

**ALGORITMO DE SIMULACIÓN DE CAMPOS DE LUZ EN IMÁGENES
MULTI-ESPECTRALES USANDO FILTROS ÓPTICOS DE COLORES**

KARETH MARCELA LEÓN LÓPEZ

**UNIVERSIDAD INDUSTRIAL DE SANTANDER
FACULTAD DE INGENIERÍAS FÍSICO MECÁNICAS
ESCUELA DE INGENIERÍA DE SISTEMAS E INFORMÁTICA
BUCARAMANGA
2015**

**ALGORITMO DE SIMULACIÓN DE CAMPOS DE LUZ EN IMÁGENES
MULTI-ESPECTRALES USANDO FILTROS ÓPTICOS DE COLORES**

KARETH MARCELA LEÓN LÓPEZ

**Trabajo de grado para optar por el título de
Ingeniero de Sistemas**

DIRECTOR

PhD. HENRY ARGUELLO FUENTES

Escuela de Ingeniería de Sistemas e Informática

CODIRECTOR

PhDc. LAURA VIVIANA GALVIS CARREÑO

Magister en ingeniería de Sistemas e Informática

**UNIVERSIDAD INDUSTRIAL DE SANTANDER
FACULTAD DE INGENIERÍAS FÍSICO MECÁNICAS
ESCUELA DE INGENIERÍA DE SISTEMAS E INFORMÁTICA
BUCARAMANGA**

2015

AGRADECIMIENTOS

A Dios, por todas las bendiciones que me ha brindado y por darme la sabiduría y la fuerza necesaria para llegar a mis metas propuestas.

A mi madre, María Eugenia López, que me ha ofrecido todo su apoyo y amor incondicional.

Al Grupo de Investigación en Diseño de Algoritmos y Procesamiento de Datos Multidimensionales (HDSP), por la oportunidad que me da de trabajar en un ambiente de investigación de alta calidad.

A mi director de proyecto, Henry Arguello Fuentes, por su ayuda, apoyo y acompañamiento a lo largo de este proyecto, y por la oportunidad que me ofrece al permitirme ser parte del grupo.

A Laura Viviana Galvis, codirectora de este proyecto, por su gran apoyo, por su paciencia y valiosa asesoría antes y durante el proyecto.

A mis compañeros y amigos del grupo HDSP, especialmente al ingeniero Hector Miguel Vargas, quien con paciencia e incondicionalidad aportó sus conocimientos para la realización de este proyecto.

A la Universidad Industrial de Santander, por haber sido la promotora de mi formación profesional.

A Dios, por darme la fuerza, sabiduría e inteligencia necesaria para afrontar cada reto.

A mi madre, María Eugenia, por su comprensión y valioso apoyo a lo largo de mi vida, por sus enseñanzas, por creer en mí, por ser la patrocinadora principal de este logro obtenido y cuyo esfuerzo y amor son el motor que me impulsan a seguir adelante; esta meta alcanzada es dedicada a ella.

A mis hermanos, Diego, Yamile y Ángela, que han sido puntos claves en mi formación personal y me han brindado su apoyo en cualquier situación.

A mi familia, que han sido fuente de inspiración para seguir adelante.

A Kaleth, que fue un gran apoyo e inspiración en diferentes momentos de mi vida.

A mis amigos y compañeros de estudio, en especial a Wanda, Sergio y Andrea por compartir grandes momentos conmigo y ser de inspiración para ser mejor cada día.

A todas las personas que han compartido conmigo y han que de una u otra forma han contribuido con mi formación personal y académica

TABLA DE CONTENIDO

pág.

INTRODUCCIÓN	14
1. OBJETIVOS.....	17
1.2 OBJETIVO GENERAL.....	17
1.3 OBJETIVOS ESPECÍFICOS	17
2. MARCO TEÓRICO	18
2.1 MUESTREO COMPRESIVO.....	18
2.1.1 Representación dispersa de una señal	18
2.1.2 Proceso de muestreo de la señal	19
2.1.3 Reconstrucción de la señal	19
2.2 CAMPOS DE LUZ	20
2.2.1 Captura del campo de luz.....	22
2.2.2 Muestreo Compresivo en Campos de Luz	24
2.2.3 Diccionarios Sobrecompletos	26
2.3 FILTROS ÓPTICOS DE COLOR.....	28
2.4 IMÁGENES MULTI-ESPECTRALES.....	31
2.5 PLANTEAMIENTO DEL PROBLEMA	32
3. CAMPOS DE LUZ MULTI-ESPECTRAL	34
3.1 ADQUISICIÓN CODIFICADA DE UN CAMPO DE LUZ MULTI-ESPECTRAL	34
3.2 RECONSTRUCCIÓN DESDE EL VECTOR DE MEDIDAS.....	39
3.2.1 Método de reconstrucción por parches 5D.....	41
3.2.2 Método de reconstrucción por parches 5D con solapamiento.....	41
3.3 ENTRENAMIENTO DEL DICCIONARIO.....	42
4 ALGORITMO DE SIMULACIÓN	44

4.1 MUESTREO COMPRESIVO	44
4.2 RECONSTRUCCIÓN DEL CAMPO DE LUZ MULTI-ESPECTRAL	46
5 RESULTADOS Y DISCUSIÓN	49
5.1 RESULTADOS CON EL MÉTODO DE RECONSTRUCCIÓN POR PARCHES 5D.....	52
5.2 RESULTADOS CON EL MÉTODO DE RECONSTRUCCIÓN POR PARCHES 5D CON SOLAPAMIENTO	55
5.3 COMPARACIÓN DE RECONSTRUCCIÓN	59
5.4 COMPRESIÓN DE LOS DATOS.....	60
6. CONCLUSIONES	61
7. RECOMENDACIONES.....	63
REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS.....	64
BIBLIOGRAFÍA.....	66

LISTA DE FIGURAS

	pág.
Figura 1. Esquema de la función plenoptica y su parametrización.	21
Figura 2. Métodos tradicionales de captura de un campo de luz.	22
Figura 3. Esquema del sistema basado en microlentes y cámara lytro.	23
Figura 4. Ilustración de la arquitectura de captura de un campo de luz basado en muestreo compresivo.....	25
Figura 5. Equivalencia de una apertura codificada de color con aperturas binarias.	29
Figura 6. Ilustración de la apertura codificada de color.....	29
Figura 7. Ilustración de una imagen Multi-espectral.....	31
Figura 8. Ilustración de la óptica geométrica. Modulación del campo de luz multi-espectral a través de una apertura de codificación.....	35
Figura 9. Elementos ópticos del Sistema de adquisición de campos de luz multi-espectral	36
Figura 10. Ilustración de la toma de parches 5D del campo de luz multi-espectral.....	38
Figura 11. Ilustración del muestreo del campo de luz Multi-espectral.....	39
Figura 12. Algoritmo de simulación de adquisición de las medidas dispersas.....	45
Figura 13. Algoritmo de simulación de la reconstrucción de un campo de luz multi-espectral desde medidas dispersas.....	47
Figura 14. Imágenes Originales de los Campo de Luz Sintéticos RGB	50

Figura 15. Reconstrucción del campo de luz multi-espectral con el método de parches. Visualización RGB y la primera vista angular con las 5 bandas espectrales.....	52
Figura 16. Visualización RGB de la reconstrucción con el método con parches 5D. Original y Reconstruida.....	53
Figura 17. Visualización de la reconstrucción de la última banda y sus vistas angulares	53
Figura 18. Visualización del PSNR evaluado para cada banda en cada vista angular	55
Figura 19. Reconstrucción del campo de luz multi-espectral con el método de parches con solapamiento.	56
Figura 20. Visualización RGB, para la primera vista angular, de la reconstrucción con el método con parches 5D con solapamiento	57
Figura 21. Visualización de la reconstrucción de la última banda y sus vistas angulares	57
Figura 22. Visualización del PSNR evaluado para cada banda en cada vista angular con el método de parches solapados	58

LISTA DE TABLAS

pág.

Tabla 1. Comparación de los métodos en PSNR.....	59
--	----

RESUMEN

TÍTULO: ALGORITMO DE SIMULACIÓN DE CAMPOS DE LUZ EN IMÁGENES MULTI-ESPECTRALES USANDO FILTROS ÓPTICOS DE COLORES*

AUTOR: KARETH MARCELA LEÓN LÓPEZ **

PALABRAS CLAVES: Campo de luz, Muestreo Compresivo, Imágenes multi-espectrales, campos de luz multi-espectral, aperturas codificadas de color.

DESCRIPCIÓN:

El sistema de captura de información espacio-angular en 4D o campos de luz, ha avanzado en la última década debido a la inclusión de aperturas codificadas en el camino óptico del sistema de adquisición. Dichas aperturas, modulan la luz codificando la información antes de ser capturada. Tradicionalmente, estas aperturas codificadas son aperturas binarias, es decir, bloquean o dejan pasar los rayos de luz haciendo que se capture información dispersa de la escena. En este trabajo, se reemplazan estas aperturas binarias por aperturas codificadas de color, que además de modular la luz espacialmente lo hacen espectralmente. De esta forma, es posible aumentar la resolución espectral en un campo de luz, y adquirir campos de luz en múltiples longitudes de onda. La importancia de obtener información en el espectro radica en que es posible capturar características que no están presentes en el rango visible del espectro electromagnético. En este proyecto, se propone un algoritmo que simula sintéticamente la adquisición de una imagen con estas aperturas codificadas de color. El sistema propuesto, aprovecha la redundancia de información que se presenta en la escena basándose en la teoría del muestreo compresivo, así, solo se captura una señal dispersa de la escena. La imagen multidimensional es recuperada a partir de dicha señal con un algoritmo de reconstrucción. Los resultados muestran la calidad de reconstrucción del campo de luz multi-espectral reconstruido.

* Trabajo de grado

** Facultad de Ingenierías Físico – Mecánicas. Escuela de Ingeniería de Sistemas e Informática. Director PhD. Henry Arguello Fuentes, Codirectora PhD(c). Laura Viviana Galvis.

ABSTRACT

TITLE: SIMULATION ALGORITHM OF MULTISPECTRAL LIGHT FIELD USING OPTICAL COLOR FILTERS *

AUTHOR: KARETH MARCELA LEÓN LÓPEZ **

KEY WORDS: Light field, Compressive sensing, Multispectral Image, Multispectral Light Field, Colored Coded Aperture.

DESCRIPTION:

In the last decade, acquisition systems of spatio-angular information or light fields have advanced due to the inclusion of coded apertures in the optical path. These apertures, modulate the light, encoding the information before being captured. Traditionally, these coded apertures are binaries, i.e. block and unblock the light rays capturing sparse information of the scene. In this work, the binary coded aperture is replaced by colored coded apertures which modulate the source not only spatially but spectrally. Thereby, it is possible to increase the spectral resolution in a light field, and capture light fields in multiple wavelengths. The spectral information provides a lot of features of a scene in different wavelengths, features that are not present in the visible range of the electromagnetic spectrum. Colored coded apertures are modified to capture spatio-spectro-angular information. In this project, an algorithm that simulates the light field sampling with these colored coded apertures is proposed. The proposed system, exploit the redundant information of the scene due that it is based in compressive sensing theory and only a sparse signal is taken of the scene. The multidimensional image is recovered from the underlying signal through a reconstruction algorithm. Simulations show the quality of the multispectral light field reconstructions.

* Bachelor thesis

**Faculty of Physical – Mechanics Engineering. Systems engineering and Informatics School. Director PhD. Henry Arguello Fuentes, Co-director PhD(c). Laura Viviana Galvis.

INTRODUCCIÓN

La detección, procesamiento y análisis de imágenes multidimensionales ha avanzado considerablemente en las últimas décadas. Eventualmente, este avance se basa en nuevas técnicas de captura y compresión de imágenes tales como el muestreo compresivo o Compressive Sensing (CS). El elemento esencial en CS es el proceso de codificación, que se puede realizar por medio de aperturas codificadas o máscaras litográficas. El proceso de codificación se inicia ubicando la máscara entre el sensor de la imagen y el lente principal de una cámara convencional. De esta manera, se codifican los rayos de luz antes de ser capturados. La información captada en el sensor de la imagen es significativamente menor a la que se capturaría en ausencia de la apertura de codificación. Con base a esto, la teoría del CS busca encontrar una base de representación que permita reconstruir la imagen desde la señal subyacente. Por último, a través de un algoritmo robusto de reconstrucción, se obtiene la imagen reconstruida [1].

Recientemente, esta técnica de muestreo se ha venido aplicando en campos de luz, facilitando su captura y procesamiento [2]. Un campo de luz se define como una función 4D que representa el flujo de rayos de luz viajando en cada dirección y en cada punto del espacio [3]. Intuitivamente, un campo de luz se puede interpretar como una colección de imágenes 2D, cada una tomada de una posición diferente del observador [4].

Los campos de luz han tomado importancia debido a la gran cantidad de información que se puede captar en una sola imagen y el número de aplicaciones que puede llegar a tener, tales como reenfoque digital, capacidad de crear imágenes en 3D, captura de información en diferentes profundidades, entre otras [2].

Por otro lado, CS ha tenido parte en imágenes que capturan ciertas bandas del espectro electromagnético o imágenes multi-espectrales que, actualmente, son de interés entre la comunidad científica. Una imagen multi-espectral es un modelo de la realidad construido con base en una respuesta espectral de los elementos que componen una escena, los cuales son captados por detectores sensibles a un rango de longitudes de onda del espectro electromagnético, proporcionando información en dos dimensiones espaciales y una dimensión espectral. Dichas imágenes, son ampliamente utilizadas en diferentes áreas como el monitoreo del medio ambiente, vigilancia, detección y clasificación de sustancias.

En la actualidad, estos dos modelos de imágenes multidimensionales abordados con CS en forma conjunta, son un campo inexplorado. Por esto, en este trabajo, se reemplazan las aperturas codificadas tradicionales, en el sistema de adquisición basado en CS, por aperturas codificadas de color o también llamado filtros ópticos de color, de manera que se codifique los rayos de luz tanto espacio-angular como espectralmente. Esto proporciona como resultado una señal dispersa, que puede ser representada en una base o dominio disperso. El campo de luz multi-espectral es posteriormente reconstruido a partir de la señal subyacente obtenida utilizando los filtros ópticos.

Mediante la implementación del algoritmo de simulación de campos de luz en imágenes multi-espectrales usando filtros ópticos de colores que se propone en este trabajo, se simula la captura y reconstrucción del campo de luz multi-espectral. Los conceptos fundamentales que abordan la teoría del CS, los campos de luz, las aperturas codificadas de color y las imágenes multi-espectrales son desarrollados en el capítulo 2. El modelo matemático de adquisición, reconstrucción y entrenamiento del diccionario de representación del campo de luz multi-espectral son presentados en el capítulo 3. En el capítulo 4 se desarrolla el algoritmo de simulación con base al modelo matemático planteado. Las evidencias

del algoritmo implementado se muestran en el capítulo 5. Por último, se presentan las conclusiones y recomendaciones de la investigación.

1. OBJETIVOS

1.1 OBJETIVO GENERAL

Realizar el modelo y simulación de un sistema de campos de luz en imágenes multi-espectrales a través del uso de filtros ópticos de colores.

1.2 OBJETIVOS ESPECÍFICOS

- Construir un conjunto de imágenes de campos de luz multi-espectral para realizar la simulación de los campos de luz.
- Determinar el modelo matemático de un sistema de campos de luz multi-espectrales capturados mediante filtros ópticos de colores.
- Implementar los algoritmos de simulación y reconstrucción de los campos de luz multi-espectrales a partir de proyecciones formadas mediante los filtros ópticos de colores.
- Verificar el rendimiento de los algoritmos implementados usando el conjunto de imágenes de campos de luz multi-espectral

2. MARCO TEÓRICO

2.1 MUESTREO COMPRESIVO

La teoría del muestreo compresivo (Compressive Sensing CS) afirma que se puede recuperar ciertas señales, tales como audio e imágenes, desde un número inferior de muestras al requerido en métodos tradicionales de muestreo [1]. Para esto, se hace necesario que la señal sea dispersa, es decir, que la mayor parte de la energía de la señal esté concentrada en un conjunto pequeño de sus componentes. Si bien, la mayoría de señales naturales no son dispersas, es posible encontrar una representación dispersa en alguna base dada.

