EL USO DE LAS REGLETAS DE CUISENAIRE EN LA ENSEÑANZA Y EL APRENDIZAJE DE LAS DIFERENTES REPRESENTACIONES DE LOS FRACCIONARIOS

YENNY DALEXA BUENO GUERRERO

UNIVERSIDAD INDUSTRIAL DE SANTANDER
FACULTAD DE CIENCIAS
ESCUELA DE MATEMÁTICAS
ESPECIALIZACIÓN EN EDUCACIÓN MATEMÁTICA
BUCARAMANGA
2010

EL USO DE LAS REGLETAS DE CUISENAIRE EN LA ENSEÑANZA Y EL APRENDIZAJE DE LAS DIFERENTES REPRESENTACIONES DE LOS FRACCIONARIOS

YENNY DALEXA BUENO GUERRERO

Tesis de Grado como requisito para optar al título de: Especialista en Educación Matemática

Director
JORGE ENRIQUE FIALLO LEAL
Doctor en Didáctica de la Matemática

UNIVERSIDAD INDUSTRIAL DE SANTANDER
FACULTAD DE CIENCIAS
ESCUELA DE MATEMÁTICAS
ESPECIALIZACIÓN EN EDUCACIÓN MATEMÁTICA
BUCARAMANGA
2010

TABLA DE CONTENIDO

LISTA DE TABLAS

LISTA DE FIGURAS

LISTA DE ANEXOS

RESUMEN

TITULO: EL USO DE LAS REGLETAS DE CUISENAIRE EN LA ENSEÑANZA Y EL APRENDIZAJE DE LAS DIFERENTES REPRESENTACIONES DE LOS FRACCIONARIOS*

AUTOR: YENNY DALEXA BUENO GUERRERO**

PALABRAS CLAVES:
1. Regletas de Cuisenaire. 2. Representación de números fraccionarios
3. Manipulación de material.

DESCRIPCIÓN O CONTENIDO

Este trabajo es una propuesta metodológica para la construcción de las distintas representaciones de las fracciones utilizando material didáctico como las regletas de Cuisenaire. En él se proponen cuatro actividades basadas en las distintas representaciones de la fracción como lo son: parte-todo, razón, cociente y operador. Para el diseño de las actividades fueron útiles las etapas de aprendizaje de Van Hiele, en ellas se agotaron la curiosidad y la posibilidad de juego de los estudiantes a través de la exploración y manipulación del material, estimulando su imaginación y creación, propiciando la elaboración de los conceptos y el enriquecimiento del vocabulario.

De igual forma, se pretende facilitar el proceso de enseñanza del maestro a través de material concreto, de tal manera que resultara más agradable y didáctica la enseñanza y el aprendizaje de este contenido, logrando así: aprovechar el potencial existente en los estudiantes, fortalecer el análisis con nuevas actividades y recursos, y aumentar el gusto por las matemáticas, en éste caso el gusto por el trabajo con las fracciones, que durante muchos años escolares, el estudiante encuentra en sus diversas representaciones y aplicaciones de la vida real. Asimismo, se logra el desarrollo de competencias ciudadanas como el respeto, la tolerancia, la pluralidad de aprendizajes y la colaboración entre los estudiantes.

De esta manera el objetivo primordial de esta investigación es la elaboración de una estrategia didáctica que busca el mejoramiento de los procesos de enseñanza y aprendizaje de las fracciones y sus representaciones en estudiantes de grado 7º a través de las regletas de Cuisenaire.

* Trabajo de grado.
**Facultad de Ciencias. Especialización en Educación Matemática. Dr. Gilberto Arenas Díaz

ABSTRACT

TITLE: THE USE OF THE CUISENAIRE RODS IN THE TEACHING AND LEARNING OF THE DIFFERENT REPRESENTATION OF FRACTIONS.*

AUTHOR: YENNY DALEXA BUENO GUERRERO**

KEY WORDS:
1. Cuisenaire Rods. 2. Representation of fraction. 3. Handling material.

DESCRIPTION OR CONTENT

This work is a methodological proposal for the construction of different representation of fractions, through the use of didactic materials such us the Cuisenaire Rods. Also, on this work are proposed four activities based on the different representations of fractions as follows: Part-whole, Reason, Quotient and operator. Or the designing of the activities, they were useful the "Learning stages of Van Hiele". Moreover, on each one of those activities they were used up the curiosity and game posibilities of students, through the exploration and handling material, estimulating students´ imagination and creation and propitiating the elaboration of concepts and vocabulary enrichment.

Similary, it is intented to facilitate the teaching process through the use of concrete material, so that the teaching and learning of this content will be more didactic and enjoyable, in order to take advantage of the students´ potential, encouraging the analisys with new activities and resources, and increasing the pleasure for maths and, in this specific case, the love for the work with fractions, which during the scholar years, the students use to find out in their several representations, many applications to real life. Also, the development of civic competences such us the respect, tolerance learning diversity and mutual collaboration.

In this way, the main goal of this investigation is the creation of a didactic strategy, looking for the improvement of the teaching and learning process of fractions and the their representations, for students of seventh (7^{th}) course, through the Cuisenaire Rods

---

* Work of Grade.

**Faculty of Sciences. Specialization in Mathematical Education. Dr. Gilberto Arenas Díaz

"Manejar material, ver por sí mismo cómo se forman y se organizan las relaciones, corregir sus propios errores, escribir sólo lo que se ha constatado y se ha tomado conciencia de ellos, vale más, evidentemente, que repetir sonidos simplemente oídos y no ligados a nuestra experiencia."

Caleb Gattegno

INTRODUCCIÓN

La comprensión de los números fraccionarios en cualquier época de la vida escolar encierra un sin número de dificultades para estudiantes y profesores y esto suele partir de las concepciones erróneas y defectuosas que se enseñan debido, precisamente, a la falta de claridad en la aprehensión del concepto. Estas circunstancias van dejando año tras año, grandes vacios, que llevan a continuas repeticiones de errores, ocasionando dificultad al momento de aplicar el concepto y no poder responder con exactitud a un hecho observado en una gráfica o en una situación problema real, está situación pone a prueba la creatividad del maestro para generar estrategias pedagógicas que incentiven el aprendizaje, y la capacidad de concentración y asimilación del tema en los estudiantes.

Freudenthal (1994) basándose en su “propuesta fenomenológica didáctica”, critica la enseñanza impartida a través del desarrollo de conceptos, pues esta manera de enseñar se enfatiza en las definiciones y no en sus aplicaciones, por esta razón para él la adquisición del concepto es un objetivo secundario. Asimismo, señala que esta forma de enseñar fragmenta las relaciones con otros contenidos matemáticos y no se fundamenta en la experiencia del estudiante propiciando que los conceptos queden aislados en la mente del alumno, lo que impide que los aplique en la resolución de problemas asociados a la vida cotidiana.

Del hecho anterior, se sugiere crear estrategias didácticas en las que a partir del manejo de material concreto como lo son las regletas de Cuisenaire, se favorezca el aprendizaje, ayudando al niño a pensar, incitando su imaginación y creación, ejercitando la manipulación y construcción, y propiciando la elaboración de los conceptos y el enriquecimiento del vocabulario; del mismo modo, se quiere enriquecer y facilitar el proceso de enseñanza del maestro a través de material didáctico.

En consecuencia, nació la inquietud de tratar el tema de las fracciones en los estudiantes de 7º del Colegio Integrado Madre de la Esperanza de Sabana de Torres con el uso de las regletas de Cuisenaire, de tal manera que resultara más agradable y didáctico la enseñanza y aprendizaje de este contenido, buscando así aprovechar todo su potencial existente, fortalecer el análisis con nuevas actividades y recursos que conduzcan a clarificar ideas, aumentar el gusto por las matemáticas y en éste caso el gusto por el trabajo con las fracciones, que durante muchos años escolares, el estudiante encuentra en sus diversas representaciones y aplicaciones de la vida real.

Lo anterior permite plantear la siguiente pregunta: **¿En qué forma utilizar las regletas de Cuisenaire para mejorar los procesos de enseñanza y aprendizaje de las fracciones y sus representaciones en estudiantes de grado 7º?** Es decir, el objetivo de este trabajo es mostrar la forma de implementar el uso de las regletas de Cuisenaire como estrategia pedagógica para la enseñanza y el aprendizaje de las fracciones y sus representaciones en los niños de 7º**.**

El Desarrollo del concepto de fracción con todas sus interpretaciones en el ámbito escolar conlleva un proceso a largo plazo, por esta razón este trabajo está delimitado a las representaciones parte-todo, razón, cociente o división y operador.

La experiencia se desarrolló con un grupo de 4 estudiantes: Leidy, Mayner, Diego y Rubén, quienes con su colaboración y participación hicieron posible este proyecto. A continuación se realiza una breve descripción de cada uno de ellos.

Leidy, es una niña juiciosa, responsable y un poco tímida; aunque no es muy buena en matemáticas, ella se esfuerza por mejorar.

Mayner, es un niño colaborador, amable, compañerista, muestra aptitud positiva ante el aprendizaje de nuevas propuestas, se interesa por ayudar a quien lo necesita en el momento oportuno, su rendimiento en el área de matemáticas es bueno.

Diego, es un niño que le gusta y le apasionan las matemáticas, su capacidad de análisis fue mayor que la de sus compañeros en el desarrollo de la asignatura durante el año 2009, es responsable, compañerista, colaborador.

Rubén, es un niño activo, espontáneo, alegre, deportista, responsable, aunque se distrae con facilidad, su aptitud matemática se basa en cálculos mentales.

Este trabajo se ha desarrollado de la siguiente manera:

Como preámbulo se presenta una **ACTIVIDAD DIAGNÓSTICA** en la cual se observan los pre saberes de los estudiantes sobre el tema de las representaciones de la fracciones en distintos contextos, propiciando en ellos la observación, el análisis y la comunicación.

Para continuar se realiza una segunda actividad sobre la manipulación del material, la cual denominados "**CONOCIENDO LAS REGLETAS"**, donde se daba libertad a los estudiantes para que exploraran las características de las Regletas mediante la construcción de diferentes figuras, y dadas algunas instrucciones descubrir y comprender las relaciones existentes entre ellas.

La tercera actividad denominada "**EXPLOREMOS EL MUNDO DE LAS FRACCIONES"**, pretendía mostrar a los estudiantes la posibilidad de reconocer e identificar la fracción como parte de un todo continuo o discreto.

En la cuarta actividad titulada **"CONOCIENDO RAZONES"**, se asignaban algunas pautas para que el estudiante descubriera la forma de encontrar la razón entre dos regletas mediante una fracción.

La quinta actividad **"DIVIDIENDO VALORES"**, reconoce la fracción como un cociente, donde se realizan repartos equitativos a pesar de que físicamente se pueda llevar a cabo la acción contraria.

La sexta actividad llamada **"APLICANDO OPERADORES"**, muestra la fracción como aquel operador que transforma una magnitud ya sea aumentándola o disminuyéndola.

Para finalizar la actividad del reconocimiento de las diferentes representaciones de la fracciones se ha realizado una última **PRUEBA DIAGNÓSTICA FINAL** donde se aplican cada una de las representaciones trabajadas en la investigación en diferentes contextos, en ella se espera que los estudiantes apliquen los conceptos aprendidos en las actividades anteriores.

Una vez observadas y desarrolladas cada una de las actividades con los estudiantes, se inicia el análisis de las mismas, teniendo en cuenta que cada una tiene una intencionalidad distinta, acorde con lo que se pretendía en esta experiencia.

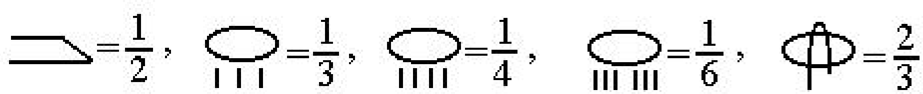
El trabajo realizado por los estudiantes se estableció a partir de actividades desarrolladas de forma individual y grupal, posibilitando así la comunicación entre ellos, generando procesos de percepción, visualización y comparación, conforme a los lineamientos curriculares del ministerio de educación nacional (1998); todo esto a través de la manipulación de las regletas de Cuisenaire.

1. LAS FRACCIONES Y LAS REGLETAS DE CUISENAIRE

1.1 HISTORIA Y CONCEPTO DE FRACCIÓN

En las matemáticas las fracciones o números racionales surgen como necesidad de la ampliación del campo numérico de los números enteros. En la antigüedad (2000-1800 a.C.), el hombre ya trabajaba con las fracciones, como se puede observar en documentos encontrados de esta época (Papiro de Rhind), naturalmente escritos en sistemas de numeración muy diferentes a los nuestros y con su correspondiente nomenclatura.

Según se comprueba en el papiro de Rhind, los egipcios fueron quienes usaron por primera vez las fracciones, no consideraron las fracciones en general, sólo aquellas cuyo numerador es 1 y denominador es 2,3,4,…, (es decir las fracciones unitarias “1/n”) y la fracción 2/3, con ellas conseguían hacer cálculos fraccionarios de todo tipo. Su notación era la siguiente:



Por su parte los babilonios desarrollaron un eficaz sistema de notación fraccionaria, que permitió establecer aproximaciones decimales verdaderamente sorprendentes. Esta evolución y simplificación del método fraccionario permitió el desarrollo de nuevas operaciones que ayudaron a la comunidad matemática de siglos posteriores a hacer buenos cálculos.

Las fracciones además de manejar su compleja representación a/b, con b diferente de cero, admite otro tipo de representación la decimal y la porcentual así ½ puede expresarse como 0,5 ó 50%; 3/4 como 0.75 ó 75%, etc.

1.2 REPRESENTACIONES DE FRACCIONES (PARTE-TODO, RAZÓN, COCIENTE O DIVISIÓN Y OPERADOR)

El uso y significado del número racional tiene una riqueza vivencial importante, por esta razón las expresiones del lenguaje cotidiano: “1/2 litro”; “1/4 de hora”; “la mitad del dinero” y aquellas donde se necesita presentar cierta información: “el 50% de la población...”; “pague dos y lleve tres”, nos permiten observar la gran variedad de situaciones explícita o implícitamente que nos llevan a la idea de fracción. Para organizar estas apreciaciones se han diferenciado varios significados de la fracción como lo son: parte-todo, razón, cociente y operador. En realidad, ésta tiene su origen desde la clasificación dada por Kieren (1980). Veamos, pues, los distintos significados atribuidos a la fracción presentados en Morcote (2000):

- **La fracción y la relación parte-todo**

La idea tradicional del concepto de fracción consiste en dividir un “todo”, sea discreto o continuo, en partes “iguales”. Se producen partes congruentes (por ejemplo equivalentes en número de elementos o en cantidad de una magnitud dada). Esta representación de fracción se observa cuando se ve la relación existente entre el todo y una de sus partes, a este todo se le denomina “unidad”. Dentro de las expresiones del lenguaje cotidiano asociadas a este significado están por ejemplo: la mitad de la manzana o un cuarto de hora; es decir, donde se describen cantidades y/o valores de magnitudes; es la interpretación sobre la cual generalmente se fundamentan los procesos de enseñanza.

En la mayoría de los libros se presenta la fracción como un partidor de objetos: dulces, panes, naranjas, personas, etc. pero es importante aclarar que allí se realizan dos acciones que debemos diferenciar: una física y una matemática. Como menciona Vasco (1998) cuando se habla de medio vaso de agua, no se piensa en romper el vaso en dos pedazos, sino que se hace referencia a la mitad del volumen de agua que cabe en el vaso, pero si decidiéramos tomar la mitad del pan debemos dividirlo en dos partes iguales, lo que nos lleva a pensar que los "partidores fraccionarios" no operan solo sobre los objetos, sino también sobre las magnitudes, por esta razón el sistema de representación que más se adecua a esta forma de "ver" las fracciones (parte-todo), es el que usa modelos de superficie; esto es, que las más utilizadas son superficies tales como: los círculos, los cuadrados y los rectángulos.

Para Freudenthal (1994) "las fracciones se presentan si un todo ha sido o está siendo rajado, cortado, rebanado, roto, coloreado, en partes iguales, o si se experimenta, imagina, piensa, como si lo fuera" con respecto al todo, lo considera discreto o continuo, definido o indefinido y estructurado o carente de estructura.

"enfocar las fracciones desde el punto de vista de "parte-todo" es algo bastante limitado no solo fenomenológicamente sino también matemáticamente- este enfoque produce solo fracciones propias" (Freudenthal, 1994). Esta posición de Freudenthal es uno de los serios cuestionamientos a los procesos de enseñanza basados en parte-todo.

Finalmente diríamos que dos aspectos importantes en esta significación de la fracción es distinguir el proceso de ir de la parte al todo y su inverso, es decir del todo a las partes.

- **La fracción como razón**

Algunas de las situaciones donde se presenta el uso de la fracción como la comparación entre dos números naturales que son las medidas de dos cantidades asociadas, se observan en mezclas y aleaciones, comparación de alturas, escalas de mapas y planos, recetas de cocina, etc. En este caso, no se habla de repartir o fraccionar. Más aun, en este tipo de significado no existe definido un todo, o una unidad. Cuando hay una relación entre a y b (una razón), todo cambio en **a** producirá un cambio en **b**.

Dos de las formas más usuales de "ver" la fracción como razón están en la probabilidad y en los porcentajes. Si vemos la razón como una forma de comparar, precisamente la probabilidad es una manera de comparación parte-todo (casos favorables vs. casos posibles). Los porcentajes también se suelen asociar con comparación parte-todo; pero vistos como relaciones entre conjuntos, un 30% de rebaja sobre un precio de 500 pesos por ejemplo nos permite hablar de la misma relación de 30 a 100 que de 150 a 500.

Toda razón entre dos cantidades determina una proporcionalidad y su importancia en la ciencia y la técnica, se observa en varios conceptos de física y de química como velocidad, aceleración, densidad, presión, concentraciones, dilataciones. Todos estos son nombres dados a relaciones de proporcionalidad.

- **La fracción como cociente**

La representación de la fracción a/b conduce a la idea inmediata de cociente de dos números: "a unidades en b partes iguales" con lo cual aparece la noción de "reparto" en cantidades iguales. Se enfatiza en repartos igualitarios, a pesar de que físicamente se pueda llevar a cabo la acción contraria.

Kieren (1980) señala que para el niño que está aprendiendo a trabajar con las fracciones, el dividir una unidad en cuatro partes y coger tres (3/4) resulta ser un problema diferente del hecho de dividir tres unidades entre cuatro personas, aunque la porción resultante sea del mismo tamaño.

Por su parte Gairín (1998) presenta dos técnicas de reparto: reparto en varias fases y reparto en una sola fase. En la primera a cada persona se le asigna una parte de la unidad (de un tamaño determinado) y con lo que queda por repartir se repite el proceso, hasta agotar lo que se pretende repartir. Termina siendo esto una suma de fracciones unitarias distintas (partes proporcionales de la unidad de tamaños diferentes). En la segunda, cada una de las **a** unidades se fracciona en **b** partes iguales y cada individuo recibe una parte de cada una de las **a** unidades; es decir, a cada participante le corresponden **a** partes de tamaño **1/b** unidad.

En esta significación de la fracción, es notable la exigencia o necesidad de que las partes que le corresponden a cada persona sean iguales, con lo cual pueden generarse dudas en los alumnos al efectuar repartos que en su versión final aún no sean reconocidas como iguales; al respecto Streefland (1991) muestra las siguientes 3 respuestas o formas de reparto para la fracción 3/4 en un contexto de 3 pizzas para 4 niños:

a. cada niño recibe: 1/4 de pizza + 1/4 de pizza + 1/4 de pizza
b. cada niño recibe: 1/2 pizza + 1/4 de pizza
c. dos niños reciben: 1- 1/4 de pizza; y los otros dos niños reciben: 1/2 pizza + 1/4 pizza.

- **La fracción como operador**

De la fracción como operador se dice que actúa como "reductor o ampliador proporcional del objeto sobre el que se aplica" (Gairín, 1998); o "ciertos monstruos imaginarios que achican o agrandan a las víctimas que se les acerquen" (Vasco, 1988).

Se asocia directamente a multiplicaciones y divisiones sucesivas (independiente del orden). En este sentido, se puede hablar de la fracción como un operador que ordena realizar una serie de operaciones matemáticas, que en el resultado final resulta ser indistinguible. El uso de esta representación la observamos en: "los ¾ de una clase son niños" o "el 20% de descuento sobre 45000 pesos". Notemos que en el segundo caso, el porcentaje también se asocia como operador, pues en este caso para hallar la cantidad a descontar será necesario multiplicar por 20 y dividir por 100 (o a la inversa).

1.3 CONSTRUCTIVISMO

Respecto al constructivismo, diremos que Jean Piaget (1896-1980) es el psicólogo constructivista más representativo. Esta teoría se preocupa porque los estudiantes construyan sus estructuras mentales cuando interaccionan con el entorno, reaccionando a los factores que puedan causar inconvenientes mediante los procesos de asimilación y acomodación. Su foco pedagógico está orientado hacia tareas y actividades que pongan en juego el conocimiento existente y produzcan cambios amplios en sus estructuras cognitivas internas. El aprendizaje es el proceso para la construcción del significado por lo que se busca que las actividades de aula sean un reto para los estudiantes y generen conflicto cognitivo.

En este enfoque de trabajo se afirma que el significado se construye cuando es posible relacionar una idea con otra existente en la estructura conceptual, por lo que las actividades de aula se centran en la exposición y en actividades para apoyar el aprendizaje por descubrimiento, por lo que es necesario tener en cuenta los conocimientos previos ya que como menciona Cubero (1995): "*el aprendizaje significativo únicamente ocurre cuando quien aprende construye sobre su experiencia y conocimientos anteriores el nuevo conjunto de ideas que se dispone asimilar, es decir, cuando el nuevo conocimiento interactúa con los esquemas existentes"*.

Teniendo en cuenta las necesidades y dificultades que se presentan en el aprendizaje de las matemáticas en los estudiantes, muchos autores contemplan que la mejor forma de adquirir los conocimientos y recordarlos, es creando situaciones donde sea el mismo estudiante quien descubra los significados y no sea el docente quien suministre esta información como ocurre actualmente en el currículo académico; así como lo establecen los Lineamientos Curriculares: “Para que los niños logren entender el significado de los números, además del uso cotidiano, hay que darles la oportunidad de realizar experiencias en las que utilicen materiales físicos y permitirles que expresen sus reflexiones sobre sus acciones y vayan construyendo sus propios significados”.

Autores como Ginsburg (citado por Dickson, 1991) señala que los niños poseen una potente aritmética informal y que lo que comprenden y hacen a nivel intuitivo es mucho más amplio y de mayor magnitud que lo que hacen en el nivel escrito y simbólico del cálculo. El investigador Zoltan Dienes ha comprobado que cuando son los alumnos los que descubren por sí mismos determinadas relaciones matemáticas, su aprendizaje es mucho más consolidado y les resulta más fácil aplicarlo a nuevas situaciones. Por consiguiente, en lo propuesto por Dienes, los conceptos matemáticos deben ser inducidos, descubiertos por los alumnos a partir de una variedad de experiencias con diversos elementos concretos.

Teniendo en cuenta las ideas de los anteriores autores este trabajo pretende hacer uso de la teoría del constructivismo, para que el alumno por medio del uso y la manipulación de las regletas de Cuisenaire construya su propio concepto de fracción y establezca las relaciones existentes en cada una de sus representaciones.

1.4 LAS REGLETAS DE CUISENAIRE

Las regletas de Cuisenaire fueron creadas por el inventor belga **George Cuisenaire**. George se encontraba enseñando en su escuela en Thuin en Bélgica cuando se inventó estas famosas barras como un medio de ayudar a sus alumnos con el manejo de las operaciones fundamentales dentro del conjunto de los números naturales. Este material pretende resolver un problema práctico, como es enseñar los conocimientos del saber matemático facilitando el cálculo rápido y correcto.

Las reglas de Cuisenaire son un material caracterizado por cubitos o barras de color de 1 cm^2 de sección y con una longitud desde 1 cm hasta 10 cm, es decir, por prismas rectangulares de 1 cm^2 de sección. Las regletas son elaboradas en madera o material acrílico donde cada longitud está asociada a un color diferente, esto contribuye con el reconocimiento de los números.

Figura 1. Regletas de Cuisenaire

En cuanto a los trabajos realizados sobre la enseñanza y el aprendizaje de las fracciones con el uso de las regletas de Cuisenaire, se ha encontrado el realizado por el profesor Campos (1998), en él se realiza un estudio sobre el manejo de las regletas sobre las operaciones básicas de la fracción, logrando el fortalecimiento académico de los estudiantes.

A nivel regional se encuentra el trabajo realizado por Baena (2007) basado en el empleo de las regletas de Cuisenaire como estrategia en la construcción del concepto de proporción y de gran aporte para el proceso de enseñanza y aprendizaje de la matemática. También encontramos el trabajo de Afanador (2008), quien intenta construir las operaciones de suma y resta de números fraccionarios, dando origen a un mejor desempeño en la actividad académica de los estudiantes, entre otros.

1.5 MATERIAL DIDÁCTICO PARA LA ENSEÑANZA DE LAS MATEMÁTICAS

La aparición de material concreto se dio en la década de los 60´s, con la publicación de las bases teóricas propuestas por Zoltan Dienes (1960) y por Jerome Bruner (1961). Un gran número de estudios desde entonces se han publicado, sobre la efectividad del uso de los materiales concretos y los resultados son mixtos. Estas aparentes contradicciones se deben probablemente a la forma como son llevados al aula de clase y al compromiso de los estudiantes. Obviamente, el sólo uso de material concreto no es suficiente para garantizar la apropiación del conocimiento matemático. Se debe observar el entorno en el cual se desarrolla la actividad para entender la efectividad del uso del material.

