Diseño de un sistema de asistencia eléctrica para bicicletas de pedaleo asistido con frenado regenerativo

Presentado por
OSCAR OLARTE ORTIZ
Ingeniero Electricista

UNIVERSIDAD INDUSTRIAL DE SANTANDER $FACULTAD \ DE \ INGENIERÍA FÍSICO-MECÁNICAS$ ESCUELA DE INGENIERÍAS ELÉCTRICA, ELECTRÓNICA Y TELECOMUNICACIONES (E^3T)

BUCARAMANGA

2023

Diseño de un sistema de asistencia eléctrica para bicicletas de pedaleo asistido con frenado regenerativo

Presentado por

Oscar Olarte Ortiz

Tesis presentada para optar por el título de Magíster en ingeniería eléctrica

Directora

Maria Alejandra Mantilla Villalobos

Profesora titular Universidad Industrial de Santander

Ph.D. en ingeniería electrónica

Co-Director

Javier Enrique Solano Martínez
Profesor asociado Universidad Industrial de Santander
Ph.D. en ingeniería eléctrica

Universidad Industrial de Santander
Facultad de Ingeniería Físico-mecánicas
Escuela de Ingenierías Eléctrica, Electrónica y Telecomunicaciones (E³T)
Ms.C. en Ingeniería Eléctrica
Bucaramanga
2023

Agradecimientos

Gracias a Dios en primer lugar por permitirme conseguir este logro, a mi madre Mercy Ortiz Amando por su apoyo y amor incondicional siempre, sin ella nada sería posible, a mi esposa Johanna Alexandra Gómez Santos por su amor, paciencia, empuje, tolerancia y respeto, eres la luz de mis ojos y el amor de mi vida, a mi tía Marinella Ortiz Amado por todo su ejemplo y apoyo durante todos los procesos.

Una agradecimiento total a la profesora María Alejandra Mantilla Villalobos, la mejor docente que se pueda llegar a tener. Infinitas gracias. Un ejemplo a seguir.

El presente trabajo de grado fue desarrollado con apoyo del proyecto de investigación denominado "Desarrollo de un sistema de asistencia eléctrica para bicicletas con pedaleo asistido", financiado por la Universidad Industrial de Santander a través del código VIE-UIS 2524.

Índice general

INT	NTRODUCCIÓN	
1. (CONVERTIDORES DE POTENCIA DC/DC	19
1.1.	TOPOLOGÍAS DE CONVERTIDORES COMPATIBLES CON BPA	20
1.1.1	. Convertidores DC/DC con conmutación suave	20
1.1.2	2. Convertidores DC/DC con supercondesadores	22
1.1.3	3. Convertidores DC/DC multidispositivo y multifase	24
1.1.4	1. Selección del convertidor DC/DC bidireccional	25
2. N	MODELO CANÓNICO DEL CONVERTIDOR BIDIRECCIONAL EN CASCA-	
I	DA BUCK - BOOST	27
2.1.	Metodología	29
2.2.	Modelamiento del convertidor DC/DC	30
2.3.	Solución en estado estable	37
2.4.	Perturbación y linealización	41
2.5.	Modelo canónico	49
2.6.	Simulación del modelo canónico bidireccional	51
2.7.	Resultados de simulación	55
3. (CONTROL DEL CONVERTIDOR DC/DC BIDIRECCIONAL	66
3.1.	Modo de control por tensión	71
3.2.	Modo de control por corriente programada	77
3.3.	Modo de control por corriente promedio	79
4. N	MOTOR DE IMANES PERMANENTES SIN ESCOBILLAS	82
4.1.	MOTOR BLDC	82

Diseño de un	SAE para	BPA co	n frenado	regenerativo

4.1.1. Modelo matemático	84
4.1.1.1. Estructura del motor	84
4.1.1.2. Bloque de conmutación	92
4.1.2. Simulación	95
4.1.3. Resultados	96
5. MODELO DE SIMULACIÓN ELECTROMECÁNICO	105
5.1. EMR	105
5.2. MODELO DEL SISTEMA	107
5.2.1. Batería	107
5.2.2. Convertidor DC-DC	108
5.2.3. Motor de imanes permanentes sin escobillas en DC	108
5.2.4. Transmisión	109
5.2.5. Dinámica mecánica	109
5.2.6. Fuerzas resistentes	110
5.2.6.1. Fuerza por gradiente del terreno	111
5.2.6.2. Resistencia por rodadura	111
5.2.6.3. Fuerza resistente aerodinámica	111
5.2.6.4. Fricción mecánica	112
5.2.7. Sistema de control	112
5.3. MODELO DE SIMULACIÓN	114
5.3.1. Modelamiento	114
5.3.2. Funcionamiento	115
6. BANCO DE PRUEBAS DE LABORATORIO DE UNA BPA	123
6.1. DESCRIPCIÓN DEL MONTAJE	123
6.1.1. Primotor-control de torque	125
6.1.2. Rin 26-control BPA	126

Diseño de un SAE	para BPA con	frenado	regenerativo

6.1.3.	Sistema de simulación o dispositivo entrenador de ciclismo	127
6.2.	FUNCIONAMIENTO	129
6.3.	EXPERIMENTOS Y RESULTADOS	132
6.3.1.	Experimento 1	132
6.3.2.	Experimento 2	133
6.3.3.	Experimento 3	134
6.3.4.	Otros experimentos	135

5

136

7. CONCLUSIONES

BIBLIOGRAFÍA 138

Índice de tablas

Tabla 1.	Modos del convertidor	31
Tabla 2.	Ecuaciones convertidor bidireccional	51
Tabla 3.	Valores de los parámetros de simulación	56
Tabla 4.	Fuerzas contra-electromotrices modeladas como una función normalizada de la	
posic	ción del rotor	87
Tabla 5.	Modelo del sensor de efecto hall como función del ángulo del rotor	90
Tabla 6.	Control del inversor con relación a la posición del sensor de efecto Hall	94
Tabla 7.	Parámetros del motor BLDC	97
Tabla 8.	Parámetros de la BPA	116
Tabla 9.	Datos experimento 1	133
Tabla 10.	Datos experimento 2	134
Tabla 11.	Datos experimento 3	135

Índice de figuras

Figura 1.	Convertidor de medio puente - Adaptado de (Kazimierczuk, 2015)	20
Figura 2.	Conmutación dura en un interruptor - Adaptado de (Montenegro Ruiz, 2006).	21
Figura 3.	Convertidor DC/DC High step up con conmutación suave no aislada - Adaptado	
de (Ha	ajilou & Farzanehfard, 2022)	22
Figura 4.	Configuraciones de la fuente híbrida batería ion-litio y SCs - Adaptado de	
(Escol	bar Álvarez, 2019).	23
Figura 5.	Convertidor bidireccional multi-entradas - Adaptado de (Naeiji et al., 2023).	23
Figura 6.	Convertidor bidireccional multidispositivo - Adaptado de (Más, 2016).	24
Figura 7.	Convertidor bidireccional multifase - Adaptado de (Más, 2016).	25
Figura 8.	Convertidor bidireccional en cascada buck- boost - Adaptado de (Lin et al., 2010).	26
Figura 9.	Convertidor en cascada buck - boost	27
Figura 10.	Pasos para el modelamiento de la etapa de potencia - Adaptado de (Erickson &	
Maksi	movic, 2020)	30
Figura 11.	Modo 1. $Buck_{1-2}$ transistor ON	32
Figura 12.	Modo 1. $Buck_{1-2}$ transistor OFF	32
Figura 13.	Modo 2. $Boost_{1-2}$ transistor ON	33
Figura 14.	Modo 2. $Boost_{1-2}$ transistor OFF	34
Figura 15.	Modo 3. $Buck_{2-1}$ transistor ON	34
Figura 16.	Modo 3. $Buck_{2-1}$ transistor OFF	35
Figura 17.	Modo 4. <i>Boost</i> ₂₋₁ transistor ON	36
Figura 18.	Modo 4. <i>Boost</i> ₂₋₁ transistor OFF	36
Figura 19.	Modelo de pequeña señal $Buck_{1-2}$	45
Figura 20.	Modelo de señal pequeña $Boost_{1-2}$	47
Figura 21.	Modelo de pequeña señal $Buck_{2-1}$	48

Figura 22.	Modelo de señal pequeña $Boost_{2-1}$	49
Figura 23.	Modelo canónico	50
Figura 24.	Modelo canónico invertido	50
Figura 25.	Modelo canónico bidireccional	51
Figura 26.	Simulación modelo canónico bidireccional en MatLab	52
Figura 27.	Simulación modelo canónico bidireccional en PLECS	52
Figura 28.	Subsistemas según el modo de operación del convertidor en MatLab	53
Figura 29.	Subsistemas según el modo de operación del convertidor en PLECS	53
Figura 30.	Funciones de relación de transformación según los modos del convertidor en	
MatLa	ab	54
Figura 31.	Funciones de relación de transformación según los modos del convertidor en	
PLEC	S	54
Figura 32.	Simulación tradicional del convertidor en MatLab	56
Figura 33.	Simulación tradicional del convertidor en PLECS	57
Figura 34.	Tensión <i>boost</i> ₁₋₂ MatLab	57
Figura 35.	Cambio en la tensión <i>boost</i> ₁₋₂ MatLab	58
Figura 36.	Corriente <i>boost</i> ₁₋₂ MatLab	58
Figura 37.	Cambio en la corriente $boost_{1-2}$ MatLab	59
Figura 38.	Tensión boost ₁₋₂ PLECS	59
Figura 39.	Cambio de tensión <i>boost</i> ₁₋₂ PLECS	60
Figura 40.	Corriente $boost_{1-2}$ PLECS	60
Figura 41.	Cambio de corriente $boost_{1-2}$ PLECS	61
Figura 42.	Tensión <i>buck</i> ₂₋₁ MatLab	61
Figura 43.	Cambio de tensión <i>buck</i> ₂₋₁ MatLab	62
Figura 44.	Corriente buck ₂₋₁ MatLab	62
Figura 45.	Cambio de corriente <i>buck</i> ₂₋₁ MatLab	63
Figura 46.	Tensión <i>buck</i> ₂₋₁ PLECS	63

Figura 47.	Cambio de tensión <i>buck</i> ₂₋₁ PLECS	64
Figura 48.	Corriente <i>buck</i> ₂₋₁ PLECS	64
Figura 49.	Cambio de corriente $buck_{2-1}$ PLECS	65
Figura 50.	Diagrama de bloques modo de control por tensión - Adaptado de (Erickson &	
Maks	imovic, 2020)	71
Figura 51.	Diagrama de Bode de la función de transferencia G_{vd}	72
Figura 52.	Diagrama de Bode de la función de transferencia $G_{vd}G_c$ lazo abierto compen-	
sado l	PD	73
Figura 53.	Diagrama de Bode de la función de transferencia $G_{vd}G_c$ lazo abierto compen-	
sado l	PI	74
Figura 54.	Controlador PID Buck Plecs	75
Figura 55.	Controlador PID Buck	75
Figura 56.	Controlador PID Boost Plecs	76
Figura 57.	Controlador PID Boost	76
Figura 58.	Respuesta del controlador PID buck	77
Figura 59.	Respuesta del controlador PID boost	77
Figura 60.	Diagrama de bloques modo de control por corriente programada - Adaptado de	
(Erick	ason & Maksimovic, 2020)	78
Figura 61.	Diagrama de bloques modo de control por corriente programada con bucle de	
tensió	on alrededor - Adaptado de (Erickson & Maksimovic, 2020)	79
Figura 62.	Diagrama de bloques modo de control por corriente promedio - Adaptado de	
(Erick	ason & Maksimovic, 2020)	80
Figura 63.	Diagrama de bloques modo de control por corriente promedio con bucle de	
tensió	on alrededor - Adaptado de (Erickson & Maksimovic, 2020)	81
Figura 64.	Conmutador motor BLDC - Adaptado de (Ecrim, 2019)	83
Figura 65.	Comparación motor con fuerza contra electromotriz sinusoidal y trapezoidal -	
Adapt	tado de (Gieras, 2010)	84

Figura 66.	Formas de onda del motor BLDC con modelo trapezoidal - Adaptado de (Bian-	
chi, 2	017)	85
Figura 67.	Formas de onda del motor BLDC con modelo sinusoidal - Adaptado de (Bian-	
chi, 2	017)	86
Figura 68.	Modelo de las funciones de las fuerzas contra electromotrices PLECS	87
Figura 69.	Modelo de las funciones de las fuerzas contra electromotrices MatLab	88
Figura 70.	Patrón de medición de los sensores de efecto Hall (Papathanasopoulos et al.,	
2021)		89
Figura 71.	Modelo dinámico BLDC PLECS	92
Figura 72.	Modelo dinámico MatLab	92
Figura 73.	Inversor BLDC PLECS	93
Figura 74.	Inversor BLDC MatLab	93
Figura 75.	Conmutador BLDC PLECS	95
Figura 76.	Conmutador BLDC MatLab	95
Figura 77.	Modelo BLDC PLECS	96
Figura 78.	Modelo BLDC MatLab	96
Figura 79.	Corrientes BLDC PLECS	97
Figura 80.	Torque BLDC PLECS	98
Figura 81.	Torque BLDC PLECS Zoom	98
Figura 82.	Omega BLDC PLECS	99
Figura 83.	Omega BLDC PLECS Zoom	99
Figura 84.	Tensiones BLDC PLECS	100
Figura 85.	Tensiones de alimentación BLDC	100
Figura 86.	Corrientes BLDC	101
Figura 87.	Torque BLDC	101
Figura 88.	Torque BLDC Zoom	102
Figura 89.	Omega BLDC	102

Figura 90.	Omega BLDC Zoom	103
Figura 91.	Fem BLDC	103
Figura 92.	Tensiones de alimentación BLDC	104
Figura 93.	Pictogramas EMR librería MatLab	106
Figura 94.	Controlador de potencia proporcional asistido - Adaptado de (Lee et al., 2016)	113
Figura 95.	Control basado en reglas convertidor bidireccional	114
Figura 96.	EMR y MCS de la BPA implementado en MatLab Simulink	115
Figura 97.	Velocidad BPA	117
Figura 98.	Torque usuario	117
Figura 99.	Torque de frenado	118
Figura 100.	Gradiente del terreno	118
Figura 101.	Nivel de asistencia	119
Figura 102.	Torque de referencia	119
Figura 103.	Torque motor bldc	120
Figura 104.	Tensión en el convertidor DC/DC	120
Figura 105.	Corriente en el convertidor DC/DC	121
Figura 106.	Modulación del convertidor DC/DC	121
Figura 107.	Corriente en la armadura BLDC	122
Figura 108.	Acople mecánico de sistema implementado	124
Figura 109.	Representación gráfica del sistema físico implementado	125
Figura 110.	Sistema de control del torque implementado	126
Figura 111.	Montaje de la BPA en el banco de pruebas	127
Figura 112.	Entrenador acoplado a la BPA	128
Figura 113.	Inicialización de parámetros de emulación	129
Figura 114.	Identificación motor BLDC primotor	130
Figura 115.	Interfaz de usuario	131
Figura 116.	Sistema de control y medición implementado	132

Abstract

Title: Design of an electric assistance system for pedal-assisted bicycles with regenerative braking *

Author: Oscar Olarte Ortiz **

Keywords: Electric bikes, Power Electronics, Energetic Macroscopic Representation EMR, Control, Electrical assistance system

Description: This research work presents the design of an electrical assistance system for pedal-assisted bicycles (PAB), which uses a controlled DC/DC power converter for bidirectional energy exchange allowing regenerative braking. The pedal assist (PAS) control system complies with the definition of resolution 160 of February 2, 2017 of the Colombian Ministry of Transportation -R160-2017-MTC; and also allows the selection of multiple levels of assistance. In this work, the implementation by means of PLECS and MATLAB/Simulink is carried out of an electromechanical simulation model in macroscopic energy representation (MER) of a PAB, from which evaluate the DC/DC converter and the control system by varying known parameters: the speed of the PAB and the torque provided by the cyclist when pedaling. Likewise, an experimental test bench was adapted, which emulates an operation scenario allows a PAS of a PAB with regenerative braking for a specific topographic route. The experimental results obtained in the test bench were compared with respect to those simulated by the PAB electromechanical model, for the operating scenario studied.

* Master Tesis

Faculty of Physic-Mechanical Engineering. Department of Electrical, Electronic and Telecommunications Engineering (E³T). Master in Electrical Engineering Program. Director: Maria Alejandra Mantilla Villalobos, Ph.D. in Electronic Engineering. Co-director: Javier Enrique Solano Martínez, Ph.D. in Electrical Engineering

Resumen

Título: Diseño de un sistema de asistencia eléctrica para bicicletas de pedaleo asistido con frenado regenerativo *

Autor: Oscar Olarte Ortiz **

Palabras clave: Bicicletas eléctricas, Electrónica de Potencia, Representación Energética Macroscópica, Control, Sistema de Asistencia Eléctrica.

Descripción: El presente trabajo de investigación presenta el diseño de un sistema de asistencia eléctrica (SAE) para bicicletas de pedaleo asistido (BPA), el cual utiliza un convertidor de potencia DC/DC controlado para el intercambio bidireccional de energía permitiendo el frenado regenerativo. El sistema de control del SAE cumple con la definición de la resolución 160 del 2 de febrero de 2017 del ministerio de transporte de Colombia -R160-2017-MTC; y además permite la selección de múltiples niveles de asistencia. En este trabajo se realiza la implementación mediante PLECS y MATLAB/Simulink, de un modelo de simulación electromecánico en representación energética macroscópica (EMR) de una BPA, a partir del cual se evalúa el convertidor DC/DC y el sistema de control mediante la variación de parámetros conocidos: la velocidad de la BPA y el torque proporcionado por el ciclista al pedalear. Asimismo, se adecuó un banco de pruebas experimentales el cual permite emular un escenario de operación de un SAE de una BPA con frenado regenerativo para un recorrido topográfico específico. Los resultados experimentales obtenidos en el banco de pruebas se compararon respecto a los de simulación del modelo electromecánico de la BPA, para el escenario de operación estudiado.

^{*} Tesis de Maestría

Facultad de Ingenierías Físico-Mecánicas. Escuela de Ingenierías Eléctrica, Electrónica y de Telecomunicaciones. Programa de Maestría en Ingeniería Eléctrica. Director: María Alejandra Mantilla Villalobos, Doctora en Ingeniería área Ingeniería Electrónica. Codirector: Javier Enrique Solano Martínez, Doctor en Ingeniería Eléctrica.

INTRODUCCIÓN

En las últimas décadas, más de una cuarta parte de las emisiones de CO_2 a nivel mundial provienen de los sistemas de transporte; de estas, el 80% se originan en el transporte terrestre (McBain et al., 2018) (Chapman, 2007) (Schiller & Kenworthy, 2017) (Sarlioglu et al., 2017). Los vehículos eléctricos parecieran ser una de las soluciones para mitigar este problema. Sin embargo, la huella de carbono provocada por estos depende fuertemente de la matriz energética y del modo de abastecimiento de la energía en la región. De hecho, múltiples investigaciones sugieren que esta huella no es significativamente más baja que la de los vehículos tradicionales (Ji et al., 2012). En este contexto, las bicicletas eléctricas (BE), toman relevancia por ser ambientalmente superiores a cualquier otro medio de transporte motorizado (Behrendt, 2018) (Alli et al., 2010) (Solano et al., 2016) (Osma et al., 2015a) (Silva & Solano, 2018) (Osma et al., 2015b) (Edge et al., 2018). Las BE permiten reducir tanto la contaminación ambiental como la congestión vehicular; adicionalmente, combinan la simpleza de un vehículo unipersonal, sencillo, liviano y eficiente con las ventajas de la tracción eléctrica.

La industria de las bicicletas a nivel mundial está en la cúspide de transformación, pasando de la transmisión por pedal accionada por humanos a accionamiento híbrido, que combina el accionamiento mecánico del pedal con un sistema de propulsión eléctrica. En estas BE, el usuario puede elegir viajar usando solo la potencia del pedal, usando solo la batería o usando ambos al mismo tiempo. Recientemente, las BE han demostrado ser uno de los modos más convenientes, rentables y ecológicos de transporte para distancias cortas, y han ganado inmensa popularidad en China y muchos otros países en Europa (Sharma et al., 2018). En Colombia se emite la ley 1811 del 21 de octubre de 2016 que incentiva el uso de la bicicleta como medio principal de transporte en todo el territorio nacional; buscando avanzar en la mitigación del impacto ambiental que produce el tránsito automotor y mejorar la movilidad urbana.

La normativa vigente en Colombia y en otros países no permite utilizar las BE operadas

en modo eléctrico puro (R160-2017MTC, IRAM 60020 en Argentina). Estas normas contemplan que las bicicletas se accionen por sistemas de asistencia al pedaleo, donde el usuario siempre debe pedalear para impulsar la bicicleta (Bicicletas con pedaleo asistido –BPA), y el sistema de asistencia eléctrica al pedaleo -SAE contribuye con una cantidad determinada de potencia adicional. El artículo 3 de la resolución 160 del 2 de febrero de 2017 del Ministerio de Transporte de Colombia R160-2017-MTC define una BPA como una "Bicicleta equipada con un motor auxiliar con potencia nominal continua no superior a 350W, que actúa como apoyo al esfuerzo muscular del conductor. Dicha potencia deberá disminuir progresivamente conforme se aumente la velocidad del vehículo y se suspenderá cuando el conductor deje de pedalear o el vehículo alcance una velocidad de 25km/h".

El SAE de una BPA se compone físicamente por una batería (generalmente de ion-litio), un motor BLDC (siglas en inglés de *Brushless Direct Current Motor*) de imanes permanentes y un convertidor de potencia DC/DC controlado que se encarga de administrar la energía almacenada en la batería según las condiciones de operación. Sin embargo, la mayoría de los convertidores utilizados por las BPA disponibles en el mercado no permiten un flujo bidireccional de energía (frenado regenerativo). Por lo tanto, en ciudades con topografía pronunciada como Bucaramanga, el potencial de recuperación de energía de frenado podría ser interesante, lo cual requeriría convertidores de potencia bidireccionales para su implementación (Somchaiwong & Ponglangka, 2006) (Sousa et al., 2007) (Lin et al., 2010) (Aligia et al., 2017).

Existen varias empresas en el país (Yamaha, Gw, Auteco, Akt, Ciclomotor, Electrobike, entre otras) que han incursionado en la importación, ensamble y venta de BPA que cumplen con la normativa vigente R160-2017-MTC, y otras empresas (Freeda, Eos green) que se dedican a la venta y ensamble de kits de conversión compuestos por un SAE, con el fin de convertir una bicicleta convencional en una BPA. Con base en este comportamiento, surgen las preguntas ¿Es viable realizar el proceso de diseño, construcción y ensamble de un sistema de asistencia eléctrica, o una BPA en Colombia? ¿Es posible desarrollar un spin-off para el progreso económico de la región? En la Universidad Industrial de Santander, bajo el proyecto de la Vicerrectoría de Investigación y

Extensión (VIE), 'Desarrollo de un sistema de asistencia eléctrica para bicicletas con pedaleo asistido', se plantea desarrollar un piloto de una BPA que cumpla con la reglamentación colombiana y que permita dar solución a las interrogantes planteadas, entre muchas otras.

Este trabajo de investigación como fase inicial del proyecto VIE mencionado, se enfoca en la pregunta de investigación: ¿Es posible diseñar la electrónica de potencia y el control de un SAE para una BPA que cumpla con la normativa vigente en Colombia, y además permita el uso de frenado regenerativo? Bajo la hipótesis de conocer a priori las variables de entrada del sistema de control del SAE (velocidad de la BPA y el torque ejercido por el ciclista al pedalear), se diseña un sistema de electrónica de potencia el cual está compuesto de un convertidor DC/DC bidireccional controlado representado mediante un modelo canónico con su respectivo sistema de control, y un motor BLDC trifásico conmutado por un inversor de 6 pulsos. Mediante el uso de la Representación Energética Macroscópica (EMR), se unifica en MATLAB/Simulink, un modelo de simulación electromecánico de una BPA, donde se evalúa por simulación los modelos del sistema de electrónica de potencia desarrollados en PLECS y MATLAB/Simulink previamente.

También se adecua un banco de pruebas experimental el cual permite emular un escenario de operación de un SAE de una BPA con frenado regenerativo para un recorrido topográfico específico. Los resultados experimentales obtenidos en el banco de pruebas se comparan respecto a los de simulación del modelo electromecánico de la BPA, para el escenario de operación estudiado. El desarrollo de este proyecto se fundamenta en la ejecución y cumplimiento de los siguientes objetivos:

OBJETIVO GENERAL

Diseñar un sistema de electrónica de potencia y las estrategias de control para un SAE de una BPA con frenado regenerativo.

OBJETIVOS ESPECÍFICOS

1. Diseñar y simular un convertidor DC/DC bidireccional para alimentar un motor BLDC de imanes permanentes (350W), con una batería ion-litio de capacidad conocida como fuente

de alimentación.

- 2. Diseñar y simular un sistema de control para el SAE (convertidor DC/DC) que sea compatible con la definición legal de la BPA.
- 3. Implementar y evaluar mediante un modelo de simulación electromecánico de la BPA, el convertidor DC/DC bidireccional y el sistema de control.
- 4. Adecuar un banco de pruebas experimental el cual permita emular un escenario de operación de un SAE de una BPA con frenado regenerativo para un recorrido topográfico específico.
- 5. Comparar los resultados experimentales obtenidos en el banco de pruebas respecto a los de simulación del modelo electromecánico de la BPA, para el escenario de operación estudiado.

ESTRUCTURA DEL DOCUMENTO

Este trabajo se encuentre organizado por medio de seis capítulos donde se ha desarrollado la temática de la siguiente forma:

- Capítulo 1. Estado del arte correspondiente a convertidores de potencia DC/DC aplicados en vehículos eléctricos, donde se exponen las diferentes topologías compatibles con bicicletas eléctricas y se hace la selección del convertidor de potencia para el desarrollo de esta investigación.
- Capítulo 2. Con el convertidor de potencia seleccionado en el capítulo anterior, se realiza el modelado matemático de su comportamiento dinámico, donde se obtiene un modelo en pequeña señal en el dominio de la frecuencia (s). Este modelo canónico se simula en PLECS y MATLAB/Simulink donde se compara sus resultados con un modelo conmutado del mismo convertidor.
- Capítulo 3. Con el modelo canónico del convertidor bidireccional, se obtienen las funciones de transferencia aplicadas en el diseño del control del convertidor en los modos de control por tensión, por corriente y por ambos.

- Capítulo 4. En este apartado se presenta el modelado y simulación de un motor trifásico de imanes permanentes sin escobillas, el cual es controlado por un inversor y una referencia de torque.
- Capítulo 5. Mediante la representación energética macroscópica, se unifica en MATLAB/Simulink un modelo electromecánico de un ciclista con una bicicleta de pedaleo asistido en un trayecto topográfico y medio ambiente dado. El sistema de asistencia eléctrica del modelo electromecánico incorpora los modelos concebidos en los capítulos anteriores, correspondiente al sistema de electrónica de potencia de la bicicleta de pedaleo asistido.
- Capítulo 6. Se adecua e implementa un banco de pruebas de una bicicleta de pedaleo asistido, con el cual se busca representar el escenario físico y electromecánico simulado en el capítulo anterior, contrastando resultados experimentales y teóricos para un caso de estudio particular.

