontrar el valor óptimo por izquierda o por derecha, como se muestran en la Fig. 4 durante el proceso de búsqueda.

**Figura 4:** Dos caminos para minimizar la función objetivo.



Fuente: tomado del libro *Métodos numéricos con MATLAB* [19].

Como se mencionó anteriormente, la metodología propuesta incluye el algoritmo de búsqueda de la sección dorada descrito. Así como el procedimiento para la estimación tres parámetros establecido por la norma IEEE-1057. La estimación de cuatro parámetros se realiza siguiendo los pasos,

1. El algoritmo inicia tomando como datos de entrada las  $M$  observaciones  $y$  de la señal bajo estudio en los tiempos  $t$  según la ecuación (2.4), el máximo

---

número de iteraciones permitidas *maxiter*, y el valor *es* para el error relativo deseado.

2. Seguidamente se realiza una estimación inicial para el valor de la frecuencia  $\omega_0$  como el argumento que maximiza la transformada de Fourier dadas las observaciones  $y$ . Esto, dada la recomendación por la norma IEEE-1057 de utilizar la transformada de Fourier o el cruce por cero para un periodo completo de muestras  $y$  para encontrar una estimación inicial de la frecuencia.
3. La estimación de la frecuencia  $\omega_0$  se utiliza para encontrar los dos puntos iniciales requeridos por el método de la sección dorada de tal forma que  $\omega_l = \alpha * \omega_0$ , y  $\omega_u = \beta * \omega_0$ . Así mismo se encuentran el tercer y cuarto punto necesarios  $\omega_1$  y  $\omega_2$ , teniendo en cuenta la razón dorada.
4. Utilizando las estimaciones  $\omega_1$  y  $\omega_2$  se procede a resolver el problema tradicional tres parámetros según lo indicado en la sección 2.1.1 para cada una de las frecuencias, es decir, se asumen dos caminos donde la frecuencia inicial  $\omega_1$  y  $\omega_2$  se considera como la frecuencia real conocida de la señal.
5. Usando los cuatro parámetros estimados para cada uno de los caminos, se procede a evaluar dichas estimaciones en la función objetivo, esta es, el error cuadrático medio,  $f(A_s, B_s, C_s, \omega_s) = \sum_{i=1}^M (y_i - A_s \cos(\omega_s t_i) - B_s \sin(\omega_s t_i) - C_s)^2$ , para  $s = 1, 2$  caminos.
6. Usando los valores de  $f_1$  y  $f_2$ , se forman dos caminos tal que, si  $f_1 < f_2$ , se almacena el valor de  $\omega_1$  como la frecuencia óptima  $\omega_{opt}$ , y el punto medio como  $f_w = f_1$ . El segundo camino se forma en el caso contrario, si  $f_1 \geq f_2$ , se almacena el valor de  $\omega_2$  como la frecuencia óptima  $\omega_{opt}$ , y el punto medio como  $f_w = f_2$ .
7. Una vez se han definido los cuatro puntos de evaluación para estimar la frecuencia,  $\omega_l$ ,  $\omega_u$ ,  $\omega_1$ , y  $\omega_2$ , se inicia un proceso iterativo hasta alcanzar un criterio de parada, el cual consta de los siguientes pasos,
  - a) El valor del delta es actualizado como  $d = R * d$ , donde  $R$  representa la razón o proporción dorada.
  - b) Usando los valores de  $f_1$  y  $f_2$  calculados previamente, se forman dos caminos tal que, si  $f_1 < f_2$ , se actualizan los valores del intervalo como  $\omega_l = \omega_2$ ,  $\omega_u = \omega_1$ ,  $\omega_1 = \omega_l + d$ .  $f_2 = f_1$ , se resuelve la estimación tres parámetros con la estimación  $\omega_1$  para obtener  $[A_1, B_1, C_1]^T$ , y se calcula  $f_1 = f(A_1, B_1, C_1, \omega_1)$ . En caso contrario, si  $f_1 \geq f_2$ , se actualizan los valores del intervalo como  $\omega_u = \omega_1$ ,  $\omega_l = \omega_2$ ,  $\omega_2 = \omega_u + d$ .  $f_1 = f_2$ , se resuelve la estimación tres parámetros con la estimación  $\omega_2$  para obtener  $[A_2, B_2, C_2]^T$ , y se calcula  $f_2 = f(A_2, B_2, C_2, \omega_2)$ .
  - c) Usando los valores de  $f_1$  y  $f_2$ , se forman dos caminos tal que, si  $f_1 < f_2$ , se almacena el valor de  $\omega_1$  como la frecuencia óptima  $\omega_{opt}$ , y el punto medio como  $f_w = f_1$ . El segundo camino se forma en el caso contrario, si  $f_1 \geq f_2$ , se almacena el valor de  $\omega_2$  como la frecuencia

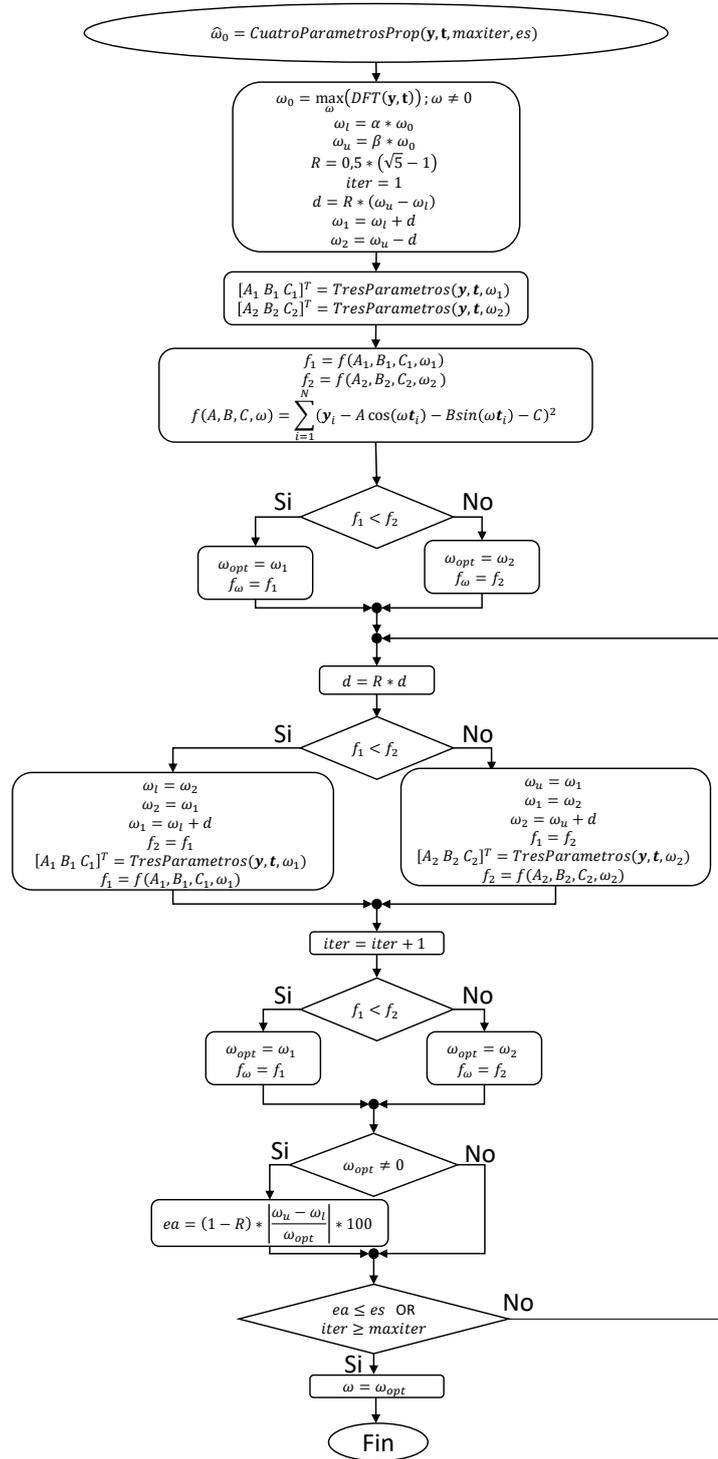
---

óptima  $\omega_{opt}$ , y el punto medio como  $f_w = f_2$ . En el caso en que el valor  $\omega_{opt}$  sea diferente de cero, se calcula el valor de comparación  $ea = (1 - R) * \left| \frac{\omega_u - \omega_l}{\omega_{opt}} \right| * 100$ .

- d) Si se ha alcanzado la precisión deseada dada por  $es$ , o se ha alcanzado el valor máximo de iteraciones permitidas, el algoritmo se detiene y se obtiene como estimación de la frecuencia el valor  $\hat{\omega}_0 = \omega_{opt}$ , en caso contrario se sigue iterando.

En el digrama de flujo de la Fig. 3.5 se ilustra el algoritmo propuesto para estimar cuatro parámetros.

Figura 5: Algoritmo propuesto estimación cuatro parámetros.



### 3. ESTIMACIÓN PROPUESTA DE PARÁMETROS DE LA SEÑAL FUNDAMENTAL Y SUS TONOS

Una vez estudiado el problema de encontrar los parámetros que caracterizan una señal eléctrica fundamental, se consideró el problema subsecuente de analizar la señal cuando se presentan perturbaciones generadas por los armónicos. Es decir, asumiendo que la frecuencia de la señal fundamental,  $\omega_0$ , es conocida, otro escenario se da cuando se tienen en cuenta los armónicos de la señal, y el objetivo es minimizar la suma de las diferencias cuadradas. Por ejemplo, cuando se consideran tres armónicos se desea minimizar,

$$\epsilon = \sum_{i=1}^M [y_i - A_1 \cos(\omega_0 t_i) - B_1 \sin(\omega_0 t_i) - A_2 \cos(2\omega_0 t_i) - B_2 \sin(2\omega_0 t_i) - A_3 \cos(3\omega_0 t_i) - B_3 \sin(3\omega_0 t_i) - C]^2, \quad (3.1)$$

donde las amplitudes  $A_1, A_2, A_3, B_1, B_2, B_3$  y la componente  $C$  quedan por ser estimadas. En general, éste problema se puede considerar para  $P$  armónicos. Las siguientes subsecciones describen la metodología propuesta para esta estimación.

#### 3.1. ESTIMACIÓN PROPUESTA DE TRES PARÁMETROS PARA UNA SEÑAL CON P TONOS

En este apartado se desarrolla detalladamente el procedimiento para resolver el problema tres parámetros mediante el método de mínimos cuadrados formulado en la ecuación (2.5), pero considerando los armónicos de la señal. Particularmente, el desarrollo matemático se ilustra para el caso cuando se consideran tres armónicos por ser estimados, pero posteriormente se extiende al caso general de  $P$  armónicos.

Partiendo del conjunto de las  $M$  observaciones dadas, se reorganiza el sistema de ecuaciones lineales que se debe resolver para minimizar el error cuadrático medio, y se deriva parcialmente con respecto a las variables  $A_1, A_2, A_3, B_1, B_2,$

$B_3$  y  $C$ , esto es:

$$\begin{aligned}
\frac{\partial \epsilon}{\partial A_1} &= 2 \sum_{i=1}^M [y_i - A_1 \cos(\omega_0 t_i) - B_1 \sin(\omega_0 t_i) - A_2 \cos(2\omega_0 t_i) - B_2 \sin(2\omega_0 t_i) \\
&\quad - A_3 \cos(3\omega_0 t_i) - B_3 \sin(3\omega_0 t_i) - C] * [-\cos(\omega_0 t_i)], \\
\frac{\partial \epsilon}{\partial B_1} &= 2 \sum_{i=1}^M [y_i - A_1 \cos(\omega_0 t_i) - B_1 \sin(\omega_0 t_i) - A_2 \cos(2\omega_0 t_i) - B_2 \sin(2\omega_0 t_i) \\
&\quad - A_3 \cos(3\omega_0 t_i) - B_3 \sin(3\omega_0 t_i) - C] * [-\sin(\omega_0 t_i)], \\
\frac{\partial \epsilon}{\partial A_2} &= 2 \sum_{i=1}^M [y_i - A_1 \cos(\omega_0 t_i) - B_1 \sin(\omega_0 t_i) - A_2 \cos(2\omega_0 t_i) - B_2 \sin(2\omega_0 t_i) \\
&\quad - A_3 \cos(3\omega_0 t_i) - B_3 \sin(3\omega_0 t_i) - C] * [-\cos(2\omega_0 t_i)], \\
\frac{\partial \epsilon}{\partial B_2} &= 2 \sum_{i=1}^M [y_i - A_1 \cos(\omega_0 t_i) - B_1 \sin(\omega_0 t_i) - A_2 \cos(2\omega_0 t_i) - B_2 \sin(2\omega_0 t_i) \\
&\quad - A_3 \cos(3\omega_0 t_i) - B_3 \sin(3\omega_0 t_i) - C] * [-\sin(2\omega_0 t_i)], \\
\frac{\partial \epsilon}{\partial A_3} &= 2 \sum_{i=1}^M [y_i - A_1 \cos(\omega_0 t_i) - B_1 \sin(\omega_0 t_i) - A_2 \cos(2\omega_0 t_i) - B_2 \sin(2\omega_0 t_i) \\
&\quad - A_3 \cos(3\omega_0 t_i) - B_3 \sin(3\omega_0 t_i) - C] * [-\cos(3\omega_0 t_i)], \\
\frac{\partial \epsilon}{\partial B_3} &= 2 \sum_{i=1}^M [y_i - A_1 \cos(\omega_0 t_i) - B_1 \sin(\omega_0 t_i) - A_2 \cos(2\omega_0 t_i) - B_2 \sin(2\omega_0 t_i) \\
&\quad - A_3 \cos(3\omega_0 t_i) - B_3 \sin(3\omega_0 t_i) - C] * [-\sin(3\omega_0 t_i)], \\
\frac{\partial \epsilon}{\partial C} &= 2 \sum_{i=1}^M [y_i - A_1 \cos(\omega_0 t_i) - B_1 \sin(\omega_0 t_i) \\
&\quad - A_2 \cos(2\omega_0 t_i) - B_2 \sin(2\omega_0 t_i) - A_3 \cos(3\omega_0 t_i) - B_3 \sin(3\omega_0 t_i) - C].
\end{aligned} \tag{3.2}$$