Algunas investigaciones afirman que la enseñanza de las matemáticas parte del uso del material concreto, debido a que se permite que el estudiante experimente el concepto desde la estimulación de sus sentidos, logrando interiorizar los conceptos que se quieren enseñar a partir de la manipulación de los objetos de su entorno. Como bien lo dice Piaget, los niños y niñas necesitan aprender a través de experiencias concretas, en concordancia a su estadio de desarrollo cognitivo. La transición hacia estadios formales del pensamiento resulta de la modificación de estructuras mentales que se generan en las interacciones con el mundo físico y social. Es así como la enseñanza de las matemáticas inicia con una etapa exploratoria, en la cual se requiere de la manipulación de material concreto, y sigue con actividades que facilitan el desarrollo conceptual a partir de las experiencias recogidas por los alumnos durante la exploración. Es decir, se comienza con la observación, el análisis, y se continúa con la conceptualización, hasta lograr una generalización de los contenidos.

Como lo señala Morales (2006): “El material manipulativo hace más efectivo y eficiente el aprendizaje, pues se desarrollan las diversas habilidades relacionadas con el pensamiento matemático porque el estudiante plantea hipótesis, hace conjeturas, generaliza y si es posible demuestra, desde sus pre saberes". Hacer uso de material concreto manipulable puede ser de gran ayuda para el desarrollo del pensamiento de los estudiantes, logra un aprendizaje significativo y facilita la adquisición de destrezas y habilidades.

El profesor italiano Federici (2002), consideró que la noción de medida es el fundamento del trabajo con las regletas, al igual que planteó que lo ideal para el aprendizaje de los sistemas numéricos en los niños es empezar de lo concreto, de piedrecitas, de regletas, de ábacos, o con problemas que involucren las cuentas con objetos o con dinero; pues debe superarse el cálculo mecánico y pasar al reconocimiento del orden cálido de las relaciones.

1.6 EL MODELO DE VAN HIELE

El modelo de Van Hiele describe cómo se va modificando la forma de razonar de los individuos mediante cinco niveles de razonamiento, que abarcan desde la visión más simplista de la matemática hasta el empleo del razonamiento formal. A su vez, plantea la forma de organizar la enseñanza de acuerdo a fases de aprendizaje que facilitan el progreso en el razonamiento. Según lo menciona Rodríguez (2007-2008) las fases dentro de los niveles podrían ser descritas de la siguiente manera:

1ª Fase: Información.

Se trata de una fase donde el profesor descubre qué nivel de razonamiento tienen sus alumnos en el nuevo tema y qué saben del mismo, además permite que los estudiantes conozcan el tipo de trabajo que van a realizar.

En esta fase se cumple la famosa afirmación de Ausubel: *"Si tuviera que reducir toda la Psicología Educativa a un solo principio enunciaría este: El factor más* *importante que influye en el aprendizaje es lo que el alumno ya sabe. Averígüese esto y enséñese consecuentemente"* (Ausubel 1978).

Cuando se produce una enseñanza continua que incluye el paso de un nivel al siguiente, esta fase puede ser innecesaria debido a que el profesor puede tener información sobre los conocimientos y el nivel de razonamiento de sus estudiantes y que éstos la tengan sobre el campo de estudio. En este caso, la primera fase se puede eliminar, o reducir a una única actividad que centra la atención sobre lo que se desconoce en particular.

2ª Fase: Orientación dirigida.

En esta fase los estudiantes comienzan a explorar el campo de estudio por medio de investigaciones basadas en el material que les ha sido proporcionado. Obviamente los estudiantes por sí solos no podrían realizar un aprendizaje eficaz por lo que es necesario que las actividades que se les propongan estén convenientemente dirigidas hacia los conceptos, propiedades, etc. que deben estudiar.

Van Hiele (1986), respecto a las actividades de esta fase señala que si se seleccionan cuidadosamente, constituyen la base adecuada del pensamiento de nivel superior. Es decir el trabajo que se realice estará seleccionado de tal forma que los conceptos y estructuras deberán presentarse de forma progresiva, por esta razón esta fase es fundamental ya que en ella se construyen los elementos básicos del nivel correspondiente.

El papel del profesor es esta fase es clave, pues, por un lado, debe seleccionar las situaciones en cuya resolución aparezca alguno de los elementos (conceptos, propiedades, definiciones, relaciones entre conceptos, entre propiedades o entre familias, etc.) en los que los estudiantes tienen que basar su nueva forma de razonamiento y, por otra parte, debe guiar a los estudiantes para que adquieran correctamente las estructuras propias del nivel.

3ª Fase: Explicitación.

Esta fase no es una fase de aprendizaje de cosas nuevas, sino de revisión del trabajo hecho. Una de las finalidades principales es hacer que los estudiantes intercambien sus experiencias dentro de un contexto de diálogo de grupo induciéndoles a justificar su opinión, lo cual hará que tengan que analizar con cuidado sus ideas (y las de sus compañeros), ordenarlas y expresarlas con claridad y con el vocabulario adecuado.

4ª Fase: Orientación libre.

En esta fase los alumnos deberán aplicar los conocimientos y lenguaje que adquirieron en las fases anteriores a otras investigaciones diferentes de las ya planteadas. El campo de estudio es en gran parte conocido por los alumnos, pero estos todavía deben perfeccionar su conocimiento del mismo. Esto se consigue mediante el planteamiento por parte del profesor de problemas que, preferiblemente, puedan desarrollarse de diversas formas o que puedan llevar a diferentes soluciones. En estos problemas se darán pautas que muestren el camino a seguir, pero de forma que el estudiante tenga que combinarlos adecuadamente, aplicando los conocimientos y la forma de razonar que ha adquirido en las fases anteriores. Como señala Van Hiele (1986) los estudiantes aprenden a encontrar su camino en la red de relaciones por sí mismos, mediante actividades generales.

5ª Fase: Integración.

A lo largo de las fases anteriores, los estudiantes han adquirido nuevos conocimientos y habilidades, pero todavía deben adquirir una visión general de los contenidos y métodos que tienen a su disposición, relacionando los nuevos conocimientos con otros campos que hayan estudiado anteriormente; se trata de resumir en un todo el dominio que ha explorado su pensamiento. En esta fase el profesor puede fomentar este trabajo proporcionando comprensiones globales, pero es importante que estas comprensiones no le aporten ningún concepto o propiedad nueva al estudiante.

Al Finalizar esta fase, los alumnos habrán adquirido un nuevo nivel de razonamiento.

2. ACTIVIDADES Y ANÁLISIS

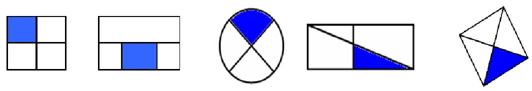
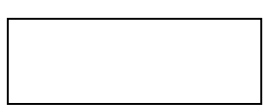
2.1 ACTIVIDAD DIAGNÓSTICA

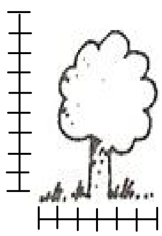
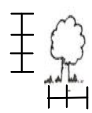
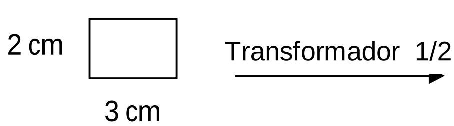
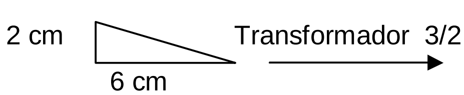
La prueba diagnóstica inicial se realiza con el fin de identificar el nivel de desarrollo del pensamiento numérico, en relación con la temática a tratar, las representaciones de la fracciones; el propósito es observar la claridad que tienen los estudiantes sobre lo que puede representar una fracción en un contexto determinado, es decir, si mediante la solución de situaciones problema, él logra manejarlas y diferenciarlas. (Ver anexo A).

Por esta razón los aspectos a observar en esta prueba es el reconocimiento de la fracción como parte de un todo continuo y discreto, como la relación existente entre dos conjuntos o cantidades, como un operador que aumenta o disminuye una cantidad o figura y como un reparto equitativo.

Para el desarrollo de la actividad los alumnos deben dar solución a los distintos problemas propuestos en la guía DIAGNÓSTICA sin el uso de material concreto. A continuación se presenta un breve resumen de las dificultades encontradas en la solución de los problemas.

Tabla 1. Dificultades de los alumnos durante la realización de la prueba diagnóstica.

1. Tacha las figuras en las que **NO** se ha coloreado 1/4 	3 de los 4 estudiantes respondieron que todas las figuras representan 1/4. No tienen en cuenta la necesidad de que las partes sean equivalentes en área y centran su atención tan sólo en el número de partes. (todo continuo)
2. Juliana le da a su hermano 1/5 de sus caramelos. ¿Cuántos caramelos le corresponden a su hermano?  Selecciona la respuesta correcta: (Justifica tu repuesta) a.  b.  c.  d. 	Se reconoce la fracción 1/5 como “1 de 5”, identificándola como: “1 persona por 5 caramelos” o “de 5 caramelos 1 es para el hermano”. No se reconoce la división del conjunto de caramelos (todo discreto) en partes iguales. Además se confunde la fracción 1/5 con “la mitad de algo” argumentando que 5 representa la mitad de los 10 caramelos que tenia Juliana.
4. Un empresario desea donar la tercera parte de su terreno a una fundación. Colorea la parte que le corresponde a la fundación. 	Los estudiantes presentan la división del todo en tres partes (no iguales en tamaño), pero ninguno comprende la región que se debe sombrear. Se hace necesaria la suposición y utilización de valores numéricos

	para poder obtener la tercera parte de la unidad.
5. Determina la fracción que representa la relación que existe entre las figuras A y B. Justifica tu respuesta. Figura A Figura B  	Los alumnos no logran identificar la relación entre las figuras. Establecen una relación entre el alto y el ancho en cada una de las figuras por medio de una fracción (alto/ancho). Mayner afirman que la figura A tiene mayor fracción, porque en ella se utilizan valores numéricos mayores que los utilizados en la fracción que representa la relación de la figura B, es decir, no identifica que las fracciones son equivalentes
8. Dibuje la figura que resulta de aplicar el transformador indicado en cada caso:  **Figura 1**  **Figura 2**	No se reconocen las fracciones 1/2 y 3/2 como transformadores u operadores que aumentan o disminuyen figuras. En esta situación se mantiene el concepto de fracción como parte-todo; se utilizan las dimensiones de las figuras para determinar la cantidad de partes en las que se

	debe dividir una nueva figura que no posee las caracterÍsticas de la figura inicial y los transformadores son utilizados para sombrear la cantidad de partes de esa nueva figura. En conclusión podrÍa afirmarse que los alumnos no comprenden el problema.
9. Un comerciante ofrece a un campesino la posibilidad de incrementar en 3/4 su cosecha al usar cierto abono de mejor calidad. Si el campesino cosecho 8 toneladas de maíz el comerciante le informa que el **AUMENTO** será de más de 10 toneladas ¿es esto cierto? Justifica tu respuesta.	Diego relaciona la palabra “AUMENTO” con el proceso de multiplicación; sin embargo este proceso no lo realiza correctamente, ya que al multiplicar la fracción 3/4 por 8 obtiene 3/32. Ruben asocia la unidad con la fracción 4/4 y afirma que es equivalente a 16, porque 4x4=16, lo que le permite establecer que 3/4 equivalente a 12 y concluye que el aumento sera mayor de 10. Finalmente podría decirse que el problema no se comprendio.
10. Tienes que repartir 36 donas entre 8 compañeros ¿Cuánto le	Los alumnos realizan divisiones y plantean ecuaciones para dar

corresponde a cada niño? Justifica tu respuesta.	solución al problema. Los resultados obtenidos al realizar dicha operación permite que algunos de los estudiante establezcan que solo se debe repartir la cantidad de donas que indica el cociente (4 donas) y el valor del residuo no se tiene en cuenta (2 donas), es decir no se reparte totalmente las donas. Para los demás como la división no es exacta recurren a la imaginación para poder dar solución al problema, estableciendo que a cada niño le corresponde 4 donas y media, pero sin representar la media dona como una fracción.
11. Juan tiene que repartir 3 pizzas entre 4 amigos. ¿Qué fracción de pizza le corresponde a cada amigo? Justifica tu respuesta. 	Se realiza una representación gráfica, en la que se señala la cantidad que le corresponde a cada persona sin un valor numérico, es decir a cada persona le corresponde “3 fracciones o pedazos de pizzas”, sin especificar el valor numérico de cada pedazo.

	Nuevamente se recurre a la división como el proceso para determinar la solución del problema, dividiendo la cantidad de pizzas entre el número de personas. El valor obtenido (0,75) se asocia a media pizza y un cuarto, ya que 0,5 es media pizza y 0,25 es un cuarto. Los resultados anteriores no se expresan como fracciones, pero se establece una correspondencia entre el valor decimal y la expresión verbal de la fracción. Sin embargo se presenta dificultad al reconocer que hay menos pizzas que personas. Rubén utiliza el dibujo que acompaña el problema para dar solución al mismo, determina que la parte que le corresponde a cada persona es de 6/24 ya que la pizza está dividida en 8 pedazos. Aunque la solución al problema es correcta teniendo en cuenta el dibujo, este no debe ser utilizado por los estudiantes para

	encontrar la solución ya que su función solo es la de representar la imagen de una pizza cualquiera.

Al realizar el análisis detallado de cada uno de los problemas planteados en la prueba diagnóstica inicial puede concluirse en cada uno de las representaciones tomadas en este trabajo que:

LA FRACCIÓN COMO PARTE-TODO

- Se identifica la fracción en un todo continuo, solo teniendo en cuenta el número de partes, pero sin tener presente que las partes sean equivalentes en área.
- No se representa correctamente la fracción en un todo continuo o discreto. En el continuo se hace necesaria la utilización de valores numéricos para dar solución al problema.

LA FRACCIÓN COMO RAZÓN

- Cuando se atribuyen valores numéricos a los conjuntos se establece con mucha facilidad la relación entre ellos, pero se presentan dificultades para establecer relaciones entre figuras cuando estas no cuenta con estos valores y son representadas por medio de dos ejes.
- Las posibles relaciones entre los conjuntos se expresan como valores enteros o decimales asociando esta expresión con el lenguaje cotidiano, sin tener en cuenta las fracciones.

LA FRACCIÓN COMO UN OPERADOR

- Los alumnos no reconocen la fracción como un operador, no identifican el aumento o la disminución de las características de una figura al aplicar un operador fracción. Aunque se reconoce la multiplicación como el proceso que lleva a dar solución al problema, esta se efectúa de manera errónea, multiplicando el numerador de la primera fracción con el denominador de la segunda y el denominador de la primera con el numerador de la segunda.

LA FRACCIÓN COMO COCIENTE

- Los alumnos reconocen la fracción como un cociente, identificando el valor decimal obtenido como una fracción pero expresada de manera verbal sin representación analítica.

En general, los alumnos usan aproximadamente en un 80% la representación de la fracción como parte-todo en la solución de problemas en las que se presentan fracciones; no tienen claridad para establecer relaciones entre conjuntos o figuras por medio de fracciones, representan adecuadamente la fracción como un cociente pero sin reconocer que el numerador representa la unidad y el denominador las partes en que se ha dividido la unidad. Además se presenta mucha dificultad en reconocer la fracción como un operador que aumenta o disminuye una magnitud. Por último la expresión verbal para la fracciones es más útil que sus representaciones analíticas en la solución de los problemas.

Lograr la adquisición de las diversas interpretaciones y estudiar las relaciones entre ellas es un proceso que presenta muchas dificultades y requiere de mucho tiempo para que los estudiantes comprendan, interpreten y usen sus notaciones en las diferentes aplicaciones de las mismas. Ahora bien, en este proceso es preciso percatarse de que las diferentes interpretaciones de las fracciones tienen diversos grados de dificultad. Inclusive, dentro de una misma interpretación hay situaciones con diferentes grados de dificultad. Debemos pues iniciar con las interpretaciones más fáciles para el estudiante y poco a poco introducir contextos y situaciones más difíciles.

En cada uno de estos contextos es necesario ofrecer el espacio para que el estudiante explore y comprenda cada una de las representaciones de la fracción.

Por esta razón los talleres que se presentan a continuación se han elaborado teniendo en cuenta las fases de aprendizaje de Van Hiele. Estas cinco fases constituyen un esquema para organizar la enseñanza de manera progresiva, permitiendo que a medida que se van aplicando, el estudiante reelabore el lenguaje empleado con relación al concepto estudiado y pueda avanzar del nivel de razonamiento en que se encuentra al inmediatamente superior. Además se ha establecido un orden en las cuatro representaciones teniendo en cuenta el análisis realizado en la prueba diagnóstica inicial: 1. Parte-todo 2. Razón 3. Cociente 4. Operador.

Al finalizar la actividad de la prueba diagnóstica se inicia las actividades relacionadas con el uso de las regletas de Cuisenaire.

2.2 MANIPULANDO LAS REGLETAS: “CONOCIENDO LAS REGLETAS”

Esta actividad tiene como objetivo primordial el reconocimiento de las características y las relaciones existentes entre las regletas.

Para realizar la actividad de manipulación del material se repartió una guía de trabajo junto con un juego de regletas para cada 2 niños. (Ver anexo B).

Durante el desarrollo de la actividad los niños muestran mucha curiosidad por el material, debido a que es la primera vez que lo manejan, al inicio presentan timidez para manipularlo, cuando se pide realizar figuras de manera creativa solo realizan cuadrados, triángulos o sencillamente separan las regletas por colores, pero a medida que conocen el material las figuras que presentan son aun más complejas: castillos, barcos, canchas, etc. A continuación veremos unas de las figuras realizadas por Mayner y Leidy.

Figura 2. Mayner jugando con las regletas.

Fuente: la Autora

Figura 3. Leidy jugando con las regletas.

Fuente: la Autora

Posteriormente se realiza un pequeño análisis de esta actividad:

A la pregunta ***¿Puedes establecer algún orden entre las regletas?*** Los estudiantes responden que sí, que este orden es de mayor a menor o viceversa pero no logran manipular las regletas para señalar el orden.

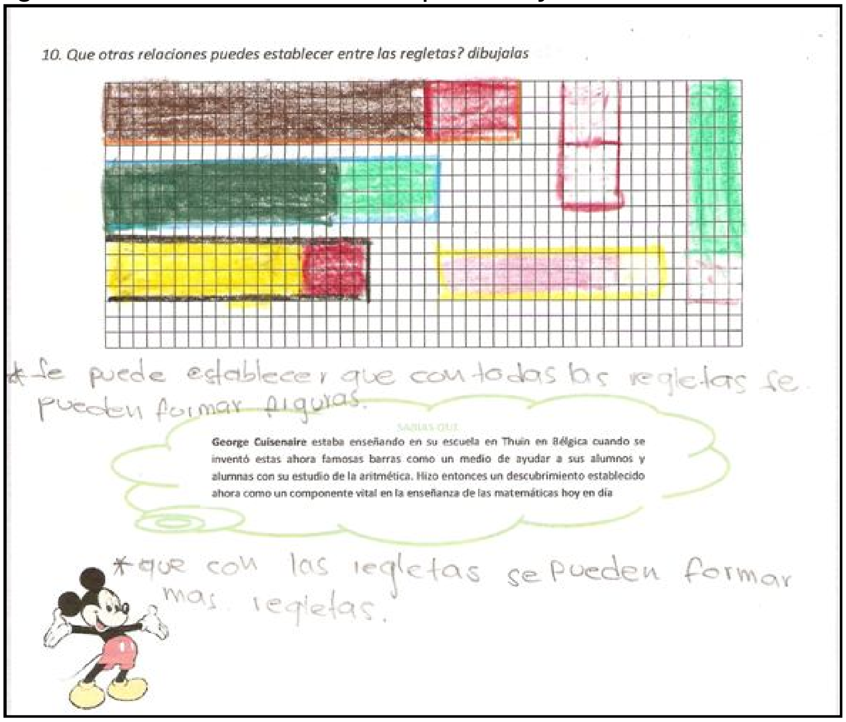
En la pregunta ***¿Haciendo uso de las demás regletas de cuántas formas puedes dividir la regleta anaranjada?*** los estudiantes Mayner y Diego inician la división de la regleta anaranjada utilizando regletas de igual tamaño, cuando se pregunta que si no existen otras formas de hacerlo ellos responden que no, entonces se muestra la división de la regleta anaranjada en partes diferentes haciendo uso de las demás regletas y se señala que si esa no es considerada una forma de dividir la regleta anaranjada, Mayner responde que si, entonces se pregunta porque razón no lo presentan como una posible respuesta, Mayner responde: “pensé que solo era en partes iguales” y de inmediato agrega “entonces son muchas formas”. De allí se puede concluir que la noción de división que manejan los estudiantes es la de repartir en partes iguales, noción que es muy útil para el tema a tratar.

Cuando se da solución a la pregunta ***¿Cuántas regletas amarillas son necesarias para formar la regleta Negra?*** surgen varias respuestas, la primera solución la proporcionan Leidy y Mayner quienes manifestaban que sólo se debe utilizar **1** y que sobra espacio para otra regleta diferente, por su parte Rubén y Diego afirma que se necesitan **2** regletas, Rubén agrega que el espacio sobrante es de 3 regletas blancas, pero los dos afirman que necesariamente se necesitan **2** para cubrir completamente la regleta negra. En esta pregunta se aprecian los diferentes puntos de vista que se pueden generar a través de una situación problema.

En la pregunta ***¿De cuántas formas puedes unir las regletas para conformar la longitud de la regleta Azul?*** Los alumnos presentan una o dos soluciones, sus deseos por avanzar en la guía y su conformismo por presentar una sola solución no les permiten explorar más opciones, sin embargo se les insiste en que las encuentren y las dibujen. De lo anterior se podría concluir que frente a situaciones donde se deben encontrar múltiples respuesta los estudiantes sólo se conforman encontrar una o dos respuestas sin explorar mas allá de lo que se ve a simple vista.

Como se puede observar en la imagen, el objetivo de la guía se logró ya que los estudiantes reconocen algunas características de las regletas (tamaño, color) y logran establecer algunas relaciones entre ellas (por ejemplo: la regleta anaranjada está conformada por dos regletas amarillas, la regleta roja por dos blancas, la marrón por 4 rojas, etc.) y así sucesivamente, además comparten y respetan sus opiniones.

Figura 4. Conclusiones dadas por Leidy en la Actividad No. 2



Fuente: la Autora

2.3 LA FRACCIÓN COMO PARTE DE UN TODO: "EXPLOREMOS EL MUNDO DE LAS FRACCIONES"

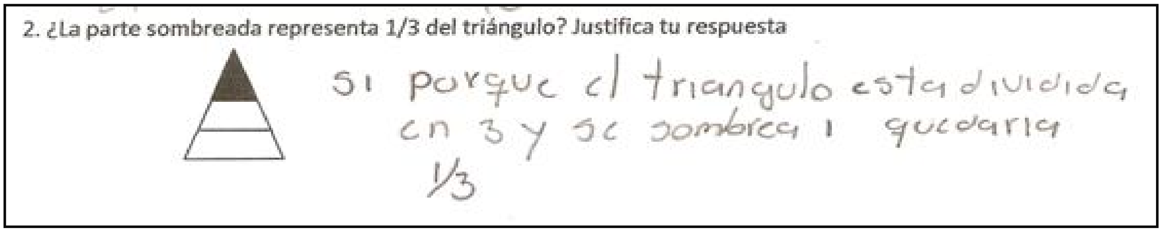
La siguiente actividad tiene como objetivo principal el reconocimiento de la fracción como parte de un todo continuo o discreto. A continuación se presenta el modelo de la actividad dirigida a los estudiantes y su respectivo análisis. (Ver anexo C).

Etapa I (Información)

En esta etapa se presenta 4 problemas que buscan el reconocimiento y la representación de la fracción en un todo continuo o discreto.

Como se puede observar en la siguiente imagen los estudiantes nuevamente identifican la fracción como la división del todo continuo en la cantidad de partes que indique el denominador, pero no se tiene en cuenta el tamaño de sus partes, es decir, para ellos el concepto de fracción no maneja el termino de partes iguales.

Figura 5. Respuesta de Mayner en la Actividad No. 3



Fuente: la Autora

Los dos últimos ejercicios de esta etapa no se resuelven correctamente debido a la poca compresión que se tiene de ellos.

Lo anterior permite concluir que los estudiantes no representan la fracción en un todo continúo o discreto aunque la identificación de la fracción sea correcta en cuanto a la cantidad de sus partes pero no en sus tamaños.

Etapa II (Orientación dirigida)

Al observar las falencias que presentan los estudiantes sobre la concepción de partes iguales, en esta guía las palabras “partes iguales” e “igual cantidad” aparece en negrilla para recalcar la importancia de esta noción.

Las primeras 5 preguntas buscan el reconocimiento de las partes en las que ha sido dividida la unidad, ya sea que la unidad este conformada por una o varias regletas, pero teniendo en cuenta que las partes están formadas por regletas iguales en tamaño y cantidad.

En el momento de resolver preguntas como: ¿De cuántas maneras puedes dividir la regleta Verde Oscura en **partes iguales**? ¿De cuántas maneras puedes dividir la regleta Anaranjada en **partes iguales**? ¿En cuántos grupos de **igual cantidad** de regletas puedes dividir 6 regletas rosadas? Nuevamente se observa la pereza que presentan los estudiantes por encontrar las múltiples soluciones, ya que cuando encuentran una posible solución, no se interesa por encontrar más, por lo tanto se pregunta a los estudiantes si no existen más posibilidades, pero ellos responden que si, pero que ya han encontrado una y que esa es suficiente: se les anima a esforzarse más y a buscar otras soluciones y dibujarlas.