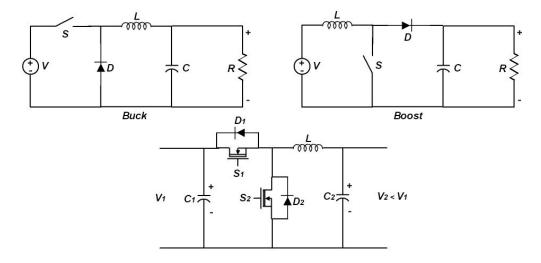
1. CONVERTIDORES DE POTENCIA DC/DC

Un convertidor DC/DC es un sistema electrónico cuya función es transformar una señal en corriente continua en otra de igual carácter, pero de magnitud controlada. Se puede encontrar una similitud en corriente alterna con los transformadores y su relación de transformación (Aguilar Peña, 2017). Una forma muy habitual de clasificar los convertidores DC/DC, es por su capacidad de reducir tensión, elevar o hacer ambas funciones. Para el caso puntual de esta investigación, en la cual las tensiones nominales de la batería de ion-litio y el motor BLDC son iguales, se necesita un convertidor DC/DC que sea capaz de reducir y elevar la tensión de entrada, entre otras funcionalidades definidas por su estrategia de control, dado que la tensión en la batería presenta variaciones según su estado de carga (SoC) en operación.

Existen otros criterios de clasificación como el aislamiento galvánico, que es un método de protección que sirve para separar dos circuitos sin que haya contacto alguno entre ambos, y a su vez transmite la energía de un lado a otro empleando transformadores en sus topologías. En el caso de las BPA, no se suelen usar convertidos DC/DC aislados, debido a su mayor peso y aumento de costos en su implementación, en comparación con los convertidores DC/DC no aislados.

Para conseguir la propiedad de bidireccionalidad e implementar frenado regenerativo en las BPA, las topologías básicas de convertidores DC/DC no aislados, por ejemplo, los convertidores reductor (buck) y elevador (boost) mostrados en la figura 1, aceptan cambiar el dispositivo semiconductor no controlado, es decir el diodo, por un dispositivo semiconductor controlado con capacidad de conducir en los dos sentidos (por ejemplo MOSFET o IGBT + diodo en antiparalelo). Así pues, al sustituir el diodo del convertidor Buck o Boost, se consigue una estructura bidireccional comúnmente llamada medio puente, véase la figura 1.

Figura 1 Convertidor de medio puente - Adaptado de (Kazimierczuk, 2015)



Dentro de las técnicas de modulación de los convertidores de potencia DC/DC, se puede encontrar la modulación por ancho de pulsos, también denominada PWM (por sus siglas en inglés). También se encuentra el modo de control por modulación aleatoria del ancho de pulsos (RPWM, por sus siglas en inglés), que es implementada para reducir las interferencias electromagnéticas conducidas (EMI, por sus siglas en inglés); y otras técnicas de control como el modo crítico de conducción (CRM, por sus siglas en inglés) que reduce pérdidas por conmutación en los dispositivos semiconductores, aunque claramente estos modos de control son mucho mas costosos y complejos en su implementación (Más, 2016).

1.1. TOPOLOGÍAS DE CONVERTIDORES COMPATIBLES CON BPA

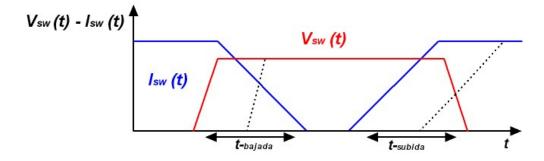
Como primer paso de este trabajo se desarrolla una introducción a los diferentes tipos de convertidores de potencia DC/DC que son utilizados en vehículos eléctricos de mayor potencia y que podrían compaginar en el SAE de una BPA.

1.1.1. Convertidores DC/DC con conmutación suave

Los convertidores de potencia conmutados mediante PWM desempeñan un papel fundamental en la industria, esto debido a sus múltiples aplicaciones que van desde la generación distribuida, vehículos eléctricos, dispositivos electrónicos portables, hasta electrodomésticos de uso común, entre otros. Uno de los mayores criterios de diseño de un convertidor de potencia es su eficiencia, la cual se ve afectada por las diferentes pérdidas que se presentan en su funcionamiento. Estas pérdidas se atribuyen a pérdidas por conducción, pérdidas por conmutación, y pérdidas en el hierro y en el cobre (Vashisth & Gupta, 2016).

Las pérdidas por conmutación natural o dura, se producen por el traslape en las formas de onda de tensión y corriente en las transiciones de encendido-apagado, y viceversa, en el transistor o interruptor de potencia. Este traslape de señales conlleva a una disipación de potencia transformándose en calor por efecto Joule. En la Fig. 2 se presenta dicho fenómeno (Montenegro Ruiz, 2006).

Figura 2 Conmutación dura en un interruptor - Adaptado de (Montenegro Ruiz, 2006).

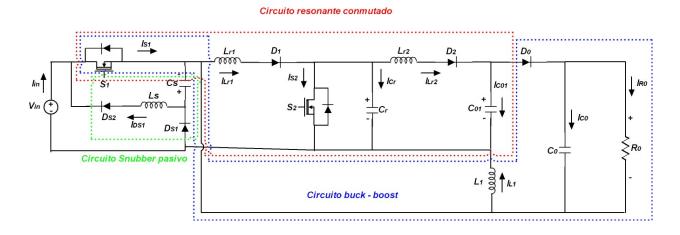


Para mitigar las pérdidas por conmutación dura, se agregan topologías de redes resonantes L-C, que con estrategias de control adecuadas logran una conmutación a cero tensión (zero voltage switch, ZVS) y/o cero corriente (zero current switch, ZCS). Esta propiedad es la principal característica de un convertidor resonante (Erickson & Maksimovic, 2020). En un convertidor resonante de potencia, la característica de conmutación suave de los interruptores permite trabajar con frecuencias de conmutación por encima de los 100kHz con alto rendimiento de potencia, disminuyendo la relación peso-potencia, y reduciendo además los costos en la construcción de los equipos (González, 2000).

En (Hajilou & Farzanehfard, 2022) se propone la topología de conmutación suave en un

convertidor buck-boost como el presentado en la figura 1, pero combinada con un convertidor resonante para mitigar el problema de la recuperación inversa, lo cual da como resultado la topología presentada en la figura 3.

Figura 3Convertidor DC/DC High step up con conmutación suave no aislada - Adaptado de (Hajilou & Farzanehfard, 2022)

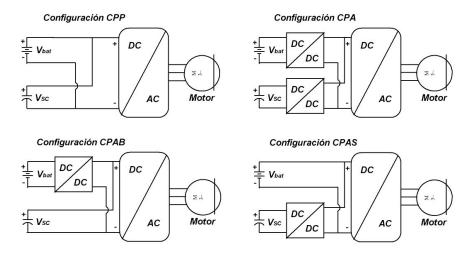


La inclusión de estas redes L-C para la conmutación suave hace incrementar la eficiencia del convertidor a rendimientos hasta del 98 % (Más, 2016).

1.1.2. Convertidores DC/DC con supercondesadores

Los supercondensadores (SCs) son fuentes electroquímicas que poseen alta densidad de potencia, respuesta dinámica rápida y reversibilidad, sin embargo, poseen baja densidad de energía. Por estas características, su uso habitual se hace en vehículos eléctricos junto a baterías para poder apoyar en aceleraciones y absorber elevados niveles de potencia en el frenado regenerativo. Dependiendo de la configuración del sistema híbrido de almacenamiento batería y SCs de la figura 4, se selecciona el tipo de convertidor o convertidores a utilizar según sea el caso.

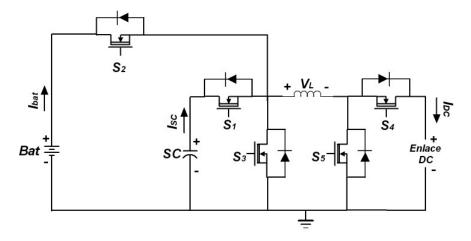
Figura 4Configuraciones de la fuente híbrida batería ion-litio y SCs - Adaptado de (Escobar Álvarez, 2019).



Existen numerosos trabajos donde implementan este tipo de configuraciones para aplicaciones específicas como en (Herath et al., 2017) donde utilizan una configuración CPA para un vehículo eléctrico pequeño, donde cada convertidor DC/DC bidireccional es de tipo buck-boost o medio puente con control independiente.

Además existen otro tipo de configuraciones denominadas de múltiples entradas como en (Naeiji et al., 2023) donde se propone la configuración presentada en la figura 5.

Figura 5 *Convertidor bidireccional multi-entradas - Adaptado de (Naeiji et al., 2023).*

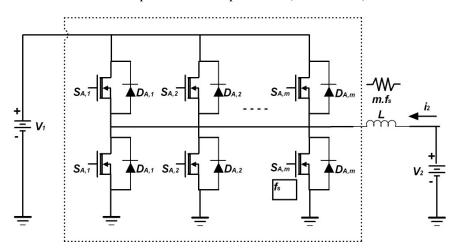


Este convertidor puede operar en modo reductor o elevador, independientemente de la dirección del flujo de energía, además aumenta en gran medida la eficiencia energética y prolonga la vida útil de la batería y su rendimiento. No obstante, la sola inclusión de un banco de supercapacitores en una BPA aumenta el peso en 3kg al total de la bicicleta (Escobar Álvarez, 2019), además del aumento de su valor de adquisición.

1.1.3. Convertidores DC/DC multidispositivo y multifase

Cuando los requerimientos de potencia aumentan, trabajar con un único convertidor DC/DC tradicional puede ser inviable debido a diferentes motivos como limitaciones constructivas en los semiconductores de potencia, focalización de las pérdidas en elementos reactivos y transistores, problemas térmicos y magnéticos, confiabilidad y redundancia, etc. A nivel de componente, una técnica habitual consiste en emplear diversos dispositivos en un único convertidor, es decir, una aproximación "multidispositivo", aplicable tanto en semiconductores de potencia como en elementos reactivos para incrementar la capacidad de corriente o aumentar la capacidad de bloqueo de tensión (Más, 2016).

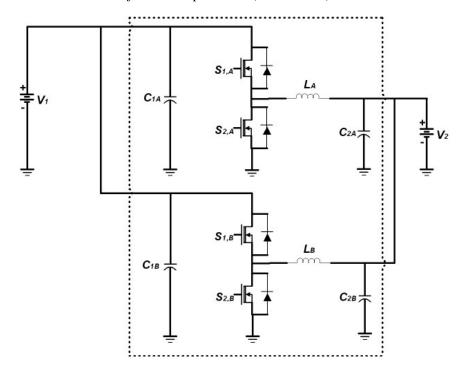
Figura 6 *Convertidor bidireccional multidispositivo - Adaptado de (Más, 2016).*



Otro enfoque para aumentar el manejo de potencia, consiste en emplear diferentes convertidores de menor tamaño, en una aproximación llamada "multimódulo" o "multifase". En este caso,

a diferencia de la aproximación multidispositivo, se duplica todo el convertidor. (Más, 2016).

Figura 7 *Convertidor bidireccional multifase - Adaptado de (Más, 2016).*



En la figura 6 y en la 7 se presentan convertidores de medio puente buck-boost bidireccionales multidispositivo y multifase, respectivamente.

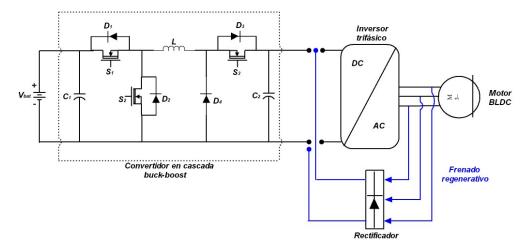
1.1.4. Selección del convertidor DC/DC bidireccional

Aunque las ventajas y los beneficios de las topologías estudiadas anteriormente mejoran el rendimiento del sistema y del convertidor, también conlleva a un incremento en la complejidad en la implementación, en el control, y en la cantidad de elementos requeridos; al igual que un aumento en el peso y en los costos económicos del convertidor y computacionales del sistema de control. En una BPA donde se busca bajo peso, costo económico reducido y buenas prestaciones, la incorporación de este tipo de topologías no es tan llamativa en un plano costo-beneficio.

Por consiguiente, con base en los mismos parámetros de búsqueda (bajo peso, costo económico reducido y buenas prestaciones) se opta por utilizar una versión mejorada del convertidor

bidireccional en cascada buck-boost presentado en (Lin et al., 2010).

Figura 8 *Convertidor bidireccional en cascada buck- boost - Adaptado de (Lin et al., 2010).*



El convertidor de la figura 8 se divide en dos modos de funcionamiento. El primer modo es para proporcionar potencia al motor de imanes permanentes sin escobillas (BLDC, por sus siglas en inglés) realizando la función de asistencia eléctrica; y el otro para la carga de la batería en el frenado regenerativo por medio de un rectificador. Este modo de carga de la batería contempla la posibilidad que la tensión producida por el motor, después de ser rectificada, sea mayor o menor a la batería, por cual el convertidor DC/DC puede funcionar como reductor o elevador, respectivamente. La principal ventaja de esta topología es su versatilidad de reutilizar la energía del frenado regenerativo, lo cual permite aumentar la eficiencia y autonomía de la BPA, al igual que reducir el tamaño de las baterías.

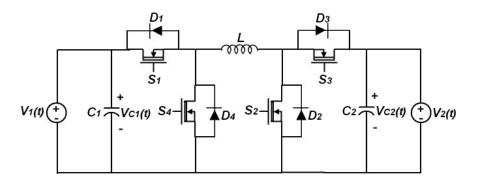
La versión mejorada de esta topología consiste en agregar un transistor en paralelo al diodo D4 de la figura 8, obteniendo la posibilidad de trabajar el convertidor como reductor o elevador, tanto en la entrega como en la recuperación de energía, disminuyendo tensiones térmicas y eléctricas de operación y facilitando la implementación del sistema de control.

2. MODELO CANÓNICO DEL CONVERTIDOR BIDIRECCIONAL EN CASCADA BUCK - BOOST

El uso de vehículos eléctricos (VE) en la sociedad actual ha crecido exponencialmente en los años recientes. El motor eléctrico puede funcionar como motor durante la aceleración y como generador durante el frenado. Para controlar la energía en ambas direcciones, el convertidor DC/DC debe poder aceptar sus dos puertos como fuentes de energía. Estos convertidores se denominan convertidores DC-DC bidireccionales y su control y análisis son muy importantes para aprovechar al máximo las ventajas de la propulsión eléctrica y la gestión de energía (Vacheva et al., 2019).

El convertidor buck-boost en cascada presentado en la Fig. 9, es uno de los convertidores bidireccionales DC/DC más comunes que permite la conversión de energía en los cuatro cuadrantes. Los convertidores DC/DC constan de dispositivos lineales (resistencias, inductores y condensadores) y no lineales (diodos y transistores). Dado que estos convertidores son sistemas no lineales y variantes en el tiempo, es recomendable encontrar un modelo equivalente lineal de pequeña señal del convertidor DC/DC para diseñar un controlador retroalimentado que cumpla con algunas especificaciones como el sobre impulso transitorio, tiempo de establecimiento y regulación de estado estable, considerando técnicas de control lineal (Hassan & A. Elbaset, 2015).

Figura 9
Convertidor en cascada buck - boost



La representación de un sistema dinámico implica el establecimiento de un modelo matemático de entrada-salida que se aproxima a la realidad física de ese sistema. En los sistemas de control (sistemas físicos dinámicos) implica el desarrollo de las ecuaciones diferenciales de los sistemas mediante la aplicación de leyes físicas relevantes que lo rigen (Hassan & A. Elbaset, 2015). En general, los convertidores DC/DC en modo de conducción continua (MCC) realizan funciones básicas similares. Primero, transforman los niveles de voltaje y corriente. En segundo lugar, contienen filtrado de paso bajo de las formas de onda necesarias para eliminar la ondulación debida a la conmutación de alta frecuencia, que también influye en las variaciones de voltaje y corriente de baja frecuencia. En tercer lugar, las formas de onda del convertidor se pueden controlar mediante la variación del ciclo de trabajo. Por lo tanto, se puede obtener un modelo de circuito canónico que cumpla correctamente con todas estas propiedades básicas (Erickson & Maksimovic, 2020).

Los modelos equivalentes en forma canónica para convertidores tradicionales como las topologías reductor y elevador, han sido propuestos y utilizados en diferentes trabajos para diseñar el sistema de control basado en la teoría de control lineal (Mahery & Babaei, 2013)(Choi, 2021). Además, los modelos de pequeña señal para diferentes convertidores DC/DC se han desarrollado en numerosas aplicaciones de software (software PSCAD/EMTDC, simulador PSpice, plataforma basada en Internet PowerEsim y paquete de software MatLab/Simulink) con el fin de diseñar su sistema de control y mejorar su rendimiento. Muchas de estas simulaciones se han utilizado en diferentes aplicaciones de vehículos eléctricos (Rahman et al., 2015)(Sharma et al., 2018).

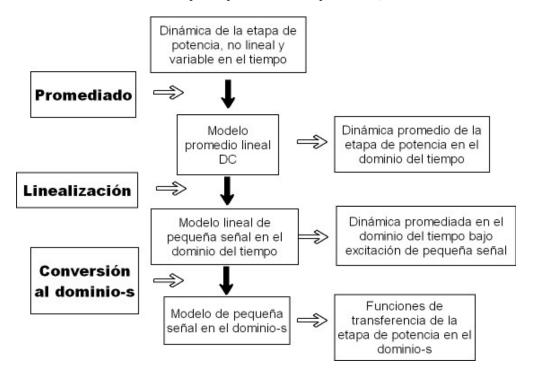
Sin embargo, aún no se ha informado en la literatura sobre un modelo de circuito canónico para el convertidor bidireccional DC/DC buck-boost en cascada. De esta forma, este trabajo propone un modelo canónico bidireccional para este convertidor considerando sus cuatro modos de operación. Además, se desarrolla un modelo de simulación en MatLab/Simulink que describe el modelo de circuito canónico bidireccional del convertidor bidireccional DC/DC buck-boost en cascada sin el uso de ningún toolbox de pago.

2.1. Metodología

Es necesario modelar el comportamiento dinámico del convertidor para diseñar el sistema de control. Es de utilidad determinar cómo las variaciones en la tensión de entrada y la corriente de carga, influyen en la tensión de salida. Lamentablemente, el discernimiento del comportamiento dinámico del convertidor se ve impedido por la naturaleza variable en el tiempo no lineal de la conmutación y la modulación por ancho de pulso. (Hassan & A. Elbaset, 2015)(Erickson & Maksimovic, 2020)(Luo & Ye, 2018)(Kazimierczuk, 2015)(Choi, 2021).

Para obtener un modelo matemático preciso del convertidor bidireccional DC-DC, el modelado de la etapa de potencia se basa en el método de promediado de espacio de estados, que es un pilar principal de la teoría de control moderna. Este método utiliza la descripción del espacio de estados de los sistemas dinámicos para derivar las ecuaciones promediadas de pequeña señal de los convertidores de conmutación PWM (Erickson & Maksimovic, 2020). La figura 10 muestra el proceso de modelado de la etapa de potencia. Primero, se obtiene la descripción de la dinámica en espacio de estados de cada sistema invariante en el tiempo para cada estado de conmutación del convertidor. A continuación, las descripciones se promedian con respecto a su duración para cada período de conmutación y se obtiene un modelo promedio en el que se elimina la variación en el tiempo, que es válida para el periodo de conmutación. Este modelo es no lineal e invariante en el tiempo. En segundo lugar, el modelo promediado se linealiza en un punto de funcionamiento de reposo (quiescent point), para obtener un modelo de pequeña señal lineal e invariante en el tiempo. Finalmente, el modelo de pequeña señal en el dominio del tiempo se convierte en un modelo de pequeña señal en el dominio de la frecuencia, o dominio s, que facilita la obtención de funciones de transferencia que representan la dinámica de la etapa de potencia. Como resultado, es posible el uso de las técnicas de análisis de dominio s estándar (Hassan & A. Elbaset, 2015).

Figura 10
Pasos para el modelamiento de la etapa de potencia - Adaptado de (Erickson & Maksimovic, 2020)



2.2. Modelamiento del convertidor DC/DC

La descripción en espacio de estados se denomina modelo de espacio de estados conmutado. La tabla 1 muestra los 4 posibles modos de funcionamiento que se logran conectando en cascada una etapa reductora bidireccional y una etapa elevadora bidireccional, es decir, para el convertidor bidireccional en cascada buck-boost de la Fig. 9. Los dos primeros modos presentados en esta tabla consideran a V_1 como la señal de entrada y a V_2 como la señal de salida. Mientras, el tercer y cuarto modo consideran a V_2 como la señal de entrada y a V_1 como la señal de salida, es decir, estos últimos dos modos son usados para el frenado regenerativo.

Tabla 1 *Modos del convertidor*

Modo	S_1	S_2	S_3	S_4
$1. Buck_{1-2}$	Controlado	Apagado	Apagado	Apagado
$2. Boost_{1-2}$	Cerrado	Controlado	Apagado	Apagado
$3. Buck_{2-1}$	Apagado	Apagado	Controlado	Apagado
4. <i>Boost</i> ₂₋₁	Apagado	Apagado	Cerrado	Controlado

En las figuras 11 y 12 ($Buck_{1-2}$), 13 y 14 ($Boost_{1-2}$), 15 y 16 ($Buck_{2-1}$), 17 y 18 ($Boost_{2-1}$), se presentan los circuitos para los cuatro modos de operación del convertidor, de donde se obtiene el modelo dinámico de la etapa de potencia durante los periodos activo y no activo de los transistores controlados, de acuerdo a la tabla 1, expresada en la forma general de la ecuación en el espacio de estados que se presenta a continuación.

$$\mathbb{K}_{p}\frac{dx(t)}{dt} = \mathbb{A}_{p,q}x(t) + \mathbb{B}_{p,q}u(t)$$
(1)

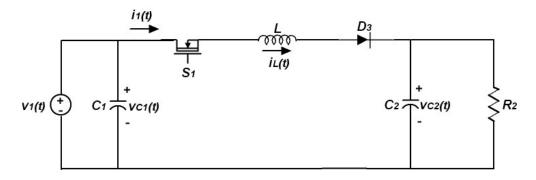
$$y(t) = \mathbb{E}_{p,q}x(t) + \mathbb{F}_{p,q}u(t)$$
(2)

$$p = 1, 2, 3, 4.$$
 $q = On, Off$ (3)

Donde el subíndice p corresponde al modo de funcionamiento del convertidor bidireccional en cascada buck-boost presentado en la tabla 1 y el subíndice q se relaciona con el estado del transistor en cada modo de funcionamiento.

• Modelo conmutado en espacio de estados $Buck_{1-2}$

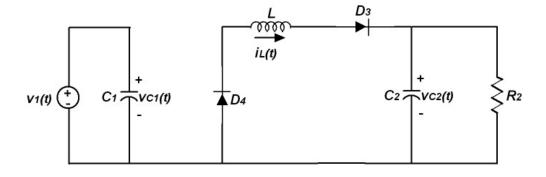
Figura 11 $Modo\ 1.\ Buck_{1-2}\ transistor\ ON$



$$\begin{bmatrix} L & 0 \\ 0 & C_2 \end{bmatrix} \frac{d}{dt} \begin{bmatrix} i_L(t) \\ v_{C_2}(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & -1 \\ 1 & -\frac{1}{R_2} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_L(t) \\ v_{C_2}(t) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} v_1(t) \end{bmatrix}$$
(4)

$$\begin{bmatrix} i_1(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_L(t) \\ v_{C_2}(t) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} v_1(t) \end{bmatrix}$$
 (5)

Figura 12 $Modo\ 1$. $Buck_{1-2}$ transistor OFF

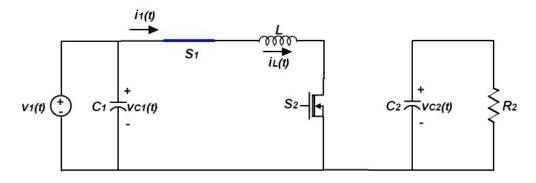


$$\begin{bmatrix} L & 0 \\ 0 & C_2 \end{bmatrix} \frac{d}{dt} \begin{bmatrix} i_L(t) \\ v_{C_2}(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & -1 \\ 1 & -\frac{1}{R_2} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_L(t) \\ v_{C_2}(t) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} v_1(t) \end{bmatrix}$$
 (6)

$$\begin{bmatrix} i_1(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_L(t) \\ v_{C_2}(t) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} v_1(t) \end{bmatrix}$$
 (7)

• Modelo conmutado en espacio de estados Boost₁₋₂

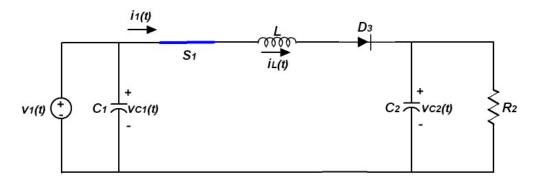
Figura 13 $Modo\ 2$. $Boost_{1-2}$ transistor ON



$$\begin{bmatrix} L & 0 \\ 0 & C_2 \end{bmatrix} \frac{d}{dt} \begin{bmatrix} i_L(t) \\ v_{C_2}(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & -\frac{1}{R_2} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_L(t) \\ v_{C_2}(t) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} v_1(t) \end{bmatrix}$$
(8)

$$\begin{bmatrix} i_1(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_L(t) \\ v_{C_2}(t) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} v_1(t) \end{bmatrix}$$
 (9)

Figura 14 *Modo 2. Boost*₁₋₂ *transistor OFF*

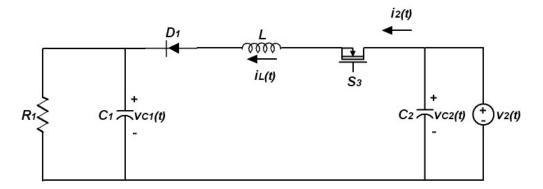


$$\begin{bmatrix} L & 0 \\ 0 & C_2 \end{bmatrix} \frac{d}{dt} \begin{bmatrix} i_L(t) \\ v_{C_2}(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & -1 \\ 1 & -\frac{1}{R_2} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_L(t) \\ v_{C_2}(t) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} v_1(t) \end{bmatrix}$$
(10)

$$\begin{bmatrix} i_1(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_L(t) \\ v_{C_2}(t) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} v_1(t) \end{bmatrix}$$
 (11)

• Modelo conmutado en espacio de estados Buck₂₋₁

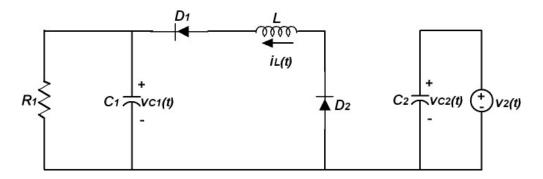
Figura 15
Modo 3. Buck₂₋₁ transistor ON



$$\begin{bmatrix} L & 0 \\ 0 & C_1 \end{bmatrix} \frac{d}{dt} \begin{bmatrix} i_L(t) \\ v_{C_1}(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & -1 \\ 1 & -\frac{1}{R_1} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_L(t) \\ v_{C_1}(t) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} v_2(t) \end{bmatrix}$$
(12)

$$\begin{bmatrix} i_2(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_L(t) \\ v_{C_1}(t) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} v_2(t) \end{bmatrix}$$
 (13)

Figura 16 *Modo 3. Buck*₂₋₁ *transistor OFF*

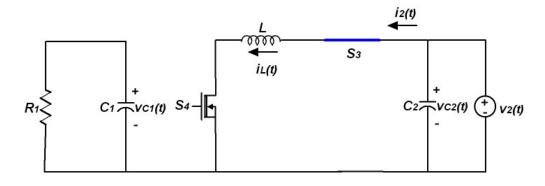


$$\begin{bmatrix} L & 0 \\ 0 & C_1 \end{bmatrix} \frac{d}{dt} \begin{bmatrix} i_L(t) \\ v_{C_1}(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & -1 \\ 1 & -\frac{1}{R_1} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_L(t) \\ v_{C_1}(t) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} v_2(t) \end{bmatrix}$$
(14)

$$\begin{bmatrix} i_2(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_L(t) \\ v_{C_1}(t) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} v_2(t) \end{bmatrix}$$
 (15)

• Modelo conmutado en espacio de estados boost₂₋₁

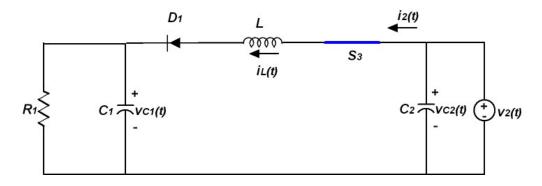
Figura 17 *Modo 4. Boost*₂₋₁ *transistor ON*



$$\begin{bmatrix} L & 0 \\ 0 & C_1 \end{bmatrix} \frac{d}{dt} \begin{bmatrix} i_L(t) \\ v_{C_1}(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & -\frac{1}{R_1} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_L(t) \\ v_{C_1}(t) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} v_2(t) \end{bmatrix}$$
(16)

$$\begin{bmatrix} i_2(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_L(t) \\ v_{C_1}(t) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} v_2(t) \end{bmatrix}$$
(17)

Figura 18
Modo 4. Boost₂₋₁ transistor OFF



$$\begin{bmatrix} L & 0 \\ 0 & C_1 \end{bmatrix} \frac{d}{dt} \begin{bmatrix} i_L(t) \\ v_{C_1}(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & -1 \\ 1 & -\frac{1}{R_1} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_L(t) \\ v_{C_1}(t) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} v_2(t) \end{bmatrix}$$
(18)

$$\begin{bmatrix} i_2(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_L(t) \\ v_{C_1}(t) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} v_2(t) \end{bmatrix}$$
 (19)

2.3. Solución en estado estable

Considerando que las frecuencias naturales del convertidor y las frecuencias de las variaciones de las entradas del convertidor son mucho más pequeñas que la frecuencia de conmutación, se determina un modelo promediado en espacio de estados que describe el convertidor en equilibrio.