Igualando a cero cada término en la ecuación (3.2) y reordenando se obtiene:

$$\begin{aligned}
\sum_{i=1}^M y_i \cos(\omega_0 t_i) &= \sum_{i=1}^M A_1 \cos^2(\omega_0 t_i) + B_1 \sin(\omega_0 t_i) \cos(\omega_0 t_i) + A_2 \cos(2\omega_0 t_i) \cos(\omega_0 t_i) \\
&\quad + B_2 \sin(2\omega_0 t_i) \cos(\omega_0 t_i) + A_3 \cos(3\omega_0 t_i) \cos(\omega_0 t_i) \\
&\quad + B_3 \sin(3\omega_0 t_i) \cos(\omega_0 t_i) + C \cos(\omega_0 t_i) \\
\sum_{i=1}^M y_i \sin(\omega_0 t_i) &= \sum_{i=1}^M B_1 \sin^2(\omega_0 t_i) + A_1 \sin(\omega_0 t_i) \cos(\omega_0 t_i) + A_2 \cos(2\omega_0 t_i) \sin(\omega_0 t_i) \\
&\quad + B_2 \sin(2\omega_0 t_i) \sin(\omega_0 t_i) + A_3 \cos(3\omega_0 t_i) \sin(\omega_0 t_i) \\
&\quad + B_3 \sin(3\omega_0 t_i) \sin(\omega_0 t_i) + C \sin(\omega_0 t_i) \\
\sum_{i=1}^M y_i \cos(2\omega_0 t_i) &= \sum_{i=1}^M A_1 \cos(\omega_0 t_i) \cos(2\omega_0 t_i) + B_1 \sin(\omega_0 t_i) \cos(2\omega_0 t_i) + A_2 \cos^2(2\omega_0 t_i) \\
&\quad + B_2 \sin(2\omega_0 t_i) \cos(2\omega_0 t_i) + A_3 \cos(3\omega_0 t_i) \cos(2\omega_0 t_i) \\
&\quad + B_3 \sin(3\omega_0 t_i) \cos(2\omega_0 t_i) + C \cos(2\omega_0 t_i) \\
\sum_{i=1}^M y_i \sin(2\omega_0 t_i) &= \sum_{i=1}^M A_1 \cos(\omega_0 t_i) \sin(2\omega_0 t_i) + B_1 \sin(\omega_0 t_i) \sin(2\omega_0 t_i) \\
&\quad + A_2 \cos(2\omega_0 t_i) \sin(2\omega_0 t_i) + B_2 \sin^2(2\omega_0 t_i) + A_3 \cos(3\omega_0 t_i) \sin(2\omega_0 t_i) \\
&\quad + B_3 \sin(3\omega_0 t_i) \sin(2\omega_0 t_i) + C \sin(2\omega_0 t_i) \\
\sum_{i=1}^M y_i \cos(3\omega_0 t_i) &= \sum_{i=1}^M A_1 \cos(\omega_0 t_i) \cos(3\omega_0 t_i) + B_1 \sin(\omega_0 t_i) \cos(3\omega_0 t_i) \\
&\quad + A_2 \cos(2\omega_0 t_i) \cos(3\omega_0 t_i) + B_2 \sin(2\omega_0 t_i) \cos(3\omega_0 t_i) + A_3 \cos^2(3\omega_0 t_i) \\
&\quad + B_3 \sin(3\omega_0 t_i) \cos(3\omega_0 t_i) + C \cos(3\omega_0 t_i) \\
\sum_{i=1}^M y_i \sin(3\omega_0 t_i) &= \sum_{i=1}^M A_1 \cos(\omega_0 t_i) \sin(3\omega_0 t_i) + B_1 \sin(\omega_0 t_i) \sin(3\omega_0 t_i) \\
&\quad + A_2 \cos(2\omega_0 t_i) \sin(3\omega_0 t_i) + B_2 \sin(2\omega_0 t_i) \sin(3\omega_0 t_i) \\
&\quad + A_3 \cos(3\omega_0 t_i) \sin(3\omega_0 t_i) + B_3 \sin^2(3\omega_0 t_i) + C \sin(3\omega_0 t_i) \\
\sum_{i=1}^M y_i &= \sum_{i=1}^M A_1 \cos(\omega_0 t_i) + B_1 \sin(\omega_0 t_i) + A_2 \cos(2\omega_0 t_i) \\
&\quad + B_2 \sin(2\omega_0 t_i) + A_3 \cos(3\omega_0 t_i) + B_3 \sin(3\omega_0 t_i) + MC.
\end{aligned} \tag{3.3}$$

Sea el vector

$$\mathbf{cs} = [C_1 \ S_1 \ C_2 \ S_2 \ C_3 \ S_3 \ \dots \ C_P \ S_P]^T, \tag{3.4}$$

donde los elementos  $C_1, C_2, C_3, \dots, C_P$  corresponden a los valores de  $\cos(\omega_0 t_i), \cos(2\omega_0 t_i), \cos(3\omega_0 t_i), \dots, \cos(P\omega_0 t_i)$ , respectivamente; y los elementos  $S_1, S_2, S_3, \dots, S_P$  corresponden a los valores de  $\sin(\omega_0 t_i), \sin(2\omega_0 t_i), \sin(3\omega_0 t_i), \dots, \sin(P\omega_0 t_i)$ , respectivamente; y sea la combinación lineal  $\mathbf{cs} \times \mathbf{cs}^T$ , la representación matricial del modelo anterior puede expresarse como la matriz formada por el resultado

de esta combinación, concatenando horizontal y verticalmente el vector  $\mathbf{cs}$  con  $M$  en la posición  $(P, P)$  de la matriz resultante, esto es:

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} & & & & C_1 \\ & & & & S_1 \\ & & \mathbf{cs} \times \mathbf{cs}^T & & \vdots \\ & & & & C_P \\ & & & & S_P \\ C_1 & S_1 & \cdots & C_P & S_P & M \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} C_1 C_1 & C_1 S_1 & \cdots & C_1 C_P & C_1 S_P & C_1 \\ C_1 C_2 & S_1 S_1 & & & & S_1 \\ \vdots & & \ddots & & & \vdots \\ C_1 C_P & & & & & C_P \\ C_1 S_P & & & & & S_P \\ C_1 & S_1 & \cdots & C_P & S_P & M \end{bmatrix} \quad (3.5)$$

Nótese que  $M$  corresponde al número de muestras;  $P$  corresponde al número de armónicos o tonos, en este caso,  $P = 3$ ; y que el producto de los elementos dentro de cada posición de la matriz (3.5) corresponde a un producto punto. Sean también los vectorres

$$\mathbf{v} = \begin{bmatrix} \sum_{i=1}^M y_i \cos(\omega_0 t_i) \\ \sum_{i=1}^M y_i \sin(\omega_0 t_i) \\ \sum_{i=1}^M y_i \cos(2\omega_0 t_i) \\ \sum_{i=1}^M y_i \sin(2\omega_0 t_i) \\ \sum_{i=1}^M y_i \cos(3\omega_0 t_i) \\ \sum_{i=1}^M y_i \sin(3\omega_0 t_i) \\ \sum_{i=1}^M y_i \end{bmatrix}, \quad \mathbf{w} = \begin{bmatrix} A_1 \\ B_1 \\ A_2 \\ B_2 \\ A_3 \\ B_3 \\ C \end{bmatrix} \quad (3.6)$$

tal que,  $\mathbf{v} = \mathbf{A}\mathbf{w}$ , la solución se puede estimar mediante  $\hat{\mathbf{w}} = \mathbf{A}^{-1}\mathbf{v}$ .

## 3.2. ESTIMACIÓN PROPUESTA DE CUATRO PARÁMETROS CON ARMÓNICOS

En esta sección se describe la metodología propuesta para la estimación cuatro parámetros, teniendo en cuenta armónicos. El siguiente algoritmo muestra el proceso de estimación, usando el método de búsqueda de la sección dorada, y el proceso de estimación descrito para la estimación de tres parámetros, descrito en la sección 3.1

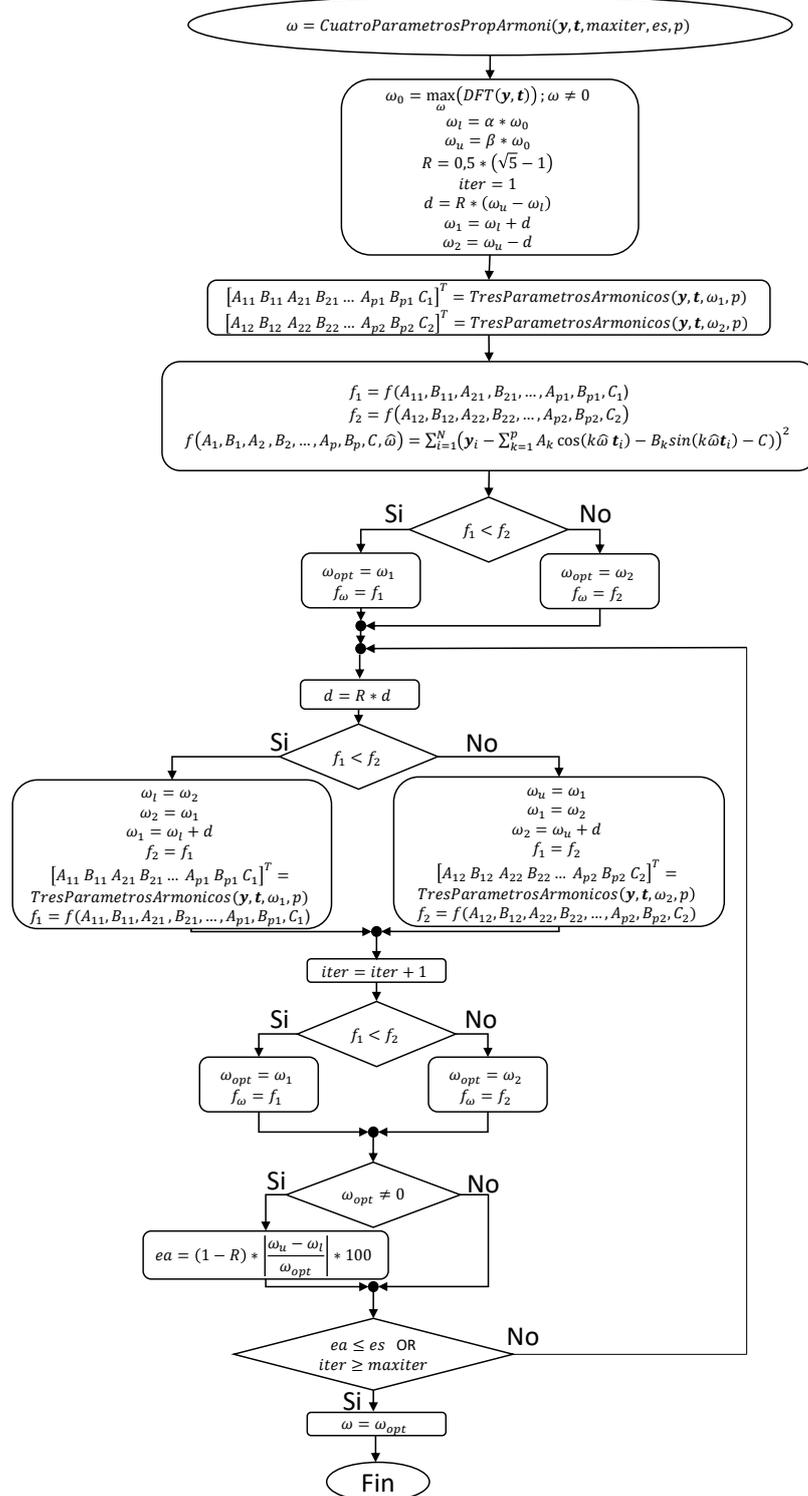
1. El algoritmo inicia tomando como datos de entrada las  $M$  observaciones y de la señal bajo estudio en los tiempos  $t$  según la ecuación (2.4), el máximo número de iteraciones permitidas *maxiter* y el valor *es* para el error relativo deseado.
2. Seguidamente se realiza una estimación inicial para el valor de la frecuencia  $\omega_0$  como el argumento que maximiza la transformada de Fourier dadas las observaciones  $y$ . Tal como sugiere la norma IEEE-1057, usar la transformada de Fourier o el cruce por cero para un periodo completo de muestras y para encontrar una estimación inicial de la frecuencia.