Después de trabajar las divisiones en partes iguales de ciertas regletas o cantidad de regletas los estudiantes identifican correctamente las fracciones que representan estas cuando se conoce la unidad.

En la pregunta **¿De cuántas maneras puedes dividir una regleta anaranjada en partes iguales?** Se presenta un inconveniente, uno de los estudiantes divide la regleta anaranjada en 2 regletas amarillas y cuando debe responder la pregunta **¿Si tomas 3 de las partes en que ha sido dividida la regleta anaranjada que fracción representa de la misma?** El niño manifiesta que no puede hacerlo ya que solo cuenta con dos, así que decide buscar otras regletas que le permitan dividir la regleta anaranjada en partes iguales pero que tenga la posibilidad de tomar tres de ellas. Por lo tanto la segunda pregunta debe reformularse para evitar este tipo de confusiones.

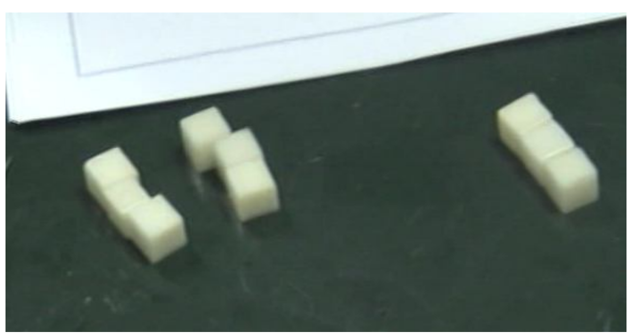
Las siguientes 6 preguntas buscan la representación de una determinada fracción con ayuda de las regletas.

En estas preguntas se observa la dificultad que presentan los estudiantes para describir con sus propias palabras el proceso que se requiere para encontrar la regleta que representa cierta fracción. A la pregunta ¿Cuál regleta representa la mitad (1/2) de la regleta anaranjada? ¿Por qué? Mayner realiza un dibujo de la regleta amarilla acompañado de la frase “porque de dos tomo una” lo que no brinda mucha información, así que se le pregunta porque es la regleta amarilla y no otra regleta, entonces él responde: “con las otras no podemos porque son más de dos" nuevamente se pregunta ¿Por qué la regleta amarilla si nos sirve? Él responde: "porque para completar la regleta anaranjada necesito dos amarillas, entonces cojo una", así que se le sugiere escribir sus respuestas en la hoja y es allí donde ocurre un problema para redactar la justificación; él no encuentra la manera de escribir sus ideas, por lo tanto debe repasar una y otra vez el proceso para poder escribir las respuestas de manera adecuada.

En la pregunta **¿Qué regletas representan 2/3 de un conjunto de 9 regletas blancas?** Se presentan algunos inconvenientes debido a que el todo discreto conformado por las 9 regletas es considerado como un todo continuo, logrando así que los estudiantes unan las 9 regletas blancas e intenten realizar el mismo proceso que se utilizó en los ejercicios anteriores.

Esta situación complica un poco las cosas para Mayner, él debe pensar en qué forma dividir esa unión en tres partes y tomar dos sin hacer uso de otras regletas, por lo tanto se le indica que no debe unirlas, que debe pensar en las 9 regletas como un grupo y no como un todo unido, además él debe recordar lo que había realizado en los primeros ejercicios cuando manejaba grupos de regletas. Después de recibir las indicaciones y pensar un poco en el ejercicio, Mayner resuelve de forma adecuada la pregunta como se observa en la imagen.

Figura 6. Respuesta de Mayner en la Actividad No. 3



Fuente: la Autora

En esta etapa podemos concluir con seguridad que los alumnos han manejado correctamente la forma cómo se representa e identifica la fracción en un todo continuo o discreto, siempre teniendo en cuenta la noción de partes iguales. Sin embargo se presenta dificultad para plasmar sus ideas de manera escrita, pero a medida que transcurre la actividad ellos van adquiriendo un poco más de agilidad para ello.

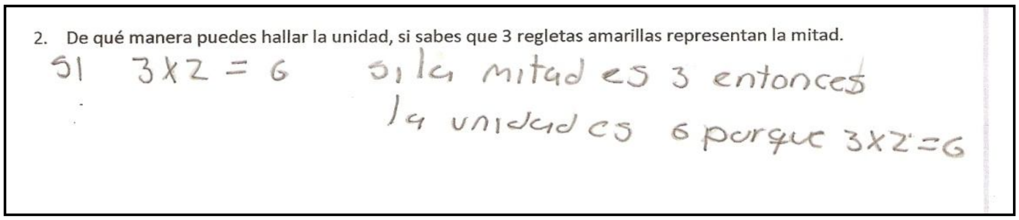
Etapa III (Explicitación)

En esta etapa los alumnos muestran interés por compartir sus ideas y escuchar las de sus compañeros. A la pregunta **¿De qué manera puedes hallar la unidad, si sabes que 3 regletas amarillas representan la mitad?** Todos intentan dar sus respuestas. Leidy manifiesta que cada regleta representa la unidad, Mayner por su lado responde que la unidad son las 3 regletas, Rubén dice que cada regleta vale 5 y que la unidad es 15, él nuevamente coloca valor numérico a las regletas.

Al observar que todos plantean situaciones diferentes se recomienda leer nuevamente la pregunta para así intentar dar solución al problema; después de leer nuevamente la pregunta y de escuchar a sus compañeros Diego les indica que las tres regletas son media unidad, así que, Mayner está atento a este comentario, piensa por un instante el problema y toma 3 regletas más, las une y da como respuesta que 6 regletas representa correctamente la unidad. Leidy observa la respuesta de Mayner y dice “Ah pues claro”. Aunque Mayner muestra correctamente la respuesta usando las regletas, él manifiesta que la manera de encontrar la unidad es dibujando las regletas o uniendo las 6 regletas, así que se plantea un nuevo problema donde deben encontrar la unidad sin el uso de las regletas, esto se realiza con el fin de que Mayner se vea obligado a redactar su idea sin necesidad de realizar un dibujo, aunque este pueda ser considerado una posible respuesta.

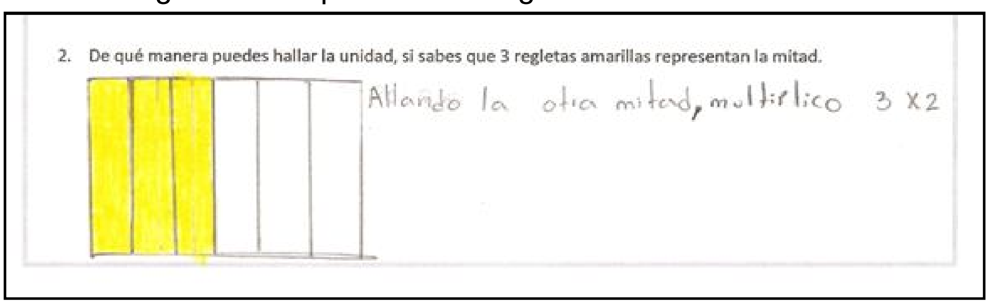
Pregunta: **¿Si $800 representa la tercera parte de la unidad quien sería la unidad?** Entre todos dan la solución correcta al problema indicando que la unidad sería $2400, de inmediato se le pregunte a Mayner si para dar la respuesta debía realizar algún dibujo y él manifiesta que no, entonces se pregunta a los estudiantes acerca de la forma como se había encontrado la unidad y la mayoría de ellos respondieron que la forma de hallar la unidad era multiplicando por tres ya que estaban hablando de la tercera parte, que si tenían la mitad de la unidad debían multiplicar por 2 y así sucesivamente. Las siguientes imágenes muestran las respuestas dadas por algunos de ellos a la pregunta inicial.

Figura 7. Respuesta de Mayner en la Actividad No. 3



Fuente: la Autora

Figura 8. Respuesta de Diego en la Actividad No. 3



Fuente: la Autora

Los dibujos siguen siendo parte fundamental de sus respuestas, pero ahora agregan un procedimiento más que explica el por qué de sus operaciones mentales cuando desean dar solución a sus problemas.

Realmente esta parte de la actividad fue muy importante ya que los estudiantes pudieron compartir sus ideas y aclarar conjuntamente sus dudas.

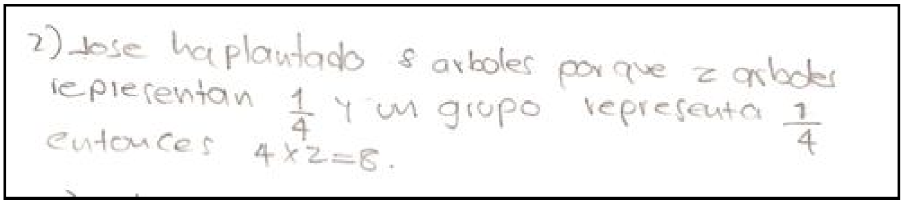
Etapa IV (Orientación libre)

En esta etapa se presenta 8 problemas cotidianos donde se aplican los conceptos aprendidos en las etapas anteriores sobre la fracción como partes de un todo continuo o discreto. Para la solución de los problemas, el uso de las regletas para los estudiantes en algunos problemas fue necesario, para otros no.

En el problema: **De una canasta de 12 flores, 1/3 son rosas y un 1/4 son girasoles y el resto son orquídea. ¿Cuántas flores hay de cada clase?** se presentan algunas dificultades para determinar la tercera y la cuarta parte del conjunto, los estudiantes han hallado la cuarta parte del conjunto de flores después de determinar la tercera parte, pero teniendo en cuenta las flores sobrantes y no el conjunto en total, por lo tanto la solución del problema es errónea. La situación anterior permite indicarles que las fracciones se hallan del conjunto completo de flores, y no del conjunto de flores sobrantes. Además les permite comprender que mientras el problema no indique que la fracción se debe hallar del conjunto sobrante este se debe hallar del conjunto completo.

En el problema: **"José ha plantado diferentes árboles frutales en su parcela. Los 2 árboles de mango representan ¼ del total de árboles plantados por José ¿Cuántos árboles ha plantado José?"** nuevamente se presenta confusión para identificar que una parte de la unidad está conformada por un grupo de arboles, por ello los estudiantes hacen uso de las regletas para modelar el problema, primero Mayner argumentaba que una regleta era un cuarto y que dos eran 2/4, al observar que la respuesta no es aprobada por los demás estudiantes, se pregunta a Mayner: ¿qué significa un cuarto? y él responde: "la mitad de un medio" su respuesta es correcta pero no les permite encontrar la solución, por lo tanto tienen que nuevamente el problema para poder identificar claramente que la cuarta parte de la unidad está conformada por un grupo de 2 regletas y así poder establecer que la unidad son 8 regletas, es decir 8 árboles, como se puede observar en la siguiente imagen:

Figura 9. Respuesta de Leidy en la Actividad No. 3

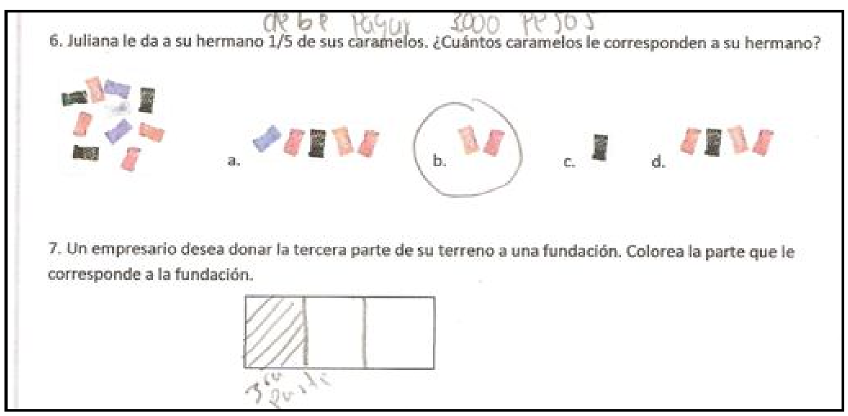


Fuente: la Autora

El uso de las regletas es importante en la solución de este ejercicio, ya que al tener las regletas en sus manos pueden visualizar mejor el problema; lo anterior les permite establecer que 2 regletas sin importar el tamaño representan los 2 árboles, es decir, un cuarto de la unidad y así poder identificar la unidad completa.

Los problemas 6 y 7 fueron presentados en la prueba diagnóstica; el numeral 6 se respondió erróneamente y el numeral 7 no se realizo argumentando que no sabían qué hacer, sin embargo después de realizar las actividades y aclarar sus dudas nuevamente se presenta a los estudiantes estos dos problemas y son resueltos correctamente como lo muestra la siguiente imagen:

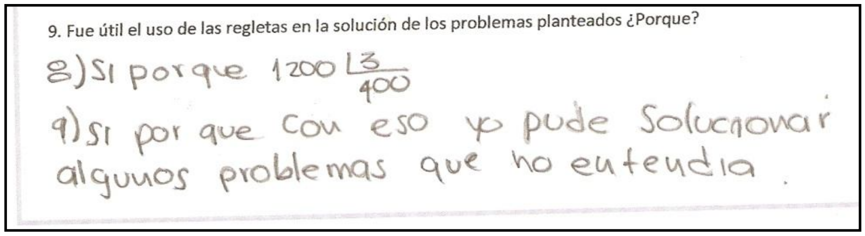
Figura 10. Respuesta de Rubén en la Actividad No. 3



Fuente: la Autora

A la pregunta **¿Fue útil el uso de las regletas en la solución de los problemas planteados? ¿Por qué?** algunos alumnos responden:

Figura 11. Respuesta de Leidy en la Actividad No. 3

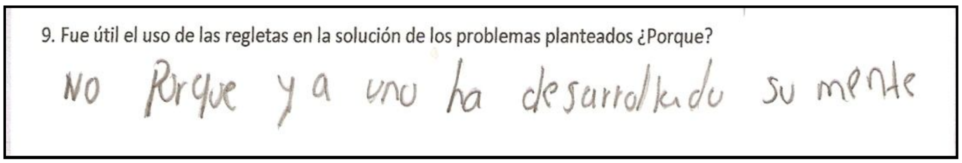

9. Fue útil el uso de las regletas en la solución de los problemas planteados ¿Porque?

8) SI porque 1200 $\underline{|3}$ 400

9) SI por que con eso yo pude Solucionar algunos problemas que no entendia.

Fuente: la Autora

Figura 12. Respuesta de Rubén en la Actividad No. 3


9. Fue útil el uso de las regletas en la solución de los problemas planteados ¿Porque?

No Porque ya uno ha desarrollado su mente

Fuente: la Autora

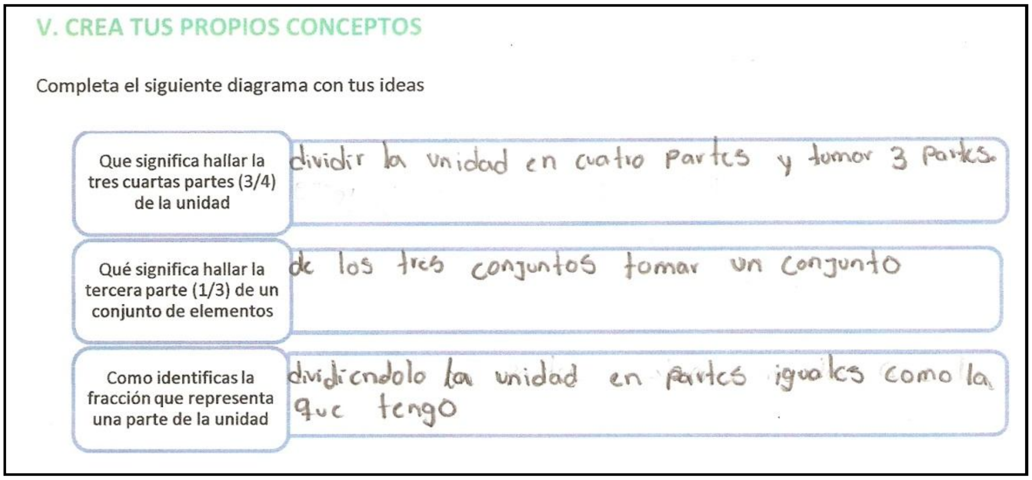
De lo anterior se concluye, que el uso de las regletas para la solución de los problemas cumple con los requisitos necesarios para el uso de material en la enseñanza de las matemáticas, sirviendo solamente como un puente hacia la comprensión de ideas abstractas y la adquisición del conocimiento.

Etapa V (Integración)

En la etapa de integración los alumnos describen con sus propias palabras la forma para representar e identificar la fracción que corresponde a un determinado elemento o conjunto de elementos, teniendo en cuenta la unidad como un todo continuo o discreto. Integrando los conocimientos previos con los adquiridos en esta actividad.

Cuando los estudiantes intentan responder las preguntas formuladas de manera general, utilizan las regletas para representar las situaciones de manera particular, dando ejemplos claros de los procesos necesarios para responder las preguntas, pero nuevamente se presentan inconvenientes para poder redactar sus ideas. Después de representar las preguntas con ayuda de las regletas los estudiantes preguntan: Qué es lo que deben escribir para dar respuesta a las preguntas planteadas en esta etapa, por lo tanto se les realiza preguntas acerca de la forma como han realizado el proceso y se les sugiere ir escribiendo paso a paso lo que van haciendo y así puedan ir obteniendo sus propias conclusiones. A continuación se presentan las respuestas dadas por Diego.

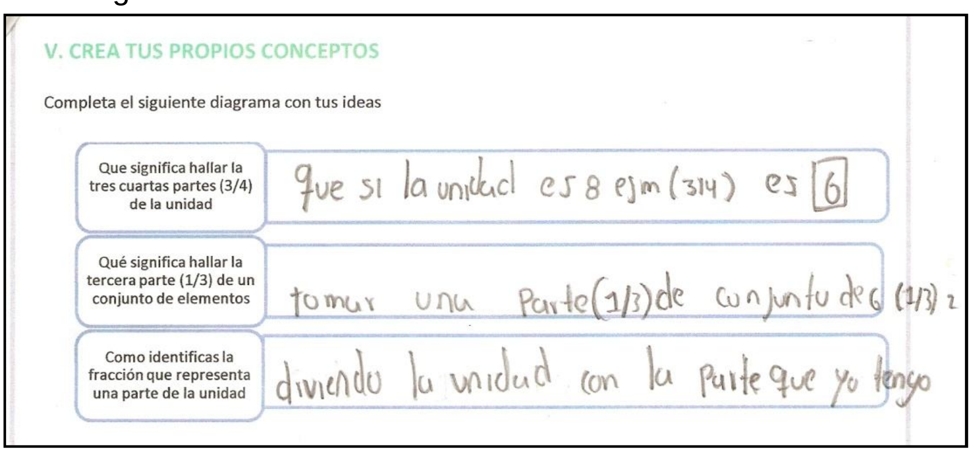
Figura 13. Conclusiones de Diego en la actividad No. 3



Fuente: la Autora

Durante esta etapa uno de los niños (Rubén), a pesar de oír las opiniones y realizar paso a paso las sugerencias dadas, responde nuevamente las preguntas dando ejemplos con valores numéricos, como se puede observar en la imagen.

Figura 14. Conclusiones de Rubén en la Actividad No. 3



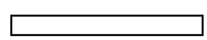
Fuente: la Autora

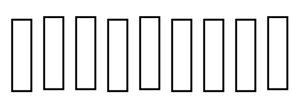
Esto permite concluir lo complicado que es para los estudiantes plasmar y redactar con coherencia sus ideas y aun más complicado para casos generales.

Al finalizar la actividad, después de analizar sus acciones y oír sus opiniones acerca de la forma como se identifica y representa determinada fracción en una unidad, se observa que los estudiantes han adquirido un poco de seguridad para dar sus argumentos sobre los procesos a seguir en cada caso y la forma de plasmarlos. El uso de las regletas es considerada una herramienta útil para que los estudiantes puedan aprender el concepto y llegar a establecer sus propias definiciones, es así, como podemos notar que las regletas, además de proporcionar diversión, genera conocimiento y reflexión del mismo. Es decir los objetivos de la actividad se cumplieron a cabalidad y los resultados fueron muy positivos.

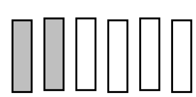
2.4 LA FRACCIÓN COMO RAZÓN: “DESCUBRIENDO RAZONES”

Antes de iniciar la actividad “**ENCONTRANDO RAZONES**” se plantea a los estudiantes algunas situaciones problemas acerca de la representación e identificación de la fracción como partes de un todo continuo o discreto con el fin de recordar y afianzar nuevamente los conceptos aprendidos en la actividad anterior.

1. Representa 3/4 en la siguiente imagen 

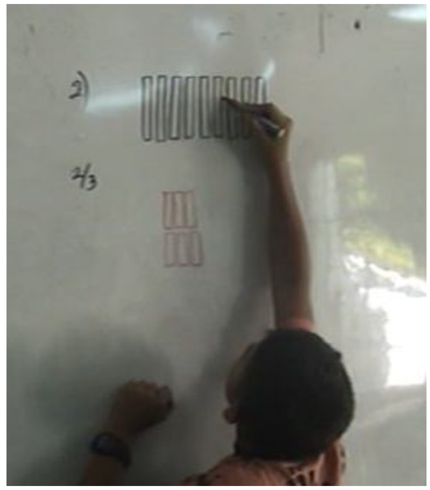
2. Representa 2/3 en el siguiente conjunto 

3. ¿Qué fracción representa la parte sombreada? 

4. ¿Qué fracción representa la parte sombreada? 

Como se puede observar en las imágenes los estudiantes resuelven correctamente los problemas planteados enfatizando en el término **partes iguales**

Figura 15. Representación de la fracción 2/3 hecha por Rubén.

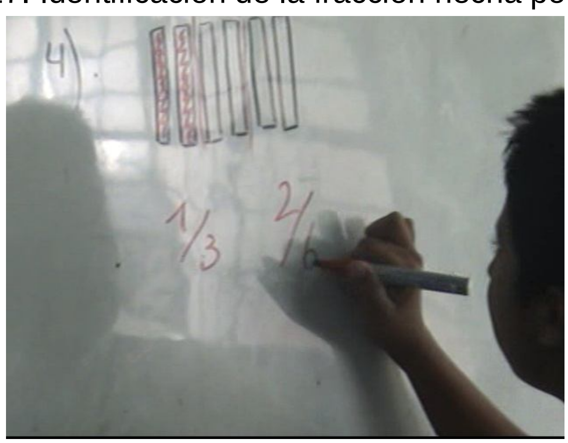


Fuente: la Autora

Figura 16. Identificación de la fracción hecha por Mayner.

Fuente: la Autora

Figura 17. Identificación de la fracción hecha por Diego.



Fuente: la Autora

Después de realizar el repaso se da inicio a la guía "**ENCONTRANDO RAZONES**". A continuación se presenta la actividad realizada por los estudiantes y los resultados alcanzados por ellos. (ver Anexo D).

Etapa I (Información)

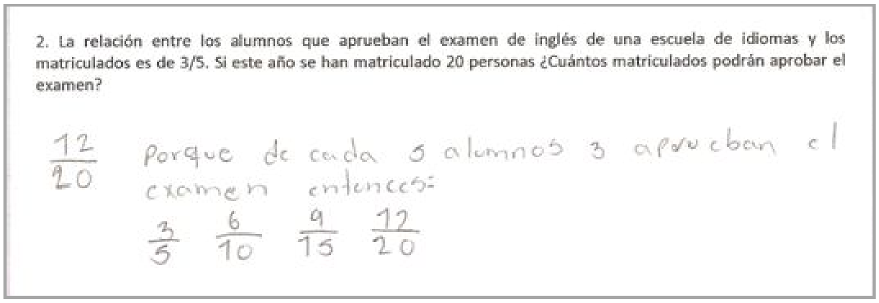
En esta etapa se puede observar que los estudiantes no logran establecer la relación entre dos figuras, por lo tanto se hace difícil encontrar una fracción que represente dicha relación.

En el problema número 2: **La relación entre los alumnos que aprueban el examen de inglés de una escuela de idiomas y los matriculados es de 3/5. Si este año se han matriculado 20 personas ¿Cuántos matriculados podrán aprobar el examen?** Cuando se presenta la relación entre dos conjuntos cualesquiera mediante una fracción los estudiantes relacionan muy bien los elementos de cada conjunto; aunque para la solución de este problema primero se haya hecho uso de la fracción como parte de un todo, el todo no ha sido dividido en partes como tal, sino que ha sido asociado por los estudiantes de la siguiente manera "por cada 5 matriculados 3 aprobarán el examen".

A continuación se presenta el análisis realizado por los estudiantes a la situación anterior:

Diego afirma que por cada 5 alumnos 3 aprueban el examen, por lo tanto establece las relaciones 3/5, 6/10, 9/15 y 12/20 y concluye que de los 20 alumnos matriculados 12 deberán aprobar el examen.

Figura 18. Respuesta de Diego en la Actividad No. 4



2. La relación entre los alumnos que aprueban el examen de inglés de una escuela de idiomas y los matriculados es de 3/5. Si este año se han matriculado 20 personas ¿Cuántos matriculados podrán aprobar el examen?

