

**IMPLEMENTACIÓN DE UN ALGORITMO PARA ELIMINACIÓN DE RUIDO
GROUND ROLL EN LOS SISMOGRAMAS USANDO TRANSFORMADA
*CURVELET***

DIEGO ANDRÉS QUIROZ RAMÍREZ

**UNIVERSIDAD INDUSTRIAL DE SANTANDER
FACULTAD DE INGENIERÍAS FÍSICO MECÁNICAS
ESCUELA DE INGENIERÍAS ELÉCTRICA, ELECTRÓNICA Y DE
TELECOMUNICACIONES
BUCARAMANGA**

2014

**IMPLEMENTACIÓN DE UN ALGORITMO PARA ELIMINACIÓN DE RUIDO
GROUND ROLL EN LOS SISMOGRAMAS USANDO TRANSFORMADA
*CURVELET***

DIEGO ANDRÉS QUIROZ RAMÍREZ

**Trabajo de grado para optar al título de
Ingeniero Electrónico**

Directora

ANA BEATRÍZ RAMÍREZ

Ingeniera Electrónica, Ph.D

Codirector

SERGIO ABREO

Ingeniero Electrónico, M.Sc.

UNIVERSIDAD INDUSTRIAL DE SANTANDER

FACULTAD DE INGENIERÍAS FÍSICO MECÁNICAS

**ESCUELA DE INGENIERÍAS ELÉCTRICA, ELECTRÓNICA Y DE
TELECOMUNICACIONES**

BUCARAMANGA

2014

AGRADECIMIENTOS

A Dios que es mi guía y siempre está presente en mi vida.

A mi familia, mis padres Concepción y Hernando que me han apoyado incondicionalmente y nunca han dejado de creer en mí, mis hermanos Nando y Silvy que siempre están cuando los necesito, mis tíos que han sido como otros padres más y todos mis familiares que están atentos a mis logros.

A mi compañerita sentimental Maira, que se encarga de alegrar mi vida, está conmigo en las buenas y en las malas, y me inspiró a terminar mi proyecto.

A mi directora Ana, por todo lo que me enseñó y porque siempre estuvo presente, dispuesta a brindarme su ayuda.

A mi codirector Sergio, por toda su ayuda.

Al grupo de investigación CPS y al ICP (Instituto Colombiano del Petróleo) por brindarme la oportunidad de realizar este proyecto.

A la UIS y a todos los profesores que aportaron para mi formación como profesional.

A mis amigos, compañeros de estudio y demás conocidos, que me acompañaron en este proceso y me brindaron una mano.

CONTENIDO

	pág.
INTRODUCCIÓN.....	13
1. OBJETIVOS.....	15
1.1 OBJETIVO GENERAL.....	15
1.2 OBJETIVOS ESPECÍFICOS.....	15
2. MARCO TEÓRICO.....	16
2.1 RUIDO <i>GROUND ROLL</i>	16
2.2 TRANSFORMADA <i>CURVELET</i>	17
2.3 FILTRADO DE IMÁGENES SÍSMICAS.....	17
3. IMPLEMENTACIÓN DE LA TRANSFORMADA <i>CURVELET</i> 1D.....	19
3.1 ROTACIONES EN 1D DE LA <i>CURVELET</i>	19
3.2 TRANSLACIONES EN 1D DE LA <i>CURVELET</i>	21
4. IMPLEMENTACIÓN DE LA TRANSFORMADA <i>CURVELET</i> 2D.....	24
4.1 ROTACIONES EN 2D DE LA <i>CURVELET</i>	26
4.2 TRANSLACIONES EN 2D DE LA <i>CURVELET</i>	33
5. RESULTADOS DEL FILTRADO DE UNA IMAGEN SÍSMICA REAL UTILIZANDO LA TRANSFORMADA <i>CURVELET</i> 2D.....	37
6. RESULTADOS DE LA ELIMINACIÓN DEL RUIDO <i>GROUND ROLL</i> IMPLEMENTANDO TRANSFORMADA <i>CURVELET</i> 2D.....	46
7. RESULTADOS DE LA IMPLEMENTACIÓN DE LA TRANSFORMADA <i>CURVELET</i> 2D EN LENGUAJE C.....	56
8. CONCLUSIONES.....	58
CITAS BIBLIOGRÁFICAS.....	59

BIBLIOGRAFÍA.....	61
ANEXOS.....	62

LISTADO DE FIGURAS

Figura 1. Datos sintéticos contaminados con <i>ground roll</i>	16
Figura 2. Filtrado 2D de una señal mediante la transformada <i>curvelet</i>	18
Figura 3. Función <i>morlet</i> implementándole transformada <i>curvelet</i> ; $\theta = 60^\circ$	19
Figura 4. Función <i>morlet</i> implementándole transformada <i>curvelet</i> ; $\theta = 120^\circ$	20
Figura 5. Función <i>morlet</i> implementándole transformada <i>curvelet</i> ; $\theta = 30^\circ$	21
Figura 6. Función <i>morlet</i> implementándole transformada <i>curvelet</i> ; $k_1=1$	22
Figura 7. Función <i>morlet</i> implementándole transformada <i>curvelet</i> ; $k_1=2$	22
Figura 8. Función <i>morlet</i> implementándole transformada <i>curvelet</i> ; $k_1=2, j=0.5$	23
Figura 9. Función <i>morlet</i> 2D sin alteraciones.....	24
Figura 10. Función <i>morlet</i> 2D sin alteraciones, vista lateral.....	25
Figura 11. Función <i>morlet</i> 2D sin alteraciones, vista superior.....	26
Figura 12. Función <i>morlet</i> 2D aplicándole transformada <i>curvelet</i> ; $\theta = 5^\circ$	26
Figura 13. Función <i>morlet</i> 2D aplicándole transformada <i>curvelet</i> ; $\theta=10^\circ$	27
Figura 14. Función <i>morlet</i> 2D aplicándole transformada <i>curvelet</i> ; $\theta = 15^\circ$	28
Figura 15. Función <i>morlet</i> 2D aplicándole transformada <i>curvelet</i> ; $\theta = 20^\circ$	28
Figura 16. Función <i>morlet</i> 2D aplicándole transformada <i>curvelet</i> ; $\theta = 30^\circ$	29
Figura 17. Función <i>morlet</i> 2D aplicándole transformada <i>curvelet</i> ; $\theta = 45^\circ$	30
Figura 18. Función <i>morlet</i> 2D aplicándole transformada <i>curvelet</i> ; $\theta = 60^\circ$	31
Figura 19. Función <i>morlet</i> 2D aplicándole transformada <i>curvelet</i> ; $\theta = 90^\circ$	32
Figura 20. Función <i>morlet</i> 2D aplicándole transformada <i>curvelet</i> ; $\theta = 120^\circ$	33
Figura 21. Función <i>morlet</i> 2D aplicándole transformada <i>curvelet</i> ; $k_1=1$	34
Figura 22. Función <i>morlet</i> 2D aplicándole transformada <i>curvelet</i> ; $k_2=1$	34
Figura 23. Función <i>morlet</i> 2D aplicándole transformada <i>curvelet</i> ; $k_1=1, k_2=1, j=0,6$	35
Figura 24. Función <i>morlet</i> 2D aplicándole transformada <i>curvelet</i> ; $k_1=1, k_2=1, j=0,8$	36
Figura 25. Función <i>morlet</i> 2D aplicándole transformada <i>curvelet</i> ; $k_1=1, k_2=1, j=1$	36
Figura 26. Dato sísmico real.....	37
Figura 27. Trazas sísmicas luego de aplicar transformada <i>curvelet</i> ; $\theta = 180^\circ$	38
Figura 28. Trazas sísmicas luego de aplicar transformada <i>curvelet</i> ; $\theta = 90^\circ$	39
Figura 29. Trazas sísmicas luego de aplicar transformada <i>curvelet</i> ; $\theta = 45^\circ$	40
Figura 30. Trazas sísmicas luego de aplicar transformada <i>curvelet</i> ; $\theta = 22.5^\circ$	40
Figura 31. Trazas sísmicas luego de aplicar transformada <i>curvelet</i> ; $\theta = 11.25^\circ$	41
Figura 32. Trazas sísmicas luego de aplicar transformada <i>curvelet</i> ; $\theta = 22.5^\circ, k_1 = 1$	42
Figura 33. Trazas sísmicas luego de aplicar transformada <i>curvelet</i> ; $\theta = 22.5^\circ, k_1 = 2$	42

Figura 34. Trazas sísmicas luego de aplicar transformada <i>curvelet</i> ; $\theta = 22.5^\circ$, $k_1 = 3$	43
Figura 35. Trazas sísmicas luego de aplicar transformada <i>curvelet</i> ; $\theta = 22.5^\circ$, $k_2 = 1$	44
Figura 36. Trazas sísmicas luego de aplicar transformada <i>curvelet</i> ; $\theta = 22.5^\circ$, $k_2 = 2$	44
Figura 37. Trazas sísmicas luego de aplicar transformada <i>curvelet</i> ; $\theta = 22.5^\circ$, $k_2 = 3$	45
Figura 38. Trazas sísmicas reales con ruido <i>ground roll</i>	46
Figura 39. Trazas sísmicas reales aplicándoles transformada <i>curvelet</i> ; $\theta = 45^\circ$	47
Figura 40. Espectro de <i>Fourier</i> de las trazas sísmicas.....	48
Figura 41. Espectro de <i>Fourier</i> de la <i>curvelet</i> , $\theta=45^\circ$	48
Figura 42. Espectro de <i>Fourier</i> de las trazas sísmicas aplicando transformada <i>curvelet</i> , $\theta=45^\circ$	49
Figura 43. Trazas sísmicas reales aplicándoles transformada <i>curvelet</i> ; $\theta = 22.5^\circ$	49
Figura 44. Trazas sísmicas reales aplicándoles transformada <i>curvelet</i> ; $\theta = 11.25^\circ$	50
Figura 45. Trazas sísmicas reales aplicándoles transformada <i>curvelet</i> ; $\theta = 108^\circ$	51
Figura 46. Espectro de <i>Fourier</i> de la <i>curvelet</i> . $\theta=108^\circ$	52
Figura 47. Espectro de <i>Fourier</i> de las trazas sísmicas aplicando transformada <i>curvelet</i> . $\theta=108^\circ$	52
Figura 48. Trazas sísmicas reales aplicándoles transformada <i>curvelet</i> ; $\theta = 117^\circ$, $k_1 = 1$, $k_2 = 1$	53
Figura 49. Trazas sísmicas reales aplicándoles transformada <i>curvelet</i> ; $\theta = 126^\circ$	54
Figura 50. Trazas sísmicas reales aplicándoles transformada <i>curvelet</i> ; $\theta = 126^\circ$, $k_1 = 1$, $k_2 = 1$	54
Figura 51. Trazas sísmicas reales aplicándoles transformada <i>curvelet</i> ; $\theta = 58.5^\circ$, $k_1 = 1$, $k_2 = 1$	55
Figura 52. Resultados en <i>Matlab</i> (a) vs resultados en lenguaje C (b).....	56
Figura 53. Error entre las pruebas realizadas en <i>Matlab</i> y lenguaje C.....	57

LISTA DE ANEXOS

	pág.
Anexo A. Algoritmo realizado en MATLAB.....	62
Anexo B. Algoritmo realizado en lenguaje C.....	63

RESUMEN

TÍTULO: “IMPLEMENTACIÓN DE UN ALGORITMO PARA ELIMINACIÓN DE RUIDO *GROUND ROLL* EN LOS SISMOGRAMAS USANDO TRANSFORMADA *CURVELET*” *

AUTORES: Diego Andrés Quiroz Ramírez**

PALABRAS CLAVE:

Transformada *Curvelet*, Ruido *Ground Roll*, Tratamiento de Imágenes Sísmicas.