2.1.1 Representación dispersa de una señal

Dada una señal $\mathbf{f} \in \mathbb{R}^n$, esta puede ser representada en una base $\mathbf{D} \in \mathbb{R}^{n \times n}$ tal que,

$$\mathbf{f} = \mathbf{D}\alpha \quad (1)$$

Donde α es un vector disperso de pocos elementos de \mathbf{f} , representando los coeficientes de proyecciones de \mathbf{f} sobre \mathbf{D} .

Entre las bases que comúnmente se usan están: la Transformada 2D Wavelet, la Transformada de Fourier y la Transformada Discreta de Coseno. Las aproximaciones son obtenidas estableciendo en cero los coeficientes más pequeños de la representación de la señal en \mathbf{D} . Por otra parte, los K elementos más grandes de \mathbf{D} son conservados, de manera que, a través de una transformación inversa sea posible obtener la señal reconstruida [1].

2.1.2 Proceso de muestreo de la señal

El proceso de detección consta de tomar m medidas lineales de la señal $\mathbf{f} \in \mathbb{R}^n$, con $m \ll n$, que matemáticamente se plantea como,

$$\mathbf{Y} = \mathbf{H}\mathbf{f} = \mathbf{H}\mathbf{D}\boldsymbol{\alpha} \quad (2)$$

Donde \mathbf{H} es el operador lineal que muestrea la señal para un conjunto m de mediciones y \mathbf{Y} es el vector de m proyecciones de la señal en la matriz $\mathbf{A} = \mathbf{H}\mathbf{D}$.

En la matriz de reconstrucción $\mathbf{A} = \mathbf{H}\mathbf{D}$, se debe garantizar que se cumpla la Propiedad de Restricción Isométrica (RIP), de manera que, la matriz de medidas preserve la información importante de la señal. La RIP está definida sobre la constante isométrica δ_s de una matriz tal que,

$$(1 - \delta_s) \|\mathbf{f}\|_{l_2}^2 \leq \|\mathbf{A}\mathbf{f}\|_{l_2}^2 \leq (1 + \delta_s) \|\mathbf{f}\|_{l_2}^2 \quad (3)$$

Adicionalmente, dicha propiedad puede ser usada para determinar los límites en el número requerido de proyecciones para una correcta reconstrucción [1].

2.1.3 Reconstrucción de la señal

El vector de medidas comprimido se puede expresar como,

$$\mathbf{Y} = \mathbf{A}\boldsymbol{\alpha} \quad (4)$$

Donde $\mathbf{A} = \mathbf{H}\mathbf{D}$, es la matriz de reconstrucción, la cual es de dimensión $m \times n$ y $\boldsymbol{\alpha} \in \mathbb{R}^n$, es la representación dispersa de \mathbf{f} . La señal subyacente $\mathbf{f} \in \mathbb{R}^n$ debe ser recuperada desde \mathbf{Y} . Una estimación de $\boldsymbol{\alpha}$ como $\hat{\boldsymbol{\alpha}} = \mathbf{A}^{-1}\mathbf{Y}$ puede ser obtenida para resolver el problema (4), no obstante, dado que el número de filas de la matriz \mathbf{A} es menor que el número de columnas $m \ll n$, al pretender resolver el problema surgirían infinitas soluciones [5].

CS utiliza algoritmos de optimización para reconstruir una aproximación de la señal \mathbf{f} a partir de \mathbf{Y} , los cuales, buscan resolver el siguiente problema de minimización,

$$\hat{\mathbf{f}} = \mathbf{D}(\operatorname{argmin}_{\boldsymbol{\alpha}} \|\mathbf{Y} - \mathbf{H}\mathbf{D}\boldsymbol{\alpha}\|_2 + \tau\|\boldsymbol{\alpha}\|_1) \quad (5)$$

Siendo τ una constante de regularización.

Existen diversos algoritmos de reconstrucción de señales dispersas en la literatura; de manera general, se pueden dividir en seis tipos:

- 1) Relajación Convexa, estos algoritmos resuelven un problema de optimización convexa a través de programación lineal para obtener la reconstrucción.
- 2) Algoritmo Iterativo Codicioso, buscan la solución de manera iterativa.
- 3) Algoritmos Iterativos de Umbralización, en estos algoritmos las medidas correctas se recuperan por Umbralización suave y fuerte de ruido dado la señal dispersa. [6]
- 4) Algoritmos combinatorios – Sublineales, recuperan la señal dispersa mediante pruebas de grupo, además, son extremadamente rápidos y eficientes comparados con relajación convexa o algoritmos codiciosos.[6]
- 5) Algoritmos de minimización no convexa, intentan encontrar la solución probando todos los conjuntos de soporte posible. [7]
- 6) Algoritmos Iterativos Bregman, proveen una simple y eficiente manera de resolver el problema de minimización de la norma l_1 . [6]

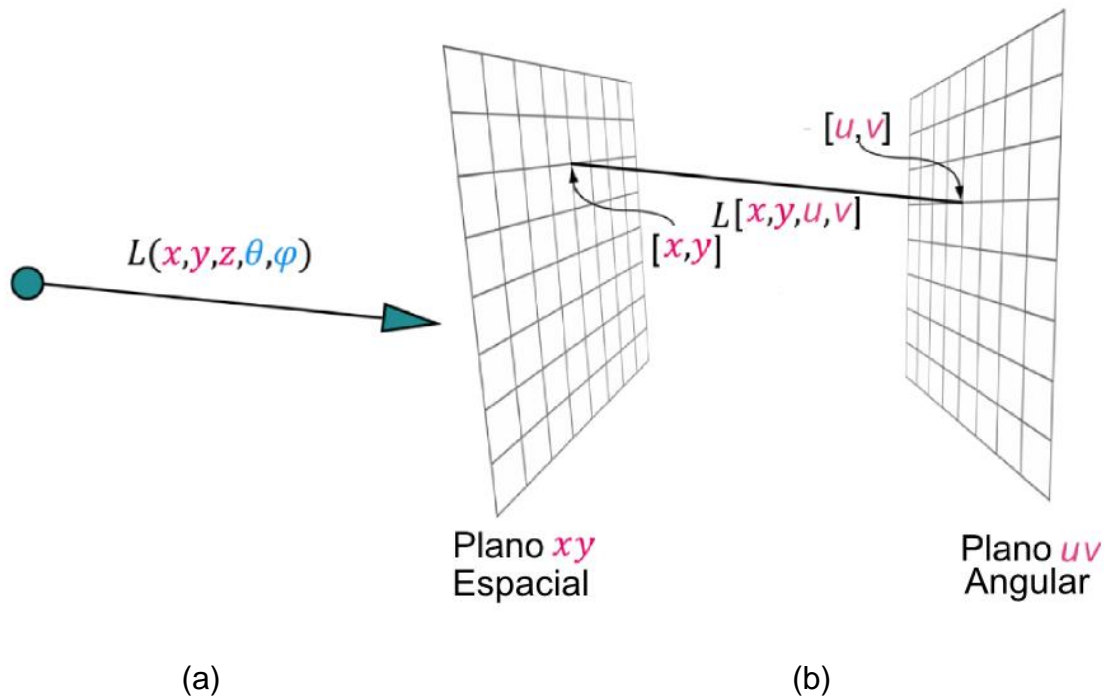
El algoritmo de reconstrucción es seleccionado dependiendo de las características del problema que se quiere abordar, puesto que para ciertos tipos de problemas algunos algoritmos son más eficientes que otros [6].

2.2 CAMPOS DE LUZ

Un campo de luz se define como el flujo de rayos que viajan en cada posición y cada dirección del espacio, lo que conlleva a tener dimensiones espaciales y angulares en un arreglo de 4 dimensiones (4D) [3]. Este concepto se fundamenta en la parametrización de la luz considerada sobre el espacio de rayos 5D o

función plenóptica [3], en la cual, se consideran tres dimensiones para cada posición espacial y dos dimensiones para cada dirección del flujo. La restricción de la función plenóptica permite la reducción de 5D a 4D, o campo de luz, haciendo pasar el rayo de luz por dos planos paralelos, eliminando así, una dimensión como se muestra en la Figura 1. [8][9].

Figura 1. Esquema de la función plenóptica y su parametrización.



Fuente: <http://hdspgroup.com/wp-content/uploads/plenopticchange.png>

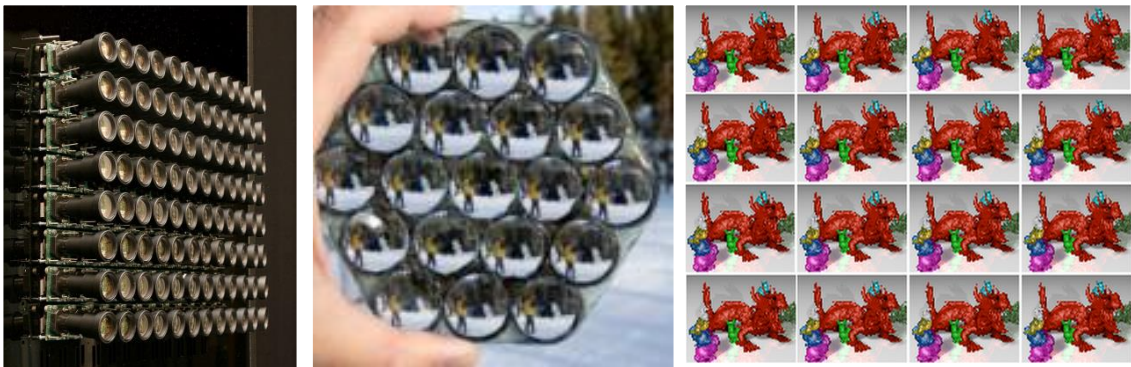
En la Figura 1 (a) se presenta una ilustración de la función plenóptica, que describe la luz en una posición arbitraria x, y, z con ángulo θ y φ . La parametrización de la función plenóptica es ilustrada en (b); la intersección de la función en el biplano xy y uv definen un campo de luz.

La adquisición de información espacial y angular, en un campo de luz, conlleva a aplicaciones tales como: reenfoque digital, captura de información en diferentes profundidades, creación de imágenes 3D, entre otras [2].

2.2.1 Captura del campo de luz

En la literatura se encuentran métodos tradicionales para la captura y construcción de campos de luz. Una primera aproximación, usa un arreglo de lentes para captar una escena, generando una red de muestras angulares ordenadas similar a una fotografía integral [10].

Figura 2. Métodos tradicionales de captura de un campo de luz.



(a)

(b)

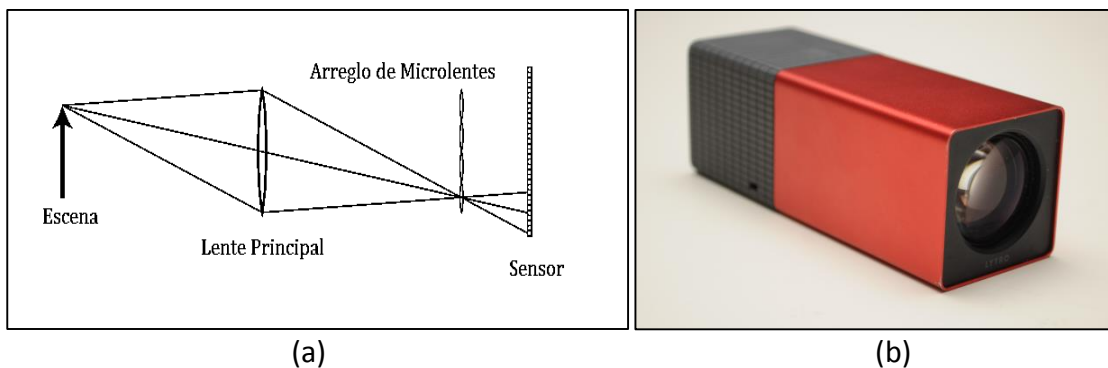
(c)

Fuente: (a) <http://graphics.stanford.edu/projects/array/images/tiled-side-view-cessh.jpg>, (b) <http://lightfield-forum.com/wordpress/wp-content/uploads/2012/08/adobe-light-field-camera-magic-lens-2.jpg.jpg>

La Figura 2 (a) muestra una cámara de campo de luz compuesta por un conjunto de 128 cámaras, diseñada por la Universidad de Stanford (EEUU), en la que cada cámara individual toma una vista angular de la escena. En (b) se presenta un prototipo de cámara de campo de luz de Adobe. (c) presenta una aproximación de visualización de la captura de dichas cámaras.

Posteriormente, se emplean matrices de microlentes ubicados entre el lente principal y el sensor en el sistema, lo cual hace posible la captura del campo de luz a partir de una sola adquisición. De esta forma, cada microlente, permite capturar información angular.

Figura 3. Esquema del sistema basado en microlentes y cámara lytro.



Fuente: (b) http://en.wikipedia.org/wiki/File:Lytro_light_field_camera_-_front.jpg

La Figura 3 (a) muestra el esquema de la captura de campos de luz basado en microlentes. La cámara Lytro (b) está diseñada con el esquema (a). Esta permite capturar características que hacen posible hacer un enfoque y reenfoque después de haber sido tomada la foto.

Estas aproximaciones, no solo demandan recursos computacionales considerables, debido al procesamiento necesario para la generación y

almacenamiento de las imágenes captadas, sino también ofrecen baja resolución espacial. Por esto, se buscan nuevas técnicas de adquisición de campos de luz.

Actualmente, dichas técnicas de captura están avanzando hacia aperturas codificadas que modulan los rayos de luz [2]. Éstas permiten o bloquean el paso de luz proporcionando una captura reducida de la escena, produciendo que algunos valores redundantes sean descartados dado que no aportan mayor información. Obteniéndose así, un aumento significativo en la resolución espacial.

2.2.2 Muestreo Compresivo en Campos de Luz

En el muestreo compresivo de campos de luz, se aprovecha el hecho de que diferentes regiones de la apertura corresponden a imágenes de la escena desde diferentes ángulos [11].

Si se considera que $i(x)$ es una imagen capturada por un sensor de la cámara. De manera precisa, $i(x)$ denota la proyección de un campo de luz incidente $f(x, v)$ a lo largo de su dimensión angular v sobre el área de la apertura V , por consiguiente,

$$i(x) = \int_V f(x, v) dv \quad (6)$$

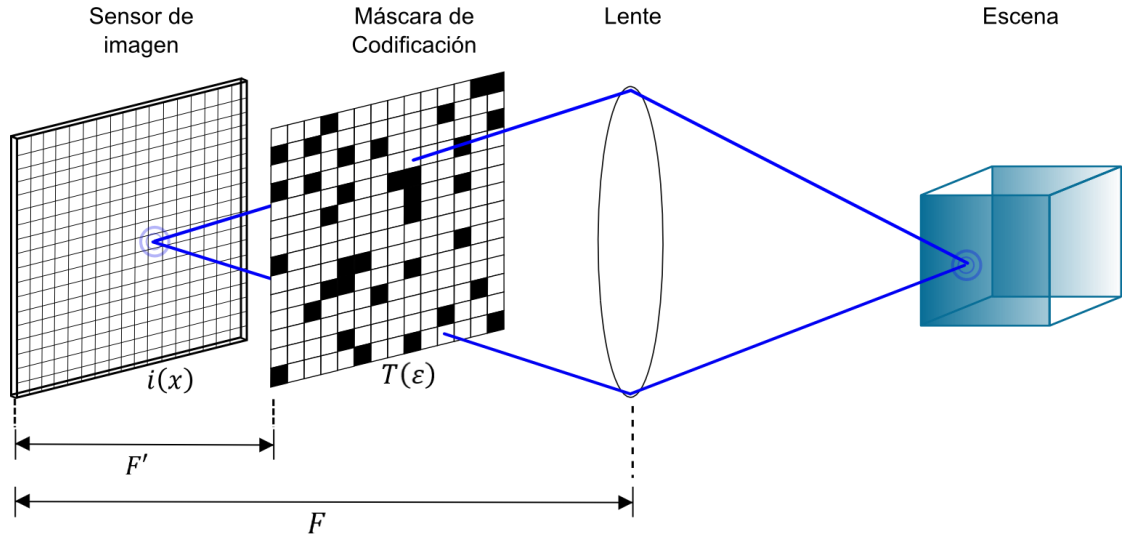
Donde x es la dimensión espacial 2D sobre el plano del sensor y v denota la dimensión angular 2D sobre el plano de la apertura a una distancia F del sensor.

