

**EVALUACIÓN CINEMÁTICA, TERMODINÁMICA, Y DINÁMICA DE UN  
MECANISMO DE TRANSMISIÓN DE POTENCIA BASADO EN UN SISTEMA  
EJE-ENGRANAJE-CREMALLERA APLICADO A UN MOTOR DIESEL**

**NURIS MARIA ROYERT MONTT  
CRISTIAN ALONSO VALERO GÓMEZ**

**UNIVERSIDAD INDUSTRIAL DE SANTANDER  
FACULTAD DE INGENIERÍA FÍSICO-MECÁNICAS  
ESCUELA DE INGENIERÍA MECÁNICA  
BUCARAMANGA**

**2020**

**EVALUACIÓN CINEMÁTICA, TERMODINÁMICA, Y DINÁMICA DE UN  
MECANISMO DE TRANSMISIÓN DE POTENCIA BASADO EN UN SISTEMA  
EJE-ENGRANAJE-CREMALLERA APLICADO A UN MOTOR DIESEL**

**NURIS MARIA ROYERT MONTT  
CRISTIAN ALONSO VALERO GÓMEZ**

**Trabajo de grado para optar el título de: Ingeniero Mecánico**

**Director:  
YESID JAVIER RUEDA ORDÓÑEZ  
PhD. Ingeniero Mecánico**

**UNIVERSIDAD INDUSTRIAL DE SANTANDER  
FACULTAD DE INGENIERÍA FÍSICO-MECÁNICAS  
ESCUELA DE INGENIERÍA MECÁNICA  
BUCARAMANGA**

**2020**

## DEDICATORIA

*Dedico este logro a nuestro Dios, el creador y dador de todo, quien con su bendición dio la sapiencia para alcanzar este sueño.*

*A mi madre, Martha Cecilia Royert Montt faro y guía en el largo, difícil y sorprendente camino llamado vida. Sin tu presencia simplemente sería silencio, sin embargo, por ti hoy puedo ofrecerte este logro, porque más que mío es tuyo.*

*A mis abuelos Jaime Royert Sánchez “In memoriam” y María Montt de Royert, quienes con su ejemplo me han enseñado el significado del amor incondicional por medio de su apoyo, consejos y sus confianzas inconmensurables, me han formado para hacer de mis sueños una realidad.*

*A mi familia, quienes día a día me han enseñado el valor de unidad, la importancia que tiene en mí y la necesidad de poder contar con ustedes de manera constante.*

*A mis amigos y compañeros en especial a Alejandra Alarcón, quienes han sido luz en este largo trasegar académico y que con su ayuda he podido alcanzar este logro.*

*Finalmente, a mi compañero Cristian Alonso Valero Gómez quien con su dedicación, apoyo, incondicionalidad y tesón concluimos de manera excepcional este trabajo*

**Nuris María Royert Montt**

## DEDICATORIA

*A mis padres Jorge A. Valero y Alexandra Gómez, quienes aún en los momentos difíciles siempre han estado conmigo y con su amor, esfuerzo y apoyo me dieron el impulso para hacer posible este logro.*

*A mi hermano Fabian Valero por el apoyo brindado a lo largo de mi vida.*

*A mis abuelos Cleofelina Ardila “In memoriam” y Jorge Valero, por ser un pilar fundamental en mi ser, por su amor y ayuda incondicional.*

*A mi familia, en especial a mi tío Omar Valero, por su ayuda y orientación durante mi carrera universitaria.*

*A mis amigos y compañeros con quienes compartí grandes momentos que me permitieron crecer tanto en lo personal como en lo profesional.*

*A mi novia Daniela, con quién he contado desde el momento en que la conocí, y quién con su amor y cariño incondicional siempre me motiva para continuar con mis metas.*

*A la familia Pico Acevedo, por hacerme sentir parte de su familia estos años fuera de casa.*

*A mi compañera de proyecto y buena amiga Nuris, por la paciencia y dedicación en la realización de nuestro proyecto, además del apoyo brindado desde los inicios de mi carrera profesional.*

**Cristian Alonso Valero Gómez**

## **AGRADECIMIENTOS**

A Dios por guiarnos y por permitirnos concluir con nuestro objetivo.

Al profesor Yesid Javier Rueda Ordoñez, por la confianza, apoyo y orientación en el desarrollo del proyecto.

A nuestra gloriosa Universidad Industrial de Santander, por brindarnos las herramientas necesarias para nuestro desarrollo profesional y ético.

A todos los docentes de la escuela de ingeniería mecánica por los conocimientos y sabiduría transmitida.

Al laboratorio de mantenimiento de la escuela por el espacio prestado para la elaboración de nuestro proyecto.

Y a todas las personas que aportaron un grano de arena para la ejecución de este proyecto.

## CONTENIDO

	<b>Pág.</b>
INTRODUCCIÓN .....	18
1. OBJETIVOS .....	20
1.1 OBJETIVO GENERAL .....	20
1.2 OBJETIVOS ESPECÍFICOS .....	20
2. MOTOR DE COMBUSTIÓN DE ENCENDIDO POR COMPRESIÓN .....	21
2.1 INTRODUCCIÓN .....	21
2.2 CICLO DIESEL .....	22
2.3 MOTORES CON MECANISMOS ALTERNOS .....	24
2.3.1 Motor rotativo wankel. ....	24
2.3.2 Motor RADMAX. ....	25
2.3.3 Motor Round Engine. ....	26
3. MECANISMO EJE-ENGRANAJE-CERAMALLERA (MEEC) .....	29
3.1 DISEÑO DEL MECANISMO SELECCIONADO .....	29
3.1.1 Diseño del engranaje. ....	29
3.1.2 Diseño cremallera. ....	32
4. ANÁLISIS CINEMÁTICO .....	34
4.1 CINEMÁTICA MOTOR CONVENCIONAL .....	34
4.1.1 Modelado geométrico.....	34
4.1.2 Modelado de múltiples cuerpos rígidos.....	37
4.1.2.1 Sistema de referencia y matriz de transformación. ....	38
4.1.2.2 Velocidad y aceleración angular. ....	38
4.1.2.3 Velocidad de los puntos A y B. ....	39
4.1.2.4 Aceleración de los puntos A y B. ....	40
4.1.2.5 Aceleración en los centros de masa. ....	42
4.2 CINEMÁTICA MOTOR DISEÑADO (MEEC) .....	44

4.2.1 Modelado geométrico.....	44
4.2.2 Modelado de múltiples cuerpos rígidos.....	46
4.2.2.1 Sistema de referencia y matriz de transformación. ....	47
4.2.2.2 Velocidad y aceleración angular del eje.....	48
4.2.2.3 Velocidad de los puntos A y B. ....	48
4.2.2.4 Aceleración de los puntos A y B. ....	49
4.2.2.5 Aceleración de los centros de masa. ....	51
5. ANÁLISIS TERMODINÁMICO .....	53
5.1 RETARDO DE AUTOENCENDIDO .....	57
5.2 MODELADO DE CALOR DE COMBUSTIÓN.....	58
5.3 PERDIDA DE CALOR POR LAS PAREDES DEL CILINDRO .....	60
5.3.1 Perdida de calor por convección.....	61
5.3.2 Perdida de calor por radiación. ....	64
5.4 TRABAJO BRUTO POR CICLO .....	64
5.5 POTENCIA INDICADA.....	65
5.6 EFICIENCIA TÉRMICA.....	65
6. ANÁLISIS DINÁMICO .....	66
6.1 MODELADO DINÁMICO MOTOR CONVENCIONAL.....	67
6.1.1 Reacciones dinámicas de la manivela .....	67
6.1.2 Reacciones dinámicas de la biela.....	70
6.1.3 Reacciones dinámicas del pistón.....	74
6.1.4 Fuerza de los gases de combustión.....	76
6.1.5 Matriz resultante mecanismo convencional. ....	77
6.2 MODELADO DINÁMICO DEL MOTOR DISEÑADO (MEEC) .....	78
6.2.1 Reacciones dinámicas del pistón.....	78
6.2.2 Reacciones dinámicas del conjunto cremallera. ....	79
6.2.3 Reacciones dinámicas del engranaje.....	82
6.2.3 Reacción dinámica del eje. ....	86
6.2.4 Fuerza de combustión.....	87
6.2.5 Matriz Resultante MEEC.....	88

7. RESULTADOS.....	89
7.1 ALTURA Y PESO DE LOS MECANISMOS .....	89
7.2 ANÁLISIS CINEMÁTICO .....	92
7.2 ANÁLISIS TERMODINÁMICO .....	95
7.2.1 Presión.....	96
7.2.2 Temperatura. ....	97
7.2.3 Trabajo indicado por ciclo .....	99
7.2.4 Eficiencia térmica indicada por ciclo. ....	101
7.2.5 Comparación termodinámica de los mecanismos.....	102
7.3 ANÁLISIS DINÁMICO .....	104
8. CONCLUSIONES .....	109
BIBLIOGRAFÍA.....	111
ANEXOS .....	114

## LISTA DE TABLAS

	<b>Pág.</b>
Tabla 1. Resultados altura y masa de los mecanismos. ....	92
Tabla 2. Datos del motor convencional. ....	92
Tabla 3. Datos del MEEC. ....	92
Tabla 4. Comparación de la posición velocidad y aceleración de los mecanismos. ....	95
Tabla 6. Datos dinámicos motor convencional. ....	105
Tabla 7. Datos dinámicos MEEC. ....	105
Tabla 8. Comparación de fuerza del gas variando RPM en los mecanismos. ....	107
Tabla 9. Matriz de función de calidad (QFD).....	115
Tabla 10. Ponderación de resultados. ....	118
Tabla 11. Especificaciones del motor. ....	120

## LISTA DE FIGURAS

	<b>Pág.</b>
Figura 1. Tipos de sistemas de combustión en motores Diésel. ....	21
Figura 2. Ciclo de operación de un motor de cuatro tiempos. ....	23
Figura 3. Diagrama P-v y T-s de un ciclo ideal Diésel. ....	23
Figura 4. Ciclo motor Wankel. ....	24
Figura 5. Motor RadMax. ....	26
Figura 6. Vista interior del motor rotativo Round Engine. ....	27
Figura 7. Engranaje diseñado. ....	32
Figura 8. Cremallera diseñada. ....	33
Figura 9. Representación mecanismo cigüeñal-biela-pistón (modelado geométrico) ....	35
Figura 10. Representación mecanismo cigüeñal-biela-pistón (modelado múltiples cuerpos rígidos) ....	37
Figura 11. Representación MEEC (modelado geométrico) ....	44
Figura 12. Representación MEEC (modelado cuerpo rígido) ....	47
Figura 13. Balance de energía en la cámara de combustión (sistema cerrado) ....	54
Figura 14. DCL Manivela mecanismo convencional. ....	67
Figura 15. DCL Biela mecanismo convencional. ....	71
Figura 16. DCL pistón mecanismo convencional. ....	75
Figura 17. DCL pistón MEEC. ....	78
Figura 18. DCL conjunto cremallera MEEC. ....	80
Figura 19. DCL Engranaje MEEC. ....	83
Figura 20. DCL eje MEEC. ....	86
Figura 21. Altura y masa del mecanismo tradicional. ....	90
Figura 22. Altura y masa del MEEC. ....	91
Figura 23. Gráfica posición vs ángulo. ....	93

Figura 24. Gráfica velocidad vs ángulo.....	94
Figura 25. Gráfica aceleración vs ángulo.....	95
Figura 26. Gráfica presión vs ángulo 2100 RPM .....	96
Figura 27. Gráfica Presión vs Angulo 2550 RPM.....	97
Figura 28. Gráfica presión vs ángulo 3000 RPM .....	97
Figura 29. Gráfica temperatura vs ángulo 2100 RPM.....	98
Figura 30. Gráfica temperatura vs ángulo 2550 RPM.....	98
Figura 31. Gráfica temperatura vs ángulo 3000 RPM.....	99
Figura 32. Gráfica trabajo vs ángulo 2100 RPM .....	99
Figura 33. Gráfica trabajo vs ángulo 2550 RPM .....	100
Figura 34. Gráfica trabajo vs ángulo 3000 RPM .....	100
Figura 35. Gráfica eficiencia vs ángulo 2100 RPM .....	101
Figura 36. Gráfica eficiencia vs ángulo 2550 RPM .....	102
Figura 37. Gráfica eficiencia vs ángulo 3000 RPM .....	102
Figura 38. Grafica de las variables termodinámicas a 2100 RPM .....	103
Figura 39. Grafica de las variables termodinámicas a 2550 RPM .....	103
Figura 40. Grafica de las variables termodinámicas a 3000 RPM .....	104
Figura 41. Gráfica fuerza del gas vs ángulo 2100 RPM.....	106
Figura 42. Gráfica fuerza lateral vs ángulo 2100 RPM .....	107
Figura 43. Momento torsor vs ángulo. ....	108
Figura 44. Diseño de la alternativa 1. ....	116
Figura 45. Diseño de la alternativa 2. ....	117
Figura 46. Diseño de la alternativa 3. ....	118
Figura 47. Vista en corte motor Diesel Cummins NT855. ....	120
Figura 48. Centro de masa del engranaje (MEEC) .....	122
Figura 49. Centro de masa del pistón (tradicional – MEEC) .....	122
Figura 50. Centro de masa de la biela. ....	123
Figura 51. Centro de masa del eje MEEC.....	123
Figura 52. Centro de masa de la manivela. ....	124

## LISTA DE ANEXOS

	<b>Pág.</b>
Anexo A. Prototipos y selección del mecanismo.....	114
Anexo B. Motor Diesel Cummins NT855,.....	120
Anexo C. Material .....	121
Anexo D. Centros de masa .....	122

## RESUMEN

**TÍTULO:** EVALUACIÓN CINEMÁTICA, TERMODINÁMICA, Y DINÁMICA DE UN MECANISMO DE TRANSMISIÓN DE POTENCIA BASADO EN UN SISTEMA EJE-ENGRANAJE-CREMALLERA APLICADO A UN MOTOR DIESEL\*.

**AUTORES:** NURIS MARÍA ROYERT MONTT.  
CRISTIAN ALONSO VALERO GÓMEZ\*\*

### Descripción:

La tecnología se desarrolla cada vez más rápido, siempre buscando crear equipos que ayuden y faciliten la vida diaria. Los motores diésel son unos de estos componentes. Sin embargo, el mecanismo utilizado es el mismo por esta razón en este trabajo se propuso una alternativa, la cual consiste en un sistema eje-engranaje-cremallera, donde se buscó que este nuevo mecanismo trabajara de manera similar al convencional.

Mediante el modelado geométrico y el modelado de cuerpo rígido se realizó el análisis cinemático y dinámico de ambos diseños y para el análisis termodinámico se implementó el modelo cero dimensional, seguidamente se compararon los análisis obtenidos de cada mecanismo.

En los resultados obtenidos, se observó que las variables termodinámicas como lo son la temperatura, presión, trabajo y eficiencia tienen un comportamiento similar, sin embargo, los valores del motor propuesto son menores al convencional, logrando un mecanismo más compacto con una reducción en el peso del 21,23 % y reducción en el tamaño del 15,74 % que favorece al sistema. Las fuerzas laterales que siente la camisa del pistón son nulas en el mecanismo diseñado, esto disminuye el desgaste que sufre la camisa en comparación al que se ocasiona por el mecanismo tradicional, de igual forma el momento torsor que sufre el eje es menor.

---

\* Proyecto de grado

\*\* Facultad De Ingeniería Físico-Mecánicas Escuela De Ingeniería Mecánica Director: Yesid Javier Rueda Ordóñez PhD. Ingeniero Mecánico

## ABSTRACT

**TITLE:** KINEMATIC, THERMODYNAMIC, AND DYNAMIC EVALUATION OF A POWER TRANSMISSION MECHANISM BASED ON A SHAFT-GEAR-ZIPPER SYSTEM APPLIED TO A DIESEL ENGINE\*.

**AUTHORS:** NURIS MARÍA ROYERT MONTT  
CRISTIAN ALONSO VALERO GÓMEZ \*\*

**Description:** Technology develops faster and faster, always looking to create teams that help and facilitate daily life. Diesel engines are one of these components. However, the mechanism used is the same for this reason in this work an alternative was proposed, which consists of an axle-gear-rack system, where it was sought that this new mechanism work similarly to the conventional one.

By means of geometric modeling and rigid body modeling, the kinematic and dynamic analysis of both designs was performed and for the thermodynamic analysis the zero dimensional model was implemented, then the analyzes obtained from each mechanism were compared.

In the results obtained, it was observed that thermodynamic variables such as temperature, pressure, work and efficiency have a similar behavior, however, the values of the proposed engine are lower than the conventional one, achieving a more compact mechanism with a reduction in the 21.23% weight and 15.74% reduction in size that favors the system. The lateral forces felt by the piston sleeve are nil in the designed mechanism, this reduces the wear suffered by the skirt compared to that caused by the traditional mechanism, in the same way the torsor moment suffered by the shaft is less.

---

\* Proyecto de grado

\*\* Facultad De Ingeniería Físico-Mecánicas Escuela De Ingeniería Mecánica Director: Yesid Javier Rueda Ordóñez PhD. Ingeniero Mecánico

## INTRODUCCIÓN

En la actualidad los motores de combustión por compresión cumplen una función muy importante en la sociedad, debido a la trascendencia que tienen, principalmente, en el transporte de cargas pesadas.

Los motores Diésel se han caracterizado debido a la gran cantidad de potencia que generan consumiendo poco combustible y con eficiencias que se encuentran en rangos más elevados que las del motor a gasolina. No obstante, aun con estas ventajas, los motores Diésel no son los más usados, esto se da por el gran tamaño que ocupan y su elevado costo en comparación al motor de gasolina.

Los avances tecnológicos han mejorado la calidad de vida del ser humano en diversos factores, sin embargo, en los motores de combustión interna el mecanismo utilizado para la transmisión de energía es sustancialmente el mismo, con algunas modificaciones en las formas y materiales de sus partes.

Con el diseño de un mecanismo que supla al tradicional se realizan motores más compactos que permite la construcción de máquinas térmicas alternativas de menor tamaño, esto favorece a la industria, además de reducir el peso de este, lo que ayuda de la gran manera al consumo de combustible de los vehículos, dado que entre menor sea el peso que deben transportar se consume menor cantidad de Diésel.

Debido a esto, es significativo investigar las modificaciones que se pueden realizar al mecanismo para que de esta forma se brinde un mejor desempeño del motor con menor impacto ambiental.

Al implementar un sistema de eje-engranaje-cremallera se reduce el tamaño en comparación al mecanismo tradicional, se disminuye el desgaste y de esta forma aumenta la vida útil del motor. Por esto, el motivo de este trabajo es proponer un mecanismo de transmisión en un motor CUMMINS NT 855 que cumpla la misma función del sistema convencional, es decir, impulsar el pistón. Para luego realizar los análisis cinemático, termodinámico y dinámico de los mecanismos.

Mediante el modelado de cuerpo rígido y el modelado geométrico se realizó el análisis cinemático y dinámico de ambos diseños utilizando la ecuación de Newton Euler. En cambio, para el análisis termodinámico se utilizó el modelo cero-dimensional, estos análisis fueron elaborados en MATLAB con licencia 40550867, para luego comparar la similitud entre el mecanismo diseñado y el convencional.

## **1. OBJETIVOS**

### **1.1 OBJETIVO GENERAL**

Proponer y evaluar la cinemática, termodinámica, y dinámica de un mecanismo de transmisión de potencia basado en un sistema eje-engranaje-cremallera aplicado a un motor Diésel.

### **1.2 OBJETIVOS ESPECÍFICOS**

- Diseñar un mecanismo de transmisión de potencia basado en un sistema eje-engranaje-cremallera para un motor Diésel Cummins NT855, teniendo en cuenta los siguientes parámetros:
  - ✓ Modificación del interior del pistón para instalar un sistema de cremallera considerando las dimensiones del motor original, siendo iguales o menores;
  - ✓ Diseño del sistema de engranaje interior para transmisión de potencia al eje;
- Evaluar la cinemática (desplazamiento, velocidad y aceleración), termodinámica (temperatura, presión y trabajo) y dinámica (fuerzas) del mecanismo de transmisión de potencia propuesto, y comparar estos resultados con los del mecanismo tradicional biela-manivela, analizando las gráficas resultantes para cada uno.

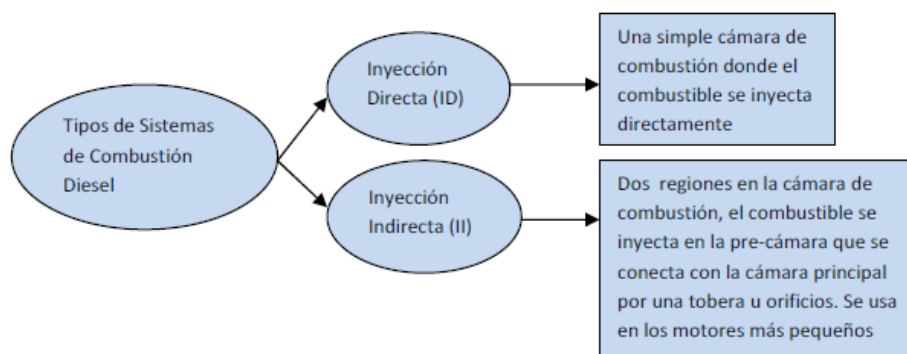
## 2. MOTOR DE COMBUSTIÓN DE ENCENDIDO POR COMPRESIÓN

### 2.1 INTRODUCCIÓN

Los motores de combustión son máquinas destinadas a transformar energía química, producto de la combustión del combustible en energía mecánica en forma de rotación de un eje o movimiento alternativo de un pistón.

Existen dos tipos principales de motores de combustión interna que dividen según el tipo de combustible que utilizan, pueden ser por gasolina o por Diésel (encendido por compresión). En los motores Diésel, el fluido admitido por las válvulas es aire, donde luego se comprime de tal forma que se garantice la auto inflamación del combustible en el momento de la inyección.<sup>1</sup> Los motores Diésel se clasifican de acuerdo con su sistema de combustión, que puede ser por inyección directa (ID) o por inyección indirecta (II). La figura 1 muestra la diferencia entre ambos.

Figura 1. Tipos de sistemas de combustión en motores Diésel.



Fuente: GARCÍA, Gabriel. Herramienta computacional para el cálculo de los parámetros del desempeño de un motor Diésel ID de cuatro tiempos.

<sup>1</sup> PAYRI, Francisco. Motores de combustión interna alternativos. En: Sección de publicaciones de la E.T.S. de ingenieros industriales fundación general- U.P.M, 1989, Pag 5, ISBN 9788486451011

## 2.2 CICLO DIESEL

Este ciclo fue propuesto por Rudolph Diésel la diferencia entre este y el ciclo otto (gasolina) es el método de inicio de combustión, en el ciclo Diésel la combustión se inicia al comprimir el aire hasta la temperatura de autoencendido del combustible, donde la combustión de inicia al contacto con el combustible, mientras en el ciclo otto se mezcla el aire con el combustible, llegando a una temperatura inferior al autoencendido del combustible y mediante una chispa generada por la bujía se da la combustión.<sup>2</sup>

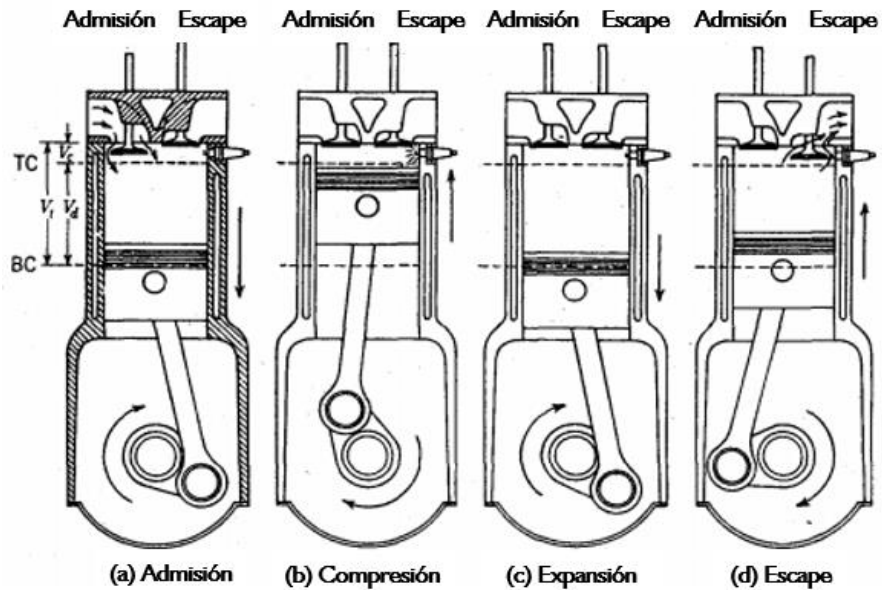
Las etapas del ciclo Diésel son las siguientes:

- Etapa de admisión: El pistón baja con la válvula de admisión abierta, aumentando la cantidad de aire en la cámara. Esto se modela como una expansión a presión constante. Figura 2 (a).
- Etapa de compresión: El pistón sube comprimiendo el aire. Se modela como la curva adiabática reversible, aunque en realidad no lo es por la presencia de factores irreversibles como la fricción y perdidas de calor. Figura 2 (b).
- Etapa de combustión: Esta etapa ocurre un poco antes de que el pistón llegue a su punto más alto y continuando hasta un poco después de que empiece a bajar, el inyector introduce el combustible en la cámara.
- Etapa de expansión: La alta temperatura del gas empuja al pistón hacia abajo. Este proceso se aproxima a una curva adiabática reversible. Figura 2 (c).
- Etapa de escape: La válvula de escape se abre, permitiendo que los gases de combustión salgan siendo empujados por el pistón hacia el exterior. Figura 2 (d).

---

<sup>2</sup> CENGEL, Yunes; BOLES, Michael. Termodinámica, relaciones químicas. 7 ed. México: MCGraw-Hill. 2012. Pag 504.

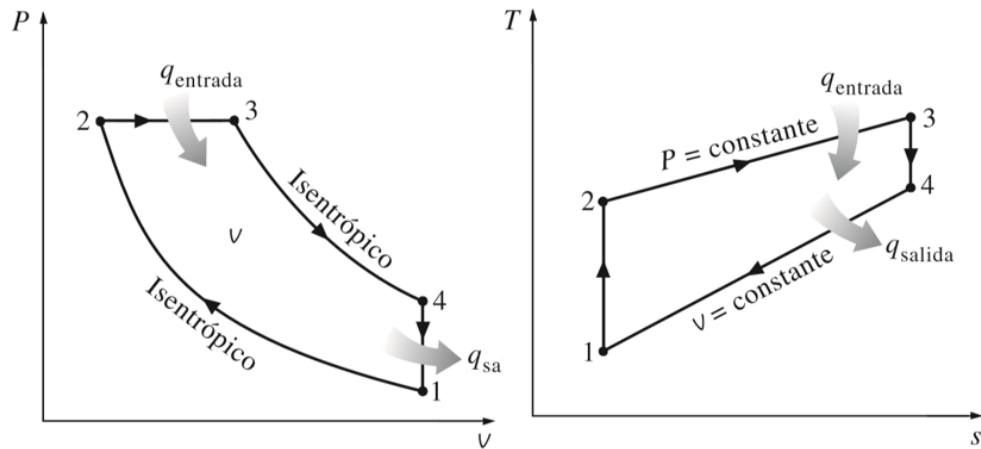
Figura 2. Ciclo de operación de un motor de cuatro tiempos.



Fuente: HEYWOOD, John. Internal combustion engine fundamentals, McGraw-Hill international editions, 1988.

En la figura 3 se observan las gráficas más conocidas del comportamiento de un ciclo Diésel ideal que son las de presión vs volumen específico y temperatura vs entropía.