- 
3. La estimación de la frecuencia  $\omega_0$  se utiliza para encontrar los dos puntos iniciales requeridos por el método de la sección dorada de tal forma que  $\omega_l = \alpha * \omega_0$ , y  $\omega_u = \beta * \omega_0$ . Así mismo se encuentran el tercer y cuarto punto necesarios  $\omega_1$  y  $\omega_2$ , teniendo en cuenta la razón dorada.
  4. Utilizando las estimaciones  $\omega_1$  y  $\omega_2$  se procede a resolver el problema tradicional tres parámetros, teniendo en cuenta armónicos, según lo indicado en la sección 3.1 para cada una de las frecuencias, es decir, se asumen dos caminos donde la frecuencia inicial  $\omega_1$  y  $\omega_2$  se considera como la frecuencia real conocida de la señal.
  5. Usando los cuatro parámetros estimados para cada uno de los caminos, se evalúan dichas estimaciones en la función objetivo, es decir, el error cuadrático medio,  $f(A_1, B_1, \dots, A_P, B_P, C, \omega_0) = \sum_{i=1}^M [y_i - \sum_{k=1}^P A_k \cos(k\omega_0 t_i) - A_k \sin(k\omega_0 t_i) - C]^2$ .
  6. Usando los valores de  $f_1$  y  $f_2$ , se forman dos caminos tal que, si  $f_1 < f_2$ , se almacena el valor de  $\omega_1$  como la frecuencia óptima  $\omega_{opt}$ , y el punto medio como  $f_w = f_1$ . El segundo camino se forma en el caso contrario, si  $f_1 \geq f_2$ , se almacena el valor de  $\omega_2$  como la frecuencia óptima  $\omega_{opt}$ , y el punto medio como  $f_w = f_2$ .
  7. Una vez se han definido los cuatro puntos de evaluación para estimar la frecuencia,  $\omega_l$ ,  $\omega_u$ ,  $\omega_1$ , y  $\omega_2$ , se inicia un proceso iterativo con los siguientes pasos:
    - a) El valor del delta es actualizado como  $d = R * d$ , donde  $R$  representa la razón o proporción dorada.
    - b) Usando los valores de  $f_1$  y  $f_2$  calculados previamente, se forman dos caminos tal que, si  $f_1 < f_2$ , se actualizan los valores del intervalo como  $\omega_l = \omega_2$ ,  $\omega_2 = \omega_1$ ,  $\omega_1 = \omega_l + d$ .  $f_2 = f_1$ , se resuelve la estimación tres parámetros con la estimación  $\omega_1$  para obtener  $[A_{11}, B_{11}, \dots, A_{P1}, B_{P1}, C_1]^T$ , y se calcula  $f_1 = f(A_{11}, B_{11}, \dots, A_{P1}, B_{P1}, C_1, \omega_1)$ . En caso contrario, si  $f_1 \geq f_2$ , se actualizan los valores del intervalo como  $\omega_u = \omega_1$ ,  $\omega_1 = \omega_2$ ,  $\omega_2 = \omega_u + d$ .  $f_1 = f_2$ , se resuelve la estimación tres parámetros con la estimación  $\omega_2$  para obtener  $[A_{12}, B_{12}, \dots, A_{P2}, B_{P2}, C_2]^T$ , y se calcula  $f_2 = f(A_{12}, B_{12}, \dots, A_{P2}, B_{P2}, C_2, \omega_2)$ .
    - c) Usando los valores de  $f_1$  y  $f_2$ , se forman dos caminos tal que, si  $f_1 < f_2$ , se almacena el valor de  $\omega_1$  como la frecuencia óptima  $\omega_{opt}$ , y el punto medio como  $f_w = f_1$ . El segundo camino se forma en el caso contrario, si  $f_1 \geq f_2$ , se almacena el valor de  $\omega_2$  como la frecuencia óptima  $\omega_{opt}$ , y el punto medio como  $f_w = f_2$ . En el caso en que el valor  $\omega_{opt}$  sea diferente de cero, se calcula el valor de comparación  $ea = (1 - R) * \left| \frac{\omega_u - \omega_l}{\omega_{opt}} \right| * 100$ .
    - d) Cuando se alcanza la precisión deseada dada por  $es$ , o el valor máximo de iteraciones permitidas, el algoritmo se detiene y se obtiene co-

mo estimación de la frecuencia el valor  $\hat{\omega}_0 = \omega_{opt}$ , en caso contrario se sigue iterando.

El diagrama de flujo de la figura 6 muestra el resumen del algoritmo descrito.

**Figura 6:** Algoritmo cuatro parámetros con armónicos y frecuencia desconocida.



## 4. EXPERIMENTOS Y RESULTADOS

Con base en el modelo de una señal compuesta por una única componente sinusoidal descrito por

$$y(t) = A\sin(\omega t) + B\cos(\omega t) + C, \quad (4.1)$$

donde  $\omega$  es la frecuencia angular de la señal,  $A, B$  y  $C$  parámetros propios de cada señal, además del modelo para una señal multitono

$$y(t) = \sum_{i=1}^p A_i \sin(i * \omega t) + B_i \cos(i * \omega t) + C, \quad (4.2)$$

donde  $p$  es la cantidad de tonos o componentes sinusoidales que posee la señal,  $A_i$  y  $B_i$  son los parámetros correspondientes al  $i$ -ésimo tono, se realizaron las simulaciones para verificar el correcto funcionamiento de la solución al problema planteada en este trabajo. Además los parámetros de amplitud  $\bar{A}$  y ángulo de fase  $\varphi$  se calculan según las Ecuaciones 2.2 y 2.3 respectivamente para realizar la comparación con los parámetros reales de la señal sintética a estimar.

Para evaluar el comportamiento del error medio cuadrático (MSE) (ver ecuación 4.3) entre las muestras de la señal sin ruido  $y$  y la  $i$ -ésima  $\hat{y}$ , además del número de iteraciones de los algoritmos propuestos comparados con los que se encuentran en la norma IEEE-1057, se utilizó para las simulaciones ruido blanco gaussiano aditivo de media cero, se realizaron una gran cantidad de pruebas con el fin de encontrar la media del MSE y del número de iteraciones.

$$MSE(y, y_{est}) = \frac{1}{M} \sum_{i=1}^M (\mathbf{y}_{est_i} - \mathbf{y}_i) \quad (4.3)$$

En el desarrollo de este capítulo se presentan las curvas de error medio cuadrático y número de iteraciones para una frecuencia por cada sección, debido a que al variar la frecuencia no se encontraron cambios significativos en la estimación de los parámetros.

### 4.1. SIMULACIÓN Y RESULTADOS PARA SEÑALES DE UN SOLO TONO

Para realizar las simulaciones a los algoritmos presentados en este trabajo para estimar los 4 parámetros de una señal se emplearon frecuencias de 100[Hz], 500[Hz] y 1000[Hz], a estas señales se les adicionó un ruido gaussiano de media cero y varianza  $\sigma_{ruido}$ , además se hicieron variaciones en el parámetro sigma para analizar la precisión de los algoritmos al estimar los cuatro parámetros a medida que la relación entre  $\sigma_{ruido}$  y la amplitud de la señal  $\bar{A}$  aumenta, dicha relación está

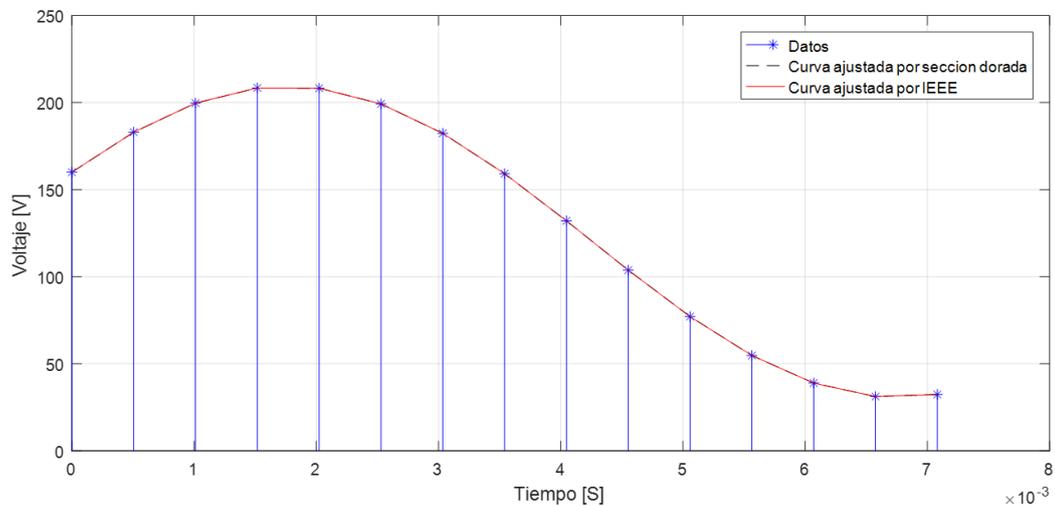
dada por

$$S/N = \frac{\sigma_{ruido}}{\bar{A}} \quad (4.4)$$

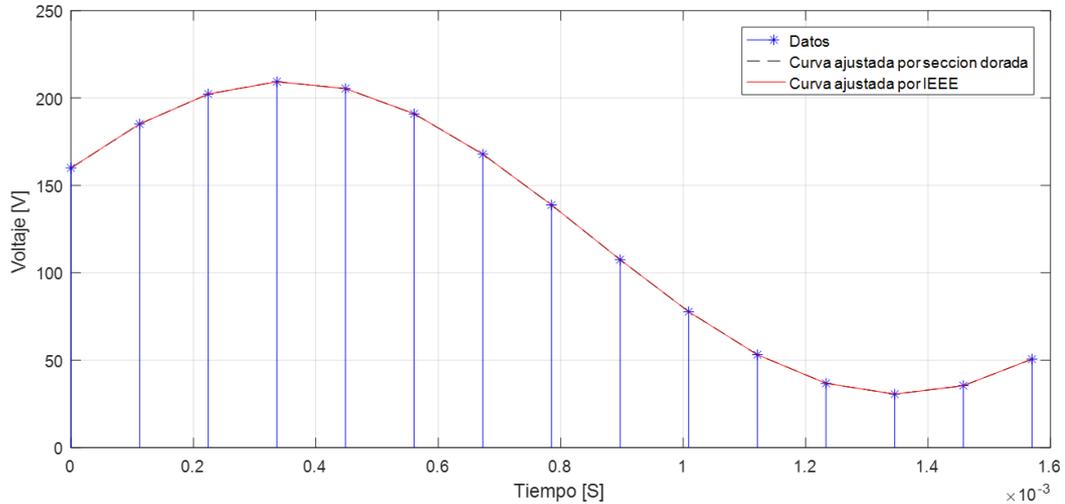
## Adquiriendo menos de un periodo de la señal

En las Figuras 7,8 y 9, se presentan los datos sintéticos empleados para realizar las pruebas además de la señal generada a partir de los parámetros estimados por la metodología propuesta y por la que establece la norma IEEE-1057, se aprecia que la metodología propuesta al igual que la norma realizan una estimación correcta de los parámetros para estas señales adquiriendo de menos de un periodo cómo lo muestran los porcentajes de error presentes en la Tabla 2 presentando porcentajes de error del 0% aproximadamente para datos sin ruido y errores de alrededor del 10% en las estimaciones para datos con ruido significativo con  $\sigma_{ruido} = 0,2\bar{A}$ .

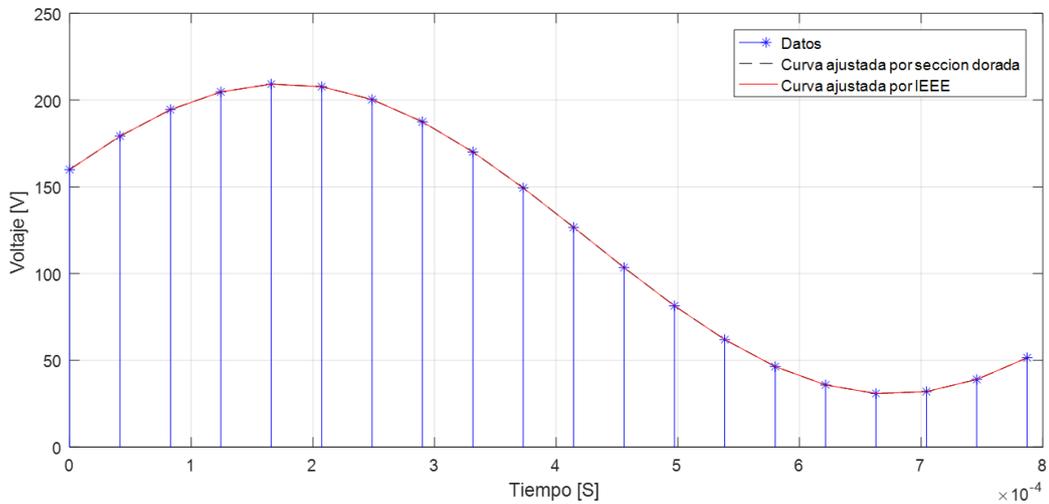
**Figura 7:** Comparación entre los datos, la estimación de los parámetros de una señal de un sólo tono por la metodología propuesta y la que establece la norma IEEE-1057 para unas muestras de una señal de 100 [Hz] que adquieren menos de un periodo de la señal.