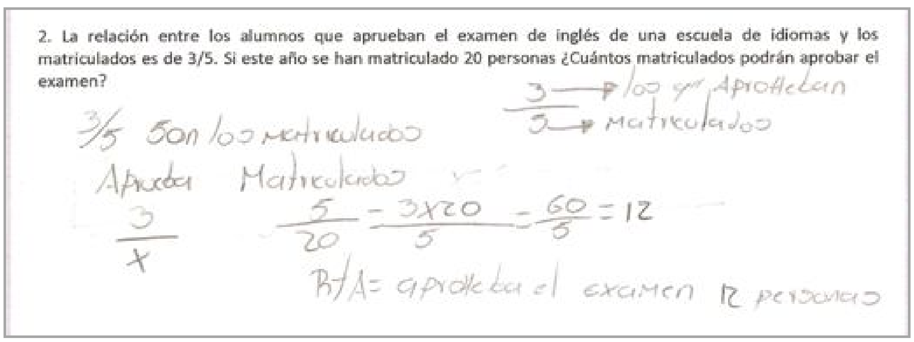
$\frac{12}{20}$ Porque de cada 5 alumnos 3 aprueban el examen entonces:

$\frac{3}{5}$ $\frac{6}{10}$ $\frac{9}{15}$ $\frac{12}{20}$

Fuente: la Autora

Mayner y Rubén dan solución al problema mediante una regla de tres simple. Sin embargo como Rubén no recuerda cómo resolverla recurre a las regletas para representar esta relación y poder dar la solución.

Figura 19. Respuesta de Mayner en la Actividad No. 4



2. La relación entre los alumnos que aprueban el examen de inglés de una escuela de idiomas y los matriculados es de 3/5. Si este año se han matriculado 20 personas ¿Cuántos matriculados podrán aprobar el examen?

3 → los que Aprobaran
5 → matriculados

3/5 son los matriculados

Aprueba Matriculados

$\frac{3}{x}$ $\frac{5}{20} = \frac{3 \times 20}{5} = \frac{60}{5} = 12$

R/A= aprobaban el examen 12 personas

Fuente: la Autora

Figura 20. Respuesta de Rubén en la Actividad No. 4

Fuente: la Autora

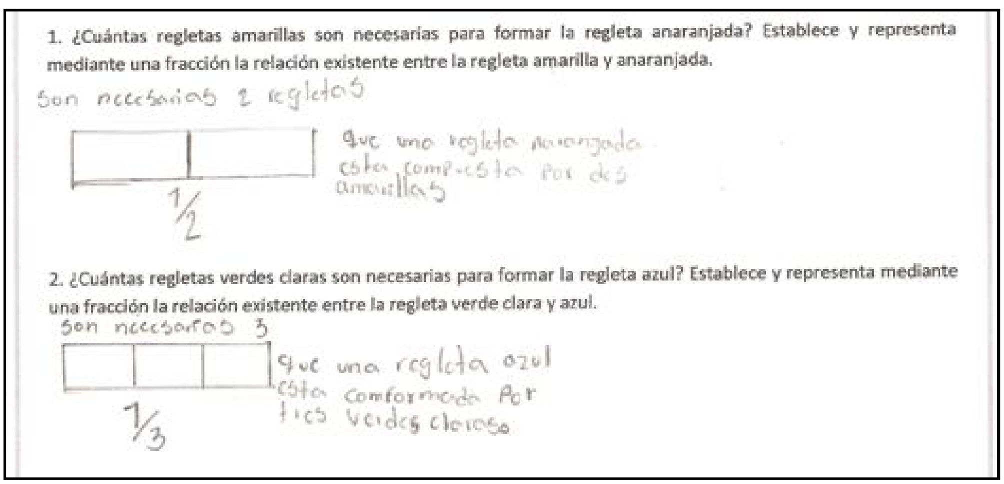
Leidy por su parte no comprende el problema por lo tanto no encuentra la solución.

Para concluir, puede afirmarse que los alumnos comprenden claramente en esta etapa que el todo no debe ser dividido en partes, solo debe tenerse en cuenta la fracción como la relación de dos cantidades. Además el uso de las regletas nuevamente proporciona la visualización del problema y su posible solución.

Etapa II (Orientación dirigida)

Esta actividad se inicia comparando 2 regletas (una es múltiplo de la otra, es decir, una regleta está formada por una cantidad exacta de la otra) e intentando encontrar la relación existente entre ellas para poder establecer la fracción que representa dicha relación. En este proceso no se presenta ninguna dificultad en encontrar dicha fracción.

Figura 21. Respuesta de Diego en la Actividad No. 4


1. ¿Cuántas regletas amarillas son necesarias para formar la regleta anaranjada? Establece y representa mediante una fracción la relación existente entre la regleta amarilla y anaranjada.

son necesarias 2 regletas

que una regleta anaranjada esta compuesta por dos amarillas

1/2

2. ¿Cuántas regletas verdes claras son necesarias para formar la regleta azul? Establece y representa mediante una fracción la relación existente entre la regleta verde clara y azul.

son necesarias 3

que una regleta azul esta conformada por tres verdes claras

1/3

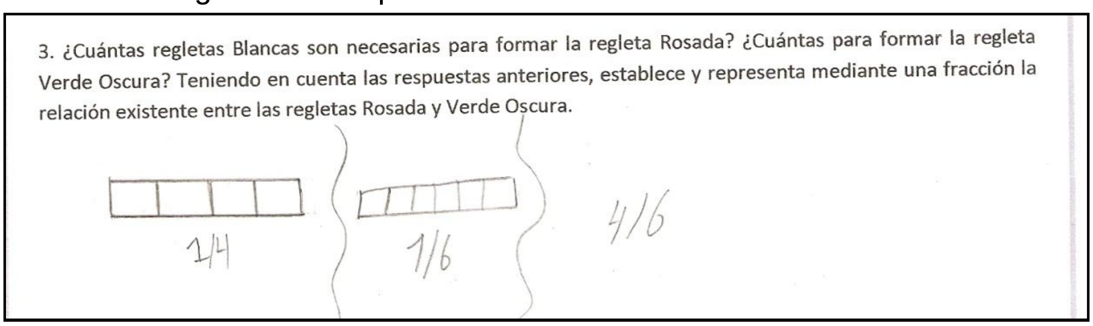
Fuente: la Autora

En el momento de comparar regletas que no son múltiplos una de la otra se hace necesaria la utilización de una tercera regleta tomada como unidad de referencia para comparar y establecer la relación entre las dos regletas iníciales. A continuación se presentan las dificultades obtenidas durante el proceso:

En el numeral 3: **¿Cuántas regletas Blancas son necesarias para formar la regleta Rosada? ¿Cuántas para formar la regleta Verde Oscura? Teniendo en cuenta las respuestas anteriores, establece y representa mediante una fracción la relación existente entre las regletas Rosada y Verde Oscura.** Los estudiantes establecen la relación entre cada una de las regletas con respecto a la regleta blanca pero no entre las regletas rosada y verde oscura, por lo tanto se les indica que aunque su respuesta es correcta no deben establecer la relación entre cada una de las regletas con respecto a la regleta blanca sino entre las regletas rosada y verde oscura utilizando como referencia la relación encontrada entre ellas y la regleta blanca, por lo tanto deben centrar su atención en la cantidad de regletas blancas utilizadas en cada una de las regletas y con base en ello establecer alguna relación entre las regletas iniciales.

En seguida se presentan las respuestas dadas por algunos de los estudiantes

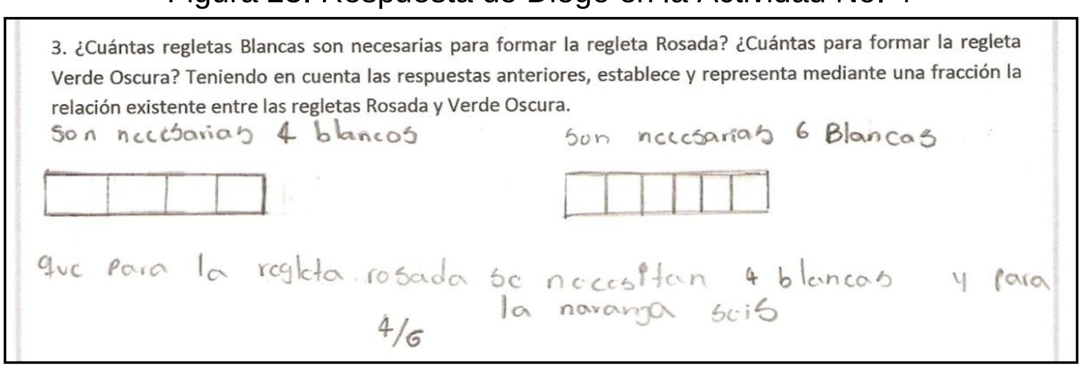
Figura 22. Respuesta de Rubén en la Actividad No. 4


3. ¿Cuántas regletas Blancas son necesarias para formar la regleta Rosada? ¿Cuántas para formar la regleta Verde Oscura? Teniendo en cuenta las respuestas anteriores, establece y representa mediante una fracción la relación existente entre las regletas Rosada y Verde Oscura.

1/4 1/6 4/6

Fuente: la Autora

Figura 23. Respuesta de Diego en la Actividad No. 4


3. ¿Cuántas regletas Blancas son necesarias para formar la regleta Rosada? ¿Cuántas para formar la regleta Verde Oscura? Teniendo en cuenta las respuestas anteriores, establece y representa mediante una fracción la relación existente entre las regletas Rosada y Verde Oscura.

son necesarias 4 blancos son necesarias 6 Blancas

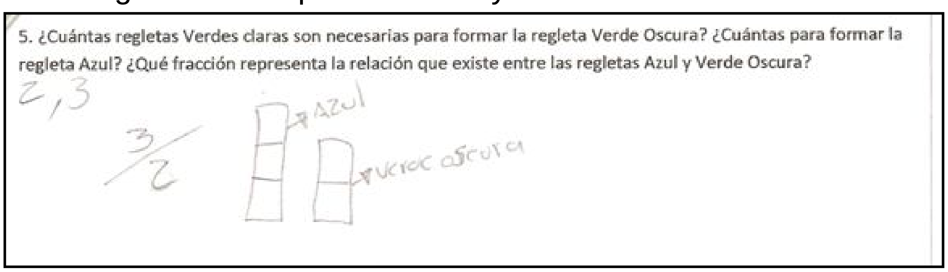
que para la regleta rosada se necesitan 4 blancas y para la naranja seis

4/6

Fuente: la Autora

En la situación 5: **¿Cuántas regletas Verdes claras son necesarias para formar la regleta Verde Oscura? ¿Cuántas para formar la regleta Azul? ¿Qué fracción representa la relación que existe entre las regletas Azul y Verde Oscura?** Los estudiantes establecen dos relaciones diferentes entre las regletas azul y verde oscura. Diego manifiesta que la relación entre las regletas es 2/3 y Mayner 3/2 lo que causa algunas dudas entre ellos, al observar y escuchar sus argumentos se debe intervenir para aclarar sus ideas. Primero se les explica que las dos respuesta son correctas pero que deben pensar cuál regleta se está mencionando en primer lugar en cada una de las relaciones, Diego responde que la verde oscura y Mayner la azul; así que es allí donde ellos deben fijar su atención, es decir, teniendo en cuenta la regleta que tomen en primer lugar se puede establecer la fracción.

Figura 24. Respuesta de Mayner en la Actividad No. 4


5. ¿Cuántas regletas Verdes claras son necesarias para formar la regleta Verde Oscura? ¿Cuántas para formar la regleta Azul? ¿Qué fracción representa la relación que existe entre las regletas Azul y Verde Oscura?

2,3

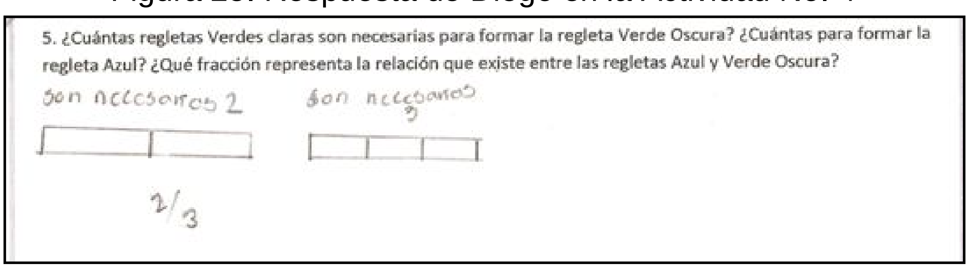
3/2

azul

verde oscura

Fuente: la Autora

Figura 25. Respuesta de Diego en la Actividad No. 4


5. ¿Cuántas regletas Verdes claras son necesarias para formar la regleta Verde Oscura? ¿Cuántas para formar la regleta Azul? ¿Qué fracción representa la relación que existe entre las regletas Azul y Verde Oscura?

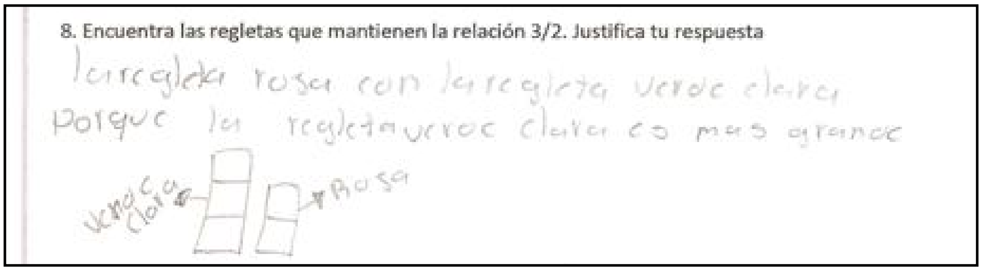
son necesarias 2 son necesarias 3

2/3

Fuente: la Autora

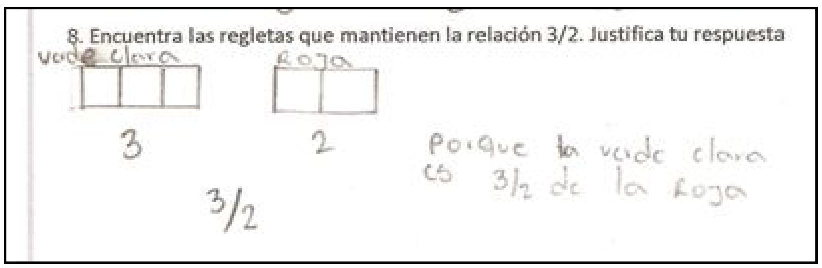
Justificar las respuestas ha sido una de las dificultades que se ha presentado durante el desarrollo de las actividades. Estas en su mayoría van acompañadas de una representación gráfica de las regletas explicando los procesos que han realizado correctamente, como puede observarse en las siguientes imágenes, la forma de redactar este proceso no es muy clara, aunque sus argumentos son validos.

Figura 26. Respuesta de Mayner en la Actividad No. 4



Fuente: la Autora

Figura 27. Respuesta de Diego en la Actividad No. 4



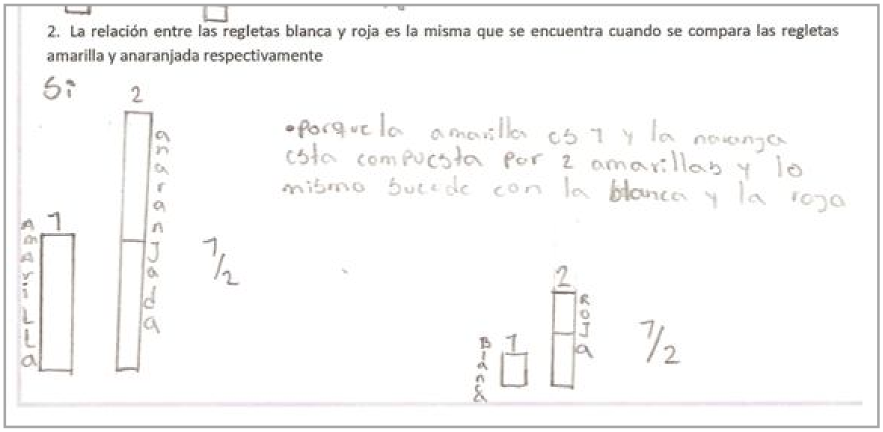
Fuente: la Autora

Para finalizar la actividad los estudiantes logran encontrar nuevas regletas que mantengan una relación dada sin inconvenientes.

Etapa III (Explicitación)

Después de realizar las actividades anteriores y atendiendo cuidadosamente las indicaciones dadas, los estudiantes logran compartir entre si sus ideas acerca de la forma como se pueden encontrar regletas que mantengan cierta relación. Para ello el uso de las regletas es fundamental; todo el tiempo sus ideas han sido representadas gráficamente, lo que les permite observar cuidadosamente el proceso para poder escribir sus respuestas.

Figura 28. Respuesta de Diego en la Actividad No. 4



Fuente: la Autora

Etapa IV (Orientación libre)

Durante la solución de los problemas de esta etapa, se puede observar la seguridad que van adquiriendo los estudiantes durante el desarrollo de la actividad; esta seguridad se evidencia en las respuestas dadas por ellos a cada uno de los problemas propuestos. Aunque sus respuestas han sido, algunas basadas en la regla de tres simple y otras en establecer razones entre los dos conjuntos, los estudiantes no dejan de lado el reconocimiento de la fracción como la relación entre dos conjuntos o elementos.

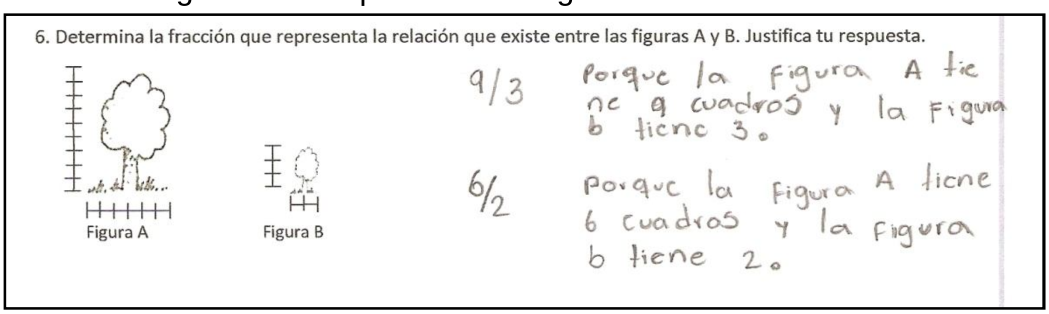
Una de las expresiones importantes utilizadas por uno de los estudiantes durante el desarrollo de los problemas es: “ahora si entiendo qué es lo que debo hacer”, esta expresión permite tener la certeza que la actividad ha estado muy bien encaminada y que el objetivo de poder visualizar, comprender y encontrar una posible solución a los problemas se está logrando.

Para el desarrollo del ejercicio número 5: “**Luis compra una camisa por $35.000, le hacen un descuento del 10%. ¿Cuánto pagará por la camisa?**”, el énfasis comercial que posee el colegio es de mucha utilidad. Sin embargo, se tiene que reforzar el concepto del porcentaje, ya que para ellos este concepto representa una simple operación matemática, en donde desconocen la relación existente en ella.

Para finalizar la actividad, se presenta a los estudiantes una situación problema en la cual se debe determinar la fracción que representa la relación entre dos figuras; allí se presentan algunos inconvenientes debido a que las figuras mantienen dos dimensiones (largo y ancho). Lo anterior puede atribuirse al hecho de que durante las fases anteriores, la comparación de las regletas sólo se ha basado en una dimensión (su largo), ocasionado por que sus altos y anchos son los mismos; por esta razón nace en los estudiantes la incertidumbre de no saber qué hacer. Al observar su confusión se les indica que deben comparar los altos de cada figura y lo mismo para sus anchos.

Atendiendo a las indicaciones los estudiantes resuelven correctamente el problema, determinan las relaciones entre los altos y los anchos de cada figura, pero no establecen la relación entre las figuras.

Figura 29. Respuesta de Diego en la Actividad No. 4

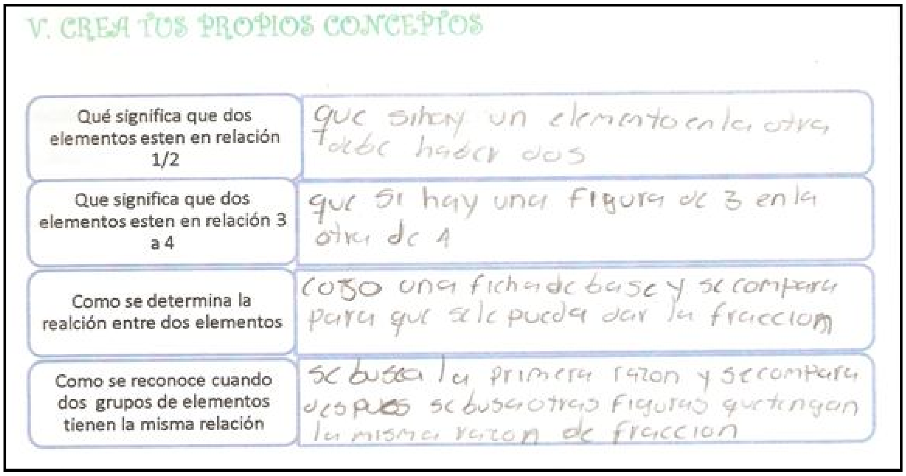


Fuente: la Autora

Etapa V (Integración)

En esta etapa se observa como los estudiantes describen claramente la forma de identificar cuál es la relación que mantienen dos elementos y cuando dos de ellos mantiene una relación dada, además expresan la forma como se puede reconocer cuándo dos grupos de elementos tienen la misma relación, siempre haciendo énfasis en que esas relaciones están representadas por medio de una fracción.

Figura 30. Conclusiones de Mayner en la actividad No. 4

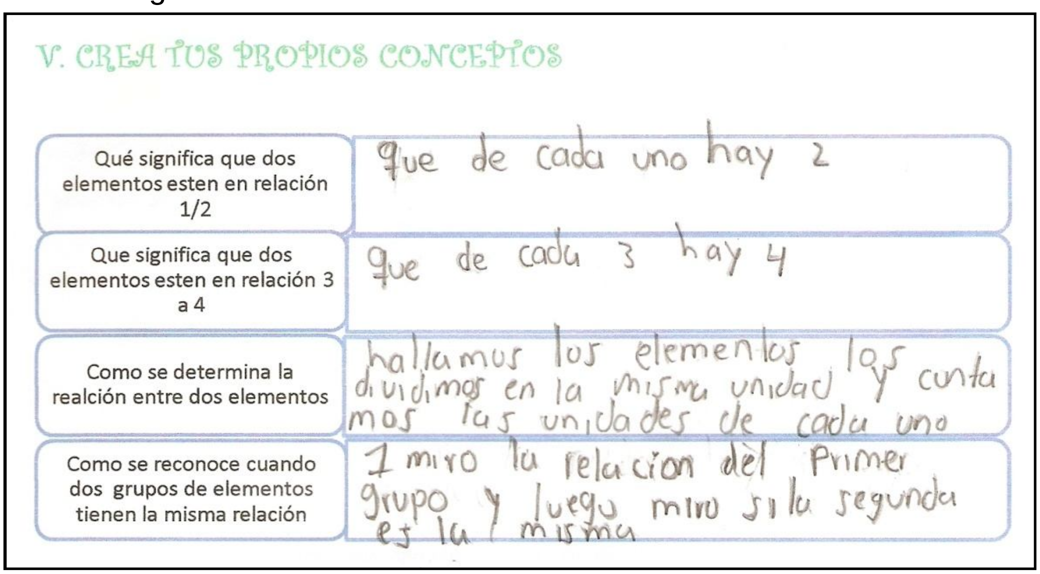


V. CREA TUS PROPIOS CONCEPTOS

Qué significa que dos elementos esten en relación 1/2	que sihay un elemento en la otra tebe haber dos
Que significa que dos elementos esten en relación 3 a 4	que si hay una figura de 3 en la otra de 4
Como se determina la realción entre dos elementos	cojo una ficha de base y se compara para que se le pueda dar la fraccion
Como se reconoce cuando dos grupos de elementos tienen la misma relación	se busca la primera razon y se compara despues se busca otras figuras que tengan la misma razon de fraccion

Fuente: la Autora

Figura 31. Conclusiones de Rubén en la actividad No. 4



V. CREA TUS PROPIOS CONCEPTOS

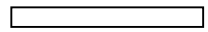
Qué significa que dos elementos esten en relación 1/2	que de cada uno hay 2
Que significa que dos elementos esten en relación 3 a 4	que de cada 3 hay 4
Como se determina la realción entre dos elementos	hallamos los elementos los dividimos en la misma unidad y contamos las unidades de cada uno
Como se reconoce cuando dos grupos de elementos tienen la misma relación	1 miro la relacion del primer grupo y luego miro si la segunda es la misma

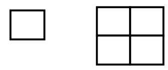
Fuente: la Autora

2.5 LA FRACCIÓN COMO UN COCIENTE: “DIVIDIENDO VALORES”

Antes de iniciar la quinta actividad se presenta a los estudiantes tres situaciones problema, con el fin de reafirmar los conocimientos adquiridos sobre las representaciones de la fracción como parte de un todo y como razón.

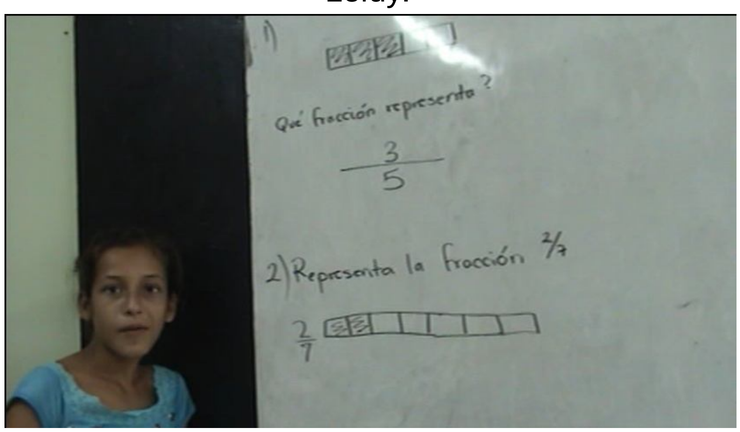
1. ¿Qué fracción representa la parte sombreada? 