CONTENIDO:

En el siguiente trabajo de grado se aborda el estudio y la implementación de la “*Transformada curvelet*”, empezando con conceptos previos, la verificación de su desempeño y su uso en el tratamiento de imágenes, específicamente en el campo de la sísmica de reflexión. Debido a que las *curvelets* permiten representar en forma más exacta las reflexiones sísmicas obtenidas del subsuelo, el filtrado de las mismas en este dominio permite separar en forma adecuada el ruido *ground roll* de las reflexiones de interés. El objetivo final es la eliminación de este ruido (considerado como un tipo de ruido superficial). El *ground roll* es una onda que se propaga por la superficie con una velocidad menor que la de la onda directa. Posee una baja frecuencia y de gran amplitud, y hace que interfiera con las señales primarias reflejadas. Las ecuaciones utilizadas son las descritas en la literatura e implementadas por medio de un algoritmo, el cual arroja diferentes resultados experimentales. Por medio de un simulador numérico se realiza el estudio del comportamiento de la transformada en diferentes condiciones, tanto en 1D (una dimensión) como en 2D (dos dimensiones). Luego se procede a su implementación en una traza sísmica, realizando un filtrado mediante la multiplicación término a término entre la transformada de *Fourier* de esta señal y la transformada de *Fourier* de la *curvelet*. Por último se realiza el tratamiento a una imagen sísmica real que posee ruido *ground roll* con el propósito de eliminarlo y mejorar la calidad de las trazas. El software en el cual se implementara esta técnica de filtrado a través de un algoritmo computacional en lenguaje C es *Seismic Un*x* (SU); el cual es un software libre, de distribución gratuita y es ampliamente usado para el procesamiento de datos sísmicos.

* Trabajo de Grado

** Facultad de Ingenierías Físico-Mecánicas. Escuela de Ingeniería Eléctrica, Electrónica y Telecomunicaciones.
Director(a): Dra. Ana Beatriz Ramírez

ABSTRAC

TITLE: "IMPLEMENTATION OF AN ALGORITHM FOR ELIMINATION OF GROUND ROLL NOISE ON SEISMOGRAMS USING CURVELET TRANSFORM" *

AUTHOR: Diego Andrés Quiroz Ramírez. **

KEY WORDS:

Curvelet Transform, Ground Roll Noise, Processing of Seismic Images.

DESCRIPTION:

This work covers the study and implementation of the curvelet transform, starting with basics concepts, the performance verification and its use at image processing, specifically in the reflection seismic field. Because curvelets can represent accurately the seismic reflections obtained from subsoil, the filtering in this domain allows separating the ground roll noise in needed reflections. This work is aimed to removing the ground roll noise (considered like a kind of superficial noise). The ground roll is a wave that propagates along the surface with a lower speed than the main wave; this noise has low frequency and big amplitude, and interferes with the primary reflected signals. The mentioned equations were described in the literature and implemented through an algorithm, which provides different experimental results. Using a numerical simulator the behavioral of the curvelet transform is studied under different conditions, one and two dimensions. Then, the implementation is done in a seismic trace, filtering with the multiplication of the trace Fourier transform and the curvelet Fourier transform. Last, it's realized the seismic signal processing with ground roll noise removing it and getting better seismic traces. This filtering technique it's implemented through a computational algorithm in C language in Seismic Un*x (SU); which is commonly used tool for seismic processing data.

* Graduate Work.

** Faculty of Phisic Mechanical Engineering. School of electric, electronic and telecommunications. Project Director: PhD. Ana Beatriz Ramirez.

INTRODUCCIÓN

En la actualidad, la industria petrolera busca herramientas más eficaces para la adquisición y el tratamiento de los datos que obtienen en las exploraciones hechas al subsuelo¹, con el fin de mejorar su calidad para un análisis posterior. Una vez que una compañía empieza su etapa de exploración empleando diversos métodos de adquisición (por ejemplo, la sísmica de reflexión, de la cual se hablará más adelante), se obtiene como producto final las trazas sísmicas². Para la correcta interpretación de estas trazas o registros sísmicos es indispensable la eliminación de diferentes tipos de ruidos que generalmente afectan la señal. Uno de los principales tipos de ruido presentes en los sismogramas es el ruido coherente³, entre los cuales se encuentra el *ground roll*. Este tipo de ruido se propaga por la superficie con una velocidad menor que la de la onda directa⁴. Posee características de baja frecuencia y alta amplitud, lo cual hace que interfiera con las señales primarias reflejadas y se debe eliminar antes de realizar cualquier otro proceso sobre las trazas sísmicas. Este proceso forma parte del flujo tradicional de procesamiento de datos sísmicos.

El presente trabajo de investigación se enfocó en la revisión y análisis del ruido *ground roll*, para posteriormente realizar la implementación de un algoritmo que filtra las trazas sísmicas en el dominio de la transformación *curvelet*; una herramienta recientemente estudiada, diseñada para representar imágenes en escalas y ángulos diferentes. Esta herramienta ha sido investigada ampliamente por diferentes autores, entre ellos: Emmanuel Candes, Laurent Demanet, David Donoho y Lexing Ying [3][4-12].

Debido a que las *curvelets* permiten representar en forma más exacta las reflexiones sísmicas obtenidas del subsuelo, el filtrado de las mismas en este dominio permite separar en forma adecuada el *ground roll* de las reflexiones de interés. El software en el cual se implementó esta técnica de filtrado a través de un algoritmo computacional es *Seismic Un*x* (SU), el cual es un software libre, de distribución gratuita y es ampliamente usado para el procesamiento de datos sísmicos. [2]

Como se mencionó anteriormente, en la industria de la exploración de suelos, uno de los principales problemas que se genera al momento de trabajar con los datos de una adquisición sísmica es el ruido que se presenta.

¹Bajo el término subsuelo se conoce a todo aquello que se ubica por debajo de la superficie terrestre y que conforma el espacio inmediatamente posterior a esta en lo que respecta a las capas geológicas de la Tierra.

²Se les llama así a los eventos que se muestran en un sismograma, producto de un conjunto de señales procesadas que vienen del subsuelo.

³ El ruido coherente es la energía sísmica indeseada que muestra una fase consistente entre una traza sísmica y otra. Esta energía puede consistir en ondas que viajan a través del aire a velocidades muy bajas, tales como las ondas aéreas o el chorro de aire, y la onda superficial *ground-roll* que viaja a través del tope de la capa superficial.

⁴ Es una onda en particular que recorre un camino por la superficie del terreno en dirección al geófono.

Los datos sísmicos terrestres son comúnmente contaminados con fuertes ruidos coherentes tales como *multiples*⁵, *ground roll*, *converted waves*⁶, etc. En una recopilación sísmica este ruido interfiere y enmascara la señal proveniente del subsuelo. Cerca de la superficie lateral, las variaciones de velocidad⁷, en particular, crean fuertes ondas superficiales que sobrecargan la información útil en un *shotgather*⁸.

Anteriormente se habían estudiado varios tipos de filtros (Brown y Clapp, 2000; Harland et al, 1984; Shieh y Herrmann, 1990), diseñados principalmente usando la transformada de Fourier y eliminando los coeficientes de bajas frecuencias de la transformación. Sin embargo, esta metodología afecta ampliamente la imagen sísmica debido a que los reflectores de interés también poseen bajas frecuencias. Este método conduce entonces, a un deterioro inaceptable de las reflexiones primarias, que son de interés para el estudio del subsuelo [1].

En la actualidad existen muchas técnicas de filtrado de señales, todas con un mismo fin, satisfacer estas necesidades de mejoramiento en la calidad de las imágenes obtenidas en los registros sísmicos. Con base a esto, y teniendo en cuenta que se tratará directamente con un ruido específico: *ground roll*. Durante la elaboración de este proyecto se analizará una herramienta innovadora y muy estudiada por la comunidad científica especializada en el área de procesamiento de imágenes: La transformada *curvelet*. Su implementación y prueba para la eliminación de ruido *ground roll* pretende ser una mejora en el filtrado de las señales sísmicas adquiridas, permitiendo hacer un aporte en el avance de la exploración del subsuelo.

⁵ Se generan cuando la onda emitida por la fuente se refleja más de una vez en las interfaces del subsuelo.

⁶ Cuando una onda que viaja a través de un medio incide sobre una interfase (una superficie) que lo separa de otro medio con distintas propiedades elásticas, en general parte de la energía es transmitida al segundo medio y parte es reflejada.

⁷ Hace referencia a la velocidad de propagación en un medio determinado.

⁸ Todos los datos registrados en todos los canales por un solo disparo (producido por todas las fuentes).

1. OBJETIVOS

1.1 OBJETIVO GENERAL

- Implementar un algoritmo de filtrado basado en la transformada *curvelet* que permita la eliminación de ruido *ground roll* presente en las imágenes sísmicas.

1.2 OBJETIVOS ESPECÍFICOS

- Describir de forma general la transformada *curvelet* para imágenes.
- Determinar las características del comportamiento de los coeficientes *curvelet* correspondientes a la señales de ruido *ground roll*.
- Implementar el algoritmo de la transformada *curvelet* en la herramienta de desarrollo de MATLAB⁹.
- Implementar el algoritmo en la herramienta de libre distribución *Seismic Unix (SU)*.
- Verificar y evaluar los resultados de la implementación del algoritmo en SU usando imágenes sísmicas 2D.

