

Solución al problema de ruteo de vehículos capacitado de dos escalones con restricción de ventanas de tiempo aplicando técnicas de optimización matemática

Sebastián Marín Triana y Sergio Andrés Meneses Orozco

Trabajo de grado para optar el título de Ingeniero Industrial

Director:

Javier Eduardo Arias Osorio

Magister en Administración

Universidad Industrial de Santander

Facultad de Ingenierías Físico-mecánicas

Escuela de Estudios Industriales y Empresariales

Bucaramanga

2021

### **Dedicatoria**

*A Dios, por darme fuerzas para continuar con este proceso de obtener un título profesional.*

*A mi padre, por todo su apoyo y sacrificio durante todo el proceso, brindándome ese respaldo que me motivaba a seguir adelante.*

*A mi madre, por todo su amor, su trabajo y sacrificio, por demostrarme que si uno quiere puede y que lo más importante es la familia, por darme esa educación que hoy me hace un profesional.*

*A mis hermanos y abuela, por ese apoyo indispensable en todo momento, donde hubo risas y llantos, pero sin olvidar que los sueños pueden hacerse realidad y que los sacrificios valen la pena.*

**Sebastián Marín**

*A Dios, por guiarme en el camino y permitirme llegar hasta este punto.*

*A mi madre, quien ha sido el motor y la razón por la que cada día me levante con ganas de seguir luchando y no desfallecer, gracias por hacer de mi lo que soy, por convencerme de que lo que yo me proponga lo podré lograr.*

*A mi familia, con la que a pesar de la distancia siempre habrá un apoyo incondicional.*

*A esa persona que veo como una figura paterna quien, junto con su familia, sin importar que ocurra ha estado ahí para mí.*

*A todas y cada una de las personas que han aportado un grano de arena para que esto sea posible, gracias.*

**Sergio Meneses**

### **Agradecimientos**

Al docente Javier Arias Osorio, por sus consejos y apoyo a lo largo de la investigación, orientándonos de la mejor manera con el fin de obtener un buen resultado.

De la misma manera al grupo de investigación OPALO y a todos los docentes de la Escuela de Estudios Industriales y Empresariales por brindarnos todo su conocimiento y apoyo a lo largo de nuestra vida universitaria.

A nuestros compañeros por su amistad y acompañamiento a lo largo de la carrera, por todos los momentos de alegrías y tristezas, que hoy nos hacen mejores profesionales.

A nuestra alma mater, por recibirnos y hacernos parte de esta gran familia UIS de la cual siempre estaremos orgullosos de pertenecer.

**Tabla de contenido**

	<b>Pág.</b>
Introducción .....	14
1. Objetivos.....	16
1.1. Objetivo general.....	16
1.2. Objetivos específicos .....	16
2. Cuerpo del trabajo.....	17
2.1. Planteamiento del problema.....	17
2.2. Metodología .....	19
2.2.1. Revisión de literatura .....	19
2.2.2. Marco de referencia .....	21
2.2.3. Formulación del modelo .....	22
2.2.4. Selección y desarrollo de las técnicas .....	22
2.2.5. Validación y evaluación.....	23
2.2.6. Artículo publicable.....	23
3. Revisión de la literatura .....	23

3.1. Análisis bibliométrico.....	23
3.2. Análisis preliminar de la literatura.....	28
3.2.1. Problemas de enrutamiento de vehículos.....	28
3.2.2. Problemas de enrutamiento de vehículos de dos escalones .....	29
3.2.3. Problemas de enrutamiento de vehículos con ventanas de tiempo .....	32
3.2.4. Problemas de enrutamiento de vehículos de dos escalones con ventanas de tiempo .....	37
4. Marco de referencia .....	38
4.1. Marco de antecedentes .....	38
4.2. Marco teórico .....	40
4.2.1. Optimización matemática .....	40
4.2.2. Modelos matemáticos .....	41
4.2.2.1. Modelos de programación lineal.....	41
4.2.2.2. Modelos de programación no lineal:.....	42
4.2.3. Optimización combinatoria.....	43
4.2.4. Complejidad computacional .....	44
4.2.5. Conceptos importantes.....	45

4.2.6. Problema de ruteo de vehículos VRP .....	46
4.2.7. Problema de ruteo de vehículos con ventanas de tiempo VRPTW .....	47
4.2.8. Problema de ruteo de vehículos de dos escalones 2E-VRP .....	48
4.2.9. Métodos de solución para los problemas de optimización combinatoria .....	48
4.2.9.1. Métodos exactos: .....	49
4.2.9.2. Métodos aproximados .....	49
4.2.9.3. Métodos heurísticos. ....	50
4.2.9.4. Métodos metaheurísticos. ....	50
5. Problema de ruteo de vehículos de dos escalones con ventanas de tiempo .....	60
5.1. Descripción detallada del 2e-cvrptw .....	61
5.2. Formulación matemática del 2e-cvrptw .....	63
5.3. Metaheurística aplicada al 2e-cvrptw .....	71
5.3.1. Algoritmo genético (GA) .....	72
5.3.2. Búsqueda tabú (TS) .....	77
6. Experimentación .....	80
6.1. Insumos de prueba .....	80

6.2. Resultados de la experimentación.....	86
7. Conclusiones.....	97
8. Recomendaciones .....	98
Referencias bibliográficas.....	100
Apéndices .....	106

**Lista de Tablas**

	<b>Pág.</b>
<b>Tabla 1.</b> Instancias de prueba grupo 1.....	84
<b>Tabla 2.</b> Instancias de prueba grupo 2.....	84
<b>Tabla 3.</b> Ejemplo de instancia, 1 Depósito, 3 Satélites, 10 Clientes.....	86

## Lista de Figuras

	<b>Pág.</b>
<b>Figura 1.</b> Ecuación de búsqueda adaptada de la base de datos SCOPUS .....	20
<b>Figura 2.</b> Resultado de la búsqueda en SCOPUS .....	20
<b>Figura 3.</b> Nube de palabras clave .....	24
<b>Figura 4.</b> Tipo de documento .....	24
<b>Figura 5.</b> Diagrama de barras del año de publicación.....	26
<b>Figura 6.</b> Numero de citas por artículo. Adaptado de vantage point 2019 .....	27
<b>Figura 7.</b> Mapa de procedencia de los documentos. Adaptado de vantage point 2019 .....	28
<b>Figura 8.</b> Ilustración del 2E-VRP .....	62
<b>Figura 9.</b> Combinaciones de las Metaheurísticas.....	72
<b>Figura 10.</b> Diagrama de flujo del algoritmo genético .....	73
<b>Figura 11.</b> Conformación del Cromosoma .....	74
<b>Figura 12.</b> Selección por ruleta .....	75
<b>Figura 13.</b> Cruce de los cromosomas .....	76

<b>Figura 14.</b> Mutación de los cromosomas .....	77
<b>Figura 15.</b> Gráfico comparativo entre instancias tipo C y R aplicando GA-GA .....	88
<b>Figura 16.</b> Gráfico comparativo entre instancias tipo C y R aplicando GA-TS .....	89
<b>Figura 17.</b> GA-GA vs GA-TS instancias tipo C .....	90
<b>Figura 18.</b> GA-GA vs GA-TS instancia tipo R.....	91
<b>Figura 19.</b> TS-GA vs TS-TS instancia tipo C.....	93
<b>Figura 20.</b> TS-GA vs TS-TS instancia tipo R.....	93
<b>Figura 21.</b> TS-GA vs TS-TS instancia tipo RC .....	94
<b>Figura 22.</b> Valor mínimo instancia tipo C .....	95
<b>Figura 23.</b> Valor mínimo instancia tipo R .....	95
<b>Figura 24.</b> Tiempo computacional instancia C .....	96
<b>Figura 25.</b> Tiempo computacional instancia tipo R.....	97

**Lista de Apéndices<sup>1</sup>**

	<b>Pág.</b>
<b>Apéndice A.</b> Tabla de experimentación de las combinaciones GA-GA y GA-TS .....	106
<b>Apéndice B.</b> Tabla de experimentación de las combinaciones TS-GA y TS-TS.....	107
<b>Apéndice C.</b> Tabla de experimentación de las combinaciones GA-GA, GA-TS, TS-GA y TS-TS .....	108
<b>Apéndice D.</b> Artículo científico de carácter publicable	
<b>Apéndice E.</b> Programación del modelo en el software Matlab	
<b>Apéndice F.</b> Instancias de prueba	

---

<sup>1</sup> Los apéndices D, E y F se encuentran adjuntos en la carpeta de nombre apéndices y pueden ser consultados en la base de Datos de la biblioteca

## Resumen

**Título:** Solución al problema de ruteo de vehículos capacitado de dos escalones con restricción de ventanas de tiempo aplicando técnicas de optimización matemática<sup>2</sup>.

**Autores:** Sebastián Marín Triana, Sergio Andrés Meneses Orozco<sup>3</sup>.

**Palabras clave:** Ruteo de vehículos, Dos escalones, Ventanas de tiempo, Algoritmo genético, Búsqueda Tabú.

### Descripción:

El problema clásico de ruteo de vehículos (VRP) ha tenido avances de investigación recientes, que permiten dar con extensiones como el problema de ruteo de vehículos capacitado de dos escalones con ventanas de tiempo (2E-CVRPTW), el cual amplía la búsqueda de rutas que minimicen el costo asociado al transporte de vehículos en los dos escalones y penalizaciones por llegadas tempranas o tardías al momento de realizar las entregas a los clientes en el segundo escalón. El primer nivel conecta la carga desde el depósito central hasta la consolidación en los depósitos intermedios o también llamadas satélites y el segundo nivel conecta los satélites con el cliente final para satisfacer de esta forma su demanda teniendo en cuenta que cada uno de los clientes cuenta con un límite inferior y superior de ventana de tiempo en donde se activa el servicio y se pueden realizar las entregas.

Para la solución del 2E-CVRPTW se optó por implementar metaheurísticas como el algoritmo genético (GA) y la búsqueda tabú (TS), probando cuatro combinaciones posibles entre estas con el fin de obtener un buen resultado.

---

<sup>2</sup> Trabajo de grado

<sup>3</sup> Escuela de Estudios Industriales y Empresariales. Director: Javier Arias Osorio, Magister en administración.

### Abstract

**Title:** Solution to the problem of two-echelon vehicle routing with restricted time windows applying mathematical optimization techniques.<sup>4</sup>

**Author:** Sebastián Marín Triana, Sergio Andrés Meneses Orozco.<sup>5</sup>

**Key Words:** Vehicle routing, Two-echelon, Time windows, Genetic algorithm, tabu search.

### Description:

The classic vehicle routing problem (VRP) has had recent research advances, which allow to find extensions such as the two-echelon trained vehicle routing problem with time windows (2E-CVRPTW), which broadens the search for routes that minimize the cost associated with the transport of vehicles in the two-echelon and penalties for early or late arrivals when making deliveries to customers in the second echelon. The first level connects the load from the central warehouse to the consolidation in the intermediate warehouses or also called satellites and the second level connects the satellites with the final customer to satisfy their demand, taking into account that each of the customers has a lower and upper limit of the time window where the service is activated and deliveries can be made.

For the 2E-CVRPTW solution, it was decided to implement metaheuristics such as the genetic algorithm (GA) and the taboo search (TS), testing four possible combinations between them in order to obtain good result.

---

<sup>4</sup> Bachelor thesis

<sup>5</sup> Escuela de Estudios Industriales y Empresariales. Director: Javier Arias Osorio, Magister en administración.

## **Introducción**

Hoy en día los intereses de las empresas están enfocados en lograr una buena gestión de la cadena de suministro, creando valor para la empresa y el cliente, concentrándose primordialmente en la satisfacción de las expectativas del cliente. Las compañías que han presentado mejoras en sus operaciones internas ahora están trabajando en lograr mayores ahorros y beneficios al mejorar los procesos.

La cadena de suministro es aquella conexión necesaria para que las empresas desarrollen su propósito de satisfacer a sus clientes de manera directa o indirecta, obteniendo en toda la cadena flujos más eficientes y eficaces, donde la meta es conseguir cadenas más confiables, más rápidas, mejor integradas, amigables con el entorno, reducir sus costos y más competitivas.

Una parte esencial en las empresas es el sistema logístico, que está constituido por el conjunto de medios de producción, mantenimiento, almacenamiento y el transporte, el componente más importante para la mayoría de las organizaciones, debido a que el éxito de la cadena de suministro está estrechamente relacionado con su diseño y uso adecuado. Es el responsable de mover los productos terminados, materias primas e insumos, entre empresas y clientes que se encuentran dispersos geográficamente, y que agrega valor a los productos transportados cuando estos son entregados a tiempo, sin daños y en las cantidades requeridas.

En Colombia, “el transporte de carga es una actividad fundamental en el aparato productivo colombiano ya que es el sector que permite que un producto llegue al consumidor final, genere la circulación de bienes y dinamice la economía” (Acosta de Valencia, 2004), una administración efectiva del sistema de transporte es necesario y por ende es importante generar un mayor enfoque

es la problemática de enrutamiento de vehículos (VRP) y a subproblemas como el enrutamiento de vehículos de dos escalones con ventanas de tiempo (2E-CVRPTW) enfocados a la optimización del proceso de distribución cuyo objetivo principal es minimizar tiempos y costos en el proceso de entrega, mediante la administración de un sistema de transporte eficiente y de bajo costo las organizaciones pueden llegar a obtener un aumento en la competitividad.

Es por esto, que el propósito del presente proyecto es darle solución al problema de ruteo de vehículos capacitados de dos escalones con ventanas de tiempo, que es de alta aplicabilidad para el diseño de rutas eficientes que permitan la toma de decisiones para las organizaciones que ayuden a incrementar la satisfacción de los clientes y una disminución en los costos de transporte de dos niveles para una determinada demanda de un conjunto de clientes, que parte de un depósito central a un depósito intermedio denominados satélites, en los cuales se consolida y posteriormente es enviado a un grupo de clientes.

## 1. Objetivos

### 1.1. Objetivo general

Solucionar el problema de ruteo de vehículos capacitado de dos escalones con restricción de ventanas de tiempo aplicando técnicas de optimización matemática.

### 1.2. Objetivos específicos

- Realizar una revisión bibliográfica de la literatura sobre el problema de ruteo de vehículos de dos escalones con ventanas de tiempo.
- Formular el modelo de optimización de ruteo de vehículos que se ajuste al problema a tratar.
- Seleccionar las técnicas de optimización del problema en mención.
- Desarrollar los algoritmos propios de las técnicas mediante el software MATLAB.
- Validar y evaluar los algoritmos desarrollados en cuanto a eficacia y desempeño.
- Elaborar un artículo de carácter publicable acerca de la investigación.

## **2. Cuerpo del trabajo**

### **2.1. Planteamiento del problema**

En un mundo cada vez más competitivo y globalizado las compañías que presentan una visión de mejora continua buscan prestar atención a las operaciones logísticas en pro de ser más eficientes y competitivas; además de esto, la sostenibilidad corporativa y el transporte verde constituyen algunos de los indicadores que identifican a una empresa que tiene claro este enfoque.

Es así como la administración de la cadena de suministro (SCM) toma vital importancia en cualquier sector empresarial, más específicamente las redes de distribución en las que la demanda de un conjunto de clientes debe ser consolidada en instalaciones fijas para su posterior distribución.

Para poder realizar dicha distribución, es necesario establecer el modo de transporte para el traslado físico de mercancías desde el punto de origen al de destino. Dentro de los diferentes modos de transporte, donde se encuentran: fluvial, marítimo, aéreo, ferroviario y terrestre. Este último es el más generalizado debido a una infraestructura vial universal donde se puede acceder a casi cualquier punto desde el origen de la carga sin necesidad de hacer transbordo lo cual permite una gran versatilidad. En Colombia la carga transportada por este medio ascendió al 73% para el año 2013, además de esto los elevados costos logísticos en el país que equivalen al 23% del PIB comparado con el 9% de los 34 países que constituyen la organización para la cooperación y el desarrollo económico (OECD) (Clavijo S, et al., 2014). Lo anterior refleja una necesidad de mejora en el proceso logístico que se puede dar mediante técnicas de optimización matemática.

Un elemento común de las redes de distribución terrestre es el aspecto de ruteo de vehículos que considera la manera apropiada de distribuir la mercancía a través de la cantidad de niveles que tenga un determinado sistema. Existen dos estrategias principales de distribución: envío directo y distribución multi-escalón. En el envío directo, los vehículos desde un depósito llevan su carga directamente al destino, mientras que en los sistemas de niveles múltiples la carga se entrega desde el depósito a los clientes a través de puntos intermedios denominados satélites (Mora, 2014).

En la última década, los profesionales en dirección de operaciones, han introducido sistemas multi escalón en diferentes áreas, empresas de logística y de servicios de entrega urgente, como el servicio de entrega express, distribución de productos comestibles e hipermercados, comercio electrónico, servicios de entrega puerta a puerta, distribución de prensa, distribución de repuestos en el mercado automotriz y logística en la ciudad, convirtiendo a este sistema en una herramienta clave, que bajo los planteamientos y técnicas de optimización adecuadas contemplan una reducción de costos y de tiempo en las entregas, generando de manera intrínseca no sólo la satisfacción de los clientes sino también un impacto positivo en la sociedad al mejorar la calidad de vida de las personas, puesto que ocasiona una disminución en la contaminación, la congestión vehicular y el ruido en la ciudad.

La investigación en los últimos años ha pasado a tener un papel determinante para la supervivencia y el desarrollo de las industrias, debido a que se tiene la necesidad de comprar, almacenar, controlar, transportar y manipular los materiales, equipos y suministros que sus operaciones requieren para dar cumplimiento a los planes trazados. Esta necesidad requiere de la existencia de una estructura que facilite la realización del proceso industrial, es por esto que la logística urbana juega un papel de vital importancia, en especial la cadena de suministro en donde

se presentan problemas de ruteo, dentro de los cuales se encuentra el ruteo de vehículos de dos escalones con ventanas de tiempo (2E-CVRPTW). Para generar soluciones oportunas y de calidad es necesario recurrir a métodos heurísticos, metaheurísticos y exactos que según los avances han apuntado a encontrar soluciones oportunas y en tiempos ideales en marco de las estrategias operativas. Es por esto que, atendiendo las recomendaciones de Niño Sáenz, A. (2017) el cual evidencia tendencias de adicionar nuevas restricciones como las relacionadas con las ventanas de tiempo, emisiones al ambiente, flotas heterogéneas en cada escalón y el impacto de la congestión vehicular en los costos, es de gran importancia continuar con la aplicación de diversas técnicas que permitan generar buenas soluciones factibles al problema de 2E-CVRPTW.

## **2.2. Metodología**

### ***2.2.1. Revisión de literatura***

El primer paso para dar comienzo a la revisión de literatura es la creación de una ecuación de búsqueda que permita reducir la cantidad de artículos que guardan relación con el tema a tratar, dicha ecuación contiene términos relacionados al problema como lo son ruteo de vehículos (vehicle routing), dos escalones (two echelon) y ventanas de tiempo (time windows) que junto con operadores lógicos permite reducir la cantidad de artículos relacionados con el problema a 950 tal como muestra la Figura 1. Esto se realiza en la base de datos multidisciplinaria proporcionada por la Universidad Industrial de Santander llamada Scopus.

**Figura 1.***Ecuación de búsqueda adaptada de la base de datos SCOPUS*

vehicle routing two echelon two levels	ALL ("vehicle routing" AND ("two echelon" OR "two levels") AND "time windows")	950
--	--	-----

**Fuente:** Elaboración propia

Posteriormente se hizo una refinación hasta el año 2010 con respecto a la fecha de publicación, excluyendo áreas que no son de interés tales como medicina, química, bioquímica, agricultura y psicología obteniendo un total de 892 artículos, adicional a esto se excluye los libros y capítulos de libros como tipos de documento, luego de esta depuración queda un total de 842 artículos para su posterior revisión tal como lo muestra la figura 2.

**Figura 2.***Resultado de la búsqueda en SCOPUS*

vehicle routing two echelon t...vels FINAL	ALL ("vehicle routing" AND ("two echelon" OR "two levels") AND "time windows") AND (LIMIT-TO (PUBYEAR, 2020) OR LIMIT-TO (PUBYEAR, 2019) OR LIMIT-TO (PUBYEAR, 2018) OR LIMIT-TO (PUBYEAR, 2017) OR LIMIT-TO (PUBYEAR, 2016) OR LIMIT-TO (PUBYEAR, 2015) OR LIMIT-TO (PUBYEAR, 2014) OR LIMIT-TO (PUBYEAR, 2013) OR LIMIT-TO (PUBYEAR, 2012) OR LIMIT-TO (PUBYEAR, 2011) OR LIMIT-TO (PUBYEAR, 2010)) AND (EXCLUDE (SUBJAREA, "AGRI") OR EXCLUDE (SUBJAREA, "CENG") OR EXCLUDE (SUBJAREA, "CHEM") OR EXCLUDE (SUBJAREA, "BIOC") OR EXCLUDE (SUBJAREA, "EART") OR EXCLUDE (SUBJAREA, "MEDI") OR EXCLUDE (SUBJAREA, "ARTS") OR EXCLUDE (SUBJAREA, "PSYC")) AND (EXCLUDE (DOCTYPE, "ch") OR EXCLUDE (DOCTYPE, "bk"))	842
--	---	-----

**Fuente:** Elaboración propia

Con la ecuación de búsqueda resumida a 842 artículos se realiza una revisión al contenido de cada uno de los artículos, dando como resultado 100 artículos que guardan relación directa con el tema de interés, son revisados y analizados obteniendo un total de 29 artículos, los cuales abordan la problemática planteada y generan avances en la investigación. Se realiza una segmentación en 3 temas, el primero enrutamiento de vehículos capacitados (CVRP) el cual es la base inicial del problema, de manera posterior y añadiendo un grado de dificultad a el problema ruteo de vehículos capacitados de dos escalones (2E-CVRP) seguido de artículos que tienen una mayor relación con el problema de interés; ruteo de vehículos capacitados con ventanas de tiempo (CVRPTW).