**Figura 8:** Comparación entre los datos, la estimación de los parámetros de una señal de un sólo tono por la metodología propuesta y la que establece la norma IEEE-1057 para unas muestras de una señal de 500 [Hz] que adquieren menos de un periodo de la señal.

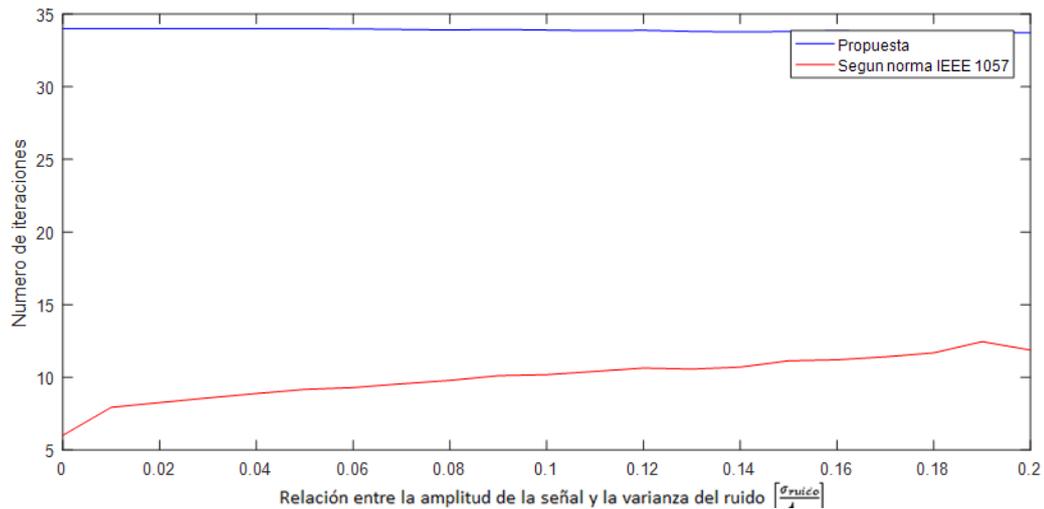


**Figura 9:** Comparación entre los datos, la estimación de los parámetros de una señal de un sólo tono por la metodología propuesta y la que establece la norma IEEE-1057 para unas muestras de una señal de 1000 [Hz] que adquieren menos de un periodo de la señal.

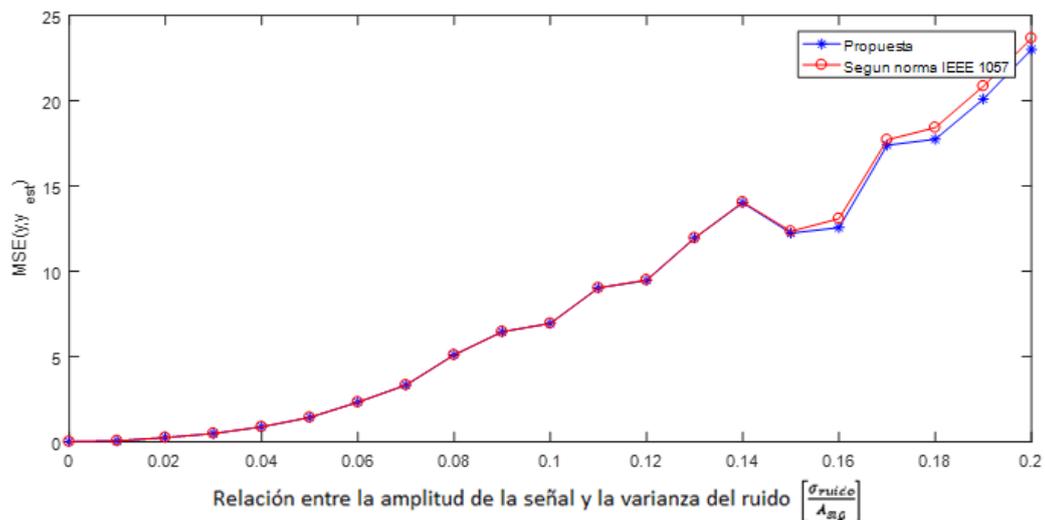


Como se aprecia en las Figuras 10 y 11, ambos enfoques logran valores de error cuadrático medio por debajo de 25 con menos de 35 iteraciones aún en presencia de niveles de ruido representativos que alcanzaron el 20 % de la magnitud de la señal sintética de prueba, lo cual nos muestra que ambos enfoques logran resolver el problema de forma adecuada, una comparación de los valores estimados con los reales se presenta en la Tabla 2 para una señal sintética de 100[Hz], es importante resaltar que para niveles de error superior al 15 % la metodología propuesta logra una mejor estimación de los parámetros reales según los resultados presentados en la Figura 11.

**Figura 10:** Comparación de la cantidad de iteraciones necesarias para realizar la estimación de los parámetros de una señal de un sólo tono por la metodología propuesta y la que establece la norma IEEE-1057 para una cantidad de muestras menor a un periodo de la señal.



**Figura 11:** Comparación del MSE al realizar la estimación de los parámetros de una señal de un sólo tono por la metodología propuesta y la que establece la norma IEEE-1057 para una cantidad de muestras menor a un periodo de la señal.



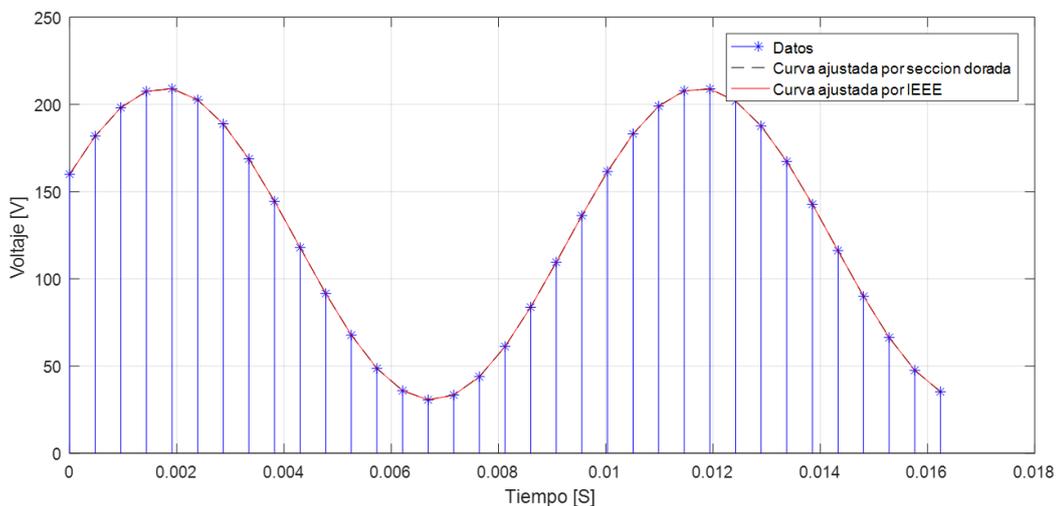
**Tabla 2:** Comparación de los parámetros estimados según la metodología presente en la norma IEEE- 1057 y la metodología propuesta con los valores reales de la señal sintética de 100 [Hz] adquiriendo menos de un periodo.

	Parámetro	Valor real	Valor estimado empleando la metodología de la norma IEEE-1057	Porcentaje de error con la metodología de la norma IEEE-1057	Valor estimado por la metodología propuesta	Porcentaje de error empleando la metodología propuesta
Sin ruido	A	89.4427	89.4427	0 %	89.4427	0 %
	$\varphi$	-1.1071	-1.1071	0 %	-1.1071	0 %
	C	120	120	0 %	120	0 %
	$\omega$	628.3185	628.3185	0 %	628.3185	0 %
Con $\sigma_{ruido} 0,2A$	A	89.4427	88.3630	1.21 %	88.3630	1.21 %
	$\varphi$	-1.1071	-0.9478	14 %	-0.9478	14 %
	C	120	118.52	1.23 %	118.52	1.23 %
	$\omega$	628.3185	564.2586	10.2 %	564.2586	10.2 %

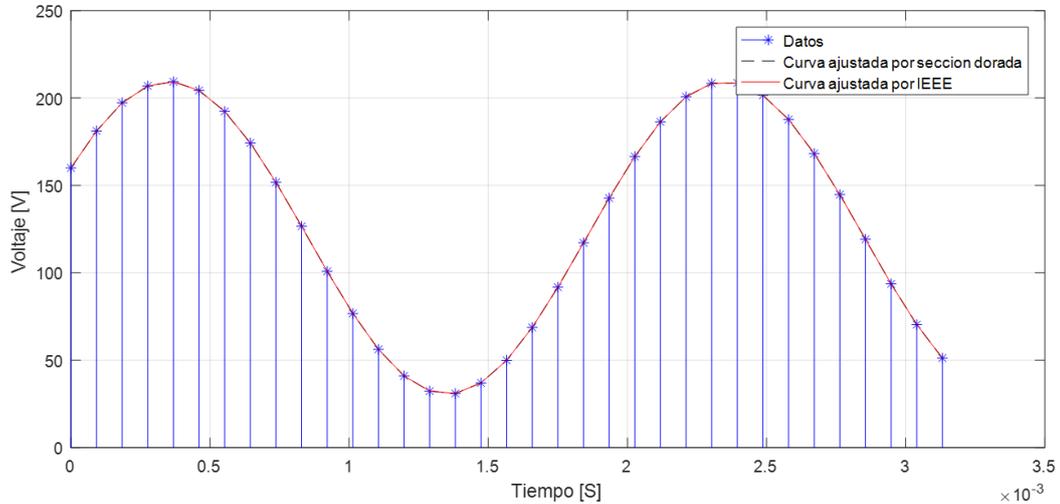
## Adquiriendo más de un periodo de la señal

En las Figuras 12,13 y 14, se presentan los datos sintéticos empleados para realizar las pruebas, además de la señal generada a partir de los parámetros estimados por la metodología propuesta y por la que establece la norma IEEE-1057, cómo se esperaba por las pruebas realizadas para una menor cantidad de muestras, en este caso la señal resultante de ambos enfoques se ajusta casi perfectamente a los datos para las tres señales con diferentes frecuencias para datos recolectados por más de un periodo de la señal, estos datos sintéticos fueron generados a partir de la Ecuacion 4.1 con los parámetros de amplitud  $\bar{A}$ , ángulo de fase  $\varphi$  y componente de DC  $C$  presentados en la Tabla 3 y su respectiva frecuencia.

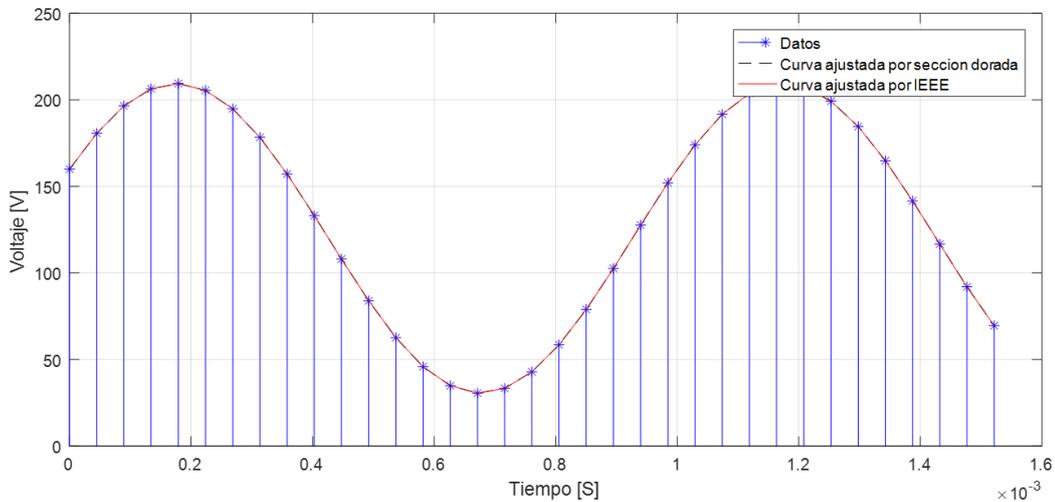
**Figura 12:** Comparación entre los datos, la estimación de los parámetros de una señal de un sólo tono por la metodología propuesta y la que establece la norma IEEE-1057 para unas muestras de una señal de 100 [Hz] que adquieren por más de un periodo de la señal.