⁹MATLAB (abreviatura de MATrixLABoratory, "laboratorio de matrices") es un software matemático que ofrece un entorno de desarrollo integrado (IDE) con un lenguaje de programación propio (lenguaje M). Está disponible para las plataformas Unix, Windows y Mac OS X.

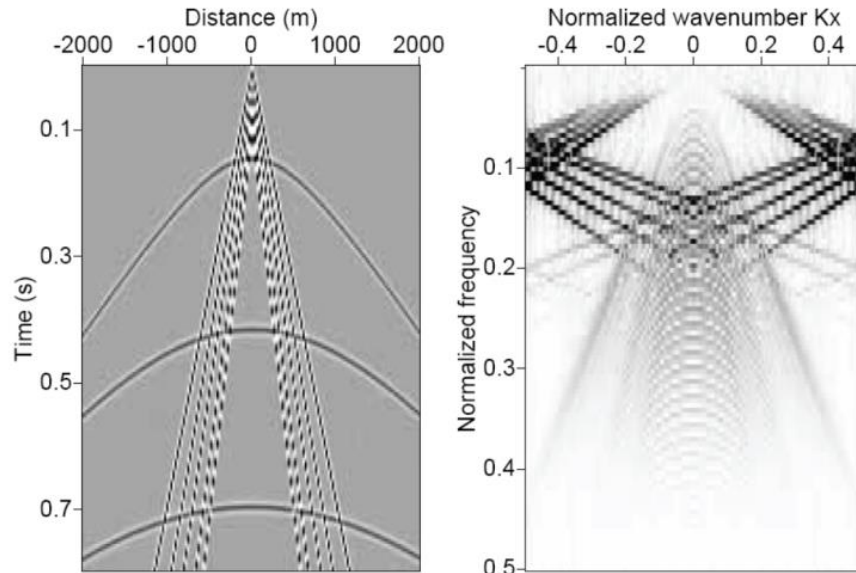
2. MARCO TEÓRICO

2.1 RUIDO GROUND ROLL

El ruido *ground roll* (considerado como un tipo de ruido superficial) es una onda, equivalente a la onda *Rayleigh*¹⁰, que se propaga por la superficie con una velocidad menor que la de la onda directa. Posee una baja frecuencia y de gran amplitud, y hace que interfiera con las señales primarias reflejadas, que son de interés para el estudio del subsuelo.

Este ruido puede oscurecer la señal y degradar la calidad global de los datos, pero puede ser aliviado a través de una cuidadosa selección de arreglos de fuente y de geófonos, filtros y parámetros de apilamiento.

Figura 1. Datos sintéticos contaminados con *ground roll*.



Tomado de: [1].

En la Figura 1 se puede apreciar que el ruido *ground roll* afecta considerablemente la señal. Este ruido es notorio y se puede apreciar fácilmente en la figura (ondas transversales situadas en el centro de la figura (parte izquierda de la Figura 1)). Como se había mencionado anteriormente su eliminación pretende mejorar la calidad de las imágenes sísmicas adquiridas y es tema de estudio en el presente proyecto.

¹⁰Son las ondas más lentas con velocidades bajas.

2.2 TRANSFORMADA CURVELET

La transformada *Curvelet* es una generalización de la transformada *Wavelet*, diseñada para representar imágenes en escalas y ángulos diferentes.

Sea la función madre:

$$\varphi_j(x); \quad (1)$$

La transformada de Fourier de la *Curvelet* madre está dada por:

$$\hat{\varphi}_j(f) = U_j(w); \quad (2)$$

Las rotaciones y translaciones de la *Curvelet* madre se encuentran de la siguiente forma:

$$\varphi_{j,l,k}(x) = \varphi_j(R_{\theta_l}(x - x_k^{(j,l)})); \quad (3)$$

$$x_k^{(j,l)} = R_{\theta_l}^{-1}(k_1 \cdot 2^{-j}, k_2 \cdot 2^{-j/2}); \quad (4)$$

$$\theta_l = 2\pi \cdot 2^{-j/2} \cdot l; \text{ para } l = 0, 1, 2, \dots; \quad (5)$$

$$R_\theta = \begin{pmatrix} \cos \theta & \sin \theta \\ -\sin \theta & \cos \theta \end{pmatrix}; \quad (6)$$

$$R_\theta^{-1} = R_\theta^T; \quad (7)$$

Donde $x_k^{(j,l)}$ indica el desplazamiento, θ_l es el ángulo de rotación en 2 dimensiones, k_1 y k_2 son los coeficientes de desplazamiento, R_θ es la matriz de rotación y R_θ^{-1} es su matriz inversa.

2.3 FILTRADO DE IMÁGENES SÍSMICAS

Existen diferentes técnicas de filtrado que han sido propuestas para tratar de disminuir o eliminar el importante efecto que causa el ruido *ground roll* sobre la información del subsuelo.

Una de las técnicas más usadas consiste en usar un filtro selectivo en frecuencia, el cual elimina las frecuencias indicadas por el usuario. Usualmente, las bajas frecuencias son eliminadas para tratar de atenuar el efecto del *ground roll*. Sin embargo con esta técnica, también se pierde información del subsuelo contenido en las bajas frecuencias.

La técnica estudiada en este trabajo consiste en encontrar un filtro 2D que es selectivo en diferentes rangos de frecuencia para diferentes longitudes de onda. En este caso, la *curvelet* transformada en 2D representa el filtro. La imagen obtenida será el resultado de aplicar este filtro lineal a la imagen ruidosa. Así, la imagen obtenida corresponde a la convolución entre la imagen con ruido y el filtro 2D:

$$G'(x, y) = G(x, y) * \varphi(x, y); \quad (8)$$

En la ecuación (8), $G(x, y)$ es la imagen de entrada, $\varphi(x, y)$ es la transformada curvelet 2D y $G'(x, y)$ representa la señal de salida. La función $\varphi(x, y)$ se genera a partir del producto $\varphi(x)^T \times \varphi(y)$, es decir, la componente horizontal y vertical de la curvelet. " * " representa la operación de convolución.

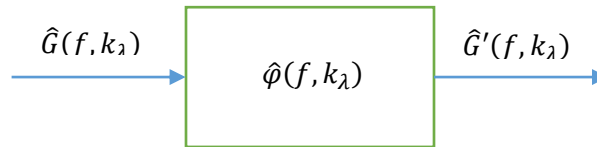
En el dominio de la frecuencia, la transformada de *Fourier* 2D de la imagen filtrada corresponde al producto punto a punto de las transformadas de *Fourier* 2D de la imagen con ruido y del filtro

$$\hat{G}'(f, k_\lambda) = \hat{G}(f, k_\lambda) \cdot \hat{\varphi}(f, k_\lambda); \quad (9)$$

En la ecuación (9), $\hat{G}(f, k_\lambda)$ es la transformada de *Fourier* de la imagen de entrada, en donde f corresponde a la frecuencia temporal y k_λ corresponde a la frecuencia espacial. $\hat{\varphi}(f, k_\lambda)$ es la transformada de *Fourier* de la *curvelet* 2D y $\hat{G}'(f, k_\lambda)$ representa la transformada de *Fourier* de la señal de salida. " · " representa la operación de multiplicación punto a punto.

En la figura 2 se representa el proceso de filtrado estudiado en este proyecto.

Figura 2. Filtrado 2D de una señal mediante la transformada curvelet.



Para obtener la imagen filtrada en el dominio temporal-espacial, se calcula la transformada de *Fourier* inversa 2D de $\hat{G}'(f, k_\lambda)$.

3. IMPLEMENTACIÓN DE LA TRANSFORMADA CURVELET 1D

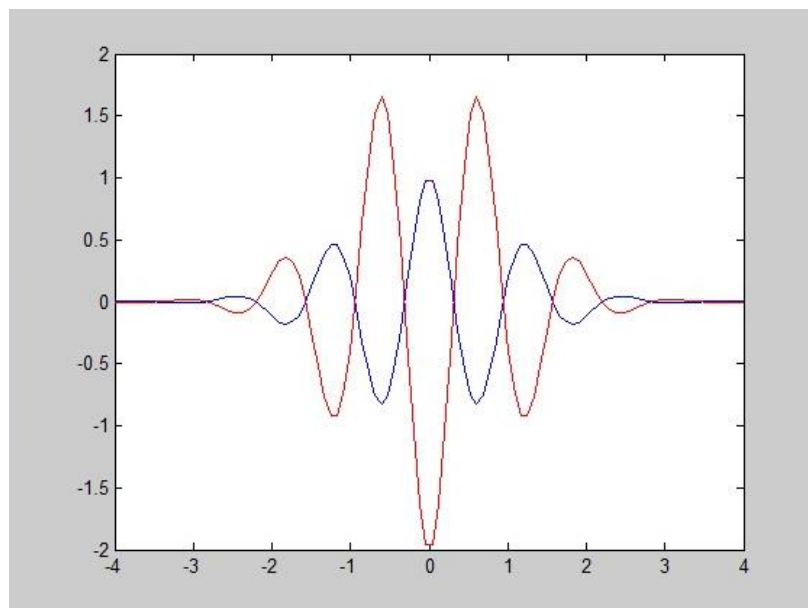
Durante la primera etapa de este proyecto se buscó analizar en detalle la matemática de la transformada *Curvelet*, con el fin de desarrollar un script que permitió implementarla en MATLAB. Se analizaron las diferentes figuras obtenidas en las simulaciones.

Se utilizó un script en MATLAB para graficar las diversas rotaciones y translaciones de una morlet (tomada en este caso como una *Curvelet* madre), la cual se ubica dentro de las familias de Wavelets que se pueden encontrar en la *toolbox* de esta herramienta, además de ser una de las wavelets que mejor representan la ondícula sísmica. En primera instancia se tienen las siguientes rotaciones de ésta función como se verá a continuación, se observan las figuras azules que representa la *morlet* o *curvelet* madre original. En rojo se aprecia la rotación en fase de la *curvelet* madre dependiendo de los parámetros establecidos.