Figura 3. Diagrama P-v y T-s de un ciclo ideal Diésel.



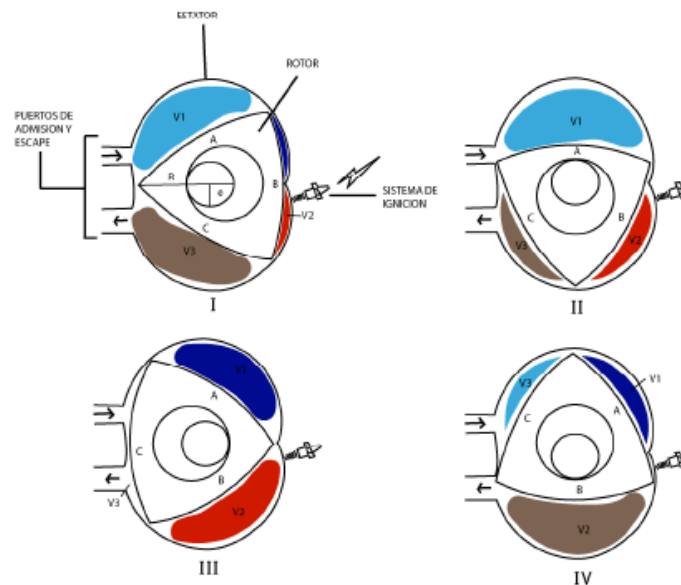
Fuente: CENGEL, Yunes; BOLES, Michael. Termodinámica, relaciones químicas.

## 2.3 MOTORES CON MECANISMOS ALTERNOS

En la actualidad los motores de combustión interna con el uso del mecanismo manivela-biela-balancín son los que han alcanzado un valioso grado de optimización en factores como fiabilidad, ruido, facilidad de producción, etc. Sin embargo, existen motores con numerosos mecanismos diferentes que, aunque no son representativos en la actualidad pueden serlo en un futuro, en el presente capítulo se muestran diversos de dichos mecanismos mencionados anteriormente.

**2.3.1 Motor rotativo wankel.** En un motor Wankel se desarrollan los mismos 4 tiempos que en un ciclo otto, tal como se observa en la figura 4, pero se realizan en lugares distintos de la carcasa del motor. Los vértices están en contacto con la superficie periférica interior del estator, de geometría trocoide y en la cual se dispone el sistema de ignición y los conductos de admisión escape.<sup>3</sup>

Figura 4. Ciclo motor Wankel.



Fuente: CANALS, Roger. Motor rotativo Wankel, estudio, diseño y construcción.

<sup>3</sup> CANALS, Roger. Motor rotativo Wankel, estudio, diseño y construcción. Pregrado en Ingeniería técnica naval. España: Facultad Náutica de Barcelona. Universidad Politécnica de Cataluña. 2011.

## VENTAJAS

- Menos piezas móviles que un motor de combustión interna alternativo (40% menos de piezas), por tanto, mayor fiabilidad.
- Obtención de un par motor casi constante ya que se producen los cuatro tiempos del ciclo simultáneamente dentro del estator.
- Menos vibraciones: al no haber bielas, ni volante de inercia, ni recorrido de los pistones, las inercias son menores.

## DESVENTAJAS

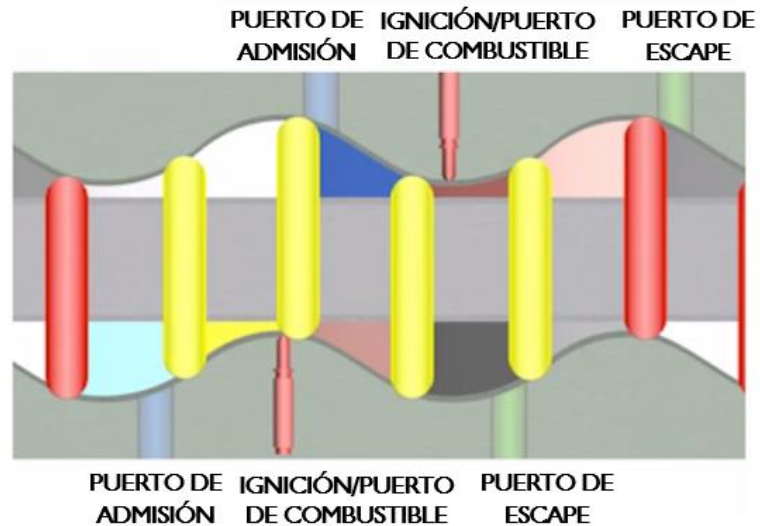
- Resulta muy difícil aislar cada una de las 3 secciones del cilindro en rotación.
- Excesivo ruido debido a los engranajes de transmisión.
- Geometría alargada de la cámara de combustión. Esta forma provoca un alto consumo de combustible debido a la baja eficiencia termodinámica.
- Mantenimiento costoso y motor comercial poco extendido. Las reparaciones más complicadas sólo pueden realizarse en la casa de fábrica.
- Alto consumo de aceite lubricante. Debido al mal sellado, parte del aceite llega a mezclarse con el combustible y se queman.

**2.3.2 Motor RADMAX.** El motor de combustión interna RADMAX trabaja con Diésel, debido a la geometría de la cámara de combustión y la relación de compresión requerida de 14: 1 a 20: 1, normalmente utilizará de 10 a 12 paletas, creando de 20 a 24 eventos de combustión por rotación del motor. En la figura 5 se puede observar cómo se encuentra diseñado el motor.<sup>4</sup>

---

<sup>4</sup> RADMAX, Diesel Engine. [En línea] [Consultado 12 de noviembre del 2019]. Disponible en: <https://radmaxtech.com/dieselengine>

Figura 5. Motor RadMax.



Fuente: RADMAX, Diésel Engine. [En línea] [Consultado 12 de noviembre del 2019].  
Disponibile en: <https://radmaxtech.com/dieselengine>

### VENTAJAS

- Ausencia de válvulas de admisión y de escape. Esto conlleva evitar las complicadas distribuciones de los motores 4 tiempos.
- Trabajo motriz durante el 100% del ciclo. Como se ha indicado, se realizan 24 explosiones por rotación que garantizan un empuje casi lineal medido en el eje de salida.
- Capacidad de quemar varios combustibles.
- Alta eficiencia en la combustión.

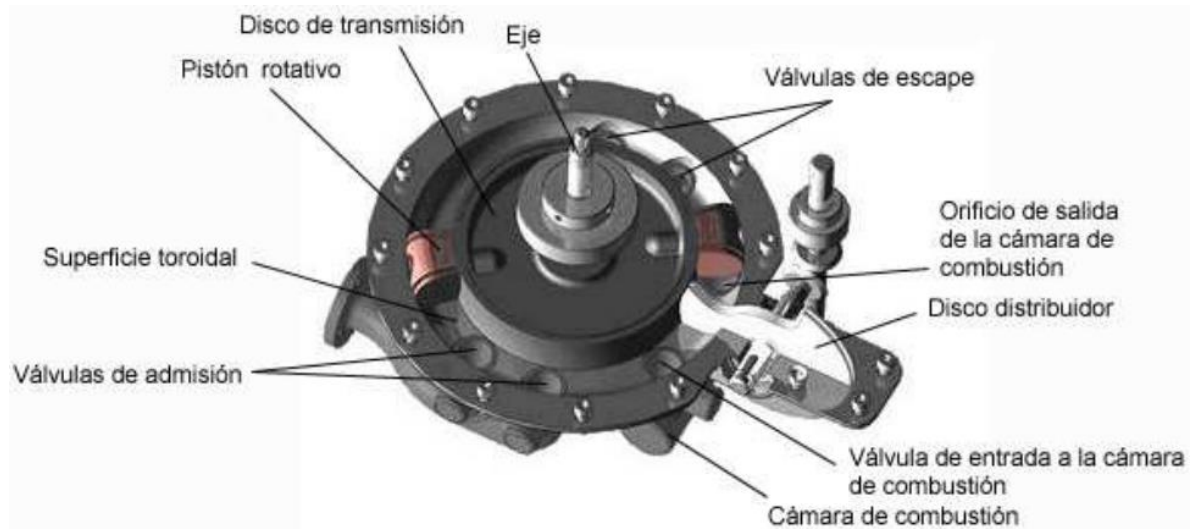
### DESVENTAJAS

- Dificultad en el sellado.
- Diseño de un sistema de lubricación poco eficaz.

**2.3.3 Motor Round Engine.** Este motor puede ser utilizado como motor con encendido provocado (otto) o con encendido por compresión (Diésel), debido a que

presenta la posibilidad de poder variar la relación de compresión. El motor Round Engine tiene dos pistones rotativos. Para cada rotación completa del árbol motor, se producen dos combustiones mientras que, en un motor alternativo de 4 tiempos, cada cilindro produce una combustión cada 2 revoluciones. Por tanto, para crear dos combustiones por rotación en un motor de 4 tiempos alternativo, se necesitan 4 cilindros. En la figura 6 se observa las partes del motor Round Engine, este es equivalente a un motor alternativo de cuatro cilindros y 4 tiempos.<sup>5</sup>

Figura 6. Vista interior del motor rotativo Round Engine.



Fuente: BARTHE, Marc. Motores rotativos, tipologías y combustibles alternos.

## VENTAJAS

- Posibilidad de consumir diferentes combustibles incluidos los combustibles alternativos.
- Modularidad. El diseño del motor permite conectar varias unidades de ellos al mismo eje.
- El volumen de la cámara está optimizado para que se produzca una combustión ideal.

<sup>5</sup> BARTHE, Marc. Motores rotativos, tipologías y combustibles alternos. Pregrado en Ingeniería técnica naval. España: Facultad Náutica de Barcelona. Universidad Politécnica de Cataluña. 2009.

## **DESVENTAJAS**

- El sellado del disco distribuidor con la superficie toroidal y más aún con los pistones rotativos se prevé de extrema dificultad.
- Dificultad en el sistema de lubricación.
- Correa, engranajes de distribución y válvulas. En la mayoría de motores rotativos se evita cualquier tipo de mecanismo semejante a la distribución de los motores alternativos por razones de sencillez de diseño, eficacia, simplicidad, etc.

### 3. MECANISMO EJE-ENGRANAJE-CERAMALLERA (MEEC)

Para dar solución al problema planteado, se realizaron tres prototipos simplificados, donde el prototipo seleccionado fue la alternativa 3; los prototipos y la selección del prototipo se observa en el apéndice A.

#### 3.1 DISEÑO DEL MECANISMO SELECCIONADO

La alternativa 3 que se muestra en el apéndice A, es un prototipo simplificado, por lo que luego de ser seleccionado se realizó el diseño con sus correspondientes dimensiones para asegurar que dicho mecanismo sea funcional y se pueda instalar

Para realizar el diseño del mecanismo se debe asegurar que las dimensiones del diámetro del pistón y la carrera del pistón sean iguales a las del motor original.

**3.1.1 Diseño del engranaje.** Conociendo la carrera de cada pistón del motor CUMMINS (Ver apéndice B) es posible hallar el diámetro del engranaje y de esta manera garantizar que el mecanismo cumpla con los requerimientos de dimensionamiento. Con la ecuación (3.1) se puede calcular el diámetro primitivo del engranaje.

$$A = \pi d_p \quad (3.1)$$

Donde:

- $A \Rightarrow$  Distancia de avance de la cremallera en una vuelta del engranaje. [mm]
- $d_p \Rightarrow$  Diámetro primitivo del engranaje. [mm]

Como en el engranaje solo esta dentada la mitad de su circunferencia para permitir que realice el movimiento deseado, la distancia de avance debe ser el doble de la carrera del pistón (distancia que recorrería la mitad dentada). Siendo el valor de la carrera de 152 mm.

Utilizando la ecuación (3.1) reemplazando los valores conocidos se halló el diámetro primitivo.

$$d_p = \frac{2 * 152 \text{ mm}}{\pi} = 96,76 \text{ mm}$$

Para hallar los diámetros externo ( $d_{ext}$ ) e interno ( $d_{int}$ ) del engranaje se utilizaron las ecuaciones (3.2) y (3.3).<sup>6</sup>

$$d_{ext} = d_p + 2M \quad (3. 2)$$

$$d_{int} = d_p - 2,166 M \quad (3. 3)$$

Siendo M el módulo del engranaje, que se asume de 2,5 debido a que este valor es el más utilizado en el diseño de engranajes rectos.

Reemplazando el diámetro primitivo ( $d_p$ ) y el módulo ( $M$ ) en las ecuaciones (3.2) y (3.3), tenemos los respectivos valores de los diámetros.

$$d_{ext} = 96,76 \text{ mm} + 2(2,5 \text{ mm}) = 101,76 \text{ mm}$$

$$d_{int} = 96,76 \text{ mm} - 2,166(2,5 \text{ mm}) = 91,35 \text{ mm}$$

Con la ecuación (3.4) se halló el número de dientes del engranaje.

---

<sup>6</sup> SHIGLEY, J.E. Diseño en Ingeniería Mecánica. Novena edición. México, Edit. Mc Graw Hill. 2012.

$$d_p = M * Z \quad (3.4)$$

Donde:

- M ⇒ Modulo del engranaje.
- Z ⇒ Número de dientes del engranaje.

Despejando el número de dientes de la ecuación (3.4) y reemplazando hallamos el número de dientes del engranaje:

$$Z = \frac{d_p}{M} = \frac{96,76mm}{2,5 mm} = 38,7 \approx 38 \text{ dientes}$$

El número de dientes del mecanismo se halla dividiendo el número total de dientes entre 2, como se observa en la ecuación (3.5):

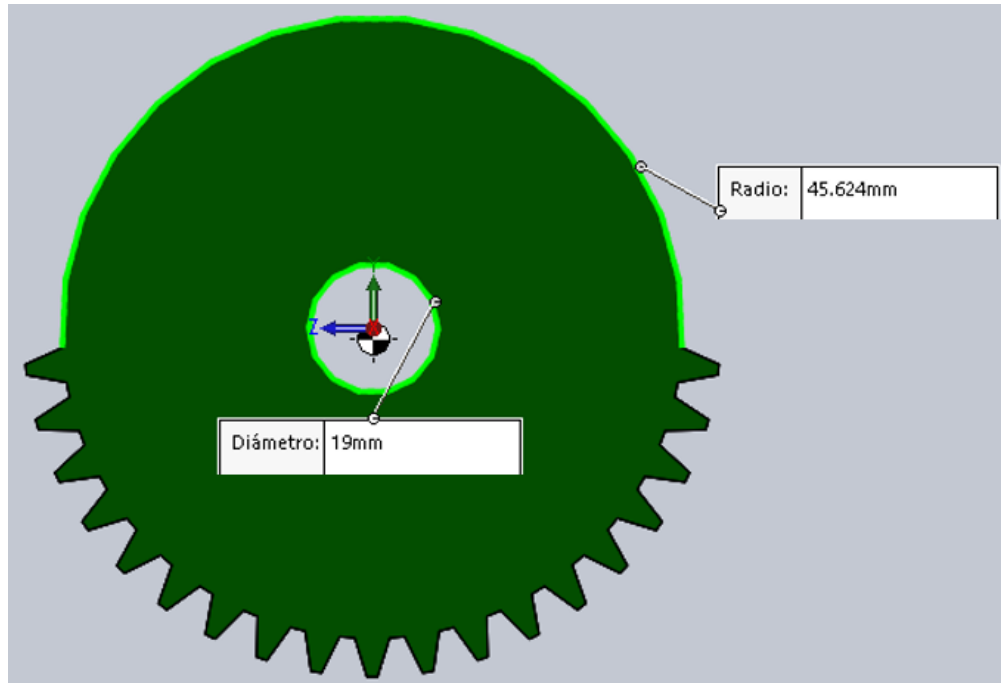
$$Z_{MEEC} = \frac{Z}{2} \quad (3.5)$$
$$Z_{MEEC} \approx \frac{38 \text{ dientes}}{2} \approx 19 \text{ dientes}$$

El paso entre dientes se halla con la ecuación (3.6):

$$p = m * \pi \quad (3.6)$$
$$p = 2.5 * \pi = 7,8512 mm$$

En la figura 7, se observa el modelado final del engranaje diseñado en SolidWorks para el MEEC.

Figura 7. Engranaje diseñado.



**3.1.2 Diseño cremallera.** Para el diseño de la cremallera se necesita conocer los siguientes parámetros:

- La carrera del pistón.
- El paso.
- El número de paso que coincide con el número de dientes.

Conociendo la carrera del pistón y el paso es posible hallar el número de paso de la cremallera con la ecuación (3.7).

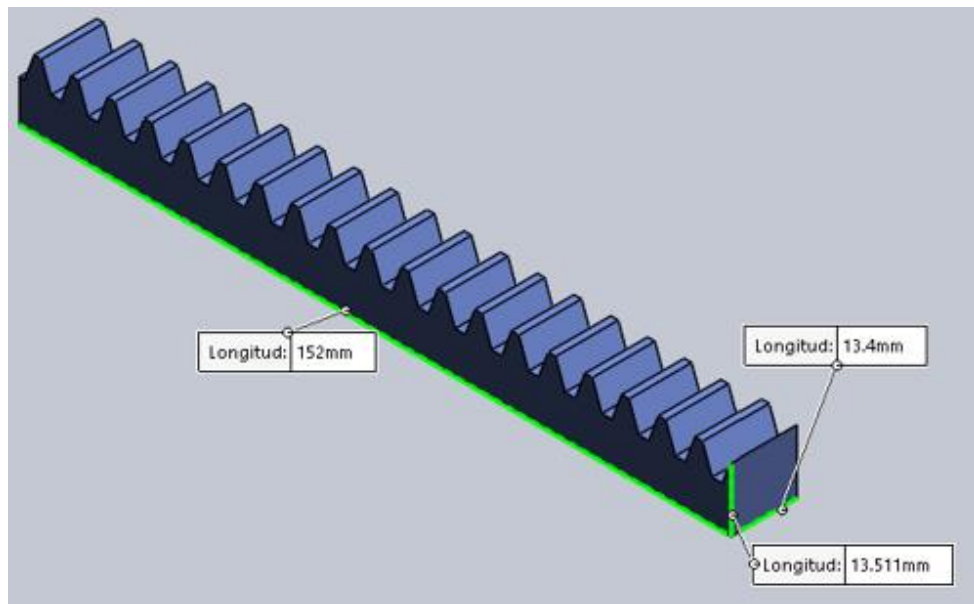
$$carrera = p * n^{\circ}_{paso} \quad (3.7)$$

Despejando de la ecuación (3.7) el número de paso y reemplazando los datos tenemos:

$$n^{\circ}_{\text{paso}} = \frac{\text{carrera}}{p} = \frac{152 \text{ mm}}{7,8512 \text{ mm}} = 19,36 \text{ (n}^{\circ} \text{ dientes)}$$

En la figura 8 que se muestra a continuación se observa la cremallera diseñada en SolidWorks, cabe recordar que se utilizaron dos de estas en el mecanismo final una en cada lado del bastidor.

Figura 8. Cremallera diseñada.



## 4. ANÁLISIS CINEMÁTICO

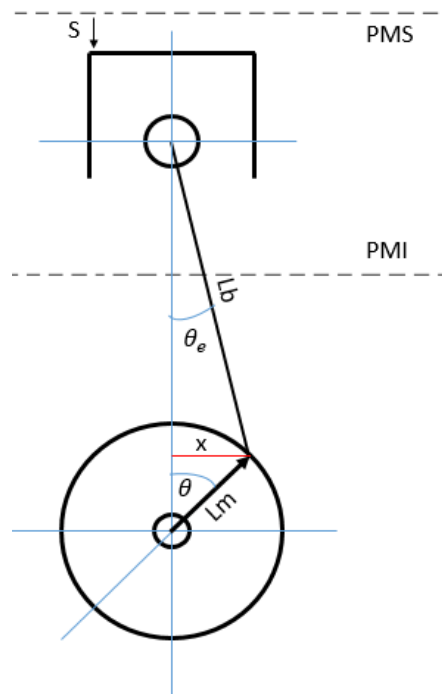
Este análisis consiste en describir el movimiento del sistema para establecer la posición, velocidad y aceleración del motor; el modelado principal para este análisis es el modelado geométrico, sin embargo, también se utilizó el de múltiples cuerpos rígidos dado que es importante principalmente para el análisis dinámico.

Estos modelos se emplearon en ambos diseños, es decir, motor convencional (cigüeñal, biela y pistón) y en el motor modificado (MEEC). Los resultados obtenidos son analizados entre sí.

### 4.1 CINEMÁTICA MOTOR CONVENCIONAL

**4.1.1 Modelado geométrico.** La figura 9 es una representación gráfica del mecanismo cigüeñal-biela-pistón en ella se observó los parámetros principales del mecanismo convencional.

Figura 9. Representación mecanismo cigüeñal-biela-pistón (modelado geométrico)



Donde:

- $L_m \Rightarrow$  Radio de la manivela. [m]
- $L_b \Rightarrow$  Longitud de la biela. [m]
- $a \Rightarrow$  Unión entre la manivela y la biela.
- $S \Rightarrow$  Posición del pistón respecto al PMS. [m]
- $Y \Rightarrow$  Distancia entre el eje "x" y el punto a. [m]
- $\theta \Rightarrow$  Ángulo entre la manivela y el eje "x". [°]

Para hallar la velocidad y la aceleración es necesario conocer la relación que existe entre el desplazamiento del pistón ( $S$ ) y el ángulo ( $\theta$ ). De la figura 9 obtenemos las ecuaciones (4.1) (4.2) y (4.3)

$$S = L_m * (1 - \cos(\theta)) + L_b * (1 - \cos(\theta_e)) \quad (4.1)$$

$$x = L_m * \text{sen}(\theta) \quad (4.2)$$

$$x = Lb * \text{sen}(\theta_e) \quad (4.3)$$

Igualando las ecuaciones (4.2) (4.3) y despejando  $\theta_e$  resulta la ecuación (4.4) con la cual se puede hallar  $\theta_e$ .

$$\theta_e = \text{arcsen}\left(\frac{Lm * \text{sen}(\theta)}{Lb}\right) \quad (4.4)$$

Se buscó que la expresión de desplazamiento quedara en función del ángulo de la manivela ( $\theta$ ) por eso se reemplazó la ecuación (4.4) en la ecuación (4.1) y de esta manera se obtuvo la ecuación (4.5) que representa el desplazamiento en función del ángulo de la manivela.

$$S = Lm * (1 - \cos(\theta)) + Lb * \left(1 - \cos\left(\text{arcsen}\left(\frac{Lm * \text{sen}(\theta)}{Lb}\right)\right)\right) \quad (4.5)$$

Para obtener la velocidad y la aceleración del pistón se aplicó la definición de la derivada en la ecuación (4.5) con relación al tiempo. Para hallar la velocidad de desplazamiento del pistón tenemos la ecuación (4.6):

$$v(\theta) = \frac{\Delta S}{\Delta t} = \frac{S(\theta)_{i+1} - S(\theta)_i}{\Delta t} \quad (4.6)$$

Para la aceleración del pistón, se utiliza la ecuación (4.7).

$$a(\theta) = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{v(\theta)_{i+1} - v(\theta)_i}{\Delta t} \quad (4.7)$$

El intervalo de tiempo se encuentra dada por la ecuación (4.8).

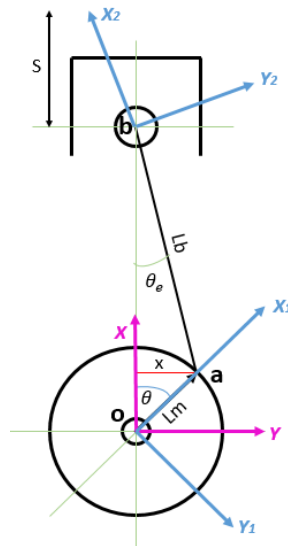
$$\Delta t = \frac{\text{tiempo del ciclo}}{\text{discretizacion del ciclo}} = \frac{60/N}{360} = \frac{1}{6 N} \quad (4. 8)$$

Donde:

- $V \Rightarrow$  Velocidad del pistón. [m/s]
- $a \Rightarrow$  Aceleración del pistón. [m/s<sup>2</sup>]
- $N \Rightarrow$  Rotación del motor. [RPM]

**4.1.2 Modelado de múltiples cuerpos rígidos.** Para el movimiento de un cuerpo rígido de un sistema mecánico es fundamental definir un sistema de coordenadas donde se pueda referenciar los vectores de posición, velocidad y aceleración.

Figura 10. Representación mecanismo cigüeñal-biela-pistón (modelado múltiples cuerpos rígidos)



En la figura 10 se observa el mecanismo manivela-biela-balancín. Su funcionamiento sucede en el plano XY, por esta razón se realizó como un sistema bidimensional. La manivela y la biela se modelan como cuerpos rígidos que presentan simetría con respecto a los ejes de sus sistemas de referencia móviles.

**4.1.2.1 Sistema de referencia y matriz de transformación.** Tomando la posición de los ejes “X” y “Y” como se observa en la figura 10 en el plano y el “Z” saliendo de este, el giro de la pieza está en el eje “Z”.

El sistema de referencia principal es el (XY) que se ubica en el centro del eje, además de este se empleó dos sistemas de referencias móviles, el primero también está ubicado en el centro del eje B1 (X1, Y1) solidario con la manivela y el segundo se encuentra posicionado en la biela B2(X2, Y2).<sup>7</sup>

El sistema móvil B1 (X1, Y1) gira en el plano Z en sentido negativo, por lo tanto, su matriz de transformación MR ( $\theta$ ) es la mostrada en (4.9):

$$MR(\theta) = \begin{bmatrix} \text{Cos}(\theta) & \text{Sen}(\theta) & 0 \\ -\text{Sen}(\theta) & \text{Cos}(\theta) & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (4.9)$$

El sistema móvil B2 (X2, Y2) gira en el plano Z en sentido positivo, por lo tanto, la matriz de transformación MR ( $\theta_e$ ) es la mostrada en (4.10):

$$MR(\theta_e) = \begin{bmatrix} \text{Cos}(\theta_e) & -\text{Sen}(\theta_e) & 0 \\ \text{Sen}(\theta_e) & \text{Cos}(\theta_e) & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (4.10)$$

**4.1.2.2 Velocidad y aceleración angular.** La velocidad de la manivela es constante, por lo tanto, la velocidad y aceleración de los sistemas móviles se muestran en las ecuaciones (4.11), (4.12), (4.13) y (4.14)

---

<sup>7</sup> SANTOS, Ilmar. Dinâmica de Sistemas Mecânicos: Modelagem, Simulação, Visualização e Verificação. Makron Books. Brasil. Sao Paulo. 2001. Pag 6.

$$\Omega_1 = \begin{Bmatrix} 0 \\ 0 \\ \dot{\theta} \end{Bmatrix} \quad (4.11)$$

$$\dot{\Omega}_1 = \begin{Bmatrix} 0 \\ 0 \\ \ddot{\theta} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{Bmatrix} \quad (4.12)$$

$$\Omega_2 = \begin{Bmatrix} 0 \\ 0 \\ -\dot{\theta}_e \end{Bmatrix} \quad (4.13)$$

$$\dot{\Omega}_2 = \begin{Bmatrix} 0 \\ 0 \\ -\ddot{\theta}_e \end{Bmatrix} \quad (4.14)$$

El sistema móvil B1 coincide con el sistema de referencia principal por esta razón la velocidad de la manivela es constante y su aceleración es nula, el sistema de referencia B2 está ubicado en la biela por lo tanto su velocidad y aceleración están en función del tiempo y posee signo negativo debido a que gira en sentido anti horario.