**Figura 13:** Comparación entre los datos, la estimación de los parámetros de una señal de un sólo tono por la metodología propuesta y la que establece la norma IEEE-1057 para unas muestras de una señal de 500 [Hz] que adquieren por más de un periodo de la señal.

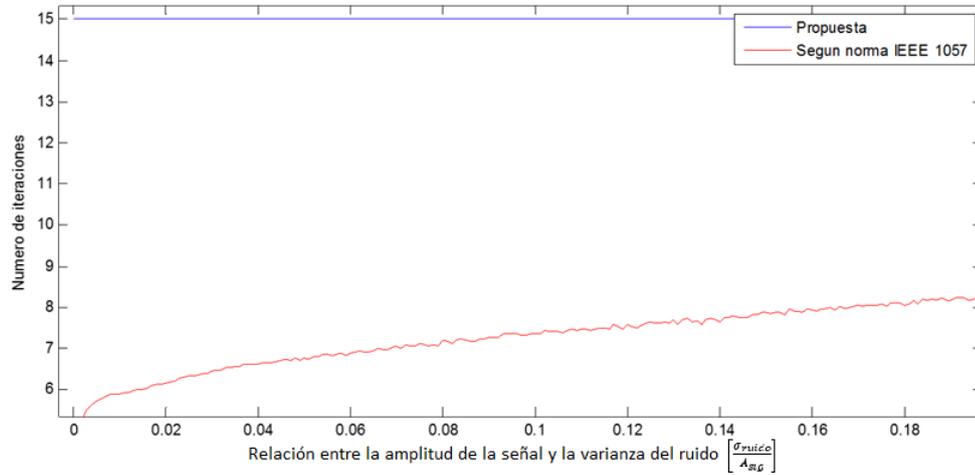


**Figura 14:** Comparación entre los datos, la estimación de los parámetros de una señal de un sólo tono por la metodología propuesta y la que establece la norma IEEE-1057 para unas muestras de una señal de 1000 [Hz] que adquieren por más de un periodo de la señal.

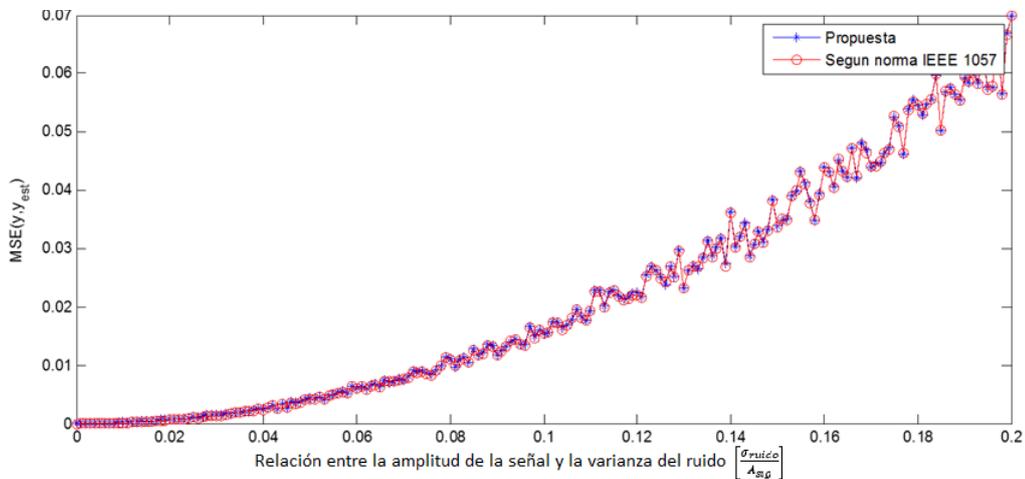


Al igual que para cuando se adquieren una cantidad de datos menor a un periodo, como se observa en las Figuras 15 y 16 para este caso también se ajustan muy bien las señales creadas a partir de los datos estimados con pocas iteraciones, para este caso específico se requieren menos de 16 iteraciones para ambos enfoques, pero es importante resaltar que por tener una mayor cantidad de muestras el error de las estimaciones se reduce al 0.07 comparado con el que se aprecia en la Figura 11 de 25.

**Figura 15:** Comparación de la cantidad de iteraciones necesarias para realizar la estimación de los parámetros de una señal de un sólo tono por la metodología propuesta y la que establece la norma IEEE-1057 para una cantidad de muestras mayor a un periodo de la señal.



**Figura 16:** Comparación del MSE al realizar la estimación de los parámetros de una señal de un sólo tono por la metodología propuesta y la que establece la norma IEEE-1057 para una cantidad de muestras mayor a un periodo de la señal de 100[Hz].



**Tabla 3:** Comparación de los parámetros estimados según la metodología presente en la norma IEEE- 1057 y la metodología propuesta con los valores reales de la señal sintética de 100 [Hz] adquiriendo más de un periodo.

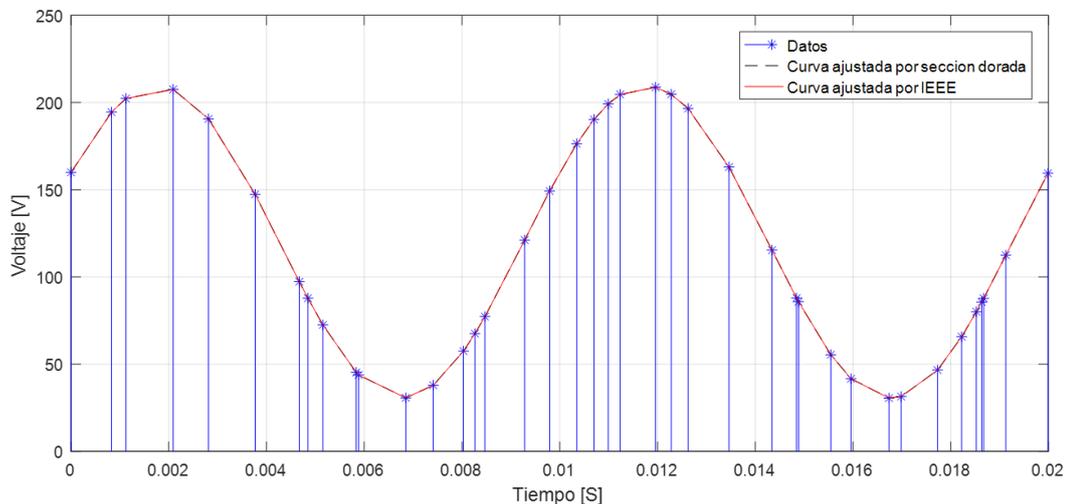
	Parámetro	Valor real	Valor estimado empleando la metodología de la norma IEEE-1057	Porcentaje de error con la metodología de la norma IEEE-1057	Valor estimado por la metodología propuesta	Porcentaje de error empleando la metodología propuesta
Sin ruido	A	89.4427	89.4427	0 %	89.4427	0 %
	$\varphi$	-1.1071	-1.1071	0 %	-1.1071	0 %
	C	120	120	0 %	120	0 %
	$\omega$	628.3185	628.3185	0 %	628.3185	0 %
Con $\sigma_{ruido} 0,2A$	A	89.4427	96.6186	7.43 %	96.6186	7.43 %
	$\varphi$	-1.1071	-1.091	1.45 %	-1.091	1.45 %
	C	120	118.75	1.04 %	118.75	1.04 %
	$\omega$	628.3185	634.0748	0.92 %	634.0748	0.92 %

---

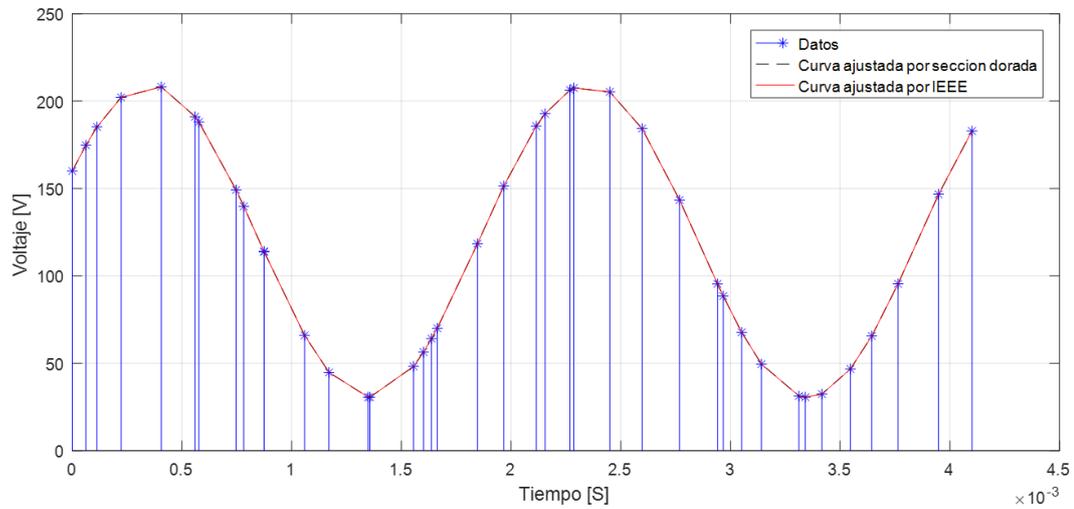
## Empleando un muestreo no periódico

Para analizar el comportamiento ambos enfoques ante señales muestreadas de forma no periódica, se crean tres señales con un periodo de muestreo que varía de forma aleatoria a lo largo de la adquisición de las mediciones, estas señales poseen frecuencias de 100[Hz], 500[Hz] y 1000[Hz], como las que se aprecian en las Figuras 17, 18 y 19, además en estas mismas figuras se muestra la señal generada a partir de los parámetros estimados por el enfoque propuesto y la metodología que presenta la norma IEEE-1057, donde se aprecia un correcto ajuste con los datos sintéticos de prueba, en la tabla 4 se presentan los valores reales empleados para la simulación, además de los valores estimados y su porcentaje de error en la estimación de los parámetros es presentando .

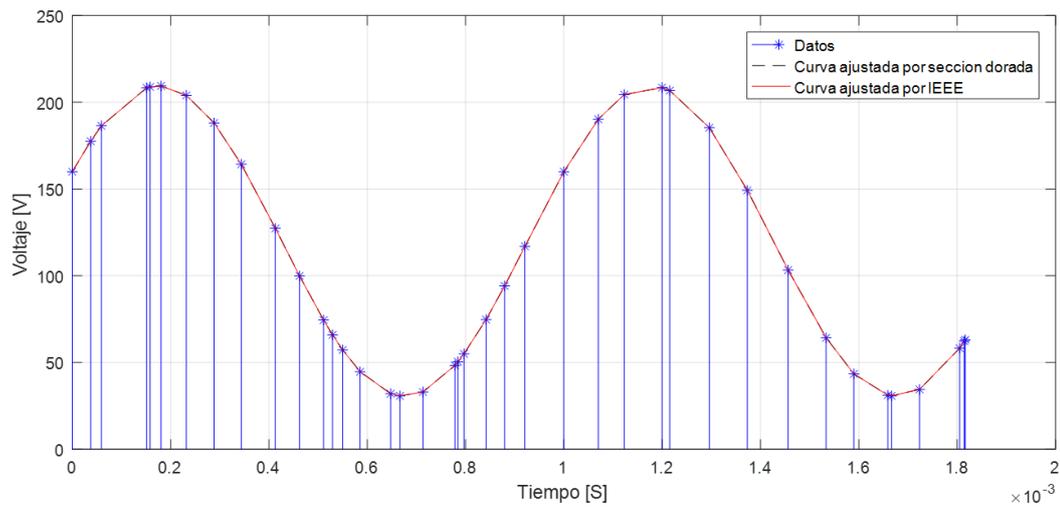
**Figura 17:** Comparación entre los datos, la estimación de los parámetros de una señal de un sólo tono por la metodología propuesta y la que establece la norma IEEE-1057 para un muestreo no periódico de la señal de 100[Hz].



**Figura 18:** Comparación entre los datos, la estimación de los parámetros de una señal de un sólo tono por la metodología propuesta y la que establece la norma IEEE-1057 para un muestreo no periódico de la señal de 500 [Hz].