• *Modo de funcionamiento Buck*_{1−2}

La solución en estado estacionario se extrae haciendo coincidir la derivada de las variables dinámicas con cero, para evaluar las ecuaciones de equilibrio promediadas en el espacio de estados:

$$0 = \mathbb{A}_1 X + \mathbb{B}_1 U \tag{20}$$

$$Y = \mathbb{E}_1 X + \mathbb{F}_1 U \tag{21}$$

Donde la matriz promediada, A_1 , se obtiene por:

$$\mathbb{A}_{1} = D\mathbb{A}_{1,on} + D'\mathbb{A}_{1,off} = D \begin{bmatrix} 0 & -1 \\ 1 & -\frac{1}{R_{2}} \end{bmatrix} + D' \begin{bmatrix} 0 & -1 \\ 1 & -\frac{1}{R_{2}} \end{bmatrix}$$
(22)

$$\mathbb{A}_1 = \begin{bmatrix} 0 & -1 \\ 1 & -\frac{1}{R_2} \end{bmatrix} \tag{23}$$

Donde D se define como el ciclo de trabajo en estado estacionario y D' como su complemento para un periodo de conmutación (T_s) , de la siguiente forma:

$$d(t) = D (24)$$

$$D' = 1 - D \tag{25}$$

De igual manera, las matrices promediadas \mathbb{B},\mathbb{E} and \mathbb{F} se estiman con las siguientes ecuaciones:

$$\mathbb{B}_{1} = D\mathbb{B}_{1,on} + D'\mathbb{B}_{1,off} = \begin{bmatrix} D \\ 0 \end{bmatrix}$$
(26)

$$\mathbb{E}_1 = D\mathbb{E}_{1,on} + D'\mathbb{E}_{1,off} = \begin{bmatrix} D & 0 \end{bmatrix}$$
 (27)

$$\mathbb{F}_1 = D\mathbb{F}_{1,on} + D'\mathbb{F}_{1,off} = \begin{bmatrix} 0 \end{bmatrix}$$
 (28)

Los valores de equilibrio de los vectores promediados se pueden obtener de la ecuación (20) y (21) como:

$$X = -\mathbb{A}_1^{-1} \mathbb{B}_1 U \tag{29}$$

$$Y = (-\mathbb{E}_1 \mathbb{A}_1^{-1} \mathbb{B}_1 + \mathbb{F}_1) U \tag{30}$$

Los valores de la corriente del inductor $i_L(t)$, la tensión del condensador $v_{C_2}(t)$, y la corriente $i_1(t)$, encontradas para el punto de reposo son respectivamente:

$$V_{C_2} = DV_1 \tag{31}$$

$$I_L = \frac{DV_1}{R_2} \tag{32}$$

$$I_1 = DI_L \tag{33}$$

• *Modo de funcionamiento Boost*_{1−2}

La solución de estado estacionario para el modo de funcionamiento $Boost_{1-2}$ del convertidor bidireccional se obtiene bajo el mismo procedimiento matemático y se presenta a continuación:

$$\mathbb{A}_{2} = D\mathbb{A}_{2,on} + D'\mathbb{A}_{2,off} = \begin{bmatrix} 0 & -D' \\ D' & -\frac{1}{R_{2}} \end{bmatrix}$$
(34)

$$\mathbb{B}_2 = D\mathbb{B}_{2,on} + D'\mathbb{B}_{2,off} = \begin{bmatrix} 1\\0 \end{bmatrix}$$
(35)

$$\mathbb{E}_2 = D\mathbb{E}_{2,on} + D'\mathbb{E}_{2,off} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \end{bmatrix}$$
 (36)

$$\mathbb{F}_2 = D\mathbb{F}_{2,on} + D'\mathbb{F}_{2,off} = \begin{bmatrix} 0 \end{bmatrix}$$
(37)

$$V_{C_2} = \frac{V_1}{D'} \tag{38}$$

$$I_L = \frac{V_{C_2}^2}{V_1 R_2} \tag{39}$$

$$I_1 = I_L \tag{40}$$

• Modo de funcionamiento Buck₂₋₁

La solución de estado estacionario para el modo de funcionamiento $Buck_{2-1}$ es similar a la obtenida para el modo de funcionamiento $Buck_{1-2}$, haciendo las respectivas asociaciones de los subíndices utilizados.

$$\mathbb{A}_{3} = D\mathbb{A}_{3,on} + D'\mathbb{A}_{3,off} = \begin{bmatrix} 0 & -1 \\ 1 & -\frac{1}{R_{1}} \end{bmatrix}$$
(41)

$$\mathbb{B}_{3} = D\mathbb{B}_{3,on} + D'\mathbb{B}_{3,off} = \begin{bmatrix} D \\ 0 \end{bmatrix}$$

$$\tag{42}$$

$$\mathbb{E}_3 = D\mathbb{E}_{3,on} + D'\mathbb{E}_{3,off} = \begin{bmatrix} D & 0 \end{bmatrix}$$
 (43)

$$\mathbb{F}_3 = D\mathbb{F}_{3,on} + D'\mathbb{F}_{3,off} = \begin{bmatrix} 0 \end{bmatrix}$$
(44)

$$V_{C_1} = DV_2 \tag{45}$$

$$I_L = \frac{DV_2}{R_1} \tag{46}$$

$$I_2 = DI_L \tag{47}$$

• Modo de funcionamiento Boost₂₋₁

La solución de estado estacionario para el modo de funcionamiento $Boost_{2-1}$ es similar a la obtenida para el modo de funcionamiento $Boost_{1-2}$, haciendo las respectivas asociaciones de los subíndices utilizados.

$$\mathbb{A}_{4} = D\mathbb{A}_{4,on} + D'\mathbb{A}_{4,off} = \begin{bmatrix} 0 & -D' \\ D' & -\frac{1}{R_{1}} \end{bmatrix}$$
(48)

$$\mathbb{B}_4 = D\mathbb{B}_{4,on} + D'\mathbb{B}_{4,off} = \begin{bmatrix} 1\\0 \end{bmatrix}$$
(49)

$$\mathbb{E}_4 = D\mathbb{E}_{4,on} + D'\mathbb{E}_{4,off} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \end{bmatrix}$$
 (50)

$$\mathbb{F}_4 = D\mathbb{F}_{4,on} + D'\mathbb{F}_{4,off} = \begin{bmatrix} 0 \end{bmatrix}$$
 (51)

$$V_{C_1} = \frac{V_2}{D'} \tag{52}$$

$$I_L = \frac{V_{C_1}^2}{V_2 R_1} \tag{53}$$

$$I_2 = I_L \tag{54}$$

2.4. Perturbación y linealización

Durante el proceso de promediado en un período de conmutación (T_s) se elimina el rizado de las formas de onda de alta frecuencia en la corriente del inductor y las tensiones de los condensadores. Las componentes de baja frecuencia de estas señales se modelan mediante ecuaciones de

la forma:

$$\mathbb{K}_{p} \frac{d\langle x(t)\rangle_{Ts}}{dt} = (d(t)\mathbb{A}_{p,on} + d'(t)\mathbb{A}_{p,off})\langle x(t)\rangle_{Ts} + (d(t)\mathbb{B}_{p,on} + d'(t)\mathbb{B}_{p,off})\langle u(t)\rangle_{Ts}$$
 (55)

$$\langle y(t)\rangle_{Ts} = (d(t)\mathbb{E}_{p,on} + d'(t)\mathbb{E}_{p,off})\langle x(t)\rangle_{Ts} + (d(t)\mathbb{F}_{p,on} + d'(t)\mathbb{F}_{p,off})\langle u(t)\rangle_{Ts}$$
 (56)

Donde la expresión $\langle x(t)\rangle_{Ts}$ denota el promedio de x(t) sobre un intervalo de longitud T_s , de igual forma aplica para u(t) y para y(t):

$$\langle x(t)\rangle_{Ts} = \frac{1}{T_s} \int_{t-\frac{T_s}{2}}^{t+\frac{T_s}{2}} x(\tau) d\tau \tag{57}$$

Para desarrollar un modelo AC de pequeña señal en un punto de operación de equilibrio o de reposo, se adopta que el vector de estados, los vectores de entrada y salida, y el ciclo de trabajo d(t), se reemplazan por los valores promediados de baja frecuencia que son iguales a los valores en el punto de equilibrio más pequeñas variaciones en AC superpuestas; donde las variables en mayúscula son componentes en DC y las variables con superíndice \hat{x} son pequeñas componentes en AC (Erickson & Maksimovic, 2020):

$$\langle x(t)\rangle_{Ts} = X + \hat{x}(t) \tag{58}$$

$$\langle u(t)\rangle_{Ts} = U + \hat{u}(t) \tag{59}$$

$$\langle y(t)\rangle_{Ts} = Y + \hat{y}(t) \tag{60}$$

$$d(t) = D + \hat{d}(t) \Rightarrow d'(t) = D' - \hat{d}(t) \tag{61}$$

Estas variaciones de AC son mucho más pequeñas que los valores de reposo. Es importante aclarar que es válido aplicar la aproximación de pequeña señal solo a cantidades que en realidad tienen una ondulación pequeña y no son pulsantes. Por lo tanto, se aplica esta aproximación a las corrientes del inductor, tensión en los condensadores y fuentes independientes que tienen una pequeña ondulación y son funciones continuas del tiempo.

Reemplazando los valores promediados de baja frecuencia en las ecuaciones (55) y (56), se obtiene:

$$\mathbb{K}_{p} \frac{d\langle X + \hat{x}(t) \rangle}{dt} = ((D + \hat{d}(t)) \mathbb{A}_{p,on} + ((D' - \hat{d}(t)) \mathbb{A}_{p,off}) \langle X + \hat{x}(t) \rangle + ((D + \hat{d}(t)) \mathbb{B}_{p,on} + ((D' - \hat{d}(t)) \mathbb{B}_{p,off}) \langle U + \hat{u}(t) \rangle$$
(62)

$$\langle Y + \hat{y}(t) \rangle = ((D + \hat{d}(t))\mathbb{E}_{p,on} + ((D' - \hat{d}(t))\mathbb{E}_{p,off})\langle X + \hat{x}(t) \rangle$$
$$+ ((D + \hat{d}(t))\mathbb{F}_{p,on} + ((D' - \hat{d}(t))\mathbb{F}_{p,off})\langle U + \hat{u}(t) \rangle \quad (63)$$

$$\mathbb{K}_{p} \frac{d\langle X + \hat{x}(t) \rangle}{dt} = \underbrace{(\mathbb{A}_{p}X + \mathbb{B}_{p}U)}_{Componentes\ DC} + \underbrace{(\mathbb{A}\hat{x}(t) + \mathbb{B}\hat{u}(t) + \{(\mathbb{A}_{p,on} - \mathbb{A}_{p,off})X + (\mathbb{B}_{p,on} - \mathbb{B}_{p,off})U\}\hat{d}(t))}_{Componentes\ de\ primer\ orden\ ac\ (lineal)} + \underbrace{\{(\mathbb{A}_{p,on} - \mathbb{A}_{p,off})\hat{d}(t)\hat{x}(t) + (\mathbb{B}_{p,on} - \mathbb{B}_{p,off})\hat{d}(t)\hat{u}(t)\}}_{Componentes\ de\ segundo\ orden\ AC\ (no\ lineal)}$$
(64)

$$\langle Y + \hat{y}(t) \rangle = \underbrace{(\mathbb{E}_{p}X + \mathbb{F}_{p}U)}_{Componentes\ DC} + \underbrace{(\mathbb{E}\hat{x}(t) + \mathbb{F}\hat{u}(t) + \{(\mathbb{E}_{p,on} - \mathbb{E}_{p,off})X + (\mathbb{F}_{p,on} - \mathbb{F}_{p,off})U\}\hat{d}(t))}_{Componentes\ de\ primer\ orden\ ac\ (lineal)} + \underbrace{\{(\mathbb{E}_{p,on} - \mathbb{E}_{p,off})\hat{d}(t)\hat{x}(t) + (\mathbb{F}_{p,on} - \mathbb{F}_{p,off})\hat{d}(t)\hat{u}(t)\}}_{Componentes\ de\ segundo\ orden\ AC\ (no\ lineal)}$$
(65)

Con la intención de derivar un modelo de AC de pequeña señal, los términos de DC pueden considerarse cantidades constantes conocidas. Cada uno de los términos no lineales de segundo orden es mucho más pequeño en magnitud que uno o más de los términos AC lineales de primer orden, por lo que pueden despreciarse (Erickson & Maksimovic, 2020).

Entonces, las ecuaciones en espacio de estados linealizadas de pequeña señal se obtienen como:

$$\mathbb{K}_{p}\frac{d\hat{x}(t)}{dt} = \mathbb{A}_{p}\hat{x}(t) + \mathbb{B}_{p}\hat{u}(t) + \{(\mathbb{A}_{p,on} - \mathbb{A}_{p,off})X + (\mathbb{B}_{p,on} - \mathbb{B}_{p,off})U\}\hat{d}(t)$$
(66)

$$\hat{y}(t) = \mathbb{E}_p \hat{x}(t) + \mathbb{F}_p \hat{u}(t) + \{ (\mathbb{E}_{p,on} - \mathbb{E}_{p,off}) X + (\mathbb{F}_{p,on} - \mathbb{F}_{p,off}) U \} \hat{d}(t)$$
(67)

Modelo de pequeña señal convertidor en modo funcionamiento Buck₁-2

Las ecuaciones del modelo en AC de pequeña señal resultantes para el modo de funcionamiento del convertidor bidireccional en cascada buck-boost en modo reductor $Buck_{1-2}$ se dan a continuación:

$$\begin{bmatrix} L & 0 \\ 0 & C_2 \end{bmatrix} \frac{d}{dt} \begin{bmatrix} \hat{i}_L(t) \\ \hat{v}_{C_2}(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & -1 \\ 1 & -\frac{1}{R_2} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \hat{i}_L(t) \\ \hat{v}_{C_2}(t) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} D \\ 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \hat{v}_1(t) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} V_1 \\ 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \hat{d}(t) \end{bmatrix}$$
(68)

$$\begin{bmatrix} \hat{i}_1(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} D & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \hat{i}_L(t) \\ \hat{v}_{C_2}(t) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \hat{v}_1(t) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} I_L \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \hat{d}(t) \end{bmatrix}$$
(69)

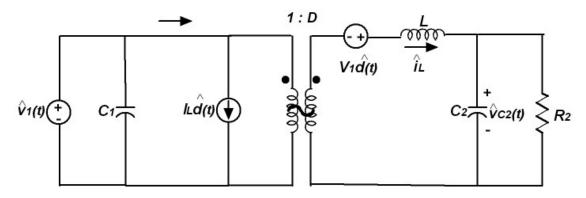
$$L\frac{d\hat{i}_L(t)}{dt} = D\hat{v}_1(t) + V_1\hat{d}(t) - \hat{v}_{C_2}(t)$$
(70)

$$C_2 \frac{d\hat{v}_{C_2}(t)}{dt} = \hat{i}_L(t) - \frac{\hat{v}_{C_2}(t)}{R_2}$$
(71)

$$\hat{i}_1(t) = D\hat{i}_L(t) + I_L\hat{d}(t)$$
 (72)

La Figura 19 expone el modelo de pequeña señal resultante de los modos del convertidor reductor:

Figura 19 *Modelo de pequeña señal Buck*₁₋₂



• Modelo de pequeña señal convertidor Boost₁₋₂

Las ecuaciones de AC de pequeña señal resultantes para el modo de funcionamiento del convertidor bidireccional en modo elevador $Boost_{1-2}$ se dan a continuación:

$$\begin{bmatrix} L & 0 \\ 0 & C_2 \end{bmatrix} \frac{d}{dt} \begin{bmatrix} \hat{i}_L(t) \\ \hat{v}_{C_2}(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & -D' \\ D' & -\frac{1}{R_2} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \hat{i}_L(t) \\ \hat{v}_{C_2}(t) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \hat{v}_1(t) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} V_{C_2} \\ -I_L \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \hat{d}(t) \end{bmatrix}$$
(73)

$$\begin{bmatrix} \hat{i}_1(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \hat{i}_L(t) \\ \hat{v}_{C_2}(t) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \hat{v}_1(t) \end{bmatrix}$$
 (74)

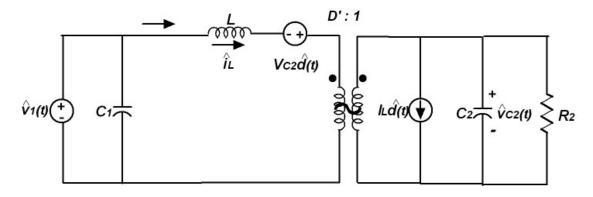
$$L\frac{d\hat{i}_L(t)}{dt} = -D'\hat{v}_{C_2}(t) + \hat{v}_1(t) + V_{C_2}\hat{d}(t)$$
(75)

$$C_2 \frac{d\hat{v}_{C_2}(t)}{dt} = D'\hat{i}_L(t) - \frac{\hat{v}_{C_2}(t)}{R_2} - I_L \hat{d}(t)$$
 (76)

$$\hat{i}_1(t) = \hat{i}_L(t) \tag{77}$$

La Figura 20 muestra el modelo de pequeña señal resultante para los modos de funcionamiento del convertidor estudiado en modo elevador:

Figura 20 *Modelo de señal pequeña Boost*₁₋₂



• Modelo de pequeña señal convertidor en modo funcionamiento Buck₂₋₁

Las ecuaciones del modelo en AC de pequeña señal resultantes para el modo de funcionamiento del convertidor bidireccional en cascada buck-boost en modo reductor $Buck_{2-1}$ se dan a continuación:

$$\begin{bmatrix} L & 0 \\ 0 & C_1 \end{bmatrix} \frac{d}{dt} \begin{bmatrix} \hat{i}_L(t) \\ \hat{v}_{C_1}(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & -1 \\ 1 & -\frac{1}{R_1} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \hat{i}_L(t) \\ \hat{v}_{C_1}(t) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} D \\ 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \hat{v}_2(t) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} V_2 \\ 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \hat{d}(t) \end{bmatrix}$$
(78)

$$\begin{bmatrix} \hat{i}_2(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} D & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \hat{i}_L(t) \\ \hat{v}_{C_1}(t) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \hat{v}_2(t) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} I_L \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \hat{d}(t) \end{bmatrix}$$
(79)

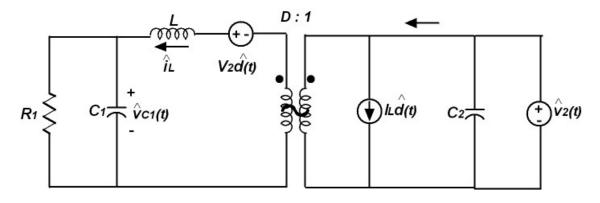
$$L\frac{d\hat{i}_L(t)}{dt} = D\hat{v}_2(t) + V_2\hat{d}(t) - \hat{v}_{C_1}(t)$$
(80)

$$C_1 \frac{d\hat{v}_{C_1}(t)}{dt} = \hat{i}_L(t) - \frac{\hat{v}_{C_1}(t)}{R_1}$$
(81)

$$\hat{i}_2(t) = D\hat{i}_L(t) + I_L\hat{d}(t)$$
 (82)

La Figura 21 expone el modelo de pequeña señal resultante de los modos del convertidor reductor:

Figura 21 *Modelo de pequeña señal Buck*₂₋₁



• Modelo de pequeña señal convertidor Boost₂₋₁

Las ecuaciones de AC de pequeña señal resultantes para el modo de funcionamiento del convertidor bidireccional en modo elevador $Boost_{2-1}$ se dan a continuación:

$$\begin{bmatrix} L & 0 \\ 0 & C_1 \end{bmatrix} \frac{d}{dt} \begin{bmatrix} \hat{i}_L(t) \\ \hat{v}_{C_1}(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & -D' \\ D' & -\frac{1}{R_1} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \hat{i}_L(t) \\ \hat{v}_{C_1}(t) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \hat{v}_2(t) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} V_{C_1} \\ -I_L \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \hat{d}(t) \end{bmatrix}$$
(83)

$$\begin{bmatrix} \hat{i}_2(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \hat{i}_L(t) \\ \hat{v}_{C_1}(t) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \hat{v}_2(t) \end{bmatrix}$$
(84)

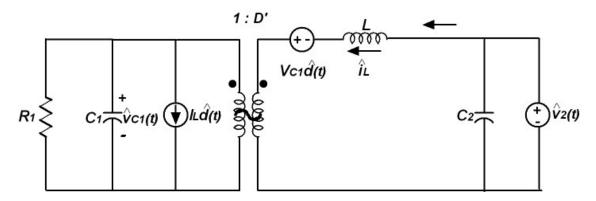
$$L\frac{d\hat{i}_L(t)}{dt} = -D'\hat{v}_{C_1}(t) + \hat{v}_2(t) + V_{C_1}\hat{d}(t)$$
(85)

$$C_1 \frac{d\hat{v}_{C_1}(t)}{dt} = D'\hat{i}_L(t) - \frac{\hat{v}_{C_1}(t)}{R_1} - I_L \hat{d}(t)$$
(86)

$$\hat{i}_2(t) = \hat{i}_L(t) \tag{87}$$

La Figura 22 muestra el modelo de pequeña señal resultante para los modos de funcionamiento del convertidor estudiado en modo elevador:

Figura 22 *Modelo de señal pequeña Boost*₂₋₁

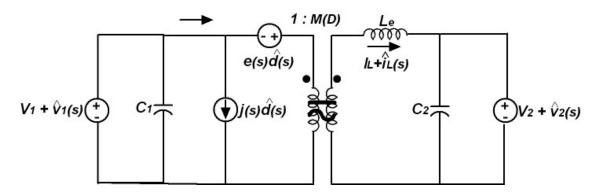


2.5. Modelo canónico

El circuito equivalente AC del convertidor DC/DC en modo continuo de conducción y controlado por PWM se puede manipular en una forma canónica, donde se desea analizar los fenómenos del convertidor de manera general, sin referencia a un convertidor específico (Hassan & A. Elbaset, 2015),(Erickson & Maksimovic, 2020), como se ilustra en la Figura 23.

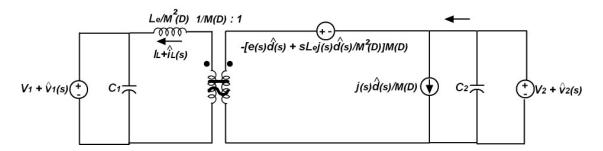
Figura 23

Modelo canónico



En la figura 24 se presenta el modelo invertido del modelo canónico, el cual se obtiene realizando un cambio en la ubicación de algunos elementos, reflejando las fuentes dependientes y el inductor hacia el lado contrario del transformador según la ubicación de cada elemento, por medio de la relación de transformación.

Figura 24
Modelo canónico invertido



Se desarrolla una simplificación de las expresiones obtenidas en el modelo canónico invertido, encontrando sus expresiones equivalentes en el modelo canónico original, con la diferencia de que ahora este modelo canónico es bidireccional. La figura 25 presenta este modelo propuesto y la tabla 2 muestra las ecuaciones equivalentes para cada modo de operación del convertidor reductor-elevador en cascada bidireccional.