3.1 ROTACIONES EN 1D DE LA CURVELET

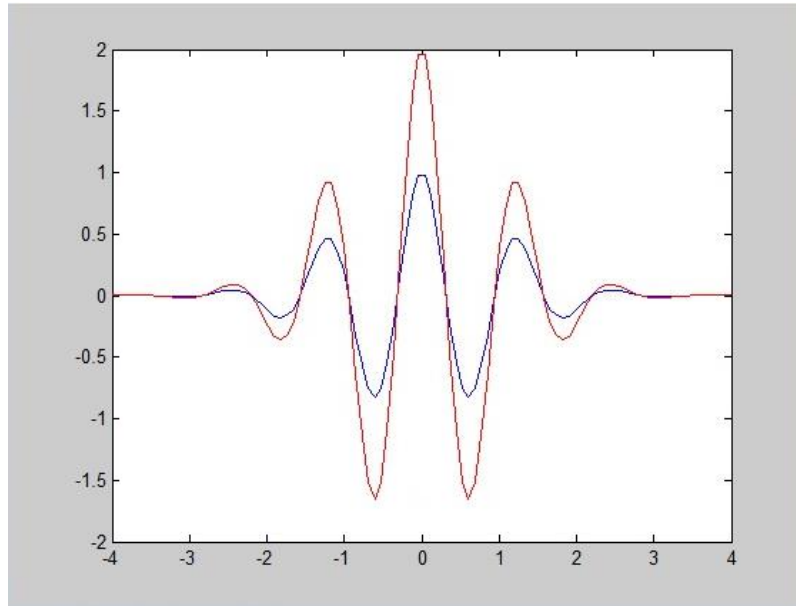
Teóricamente se trabajó a partir de la ecuación (3) únicamente empleando la matriz de rotación R_θ , dejando a un lado la parte de translación con el fin de observar cómo se comporta la función madre a diferentes ángulos de rotación. En el primer caso se tiene una fase de 60 grados (Figura 3). Valores tomados: $k_1 = 0$; $k_2 = 0$; $j = 0$; $\theta = 60^\circ$.

Figura 3. Función morlet implementándole transformada curvelet; $\theta=60^\circ$.



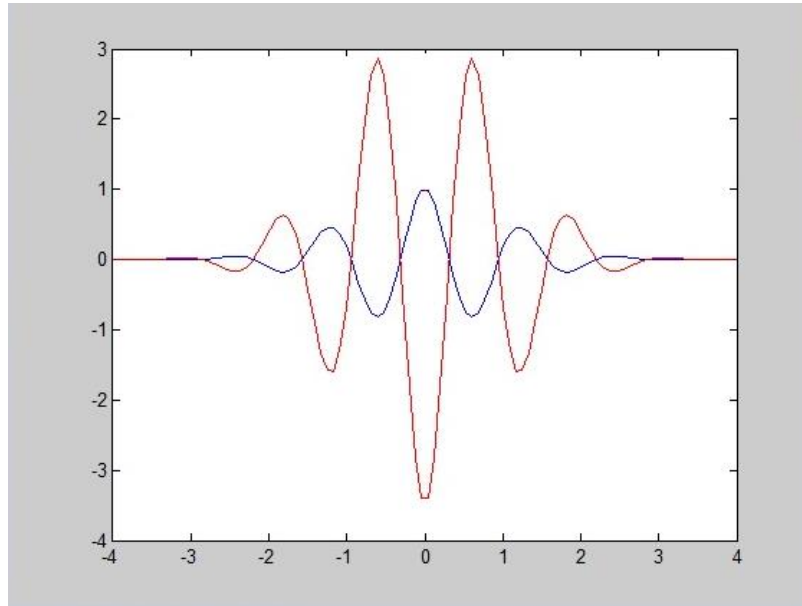
Ahora al duplicar el ángulo de desfase hasta 120° se obtiene una forma de onda como la que se muestra en la Figura 4. Observando una variación en los máximos de la onda provocado por el desfase que se generó con respecto a la primera prueba. Valores tomados: $k_1 = 0$; $k_2 = 0$; $j = 0$; $\theta = 120^\circ$.

Figura 4. Función morlet implementándole transformada curvelet, $\theta = 120^\circ$.



Así mismo se repite la prueba para un ángulo de 30° (Figura 5) para ver el comportamiento de la función rotada con respecto a la original (*curvelet* madre) y con las otras pruebas realizadas. Valores tomados: $k_1 = 0$; $k_2 = 0$; $j = 0$; $\theta = 30^\circ$.

Figura 5. Función morlet implementándole transformada curvelet, $\theta = 30^\circ$.



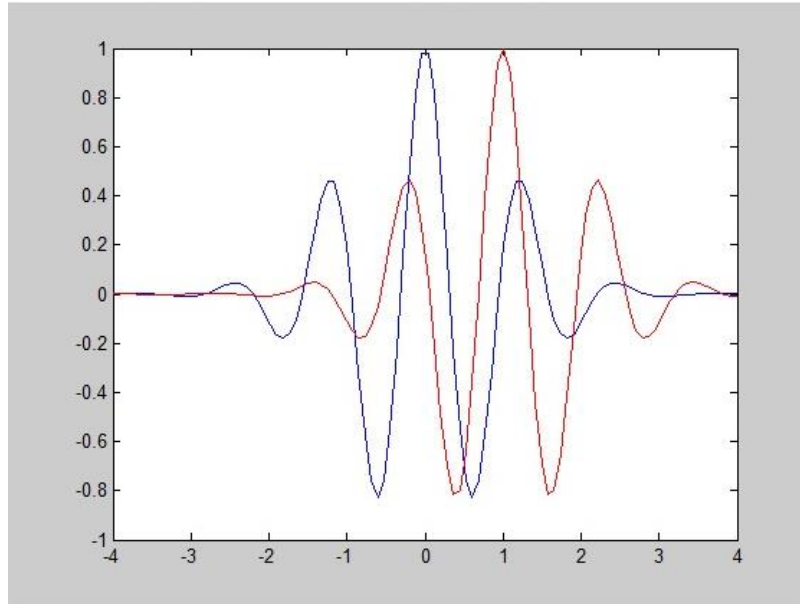
Luego de observar estas variaciones en la fase de la función *morlet* empleando la transformada *curvelet*, teniendo en cuenta que sólo se utiliza la matriz de rotación sin realizar translaciones y que se visualizan las señales en una dimensión, se puede observar cómo varían los máximos locales de la curva (*morlet*) y las amplitudes de los mismos debido a las inclinaciones que sufren hacia la vista frontal.

3.2 TRANSLACIONES EN 1D DE LA CURVELET

Luego se analizó la transformación *curvelet* teniendo en cuenta únicamente la parte translacional de la ecuación (3), es decir $(x - x_k^{(j,l)})$ que afecta a la función madre (*morlet*). El coeficiente k_1 corresponde a las translación en dirección vertical y k_2 es el coeficiente de translación en dirección horizontal. Se varió en coeficiente k_1 (en este caso se trabajó en una dimensión k_2 es igual a cero).

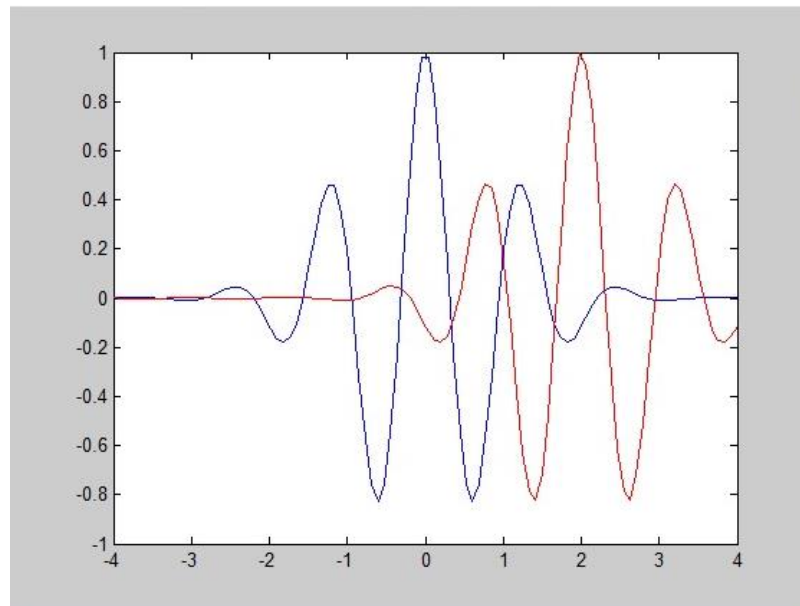
Para el primer caso (Figura 6) se utilizaron los valores de $k_1 = 1$; $k_2 = 0$; $j = 0$; $\theta = 0^\circ$.

Figura 6. Función morlet implementándole transformada curvelet; $k_1=1$.



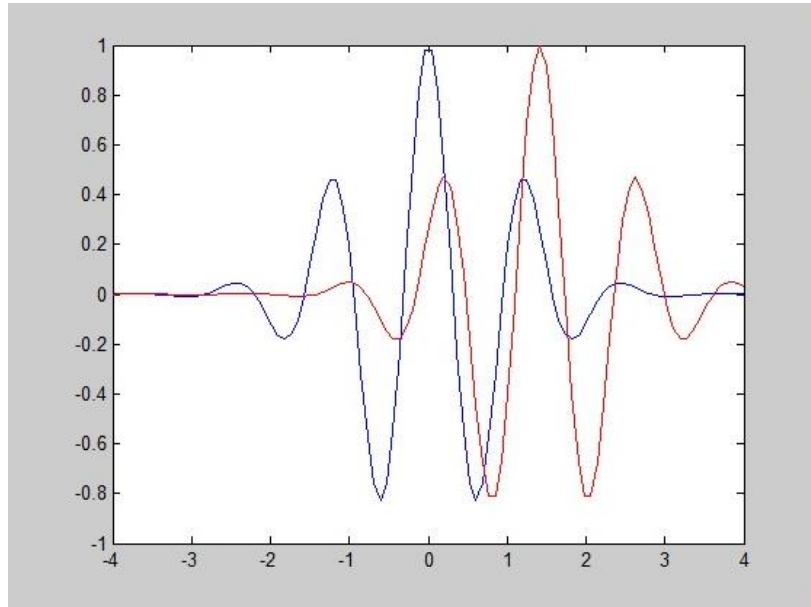
Para el segundo caso se utilizaron los siguientes valores: $k_1 = 2$; $k_2 = 0$; $j = 0$; $\theta = 0^\circ$. Observando el resultado obtenido en la Figura 7.

Figura 7. Función morlet implementándole transformada curvelet; $k_1=2$.



Luego para analizar el comportamiento de la función con la variación del parámetro j el cual afecta al valor del desplazamiento $x_k^{(j,l)}$ en la transformada (ecuación (4)) se procedió a trabajar con los siguientes valores: $k_1 = 2$; $k_2 = 0$; $j = 0.5$; $\theta = 0^\circ$. Obteniendo así, la Figura 8.

Figura 8. Función morlet implementándole transformada *curvelet*; $k_1=2$, $j=0.5$.



Se puede observar como éste factor $j=0.5$ afecta la forma de la señal obtenida, provocando un leve desplazamiento en la posición dando como resultado una señal posicionada entre las obtenidas en la Figura 6 y la Figura 7.