### ***2.2.2. Marco de referencia***

Para la elaboración del marco de referencia se consulta la base de datos de la biblioteca de la Universidad Industrial de Santander (UIS) para conocer qué proyectos de grado en el área de investigación con respecto al tema de interés se han realizado en los últimos años, encontrando 3 proyectos que guardan relación con el tema, siendo uno de ellos la guía para la continuación del proyecto añadiendo una variable de estudio (ventanas de tiempo) que modifica el problema y añade un grado de dificultad a el trabajo de investigación. Estos artículos se mencionan en el marco de antecedentes.

Posteriormente se da inicio a la conformación del marco teórico el cual menciona temas de interés para la investigación como lo son:

- Optimización matemática.
- Modelos matemáticos.

- Optimización combinatoria.
- Complejidad computacional.
- Problemas de CVRP.
- Problemas de 2E-CVRP.
- Problemas de CVRPTW.
- Problemas de 2E-CVRPTW.

Adicional a esto otros conceptos importantes que guardan relación y son relevantes para la investigación.

### ***2.2.3. Formulación del modelo***

A partir de la revisión de la literatura, del problema clásico de ruteo de vehículos capacitados (CVRP) se consideró el modelo implementado por Niño (2018) en el marco del ruteo de vehículos capacitados de dos escalones (2E-CVRP) el cual fue propuesto inicialmente por Zeng et al (2014), del modelo en mención se realiza una adaptación añadiendo restricciones relacionadas con las ventanas de tiempo dando como resultado el modelo presentado (2E-CVRPTW).

### ***2.2.4. Selección y desarrollo de las técnicas***

Durante la revisión de la literatura se mantuvo el enfoque en los métodos de solución que se asemejan a la problemática planteada, seleccionando las técnicas que brindan una mayor cobertura y por ende una buena solución para ser adaptadas al tema en mención y estas son: *Algoritmo genético* y *Búsqueda Tabú (TS)* que posteriormente serán desarrolladas de acuerdo con la literatura y mediante el software Matlab, con el fin de obtener una solución al problema.

### ***2.2.5. Validación y evaluación***

Luego de haber seleccionado las técnicas se realiza una validación mediante experimentos numéricos que ayuden a comprobar la efectividad de las técnicas a programar y poder obtener la búsqueda esperada.

Para la evaluación de las técnicas se revisan las instancias atribuidas del trabajo base de Niño (2018) “Ruteo de vehículos capacitados de dos escalones (2E-CVRP)” y se realizan experimentos numéricos en búsqueda de obtener soluciones óptimas y aportar con mejoras en la literatura.

### ***2.2.6. Artículo publicable***

Se realiza un artículo de carácter publicable que contiene la problemática de ruteo de vehículos capacitado de dos escalones con restricción de ventanas de tiempo (2E-CVRPTW).

## **3. Revisión de la literatura**

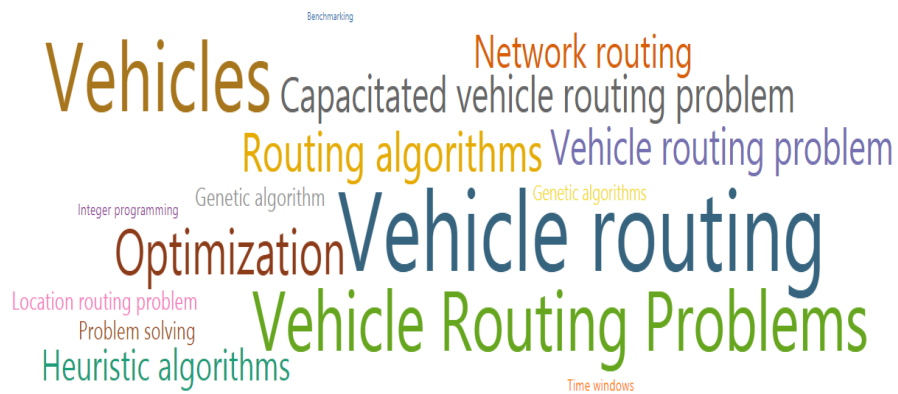
### **3.1. Análisis bibliométrico**

El análisis de las publicaciones científicas se presenta como una pieza fundamental dentro del proceso de investigación, por esto se ha convertido en una herramienta que permite evaluar la calidad del proceso, por tanto, es una parte indispensable dentro de la investigación, para este caso dicho análisis se realiza mediante el software vantage point search technology proporcionado por la Universidad Industrial de Santander en el cual se evalúan un total de 100 artículos que guardan relación con el tema de interés.

En la figura 3, se evidencia una nube de palabras clave, la cual presenta la relevancia que tienen algunos conceptos dentro de la investigación. La palabra clave que más se repite es “vehicle routing” con un total de 60 veces seguido de “vehicles” y “vehicle routing problem” las cuales se encuentran presentes en 47 y 38 documentos respectivamente.

### Figura 3.

*Nube de palabras clave*

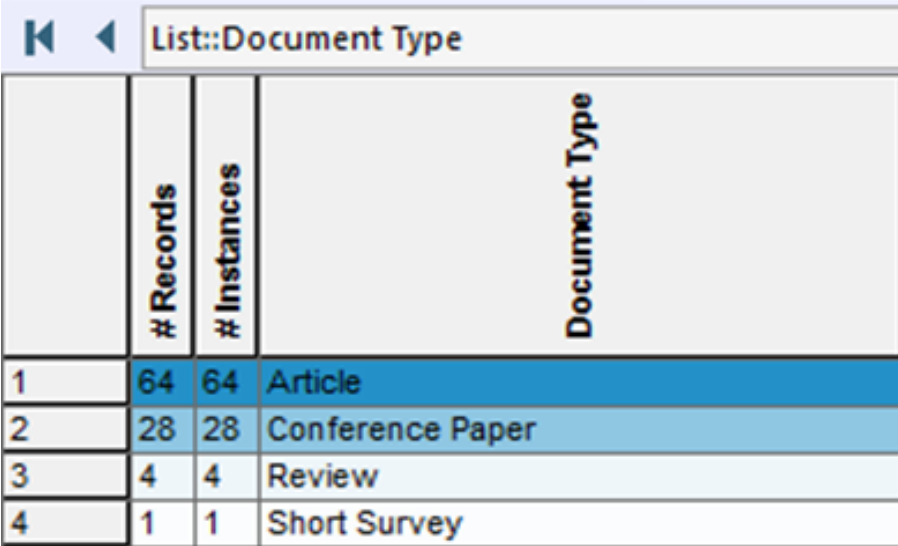


**Fuente:** Elaboración propia adaptado de vantage point (2019).

En la figura 4, se observa el tipo de documento que arroja la base de datos siendo en su mayoría artículos académicos seguidos de “conference paper” tal como lo muestra la figura.

### Figura 4.

*Tipo de documento*



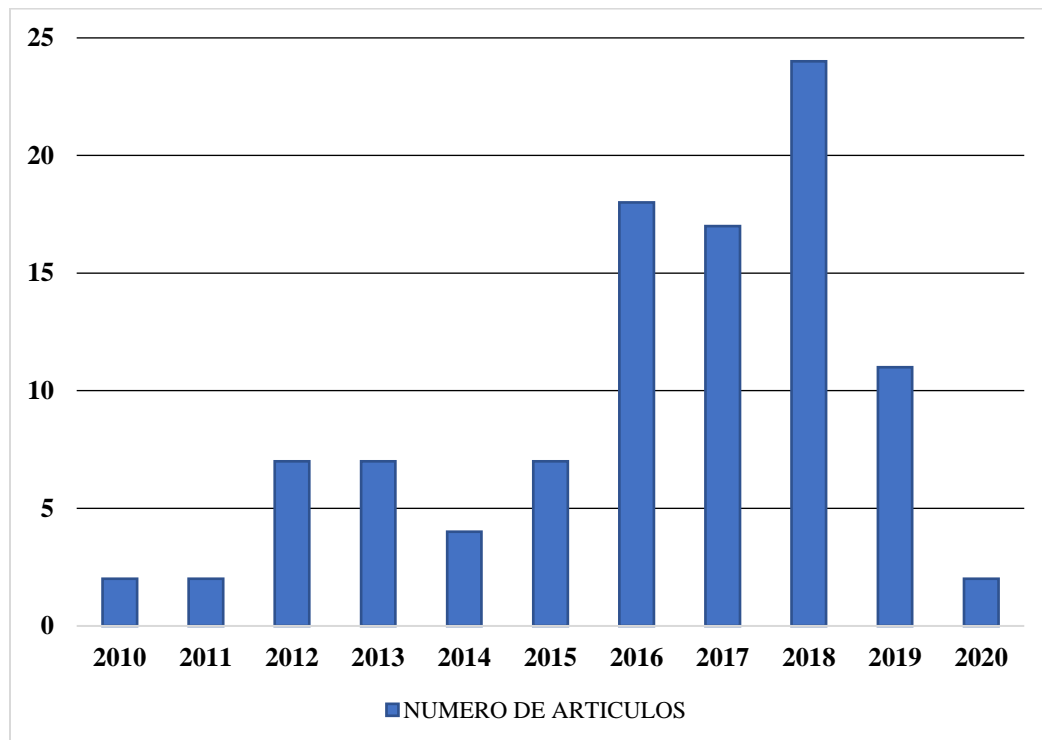
	# Records	# Instances	Document Type
1	64	64	Article
2	28	28	Conference Paper
3	4	4	Review
4	1	1	Short Survey

**Fuente:** Elaboración propia adaptado de vantage point (2019).

En la figura 5 se muestra el número de publicaciones entre los años 2010 y 2019, siendo el año 2018 en el cual hubo la mayor cantidad de publicaciones con 24 artículos, el grafico muestra una creciente tendencia de investigación sobre el tema.

**Figura 5.**

*Diagrama de barras del año de publicación*



**Fuente:** Elaboración propia

El número de veces que citan algunos de los artículos, los cuales forman parte de la revisión de literatura, tal como lo muestra la figura 6.

**Figura 6.**

*Numero de citas por artículo. Adaptado de vantage point 2019*

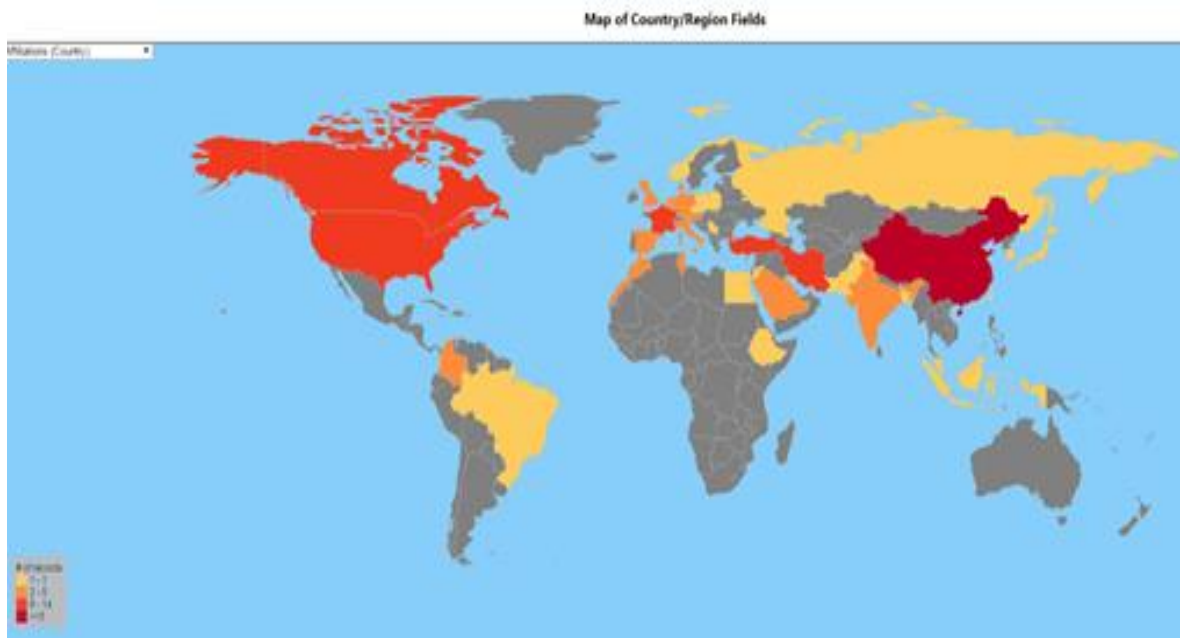
	# Records	# Instances	Times Cited
1	1	1	219
2	1	1	186
3	1	1	163
4	1	1	156
5	1	1	144
6	1	1	100
7	1	1	75
8	1	1	71
9	1	1	61
10	1	1	58
11	1	1	55
12	1	1	45
13	2	2	42
14	1	1	41
15	1	1	39
16	1	1	37
17	2	2	32
18	1	1	31
19	1	1	29
20	1	1	23
21	1	1	22
22	1	1	19
23	2	2	17
24	1	1	16
25	2	2	15
26	2	2	11
27	2	2	10

**Fuente:** Elaboración propia adaptado de vantage point (2019).

La figura 7 denota la procedencia de los artículos representando el color rojo una cantidad mayor a 15 publicaciones; destacando países como Estados Unidos, Canadá, China y Rusia entre otros.

**Figura 7.**

*Mapa de procedencia de los documentos. Adaptado de vantage point 2019*



**Fuente:** Elaboración propia adaptado de vantage point (2019).

## 3.2. Análisis preliminar de la literatura

### 3.2.1. Problemas de enrutamiento de vehículos

Los autores Alssager & Othman (2016), abordan el problema de ruteo de vehículos capacitados (CVRP) y plantean 4 técnicas a utilizar, un algoritmo inteligente de gotas de agua (IIWD), un algoritmo de búsqueda avanzada de cuco (ACS) y dos metaheurísticas híbridas propuestas llamados algoritmo híbrido de búsqueda local (LSHA) y algoritmo híbrido posterior a la optimización (POHA). Posteriormente resuelven casos conocidos de la literatura para evaluar las técnicas; además, utilizan unas pruebas estadísticas críticas para comparar las técnicas utilizadas

con otras utilizadas abordadas de manera previa en la literatura, con las cuales concluyen que los algoritmos LSHA Y POHA pueden hacer frente de manera efectiva a la solución de estos problemas.

Por su parte, Lima & de Araújo (2018) presentan una solución al problema de CVRP mediante el algoritmo genético (GA) presentando un esquema de codificación binaria haciendo un enfoque hacia la eficiencia de la solución obteniendo un buen desempeño con respecto a la literatura considerando los costos computacionales y la calidad de las soluciones, sin embargo denotan una posible mejora mediante el uso de operadores de búsqueda locales tales como k-opt, OR-opt, k-Point Move y también incorporando algún algoritmo de búsqueda local.

### ***3.2.2. Problemas de enrutamiento de vehículos de dos escalones***

En primer lugar, Contardo, Hemmelmayr & Crainic, (2012) propusieron un método de solución exacto y metaheurísticas para un problema de enrutamiento de ubicación de dos niveles (2E-CLRP), introdujeron un algoritmo de ramificación y corte basados en la nueva formulación de flujo de vehículos de dos índices que proporciona los medios para resolver instancias de tamaño mediano de hasta 50 clientes y 10 satélites e incluyeron un nuevo método de solución metaheurística Adaptive Large Neighborhood Search (ALNS) que superó los métodos heurísticos anteriormente presentados en la literatura, produce límites superiores no más allá de un 3.06% de los límites inferiores obtenidos con el método exacto.

En segundo lugar, Crainic, Hemmelmayr & Cordeau (2012) plantean un marco general con problemas de ubicación y decisiones de enrutamiento, para el cual desarrollan una heurística adaptativa de búsqueda de vecindario grande (ALNS) en el problema de enrutamiento de vehículos

de dos niveles que arrojó excelentes resultados. Plantean un nuevo método de solución para el 2E-VRP que supera los algoritmos existentes, muestran que el LRP de un solo nivel se puede modelar como un caso particular del 2E-VRP y finalmente presentan un conjunto de instancias para el 2E-VRP que contiene hasta 200 clientes y 10 satélites.

En tercer lugar, He (2012) da su aporte a la investigación y presenta un algoritmo heurístico híbrido para el mismo año, con el fin de resolver el problema de ruteo de vehículos de dos escalones combinando el algoritmo de colonia de hormigas junto con el algoritmo de búsqueda local, esta combinación la aplica a 22 ejemplos de referencia y 3 a gran escala mostrando una reducción de la calidad frente a otras soluciones, pero evidenciando una mejora considerable en cuanto a la velocidad de la solución.

En cuarto lugar, Xu et al., (2013) proponen el algoritmo memético como la técnica para darle solución al problema de enrutamiento de vehículos de dos escalones (2E-VRP) y las pruebas computacionales en algunas instancias de referencia muestran que el algoritmo propuesto presta más atención al equilibrio entre la calidad y la eficiencia de la solución. Por su parte, Zeng et al., (2014) plantean una técnica para resolver un problema de enrutamiento de vehículo de dos niveles (2E-VRP) llamada heurística híbrida que se compone de un codicioso procedimiento de búsqueda adaptativa aleatoria (GRASP) con un procedimiento de primer clúster-segundo incrustado en ruta y un descenso de vecindad variable (VND), denominado GRASP + VND, método que ha resuelto varios tipos de problemas de enrutamiento.

En este orden de ideas, Soysal, Bloemhof-Ruwaard, & Bektaş (2015) presentaron formulación integral de MILP para un problema de enrutamiento de vehículos capacitado de dos escalones dependiente del tiempo (2E-CVRP), incorporan estimaciones detalladas del consumo de

combustible basadas en factores como el tipo de vehículo, la velocidad del vehículo que puede cambiar de acuerdo con la densidad del tráfico en un momento y lugar determinado, la carga, las emisiones y el tiempo en los resultados sugieren que se obtiene una solución ecológica a partir de un sistema de distribución de dos niveles, mientras que el de un solo nivel solo proporciona una reducción de costos. Los autores, Grangier et al., (2016) plantearon un problema de enrutamiento de vehículos de viaje múltiple de dos niveles con sincronización satelital (2E-MTVRP-SS) bajo una metodología que integra restricciones que surgen en la logística de la ciudad como las ventanas de tiempo, sincronización y viajes múltiples. Para darle solución al problema proponen una búsqueda adaptativa de vecindario grande.

En concordancia, Li et al., (2016) también plantean un problema táctico que no involucró decisiones de ubicación, vincularon un problema de enrutamiento del vehículo (VRP) en el nivel de entrega de la ciudad interior con el enrutamiento de tractores y semirremolques con demanda de muchos a muchos (TSRP-MMD) y lo llamaron problema de enrutamiento de vehículos de dos niveles con restricción de tiempo en los sistemas de entrega de línea (2E-TVRP) considerando las emisiones de dióxido de carbono ( $CO_2$ ), presentan el algoritmo heurístico de ahorro de Clarke y Wright (CW) mejorado por una fase de búsqueda local. En este sentido, Ouhader & Elkyl (2016) formulan un modelado matemático de una cadena de suministro agrupada para su distribución bajo la forma del problema de enrutamiento de ubicación de dos niveles (2E-LRP) con el objetivo de evaluar los beneficios de la entrega conjunta de bienes en términos de costos y emisiones de  $CO_2$  proponiendo la programación lineal entera mixta para dar solución a lo planteado.

Arias & Niño (2017) implementan un híbrido metaheurístico para darle solución al problema de enrutamiento de vehículos capacitados de dos escalones (2E-CVRP) mediante la

técnica denominada GRASP en la formación de una solución inicial y el recocido simulado intensificada con los operadores 2-opt, Or-opt y Exchange. Asimismo, Wang, Lan & Zhao (2017), proponen un enfoque en algoritmo genéticos (GA) para resolver un problema de enrutamiento de vehículos capacitados de dos niveles con demandas estocásticas (2E-CVRPSD), la dimensión estocástica hizo que el problema se convirtiera NP-difícil, de tal modo que recurrieron a metaheurística para resolver este problema dentro de un tiempo computacional razonable.

Los autores Belgin, Karaoglan, & Altiparmak (2018) presentaron una nueva variante del problema de enrutamiento de vehículos de dos niveles (2E-VRP) y proponen un modelo matemático basado en nodos para resolver el problema de enrutamiento de vehículos de dos niveles con un problema de recolección y entrega simultánea (2E-VRPSPD). Sin embargo, debido a la dureza NP del 2E-VRPSPD, desarrollaron un algoritmo híbrido basado en el descenso de vecindario variable (VND) y la búsqueda local (LS), llamada VND\_LS, para encontrar una solución para las instancias medianas y grandes del problema.

Finalmente, Liu et al., (2018) también dejan sus aportes en la investigación y presentan una nueva variante del 2E-CVRP que se origina en la reorganización del almacén para los minoristas, al cual lo llamaron problema de enrutamiento de vehículos capacitados de dos escalones con restricciones de agrupación (2E-CVRPGC), implementaron un algoritmo de ramificación y corte para darle solución.

### ***3.2.3. Problemas de enrutamiento de vehículos con ventanas de tiempo***

Los autores Fazel et al., (2013) proponen un modelo de programación con posibilidades limitadas (PCC) para un problema de enrutamiento de ubicación con ventanas de tiempo (LRPTW) bajo

incertidumbre, con demandas y tiempos difusos. Además, presentan un algoritmo de recocido simulado (SA), se empleó un método heurístico basado en la agrupación difusa de c-medias (FCM) con el método de distancia y barrido de Mahalanobis. El enfoque de solución propuesto es efectivo y robusto para resolver problemas con hasta 100 nodos de demanda en tiempos razonables.

Guenduez & Kadir (2013) plantea el recocido simulado bien organizado para dar solución al problema de enrutamiento de ubicación de una sola etapa con ventanas de tiempo (SSLRPTW), propuso una heurística basada en la búsqueda tabú y demostró que una decisión simultánea sobre la ubicación del depósito y la planificación de rutas lleva a soluciones mucho mejores que las decisiones secuenciales.