Figura 25
Modelo canónico bidireccional

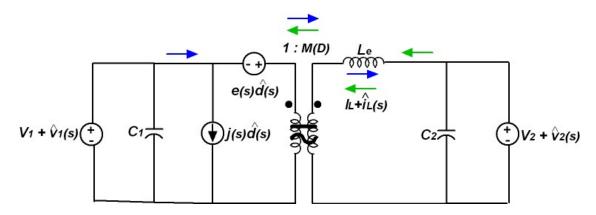


Tabla 2 *Ecuaciones convertidor bidireccional*

Modos	M(D)	Le	e(s)	j(s)
$Buck_{1-2}$	D	L	$\frac{V_2}{D^2}$	$\frac{V_2}{R_2}$
$Boost_{1-2}$	$\frac{1}{D'}$	$\frac{L}{(D')^2}$	$V_2(1-\frac{sL}{(D')^2R_2})$	$\frac{V_2}{(D')^2R_2}$
$Buck_{2-1}$	$\frac{1}{D}$	$\frac{L}{D^2}$	$-\frac{V_1}{D}(1+\frac{sL}{R_1})$	$\frac{V_1}{DR_1}$
Boost ₂₋₁	D'	L	$-\frac{V_1}{D'}$	$\frac{V_{C_1}}{D'R_1}$

2.6. Simulación del modelo canónico bidireccional

Por medio de las herramientas de software PLECS y MatLab/Simulink se implementa el modelo canónico bidireccional propuesto, sin necesidad de ningún *toolbox* de pago adicional, tal como se observa en las figuras 26 y 27. Esto se lleva a cabo mediante bloques de subsistemas que, dependiendo del modo de operación del convertidor, están predeterminados con las ecuaciones y la lógica correspondiente con base en la tabla 2. Esto se puede observar en la figuras 28 y 29 para el modo de operación del convertidor y en la figuras 30 y 31 para la relación de transformación del circuito.

En la figura 26, las fuentes de entrada de DC están representadas por fuentes dependientes en color naranja. Las variaciones en AC de pequeña señal de la tensión de entrada son representadas por las fuentes independientes en color azul claro. La carga utilizada es puramente resistiva y es conectada según el modo de operación. Los interruptores amarillos ideales se utilizan para desconectar y conectar los diferentes elementos según el modo de operación que se quiera evaluar.

Figura 26Simulación modelo canónico bidireccional en MatLab

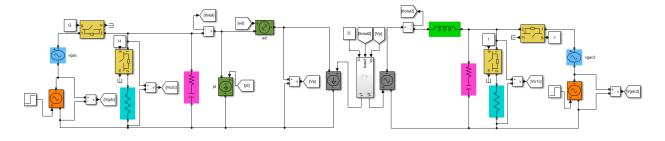


Figura 27Simulación modelo canónico bidireccional en PLECS

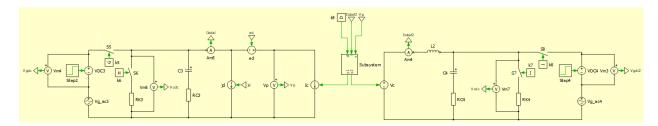


Figura 28Subsistemas según el modo de operación del convertidor en MatLab

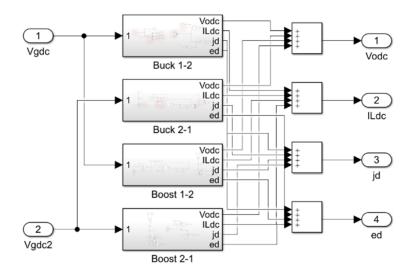


Figura 29 Subsistemas según el modo de operación del convertidor en PLECS

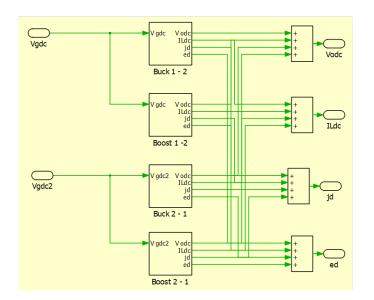


Figura 30Funciones de relación de transformación según los modos del convertidor en MatLab

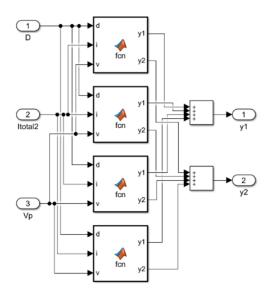
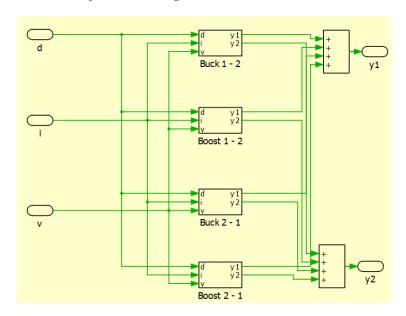


Figura 31Funciones de relación de transformación según los modos del convertidor en PLECS



2.7. Resultados de simulación

Para verificar que el modelo canónico bidireccional propuesto representa de manera aproximada el comportamiento del convertidor bidireccional, se construyen los circuitos que se muestran en las figuras 32 y 33, que corresponden al modelo del convertidor reductor-elevador bidireccional en cascada implementado mediante elementos semiconductores de potencia, diodos y transistores modelados como diodos ideales e interruptores electrónicos ideales, respectivamente; los cuales son los causantes del comportamiento no lineal del convertidor. La simulación simultánea de ambos modelos se realiza con los mismos parámetros y valores de cada uno de sus elementos, estos valores se pueden ver en la tabla 3. La simulación incluye un cambio de amplitud en la tensión de entrada en el instante de tiempo igual a 50[ms], para evaluar la precisión del modelo ante cambios dinámicos en el mismo. Las figuras 34 y 35 muestran la tensión de salida y un acercamiento visual cuando la entrada cambia considerando el modo $boost_{1-2}$, y las figuras 36 y 37 muestran la corriente por el inductor obtenida en el software MatLab. De manera similar, se presentan las figuras 38, 39, 40, 41, 46, 47, 48 y 49, donde se puede detallar el mismo tipo de resultados en el software PLECS.

Tabla 3 Valores de los parámetros de simulación

	$Buck_{2-1}$	$Boost_{1-2}$
f conmutación [Hz]	20000	20000
D	0,5	0,5
VDC inicial [V]	36	12
VDC final [V]	48	18
VAC perturbación [V]	1	1
fAC [Hz]	500	500
Perturbación d(t)	0,01	0,01
Frecuencia perturbación d(t) [Hz]	1000	1000
$\mathbf{L}\left[\mathbf{\mu H} ight]$	600	600
C [μF]	500	500
ESR $[\Omega]$	0,001	0,001
Carga resistiva $[\Omega]$	3,7	3,7

Figura 32Simulación tradicional del convertidor en MatLab

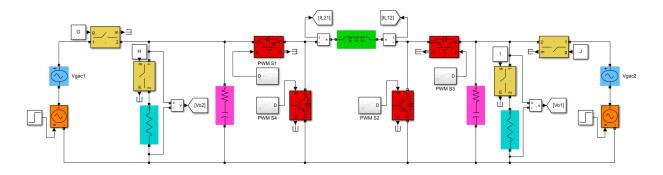


Figura 33Simulación tradicional del convertidor en PLECS

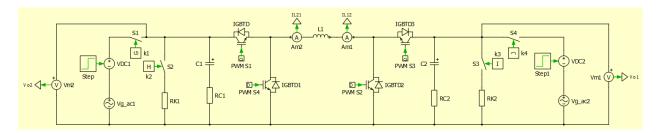


Figura 34 Tensión boost₁₋₂ MatLab

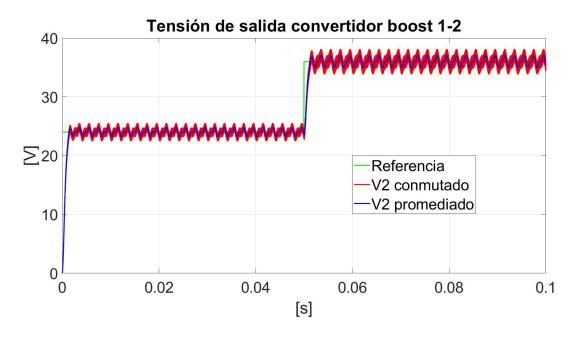


Figura 35Cambio en la tensión boost₁₋₂ MatLab

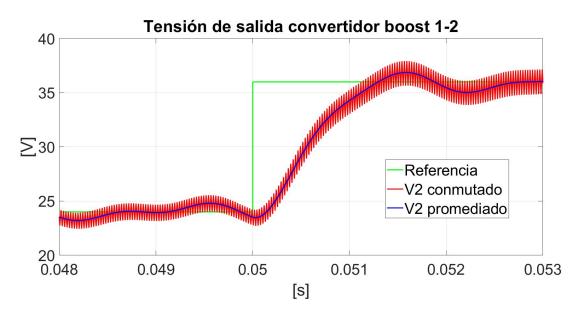


Figura 36
Corriente boost₁₋₂ MatLab

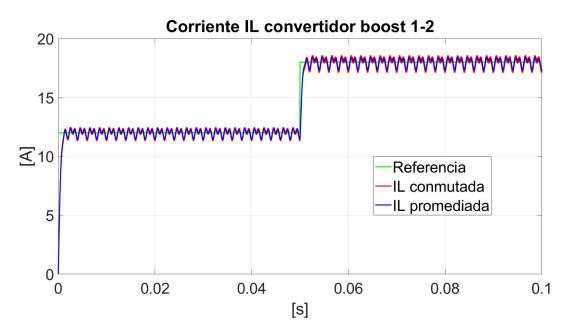


Figura 37Cambio en la corriente boost₁₋₂ MatLab

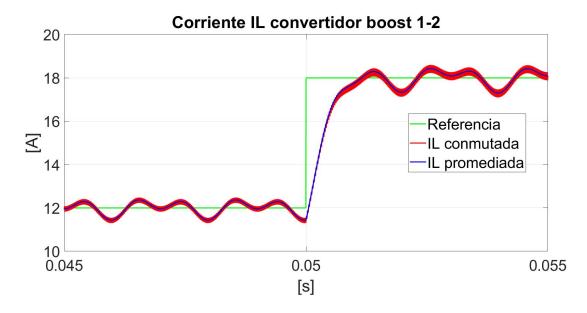


Figura 38 Tensión boost₁₋₂ PLECS

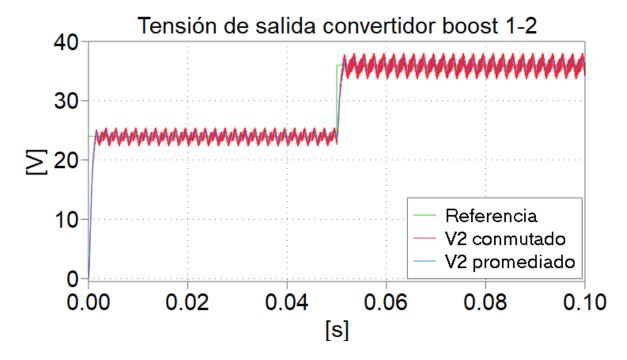


Figura 39 *Cambio de tensión boost*₁₋₂ *PLECS*

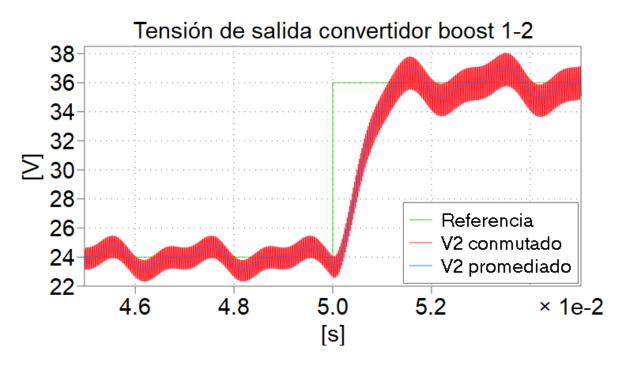


Figura 40
Corriente boost₁₋₂ PLECS

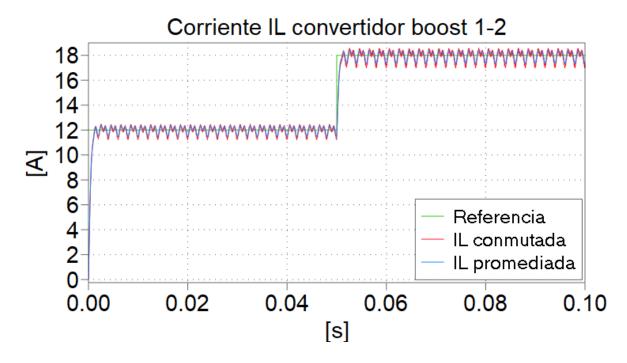


Figura 41 *Cambio de corriente boost*₁₋₂ *PLECS*

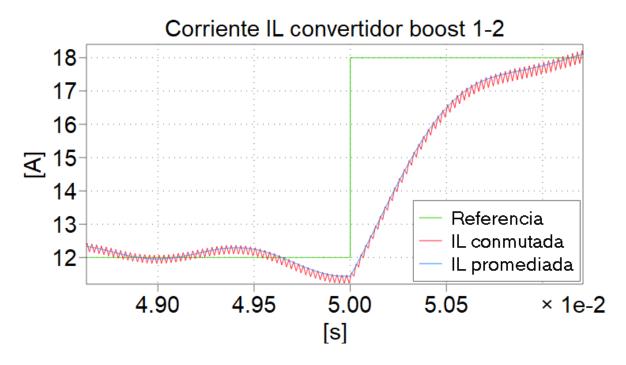


Figura 42 *Tensión buck*₂₋₁ *MatLab*

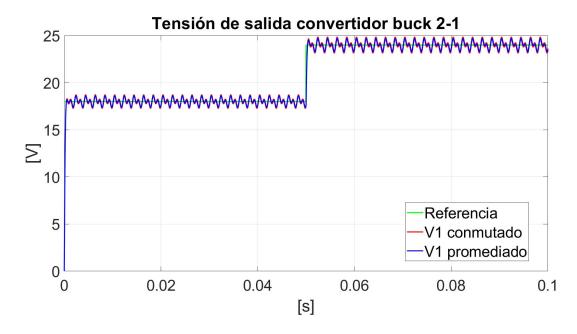


Figura 43 *Cambio de tensión buck*₂₋₁ *MatLab*

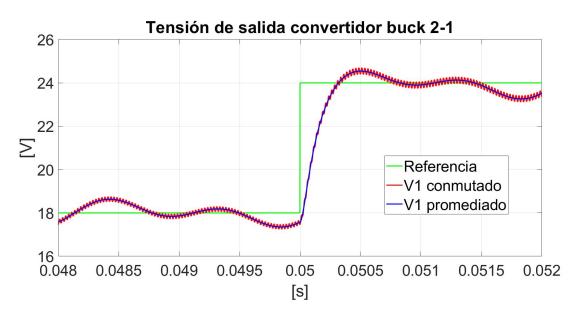


Figura 44 *Corriente buck*₂₋₁ *MatLab*

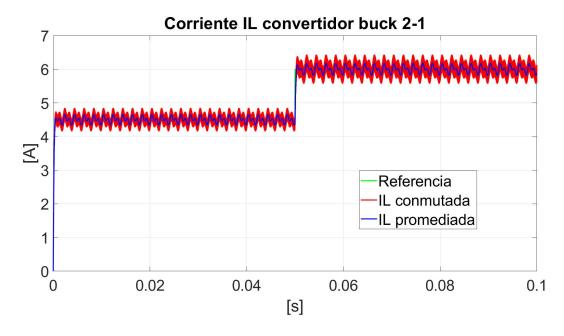


Figura 45 *Cambio de corriente buck*₂₋₁ *MatLab*

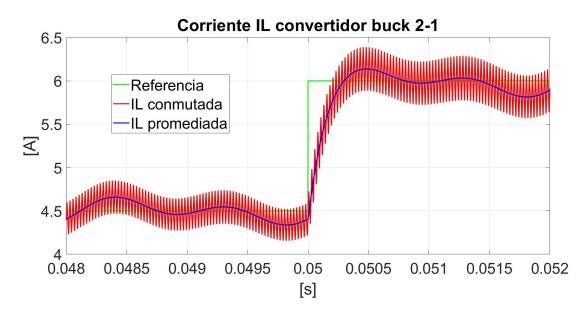


Figura 46 *Tensión buck*₂₋₁ *PLECS*

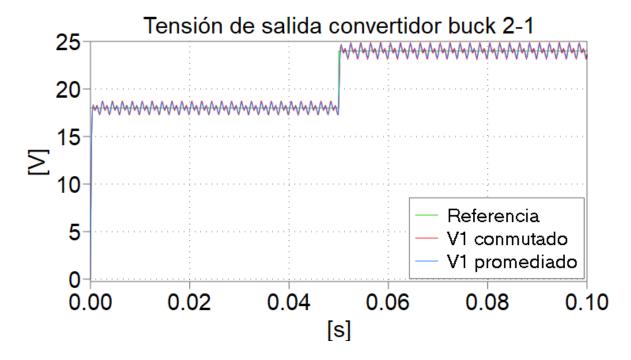


Figura 47 *Cambio de tensión buck*₂₋₁ *PLECS*

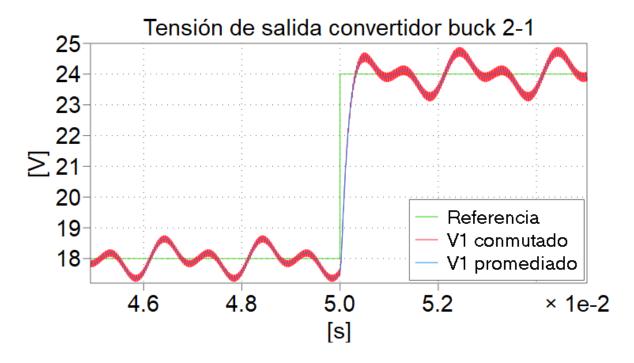


Figura 48
Corriente buck₂₋₁ PLECS

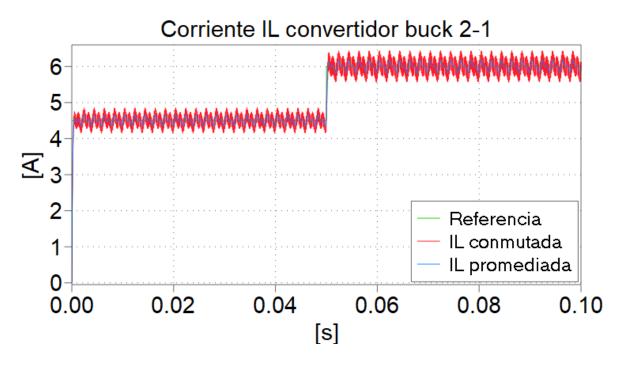
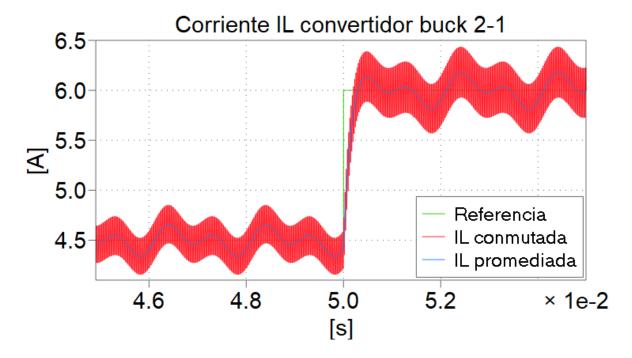


Figura 49 *Cambio de corriente buck*₂₋₁ *PLECS*



3. CONTROL DEL CONVERTIDOR DC/DC BIDIRECCIONAL

A partir del circuito equivalente en pequeña señal en el dominio de la frecuencia (s) del convertidor de potencia, se pueden definir las funciones de transferencia. Estas funciones de transferencia describen y modelan el comportamiento dinámico del funcionamiento del convertidor en estudio. En Erickson y Maksimovic, 2020 son definidas las funciones de transferencia respecto al modo de control a implementar, estos modos de control pueden ser por tensión, por corriente o por ambos. A continuación se introducen las funciones de transferencia enfocadas en el modo de control por tensión:

$$G_{vg}(s) = \frac{\hat{v}(s)}{\hat{v}_g(s)} \bigg|_{\hat{d}(s)=0}$$
(88)

$$G_{vd}(s) = \frac{\hat{v}(s)}{\hat{d}(s)} \bigg|_{\hat{v}_{\varrho}(s)=0}$$

$$(89)$$

$$Z_{out}(s) = \frac{\hat{v}(s)}{\hat{i}_{load}(s)} \bigg|_{\hat{v}_{g}(s) = \hat{d}(s) = 0}$$
(90)

La función de transferencia de línea a salida $G_{vg}(s)$ describe cómo las variaciones en la tensión de entrada $\hat{v}_g(s)$ provocan perturbaciones en la tensión de salida $\hat{v}(s)$. Por ejemplo, se utiliza para determinar el efecto de armónicos no deseados existentes en la fuente de alimentación. Para el desarrollo matemático de esta función de transferencia, las variaciones del ciclo de trabajo $\hat{d}(s)$ se establecen en cero.

Las función de transferencia de control a salida $G_{vd}(s)$, describe cómo las variaciones en la señal de control $\hat{d}(s)$ influyen en la tensión de salida $\hat{v}(s)$. Para el desarrollo matemático de esta función de transferencia, las variaciones de la tensión de entrada $\hat{v}_g(s)$ se establecen en cero.

La impedancia de salida $Z_{out}(s)$ se encuentra bajo las condiciones de que las variaciones

de $\hat{v}_g(s)$ y $\hat{d}(s)$ son cero. $Z_{out}(s)$ describe cómo las variaciones en la corriente de carga afectan la tensión de salida.

La tensión de salida $\hat{v}(s)$ es una función de la tensión de línea de entrada $\hat{v}_g(s)$, el ciclo de trabajo $\hat{d}(s)$, y la corriente de carga \hat{i}_{load} , así como de los valores de los elementos del circuito del convertidor:

$$\hat{v}(s) = G_{vd}(s)\hat{d}(s) + G_{vg}(s)\hat{v}_g(s) - Z_{out}(s)\hat{i}_{load}$$

$$\tag{91}$$

Con base en los modelos en pequeña señal de los convertidores buck y boost presentados en las figuras 19 y 20 respectivamente, se desarrollan matemáticamente las relaciones algebraicas de las funciones de transferencia para cada modo del convertidor, las cuales se presentan a continuación:

$$G_{vg}(s)_{Buck} = \frac{\frac{D}{LC}}{s^2 + \frac{s}{RC} + \frac{1}{LC}}$$
(92)

$$G_{vd}(s)_{Buck} = \frac{\frac{V}{DLC}}{s^2 + \frac{s}{RC} + \frac{1}{LC}}$$

$$\tag{93}$$

$$Z_{out}(s)_{Buck} = \frac{\frac{s}{C}}{s^2 + \frac{s}{RC} + \frac{1}{IC}}$$
(94)

$$G_{vg}(s)_{Boost} = \frac{\frac{D'}{LC}}{s^2 + \frac{s}{RC} + \frac{D'^2}{LC}}$$

$$\tag{95}$$

$$G_{vd}(s)_{Boost} = \frac{\frac{VD'}{LC} - \frac{s}{RC}}{s^2 + \frac{s}{RC} + \frac{D'^2}{LC}}$$
(96)

$$Z_{out}(s)_{Boost} = \frac{1}{Cs + \frac{1}{R}} \tag{97}$$

En las anteriores funciones de transferencia, $R = R_2$, $C = C_2$, y $V = V_2$ para los modos de

operación $Buck_{1-2}$ y $Boost_{1-2}$, mientras que $R = R_1$, $C = C_1$, y $V = V_1$ para los modos de operación $Buck_{2-1}$ y $Boost_{2-1}$.

De manera similar a la ecuación (91), la variación en la corriente del inductor en los convertidores conmutados, se puede expresar como una función de las variaciones del ciclo útil $\hat{d}(s)$ y la tensión de entrada $\hat{v}_g(s)$.

$$\hat{i}_L(s) = G_{id}(s)\hat{d}(s) + G_{ig}(s)\hat{v}_g(s)$$
(98)

Donde:

$$G_{id}(s) = \frac{\hat{i}_L(s)}{\hat{d}(s)} \bigg|_{\hat{v}_g(s)=0}$$

$$(99)$$

$$G_{ig}(s) = \frac{\hat{i}_L(s)}{\hat{v}_g(s)} \bigg|_{\hat{d}(s)=0}$$
 (100)

Cabe destacar, que las anteriores funciones de transferencia son fundamentales a la hora de implementar el modo de control por corriente en un convertidor de potencia, mas sin embargo, el modo de control por corriente utiliza también las funciones de transferencia definidas para el modo de control por tensión $G_{vd}(s)$ y $G_{vg}(s)$.

A continuación, se introducen las funciones de transferencia desarrolladas para el modo de control por corriente de los convertidores buck y boost:

$$G_{ig}(s)_{Buck} = \frac{\frac{Ds}{L} + \frac{D}{RLC}}{s^2 + \frac{s}{RC} + \frac{1}{LC}}$$

$$\tag{101}$$

$$G_{id}(s)_{Buck} = \frac{\frac{sR}{L} + \frac{V}{DRLC}}{s^2 + \frac{s}{RC} + \frac{1}{LC}}$$

$$\tag{102}$$

$$G_{ig}(s)_{Boost} = \frac{\frac{s}{L} + \frac{1}{RLC}}{s^2 + \frac{s}{RC} + \frac{D'^2}{LC}}$$
(103)

$$G_{id}(s)_{Boost} = \frac{\frac{sV}{L} + \frac{2V}{RLC}}{s^2 + \frac{s}{RC} + \frac{D'^2}{LC}}$$
(104)

En las anteriores funciones de transferencia, $R = R_2$, $C = C_2$, y $V = V_2$ para los modos de operación $Buck_{1-2}$ y $Boost_{1-2}$, mientras que $R = R_1$, $C = C_1$, y $V = V_1$ para los modos de operación $Buck_{2-1}$ y $Boost_{2-1}$.

Con las funciones de transferencia definidas, se procede al dimensionamiento de los valores de los elementos del convertidor de potencia bidireccional.

El artículo 3 de la resolución 160 del 2 de febrero de 2017 del ministerio de transporte de Colombia R160-2017-MTC define una bicicleta de pedaleo asistido como una "Bicicleta equipada con un motor auxiliar con potencia nominal continua no superior a 350W, que actúa como apoyo al esfuerzo muscular del conductor".

Con base en la anterior definición, el convertidor bidireccional se diseña para una bicicleta eléctrica de pedaleo asistido que posee un motor de imanes permanentes sin escobillas con una potencia nominal de 350W. Este motor es alimentado mediante el convertidor bidireccional por una batería de 36V, con una capacidad de 10A/h.