La inclusión de una máscara de codificación $T(\varepsilon)$ a cierta distancia F' del sensor, modula ópticamente la proyección del campo de luz,

$$i(x) = \int_V T(\varepsilon) * f(x, v) dv, \quad (7)$$

permitiendo obtener medidas dispersas del campo de luz incidente.

Figura 4. Ilustración de la arquitectura de captura de un campo de luz basado en muestreo compresivo



Un diagrama de rayos en la Figura 4 ilustra la codificación que se presenta antes de ser capturada la escena en el sensor de imagen. Los rayos modulados en el sensor son llamados proyecciones de campo de luz.

En notación discreta, esta captura de proyecciones del campo de luz pueden expresarse como,

$$\mathbf{i} = \mathbf{H}\mathbf{f}, \quad \mathbf{H} = [\mathbf{H}_1 \mathbf{H}_2 \dots \mathbf{H}_{p_v^2}], \quad (8)$$

donde $\mathbf{i} \in \mathbb{R}^m$ y $\mathbf{f} \in \mathbb{R}^n$ representan la imagen capturada y el campo de luz respectivamente en forma vectorizada y $m \ll n$. El conjunto de vistas angulares $p_v \times p_v$ del campo de luz se encuentran apilados en \mathbf{f} (se asume simetría en los valores de las vistas angulares). Las submatrices $\mathbf{H}_j \in \mathbb{R}^{m \times m}$ son matrices dispersas que contienen en su diagonal códigos aleatorios de 1s y 0s, donde los valores en 0 bloquean la luz y los valores en 1 permiten pasar la luz.

El problema inverso de reconstruir un campo de luz de sus respectivas proyecciones codificadas requiere invertir el sistema lineal de ecuaciones en (8).

Debido a que el problema es un problema subdeterminado, pues se cuenta con más incógnitas (rayos de luz) que ecuaciones o medidas conocidas (píxeles del sensor), se aplican técnicas de codificación dispersa. Para hacerlo, se asume que la imagen de campo de luz es dispersa en alguna base o diccionario $\mathbf{D} \in \mathbb{R}^{n \times d}$, tal que,

$$\mathbf{i} = \mathbf{Hf} = \mathbf{HD}\boldsymbol{\alpha}, \quad (9)$$

donde $\boldsymbol{\alpha} \in \mathbb{R}^d$ contiene la mayoría de sus coeficientes en 0. Se busca, entonces, reconstruir el conjunto de coeficientes dispersos $\boldsymbol{\alpha}$ que formen una representación exacta del campo de luz en algún diccionario \mathbf{D} . La solución a (9) puede plantearse como la respuesta al problema,

$$\text{minimizar}_{\{\boldsymbol{\alpha}\}} \|\boldsymbol{\alpha}\|_1 \quad \text{sujeto a } \|\mathbf{i} - \mathbf{HD}\boldsymbol{\alpha}\|_2 \leq \epsilon, \quad (10)$$

que es conocido en la literatura entre los métodos de relajación convexa como Basis Pursuit Denoise (BPDN), en el cual, el parámetro ϵ representa el nivel de ruido capturado por el sensor del sistema. Comúnmente, este problema se formula usando la función Lagrangiana,

$$\text{minimizar}_{\{\boldsymbol{\alpha}\}} \|\mathbf{i} - \mathbf{HD}\boldsymbol{\alpha}\|_2 + \lambda \|\boldsymbol{\alpha}\|_1. \quad (11)$$

Este tipo de problemas tienen parte en la teoría CS y a partir de algoritmos robustos es posible encontrar una aproximación de la solución [2].

2.2.3 Diccionarios Sobrecompletos

Una de las partes más críticas de cualquier enfoque de codificación dispersa es la elección de la base o diccionario que represente la señal adecuadamente.

Una aproximación a una representación dispersa de una señal son los diccionarios Sobrecompletos. Con el uso de dichos diccionarios, que contienen prototipos de átomos de señal, las señales pueden ser descritas mediante combinaciones lineales dispersas de estos átomos [12].

De manera formal, considerando un diccionario sobrecompleto $\mathbf{D} \in \mathbb{R}^{n \times d}$, que contiene d prototipos de átomos de señal por columna, $\{k_j\}_{j=1}^d$ donde $n \gg d$, la señal o imagen $\mathbf{i} \in \mathbb{R}^n$ puede ser representada exactamente como $\mathbf{i} = \mathbf{D}\boldsymbol{\alpha}$, o aproximadamente, como $\mathbf{i} \approx \mathbf{D}\boldsymbol{\alpha}$, y se satisface que,

$$\|\mathbf{i} - \mathbf{D}\boldsymbol{\alpha}\|_p \leq \epsilon \quad (12)$$

Donde ϵ es una constante de restricción, p indica el método de aproximación para la norma, ℓ_p - norm = 1, 2 y ∞ , y $\boldsymbol{\alpha} \in \mathbb{R}^d$ contiene la mayoría de sus coeficientes en 0 [12].

Específicamente, se hace uso de un diccionario sobrecompleto para la representación de las proyecciones de campo de luz. Para esto, se considera un parche 4D de campo de luz $\mathbf{L} \in \mathbb{R}^n$, donde $n = p_x \times p_x \times p_v \times p_v$. Dado un conjunto considerable de dichos parches, se escoge aleatoriamente una colección para el entrenamiento del diccionario.

El problema general de entrenamiento de un diccionario sobrecompleto, puede ser expresado como,

$$\text{minimizar}_{\{\mathbf{D}, \mathbf{A}\}} \|\mathbf{L} - \mathbf{D}\mathbf{A}\|_F \quad \text{sujeto a } \forall_i \|\mathbf{A}_i\|_0 \leq k, \quad (13)$$

Donde $\mathbf{L} \in \mathbb{R}^{n \times q}$ es el conjunto de entrenamiento que contiene q parches del campo de luz y $\mathbf{A} = [\boldsymbol{\alpha}_1, \dots, \boldsymbol{\alpha}_q] \in \mathbb{R}^{d \times q}$ es un conjunto de coeficientes dispersos que aproximan el conjunto de entrenamiento [2].

El planteamiento del problema permite que exista una variedad de soluciones; los criterios más significativos para escoger una buena representación son velocidad, calidad de reconstrucción, nivel de dispersión/compresibilidad, disponibilidad de código, fácil implementación e interpretación.

2.3 FILTROS ÓPTICOS DE COLOR

Como se mencionó anteriormente, los sistemas de muestreo compresivo utilizan un arreglo de aperturas codificadas binarias, comúnmente realizadas a través de máscaras, para modular las características espaciales de la escena. Las máscaras binarias permiten o no el paso de la luz.

Las aperturas codificadas de color o filtros ópticos de color, sustituyen las máscaras de bloqueo o desbloqueo tradicionales, por aperturas codificadas por colores. Estas, modulan la fuente no sólo espacialmente sino también espectralmente. Dichas aperturas ofrecen una mayor calidad de reconstrucción específicamente en imágenes espectrales [13].

Desde el punto de vista del modelo matemático, una apertura codificada de color es un arreglo de varias aperturas binarias. La Figura 5 ilustra la equivalencia de una apertura codificada de color y un bloque de aperturas binarias. La apertura de color filtra las longitudes de onda de la escena a captar a través de filtros pasa alto (\mathcal{H}) y pasa bajo (\mathcal{L}). Visto de otro manera, un conjunto de aperturas binarias son ubicadas una tras otra formando un bloque o cubo, creando así, un filtro óptico por cada pixel 3D. En estas aperturas codificadas de color también pueden ser usados filtros pasa banda.

Figura 5. Equivalencia de una apertura codificada de color con aperturas binarias.

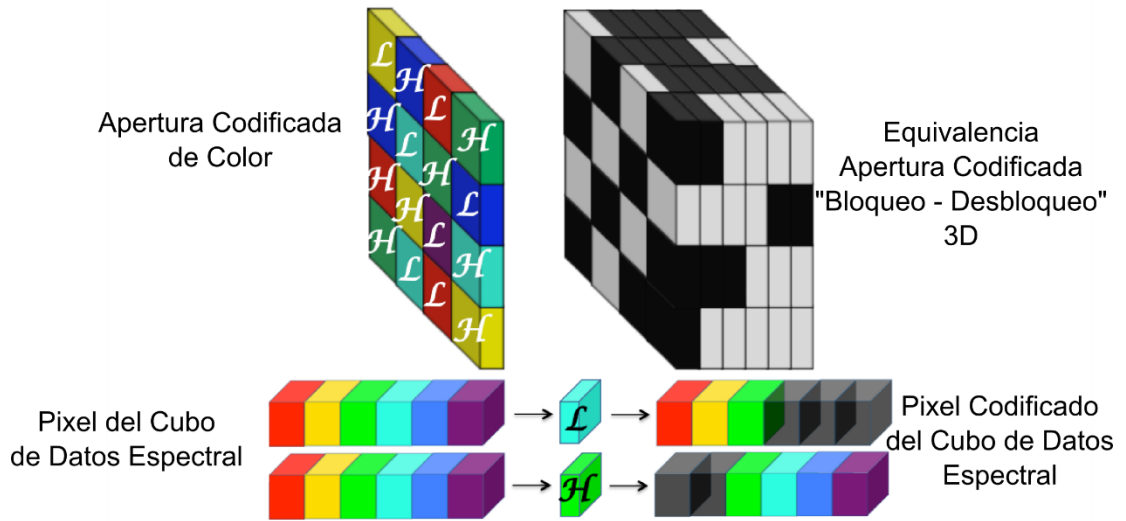
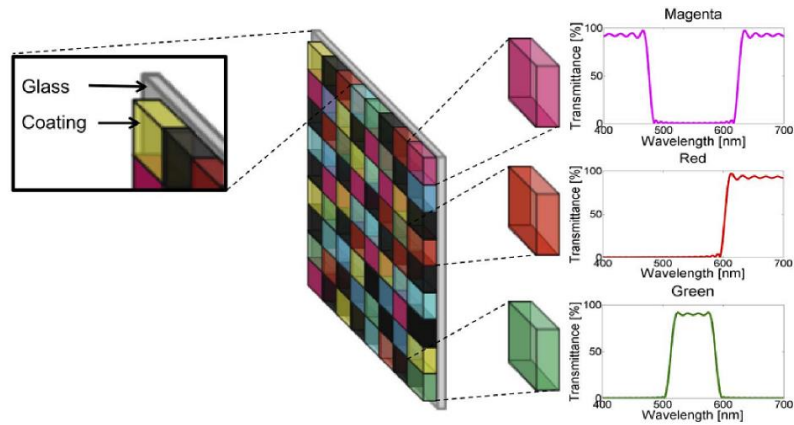


Figura 6. Ilustración de la apertura codificada de color.



Fuente: RUEDA, Hoover, ARGUELLO, Henry y ARCE, Gonzalo. Compressive spectral imaging based on colored coded apertures. En: ICASSP, IEEE International Conference on Acoustics, Speech and Signal Processing – Proceedings (5:4-9, Mayo: Florencia, Italia), 2014, pp. 7799–7803.

La Figura 6 ilustra de cerca los filtros ópticos creados en cada pixel de la apertura codificada de color.

Formalmente, la codificación realizada por una arquitectura basada en una apertura codificada de color $T(x, y, \lambda)$ a una fuente espacio – espectral $f(x, y, \lambda)$ da como resultado las medidas $g(x, y)$ tomadas de f denotadas como,

$$g(x, y) = \int T(x, y, \lambda) \cdot f(x, y, \lambda) d\lambda \quad (14)$$

Un aspecto importante de T , es el valor de transmitancia, el cual indica la proporción de información que pasa por la apertura. La apertura codificada de color T puede expresarse como,

$$T(x, y, \lambda) = \sum_{i,j,k} T_{i,j,k} \text{rect} \left(\frac{x}{\Delta_T} - i, \frac{y}{\Delta_T} - j, \frac{\lambda}{\Delta_d} - k \right), \quad (15)$$

donde $T_{i,j,k}$ es un contador de valores binarios para la operación de bloqueo y desbloqueo en el $(i, j, k)^{mo}$ pixel 3D, $\text{rect}(\cdot)$ representa la función escalón rectangular y Δ_T y Δ_d representan el tamaño del pixel de la apertura codificada de color y el tamaño del detector, respectivamente. En notación discreta, la captura de las medidas $g(x, y)$ puede ser escrito como,

$$G = TF + w, \quad (16)$$

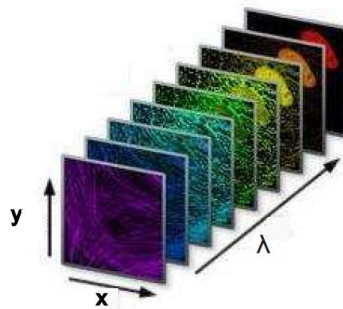
donde w representa el ruido en el proceso de captura. La transmitancia de un código de apertura de color está dada por $T_r = \sum_{i,j,k} \frac{T_{ijk}}{N^2L}$.

2.4 IMÁGENES MULTI-ESPECTRALES

La captura de información espectral y espacial de una escena, o también llamada imagen espectral, es una invención que ha tenido gran acogida en la comunidad científica. Una imagen espectral es un cubo de datos que posee dos dimensiones espaciales (x, y) y una dimensión espectral (λ). La importancia de estas imágenes está en la dimensión espectral, la cual contiene información capturada en una cantidad significativa de longitudes de onda, o bandas, diferentes del espectro electromagnético.

De manera particular, la captura de ciertas bandas específicas, bandas entre la región infrarrojo-cercana (Near Infrared - NIR) e infrarrojo de onda corta (Shortwave infrared- SWIR), de una imagen espectral se denomina imagen multi-espectral, en la que solo ciertas longitudes de onda son captadas para la formación de la imagen tridimensional. La Figura 7 ilustra un ejemplo de una imagen multi-espectral con solo algunas longitudes de onda.

Figura 7. Ilustración de una imagen Multi-espectral.



Fuente: GONZALO, Arce. ELEG 867 - Compressive Sensing and Sparse Signal Representations. [Diapositivas]. 2011. 75 diapositivas.

El surgimiento de dichas imágenes se remonta a la década de 1960, cuando la comunidad de teledetección, reconociendo el elevado costo de poner grandes aperturas de imágenes en el espacio, optó por hacer explotación del espectro en lugar de características espaciales para identificar y clasificar la ocupación del

suelo. Este concepto se basa principalmente en el espectro electromagnético, a diferencia de la forma espacial para detectar y discriminar entre los diferentes materiales en una escena [14].