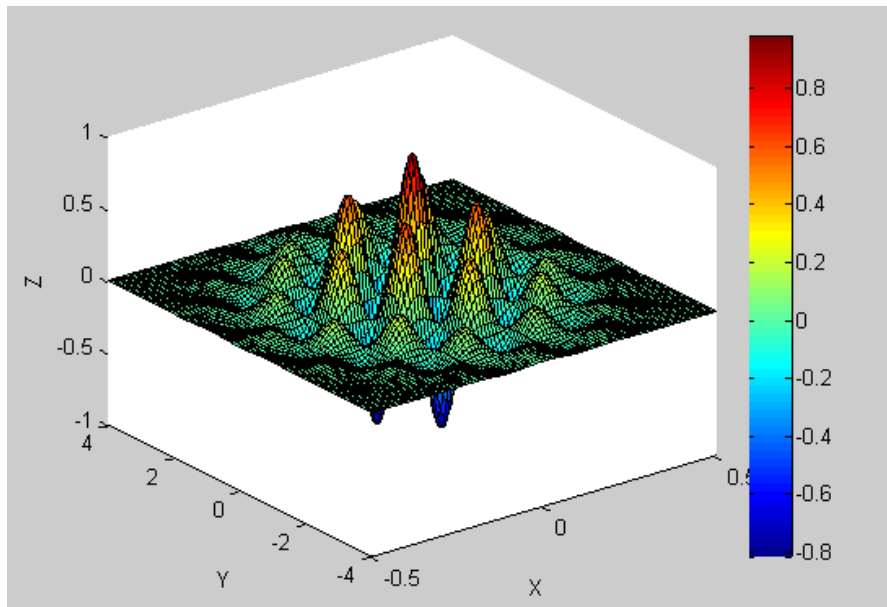
Hasta aquí se estudió el comportamiento de la transformada *curvelet* en una dimensión, comprobando el correcto funcionamiento de los factores de desplazamiento y rotación, y cómo afectaban la función madre utilizada de la *curvelet*.

4. IMPLEMENTACIÓN DE LA TRANSFORMADA *CURVELET* 2D

En esta parte del proyecto se realizó un análisis en dos dimensiones de la transformada *curvelet*, ya que ésta fue la herramienta principal utilizada más adelante. Se implementó una metodología similar a la usada en la primera parte del proyecto, realizando pruebas con diferentes variaciones de ángulos y coeficientes de translación, con el fin de analizar el comportamiento de la función madre.

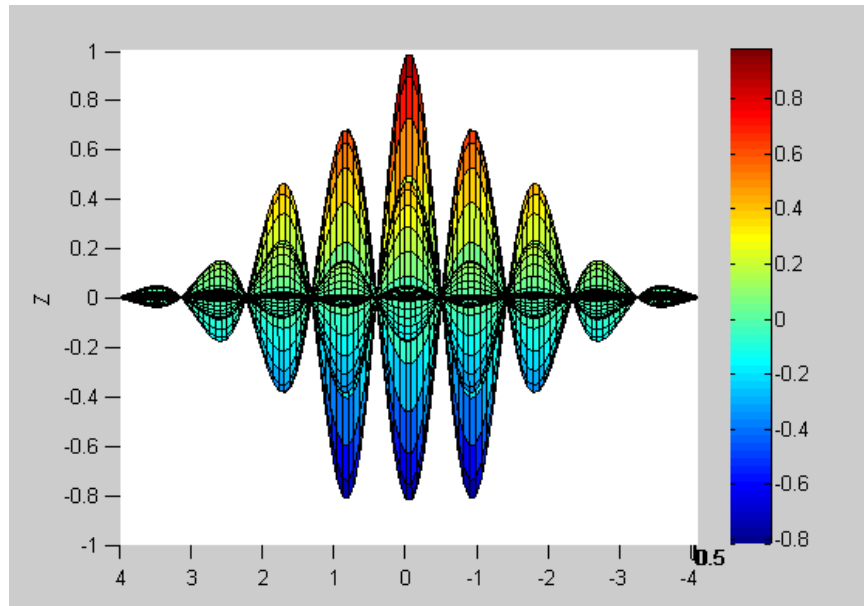
Como se puede observar en la Figura 9 se obtuvo una curva superficial de la *morlet* bi-dimensional anteriormente utilizada sin aplicarle ninguna variación, es decir la función madre sin ninguna modificación. Se usaron los siguientes parámetros: $k_1 = 0$; $k_2 = 0$; $j = 0$; $\theta = 0^\circ$.

Figura 9. Función *morlet* 2D sin alteraciones.



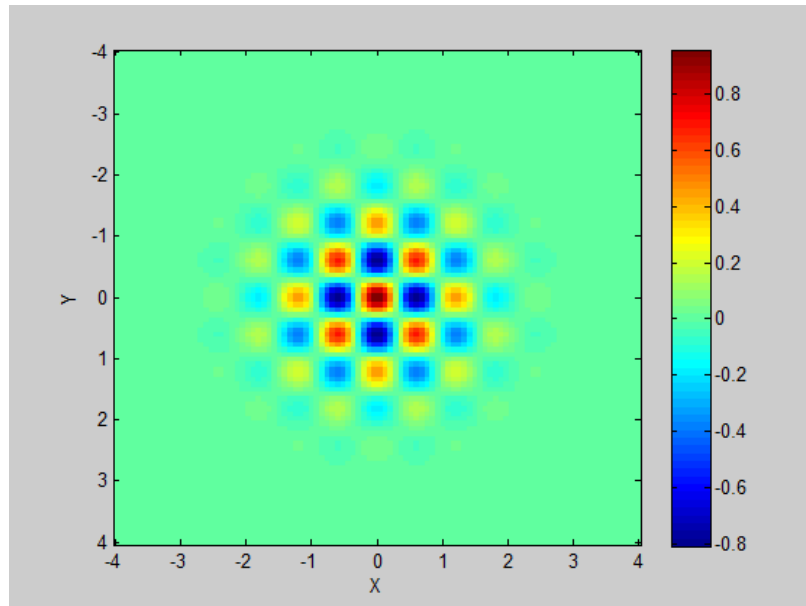
La vista lateral proporcionada por la Figura 10 (vista Y-Z), en donde el eje horizontal corresponde al eje Y y el eje vertical corresponde al eje Z, nos brinda un modelo de comparación con las figuras obtenidas anteriormente en las pruebas 1D. Además, se puede apreciar cómo varían los colores que el simulador le otorga a la función dependiendo de los valores de las amplitudes.

Figura 10. Función morlet 2D sin alteraciones, vista lateral.



Con el fin de obtener un mejor ángulo de visión y poder realizar un análisis minucioso, se observa la figura desde una perspectiva superior (vista X-Y) como se muestra en la Figura 11, en donde el eje horizontal corresponde al eje X y el eje vertical corresponde al eje Y. La gráfica en matlab muestra los diferentes colores para los diferentes valores de amplitud de la *morlet*. De aquí en adelante se mostrarán éstas vistas superiores, las cuales son de interés para su posterior análisis.

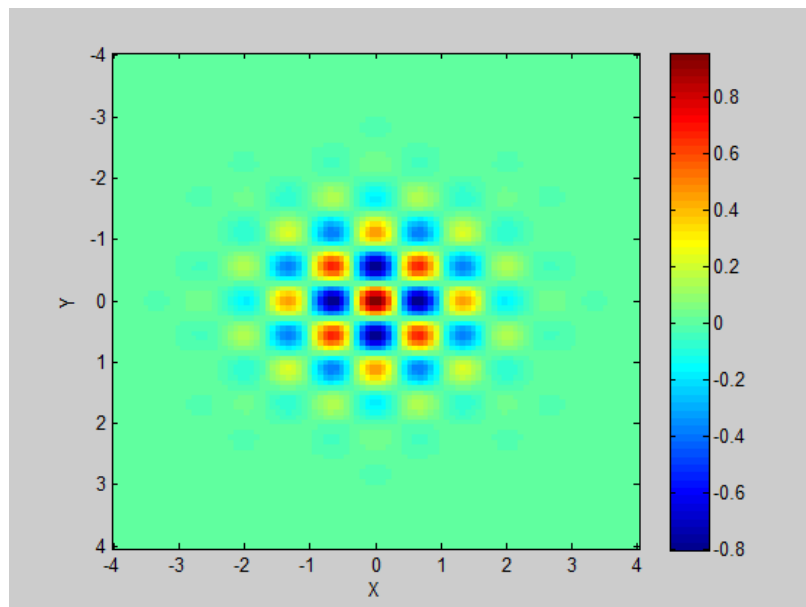
Figura 11. Función morlet 2D sin alteraciones, vista superior.



4.1 ROTACIONES EN 2D DE LA CURVELET

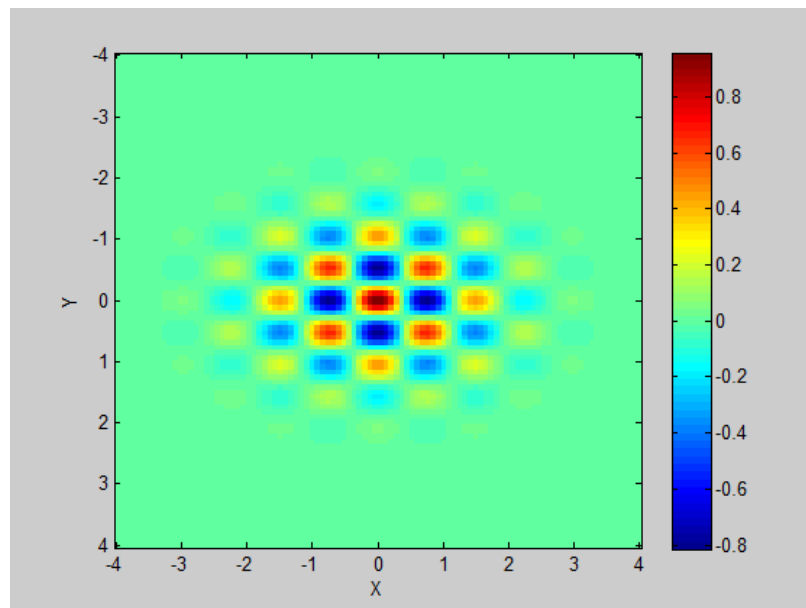
Se comenzó realizando rotaciones a la función *morlet* mediante la implementación de la matriz de rotación R_θ de la transformada *curvelet*, para lo cual se tuvo en cuenta los siguientes parámetros: $k_1 = 0$; $k_2 = 0$; $j = 0$; $\theta = 5^\circ$ (ver Figura 12).