A partir de los valores nominales de la potencia del motor (Pn_{motor}) y la tensión de alimentación del motor (V_{motor}) , se obtiene la corriente nominal del motor (In_{motor}) de la siguiente forma:

$$V_{motor} = 36V \tag{105}$$

$$Pn_{motor} = 350W \tag{106}$$

$$In_{motor} = Pn_{motor}/V_{motor} = 350/36 = 9{,}72A$$
 (107)

Con este valor de corriente nominal en el motor, y la tensión de alimentación, se determina una resistencia equivalente de carga mínima (para efectos de diseño) del convertidor bidireccional

así:

$$R_{carga} = V_{motor}/In_{motor} = 36/9,72 = 3,7\Omega$$
 (108)

Con base en las ecuaciones de diseño presentadas en Hart, 2001, y con las condiciones de operación de la aplicación, se obtienen los valores mínimos de los capacitores y las bobinas para los convertidores buck y boost de la siguiente manera:

$$L_{minBuck} = \frac{(1-D)R}{2f} = 57,81\mu H \tag{109}$$

$$C_{Buck} = \frac{1 - D}{8Lf^2 \frac{\Delta V_o}{V_o}} = 462,73 \mu F \tag{110}$$

$$L_{minBoost} = \frac{D(1-D)^2 R}{2f} = 14,45 \mu H \tag{111}$$

$$C_{Boost} = \frac{D}{Rf^{\frac{\Delta V_o}{V}}} = 486,49\mu F \tag{112}$$

Donde $R = 3.7\Omega$, f = 20kHz, $\Delta V_o = 5\%$, $V_{oBuck} = 18V$, $V_{oBoost} = 36V$ $D_{Buck} = 0.5$ y $D_{Boost} = 0.5$.

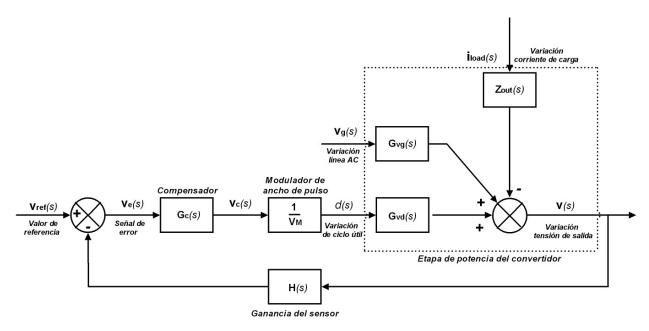
Mediante el modelo canónico bidireccional propuesto en esta investigación, y junto con los valores de las bobinas y capacitores encontrados anteriormente para los convertidores buck y boost, se ajusta por medio de simulación los valores de la bobina y los capacitores del convertidor bidireccional, donde se encuentra como resultado $L = 600 \mu H$, $C_{1,2} = 500 \mu F$, con el fin de asegurar que el convertidor opere en modo continuo.

Con los elementos del convertidor bidireccional definidos para la aplicación en bicicletas de pedaleo asistido, y junto con las funciones de transferencia previamente identificadas, se inicia la implementación del control por retroalimentación según el modo de control.

3.1. Modo de control por tensión

En Erickson y Maksimovic, 2020 se define el diagrama de bloques para la implementación de modo de control por tensión, el cual se presenta en la figura 50. En este modo de control, se debe diseñar un compensador en adelanto (PD), retardo (PI) o ambos (PID), que reduzca el error de estado estacionario, reduzca la respuesta transitoria y garantice las especificaciones de margen de fase y margen de ganancia en lazo abierto compensado, lo cual presume un sistema de control estable en lazo cerrado. Para el diseño del compensador, se utiliza el método de respuesta en frecuencia mediante el enfoque de los diagramas de Bode.

Figura 50
Diagrama de bloques modo de control por tensión - Adaptado de (Erickson & Maksimovic, 2020)

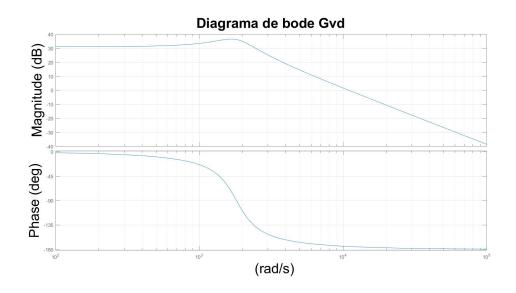


Para el diseño de cualquier compensador, se deben definir previamente los valores en reposo o un punto de equilibrio del sistema en pequeña señal, estos valores son la tensión y la corriente en ese punto de operación, la constante del sensor o transductor, la constante del modulador de pulsos y el valor del ciclo útil para ese instante. Posteriormente se desarrolla el diagrama de Bode de la función de transferencia $G_{vd}(s)$, donde se identifica el margen de fase y el margen de ganancia de

la función de transferencia en lazo abierto. Seguido se ajusta la constante de proporcionalidad para que satisfaga el requisito sobre la constante estática de error. Con la constante definida, se vuelve a dibujar el diagrama de Bode del sistema ajustado, se identifica el margen de fase y el margen de ganancia del nuevo sistema y se determina la compensación en el ángulo de fase o en la magnitud en el margen de ganancia para cumplir con el requerimiento de estabilidad y estabilidad relativa según el tipo de compensador. Con la nueva frecuencia de corte se determina el ancho de banda y las frecuencias esquina. Por último con el compensador desarrollado se sintoniza la constante de proporcionalidad (Ogata, 2010) (Erickson & Maksimovic, 2020).

A continuación se ilustra el proceso de diseño de los controladores PI y PD para el controlador buck. En la figura 51 se presenta el diagrama de Bode de la función de transferencia G_{vd} , donde se han definido los valores de estado de reposo del modelo de pequeña señal del convertidor buck de la siguiente manera: H=1, Vm=12, $R=3.7\Omega$, $L=600\mu H$, $C=500\mu F$, $V_g=36V$, V=18V D=0.5 y f=20kHz.

Figura 51 Diagrama de Bode de la función de transferencia G_{vd}

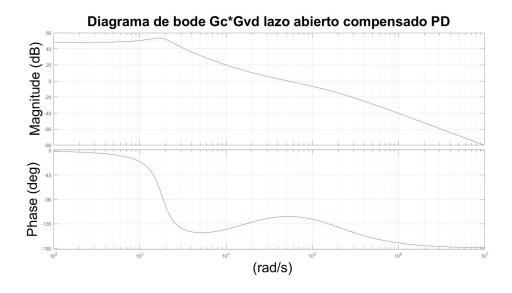


A través del diagrama de Bode, se identifica la frecuencia de resonancia $f_0 = 288,71 Hz$, la frecuencia de corte $f_c = 11010,83 Hz$, el margen de fase $P_m = 5,33^{\circ}$ y el margen de ganancia

 $G_m = Inf$. Para que un sistema sea estable, el margen de fase debe estar entre 30° a 60°. Para este caso de estudio se hace una compensación de fase de $\theta = 49,67^{\circ}$ para lograr un margen de fase $P_m = 55^{\circ}$. Mediante el ángulo de compensación del sistema, se calcula el factor de atenuación que para este caso es $\alpha = 0,1349$, y finalmente con este factor de atenuación y la frecuencia de corte, se calculan las frecuencias esquina del compensador en adelanto $f_z = 4043,56Hz$, $f_p = 29983,07Hz$ y se sintoniza la constante de proporcionalidad $K_p = 7,41$. En la figura 52 se puede apreciar el efecto del compensador en adelanto PD sobre la planta del convertidor buck. La función de transferencia del compensador PD queda definida de la siguiente manera:

$$G_{Cbuck}(s)_{PD} = \frac{0,0004378s + 7}{5,305e - 06s + 1}$$
 (113)

Figura 52Diagrama de Bode de la función de transferencia $G_{vd}G_c$ lazo abierto compensado PD

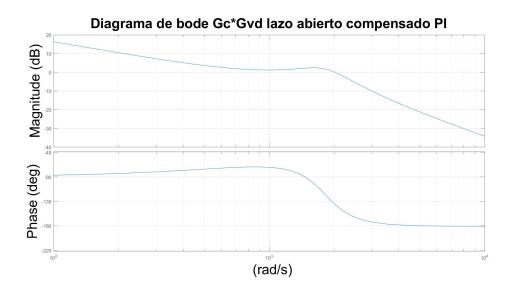


Para el diseño del compensador en retraso PI del convertidor buck, se parte del diagrama de Bode de la función de transferencia G_{vd} de la figura 51. Si la función de transferencia G_{vd} no cumple con los criterios de margen de fase y margen de ganancia requeridos, se debe ubicar sobre el diagrama de Bode la frecuencia que corresponde al margen de fase requerido $(-180^{\circ} + P_m)$ =

 $(-180^{\circ} + 55^{\circ}) = 135^{\circ}$, esta frecuencia para este caso es $f_{cg} = 380Hz$. Con la frecuencia de corte en ganancia identificada, se calcula la frecuencia del zero del compensador, la cual debe estar entre una octava y una década mas pequeña que la frecuencia de corte en ganancia, esta frecuencia del zero del compensador para el convertidor buck es $f_{zPI} = 180Hz$. Para la ubicación del polo, Erickson y Maksimovic, 2020 define esta frecuencia en el origen y con la atenuación $\beta = 16$ necesaria para llevar la curva de magnitud a $0d_B$ en la nueva frecuencia de corte de ganancia f_{cg} se sintoniza la constante de proporcionalidad $K_{pPI} = 0,016$. En la figura 53 se puede apreciar el efecto del compensador en retraso PI sobre la planta del convertidor buck. La función de transferencia del compensador PI queda definida de la siguiente manera:

$$G_{Cbuck}(s)_{PI} = \frac{s + \omega L}{s} = \frac{0.016s + 18.1}{s}$$
 (114)

Figura 53Diagrama de Bode de la función de transferencia $G_{vd}G_c$ lazo abierto compensado PI



De igual forma se hace el diseño de los controladores PD y PI para el convertidor boost los cuales se presentan a continuación:

$$G_{Cboost}(s)_{PD} = \frac{0,0007022s^2 + 1,155s + 475,2}{4,031e - 10s^3 + 1,619e - 06s^2 + 0,001547s + 1}$$
(115)

$$G_{Cboost}(s)_{PI} = \frac{0.00175s^2 + 2.1s + 542.9}{1.216e - 06s^3 + 0.001216s^2 + s}$$
(116)

El controlador PID es la combinación en cascada del controlador en adelanto y el controlador en retraso. En las figuras 54, 55, 56, y 57 se exponen la implementación del esquema de control presentado en la figura 50 para los convertidores buck y boost en los software Plecs y MatLab Simulink respectivamente.

Figura 54
Controlador PID Buck Plecs

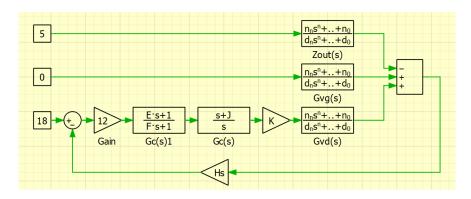


Figura 55 Controlador PID Buck

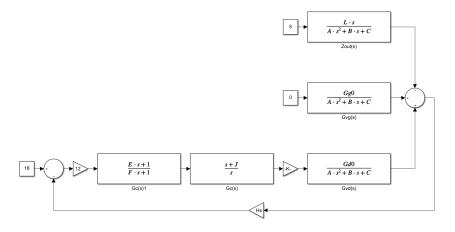


Figura 56 Controlador PID Boost Plecs

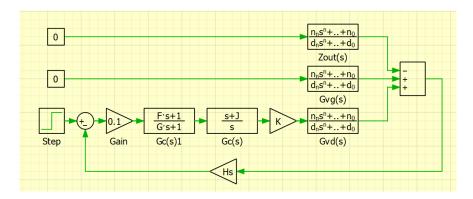
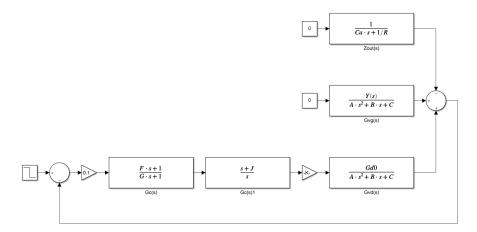


Figura 57
Controlador PID Boost



En las siguientes figuras 58 y 59 se presenta las respuesta al control por tensión de los controladores diseñados para el convertidor buck, figura 55 y para el convertidor boost, figura 57.

Figura 58 *Respuesta del controlador PID buck*

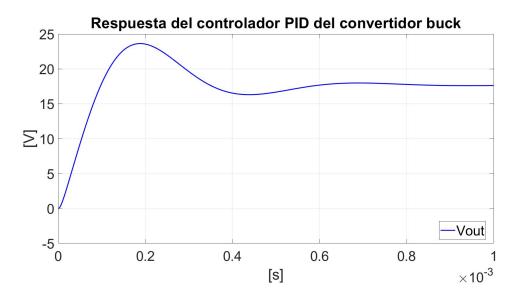
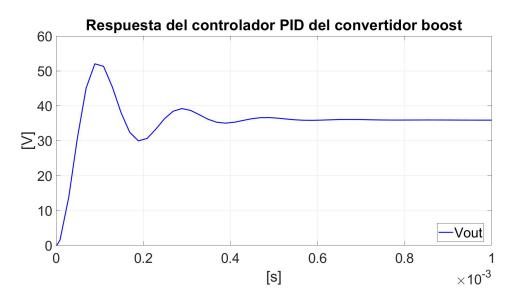


Figura 59 *Respuesta del controlador PID boost*



3.2. Modo de control por corriente programada

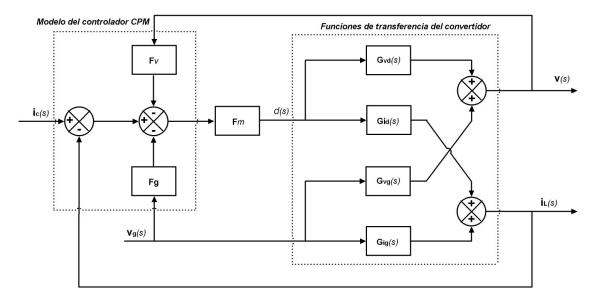
Para la implementación de este modo de control presentado en Erickson y Maksimovic, 2020, e ilustrado en la figura 60, solo se necesita las funciones de transferencia para ambos modos

de control y unas ganancias definidas por la pendiente de la corriente en el inductor en el proceso de carga y descarga en un periodo o ciclo de trabajo, estas pendientes y ganancias se definen de la siguiente forma para el convertidor buck:

$$M_1 = \frac{V_g - V}{L}; M_2 = \frac{V}{L}; M_a \ge \frac{M_2}{2}$$
 (117)

$$F_g = \frac{DD'T_s}{2L}; F_v = 0; F_m = \frac{1}{M_a + \frac{M_1 - M_2}{2}} \frac{1}{T_s}$$
 (118)

Figura 60Diagrama de bloques modo de control por corriente programada - Adaptado de (Erickson & Maksimovic, 2020)



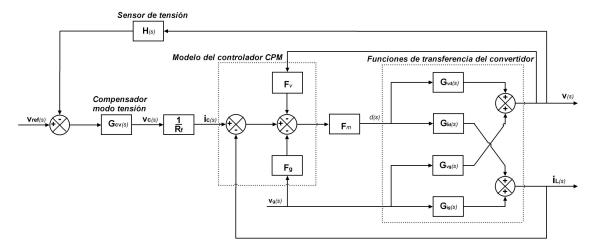
Y para el convertidor boost las pendientes y ganancias se definen de la siguiente forma:

$$M_1 = \frac{V}{L}; M_2 = \frac{V_g - V}{L}; M_a \ge \frac{M_2}{2}$$
 (119)

$$F_g = 0; F_v = \frac{DD'T_s}{2L}; F_m = \frac{1}{M_a + \frac{M_1 - M_2}{2}} \frac{1}{T_s}$$
 (120)

Al modo de control por corriente programa se le puede agregar un bucle de retroalimentación de tensión alrededor del control por corriente como se muestra en la figura 61, de esta forma se obtiene un modo de control por tensión y corriente.

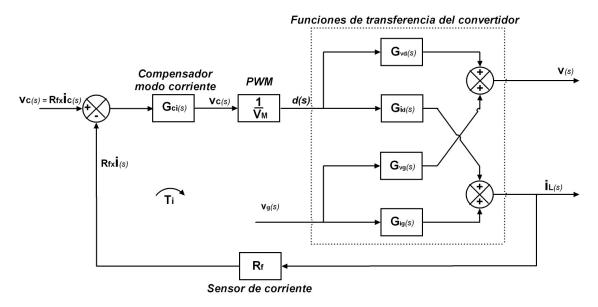
Figura 61
Diagrama de bloques modo de control por corriente programada con bucle de tensión alrededor - Adaptado de (Erickson & Maksimovic, 2020)



3.3. Modo de control por corriente promedio

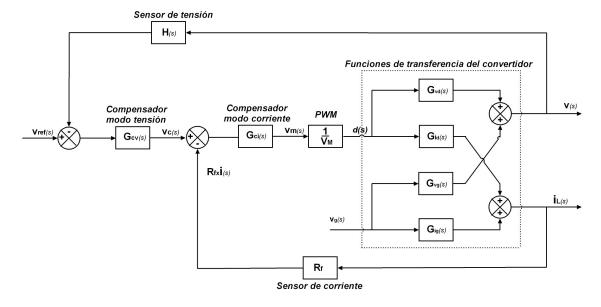
El lazo de control de corriente promedio que se muestra en la figura 62, sigue el mismo enfoque básico trabajado con el modo de control por tensión, excepto que el objetivo de control es regular la corriente del convertidor en lugar de la tensión del convertidor.

Figura 62
Diagrama de bloques modo de control por corriente promedio - Adaptado de (Erickson & Maksimovic, 2020)



Al igual que el modo control por corriente programada, al modo de control por corriente promedio también se le puede adicionar un lazo de control alrededor del control por corriente preexistente como se puede observar en la figura 63.

Figura 63Diagrama de bloques modo de control por corriente promedio con bucle de tensión alrededor - Adaptado de (Erickson & Maksimovic, 2020)



4. MOTOR DE IMANES PERMANENTES SIN ESCOBILLAS

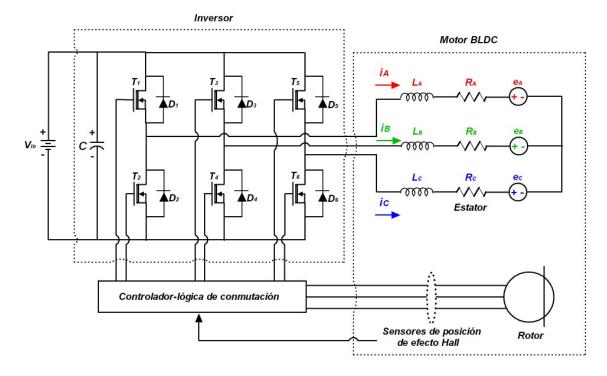
En este capitulo se desarrolla un modelo de un motor de imanes permanentes sin escobillas (BLDC por sus siglas en inglés), conmutado mediante un inversor trifásico de 6 pulsos y controlado por una referencia de torque.

4.1. MOTOR BLDC

En el corazón de cualquier bicicleta eléctrica hay un motor eléctrico. En las BPA se utiliza a menudo el motor BLDC de imanes permanentes, también conocido como motor DC sin escobillas o motor conmutado electrónicamente. Como su nombre lo indica, no emplean escobillas para la energización de las bobinas en su interior, evitando pérdidas por rozamiento y desgaste con el colector de delgas o conmutador. Otras ventajas son su relación torque versus velocidad, su alta eficiencia, su gran fiabilidad y su relación potencia-volumen frente al motor DC tradicional, obteniendo mejor desempeño global.

Los motores BLDC se encuentran en diferentes configuraciones monofásicas, bifásicas y trifásicas, siendo la configuración trifásica la mas común debido a sus mayores prestaciones. No obstante, al no tener escobillas, estos motores utilizan un conmutador electrónico, usualmente un inversor trifásico de 6 pulsos que mediante sensores de efecto hall, identifica la posición del rotor y realiza la conmutación de alimentación de los devanados del estator (Ecrim, 2019). En la figura 64 se presenta un conmutador electrónico.

Figura 64 *Conmutador motor BLDC - Adaptado de (Ecrim, 2019)*

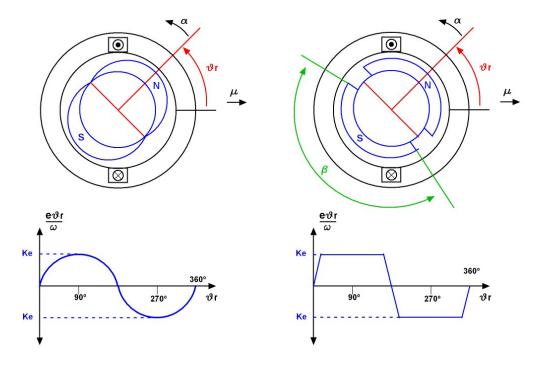


Estos motores sin escobillas se clasifican en dos tipos:

- Motor trapezoidal sin escobillas (BLDC)
- Motor sinusoidal sin escobillas (PMSM)

La principal diferencia entre estos motores radica en la forma de la fuerza contra electromotriz que genera, esta forma va estrictamente ligada a su forma constructiva como se puede apreciar en la fig 65, en Gieras, 2010 profundizan en cada aspecto constructivo y en diseño para aplicaciones especificas.

Figura 65Comparación motor con fuerza contra electromotriz sinusoidal y trapezoidal - Adaptado de (Gieras, 2010)



4.1.1. Modelo matemático

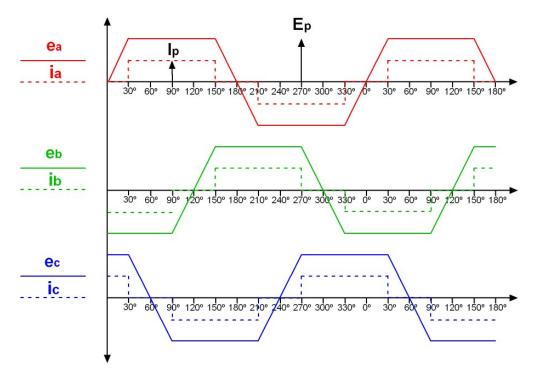
El modelo matemático del motor BLDC consta de dos partes: la estructura del motor y el bloque de conmutación. Este modelo es adaptado de (Tsai et al., 2011) y (Tibor et al., 2011).

4.1.1.1. Estructura del motor. En Bianchi, 2017 se demuestra que independientemente de la forma de onda de la fuerza contra electromotriz del motor, las ecuaciones que rigen su comportamiento son las mismas, estas ecuaciones son tomadas de Xia, 2012 y se presentan a continuación:

$$\begin{bmatrix} V_{an} \\ V_{bn} \\ V_{cn} \end{bmatrix} = R \begin{bmatrix} i_a \\ i_b \\ i_c \end{bmatrix} + (L - M) \begin{bmatrix} \frac{di_a}{dt} \\ \frac{di_b}{dt} \\ \frac{di_c}{dt} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} e_a \\ e_b \\ e_c \end{bmatrix}$$
(121)

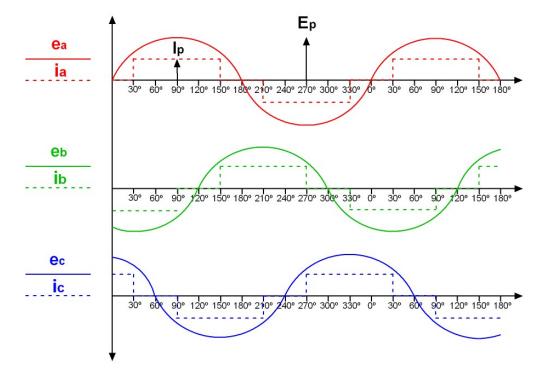
Donde V_{an} , V_{bn} y V_{cn} son las tensiones por fase en el estator, R es la resistencia por fase, i_a , i_b e i_c son las corrientes en el estator por fase, L es la inductancia por fase, M es la inductancia mutua entre fases y e_a , e_b e e_c son las fuerzas contra-electromotrices inducidas. Las formas de onda de la corriente de fase del estator y las fuerzas contra-electromotrices de un motor BLDC se muestra en la fig 66

Figura 66Formas de onda del motor BLDC con modelo trapezoidal - Adaptado de (Bianchi, 2017)



De igual forma se presenta en la fig 67 las formas de onda para un motor BLDC sinusoidal.

Figura 67
Formas de onda del motor BLDC con modelo sinusoidal - Adaptado de (Bianchi, 2017)



En ambos casos, las fuerzas contra-electromotrices se pueden expresar como un producto de la velocidad angular por una función de la forma $f_k(\theta_r)$, entonces:

$$e_k = \omega_m f_k(\theta_r) \tag{122}$$

donde k=a,b,c. Las funciones f_a , f_b y f_c tienen la misma forma de onda que e_a , e_b y e_c con una magnitud máxima de ± 1 y son modelados por la tabla 4 para el modelo trapezoidal y con funciones sinusoidales en el caso del modelo con este tipo de forma. Usando MatLab/Simulink y PLECS se implementa este bloque en las figuras 68 y 69

Tabla 4Fuerzas contra-electromotrices modeladas como una función normalizada de la posición del rotor

Theta elec (θ_r)	$f_a(oldsymbol{ heta}_r)$	$f_b(heta_r)$	$f_c(oldsymbol{ heta}_r)$
0° - 60°	1	-1	$1 - \frac{6\theta_r}{\pi}$
60° - 120°	1	$\frac{6\theta_r}{\pi}$ - 3	1
120° - 180°	$5 - \frac{6\theta_r}{\pi}$	1	-1
180° - 240°	-1	1	$\frac{6\theta_r}{\pi}$ - 7
240° - 300°	-1	9 - $\frac{6\theta_r}{\pi}$	1
300° - 360°	$\frac{6\theta_r}{\pi}$ - 11	-1	1

Figura 68 *Modelo de las funciones de las fuerzas contra electromotrices PLECS*

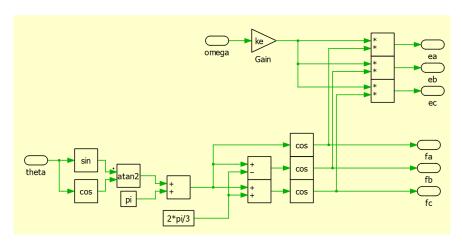
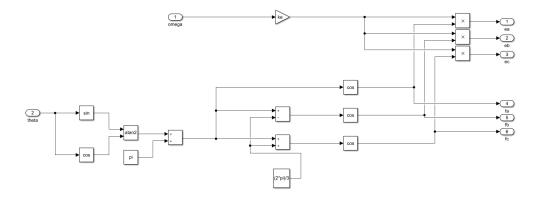


Figura 69 *Modelo de las funciones de las fuerzas contra electromotrices MatLab*



Para hacer girar el motor BLDC, los devanados del estator deben energizarse en una secuencia determinada. Es importante conocer la posición del rotor para seguir esta secuencia de activación.

Mediante tres sensores de efecto hall desplazados en intervalos de 120° eléctricos, se determina la posición del rotor usando un código de 3 bits con base en el patrón de medición de los sensores de efecto hall presentada en la figura 70 y el modelo del sensor de efecto hall presentado en la tabla 5. La variable cuadrante nos permite identificar los transistores que deben estar activos para la correcta conmutación en el control del inversor. lo cual se tratará en la siguiente sección.