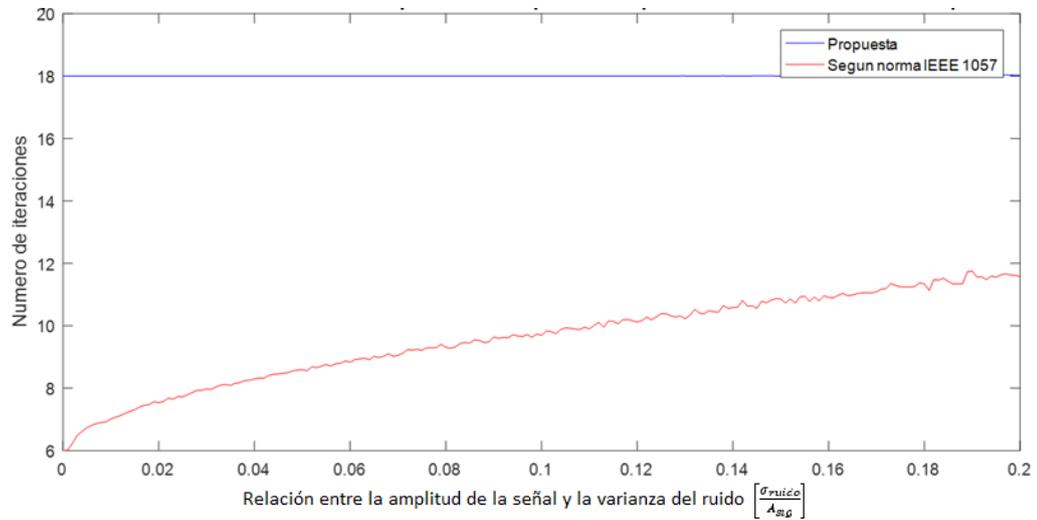


**Figura 19:** Comparación entre los datos, la estimación de los parámetros de una señal de un sólo tono por la metodología propuesta y la que establece la norma IEEE-1057 para un muestreo no periódico de la señal de 1000 [Hz].

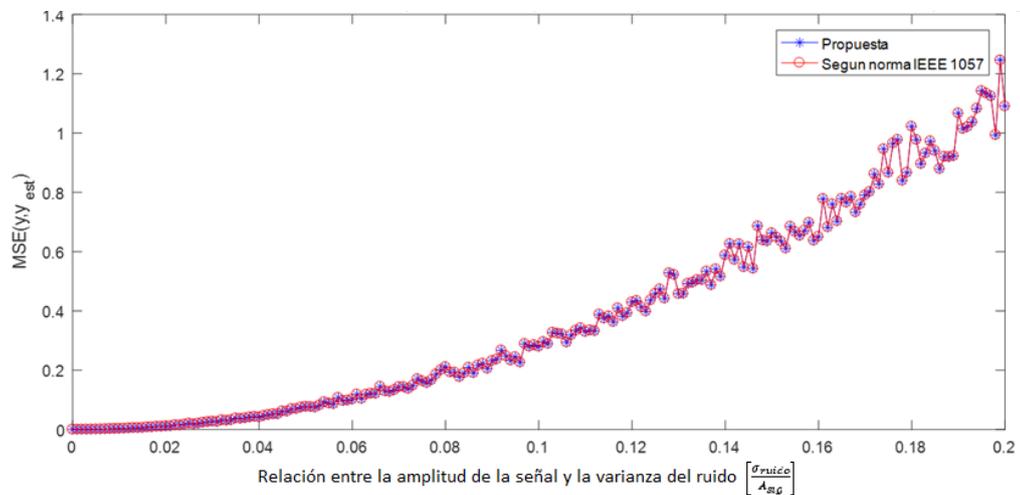


En las Figuras 20 y 21 se presenta el comportamiento de las iteraciones y el MSE para una señal con ruido y un muestreo no uniforme, y se aprecia que ambos enfoques logran realizar buenos ajustes con errores medios cuadráticos inferiores a 1.3 empleando 18 iteraciones o menos, con lo cual se muestra que ambos enfoques logran resolver el problema para el cual fueron creados.

**Figura 20:** Comparación de la cantidad de iteraciones necesarias para realizar la estimación de los parámetros de una señal de un sólo tono por la metodología propuesta y la que establece la norma IEEE-1057 para una señal adquirida mediante muestreo no periódico.



**Figura 21:** Comparación del MSE al realizar la estimación de los parámetros de una señal de un sólo tono por la metodología propuesta y la que establece la norma IEEE-1057 para una señal adquirida mediante muestreo no periódico para una señal de 100[Hz].



**Tabla 4:** Comparación de los parámetros estimados según la metodología presente en la norma IEEE- 1057 y la metodología propuesta con los valores reales de la señal sintética de 100 [Hz] empleando un muestreo no periódico.

	Parámetro	Valor real	Valor estimado empleando la metodología de la norma IEEE-1057	Porcentaje de error con la metodología de la norma IEEE-1057	Valor estimado por la metodología propuesta	Porcentaje de error empleando la metodología propuesta
Sin ruido	A	89.4427	89.4427	0 %	89.4427	0 %
	$\varphi$	-1.1071	-1.1071	0 %	-1.1071	0 %
	C	120	120	0 %	120	0 %
	$\omega$	628.3185	628.3185	0 %	628.3185	0 %
Con $\sigma_{ruido} 0,2A$	A	89.4427	87.6904	1.96 %	87.6904	1.96 %
	$\varphi$	-1.1071	-1.1131	0.54 %	-1.1131	0.54 %
	C	120	118.08	1.6 %	118.08	1.6 %
	$\omega$	628.3185	625.0432	0.52 %	625.0432	0.52 %

## 4.2. SIMULACIÓN Y RESULTADOS PARA SEÑALES DE MULTI-TONO

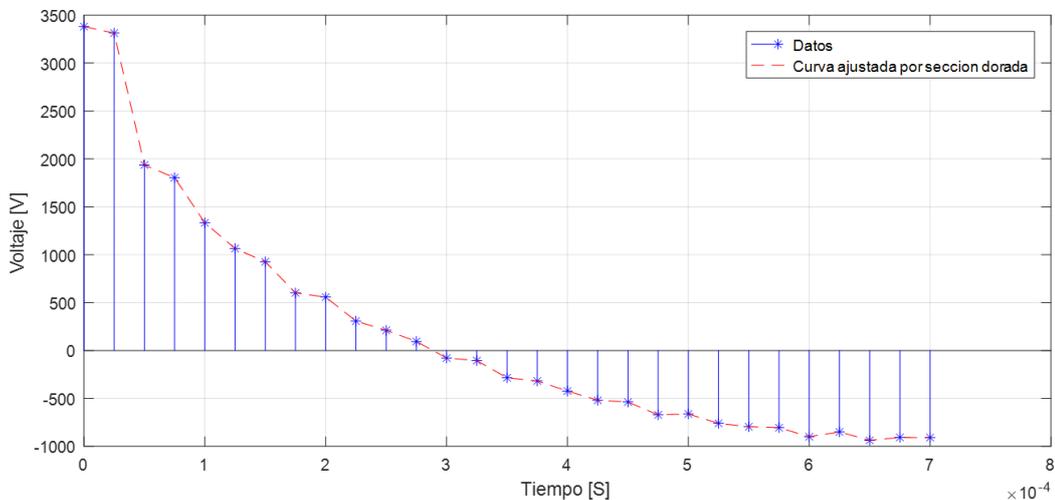
### Adquiriendo menos de un periodo de la señal

Para las pruebas del algoritmo propuesto para recuperar los parámetros de señales multi-tono, se emplearon señales sintéticas las cuales fueron generadas empleando la ecuación 4.5 con 16, 9, 5 y 3 tonos como las que se muestran en las Figuras 22, 23, 24 y 25 respectivamente, además en estas figuras se muestra la señal generada a partir de los parámetros encontrados con el algoritmo propuesto para cada tono, la cual como se aprecia se ajusta muy bien a los datos para un número de armónicos superior a 9, mostrando el correcto funcionamiento de la metodología propuesta para señales multi-tono.

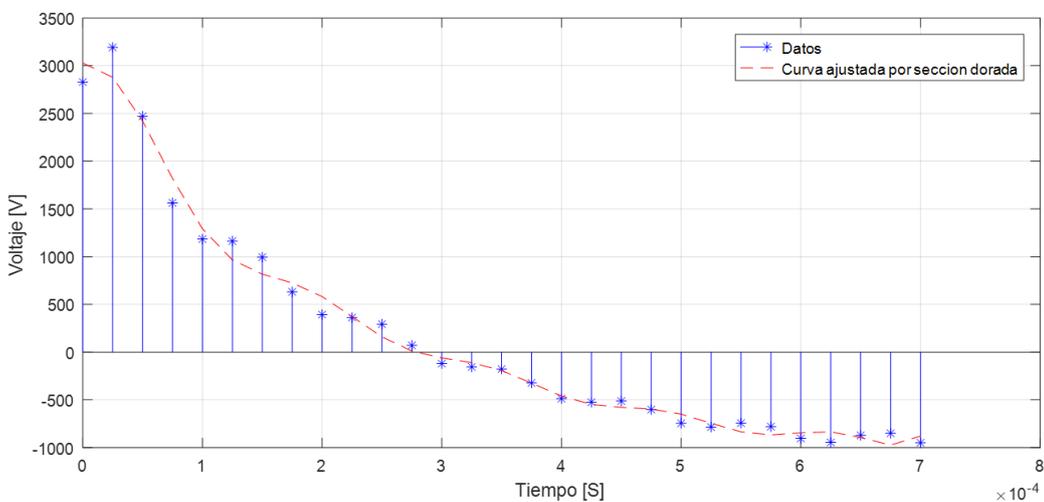
$$y(t) = \sum_{i=1}^p A_i \sin(i * \omega t) + B_i \cos(i * \omega t) + C; \quad (4.5)$$

$$A_i = \frac{1000}{i}; B_i = \frac{700}{i}; C \sim U(-500, 500)$$

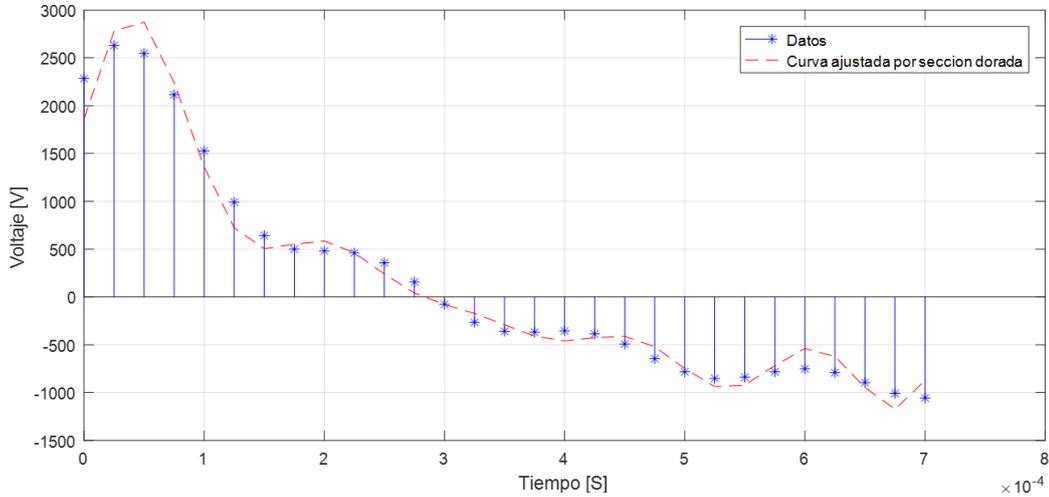
**Figura 22:** Comparación entre los datos adquiridos a partir de una señal sintética de con frecuencia fundamental 1000[Hz] con 16 tonos y la señal generada a partir de los parámetros estimados mediante la metodología propuesta, para muestras de menos de un periodo de la señal.



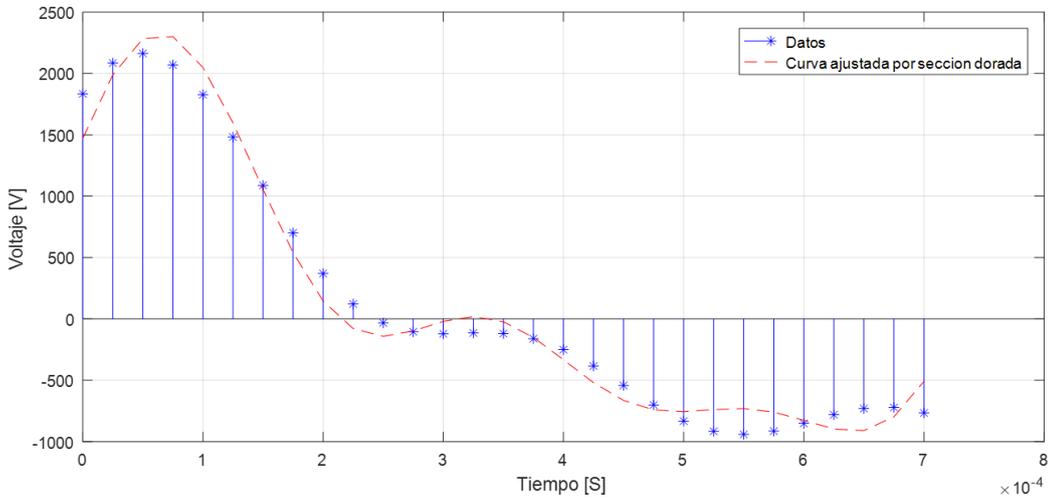
**Figura 23:** Comparación entre los datos adquiridos a partir de una señal sintética con frecuencia fundamental 1000[Hz] con 9 tonos y la señal generada a partir de los parámetros estimados mediante la metodología propuesta, para muestras de menos de un periodo de la señal.



**Figura 24:** Comparación entre los datos adquiridos a partir de una señal sintética con frecuencia fundamental 1000[Hz] con 5 tonos y la señal generada a partir de los parámetros estimados mediante la metodología propuesta, para muestras de menos de un periodo de la señal.