Figura 12. Función morlet 2D aplicándole transformada *curvelet*, $\theta = 5^\circ$.



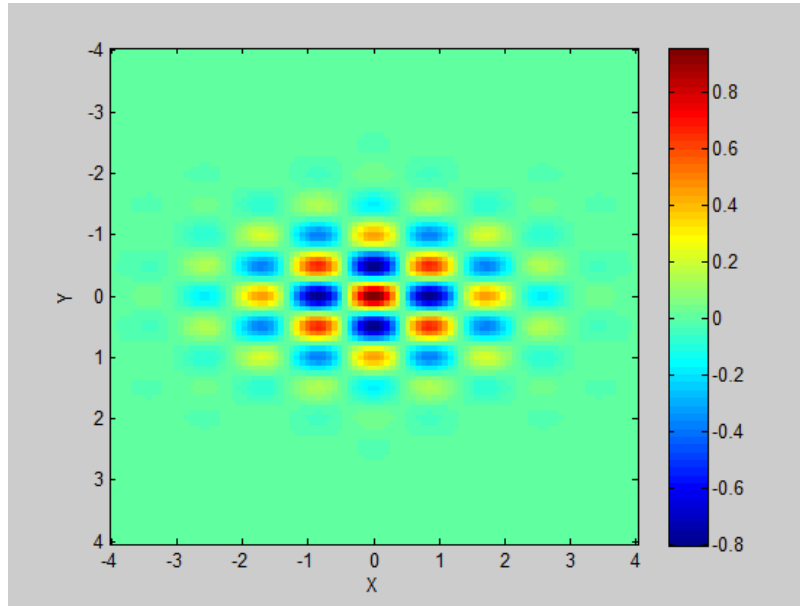
Se observó un pequeño cambio aunque no muy distinguible en la forma de las amplitudes de la onda que se ven en la figura como circunferencias, estirándolas un poco a lo largo de un eje. Se continuó con los siguientes valores: $k_1 = 0$; $k_2 = 0$; $j = 0$; $\theta = 10^\circ$ (ver Figura 13).

Figura 13. Función morlet 2D aplicándole transformada curvelet, $\theta = 10^\circ$.



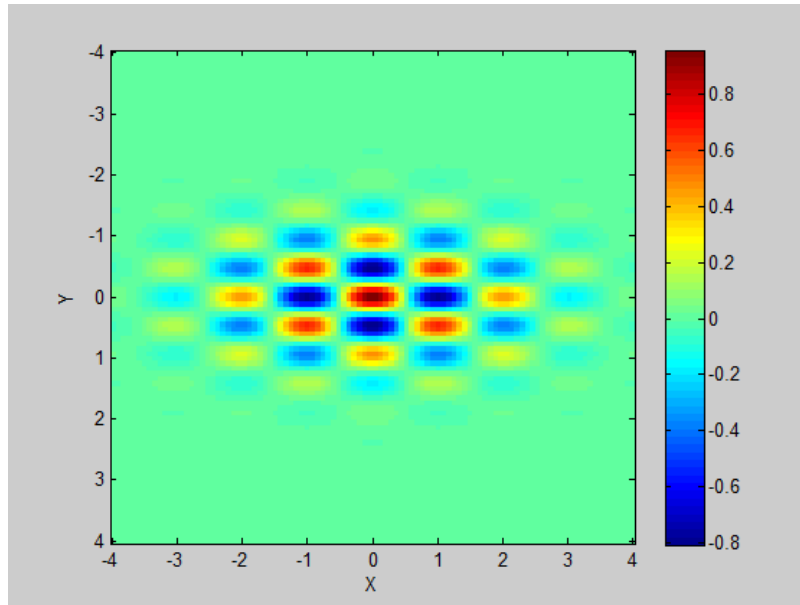
Con esta transformación se puede observar con mayor claridad el cambio que sufre la forma de la función *morlet* al aplicarle la transformada *curvelet* con un ángulo de 10° . Se presenta un estiramiento a lo largo del eje horizontal y se empieza a ver un pequeño encogimiento en el eje vertical. Para los valores $k_1 = 0$; $k_2 = 0$; $j = 0$; $\theta = 15^\circ$ se obtuvo la Figura 14.

Figura 14. Función morlet 2D aplicándole transformada curvelet, $\theta = 15^\circ$.



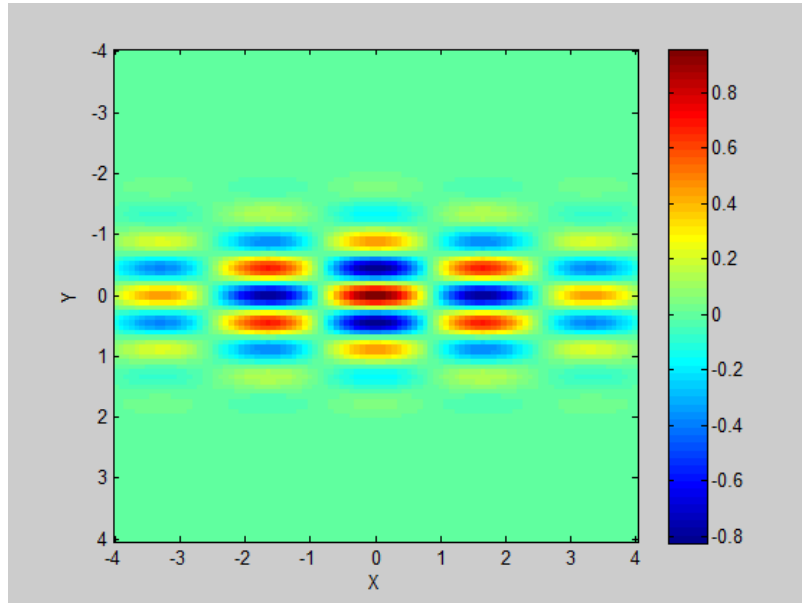
Para los valores $k_1 = 0$; $k_2 = 0$; $j = 0$; $\theta = 20^\circ$ se obtuvo la Figura 15.

Figura 15. Función morlet 2D aplicándole transformada curvelet, $\theta = 20^\circ$.



Para los valores $k_1 = 0$; $k_2 = 0$; $j = 0$; $\theta = 30^\circ$ se obtuvo la Figura 16.

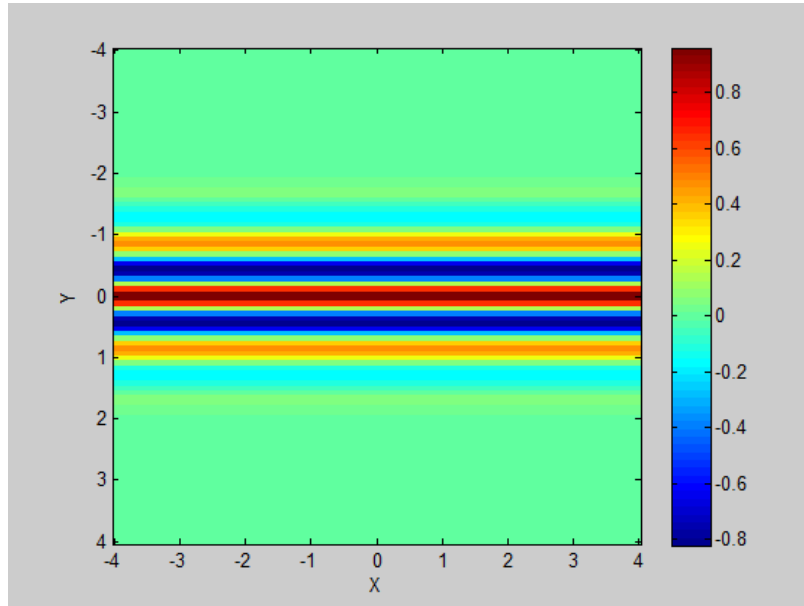
Figura 16. Función morlet 2D aplicándole transformada curvelet, $\theta = 30^\circ$.



En las anteriores figuras se puede apreciar el cambio que va sufriendo la función a medida que se varía el parámetro θ , obteniendo un alargamiento progresivo a lo largo del eje horizontal y un encogimiento vertical, cada vez que se incrementa el ángulo de rotación.

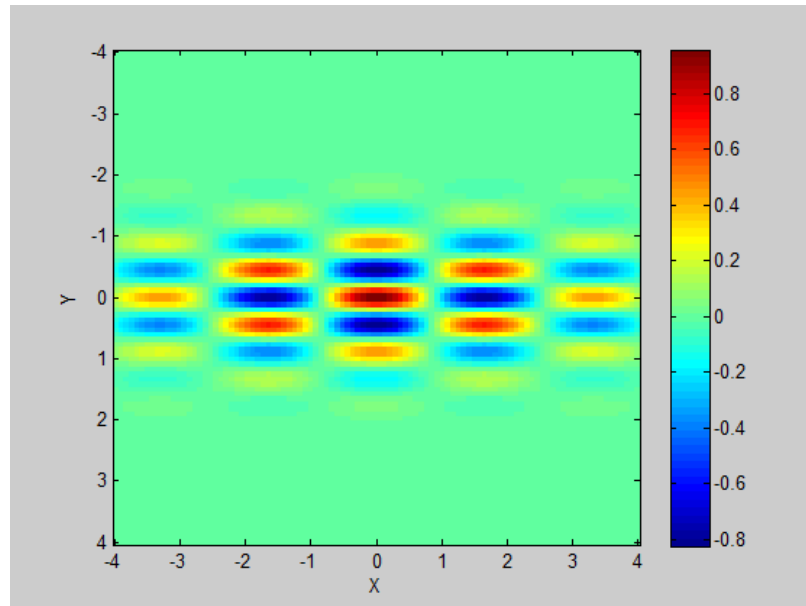
A continuación se asignaron los valores $k_1 = 0$; $k_2 = 0$; $j = 0$; $\theta = 45^\circ$ y se obtuvo la Figura 17.

Figura 17. Función morlet 2D aplicándole transformada curvelet, $\theta = 45^\circ$.



Este resultado es muy particular. Se aprecia un cambio drástico en la forma de la ondícula 2D de la función. La transformación de 45° aplicada provoca que se extienda la función a lo largo del eje horizontal con unas amplitudes constantes y en el eje vertical se observa que se encoge, obteniendo como resultado final una función muy delgada en un eje y de amplitudes constantes. Luego se aplicaron los siguientes valores: $k_1 = 0$; $k_2 = 0$; $j = 0$; $\theta = 60^\circ$.

Figura 18. Función morlet 2D aplicándole transformada curvelet, $\theta = 60^\circ$.