**4.1.2.3 Velocidad de los puntos A y B.** La velocidad del punto A se puede determinar de la siguiente manera:<sup>8</sup>

$${}_I v_a = {}_I v_o + {}_I \Omega_1 \times {}_I r_{oa} + {}_I v_{el_{rel}}$$

Reescribiendo la ecuación anterior para el sistema móvil B1, tenemos:

$${}_I v_a = {}_I v_o + {}_I \Omega_1 \times MR(\theta)^T \cdot {}_{B1} r_{oa} + MR(\theta)^T \cdot \frac{d}{dt} {}_{B1} r_{oa}$$

Sabiendo:

$${}_I v_o = 0 \text{ (El punto o es el origen del sistema inercial)}$$

---

<sup>8</sup> Ibíd., pag 8.

$\frac{d}{dt} {}_{B1}r_{oa} = 0$  (La manivela modelada como cuerpo rígido)

La expresión para la velocidad en el punto A se observa en la ecuación (4.15)

$${}_I v_a = {}_I \Omega_1 \times MR(\theta)^T \cdot {}_{B1}r_{oa} \quad (4.15)$$

Siendo:

$${}_{B1}r_{oa} = \begin{Bmatrix} Lm \\ 0 \\ 0 \end{Bmatrix} \quad (4.16)$$

Reemplazando las ecuaciones (4.9) (4.11) (4.16) en la ecuación (4.15)

$${}_I v_a = \begin{Bmatrix} 0 \\ 0 \\ \dot{\theta} \end{Bmatrix} \times \begin{bmatrix} \cos(\theta) & \sin(\theta) & 0 \\ -\sin(\theta) & \cos(\theta) & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}^T \cdot \begin{Bmatrix} Lm \\ 0 \\ 0 \end{Bmatrix} \quad (4.17)$$

$${}_I v_a = \begin{Bmatrix} -\dot{\theta} Lm \sin(\theta) \\ \dot{\theta} Lm \cos(\theta) \\ 0 \end{Bmatrix} \quad (4.18)$$

Para hallar la velocidad en el punto B nos dirigimos a la ecuación 4.6 ya que la velocidad en este punto es la misma que lleva el pistón.

**4.1.2.4 Aceleración de los puntos A y B.** La aceleración en el punto A es determinada de la siguiente manera, con el uso de la dinámica de cuerpos rígidos<sup>9</sup>

$${}_I a_a = {}_I a_o + {}_I \dot{\Omega}_1 \times {}_I r_{oa} + {}_I \Omega_1 \times ({}_I \Omega_1 \times {}_I r_{oa}) + 2 {}_I \Omega_1 \times {}_I vel_{rel} + {}_I a_{rel}$$

---

<sup>9</sup> Ibíd., pag 10.

Reescribiendo la ecuación anterior para el sistema móvil B1, tenemos:

$${}_I a_a = {}_I a_o + {}_I \dot{\Omega}_1 \times MR(\theta)^T \cdot {}_{B1} r_{oa} + {}_I \Omega_1 \times ({}_I \Omega_1 \times MR(\theta)^T \cdot {}_{B1} r_{oa}) \\ + 2 {}_I \Omega_1 \times MR(\theta)^T \cdot \frac{d}{dt} {}_{B1} r_{oa} + MR(\theta)^T \cdot \frac{d^2}{dt^2} {}_{B1} r_{oa}$$

Se supone

$${}_I a_o = 0 \quad (\text{El punto o es el origen del sistema inercial})$$

$${}_I \dot{\Omega}_1 = 0 \quad (\text{La velocidad es constante})$$

$$\frac{d}{dt} {}_{B1} r_{oa} = 0 \quad (\text{La manivela modelada como cuerpo rígido})$$

La expresión para la aceleración es, ecuación (4.19).

$${}_I a_a = {}_I \Omega_1 \times ({}_I \Omega_1 \times MR(\theta)^T \cdot {}_{B1} r_{oa}) \quad (4.19)$$

Sustituyendo las ecuaciones (4.9) (4.11) (4.16) en la ecuación (4.19) obtenemos la aceleración, ecuación (4.20)

$${}_I a_a = \begin{Bmatrix} 0 \\ 0 \\ \dot{\theta} \end{Bmatrix} \times \left( \begin{Bmatrix} 0 \\ 0 \\ \dot{\theta} \end{Bmatrix} \times \begin{bmatrix} \cos(\theta) & \sin(\theta) & 0 \\ -\sin(\theta) & \cos(\theta) & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}^T \cdot \begin{Bmatrix} Lm \\ 0 \\ 0 \end{Bmatrix} \right) \\ {}_I a_a = \begin{Bmatrix} -\dot{\theta}^2 Lm \cos(\theta) \\ -\dot{\theta}^2 Lm \sin(\theta) \\ 0 \end{Bmatrix} \quad (4.20)$$

La aceleración en el punto B es la misma que presenta el pistón y esta fue encontrada geoméricamente. Ecuación (4.7)

**4.1.2.5 Aceleración en los centros de masa.** Para el análisis dinámico se debe determinar la aceleración de los centros de masa de cada parte que compone el mecanismo.

La aceleración del **centro de masa de la manivela** está dada por:

$${}_{I}a_1^* = {}_{I}a_o + {}_{I}\dot{\Omega}_1 \times MR(\theta)^T \cdot {}_{B1}r_{o1}^* + {}_{I}\Omega_1 \times ({}_{I}\Omega_1 \times MR(\theta)^T \cdot {}_{B1}r_{o1}^*) \\ + 2 {}_{I}\Omega_1 \times MR(\theta)^T \cdot \frac{d}{dt} {}_{B1}r_{o1}^* + MR(\theta)^T \cdot \frac{d^2}{dt^2} {}_{B1}r_{o1}^*$$

Considerando la misma suposición se obtiene la expresión (4.21).

$${}_{I}a_1^* = {}_{I}\Omega_1 \times ({}_{I}\Omega_1 \times MR(\theta)^T \cdot {}_{B1}r_{o1}^*) \quad (4.21)$$

Siendo:

$${}_{B1}r_{o1}^* = \begin{Bmatrix} Lm_x^* \\ Lm_y^* \\ 0 \end{Bmatrix} \quad (4.22)$$

Sustituyendo las ecuaciones (4.9) (4.11) (4.22) en la ecuación (4.21) se tiene la aceleración ecuación (4.23)

$${}_{I}a_1^* = \begin{Bmatrix} 0 \\ 0 \\ \dot{\theta} \end{Bmatrix} \times \left( \begin{Bmatrix} 0 \\ 0 \\ \dot{\theta} \end{Bmatrix} \times \begin{bmatrix} \cos(\theta) & \text{Sen}(\theta) & 0 \\ -\text{Sen}(\theta) & \cos(\theta) & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}^T \cdot \begin{Bmatrix} Lm_x^* \\ Lm_y^* \\ 0 \end{Bmatrix} \right) \\ {}_{I}a_1^* = \begin{Bmatrix} -\dot{\theta}^2 (Lm_x^* \cos(\theta) - Lm_y^* \text{Sen}(\theta)) \\ -\dot{\theta}^2 (Lm_x^* \text{Sen}(\theta) + Lm_y^* \cos(\theta)) \\ 0 \end{Bmatrix} \quad (4.23)$$

Aceleración del **centro de masa de la biela** está dada por:

$${}_1a_2^* = {}_1a_b + {}_1\dot{\Omega}_2 \times MR(\theta_e) \cdot {}_{B2}r_{b2}^* + {}_1\Omega_2 \times ({}_1\Omega_2 \times MR(\theta_e) \cdot {}_{B2}r_{b2}^*) \\ + 2 {}_1\Omega_2 \times MR(\theta_e) \cdot \frac{d}{dt} {}_{B2}r_{b2}^* + MR(\theta_e) \cdot \frac{d^2}{dt^2} {}_{B2}r_{b2}^*$$

Considerando la misma suposición se tiene la expresión para la aceleración del centro de masa de la biela, ecuación (4.24)

$${}_1a_2^* = {}_1a_b + {}_1\dot{\Omega}_2 \times MR(\theta_e) \cdot {}_{B2}r_{b2}^* \\ + {}_1\Omega_2 \times ({}_1\Omega_2 \times MR(\theta_e) \cdot {}_{B2}r_{b2}^*) \quad (4.24)$$

Siendo

$${}_{B1}r_{b2} = \begin{Bmatrix} -Lb_x^* \\ Lb_y^* \\ 0 \end{Bmatrix} \quad (4.25)$$

Reemplazando las ecuaciones (4.9) (4.10) (4.14) (4.25) en la ecuación (4.24)

$${}_1a_2^* \\ = \begin{Bmatrix} a_b \\ 0 \\ 0 \end{Bmatrix} + \begin{Bmatrix} 0 \\ 0 \\ -\ddot{\theta}_e \end{Bmatrix} \times \begin{bmatrix} \cos(\theta_e) & -\sin(\theta_e) & 0 \\ \sin(\theta_e) & \cos(\theta_e) & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}^T \cdot \begin{Bmatrix} -Lb_x^* \\ Lb_y^* \\ 0 \end{Bmatrix} \\ + \begin{Bmatrix} 0 \\ 0 \\ -\dot{\theta}_e \end{Bmatrix} \times \left( \begin{Bmatrix} 0 \\ 0 \\ -\dot{\theta}_e \end{Bmatrix} \times \begin{bmatrix} \cos(\theta_e) & -\sin(\theta_e) & 0 \\ \sin(\theta_e) & \cos(\theta_e) & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}^T \cdot \begin{Bmatrix} -Lb_x^* \\ Lb_y^* \\ 0 \end{Bmatrix} \right)$$

$${}_1a_2 \\ = \begin{Bmatrix} a_b + \ddot{\theta}_e (Lb_x^* \sin(\theta_e) + Lb_y^* \cos(\theta_e)) - \dot{\theta}_e^2 (-Lb_x^* \cos(\theta_e) + Lb_y^* \sin(\theta_e)) \\ -\ddot{\theta}_e (-Lb_x^* \cos(\theta_e) + Lb_y^* \sin(\theta_e)) - \dot{\theta}_e^2 (Lb_x^* \sin(\theta_e) + Lb_y^* \cos(\theta_e)) \end{Bmatrix} \quad (4.26)$$

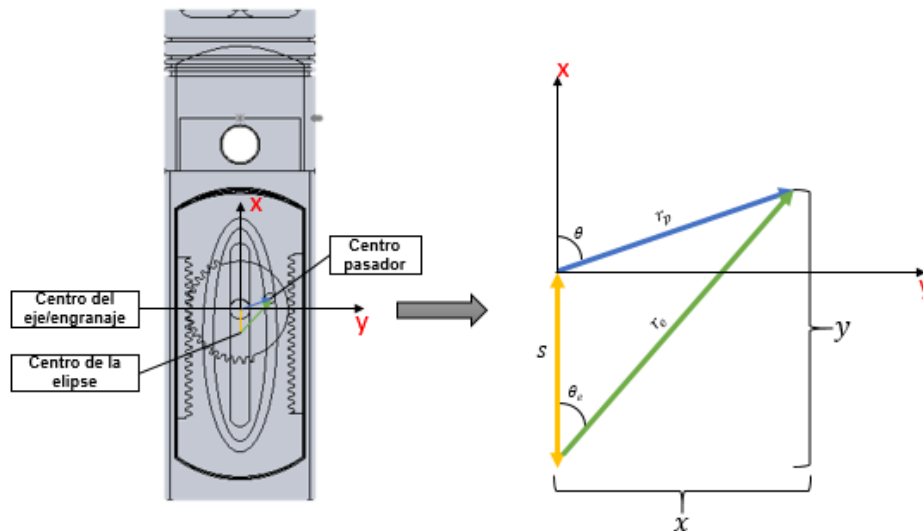
La aceleración del **centro de masa del pistón** es la misma aceleración del punto B y esta fue hallada anteriormente en el modelad geométrico con la ecuación (4.7)

## 4.2 CINEMÁTICA MOTOR DISEÑADO (MEEC)

Este diseño se diferencia del convencional por el mecanismo, ya que este es un conjunto que consta de una rueda dentada (piñón), cremallera y eje. Para conocer la cinemática de este modelo hay que tener en cuenta que el piñón realiza un movimiento es rectilíneo variado por lo tanto la cremallera que está conectada este también.

### 4.2.1 Modelado geométrico

Figura 11. Representación MEEC (modelado geométrico)



En la figura 11 se observa el MEEC y sus principales parámetros en el modelado geométrico, los cuales son:

- $S(\theta)$ = desplazamiento del pistón en función a su PMS [m].
- $v(\theta)$ =velocidad del piston [m/s].

- $a(\theta)$ = aceleración de pistón [ $m/s^2$ ].
- $N$ = rotación el motor [RPM].
- $r_p$ = distancia del centro del engrane al centro del pasador.
- $r_e$ = distancia del centro del pasador al centro de la elipse.
- $y$ = distancia en el eje x del centro del pasador al centro de la elipse.
- $x$ = distancia en el eje y del centro del pasador al centro del eje.

De la figura 11 se obtiene el desplazamiento del pistón y la distancia en el eje “y” del centro del pasador al centro del eje, ambas en función de  $\theta$ , ecuación (4.27) y ecuación (4.28) respectivamente.

$$s(\theta) = y(\theta) - r_p * \text{Cos}(\theta) \quad (4. 27)$$

$$x(\theta) = r_p * \text{Sen}(\theta) \quad (4. 28)$$

De la ecuación general de la elipse ecuación (4.29), podemos obtener el valor de  $y(\theta)$ .

$$\frac{x^2}{b^2} + \frac{y^2}{a^2} = 1 \quad (4. 29)$$

$$y(\theta) = \sqrt{a^2 \left( 1 - \frac{x(\theta)^2}{b^2} \right)} \quad (4. 30)$$

Con el valor de  $y(\theta)$  calculado por la ecuación (4.30), y reemplazando el valor de  $x(\theta)$  que se halló gracias a la ecuación (4.28), se obtuvo la posición del pistón, reemplazando la ecuación (4.30) en (4.31).

$$s(\theta) = \sqrt{a^2 \left( 1 - \frac{(r_p * \text{Sen}(\theta))^2}{b^2} \right)} - r_p * \text{Cos}(\theta) \quad (4. 31)$$

Para conocer el ángulo del centro de la elipse al pasador del engranaje ( $\theta_e$ ) y su distancia, se utilizaron coordenadas polares.

$$\vec{r}_c = \vec{s} + \vec{r}_e \quad (4.32)$$

$$r_c * e^{j\theta} = -sj + r_e * e^{j\theta_e} \quad (4.33)$$

$$r_c(\text{Sen}(\theta)i + \text{Cos}(\theta)j) = -sj + r_e(\text{Sen}(\theta_e)i + \text{Cos}(\theta_e)j) \quad (4.34)$$

Descomponiendo la ecuación (4.32) en sus componentes “i” y “j” tenemos las ecuaciones (4.35) y (4.36).

$$r_c * \text{Sen}(\theta) = r_e * \text{Sen}(\theta_e) \quad (4.35)$$

$$r_c * \text{Cos}(\theta) = -s + r_e * \text{Cos}(\theta_e) \quad (4.36)$$

Igualamos  $r_e$  en las ecuaciones (4.35) y (4.36) para obtener  $\theta_e$  en la ecuación (4.37)

$$\theta_e = \arctan\left(\frac{r_c * \text{Sen}(\theta)}{r_c * \text{Cos}(\theta) + s}\right) \quad (4.37)$$

Despejando  $r_e$  de la ecuación (4.35), tenemos la expresión para hallar la distancia del centro del pasador al centro de la elipse.

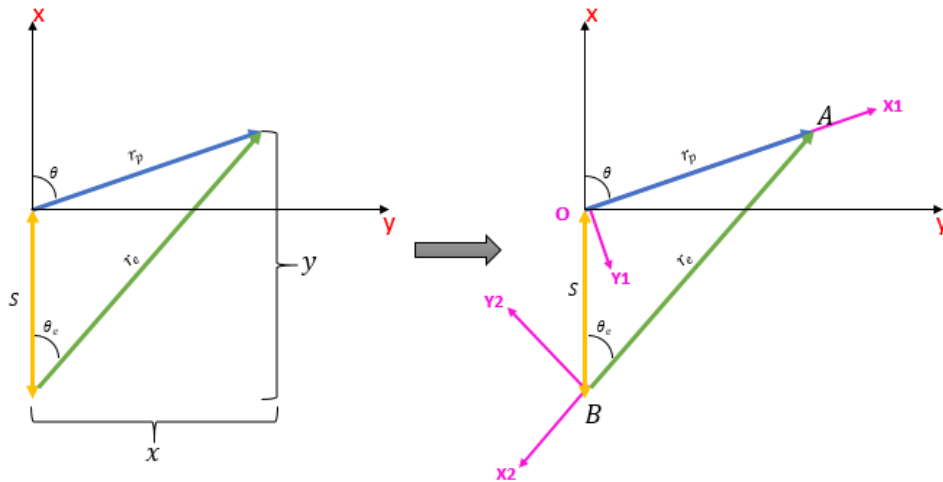
$$r_e(\theta) = \frac{r_c * \text{Sen}(\theta)}{\text{Sen}(\theta_e)} \quad (4.38)$$

Para hallar la velocidad y la aceleración del pistón nos dirigimos a las ecuaciones (4.6) y (4.7) que se usaron en el motor convencional.

**4.2.2 Modelado de múltiples cuerpos rígidos.** El funcionamiento de este mecanismo ocurre en el plano XY por lo tanto es un sistema bidimensional, las partes de este se modelan como un cuerpo rígido con respecto a su sistema de

referencia móvil para hallar los tensores de inercia. En la figura 12 se observa la representación del MEEC con los sistemas de referencia para el modelado de cuerpo rígido.

Figura 12. Representación MEEC (modelado cuerpo rígido)



El modelado de cuerpo rígido se utilizó para hallar la cinemática de los puntos “O” y “A” no se calculó en el punto “B” ya que este es un parámetro de referencia.

**4.2.2.1 Sistema de referencia y matriz de transformación.** El sistema principal de referencia está ubicado en el centro del eje. Este mecanismo tiene dos sistemas de referencia móvil uno ubicado en el centro del pasador ( $X_1, Y_1$ ) y el otro está situado en el centro de la cremallera ( $X_2, Y_2$ ). Las matrices de transformación de los sistemas de referencia móviles son  $MR(\theta)$  y  $MR(\theta_e)$ .

El sistema móvil B1 ( $X_1, Y_1$ ) gira en el plano Z en sentido negativo, por lo tanto, su matriz de transformación  $MR(\theta)$  es la mostrada en (4.39)

$$MR(\theta) = \begin{bmatrix} \text{Cos}(\theta) & \text{Sen}(\theta) & 0 \\ -\text{Sen}(\theta) & \text{Cos}(\theta) & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (4.39)$$

El sistema móvil B2 (X2, Y2) gire en el plano Z también en sentido negativo, por lo tanto, la matriz de transformación MR ( $\theta_e$ ) es la mostrada en (4.40)

$$MR(\theta_e) = \begin{bmatrix} \text{Cos}(\theta_e) & \text{Sen}(\theta_e) & 0 \\ -\text{Sen}(\theta_e) & \text{Cos}(\theta_e) & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (4.40)$$

**4.2.2.2 Velocidad y aceleración angular del eje.** La velocidad del eje es considerada constante, por lo tanto, su aceleración y velocidad son respectivamente ecuación (4.44) y (4.45):

$$\Omega_1 = \begin{Bmatrix} 0 \\ 0 \\ \dot{\theta} \end{Bmatrix} \quad (4.41)$$

$$\dot{\Omega}_1 = \begin{Bmatrix} 0 \\ 0 \\ \ddot{\theta} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{Bmatrix} \quad (4.42)$$

La aceleración del sistema de referencia móvil (X1, Y1) es nula ya que la velocidad del mismo es constante.

**4.2.2.3 Velocidad de los puntos A y B.** Al igual que en el motor convencional la velocidad del punto A se puede determinar por la ecuación (4.15).

Reescribiendo la ecuación (4.15) para el sistema móvil B1, tenemos:

$${}_I v_a = {}_I v_o + {}_I \Omega_1 \times MR(\theta)^T \cdot {}_{B1} r_{oa} + MR(\theta)^T \cdot \frac{d}{dt} {}_{B1} r_{oa} \quad (4.43)$$

Sabiendo:

$${}_I v_o = 0 \text{ (El punto o es el origen del sistema inercial)}$$

$$\frac{d}{dt} {}_{B1} r_{oa} = 0 \text{ (La manivela modelada como cuerpo rígido)}$$

La expresión para la velocidad en el punto A queda:

$${}_I v_a = {}_I \Omega_1 \times MR(\theta)^T \cdot {}_{B1} r_{oa} \quad (4.44)$$

Siendo:

$${}_{B1} r_{oa} = \begin{Bmatrix} r_p \\ 0 \\ 0 \end{Bmatrix} \quad (4.45)$$

Reemplazando las ecuaciones (4.39) (4.40) (4.45) en la ecuación (4.44)

$${}_I v_a = \begin{Bmatrix} 0 \\ 0 \\ \dot{\theta} \end{Bmatrix} \times \begin{bmatrix} \cos(\theta) & \sin(\theta) & 0 \\ -\sin(\theta) & \cos(\theta) & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}^T \cdot \begin{Bmatrix} r_p \\ 0 \\ 0 \end{Bmatrix} \quad (4.46)$$

$${}_I v_a = \begin{Bmatrix} -\dot{\theta} r_p \sin(\theta) \\ \dot{\theta} r_p \cos(\theta) \\ 0 \end{Bmatrix} \quad (4.47)$$

Para hallar la velocidad en el punto B nos dirigimos a la ecuación 4.6 ya que la velocidad en este punto es la misma que lleva el pistón.

**4.2.2.4 Aceleración de los puntos A y B.** Se utiliza nuevamente la dinámica de cuerpos rígidos mostrada en el motor convencional, la aceleración en el punto A es determinada por la siguiente ecuación:

$${}_I a_a = {}_I a_o + {}_I \dot{\Omega}_1 \times {}_I r_{oa} + {}_I \Omega_1 \times ({}_I \Omega_1 \times {}_I r_{oa}) + 2 {}_I \Omega_1 \times {}_I vel_{rel} + {}_I a_{rel}$$

Reescribiendo la ecuación anterior para el sistema móvil B1, tenemos la ecuación (4.48):

$$\begin{aligned} {}_I a_a = {}_I a_o + {}_I \dot{\Omega}_1 \times MR(\theta)^T \cdot {}_{B1} r_{oa} + {}_I \Omega_1 \times ({}_I \Omega_1 \times MR(\theta)^T \cdot {}_{B1} r_{oa}) \\ + 2 {}_I \Omega_1 \times MR(\theta)^T \cdot \frac{d}{dt} {}_{B1} r_{oa} + MR(\theta)^T \cdot \frac{d^2}{dt^2} {}_{B1} r_{oa} \end{aligned} \quad (4.48)$$

Sabiendo:

$${}_I a_o = 0 \quad (\text{El punto o es el origen del sistema inercial})$$

$${}_I \dot{\Omega}_1 = 0 \quad (\text{La velocidad es constante})$$

$$\frac{d}{dt} {}_{B1} r_{oa} = 0 \quad (\text{La manivela modelada como cuerpo rígido})$$

La expresión para la aceleración es:

$${}_I a_a = {}_I \Omega_1 \times ({}_I \Omega_1 \times MR(\theta)^T \cdot {}_{B1} r_{oa}) \quad (4.49)$$

Sustituyendo las ecuaciones (4.39) (4.40) (4.45) en la ecuación (4.49)

$${}_I a_a = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ \dot{\theta} \end{pmatrix} \times \left( \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ \dot{\theta} \end{pmatrix} \times \begin{bmatrix} \cos(\theta) & \sin(\theta) & 0 \\ -\sin(\theta) & \cos(\theta) & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}^T \cdot \begin{pmatrix} r_p \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \right) \quad (4.50)$$

$${}_I a_a = \begin{pmatrix} -\dot{\theta}^2 r_p \cos(\theta) \\ -\dot{\theta}^2 r_p \sin(\theta) \\ 0 \end{pmatrix} \quad (4.51)$$

Para hallar la aceleración en el punto B nos dirigimos a la ecuación 4.7 ya que la aceleración en este punto es la misma que lleva el pistón.

$${}_I a_b = {}_I a_{cremallera} = {}_I a_{piston} = \begin{Bmatrix} a(\theta) \\ 0 \\ 0 \end{Bmatrix} \quad (4.52)$$

**4.2.2.5 Aceleración de los centros de masa.** Para el análisis dinámico es muy importante determinar la aceleración de los centros de masa de cada parte que compone el mecanismo.

La aceleración del **centro de masa del eje** es nula ya que el centro de masa está ubicado en el origen del sistema principal de referencia, es decir:

$${}_I a_{eje}^* = {}_I a_o = \begin{Bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{Bmatrix} \quad (4.53)$$

La aceleración del **centro de masa del engrane** es:

$$\begin{aligned} {}_I a_{eng}^* = & {}_I a_o + {}_I \dot{\Omega}_1 \times MR(\theta)^T \cdot {}_{B1} r_{eng}^* + {}_I \Omega_1 \times ({}_I \Omega_1 \times MR(\theta)^T \cdot {}_{B1} r_{eng}^*) \\ & + 2 {}_I \Omega_1 \times MR(\theta)^T \cdot \frac{d}{dt} {}_{B1} r_{eng}^* + MR(\theta)^T \cdot \frac{d^2}{dt^2} {}_{B1} r_{eng}^* \end{aligned}$$

Considerando la misma suposición:

$${}_I a_{eng}^* = {}_I \Omega_1 \times ({}_I \Omega_1 \times MR(\theta)^T \cdot {}_{B1} r_{eng}^*) \quad (4.54)$$

Siendo:

$${}_{B1} r_{eng} = \begin{Bmatrix} r_{eng_x}^* \\ r_{eng_y}^* \\ 0 \end{Bmatrix} \quad (4.55)$$

Sustituyendo las ecuaciones (4.39) (4.40) (4.55) en la ecuación (4.54)

$$\begin{aligned}
 {}_1a_{eng}^* &= \begin{Bmatrix} 0 \\ 0 \\ \dot{\theta} \end{Bmatrix} \times \left( \begin{Bmatrix} 0 \\ 0 \\ \dot{\theta} \end{Bmatrix} \times \begin{bmatrix} \cos(\theta) & \sin(\theta) & 0 \\ -\sin(\theta) & \cos(\theta) & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}^T \cdot \begin{Bmatrix} r_{eng_x}^* \\ r_{eng_y}^* \\ 0 \end{Bmatrix} \right) \\
 {}_1a_{eng}^* &= \begin{Bmatrix} -\dot{\theta}^2 \left( r_{eng_x}^* \cos(\theta) - r_{eng_y}^* \sin(\theta) \right) \\ -\dot{\theta}^2 \left( r_{eng_x}^* \sin(\theta) + r_{eng_y}^* \cos(\theta) \right) \\ 0 \end{Bmatrix} \quad (4.56)
 \end{aligned}$$

La aceleración del **centro de masa de la cremallera** coincide con el punto B y esta fue hallada en el modelado geométrico, ecuación (4.7). Entonces tenemos que la aceleración del punto medio de la cremallera es

$${}_1a_{cremallera}^* = {}_1a_{cremallera} = \begin{Bmatrix} a(\theta) \\ 0 \\ 0 \end{Bmatrix} \quad (4.57)$$

Para la aceleración del **centro de masa del pistón** es la misma aceleración hallada anteriormente en el modelado geométrico, ecuación (4.7). Tenemos:

$${}_1a_{pistón}^* = \begin{Bmatrix} a(\theta) \\ 0 \\ 0 \end{Bmatrix} \quad (4.58)$$

## 5. ANÁLISIS TERMODINÁMICO

El proceso de combustión en los motores Diésel presenta complejidades a la hora de realizar su modelado, esto se da por consecuencia a su carácter heterogéneo, transitorio, multifásico y turbulento, por tal motivo en el análisis termodinámico se revisaron diversos modelos para simular el comportamiento de un motor de encendido por compresión, los principales son:<sup>10</sup>

- Cero-dimensionales o termodinámicos, basados principalmente en la ley de conservación de la energía y que asumen homogeneidad espacial de las variables implicadas (temperatura, composición, etc.).
- Cuasi dimensionales o fenomenológicos, los cuales a pesar de su carácter cero-dimensional y al planteamiento termodinámico básico, incluyen algún aspecto geométrico característico del proceso de combustión o detalles espaciales adicionales para alguno de los fenómenos involucrados en la combustión.
- Multidimensionales o fluidodinámicos (CFD), más complejos que los anteriores además describen exhaustivamente la dependencia espacial del movimiento del fluido mediante la resolución de la correspondiente ecuación de conservación de la cantidad de movimiento en dos o tres dimensiones.