2.5 PLANTEAMIENTO DEL PROBLEMA

En la última década, la adquisición y procesamiento de imágenes de campos de luz ha tenido avances significativos con la acogida de la teoría de CS. Anteriormente, con métodos tradicionales, el almacenamiento de una imagen de campo de luz de alta resolución era desmesurado, y por ende, la complejidad del procesamiento crecía. Aunque otros métodos pretendían reducir este problema haciendo un arreglo óptico, tal como una apertura con un arreglo de micro lentes, este se veía afectado por la baja resolución que se obtenía. Encontrándose allí, el dilema entre alcanzar alta resolución con altos costos de almacenamiento o tener un bajo costo de almacenamiento en una imagen de baja resolución. Con CS es posible obtener imágenes de alta calidad desde una imagen que ha sido muestreada y comprimida a la vez, dando así un cambio total a la forma tradicional de adquisición de señales o imágenes. Las aperturas codificadas, son el elemento esencial en CS, estas cumplen la función de modular los rayos de luz que se van a capturar en el sensor de la cámara, en donde solo algunos rayos son capturados. Luego, los rayos de luz codificados son procesados por un algoritmo robusto de reconstrucción, que recupera la imagen con alta resolución, como si se tratara de una imagen que ha sido capturada en su totalidad. Tradicionalmente, la codificación se realiza a través de aperturas binarias, es decir, aperturas que dejan o no pasar la luz, haciendo el muestreo y compresión solo en la dimensión espacio – angular, despreciando la información espectral que ofrece la escena. Actualmente, la invención de las aperturas codificadas de color o filtros ópticos de color, permiten modular una escena tanto espacial como espectralmente, creando así un cubo de datos con información en el espectro.

En este trabajo, se acoge la idea de agregar una dimensión más a una imagen de campo de luz 4D, la dimensión espectral; creando así, una imagen de campo de luz multi-espectral 5D. Se propone un algoritmo de simulación de la implementación de aperturas codificadas de color en CS, para la adquisición de campos de luz multi-espectrales, de manera que sea posible el muestreo y compresión tanto en la dimensión espacio – angular como en la dimensión espectral. Este nuevo método, es propuesto como un novedoso aporte al área de adquisición y procesamiento de campos de luz.

3. CAMPOS DE LUZ MULTI-ESPECTRAL

En este capítulo, se presentará el modelo matemático de adquisición y reconstrucción de un campo de luz multi-espectral basado en sensado compresivo a través de aperturas codificadas de color.

3.1 ADQUISICIÓN CODIFICADA DE UN CAMPO DE LUZ MULTI-ESPECTRAL

Los rayos de luz $f(x, \theta, \lambda)$ en el camino óptico son modulados por la apertura codificada de color $T(x, \theta, \lambda)$, las proyecciones 2D $i(x)$ capturadas por el sensor de la cámara son expresados como,

$$i(x) = \iint T(x, \theta, \lambda) \cdot f(x, \theta, \lambda) d\theta d\lambda, \quad (17)$$

donde la dimensión espacial 2D es representada por x , la dimensión angular 2D por θ y la dimensión espectral por λ . La función de transmitancia, es decir, la proporción de luz que se bloquea o se deja pasar, está dada por la apertura codificada y se expresa de la siguiente manera,

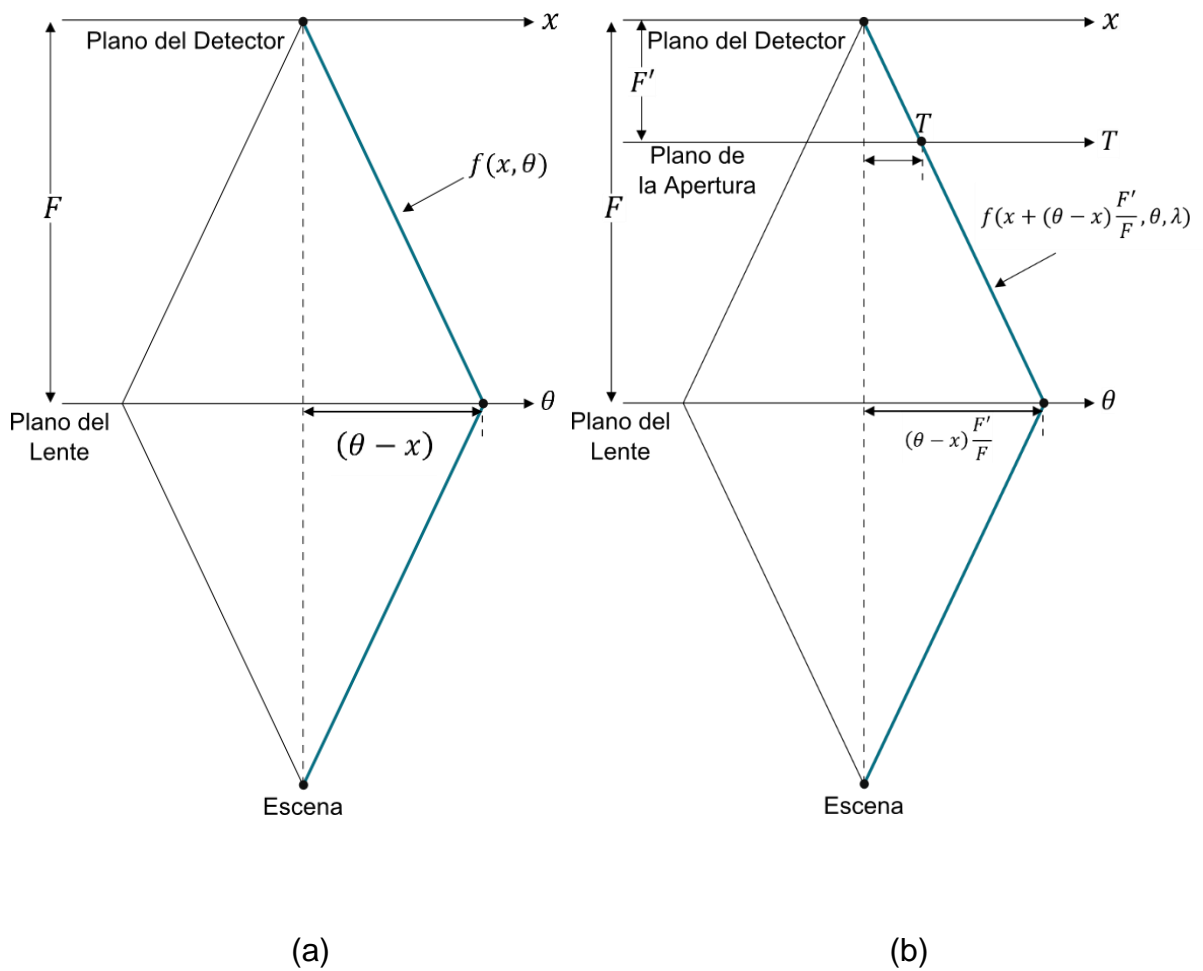
$$T(x, \theta, \lambda) = \sum_{i,u,k} T_{i,u,k} \text{rect}\left(\frac{x}{\Delta_T} - i, \frac{\theta}{\Delta_T} - u, \frac{\lambda}{\Delta_d} - k\right), \quad (18)$$

donde Δ_T y Δ_d denotan el tamaño del pixel de la apertura codificada de color y el tamaño del pixel del detector, respectivamente; $T_{i,u,k}$ es el contador de valores binarios para la operación de bloqueo y desbloqueo en el (i, u, k) – *esimo* pixel 3D de la codificación 5D y $\text{rect}(\cdot)$ es la función escalón rectangular.

Por otro lado, insertar la apertura codificada a una distancia F' del detector produce un desenfoque del rayo de luz en el plano θ (plano del lente principal),

como se muestra en la Figura 8. En la Figura 8 parte (a) se muestra la intersección del rayo sin la apertura codificada. La parte (b) ilustra cómo el rayo f interseca el plano de la apertura codificada T lo cual produce el desenfoque en el plano θ .

Figura 8. Ilustración de la óptica geométrica. Modulación del campo de luz multi-espectral a través de una apertura de codificación



La distancia T del desenfoque, en la dimensión espacial x , es calculada a través de la semejanza de triángulos como,

$$\frac{T}{F'} = \frac{\theta - x}{F}$$

$$T = (\theta - x) \frac{F'}{F}$$
(19)

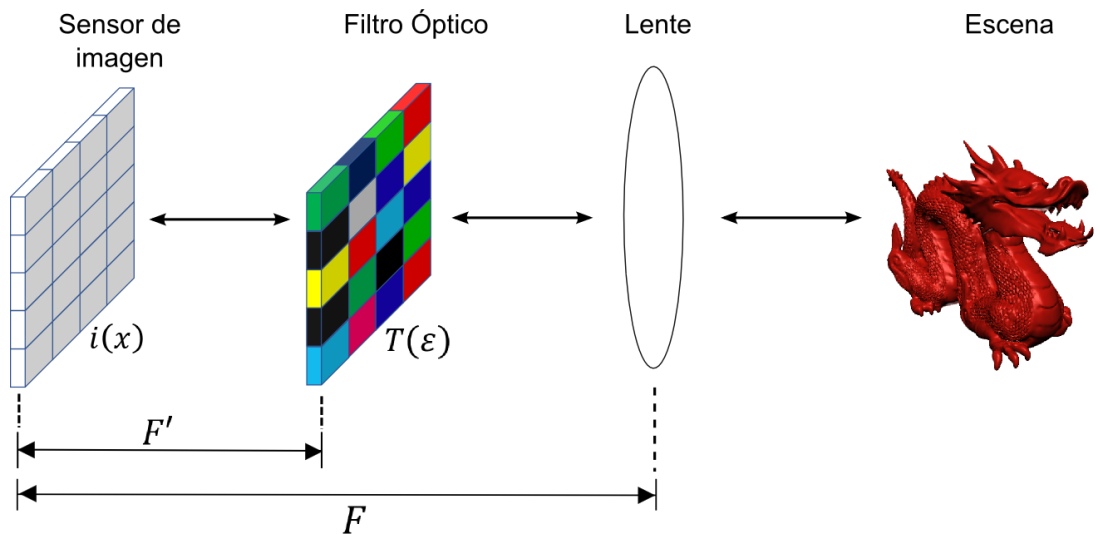
El desenfoque en el rayo de luz f en la distancia F' es denotado como,

$$f_{F'} = f\left(x + (\theta - x) \frac{F'}{F}, \theta, \lambda\right)$$
(20)

Este desenfoque es causado por la apertura de codificación, por lo tanto la ecuación (17) es modificada de la siguiente forma,

$$i(x) = \iint T\left(x + (\theta - x) \frac{F'}{F}, \theta, \lambda\right) \cdot f(x, \theta, \lambda) d\theta d\lambda$$
(21)

Figura 9. Elementos ópticos del Sistema de adquisición de campos de luz multi-espectral



Un bosquejo 3D de la arquitectura para la captura de un campo de luz multi-espectral es presentado en la Figura 9. Los elementos ópticos del sistema son distribuidos de acuerdo a las distancias que se plantean en la geometría ilustrada en la Figura 8.

De manera discreta, las proyecciones codificadas del campo de luz multi-espectral que se capturan en el sensor de la imagen se expresan de la siguiente forma,

$$\mathbf{i} = \mathbf{H}\mathbf{f}, \quad \mathbf{H} = \left[\mathbf{H}_1^{\lambda_1} \quad \mathbf{H}_1^{\lambda_2} \quad \dots \quad \mathbf{H}_1^{\lambda_L} \quad \mathbf{H}_2^{\lambda_1} \quad \dots, \quad \mathbf{H}_{p_\theta \cdot p_\varphi}^{\lambda_L} \right], \quad (22)$$

donde \mathbf{H} , que es la representación de la apertura codificada de color, es de forma,

$$\mathbf{H} = \begin{pmatrix} \mathbf{H}_1 \in \mathbb{R}^{M \times LM} \\ \mathbf{H}_2 \in \mathbb{R}^{2M \times LM} \\ \vdots \\ \mathbf{H}_j \in \mathbb{R}^{jM \times LM} \end{pmatrix},$$

siendo L el número de bandas y $\mathbf{H}_j \in \mathbb{R}^{M \times M}$ la matriz diagonal rotada de cada vista angular ($j = 1 \dots p_\theta \cdot p_\varphi$). La matriz de matrices \mathbf{H} representa la matriz dispersa de muestreo espacio-espectro-angular, $\mathbf{i} \in \mathbb{R}^M$ y $\mathbf{f} \in \mathbb{R}^N$ representan, respectivamente, el detector y el campo de luz multi-espectral vectorizados, donde todas las $p_\theta \times p_\varphi$ vistas angulares de todas las L bandas $\mathbf{f}_{j(k)}$ ($j = 1 \dots p_\theta \cdot p_\varphi, k = 1 \dots L$) son apiladas en \mathbf{f} .

En este trabajo, el muestreo de la señal se hace a través de parches 5D debido al alto procesamiento que requiere dicho procedimiento. Para ilustrar el concepto de parche 5D en la Figura 10 se muestra la obtención de un parche 5D de la imagen original.

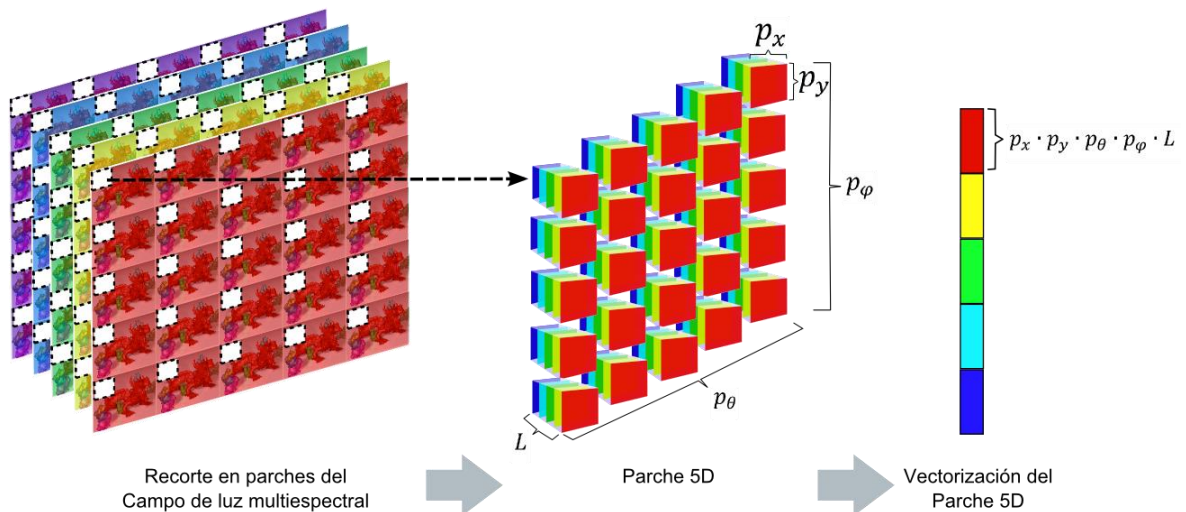
Para esto, la imagen original se divide en conjuntos de cubos donde cada conjunto es un parche 5D. La cantidad de cubos en la imagen depende de la resolución

espacial del campo de luz y la resolución espacial del parche 5D, ésta se calcula de la siguiente manera,

$$\text{Cantidad de cubos} = \left[\frac{p_x}{\text{Resolución espacial } x \text{ de } \mathbf{f}} \times \frac{p_y}{\text{Resolución espacial } y \text{ de } \mathbf{f}} \right],$$