En esta figura (ver

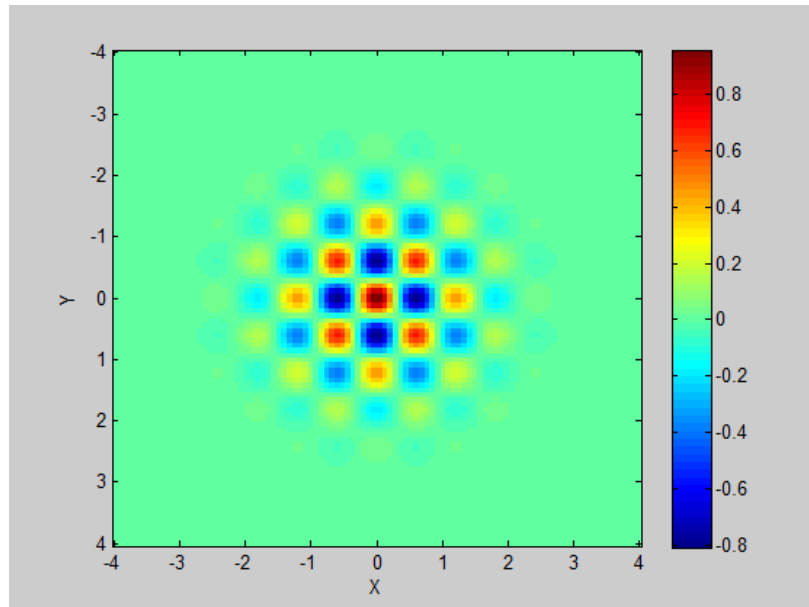
Figura 18) se aprecia como la forma de la función va retomando a la formas obtenidas anteriormente para valores menores de 45° . En este caso se observa una similitud muy grande entre esta figura y la obtenida para un ángulo de 30° (ver Figura 16), hasta se podría afirmar que son iguales.

Se siguió trabajando en la variación del ángulo de rotación hasta llegar a 90° , obteniendo un resultado similar a un ángulo de 0° como se aprecia a continuación en la

Figura 19 ($k_1 = 0$; $k_2 = 0$; $j = 0$; $\theta = 90^\circ$).

Con base a estos resultados se demuestra la influencia de las transformaciones *curvelets* que sufre la función *morlet* luego de realizarle diversas rotaciones, teniendo en cuenta que se comporta de manera similar para ángulos comprendidos entre 0° - 45° y para ángulos entre 45° - 90° , debido a la simetría en la transformación.

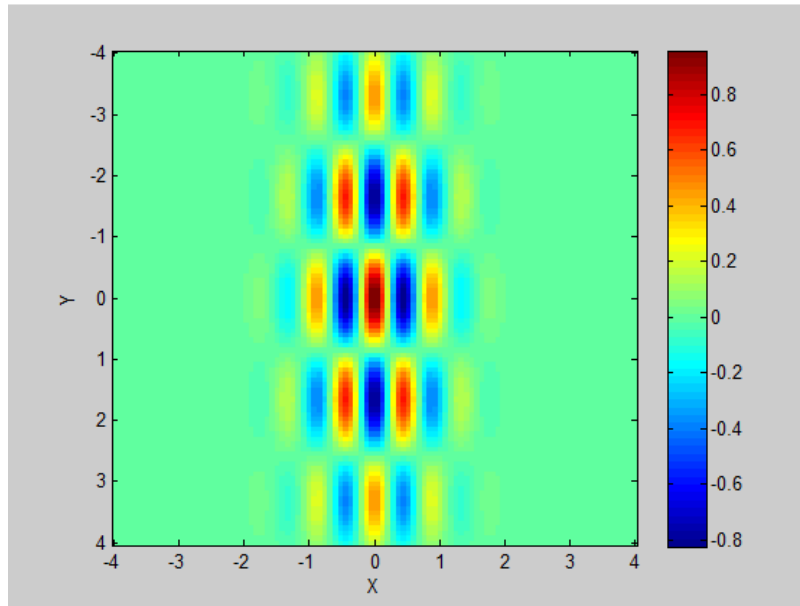
Figura 19. Función morlet 2D aplicándole transformada curvelet, $\theta = 90^\circ$.



Después de esto se realizaron pruebas con ángulos mayores a 90° para analizar el comportamiento de la función que se obtiene luego de estas variaciones. Como se muestra en la **Figura 20** ($k_1 = 0$; $k_2 = 0$; $j = 0$; $\theta = 120^\circ$), la función presenta un giro con respecto al eje horizontal de 90° , es decir, la onda presentó variaciones de alargamiento a lo largo del eje vertical y de encogimiento a lo largo del eje horizontal. Nótese que los valores de las dimensiones de la morlet son iguales a los presentados en la

Figura 18, sólo que esta vez hay un giro o desfase de 90° con respecto a las pruebas realizadas anteriormente, comprobando que para ángulos comprendidos entre 90° - 180° se generan comportamiento similares al primer cuadrante.

Figura 20. Función morlet 2D aplicándole transformada curvelet, $\theta = 120^\circ$.



4.2 TRANSLACIONES EN 2D DE LA CURVELET

Luego de realizadas estas pruebas con los ángulos y verificar el comportamiento que genera la variación de los mismos en la función madre, se procedió a realizar cambios en los coeficientes k_1 y k_2 con el fin de analizar las translaciones que sufre la *morlet*.

Se empezó variando un coeficiente a la vez y dejando a un lado la matriz de rotación, es decir, se trabajó con ángulo de 0° .

En la Figura 21 se trabajaron con los siguientes datos: $k_1 = 1$; $k_2 = 0$; $j = 0$; $\theta = 0^\circ$. Se muestra claramente como la función es desplazada y centrada en el punto (0,1) sin presentar variaciones en sus amplitudes. En pocas palabras se puede concluir que el coeficiente k_1 afecta el desplazamiento vertical de la *curvelet*, siendo los valores positivos corrimientos hacia la positiva del eje Y y valores negativos hacia la parte negativa del eje Y (para estas perspectivas superiores).

Figura 21. Función morlet 2D aplicándole transformada curvelet; $k1=1$.

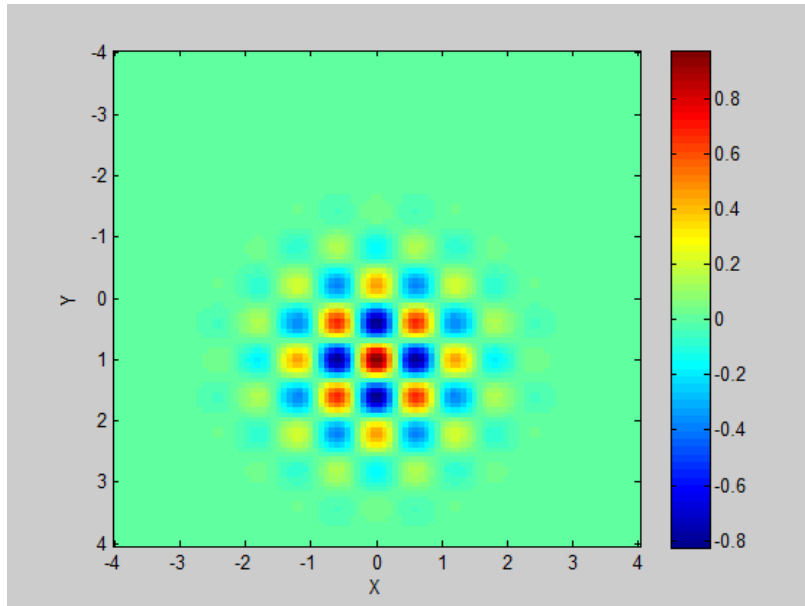
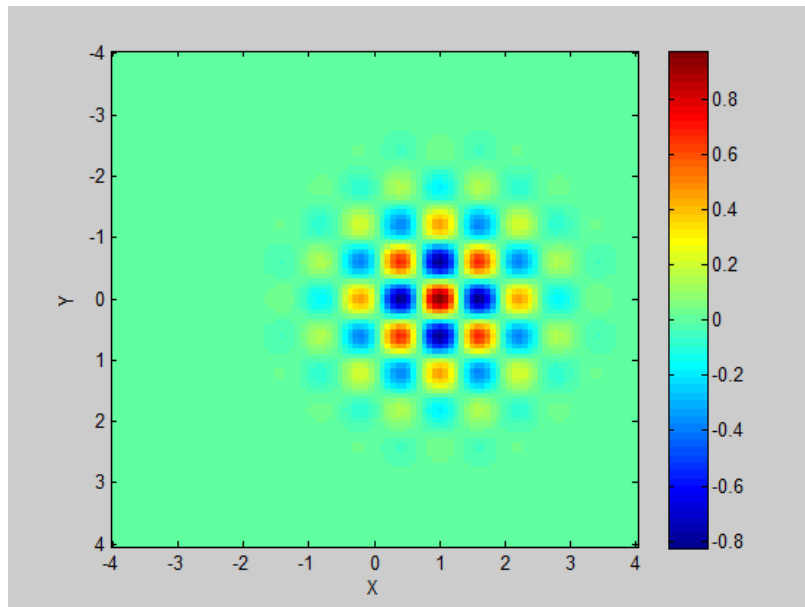


Figura 22. Función morlet 2D aplicándole transformada curvelet; $k2=1$.

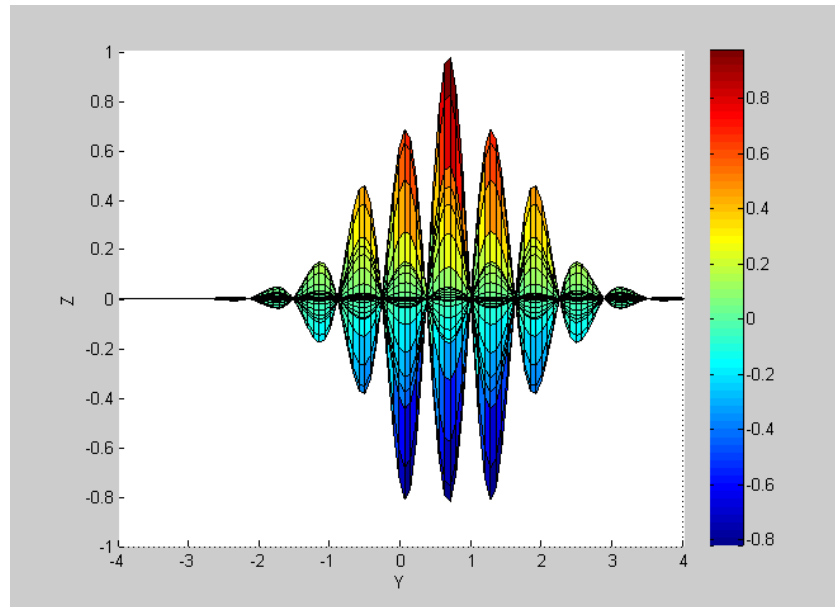


Caso contrario, en la

Figura 22 se observa como haciendo el coeficiente $k_2 = 1$ y $k_1 = 0$ se obtiene una función desplazada y centrada en el punto $(1,0)$, es decir un corrimiento hacia la parte derecha. Para valores negativos de este coeficiente la función presentó como era de esperarse un desplazamiento hacia la parte izquierda, comprobando así, la influencia del coeficiente k_2 en los desplazamientos horizontales de la *curvelet*.