2. Representa la fracción 2/7 en la siguiente imagen 

3. ¿Qué relación existe entre las figuras? 

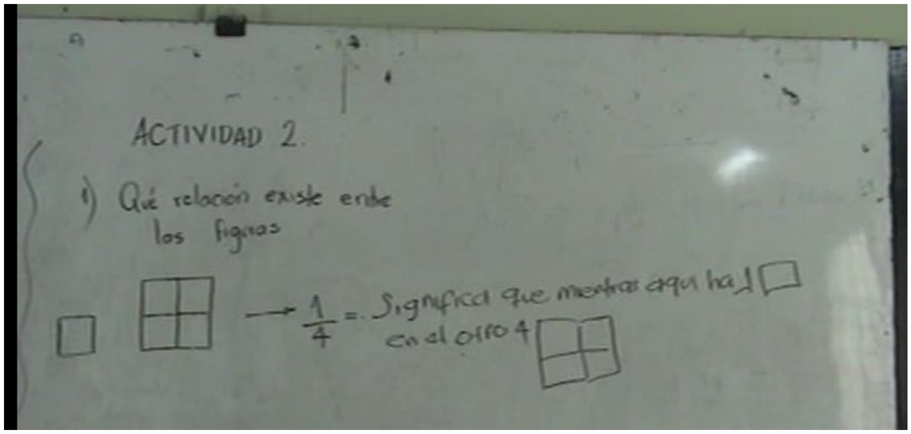
Como puede observarse en las imágenes los estudiantes han resuelto correctamente los problemas planteados. Esto quiere decir, que la información adquirida por ellos en las actividades anteriores ha sido asimilada y comprendida.

Figura 32. Representación e identificación de las fracciones 3/5 y 2/7 hecha por Leidy.



Fuente: la Autora

Figura 33. Identificación de la fracción que representa la relación entre dos figuras hecha por Leidy.



Fuente: la Autora

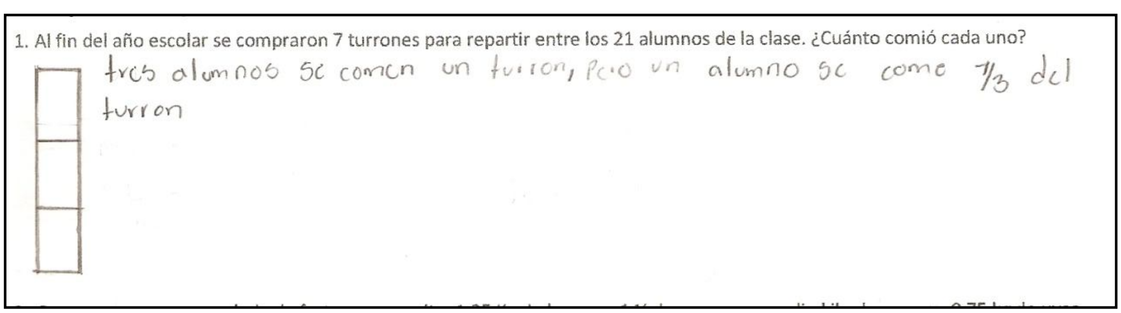
A continuación se presenta la guía y su respectivo análisis. (Ver anexo E).

Etapa I (Información)

En la solución de los siguientes problemas no se establece el uso de las regletas. Sin embargo, los estudiantes al observarlas sobre la mesa hacen uso de ellas para comprender los problemas y dar soluciones.

En la solución del numeral 1: **Al final del año escolar se compraron 7 turrones para repartir entre los 21 alumnos de la clase. ¿Cuánto comió cada uno?** Diego divide los 21 alumnos en los 7 turrones, la solución es 1 turrón por cada 3 alumnos, es decir, a cada alumno le corresponde 1/3 de turrón.

Figura 34. Respuesta de Diego en la Actividad No. 5


1. Al fin del año escolar se compraron 7 turrones para repartir entre los 21 alumnos de la clase. ¿Cuánto comió cada uno?

tres alumnos se comen un turron, pero un alumno se come 1/3 del turron

Fuente: la Autora

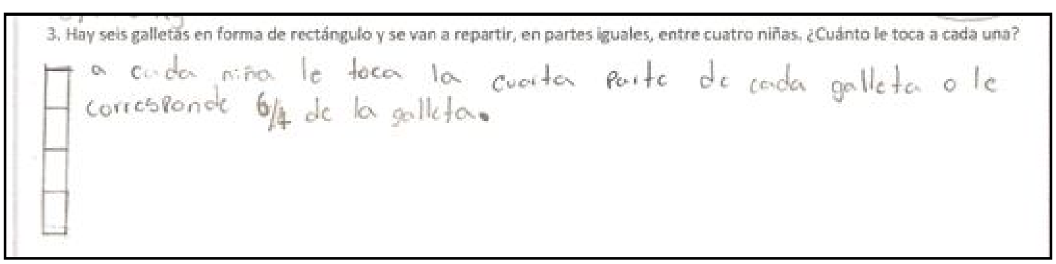
Como Leidy no lee atentamente el problema su respuesta es “cada uno se comió de a 3”. Ella realiza la división pero no tiene en cuenta que se están repartiendo las personas en los turrones y no al contrario. Por esta razón su respuesta es incorrecta. Lo anterior evidencia la poca comprensión lectora y atención que tienen los estudiantes frente a las situaciones propuestas.

El problema 2: **Para preparar una ensalada de frutas se necesita: 1,25 Kg de banano, 1 ¼ Kg de manzana, medio kilo de papaya, 0,75 kg de uvas, 1/8 de Kg de pera. ¿Cuántos kg de fruta se necesitaron?** no es resuelto por los estudiantes, en él la cantidad de kilogramos aparecen representados por números decimales y fraccionarios; esto lleva a que los estudiantes se confundan, es decir, a que no reconozcan la fracción como una división en la cual es posible encontrar un valor decimal.

3. Hay seis galletas en forma de rectángulo y se van a repartir, en partes iguales, entre cuatro niñas. ¿Cuánto le toca a cada una?

Teniendo en cuenta lo planteado por Streefland (1991) un problema puede ser resuelto de muchas formas en un contexto determinado. En la siguiente situación se observa como los estudiantes encuentran múltiples soluciones frente a un problema planteado:

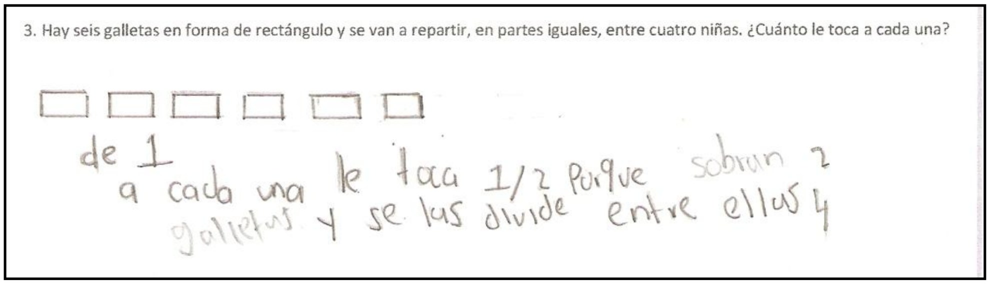
Figura 35. Respuesta de Diego en la Actividad No. 5


3. Hay seis galletas en forma de rectángulo y se van a repartir, en partes iguales, entre cuatro niñas. ¿Cuánto le toca a cada una?

a cada niña le toca la cuarta parte de cada galleta o le corresponde 6/4 de la galleta.

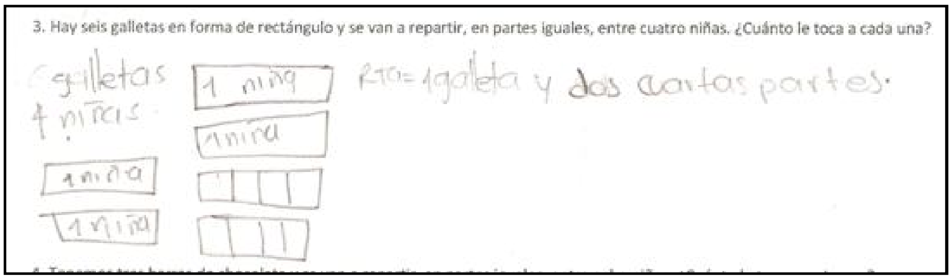
Fuente: la Autora

Figura 36. Respuesta de Rubén en la Actividad No. 5



Fuente: la Autora

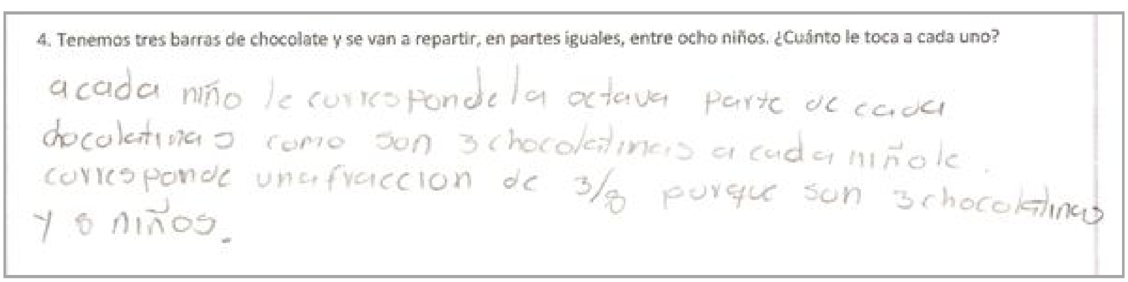
Figura 37. Respuesta de Leidy en la Actividad No. 5



Fuente: la Autora

Para la solución del problema 4: **Tenemos tres barras de chocolate y se van a repartir, en partes iguales, entre ocho niños. ¿Cuánto le toca a cada uno?** los estudiantes, en primera instancia, intentan distribuir de manera equitativa la cantidad de personas en cada una de las barras de chocolate. Pero al observar que siempre sobran personas deciden dividir una barra de chocolate en los ocho niños y después realizar el mismo proceso con las demás barras, llegando a concluir que a cada niño le corresponden 3/8.

Figura 38. Respuesta de Mayner en la Actividad No. 5



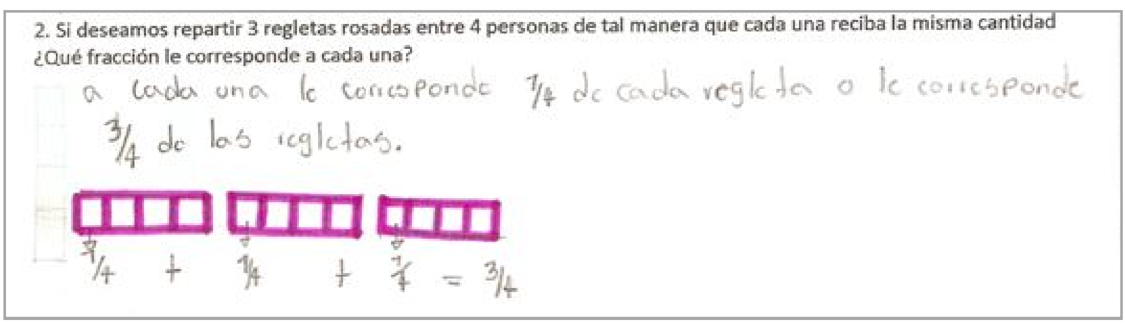
Fuente: la Autora

Al finalizar esta etapa se puede concluir: primero, que las actividad anteriores “EXPLORANDO FRACCIONES” y “DESCUBRIENDO RAZONES” fueron fundamentales en esta actividad debido a que los estudiantes pudieron establecer a través de la división una relación entre dos cantidades y repartir de manera adecuada y equitativa las cantidades. Segundo que el uso de las regletas en las actividades anteriores les permitió manejar con mucha más seguridad los problemas propuestos y, por último, que los estudiantes no reconocen la fracción como una posible división entre dos cantidades (numerador y denominador)

Etapa II (Orientación dirigida)

Esta etapa está dividida en dos partes. En la primera parte los estudiantes deben dividir una regleta o cantidad de regletas en cierta cantidad de personas o en grupos de regletas. Esta primera parte es realizada de manera correcta, no obstante, y aunque no es el tema de esta investigación, cabe mencionar que los estudiantes realizan de manera inconsciente sumas homogéneas como lo presentan las siguientes imágenes.

Figura 39. Respuesta de Diego en la Actividad No. 5

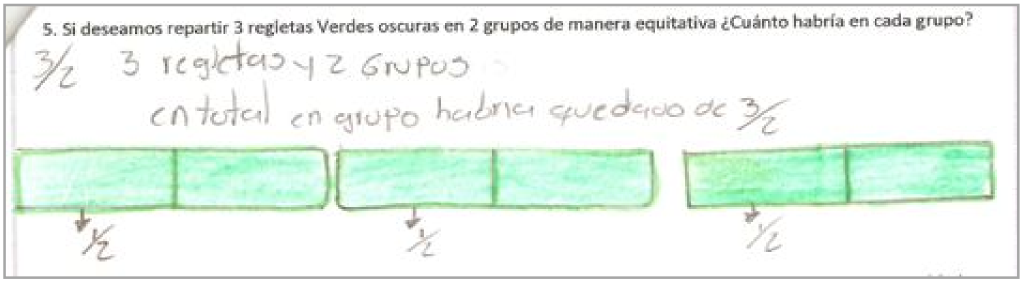

2. Si deseamos repartir 3 regletas rosadas entre 4 personas de tal manera que cada una reciba la misma cantidad ¿Qué fracción le corresponde a cada una?

a cada una le corresponde 1/4 de cada regleta o le corresponde 3/4 de las regletas.

$1/4 + 1/4 + 1/4 = 3/4$

Fuente: la Autora

Figura 40. Respuesta de Mayner en la Actividad No. 5

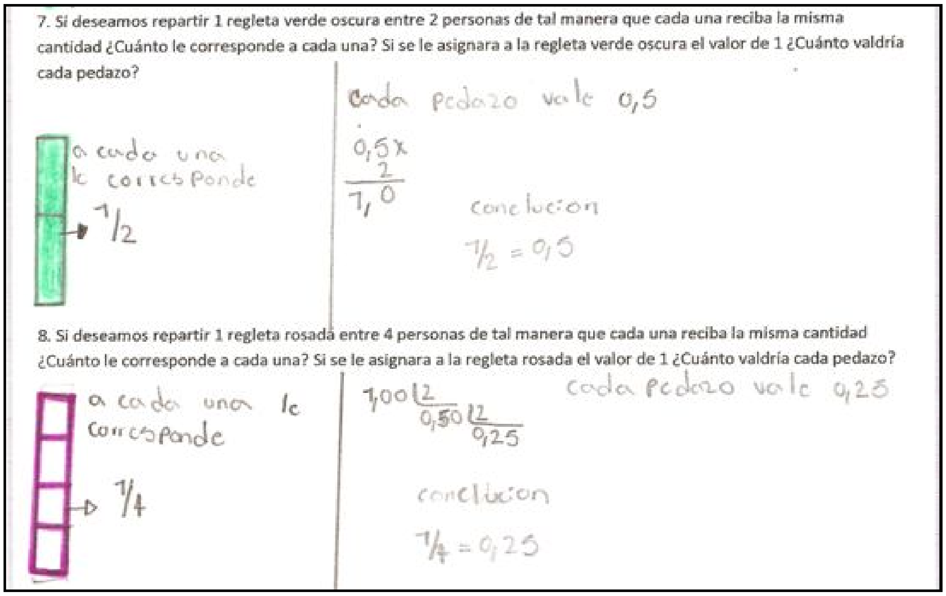


Fuente: la Autora

La segunda parte de esta etapa consiste en dar valor numérico a las regletas teniendo en cuenta que se debe realizar primero las divisiones de las regletas sin este valor numérico para determinar la fracción correspondiente, y después asignar el valor numérico a la regleta para encontrar el valor decimal o entero que corresponde a dicha división. De esta manera, es posible establecer que estos dos valores representan la misma cantidad.

Después de realizar la segunda parte, los estudiantes pueden concluir, como se observa en las siguientes imágenes, que las dos posibles soluciones, tanto las fracciones como el valor decimal representan la misma cantidad después de realizar la división respectiva entre el numerador y el denominador.

Figura 41. Respuesta de Diego en la Actividad No. 5



7. Si deseamos repartir 1 regleta verde oscura entre 2 personas de tal manera que cada una reciba la misma cantidad ¿Cuánto le corresponde a cada una? Si se le asignara a la regleta verde oscura el valor de 1 ¿Cuánto valdría cada pedazo?

a cada una le corresponde → 1/2

Cada pedazo vale 0,5

0,5 x 2 = 1,0

conclucion

1/2 = 0,5

8. Si deseamos repartir 1 regleta rosada entre 4 personas de tal manera que cada una reciba la misma cantidad ¿Cuánto le corresponde a cada una? Si se le asignara a la regleta rosada el valor de 1 ¿Cuánto valdría cada pedazo?

a cada una le corresponde → 1/4

1,00 |2 0,50 |2 0,25

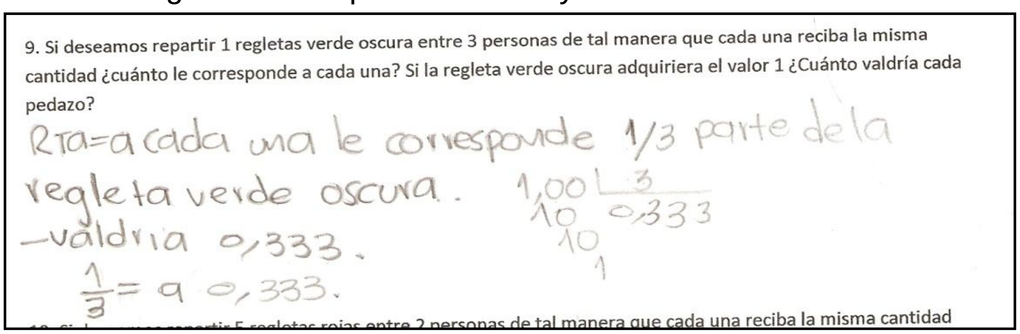
cada pedazo vale 0,25

conclucion

1/4 = 0,25

Fuente: la Autora

Figura 42. Respuesta de Leidy en la Actividad No. 5



9. Si deseamos repartir 1 regletas verde oscura entre 3 personas de tal manera que cada una reciba la misma cantidad ¿cuánto le corresponde a cada una? Si la regleta verde oscura adquiriera el valor 1 ¿Cuánto valdría cada pedazo?

RTA=a cada una le corresponde 1/3 parte de la regleta verde oscura.

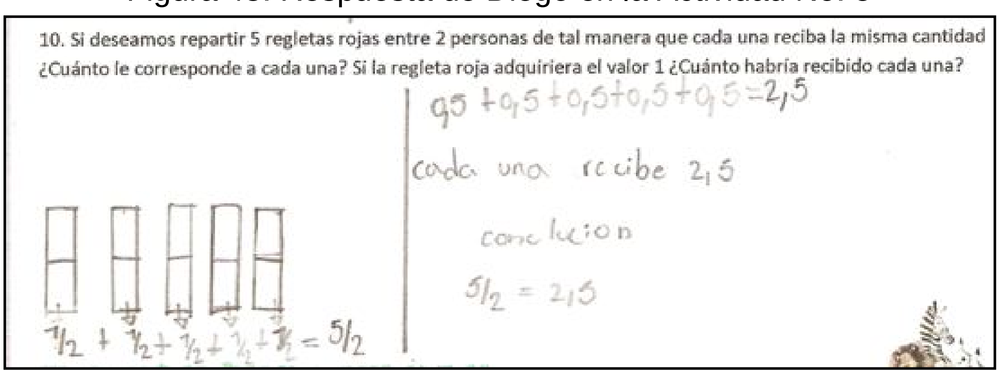
-valdria 0,333.

$\frac{1}{3}$ = a 0,333.

1,00 |3
10 0,333
10
1

Fuente: la Autora

Figura 43. Respuesta de Diego en la Actividad No. 5



10. Si deseamos repartir 5 regletas rojas entre 2 personas de tal manera que cada una reciba la misma cantidad ¿Cuánto le corresponde a cada una? Si la regleta roja adquiriera el valor 1 ¿Cuánto habría recibido cada una?

0,5 + 0,5 + 0,5 + 0,5 + 0,5 = 2,5

cada una recibe 2,5

conclucion

5/2 = 2,5

1/2 + 1/2 + 1/2 + 1/2 + 1/2 = 5/2

Fuente: la Autora

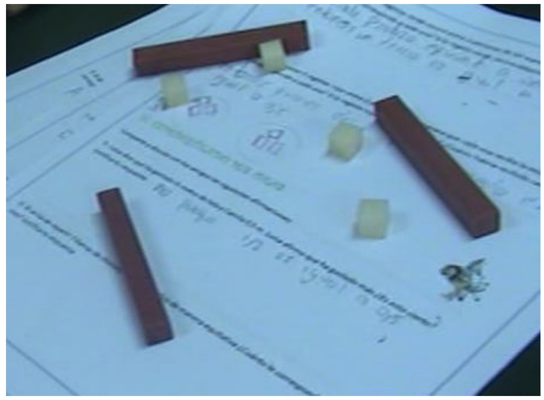
Etapa III (Explicitación)

En la primera situación propuesta en esta etapa los estudiantes coinciden en que 0,5 es lo mismo que 1/2, que tanto la fracción como el valor decimal representan la misma cantidad. En la segunda situación problema: **“Si se ha de repartir 3 barras de chocolates entre 4 niños de manera equitativa ¿Cuánto le corresponde a cada uno?”** Se presenta algo curioso: los estudiantes Mayner, Diego y Leidy manifiestan que a cada niño le corresponde 3/4 de barra de chocolate y Rubén dice que la respuesta es 1/2 barra de chocolate más 1/4; cada uno indica que la otra respuesta es incorrecta. No obstante al observar dicha situación, se les indica que tomen una regleta rosada como barra de chocolate y que intenten nuevamente dar solución al problema. Cada uno presenta sus respuestas, al comparar sus soluciones, descubren que están representando la misma cantidad, es decir, un problema puede ser resuelto de distintas maneras.

Es importante mencionar que para la solución de esta segunda situación problema las longitudes de las regletas no son tomadas en cuenta, allí solo reemplazan las partes del problema; es decir, las regletas marrón y blanca representan las barras de chocolate y las personas respectivamente pero sin tener ninguna relación entre ellas.

En la solución que presenta Rubén se puede establecer, primero, que cada regleta marrón debe ser dividida por mitad para cada dos personas y, segundo, que la regleta marrón restante debía dividirse en cuatro partes una para cada persona, lo que le permite afirmar que a cada una le correspondía 1/2 más 1/4.

Figura 44. Respuesta de Rubén en la Actividad No. 5



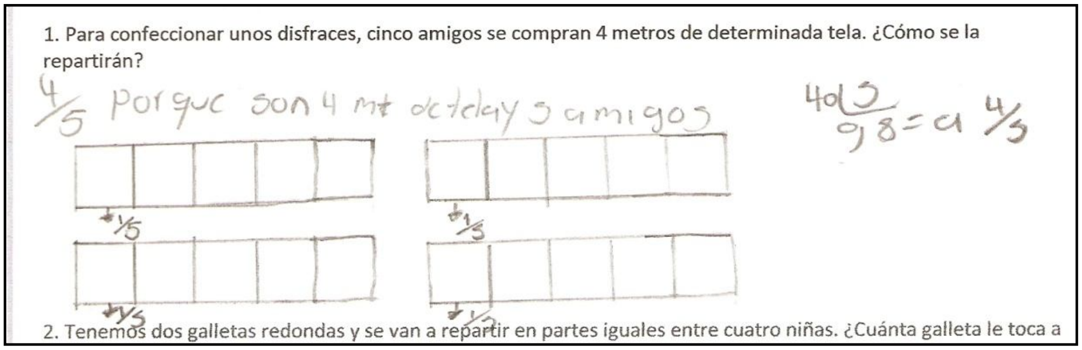
Fuente: la Autora

Etapa IV (Orientación libre)

En la solución del ejercicio número 1: **Para confeccionar unos disfraces, cinco amigos se compran 4 metros de determinada tela. ¿Cómo se la repartirán?** surgieron algunos inconvenientes. Por un lado, Leidy y Rubén manifiestan que no entienden lo que deben hacer en este ejercicio; y por otro, Diego y Mayner deciden tomar los 4 metros por separados, repartiendo así cada metro entre los cinco amigos y determinando que a cada uno le corresponde 4/5 de metro. Aunque sus respuestas son correctas se les indica que en la vida real el problema no se soluciona de esa manera, que ellos no deben tomar los 4 metros por separado, por el contrario deben tenerlos en cuenta como un solo pedazo, y replantear su solución.

Después de aclarar sus dudas, Rubén afirma que deben dividir 4 entre 5 lo que les arroja un resultado de 0,8 m. De allí surge otro inconveniente: cuando se les pregunta cómo pueden medir ese 0,8 m en la tela, Rubén dice que con un metro, se le pregunta: ¿De qué manera se puede medir 0,8 con un metro?, el piensa por un instante y responde que no se puede, así que Diego le aconseja que pase esos 0,8 metros a centímetros y que así es más fácil poder medir el pedazo de tela.