Por su parte, Kumar et al (2016) consideran una red de producción-distribución que se ocupa de un solo producto, y consiste en un nodo de planta y un conjunto de clientes geográficamente dispersos con su propio espacio de almacenamiento y desarrollaron un VRP que simultáneamente considera problemas de producción y enrutamiento de contaminación con ventana de tiempo (PPRP-TW). Proponen un algoritmo híbrido de optimización de enjambre de partículas de autoaprendizaje (SLPSO) en un marco de objetivos múltiples para resolver el MMPPRP-TW. Para establecer una eficiencia computacional superior del algoritmo SLPSO híbrido, realizaron una comparación con el algoritmo genético de clasificación no dominado II (NSGA-II).

Siguiendo el orden de ideas, Koç et al (2016), presentan un problema del tamaño de la flota y la combinación de enrutamiento de ubicación con ventanas de tiempo (FSMLRPTW) con una nueva variante LRP que amplía el problema de enrutamiento de ubicación al considerar una flota heterogénea y ventanas de tiempo. Desarrollaron un algoritmo híbrido de búsqueda evolutiva

(HESA) con la introducción de varios procedimientos algorítmicos específicos para el FSMLRPTW. De igual manera, Ponboon, Qureshi & Taniguchi (2016) para resolver el problema de enrutamiento de ubicación con ventanas de tiempo (LRPTW) tras determinar que la ubicación adecuada del centro de negocios se considera uno de los pasos más esenciales en la gestión de la cadena de suministro y proponen un enfoque integrado para determinar la solución exacta utilizando el algoritmo de sucursal y precio.

Las personas buscan mejorar la calidad del aire, comunidades más seguras y vidas más saludables. Estos componentes son esenciales para una mayor calidad de vida. La logística de la ciudad puede contribuir a hacer que las áreas urbanas sean más atractivas y productivas. Con el progreso de la urbanización en el mundo, aproximadamente la mitad de la población se concentra dentro de las áreas urbanas en 2010 de acuerdo con las estadísticas de las Naciones Unidas y se pronostica que esto aumentará al 70% en 2050. Se requieren políticas de logística de la ciudad para proporcionar mejores servicios con menores costos para los clientes, así como para reducir los impactos ambientales negativos y mejorar la seguridad.

Recientemente ha habido más preocupación por los problemas de salud en las sociedades que envejecen, la logística de la ciudad debe incorporar los problemas de salud, especialmente la atención domiciliaria, ya que la atención domiciliaria será más crítica con el aumento de las demandas de las personas mayores de servicios médicos y de enfermería en los hogares, ya que la capacidad de suministros es limitada.

La población de personas mayores de 65 años está aumentando en muchos países y los problemas de salud se han vuelto importantes, la atención médica y de enfermería de las personas

mayores en hospitales u hogares son problemas importantes en las sociedades que envejecen, se requieren mejores servicios para pacientes en condiciones de presupuestos y recursos limitados.

Como el número de camas en los hospitales es limitado, muchos pacientes tienen que quedarse en sus hogares para recibir atención médica y de enfermería y otros servicios de apoyo, incluida la entrega de medicamentos, alimentos y servicios de baño el número de pacientes ha aumentado debido al aumento de la población de personas mayores, pero el número de médicos, enfermeras y otro personal médico es limitado, la capacidad de los hospitales y clínicas también es limitada. Por lo tanto, existen brechas entre la demanda y la oferta de servicios de atención médica y de enfermería, en el pasado, los miembros de la familia cuidaban a parientes mayores en su hogar, pero hoy debido al cambio en la estructura familiar, los pacientes necesitan apoyo externo a su familia, en consecuencia, los problemas de atención médica domiciliaria (HHC) se han convertido en una nueva área de investigación en evolución con la aplicación de enrutamiento de vehículos.

Asimismo, Ait Haddadene, Labadie & Prodhon (2016) proponen generalizar el problema clásico de enrutamiento de vehículos relacionándola con la atención médica domiciliaria y debido a esto modelaron el problema de enrutamiento de vehículos con ventanas de tiempo, sincronización y precedencia (VRPTW-SP) que maximice la calidad de la atención de salud en el hogar al tiempo que controla los costos generados e implementaron un programa lineal de entero mixto, una heurística codiciosa y presentaron dos estrategias de búsqueda local y tres metaheurísticas para darle solución.

Otros autores como Song, Huang & Du (2016) formulan un problema de enrutamiento de vehículos con ventanas de tiempo (VRPTW) en modelos de gráficos y proporciona un esquema

de aproximación de tiempo cuasi polinomial y un esquema de aproximación de tiempo polinomial asintótico para los problemas bidimensionales y unidimensionales bajo la configuración Euclidiana, respectivamente; Wang et al (2018) desarrollaron un enfoque para encontrar las mejores ubicaciones para centros de distribución y poder resolver problemas de enrutamiento de ubicación de dos niveles con ventanas de tiempo, aplicando un algoritmo genético de clasificación no dominado modificado (M-NSGA-II) para optimizar la red de distribución y, Naccache, Côté, & Coelho (2018) consideran un problema de recolección y entrega con ventanas de tiempo (PDPTW) que fue resuelto mediante ramificación y encuadernación con el objetivo es obtener recorridos de vehículos factibles que cumplan con las solicitudes de recolección y entrega, mientras se minimizan los costos generales asociados con el enrutamiento de un conjunto de solicitudes.

En el problema de enrutamiento de vehículos capacitados con ventanas de tiempo (CVRPTW) hay un éxito significativo en el desarrollo de métodos exactos de ramificación y corte y heurística que pueden resolver sus numerosas instancias provenientes de la práctica de manera eficiente como lo hacen Khachay & Ogorodnikov (2018) al intentar proponer el primer EPTAS para CVRPTW que amplíe el enfoque.

Cerca de la actualidad autores como Belhaiza et al., (2019) siguen trabajando en este tema de investigación y plantean una solución al problema de ruteo de vehículos con ventanas de tiempo múltiple (VRPMTW) mediante el algoritmo genético (GA), la búsqueda de vecindad variable (VNS) y la búsqueda tabú de vecindad variable, este problema lo solucionan mediante tres heurísticas evolutivas; una de ellas arroja mejoras sustanciales en duración y distancia total recorrida en instancias de referencia y de la vida real.

Los autores Govindan, Jafarian & Nourbakhsh (2019) proponen tres técnicas de inteligencia de enjambre híbrido (PSO), algoritmo de mecanismo de electromagnetismo (EMA) y colonia de abejas artificiales (ABC), y cada una se hibrida con búsqueda de vecindad variable (VNS) con el objetivo encontrar el mejor diseño de red basado en los tres pilares de la sostenibilidad y darle solución al problema de enrutamiento de vehículos multiproducto con ventanas de tiempo (MPVRPTW).

Finalmente, luego de realizadas segmentación y depuración correspondiente se presentan las siguientes investigaciones que guardan relación a la problemática planteada definida como enrutamiento de vehículos capacitados de dos escalones con ventanas de tiempo (2E-CVRPTW).

#### ***3.2.4. Problemas de enrutamiento de vehículos de dos escalones con ventanas de tiempo***

Inicialmente, Nikbakhsh & Zegordi (2010) modelaron un problema de enrutamiento de ubicación de dos niveles con restricciones de ventana de tiempo suave (2ELRPSTW) y presentaron a modo de solución un algoritmo heurístico que trata de resolver el problema mediante la creación de una solución inicial, luego la mejora buscando en seis vecindarios de la solución y utilizando la heurística Or-opt.

Seguido de ello, Govindan et al (2014) presentan un problema de enrutamiento de ubicación de dos niveles con ventanas de tiempo debido a los apresurados cambios ambientales, legislativos y sociales que exigen un rediseño en las empresas cuyas cadenas de suministro tengan como foco principal el impacto en el medio ambiente y la sociedad, es por esto que proponen un modelo de optimización multiobjetivo en la cadena de suministros de alimentos percederos (SCN) para determinar el número y ubicación de las instalaciones que optimice la cantidad de

productos entregados en cada nivel. Plantean un enfoque híbrido entre búsqueda de vecindad variable adaptada (AMOVNS) y enjambre de partículas (MOPSO) de múltiples objetivos denominada MHPV.

## **4. Marco de referencia**

### **4.1. Marco de antecedentes**

En la Universidad Industrial de Santander se han realizado algunos trabajos de investigación que forman parte de la problemática planteada en el presente estudio, como lo es el problema de localización-ruteo y el ruteo de dos escalones. A Continuación, se dan a conocer algunos de los proyectos con temáticas afines y que aportan significativamente al desarrollo de investigación.

El autor Niño (2017) llevó a cabo un “estudio del problema de ruteo de vehículos de dos escalones” en donde se busca reducir los costos de transporte el cual está asociado a la distancia de los recorridos en las rutas, donde la primera ruta se entiende como ruta de primer nivel a la que conecta el depósito con uno o más centros de distribución también conocidos como satélites y la ruta de segundo nivel es la que conecta los centros de distribución con uno o más clientes que requieren una demanda de productos, la ruta de primer escalón parte del depósito central mientras que las de segundo escalón deben ser asignadas a alguno de los satélites. Se contó con flotas homogéneas para cada nivel con restricciones de capacidad para los satélites y los vehículos.

Reconoció distintas técnicas de solución que fueron previamente aplicadas a otros problemas de optimización e identificó un procedimiento de división que forma parte de la metaheurística GRASP, en el cual se estructura la construcción de la solución para el

planteamiento del problema 2E-CVRP al igual que la técnica de recocido simulado que dio rumbo a la búsqueda de vecindades para la mejora del problema, seleccionó el software MATLAB que fue el apropiado para generar la programación del algoritmo. Debido a la calidad de la solución llegó a disminuir el mejor valor encontrado en la literatura para una de las instancias en un 2,06% y además de esto, ve la necesidad de adicionar nuevas características como las emisiones al ambiente, ventanas de tiempo, flotas heterogéneas en cada escalón el impacto de la congestión en los costos que modelan situaciones de interés.

Por otro lado, Niño & Vargas (2018) desarrollaron un “algoritmo memético para el problema de localización y ruteo de vehículos con ventanas de tiempo en el proceso de recolección de residuos sólidos en el centro de la ciudad de Bucaramanga de la empresa de aseo de Bucaramanga-EMAB” con el objetivo de localizar estaciones de transferencia en los parque del centro de la ciudad y la generación de rutas que permitan satisfacer las ventanas de tiempo de los cliente y para darle solución al problema combinó operadores de búsqueda local, denominado algoritmo memético con el fin de minimizar costos, algoritmo que ejecuta por medio del lenguaje de programación Python y validado con la literatura de Prodhon y Barreto para el problema localización - ruteo capacitado al no existir instancias para el LRPTW. Adicional a esto, propone infraestructura innovadora para las estaciones con solución logística y ambiental en el proceso de recolección de residuos sólidos urbanos.

Por su parte, Angarita (2018) plantea “un modelo para la localización de depósitos centrales y ruteo de vehículos de dos escalones aplicado a la distribución de recursos humanitarios durante las fases de pre y pos-desastre” con el objetivo de minimizar el costo total, considerando la capacidad de las instalaciones o depósitos centrales sumado de una flota heterogénea y una

demanda determinística, teniendo en cuenta la importancia de la cadena de suministro humanitaria formuló el problema como un modelo de programación lineal entera mixta. Propone un algoritmo genético (AG) y una nueva codificación de la solución y la funcionalidad fue validada con experimentos numéricos.

Los resultados obtenidos con este algoritmo genético dada la complejidad del problema muestra soluciones óptimas en tiempos computacionales razonables que están por debajo de los 30 minutos. Finalmente, este trabajo brinda una herramienta computacional que apoya el área de la logística humanitaria o comercial, tanto al definir los vehículos a utilizar en cada nivel como al construir rutas que permitan atender la demanda de los clientes.

## 4.2. Marco teórico

### 4.2.1. Optimización matemática

La optimización constituye un proceso en el que se encuentra la mejor solución de un problema, donde aquella solución ideal se adapta con criterios previamente establecidos donde la función objetivo es sometida a un conjunto de restricciones que deben cumplirse necesariamente las cuales juegan un papel fundamental debido a que agregan realismo al modelo. La representación que toma el modelo de forma general es la siguiente:

$$\text{Min ó Max } f(x), x = [x_1, x_2, \dots, x_n]^T \in \mathbb{R}^n$$

**Sujeto a:**

$$g_j(x) \leq 0, \quad j = 1, 2, \dots, m$$

$$h_j(x) = 0, \quad j = 1, 2, \dots, r$$

Donde  $f(x)$ ,  $g_j(x)$  y  $h_j(x)$  son funciones escalares del vector  $X$ . los componentes  $x_i$  de  $x = [x_1, x_2, \dots, x_n]^T$  son llamados variables de diseño,  $f(x)$  es la función objetivos,  $g_j$  denota las funciones de restricción de desigualdad respectivas y  $h_j(x)$  las funciones de restricción de igualdad.

#### 4.2.2. Modelos matemáticos

Hay varias formas de clasificar los modelos matemáticos, ya sea por la existencia de restricciones, en la que el modelo podría ser restringido o no restringido; la naturaleza de la ecuación en donde el modelo puede ser lineal o no lineal; o dependiendo de los valores válidos de las variables, donde estos valores pueden ser reales o enteros, y determinísticos o estocásticos.

A partir de esto, se da una explicación de los modelos matemáticos de acuerdo con la naturaleza de la ecuación, abordando los dos siguientes modelos:

**4.2.2.1. Modelos de programación lineal.** La programación lineal busca resolver problemáticas donde todas las relaciones entre las variables son lineales, tanto en las restricciones como en la función objetivo, si llega a existir alguna relación no lineal, entonces todo el modelo deja de serlo; este tipo de modelos tiene aplicaciones en el área de la ingeniería, la ciencia y la industria, entre otros un problema de este tipo puede plantearse de forma general de la siguiente manera:

$$\text{Min ó Max } Z = f(x) = \sum_{j=1}^n c_j x_j$$

Sujeto a:

$$\sum_{j=1}^n a_{ij} x_j = b_i, \quad i = 1, 2, \dots, p - 1$$

$$\sum_{j=1}^n a_{ij} x_j \geq b_i, \quad i = p, \dots, q - 1$$

$$\sum_{j=1}^n a_{ij} x_j \leq b_i, \quad i = q, \dots, m$$

$$1 \leq p \leq q \leq m$$

**4.2.2.2. Modelos de programación no lineal.** Este tipo de modelos permiten romper con la suposición de linealidad. Hay una gran variedad de problemas que se modelan por medio de la programación no lineal. Los cuales tienen aplicaciones en topología y economía, así como también en problemas con implicaciones de distancias, como por ejemplo los problemas de localización. El siguiente es el planteamiento del modelo general:

$$\text{Min ó Max } f(x), \quad x = [x_1, x_2, \dots, x_n]$$

Sujeto a,

$$g_j(x) \leq b_i \quad \text{Para } i = 1, 2, \dots, m$$

$$x \geq 0$$

Donde  $f(x)$  y  $g_i(x)$  son funciones dadas de  $n$  variables de decisión.

### 4.2.3. Optimización combinatoria

Estudia los problemas que se caracterizan por presentar una cantidad finita de soluciones factibles y trabaja con variables discretas, al ser esta, una rama de la optimización en matemáticas aplicadas y la ciencia de la computación.

En términos generales, un problema de optimización consiste en encontrar el valor de ciertas variables de decisión para maximizar o minimizar determinada función objetivo, sujeta a un conjunto de restricciones. Comúnmente, se trata de maximizar cuando se hace referencia a utilidades o ganancias, y cuando se trata de minimizar, se habla de costos. Un problema de optimización combinatoria puede ser definido por:

- Un conjunto de variables  $x = (x_0, x_1, x_2, \dots, x_n)$
- Un dominio de las variables  $D_0, D_1, D_2, \dots, D_n$
- Restricción entre variables
- Una o varias funciones objetivos para maximizar o minimizar, donde  $f: D \rightarrow R$

El conjunto de todas las posibles asignaciones factibles es:

$$S = \{s: (X_1, V_1), \dots, (X_n, V_n)\}$$

Donde  $X_1 \in D_1$ , y  $s$  satisface todas las restricciones.

Así, resolver un problema de optimización combinatoria consistirá en encontrar una solución  $s^* \in S$  tal que,  $f(s^*) \leq f(s)$  para cualquier  $s \in S$  si se minimiza o  $f(s^*) \geq f(s)$  si se maximiza.

En estos problemas, las variables se agrupan en varios conjuntos que representan objetivos e incluyen una estructura de datos compleja, como permutaciones, grafos, árboles, etc. Cada una de las variables del problema es ubicada en ciertas posiciones generando una configuración la combinatoria se encarga de estudiar dichas configuraciones. En los problemas combinatorios se trata de buscar cual es la mejor configuración, para conocerla se construyen una o más funciones de valor sobre el espacio de las configuraciones; según la cantidad de funciones de valor construidas, los problemas combinatorios pueden ser de un solo objetivo o multi objetivo.

Por lo tanto, los problemas de optimización combinatoria son clasificados de acuerdo con su complejidad computacional, y esto ha llevado al desarrollo de muchos algoritmos para llegar a la solución del problema; no solo es útil para comprender la complejidad de los algoritmos, también permite validar si la propuesta de solución es óptima.

#### ***4.2.4. Complejidad computacional***

Los problemas de optimización pueden ser clasificados de acuerdo con el tiempo computacional requerido para encontrar una solución, teniendo en cuenta la teoría de complejidad computacional, como lo establecen Johnson & Garey (1979) en clases de complejidad:

- *Clase P*: Contiene aquellos problemas de decisión que una máquina de Turing determinista puede resolver en tiempo polinómico. Este tipo de problemas pueden ser resueltos en tiempo computacional razonable, por ejemplo, ejercicios de ordenación, búsqueda, entre otros.
- *Clase NP*: Esta clase está conformada por aquellos problemas que no pueden resolverse en un tiempo polinomial. Este conjunto de problemas puede ser resuelto en tiempo polinómico

por una máquina Turing no determinista. Cabe resaltar que los problemas de tipo NP son verificables en tiempos polinómicos, es decir, dada una posible solución para una instancia, es posible comprobar que es válida en un tiempo  $n^k$ .

- *Clase NP-Complete:* Es un subconjunto de la clase NP, este tipo de problemas se caracterizan por ser los de mayor complejidad dentro de su grupo, por lo cual es menos probable encontrar una solución en tiempo polinómico, dado que cualquier problema en NP se puede reducir a cada uno de los problemas de NP-Complete.
- *Clase NP-Hard:* En esta clase se encuentran los problemas que son por lo menos tan difíciles como los NP; sin embargo, no se encuentra establecida su complejidad, por lo tanto, puede ser más difícil un problema de esta categoría, que uno clasificado como NP-Complete. El tiempo de ejecución de un algoritmo que intenta solucionar un problema de clase NP-Hard, aumenta de forma exponencial respecto al tamaño del problema.

#### 4.2.5. *Conceptos importantes*

- *Ruteo:* Proceso mediante el cual se especifica o determina un camino entre dos puntos de la red, es decir, entre el nodo de origen y nodo de destino.
- *Localización:* Hace referencia al lugar físico donde se ubicará la instalación o depósito, el conjunto de ubicaciones es llamado espacio de solución y puede ser representado de forma continua, discreta o sobre redes como lo describe Álvarez (2009).
- *Espacio continuo:* Se conoce generalmente un conjunto de sitios potenciales para la localización de una instalación específica en el espacio geográfico que se está considerando y el resultado, es la selección de uno o varios sitios potenciales.

- *Espacio discreto*: Se tiene un espacio determinado por coordenadas que varían de modo continuo y en la cual la generación de los sitios candidatos para la localización se deja al modelo, asumiendo que no se conocen estos sitios previamente.
- *Representación de redes*: Comúnmente llamado grafo, puede ser continuo, cuando los posibles lugares de ubicación se encuentran tanto en vértices como en cualquier otro punto sobre los arcos del grafo, o discreto, si únicamente los vértices son candidatos para ubicar las instalaciones.
- *Cliente*: Este término se usa para denotar los objetos que requieren o demandan acceso a un producto o servicio. De los clientes se debe conocer su comportamiento, demanda y distribución.
- *Comportamiento*: Se refiere a las preferencias del cliente por seleccionar la instalación que le presta el servicio u ofrece el producto.
- *Demanda*: A cada cliente se le asigna un valor que representa la cantidad de servicio o producto que requiere. Esta demanda puede ser estocástica o determinística.
- *Distribución*: Los clientes se distribuyen uniformemente en el espacio o en los vértices de una red.

#### **4.2.6. Problema de ruteo de vehículos VRP**

El problema clásico de la familia de problemas de ruteo es el VRP, el cual fue introducido en 1959 por Dantzing y Ramser, y además de haber sido estudiado, se han aplicado a este problema métodos de solución exactos, heurísticos y metaheurísticos. Es uno de los problemas más comunes en la optimización de operaciones logísticas y uno de los más estudiados; plantea la búsqueda de

la solución óptima con diferentes restricciones tales como: número de vehículos, su capacidad, localización de los centros de distribución, lugares de destino (clientes) y demanda de los clientes.

El problema consiste en plantear un grupo de rutas que empiezan y terminan en un depósito, para una flota de vehículos que cumplen con la demanda determinística de un conjunto de clientes, la capacidad de los vehículos no puede excederse y cada cliente debe ser visitado por un solo vehículo, lo que a su vez reduce los costos asociados a las rutas.

#### ***4.2.7. Problema de ruteo de vehículos con ventanas de tiempo VRPTW***

Debido al desarrollo continuo de VRP, las ventanas de tiempo es una restricción que se agrega al problema de enrutamiento del vehículo, donde se debe tener en cuenta el tiempo de envío y la ventana de tiempo que se debe principalmente a la fecha límite del cliente en el cual recibe el servicio, bajo el requisito de que el punto de demanda sea requerido para la hora de llegada del vehículo. Este debe cumplir con el límite de la ventana de tiempo del punto de la demanda, mientras que el límite de la ventana de tiempo en el punto de la demanda se puede dividir en dos: la ventana de tiempo difícil, que requiere que el vehículo debe llegar dentro el tiempo establecido, un posible retraso significa el rechazo de la entrega, y la ventana de tiempo suave no implica que necesariamente la llegada del vehículo sea dentro de la ventana de tiempo, pero debe ser castigada al llegar fuera de la ventana de tiempo por la espera alternativa.