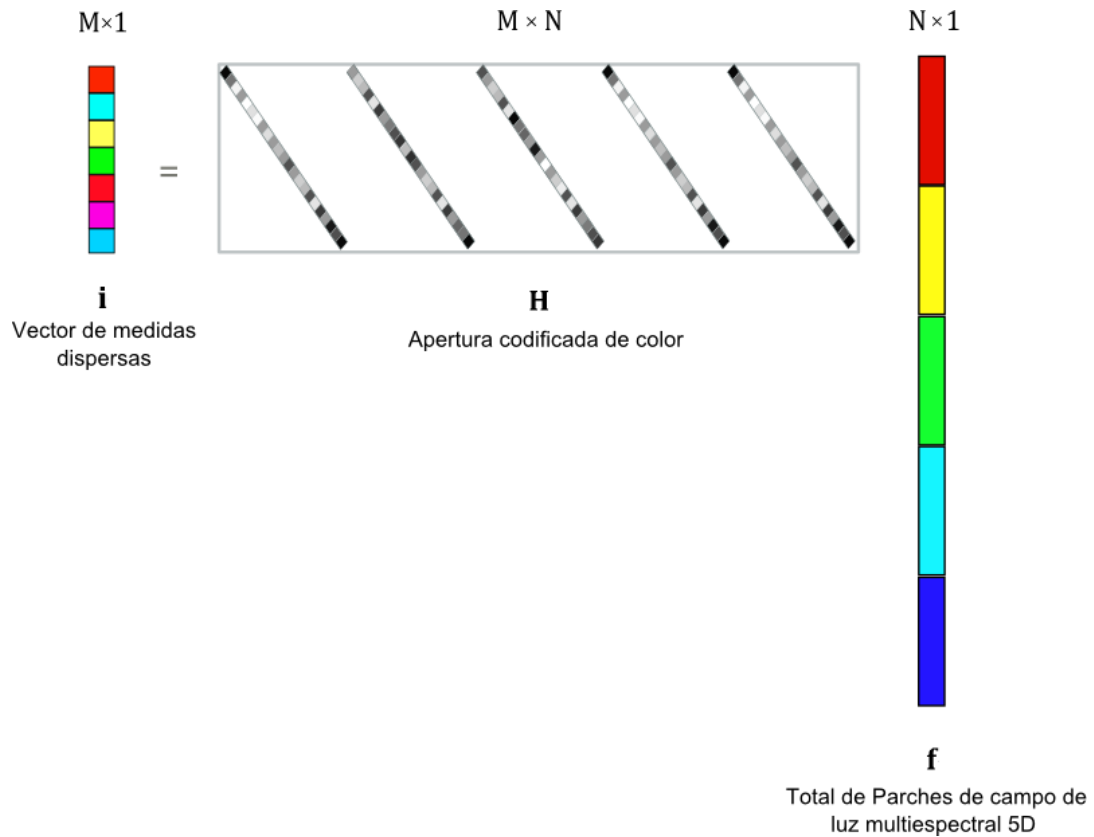
donde p_x y p_y son la resolución espacial del parche 5D. Cada parche 5D, tomado de la imagen, se vectoriza y se multiplica por la matriz de muestreo como se da en la ecuación (22). Todas las medidas tomadas son apiladas en el vector de medidas \mathbf{i} .

Figura 10. Ilustración de la toma de parches 5D del campo de luz multi-espectral



La ventaja principal del muestreo compresivo está en adquirir y comprimir al mismo tiempo la escena usando un conjunto reducido de mediciones. Dicha adquisición de información, es modelada matemáticamente como se muestra en la ecuación (22). La Figura 11 ilustra el modelo matemático planteado, donde el proceso de compresión, recae en el producto matriz – vector.

Figura 11. Ilustración del muestreo del campo de luz Multi-espectral



La matriz de muestreo \mathbf{H} contiene un conjunto de submatrices diagonales, de manera que, cada banda (cada color) es muestreada por una sub matriz diagonal. Cada medición en \mathbf{i} es el resultado de la suma de las bandas muestreadas de la escena.

3.2 RECONSTRUCCIÓN DESDE EL VECTOR DE MEDIDAS

El problema inverso de reconstruir un campo de luz multi-espectral desde sus respectivas proyecciones codificadas requiere invertir el sistema lineal de ecuaciones en (22). Debido a que este problema es subdeterminado, se cuenta con más incógnitas (rayos de luz) que ecuaciones o medidas conocidas (pixeles del sensor), es necesario aplicar técnicas de codificación dispersa. Para resolver

el problema subdeterminado, se asume que el campo de luz multi-espectral \mathbf{f} es disperso en algún diccionario $\mathbf{D} \in \mathbb{R}^{N \times d}$ tal que se pueda expresar como,

$$\mathbf{f} = \mathbf{D}\boldsymbol{\alpha} \quad (23)$$

donde la mayoría de coeficientes en $\boldsymbol{\alpha} \in \mathbb{R}^d$ son valores cercanos a cero, de esta manera la señal \mathbf{f} puede ser aproximada por una combinación lineal de K columnas de \mathbf{D} . Reemplazando la ecuación (23) en (22) se obtiene la representación dispersa,

$$\mathbf{i} = \mathbf{H}\mathbf{D}\boldsymbol{\alpha} \quad (24)$$

Se busca, entonces, reconstruir el conjunto de coeficientes dispersos que formen una representación exacta del campo de luz multi-espectral en algún diccionario. La solución a (24) puede plantearse como la respuesta al problema,

$$\text{minimizar}_{\{\boldsymbol{\alpha}\}} \|\mathbf{i} - \mathbf{H}\mathbf{D}\boldsymbol{\alpha}\|_2 + \tau \|\boldsymbol{\alpha}\|_1 \quad (25)$$

En la reconstrucción de la señal multidimensional se emplean dos métodos similares a los propuestos en [2]: Método de reconstrucción por parches 5D y Método de reconstrucción por parches 5D con solapamiento.

Los dos métodos resuelven el problema inverso de optimización expresado en (25). En el que se requiere minimizar de la distancia entre la imagen original vectorizada y su representación en el dominio \mathbf{D} , a esta diferencia se le conoce como la norma $-\ell_2$.

La señal subyacente es obtenida con la solución del problema en (25) y se expresa como,

$$\hat{\mathbf{f}} = \mathbf{D}(\arg \min_{\{\boldsymbol{\alpha}\}} \|\mathbf{i} - \mathbf{H}\mathbf{D}\boldsymbol{\alpha}\|_2 + \tau \|\boldsymbol{\alpha}\|_1) \quad (26)$$

Donde τ es un parámetro de regularización.

A continuación se hace una breve explicación de los dos métodos que resuelven el mismo problema, los cuales, se diferencian en la organización de los parches 5D reconstruidos.

3.2.1 Método de reconstrucción por parches 5D

El método de reconstrucción por parches 5D reconstruye y ordena los parches recuperados de forma secuencial, en donde cada parche es independiente de los parches adyacentes. La reconstrucción requiere que se tomen pequeños vectores de tamaño $p_x \cdot p_y$ desde el vector de mediciones total \mathbf{i} y se resuelva la ecuación (25).

3.2.2 Método de reconstrucción por parches 5D con solapamiento.

El método de reconstrucción por parches con solapamiento requiere que la cantidad de medidas tomadas en el muestreo sea mayor para que exista una reconstrucción coherente, es decir, que la cantidad de parches que se tomen sea mayor a la que se tomaría en el método anterior. El ordenamiento de los parches 5D reconstruidos es de tal forma, que cada parche se solapa con el parche adyacente.

Una ventana del mismo tamaño del parche, se desliza por la imagen mezclando los parches superpuestos con un filtro promedio para obtener cada vez un pixel específico de la imagen reconstruida. En otras palabras, cada pixel 5D de la imagen es filtrado por la ventana; esta, hace el cálculo tomando los valores de los pixeles vecinos y sacando un promedio. El valor promedio es asignado al pixel central donde está ubicada la ventana.

3.3 ENTRENAMIENTO DEL DICCIONARIO

Con base en recientes avances en la teoría del muestreo compresivo en campos de luz, se proponen los átomos de campo de luz multi-espectral 5D. Donde, el tamaño de un parche o átomo 5D es $N = p_x \times p_y \times p_\theta \times p_\phi \times L$. Dado un conjunto significativo de dichos átomos, que se escogen aleatoriamente desde una colección de campos de luz multi-espectral de entrenamiento, el entrenamiento de un diccionario sobrecompleto multi-espectral $\mathbf{D} \in \mathbb{R}^{N \times q}$, que representa de forma dispersa la señal de campo de luz multi-espectral, puede ser expresado como,

$$\underset{\{\mathbf{D}, \mathbf{A}\}}{\text{minimizar}} \|\mathbf{C} - \mathbf{DA}\|_F \text{ sujeto a } \forall_i, \|\mathbf{A}_i\|_0 \leq k, \quad (27)$$

donde $\mathbf{C} \in \mathbb{R}^{N \times q}$ es el conjunto de entrenamiento que contiene q señales o parches del campo de luz multi-espectral y $\mathbf{A} = [\boldsymbol{\alpha}_1, \dots, \boldsymbol{\alpha}_q] \in \mathbb{R}^{d \times q}$ es un conjunto de coeficientes dispersos que aproximan el conjunto de entrenamiento. La minimización se realiza a través de la norma Frobenius que se define como

$$\|\mathbf{X}\|_F = \sqrt{\sum_{i,j} X_{i,j}^2}.$$

Existen una variedad de soluciones al problema planteado en la ecuación (27). Entre los algoritmos que brindan dicha solución están: K – SVD, K – SVD No Negativo y Codificación dispersa en línea.

El algoritmo K – SVD [12] es un método simple y poderoso de entrenar diccionarios sobrecompletos desde un conjunto de entrenamiento dado. De manera general, K-SVD opera iterativamente actualizando el diccionario \mathbf{D} , el cual es inicializado previamente. Por otro lado, el algoritmo K – SVD No Negativo, que es una variante del algoritmo K-SVD, solo permite valores positivos en los átomos del diccionario. Por último, codificación dispersa en línea es un algoritmo de optimización en línea propuesto en [2]. El objetivo de este algoritmo es superar el tamaño limitado de los conjuntos de datos de entrenamiento que pueden ser

manejados por los métodos de aprendizaje de diccionario alternativos, tales como K-SVD [2]. De manera más eficiente, este algoritmo maneja grandes conjuntos de entrenamiento con pequeños parches. En general, los criterios más significativos para la selección del algoritmo de entrenamiento son velocidad, fácil implementación, nivel de compresibilidad, fácil interpretación, entre otros.

4. ALGORITMO DE SIMULACIÓN

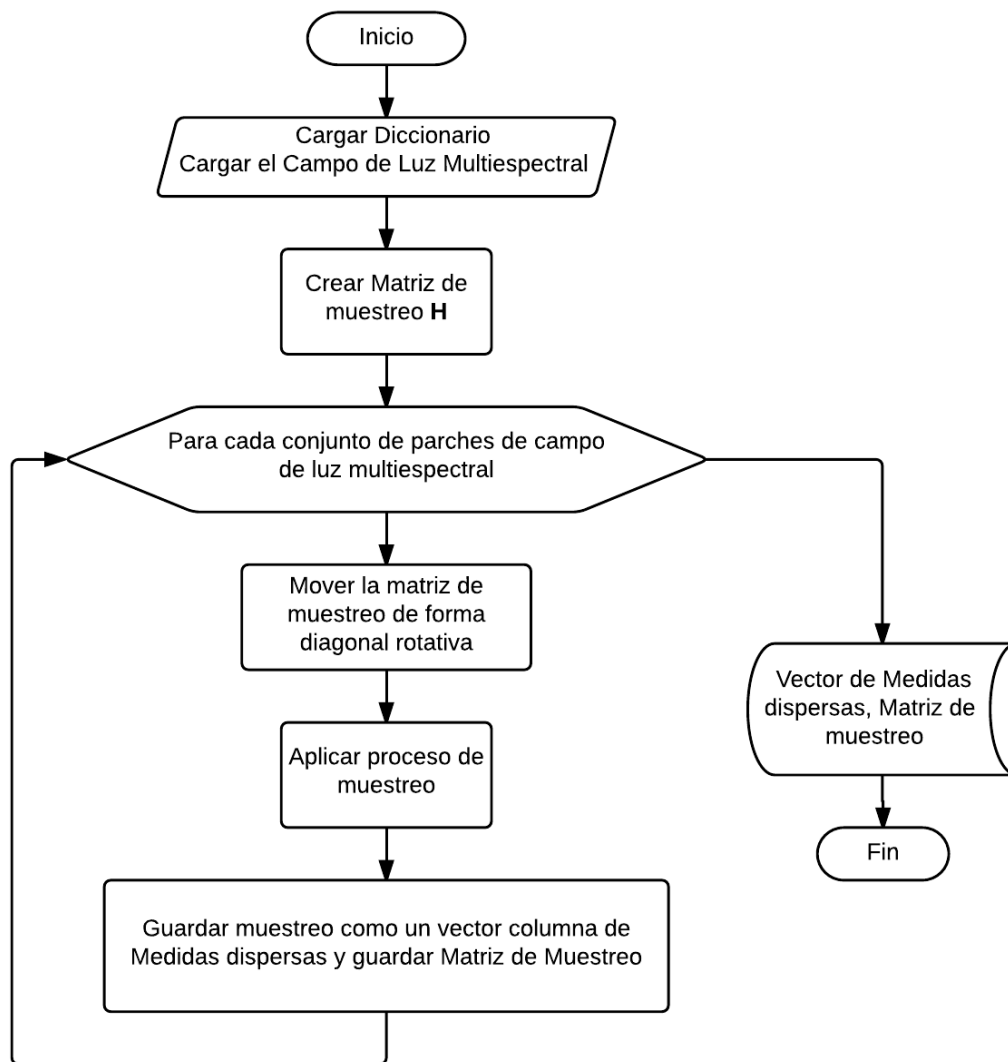
Los algoritmos que se implementan para la simulación de la adquisición y reconstrucción de campos de luz multi-espectral son mostrados, a continuación, en los diagramas de flujo.

4.1 MUESTREO COMPRESIVO

En la Figura 12 se muestra el algoritmo de muestreo o adquisición compresiva del campo de luz multi-espectral. Las entradas del algoritmo son el diccionario sobrecompleto y el conjunto de imágenes de campo de luz multi-espectral.

La matriz de muestreo $\mathbf{H}_k \in R^{M \times LM}$ ($k = 1$), expresada en la ecuación (22), es creada una sola vez. Para cada muestreo de cada conjunto de subparches se hace una rotación de la matriz de forma diagonal rotativa, tal que el número de rotaciones es k ; esto quiere decir, que los únicos datos que tiene la matriz en su diagonal serán movidos de forma circular siendo el eje de rotación la diagonal de la matriz. Luego del muestreo, cada medida resultante es guardada y apilada en el vector de medidas total \mathbf{i} , además de esto, cada matriz de muestreo rotada es agregada a \mathbf{H} . El proceso termina cuando se han muestreado todos los parches de la imagen de campo de luz multi-espectral.

Figura 12. Algoritmo de simulación de adquisición de las medidas dispersas



La salida de este proceso, es el vector de medidas disperso \mathbf{i} y una matriz de matrices \mathbf{H} , donde se guardaron las submatrices rotadas.

De forma más precisa, se presenta el pseudocódigo del algoritmo de muestreo,

Algoritmo 1 Muestreo de la imagen de Campo de luz multiespectral

Entrada: \mathbf{f} - Campo de luz multiespectral, \mathbf{H} - Matriz de Muestreo,

$s \leftarrow [p_x, p_y, p_u, p_v, L]$ - Tamaño del parche,

$Npatch \leftarrow (x/p_x, y/p_y)$ - Número de parches.