Figura 45. Respuesta de Mayner en la Actividad No. 5


1. Para confeccionar unos disfraces, cinco amigos se compran 4 metros de determinada tela. ¿Cómo se la repartirán?

4/5 Porque son 4 mt de tela y 5 amigos

1/5 1/5 1/5 1/5

2. Tenemos dos galletas redondas y se van a repartir en partes iguales entre cuatro niñas. ¿Cuánta galleta le toca a

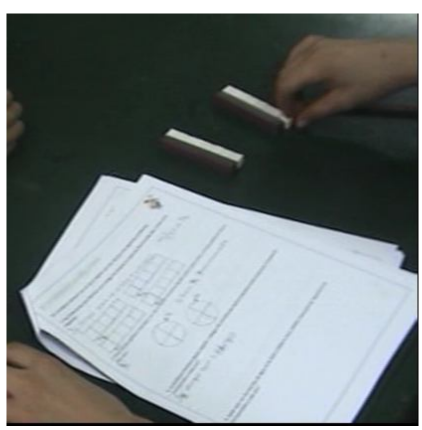
Fuente: la Autora

En la solución de los siguientes ejercicios se observa cómo los estudiantes dan prioridad al hecho de dividir cada unidad en la totalidad de personas y no en un grupo determinado.

3. La profesora de Artística desea repartir 2 pliegos de cartulina de manera equitativa entre 8 alumnos ¿Cuántos le corresponde a cada uno?

En la imagen se observa como Mayner asocia cada pliego de cartulina con una regleta marrón y cada alumno con una regleta blanca, como cada regleta marrón puede dividirse en 8 pedazos, su respuesta indica que a cada niño le correspondía 2/8 de cartulina lo que representa en la vida real que cada pliego se divide en 8 pedazos y cada niño recibía dos de esos pedazo.

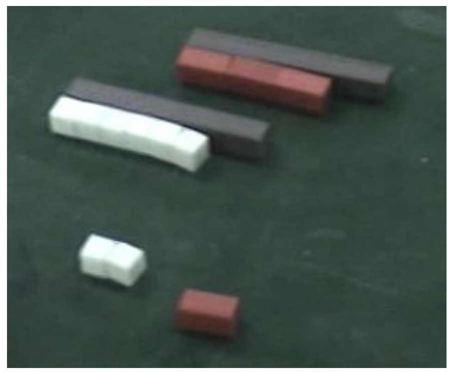
Figura 46. Solución de Mayner en la Actividad No. 5



Fuente: la Autora

Se pregunta si puede existir otra forma de hacerlo. Diego manifiesta que sí existe y ésa consiste en dividir la regleta marrón en 4 regletas rojas, es decir cada pliego en 4 pedazos, al comparar y al observar las regletas Mayner descubre que es lo mismo y afirma que es mucho más fácil, por lo tanto a cada niño le corresponde 1/4; es decir que 1 pliego de cartulina se divide en 4 alumnos y a cada uno le corresponde uno de esos pedazos.

Figura 47. Respuesta de Diego y Mayner en la Actividad No. 5



Fuente: la Autora

6. Hay tres barras de chocolate y se quiere repartir de forma equitativa entre 5 niños. ¿Cuántos le corresponde a cada uno?

Aunque en la solución de este problema no se exige la utilización de las regletas, los estudiantes hacen uso de ellas para representarlo. En su desarrollo se representa cada barra de chocolate con una regleta anaranjada y cada niño con una regleta roja, para continuar deciden dividir cada barra de chocolate en 5 pedazos y afirman que a cada niño le corresponde 1/5 de cada barra de chocolate, es decir 3/5 del total.

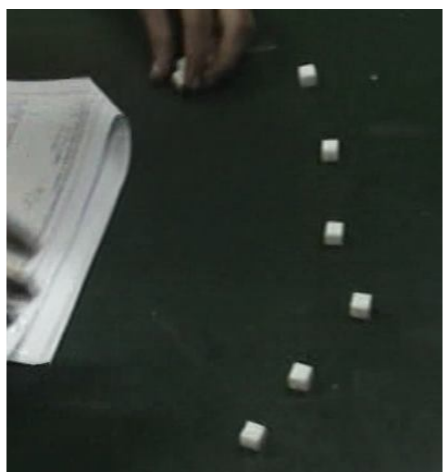
Figura 48. Solución de Diego en la Actividad No. 5

Fuente: la Autora

8. De su viaje a Bogotá, Vanesa compró una caja de ocho donas, ¿Cómo debe repartir todas las donas de forma equitativa entre sus seis primitos?

En la imagen que se presenta a continuación Mayner hace uso de las regletas blancas para representar cada dona.

Figura 49. Solución de Mayner en la Actividad No. 5



Fuente: la Autora

Después de repartir una dona para cada primo Mayner observa que sobran 2 donas, por lo tanto concluye que a cada primo le corresponde 1 sola, entonces se le pregunta: ¿Qué debe hacerse con las otras dos? él responde: nada. Se le pide que lea nuevamente el problema y que observe que allí dice que debe repartir

todas las donas de manera equitativa, así que las 2 donas que le habían sobrado también debía repartirlas. Esta situación complica las cosas para Mayner, él dice que no sabe qué hacer, se le manifiesta que debe pensar por un instante en las 8 donas, que se las imagine e intente pensar un poco más en el problema. Después de algún tiempo y de observar detenidamente las ocho regletas blancas él decide dar a cada niño 1 dona y después indica que cada dona sobrante la debe repartir en tres, 1/3 para cada niño, lo anterior le permite concluir que a cada uno le corresponde 1 dona y 1/3 de dona.

En este problema se observa la dificultad que presentan los estudiantes cuando la cantidad que se desea repartir es mayor que las partes en las que se desea dividir. Aclaradas sus dudas, se logra la comprensión de este tipo de ejercicios.

Al observar las situaciones podemos afirmar que, la poca compresión lectora que tienen los estudiantes para el análisis de las situaciones problema propuesto, les impide tener claridad para encontrar las soluciones. Lo anterior hace un poco más difícil el aprendizaje del tema de las representaciones de la fracciones, ya que en él se hace indispensable diferenciar las situaciones aquí planteadas.

Además, en esta etapa nuevamente el uso de las regletas juega un papel muy importante en la solución de algunos problemas porque lleva a los estudiantes a visualizar los problemas y a tener una mayor claridad de los mismos; para aquellos problemas en los cuales las regletas no son necesarias los estudiantes simplemente recurren a la realización de gráficas que les permitan modelar la situación.

Etapa V (Integración)

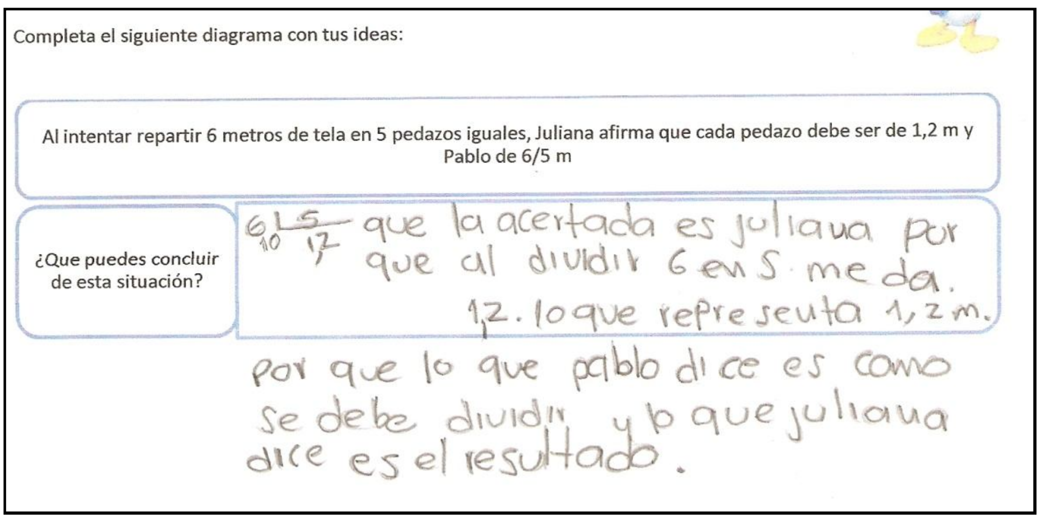
Para concluir la actividad, se presenta a los estudiantes una situación en la cual se debe reconocer la fracción como un cociente que puede llegar a ser un valor decimal que representa la misma cantidad. Así mismo, debe decidirse cuál es la respuesta adecuada para la solución del problema.

Situación problema

Al intentar repartir 6 metros de tela en 5 pedazos iguales, Juliana afirma que cada pedazo debe ser de 1,2 m y Pablo de 6/5 m. ¿Qué puedes concluir de esta situación?

Entre todos concluyen que las dos respuestas son acertadas, que es lo mismo tener 1,2 que 6/5 ya que después de realizar la división de 6 en 5 el resultado coincide con el valor decimal. Sin embargo Leidy adiciona que la mejor respuesta es 1,2 ya que para ella 6/5 indica la operación de dividir 6 en 5 en cambio 1,2 es el resultado. En ese instante aclaramos entonces que para la solución de este problema es preciso dejar el valor decimal como la posible solución, debido a que es más fácil medir sobre los 6 metros de tela 1,2 metros en lugar de dividir los 6 metros de tela en 5 pedazos, lo cual hace complicada la situación.

Figura 50. Conclusiones de Leidy en la Actividad No. 5



Completa el siguiente diagrama con tus ideas:

Al intentar repartir 6 metros de tela en 5 pedazos iguales, Juliana afirma que cada pedazo debe ser de 1,2 m y Pablo de 6/5 m

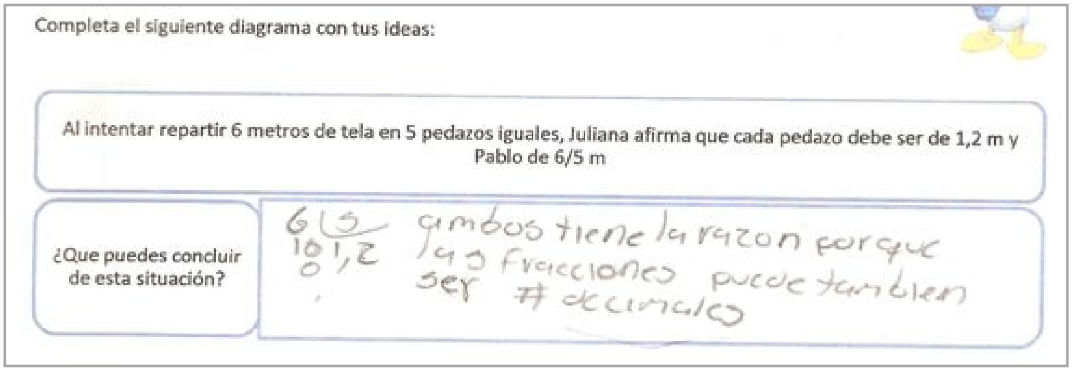
¿Que puedes concluir de esta situación?

6 |5 10 12 que la acertada es juliana por que al dividir 6 en 5 me da. 1,2. lo que representa 1,2 m.

por que lo que pablo dice es como se debe dividir y lo que juliana dice es el resultado.

Fuente: la Autora

Figura 51. Conclusiones de Mayner en la Actividad No. 5



Completa el siguiente diagrama con tus ideas:

Al intentar repartir 6 metros de tela en 5 pedazos iguales, Juliana afirma que cada pedazo debe ser de 1,2 m y Pablo de 6/5 m

¿Que puedes concluir de esta situación?

6 | 5
10 1,2
0

ambos tiene la razon porque las fracciones puede tambien ser # decimales

Fuente: la Autora

2.6 LA FRACCIÓN COMO UN OPERADOR: “APLICANDO OPERADORES”

Antes de iniciar la actividad “APLICANDO OPERADORES” se realiza un pequeño repaso con los estudiantes, en el cual no se plantean situaciones problema si no que se intenta encontrar las diferencias entre las tres actividades anteriores.

Mayner inicia afirmando que en la primera actividad los problemas consistían en dividir y tomar una parte. Inmediatamente Rubén dice que en la segunda se dividía y se comparaba. Diego finaliza diciendo que en la tercera actividad simplemente se dividía pero que al final seguían siendo fracciones.

Al parecer las respuestas dadas por los estudiantes, aunque no son muy claras del todo, responden acertadamente a cada una de las representaciones de la fracción trabajadas anteriormente, es decir, se ha logrado diferenciar cada una en distintos contextos. A continuación se presenta la actividad entregada a los estudiantes para la comprensión de la fracción como un operador y su respectivo análisis. (Ver anexo F).

Etapa I (Información)

Para iniciar la actividad se presentan a los estudiantes dos situaciones problemas donde la fracción juega un papel muy importante como operador. Los estudiantes no logran resolver los problemas, argumentando que no entienden lo que se debe hacer, es decir el manejo de esta representación es casi nulo para los estudiantes.

Etapa II (Orientación libre)

Antes de comenzar la actividad con las regletas los estudiantes deben aprender la forma como se aplica una fracción a una regleta. Por esta razón, a continuación se presenta un ejemplo:

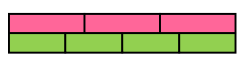
Ejemplo:

Apliquemos la fracción 3/4 a la siguiente regleta 

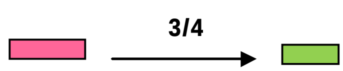
<u>Primera opción</u>

1. Se debe reunir tantas regletas rosadas como lo indique el numerador. (Multiplicación)

2. Después, se debe dividir esa unión en las veces que indique el denominador y teniendo en cuenta siempre la regleta que se utiliza en esta división. (División)

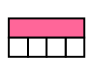


Es decir, luego de aplicar la fracción 3/4 a la regleta rosada obtenemos una regleta verde

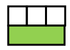


<u>Segunda opción</u>

1. Se debe dividir la regleta rosada en las veces que indique el denominador. (División)



2. Después se debe reunir tantas regletas blancas como lo indique el numerador y si es posible se debe remplazar esta unión por una nueva regleta. (Multiplicación)



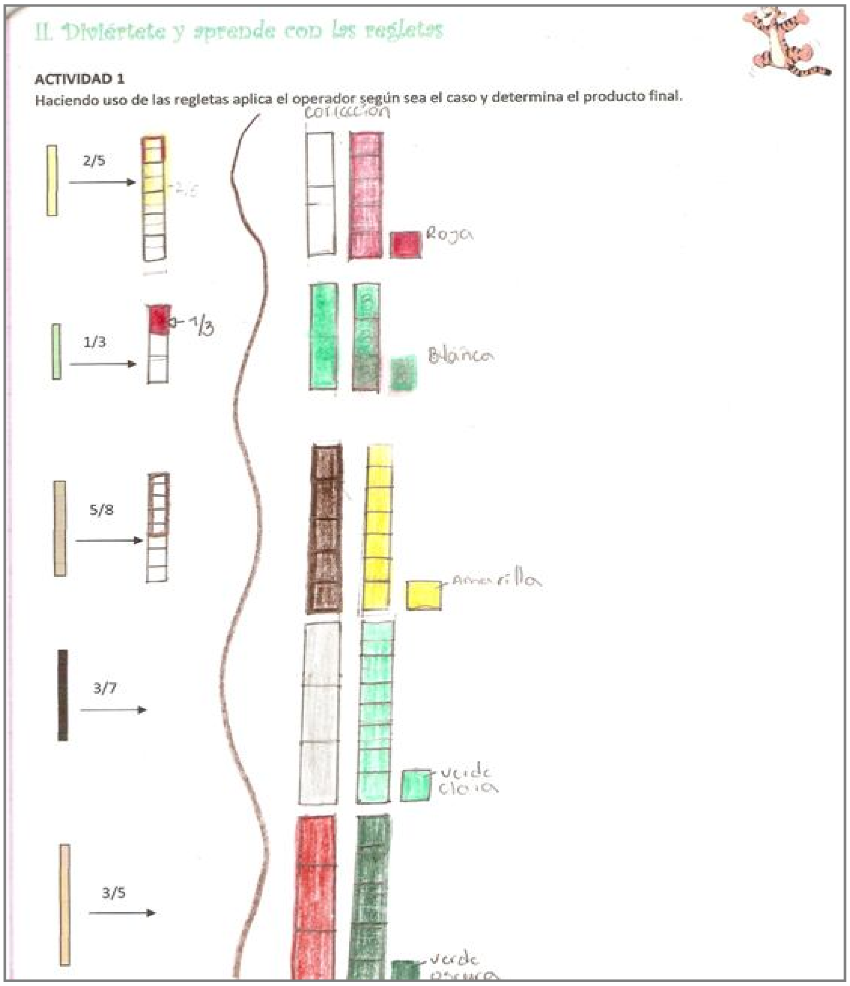
Se observa que después de aplicar la fracción 3/4 a la regleta rosada independientemente del orden de ejecución de las operaciones se obtiene la regleta verde.

Después de las indicaciones anteriores, se da inicio a la actividad cuyo objetivo primordial es reconocer lo que sucede con el tamaño o valor de un objeto o cantidad cuando se aplica sobre él o ella una fracción propia o impropia.

La etapa está dividida en tres partes: en la primera, se aplican determinadas fracciones a las regletas pero debe observarse cuidadosamente lo que sucede con la regleta inicial y su transformación, es decir, la regleta resultante; en la segunda parte, se analiza la relación que existe entre el numerador y el denominador para establecer si es una fracción propia o impropia y, para finalizar se concluye lo que sucede con las regletas después de aplicar una fracción propia o impropia.

Uno de los pre saberes valiosos para el desarrollo de esta etapa, es el concepto de fracción propia e impropia que manejan los estudiantes. Lo anterior permite reconocer con facilidad cada una de las fracciones (propia e impropia) y lo que le sucede a determinada regleta cuando se aplica sobre ella una fracción. Como puede observarse en las siguientes imágenes.

Figura 52. Respuesta de Diego en la Actividad No. 6



Fuente: la Autora

Figura 53. Respuesta de Diego en la Actividad No. 6

¿Qué ha sucedido con el tamaño de las regletas después de aplicar los operadores indicados?

de mayor regleta se transformo a menor regleta

¿Qué relación observas entre el numerador y el denominador de los operadores?

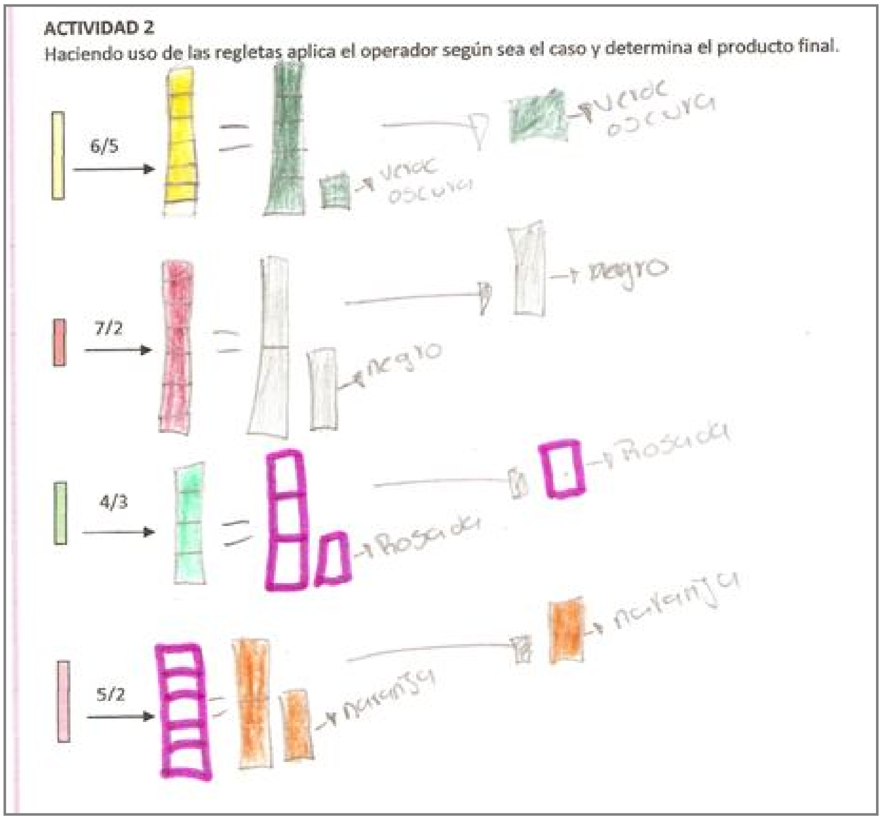
que el numerador es menor y el denominador mayor.

¿Qué puedes concluir de la actividad anterior?

que tenemos cualquier regleta y la transformamos con una fracción propia y obtenemos una regleta de menor tamaño.

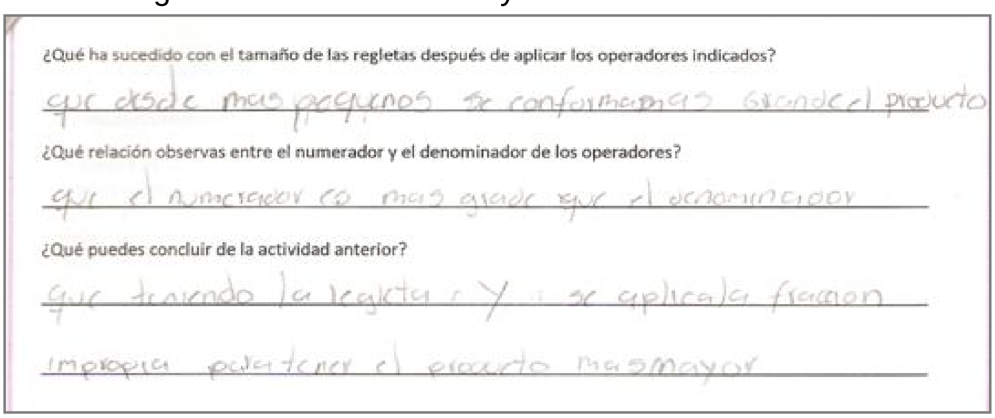
Fuente: la Autora

Figura 54. Solución de Mayner en la Actividad No. 6



Fuente: la Autora

Figura 55. Solución de Mayner en la Actividad No. 6



¿Qué ha sucedido con el tamaño de las regletas después de aplicar los operadores indicados?

que desde mas pequenos se conformamas grande el producto

¿Qué relación observas entre el numerador y el denominador de los operadores?

que el numerador es mas grade que el denominador

¿Qué puedes concluir de la actividad anterior?

que teniendo la regleta y se aplica la fracion impropia para tener el proucto mas mayor

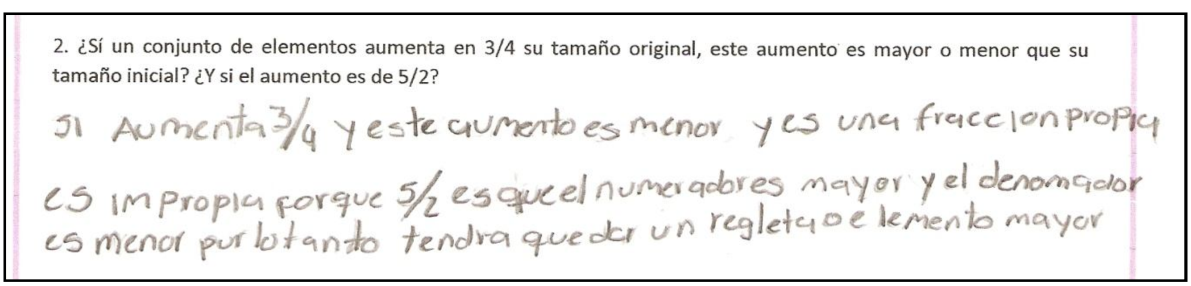
Fuente: la Autora

Etapa III (Explicitación)

Durante esta etapa los alumnos comparten sus ideas acerca de la forma como se determina si una regleta o conjunto de elementos aumenta o disminuyen su tamaño original después de aplicar una determinada fracción.

Al intentar dar solución a la situación problema: **¿Sí un conjunto de elementos aumenta en 3/4 su tamaño original, este aumento es mayor o menor que su tamaño inicial? ¿Y si el aumento es de 5/2?** Mayner presenta algunos inconvenientes para comprenderla. Diego, al observar que Mayner no identifica muy bien lo que debe hacer, se acerca a él y le dice que lea la conclusión que había escrito anteriormente: "que teniendo la regleta y se aplica la fracción impropia para tener el producto más mayor". Además agrega que si con la impropia obtiene una mayor entonces con la propia una menor, le indica que le diga qué clase de fracción es 5/2, Mayner responde que una impropia porque el numerador es mayor que el denominador, después Diego le pregunta: ¿qué daría, una regleta mayor o una menor? Mayner responde: una regleta mayor, así que Diego finaliza diciendo "eso es lo que debe hacer". Después de aclarar sus inquietudes Mayner da solución a la pregunta como se observa en la siguiente imagen.

Figura 56. Respuesta de Mayner en la Actividad No. 6


2. ¿Sí un conjunto de elementos aumenta en 3/4 su tamaño original, este aumento es mayor o menor que su tamaño inicial? ¿Y si el aumento es de 5/2?

si Aumenta 3/4 y este aumento es menor y es una fraccion propia
es impropia porque 5/2 es que el numerador es mayor y el denomador
es menor por lotanto tendra que dar un regleta o elemento mayor

Fuente: la Autora

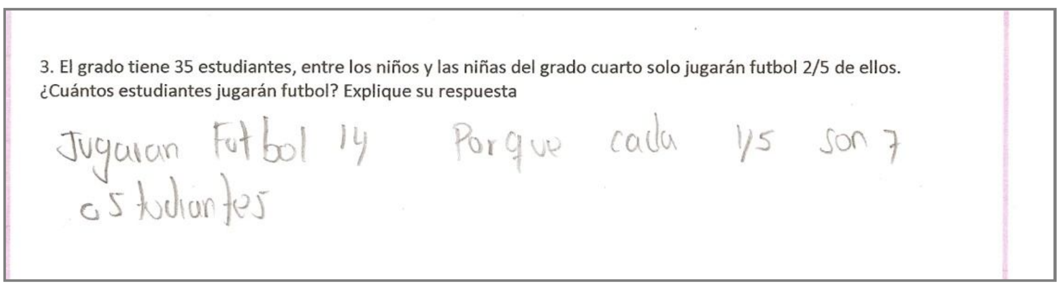
Lo interesante en la solución de las preguntas es el énfasis que se da a los términos fracción propia e impropia, estos son indispensables para concluir lo que sucede con el tamaño original de un elemento o conjunto de elementos después de aplicar una fracción.