Figura 70Patrón de medición de los sensores de efecto Hall (Papathanasopoulos et al., 2021)

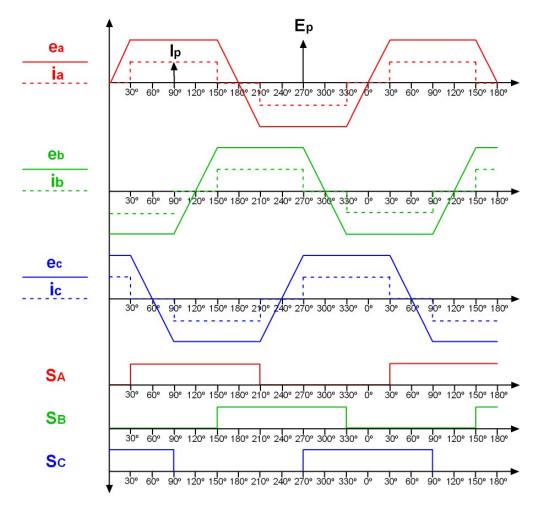


Tabla 5 *Modelo del sensor de efecto hall como función del ángulo del rotor*

Theta elec (θ_r)	X	У	Z	Cuadrante
0° - 60°	1	0	1	1
60° - 120°	1	0	0	2
120° - 180°	1	1	0	3
180° - 240°	0	1	0	4
240° - 300°	0	1	1	5
300° - 360°	0	0	1	6

A partir del modelo de las fuerzas contra-electromotrices y del modelo de los sensores de efecto hall, se puede construir el modelo dinámico del motor BLDC el cual consta de una parte mecánica y una parte eléctrica. Para empezar el torque electromagnético se define de la siguiente manera:

$$T_e = \sum_k k_t i_k f_k(\theta_r) \tag{123}$$

Con el torque electromagnético se determina la ecuación del movimiento mecánico del motor así:

$$T_e - T_L = J \frac{d\omega_m}{dt} + B\omega_m \tag{124}$$

En donde la velocidad y la posición del rotor eléctrico tienen la siguiente relación:

$$\frac{d\theta_r}{dt} = \frac{P}{2}\omega_m \tag{125}$$

Donde: T_e es el torque electromagnético, T_L es el torque de carga, ω_m es la velocidad rotacional del motor, J es la inercia del motor, B es la constante de amortiguamiento, k_t es una constante

de torque, P es el número de polos y θ_r es el ángulo eléctrico del campo del rotor.

Despejando las derivadas de las corrientes de la ecuación 121, se obtiene:

$$\frac{di_a}{dt} = \frac{1}{L_s} [v_{an} - e_a - Ri_a] \tag{126}$$

$$\frac{di_b}{dt} = \frac{1}{L_s} [v_{bn} - e_b - Ri_b] \tag{127}$$

$$\frac{di_c}{dt} = \frac{1}{L_c} [v_{cn} - e_c - Ri_c] \tag{128}$$

Donde $L_s = L - M$. Aplicando la transformada de Laplace a las ecuaciones (126), (127) y (128) se consiguen las siguientes expresiones en el dominio de la frecuencia.

$$I_a = \frac{1}{L_x s + R} [v_{an} - e_a] \tag{129}$$

$$I_b = \frac{1}{L_s s + R} [v_{bn} - e_b] \tag{130}$$

$$I_c = \frac{1}{L_s s + R} [v_{cn} - e_c] \tag{131}$$

Finalmente se aplica la transformada de Laplace a la ecuación (124), adquiriendo la expresión en el dominio de la frecuencia así:

$$T_e - T_L = (Js + B)\omega_m \tag{132}$$

De la ecuación (132) se despeja la velocidad del motor de la siguiente manera:

$$\omega_m = \frac{1}{Js + B} (T_e - T_L) \tag{133}$$

El modelo dinámico implementado se muestra en las figura 71 para PLECS y en la figura

72 para MatLab.

Figura 71
Modelo dinámico BLDC PLECS

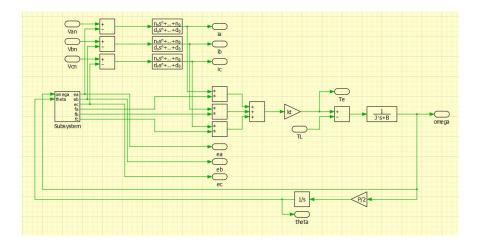
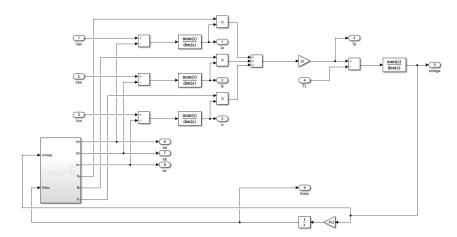


Figura 72 Modelo dinámico MatLab



4.1.1.2. Bloque de conmutación. El modelamiento de este bloque consta de un inversor trifásico para la conmutación electrónica, el cual se implementa de la siguiente forma para PLECS y MatLab en las figuras 73 y 74 respectivamente.

Figura 73
Inversor BLDC PLECS

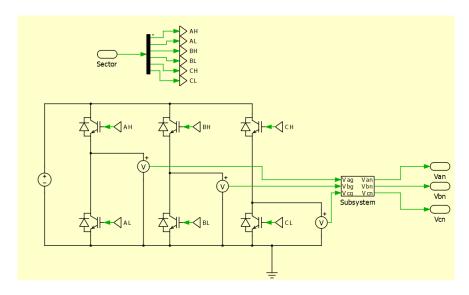
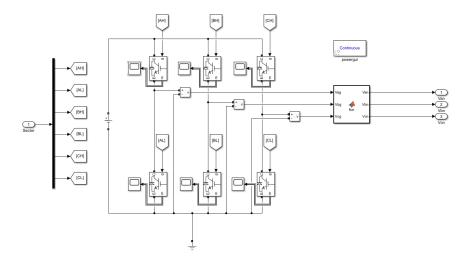


Figura 74
Inversor BLDC MatLab



Como se muestra en las figuras 73 y 74 es necesario transferir la salida trifásica de tensiones con respecto a tierra en las tensiones trifásicas con respecto al punto neutro del motor (Holmes et al., 2003). El bloque presentado ejecuta esta función de la siguiente manera:

$$\begin{bmatrix} v_{an} \\ v_{bn} \\ v_{cn} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{2}{3} & -\frac{1}{3} & -\frac{1}{3} \\ -\frac{1}{3} & \frac{2}{3} & -\frac{1}{3} \\ -\frac{1}{3} & -\frac{1}{3} & \frac{2}{3} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} v_{ag} \\ v_{bg} \\ v_{cg} \end{bmatrix}$$

$$(134)$$

Mediante la lógica de conmutación presentada en Tsai et al., 2011, se determina la secuencia de conmutación para los seis interruptores del inversor trifásico para cada cuadrante de la tabla 5. La relación del estado de activación de cada IGBT con respecto a la posición del sensor de efecto hall desarrollada se exhibe en la tabla 6.

Tabla 6Control del inversor con relación a la posición del sensor de efecto Hall

Theta elec (θ_r)	AH	AL	ВН	BL	СН	CL	Cuadrante
0° - 60°	1	0	0	0	0	1	1
60° - 120°	0	0	1	0	0	1	2
120° - 180°	0	1	1	0	0	0	3
180° - 240°	0	1	0	0	1	0	4
240° - 300°	0	0	0	1	1	0	5
300° - 360°	1	0	0	1	0	0	6

La implementación de este bloque de conmutación en los software de implementación se presentan en las figuras 75 y 76

Figura 75 *Conmutador BLDC PLECS*

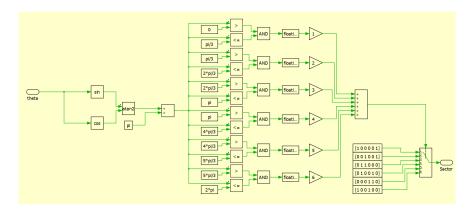
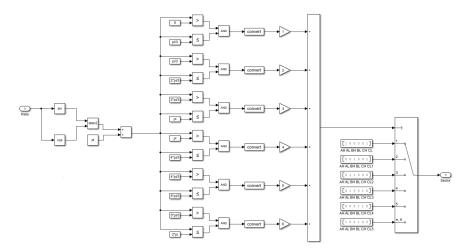


Figura 76
Conmutador BLDC MatLab



4.1.2. Simulación

Con el modelamiento matemático construido anteriormente, se constituye un modelo de simulación conmutado de un motor BLDC el cual tiene como características la implementación de una fuerza contra-electromotriz de forma de onda sinusoidal para disminuir la cantidad y el nivel de rizado en las corrientes, dando mayor estabilidad a la velocidad y torque del motor (Papathanasopoulos et al., 2021). Por otro lado, el bloque de conmutación implementado lleva implícito el bloque de simulación correspondiente al modelo del sensor de efecto hall presentado en la tabla 5,

esto debido a que a priori se conoce la secuencia conmutación para un rotación en sentido horario para la activación de los IGBTs deducida para este modelo. En las figuras 77 y 78 se presenta el modelo final implementado para este trabajo en PLECS y MatLab respectivamente.

Figura 77
Modelo BLDC PLECS

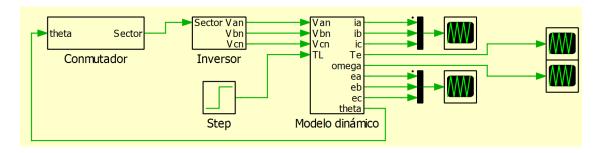
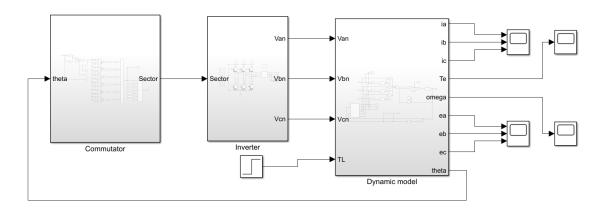


Figura 78
Modelo BLDC MatLab



4.1.3. Resultados

Para la verificación del modelo presentado, se replicó los experimentos incluidos en (Tsai et al., 2011) y (Tibor et al., 2011), donde se obtiene comportamiento y resultado semejante. Finalmente utilizando los parámetros del motor que se enumeran en la tabla 7, se presentan los resultados de simulación para Plecs y MatLab Simulink respectivamente.

Tabla 7 *Parámetros del motor BLDC*

Parámetro	Símbolo	Valor	Unidades
Resistencia	R	0.195	Ω
Inductancia	L	0.0065	mH
Constante back-emf	k_e	0.92	V/rad/s
Constante de torque	k_t	0.92	N-m/A
Amortiguamiento viscoso	В	0.002	N-m/(rad/s)
Inercia del motor	J	0.0055	$Kg-m^2$
Número de polos	P	4	polos
Torque de referencia	T_L	15	Nm

Figura 79
Corrientes BLDC PLECS

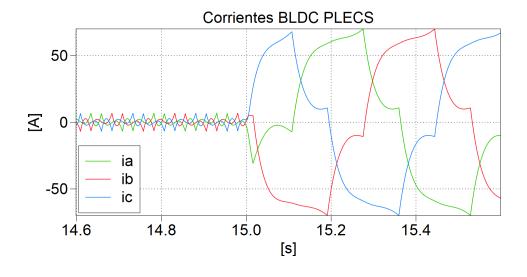


Figura 80
Torque BLDC PLECS

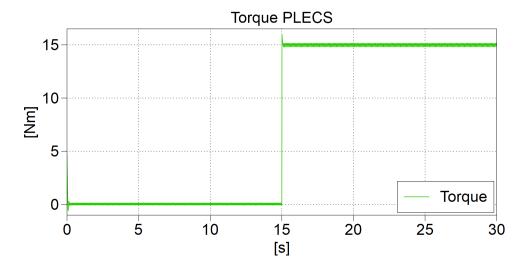


Figura 81
Torque BLDC PLECS Zoom

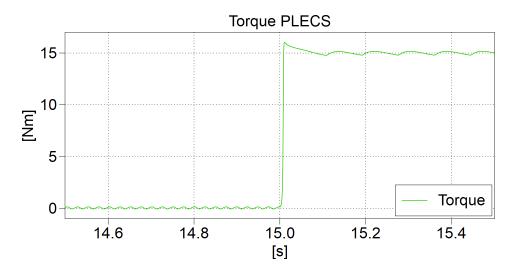


Figura 82
Omega BLDC PLECS

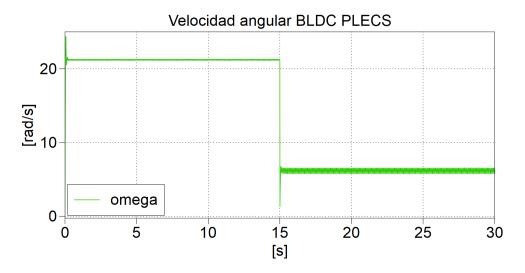


Figura 83 Omega BLDC PLECS Zoom

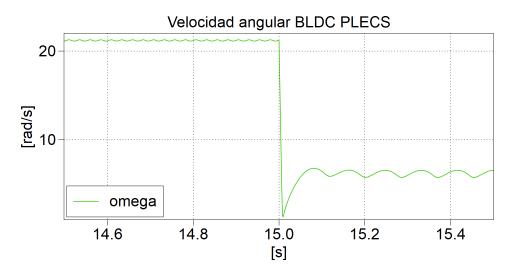


Figura 84
Tensiones BLDC PLECS

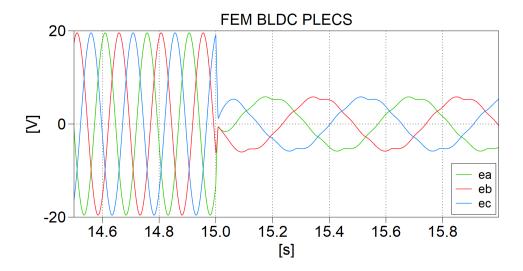


Figura 85 *Tensiones de alimentación BLDC*

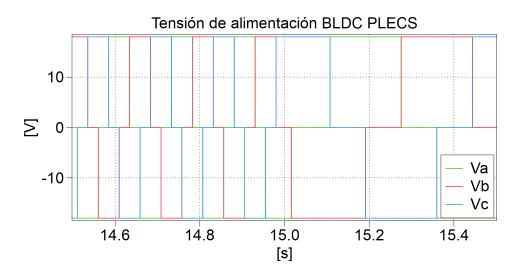


Figura 86
Corrientes BLDC

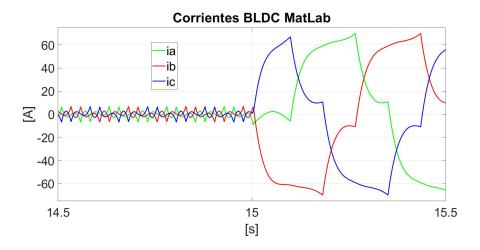


Figura 87
Torque BLDC

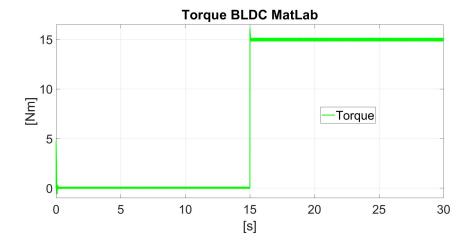


Figura 88
Torque BLDC Zoom

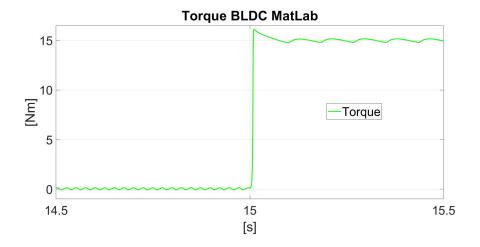


Figura 89 Omega BLDC

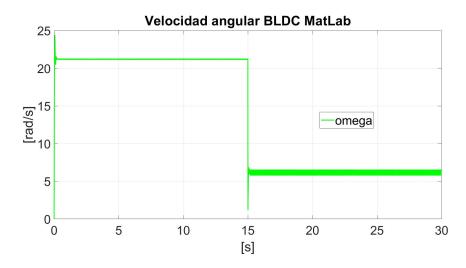


Figura 90 Omega BLDC Zoom

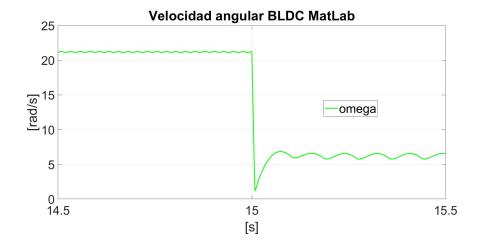


Figura 91
Fem BLDC

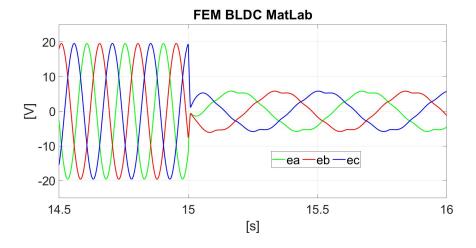
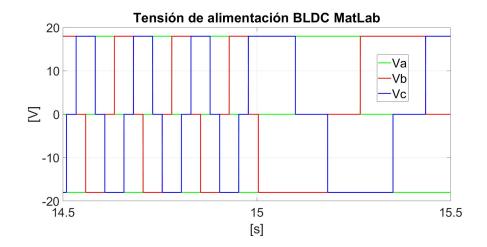


Figura 92 *Tensiones de alimentación BLDC*



5. MODELO DE SIMULACIÓN ELECTROMECÁNICO

Para realizar el modelo de simulación electromecánico de este trabajo de investigación, se parte de un trabajo previo de la universidad industrial de Santander (Rueda & Solano, 2019), el cual es una aplicación del trabajo de investigación (Silva & Solano, 2018), estos se reproducen y adaptan al software MatLab Simulink. Posteriormente se sustituyen los modelos y el control realizados previamente en este trabajo, correspondientes al convertidor DC/DC bidireccional y al motor BLDC. En el presente capitulo se adapta la EMR al caso de estudio y se hacen las respectivas validaciones.

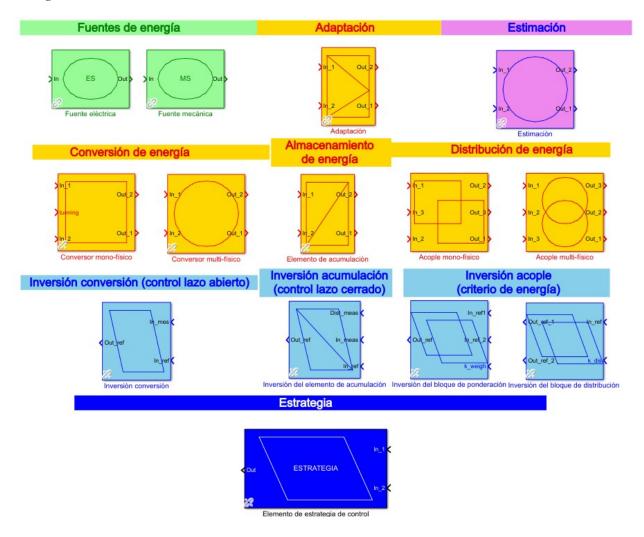
5.1. EMR

La representación energética macroscópica (EMR por sus sigas en inglés) es una herramienta de modelado gráfico para el análisis sistemático de las interacciones entre subsistemas y el medio ambiente en sistemas multifísicos. Los pictogramas, que se presentan en la figura 93, se utilizan para representar los elementos o subsistemas de acuerdo a si transforman, almacenan o generan energía. (Jácome Garcia, 2018).

Estos elementos se conectan de acuerdo con el principio de acción-reacción usando las variables de intercambio (flechas) siendo el producto de dichas variables de acción-reacción la potencia instantánea intercambiada.

La EMR también tiene como regla aplicar el principio de causalidad integral, donde se definen los elementos de acumulación, por una relación dependiente del tiempo entre sus variables, en la que su salida es una función integral de sus entradas.

Figura 93 *Pictogramas EMR librería MatLab*



La EMR ha sido usada para estudiar diferentes sistemas, entre ellos sistemas con múltiples fuentes (Agbli et al., 2011), (Bouscayrol et al., 2012), vehículos eléctricos, (Bienaimé et al., 2012), generación fotovoltaica, (Lhomme et al., 2012), entre otros. (Bienaimé et al., 2012), (Liu & Gao, 2020), (Pouget et al., 2020), (Bai et al., 2021), (Bai et al., 2021) y (Dang et al., 2022).

5.2. MODELO DEL SISTEMA

Se considera un ciclista y una bicicleta eléctrica cuyo SAE cuenta con una batería de ion de litio y un motor Brushless DC (BLDC). El motor BLDC se encuentra instalado en el eje de la llanta trasera de la bicicleta y su objetivo es proporcionar par electromagnético para asistir el pedaleo según el nivel de asistencia seleccionado por el usuario y las variables de control en operación (torque ejercido por el ciclista al pedalear y velocidad del conjunto ciclista-BPA). La asistencia eléctrica debe cumplir con la normativa colombiana del ministerio de transporte R160-2017MTC.

También se cuenta con un convertidor DC-DC bidireccional que regula la energía intercambiada entre el motor BLDC y la batería de acuerdo al control del torque requerido para asistir o para recuperar energía por medio del frenado regenerativo. Sobre la dinámica de desplazamiento del subsistema bicicleta-usuario actúan las fuerzas resistentes por gradiente del terreno, por resistencia de rodadura, por resistencia aerodinámica y la fricción mecánica. Los modelos matemáticos utilizados en la simulación se describen a continuación:

5.2.1. Batería

Para la batería de ion de litio se usa un modelo ideal y se calcula su estado de carga (SoC por sus siglas en inglés) por medio del método de Conteo de Coulombs Chang, 2013, que se basa en su corriente circulante que esté siendo demandada o entregada por el convertidor DC-DC, como:

$$SoC(t) = SoC_0 + \frac{1}{C} \int_0^t i(\tau) d\tau$$
 (135)

Donde SoC_0 es el estado de carga inicial de la batería, C es su capacidad nominal de almacenamiento en Coulombs e $i(\tau)$ es la corriente que la recorre. También, la tensión de la batería varía en función del estado de carga. La energía generada y almacenada por la batería esta limitada por características constructivas que restringen sus corrientes máximas de carga y descarga.

5.2.2. Convertidor DC-DC

Para este subsistema o elemento se tienen en cuenta dos modelos de simulación, el primero es el ideal presentado a continuación y el segundo es el desarrollado en el capitulo 1 de este trabajo de investigación. El modelo ideal del convertidor DC-DC relaciona los valores de tensión y corriente entre la batería y el motor a través de una sola variable de modulación (m), que se determina en el lazo de control. Las ecuaciones para el convertidor son:

$$u_{ch} = mu_B$$

$$i_{ch} = mi_a$$
(136)

Teniendo como u_{ch} la tensión de alimentación del motor BLDC e i_a como la corriente de la armadura del mismo. La tensión en bornes de la batería es u_B y la corriente entregada por la batería es i_{ch} .

5.2.3. Motor de imanes permanentes sin escobillas en DC

Para simular el comportamiento del motor BLDC instalado en la BPA, se utilizan dos modelos, un modelo conmutado realizado en el capitulo 2 y el modelo tradicional de un motor DC (Bouscayrol et al., 2007), cuyas ecuaciones eléctricas y mecánicas se describen a continuación:

$$L_a \frac{d(i_a)}{dt} = u_{ch} - e_a - R_a i_a \tag{137}$$

En la ecuación (137) L_a y R_a representan la inductancia y la resistencia del devanado de la armadura de la máquina DC.

$$\tau_{em} = K_{em} i_a$$

$$e_a = K_{em} \omega_R$$
(138)

La relación entre variables eléctricas y mecánicas viene dada por la constante de la máquina K_{em} que relaciona la velocidad angular ω_R con la fuerza contra-electromotriz e_a y el par electromagnético desarrollado τ_{em} con la corriente de armadura i_a

5.2.4. Transmisión

La transmisión de energía mecánica en la BPA se da mediante un sistema de engranajes que relaciona: la velocidad de pedaleo ω_P y el par τ_P proporcionado por el ciclista al pedalear; con la velocidad y el par vistas en el eje de la llanta trasera de la bicicleta (ω_R y τ_{PW}) a través de las siguientes expresiones matemáticas:

$$\tau_{PW} = K_P \tau_P$$

$$\omega_P = K_P \omega_R$$
(139)

Donde K_P corresponde a la relación de engranajes empleada por el usuario en la BPA.

5.2.5. Dinámica mecánica

Para este modelo de simulación se considera que: el par proporcionado por el ciclista al pedalear y el par del motor BLDC están asociados a la fuerza de tracción de la BPA. También, se considera que los pares de frenado están asociados al sistema de frenado mecánico de la llantas. Por consiguiente, las ecuaciones de la dinámica de la rueda trasera y delantera, están dadas respectivamente como:

$$J_R \frac{d(\omega_R)}{dt} = \tau_{PW} + \tau_{em} + \tau_{br,R} - b_R \omega_R - r_R F_{x,R}$$
(140)

$$J_F \frac{d(\omega_F)}{dt} = \tau_{br,F} - b_F \omega_F - r_F F_{x,F}$$
(141)

En las ecuaciones (140) y (141), r_R y r_F son los radios de las llantas trasera (Rear) y delantera (Front). Los coeficientes de fricción viscosa son representados por b_R y b_F , los subíndices de

las expresiones indican a que rueda corresponde respectivamente. J_R y J_F son las inercias rotacionales y las fuerzas de tracción son $F_{x,F}$ y $F_{x,R}$. Finalmente los pares de frenado sobre ambas ruedas son: $\tau_{br,F}$ y $\tau_{br,R}$.

La velocidad lineal y la velocidad angular están relacionadas por medio de los radios de la siguiente forma:

$$V_R = \omega_R r_R$$

$$V_F = \omega_F r_F$$
(142)

Como ambas llantas conforman junto con el chasis la BPA, la velocidad lineal de este conjunto es la misma para todos sus elementos, por lo tanto:

$$V_x = V_R = V_F \tag{143}$$

Por lo tanto la dinámica para el desplazamiento de la BPA se describe así:

$$m_b \frac{d(V_x)}{dt} = F_{trac} - F_{res}$$

$$F_{trac} = F_{x,R} + F_{x,F}$$
(144)

Donde F_{res} corresponde a las fuerzas resistentes que se oponen al movimiento de la BPA. F_{trac} , se conforma de las fuerzas $F_{x,R}$ y $F_{x,F}$ de las ecuaciones (140) y (141).

5.2.6. Fuerzas resistentes

Las fuerzas resistentes sobre la dinámica de desplazamiento de la BPA son la resistencia por gradiente del terreno, la resistencia de rodadura, la resistencia aerodinámica y la fricción mecánica.

$$F_{res} = F_{grad} + F_{roll} + F_{aero} + F_{mec} (145)$$

Estas fuerzas resistentes a excepción de la fricción mecánica se deben fundamentalmente al medio en el cual se desplaza la BPA, a continuación se describen como se componen dichas fuerzas:

5.2.6.1. Fuerza por gradiente del terreno. F_{grad} es la fuerza que se ejerce sobre el conjunto BPA-usuario debida a la inclinación de la superficie por la que se transita, se define como:

$$F_{grad} = m_b g sin(\alpha) \tag{146}$$

 m_b es la masa del sistema BPA-usuario, g es la gravedad y α simboliza el ángulo de inclinación de la superficie, el cual puede ser positivo o negativo, por consiguiente esta fuerza se opone o se adiciona a la fuerza de tracción según sea el caso.