La función de costos, no solo se ve afectada por los costos de transporte, sino que también considera el costo de tiempo, y el costo de la multa al no realizar la entrega dentro del límite de tiempo establecido, por lo que es muy importante encontrar una buena relación entre espacio y tiempo.

#### ***4.2.8. Problema de ruteo de vehículos de dos escalones 2E-VRP***

El transporte de carga en áreas urbanas en los últimos años ha recibido gran importancia. Debido al aumento de la congestión del tráfico, los problemas medio ambientales y el bajo promedio de carga de camiones, han surgido nuevas políticas e iniciativas para prohibir los camiones grandes en los centros de las ciudades, lo que es conocido como logística en la ciudad y representa un movimiento desde estrategias de envío directo independientes hacia sistemas logísticos integrados. A partir de esto, los sistemas de distribución de múltiples niveles y particularmente los sistemas de dos niveles a menudo se proponen como una alternativa a los sistemas de distribución actuales.

El problema de enrutamiento de vehículos de dos niveles consiste en enrutar la carga desde un depósito central a los clientes a través de un conjunto de sitios intermedios. El depósito es un sitio de logística intermodal llamado centro de distribución (DC). Tiene cierta capacidad de almacenamiento, y es donde tiene lugar la consolidación. Los sitios intermedios, generalmente llamados satélites, tienen poca o ninguna capacidad de almacenamiento, pero están ubicados más cerca de los clientes. En dicho problema se involucran dos flotas de vehículos, los de primer nivel que llevan las solicitudes del centro de distribución a los satélites, y los de segundo nivel son los que llevan las solicitudes de los satélites a los clientes. Los vehículos de primer nivel suelen ser significativamente más grandes que los de segundo nivel.

#### ***4.2.9. Métodos de solución para los problemas de optimización combinatoria***

Los problemas de optimización se han convertido en atractivos para la investigación por sus diversas aplicaciones prácticas en el mundo real. Dada la existencia de los problemas con una complejidad computacional NP, surgen diferentes métodos de solución en los que se encuentran

los métodos exactos y los métodos aproximados que son utilizados para los problemas NP-Hard debido a que las características de estos problemas requieren de tiempo computacional muy elevado para obtener la solución óptima; sin embargo, gracias a estos métodos aproximados se logra establecer una respuesta cercana a la óptima en un tiempo razonable.

**4.2.9.1. Métodos exactos.** Este método busca encontrar la solución óptima a los problemas de optimización en un tiempo determinado. Para problemas de una complejidad NP-Hard suelen presentar tiempos de desarrollo elevados. Estos métodos son:

- *Método simplex:* Fue creado en 1947 por el estadounidense George Dantzing y el ruso Leonid Kantorovich, el cual parte de una solución inicial y examina si alguna de las aristas de la posición actual conduce a una tasa positiva de mejoramiento de la función objetivo, ya sea minimizar o maximizar, consiste en mejorar la solución inicial por medio de iteraciones al acercarse a un vértice determinado.
- *Ramificación y acotamiento:* Consiste en acotar el valor de la función objetivo, en la parte superior como en la parte inferior, hasta la igualdad de las cotas, lo cual garantiza que se pueda llegar al valor óptimo. El primer desarrollo de este método se le atribuye a A. Land y G. Doig en 1960.

**4.2.9.2. Métodos aproximados.** Estos métodos surgen de los tiempos elevados que procesamiento que ofrecen los métodos exactos a la hora de resolver un problema NP-Hard, generando resultados en tiempos más razonables, aunque las soluciones no son óptimas, pero se consideran como las soluciones más cercanas a las óptimas. Estos se clasifican en métodos heurísticos y metaheurísticos.

**4.2.9.3. Métodos heurísticos.** Es una técnica de búsqueda directa que utiliza reglas favorables para localizar soluciones mejoradas. La ventaja de la heurística es que en general determina soluciones con rapidez, utilizando reglas de solución simples. De acuerdo con la clasificación de Stefan Ropke se identifican las siguientes categorías:

- *Heurísticas constructivas:* Este tipo de heurística se encargan de construir una solución factible de manera paulatina, a la vez que consideran el costo de la solución, sin embargo, no cuentan con una fase de mejoramiento de la solución. Son prácticas para problemas reales, ya que sus tiempos de respuesta son apropiados, dentro de las cuales se encuentran:
  - Heurística de inserción
  - Heurística de ahorro
  - Heurística de agrupación
- *Heurística de mejora:* Este término se utiliza para describir heurísticas de búsqueda local que solamente desarrollan operaciones para mejorar la solución. se basan en una solución actual, la cual se modifica de una manera sistemática al evaluar los cambios en la configuración de la solución, si estos cambios generan una mejora en la solución, entonces la solución actual es reemplazada por la solución mejorada. Estas son:
  - Heurística 2-opt
  - Heurística Or-opt
  - Heurística Exchange

**4.2.9.4. Métodos metaheurísticos.** El término metaheurística se define como una clase de métodos aproximados diseñados en función de resolver problemas difíciles de optimización combinatoria, en los cuales lo heurísticos clásicos no presentan efectividad. Dicha concepción, proporciona un marco general para la creación de nuevos algoritmos híbridos, combinando diversos conceptos derivados de la inteligencia artificial, la

evolución biológica y los mecanismos estadísticos (Osman & Kelly, 1995 citados por Suárez 2011).

Una metaheurística es una estrategia de alto nivel que usa diferentes métodos para explorar el espacio de búsqueda. En otras palabras, es una plantilla general no determinista, que debe ser rellenada con datos específicos del problema y que permite abordar problemas con espacios de búsqueda de gran tamaño. En este sentido, se desarrollan a continuación aspectos conceptuales de la Metaheurística basada en la trayectoria y la Metaheurística utilizada basada en la trayectoria:

- *Metaheurísticas basadas en la trayectoria:* Estos métodos parten de una solución y mediante la exploración del vecindario van actualizando la solución actual, formando una trayectoria. La mayoría de estos métodos surgen como extensiones de los métodos de búsqueda local simple a los que se les añade algún mecanismo para escapar de los mínimos locales. Normalmente se termina la búsqueda cuando se alcanza un número máximo predefinido de iteraciones, se encuentra una solución con una calidad aceptable o se detecta un estancamiento del proceso.

*Recocido simulado (SA):* Es un procedimiento de búsqueda local aleatorio en el que una modificación a la solución actual puede ser aceptada con cierta probabilidad.

*Procedimiento de búsqueda voraz adaptativo aleatorizado (GRASP):* Método de búsqueda de dos fases iterativo, una fase de construcción y una fase de búsqueda local. El resultado obtenido al final de las dos fases es la mejor solución encontrada de todas las iteraciones.

*Búsqueda de vecindario variable (VNS):* Es una metaheurística basada en la exploración sistemática de las diferentes estructuras de vecindario dentro de una rutina de

búsqueda local. En general, hay un cambio de vecindario cada vez que la búsqueda local se detiene alcanzando un óptimo local; esto evita que el algoritmo quede atrapado, dado que un óptimo local puede no permanecer como óptimo si se considera otra estructura de vecindad.

- **Metaheurísticas utilizadas basadas en la trayectoria:**

*Algoritmo genético:* Son métodos adaptativos que pueden usarse para resolver problemas de búsqueda y optimización. Están basados en el proceso genético de los organismos vivos, capaces de ir creando soluciones para problemas del mundo real. A lo largo de las generaciones, las poblaciones evolucionan en la naturaleza de acorde con los principios de la selección natural y la supervivencia de los más fuertes postulados por Darwin (1859).

En la naturaleza los individuos de una población compiten entre sí en la búsqueda de recursos tales como comida, agua y refugio. Aquellos individuos que tienen más éxito en sobrevivir y en atraer compañeros tienen mayor probabilidad de generar un gran número de descendientes; por el contrario, individuos poco dotados producirán un menor número de descendientes. Esto significa que los genes de los individuos mejor adaptados se propagarán en sucesivas generaciones, logrando una evolución de las especies con características cada vez mejor adaptadas al entorno en el que viven, la combinación de buenas características provenientes de diferentes ancestros puede a veces producir descendientes “súper individuos”, cuya adaptación es mucho mayor que la de cualquiera de sus ancestros.

Se produce una nueva población de posibles soluciones, la cual reemplaza a la anterior y verifica la interesante propiedad de que contiene una mayor proporción de

buenas características en comparación con la población anterior. Así a lo largo de las generaciones las buenas características se propagan a través de la población, favoreciendo el cruce de los individuos mejor adaptados, van siendo exploradas las áreas más prometedoras del espacio de búsqueda.

Durante la ejecución del algoritmo, los padres deben ser seleccionados para la reproducción, a continuación, dichos padres seleccionados se cruzarán generando hijos, sobre cada uno de los cuales actuara un operador de mutación. Por lo tanto, un algoritmo genético consiste en lo siguiente: hallar de que parámetros depende el problema, codificarlos en un cromosoma, y aplicar los métodos de la evolución, selección y reproducción con intercambio de información y alteraciones que generan diversidad.

*Codificación de problemas:* Los algoritmos genéticos son métodos sistemáticos para la resolución de problemas de búsqueda y optimización que aplican a estos los mismos métodos de evolución biológica: selección basada en la población, reproducción y mutación. Requieren que el conjunto se codifique en un cromosoma. Un cromosoma tiene varios genes, que corresponden a parámetros del problema.

*Evaluación y selección:* Durante la evaluación, se codifica el gen, convirtiéndose en una serie de parámetros de un problema, se halla la solución del problema a partir de esos parámetros, y se les da una puntuación a esas soluciones en función de lo cerca que este de la mejor solución. A esa puntuación se le llama fitness.

El “fitness” determina siempre los cromosomas que se van a reproducir, y aquellos que se van a eliminar. Una vez evaluado el fitness, se tiene que crear la nueva población teniendo en cuenta que los buenos rasgos de los mejores se transmitan a ésta. Para ello, hay que seleccionar una serie de individuos encargados de dicha tarea.

Los algoritmos de selección serán los encargados de escoger que individuos van a disponer de oportunidades de reproducirse y cuáles no, es decir, están relacionados con su valor de ajuste. No se debe, sin embargo, eliminar por completo las opciones de reproducción de los individuos menos aptos, pues en pocas generaciones la población se volvería homogénea.

Estos algoritmos de selección pueden ser divididos en dos grandes grupos: probabilísticos y determinísticos, selección por ruleta y selección por torneo, ambos tipos de algoritmo basan su funcionamiento en el principio indicado anteriormente. Sin embargo, el primer tipo adjudica estas posibilidades con un importante componente basado en el azar, donde se encuentran los algoritmos de selección por ruleta o por torneo; el segundo tipo engloba una serie de algoritmos que, dado el ajuste conocido de cada individuo, permite asignar a cada uno el número de veces que será escogido para reproducirse. Esto puede evitar problemas de predominancia de ciertos individuos y cada uno de estos algoritmos presenta variaciones respecto al número de veces que se tomaran los mejores y peores y, de esta forma, se impondrá una presión en la búsqueda en el espacio de estados en la zona donde se encuentra el mejor individuo, o bien que se tienda a repartir la búsqueda por el espacio de estados, pero sin dejar de tender a buscar en la mejor zona.

*Cruce:* En la naturaleza los individuos de una población compiten entre sí en la búsqueda de recursos tales como comida, agua y refugio. Aquellos individuos que tienen más éxito en sobrevivir y en atraer compañeros tienen mayor probabilidad de generar un gran número de descendientes; por el contrario, individuos poco dotados producirán un menor número de descendientes. Esto significa que los genes de los individuos mejor adaptados se propagarán en sucesivas generaciones, logrando una evolución de las especies

con características cada vez mejor adaptadas al entorno en el que viven, la combinación de buenas características provenientes de diferentes ancestros puede a veces producir descendientes “súper individuos”, cuya adaptación es mucho mayor que la de cualquiera de sus ancestros.

El poder de los algoritmos genéticos proviene del hecho de que se trata de una técnica robusta y pueden tratar con éxito una gran variedad de problemas provenientes de diferentes áreas, usando una analogía directa con el comportamiento natural. Trabajan con una población de individuos, cada uno de los cuales representa una solución factible a un problema dado, se le asigna a cada individuo un valor o puntuación relacionada con la bondad de dicha solución. En la naturaleza esto equivaldría al grado de efectividad de un organismo para competir por unos determinados recursos, cuanto mayor sea la adaptación de un individuo al problema, mayor será la probabilidad de que el mismo sea seleccionado para reproducirse, cruzando su material genético con otro individuo seleccionado de igual forma. Este cruce producirá nuevos individuos descendientes de los anteriores, los cuales comparten algunas de las características de sus padres; cuanto menor sea la adaptación de un individuo, menor será la probabilidad de que dicho individuo sea seleccionado para la reproducción, y por tanto de que su material genético se propague en sucesivas generaciones.

Por lo tanto, una vez seleccionados los individuos, estos son recombinados para producir la descendencia que se insertara en la siguiente generación, su importancia para la transición entre generaciones es elevada puesto que las tasas de cruce con las que se suele trabajar rondan el 90%.

Los diferentes métodos de cruce podrán operar de dos formas diferentes: si se opta por una estrategia destructiva los descendientes se insertarán en la población temporal, aunque sus padres tengan mejor ajuste, por el contrario, utilizando una estrategia no destructiva la descendencia pasara a la siguiente generación únicamente si supera la bondad del ajusta de los padres.

La idea principal del cruce se basa en que, si se toman dos individuos correctamente adaptados al medio y se obtiene una descendencia que comparta genes de ambos, existe la posibilidad de que los genes heredados sean precisamente los causantes de la bondad de los padres. Al compartir las características buenas de dos individuos, la descendencia, o al menos parte de ella, debería tener una bondad mayor que cada uno de los padres por separado. Si el cruce no agrupa las mejores características en uno de los hijos y la descendencia tiene un peor ajuste que los padres no significan que se esté dando un paso atrás. Optando por una estrategia de cruce no destructiva garantizamos que pasen a la siguiente generación los mejores individuos, si aun con un ajuste peor, se opta por insertar a la descendencia, y puesto que los genes de los padres continuarán en la población en posteriores cruces se podrán volver a obtener estos padres, recuperando así la bondad previamente perdida.

Existen multitud de algoritmos de cruce, los más empleados son:

- Cruce de 1 punto
- Cruce de 2 puntos
- Cruce uniforme

*Mutación:* En la evolución, una mutación es un suceso poco común. En la mayoría de los casos las mutaciones son letales, pero en promedio, contribuyen a la diversidad genética de

la especie. En un algoritmo genético tendrán el mismo papel y la misma frecuencia. La mutación de un individuo provoca que alguno de sus genes, generalmente uno solo, varíe su valor de forma aleatoria. Aunque se pueden seleccionar los individuos directamente de la población actual y mutarlos antes de introducirlos en la nueva población, la mutación se suele utilizar de manera conjunta con el operador de cruce.

Inicialmente se seleccionan dos individuos de la población a realizar el cruce, si el cruce tiene éxito entonces uno de los descendientes, o ambos, se mutan con cierta probabilidad  $P_m$ . Se imita de esta manera el comportamiento que se da en la naturaleza, pues cuando se genera la descendencia siempre se produce algún tipo de error, por lo general sin mayor trascendencia, en el paso de la carga genética de padres a hijos.

La probabilidad de mutación es muy baja, generalmente menor al 1%, lo cual se debe sobre todo a que los individuos suelen tener un ajuste mejor después de mutados. Sin embargo, se realizan mutaciones para garantizar que ningún punto del espacio de búsqueda tenga una probabilidad nula de ser examinado.

No conviene abusar de la mutación. Es cierto que es un mecanismo generador de diversidad y, por tanto, la solución cuando un algoritmo genético está estancado, pero también es cierto que reduce el algoritmo genético a una búsqueda aleatoria. Siempre es más conveniente usar otros mecanismos de generación de diversidad, como aumentar el tamaño de la población, o garantizar la aleatoriedad de la población.

*Búsqueda Tabú:* Según Díaz et al., (1996) la Búsqueda Tabú es un procedimiento metaheurístico utilizado para guiar un algoritmo heurístico de búsqueda local para explorar el espacio de soluciones más allá de la optimalidad local. Fue propuesta inicialmente por

Glover (1986) y desde entonces ha sido ampliamente usada en la solución de problemas de optimización combinatoria y de gran escala. Esta técnica emplea métodos de búsqueda que pueden ser globales o locales. Los globales, como su nombre lo indica tratan de encontrar el óptimo global de un problema, mientras que los locales se encuentran en la vecindad de la solución generada inicialmente.

El énfasis en la exploración responsiva considerada en la búsqueda tabú deriva de la suposición de que una mala elección estratégica puede proporcionar más información que una buena elección al azar, dado que una elección estratégica puede proporcionar pistas útiles sobre como guiar la búsqueda hacia zonas prometedoras. Por lo tanto, la exploración responsiva integra los principios básicos de la búsqueda inteligente; explota las características de las soluciones buenas a la vez que explora nuevas regiones prometedoras.

Los métodos de búsqueda global lo que persiguen es no caer en óptimos locales, explorando con más eficiencia el espacio de búsqueda. Esto lo hacen trabajando generalmente con un componente aleatorio de búsqueda, que hace que, si se encuentran en un óptimo local, salten a otro punto del espacio de búsqueda, donde pueden encontrar otro óptimo local o posiblemente global.

Esta técnica busca escapar de óptimos locales, empleando algunas metodologías como el uso de memorias flexibles. Además, esta técnica impone y flexibiliza restricciones con el fin de explorar áreas prohibidas, y de hacer cortes de la región factible, al tener en cuenta las restricciones que la limitan.

Para lograr escapar de óptimos locales TS (Tabu Search) por sus siglas en inglés, se basa en metodologías de memorias flexibles. Esta memoria se puede clasificar en memoria a corto plazo, en la cual se almacena la historia de los últimos movimientos

realizados, esta se denomina lista tabú, y es la memoria basada en la pertenencia, tiene como objetivo tener un registro de todos los movimientos tabú que pueden hacer que nos regresemos a un óptimo local de una iteración anterior; la memoria a medio plazo, en la cual se registran los atributos más comunes de un conjunto de soluciones, para poder explorar dicha zona del espacio de búsqueda y la memoria a largo plazo, que lo que hace es diversificar la búsqueda hacia zonas que no han sido exploradas todavía, nuevamente buscando escapar de óptimos locales. Las dos últimas memorias operan como una base de las dos estrategias de la búsqueda tabú, que son las estrategias de *intensificación*, que consiste en regresar a regiones catalogadas como buenas, con el fin de explorarlas mejor y *diversificación*, que analiza nuevas áreas no exploradas del espacio de soluciones.

Adicionalmente TS cuenta con un criterio de aspiración el cual permite escapar de los óptimos locales, el cual consiste en un criterio para aceptar o no movimientos incluidos en la lista tabú, es decir, cambiar la clasificación de tabú a algún movimiento cuando su memoria a corto plazo expire.

La búsqueda tabú se basa en dos procesos claves que son: restringir la búsqueda al clasificar un movimiento como tabú o prohibido, y liberar la búsqueda empleando una función de memoria de término corto que proporciona una estrategia de olvido. Esto último debido a que después de varias iteraciones se pueda levantar la clasificación de tabú para un movimiento según el nivel de aspiración.

### **5. Problema de ruteo de vehículos de dos escalones con ventanas de tiempo**

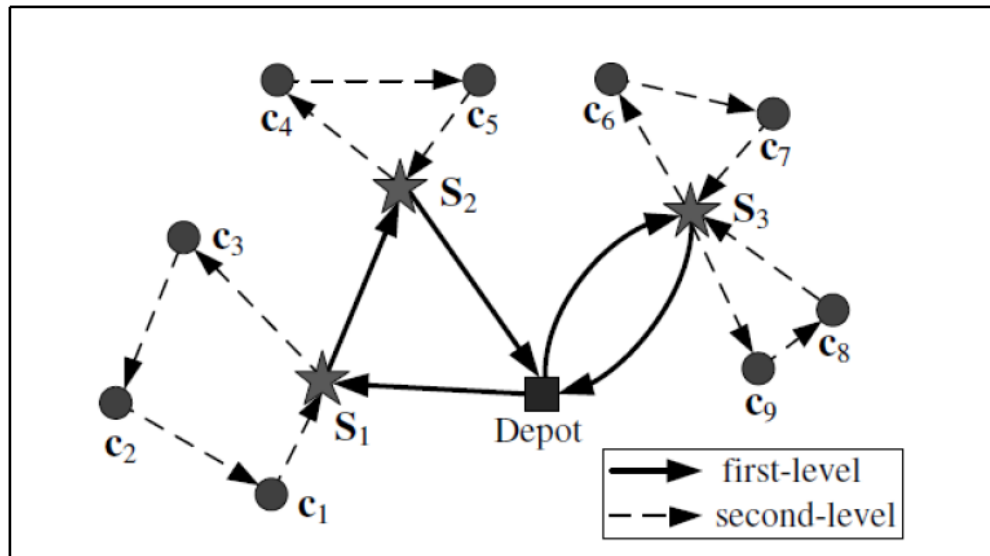
El 2E-CVRP es presentado de manera formal por González (2007), este problema puede verse como una extensión del CVRP o como un caso específico del 2E-LRP en el que la ubicación de las instalaciones es conocida de antemano, por lo tanto, la localización de las instalaciones (depósito central, centros de distribución y ubicación de los clientes) forman parte de los parámetros del problema. Autores como Chaug et al (2007), ampliaron el problema al presentar un modelo de enrutamiento de vehículos con ventanas de tiempo para la entrega de alimentos perecederos (SVRPTW), dicha restricción surgió debido al deterioro de los alimentos con una vida útil corta, tales como la leche, frutas y verduras, deterioro que ocasiona una pérdida en los ingresos de los minoristas, la cual debería ser transferida a los operadores de los centros de distribución como penalización por retrasos en la entrega.