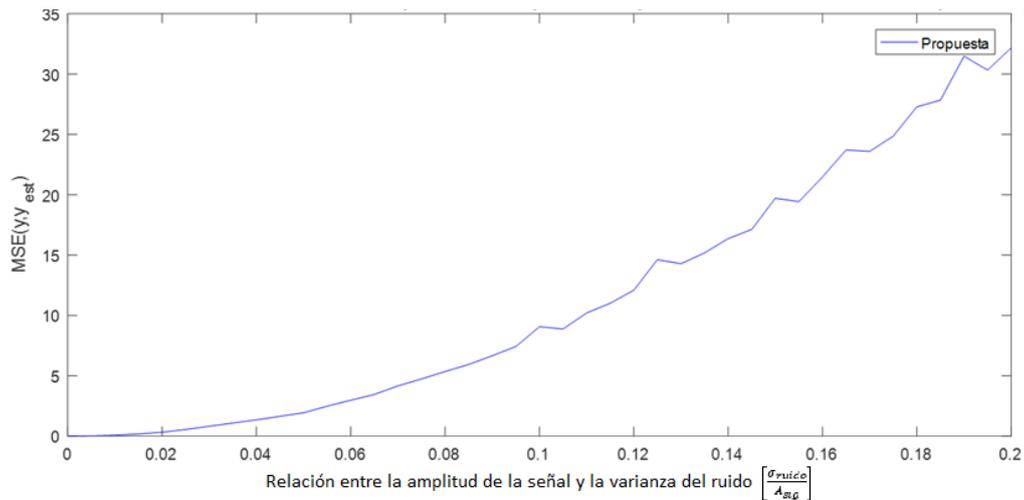
**Figura 25:** Comparación entre los datos adquiridos a partir de una señal sintetica de con frecuencia fundamental 1000[Hz] con 3 tonos y la señal generada a partir de los parámetros estimados mediante la metodología propuesta, para muestras de menos de un periodo de la señal.



Para realizar una comparación con los resultados encontrados para señales de un sólo tono, también se analizó la cantidad de iteraciones necesarias para estimar los parámetros de una señal multi-tono y el MSE entre la señal generada a partir de los parámetros estimados para cada tono y la señal sintetica original, como se aprecia en la Figura 26 el algoritmo propuesto estima de forma correcta los parámetros de la señal multi-tono aún adquiriendo menos de un periodo de la señal, pero la precisión de la metodología propuesta se reduce a medida que el ruido presente en los datos aumenta como era de esperarse, esto para una señal de prueba con amplitud de 260[v], además en la tabla 5 se presentan los

errores en la estimación de los parámetros los cuales son de más del 100 % para este caso lo cual nos lleva a concluir que aunque la metodología propuesta logra estimar unos parámetros que generan una curva bastante aproximada a los datos, no estima los parámetros correctos para una señal multi-tono si se tiene información de menos de un periodo.

**Figura 26:** Comportamiento de MSE entre la señal sintetica original y la generada utilizando los parámetros estimados a partir datos con ruido, además la metodología propuesta requirió 81 iteraciones para realizar la estimación independiente de los niveles de ruido presentes en los datos.



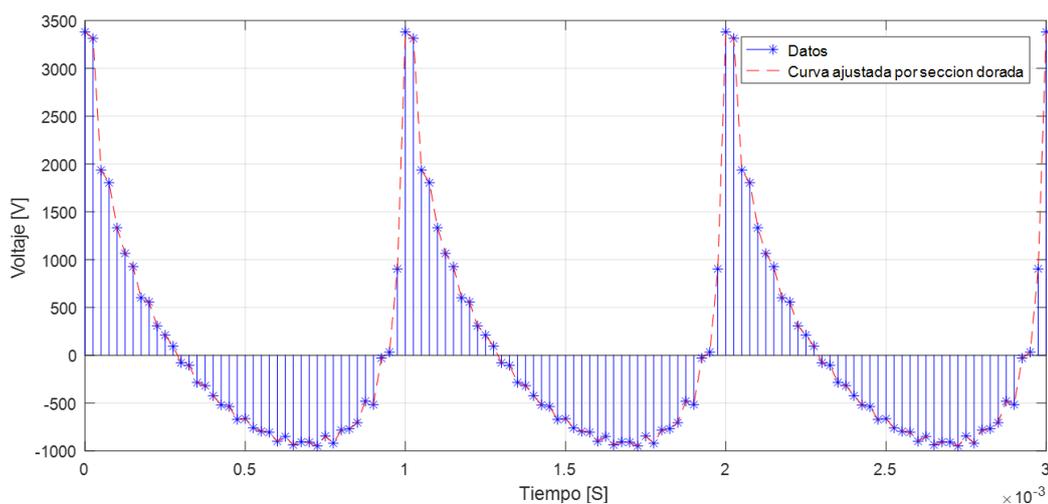
**Tabla 5:** Comparación de los valores estimados para los parámetros de los 3 primeros tonos de una señal 16 tonos, adquiriendo menos de un periodo de la señal.

	Parámetro	Valor real	Valor estimado por la metodología propuesta	Porcentaje de error empleando la metodología propuesta
Sin ruido	$A_1$	1220.65	7739.9	534.1 %
	$\varphi_1$	-0.6107	-0.7612	21.6 %
	$A_2$	610.32	3225.1	428.4 %
	$\varphi_2$	-0.6107	0.3477	156.9 %
	$A_3$	406.86	2082.7	411 %
	$\varphi_3$	-0.6107	1.3997	329 %
	$C$	0	3197.5	-
Con $\sigma_{ruido} 0,2\bar{A}$	$A_1$	1220.65	4248.5	248 %
	$\varphi_1$	-0.6107	-0.7957	30.2 %
	$A_2$	610.32	1824.1	198.8 %
	$\varphi_2$	-0.6107	0.2014	132.9 %
	$A_3$	406.86	918.8	125.8 %
	$\varphi_3$	-0.6107	1.1321	146.5 %
	$C$	0	1599	-
$\omega$	6283.2	16211.1	158.2 %	

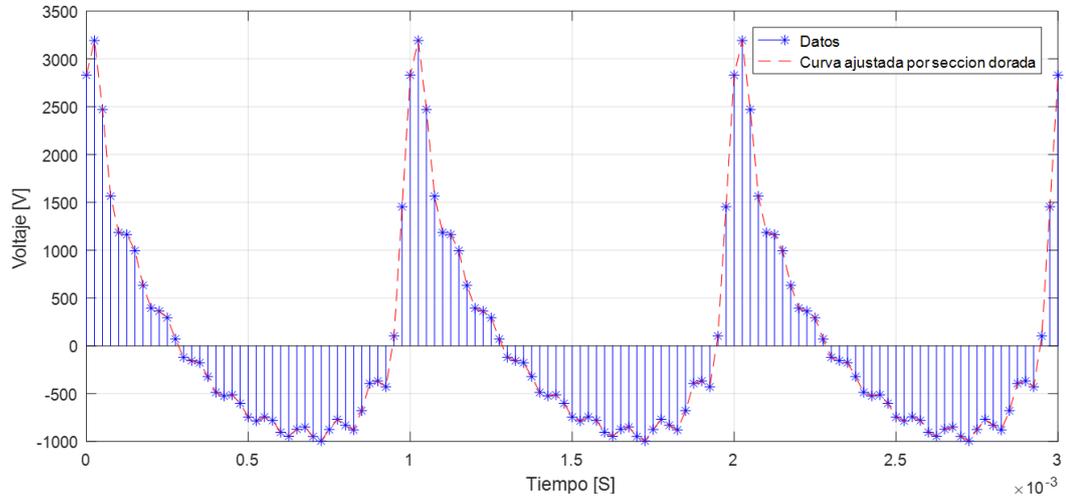
## Adquiriendo más de un periodo de la señal

Para analizar el comportamiento del algoritmo para estimar los parámetros de una señal multi-tono adquiriendo más de un periodo, se generaron 4 diferentes conjuntos de datos de señales con frecuencia fundamental de 1000[Hz] con 16, 9, 5 y 3 tonos por 3 periodos de la frecuencia fundamental como los que se muestran en las Figuras 27, 28, 29 y 30 respectivamente.

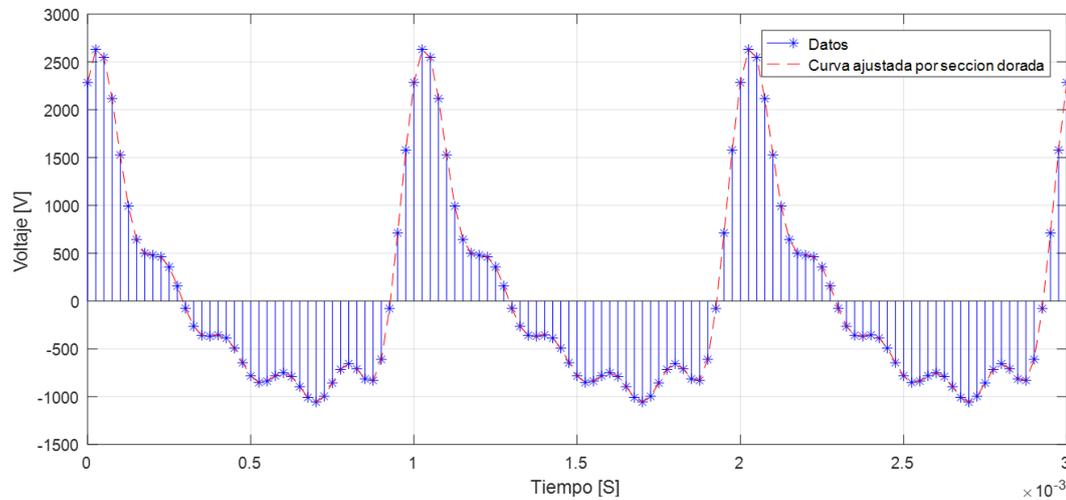
**Figura 27:** Comparación entre los datos adquiridos a partir de una señal sintética con frecuencia fundamental 1000[Hz] con 16 tonos y la señal generada a partir de los parámetros estimados mediante la metodología propuesta. para muestras de 3 periodos de la señal.



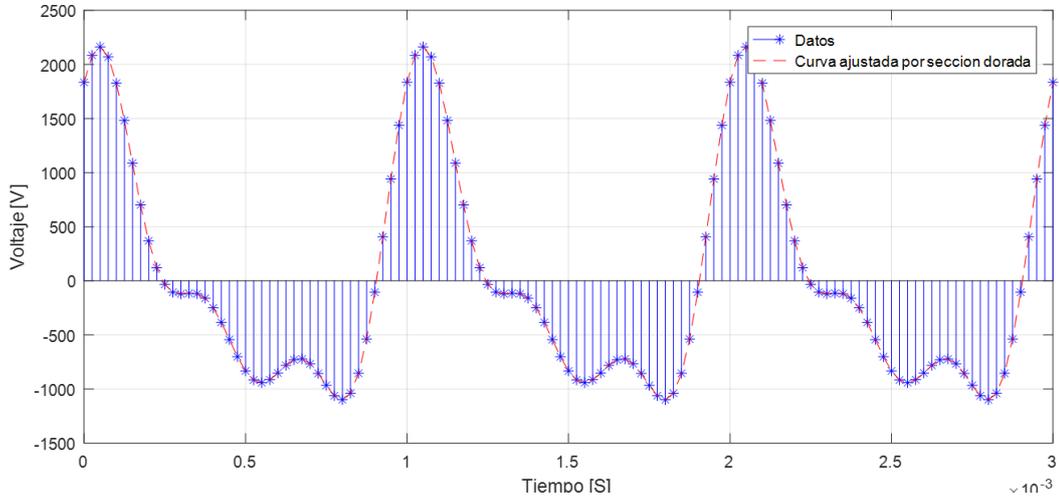
**Figura 28:** Comparación entre los datos adquiridos a partir de una señal sintética con frecuencia fundamental 1000[Hz] con 9 tonos y la señal generada a partir de los parámetros estimados mediante la metodología propuesta, para muestras de 3 periodos de la señal.



**Figura 29:** Comparación entre los datos adquiridos a partir de una señal sintética con frecuencia fundamental 1000[Hz] con 5 tonos y la señal generada a partir de los parámetros estimados mediante la metodología propuesta para muestras de 3 periodos de la señal.