El modelo seleccionado para realizar el análisis termodinámico es el cero-dimensional, debido a que dicho modelo es el más utilizado y sencillo a la hora de realizar la simulación. Cabe recalcar dicho modelo será usado por ambos mecanismos, debido a que el cambio de mecanismo no afecta el modelo. Para

---

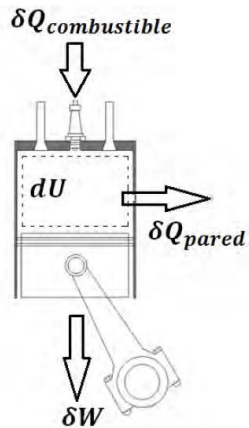
<sup>10</sup> PAYRI, Francisco. Motores de combustión interna alternativos. Editorial REVERTÉ, 2011, Pag 762, ISBN 978-84-291-4802-2.

trabajar con el modelado cero-dimensional se han tenido las siguientes suposiciones:<sup>11</sup>

- Los efectos turbulentos no son considerados.
- La presión y temperatura son uniformes dentro de la cámara de combustión.
- Los procesos de admisión y de escape son adiabáticos y a presión constante.
- La mezcla aire-combustible se considera como si fuera únicamente aire, debido a que combustible no afecta significativamente a las propiedades del aire.
- Las propiedades de los fluidos solo dependen de la temperatura.
- No se consideran fugas por grietas comprendidas entre los anillos y las paredes del cilindro, es decir, que la masa permanece constante.
- El proceso de combustión se constituye de dos fases: premezcla y difusión, modeladas con la función dupla de Wiebe.

En la figura 13 se observa el balance de energía realizado en la cámara de combustión del motor.

Figura 13. Balance de energía en la cámara de combustión (sistema cerrado)



Fuente: ALVAREZ, Jorge; Evaluación experimental y modelado Termodinámico del proceso de combustión de un Motor Diesel de aplicación industrial

<sup>11</sup> VARGAS, Juan. Análise do Desempenho de Motores Diesel Utilizando Óleo Combustível Pesado e Combustível Destilado Marítimo. Tesis de maestría en Ingeniería Oceánica. COPPE Universidad federal de Rio de Janeiro. Rio de Janeiro-Brasil. 2011. Pag 18.

Mediante el balance de energía mostrada en la figura 13, llegamos a la ecuación (5.1).

$$dQ_{comb} - dQ_{pared} - dW = dU \quad (5.1)$$

Donde:

- $dQ_{comb} \Rightarrow$  Variación del calor por combustión.
- $dQ_{pared} \Rightarrow$  Variación del calor perdido por la pared.
- $dW \Rightarrow$  Variación del trabajo.
- $dU \Rightarrow$  Variación de la energía Interna.

Reemplazando la definición del trabajo en la ecuación (5.1) nos queda la ecuación (5.2).

$$dQ_{comb} - dQ_{pared} - PdV = dU \quad (5.2)$$

Donde:

- $P \Rightarrow$  Presión al interior de la cámara.
- $dV \Rightarrow$  Variación del volumen.

Debido a que el combustible y el aire se pueden considerar como un gas ideal es válida la utilización de la ecuación de estado mostrada en la ecuación (5.3).

$$PV = mRT \quad (5.3)$$

Donde:

- $P \Rightarrow$  Presión.
- $V \Rightarrow$  Volumen del espacio.

- $m \Rightarrow$  Masa de gas.
- $T \Rightarrow$  Temperatura del gas.

Derivando la ecuación de estado (5.3) se obtiene la ecuación (5.4)

$$PdV + VdP = mRdT \quad (5.4)$$

La variación de la energía cinética para un gas ideal se expresa con la ecuación (5.5)

$$dU = m dC_v T + m C_v dT \quad (5.5)$$

En la ecuación (5.6) se observa la relación de los gases ideales (asumimos que el aire y la mezcla aire-combustible son gases ideales).

$$\frac{R}{C_v} = k - 1 \quad (5.6)$$

Luego de una serie de cálculos con las ecuaciones (5.2), (5.4), (5.5), (5.6) y dividiendo su resultado en la variación del ángulo de desplazamiento entre el eje del motor y el eje "x" de los mecanismos a analizar que se observa en la figura 9 y 11, SANCHEZ<sup>12</sup> llegó a la ecuación (5.7), mediante esta es posible hallar la variación de la presión respecto a la variación del ángulo, cuando ocurre el proceso de combustión en el interior de la cámara del motor.

$$\frac{dP}{d\theta} = \frac{k-1}{V} \left( \frac{dQ_{comb}}{d\theta} - \frac{dQ_{pared}}{d\theta} \right) - k \frac{P}{V} \frac{dV}{d\theta} + \frac{P}{k-1} \frac{dk}{d\theta} \quad (5.7)$$

---

<sup>12</sup> SÁNCHEZ, Isaac. Modelado termodinámico de un motor de encendido por compresión. Pregrado en ingeniería mecánica. México: Universidad Nacional Autónoma de México. Facultad de ingeniería. 2016. Pag 17. [Revisado: 28 de noviembre del 2019]. Disponible en: <https://pdfs.semanticscholar.org/be2e/db258440734af1f859379c5f3a9d417e6447.pdf>

Para hallar la variación de la temperatura al interior de la cámara de combustión se utiliza la ecuación de estado (5.4) mencionada anteriormente, donde despejando la variación de la temperatura y dividiendo los términos sobre la variación del ángulo ( $d\theta$ ) se llega a la ecuación (5.8)

$$\frac{dT}{d\theta} = \frac{P dV + VdP}{mR d\theta} \quad (5.8)$$

## 5.1 RETARDO DE AUTOENCENDIDO

El retardo de autoencendido ocurre entre el instante en el cual se inicia la inyección y comienza la combustión, eso ocurre debido a que el combustible no ha alcanzado las condiciones químicas necesarias. La ecuación (5.9) mostrada a continuación fue elaborada para hallar dicho retardo de los motores de encendido por compresión.<sup>13</sup>

$$\tau_{ign} = (0.36 + 0.22Sp) \exp \left[ EA \left( \frac{1}{RT} - \frac{1}{17190} \right) \left( \frac{21.2}{P - 12.4} \right)^{0.63} \right] \quad (5.9)$$

Donde:

- P ⇒ Presión al final de la carrera de compresión [Bar]
- T ⇒ Temperatura al inicio de la combustión [K]
- Sp ⇒ Velocidad del pistón. [m/s]
- EA ⇒ Energía de activación del combustible. [J]
- R ⇒ Constante universal de los gases [J/molK]

Para hallar la energía de activación del combustible se utiliza la ecuación (5.10).

---

<sup>13</sup> HEYWOOD, John. Internal combustion engine fundamentals, McGraw-Hill international editions, 1988.

$$EA = \frac{618840}{NC + 25} \quad (5.10)$$

Siendo NC el número de cetano del combustible el cual para Diesel tiene un valor de 45.

Para pasar el tiempo de ignición a grados se utilizó la ecuación (5.11), siendo N las revoluciones del motor.

$$\theta_{ign} = \frac{\tau_{ign} 360 N}{60000} \quad (5.11)$$

Hallando el retardo de ignición se calcula el inicio de combustión mostrada en la ecuación (5.12).

$$\theta_{IC} = \theta_{ign} + (\theta_{ai} - 360) \quad (5.12)$$

Siendo  $\theta_{ai}$  el ángulo de avance en la combustión.

## 5.2 MODELADO DE CALOR DE COMBUSTIÓN.

Para modelar el calor generado por la combustión del Diesel se utilizó el modelo elaborado por Vibe.<sup>14</sup> Este modelo describe el curso temporal del calor que se libera al interior de la cámara de combustión. La ecuación (5.13) representa dicho comportamiento.

---

<sup>14</sup> VIBE, I.I. Rate of heat release in cyclic process of internal combustion engines (Brennverlauf und Kreisprozeß von Verbrennungsmotoren), Verlag Technik, Berlin, 1970.

$$\begin{aligned} \frac{dQ_{comb}}{d\theta} = & Q_p a \frac{m_p + 1}{\Delta\theta_p} \left( \frac{\theta - \theta_{IC}}{\Delta\theta_p} \right)^{m_p} \exp \left( -a \left( \frac{\theta - \theta_{IC}}{\Delta\theta_p} \right)^{m_p+1} \right) \\ & + Q_d a \frac{m_d + 1}{\Delta\theta_d} \left( \frac{\theta - \theta_{IC}}{\Delta\theta_d} \right)^{m_d} \exp \left( -a \left( \frac{\theta - \theta_{IC}}{\Delta\theta_d} \right)^{m_d+1} \right) \end{aligned} \quad (5.13)$$

Los subíndices p y d se refieren a las fases de combustión premezcla y combustión por difusión,  $\theta_p$  y  $\theta_d$  se refieren al inicio de las fases de premezcla y difusión en la combustión. Las variables  $Q_p$  y  $Q_d$  representan la energía liberada en las fases mencionadas. Las constantes a,  $m_p$  y  $m_d$  son denominadas factores de forma

Se debe conocer el valor el calor liberado en cada fase ( $Q_d$  y  $Q_p$ ) y para esto se toma en cuenta el calor total que se libera en la cámara, como se muestra en la ecuación (5.14).

$$(Q_{comb})_{Total} = m_f LHV \quad (5.14)$$

Con la ecuación (5.15) y (5.16) obtenemos la energía liberada en la fase de premezcla y difusión.

$$Q_p = f_p (Q_{comb})_{Total} = f_p m_f LHV \quad (5.15)$$

$$Q_d = f_d (Q_{comb})_{Total} = f_d m_f LH \quad (5.16)$$

Donde:

- $f_p \Rightarrow$  Fracción de calor liberado en la premezcla.
- $f_d \Rightarrow$  Fracción de calor liberado en la difusión.
- $m_f \Rightarrow$  Masa de combustible.
- LHV  $\Rightarrow$  Poder calorífico inferior del Diesel.

Para conocer el valor de estas variables se utiliza el trabajo elaborado por Miyamoto<sup>15</sup>, el cual luego de realizar diferentes pruebas con diversos motores obtuvo que los siguientes factores de forma eran los que tenían mayor similitud al comportamiento de los motores usados. Dado que para este proyecto solo se realizó el análisis mediante modelos y no es posible comparar los resultados con el motor real, no se puede concluir si estos factores son los adecuados para el motor, pero si se asegura que tendrá un comportamiento similar a un motor real.

$$\text{LHV} = 43,1 \frac{\text{MJ}}{\text{Kg}}$$

$$m_p = 3$$

$$m_d = 0,5 \text{ Para motores de ID}$$

$$\theta_p = 7^\circ$$

$$\theta_d = 70^\circ$$

$$f_p = 0.5$$

$$f_d = 0.5$$

### 5.3 PERDIDA DE CALOR POR LAS PAREDES DEL CILINDRO

Las pérdidas de calor que se presentan en la cámara se dan a través de las paredes del cilindro, los mecanismos de transferencia de calor que generan estas pérdidas son los de convección y radiación, por lo tanto, el calor pedido por las paredes se halla con la ecuación (5. 17)

---

<sup>15</sup> MIYAMOYO, Noboru. CHIKAHISA, Takemi. MURAYAMA. Tadashi. Description and Analysis of Diesel Engine Rate of Combustion and Performance Using Wiebe's Functions. 1985. [Revisado el 29 de noviembre del 2019]. Disponible en: [https://www.researchgate.net/publication/236479413\\_Description\\_and\\_Analysis\\_of\\_Diesel\\_Engine\\_Rate\\_of\\_Combustion\\_and\\_Performance\\_Using\\_Wiebe's\\_Functions](https://www.researchgate.net/publication/236479413_Description_and_Analysis_of_Diesel_Engine_Rate_of_Combustion_and_Performance_Using_Wiebe's_Functions)

$$\frac{dQ_{pared}}{d\theta} = \frac{dQ_{conv}}{d\theta} + \frac{dQ_{rad}}{d\theta} \quad (5.17)$$

**5.3.1 Pérdida de calor por convección.** La transferencia de calor por convección es debido al gradiente de las temperaturas entre los gases y la pared, siendo las temperaturas de los gases más elevadas, la expresión de esta pérdida de calor se da por la ley de Newton de enfriamiento ecuación (5.18).<sup>16</sup>

$$\frac{dQ_{conv}}{dt} = h(\theta) A(\theta) [T_g(\theta) - T_p] \quad (5.18)$$

Donde:

- $h(\theta) \Rightarrow$  Coeficiente de transferencia de calor. [W/m<sup>2</sup>K]
- $A(\theta) \Rightarrow$  Área de la cilindrada. [m<sup>2</sup>]
- $T_g(\theta) \Rightarrow$  Temperatura del gas de combustión. [K]
- $T_p \Rightarrow$  Temperatura de las paredes del cilindro. [K]

Para que la ecuación (5.18) quede en función del ángulo de giro y no del tiempo se usa la ecuación (5.19).<sup>17</sup>

$$\Delta t = \frac{\Delta\theta}{6 * N} \quad (5.19)$$

Reemplazando (5.19) en (5.18) tenemos la ecuación (5.20), que representa el calor perdido en función a la variación del ángulo.

---

<sup>16</sup> CENGEL, Yunes; GHAJAR, Afshin. Transferencia de calor y masa, fundamentos y aplicaciones. 4 ed. México: MCGraw-Hill. 2011. Pag 26.

<sup>17</sup> GARCÍA, Gabriel. Herramienta computacional para el cálculo de los parámetros del desempeño de un motor Diesel ID de cuatro tiempos. Magister en ingeniería mecánica. Colombia. Universidad Industrial de Santander. 2013. Pag 40.

$$\frac{dQ_{\text{conv}}}{d\theta} = \frac{h(\theta)A(\theta)[T_g(\theta) - T_p]}{6 * N} \quad (5. 20)$$

La temperatura media de la pared del cilindro, se asumió 100 °C, tomando de referencia los trabajos de Stone<sup>18</sup> y Ferrari<sup>19</sup>, los cuales consideran esta temperatura entre (95 y 105 °C) dado a que este valor normalmente es al que se encuentra la pared.

El coeficiente de convección al interior de la cámara de combustión se halla mediante un modelo elaborado por Woschini<sup>20</sup>, su ecuación es la (5.21).

$$h(\theta) = 3.26 D^{-0.2} P(\theta)^{0.8} T(\theta)^{-0.55} w(\theta)^{0.8} \quad (5. 21)$$

Donde:

- h ⇒ Coeficiente de convección de transferencia de calor. [W/m<sup>2</sup>K]
- D ⇒ Diámetro del cilindro. [m]
- P ⇒ Presión absoluta instantánea de la mezcla de trabajo. [bar]
- T ⇒ Temperatura instantánea de los gases. [K]
- w ⇒ Velocidad media de los gases dentro de la cámara. [m/s]

Para hallar velocidad media de los gases se utiliza la ecuación (5.22).<sup>21</sup>

---

<sup>18</sup> STONE, Richard. Introduction to Internal Combustion Engines, 3rd ed., Warrendale, PA, USA, Society of Automobile Engineers. 1999. Pag 378. [Revisado: 28 de noviembre del 2019]. Disponible en: [http://160592857366.free.fr/joe/ebooks/Automotive%20engineering%20books/Introduction\\_to\\_Internal\\_Combustion\\_Engines.pdf](http://160592857366.free.fr/joe/ebooks/Automotive%20engineering%20books/Introduction_to_Internal_Combustion_Engines.pdf)

<sup>19</sup> FERRARI, Fernando. Análise de um Motor do Ciclo Diesel operando no Modo Bicomustível: Diesel / Etanol". Tesis de maestría en Ingeniería Mecánica. Pontificia Universidad Católica-Rio, Rio de Janeiro-Brasil. 2011. Pag 47. [Revisado: 28 de noviembre del 2019]. Disponible en: <https://www.maxwell.vrac.puc-rio.br/colecao.php?strSecao=resultado&nrSeq=19636@1>

<sup>20</sup> WOSCHNI, G. A Universally Applicable Equation for the Instantaneous Heat Transfer Coefficient in the Internal Combustion Engine, SAE Technical Paper 670931, 1967.

<sup>21</sup> FERRARI. Op. Cit., Pag 48.

$$w(\theta) = 2.28S_p + 0.00324 \frac{V_d T_0}{P_0 V_0} (P(\theta) - P_{mot}) \quad (5.22)$$

Donde:

- $P_{mot}$  ⇒ Presión al interior de la cámara, sin combustión. [bar]
- $S_p$  ⇒ Velocidad media del pistón. [m/s]
- $T_0, P_0$  y  $V_0$  ⇒ Temperatura, presión y volumen del momento del cierre de la válvula de admisión. [K], [bar] y [m<sup>3</sup>]

La presión del motor se determina mediante una relación politrópica mostrada en la ecuación (5.23).

$$P_{mot} = P_0 \left( \frac{V_0}{V(\theta)} \right)^k \quad (5.23)$$

Donde:

- $V(\theta)$  ⇒ Volumen del cilindro. [m<sup>3</sup>]
- $k$  ⇒ Índice politrópico del aire. [-]

La velocidad media del pistón se puede calcular con la ecuación (5.24).<sup>22</sup>

$$S_p = \frac{2S(N)}{60} \quad (5.24)$$

Donde:

- $N$  ⇒ Número de revoluciones por minuto.
- $S$  ⇒ carrera del pistón. [m]

---

<sup>22</sup> FERRARI. Op. Cit., Pag 49.

**5.3.2 Pérdida de calor por radiación.** Existe una pérdida de calor en los gases de combustión por el mecanismo de radiación con las paredes del cilindro, para calcular dicha pérdida de calor se utiliza la ley de Stefan-Boltzmann que se observa en la ecuación (5.25).<sup>23</sup>

$$\frac{dQ_{\text{rad}}}{dt} = \varepsilon \sigma A(\theta) [T_g(\theta)^4 - T_p^4] \quad (5.25)$$

Donde:

- $\varepsilon \Rightarrow$  Emisividad,  $\varepsilon = 0.576$  para motores Diesel.<sup>24</sup>
- $\sigma \Rightarrow$  Constante de Stefan-boltzmann.  $[W/m^2K^4]$

De igual manera que con la pérdida de calor por radiación se utiliza la ecuación (5.19) y de esta forma queda la ecuación (5.26) que representa la pérdida de calor por radiación en función del ángulo de la manivela.

$$\frac{dQ_{\text{rad}}}{d\theta} = \frac{\varepsilon \sigma A(\theta) [T_g(\theta)^4 - T_p^4]}{6 * N} \quad (5.26)$$

## 5.4 TRABAJO BRUTO POR CICLO

Para hallar el trabajo realizado por el motor en cada ciclo de un pistón se calcula el área bajo la curva de la gráfica presión contra volumen del cilindro, mostrada en la ecuación (5.27).<sup>25</sup>

$$W_{\text{comb}} = \oint P dV \quad (5.27)$$

<sup>23</sup> CENGEL. Op. Cit., Pag 29.

<sup>24</sup> ALVAREZ, Jorge; Evaluación experimental y modelado Termodinámico del proceso de combustión de un Motor Diesel de aplicación industrial. Magister en Energía. Perú: Pontificia Universidad Católica del Perú. Escuela de posgrado. 2017. Pag 20.

<sup>25</sup> GARCÍA. Op. Cit., Pag 46.

Donde  $P$  es la presión en el cilindro y  $dV$  es la variación del volumen de la cámara de combustión.

## 5.5 POTENCIA INDICADA

La potencia indicada se calcula con la ecuación (5.28):<sup>26</sup>

$$Pot = \frac{W_{comb} RPM}{n_R} \quad (5.28)$$

Donde  $n_R$  es el número de giros del cigüeñal en un ciclo, que en este caso por ser un motor de cuatro tiempos sería de 2.

## 5.6 EFICIENCIA TÉRMICA

La eficiencia se halla al dividir la potencia indicada en el calor generado por la combustión del Diesel, tal como se observa en la ecuación (5.29)

$$\eta_{ter} = \frac{W_{comb}}{m_f LHV} \quad (5.29)$$

---

<sup>26</sup> FENOLLOSA, Carlos. Modelado fenomenológico del proceso de combustión por difusión diesel. Reverte, 2005.

## 6. ANÁLISIS DINÁMICO

Con el modelado dinámico se busca hallar las fuerzas actuantes sobre los mecanismos. Este análisis se realiza mediante el modelo de Newton-Euler. En este método se parte del equilibrio de fuerzas y momentos tal como se observa en las ecuaciones (6.1) y (6.2), realizando un DCL para cada uno de los componentes, obteniendo ecuaciones de fuerzas y momentos

$$\sum_{j=1}^n F_j = m_j * a_j \quad (6.1)$$

Donde:

- $F_j \Rightarrow$  Fuerzas ejercidas en cada pieza.
- $m_j \Rightarrow$  Masa de la pieza.
- $a_j \Rightarrow$  Aceleración lineal de la pieza.

$$\sum_{j=1}^n \overline{M}_j(P) = I_j \frac{d}{dt} (\overline{\omega}_j) \quad (6.2)$$

La ecuación (6.2) es conocida como la ecuación de Euler y es utilizada para hallar los momentos que están presente en el cuerpo, siendo  $\sum M$  la sumatoria de los momentos.

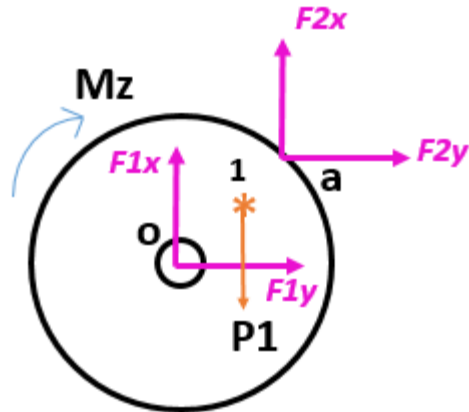
Donde:

- $M_j \Rightarrow$  Momento ejercido sobre un punto P.
- $I_j \Rightarrow$  Inercia entorno al punto P.
- $a_j \Rightarrow$  Aceleración lineal de la pieza.

## 6.1 MODELADO DINÁMICO MOTOR CONVENCIONAL

### 6.1.1 Reacciones dinámicas de la manivela

Figura 14. DCL Manivela mecanismo conveccional.



En la figura 14 mostrada anteriormente, se observa el diagrama de cuerpo libre de la manivela (cigüeñal), donde:

- $F_1 \Rightarrow$  Reacción en el eje.
- $F_2 \Rightarrow$  Reacción en la manivela.
- $M_z \Rightarrow$  Torque ejercido por la carga en el eje Z.
- $P_1 \Rightarrow$  Peso de la manivela.
- $1 \Rightarrow$  Centro de masa de la manivela.

Aplicando la ecuación de fuerzas de newton (6.1) en la manivela del motor, tenemos la ecuación (6. 3)

$${}_1P_1 + {}_1F_1 + {}_1F_2 = m_1 {}_1a_1 \quad (6. 3)$$

Siendo:

$${}_1F_1 = \begin{Bmatrix} F_{1x} \\ F_{1y} \\ 0 \end{Bmatrix} \quad (6.4)$$

$${}_1F_2 = \begin{Bmatrix} F_{2x} \\ F_{2y} \\ 0 \end{Bmatrix} \quad (6.5)$$

$${}_1P_1 = \begin{Bmatrix} -m_1g \\ 0 \\ 0 \end{Bmatrix} \quad (6.6)$$

Sabiendo que  $g$  es la gravedad y  ${}_1a_1^*$  es la aceleración del punto medio y fue encontrada en el análisis cinemático utilizando el modelado de cuerpo rígido. Sustituyendo la ecuaciones (6.4) (6.5) (6.6) y (4.23) en la ecuación (6.3)

$$\begin{aligned} & \begin{Bmatrix} -m_1g \\ 0 \\ 0 \end{Bmatrix} + \begin{Bmatrix} F_{1x} \\ F_{1y} \\ 0 \end{Bmatrix} + \begin{Bmatrix} F_{2x} \\ F_{2y} \\ 0 \end{Bmatrix} \\ & = m_1 \begin{Bmatrix} -\dot{\theta}^2 (Lm_x^* \cos(\theta) - Lm_y^* \sin(\theta)) \\ -\dot{\theta}^2 (Lm_x^* \sin(\theta) + Lm_y^* \cos(\theta)) \\ 0 \end{Bmatrix} \end{aligned} \quad (6.7)$$

Como resultado de la ecuación (6.7), obtenemos las ecuaciones (6.8) para el componente "x" y (6.9) para el componente "y"

$$F_{1x} + F_{2x} = m_1 \left[ g - \dot{\theta}^2 (Lm_x^* \cos(\theta) - Lm_y^* \sin(\theta)) \right] \quad (6.8)$$

$$F_{1y} + F_{2y} = m_1 \left[ -\dot{\theta}^2 (Lm_x^* \sin(\theta) + Lm_y^* \cos(\theta)) \right] \quad (6.9)$$

Utilizando la ecuación de Euler (6.2), y sabiendo que  ${}_{B1}I \frac{d}{dt} {}_{B1}\omega_1 = 0$  (La velocidad de la manivela es constante)

Entonces:

$$\sum_{B1} M = 0$$

Calculando los momentos

$$\sum_{B1} M = {}_{B1}r_{o1}^* \times MR(\theta) {}_IF_1 + {}_{B1}r_{a1}^* \times MR(\theta) {}_IF_2 + M_z$$

Por lo tanto:

$${}_{B1}r_{o1}^* \times MR(\theta) {}_IF_1 + {}_{B1}r_{a1}^* \times MR(\theta) {}_IF_2 + M_1 = 0 \quad (6.10)$$

Siendo:

$${}_{B1}r_{o1}^* = \begin{Bmatrix} -Lm_x^* \\ -Lm_y^* \\ 0 \end{Bmatrix} \quad (6.11)$$

$${}_{B1}r_{a1}^* = \begin{Bmatrix} (Lm - Lm_x^*) \\ -Lm_y^* \\ 0 \end{Bmatrix} \quad (6.12)$$

$${}_IM_1 = \begin{Bmatrix} 0 \\ 0 \\ M_{1z} \end{Bmatrix} \quad (6.13)$$

Sustituyendo las ecuaciones (4.9) (6.4) (6.5) (6.11) (6.12) (6.13) en la ecuación (6.10)

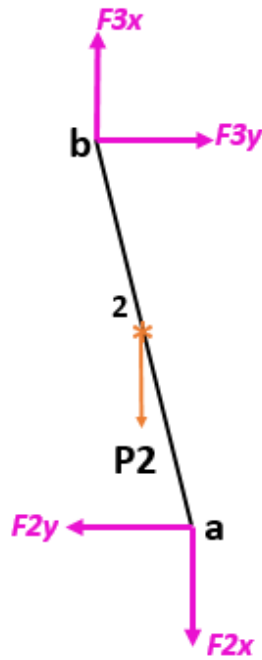
$$\begin{aligned}
& \begin{Bmatrix} -Lm_x^* \\ -Lm_y^* \\ 0 \end{Bmatrix} \times \left( \begin{bmatrix} \cos(\theta) & \sin(\theta) & 0 \\ -\sin(\theta) & \cos(\theta) & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{Bmatrix} F_{1x} \\ F_{1y} \\ 0 \end{Bmatrix} \right) \\
& + \begin{Bmatrix} (Lm - Lm_x^*) \\ -Lm_y^* \\ 0 \end{Bmatrix} \times \left( \begin{bmatrix} \cos(\theta) & \sin(\theta) & 0 \\ -\sin(\theta) & \cos(\theta) & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{Bmatrix} F_{2x} \\ F_{2y} \\ 0 \end{Bmatrix} \right) + \begin{Bmatrix} 0 \\ 0 \\ M_{1z} \end{Bmatrix} \quad (6.14) \\
& = \begin{Bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{Bmatrix}
\end{aligned}$$

La solución de la ecuación anterior (6.14) obtenemos la ecuación (6.15)

$$\begin{aligned}
& -Lm_x^* \left( -F_{1x} \sin(\theta) + F_{1y} \cos(\theta) \right) \\
& + Lm_y^* \left( F_{1x} \cos(\theta) + F_{1y} \sin(\theta) \right) \\
& + (Lm - Lm_x^*) \left( -F_{2x} \sin(\theta) + F_{2y} \cos(\theta) \right) \\
& + Lm_y^* \left( F_{2x} \cos(\theta) + F_{2y} \sin(\theta) \right) + M_{1z} = 0 \quad (6.15)
\end{aligned}$$

**6.1.2 Reacciones dinámicas de la biela.** En la figura 15, se observa el Diagrama de cuerpo libre de la biela.

Figura 15. DCL Biela mecanismo conveccional.