El 2E-CVRPTW consta de dos niveles o escalones, y por lo tanto de dos tipos de rutas, es preciso resaltar que el modelo matemático se enfoca en solucionar el ruteo para los dos escalones de forma integral, a la vez que se considera minimizar el costo del problema, el cual está asociado a la distancia de los recorridos de las rutas en ambos niveles y el costo por la utilización de los vehículos de cada nivel; se considera como ruta de primer nivel a una que conecta un depósito central con uno o más centros de distribución conocidos como satélites y como ruta de segundo nivel a una que conecta a un satélite con uno o más clientes los cuales requieren una demanda de productos. Cada cliente debe ser servido únicamente por un vehículo del segundo nivel, las rutas de segundo nivel deben comenzar y terminar en el mismo satélite, mientras que para las de primer nivel no se requiere una asignación, debido a que estas parten del depósito central.

La demanda de una instalación satelital es la suma de la demanda de los clientes que se le asignan, por lo tanto, cualquier cambio en la asignación del cliente afecta el enrutamiento del primer nivel. Los vehículos de primer nivel pueden transportar la carga de uno o más clientes, así como servir más de un satélite en la misma ruta, cuando la demanda de un satélite supera la capacidad de los vehículos de primer nivel estos pueden ser visitados por más de un vehículo. Usualmente las restricciones de capacidad son consideradas tanto para los satélites como para los vehículos. Se considera una flota de vehículos con capacidad homogénea para cada uno de los niveles, siendo la flota del primer nivel de mayor capacidad con respecto a la del segundo. Cada cliente impone una ventana de tiempo, la cual le otorga una flexibilidad para la llegada tardía o temprana, pero imponiendo un costo de penalización asociado, es decir unas ventanas de tiempo blandas.

### **5.1. Descripción detallada del 2e-cvrptw**

De acuerdo con las especificaciones planteadas por Zeng (2013), el 2E-VRP se puede definir en un grafo ponderado, completo y no dirigido  $G = (V, A)$  con un conjunto de nodos  $V$  y un conjunto de arcos  $A$ . El conjunto  $V$  está compuesto por tres tipos de nodos: un depósito central  $V_0$ , un subconjunto  $V_s$ , con  $s$  satélites y un subconjunto  $V_c$  de  $c$  clientes tal como se muestra en la figura 8.

**Figura 8.***Ilustración del 2E-VRP*

**Fuente:** Arias & Niño, (2017). A hybrid GRASP algorithm for 2eCVRP

Respecto al conjunto de arcos  $A(i, j)$ , compuesto por subconjuntos de arcos  $A(h)$  y  $A(p)$  que representan una ruta que conecta los nodos para el primer y segundo nivel respectivamente, al cual se le asocia un costo por su recorrido  $c_{ij}$ ; en el que estos satisfacen la desigualdad triangular en el primer y segundo nivel.

A cada cliente  $c \in V_c$  está asociado a una demanda  $d_j$ , la cual no puede ser dividida entre los vehículos del segundo nivel, la demanda no puede ser entregada directamente desde el depósito central a los clientes, esta debe ser consolidada en alguno de los satélites para su posterior envío al cliente. Sin embargo, las entregas a los satélites en el primer nivel si pueden ser divididas.

Cada ruta del segundo nivel debe comenzar y terminar en el mismo satélite. Los vehículos tienen una capacidad limitada que debe ser respetada, esta capacidad es la misma para todos los vehículos pertenecientes al mismo nivel, pero puede diferir para cada nivel. Las capacidades en los vehículos para el primer y segundo nivel están denotadas por  $Q_h$  y  $Q_p$  respectivamente. Adicional a esto, cada satélite  $s \in V_s$  tiene una capacidad limitada  $B_s$  la cual restringe la cantidad que llega a este desde las rutas de primer nivel. La demanda de cada satélite es la demanda total de los clientes asignados a él, por lo que cada satélite debe recibir suficiente carga del depósito para satisfacer a los clientes del segundo nivel.

No se introduce ninguna limitación adicional en el tamaño de la ruta, ni en la longitud, ni en el número de clientes visitados. Sin embargo, no se permite la activación del servicio si un vehículo llega antes de la ventana de tiempo inicial, debe esperar hasta el límite inferior de la ventana de tiempo, este tiempo de espera se encuentra asociado a un costo de penalización. El objetivo del 2E-CVRPTW es minimizar los costos de recorrido sumado con los costos por la utilización de los vehículos y los costos de penalización por llegada temprana y tardía.

## 5.2. Formulación matemática del 2e-cvrptw

Acorde a la descripción previa del 2E-CVRPTW se introduce el modelo matemático. Las anotaciones utilizadas en este documento se adoptan principalmente de Niño (2017).

### Grupos

$V_0$  : Depósito central.

$V_s$  : Conjunto de satélite.

$V_c$  : Conjunto de clientes.

$H$  : Conjunto de vehículos de primer nivel  $h$ .

$P$ : Conjunto de vehículos de segundo nivel  $p$ .

$A$  : Conjunto de arcos.

$A(h)$ : Subconjunto de arcos atravesados por un vehículo de primer nivel  $h \in H$ .

$A(p)$ : Subconjunto de arcos atravesados por un vehículo de segundo nivel  $p \in P$ .

$V$  : Conjunto de vértices.

### **Parámetros**

$C_{ij}$ : Costo por recorrido para el primer nivel  $[i, j]$ .

$C_p$ : Costo por minuto del vehículo  $p$  para el segundo nivel

$CH$ : Costo por utilizar vehículos  $h$ .

$CP$ : Costo por utilizar vehículos  $p$ .

$CP_e$ : Costo de penalización en espera por unidad de tiempo.

$CP_l$ : Costo de penalización por llegada tardía por unidad de tiempo.

$NC$  : Número de clientes.

$NS$  : Número de satélites.

$Q_h$ : Capacidad de un vehículo de primer nivel.

$Q_p$ : Capacidad de un vehículo de segundo nivel.

$D_j$ : Demanda del cliente  $j$ .

$B_s$ : Capacidad del satélite  $s \in V_s$ .

$a_j$ : Límite inferior ventana de tiempo cliente  $j$ .

$b_j$ : Límite superior ventana de tiempo cliente  $j$ .

$TS_i$ : Tiempo de visita en el nodo  $i$ .

$E$ : Hora de inicio de los satélites.

$L$ : Hora de cierre de los satélites.

$r_{ij}$ : Distancia de los arcos  $(i, j) \in A(h)$ .

$s_{ij}$ : Distancia de los arcos  $(i, j) \in A(p)$ .

$t_{ij}$ : Tiempo de viaje para los arcos  $(i, j) \in A(p)$ .

$f_j$ : Tiempo de llegada del vehículo  $p \in P$  al cliente  $j$

$M$ : Constante muy grande.

### **Variables**

$y_{ijh}$ : Variable binaria que es igual a 1 si el arco  $(i, j) \in A(h)$  es recorrido por el vehículo  $h$  está en la solución e igual a cero en el caso contrario.

$x_{ijp}$ : Variable binaria que toma el valor de 1 si el arco  $(i, j) \in A(p)$  es recorrido por el vehículo  $p$  e igual a cero en el caso contrario.

$GH_h$ : Variable binaria que es igual a 1 si el vehículo  $h$  es utilizado e igual a cero en caso contrario.

$GP_p$ : Variable binaria que es igual a 1 si el vehículo  $p$  es utilizado e igual a cero en caso contrario.

$W_{jp}$ : Inicio de visita del vehículo  $p$  en el cliente  $j$ .

$d_{sh}$ : Variable entera no negativa que representa la cantidad entregada por el vehículo  $h$  al satélite  $s \in V_s$ .

$d_{jp}$ : Variable entera no negativa que representa la cantidad entregada por el vehículo  $p$  al cliente  $j \in V_c$ .

La función objetivo del problema se expresa como:

$$\min \sum_{p=1}^n \sum_{(i,j) \in A(p)} C_p t_{ij} x_{ijp} + \sum_{p=1}^n GP_p CP + \sum_{h=1}^n \sum_{(i,j) \in A(h)} C_{ij} y_{ijh} \sum_{h=1}^n GH_h CH$$

$$+ \sum_{j \in V_c} [CP_e (a_j - f_j)^+ x_{ijp} + CP_l (f_j - b_j)^+ x_{ijp}]$$
(1)

En la que se busca minimizar los costos de recorrido asociados a las rutas de primer nivel, segundo nivel, sumado al costo de utilización de los vehículos de cada uno de los niveles.

Respecto a las restricciones se tiene que:

- Cada cliente debe ser visitado por un solo vehículo el cual efectúa una única ruta de segundo nivel.

$$\sum_{p \in P} \sum_{i \in V_c} x_{ijp} = 1, \quad \forall j \in V_c \quad (2)$$

- Asegura que desde cada cliente se parta hacia otro nodo, una única vez por solo un vehículo.

$$\sum_{p \in P} \sum_{j \in V_c} x_{ijp} = 1, \quad \forall i \in V_c \quad (3)$$

- Limita el número de rutas por vehículo a una y caracteriza el flujo que debe seguir, haciendo referencia al número de veces que un vehículo sale del satélite.

$$\sum_{s \in V_s} \sum_{j \in V_c} x_{sjp} \leq 1, \quad \forall p \in P \quad (4)$$

- Limita el número de rutas por vehículo a una y caracteriza el flujo que debe seguir, haciendo referencia al número de veces que un vehículo llega al satélite.

$$\sum_{s \in V_s} \sum_{i \in V_c} x_{isp} \leq 1, \quad \forall p \in P \quad (5)$$

- Asegura que no se formen ciclos en el modelo, de manera que solo llegue un vehículo al cliente y el mismo salga de él.

$$\sum_{i \in V_c} x_{ijp} - \sum_{i \in V_c} x_{jip} = 0 \quad \forall p \in P \quad (6)$$

- Asegura que el vehículo de segundo nivel  $p$  no pueda comenzar el servicio, si la suma del tiempo de viaje de  $i$  a  $j$ , la duración del servicio en  $i$  y el tiempo total acumulado al inicio del servicio en  $i$  es mayor que la ventana de tiempo de  $j$  o del cliente siguiente.

$$W_{ip} + TS_i + t_{ij} - W_{jp} \leq (1 - x_{ijp})M \quad \forall p \in P, \quad (i, j) \in A(p) \quad (7)$$

- Garantiza que el inicio de servicio en el cliente  $i$  se lleve a cabo después del límite inferior de la ventana de tiempo correspondiente.

$$a_i \sum_{j \in V_c} x_{ijp} \leq W_{ip}, \quad \forall p \in P, \quad i \in V_c \quad (8)$$

- Garantiza que el inicio de servicio en el cliente  $i$  se lleve a cabo después del límite superior de la ventana de tiempo correspondiente.

$$W_{ip} \leq b_i \sum_{j \in V_c} x_{ijp}, \quad \forall p \in P, \quad i \in V_c \quad (9)$$

- Permite que cada cliente sea servido dentro del intervalo asociado a los nodos de llegada y salida del satélite, además condiciona el tiempo total de viaje de cada vehículo.

$$E \leq W_{sp} \leq L, \quad \forall p \in P, \quad s \in V_s \quad (10)$$

- La suma de las demandas de los clientes de una ruta no puede exceder la capacidad de los vehículos de segundo nivel.

$$\sum_{i \in V_c} D_j \sum_{j \in V_c} x_{ijp} \leq Q_p, \quad \forall p \in P, \quad j \neq i \quad (11)$$

- Los costos fijos de los vehículos de segundo nivel se controlan con la utilización de dichos vehículos y el recorrido de estos.

$$\sum_{i \in V_c} \sum_{j \in V_c} x_{ijp} \leq M(GP_p), \quad \forall p \in P \quad (12)$$

- Establece que la capacidad de cada satélite debe ser mayor o igual a las demandas de los clientes asignados a este.

$$\sum_{p \in P} \sum_{j \in V_c} D_j x_{ijp} \leq B_s, \quad \forall s \in V_s \quad (13)$$

- Las unidades que llegan desde las rutas de primer nivel al satélite deben ser igual a la suma de la demanda de los clientes asignados a él.

$$\sum_{h \in H} d_{sh} - \sum_{p \in P} \sum_{j \in V_c} D_j x_{ijp} = 0, \quad \forall s \in V_s \quad (14)$$

- La suma de las demandas de los satélites de una ruta no puede exceder la capacidad de los vehículos de primer nivel.

$$\sum_{s \in V_s} d_{sh} \sum_{j \in V_s} y_{ijh} \leq Q_h, \quad \forall h \in H, j \neq i \quad (15)$$

- Los costos fijos de los vehículos de primer nivel se controlan con la utilización de dichos vehículos y el recorrido de estos.

$$\sum_{i \in V_s} \sum_{j \in V_s} y_{ijh} \leq M(GH_h), \quad \forall h \in H \quad (16)$$

- Cada vehículo que llegue al cliente antes del tiempo de servicio inicial debe incurrir en un costo de penalización por espera para realizar la entrega.

$$(a_j - f_j)^+ = \begin{cases} a_j - f_j, & f_j < a_j \\ 0, & f_j \geq a_j \end{cases} j \in V_c, \quad (17)$$

- Cada vehículo que llegue al cliente después del tiempo de servicio final debe incurrir en un costo de penalización por llegada tardía para realizar la entrega.

$$(f_j - b_j)^+ = \begin{cases} f_j - b_j, & f_j > b_j \\ 0, & f_j \leq b_j \end{cases} j \in V_c, \quad (18)$$

- Para realizar las entregas se debe esperar hasta que se active el tiempo de servicio inicial.

$$TS_j = f_j, \quad \begin{cases} s_j = f_j, & f_j \geq a_j \\ s_j \neq f_j, & f_j < a_j \end{cases} j \in V_c, \quad (19)$$

- Las variables del modelo son de tipo binario y entero.

$$d_{sh} \in Z_+, \quad \forall h \in H, \quad s \in V_s \quad (20)$$

$$d_{jp} \in Z_+, \quad \forall p \in P, \quad j \in V_c \quad (21)$$

$$W_{ip} \geq 0, \quad \forall p \in P, \quad i \in V_c \quad (22)$$

$$x_{ijp}, y_{ijh}, GP_p, GH_h \in \{0,1\}, \quad \forall (i,j) \in A, \quad h \in H, \quad p \in P \quad (23)$$

### 5.3. Metaheurística aplicada al 2e-cvrptw

Para la solución del problema de ruteo de vehículos de dos escalones con restricción de ventanas de tiempo, se implementaron las metaheurísticas de Búsqueda Tabú (TS) y Algoritmo Genético (GA) aplicando las combinaciones posibles al modelo matemático de manera secuencial ya que el primer nivel depende de los resultados del segundo nivel, con la finalidad de encontrar buenas soluciones y además de esto comprobar cuál de los dos métodos de solución brinda mejores resultados se ejecutaron un total de cuatro combinaciones de las metaheurísticas.

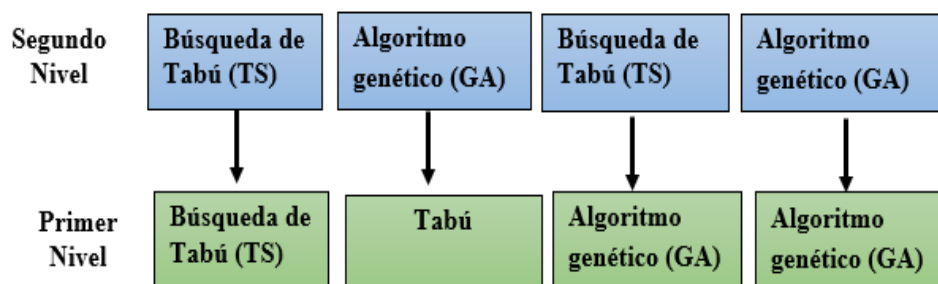
Estas combinaciones se dan de la siguiente manera tal como se muestra en la Figura 9:

- Aplicar el método de solución búsqueda tabú al primer y segundo nivel.
- Aplicar el método de solución búsqueda tabú al primero nivel y algoritmo genético al segundo nivel.

- Aplicar el método de solución algoritmo genético al primer nivel y búsqueda tabú al segundo nivel.
- Aplicar el método de solución algoritmo genético a primer y segundo nivel.

**Figura 9.**

*Combinaciones de las Metaheurísticas*



**Fuente:** Elaboración propia

Los parámetros de solución del algoritmo genético (GA) y la búsqueda Tabú (TS) no varían de acuerdo con el nivel en el cual se aplique la técnica, estos parámetros fueron seleccionados bajo recomendaciones de la literatura para problemas de optimización como el 2E-CVRP ya que suelen ofrecer buenos resultados en aplicaciones reales, estos se presentan a continuación.

### 5.3.1. Algoritmo genético (GA)

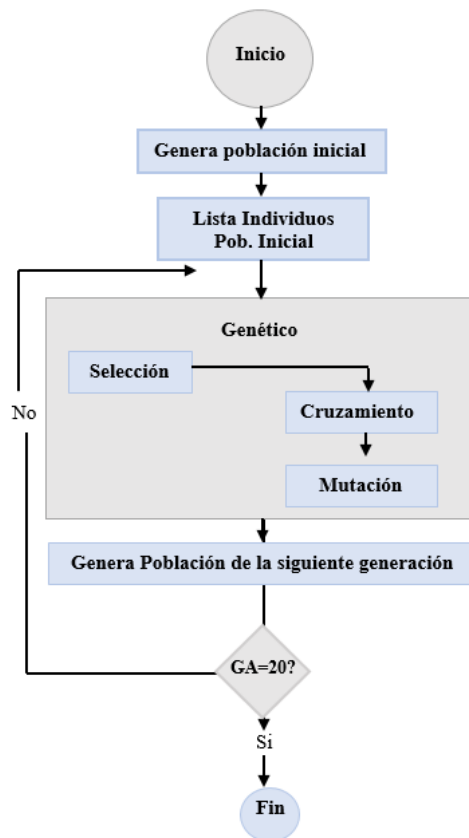
El Algoritmo genético (GA) se constituye como un método adaptativo que puede usarse para resolver problemas de búsqueda y optimización; están basados en el proceso genético de los organismos vivos, capaces de ir creando soluciones para problemas del mundo real.

En este sentido, se presenta según lo expuesto por Moratilla et al., (2014) el siguiente proceso (como se evidencia en la figura 10) para dar cumplimiento a su objetivo:

- Realiza una representación o codificación adecuada de los individuos
- Selecciona una población inicial de individuos
- Mientras no se satisfaga la condición de terminación
- Seleccionar dos individuos de la población para el cruce
- Cruzar estos con cierta probabilidad
- Mutar los dos descendientes con cierta probabilidad
- Evaluar los individuos nuevos generados
- Insertar los nuevos individuos en la población

**Figura 10.**

*Diagrama de flujo del algoritmo genético*



**Fuente:** Elaboración propia. Adaptado de Cruz et al. (2008). Un Mecanismo de Vecindad con Búsqueda Local y Algoritmo Genético para el Problema de Transporte con Ventanas de Tiempo.

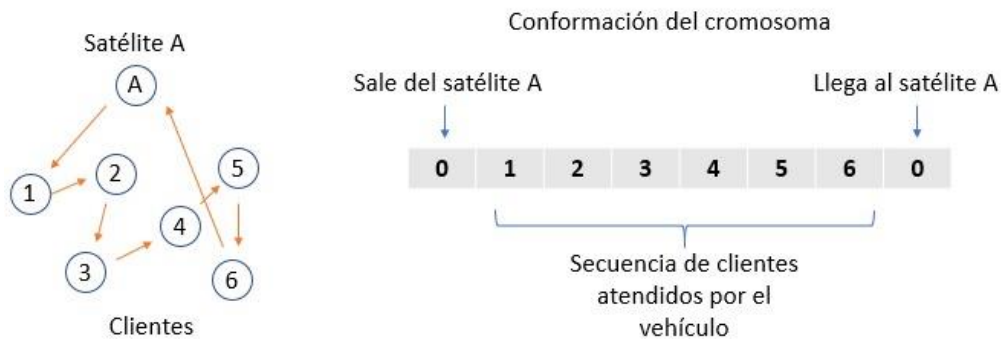
Retomando lo expuesto, mencionado en el algoritmo:

Trabajan con una codificación de parámetros (o genotipo) y no con los parámetros en sí mismos (fenotipo), de forma que cada solución (individuo de la población) está representada por un vector denominado cromosoma, en el que cada uno de sus componentes (gen) representa un parámetro de la solución (Moratilla et al., 2014, p 2).

La conformación del cromosoma para cada uno de los satélites se presenta en la Figura 11.

**Figura 11.**

#### *Conformación del Cromosoma*



**Fuente:** Elaboración propia

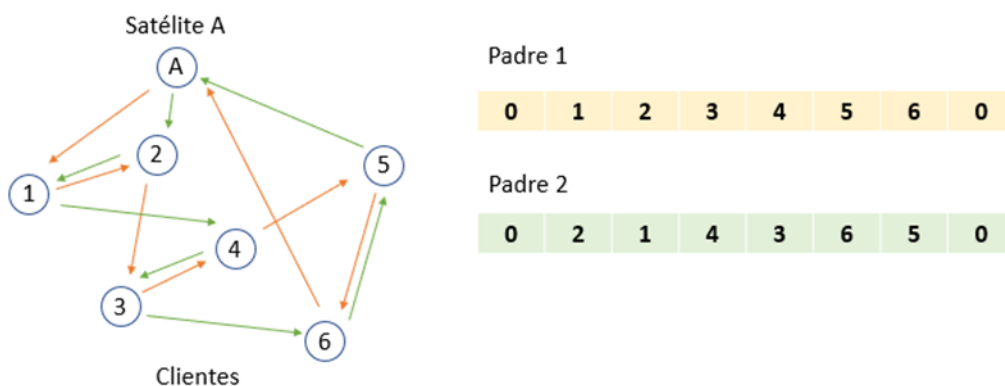
Para efectos de la presente investigación se implementó la selección por ruleta.