Etapa IV (Orientación libre)

Después de asociar las fracciones a multiplicaciones y divisiones sucesivas (independiente del orden) los estudiantes desarrollan correctamente las situaciones problemas presentadas en esta etapa.

Algo curioso sucede con el tipo de respuestas que presenta Rubén, como se observa en las imágenes, él realiza pocas operaciones de multiplicación y división, por el contrario, establece primero el todo como una fracción entera para después busca el valor numérico que representan una parte de la fracción.

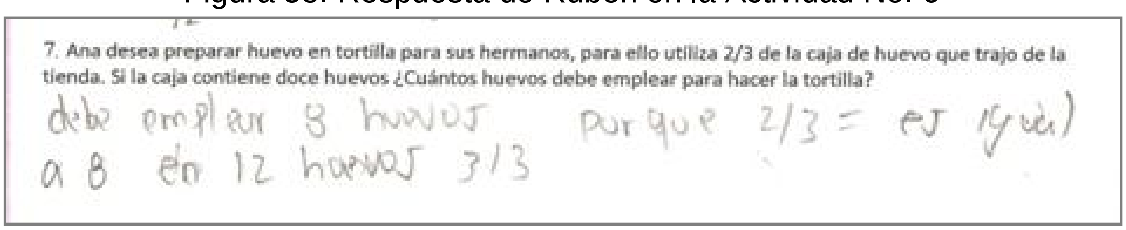
Figura 57. Respuesta de Rubén en la Actividad No. 6


3. El grado tiene 35 estudiantes, entre los niños y las niñas del grado cuarto solo jugarán futbol 2/5 de ellos. ¿Cuántos estudiantes jugarán futbol? Explique su respuesta

Jugaran Futbol 14 Porque cada 1/5 son 7 estudiantes

Fuente: la Autora

Figura 58. Respuesta de Rubén en la Actividad No. 6


7. Ana desea preparar huevo en tortilla para sus hermanos, para ello utiliza 2/3 de la caja de huevo que trajo de la tienda. Si la caja contiene doce huevos ¿Cuántos huevos debe emplear para hacer la tortilla?

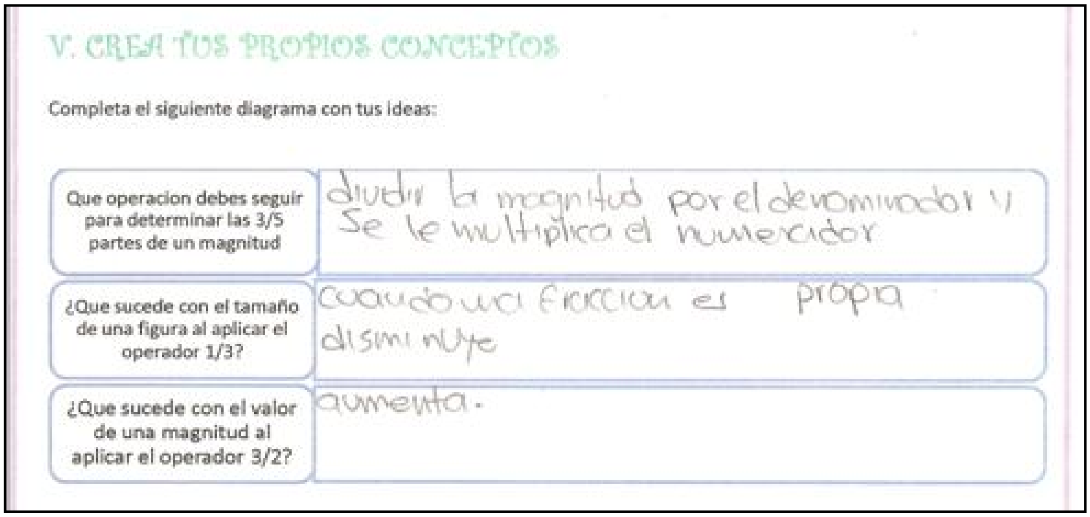
debe emplear 8 huevos porque 2/3 = es igual a 8 en 12 huevos 3/3

Fuente: la Autora

Etapa V (Integración)

En las siguientes imágenes se observa cómo los estudiantes dejan clara una estructura de lo que puede suceder con una figura o una magnitud cuando se aplica una fracción determinada, ya sea propia o impropia.

Figura 59. Conclusiones de Leidy en la Actividad No. 6



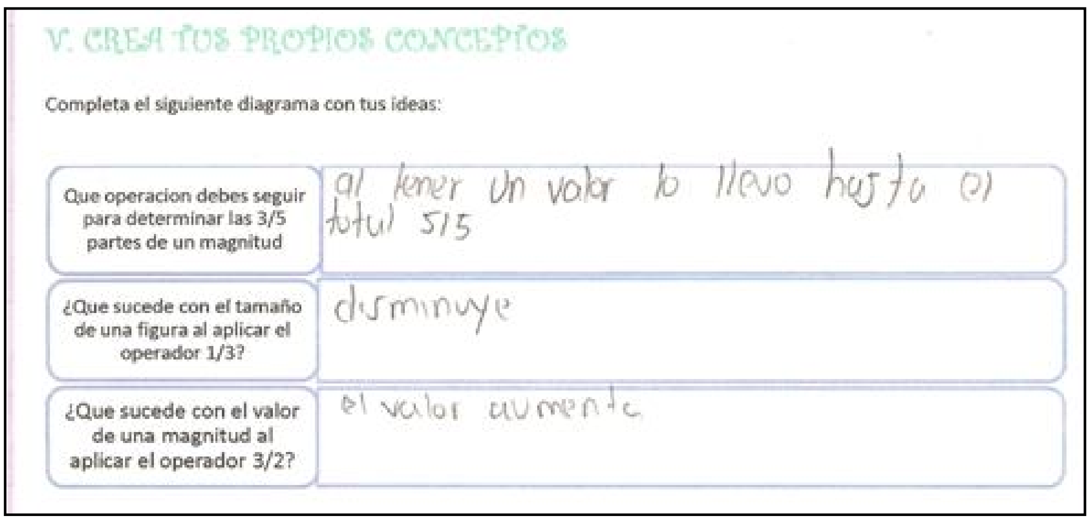
V. CREA TUS PROPIOS CONCEPTOS

Completa el siguiente diagrama con tus ideas:

Que operacion debes seguir para determinar las 3/5 partes de un magnitud	dividir la magnitud por el denominador y Se le multiplica el numerador
¿Que sucede con el tamaño de una figura al aplicar el operador 1/3?	cuando una fraccion es propia disminuye
¿Que sucede con el valor de una magnitud al aplicar el operador 3/2?	aumenta.

Fuente: la Autora

Figura 60. Conclusiones de Rubén en la Actividad No. 6



V. CREA TUS PROPIOS CONCEPTOS

Completa el siguiente diagrama con tus ideas:

Que operacion debes seguir para determinar las 3/5 partes de un magnitud	al tener un valor lo llevo hasta el total 5/5
¿Que sucede con el tamaño de una figura al aplicar el operador 1/3?	disminuye
¿Que sucede con el valor de una magnitud al aplicar el operador 3/2?	el valor aumenta

Fuente: la Autora

A pesar de que en esta etapa Rubén nuevamente expresa que su manera de proceder es determinar el todo como una fracción entera para después encontrar la fracción que se quiere, puede decirse que se obtuvo un balance positivo ya que los estudiantes pudieron comprender claramente lo que sucede con una magnitud cuando se aplica un operador fracción cualquiera.

2.7 PRUEBA DIAGNOSTICA FINAL

Esta prueba ha sido elaborada con el fin de conocer si las falencias presentadas en algunos de los problemas propuestos en la prueba diagnóstica inicial han sido superadas. En ella se presenta a los estudiantes una variedad de problemas donde pueden identificarse claramente las distintas representaciones de las fracciones; su solución depende únicamente de los saberes o conceptos aprendidos durante las actividades anteriores. Es importante mencionar que no se permite el uso de las regletas para el desarrollo de la prueba, esto teniendo en cuenta que el material concreto debe ser una herramienta para llegar al conocimiento y el estudiante debe desprenderse totalmente de él para poder generalizar sus conocimientos.

A continuación se presenta el diseño de la prueba diagnóstica final presentada por los estudiantes y posteriormente su respectivo análisis. (Ver Anexo G)

En el desarrollo de esta prueba puede concluirse que los estudiantes:

1. Comprendieron que las partes de una fracción deben ser iguales en área.

2. Lograron identificar y representar la fracción en un todo continuo o discreto.

3. Identificaron y determinaron claramente la fracción que representa la relación entre dos figuras.

4. Aunque se pudo reconocer la fracción propia e impropia como el operador que transforma un objeto o cantidad en algo más grande o más pequeño, se presentan nuevamente algunos inconvenientes con las figuras que mantienen dos dimensiones (largo y ancho). Sin embargo, después de aclarar sus dudas el problema es resuelto correctamente. Lo anterior puede considerarse un equivocación en la realización de la actividad de la fracción como operador.

5. Los problemas 10 y 11 planteados en la prueba son resueltos de formas diferentes sin dejar de lado que la cantidad correspondiente de elementos para una persona después de realizar la distribución puede ser representada por una fracción.

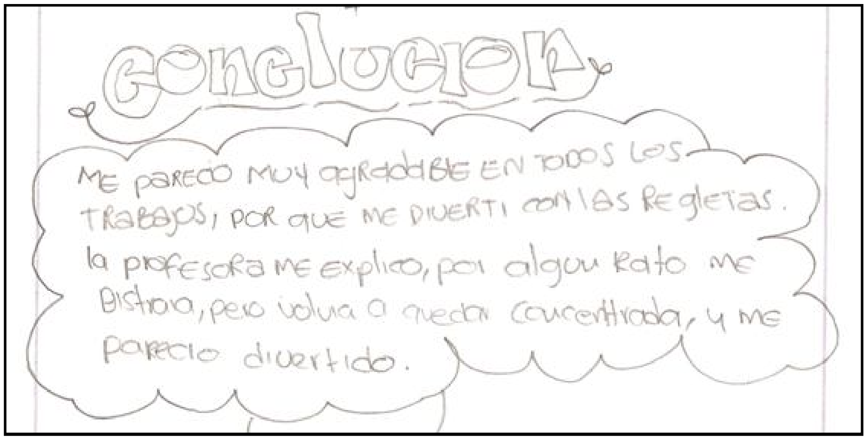
6. En el problema número 12 los estudiantes logran identificar la fracción como un cociente que puede llegar a ser un valor decimal que representa la misma cantidad, el cual puede tenerse en cuenta como una posible solución al problema.

7. Aunque el uso de las regletas no es permitido en la realización de la prueba los estudiantes constantemente mantienen en sus respuestas la regleta como la posible herramienta que les permitía recordar el proceso a seguir para dar solución a los problemas.

Para concluir puede afirmarse que el objetivo de las actividades ha sido alcanzado en su totalidad teniendo en cuenta los inconvenientes presentados en cada una de ellas.

Al finalizar la prueba diagnóstica final se ha pedido a los estudiantes que realicen una pequeña conclusión de la experiencia y del uso de las regletas.

Figura 61. Conclusiones generales de Leidy.

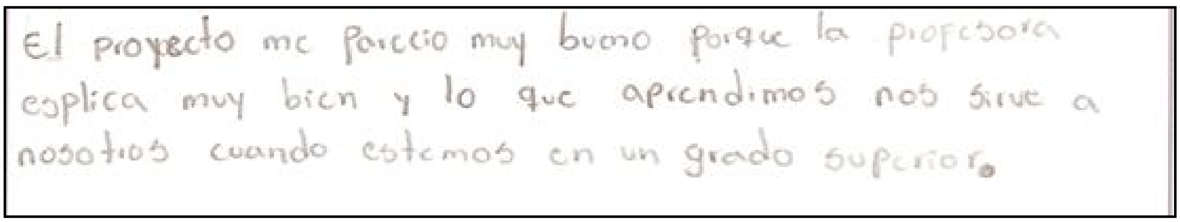


Conclución

ME pareco muy agradable EN todos los trabajos, por que me diverti con las Regletas.
la profesora me explico, por algun Rato me Bistraia, pero volvia a quedar Cocentrada, y me parecio divertido.

Fuente: la Autora

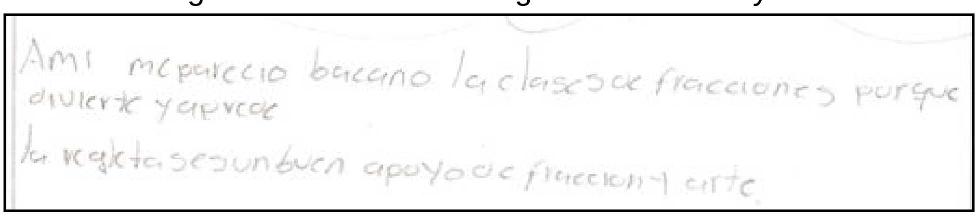
Figura 62. Conclusiones generales de Diego.



El proyecto me parecio muy bueno porque la profesora esplica muy bien y lo que aprendimos nos sirve a nosotros cuando estemos en un grado superior.

Fuente: la Autora

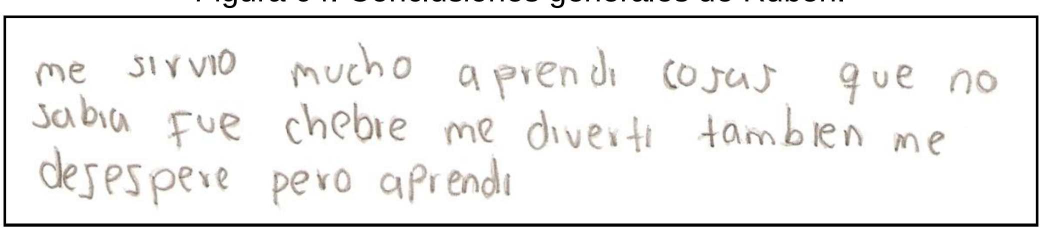
Figura 63. Conclusiones generales de Mayner



Ami meparecio bacano la clase de fracciones porque divierte y aprende
la regletas es un buen apoyo de fraccion y arte

. Fuente: la Autora

Figura 64. Conclusiones generales de Rubén.



me sirvio mucho aprendi cosas que no sabia fue chebre me diverti tambien me desespere pero aprendi

Fuente: la Autora

CONCLUSIONES

- Durante el proceso de experimentación y análisis de resultados realizado en el Colegio Integrado Madre de la Esperanza se pudo concluir que a través de la manipulación de las regletas de Cuisenaire en el proceso de enseñanza y de aprendizaje de las representaciones de la fracciones, los niños logran construir nuevos conocimientos y reafirman los ya existentes. Las regletas como herramienta didáctica fortalecen y dinamizan las actividades, atraen el interés de los niños para asumir preguntas y desafíos, llevándolos a elaborar respuestas y a descubrir soluciones que se adapten a sus condiciones.

- El aprendizaje grupal y el uso de material didáctico en el aula de clase fue una alternativa positiva, logrando que los estudiantes desde la estimulación de sus sentidos y la experimentación con su entorno comprobarán aquellos conceptos que aprendían teóricamente en clase, especialmente lo concerniente al tema de las fracciones que ha sido un tema difícil comprender.

- Asimismo se pudo observar que las regletas de Cuisenaire fueron de gran utilidad para la construcción de cada una de las representaciones de las fracción y posteriormente la aplicación de las mismas. En la representación de la fracción como parte de un todo el uso de las regletas fue fundamental ya que permitió comprender que las partes de una fracción deben ser iguales en área o en cantidad; lo anterior fue posible gracias a que las divisiones realizadas con las regletas fue siempre con regletas de igual tamaño o en grupos de igual cantidad. Al reconocer la fracción como la división del todo en la cantidad de partes iguales que indique el denominador y tomar las que indique el numerador se permitió identificar claramente la región que debe ser sombreada en un todo continuo cuando se desea representar en él determinada fracción.

- En cuanto a la representación de la fracción como la razón entre dos cantidades podríamos concluir que el uso las regletas permitió comprender la relación que presentan los elementos en una regla de tres simple, además se logró establecer la relación entre dos regletas haciendo uso de una tercera tomada como unidad de referencia y asimismo encontrar nuevas regletas que mantenga la misma relación. Aunque los resultados han sido satisfactorios es importante profundizar un poco más en la forma de determinar la relación entre dos figuras que mantienen dos dimensiones, ya que con el uso de las regletas solo es posible manejar una sola dimensión debido a que sus altos y sus anchos son iguales, sin embargo dadas algunas sugerencia puede crearse alguna manera para establecer dicha relación.

- En la representación de la fracción como un cociente fue indispensable intentar repartir una regleta o cantidad de regletas en cierta cantidad de persona, para obtener como resultado una fracción, luego se otorgaron valores numéricos a cada una de las regletas con el fin de realizar la división y obtener como resultado un valor decimal o entero. El uso de las regletas permitió una vez más obtener las dos representaciones, tanto la fracción, como el valor decimal o entero y al compararlas se pudo comprender que los dos valores representan la misma cantidad.

- Por otra parte, el uso de las regletas permitió visualizar y comprobar el aumento o la disminución de una regleta cuando se opera sobre ella determinada fracción, asociando este proceso a multiplicaciones y divisiones aplicadas sobre sus magnitudes, lo anterior fue posible en la representación de la fracción como un operador.

- Complementar el trabajo en grupo y el uso de las regletas con la elaboración de las guías cuyo fin es el de comprender cada una de las representaciones de las fracciones, es indiscutiblemente una estrategia muy práctica que permitió la creación de un ambiente de trabajo agradable donde los niños adquieren con mayor facilidad y motivación los conceptos desarrollados en clase, logrando construir un concepto más representativo y significativo para ellos, confrontando sus conocimientos con la nueva información. Para el diseño de las actividades fueron útiles las fases de aprendizaje de Van Hiele, en ellas se agotan la curiosidad y la posibilidad de juego de los estudiantes a través de la exploración y manipulación del material, asimismo se logró la abstracción del concepto mediante la interacción con las regletas, para luego interiorizarlas en operaciones mentales que dejan de lado el uso del material.

- De esta manera se podría concluir que el trabajo desarrollado por los estudiantes fue satisfactorio, los objetivos descritos al inicio del trabajo han sido alcanzados en un alto porcentaje; demostrando que la clase de matemáticas puede desarrollarse de manera más dinámica haciendo uso de material didáctico como lo son las regletas de Cuisenaire, eliminando la apatía propia de esta área del conocimiento y aprovechando al máximo el potencial de nuestros estudiantes, integrando las nociones matemáticas con el desarrollo intelectual, social y emocional.

BIBLIOGRAFÍA

AFANADOR, Ariel (2008). Construir el concepto de suma y resta de números fraccionarios en alumnos de cuarto grado a través de la manipulación de las regletas de Cuisenaire. Bucaramanga: Universidad Industrial de Santander.

BAENA, Jean y VEGA**,** Ruth (2007). Las regletas de como una estrategia en la construcción en la aplicación del concepto de proporción. Bucaramanga: Universidad Industrial de Santander.

BECERRA, Dilcia, BECERRA, Aura, RODRÍGUEZ, Omaira, NOCUA, Blanca y SUÁREZ, José. (2006). Programa de capacitación y acompañamiento a docentes de Cundinamarca y Duitama para el desarrollo de los niveles de competencia de matemáticas y diseño de secuencias didácticas a partir de las experiencias significativas de los maestros FRACCIONES, JUEGO Y APRENDIZAJE. Ministerio de Educación Nacional, Universidad del Valle. Instituto de Educación y Pedagogía. Área de Educación Matemática

CAMPOS, Fernando. (1998). Hacia el rescate del material didáctico para la enseñanza de las matemáticas. Hobo, Colombia.

CUBERO, Rosario. (1995). Cómo trabajar con las ideas de los alumnos. Tercera edición. Sevilla: Diada. 1995.

DICKSON, L, BROWN, N y GIBSON, O. (1991). El aprendizaje de las matemáticas. Barcelona. Editorial Labor, S.A.

FREUDENTHAL, Hans. (1994). Fenomenología didáctica de las estructuras matemáticas. México: Departamento de Matemática Educativa del Cinvestav-IPN. (Traducción de L. Puig).

GAIRÍN, J. (1998). Sistemas de representación de números racionales positivos. Un estudio con maestros en formación. Tesis Doctoral inédita. Universidad de Zaragoza.

MEN. (1998). Lineamientos curriculares de matemáticas. Santa Fe de Bogotá: Creamos alternativa Soc. Ltda.

MORCOTE, Olivero y FLORES, Pablo. (2000). "Algunos elementos del conocimiento profesional en la planeación de clases de futuros profesores de secundaria (un caso: las fracciones)". España. Universidad de Granada.

PERERA, Paula y VALDEMOROS**,** Marta. (2007). Propuesta didáctica para la enseñanza de las fracciones en cuarto grado de educación primaria. México.

QUINTERO, Ana (2006). Interpretaciones de las fracciones. En: CRAIM. Puerto Rico. Vol. 1, Nº 1.

RODRÍGUEZ, Félix. (2007-2008). Matemáticas y su didáctica II: el modelo de Van Hiele. España.

STREEFLAND, L. (1991). Fractions in Realistic Mathematics Education. A Paradigm of Developmental Research. Netherlands

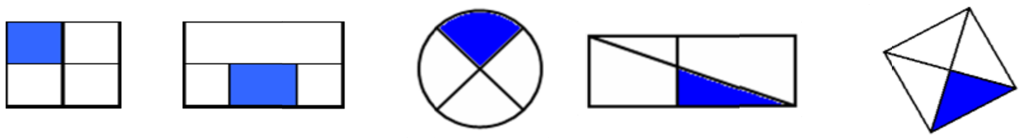
VASCO, C. (1988): "El archipiélago fraccionario". Un Nuevo Enfoque para la Didáctica de las Matemáticas, Vol 2. Ministerio de Educación Nacional, Bogotá.

ANEXOS

Anexo A. Prueba diagnóstica

PRUEBA DIAGNOSTICA

1. Tacha las figuras en las que **NO** se ha coloreado 1/4

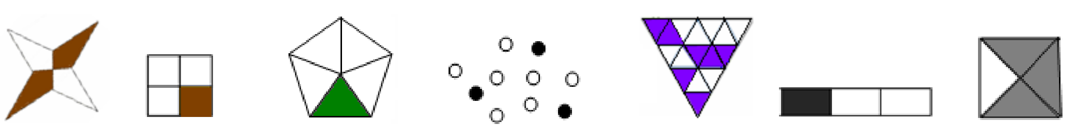


2. Juliana le da a su hermano 1/5 de sus caramelos. ¿Cuántos caramelos le corresponden a su hermano?

Selecciona la respuesta correcta: (Justifica tu repuesta)

a.  b.  c.  d. 

3. Qué fracción representa la parte sombreada

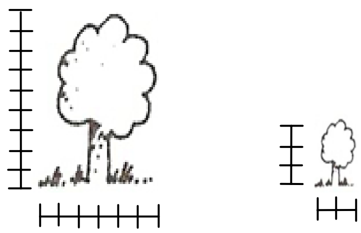


______ ______ ______ _______ ______ _______ ______

4. Un empresario desea donar la tercera parte de su terreno a una fundación. Colorea la parte que le corresponde a la fundación.

5. Determina la fracción que representa la relación que existe entre las figuras A y B. Justifica tu respuesta.

Figura A Figura B



6. En un salón de clase hay 30 niñas y 15 niños ¿Cuál es la relación entre los niños y niñas? Justifica tu respuesta

7. Para hacer crema de chocolate para 4 personas se necesitan:

6 onzas de chocolate
1 cucharadas de azúcar
4 yemas de huevo y
8 almendras entre otros ingredientes

¿Qué necesita Sofía, de **CADA** ingrediente, para preparar una crema para 6 personas? Justifica tu respuesta

____ Onzas de chocolate
____ Cucharadas de azúcar
____ Yemas de huevo
____ almendras, entre otros ingredientes

8. Dibuje la figura que resulta de aplicar el transformador indicado en cada caso:

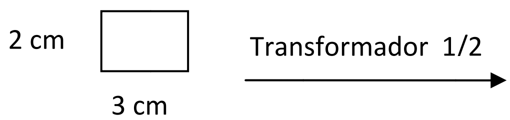


Figura 1

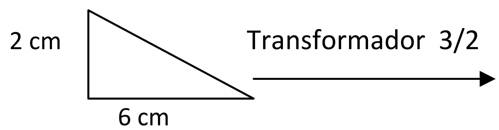


Figura 2

9. Un comerciante ofrece a un campesino la posibilidad de incrementar en ¾ su cosecha al usar cierto abono de mejor calidad. Si el campesino cosecho 8 toneladas de maíz el comerciante le informa que el **AUMENTO** será de más de 10 toneladas ¿es esto cierto? Justifica tu respuesta

10. Tienes que repartir 36 donas entre 8 compañeros ¿Cuánto le corresponde a cada niño? Justifica tu respuesta

11. Juan tiene que repartir 3 pizzas entre 4 amigos. ¿Qué fracción de pizza le corresponde a cada amigo? Justifica tu respuesta

12. La profesora Alexandra pide a sus alumnos resolver el siguiente problema: "deseo partir una varilla de 1 metro de longitud en 4 partes iguales ¿Cuánto debe medir cada uno?"; Juan responde que 1/4 y Laura dice que 0,25 m. ¿Quién tiene la razón? ¿Por qué?