Donde:

- $F_2 \Rightarrow$  Reacción dinámica en la biela con manivela.
- $F_3 \Rightarrow$  Reacción dinámica en el pistón.
- $P_2 \Rightarrow$  Peso de la biela.
- $2 \Rightarrow$  Centro de masa de la biela.

Utilizando la ecuación de fuerzas de newton (6.1), tenemos:

$${}_1P_2 - {}_1F_2 + {}_1F_3 = m_2 {}_1a_2^* \quad (6.16)$$

Siendo:

$${}_1F_3 = \begin{pmatrix} F_{3x} \\ F_{3y} \\ 0 \end{pmatrix} \quad (6.17)$$

$$P_2 = \begin{Bmatrix} -m_2 g \\ 0 \\ 0 \end{Bmatrix} \quad (6.18)$$

Sabiendo que  $g$  es la gravedad y  ${}_1a_2^*$  es la aceleración del punto medio y fue encontrada en el análisis cinemático utilizando el modelado de cuerpo rígido.

Sustituyendo las ecuaciones (6.5) (6.17) (6.18) en la ecuación (6.16)

$$\begin{aligned} & \begin{Bmatrix} -m_2 g \\ 0 \\ 0 \end{Bmatrix} - \begin{Bmatrix} F_{2x} \\ F_{2y} \\ 0 \end{Bmatrix} + \begin{Bmatrix} F_{3x} \\ F_{3y} \\ 0 \end{Bmatrix} \\ & = m_2 \begin{Bmatrix} a_b + \dot{\theta}_e (Lb_x^* \text{Sen}(\theta_e) + Lb_y^* \text{Cos}(\theta_e)) - \dot{\theta}_e^2 (-Lb_x^* \text{Cos}(\theta_e) + Lb_y^* \text{Sen}(\theta_e)) \\ -\ddot{\theta}_e (-Lb_x^* \text{Cos}(\theta_e) + Lb_y^* \text{Sen}(\theta_e)) - \dot{\theta}_e^2 (Lb_x^* \text{Sen}(\theta_e) + Lb_y^* \text{Cos}(\theta_e)) \\ 0 \end{Bmatrix} \quad (6.19) \end{aligned}$$

Solucionando la ecuación anterior (6.19), tenemos (6.20) en componente "x" y (6.21) en componente "y":

$$\begin{aligned} -F_{2x} + m_2 \left[ g + \dot{\theta}_e (Lb_x^* \text{Sen}(\theta_e) + Lb_y^* \text{Cos}(\theta_e)) \right. \\ \left. - \dot{\theta}_e^2 (-Lb_x^* \text{Cos}(\theta_e) + Lb_y^* \text{Sen}(\theta_e)) \right] \quad (6.20) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} -F_{2y} + F_{3y} = m_2 \left[ -\ddot{\theta}_e (-Lb_x^* \text{Cos}(\theta_e) + Lb_y^* \text{Sen}(\theta_e)) \right. \\ \left. - \dot{\theta}_e^2 (Lb_x^* \text{Sen}(\theta_e) + Lb_y^* \text{Cos}(\theta_e)) \right] \quad (6.21) \end{aligned}$$

Utilizando la ecuación de Euler (6.2), tenemos:

$$\sum {}_{B1}M = {}_{B2}I \frac{d}{{}_{B2}dt} \omega_2$$

Calculando los momentos

$$\sum_{B1} M = {}_{B2}r_{a2}^* \times MR(\theta_e)(-{}_1F_2) + {}_{B2}r_{b2}^* \times MR(\theta_e) {}_1F_3$$

Por lo tanto:

$${}_{B2}r_{a2}^* \times MR(\theta_e)(-{}_1F_2) + {}_{B2}r_{b2}^* \times MR(\theta_e) {}_1F_3 = {}_{B2}I \frac{d}{dt} {}_{B2}\omega_2 \quad (6.22)$$

Siendo:

$${}_{B2}r_{a2}^* = \begin{Bmatrix} -(Lb - Lb_x^*) \\ -Lb_y^* \\ 0 \end{Bmatrix} \quad (6.23)$$

$${}_{B2}r_{b2}^* = \begin{Bmatrix} Lb_x^* \\ -Lb_y^* \\ 0 \end{Bmatrix} \quad (6.24)$$

$${}_{B2}I = \begin{bmatrix} I_{11}^{(2)} & 0 & 0 \\ 0 & I_{22}^{(2)} & 0 \\ 0 & 0 & I_{33}^{(2)} \end{bmatrix} \quad (6.25)$$

Sustituyendo las ecuaciones (4.10) (6.5) (6.17) (6.23) (6.24) (6.25) en la ecuación (6.22)

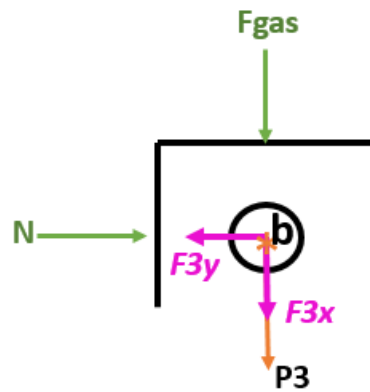
$$\begin{aligned}
 & \begin{Bmatrix} -(Lb - Lb_x^*) \\ -Lb_y^* \\ 0 \end{Bmatrix} \times \begin{bmatrix} \text{Cos}(\theta_e) & -\text{Sen}(\theta_e) & 0 \\ \text{Sen}(\theta_e) & \text{Cos}(\theta_e) & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{Bmatrix} -F_{2x} \\ -F_{2y} \\ 0 \end{Bmatrix} \\
 & + \begin{Bmatrix} Lb_x^* \\ -Lb_y^* \\ 0 \end{Bmatrix} \times \begin{bmatrix} \text{Cos}(\theta_e) & -\text{Sen}(\theta_e) & 0 \\ \text{Sen}(\theta_e) & \text{Cos}(\theta_e) & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{Bmatrix} F_{3x} \\ F_{3y} \\ 0 \end{Bmatrix} \quad (6.26) \\
 & = \begin{bmatrix} I_{11}^{(2)} & 0 & 0 \\ 0 & I_{22}^{(2)} & 0 \\ 0 & 0 & I_{33}^{(2)} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} 0 \\ 0 \\ -\ddot{\theta}_e \end{Bmatrix}
 \end{aligned}$$

Resolviendo la ecuación anterior (6.26), tenemos:

$$\begin{aligned}
 & -(Lb - Lb_x^*) \left( -F_{2x} \text{Sen}(\theta_e) - F_{2y} \text{Cos}(\theta_e) \right) \\
 & + Lb_y^* \left( -F_{2x} \text{Cos}(\theta_e) + F_{2y} \text{Sen}(\theta_e) \right) \quad (6.27) \\
 & + Lb_x^* \left( F_{3x} \text{Sen}(\theta_e) + F_{3y} \text{Cos}(\theta_e) \right) \\
 & + Lb_y^* \left( F_{3x} \text{Cos}(\theta_e) - F_{3y} \text{Sen}(\theta_e) \right) = -I_{33}^{(2)} \ddot{\theta}_e
 \end{aligned}$$

**6.1.3 Reacciones dinámicas del pistón.** En la figura 16 se observa el diagrama de cuerpo libre del pistón

Figura 16. DCL pistón mecanismo convencional.



Donde:

- $F_{gas}$  ⇒ Fuerza de los gases de combustión.
- $F_3$  ⇒ Reacción dinámica del pistón
- $P_3$  ⇒ Peso del pistón
- $P$  ⇒ Fuerza de contacto entre el pistón y el cilindro
- $3^*$  ⇒ Centro de masa del pistón

Utilizando la ecuación de newton (6.1), tenemos

$${}_1P_3 - {}_1F_3 + {}_1N + {}_1F_{gas} = m_3 {}_1a_3^* \quad (6.28)$$

Siendo:

$${}_1P_3 = \begin{Bmatrix} -m_3g \\ 0 \\ 0 \end{Bmatrix} \quad (6.29)$$

$${}_1N = \begin{Bmatrix} 0 \\ N \\ 0 \end{Bmatrix} \quad (6.30)$$

$${}_1F_{gas} = \begin{Bmatrix} -F_g(\theta) \\ 0 \\ 0 \end{Bmatrix} \quad (6.31)$$

Sabiendo que  $g$  es la gravedad y  ${}_1a_3^*$  es la aceleración del punto medio y fue encontrada en el análisis cinemático utilizando el modelado geométrico. Sustituyendo las ecuaciones (4.7) (6.29) (6.30) (6.31) en la ecuación (6.28)

$$\begin{Bmatrix} -m_3g \\ 0 \\ 0 \end{Bmatrix} + \begin{Bmatrix} 0 \\ N \\ 0 \end{Bmatrix} + \begin{Bmatrix} -F_g(\theta) \\ 0 \\ 0 \end{Bmatrix} - \begin{Bmatrix} F_{3x} \\ F_{3y} \\ 0 \end{Bmatrix} = m_3 \begin{Bmatrix} a_b \\ 0 \\ 0 \end{Bmatrix} \quad (6.32)$$

Solucionando la ecuación anterior (6.32)

$$-F_{3x} = m_3(g + a_b) + F_g(\theta) \quad (6.33)$$

$$N - F_{3x} = 0 \quad (6.34)$$

**6.1.4 Fuerza de los gases de combustión.** La fuerza generada por los gases de combustión es necesaria para el análisis dinámico, se utiliza la presión que fue calculada en el capítulo 5 en el interior de la cámara de combustión, esta fuerza se halla gracias a la ecuación (6.35)

$$P_{gas}(\theta) = \frac{F_g(\theta)}{A_{pistón}} \quad (6.35)$$

Despejando la fuerza, tenemos:

$$F_{gas}(\theta) = P_{gas} \cdot A_{pistón}$$

Donde:

- $P_{gas} \Rightarrow$  Presión de los gases de combustión. [Pa]
- $F_{gas} \Rightarrow$  Fuerza de combustión. [N]
- $A_{pistón} \Rightarrow$  Área del pistón. [m<sup>2</sup>]

**6.1.5 Matriz resultante mecanismo convencional.** Con las ecuaciones resultantes de las tres piezas del mecanismo se procede a realizar una matriz con todas las variables, para de esta forma tener un resultado de estas mismas, la matriz mostrada a continuación se programó en el MATLAB junto con los demás análisis.

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ A & B & C & D & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & -1 & 0 & -1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & E & F & G & H & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} F_{1x} \\ F_{1y} \\ F_{2x} \\ F_{2y} \\ F_{3x} \\ F_{3y} \\ N \\ M_{1z} \end{Bmatrix}$$

$$= \begin{pmatrix} m_1 \left[ g - \dot{\theta}^2 \left( Lm_x^* \cos(\theta) - Lm_y^* \sin(\theta) \right) \right] \\ m_1 \left[ -\dot{\theta}^2 \left( Lm_x^* \sin(\theta) + Lm_y^* \cos(\theta) \right) \right] \\ 0 \\ m_2 \left[ g + \ddot{\theta}_e \left( Lb_x^* \sin(\theta_e) + Lb_y^* \cos(\theta_e) \right) - \dot{\theta}_e^2 \left( -Lb_x^* \cos(\theta_e) + Lb_y^* \sin(\theta_e) \right) \right] \\ m_2 \left[ -\ddot{\theta}_e \left( -Lb_x^* \cos(\theta_e) + Lb_y^* \sin(\theta_e) \right) - \dot{\theta}_e^2 \left( Lb_x^* \sin(\theta_e) + Lb_y^* \cos(\theta_e) \right) \right] \\ -I_{33}\ddot{\theta}_e \\ m_3(g + a_b) + F_g(\theta) \\ 0 \end{pmatrix}$$

$$A = Lm_x^* \sin \theta + Lm_y^* \cos \theta$$

$$B = -Lm_x^* \cos \theta + Lm_y^* \sin \theta$$

$$C = -(Lm - Lm_x^*) \sin \theta + Lm_y^* \cos \theta$$

$$D = (Lm - Lm_x^*) \cos \theta + Lm_y^* \sin \theta$$

$$E = (Lb - Lb_x^*) \sin \theta_e - Lb_y^* \cos \theta_e$$

$$F = (Lb - Lb_x^*) \cos \theta_e + Lb_y^* \sin \theta_e$$

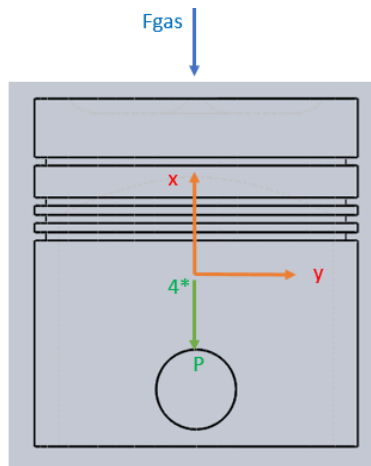
$$G = Lb_x^* \sin \theta_e + Lb_y^* \cos \theta_e$$

$$H = Lb_x^* \cos \theta_e - Lb_y^* \sin \theta_e$$

## 6.2 MODELADO DINÁMICO DEL MOTOR DISEÑADO (MEEC)

### 6.2.1 Reacciones dinámicas del pistón

Figura 17. DCL pistón MEEC.



En la figura 17, se observan las reacciones que se presentan en el pistón.

Donde:

- $F_4 \Rightarrow$  Reacción dinámica del pistón.
- $F_{gas} \Rightarrow$  Fuerza del gas de combustión
- $P_4 \Rightarrow$  Peso del pistón
- $4 \Rightarrow$  Centro de masa

Utilizando la ecuación de newton (6.1), tenemos:

$${}_1P_4 + {}_1F_4 + {}_1F_{gas} = m_4 {}_1a_{pistón} * \quad (6. 36)$$

Siendo:

$${}_1P_4 = \begin{Bmatrix} -m_4g \\ 0 \\ 0 \end{Bmatrix} \quad (6. 37)$$

$${}_1F_{gas} = \begin{Bmatrix} -F_g(\theta) \\ 0 \\ 0 \end{Bmatrix} \quad (6.38)$$

$${}_1F_4 = \begin{Bmatrix} F_{4x} \\ F_{4y} \\ 0 \end{Bmatrix} \quad (6.39)$$

Sabiendo que  $g$  es la gravedad y  ${}_1a_{pistón}$  \* es la aceleración del punto medio y fue encontrada en el análisis cinemático utilizando el modelado geométrico. Sustituyendo las ecuaciones (4.7) (6.37) (6.38) (6.39) en la ecuación (6.36)

$$\begin{Bmatrix} -m_4g \\ 0 \\ 0 \end{Bmatrix} + \begin{Bmatrix} -F_g(\theta) \\ 0 \\ 0 \end{Bmatrix} + \begin{Bmatrix} F_{4x} \\ F_{4y} \\ 0 \end{Bmatrix} = m_4 \begin{Bmatrix} a(\theta) \\ 0 \\ 0 \end{Bmatrix} \quad (6.40)$$

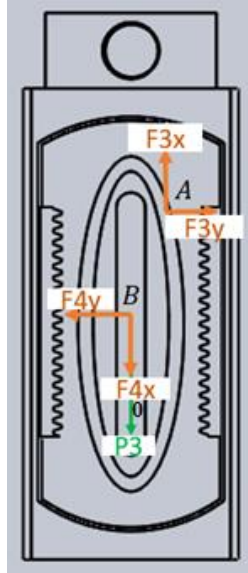
Solucionando la ecuación anterior, tenemos:

$$F_{4x} = m_4(g + a(\theta)) + F_g(\theta) \quad (6.41)$$

$$F_{4y} = 0 \quad (6.42)$$

**6.2.2 Reacciones dinámicas del conjunto cremallera.** En la figura 18 se muestran las fuerzas que actúa sobre la cremallera.

Figura 18. DCL conjunto cremallera MEEC.



Donde:

- $F_4 \Rightarrow$  Reacción dinámica del pistón.
- $F_3 \Rightarrow$  Reacción dinámica del pasador.
- $P_3 \Rightarrow$  Peso del conjunto cremallera.
- $O \Rightarrow$  Centro de masa

Utilizando la ecuación de newton (6.1), tenemos

$${}_1P_3 + {}_1F_3 - {}_1F_4 = m_3 {}_1a_{cremallera} \quad (6.43)$$

Siendo:

$${}_1P_3 = \begin{Bmatrix} -m_3g \\ 0 \\ 0 \end{Bmatrix} \quad (6.44)$$

$${}_1F_3 = \begin{Bmatrix} F_{3x} \\ F_{3y} \\ 0 \end{Bmatrix} \quad (6.45)$$

Sabiendo que  $g$  es la gravedad y  ${}_I a_{cremallera}^*$  es la aceleración del punto medio y fue encontrada en el análisis cinemático utilizando el modelado de cuerpo rígido. Sustituyendo las ecuaciones (6.39) (6.44) (6.46) en la ecuación (6.43)

$$\begin{Bmatrix} -m_3 g \\ 0 \\ 0 \end{Bmatrix} + \begin{Bmatrix} F_{3x} \\ F_{3y} \\ 0 \end{Bmatrix} - \begin{Bmatrix} F_{4x} \\ F_{4y} \\ 0 \end{Bmatrix} = m_3 \begin{Bmatrix} a(\theta) \\ 0 \\ 0 \end{Bmatrix}$$

Solucionando la ecuación anterior tenemos (6.46) en componentes "x" y (6.47) en componentes "y"

$$F_{3x} - F_{4x} = m_3(g + a(\theta)) \quad (6.46)$$

$$F_{3y} - N_c = 0 \quad (6.47)$$

Utilizando la ecuación de Euler (6.2), y sabiendo que:

$${}_{B1}I \frac{d}{dt} {}_{B1}\omega_1 = 0$$

Entonces:

$$\sum {}_{B1}M = 0$$

Calculando los momentos

$$\sum {}_{B1}M = {}_{B2}r_{a3}^* \times MR(\theta_e) {}_I F_3 + {}_{B2}r_{b3}^* \times MR(\theta_e) (-{}_I F_4)$$

Por lo tanto:

$${}_{B2}r_{a3}^* \times MR(\theta_e) {}_1F_3 + {}_{B2}r_{b3}^* \times MR(\theta_e)(-{}_1F_4) = 0 \quad (6.48)$$

Siendo:

$${}_{B2}r_{a3}^* = \begin{Bmatrix} -r_e(\theta) \\ 0 \\ 0 \end{Bmatrix} \quad (6.49)$$

$${}_{B2}r_{b3}^* = \begin{Bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{Bmatrix} \quad (6.50)$$

Sustituyendo las ecuaciones (4.43) (6.39) (6.45) (6.49) (6.50) en la ecuación (6.48)

$$\begin{Bmatrix} -r_e(\theta) \\ 0 \\ 0 \end{Bmatrix} \times \left( \begin{bmatrix} \cos(\theta_e) & \text{Sen}(\theta_e) & 0 \\ -\text{Sen}(\theta_e) & \cos(\theta_e) & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{Bmatrix} F_{3x} \\ F_{3y} \\ 0 \end{Bmatrix} \right) + \begin{Bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{Bmatrix} \times \left( \begin{bmatrix} \cos(\theta_e) & \text{Sen}(\theta_e) & 0 \\ -\text{Sen}(\theta_e) & \cos(\theta_e) & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{Bmatrix} -F_{4x} \\ -F_{4y} \\ 0 \end{Bmatrix} \right) = 0$$

Resolviendo la ecuación anterior, tenemos:

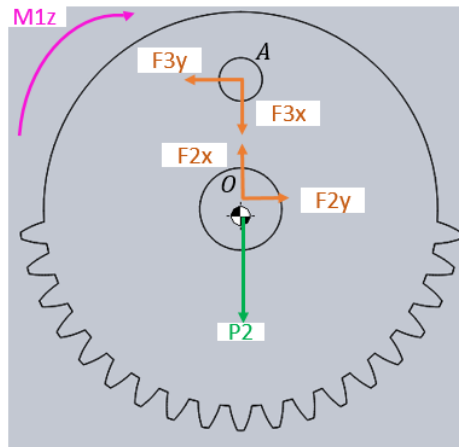
$$-r_e(\theta) \left( -F_{3x} \text{Sen}(\theta_e) + F_{3y} \cos(\theta_e) \right) = 0 \quad (6.51)$$

$$-F_{3x} \text{Sen}(\theta_e) + F_{3y} \cos(\theta_e) = 0 \quad (6.52)$$

$$F_{3y} = N_y \quad (6.53)$$

**6.2.3 Reacciones dinámicas del engranaje.** En la figura 19 se muestra el diagrama de cuerpo libre del engranaje del MEEC.

Figura 19. DCL Engranaje MEEC.



Donde:

- $F_2 \Rightarrow$  Reacción dinámica del engranaje.
- $F_3 \Rightarrow$  Reacción dinámica en el pasador.
- $M_z \Rightarrow$  Torque ejercido por la carga.
- $P_2 \Rightarrow$  Peso del engranaje.
- $O \Rightarrow$  Centro de masa.

Utilizando la ecuación de newton (6.1), tenemos

$${}_1P_2 + {}_1F_2 - {}_1F_3 = m_2 {}_1a_{engranaje} \quad (6.54)$$

Siendo:

$${}_1P_2 = \begin{Bmatrix} -m_2g \\ 0 \\ 0 \end{Bmatrix} \quad (6.55)$$

$${}_1F_2 = \begin{Bmatrix} F_{2x} \\ F_{2y} \\ 0 \end{Bmatrix} \quad (6.56)$$

Sabiendo que  $g$  es la gravedad y  ${}_1a_{engranaje}^*$  es la aceleración del punto medio y fue encontrada en el análisis cinemático utilizando el modelado de cuerpo rígido. Sustituyendo las ecuaciones (6.45) (6.55) (6.56) en la ecuación (6.54) se obtiene (6.57)

$$\begin{aligned} \begin{Bmatrix} -m_2g \\ 0 \\ 0 \end{Bmatrix} + \begin{Bmatrix} F_{2x} \\ F_{2y} \\ 0 \end{Bmatrix} - \begin{Bmatrix} F_{3x} \\ F_{3y} \\ 0 \end{Bmatrix} \\ = m_2 \begin{Bmatrix} -\dot{\theta}^2 \left( r_{eng_x}^* \cos(\theta) - r_{eng_y}^* \sin(\theta) \right) \\ -\dot{\theta}^2 \left( r_{eng_x}^* \sin(\theta) + r_{eng_y}^* \cos(\theta) \right) \\ 0 \end{Bmatrix} \end{aligned} \quad (6.57)$$

Solucionando la ecuación anterior tenemos

$$F_{2x} - F_{3x} = m_2 \left[ g - \dot{\theta}^2 \left( r_{eng_x}^* \cos(\theta) - r_{eng_y}^* \sin(\theta) \right) \right] \quad (6.58)$$

$$F_{2y} - F_{3y} = m_2 \left[ -\dot{\theta}^2 \left( r_{eng_x}^* \sin(\theta) + r_{eng_y}^* \cos(\theta) \right) \right] \quad (6.59)$$

Utilizando la ecuación de Euler (6.2), tenemos:

$$\sum {}_{B1}M = {}_{B1}I \frac{d}{{}_{B1}} \omega_1$$

Sabiendo:

$${}_{B1}I \frac{d}{{}_{B1}} \omega_1 = 0 \quad (\text{La velocidad del engranaje es constante})$$

Entonces:

$$\sum_{B1} M = 0$$

Calculando los momentos

$$\sum_{B1} M = {}_{B1}r_{o2}^* \times MR(\theta) {}_IF_2 + {}_{B1}r_{a2}^* \times MR(\theta)(-{}_IF_3) + {}_IM_z$$

Por lo tanto:

$${}_{B1}r_{o2}^* \times MR(\theta) {}_IF_2 + {}_{B1}r_{a2}^* \times MR(\theta)(-{}_IF_3) + {}_IM_z = 0 \quad (6.60)$$

Siendo:

$${}_{B1}r_{o2}^* = \begin{Bmatrix} -r_{xo2}^* \\ r_{yo2}^* \\ 0 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} -r_{xo2}^* \\ 0 \\ 0 \end{Bmatrix} \quad (6.61)$$

$${}_{B1}r_{a2}^* = \begin{Bmatrix} -(r_p + r_{xo2}^*) \\ r_{yo2}^* \\ 0 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} -(r_p + r_{xo2}^*) \\ 0 \\ 0 \end{Bmatrix} \quad (6.62)$$

$${}_IM_z = \begin{Bmatrix} 0 \\ 0 \\ M_{1z} \end{Bmatrix} \quad (6.63)$$

Sustituyendo las ecuaciones (4.42) (6.45) (6.56) (6.61) (6.62) (6.63) en la ecuación (6.60)

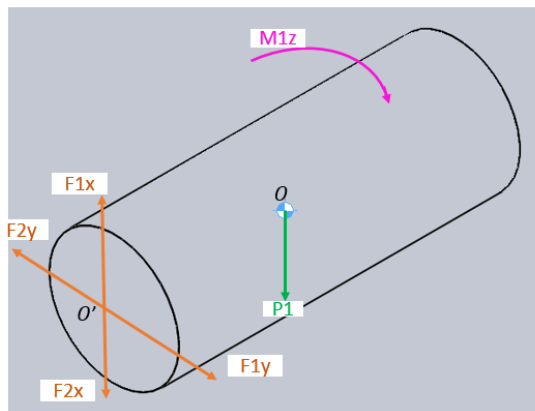
$$\begin{aligned}
& \begin{Bmatrix} -r_{xo2}^* \\ 0 \\ 0 \end{Bmatrix} \times \begin{bmatrix} \cos(\theta) & \text{Sen}(\theta) & 0 \\ -\text{Sen}(\theta) & \cos(\theta) & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{Bmatrix} F_{2x} \\ F_{2y} \\ 0 \end{Bmatrix} \\
& + \begin{Bmatrix} -(r_p + r_{xo2}^*) \\ 0 \\ 0 \end{Bmatrix} \times \begin{bmatrix} \cos(\theta) & \text{Sen}(\theta) & 0 \\ -\text{Sen}(\theta) & \cos(\theta) & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{Bmatrix} -F_{3x} \\ -F_{3y} \\ 0 \end{Bmatrix} + \begin{Bmatrix} 0 \\ 0 \\ M_{1z} \end{Bmatrix} \quad (6.64) \\
& = \begin{Bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{Bmatrix}
\end{aligned}$$

Resolviendo la ecuación (6.64)

$$\begin{aligned}
& -r_{xo2}^* \left( -F_{2x} \text{Sen}(\theta) + F_{2y} \cos(\theta) \right) \\
& - (r_p + r_{xo2}^*) \left( F_{3x} \text{Sen}(\theta) - F_{3y} \cos(\theta) \right) + M_{1z} = 0 \quad (6.65)
\end{aligned}$$

**6.2.3 Reacción dinámica del eje.** En la figura 20 se observa las fuerzas que actúan en el eje del mecanismo.

Figura 20. DCL eje MEEC



Donde:

- \$F\_2 \Rightarrow\$ Reacción dinámica del engranaje.
- \$F\_1 \Rightarrow\$ Reacción dinámica del eje.