- **Selección por ruleta**

Dentro de su desarrollo, se tomó a cada uno de los individuos de la población se le asigna una parte proporcional a su ajuste de una ruleta, de tal forma que la suma de todos los porcentajes sea la unidad. Los mejores individuos recibirán una porción de la ruleta mayor que la recibida por los peores y de esta manera se seleccionan los padres que posteriormente serán cruzados y mutados generando la descendencia, tal como se evidencia en la Figura 12.

**Figura 12.**

*Selección por ruleta*

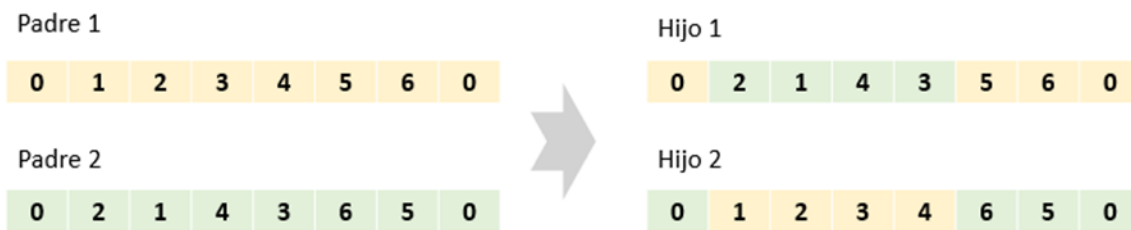


**Fuente:** Elaboración propia

En este caso, se utilizó el cruce de 2 puntos, se trata de una generalización del cruce de 1 punto. En vez de cortar un único punto los cromosomas de los padres, se realizan dos cortes. Se debe tener en cuenta que ninguno de estos puntos de corte coincida con el extremo de los cromosomas para garantizar que se originen tres segmentos. Para generar la descendencia se escoge el segmento central de uno de los padres y los segmentos laterales del otro padre (ver Figura 13).

**Figura 13.**

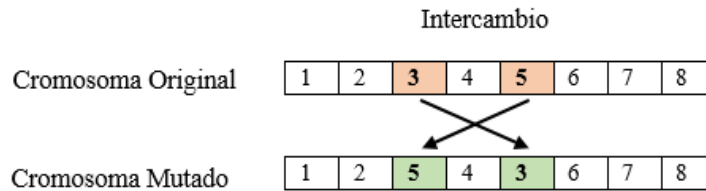
*Cruce de los cromosomas*



**Fuente:** Elaboración propia

- **Mutación**

La mutación está compuesta por cuatro tipos de mutaciones distintas, cada una de ellas ayudan a la diversidad de una solución con el fin de que ningún espacio de la solución quede sin explorar, para el caso de estudio se utilizó el operador de intercambio, el cual consiste en intercambiar la posición de dos clientes pertenecientes al mismo cromosoma de manera aleatoria tal como se ve en la figura 14.

**Figura 14.***Mutación de los cromosomas***Fuente:** Elaboración propia

El criterio de finalización del algoritmo genético son el número de iteraciones, para las instancias en las cuales el algoritmo genético se aplicaba al segundo nivel se manejaron desde 100 hasta 1000 iteraciones.

### 5.3.2. Búsqueda tabú (TS)

La Búsqueda de Tabú (TS) tiene como objeto basar su desarrollo en el uso de la memoria, en función de no repetir la trayectoria en el espacio de búsqueda; asimismo, es importante destacar que se orienta a partir de dos tipologías de memorias - de corto y largo plazo-. Por un parte, el corto plazo busca en vecindad cercana de la solución reciente, mientras que el largo plazo se enfoca en el óptimo global; en otras palabras, esta técnica emplea métodos de búsqueda que pueden ser globales o locales. Los globales, como su nombre lo indica tratan de encontrar el óptimo global de un problema, mientras que los locales se encuentran en la vecindad de la solución generada inicialmente. En última estancia, cabe destacar que la Búsqueda de Tabú prohíbe movimientos que ya se han realizado durante determinados movimientos, esta técnica escapa de óptimos locales.

Acorde a lo expuesto, se presenta a continuación, los pasos básicos en el desarrollo de un algoritmo de búsqueda Tabú:

1. Selección de una solución inicial. Esta solución debe ser una solución factible.
2. Elección del entorno y generación de una nueva solución.
3. Evaluación de la función objetivo.
4. Actualización de la mejor solución y de la mejor de las mejores soluciones.
5. Criterio de finalización.

Una vez se tiene la solución inicial o una solución actual si no se trata de la primera iteración, se busca el óptimo en el vecindario analizado, y se acepta el movimiento siempre y cuando la nueva solución sea mejor que la actual. En este caso el criterio de parada puede ser que ya se ha realizado un número de iteraciones específico o que se considere que el valor obtenido es cercano al óptimo deseado. El primer paso es revisar si el movimiento es permitido, es decir, que no es tabú, de otra forma, se aplica el criterio de aspiración para analizar el estatus tabú, con el fin de darle una segunda oportunidad al movimiento para que se clasifique como admisible; si no hay ningún movimiento admisible, el menos inadmisibles es el escogido.

### **Parámetros de entrada**

1. Método para encontrar la solución inicial. El usuario puede decidir si la solución inicial se encuentra de forma aleatoria o usando la heurística constructiva de vecino más cercano.
2. Tamaño de la lista Tabú. El usuario puede decidir entre una lista tabú dependiente la cual varía directamente proporcional al número de nodos (se define de tamaño  $n/2$  donde  $n$  es el número de nodos de la instancia) o fija que será un número entero definido por el usuario.

Este tamaño de lista se tiene en cuenta a la hora de hacer el intercambio de nodos 2-opt para mejorar el balance.

3. Número de iteraciones. Es el único criterio de parada de la metaheurística el cual es un número de iteraciones definidas por el usuario.

Se debe tener en cuenta que el tamaño de la lista tabú es un parámetro, el cual no puede ser muy pequeño para evitar el ciclado, ni muy grande para no restringir la búsqueda, pues se puede impedir llegar a valles profundos, es decir, obtener el óptimo local. Este tamaño puede determinarse mediante pruebas empíricas preliminares.

- **Encontrar una solución inicial**

Para el desarrollo de este punto el usuario del programa puede decidir si la solución inicial se encuentra de forma aleatoria o usando la heurística de vecino más cercano.

- **Tamaño de la lista tabú**

El tamaño de la lista tabú es dependiente del número de nodos de cada una de las instancias tomando como criterio el 50% de ellos ( $n/2$ ).

- **Criterio de parada**

El criterio de parada para esta metaheurística es el número de iteraciones, para las instancias en las cuales se aplicó la búsqueda tabú al segundo nivel el número de iteraciones estuvo entre 20 y 50 iteraciones.

## 6. Experimentación

La comparación y ratificación de las distintas soluciones que se abordan en el desarrollo de determinado problema se hace necesario la implementación de instancias ya experimentadas con el fin de evaluar la validez de la formulación y la efectividad de la metaheurística.

Como insumo para la validación del algoritmo, se requieren valores propios de los parámetros del 2E-CVRPTW, dichos valores se conocen como instancias.

### 6.1. Insumos de prueba

Al momento de realizar la experimentación del problema, no se encontraron instancias de prueba para la aplicabilidad directa del modelo 2E-CVRPTW. Se eligieron algunos problemas de prueba de VRPTW proporcionados por Homberger & Solomon (1987), se adaptaron en instancias 2E-CVRPTW. Las 56 instancias originales de problemas de generación de rutas de vehículos con ventanas de tiempo (VRPTW) diseñados por Marius M. Solomon que contienen 100 clientes; Homberger presenta un conjunto de 300 nuevas instancias que se clasifican en tres categorías: tipo C (clientes agrupados), tipo R (clientes distribuidos uniformemente) y tipo RC (una combinación de tipos R y C); hay instancias de 200, 400, 600, 800 y 1000 clientes para cada categoría.

Los datos geográficos se generan de manera aleatoria mediante una distribución uniforme (denoten los conjuntos de problemas correspondientes por R1 y R2), agrupados (denoten los conjuntos de problemas correspondientes por C1 y C2) y semiclusterizados (denoten los conjuntos de problemas correspondientes por RC1 y RC2). Por un problema semiclusterizado, nos referimos a uno que contiene una combinación de datos y agrupaciones generados aleatoriamente. Los

conjuntos de problemas R1, C1 y RC1 contienen un horizonte de programación corto. La duración de la restricción de tiempo de ruta es una restricción de capacidad que, junto con las restricciones de capacidad del vehículo, permite que solo unos pocos clientes sean atendidos por el mismo vehículo. Por el contrario, los conjuntos R2, C2 y RC2 tienen un horizonte de programación largo; esta característica, unida a las grandes capacidades de los vehículos, permite que muchos clientes sean atendidos por el mismo vehículo.

El desarrollo de los algoritmos de solución del problema 2E-CVRPTW se programó en lenguaje M, por medio del desarrollo integrado propio de MATLAB R2019b. Para resolver directamente la formulación matemática y los códigos de las metaheurísticas se ejecutaron en un equipo de cómputo con propiedades de Windows 10 Pro, con procesador Intel® Core™ i5-2450M CPU @2.50GHz con 4.00 GB de memoria RAM instalada y un sistema operativo de 64 bits.

Los parámetros de entrada para la experimentación de los algoritmos vienen dados en cierta medida por la instancia, cuales se tomaron del conjunto propuesto por Solomon (1987) y Homberger, donde se evidencian la cantidad de clientes, cada uno con sus coordenadas  $x$  y  $y$ , la cantidad demandada por cada cliente, el tiempo de inicio y finalización de las ventanas de tiempo seguido por el tiempo de servicio. Cabe aclarar que estas instancias se ajustan al problema 2E-CVRPTW debido a que no se encontraron instancias con aplicabilidad directa al modelo, de esta manera se crean de manera aleatoria los satélites necesarios para cada instancia con sus respectivas coordenadas y capacidades.

El caso de la matriz de distancias no se cuenta en la inicialización del desarrollo, ya que se optó por llevar un algoritmo auxiliar que permite dar con las distancias euclidianas entre los nodos

(depósito, satélites y clientes), para la construcción de la matriz de distancias de la instancia a solucionar.

Otros parámetros de entrada que se tienen en cuenta en la etapa inicial son:

- Número de población inicial
- Número de iteraciones
- Capacidad del depósito
- Capacidad de los satélites
- Capacidad de los vehículos de segundo nivel
- Capacidad de los vehículos de primer nivel
- Velocidad promedio de los vehículos
- Costo de transporte de ruta de segundo nivel
- Costo de transporte de ruta de primer nivel
- Costo de servicio
- Costo de utilización de los vehículos de segundo nivel
- Costo de utilización de los vehículos de primer nivel
- Porcentaje de cromosomas seleccionados (n<sub>sel</sub>)
- Porcentaje de genes que cambian (swap)

Debido a la complejidad de los algoritmos, el tiempo computacional y el número de iteraciones, se hace una división entre las cuatro combinaciones propuestas inicialmente, quedando en dos grupos organizados de la siguiente manera:

*Grupo 1*

- Aplicar el método de solución algoritmo genético a primer y segundo nivel (GA-GA).
- Aplicar el método de solución búsqueda tabú al primero nivel y algoritmo genético al segundo nivel (GA-TS).

### *Grupo 2*

- Aplicar el método de solución búsqueda tabú a primer y segundo nivel (TS-TS).
- Aplicar el método de solución algoritmo genético al primer nivel y búsqueda tabú al segundo nivel (TS-GA).

El conjunto de pruebas se integró por 10 instancias de cinco tamaños (200, 400, 600 y 1000 clientes) de tipo R y C, de un horizonte de programación largo para el *Grupo 1* y 6 instancias de dos tamaños (100 y 200 clientes) de tipo R, C y RC, de un horizonte de programación largo para el *Grupo 2*, las cuales han sido utilizadas por varios autores. En la tabla 1 y 2 se muestran las instancias seleccionadas, el tipo y el número de clientes y satélites involucrados.

**Tabla 1.***Instancias de prueba grupo 1*

<b>Grupo 1</b>			
<b>Instancia</b>	<b>Tipo</b>	<b>Clientes</b>	<b>Satélites</b>
C2_2_5	C	200	5
C2_4_1	C	400	10
C2_6_1	C	600	15
C210_2	C	1000	25
R2_2_1	R	200	5
R2_4_1	R	400	10
R2_6_1	R	600	15
R210_1	R	1000	25

**Fuente:** Elaboración propia**Tabla 2.***Instancias de prueba grupo 2*

<b>Grupo 2</b>			
<b>Instancia</b>	<b>Tipo</b>	<b>Clientes</b>	<b>Satélites</b>
C205	C	100	4
R205	R	100	4
RC201	RC	100	4
C2_2_5	C	200	5
R2_2_1	R	200	5
RC2_2_1	RC	200	5

**Fuente:** Elaboración propia

Estas instancias propuestas por Homberger & Solomon (1987) han sido probadas en investigaciones orientadas al VRPTW. Por esta razón, se plantean adaptaciones a las instancias de manera que brinden aplicabilidad directa con el problema de ruteo de vehículos capacitados de dos escalones con restricción de ventanas de tiempo (2E-CVRPTW), cada una de las instancias denotan el depósito principal, la cantidad de satélites y clientes, con cada una de sus coordenadas en  $x$  y  $y$  (con las cuales se calcula la distancia euclidiana), la demanda, los tiempos de inicio y final de la ventana de tiempo y el tiempo de servicio. En la tabla 3 se muestra un ejemplo de una instancia adaptada al 2E-CVRPTW.

**Tabla 3.***Ejemplo de instancia, 1 Depósito, 3 Satélites, 10 Clientes*

DATOS	X	Y	Tiempo inicial (a)	Tiempo final (b)	Demanda (D)	Tiempo de servicio (s)
<b>DEPOSITO</b>	40	45	0	0	0	0
<b>A</b>	50	50	0	0	0	0
<b>B</b>	25	25	0	0	0	0
<b>C</b>	75	75	0	0	0	0
<b>1</b>	25	85	673	793	20	10
<b>2</b>	22	75	152	272	30	10
<b>3</b>	22	85	471	591	10	10
<b>4</b>	20	80	644	764	40	10
<b>5</b>	20	85	73	193	20	10
<b>6</b>	18	75	388	508	20	10
<b>7</b>	15	75	300	420	20	10
<b>8</b>	15	80	367	487	10	10
<b>9</b>	10	35	371	491	20	10
<b>10</b>	10	40	519	639	30	10

**Fuente:** Elaboración propia

## 6.2. Resultados de la experimentación

Para realizar un análisis de los resultados, cada una de las combinaciones se ejecutó 5 veces sobre cada una de las instancias de prueba; en donde en cada ejecución se registró el mejor valor de la

función objetivo encontrado, así como el promedio de los resultados obtenidos, además de la desviación estándar y el coeficiente de variación.

En el apéndice A, se presentan los resultados correspondientes al valor de la distancia en costo de las soluciones correspondientes a las instancias del *Grupo 1*, especificadas en la columna instancia, por medio del algoritmo genético en primer y segundo nivel (GA-GA) y algoritmo genético en segundo nivel y búsqueda tabú en primer nivel (GA-TS).

En donde:

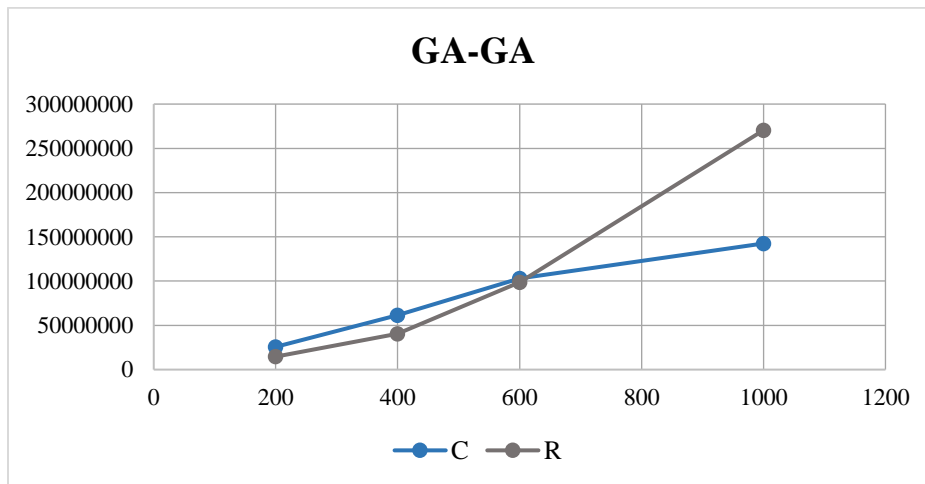
- la columna denominada instancia indica la manera en que esta es conocida en la literatura.
- La columna algoritmo contiene la combinación de técnicas aplicada a cada instancia.
- El número de clientes, número de iteraciones y n poblacional de cada instancia viene dado en las columnas n clientes, n iteraciones y n pob, respectivamente.
- El resultado del número de veces que fue ejecutada cada instancia de prueba, están dados en las columnas denominadas 1, 2, 3, 4 y 5 con sus respectivos tiempos de ejecución.
- En la columna promedio esta dado el resultado promedio de las cinco ejecuciones de cada instancia.
- El mínimo valor obtenido en las cinco ejecuciones de cada instancia esta dado en la columna llamada valor mínimo.
- La desviación estándar y el coeficiente de variación están dados en las columnas desviación y coef. Variación.

De los resultados obtenidos en las cinco ejecuciones para cada instancia con diferente combinación, se estableció un cuadro comparativo entre las instancias tipo C y R respecto al

mínimo valor obtenido (presentado en la figura 15 ) y el número de clientes utilizados en cada instancia, donde se evidencia que al manejar un número de clientes elevado (alrededor de los 1000 clientes) en instancias de tipo C, la aplicación del algoritmo genético en primer y segundo nivel (GA-GA), presenta una mejor solución con respecto a las instancias de tipo R; en caso contrario, manejando un número pequeño de clientes (alrededor de los 200 o 400 clientes) las instancias tipo R generan resultados óptimos con respecto a las instancias clusterizadas.

**Figura 15.**

*Gráfico comparativo entre instancias tipo C y R aplicando GA-GA*



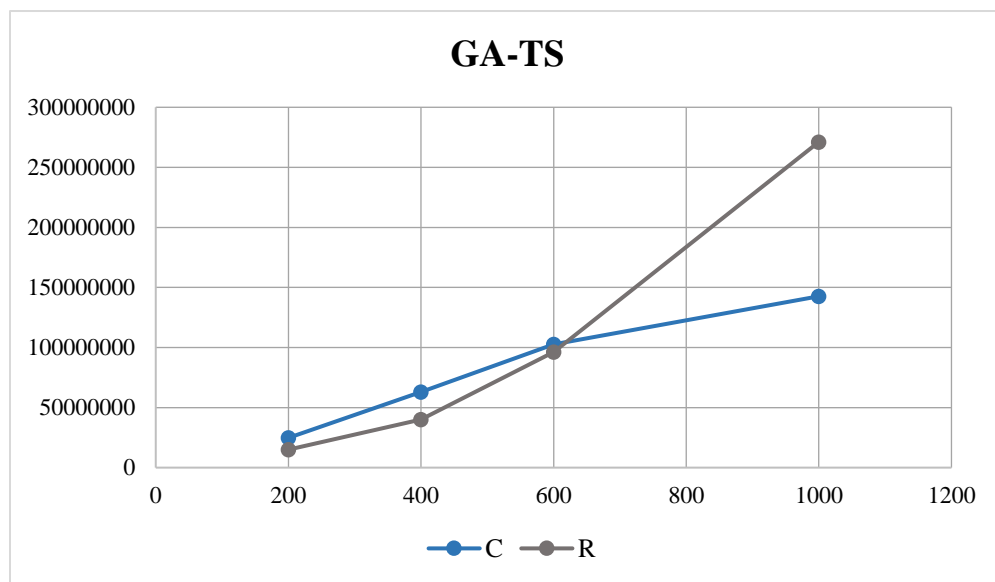
**Fuente:** Elaboración propia

De la misma manera, de los resultados obtenidos en las cinco ejecuciones para cada instancia con diferente combinación, se estableció un cuadro comparativo entre las instancias tipo C y R respecto al mínimo valor obtenido (presentado en la figura 16 ) y el número de clientes utilizados en cada instancia, donde se evidencia que al manejar un número de clientes elevado (alrededor de los 1000 clientes) en instancias de tipo C, la aplicación del algoritmo genético en segundo nivel y búsqueda tabú en primer nivel (GA-TS), presenta una mejor solución con respecto

a las instancias de tipo R; en caso contrario, manejando un número pequeño de clientes (alrededor de los 200 o 400 clientes) las instancias tipo R generan resultados óptimos con respecto a las instancias clusterizadas.

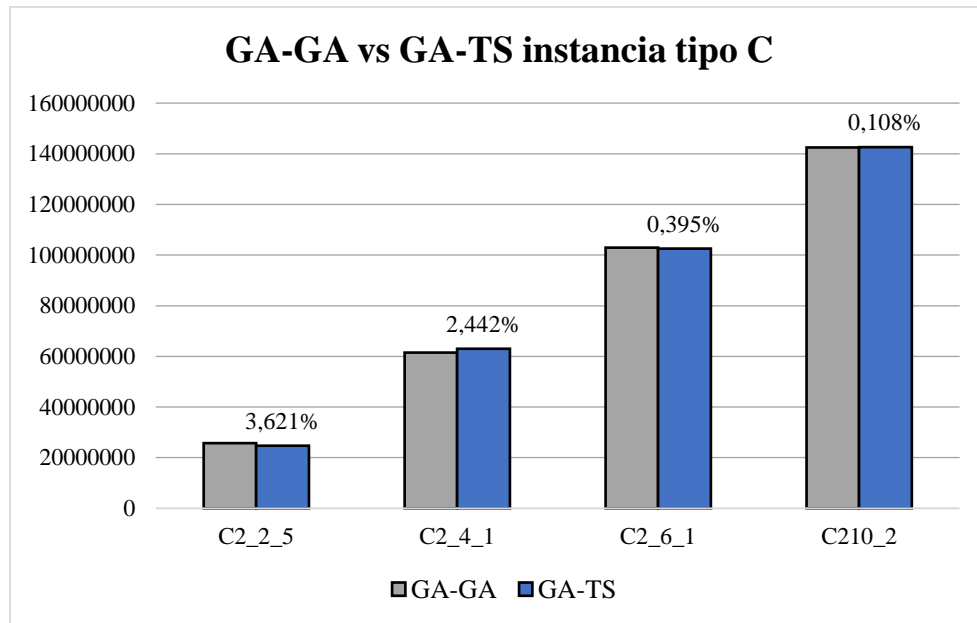
### Figura 16.