"Haz de tu vida un sueño y de ese sueño una realidad"

Anexo B. Conociendo las regletas

"CONOCIENDO LAS REGLETAS"

Nombre: ____Fecha: ______________

OBJETIVO: lograr que los niños se familiaricen con las regletas de Cuisenaire a través de la manipulación.

¡¡Reúnete con un compañero para compartir las regletas y responder las siguientes preguntas!!

1. Con ayuda de las regletas elabore figuras y dibuje 3 en la hoja.

Preguntas:

*2. ¿Qué formas tienen las regletas?*____

3. ¿Cuántos colores diferentes hay? Descríbelos

____

4. ¿Qué puedes decir acerca del tamaño de las regletas? ¿Puedes establecer algún orden?

____

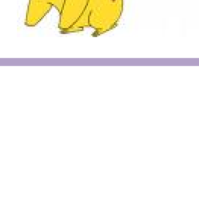
____

5. ¿Haciendo uso de las demás regletas de cuantas formas puedes dividir la regleta anaranjada? Dibujalas

6.¿Cuántas regletas Rojas son necesaria para formar la regleta Marrón? Dibujalas.

7. ¿Cuántas regletas Amarillas son necesarias para formar la regleta Negra? Dibujalas.

8. ¿Cuántas regletas blancas son necesarias para formar una regleta Verde Oscura?



9. De cuántas formas puedes unir las regletas para conformar la longitud de la regleta Azul?

10. Que otras relaciones puedes establecer entre las regletas? dibujalas

SABIAS QUE

George Cuisenaire estaba enseñando en su escuela en Thuin en Bélgica cuando se inventó estas ahora famosas barras como un medio de ayudar a sus alumnos y alumnas con su estudio de la aritmética. Hizo entonces un descubrimiento establecido

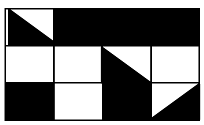
Anexo C. Exploremos el mundo de las fracciones

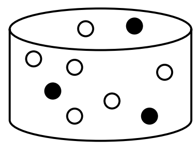
"EXPLOREMOS EL MUNDO DE LAS FRACCIONES"

Nombre: ____ **Fecha:** _______________

I. Responde las siguientes preguntas:

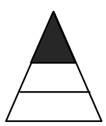
1. Qué fracción representan las regiones sombreadas



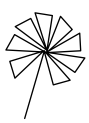


_______ _______

2. ¿La parte sombreada representa 1/3 del triángulo? Justifica tu respuesta



3. Juliana coloreo un cuarto de la flor de color rojo y un medio de color azul. ¿Qué fracción de la flor no coloreo Juliana?

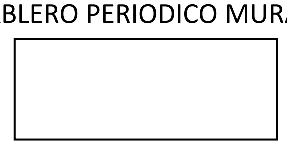


4. El maestro dividió el tablero del periódico mural que tiene forma rectangular de la siguiente manera:

- La mitad del tablero será usada para la bandera de Colombia
- la cuarta parte para los deportes
- y el espacio restante para gráficos

Realiza la representación gráfica de la situación anterior

TABLERO PERIODICO MURAL



II. Diviértete y aprende con las regletas

Haciendo uso de las regletas responde:

1. ¿De cuántas maneras puedes dividir la regleta Verde oscura en **partes iguales**? Dibújalas

¿Si tomas una de las partes en que ha sido dividida la regleta Verde, qué fracción representa?

2. ¿De cuántas maneras puedes dividir la regleta Amarilla en **partes iguales**? Dibújalas

¿Si tomas una de las partes en que ha sido dividida la regleta Amarilla, qué fracción representa de la misma? ¿Si tomas 2?

3. ¿De cuántas maneras puedes dividir la regleta Anaranjada en **partes iguales**? Dibújalas

¿Si tomas una de las partes en que ha sido dividida la regleta Anaranjada, qué fracción representa de la misma? ¿Si tomas 3 partes?

4. ¿En cuántos grupos de **igual cantidad** de regletas puedes dividir 6 regletas rosadas? Dibújalas

¿Si tomas uno de los grupos en los que ha sido dividido las 6 regletas, qué fracción representa?

5. ¿En cuántos grupos de **igual cantidad** de regletas puedes dividir 12 regletas rosadas? Dibújalas

¿Si tomas uno de los grupos en los que ha sido dividido las 12 regletas, qué fracción representa?

6. ¿Cuál regleta representa la mitad (1/2) de la regleta anaranjada? ¿Por qué? Dibújala

7. ¿Cuál regleta representa la tercera parte (1/3) de la regleta azul? ¿Por qué? Dibújala

8. ¿Cuál regleta representa la cuarta parte (1/4) de la regleta Marrón? ¿Por qué? Dibújala

9. ¿Qué regletas representan los 3/4 de la regleta rosada? ¿Por qué? Dibújalas

10. ¿Qué regletas representan los 2/5 de la regleta Anaranjada? ¿Por qué? Dibújalas

11. ¿Qué regletas representan 2/3 de un conjunto de 9 regletas blancas? ¿Por qué? Dibújalas

III. COMPARTIENDO MIS IDEAS

Compara y discute con tus compañeros tus respuestas

1. ¿Es cierto que la regleta roja representa 1/3 de la regleta verde oscura? Justifica tu respuesta

2. De qué manera puedes hallar la unidad, si sabes que 3 regletas amarillas representan la mitad. Justifica tu respuesta

IV. EVALUEMOS LO APRENDIDO

Si lo consideras necesario haz uso de las regletas para dar solución a los siguientes problemas:

1. De una canasta de 12 flores, 1/3 son rosas y un 1/4 son girasoles y el resto son orquídea. ¿Cuántas flores hay de cada clase?

2. José ha plantado diferentes árboles frutales en su parcela. Los 2 árboles de mango representan 1/4 del total de árboles frutales plantados por José ¿Cuántos árboles frutales ha plantado José?

3. Si Julián recibe $200.000 como adelanto de la tercera parte de su sueldo ¿Cuánto dinero gana mensualmente?

4. El queso holandés cuesta $12 ¿Cuánto me cobraran por 3/4 de ese queso?

5. Una pizza cuesta $12.000 ¿Cuánto debe pagar Gabriela si desea comer 1/4?

6. Juliana le da a su hermano 1/5 de sus caramelos. ¿Cuántos caramelos le corresponden a su hermano?

a.  b.  c.  d. 

7. Un empresario desea donar la tercera parte de su terreno a una fundación. Colorea la parte que le corresponde a la fundación.

8. Juliana debe pagar a su hermano la tercera parte de sus ahorros. Estás de acuerdo que juliana entregue a su hermano $400, si sus ahorros son $1200. Justifica tu respuesta

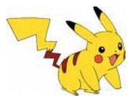
9. Fue útil el uso de las regletas en la solución de los problemas planteados ¿Porque?

V. CREA TUS PROPIOS CONCEPTOS

Completa el siguiente diagrama con tus ideas

¿Qué significa hallar la tres cuartas partes (3/4) de la unidad?	
¿Qué significa hallar la tercera parte (1/3) de un conjunto de elementos?	
¿Cómo identificas la fracción que representa una parte de la unidad?	

Anexo D. Descubriendo razones



"DESCUBRIENDO RAZONES"

Nombre: ____ Fecha: _______________

I. Responde las siguientes preguntas:

1. Qué fracción representa la relación que existe entre las figuras A y B

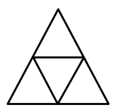


Figura A

Figura B

2. La relación entre los alumnos que aprueban el examen de inglés de una escuela de idiomas y los matriculados es de 3/5. Si este año se han matriculado 20 personas ¿Cuántos matriculados podrán aprobar el examen?

3. En una encuesta realizada a 60 personas 20 leen un libro al año. ¿Qué fracción representa la cantidad de personas que leen un libro al año?

II. Diviértete y aprende con las regletas

Haciendo uso de las regletas representa las siguientes situaciones:

1. ¿Cuántas regletas amarillas son necesarias para formar la regleta anaranjada? Establece y representa mediante una fracción la relación existente entre la regleta amarilla y anaranjada.

2. ¿Cuántas regletas verdes claras son necesarias para formar la regleta azul? Establece y representa mediante una fracción la relación existente entre la regleta verde clara y azul.

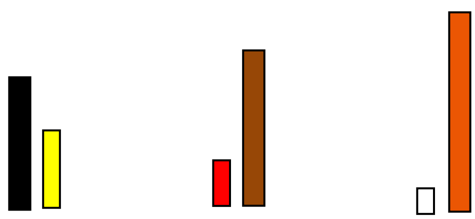
3. ¿Cuántas regletas Blancas son necesarias para formar la regleta Rosada? ¿Cuántas para formar la regleta Verde Oscura? Teniendo en cuenta las respuestas anteriores, establece y representa mediante una fracción la relación existente entre las regletas Rosada y Verde Oscura.

4. ¿Cuántas regletas Rojas son necesarias para formar la regleta Rosada? ¿Cuántas para formar la regleta Verde Oscura? Teniendo en cuenta las respuestas anteriores establece y representa mediante una fracción la relación que existe entre las regletas Rosada y Verde Oscura

5. ¿Cuántas regletas Verdes claras son necesarias para formar la regleta Verde Oscura? ¿Cuántas para formar la regleta Azul? ¿Qué fracción representa la relación que existe entre las regletas Azul y Verde Oscura?

6. ¿Cuántas regletas Blancas son necesarias para formar la regleta Verde Oscura? ¿Cuántas para formar la regleta Azul? ¿Qué fracción representa la relación que existe entre las regletas Azul y Verde Oscura?

7. Encuentra la fracción que representa la relación existente entre las siguientes regletas:

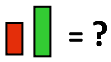


______ ______ ______

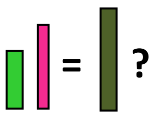
8. Encuentra las regletas que mantienen la relación 3/2. Justifica tu respuesta

9. Encuentra las regletas que mantienen la relación 1 a 4. Justifica tu respuesta

10. Teniendo en cuenta la relación que existe entre la regleta Roja y Verde clara, encuentre nuevas regletas que mantengan la misma relación. Justifica tu respuesta



11. Teniendo en cuenta la relación que existe entre las regletas rosada y verde clara encuentra una regleta que al compararla con la verde oscura mantenga la misma relación. Justifica tu respuesta



III. COMPARTIENDO MIS IDEAS

1. ¿Podríamos afirmar que la relación entre las regletas roja y marrón es 2 a 8? Justifica tu respuesta

2. La relación entre las regletas blanca y roja es la misma que se encuentra cuando se compara las regletas amarilla y anaranjada respectivamente

IV. EVALUEMOS LO APRENDIDO

1. Un poste de 3 m de altura, en cierto instante da una sombra de 6 m. ¿Cuánto debe medir de alto otro poste, si en ese mismo instante, da una sombra de 4 m?

2. De cada cinco encuestados uno prefiere leer antes de ver TV. ¿Si se encuestaron 100 personas, cuántos prefirieron leer antes que ver TV?

3. Un plano se encuentra a escala 1:500 ¿Qué medida tendrá en la realidad una habitación que en el plano mide 4 cm?

4. La relación entre niños y niñas en el aula de clase es 3/2 respectivamente, por lo tanto si en clase hay 15 niños, ¿Cuántas niñas hay?

5. Luís compra una camisa por $35.000, le hacen un descuento del 10%. ¿Cuánto pagará por la camisa?

6. Determina la fracción que representa la relación que existe entre las figuras A y B. Justifica tu respuesta.

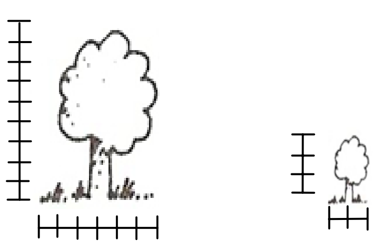


Figura A Figura B

V. CREA TUS PROPIOS CONCEPTOS

¿Qué significa que dos elementos esten en relación 1/2?	
¿Que significa que dos elementos esten en relación 3 a 4?	
¿Cómo se determina la relación entre dos elementos?	
¿Cómo se reconoce cuando dos grupos de elementos tienen la misma relación?	

Anexo E. Dividiendo valores

"DIVIDIENDO VALORES"

Nombre: ____ **Fecha:** ______________

I. Responde las siguientes preguntas:

1. Al final del año escolar se compraron 7 turrones para repartir entre los 21 alumnos de la clase. ¿Cuánto comió cada uno?

2. Para preparar una ensalada de frutas se necesita: 1,25 Kg de banano, 1 1/4 de manzana, medio kilo de papaya, 0,75 kg de uvas, 1/8 de Kg de pera. ¿Cuántos kg de fruta se necesitaron?

3. Hay seis galletas en forma de rectángulo y se van a repartir, en partes iguales, entre cuatro niñas. ¿Cuánto le toca a cada una?

4. Tenemos tres barras de chocolate y se van a repartir, en partes iguales, entre ocho niños. ¿Cuánto le toca a cada uno?

II. Diviértete y aprende con las regletas

Haciendo uso de las regletas responde:

1. Si tuvieras que repartir la regleta Marrón entre 4 personas. ¿Qué fracción le corresponde a cada una?

2. Si deseamos repartir 3 regletas rosadas entre 4 personas de tal manera que cada una reciba la misma cantidad ¿Qué fracción le corresponde a cada una?

3. Si deseamos repartir 2 regletas verdes oscuras entre 3 personas de manera equitativa ¿Qué fracción le corresponde a cada una?

4. Si deseamos repartir 3 regletas negras entre 7 personas de tal manera que cada una reciba la misma cantidad ¿Cuánto le corresponde a cada una?

5. Si deseamos repartir 3 regletas Verdes oscuras en 2 grupos de manera equitativa ¿Cuánto habría en cada grupo?

6. Si deseamos repartir 4 regletas verdes claras en 3 grupos, de tal manera que cada uno tenga la misma cantidad ¿Cuánto le corresponde a cada uno?

7. Si deseamos repartir 1 regleta verde oscura entre 2 personas de tal manera que cada una reciba la misma cantidad ¿Cuánto le corresponde a cada una? Si se le asignara a la regleta verde oscura el valor de 1 ¿Cuánto valdría cada pedazo?

8. Si deseamos repartir 1 regleta rosada entre 4 personas de tal manera que cada una reciba la misma cantidad ¿Cuánto le corresponde a cada una? Si se le asignara a la regleta rosada el valor de 1 ¿Cuánto valdría cada pedazo?

9. Si deseamos repartir 1 regletas verde oscura entre 3 personas de tal manera que cada una reciba la misma cantidad ¿cuánto le corresponde a cada una? Si la regleta verde oscura adquiriera el valor 1 ¿Cuánto valdría cada pedazo?

10. Si deseamos repartir 5 regletas rojas entre 2 personas de tal manera que cada una reciba la misma cantidad ¿Cuánto le corresponde a cada una? Si la regleta roja adquiriera el valor 1 ¿Cuánto habría recibido cada una?

III. COMPARTIENDO MIS IDEAS

Comparte y discute con tus amigos las siguientes afirmaciones:

1. Luisa dice que ha gastado 1/2 metro de tela y Camila 0,5 m. Luisa afirma que ha gastado más ¿Es esto cierto? Justifica tu respuesta

2. Si se ha de repartir 3 barras de chocolates entre 4 niños de manera equitativa ¿Cuánto le corresponde a cada uno? Justifica tu respuesta

IV. EVALUEMOS LO APRENDIDO

Si lo consideras necesario haz uso de las regletas para dar solución a los siguientes problemas:

1. Para confeccionar unos disfraces, cinco amigos se compran 4 metros de determinada tela. ¿Cómo se la repartirán?

2. Tenemos dos galletas redondas y se van a repartir en partes iguales entre cuatro niñas. ¿Cuánta galleta le toca a cada una?

3. La profesora Artística desea repartir 2 pliegos de cartulina de manera equitativa entre 8 alumnos ¿Cuántos le corresponde a cada uno?

4. Supón que con dos barriles de agua se ha dado a beber a cinco caballos ¿Qué parte del depósito le ha correspondido a cada uno?

5. Un barril contiene 6 litros de aceite y desea repartirse de manera equitativa en cuatro barriles más pequeños ¿Cuánto aceite debe agregarse a cada uno?

6. Hay tres barras de chocolate y se quiere repartir de forma equitativa entre 5 niños. ¿Cuántos le corresponde a cada uno?

7. Para la reunión del grupo de ciencias en la casa de Camila, se han comprado dos pasteles redondos iguales. Si a la reunión asistieron 8 personas, ¿Qué parte del pastel le corresponde a cada uno?

8. De su viaje a Bogotá, Vanesa compró una caja de ocho donas, ¿Cómo debe repartir todas las donas de forma equitativa entre sus seis primitos?

V. CREA TUS PROPIOS CONCEPTOS

Completa el siguiente diagrama con tus ideas:

Al intentar repartir 6 metros de tela en 5 pedazos iguales, Juliana afirma que cada pedazo debe ser de 1,2 m y Pablo de 6/5 m

¿Que puedes concluir de esta situación?	

Anexo F. Aplicando operadores

"APLICANDO OPERADORES"

Nombre: ____ Fecha: ______________

I. Responde las siguientes preguntas:

1. En una "cassette" de 60 minutos de duración he grabado todas las canciones de un disco que me han prestado, ocupando los 3/5 de la cara A y los 4/6 de la B.

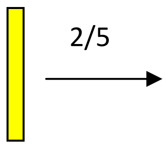
a. ¿Cuántos minutos ocupó de cada cara?
b. ¿Cuál era la duración del disco?
c. ¿Cuánto tiempo me queda para grabar?

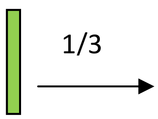
2. Un padre decide repartir 2.100.000 entre sus tres hijos. Al mayor decide darle las 2/5 partes; al siguiente los 3/7, y al menor el resto. ¿Qué cantidad se llevó cada uno?

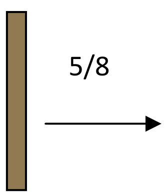
II. Diviértete y aprende con las regletas

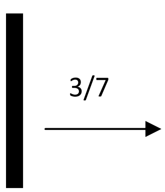
ACTIVIDAD 1

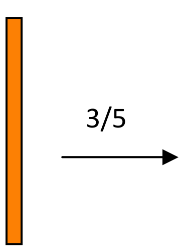
Haciendo uso de las regletas aplica el operador según sea el caso y determina el producto final.











¿Qué ha sucedido con el tamaño de las regletas después de aplicar los operadores indicados?

____

¿Qué relación observas entre el numerador y el denominador de los operadores?

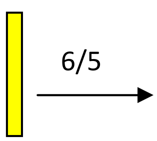
____

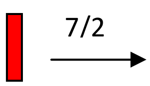
¿Qué puedes concluir de la actividad anterior?

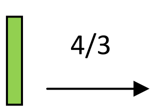
____

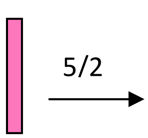
____

ACTIVIDAD 2
Haciendo uso de las regletas aplica el operador según sea el caso y determina el producto final.









¿Qué ha sucedido con el tamaño de las regletas después de aplicar los operadores indicados?

____

¿Qué relación observas entre el numerador y el denominador de los operadores?

____

¿Qué puedes concluir de la actividad anterior?

____

____

III. COMPARTIENDO MIS IDEAS

Comparte y discute con tus amigos las siguientes situaciones:

1. ¿Si se aplica el operador 3/2 a la regleta rosada podemos afirmar que obtenemos una regleta de mayor tamaño? ¿Sucede lo mismo si aplicamos el operador 1/3? Justifica tu respuesta

2. ¿Sí un conjunto de elementos aumenta en 3/4 su tamaño original, este aumento es mayor o menor que su tamaño inicial? ¿Y si el aumento es de 5/2?

IV. EVALUEMOS LO APRENDIDO

Si lo consideras necesario haz uso de las regletas para dar solución a los siguientes problemas:

1. La compra de un televisor y una estufa ha costado $1.800.000. Si el televisor ha costado 2/3 de total ¿Cuál es el valor de cada artículo?

2. Camilo tiene un billete de $2000 y quiere regalarle la cuarta parte del valor a su hermana Catalina. ¿Qué cantidad de dinero le regala a su hermana? Explique su respuesta

3. El grado tiene 35 estudiantes, entre los niños y las niñas del grado cuarto solo jugarán futbol 2/5 de ellos. ¿Cuántos estudiantes jugarán futbol? Explique su respuesta

4. Se han consumido los 5/6 de una caja de 30 bombones. ¿Cuántos bombones quedan?

5. Las 3/5 partes de un curso de 140 alumnos de la Facultad de Ciencias Agrarias nació en Sabana de Torres, 1/4 de los restantes nació en otras provincias y los demás son extranjeros. ¿Cuántos alumnos nacieron en sabana de Torres? ¿Cuántos son extranjeros? y ¿Cuántos nacieron en otras provincias?

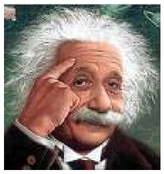
6. Ana desea preparar huevo en tortilla para sus hermanos, para ello utiliza 2/3 de la caja de huevo que trajo de la tienda. Si la caja contiene doce huevos ¿Cuántos huevos debe emplear para hacer la tortilla?

V. CREA TUS PROPIOS CONCEPTOS

Completa el siguiente diagrama con tus ideas:

¿Que operacion debes seguir para determinar las 3/5 partes de un magnitud?	
¿Que sucede con el tamaño de una figura al aplicar el operador 1/3?	
¿Que sucede con el valor de una magnitud al aplicar el operador 3/2?	

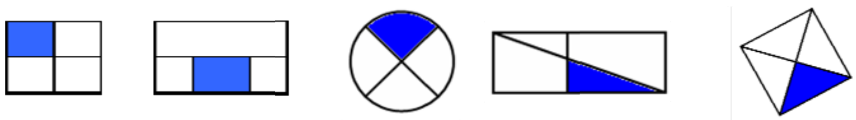
Anexo G. Prueba diagnóstica final



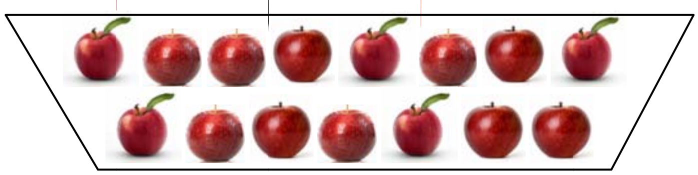
PRUEBA DIAGNOSTICA FINAL

Nombre:____ **Fecha:**____________________

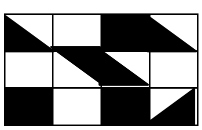
1. Tacha las figuras en las que **NO** se ha coloreado ¼



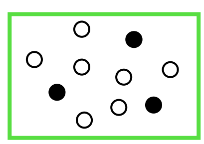
2. Si un comerciante ha vendido 2/5 de sus manzanas ¿Cuántas manzanas ha vendido?



3. Qué fracción representa la parte sombreada

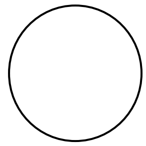


____



____

4. Camila desea regalar a su hermano la cuarta parte de su torta. Colorea la parte que le corresponde al hermano.



5. Determina la fracción que representa la relación que existe entre las figuras A y B. Justifica tu respuesta.

Figura A

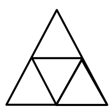
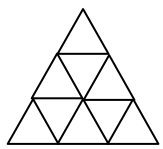


Figura B



6. En un salón de clase la relación entre los niños y niñas es de 2/3 respectivamente. Si en el salón de clase hay 15 niñas ¿Cuántos niños hay?

7. Para hacer crema de chocolate para 4 personas se necesitan:

6 onzas de chocolate
1 cucharadas de azúcar
4 yemas de huevo y
8 almendras entre otros ingredientes

¿Qué necesita Sofía, de **CADA** ingrediente, para preparar una crema para a 6 personas? Justifica tu respuesta

_____ Onzas de chocolate
_____ Cucharadas de azúcar
_____ Yemas de huevo
_____ almendras, entre otros ingredientes

8. Dibuje la figura que resulta de aplicar el transformador indicado en cada caso:

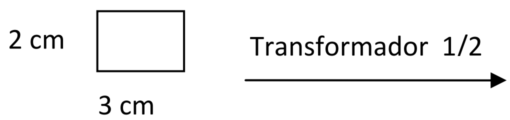


Figura 1

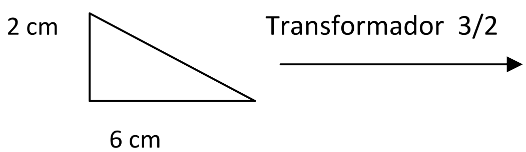


Figura 2

9. Un comerciante ofrece a un campesino la posibilidad de incrementar en ¾ su cosecha al usar cierto abono de mejor calidad. Si el campesino cosecho 8 toneladas de maíz el comerciante le informa que el **AUMENTO** será de más de 10 toneladas ¿es esto cierto? Justifica tu respuesta

10. Tienes que repartir 36 donas entre 8 compañeros ¿Cuánto le corresponde a cada niño? Justifica tu respuesta

11. Juan tiene que repartir 3 pizzas entre 4 amigos. ¿Qué fracción de pizza le corresponde a cada amigo? Justifica tu respuesta

12. La profesora Alexandra pide a sus alumnos resolver el siguiente problema: "deseo partir una varilla de 1 metro de longitud en 4 partes iguales ¿Cuánto debe medir cada uno?"; Juan responde que ¼ y Laura dice que 0,25 m. ¿Quién tiene la razón? ¿Por qué?

"Haz de tu vida un sueño y de ese sueño una realidad"