- $M_{1z} \Rightarrow$  Torque ejercido por la carga.
- $P_1 \Rightarrow$  Peso del eje.
- $O \Rightarrow$  Centro de masa del eje.

Utilizando la ecuación de newton (6.1), tenemos

$${}_1P_1 + {}_1F_1 - {}_1F_2 = m_1 {}_1a_{eje} * \quad (6.66)$$

Siendo:

$${}_1P_1 = \begin{Bmatrix} -m_1g \\ 0 \\ 0 \end{Bmatrix} \quad (6.67)$$

$${}_1F_1 = \begin{Bmatrix} F_{1x} \\ F_{1y} \\ 0 \end{Bmatrix} \quad (6.68)$$

Sabiendo que  $g$  es la gravedad y  ${}_1a_{eje} *$  es la aceleración del punto medio y fue encontrada en el análisis cinemático utilizando el modelado de cuerpo rígido. Sustituyendo las ecuaciones (6.56) (6.67) (6.68) en la ecuación (6.66)

$$\begin{Bmatrix} -m_1g \\ 0 \\ 0 \end{Bmatrix} + \begin{Bmatrix} F_{1x} \\ F_{1y} \\ 0 \end{Bmatrix} - \begin{Bmatrix} F_{2x} \\ F_{2y} \\ 0 \end{Bmatrix} = m_1 \begin{Bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{Bmatrix} \quad (6.69)$$

Solucionando la ecuación anterior tenemos

$$F_{1x} - F_{2x} = m_1g \quad (6.70)$$

$$F_{1y} - F_{2y} = 0 \quad (6.71)$$

**6.2.4 Fuerza de combustión.** Esta fuerza se halla de igual forma al numeral 6.1.4, teniendo presente que la presión de gases utilizados fue la hallada por el análisis termodinámico para el motor MEEC.

**6.2.5 Matriz Resultante MEEC.** Con las ecuaciones resultantes de las tres piezas del mecanismo se procede a realizar una matriz con todas las variables, para de esta forma tener un resultado de estas mismas, la matriz mostrada a continuación se programó en el MATLAB junto con los demás análisis.

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & -1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & A & B & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & C & D & E & F & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{pmatrix} F_{1x} \\ F_{1y} \\ F_{2x} \\ F_{2y} \\ F_{3x} \\ F_{3y} \\ F_{4x} \\ F_{4y} \\ N_c \\ M_{1z} \end{pmatrix}$$

$$= \begin{pmatrix} m_1 g \\ 0 \\ m_2 \left[ g - \dot{\theta}^2 \left( r_{eng_x}^* \cos(\theta) - r_{eng_y}^* \sin(\theta) \right) \right] \\ m_2 \left[ -\dot{\theta}^2 \left( r_{eng_x}^* \sin(\theta) + r_{eng_y}^* \cos(\theta) \right) \right] \\ m_3 (g + a(\theta)) \\ 0 \\ m_4 (g + a(\theta)) + F_g(\theta) \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$$

$$A = -\sin\theta_e$$

$$B = \cos\theta_e$$

$$C = r_{o2}^* \sin\theta$$

$$D = -r_{o2}^* \cos\theta$$

$$E = -(r_c + r_{xo2}^*) \sin\theta$$

$$F = (r_c + r_{xo2}^*) \cos\theta$$

## 7. RESULTADOS

### 7.1 ALTURA Y PESO DE LOS MECANISMOS

Utilizando como referencia el motor CUMMINS NT 855 se diseñó un nuevo mecanismo (eje-engranaje-cremallera) con el propósito de disminuir el peso y el tamaño del motor.

Luego de realizar el diseño del engranaje y la cremallera en el capítulo 2, se realizaron los modelos en SOLIDWORKS. El modelo convencional se diseñó con las dimensiones reales del motor Diesel, para esto se utilizó el motor Cummins en corte que se puede ver en el apéndice B.

Para el MEEC, se tuvieron en cuenta las consideraciones de consideraciones y recomendaciones del trabajo de APARECIDO<sup>27</sup>, donde se sitúa un pasador en el engranaje permitiendo que este se desplace por el bastidor.

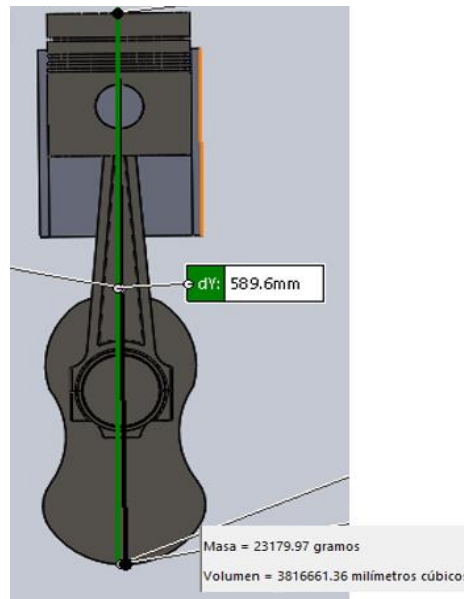
Con los mecanismos elaborados en el software se procede a hallar su altura máxima (cuando se encuentra en el PMS), y su masa. Para la altura en el motor convencional se mide el instante donde la biela y la manivela se encuentran alineadas, dando así la máxima posición. En el MEEC la altura máxima es la misma del mecanismo completo.

---

<sup>27</sup> APARECIDO, André. Análise Cinemática, Dinâmica e Termodinâmica de um Motor de Combustão Interna com Pistão Impulsionado por Engrenagens. Maestria em engenharia mecânica. Universidad de Campinas. 2013.

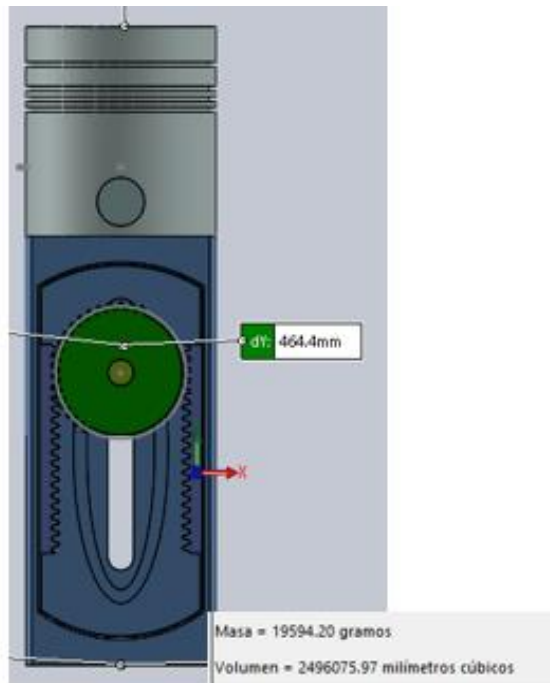
En la figura 21 se puede observar que el mecanismo convencional tiene una altura de 589,6 mm y una masa de 23.179,97 gr los cuales fueron medidos desde el software.

Figura 21. Altura y masa del mecanismo tradicional.



En la figura 22 se observa el mecanismo diseñado con una altura de 464,4 mm y una masa de 19.594,20 gr. En ambos mecanismos se tuvo en cuenta utilizar el mismo material, es decir, acero AISI 4340.

Figura 22. Altura y masa del MEEC.



La diferencia de tamaño y de la masa de los mecanismos es de 12,5 cm y 3,5 kg respectivamente. Para saber el porcentaje que disminuye la altura y la masa del nuevo mecanismo se utiliza la ecuación (7.1)

$$\%Reducción = \frac{|X_{conv} - X_{MEEC}|}{X_{conv}} * 100 \quad (7.1)$$

De los valores obtenidos de las figuras 21 y 22 y hallando el porcentaje de reducción que se muestra en la ecuación (7.1) para el peso y la altura, se obtiene como resultado la tabla 1.

Tabla 1. Resultados altura y masa de los mecanismos.

	<b>Convencional</b>	<b>MEEC</b>	<b>Reducción [%]</b>
<b>Altura [mm]</b>	589,6	464,4	21,23
<b>Masa [g]</b>	23.179,97	19.594,20	15,74

## 7.2 ANÁLISIS CINEMÁTICO

Aplicando el modelado mostrado en el capítulo 4 y los parámetros de la tabla 2, se realizó el análisis cinemático para el motor con el mecanismo convencional y, con los parámetros de la tabla 3 se realizó el análisis cinemático del MEEC. Los datos de la tabla 2 se fijaron por las medidas del motor CUMMINS NT 855 y los datos de la tabla 3 se determinaron en el ítem 3.1, teniendo en común la carrera del pistón.

Tabla 2. Datos del motor convencional.

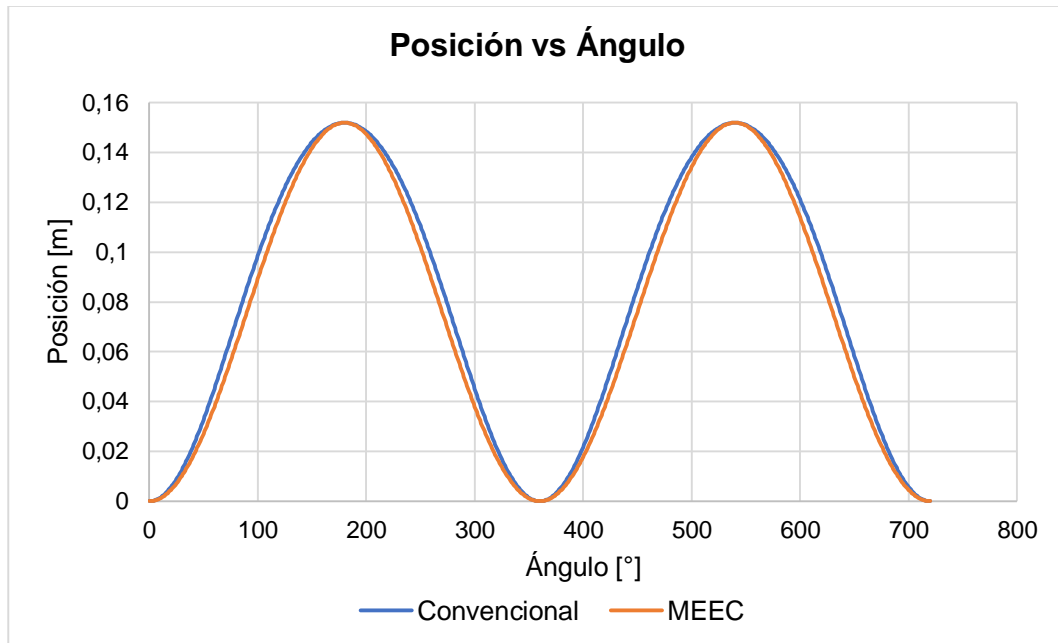
<b>Motor convencional</b>		
<i>Carrera</i>	152	mm
<i>D<sub>p</sub></i>	140	mm
<i>L<sub>m</sub></i>	76	mm
<i>L<sub>b</sub></i>	304	mm
<i>N</i>	2100	rpm

Tabla 3. Datos del MEEC.

<b>MEEC</b>		
<i>Carrera</i>	152	mm
<i>D<sub>p</sub></i>	140	mm
<i>r<sub>p</sub></i>	30	mm
<i>N</i>	2100	rpm

Los resultados de este análisis fueron hallados por un programa elaborado en MATLAB con base al capítulo 4, tomando como punto de referencia el PMS.

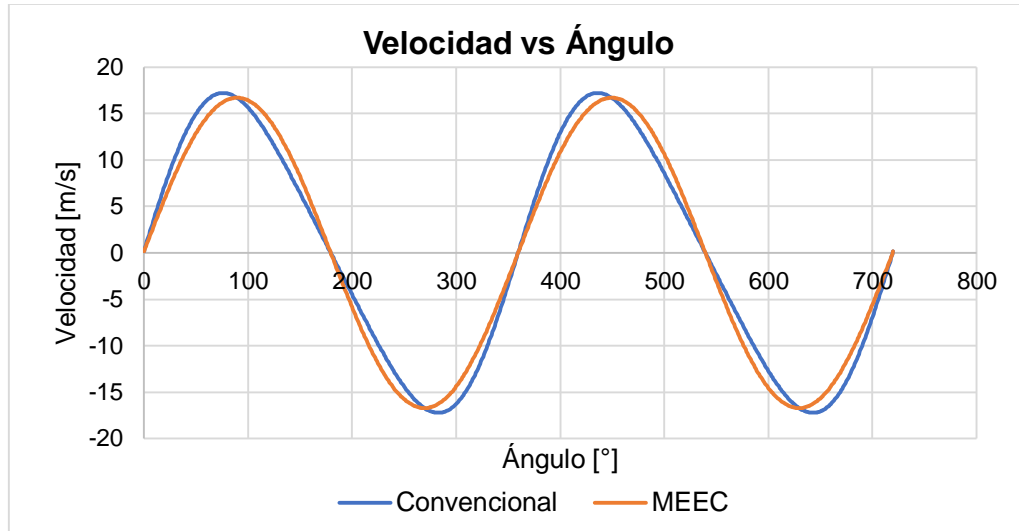
Figura 23. Gráfica posición vs ángulo.



En la figura 23 se observa la gráfica posición vs ángulo, donde la línea azul representa la posición del pistón en el motor convencional y la naranja la del MEEC, como se observa tanto el mecanismo convencional como el MEEC llegan al mismo punto en el PMS (con ángulos  $0^\circ$ ,  $360^\circ$  y  $720^\circ$ ) y en el PMI (con ángulos  $180^\circ$  y  $540^\circ$ ), se observa que su posición máxima se da a los 0,152 m, siendo este valor la carrera del pistón.

La gráfica de la posición del motor convencional tiene una pendiente un poco más elevada antes y después de que el pistón llega al PMI por encima de la del MEEC.

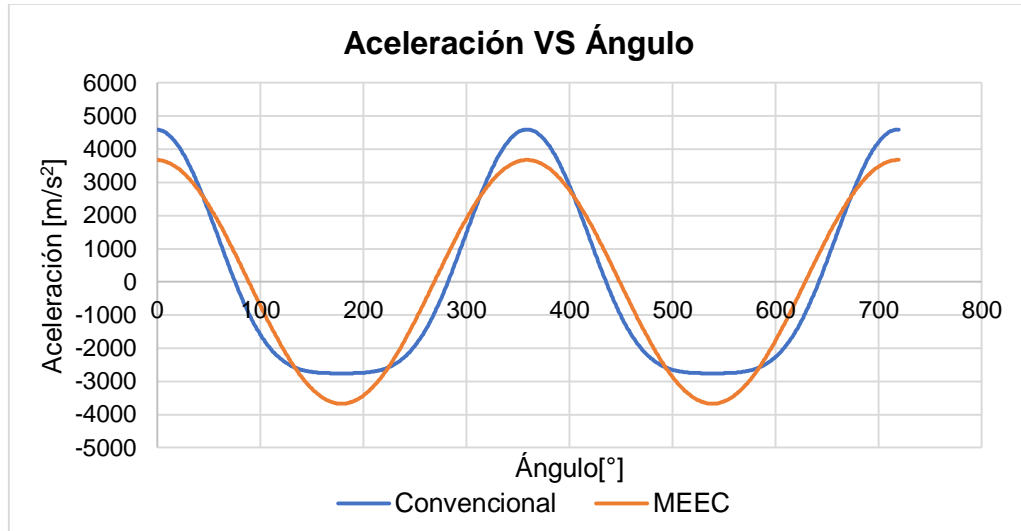
Figura 24. Gráfica velocidad vs ángulo.



En la figura 24 se puede observar cómo las gráficas de velocidad del pistón entre los dos mecanismos son semejantes entre sí con un comportamiento senoidal, teniendo un pequeño desfase entre ellas causada por las diferentes pendientes que se presentan en las líneas de posición, la diferencia entre los picos más altos de las gráficas es de 2,998 %. La velocidad del pistón es nula en los ángulos donde alcanza su PMS o PMI, mientras que los valores de velocidad negativa que se presentan entre los ángulos 180° - 360° (compresión) y 540° - 720° (escape) se dan debido a que en ese rango el pistón se encuentra subiendo a su PMS siendo este su punto de origen (ver figura 9).

La de la aceleración de los pistones de ambos mecanismos se observan en la figura 25, la diferencia más elevada entre ellos se presenta es en el momento cuando el pistón sube luego de estar en su PMI (con ángulos 180° y 540°), en este punto la aceleración del pistón del MEEC es 19,998% menor que la del pistón del mecanismo convencional. La aceleración es nula en los mecanismos cuando su carrera llega a la mitad, cuando ocurre eso su aceleración comienza a disminuir y de igual forma lo hace la velocidad del pistón, cuando el pistón se encuentra en su PMI su aceleración es máxima con signo negativo debido al sistema de referencia trabajado.

Figura 25. Gráfica aceleración vs ángulo.



La tabla 4 muestra los picos más elevados con respectiva comparación, esta comparación se realizó con el mecanismo convencional.

Tabla 4. Comparación de la posición velocidad y aceleración de los mecanismos.

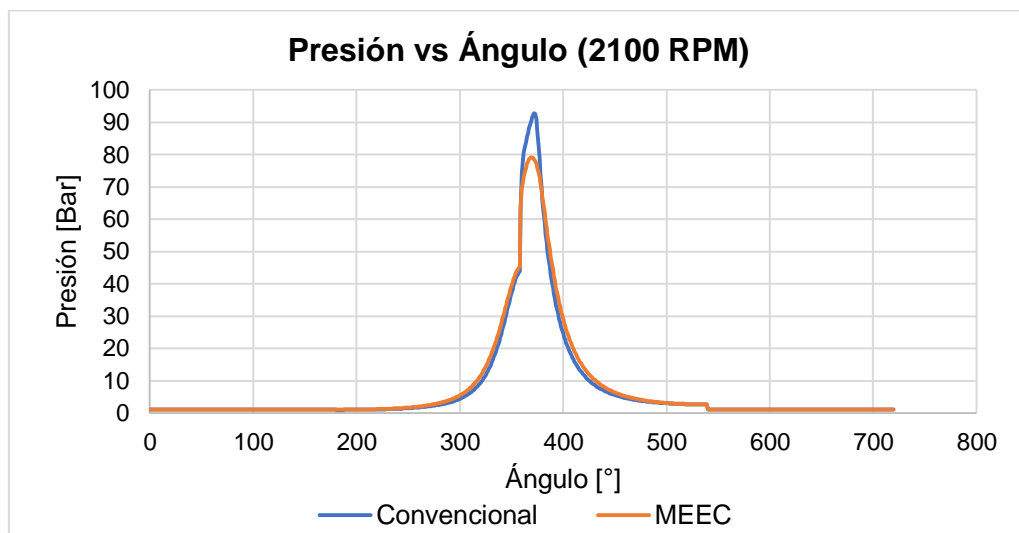
	Convencional	MEEC	[%]
<b>Posición [m]</b>	0,152	0,152	0
<b>Velocidad [m/s]</b>	17,229	16,71242	2,998
<b>Aceleración [m/s<sup>2</sup>]</b>	4594,11	3675,347	19,998

## 7.2 ANÁLISIS TERMODINÁMICO

Para la solución de este análisis se utilizó el modelo cero dimensional explicado en el capítulo 5, donde se obtienen valores de presión, temperatura, trabajo y eficiencia y de esa forma es posible realizar las comparaciones. Se realizaron 3 simulaciones con diferentes valores de revoluciones (2100, 2550 y 3000 rpm) para observar de qué forma afecta esta variación al mecanismo.

**7.2.1 Presión.** Como se observa en la figura 26 la línea azul representa el comportamiento de la presión del mecanismo convencional y la naranjada la del MEEC, el comportamiento de las presiones en el mecanismo es similar, siendo la presión del MEEC menor en 15,15 % en su pico más alto. El gran aumento de presión que se presenta en los mecanismos cuando en ángulo es de  $358^\circ$  se debe a que en ese instante se da inicio a la combustión.

Figura 26. Gráfica presión vs ángulo 2100 RPM



En las figuras 27 y 28 se observa que a medida que se aumentaron las revoluciones del motor la presión en la cámara de combustión del MEEC tiende a tener un comportamiento similar a la del mecanismo convencional, es decir, que la diferencia de presiones entre los mecanismos disminuye mientras las revoluciones aumentan.

Figura 27. Gráfica Presión vs Ángulo 2550 RPM

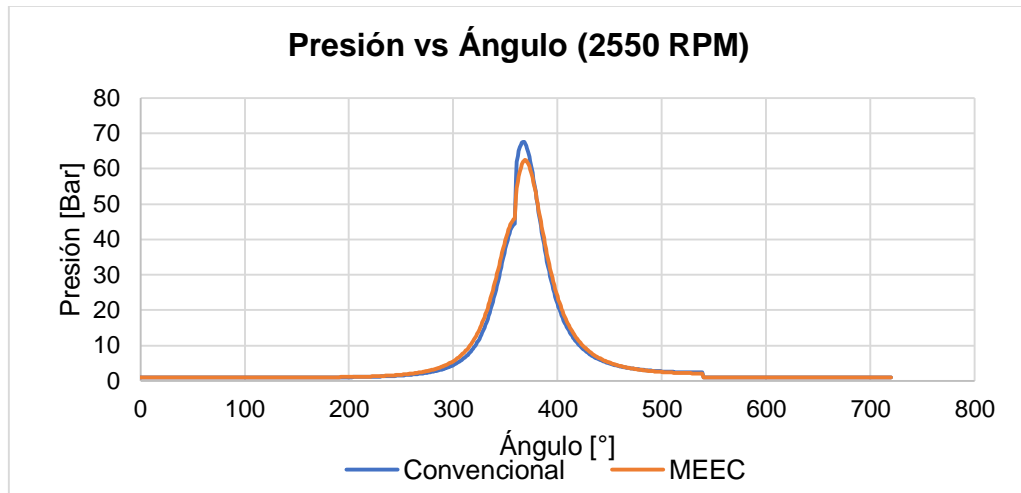
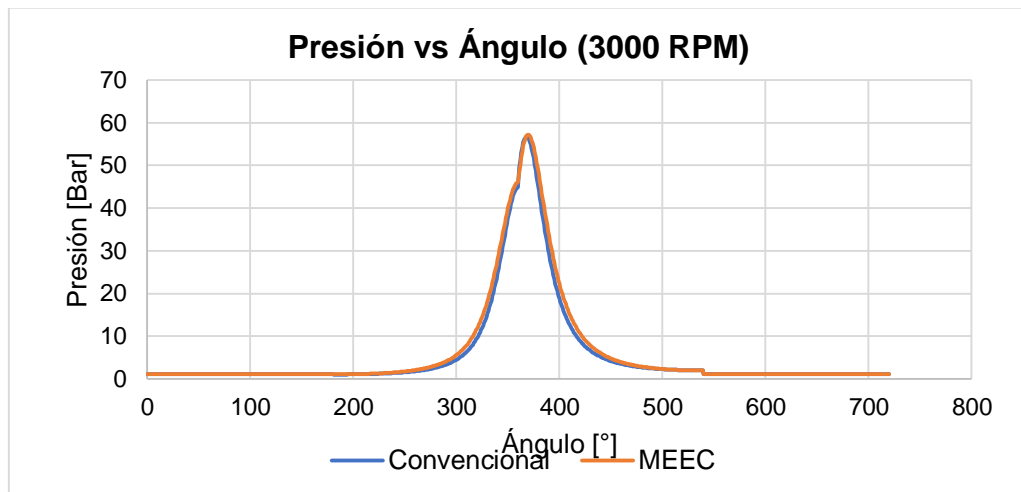
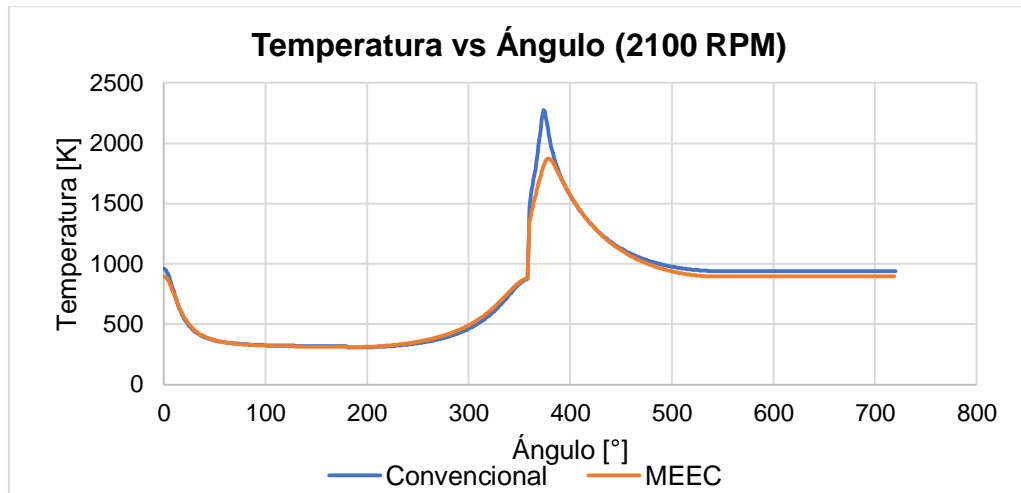


Figura 28. Gráfica presión vs ángulo 3000 RPM



**7.2.2 Temperatura.** En la figura 29 se observa la variación de la temperatura al interior de la cámara de combustión en función al ángulo, se observa que la línea azul (motor convencional) llega a tener mayor temperatura que la del MEEC, El gran aumento de temperatura que se presenta en los mecanismos cuando en ángulo es de 358° se debe a que en ese instante se da inicio a la combustión.

Figura 29. Gráfica temperatura vs ángulo 2100 RPM



Mientras aumentan las revoluciones del motor estas diferencias se reducen, tal como lo muestran las figuras 30 y 31, cabe recordar que, al aumentar las revoluciones del motor, de igual forma disminuye la temperatura al interior de los gases.