*Gráfico comparativo entre instancias tipo C y R aplicando GA-TS*

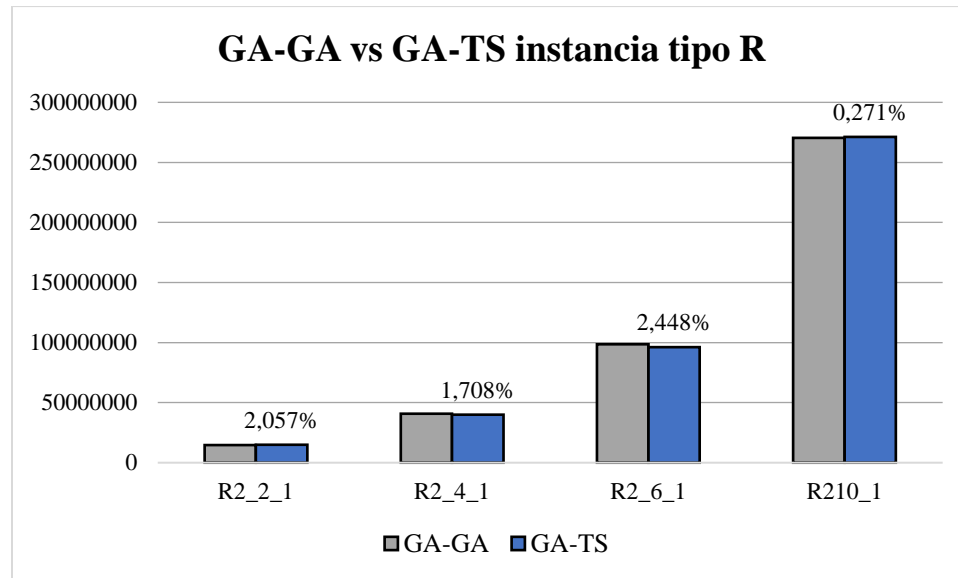


**Fuente:** Elaboración propia

Planteando un gráfico comparativo entre los resultados obtenidos (ver grafica 17) a través de la implementación de las dos combinaciones, algoritmo genético para los dos escalones (GA-GA) y algoritmo genético para el segundo escalón con búsqueda tabú en el primer escalón (GA-TS), aplicadas al mismo tipo de instancia (Tipo C), se deduce que independientemente de la cantidad de clientes y los parámetros establecidos, la variabilidad de los costos es baja (no superior al 4%). Sin embargo, a medida que va en aumento el número de clientes la variabilidad del resultado tiende a disminuir.

**Figura 17.***GA-GA vs GA-TS instancias tipo C***Fuente:** Elaboración propia

Por otro lado, el gráfico comparativo entre los resultados obtenidos (ver grafica 18) a través de la implementación de las dos combinaciones, algoritmo genético para los dos escalones (GA-GA) y algoritmo genético para el segundo escalón con búsqueda tabú en el primer escalón (GA-TS), aplicadas al mismo tipo de instancia (Tipo R), se deduce que independientemente de la cantidad de clientes y los parámetros establecidos, la variabilidad de los costos es baja (no superior al 3%).

**Figura 18.***GA-GA vs GA-TS instancia tipo R***Fuente:** Elaboración propia

En el apéndice B, se presentan los resultados correspondientes al valor de la distancia en costo de las soluciones correspondientes a las instancias del *Grupo 2*, especificadas en la columna instancia, por medio de la búsqueda tabú en primer y segundo nivel (TS-TS) y búsqueda tabú en segundo nivel y algoritmo genético en primer nivel (TS-GA).

En donde:

- la columna denominada instancia indica la manera en que esta es conocida en la literatura.
- La columna algoritmo contiene la combinación de técnicas aplicada a cada instancia.
- El número de clientes, número de iteraciones y n poblacional de cada instancia viene dado en las columnas n clientes, n iteraciones y n pob, respectivamente.

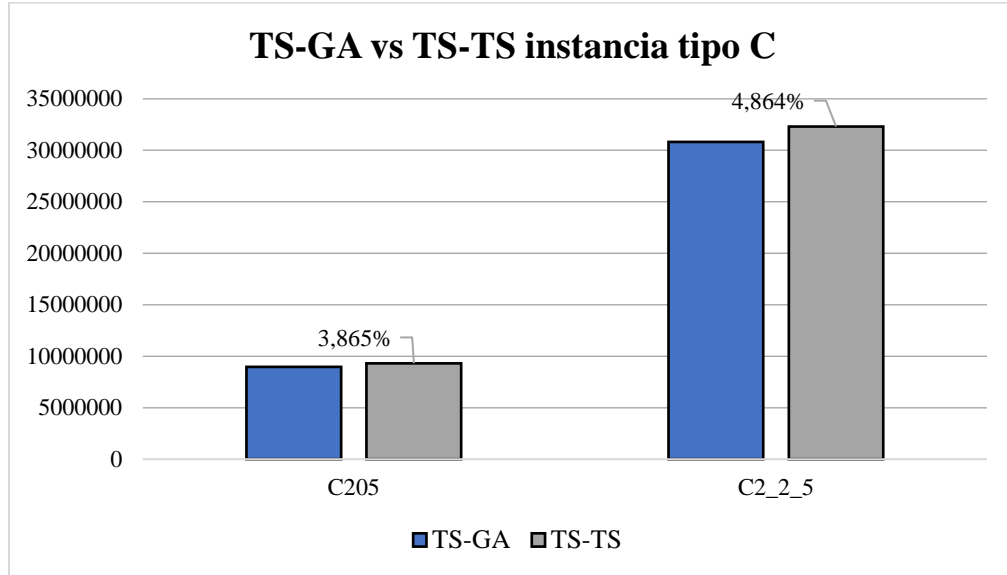
- El resultado del número de veces que fue ejecutada cada instancia de prueba, están dados en las columnas denominadas 1, 2, 3, 4 y 5 con sus respectivos tiempos de ejecución.
- En la columna promedio esta dado el resultado promedio de las cinco ejecuciones de cada instancia.
- El mínimo valor obtenido en las cinco ejecuciones de cada instancia esta dado en la columna llamada valor mínimo.
- La desviación estándar y el coeficiente de variación están dados en las columnas desviación y coef. Variación.

Las instancias de 200 clientes implementadas para las combinaciones búsqueda tabú en los dos escalones (TS-TS) y búsqueda tabú en el segundo escalón con algoritmo genético en el primer escalón (TS-GA), se ejecutaron tres veces debido a su complejidad computacional y los tiempos altos en cada corrida.

En las figuras 19, 20 y 21 se presentan las comparaciones de la aplicación de las combinaciones de solución búsqueda tabú para los dos escalones (TS-TS) y búsqueda tabú para segundo escalón con algoritmo genético para el primer escalón (TS-GA) respecto al tipo de instancia (Tipo C, R y RC) las cuales manejaban 100 y 200 clientes, en donde la variabilidad de los resultados es baja en instancias de 100 clientes, a diferencia de las instancias de 200 clientes en los cuales esta variabilidad aumenta. Sin embargo, la variabilidad de la solución de estas instancias puede estar sujeta al número de ejecuciones ya que requieren un tiempo computacional mayor.

**Figura 19.**

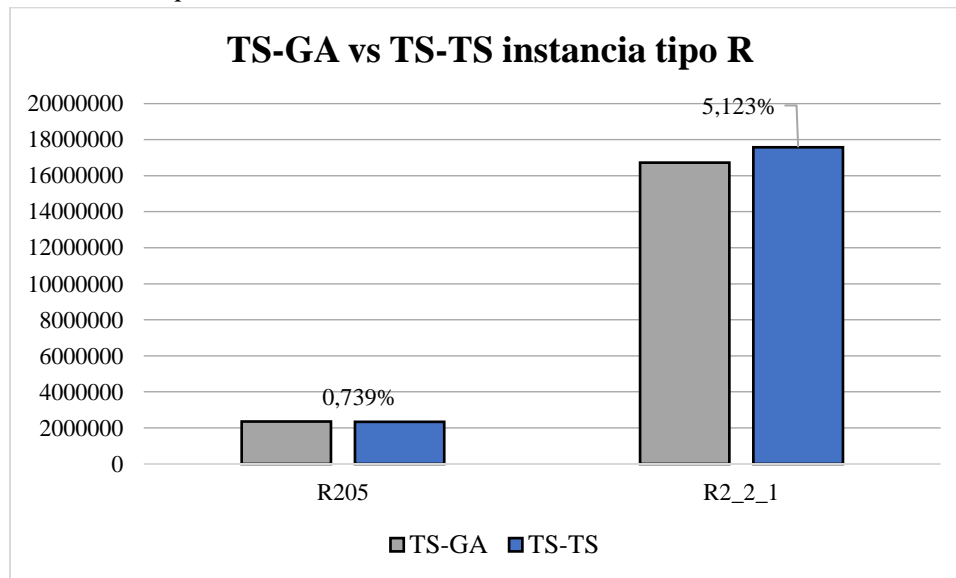
*TS-GA vs TS-TS instancia tipo C*



Fuente: Elaboración propia

**Figura 20.**

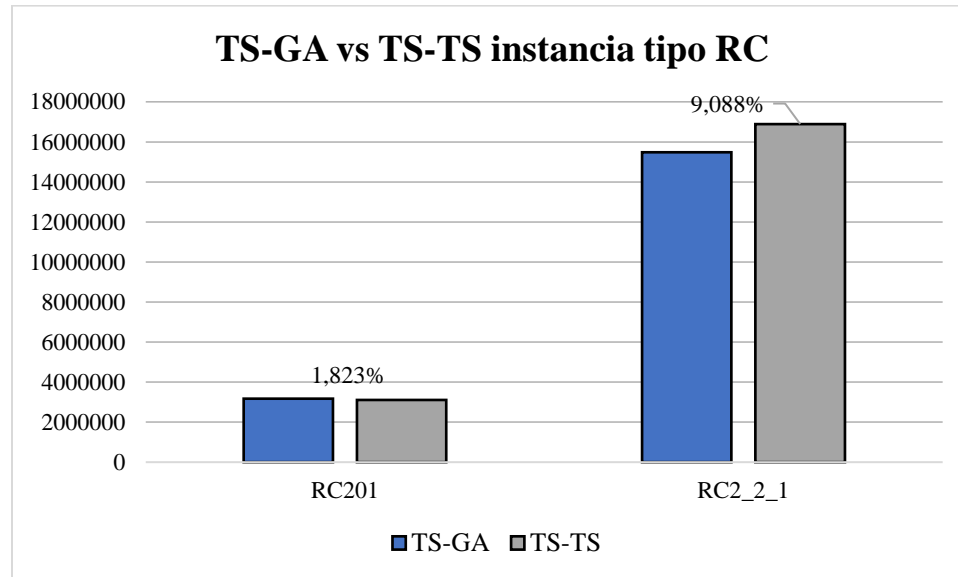
*TS-GA vs TS-TS instancia tipo R*



Fuente: Elaboración propia

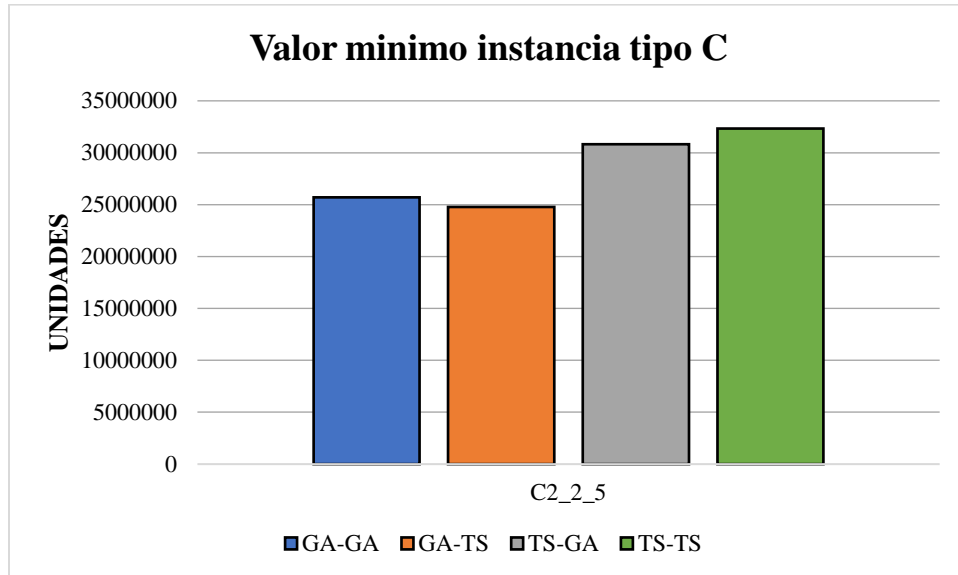
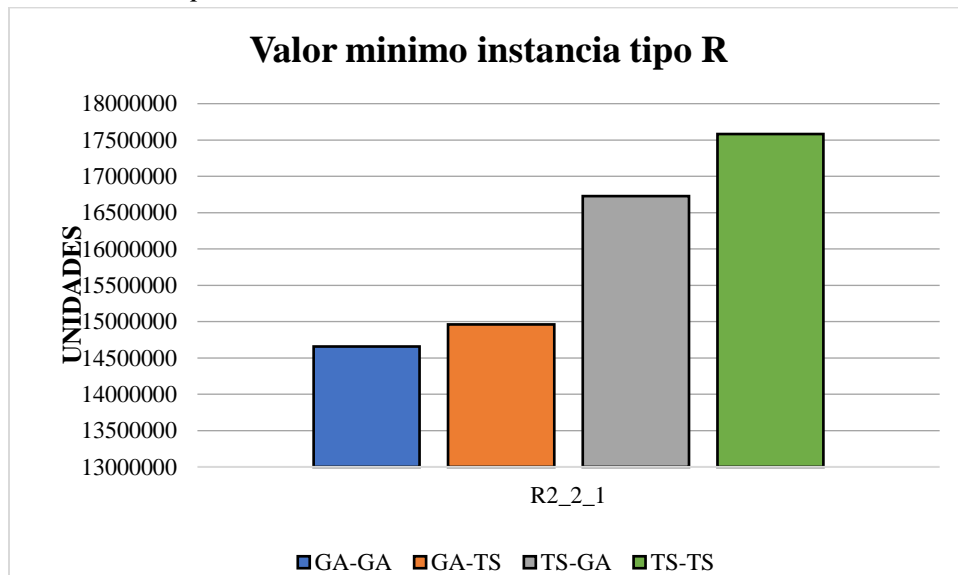
Figura 21

*TS-GA vs TS-TS instancia tipo RC*



Fuente: Elaboración propia

Con el fin de determinar cuál de las cuatro combinaciones implementadas brinda una mejor solución, ejecutamos una instancia tipo C y una tipo R, para cada una de las combinaciones GA-GA, GA-TS, TS-GA Y TS-TS, con un número determinado de 200 clientes, dichas soluciones están representadas en las figuras 22 y 23 (ver apéndice C) respectivamente, donde se evidencia el valor mínimo obtenido por cada una de las combinaciones, reflejando un buen resultado la combinación de algoritmo genético en segundo escalón con búsqueda tabú en el primer escalón para instancias clusterizadas. Sin embargo, en instancias de distribución aleatoria la combinación que genero mejor resultado fue la aplicación de algoritmo genético en los dos escalones.

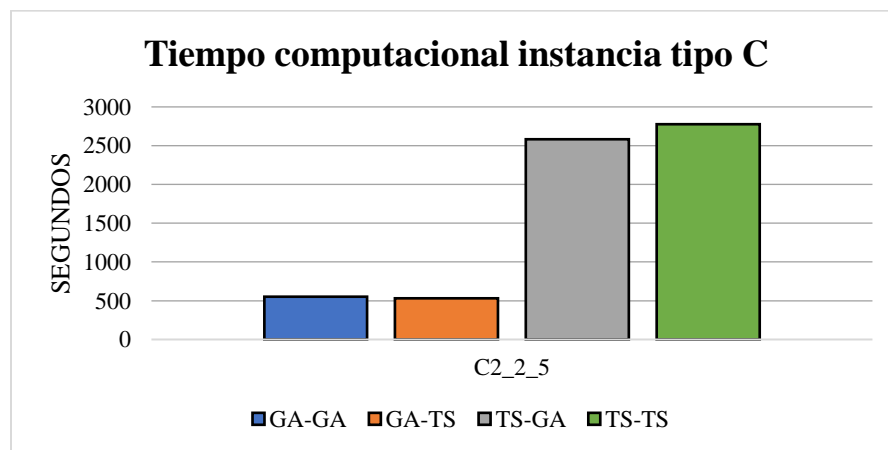
**Figura 22.***Valor mínimo instancia tipo C***Fuente:** Elaboración propia**Figura 23.***Valor mínimo instancia tipo R***Fuente:** Elaboración propia

Respecto al tiempo de ejecución del programa (ver grafica 24 y 25), las combinaciones de solución que generaron respuestas en el mejor tiempo fue la implementación de algoritmo genético en segundo escalón con búsqueda tabú en primer escalón para instancias clusterizadas y en instancias aleatorias el valor mínimo generado en el menor tiempo es brindado por la combinación de algoritmo genético en los dos niveles. Sin embargo, el tiempo de ejecución se ve afectado por factores externos, como el número de programas que se ejecuten en forma paralela, la temperatura del equipo, etc.

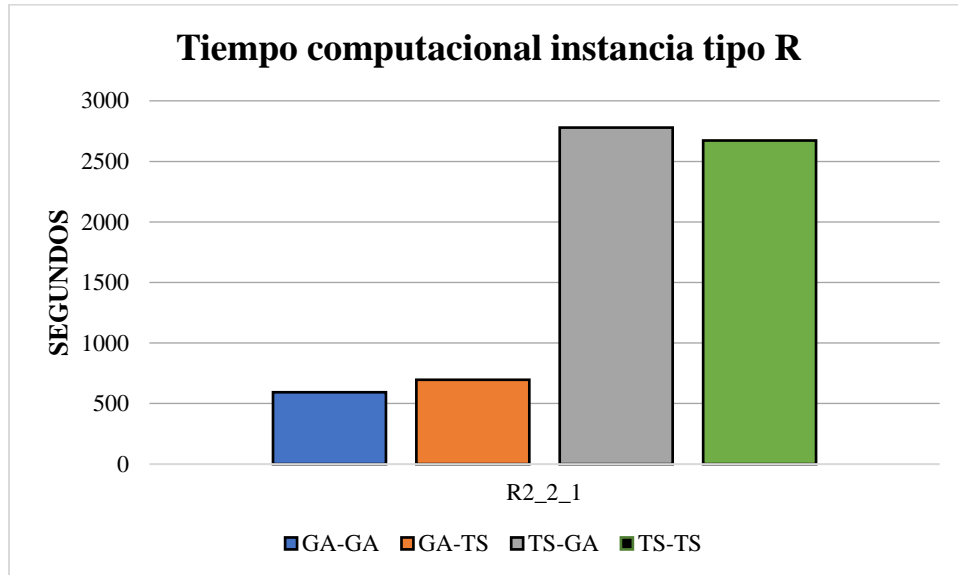
Como se evidencia en las figuras 24 y 25, los tiempos computacionales de las combinaciones de búsqueda tabú en segundo escalón con algoritmo genético en primer escalón y búsqueda tabú en los dos escalones, requirieron un tiempo de ejecución mayor debido a su complejidad computacional, por esta razón para estas últimas combinaciones se tiene un numero de iteraciones mucho menor al implementado en las demás, así como el número de ejecuciones generadas.

**Figura 24.**

*Tiempo computacional instancia C*



**Fuente:** Elaboración propia

**Figura 25.***Tiempo computacional instancia tipo R***Fuente:** Elaboración propia

## 7. Conclusiones

De los métodos propuestos para la solución del problema 2E-CVRPTW, se observa como las combinaciones relacionadas con el algoritmo genético aplicado al segundo nivel proporcionan mejores soluciones tanto en el valor mínimo como al tiempo de ejecución, independientemente del número de clientes utilizado y del tipo de instancia, respecto a la búsqueda tabú en el segundo nivel. De manera particular, la combinación GA-TS generó una diferencia de un 24% respecto a la combinación TS-GA, la cual fue el mejor resultado de aplicar búsqueda tabú en segundo nivel en instancias tipo C. En instancias tipo R la combinación GA-GA obtuvo un 14% de mejoría en comparación con la mejor solución que incluye búsqueda tabú en el segundo nivel (TS-GA).

Además de esto, las combinaciones de algoritmo genético en primer y segundo nivel junto a la combinación de algoritmo genético en segundo nivel y búsqueda tabú en primer nivel de manera secuencial brindan soluciones factibles para instancias tipo C y R. Sin embargo, a medida que el número de clientes aumenta la mejor solución se obtiene con instancias tipo C y en el caso opuesto al disminuir la cantidad de clientes la mejor respuesta se obtiene con instancias tipo R, esto en las dos combinaciones.

Es importante destacar que las técnicas que brindaron mejores resultados (GA-GA y GA-TS), es decir, las que presentan algoritmo genético en el segundo nivel, se ejecutaron en tiempos computacionales cortos comparados con las técnicas que desarrollan la búsqueda tabú en segundo nivel (TS-TS y TS-GA), teniendo en cuenta que fueron probadas en instancias de hasta 1000 clientes y con un número de hasta 1000 iteraciones.