Salida: Vector de medidas del campo de luz multiespectral \mathbf{i} , Matriz de Muestreo \mathbf{H}

1: $n \leftarrow 1$

2: $k \leftarrow 1$

3: **para** $i = 1 \leftarrow hasta Npatch(1)$ **hacer**

4: **para** $j = 1 \leftarrow hasta Npatch(2)$ **hacer**

5: $\mathbf{i}_{n:k \cdot p_x \cdot p_y} \leftarrow \mathbf{H}_k \times \mathbf{f}_{i,j}(\cdot)$

6: $n \leftarrow k \cdot p_x \cdot p_y + 1$

7: $k \leftarrow k + 1$

8: **fin para**

9: **fin para**

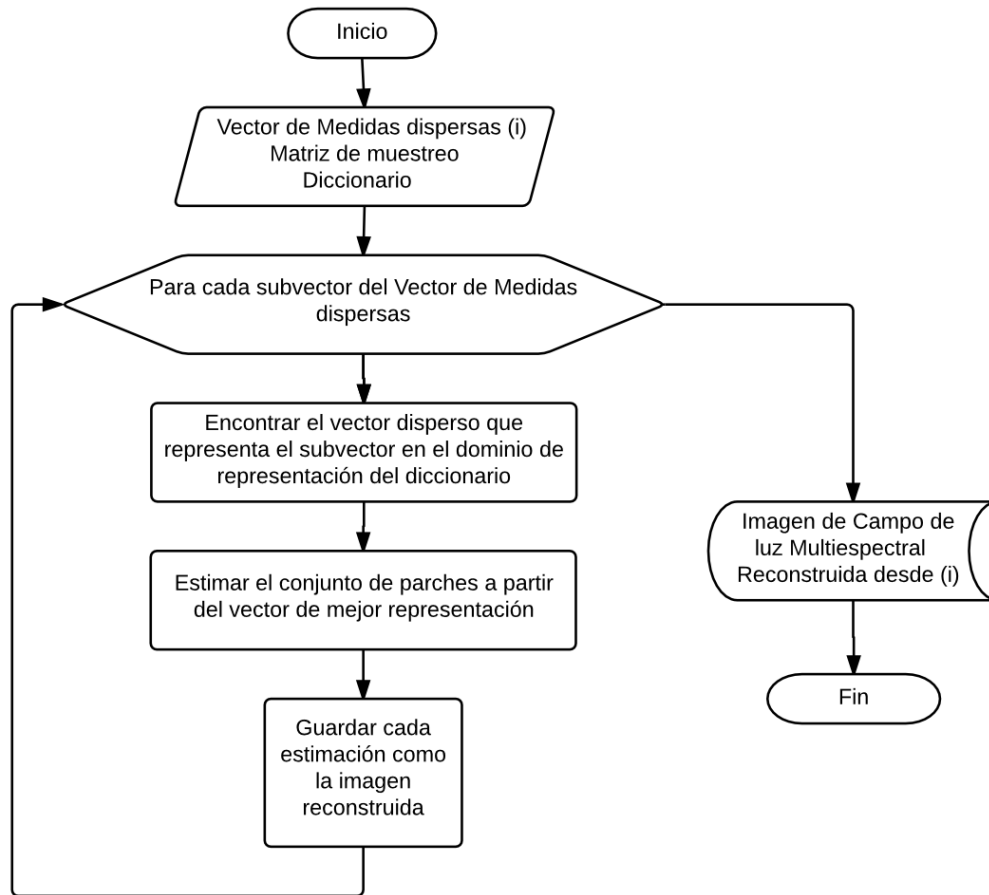
El pseudocódigo presenta de forma más explícita y matemática el proceso que se realiza en el muestreo.

4.2 RECONSTRUCCIÓN DEL CAMPO DE LUZ MULTI-ESPECTRAL

El algoritmo de reconstrucción del campo de luz multi-espectral desde medidas dispersas, se muestra en la Figura 13.

Las entradas del algoritmo son el vector de medidas dispersas \mathbf{i} , la matriz de muestreo \mathbf{H} y el diccionario \mathbf{D} .

Figura 13. Algoritmo de simulación de la reconstrucción de un campo de luz multi-espectral desde medidas dispersas



En el proceso de reconstrucción, se toman pequeños vectores del vector de mediciones total \mathbf{i} , los cuales representan el parche 5D en su forma dispersa. Con el subvector, se busca encontrar el subvector que minimiza la expresión (25). El subvector encontrado, a través del algoritmo de optimización, cumple la igualdad expresada en la ecuación (26), a lo cual se le llama estimación de la reconstrucción $\hat{\mathbf{f}}$. La estimación hallada es guardada en forma de matriz, de forma que al finalizar el proceso se habrá reconstruido la imagen de campo de luz multi-espectral.

El algoritmo de reconstrucción es mostrado matemáticamente en el pseudocódigo a continuación,

Algoritmo 2 Reconstrucción del campo de luz multiespectral

Entrada: \mathbf{i} - Vector de Medidas, \mathbf{H} - Matriz de Muestreo,

\mathbf{D} - Diccionario de Representación

$s \leftarrow [p_x, p_y, p_u, p_v, L]$ - Tamaño del parche

Salida: Campo de luz multiespectral reconstruido

```
1:  $m \leftarrow 1$ 
2:  $q \leftarrow 1$ 
3: para  $i = 1 \leftarrow hasta Npatch(1)$  hacer
4:   para  $j = 1 \leftarrow hasta Npatch(2)$  hacer
5:      $\mathbf{Y} \leftarrow \mathbf{i}_{m:q \cdot p_x \cdot p_y}$ 
6:      $\alpha = argmin(\sum |\mathbf{Y} - \mathbf{H}_q \mathbf{D} \alpha|^2)^{1/2} + \lambda \sum |\alpha|$ 
7:      $\hat{\mathbf{f}}(i, j) = \mathbf{D} \alpha$ 
8:      $m \leftarrow q \cdot p_x \cdot p_y + 1$ 
9:      $q \leftarrow q + 1$ 
10:   fin para
11: fin para
```

5. RESULTADOS Y DISCUSIÓN

El algoritmo de muestreo y reconstrucción de campos de luz multi-espectrales usando filtros ópticos de colores fue evaluado mediante la ejecución de diferentes simulaciones. Para dicha evaluación, un conjunto de imágenes de campo de luz multi-espectral sintético fue construido a partir de un conjunto base de imágenes sintéticas de campo de luz ofrecido por el Instituto Tecnológico de Massachusetts – MIT [16]. Específicamente, el conjunto de imágenes original tiene 593×840 píxeles en resolución espacial, 5×5 en resolución angular y $L = 3$ canales de color RGB. El conjunto de imágenes usado para la evaluación fue creado sintéticamente añadiendo dos bandas al cubo original. Los valores de estas nuevas bandas fueron el resultado de una interpolación cúbica de las bandas originales RGB. El conjunto multi-espectral resultante es de resolución espacial 593×840 , resolución angular 5×5 con 5 bandas espectrales. Este proceso fue aplicado a 4 conjuntos más de campo de luz los cuales son utilizados para el entrenamiento del diccionario sobrecompleto.

Para el entrenamiento del diccionario se tomaron 40.000 parches de 217.620 parches de los 4 conjuntos modificados. Este conjunto de parches para hacer el entrenamiento, equivale al 18.3% de los datos totales. En la Figura 14 se muestran los conjuntos de imágenes en RGB, que conforman los campos de luz sintéticos originales y su vista central.

Figura 14. Imágenes Originales de los Campo de Luz Sintéticos RGB

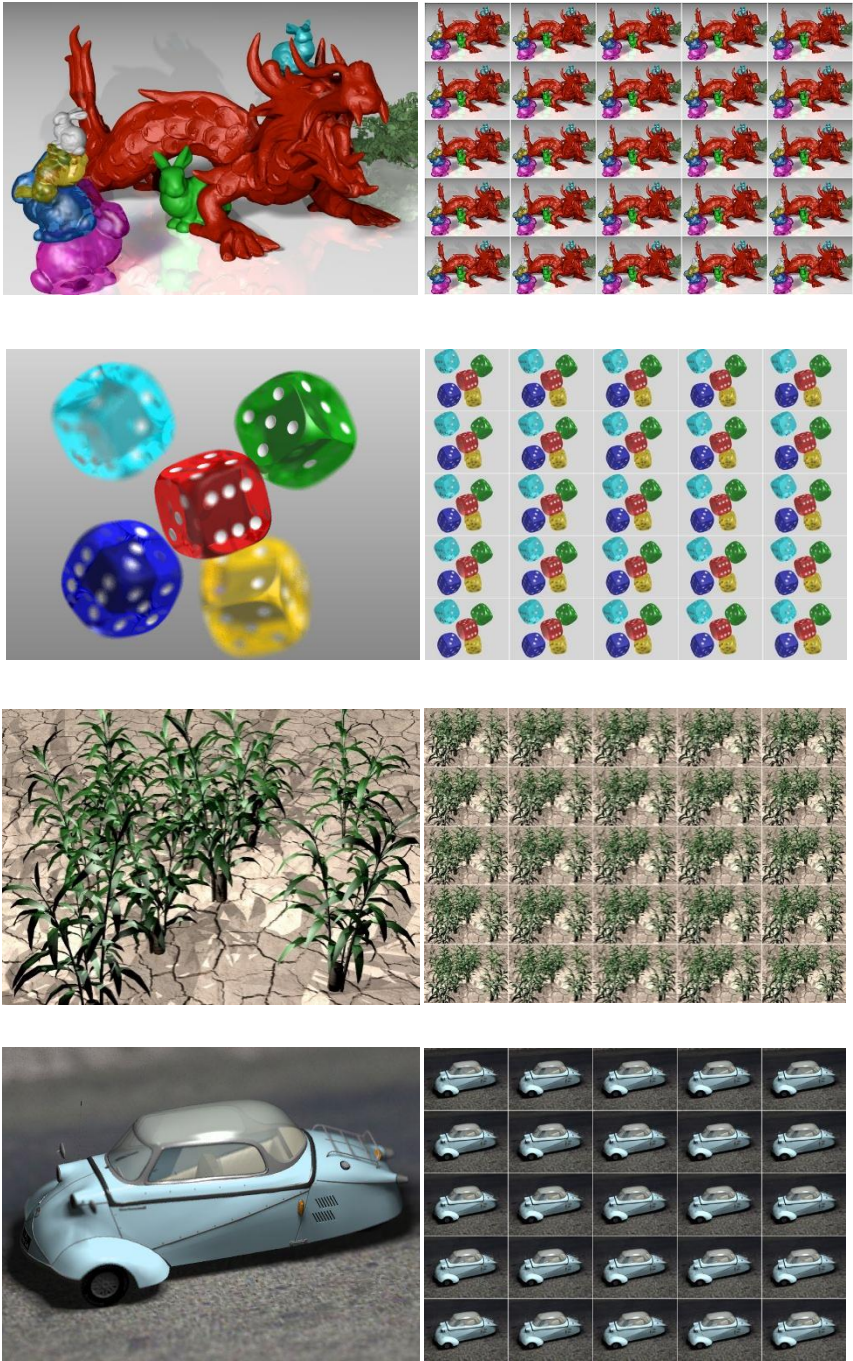
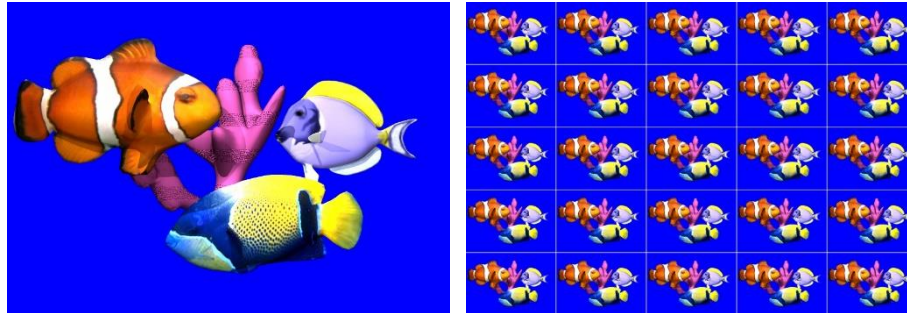


Figura 13. (Continuación)



Fuente: <http://web.media.mit.edu/~gordonw/SyntheticLightFields/>

El proceso de muestreo fue simulado utilizando aperturas codificadas de color aleatorias, las cuales, contienen en su diagonal valores booleanos generados con un nivel de transmitancia del 50%. Para las pruebas, el muestreo del campo de luz multi-espectral se realizó en parches de tamaño 9×9 en resolución espacial, 3×3 en resolución angular o vistas y 5 bandas espectrales. En cada iteración es reconstruido un conjunto de parches y se almacena en la matriz de reconstrucción. Las reconstrucciones se obtuvieron usando el algoritmo LASSO [15].

En la reconstrucción se emplearon los dos métodos de restauración de la matriz de cubos: Método de reconstrucción por parches 5D y Método de reconstrucción por parches 5D con solapamiento descritos en el capítulo anterior. En los dos procedimientos se fijaron los mismos parámetros, tales como, valor de transmitancia = 50% y el parámetro de regularización $\tau = 0.01$.

5.1 RESULTADOS CON EL MÉTODO DE RECONSTRUCCIÓN POR PARCHES 5D

En este experimento se reconstruye un acercamiento del campo de luz multi-espectral, la resolución de la imagen que se reconstruye es de 405x360 píxeles, con 3x3 vistas angulares y 5 bandas espectrales que van desde 450nm hasta 650nm. En la Figura 15, se muestran los resultados de reconstrucción de la primera vista angular a través de las 5 longitudes de onda y la representación RGB del campo de luz multi-espectral.

Figura 15. Reconstrucción del campo de luz multi-espectral con el método de parches. Visualización RGB y la primera vista angular con las 5 bandas espectrales

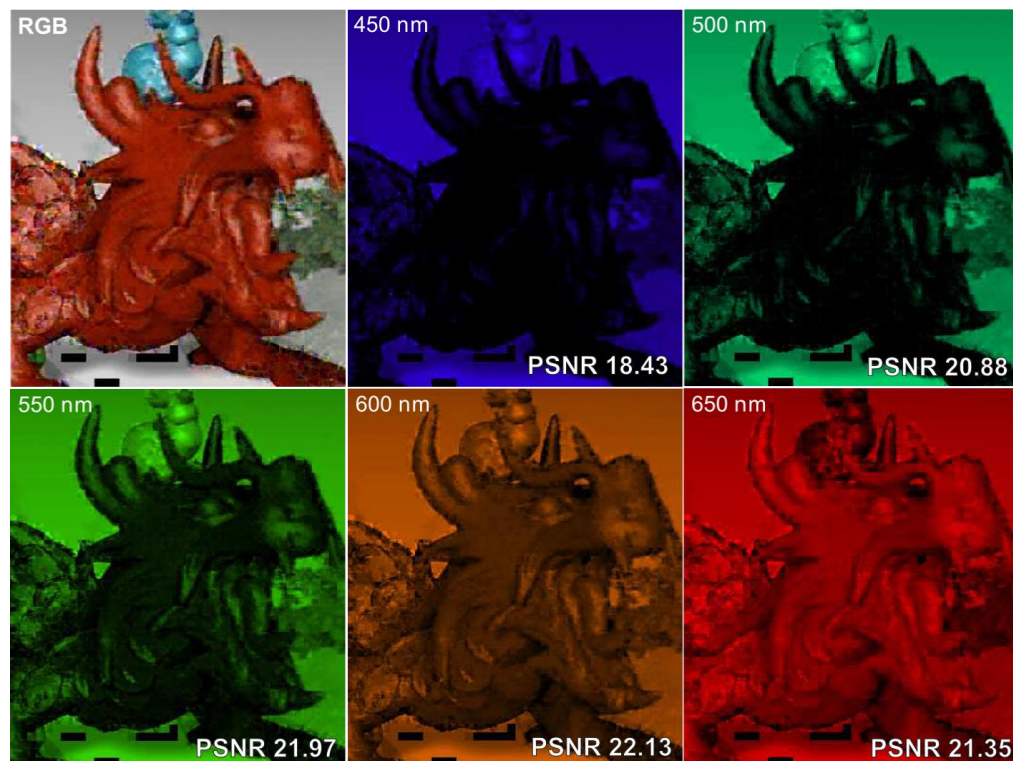


Figura 16. Visualización RGB de la reconstrucción con el método con parches 5D. Original y Reconstruida.