Figura 30. Gráfica temperatura vs ángulo 2550 RPM

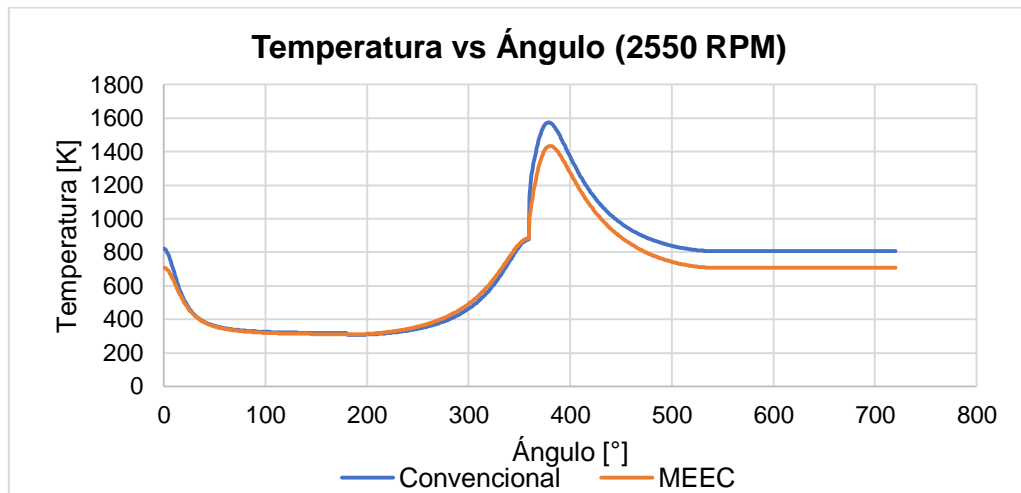
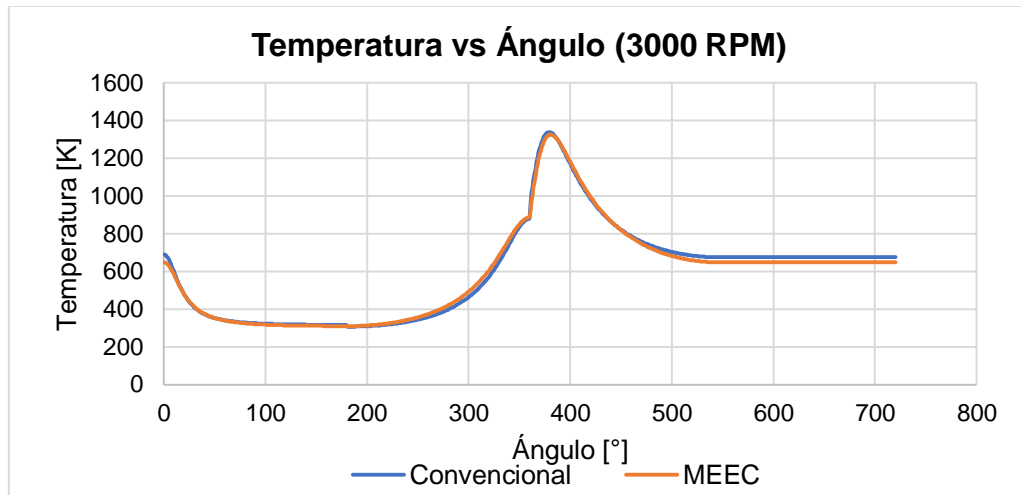
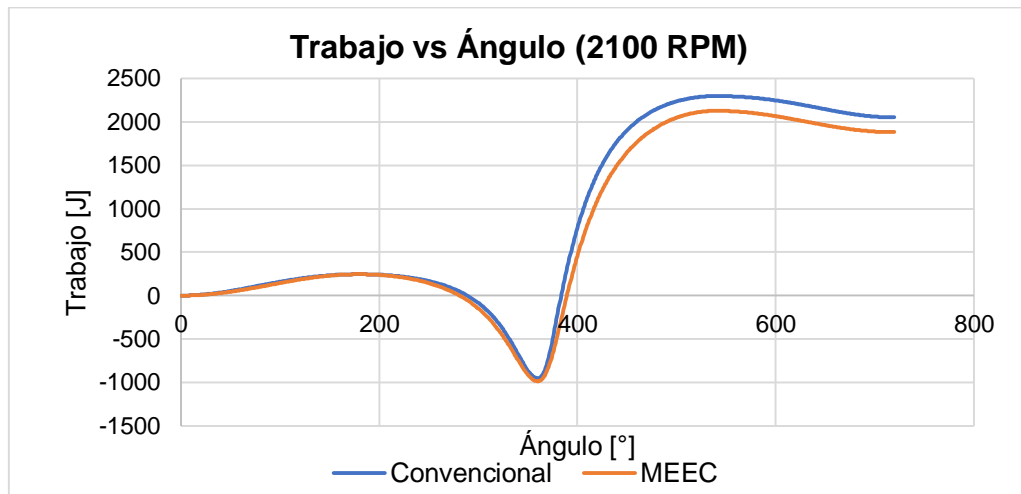


Figura 31. Gráfica temperatura vs ángulo 3000 RPM



### 7.2.3 Trabajo indicado por ciclo

Figura 32. Gráfica trabajo vs ángulo 2100 RPM



En la figura 32 se observa la variación del trabajo en el ciclo de un pistón, el trabajo llega a tener valores negativos, esto debido a que en ese momento (compresión) el volumen disminuye, es decir  $dV$  se vuelve negativo, y como estos son directamente proporcionales ocurre la disminución en el trabajo, este trabajo negativo es la energía requerida para que se dé la compresión en el pistón. Al final del ciclo el

trabajo indicado resulta ser 2051,5 J para el mecanismo convencional y 1881,4 J para el MEEC.

De igual forma que con la presión o la temperatura la gráfica del mecanismo convencional tiende a encontrarse por encima de la del MEEC cuando se trabaja con 2100 RPM, pero a medida que este valor comienza a aumentar, como en la figura 33 o 34, estos valores tienen a igualarse.

Figura 33. Gráfica trabajo vs ángulo 2550 RPM

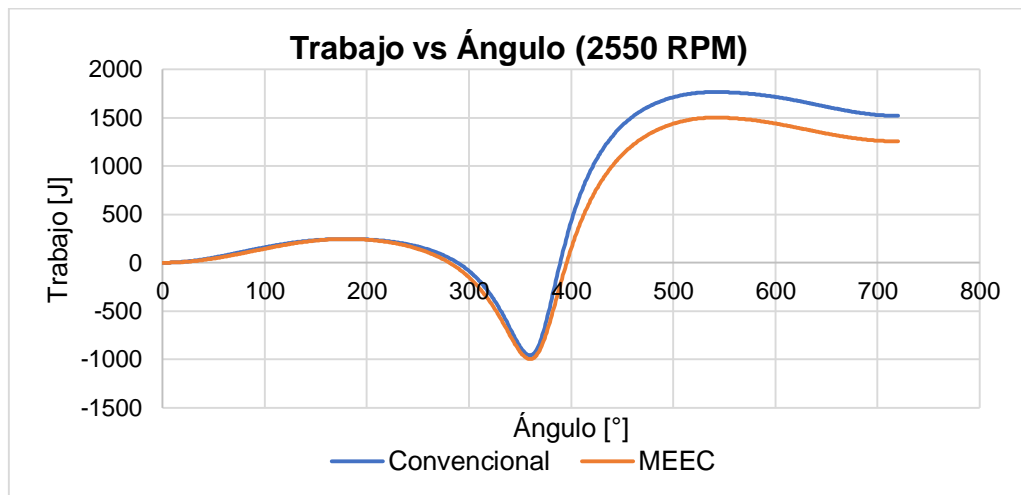
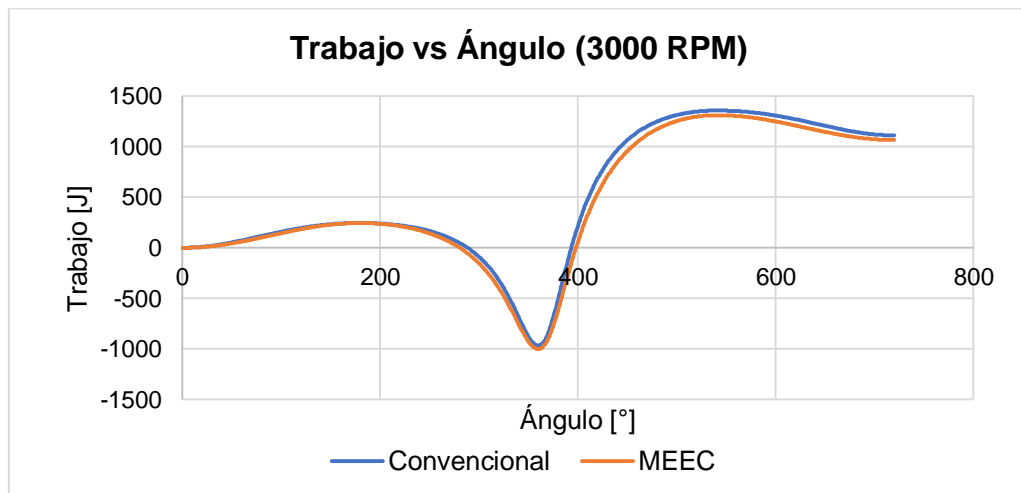


Figura 34. Gráfica trabajo vs ángulo 3000 RPM



**7.2.4 Eficiencia térmica indicada por ciclo.** La eficiencia térmica tiene del mecanismo convencional es mayor a la del MEEC, de igual forma tiene una parte negativa y es debido a que depende del trabajo y por lo tanto tiene su misma tendencia, tal como se explico en el numeral 7.2.3.

Mientras que en el mecanismo tradicional la eficiencia térmica al terminar el ciclo es de 47,49% en el MEEC es de 42,72%, esto muestra como el mecanismo convencional es más eficiente que el MEEC

Figura 35. Gráfica eficiencia vs ángulo 2100 RPM

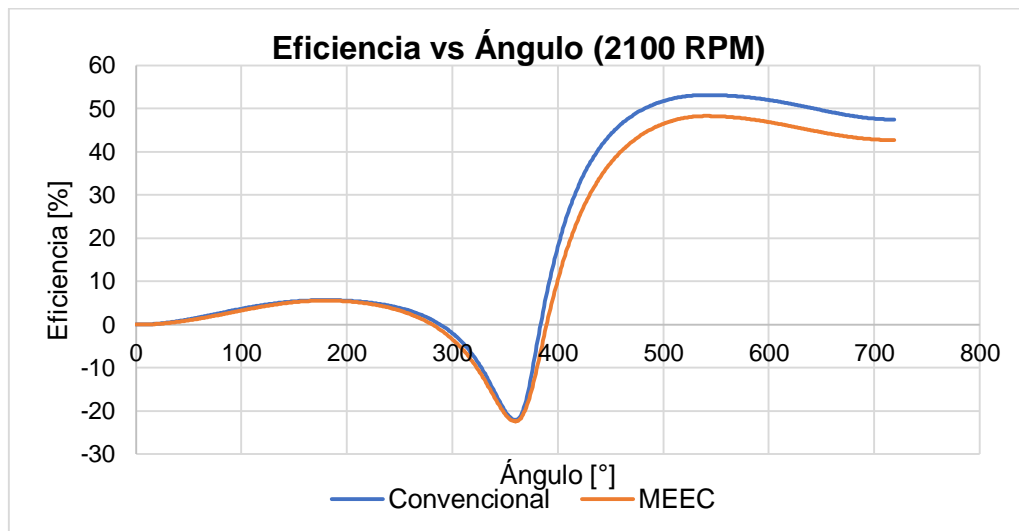
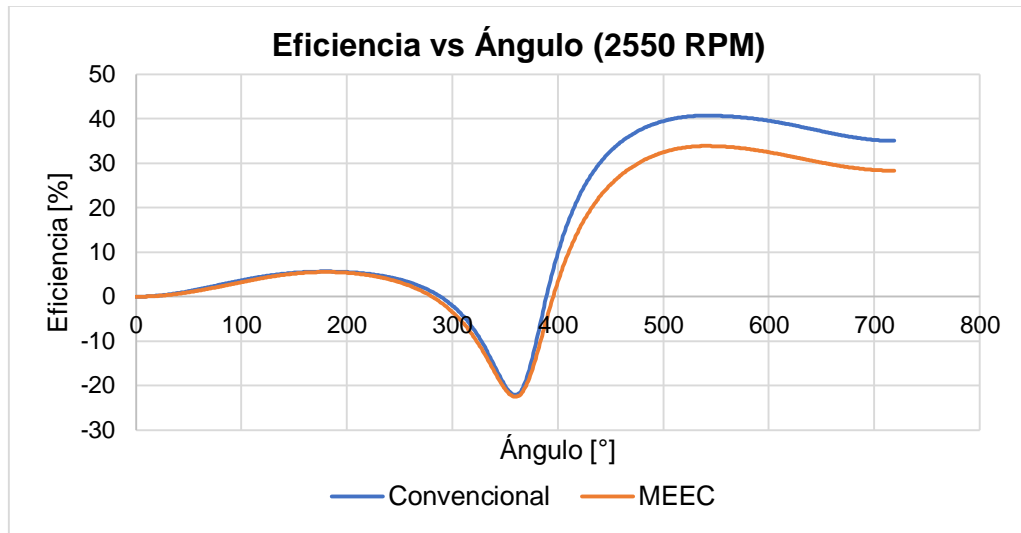
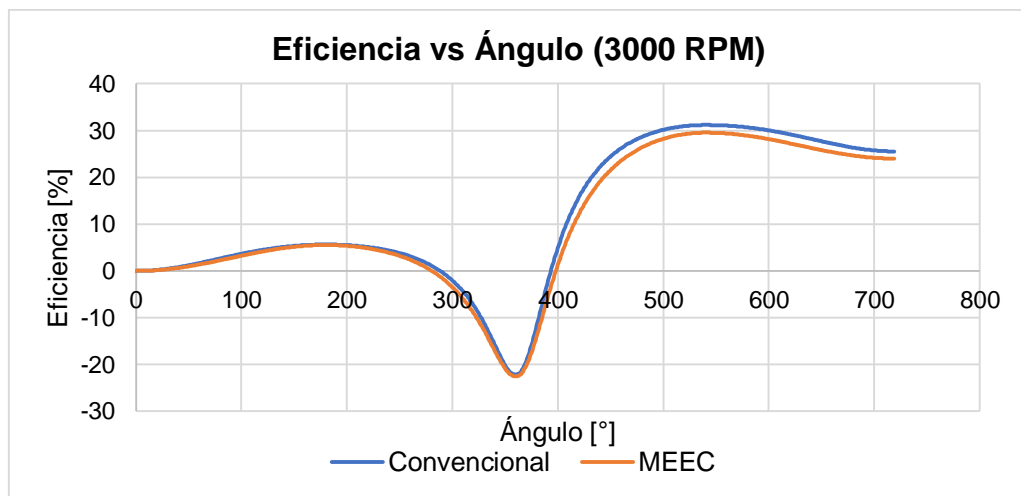


Figura 36. Gráfica eficiencia vs ángulo 2550 RPM



A medida que aumentan las RPM, la eficiencia comienza a disminuir para ambos mecanismos, de igual forma con las otras variables a medida que se aumentan las RPM las gráficas disminuyen su separación y tienden a ser más similares.

Figura 37. Gráfica eficiencia vs ángulo 3000 RPM



**7.2.5 Comparación termodinámica de los mecanismos.** En las figuras 38, 39 y 40 se observan la variación de los distintos parámetros termodinámicos en 2100, 2550 y 3000 RPM respectivamente.

Figura 38. Grafica de las variables termodinámicas a 2100 RPM

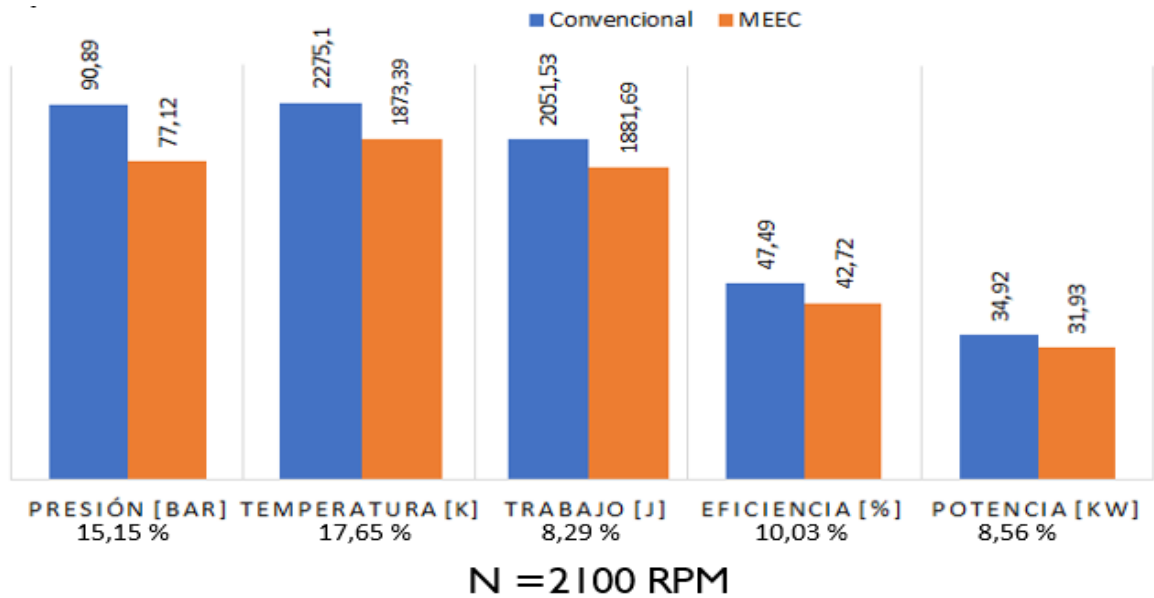


Figura 39. Grafica de las variables termodinámicas a 2550 RPM

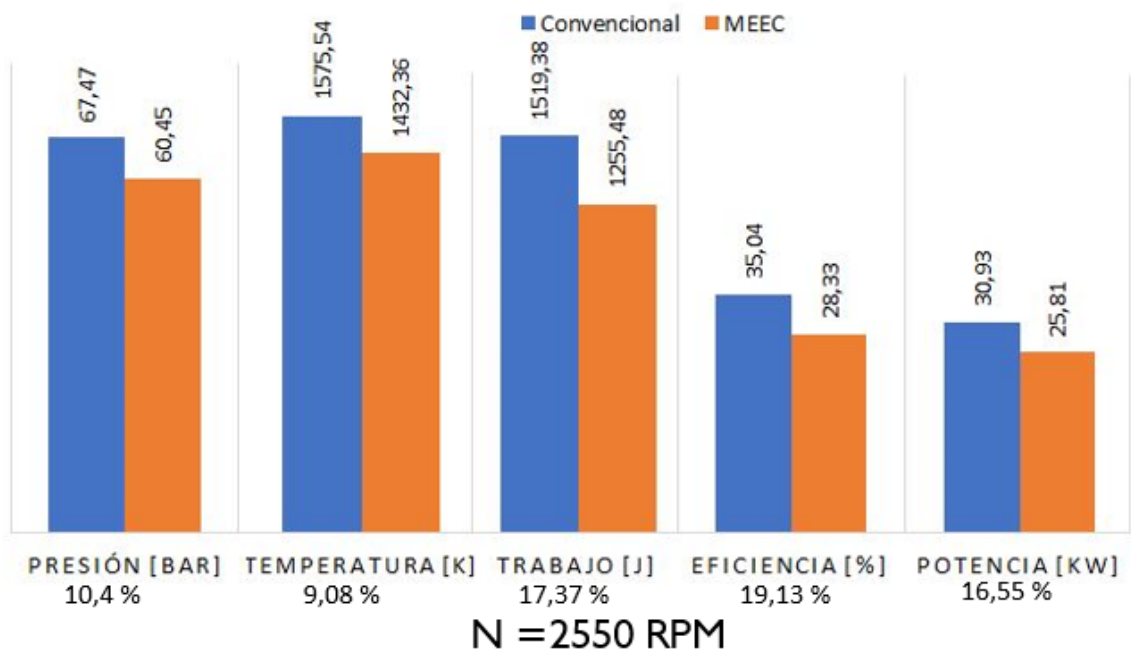
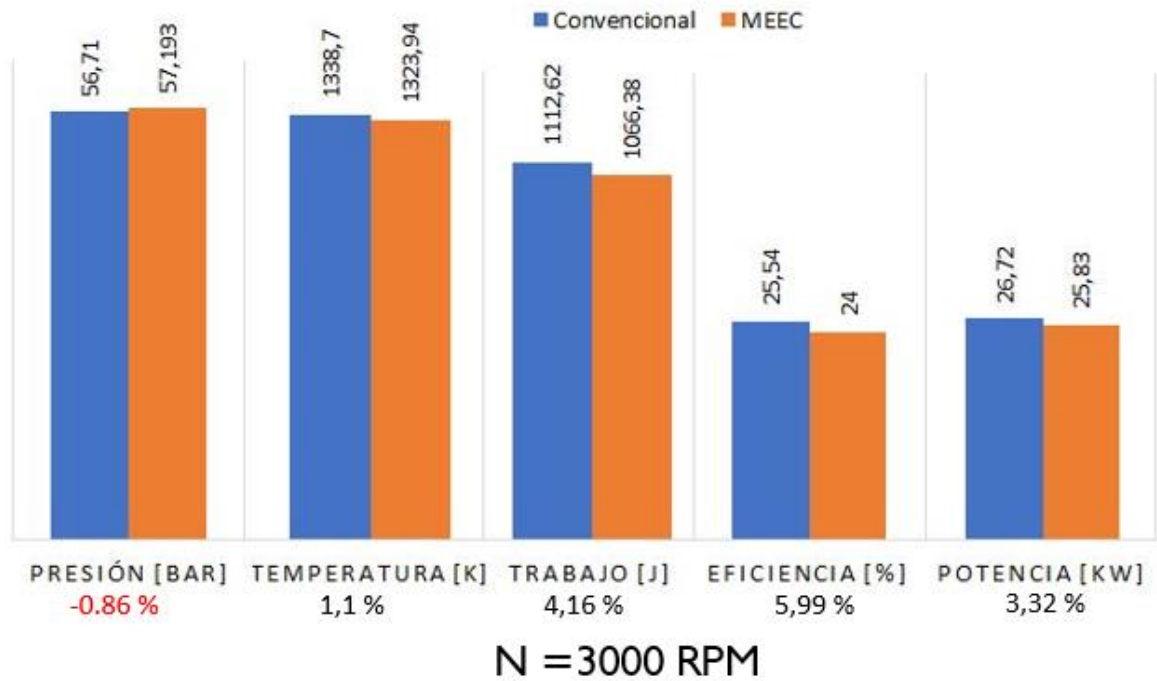


Figura 40. Grafica de las variables termodinámicas a 3000 RPM



### 7.3 ANÁLISIS DINÁMICO

Aplicando el modelado planteado en el capítulo 6 y los parámetros de la tabla 6 se realizó el análisis dinámico para el motor convencional y con los parámetros de la tabla 7 se realizó el análisis dinámico del MEEC.

Las masas y los centros de masa de los diferentes elementos que conforman cada mecanismo se definieron mediante un diseño en SolidWorks. El material que se seleccionó para el diseño fue el acero AISI 4340. Ver apéndice C. Los resultados obtenidos por MATLAB fueron comparados entre sí.

Tabla 5. Datos dinámicos motor convencional.

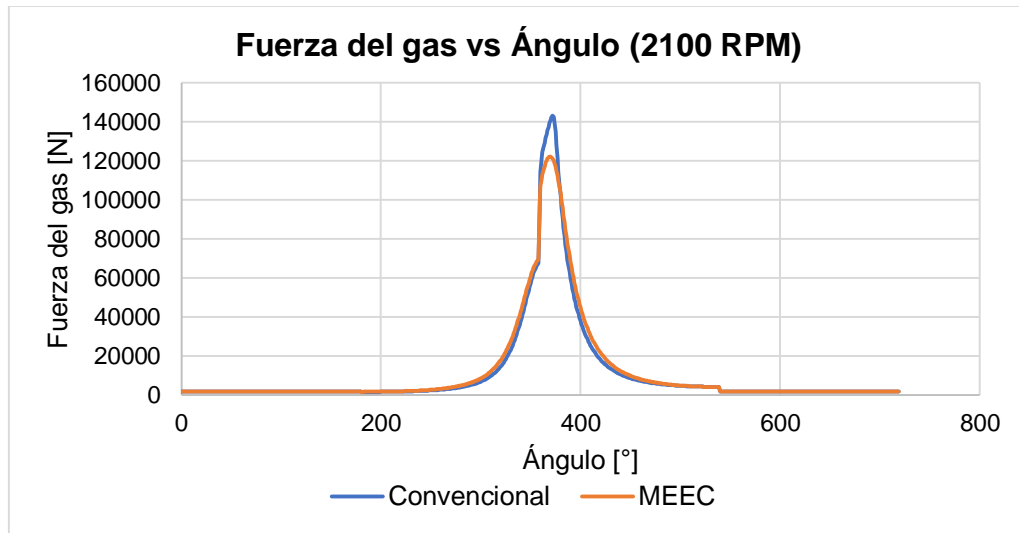
<b>MOTOR CONVENCIONAL</b>		
<i>Carrera</i>	152	<i>mm</i>
<i>D</i>	140	<i>mm</i>
<i>g</i>	9,8	$m/s^2$
<i>m</i> <sub>1</sub>	9312,47	<i>gr</i>
<i>m</i> <sub>2</sub>	3556,34	<i>gr</i>
<i>m</i> <sub>3</sub>	7731,29	<i>gr</i>
<i>r</i> <sub>x</sub> <sup>*</sup>	3,56	<i>cm</i>
<i>r</i> <sub>y</sub> <sup>*</sup>	0	<i>cm</i>
<i>L</i> <sub>bx</sub> <sup>*</sup>	29.62	<i>mm</i>
<i>L</i> <sub>by</sub> <sup>*</sup>	0	<i>mm</i>
<i>I</i> <sub>33</sub> <sup>(2)</sup>	148616743,28	<i>gr. mm<sup>2</sup></i>
<i>N</i>	2100 – 2550 – 3000	<i>rpm</i>

Tabla 6. Datos dinámicos MEEC.

<b>MEEC</b>		
<i>Carrera</i>	152	<i>mm</i>
<i>D</i>	140	<i>mm</i>
<i>g</i>	9,8	$m/s^2$
<i>m</i> <sub>1</sub>	111,29	<i>gr</i>
<i>m</i> <sub>2</sub>	704,870	<i>gr</i>
<i>m</i> <sub>3</sub>	9861,87	<i>gr</i>
<i>m</i> <sub>4</sub>	7731,29	<i>gr</i>
<i>r</i> <sub>x02</sub> <sup>*</sup>	1,594	<i>mm</i>
<i>r</i> <sub>p</sub>	30	<i>mm</i>
<i>N</i>	2100 – 2550 – 3000	<i>rpm</i>

El programa fue elaborado en MATLAB junto a los otros análisis, dado que se requieren variables que fueron calculadas anteriormente.

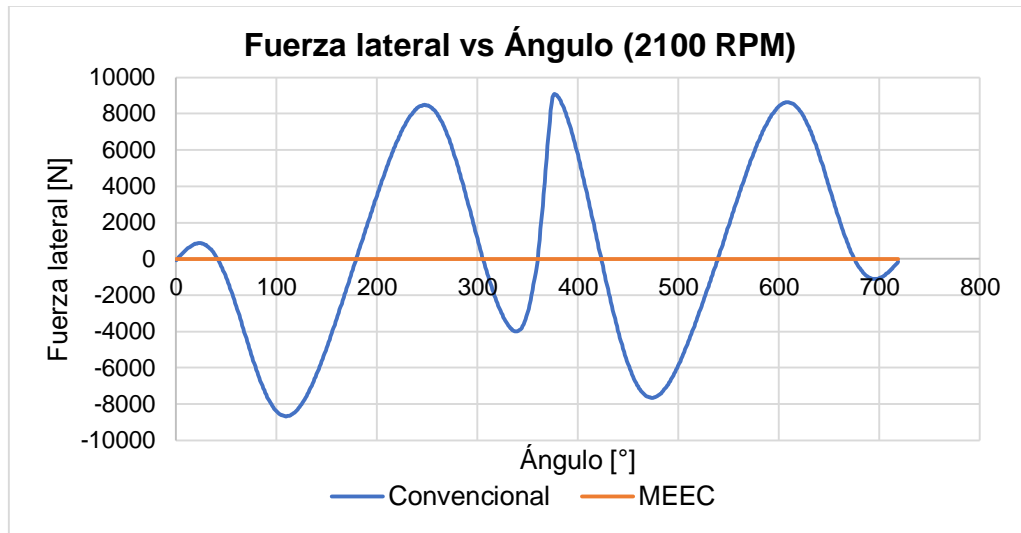
Figura 41. Gráfica fuerza del gas vs ángulo 2100 RPM



El comportamiento de la fuerza del gas se observa en la figura 41, siendo esta directamente proporcional a la presión del gas, por tal razón su comportamiento es similar, para calcular este valor es necesario tener el análisis termodinámico resuelto con anterioridad. Como en el comportamiento termodinámico los valores del motor convencional son más elevados que el MEEC.