## **8. Recomendaciones**

Para futuras investigaciones se recomienda evaluar más variables como el tráfico, reducción de emisiones al ambiente, flotas heterogéneas en cada escalón, ventanas de tiempo duras. De tal forma que se incita a modelar nuevos elementos relacionados con el problema, se recomienda considerar demandas y clientes estocásticos.

En un número de instancias muy grandes (superior a 800 clientes) se recomienda la implementación del algoritmo genético, ya que sus tiempos de ejecución son cortos con soluciones factibles. De la misma manera, se recomienda continuar con esta tendencia del algoritmo genético

para futuras investigaciones de VRP, donde se pueda comparar con otras metaheurísticas diferentes a las implementadas en este trabajo.

Se recomienda implementar el mismo modelo, pero teniendo en cuenta la utilización de vehículos eléctricos, que requiera de subestaciones para terminar sus recorridos, esto pensando en la reducción de emisiones.

### Referencias bibliográficas

- Ait Haddadene, S.R., Labadie, N., Prodhon, C. (2016). A GRASP  $\times$  ILS for the vehicle routing problem with time windows, synchronization and precedence constraints. *Expert Systems with Applications*, 66, 1339-1351. doi: 10.1016/j.eswa.2016.09.002
- Alssager, M., Othman, Z.A. (2016) Cuckoo search algorithm for capacitated vehicle routing problem. *Journal of Theoretical and Applied Information Technology*, 88, 11-19.
- Álvarez, C. (2009). Optimización de enjambre de partículas (PSO) aplicada al problema de la P-mediana. (Tesis de pregrado). Universidad Industrial de Santander, Bucaramanga, Colombia.
- Angarita, A. (2018). Un modelo para la localización de depósitos centrales y ruteo de vehículos de dos escalones aplicado a la distribución de recursos humanitarios durante las fases de pre y pos-desastre (2E-LRP) (tesis de pregrado). Universidad Industrial de Santander, Bucaramanga, Colombia.
- Arias, J. Niño, A. (2017). A hybrid GRASP algorithm for 2eCVRP (tesis de pregrado). Universidad Industrial de Santander, Bucaramanga, Colombia.
- Batista, B & Glover, F. (2006). Introducción a la búsqueda Tabu. *vol, 3*, 1-36.
- Belgin, O., Karaoglan, I., Altiparmak, F. (2018). Two-echelon vehicle routing problem with simultaneous pickup and delivery: Mathematical model and heuristic approach. *Computers and Industrial Engineering*, 115, 1-16. doi: 10.1016/j.cie.2017.10.032

- Belhaiza, S., M'hallah, R., Ben Brahim, G., Laporte, G. (2019). Three multi-start data-driven evolutionary heuristics for the vehicle routing problem with multiple time Windows. *Journal of Heuristics*, 25, 485-515. doi: 10.1007/s10732-019-09412-1
- Clavijo, S., Vera, A., Malagón, D., Parga, A., Joya, S., Ortiz, M & Ordoñez, L. (2014). Costos de transporte, multimodalismo y la competitividad de Colombia. *Bogotá: Asociación Nacional de Instituciones Financieras, Centro de Estudios Económicos*.
- Contardo, C., Hemmelmayr, V., Crainic, T.G. (2012). Lower and upper bounds for the two-echelon capacitated location-routing problem. *Computers and Operations Research*, 39, 3185-3199. doi: 10.1016/j.cor.2012.04.003
- Fazel Zarandi, M.H., Hemmati, A., Davari, S., Burhan Turksen, I. (2013). Capacitated location-routing problem with time windows under uncertainty. *Knowledge-Based Systems*, 37, 480-489. doi: 10.1016/j.knosys.2012.09.007
- Gehring, H., & Homberger, J. (2001). A parallel two-phase metaheuristic for routing problems with time-windows. *Asia Pacific Journal of Operational Research*, 18(1), 35-48.
- Gestal, R. (2010). Introducción a los algoritmos genéticos y la programación genética (Universidad da Coruña, Servizo de Publicacións ed.). CONSORCIO EDITORIAL GALEGO
- Govindan, K., Jafarian, A., Khodaverdi, R & Devika, K. (2014). Two-echelon multiple-vehicle location-routing problem with time windows for optimization of sustainable supply chain network of perishable food. *International Journal of Production Economics*, 152, 9-28. doi: 10.1016/j.ijpe.2013.12.028

- Govindan, K., Jafarian, A., Nourbakhsh, V. (2019). Designing a sustainable supply chain network integrated with vehicle routing: A comparison of hybrid swarm intelligence metaheuristics. *Computers and Operations Research*, 110, 220-235. doi: 10.1016/j.cor.2018.11.013
- Grangier, P., Gendreau, M., Lehuédé, F., Rousseau, L.-M. (2016). An adaptive large neighborhood search for the two-echelon multiple-trip vehicle routing problem with satellite synchronization. *European Journal of Operational Research*, 254, 80-91. doi: 10.1016/j.ejor.2016.03.040
- Guenduez, H & Kadir, H. (2013). A well-arranged simulated annealing approach for the location-routing problem with time Windows. *Proceedings of the Annual Hawaii International Conference on System Sciences*. Art n° 6479972, 1144-1153. doi: 10.1109/HICSS.2013.69
- Jiang, H. (2012). An hybrid heuristic algorithm for the two-echelon vehicle routing problem. *IET Conference Publications*. doi: 10.1049/cp.2012.2309
- Hemmelmayr, V.C., Cordeau, J.-F., Crainic, T.G. (2012). An adaptive large neighborhood search heuristic for Two-Echelon Vehicle Routing Problems arising in city logistics. *Computers and Operations Research*, 39, 3215-3228. doi: 10.1016/j.cor.2012.04.007
- Johnson, D. S., Garey, M. (1982). *Computers and Intractability: A Guide to the Theory of NP-Completeness*. New York: Freeman & Company, 24. doi: 10.1137/1024022
- Kalami Heris, S. M. (2015). Implementation of Tabu Search for TSP [Project Code: YPEA116]. Member of Yarpiz Team. <https://www.yarpiz.com>. [sm.kalami@gmail.com](mailto:sm.kalami@gmail.com), [info@yarpiz.com](mailto:info@yarpiz.com)

- Khachay, M., Ogorodnikov, Y. (2018). Efficient PTAS for the Euclidean CVRP with time Windows. *Lecture Notes in Computer Science*, 11179, 318-328. doi: 10.1007/978-3-030-11027-7\_30
- Koç, Ç., Bektaş, T., Jabali, O., Laporte, G. (2016) The fleet size and mix location-routing problem with time windows: Formulations and a heuristic algorithm. *European Journal of Operational Research*, 248, 33-51. doi: 10.1016/j.ejor.2015.06.082
- Kumar, R.S., Kondapaneni, K., Dixit, V., Goswami, A., Thakur, L.S., Tiwari, M.K. (2016). Multi-objective modeling of production and pollution routing problem with time window: A self-learning particle swarm optimization approach. *Computers and Industrial Engineering*, 99, 29-40. doi: 10.1016/j.cie.2015.07.003
- Li, H., Yuan, J., Lv, T., Chang, X. (2016) The two-echelon time-constrained vehicle routing problem in linehaul-delivery systems considering carbon dioxide emissions. *Transportation Research Part D: Transport and Environment*, 49, 231-245. doi: 10.1016/j.trd.2016.10.002
- Lima, S.J.A., De Araújo, S.A. (2018). A new binary encoding scheme in genetic algorithm for solving the capacitated vehicle routing problem. *Lecture Notes in Computer Science*. 174-184. doi: 10.1007/978-3-319-91641-5\_15
- Liu, T., Luo, Z., Qin, H., Lim, A. (2018). A branch-and-cut algorithm for the two-echelon capacitated vehicle routing problem with grouping constraints. *European Journal of Operational Research*, 266, 487-497. doi: 10.1016/j.ejor.2017.10.017

- Mora, L. (2014) *Logística del transporte y distribución de carga*. Bogota, Colombia: ECOE Ediciones. 325-352. <https://doi.org/10.15517/rmta.v27i2.37889>.
- Naccache, S., Côté, J.-F. & Coelho, L.C. (2018) The multi-pickup and delivery problem with time Windows. *European Journal of Operational Research*, 269, 353-362. doi: 10.1016/j.ejor.2018.01.035
- Nikbakhsh, E & Zegordi, S.H. (2010). A heuristic algorithm and a lower bound for the two-echelon location-routing problem with soft time window constraints. *Scientia Iranica*. 17, 36-47. Recuperado de: <https://www2.scopus.com/inward/record.uri?eid=2-s2.0-79951625136&partnerID=40&md5=b0776c1a768d0260fc952c8657ca7002>
- Niño, A., & Vargas, J. (2018). Algoritmo memético para el problema de localización y ruteo de vehículos con ventanas de tiempo en el proceso de recolección de residuos sólidos en el centro de la ciudad de Bucaramanga de la empresa de aseo de Bucaramanga-EMAB (tesis de pregrado). Universidad Industrial de Santander, Bucaramanga, Colombia.
- Ouhader, H., Elkyl, M. (2016). A two-echelon location-routing model for designing a pooled distribution supply chain. *Proceedings of the 3rd IEEE International Conference on Logistics Operations Management*, art n° 7731659. doi: 10.1109/GOL.2016.7731659
- Ponboon, S., Qureshi, A.G & Taniguchi, E. (2016). Branch-and-price algorithm for the location-routing problem with time Windows. *Transportation Research Part E: Logistics and Transportation Review*, 86, 1-19. doi: 10.1016/j.tre.2015.12.003
- Solomon, M. (1987). Algorithms for the vehicle routing and scheduling problems with time window constraints. *Operations research*, 35(2), 254-265.

- Song, L., Huang, H & Du, H. (2016). Approximation schemes for Euclidean vehicle routing problems with time Windows. *Journal of Combinatorial Optimization*, 32, 1217-1231. doi: 10.1007/s10878-015-9931-5
- Soysal, M., Bloemhof-Ruwaard, J & Bektaş, T. (2015). The time-dependent two-echelon capacitated vehicle routing problem with environmental considerations. *International Journal of Production Economics*, 164, 366-378. doi: 10.1016/j.ijpe.2014.11.016
- Suarez, O. (2011). Una aproximación a las heurísticas metaheurísticas. *INGE@UAN*, 1(2), 44-51. Recuperado de <http://csifsvr.uan.edu.co/index.php/ingean/article/view/198>
- Wang, K., Lan, S & Zhao, Y. (2017) A genetic-algorithm-based approach to the two-echelon capacitated vehicle routing problem with stochastic demands in logistics service. *Journal of the Operational Research Society*. 68, 1409-1421. doi: 10.1057/s41274-016-0170-7
- Wang, Y., Assogba, K., Liu, Y., Ma, X., Xu, M., Wang, Y. (2018). Two-echelon location-routing optimization with time windows based on customer clustering. *Expert Systems with Applications*, 104, 244-260. doi: 10.1016/j.eswa.2018.03.018
- Xu, W.-S., Zeng, Z.-Y., Xu, Z.-Y. (2013) A Memetic algorithm for solving two-echelon vehicle routing problem. *Kongzhi yu Juece/Control and Decision*, 29, 1587-1590+15. Recuperado de: <https://www2.scopus.com/inward/record.uri?eid=2-s2.0-84890819510&partnerID=40&md5=dcd26835876c81467d8bd4e74d66e0cd>
- Zeng, Z.-Y., Xu, W.-S., Xu, Z.-Y., Shao, & W.-H. (2014). A Hybrid GRASP+VND heuristic for the two-echelon vehicle routing problem arising in city logistics. *Mathematical Problems in Engineering*, Art n° 517467. doi: 10.1155/2014/517467

Apéndices

Apéndice A. Tabla de experimentación de las combinaciones GA-GA y GA-TS

EXPERIMENTACION 2E-CVRPTW														
INSTANCIA	ALGORITMO	N° CLIENTES	N° ITERACIONES	N POB		1	2	3	4	5	PROMEDIO	VALOR MINIMO	DESVIACION	COEF. VARIACION
C2_2_5	GA-GA	200	1000	200	VALOR (u)	26535900	26159100	25699500	25931500	25775100	26020220	25699500	337649,93	1,30%
					TIEMPO (s)	527,43	531,97	564,15	556,41	586,17	553,226		24,15	4,36%
C2_2_5	GA-TS	200	1000	200	VALOR (u)	26311000	25927600	26187000	24768800	26273400	25893560	24768800	646313,66	2,50%
					TIEMPO (s)	501,38	533,87	587,87	517,07	505,76	529,19		35,12	6,64%
R2_2_1	GA-GA	200	1000	200	VALOR (u)	14658700	14715400	15366100	15037000	15235500	15002540	14658700	311572,24	2,08%
					TIEMPO (s)	538,9	556,88	614,84	600,36	660,06	594,208		48,09	8,09%
R2_2_1	GA-TS	200	1000	200	VALOR (u)	14960200	15054000	14991500	15382500	15501900	15178020	14960200	247146,99	1,63%
					TIEMPO (s)	699,01	726,83	657,97	689,55	707,56	696,184		25,40	3,65%
C2_4_1	GA-GA	400	800	200	VALOR (u)	62818000	61473800	62733300	64217800	63081600	62864900	61473800	978771,51	1,56%
					TIEMPO (s)	1000,58	1229,2	883,6	867,84	887,95	973,834		152,22	15,63%
C2_4_1	GA-TS	400	800	200	VALOR (u)	64166000	64076300	62975100	63452100	63492200	63632340	62975100	491422,32	0,77%
					TIEMPO (s)	1264,16	1208	1044,71	1165	1274,82	1191,338		93,20	7,82%
R2_4_1	GA-GA	400	800	200	VALOR (u)	41076900	41196300	40862700	41522500	40647000	41061080	40647000	332513,16	0,81%
					TIEMPO (s)	981,32	988,68	886,2	977,44	1113,84	989,496		81,15	8,20%
R2_4_1	GA-TS	400	800	200	VALOR (u)	40481400	41594700	41095600	39952600	40819800	40788820	39952600	620138,54	1,52%
					TIEMPO (s)	1070,49	1032,71	1033,29	1026,15	1025,18	1037,564		18,77	1,81%
C2_6_1	GA-GA	600	300	300	VALOR (u)	103555000	103835000	102942000	103109000	104031000	103494400	102942000	464031,03	0,45%
					TIEMPO (s)	1124,96	1128,01	959,84	1262,64	1077,49	1110,588		108,92	9,81%
C2_6_1	GA-TS	600	300	300	VALOR (u)	103610000	102535000	103347000	104409000	103369000	103454000	102535000	670745,11	0,65%
					TIEMPO (s)	1019,53	1049,53	1063,78	1054,91	1061,64	1049,878		17,87	1,70%
R2_6_1	GA-GA	600	300	300	VALOR (u)	99231500	99222800	99524100	98704200	99967600	99330040	98704200	462879,11	0,47%
					TIEMPO (s)	1055,66	877,02	812,89	850,57	820,18	883,264		99,70	11,29%
R2_6_1	GA-TS	600	300	300	VALOR (u)	96287800	98324900	97189200	99099600	99113000	98002900	96287800	1239196,57	1,26%
					TIEMPO (s)	1063	1155,66	1048,5	1006,57	999,27	1054,6		62,63	5,94%
C210_2	GA-GA	1000	100	500	VALOR (u)	144565000	143908000	146415000	145458000	142496000	144568400	142496000	1494347,78	1,03%
					TIEMPO (s)	987,07	980,16	983,67	965,17	916,42	966,498		29,22	3,02%
C210_2	GA-TS	1000	100	500	VALOR (u)	143879000	143074000	142731000	142650000	144762000	143419200	142650000	894284,46	0,62%
					TIEMPO (s)	913,69	1095,88	1143,09	1039,52	1118,77	1062,19		91,44	8,61%
R210_1	GA-GA	1000	100	500	VALOR (u)	273442000	273300000	273286000	272568000	270429000	272605000	270429000	1263299,25	0,46%
					TIEMPO (s)	1258,08	1250,79	1271,54	1065,35	1206,33	1210,418		84,70	7,00%
R210_1	GA-TS	1000	100	500	VALOR (u)	271324000	272117000	271496000	271162000	272783000	271776400	271162000	668959,86	0,25%
					TIEMPO (s)	1168,19	1231,72	1094,54	938,98	983,59	1083,404		122,61	11,32%

**Apéndice B.** Tabla de experimentación de las combinaciones TS-GA y TS-TS

EXPERIMENTACION 2E-CVRPTW														
INSTANCIA	ALGORITMO	N° CLIENTES	N° ITERACIONES	N POB		1	2	3	4	5	PROMEDIO	VALOR MINIMO	DESVIACION	COEF. VARIACION
C205	TS-GA	100	50	100	VALOR (u)	10066000	10035200	11606600	8974190	9509540	10038306	8974190	983902,82	9,80%
					TIEMPO (s)	1193,58	1456,34	1295,04	1250,93	1210,23	1281,224		105,47	8,23%
C205	TS-TS	100	50	NA	VALOR (u)	9994160	10297900	9747720	9321040	10383400	9948844	9321040	432238,73	4,34%
					TIEMPO (s)	1110,95	1150,96	1103,79	1213,73	1287,52	1173,39		77,30	6,59%
R205	TS-GA	100	50	100	VALOR (u)	2510880	2359240	2596070	2569350	2585400	2524188	2359240	97901,08	3,88%
					TIEMPO (s)	1189,18	1303,57	1258,17	1245	1223,55	1243,894		42,35	3,40%
R205	TS-TS	100	50	NA	VALOR (u)	2420950	2660850	2341800	2451510	2500180	2475058	2341800	118732,54	4,80%
					TIEMPO (s)	1155,67	1254,6	1249,34	1250,82	1290,52	1240,19		50,20	4,05%
RC201	TS-GA	100	50	100	VALOR (u)	3164160	3243510	3250730	3345090	3193410	3239380	3164160	69086,49	2,13%
					TIEMPO (s)	1254,05	1303,33	1306,46	1366,94	1166,36	1279,428		74,81	5,85%
RC201	TS-TS	100	50	NA	VALOR (u)	3366440	3219370	3201920	3370310	3106490	3252906	3106490	113837,11	3,50%
					TIEMPO (s)	1138,92	1145,85	1059,71	1039,07	1028,43	1082,396		55,96	5,17%
C2_2_5	TS-GA	200	20	100	VALOR (u)	32862800	31505400	30817400			31728533,3	30817400	1040796,16	3,28%
					TIEMPO (s)	2541,02	2588,99	2621,28			2583,76333		40,38	1,56%
C2_2_5	TS-TS	200	20	NA	VALOR (u)	32979700	32316500	32992300			32762833,3	32316500	386587,34	1,18%
					TIEMPO (s)	2589,59	2779,85	2966,21			2778,55		188,31	6,78%
R2_2_1	TS-GA	200	20	100	VALOR (u)	16725900	17612000	17144000			17160633,3	16725900	443284,11	2,58%
					TIEMPO (s)	2884,65	2832,56	2623,71			2780,30667		138,10	4,97%
R2_2_1	TS-TS	200	20	NA	VALOR (u)	17582700	17859700	17856500			17766300	17582700	159010,31	0,90%
					TIEMPO (s)	2636,1	2623,8	2758,05			2672,65		74,21	2,78%
RC2_2_1	TS-GA	200	20	100	VALOR (u)	15486500	18079600	17962600			17176233,3	15486500	1464520,84	8,53%
					TIEMPO (s)	2784,02	2712,27	2819,08			2771,79		54,45	1,96%
RC2_2_1	TS-TS	200	20	NA	VALOR (u)	17844600	16893900	17029900			17256133,3	16893900	514143,72	2,98%
					TIEMPO (s)	2850,02	2924,79	3435,9			3070,23667		318,87	10,39%

**Apéndice C.** Tabla de experimentación de las combinaciones GA-GA, GA-TS, TS-GA y TS-TS

EXPERIMENTACION 2E-CVRPTW														
INSTANCIA	ALGORITMO	N° CLIENTES	ITERACIONE	N POB		1	2	3	4	5	PROMEDIO	VALOR MINIMO	DESVIACION	COEF. VARIACION
C2_2_5	GA-GA	200	1000	200	VALOR (u)	26535900	26159100	25699500	25931500	25775100	26020220	25699500	337649,93	1,30%
					TIEMPO (s)	527,43	531,97	564,15	556,41	586,17	553,226		24,15	4,36%
C2_2_5	GA-TS	200	1000	200	VALOR (u)	26311000	25927600	26187000	24768800	26273400	25893560	24768800	646313,66	2,50%
					TIEMPO (s)	501,38	533,87	587,87	517,07	505,76	529,19		35,12	6,64%
R2_2_1	GA-GA	200	1000	200	VALOR (u)	14658700	14715400	15366100	15037000	15235500	15002540	14658700	311572,24	2,08%
					TIEMPO (s)	538,9	556,88	614,84	600,36	660,06	594,208		48,09	8,09%
R2_2_1	GA-TS	200	1000	200	VALOR (u)	14960200	15054000	14991500	15382500	15501900	15178020	14960200	247146,99	1,63%
					TIEMPO (s)	699,01	726,83	657,97	689,55	707,56	696,184		25,40	3,65%
C2_2_5	TS-GA	200	20	100	VALOR (u)	32862800	31505400	30817400			31728533,3	30817400	1040796,16	3,28%
					TIEMPO (s)	2541,02	2588,99	2621,28			2583,76333		40,38	1,56%
C2_2_5	TS-TS	200	20	NA	VALOR (u)	32979700	32316500	32992300			32762833,3	32316500	386587,34	1,18%
					TIEMPO (s)	2589,59	2779,85	2966,21			2778,55		188,31	6,78%
R2_2_1	TS-GA	200	20	100	VALOR (u)	16725900	17612000	17144000			17160633,3	16725900	443284,11	2,58%
					TIEMPO (s)	2884,65	2832,56	2623,71			2780,30667		138,10	4,97%
R2_2_1	TS-TS	200	20	NA	VALOR (u)	17582700	17859700	17856500			17766300	17582700	159010,31	0,90%
					TIEMPO (s)	2636,1	2623,8	2758,05			2672,65		74,21	2,78%