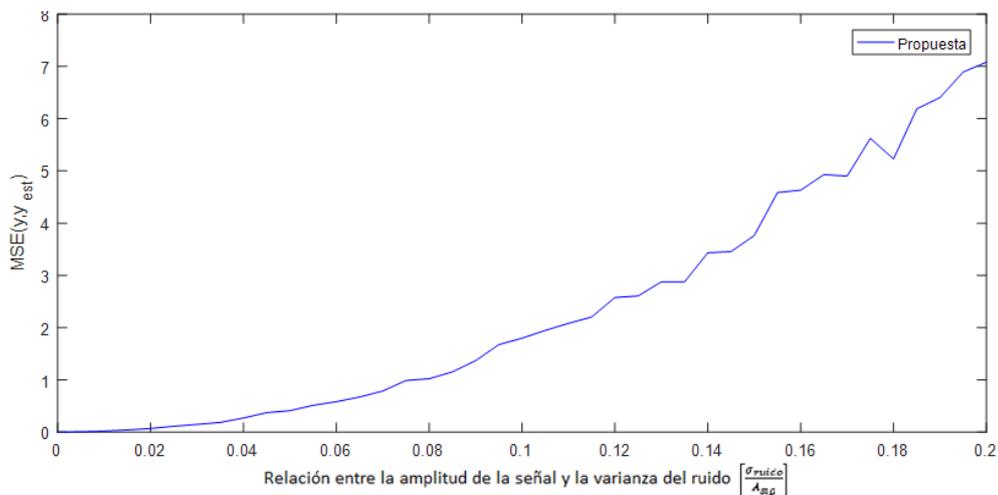


**Figura 30:** Comparación entre los datos adquiridos a partir de una señal sintética con frecuencia fundamental 1000[Hz] con 3 tonos y la señal generada a partir de los parámetros estimados mediante la metodología propuesta, para muestras de 3 periodos de la señal.



Para analizar el correcto funcionamiento de la metodología propuesta se realizó un análisis del MSE a medida que se aumenta el ruido presente en los datos, para una señal con 16 tonos, variando la varianza  $\sigma$  del ruido desde 0 hasta  $0,2\bar{A}$  donde  $\bar{A}$  es el valor máximo de la señal sin ruido ni nivel de DC, como se observa en la Figura 31 el algoritmo estima correctamente los parámetros de la señal multi-tono aún en presencia de niveles considerables de ruido, esto teniendo en cuenta que la amplitud de la señal de prueba es de 2600[v].

**Figura 31:** Comportamiento de MSE entre la señal sintética original y la generada utilizando los parámetros estimados a partir de datos con ruido, además la metodología propuesta requirió 25 iteraciones para realizar la estimación independiente de los niveles de ruido presentes en los datos.



En la tabla 6 se presentan la estimación obtenidas para los tres primeros tonos de

una señal sintética de prueba con 16 tonos, se puede concluir por los valores de error que la metodología propuesta para la estimación de la amplitud  $\bar{A}$ , ángulo de fase  $\varphi$  de cada todo, así como la componente de DC de señal y su frecuencia fundamental, determina de forma correcta los valores de estos parámetros cuando los niveles de ruido son menores, conclusión que también se puede extraer si se analiza la Figura 31.

**Tabla 6:** Comparación de los valores estimados para los parámetros de los 3 primeros tonos de una señal 16 tonos, adquiriendo más de un periodo de la señal.

	Parámetro	Valor real	Valor estimado por la metodología propuesta	Porcentaje de error empleando la metodología propuesta
Sin ruido	$A_1$	1220.65	1220.65	0 %
	$\varphi_1$	-0.6107	-0.6107	0 %
	$A_2$	610.32	610.32	0 %
	$\varphi_2$	-0.6107	-0.6107	0 %
	$A_3$	406.88	406.88	0 %
	$\varphi_3$	-0.6107	-0.6107	0 %
	$C$	0	$3 * 10^{-12}$	0 %
	$\omega$	6283.2	6283.2	0 %
Con $\sigma_{ruido} 0,2\bar{A}$	$A_1$	1220.65	1192.4	2.3 %
	$\varphi_1$	-0.6107	-0.6692	9.5 %
	$A_2$	610.32	581.7	4.6 %
	$\varphi_2$	-0.6107	-0.7644	25.1 %
	$A_3$	406.86	456.7	12.27 %
	$\varphi_3$	-0.6107	-0.5911	3.2 %
	$C$	0	10.33	-
	$\omega$	6283.2	6299	0.25 %

## 5. CONCLUSIONES

En este trabajo se realizó un estudio de la norma IEEE-1057 en cuanto a la estimación de parámetros de una señal eléctrica. Además se propusieron unas metodologías para resolver el problema de la estimación de los parámetros de amplitud, ángulo de fase, componente de DC y frecuencia, realizando un planteamiento propio para la estimación de estos parámetros en señales de un sólo tono y multi-tono. Para comprobar el correcto funcionamiento de las metodologías propuestas se realizaron una serie de simulaciones y a partir de sus resultados se puede concluir que:

- A partir del estudio de los criterios de la norma IEEE-1057, se concluye que existe la necesidad de crear una metodología sencilla para estimar la frecuencia, esto debido a su importancia en muchas aplicaciones para el ajuste y análisis de datos en dispositivos electrónicos.
- En la literatura existen diferentes artículos relacionados con la estimación de 4-parámetros para señales de un solo tono, presentando una solución alternativa a la metodología propuesta norma IEEE-1057 para la estimación de la frecuencia.
- Se concluye que en la literatura existe pocas propuestas de baja complejidad para solucionar el problema de la estimación de los parámetros en una señal multi-tono basados en la norma IEEE-1057.
- Al realizar la comparación entre el algoritmo de 4 parámetros de la norma IEEE-1057 y el algoritmo de 4 parámetros propuesto en este trabajo, ambos logran una estimación con errores menores al 1 % de la magnitud, ángulo de fase, componente de DC y frecuencia para los tres conjuntos de datos empleados, con menos de un periodo de la señal, con más de un periodo y con muestreo no periódico, además como consecuencia de esto las señales generadas a partir de estos parámetros se ajustan a los datos, por lo cual se concluye que es un método alternativo para en los parámetros de una señal de un solo tono.
- Por medio de las simulaciones realizadas se puede apreciar que el método propuesto a diferencia del presente en la norma IEEE-1057 mantiene un número constante de iteraciones, independientemente del nivel de ruido presente en los datos adquiridos.
- Se concluye que para niveles de ruido en los datos superior al 15 % para muestras de menos de un periodo de una señal de un sólo tono, la metodología propuesta calcula una mejor estimación de sus parámetros.
- A partir del estudio de las diferentes metodologías propuestas para estimar 4 parámetros para una señal de un sólo tono y los pocos trabajos encontrados que se enfocan en señales multi-tono, se logró la implementación de un algoritmo basado en el método de la sección dorada para la estimación de los parámetros para una señal multi-tono, el cual estima los parámetros

---

con errores menores al 1 % cuando se adquiere más de un periodo de la señal y se tienen niveles de ruido por debajo de 20 % como lo muestran las simulaciones presentadas.

- A partir de las diferentes simulaciones realizadas, se logra concluir que los enfoques propuestos estiman de forma correcta los parámetros para señales de un sólo tono y multi-tono, mostrando un mejor rendimiento cuando se adquieren muestras de la señal por más de un periodo de su frecuencia fundamental, además como era de esperarse, a medida que los niveles de ruido presentes en los datos disminuyen, el algoritmo estima con un error cada vez más cercano al 0 % los parámetros de las señales.
- Se concluye a partir de las simulaciones de la metodología propuesta para señales multi-tono, que funciona correctamente si se adquiere más de un periodo de la señal, presentando un ajuste con error menor al 1 % en la estimación de la frecuencia fundamental, aún en presencia de niveles de ruido del 20 %.
- Se concluye por medio de las simulaciones realizadas, que los algoritmos propuestos para estimar los parámetros de una señal de un tono y multi-tono funciona correctamente en señales que operan a diferentes frecuencias entre ellas 60 [Hz] con presencia de ruido, ambos enfoques logran realizar buenos ajustes y estiman de forma correcta los parámetros con error menor al 1 %, en la estimación de la frecuencia, mostrando un mejor rendimiento cuando se adquieren muestras de la señal por más de un periodo de su frecuencia fundamental.

## REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- [1] Wayne Tomasi, Gloria Mata Hernández, and Virgilio González Pozo. *Sistemas de comunicaciones electrónicas*. Pearson educación, 2003.
- [2] R. Dorf, R.C. Dorf, and J.A. Svoboda. *Circuitos eléctricos: introducción al análisis y diseño*. ACCESO RÁPIDO. Marcombo, 2000.
- [3] K. Polo and W. Rodriguez. *Obtención de los principales parámetros de las señales*,. PhD thesis, Universidad Industrial de Santander, Dep. Ing. Eléctrica, Electrónica y Telecomunicaciones, 2015.
- [4] Fabricio Vasco Vera. Efecto del empleo de los focos ahorradores: Estudio técnico experimental en instalaciones, 2011.
- [5] M. Cupelli, F. Ponci, G. Sulligoi, A. Vicenzutti, C. S. Edrington, T. El-Mezyani, and A. Monti. Power flow control and network stability in an all-electric ship. *Proceedings of the IEEE*, 103(12):2355–2380, Dec 2015.
- [6] Martin van Exter. Extra syllabus for (third-year) course "signaalverwerking and ruis". 2003.
- [7] I. Díaz and H. Ortiz. *Estimación de parámetros de señales eléctricas: estudio e implementación de algoritmos basados en filtrado adaptativo*. PhD thesis, Universidad Industrial de Santander, Dep. Ing. Eléctrica, Electrónica y Telecomunicaciones, 2010.
- [8] Konrad Hofbauer. Estimating frequency and amplitude of sinusoids in harmonic signals. *Tech. Rep., Graz University of Technology*, 2004.
- [9] M. Chakraborty. A new adaptive filter for estimating and tracking the delay and the amplitude of a sinusoid. *Transactions on Instrumentation and Measurement*, 2010.
- [10] Trial-use standard for digitizing waveform recorders. *IEEE Std 1057*, pages 1–40, July 1989.
- [11] K. F. Chen. Estimating parameters of a sine wave by separable nonlinear least squares fitting. *IEEE Transactions on Instrumentation and Measurement*, 59(12):3214–3217, Dec 2010.
- [12] N.H. Timm. *Applied Multivariate Analysis*. Springer Texts in Statistics. Springer New York, 2007.
- [13] Wenmiao Lu and Brian A Hargreaves. Multiresolution field map estimation using golden section search for water-fat separation. *Magnetic resonance in medicine*, 60(1):236–244, 2008.

- 
- [14] Roberto Salvador Felix Patron, Ruxandra Mihaela Botez, and Dominique Labour. Vertical profile optimization for the flight management system cma-9000 using the golden section search method. In *IECON 2012-38th Annual Conference on IEEE Industrial Electronics Society*, pages 5482–5488. IEEE, 2012.
- [15] Tomas Andersson. *Parameter estimation and waveform Fitting for narrow-band signals*. PhD thesis, KTH, 2005.
- [16] W.H. Press. *Numerical Recipes in C: The Art of Scientific Computing*. Number libro 4. Cambridge University Press, 1992.
- [17] K. Lange. *Numerical Analysis for Statisticians*. Statistics and Computing. Springer New York, 2010.
- [18] S.C. Chapra and R.P. Canale. *Métodos numéricos para ingenieros (7a. ed.)*. McGraw-Hill Interamericana, 2015.
- [19] J.H. Mathews, K.D. Fink, and P.J.P. Escolano. *Métodos numéricos con MATLAB*. Fuera de colección Out of series. Pearson Educación, 1999.

## BIBLIOGRAFÍA

ANDERSSON, Tomas. Parameter estimation and waveform Fitting for narrow-band signals. 2005. Tesis Doctoral. KTH.

CHAKRABORTY, Mrityunjoy. A new adaptive filter for estimating and tracking the delay and the amplitude of a sinusoid. IEEE Transactions on Instrumentation and Measurement, 2010, vol. 59, no 11, p. 3049-3057.

CHEN, Kui Fu. Estimating parameters of a sine wave by separable nonlinear least squares fitting. IEEE Transactions on Instrumentation and Measurement, 2010, vol. 59, no 12, p. 3214-3217.

CUPELLI, Marco, et al. Power flow control and network stability in an all-electric ship. Proceedings of the IEEE, 2015, vol. 103, no 12, p. 2355-2380. DIAZ PAEZ, Idania, ORTIZ PICO, Hugo. Estimación de parámetros de señales eléctricas: estudio e implementación de algoritmos basados en filtrado adaptativo. Bucaramanga, 2010, 32 h. Trabajo de grado (Ingeniera Electricista, Ingeniero electrónico). Universidad Industrial de Santander, Departamento. Ingeniería. Eléctrica, Electrónica y Telecomunicaciones

HOFBAUER, Konrad. Estimating frequency and amplitude of sinusoids in harmonic signals. Tech. Rep., Graz University of Technology, 2004.

INSTITUTE OF ELECTRICAL AND ELECTRONICS ENGINEERS. IEEE Trial-use Standard for Digitizing Waveform Recorders: Draft American National Standard;[Industrial Applications]. 1989.

LU, Wenmiao; HARGREAVES, Brian A. Multiresolution field map estimation using golden section search for water-fat separation. Magnetic resonance in medicine, 2008, vol. 60, no 1, p. 236-244.

PATRON, Roberto Salvador Felix; BOTEZ, Ruxandra Mihaela; LABOUR, Dominique. Vertical profile optimization for the Flight Management System CMA-9000 using the golden section search method. En IECON 2012-38th Annual Conference on IEEE Industrial Electronics Society. IEEE, 2012. p. 5482-5488.