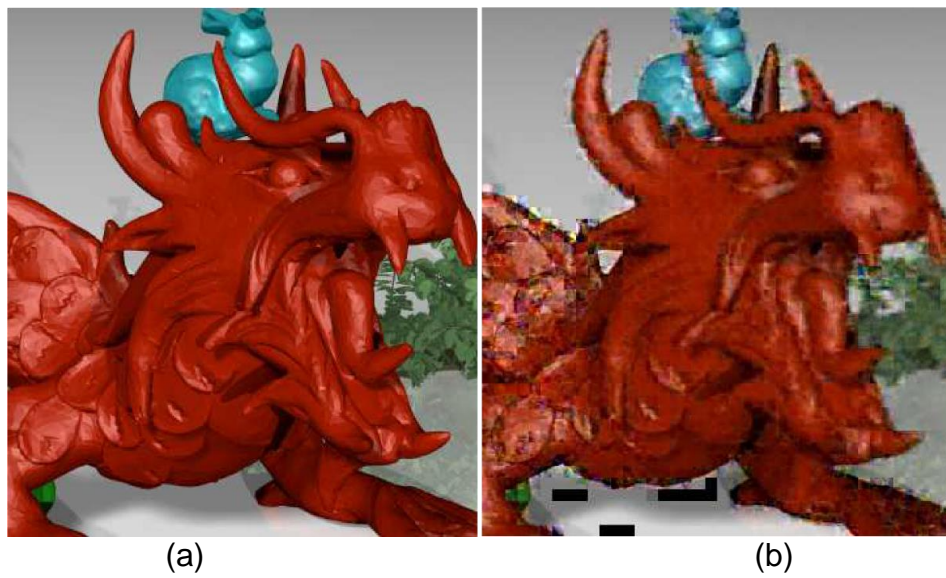
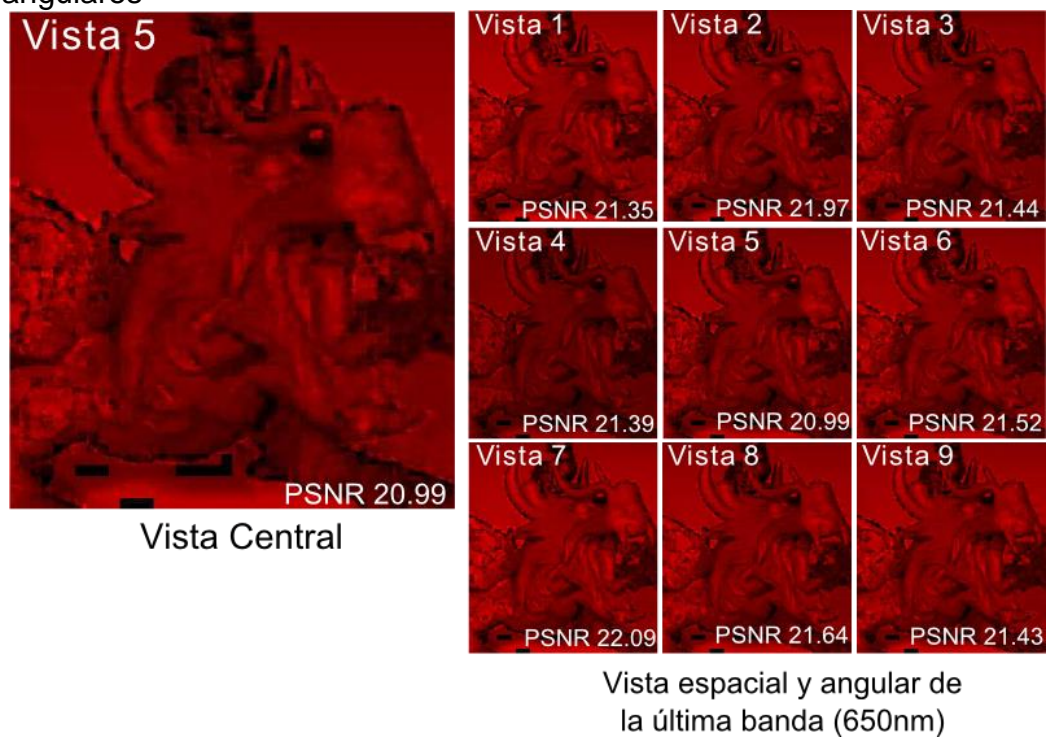


Figura 17. Visualización de la reconstrucción de la última banda y sus vistas angulares



(a)

(b)

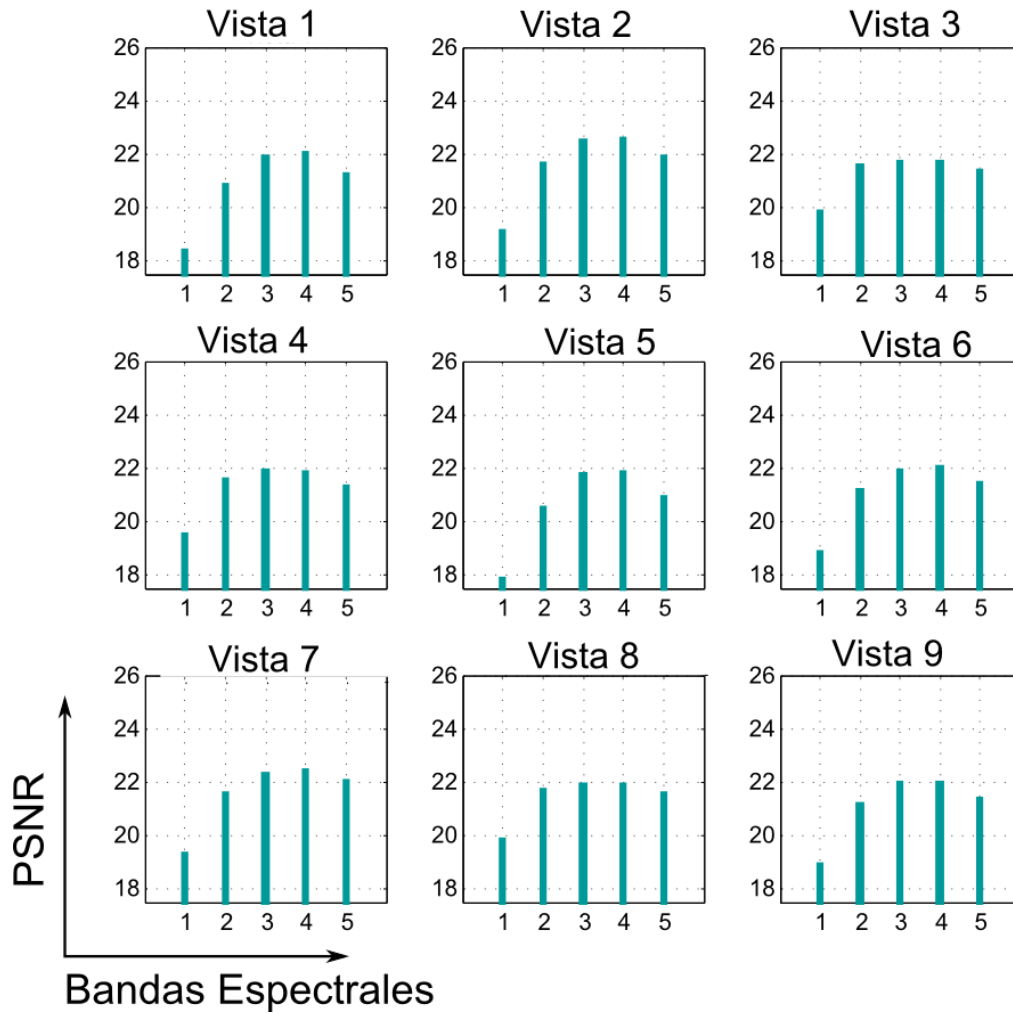
Una representación RGB es mostrada en la Figura 16; en la parte (a) se presenta la imagen original, en la parte (b) se muestra la imagen reconstruida. En la parte (b) se observa que existen secciones de la imagen que no se reconstruyen correctamente.

Las diferentes vistas reconstruidas para la última banda, con una longitud de onda de 650nm, son mostradas en la Figura 17. En la parte (a) se muestra la vista central de las vistas angulares y en la parte (b) se presentan todas las 3×3 vistas.

La calidad de reconstrucción del campo de luz multi-espectral es calculada para cada banda de cada vista angular. La Figura 18 muestra el cálculo del PSNR por banda para cada ángulo. Estas gráficas presentadas en la Figura 18, permiten tener un panorama general de la calidad que se obtuvo con el método de reconstrucción por parches 5D. Se puede observar que para la reconstrucción de la última banda se obtiene muy baja calidad en todas las vistas con respecto a las demás bandas.

El tiempo de procesamiento empleado en muestreo y reconstrucción de la imagen de resolución 405×360 píxeles, con 3×3 vistas angulares y 5 bandas espectrales fue de 14 minutos y 31 segundos. Las simulaciones para el método de reconstrucción de parches 5D se realizaron en un equipo con procesador Intel Core i7 3960X con 3.30 GHz, 32GB de memoria RAM y 12 núcleos.

Figura 18. Visualización del PSNR evaluado para cada banda en cada vista angular

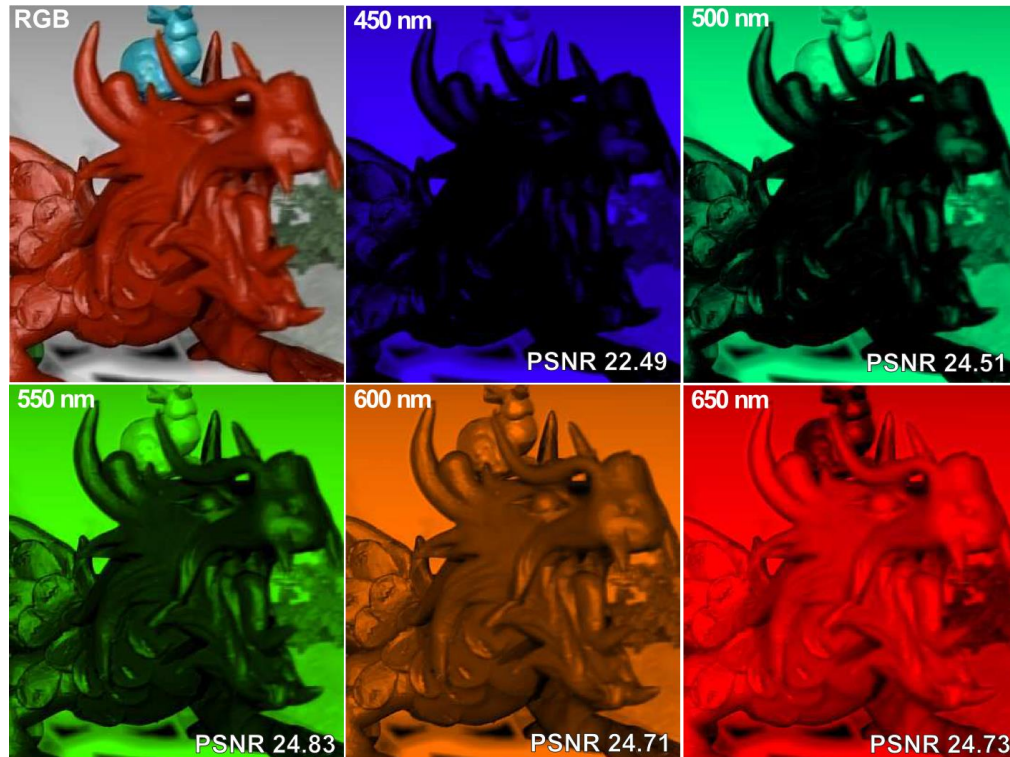


5.2 RESULTADOS CON EL MÉTODO DE RECONSTRUCCIÓN POR PARCHES 5D CON SOLAPAMIENTO

El tamaño del acercamiento a la imagen a reconstruir en este experimento se tomó igual que en el anterior método. La resolución de la imagen es de 405x360 píxeles, con 3x3 vistas angulares y 5 bandas espectrales que van desde 450nm hasta 650nm.

En la Figura 19 se presenta la visualización de la reconstrucción de la primera vista angular en cada banda espectral.

Figura 19. Reconstrucción del campo de luz multi-espectral con el método de parches con solapamiento. Visualización RGB y la primera vista angular con las 5 bandas espectrales



La primera imagen superior izquierda, es la representación RGB del campo de luz multi-espectral. Un acercamiento a esta imagen se realiza en la Figura 20.

La Figura 20 (a) muestra la imagen original de la primera vista en RGB y la parte (b) es la imagen reconstruida.

Figura 20. Visualización RGB, para la primera vista angular, de la reconstrucción con el método con parches 5D con solapamiento