5.2.6.2. Resistencia por rodadura. Se define como la fricción o rozamiento que se manifiesta entre la superficie del terreno y las llantas en desplazamiento, su magnitud está asociado al material de fabricación de las llantas.

$$F_{roll} = C_r m_b g cos(\alpha) \qquad si \quad v_x > 0$$

$$= 0 \qquad si \quad v_x = 0$$
(147)

 C_r , es el coeficiente de rodadura perteneciente a la clase de llantas que usa la bicicleta eléctrica de pedaleo asistido.

5.2.6.3. Fuerza resistente aerodinámica. Fuerza debida al movimiento de un objeto dentro un fluido, para el caso de estudio, dicho fluido es el aire. De esta manera se tiene que:

$$F_{aero} = C_D A_f \frac{\rho_{air} v_x^2}{2} \tag{148}$$

 C_D es el coeficiente de arrastre propio de la BPA. A_f es el área frontal de la BPA incluyendo al ciclista. Y ρ_{air} es la densidad del aire.

5.2.6.4. Fricción mecánica. Esta fuerza se produce por medio de la fricción interna entre en los ejes de llantas y los rodamientos (balineras) al trasladarse.

$$F_{mec} = F_{mec,R} + F_{mec,F} \tag{149}$$

$$F_{mec,R} = \frac{b_R V_X}{r_R^2}$$

$$F_{mec,F} = \frac{b_F V_X}{r_F^2}$$
(150)

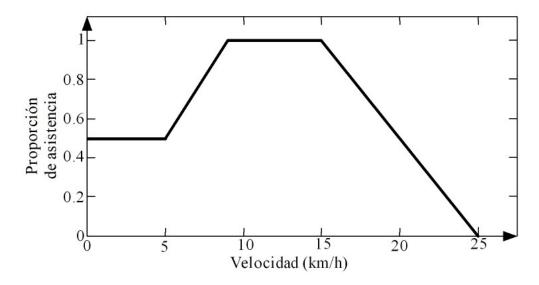
En la ecuación (150) b_R y b_F corresponden a las coeficientes de fricción viscosa de la llanta trasera y delantera respectivamente.

5.2.7. Sistema de control

A partir de parámetros conocidos tales como el perfil de conducción, el par proporcionado por el ciclista τ_P y los pares de frenado en las ruedas $\tau_{br,F}$ y $\tau_{br,R}$, se propone mediante el sistema de control, gobernar la cantidad de par electromagnético τ_{em} proporcionado por el SAE mediante el motor BLDC. Este par electromagnético de asistencia es definido por el control del SAE mediante la velocidad de la BPA V_x , el torque ejercido por el ciclista τ_P y el nivel de asistencia eléctrica definida por el usuario. La estimación de este torque electromagnético se logra mediante un controlador de potencia proporcional asistido figura 94 (Lee et al., 2016), el cual es implementado en la EMR utilizando un look up table. La variable de control del SAE es el ciclo útil (m) del convertidor bidireccional, el cual regula el flujo de energía entre la batería y el motor BLDC según la referencia de torque para la asistencia eléctrica o la presencia de torque de frenado, este frenado puede ser regenerativo mediante una variable de control interna. El esquema de control se compone en dos sistemas basados en reglas, el primero para la estimación del torque de referencia para la cantidad de asistencia proporcionada por el SAE, y el segundo para hacer el cambio de funcionamiento y control entre el convertidor buck o el convertidor boost con base en la presencia

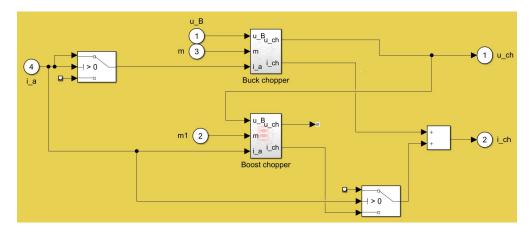
de torque de frenado en la bicicleta, con el fin de recuperar energía mediante la implementación de frenado regenerativo si es el caso, figura 95. También se usan dos controladores PID para el modo de control por tensión de los convertidores buck y boost que conforman el convertidor bidireccional. Debido al principio de causalidad integral de la EMR, el modo de control por corriente en un convertidor de potencia no es viable para esta representación, en virtud a que la corriente de salida del convertidor es causa de la tensión de salida del convertidor aplicado al motor BLDC, por lo tanto la corriente de salida del convertidor es una función dependiente del tiempo de la tensión de salida de el mismo. Finalmente se aplica un control PI para la estimación de la corriente de referencia del motor BLDC.

Figura 94 *Controlador de potencia proporcional asistido - Adaptado de (Lee et al., 2016)*



La estrategia para la EMR es sencilla, la presencia de asistencia eléctrica y la cantidad de ella según la variable A_m , esta asistencia eléctrica cumple con lo estipulado en la reglamentación MTC 160 del ministerio de transporte de Colombia emitida para este tipo de vehículos.

Figura 95 *Control basado en reglas convertidor bidireccional*



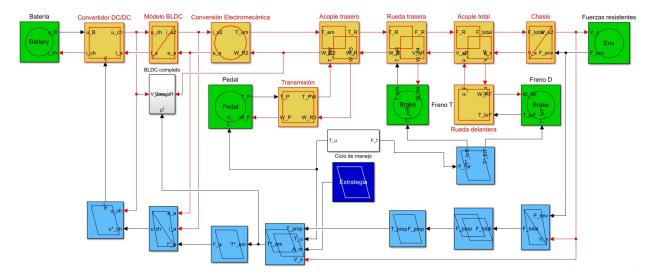
5.3. MODELO DE SIMULACIÓN

Para esta sección se presenta en la figura 96 el modelo concebido en la EMR junto con algunas pruebas de validación y verificación.

5.3.1. Modelamiento

Para la implementación de este trabajo de simulación, se utilizan las funciones de transferencias de los modelos presentados anteriormente para cada elemento junto con las desarrolladas en capítulos anteriores. Cabe resaltar que aunque el modelo del motor BLDC desarrollado en capítulos anteriores responde fielmente al comportamiento del modelo ideal, debido al rizado de conmutación produce inestabilidades con su inclusión en la EMR. Por lo tanto, se implementan ambos modelos en la EMR. En cuanto al esquema de control es deducido por la inversión directa de la EMR siguiendo las reglas generales presentadas en (O'BERRIEL & BOUSCAYROL, 2023). La estructura final de la EMR junto con su estructura de control máxima (MCS por sus siglas en inglés) (color azul) es presentado en la figura 96.

Figura 96 *EMR y MCS de la BPA implementado en MatLab Simulink*



5.3.2. Funcionamiento

Partiendo de la información recopilada en Rueda y Solano, 2019, se poseen perfiles de gradiente asociados a ciclos de conducción realizados. Estos perfiles de gradiente, junto al par generado por el ciclista al pedalear τ_P y el par generado al frenar ($\tau_{br,R}$ y $\tau_{br,F}$) se tienen como datos de entrada del modelo.

Para los resultados mostrados a continuación, se toma como ciclo de manejo una sección del recorrido entre la universidad industrial de Santander y la vía Cúcuta en la ciudad de Bucaramanga. Como efecto del par ingresado en pedales, se obtiene un desplazamiento del conjunto ciclista y BPA en el recorrido seleccionado previamente. La respuesta del sistema es la velocidad obtenida para cada tramo del trayecto a transitar como consecuencia directa de los valores de entrada. Mediante la activación de la asistencia eléctrica, se pone en funcionamiento el SAE, que mediante el sistema de control cuantifica la cantidad de torque electromagnético τ_{em} que debe entregar el motor para asistir al usuario. El resto de parámetros para esta simulación se presentan en la siguiente tabla 8.

La velocidad que se muestra en la figura 97, es el resultado del trayecto seleccionado y los

pares de entrada al sistema, estos torques se presentan en las figuras 98 y 99, y el gradiente del terreno se presenta en la figura 100.

Mediante el sistema de control del SAE se determina la referencia o la cantidad de torque que debe entregar el motor BLDC figura 101, esta referencia de torque se presenta en la figura 102 y el torque entregado por el motor BLDC en la figura 103.

En las figuras 104, 105, 106 y 107 se presenta la respuesta en tensión y corriente del convertidor DC/DC para el caso de estudio. Además se muestra en la figura, el control realizado sobre la variable de modulación o ciclo útil.

Tabla 8 *Parámetros de la BPA*

Parámetro	Símbolo	Valor	Unidad
Masa del vehículo	m_b	108.56	kg
Coeficiente de rodadura	C_r	0.003	-
Coeficiente de aerodinámico	C_D	0.2	-
Área frontal con usuario	A_f	0.5	m^2
Radios de las ruedas	r_F, r_R	0.343	m
Tensión nominal de la batería	U_{nom}	36	V
Corriente nominal de carga	$i_{ch,carga}$	8	A
Corriente nominal de descarga	$i_{ch,descarga}$	16	S
Corriente máxima de descarga	$i_{ch,max}$	40	A
Tiempo máximo de corriente máxima de descarga	t_{max}	5	S
Potencia nominal del motor BLDC	P_{BLDC}	350	W

Figura 97 *Velocidad BPA*

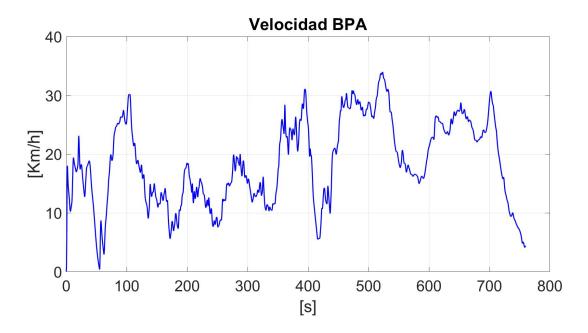


Figura 98
Torque usuario

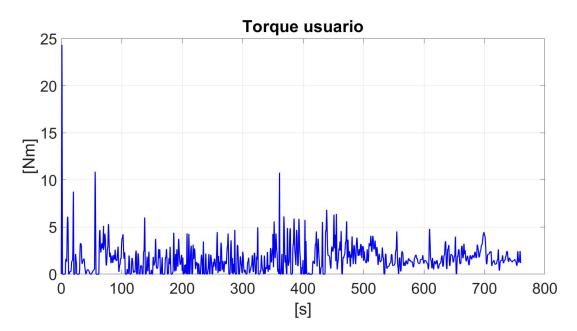


Figura 99 *Torque de frenado*

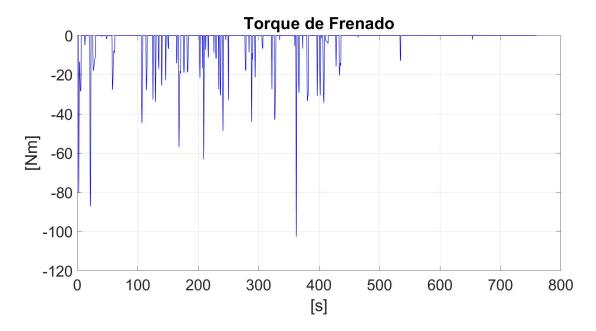


Figura 100 Gradiente del terreno

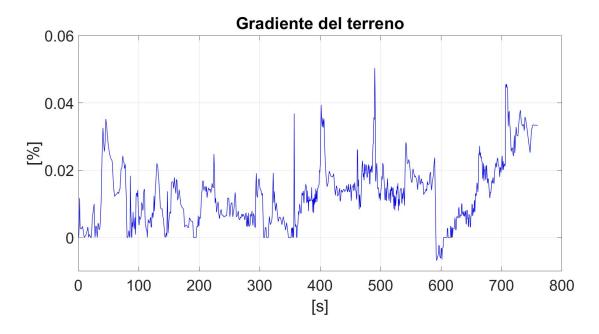


Figura 101 *Nivel de asistencia*

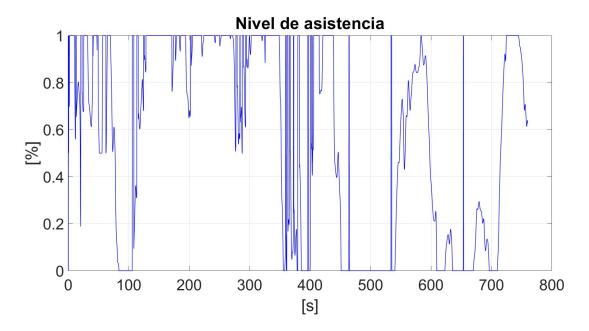


Figura 102
Torque de referencia

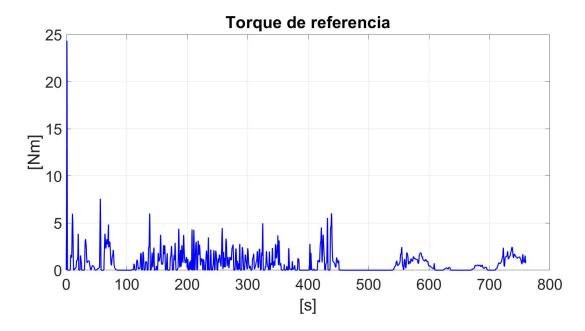


Figura 103 *Torque motor bldc*

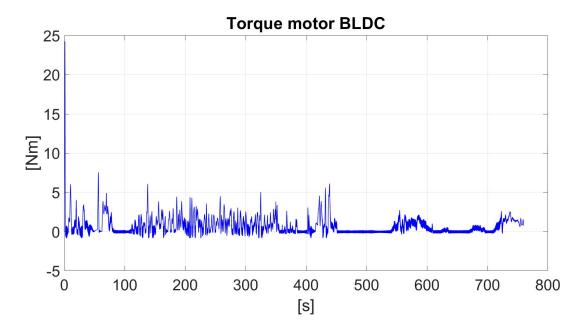


Figura 104 Tensión en el convertidor DC/DC

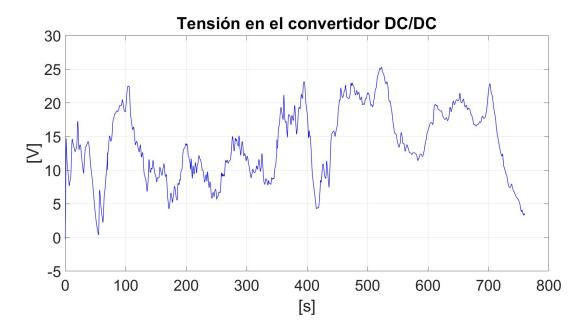


Figura 105 Corriente en el convertidor DC/DC

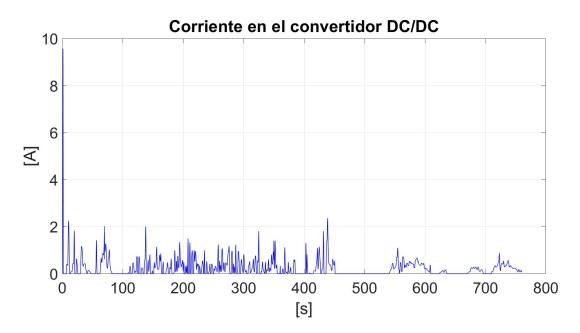


Figura 106 Modulación del convertidor DC/DC

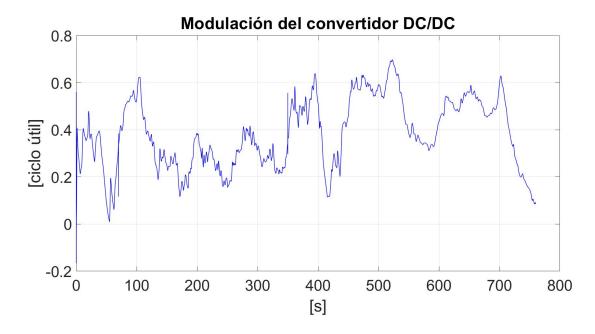
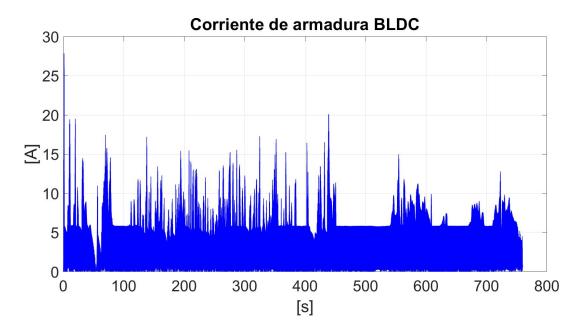


Figura 107 Corriente en la armadura BLDC



6. BANCO DE PRUEBAS DE LABORATORIO DE UNA BPA

En este capitulo final de esta investigación, se adecua un banco de pruebas mediante el cual se busca emular un escenario de operación simulado en la EMR expuesta en el capitulo anterior bajo ciertos criterios, condiciones y restricciones de laboratorio. Esta implementación tiene como finalidad, en primer lugar, comparar los resultados de simulación y experimentación para constatar cualitativamente la veracidad de la representación energética macroscópica junto con los modelos diseñados e implementados, esto se realiza mediante la estimación de la velocidad final, por medio del torque ejercido por el ciclista y un gradiente dado. En segundo lugar desarrollar un banco de pruebas modular para BPA, que permite la inclusión e intercambio de las diferentes partes que lo conforman, fuente, convertidor, inversor, control, gestión energética y un generador topográfico o entrenador de ciclismo. Esto con el fin de dar soporte a futuras investigaciones en fuentes híbridas, electrónica de potencia especifica, métodos de control, gestión energética, entre otras aplicaciones para BPA.

6.1. DESCRIPCIÓN DEL MONTAJE

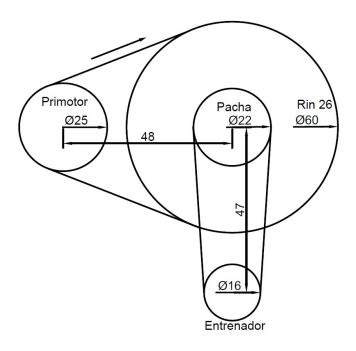
Se tiene un conjunto de BPA-usuario, este conjunto se moviliza por un recorrido a priori conocido en su topología, el usuario pedalea y proporciona un torque a la bicicleta, genera una velocidad y el SAE asiste según el nivel seleccionado de asistencia al pedaleo de la BPA y la velocidad de la misma en cada momento. Si el usuario frena, desactiva la asistencia eléctrica y activa el frenado regenerativo. Para la construcción del banco de pruebas, se utiliza un rin 26 de la llanta trasera de una BPA junto con un motor BLDC, un controlador bidireccional y una batería ion-litio. Al rin 26 se le adiciona una pacha en su eje con el fin de adaptar un sistema de simulación y entrenamiento de ciclismo, el cual se acopla a la pacha mediante una cadena de bicicleta convencional. En el eje del entrenador se coloca un sensor de velocidad o encoder, el cual cierra el lazo de control del SAE en el controlador bidireccional. El torque del ciclista es emulando

mediante un motor BLDC controlado por medio de un Kit Texas instruments DRV8301-69M. Este primotor se acopla al rin 26 por medio de una correa de alternador de carro. En figura 108 se presenta el acople mecánico del montaje y en la figura 109 su representación gráfica.

Figura 108 *Acople mecánico de sistema implementado*



Figura 109 *Representación gráfica del sistema físico implementado*



6.1.1. Primotor-control de torque

Para emular el torque del ciclista, se utiliza un motor-Bafang sin escobillas genérico de 500W a 48V y una batería ion-litio como fuente de alimentación. Este motor BLDC se controla por medio de una placa modular de evaluación para el control motor TI DRV8301-69M-KIT, basado en la tecnología InstaSPIN-FOC e InstaSPIN-MOTION para hacer girar motores trifásicos DC sin escobillas (BLDC) y CA sin escobillas (BLAC) o síncronos de imanes permanentes (PMSM). Utilizando la tecnología InstaSPIN de Texas Instruments, el DRV8301-69M-KIT permite identificar, ajustar y controlar automáticamente un motor trifásico, proporcionando un sistema de control de motor estable y funcional. Junto con la tecnología InstaSPIN, el DRV8301-69M-KIT proporciona una plataforma de control orientado al campo (FOC) de sensores codificadores y sin sensores de alto rendimiento, eficiente en el consumo de energía y rentable. (TexasInstruments, 2022)

El control y programación de la placa, se realiza a través de dos software, los cuales son proporcionado por Texas Instruments, el primero es el MotorWareTM, un conjunto cohesivo de

software y recursos técnicos diseñado para minimizar el tiempo de desarrollo del sistema de control de motores. Y el segundo es el Code Composer Studio, un entorno de desarrollo integrado (IDE) para microcontroladores y procesadores de TI. Comprende un conjunto de herramientas utilizadas para desarrollar y depurar aplicaciones integradas. También incluye un compilador optimizador de C/C++, un editor de código fuente, un entorno de creación de proyectos, un depurador, un generador de perfiles y muchas otras características (TexasInstruments, 2023). En la figura 110 se presenta el sistema de control implementado.

Figura 110 Sistema de control del torque implementado

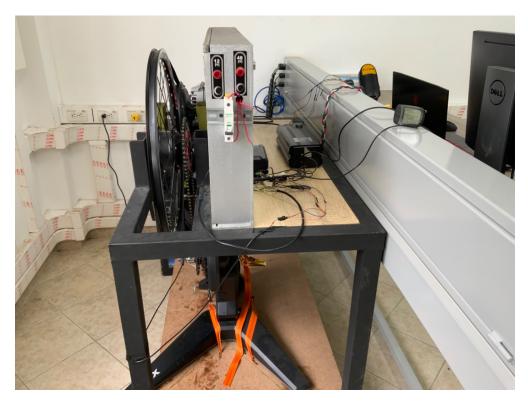


6.1.2. Rin 26-control BPA

Con el propósito de emular la bicicleta de pedaleo asistido, se utiliza el rin trasero de una BPA, su motor BLDC de 350W Bafang, la batería ion-litio de 36V, un sensor de velocidad, un pulsador, un controlador bidireccional genérico modelo KT48ZWSRM-LCD y un display para

visualizar y disponer del nivel de la asistencia eléctrica del SAE, esto se puede apreciar en la figura 111.

Figura 111 *Montaje de la BPA en el banco de pruebas*



Cabe destacar que el controlador utiliza un único sensor de velocidad y su algoritmo para la asistencia al pedaleo solo usa esta variable, esto debido al gran valor económico que implica disponer de sensores de torque de pedaleo en una BPA.

6.1.3. Sistema de simulación o dispositivo entrenador de ciclismo

Con la ayuda del rodillo de entrenamiento inteligente de conducción directa para bicicletas Tacx FLUX S, se emula las condiciones de trayecto, gradiente, características del usuario y coeficientes de las fuerzas resistentes, gracias a esta información, GARMIN también hace entrega de su software donde procesa y entrega la información del trabajo físico realizado. Algunas características clave del Tacx FLUX S son resistencia máxima de sprint de 1500W, simulación de

gradiente del 10%, mediciones de potencia con una precisión de hasta el 3% y con un peso de 7 kg, (GarminLtd, 2023). En la siguiente figura 112 se puede visualizar el dispositivo de entrenamiento acoplado al rin de la BPA.

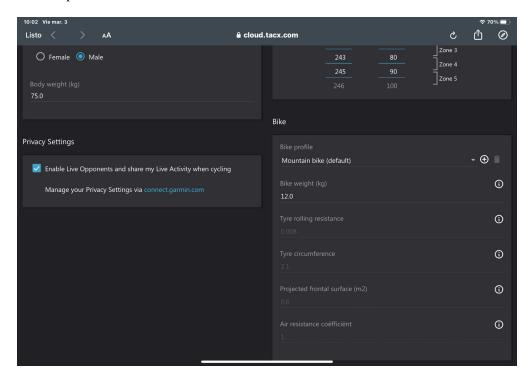
Figura 112 *Entrenador acoplado a la BPA*



6.2. FUNCIONAMIENTO

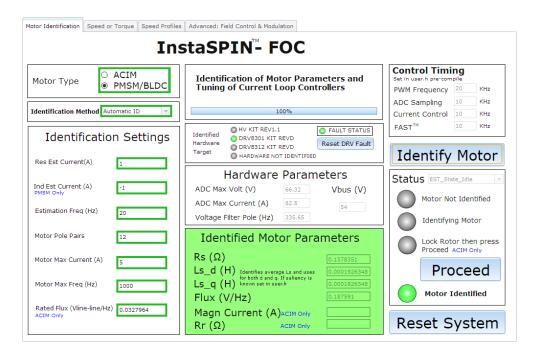
Por intermedio del dispositivo de entrenamiento Tacx flux S, se determinan las condiciones iniciales, descripción del usuario y constantes de implementación tal como se observa en la figura 113.

Figura 113 *Inicialización de parámetros de emulación*



Con la ayuda del software MotorWare, se hace la identificación de los parámetros del motor BLDC. Con estos parámetros identificados, el algoritmo de control de Texas instruments determina, ajusta y afina sus variables obteniendo un control rápido y eficiente. Para realizar la identificación, se deben ingresar la cantidad de par de polos del motor a caracterizar, junto con las variables de identificación definidas como se aprecia en la figura 114. La cantidad de polos para el motor caracterizado es de doce, y se determinan por medio de un osciloscopio, donde se energiza el sensor de efecto Hall, y se mide una fase rotando el motor una vuelta completa.

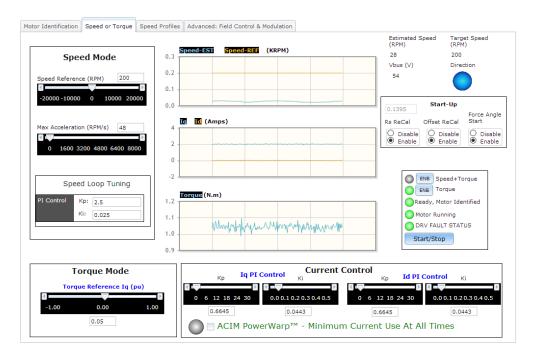
Figura 114 *Identificación motor BLDC primotor*



Posterior a la identificación del primotor, en la segunda pestaña del software MotorWare, aparece la interfaz de usuario, figura 115. Desde esta ventana se establece el modo de control, se afinan las constantes de los lazos del modo de control, se fijan las referencias del control y el sentido de giro del motor, y, además se visualiza las variables del sistema, como son: las corriente en los ejes d y q, la velocidad angular del motor, la tensión de alimentación, la cantidad de torque, entre otras.

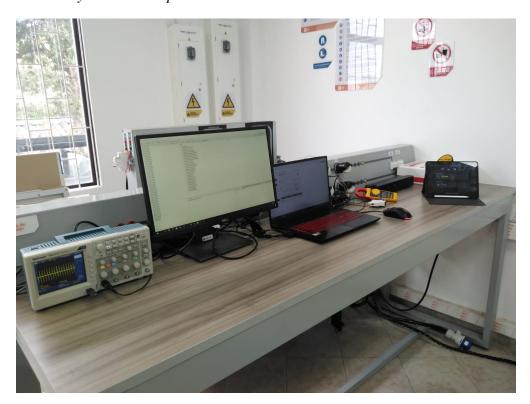
El controlador bidireccional del banco de pruebas es conectado al motor BLDC puesto en el rin 26 y a su alimentación según diagramas de conexión. Finalmente se cierra el circuito de control de la asistencia al pedaleo con el sensor de velocidad puesto en el eje del entrenador y conectado al controlador. Con un pulsador, se emula la orden de frenado al controlador, invirtiendo el sentido del flujo de energía.