En la figura 42 se muestra como varía la fuerza lateral que le da al pistón, en el mecanismo diseñado esta fuerza es cero, debido al movimiento horizontal que realiza, por tal motivo sin importar las RPM u otras variables esta fuerza siempre es nula.

Figura 42. Gráfica fuerza lateral vs ángulo 2100 RPM



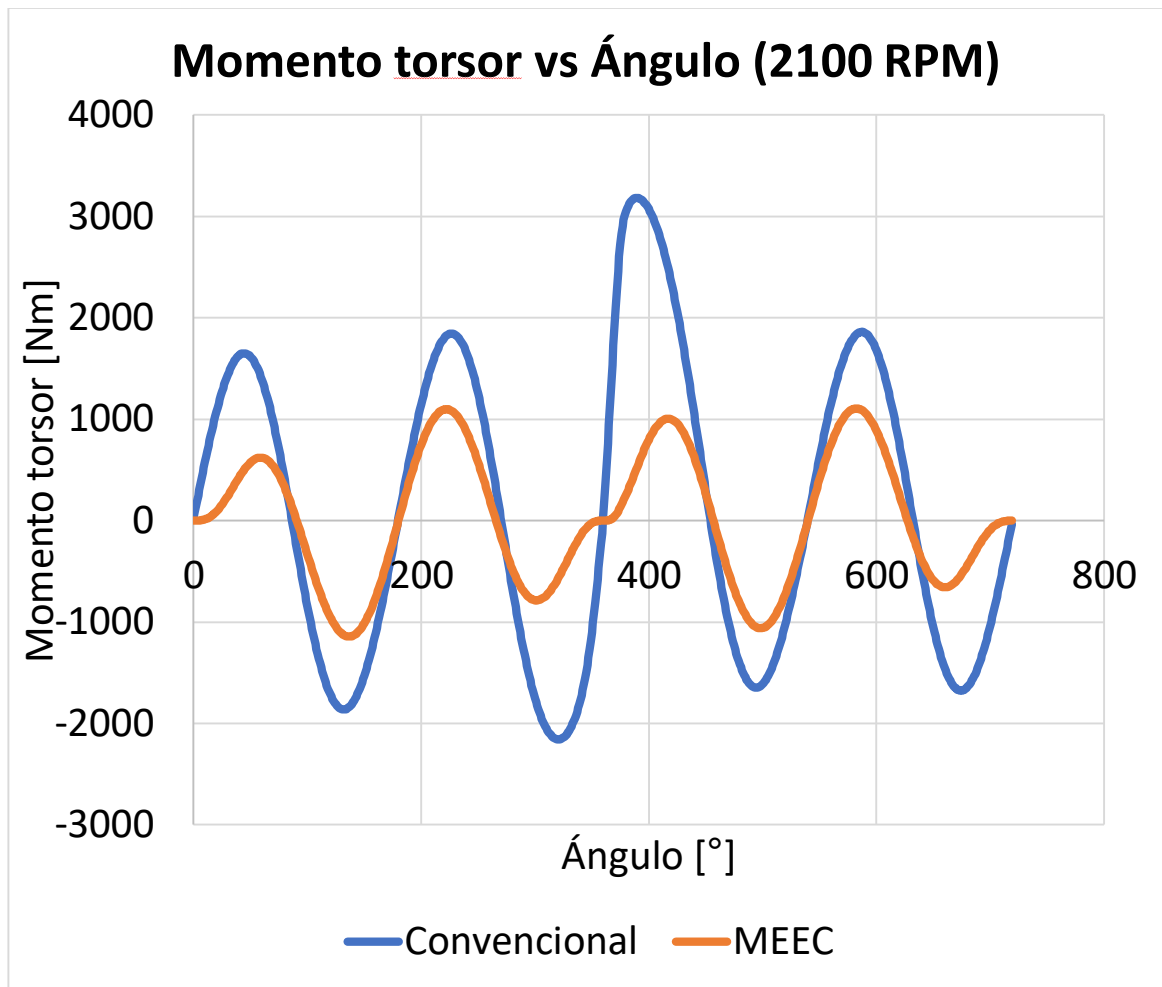
En la tabla 8 se observan los resultados obtenidos de las relaciones de los picos más altos en la fuerza del gas. El signo negativo que se observa en la comparación muestra que el MEEC tuvo un valor más alto en 3000 RPM que el mecanismo tradicional.

Tabla 7. Comparación de fuerza del gas variando RPM en los mecanismos.

RPM	Fuerza de gas [N]		
	Convencional	MEEC	[%]
2100	143052,76	122029,04	14,696 %
2550	103970,25	96087,81	7,5814 %
3000	87291,36	88041,71	-0,8595 %

En la figura 43 se observa el momento torsor que siente el eje en el mecanismo convencional y en el MEEC.

Figura 43. Momento torsor vs ángulo.



## 8. CONCLUSIONES

Dentro de los análisis expuestos, es posible decir que se cumplió con el objetivo principal, el cual fue proponer un nuevo mecanismo que cumpliera la misma función del mecanismo tradicional, es decir, impulsar el pistón. Se logró una alternativa más compacta que el sistema tradicional, ya que utilizando el mismo material para ambos diseños el MEEC fue más liviano con un 15,5%, lo cual es favorable por que ayuda a disminuir el consumo de combustible. Con respecto al tamaño se disminuyó aproximadamente en un 21,23% lo que es bueno para las industrias. Sin embargo, para que el MEEC sea un motor óptimo se recomienda que se realice pruebas con prototipos para probar que sea efectivo.

Se aseguró que el desplazamiento del pistón sea el mismo en los dos mecanismos, además la trayectoria descrita por el MEEC tiene gran similitud al mecanismo convencional. Sin embargo la velocidad del pistón presenta un desfase en comparación al motor convencional, siendo su pico alto 2,998% menor, este comportamiento de igual forma se da en la aceleración, donde se observa una gran diferencia en su pico más alto siendo 19,998% menor al tradicional.

Las variables termodinámicas como presión, temperatura, trabajo y eficiencia son inversamente proporcionales a las revoluciones del motor, es decir, si las revoluciones aumentan las variables disminuyen su valor. Esto apoya la teoría mencionada al inicio de este proyecto ya que los análisis del MEEC fueron similares al del motor convencional a pesar de que las diferencias de las variables no superan el 20%, la relación potencia/peso del MEEC (1,65) es mayor que en el mecanismo convencional (1,5). Por este motivo se dice que es viable de implementar, teniendo en cuenta que sería necesario cambiar el sistema de lubricación y demás sistemas internos del motor. Asimismo, se resalta que la fuerza lateral del pistón no afecta al

MEEC ya que su movimiento es vertical, a diferencia del mecanismo convencional que por el movimiento alternativo de la biela tiende a tener fuerzas laterales, el momento torsor que presenta el eje es menor en el MEEC que en el mecanismo convencional.

## BIBLIOGRAFÍA

ALVAREZ, Jorge; Evaluación experimental y modelado Termodinámico del proceso de combustión de un Motor Diésel de aplicación industrial. Magister en Energía. Perú: Pontifica Universidad Católica del Perú. Escuela de posgrado. 2017. Pag 20.

APARECIDO, André. Análise Cinemática, Dinâmica e Termodinâmica de um Motor de Combustão Interna com Pistão Impulsionado por Engrenagens. Maestria en ingeniería mecánica. Universidad de Campinas. 2013.

BARTHE, Marc. Motores rotativos, tipologías y combustibles alternos. Pregrado en Ingeniería técnica naval. España: Facultad Náutica de Barcelona. Universidad Politécnica de Cataluña. 2009.

CANALS, Roger. Motor rotativo Wankel, estudio, diseño y construcción. Pregrado en Ingeniería técnica naval. España: Facultad Náutica de Barcelona. Universidad Politécnica de Cataluña. 2011.

CENGEL, Yunes; BOLES, Michael. Termodinámica, relaciones químicas. 7 ed. México: MCGraw-Hill. 2012. Pag 504.

CENGEL, Yunes; GHAJAR, Afshin. Transferencia de calor y masa, fundamentos y aplicaciones. 4 ed. México: MCGraw-Hill. 2011. Pag 26.

FENOLLOSA, Carlos. Modelado fenomenológico del proceso de combustión por difusión diesel. Reverte, 2005.

GARCÍA, Gabriel. Herramienta computacional para el cálculo de los parámetros del desempeño de un motor Diesel ID de cuatro tiempos. Magister en ingeniería mecánica. Colombia. Universidad Industrial de Santander. 2013. Pag 46.

HEYWOOD, John. Internal combustion engine fundamentals, McGraw-Hill international editions, 1988.

MIYAMOYO, Noboru. CHIKAHISA, Takemi. MURAYAMA. Tadashi. Description and Analysis of Diesel Engine Rate of Combustion and Performance Using Wiebe's Functions. 1985. [Revisado el 29 de noviembre del 2019]. Disponible en: [https://www.researchgate.net/publication/236479413\\_Description\\_and\\_Analysis\\_of\\_Diesel\\_Engine\\_Rate\\_of\\_Combustion\\_and\\_Performance\\_Using\\_Wiebe's\\_Functions](https://www.researchgate.net/publication/236479413_Description_and_Analysis_of_Diesel_Engine_Rate_of_Combustion_and_Performance_Using_Wiebe's_Functions)

PAYRI, Francisco. Motores de combustión interna alternativos. Editorial REVERTÉ, 2011, Pag 762, ISBN 978-84-291-4802-2.

PAYRI, Francisco. Motores de combustión interna alternativos. En: Sección de publicaciones de la E.T.S. de ingenieros industriales fundación general- U.P.M, 1989, Pag 5, ISBN 9788486451011

RADMAX, Diesel Engine. [En línea] [Consultado 12 de noviembre del 2019]. Disponible en: <https://radmaxtech.com/dieselenigne>

SÁNCHEZ, Isaac. Modelado termodinámico de un motor de encendido por compresión. Pregrado en ingeniería mecánica. México: Universidad Nacional Autónoma de México. Facultad de ingeniería. 2016. Pag 17. [Revisado: 28 de noviembre del 2019]. Disponible en: <https://pdfs.semanticscholar.org/be2e/db258440734af1f859379c5f3a9d417e6447.pdf>

SANTOS, Ilmar. Dinâmica de Sistemas Mecânicos: Modelagem, Simulação, Visualização e Verificação. Makron Books. Brasil. Sao Paulo. 2001. Pag 6.

SHIGLEY, J.E. Diseño en Ingeniería Mecánica. Novena edición. México, Edit. Mc Graw Hill. 2012.

VARGAS, Juan. Análise do Desempenho de Motores Diesel Utilizando Óleo Combustível Pesado e Combustível Destilado Marítimo. Tesis de maestría en Ingeniería Oceánica. COPPE Universidad federal de Rio de Janeiro. Rio de Janeiro-Brasil. 2011. Pag 18.

VIBE, I.I. Rate of heat release in cyclic process of internal combustion engines (Brennverlauf und Kreisprozeß von Verbrennungsmotoren), Verlag Technik, Berlin, 1970.

## ANEXOS

### **Anexo A. Prototipos y selección del mecanismo.**

#### **Requerimientos del mecanismo.**

En la siguiente lista se pueden observar las demandas básicas que se deben tener en cuenta para que el mecanismo cumpla su función cambiando el mecanismo tradicional.

- Peso
- Dimensionamiento
- Resistente
- Económico
- Buen acabado
- Seguro
- Facilidad del mantenimiento

Esta información relevante en el proyecto se debe introducir en una matriz de calidad en las celdas verticales, donde a cada una de estas se le da un valor donde se le estima un valor de importancia de orden ascendente, donde 1 es de menor importancia y 10 sería el de mayor importancia para el proyecto.

En la parte horizontal de la matriz de calidad se ponen requisitos que son necesarios en la elaboración del diseño, luego se le asigna un valor en relación a los requerimientos mencionados anteriormente, donde luego de esto se multiplica con el valor puesto al requerimiento para así sumar todos y observar cuales 4 requisitos son los que tienen más influencia en el trabajo.

## Matriz de calidad

En la tabla 9, mostrada a continuación se puede observar la matriz elaborada:

Tabla 8. Matriz de función de calidad (QFD).

	SEGURIDAD		MONTAJE		PIEZAS ESTÁNDAR		MATERIALES		FÁCIL CONSTRUCCION		DIMENSIONAMIENTO		POCAS PIEZAS		
<b>ESPACIO OCUPADO</b>	8	3	24	7	56	4	32	4	32	5	40	9	72	7	56
<b>PESO</b>	8	3	24	6	48	3	24	9	72	3	24	7	56	6	48
<b>RESISTENCIA</b>	7	5	35	4	28	3	21	9	63	2	14	4	28	3	21
<b>BUEN ACABADO</b>	5	4	20	3	15	6	30	4	20	2	10	3	15	3	15
<b>ECONÓMICA</b>	5	3	15	3	15	8	40	3	15	6	30	6	30	5	25
<b>MANTENIMIENTO</b>	3	3	9	4	12	6	18	0	0	8	24	4	12	5	15
<b>SEGURIDAD</b>	3	9	27	3	9	4	12	1	3	5	15	4	12	3	9
<b>TOTALES</b>			154		183		177		205		157		225		189

## Alternativas para el diseño del mecanismo eje-piñón-cremallera

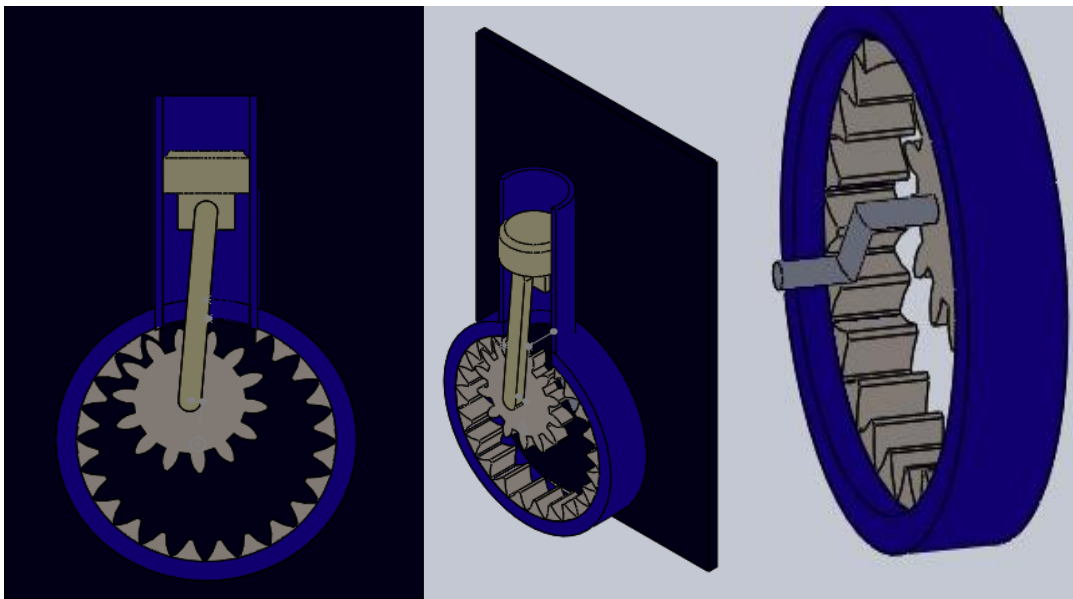
Luego de saber qué requisitos son los más necesarios para la elaboración del mecanismo, se diseñan algunos prototipos simples para observar cuál de estos es el que se aproxima más a los requerimientos y así poder escoger el indicado. Es necesario recordar que este no será el diseño final, debido a que se le realizarán modificaciones para que los resultados del análisis sean similares a los del mecanismo original.

### Alternativa 1.

Esta alternativa consiste en cambiar la manivela usada en el mecanismo tradicional por un engranaje, donde este se guía mediante la implementación una cremallera en el sistema, tal como se ve en la figura 44 mostrada a continuación. Este

mecanismo no moverá el eje del motor directamente, por lo que es necesario el uso de otro sistema, donde se pone una manivela conectada al engranaje y esta moverá directamente al eje del motor. Adicionalmente, sabiendo que el tamaño seguirá igual y que al utilizar la cremallera e implementar otro mecanismo el peso de esta alternativa es mayor, por lo que no cumple con los requerimientos necesarios.

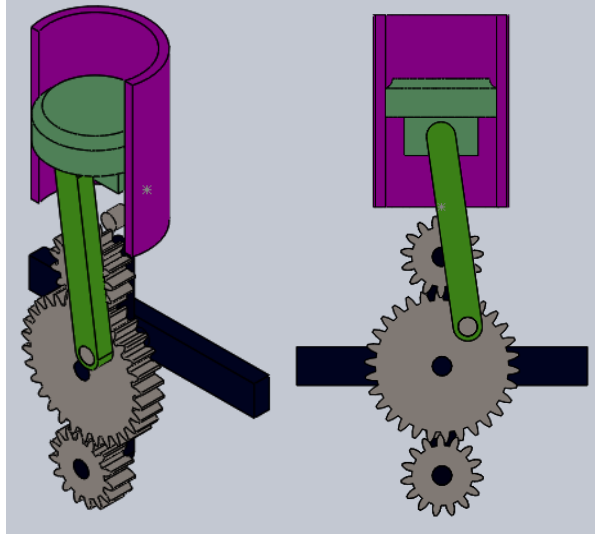
Figura 44. Diseño de la alternativa 1.



### Alternativa 2.

Se planteó como alternativa el uso de un engranaje central que se encuentra sujeto al eje y al pistón como presentado en la figura 45, de tal manera que el movimiento lineal dado por el pistón luego de la combustión hace que se mueva el cigüeñal y a su vez que el engranaje gire para así generar el movimiento del eje. También, es necesario que el mecanismo cuente con otros 2 engranajes para que de esta manera la inercia del movimiento de estos permita que el pistón vuelva a subir para realizar el respectivo escape. En este mecanismo no se cumple el dimensionamiento, ya que es igual o incluso algo más grande que el mecanismo original.

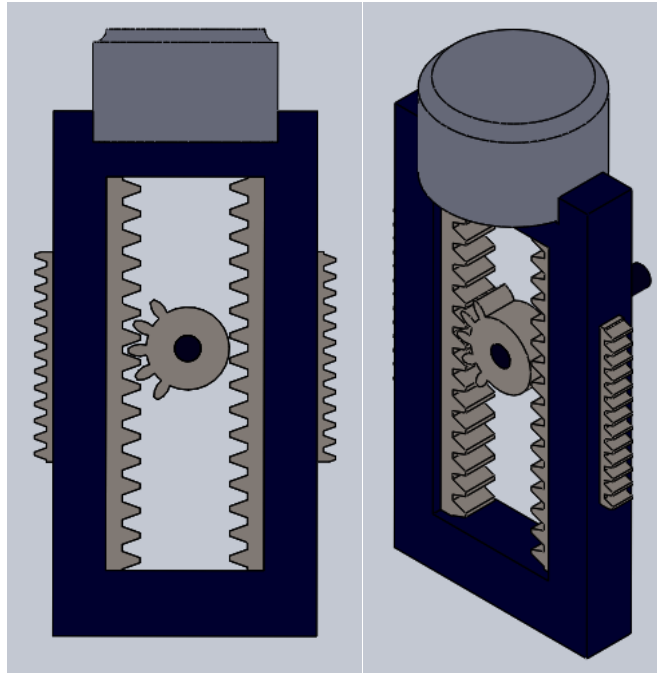
Figura 45. Diseño de la alternativa 2.



### Alternativa 3.

Esta alternativa se diferencia de las otras, debido a que el mecanismo de transmisión de potencia del eje se mueve directamente con el pistón (que no cuenta con la biela ni la manivela), al darse la combustión del motor Diésel hace que se produzca el pistón baje en conjunto con el mecanismo, lo que causa que el engranaje central (por donde atraviesa el eje) gire por la traslación rectilínea de las cremalleras internas de la alternativa, gracias a esto el eje del motor comenzaría a rotar, todo el sistema que se ve en la figura 46 se mueve al interior de una camisa mediante las cremalleras que se encuentran en el exterior del montaje. Estas cremalleras se unen mediante un engranaje a la camisa que se encuentra fija en el motor. El engranaje central no cuenta con todos los dientes debido a que de ser así el sistema no se movería quedándose estático por causa del eje.

Figura 46. Diseño de la alternativa 3.



**Evaluación de las alternativas.**

Conociendo las alternativas dichas anteriormente se procede a escoger la que se considera más adecuada teniendo en cuenta las indicaciones resultantes de análisis de calidad realizado con anterioridad, por lo que la Tabla 10 se muestran los ponderados resultantes de la matriz.

Tabla 9. Ponderación de resultados.

CRITERIOS DE EVALUACIÓN	VALOR	MECANISMOS					
		Alternativa 1		Alternativa 2		Alternativa 3	
<b>MONTAJE</b>	0,22	4	0,88	4	0,88	5	1,1
<b>MATERIALES</b>	0,26	6	1,56	6	1,56	6	1,56
<b>DIMENSIONAMIENTO</b>	0,28	3	0,84	3	0,84	8	2,24
<b>POCAS PIEZAS</b>	0,24	5	1,2	2	0,48	5	1,2
<b>TOTAL</b>		4,48		3,76		6,1	

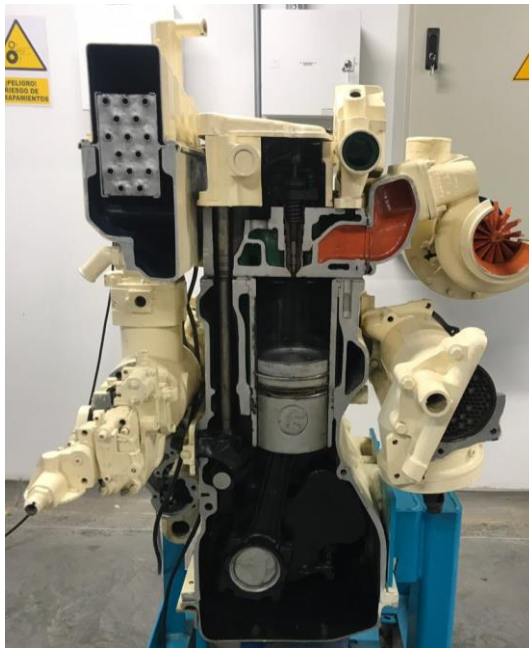
Como se ve en la Tabla 10, la alternativa que mayor puntaje tiene es la 3 debido a que las dimensiones del mecanismo se reducen significativamente.

El mecanismo seleccionado debe ser mejorado, debido a que aún no cumple en su totalidad con los requerimientos dichos, además este debe ser modificado de tal forma que su funcionamiento (cinemático, dinámico y termodinámico) sea similar al mecanismo tradicional.

## Anexo B. Motor Diesel Cummins NT855,

En la figura 47 se puede observar el motor NT855, en vista de corte, donde se observa el mecanismo cigüeñal-biela-pistón, válvulas de admisión y escape, el inyector de Diesel, etc. Para el modelado no se tuvo en cuenta el turbo cargador con el que cuenta el motor.

Figura 47. Vista en corte motor Diesel Cummins NT855.



La tabla 11 muestra las especificaciones del motor, estas especificaciones fueron tomadas de su correspondiente manual.

Tabla 10. Especificaciones del motor.

<b>Diámetro del pistón</b>	140 mm
<b>Carrera</b>	152 mm
<b>Relación de compresión</b>	13,5:1 – 17,2:1

## Anexo C. Material

Para determinar las masas de cada uno de los elementos que conforman los mecanismos se escogió como material el acero AISI 4340.

Reyes, Guillermo (2017)

El material del cual está fabricada la biela objeto de este estudio es de acero al carbono aleado con níquel y cromo; según el sistema de designación AISI se usa cuatro dígitos para aceros al carbón y aceros aleados, los dos primeros dígitos señalan el grupo específico de aleaciones que identifica a los principales elementos aleantes aparte del carbono en el acero y los últimos dos dígitos indican la cantidad de carbono en el acero. Para aceros aleados con níquel, cromo y molibdeno se usa la designación 43xx que tiene como composición química: 1.8% de níquel, 0.5-0.8% de cromo, 0.25% de molibdeno y 0.40% de carbón; los aceros al medio carbón contienen de 30 a 50 puntos de carbono y presentan una resistencia de moderada a alta, una ductibilidad buena y una dureza moderada, por esta razón el acero AISI 4340 corresponde al material de la biela en estudio ya que este tipo de acero se aplica en engranajes, ejes y piezas que requieren buen endurecimiento interior como la biela.<sup>28</sup> (p.192)

---

<sup>28</sup> REYES, Guillermo. (2017). Análisis mecánico del brazo de biela mediante norma ASTM e8 INNOVA Revista mensual de la UIDE extensión Guayaquil. Volumen 2, No. 5, 190-204

## Anexo D. Centros de masa

Las figuras 48, 49, 50, 51 y 52 muestran la posición de los centros de masa de cada una de las piezas de los dos mecanismos que fueron diseñadas en SolidWorks.

Figura 48. Centro de masa del engranaje (MEEC)

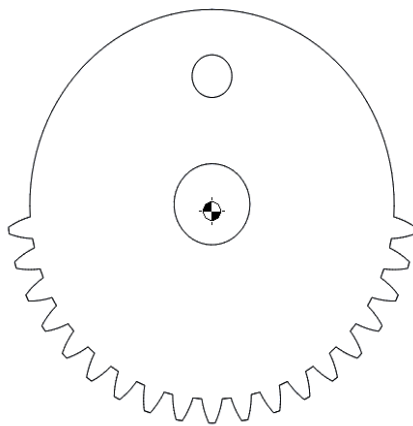


Figura 49. Centro de masa del pistón (tradicional – MEEC)

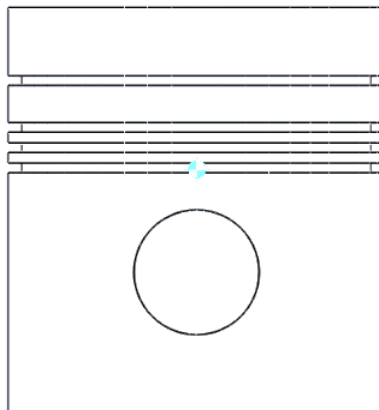


Figura 50. Centro de masa de la biela.

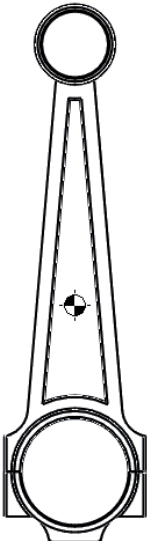


Figura 51. Centro de masa del eje MEEC.

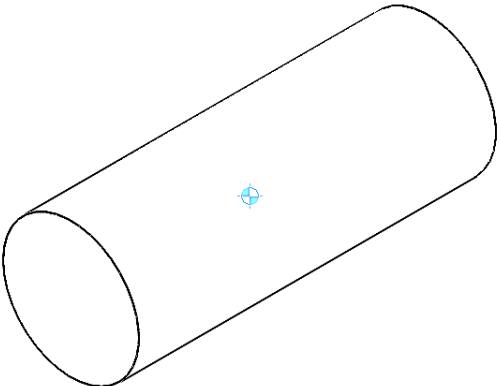


Figura 52. Centro de masa de la manivela.