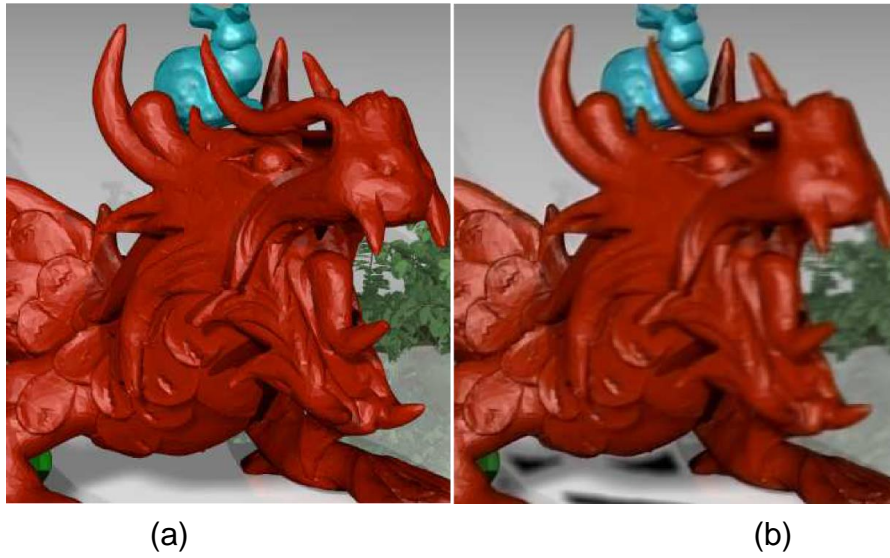
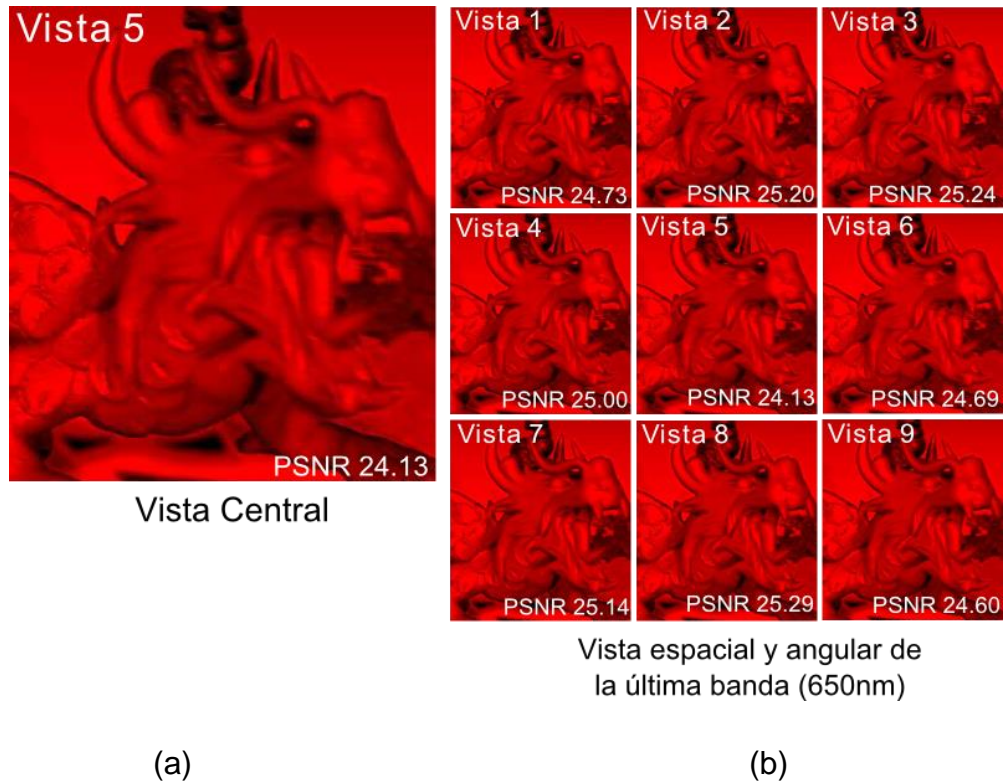
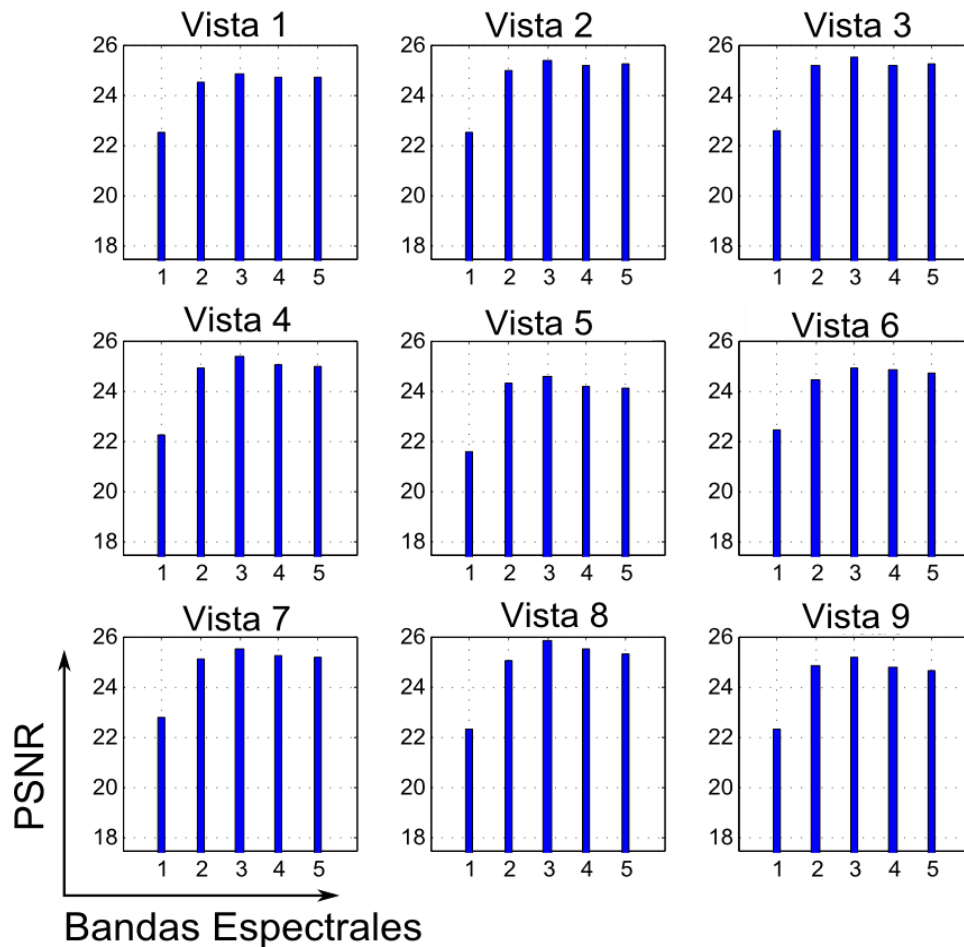


Figura 21. Visualización de la reconstrucción de la última banda y sus vistas angulares



La reconstrucción de las vistas angulares en la última banda (650nm) es mostrada en la Figura 21. La parte (a) es la vista central y la parte (b) muestra todas las vistas angulares.

Figura 22. Visualización del PSNR evaluado para cada banda en cada vista angular con el método de parches solapados



En la Figura 22 se presenta la visualización del cálculo del PSNR para cada banda espectral del campo de luz multi-espectral en cada vista angular. En general, se observa que ocurre el mismo fenómeno que en el método anterior. Se

presenta que para la última banda la calidad de reconstrucción es baja con respecto a las demás bandas.

5.3 COMPARACIÓN DE RECONSTRUCCIÓN

Las reconstrucciones son realizadas con dos métodos de reconstrucción. El método de parches 5D con solapamiento, siendo una optimización del método con parches, genera mejores resultados de reconstrucción medida en PSNR. Por otro lado, el método por parches 5D, aunque presentaba menor tiempo de convergencia agregaba ruido en los bordes de la imagen. En la tabla 3 se muestra el PSNR promedio con ambos métodos.

Tabla 1. Comparación de los métodos en PSNR

Método	PSNR (dB)		
	Promedio	Máximo	Mínimo
Parches 5D	21.24	22.65	17.92
Parches 5D con solapamiento	24.44	25.86	21.57

La ganancia con el método de parches con solapamiento es de **3.2dB** con respecto al método de parches. A pesar de que la ganancia, en decibeles del PSNR, es relativamente baja con respecto al método de parches, los resultados visualmente mejoran con el solapamiento de los parches. Esta ganancia se debe a que con este método se toman más parches para hacer el proceso, esto es, tomar mucha más información. El procesamiento requerido para el método de reconstrucción de parches con solapamiento es mayor, por esto las simulaciones fueron realizadas en un equipo de cómputo dual Intel Xeon E5-2670v2 con 2.5GHz, 64 GB de memoria RAM y 10 núcleos. El tiempo de cómputo para la reconstrucción de la imagen multi-espectral de resolución 405x360 pixeles, con 3x3 vistas angulares y 5 bandas espectrales fue de **53 horas, 10 minutos y 11 segundos**.

5.4 COMPRESIÓN DE LOS DATOS

En general, la cantidad de datos que se requerirían para formar una imagen de campo de luz multi-espectral con métodos tradicionales sin CS, como en un arreglo de cámaras o en un arreglo de microlentes, es,

$$\text{Número de medidas} = N^2 p_\theta p_\varphi L,$$

donde N^2 es la resolución espacial del detector, p_θ y p_φ es la resolución angular o vistas angulares y L son las bandas espectrales.

Con el método comprimido, el método propuesto en este trabajo, la cantidad de medidas se reduce a,

$$\text{Número de medidas} = N^2$$

La razón de compresión es dado por,

$$\text{Razón de Compresión} = \frac{\text{Datos Comprimidos}}{\text{Datos Sin Comprimir}} = \frac{N^2}{N^2 p_\theta p_\varphi L} = \frac{1}{p_\theta p_\varphi L}$$

Para este trabajo, la razón de compresión fue de,

$$\text{Razón de Compresión} = \frac{1}{3 \times 3 \times 5} = \frac{1}{45} \cong 0.022$$

El radio de compresión deja ver que las medidas que se toman se reducen de un 100% a un 2.2%, esto quiere decir, que solo se necesitará el 2.2% de información de la escena para obtener la imagen de campo de luz multi-espectral con 3×3 vistas angulares y 5 bandas espectrales.

6. CONCLUSIONES

- Se realizó el modelo y simulación de un sistema de campos de luz en imágenes multi-espectrales, obteniendo una medición comprimida, modulada por una apertura codificada de color o filtros ópticos de colores.
- Para la evaluación del modelo implementado, se construyó un conjunto de imágenes de campo de luz multi-espectral.
- Se planteó el modelo matemático que determina el sistema de adquisición basado en el muestreo compresivo a través de filtros ópticos de color. Este modelo, fue parte fundamental para la implementación de los algoritmos de simulación de muestreo y reconstrucción de los campos de luz multi-espectral.
- Las simulaciones de reconstrucción fueron llevadas a cabo a través de dos métodos, en los cuales se evaluaron la calidad de reconstrucción. El conjunto de campos de luz multi-espectral fue muestreado, y posteriormente reconstruido por dos métodos de reconstrucción donde se obtuvo rangos de PSNR entre 18[dB] y 23[dB] para el método por parches y entre 21[dB] y 26[dB] para el método por parches con solapamiento.
- La tasa de compresión que se obtuvo con el modelo planteado fue del 2.2%, es decir, se logró obtener una imagen de campo de luz multi-espectral de resolución 405x360 pixeles, 3x3 vistas angulares y 5 bandas espectrales con tan solo el 2.2% de la información total.
- Si se implementara un sistema real basado en el modelo planteado, la principal limitación que se encuentra, con base al desarrollo de este proyecto, es el entrenamiento del diccionario. Los imágenes de campo de luz multi-espectral

que se usan para el entrenamiento deben tener la misma cantidad de bandas espectrales que la imagen de campo de luz multiespectral que se quiere capturar. Otra limitación importante en la implementación real, es que el número de filtros crece con el número de bandas que se quieren obtener en la imagen de campo de luz multiespectral, esto quiere decir, que el costo de adquirir una imagen multi-espectral aumenta con respecto a la cantidad de bandas espectrales debido a que aumenta la cantidad de filtros.

7. RECOMENDACIONES

- Basándose en el modelo que se plantea en este trabajo, investigar sobre el diseño de las aperturas codificadas de color, en el que es posible manipular las longitudes de ondas en el proceso de muestreo de la imagen multidimensional.
- Con base a este trabajo, investigar sobre la optimización de la correlación existente entre la apertura codificada y el diccionario de representación, lo cual permitiría obtener una mayor calidad de reconstrucción.

REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- [1] E. J. Candes y M. B. Wakin, «An Introduction To Compressive Sampling», *IEEE Signal Process. Mag.*, vol. 25, 2008.
- [2] K. Marwah, G. Wetzstein, Y. Bando, y R. Raskar, «Compressive light field photography using overcomplete dictionaries and optimized projections», *ACM Trans. Graph.*, vol. 32, p. 1, 2013.
- [3] S. J. Gortler, R. Grzeszczuk, R. Szeliski, y M. F. Cohen, «The lumigraph», en *Proceedings of the 23rd annual conference on Computer graphics and interactive techniques - SIGGRAPH '96*, 1996, pp. 43-54.
- [4] M. Levoy, «Light fields and computational imaging», *Computer (Long Beach, Calif.)*, vol. 39, pp. 46-55, 2006.
- [5] J. L. Paredes, G. R. Arce, y Z. Wang, «Ultra-wideband compressed sensing: Channel estimation», *IEEE J. Sel. Top. Signal Process.*, vol. 1, pp. 383-395, 2007.
- [6] S. Qaisar, R. M. Bilal, W. Iqbal, M. Naureen, y S. Lee, «Compressive sensing: From theory to applications, a survey», *Journal of Communications and Networks*, vol. 15. pp. 443-456, 2013.
- [7] R. Chartrand, «Exact reconstruction of sparse signals via nonconvex minimization», *IEEE Signal Process. Lett.*, vol. 14, pp. 707-710, 2007.
- [8] E. Adelson y J. Bergen, «The plenoptic function and the elements of early vision», *Comput. Model. Vis. ...*, pp. 3-20, 1991.
- [9] M. Levoy y P. Hanrahan, «Light field rendering», *Proc. 23rd Annu. Conf. Comput. Graph. Interact. Tech. - SIGGRAPH '96*, pp. 31-42, 1996.
- [10] G. Lippmann, «Epreuves reversibles, photographies integrales», *Comptes Rendus de l'Académie des Sciences*, vol. 444, pp. 446-451, 1908.
- [11] S. D. Babacan, R. Ansorge, M. Luessi, R. Molina, y A. K. Katsaggelos, «Compressive Sensing of Light Fields», en *Proc. IEEE International Conference on Image Processing*, 2009, pp. 2337-2340.

- [12] M. Aharon, M. Elad, y A. Bruckstein, «K-SVD: An algorithm for designing overcomplete dictionaries for sparse representation», *IEEE Trans. Signal Process.*, vol. 54, pp. 4311-4322, 2006.
- [13] H. Rueda, H. Arguello, y G. R. Arce, «Compressive spectral imaging based on colored coded apertures», en *ICASSP, IEEE International Conference on Acoustics, Speech and Signal Processing - Proceedings*, 2014, pp. 7799-7803.
- [14] G. Shaw y H. Burke, «Spectral Imaging for Remote Sensing», *Lincoln Lab. J.*, vol. 14, pp. 3-28, 2003.
- [15] E. van den Berg y M. P. Friedlander, «Probing the Pareto Frontier for Basis Pursuit Solutions», *SIAM Journal on Scientific Computing*, vol. 31, n.º 2. pp. 890-912, 2009.

BIBLIOGRAFÍA

ADELSON, Eh, y Jr BERGEN. The Plenoptic Function and the Elements of Early Vision. En: Computational Models of Visual Processing. 1991.

AHARON, Michal, ELAD, Michael, y BRUCKSTEIN, Alfred. K-SVD: An Algorithm for Designing Overcomplete Dictionaries for Sparse Representation. En: IEEE Transactions on Signal Processing. 2006. vol. 54.

BABACAN, S Derin, ANSORGE, Reto, LUESSI, Martin, MOLINA, Rafael, y KATSAGGELOS, Aggelos K. Compressive Sensing of Light Fields. En: Proc. IEEE International Conference on Image Processing. 2009.

CANDES, E.J., y WAKIN, M.B. An Introduction To Compressive Sampling. En: IEEE Signal Processing Magazine. 2008. vol. 25.

GORTLER, Steven J., GRZESZCZUK, Radek, SZELISKI, Richard, y COHEN, Michael F. The Lumigraph. En: Proceedings of the 23rd Annual Conference on Computer Graphics and Interactive Techniques - SIGGRAPH '96. (3: 22-24, Mayo, 1996: Nueva York, USA).1996.

LEVOY, Marc. Light Fields and Computational Imaging. En: Computer. 2006. vol. 39.

LEVOY, Marc, y HANRAHAN, Pat. Light Field Rendering. En: Proceedings of the 23rd Annual Conference on Computer Graphics and Interactive Techniques - SIGGRAPH '96. (3: 22-24, Mayo, 1996: Nueva York, USA).1996.

LIPPMANN, Gabriel. Epreuves Reversibles, Photographies Integrales. En: Comptes Rendus de l'Académie Des Sciences. 1908. vol. 444.

MARWAH, Kshitij, WETZSTEIN, Gordon, BANDO, Yosuke, y RASKAR, Ramesh. Compressive Light Field Photography Using Overcomplete Dictionaries and Optimized Projections. En: ACM Transactions on Graphics. 2013. vol. 32.

RUEDA, Hoover, ARGUELLO, Henry, y ARCE, Gonzalo R. Compressive Spectral Imaging Based on Colored Coded Apertures. En: ICASSP, IEEE International Conference on Acoustics, Speech and Signal Processing - Proceedings. (6: 4-9, Mayo, 2014: Florencia, Italia).

SHAW, G, y BURKE, HK. Spectral Imaging for Remote Sensing. En: Lincoln Laboratory Journal. 2003. vol. 14.