Figura 115 *Interfaz de usuario*



A partir de la interfaz de usuario, se define la magnitud del torque proporcionado al banco de pruebas por medio de la correa desde el primotor al rin de la BPA, y a la vez, este movimiento es transferido al entrenador por medio de la pacha y la cadena, produciendo una velocidad en el sistema. Esta velocidad es sensada por el encoder y transferida al controlador, para que según el nivel de asistencia seleccionado en el display del controlador, se asiste al movimiento global mediante el torque electromagnético del motor BLDC puesto en el rin, logrando aumentar la velocidad final. La velocidad angular del sistema es medida en la fuente, por medio del software MotorWare y la velocidad lineal del sistema en la carga por medio de la aplicación para dispositivos móviles Garmin Tacx Training. En la figura 116 se presenta el sistema completo de control y medición del banco de pruebas modular.





6.3. EXPERIMENTOS Y RESULTADOS

En este apartado, se exponen tres de los experimentos mas relevantes realizados con el banco de pruebas implementado.

6.3.1. Experimento 1

En este experimento sin asistencia eléctrica, además de la inicialización de parámetros del entrenador de ciclismo como se muestra en la figura 113, se le asigna un gradiente de ascenso al entrenador de 0%. Luego se hace un barrido en torque, desde la mínima magnitud para romper la inercia del sistema y hasta alcanzar una velocidad igual a 25Km/h. Los datos experimentales se muestran en la tabla 9. También en esta tabla se tabula el valor del torque transmitido a la BPA por medio de la relación de diámetros del sistema de la figura 109, además por medio de la EMR se simula el experimento, donde se obtiene el valor de velocidad final tabulado V_{EMR} . Con

el valor de velocidad final medido V_{tacx} y el calculado por medio de la EMR V_{EMR} , se obtiene el error porcentual A. Y con el valor de velocidad lineal $V_{motorware}$ calculada a través de la velocidad angular medida y la velocidad lineal simulada por medio de la EMR V_{EMR} , se obtiene el error porcentual B.

Tabla 9Datos experimento 1

Torque _{ref} [p.u.]	Torque primotor [Nm]	Torque _{BPA} [Nm]	V _{tacx} [Km/h]	$\omega_{motorware}[rpm]$	V _{motorware} [Km/h]	V _{EMR} [Km/h]	$Error_A[\%]$	$Error_{B}[\%]$
0.05	1.05	2.52	2.71	60	2.83	2.81	3.56	0.62
0.06	1.25	3	4.52	101	4.76	4.68	3.42	1.7
0.07	1.48	3.55	6.2	131	6.17	6.4	3.13	3.54
0.08	1.67	4	7.51	165	7.78	7.75	3.1	0.33
0.09	1.88	4.51	8.49	190	8.95	8.73	2.75	2.56
0.1	2.1	5.04	9.6	216	10.18	9.89	2.93	2.92
0.11	2.3	5.52	14.5	331	15.6	15.05	3.65	3.64
0.12	2.5	6	16.3	369	17.39	16.79	2.92	3.57
0.13	2.75	6.6	18.2	408	19.23	18.65	2.41	3.09
0.14	2.9	6.96	20	445	20.97	20.25	1.23	3.56
0.15	3.1	7.44	21.7	473	22.29	21.5	0.93	3.67
0.16	3.4	8.16	23.2	503	23.7	23	0.87	3.06
0.17	3.6	8.64	24.4	522	24.6	24.02	1.58	2.41
0.18	3.8	9.12	25.4	545	25.68	25	1.6	2.73

6.3.2. Experimento 2

Este experimento es semejante al experimento anterior, pero con la diferencia que la asistencia eléctrica al pedaleo esta activa. Debido a que el sistema de sensado implementado en el banco de pruebas (velocidad) difiere del sensado implementado en la EMR (velocidad y torque), este ultimo es modificado sintonizando la proporción de asistencia frente a los datos experimentales para poder contrastar el sistema de control en lazo cerrado. Los datos experimentales y el análisis de resultados se presentan en la siguiente tabla 10.

Tabla 10Datos experimento 2

Torque _{ref} [p.u.]	Torque primotor [Nm] Torque _{BPA} [Nm]	V _{tacx} [Km/h]	ω _{motorware} [rpm]	V _{motorware} [Km/h]	V _{EMR} [Km/h]	$Error_A[\%]$	$Error_{B}[\%]$
0.05	1.05	2.52	5.27	122	5.75	5.58	5.56	3.03
0.06	1.25	3	8.61	202	9.52	9.09	5.28	4.72
0.07	1.48	3.55	10.93	260	12.25	11.61	5.86	5.53
0.08	1.67	4	12.69	300	14.14	13.41	5.37	5.42
0.09	1.88	4.51	14.42	337	15.88	15.12	4.63	5.03
0.1	2.1	5.04	15.73	369	17.39	16.46	4.43	5.64
0.11	2.3	5.52	16.8	388	18.28	17.56	4.33	4.12
0.12	2.5	6	17.94	412	19.42	18.5	3.03	4.95
0.13	2.75	6.6	20.68	482	22.71	21.75	4.92	4.43
0.14	2.9	6.96	21.34	500	23.56	22.4	4.73	5.19
0.15	3.1	7.44	22.42	519	24.46	23.24	3.53	5.24
0.16	3.4	8.16	23.28	543	25.59	24.4	4.59	4.87
0.17	3.6	8.64	24.3	563	26.53	25.13	3.3	5.57
0.18	3.8	9.12	25	575	27.1	25.83	3.21	4.9

6.3.3. Experimento 3

En este experimento sin asistencia eléctrica, además de la inicialización de parámetros del entrenador de ciclismo igual a los experimentos anteriores, se le asigna un gradiente de ascenso al entrenador de 5%. Debido a limitaciones mecánicas para garantizar la repetibilidad y reproducibilidad del experimento, no se hacen pruebas con una mayor magnitud de torque en el primotor. Los datos experimentales y el análisis de resultados se presentan en la siguiente tabla 11.

Tabla 11Datos experimento 3

Torque _{ref} [p.u.]	Torque primotor [Nm	n] Torque _{BPA} [Nm]	V _{tacx} [Km/h]	ω _{motorware} [rpm]	V _{motorware} [Km/h]	V _{EMR} [Km/h]	Error _A [%]	Error _B [%]
0.05	1.05	2.52	0.9	21	0.99	0.95	5.26	4.17
0.06	1.25	3	1.35	32	1.51	1.43	5.59	5.45
0.07	1.48	3.55	1.71	41	1.93	1.81	5.52	6.74
0.08	1.67	4	2.02	48	2.26	2.15	6.05	5.21
0.09	1.88	4.51	2.32	55	2.59	2.44	4.92	6.22
0.1	2.1	5.04	2.63	63	2.97	2.79	5.73	6.41
0.11	2.3	5.52	3.1	74	3.49	3.26	4.91	6.97
0.12	2.5	6	3.6	86	4.05	3.8	5.26	6.65
0.13	2.75	6.6	4.38	104	4.9	4.59	4.58	6.77
0.14	2.9	6.96	4.94	117	5.51	5.23	5.54	5.42
0.15	3.1	7.44	5.59	133	6.27	5.96	6.21	5.16
0.16	3.4	8.16	6.33	149	7.02	6.72	5.8	4.49
0.17	3.6	8.64	6.98	162	7.63	7.3	4.38	4.58
0.18	3.8	9.12	7.81	180	8.48	8.15	4.17	4.08

6.3.4. Otros experimentos

- Se realizan experimentos con frenado regenerativo, donde se desconecta el primotor y simultáneamente se activa el frenado por medio de un interruptor conectado al controlador. Sin embargo, la inercia del sistema es nula, y el fenómeno de regeneración es casi imperceptible. También se realizan experimentos donde se activa el frenado regenerativo con el primotor activo, produciendo un cambio de dirección en el flujo de energía y cargando la batería.
- Se llevan a cabo diferentes experimentos con un mayor gradiente y con la asistencia eléctrica activa, sin embargo los resultados difieren de lo espero con grandes errores porcentuales.

7. CONCLUSIONES

En este trabajo de investigación se diseñó un sistema de asistencia eléctrica para bicicletas de pedaleo asistido con frenado regenerativo, las principales conclusiones a este trabajo se presentan a continuación:

- Se desarrolló un modelo canónico lineal para un convertidor DC/DC bidireccional que permite el flujo de energía en los cuatro cuadrantes, logrando una respuesta acorde a la obtenida con el modelo no lineal. El modelo canónico del convertidor DC/DC desarrollado, permitió utilizar teoría de control clásica para el diseño del sistema de control del convertidor. Este modelo canónico no tiene en cuenta diferentes efectos como el rizado de alta frecuencia en las señales de corriente y tensión, pero es útil para realizar el diseño de los controladores.
- Se describieron los modos de control por tensión y corriente para el convertidor bidireccional en modo continuo de operación, así como la forma de diseñar los controladores para dichos modos de control.
- Se diseñó e implementó en la EMR, un control en modo tensión que junto con el controlador de potencia proporcional asistido, cumple la definición legal de BPA.
- Se evaluó el convertidor bidireccional y el sistema de control diseñado, al contrastar su comportamiento con el modelo ideal en la EMR implementada, donde se consiguen resultados equivalentes.
- Se adaptó e implementó un modelo de simulación conmutado para un motor trifásico de imanes permanentes sin escobillas, el cual reproduce el comportamiento del modelo ideal de un motor DC. Debido al rizado en sus respuestas de tensión y corriente por la conmutación del inversor de seis pulsos, produce inestabilidades con su inclusión total en la EMR desarrollada.

- Se adecuó e implementó un banco de pruebas para BPA, donde se evaluó un escenario de operación mediante la estimación de la velocidad final, logrando porcentajes de error entre el 3% al 6% entre los resultados experimentales y de simulación de la EMR. El modelo de simulación en la EMR implementado es capaz de estimar el valor de la velocidad final del banco de pruebas sin embargo sus dinámicas difieren.
- El software PLECS es una herramienta de simulación de sistemas de electrónica de potencia que incorpora una interfaz de usuario similar a la de MatLab Simulink. Los tiempos que emplea para el procesamiento y simulación son rápidos frente a los presentados por MatLab, y los resultados son idénticos. Lo cual hace a PLECS un software ideal para el modelamiento y simulación de electrónica de potencia en general.
- Ante la pregunta de investigación de este trabajo, ¿es posible diseñar e implementar la electrónica de potencia y el control de un SAE para una BPA que cumpla con la normativa vigente en Colombia, y además permita el uso de frenado regenerativo?, la respuesta es sí, por supuesto, pero solo es viable para casos específicos. En esta investigación se realiza el diseño de la electrónica de potencia y el control del SAE de una BPA con frenado regenerativo la cual cumple con la normativa de funcionamiento vigente en Colombia para este tipo de vehículos, estos diseños desarrollados se implementan en un modelo electromecánico mediante la EMR y se evalúan en simulación. Sin embargo, al momento de proyectar el ensamble y construcción de los modelos desarrollados, se encuentra que los costos económicos para dicho proceso son elevados frente a opciones en el mercado que ofrecen prestaciones similares a un tercio o un cuarto de su valor dependiendo de la calidad del mismo para esta aplicación. Por este motivo, se decide implementar el banco de pruebas, con el fin de investigar en alternativas que mejoren de forma significativa la autonomía y eficiencia de una BPA a costos reducidos. Estas alternativas, como por ejemplo un convertidor multi-entradas con tres diferentes fuentes de alimentación y una gestión energética dada, sí sería viable para su construcción debido a un requerimiento específico y único.

Bibliografía

- Agbli, K., Péra, M., Hissel, D., Rallières, O., Turpin, C., & Doumbia, I. (2011). Multiphysics simulation of a PEM electrolyser: Energetic Macroscopic Representation approach [The 3rd Annual Korea-USA Joint Symposium on Hydrogen and Fuel Cell Technologies]. *International Journal of Hydrogen Energy*, *36*(2), 1382-1398. https://doi.org/https://doi.org/10.1016/j.ijhydene.2010.10.069
- Aguilar Peña, D. (2017). Electrónica de Potencia Unidad nº 1. Repaso de conceptos y dispositivos semiconductores de potencia. Consultado el 1 de noviembre de 2017, desde https://www.montaguebikes.com/folding-bikes-blog/2018/03/electric-bicycle-types-explained/
- Aligia, D. A., Magallan, G. A., & De Angelo, C. H. (2017). EV traction control based on nonlinear observers considering longitudinal and lateral tire forces. *IEEE Transactions on Intelligent Transportation Systems*, 19(8), 2558-2571.
- Alli, G., Formentin, S., & Savaresi, S. M. (2010). On the suitability of EPACs in urban use. *IFAC Proceedings Volumes*, 43(18), 277-284.
- Bai, H., Liu, C., Chrenko, D., Ravey, A., & Gao, F. (2021). System-Level Modeling and Virtual Testing of Fuel Cell Vehicle Mobypost Using Energetic Macroscopic Representation. 2021 IEEE Transportation Electrification Conference and Expo (ITEC), 148-153. https://doi.org/10.1109/ITEC51675.2021.9490044
- Behrendt, F. (2018). Why cycling matters for electric mobility: towards diverse, active and sustainable e-mobilities. *Mobilities*, *13*(1), 64-80.
- Bianchi, S. (2017). *MODEL AND CONTROL OF AN IN-WHEEL BRUSHLESS MOTOR* [Tesis de maestría, Politecnico di Milano, Scuola di Ingegneria Industriale e dell'Informazione, Corso di Laurea Magistrale in Ingegneria Elettronica, Dipartimento di Elettronica, Informazione e Bioingegneria].

- Bienaimé, D., Devillers, N., Péra, M., Gustin, F., Berthon, A., & Grojo, M. (2012). Energetic Macroscopic Representation as an efficient tool for energy management in a hybrid electrical system embedded in a helicopter. 2012 Electrical Systems for Aircraft, Railway and Ship Propulsion, 1-6. https://doi.org/10.1109/ESARS.2012.6387385
- Bouscayrol, A., Bruyere, A., Delarue, P., Giraud, F., Lemaire-Semail, B., Le Menach, Y., Lhomme, W., & Locment, F. (2007). Teaching drive control using Energetic Macroscopic Representation initiation level. 2007 European Conference on Power Electronics and Applications, 1-9. https://doi.org/10.1109/EPE.2007.4417635
- Bouscayrol, A., Delarue, P., Guillaud, X., Lhomme, W., & Lemaire-Semail, B. (2012). Simulation of a Wind Energy Conversion System using Energetic Macroscopic Representation. 2012 15th International Power Electronics and Motion Control Conference (EPE/PEMC), DS3e.8-1-DS3e.8-6. https://doi.org/10.1109/EPEPEMC.2012.6397362
- Chang, W.-Y. (2013). The State of Charge Estimating Methods for Battery: A Review. *ISRN Applied Mathematics*, 2013. https://doi.org/10.1155/2013/953792
- Chapman, L. (2007). Transport and climate change: a review. *Journal of Transport Geography*, 15(5), 354-367. https://doi.org/https://doi.org/10.1016/j.jtrangeo.2006.11.008
- Choi, B. (2021). Pulsewidth Modulated DC-to-DC Power Conversion: Circuits, Dynamics, Control, and DC Power Distribution Systems. John Wiley & Sons.
- Dang, K.-L., Nguyen, B.-H., Ta, M. C., Trovão, J. P. F., & Vo-Duy, T. (2022). Sliding Mode Solution for Rotor Flux Control and Estimation of Induction Motors Using Energetic Macroscopic Representation. 2022 11th International Conference on Control, Automation and Information Sciences (ICCAIS), 535-540. https://doi.org/10.1109/ICCAIS56082.2022.9990100
- Ecrim. (2019). Conozca mejor un BLDC: Control de un motor de CC sin escobillas sin sensores. Consultado el 1 de julio de 2019, desde http://es.ecrimpower.com/resources/better-know-a-bldc-sensorless-brushless-dc-motor-c.html

- Edge, S., Dean, J., Cuomo, M., & Keshav, S. (2018). Exploring e-bikes as a mode of sustainable transport: A temporal qualitative study of the perspectives of a sample of novice riders in a Canadian city. *The Canadian Geographer/Le Géographe canadien*, 62(3), 384-397.
- Erickson, R. W., & Maksimovic, D. (2020). *Fundamentals of power electronics*. Springer Science & Business Media.
- Escobar Álvarez, J. I. (2019). Convertidor dc-dc para sistema híbrido de batería ion-litio y supercapacitores para aplicación en electro-movilidad [Tesis de maestría, Tesis de pregrado, Universidad técnica Federico Santa María.].
- GarminLtd. (2023). Dispositivo de entrenamiento Tacx FLUX S Smart. Consultado en 2023, desde https://www.garmin.com/es-ES/p/690888
- Gieras, J. (2010, enero). PERMANENT MAGNET MOTOR TECHNOLOGY: DESIGN AND AP-PLICATIONS.
- González, S. A. (2000). Convertidor Resonante con Enclave de Tensión Como Amplificador de Potencia Modulado en Fase [Tesis de maestría, UNIVERSIDAD NACIONAL DE LA PLATA].
- Hajilou, M., & Farzanehfard, H. (2022). Soft Switched Non-Isolated High Step-up DC-DC Converter Based on Combination of Buck-Boost and Switched Resonator Converters. 2022 13th Power Electronics, Drive Systems, and Technologies Conference (PEDSTC), 287-293. https://doi.org/10.1109/PEDSTC53976.2022.9767210
- Hart, D. (2001). *Electrónica de potencia*. Pearson Educación. https://books.google.com.co/books? id=dIzMAAAACAAJ
- Hassan, M. S., & A. Elbaset, A. (2015). Small-Signal MATLAB/Simulink Model of DC-DC Buck Converter using State-Space Averaging Method. https://doi.org/10.13140/RG.2.1.1129. 7368
- Herath, N., Binduhewa, P., Samaranayake, L., Ekanayake, J., & Longo, S. (2017). Design of a dual energy storage power converter for a small electric vehicle. 2017 IEEE International

- Conference on Industrial and Information Systems (ICIIS), 1-6. https://doi.org/10.1109/ICIINFS.2017.8300393
- Holmes, G., Lipo, T., & Lipo, T. (2003, enero). *Pulse Width Modulation for Power Converters:**Principles and Practice.
- Jácome Garcia, A. M. (2018). Dimensionamiento de una fuente híbrida compuesta de pilas a combustible tipo PEM y supercondensadores con conexión directa [Tesis de maestría, UNI-VERSIDAD INDUSTRIAL DE SANTANDER].
- Ji, S., Cherry, C. R., J. Bechle, M., Wu, Y., & Marshall, J. D. (2012). Electric vehicles in China: emissions and health impacts. *Environmental science & technology*, 46(4), 2018-2024.
- Kazimierczuk, M. K. (2015). *Pulse-width modulated DC-DC power converters*. John Wiley & Sons.
- Lee, J.-S., Jiang, J.-W., & Sun, Y.-H. (2016). Design and simulation of control systems for electric-assist bikes. 2016 IEEE 11th Conference on Industrial Electronics and Applications (ICIEA), 1736-1740. https://doi.org/10.1109/ICIEA.2016.7603866
- Lhomme, W., Delarue, P., Giraud, F., Lemaire-Semail, B., & Bouscayrol, A. (2012). Simulation of a Photovoltaic Conversion System using Energetic Macroscopic Representation. 2012 15th International Power Electronics and Motion Control Conference (EPE/PEMC), DS3e.7-1-DS3e.7-6. https://doi.org/10.1109/EPEPEMC.2012.6397361
- Lin, C.-H., Liu, H.-W., & Wang, C.-M. (2010). Design and implementation of a bi-directional power converter for electric bike with charging feature. 2010 5th IEEE Conference on Industrial Electronics and Applications, 538-543.
- Liu, Y., & Gao, X. (2020). Energetic Macroscopic Representation of Self-Air-Cooling Reciprocating Compressor's Cooling System. *IEEE Access*, 8, 61131-61137. https://doi.org/10.1109/ACCESS.2020.2977726
- Luo, F. L., & Ye, H. (2018). Essential Dc/Dc Converters. CRC Press.

- Mahery, H. M., & Babaei, E. (2013). Mathematical modeling of buck–boost dc–dc converter and investigation of converter elements on transient and steady state responses. *International Journal of Electrical Power & Energy Systems*, 44(1), 949-963.
- Más, F. S. M. (2016). Conversión dc-dc bidireccional, multidispositivo, multifase, controlado mediante fpga con conmutación suave y reconfiguración dinámica de transistores de potencia [Tesis doctoral, Universidad Miguel Hernández].
- McBain, B., Lenzen, M., Albrecht, G., & Wackernagel, M. (2018). Reducing the ecological footprint of urban cars. *International Journal of Sustainable Transportation*, 12(2), 117-127. https://doi.org/10.1080/15568318.2017.1336264
- Montenegro Ruiz, E. D. (2006). Diseño de un Corrector de Factor de Potencia elevador monofásico resonante. Consultado en mayo de 2006, desde http://catarina.udlap.mx/u_dl_a/tales/documentos/lem/montenegro_r_ed/
- Naeiji, S., Abdollahi, S. E., Abdollahi, S. R., & Baigzadehnoe, B. (2023). An Improved Bidirectional Non-Isolated Dual-Input DC-DC Converter for Electric Vehicles Application. 2023 14th Power Electronics, Drive Systems, and Technologies Conference (PEDSTC), 1-7. https://doi.org/10.1109/PEDSTC57673.2023.10087176
- O'BERRIEL, R., & BOUSCAYROL, A. (2023). Energetic Macroscopic Representation. Consultado el 1 de octubre de 2023, desde https://emr-website.univ-lille.fr/
- Ogata, K. (2010). *Modern Control Engineering*. Prentice Hall. https://books.google.com.co/books?id=Wu5GpNAelzkC
- Osma, G., Durán, J., Gil, A., Solano, J., & Ordóñez, G. (2015a). Design and implementation of a power generation system using an stationary bicycle. 2015 IEEE Vehicle Power and Propulsion Conference (VPPC), 1-3.
- Osma, G., Durán, J., Gil, A., Solano, J., & Ordóñez, G. (2015b). Design and implementation of a power generation system using an stationary bicycle. 2015 IEEE Vehicle Power and Propulsion Conference (VPPC), 1-3.

- Papathanasopoulos, D. A., Giannousakis, K. N., Dermatas, E. S., & Mitronikas, E. D. (2021). Vibration Monitoring for Position Sensor Fault Diagnosis in Brushless DC Motor Drives. *Energies*, 14(8). https://doi.org/10.3390/en14082248
- Pouget, J., Guo, B., Bossoney, L., Coppex, J., Roggo, D., & Ellert, C. (2020). Energetic simulation of DC railway micro-grid interconnecting with PV solar panels, EV charger infrastructures and electrical railway network. 2020 IEEE Vehicle Power and Propulsion Conference (VPPC), 1-7. https://doi.org/10.1109/VPPC49601.2020.9330829
- Rahman, M. M., Uddin, M. N., & Islam, M. K. (2015). Integration of bi-directional DC-DC converter and highly efficient boost converter for electric vehicles applications. *2015 IEEE*11th International Conference on Power Electronics and Drive Systems, 687-691.
- Rueda, F., F. Amaya, & Solano, J. (2019). *Análisis y simulación de e-bikes empleando representación macroscópica energética: Casos de estudio.* [Tesis de maestría, Tesis de pregrado, Escuela de ingeniería eléctrica, electrónica y de telecomunicaciones, Universidad Industrial de Santander.].
- Sarlioglu, B., Morris, C. T., Han, D., & Li, S. (2017). Driving Toward Accessibility: A Review of Technological Improvements for Electric Machines, Power Electronics, and Batteries for Electric and Hybrid Vehicles. *IEEE Industry Applications Magazine*, 23(1), 14-25. https://doi.org/10.1109/MIAS.2016.2600739
- Schiller, P. L., & Kenworthy, J. R. (2017). An introduction to sustainable transportation: Policy, planning and implementation. Routledge.
- Sharma, A., Mishra, R., Yadav, A. K., & Phukan, A. (2018). Bidirectional DC-DC Converter for Incorporating Regenerative Braking in E-bikes. 2018 International Conference on Electrical, Electronics, Communication, Computer, and Optimization Techniques (ICEECCOT), 1019-1024.
- Silva, L. I., & Solano, J. (2018). Energy-Based Model for Simulating and Control the Traction System of Electric Bikes. 2018 Argentine Conference on Automatic Control (AADECA), 1-6.

- Solano, J., Jacome, A., & Boulon, L. (2016). Modelling and simulation of an electric bicycles charging station based on renewable energy. 2016 IEEE Vehicle Power and Propulsion Conference (VPPC), 1-4.
- Somchaiwong, N., & Ponglangka, W. (2006). Regenerative power control for electric bicycle. 2006 SICE-ICASE International Joint Conference, 4362-4365.
- Sousa, D., Branco, P. C., & Dente, J. (2007). Electric bicycle using batteries and supercapacitors. 2007 European Conference on Power Electronics and Applications, 1-10.
- TexasInstruments. (2022). DRV8301-69M-KIT. Consultado en 2015, desde https://www.ti.com/tool/DRV8301-69M-KIT
- TexasInstruments. (2023). CCSTUDIO. Consultado en 2015, desde https://www.ti.com/tool/ CCSTUDIO
- Tibor, B., Fedák, V., & Durovský, F. (2011). Modeling and simulation of the BLDC motor in MATLAB GUI. 2011 IEEE International Symposium on Industrial Electronics, 1403-1407. https://doi.org/10.1109/ISIE.2011.5984365
- Tsai, M.-F., Quy, T. P., Wu, B.-F., & Tseng, C.-S. (2011). Model construction and verification of a BLDC motor using MATLAB/SIMULINK and FPGA control. 2011 6th IEEE Conference on Industrial Electronics and Applications, 1797-1802. https://doi.org/10.1109/ICIEA. 2011.5975884
- Vacheva, G., Vladimir, D., & Hinov, N. (2019). Modelling and Control of Bidirectional Buck-Boost Converter for Electric Vehicles Applications. 2019 16th Conference on Electrical Machines, Drives and Power Systems (ELMA), 1-4. https://doi.org/10.1109/ELMA.2019. 8771496
- Vashisth, N., & Gupta, R. (2016). A study of different hard-switched and soft-switched variants of buck-boost converter. 2016 IEEE 7th Power India International Conference (PIICON), 1-6. https://doi.org/10.1109/POWERI.2016.8077319
- Xia, C. (2012). *Permanent Magnet Brushless DC Motor Drives and Controls*. Wiley. https://books.google.com.co/books?id=FkRYP7DWO9cC