A continuación se procedió a variar el parámetro j con el fin de verificar su funcionalidad. Se utilizó un valor de $j=0,6$ dejando los coeficientes $k_2 = 1$ y $k_1 = 1$; $\theta = 0^\circ$.

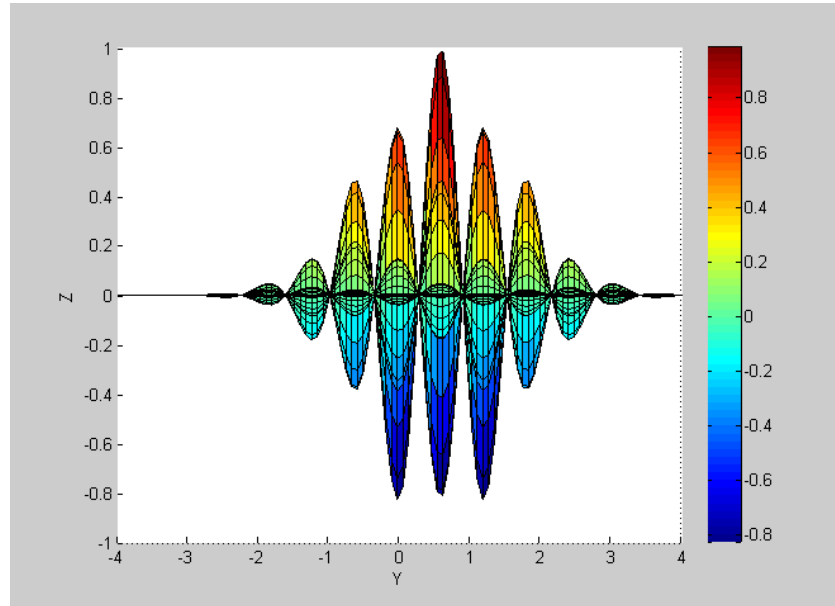
Figura 23. Función morlet 2D aplicándole transformada *curvelet*; $k_1=1$, $k_2=1$, $j=0,6$.



Como se aprecia en la Figura 23, la cual es una perspectiva lateral de la función (vista Y-Z) y comparándola con el resultado de la Figura 10, existen pequeñas alteraciones en los picos de las ondas que componen la función como también pequeñas variaciones en el desplazamiento de la función hacia el lado derecho, pero no se presentan en las rotaciones ya que se definió directamente un ángulo de cero grados (0°). A partir de las ecuaciones (2) y (3), se infiere que la componente j representa variaciones más pequeñas y detalladas de los parámetros de rotación y translación en la transformada *curvelet*.

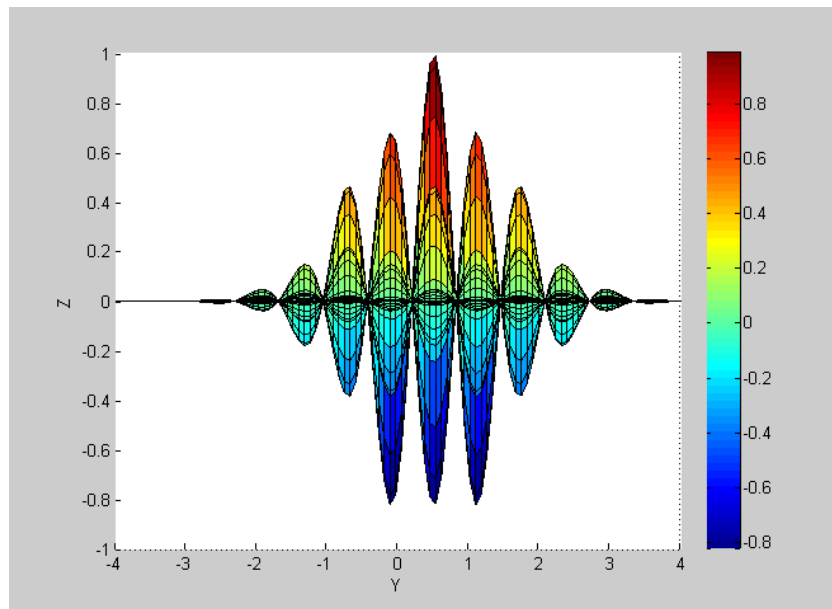
En la Figura 24 se utilizó un valor de $j=0,8$ para seguir comprobando su funcionalidad. Se siguieron observando las pequeñas variaciones que sufre la función tanto en sus picos medios como en su desplazamiento, esta vez un poco más notorio.

Figura 24. . Función morlet 2D aplicándole transformada curvelet; $k1=1$, $k2=1$, $j=0,8$.



A continuación se le otorgó un valor de $j=1$ como se muestra en la Figura 25 para concluir con el análisis de esta variable, así como también el análisis de la transformada *curvelet* en 2D, teniendo en cuenta los parámetros anteriormente estudiados, logrando resultados razonables y que sirvieron para su posterior implementación en el presente proyecto.

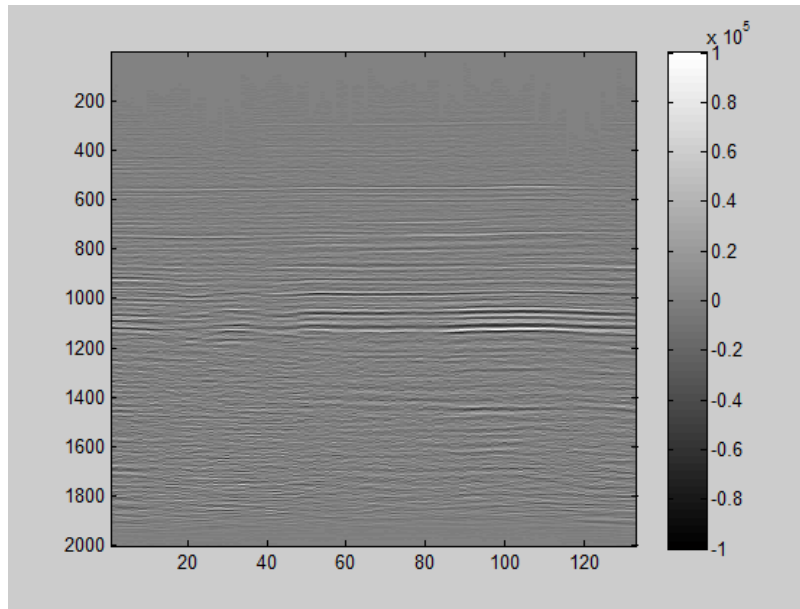
Figura 25. Función morlet 2D aplicándole transformada curvelet; $k1=1$, $k2=1$, $j=1$.



5. RESULTADOS DEL FILTRADO DE UNA IMAGEN SÍSMICA REAL UTILIZANDO LA TRANSFORMADA *CURVELET* 2D

Para el objetivo principal de este proyecto se trabajó con un dato sísmico sin ningún ruido *ground roll*, con el fin de poner en práctica la transformada *curvelet* anteriormente estudiada. Como se puede observar en la Figura 26, el dato sísmico se presenta en una matriz de 2001x136 visualizada en MATLAB.

Figura 26. Dato sísmico real.



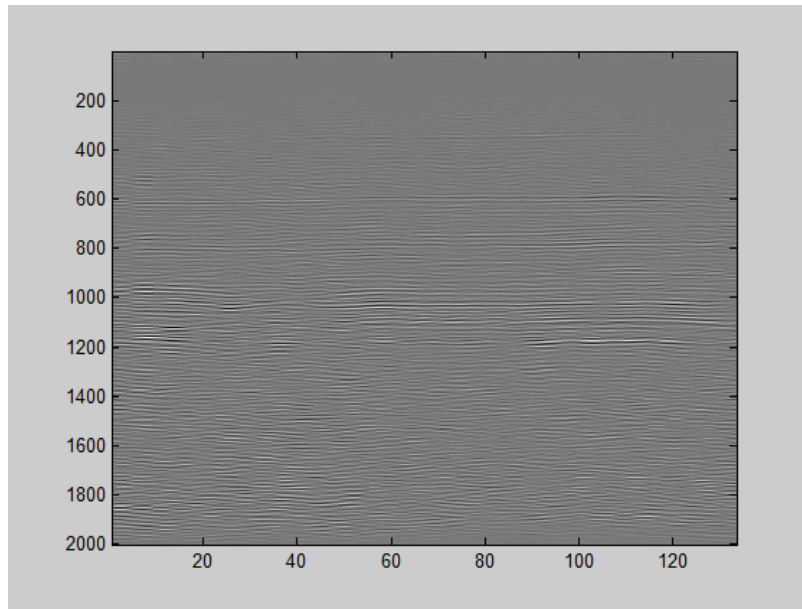
Tomado de: [13].

Luego de tener la transformada *curvelet* 2D, se parte de dicha función y paso siguiente se implementa la transformada rápida de *Fourier* (FFT2), tanto para la *curvelet* como para la traza sísmica mostrada en la Figura 26 con el propósito de realizar un proceso de convolución entre estas dos y así obtener un dato final filtrado y mejorado a través de esta herramienta. La siguiente ecuación describe el procedimiento realizado:

$$TF = \text{ifft2}(\text{fft2}(G) .* \text{fftn}(C)); \quad (10)$$

En donde $\text{fft2}(G)$ corresponde a la transformada de Fourier del dato utilizado y $\text{fftn}(C)$ es la transformada de Fourier de la *curvelet*, la cual se normaliza para igualarla a las dimensiones de nuestra imagen o dato sísmico. El dato final se obtiene a través de la transformada inversa de *Fourier* (IFFT2) como se aprecia en la Figura 27, que para este caso se utilizaron los siguientes parámetros: $j = 2$; $k_2 = 0$; $k_1 = 0$; $\theta = 180^\circ$; $l = 1$.

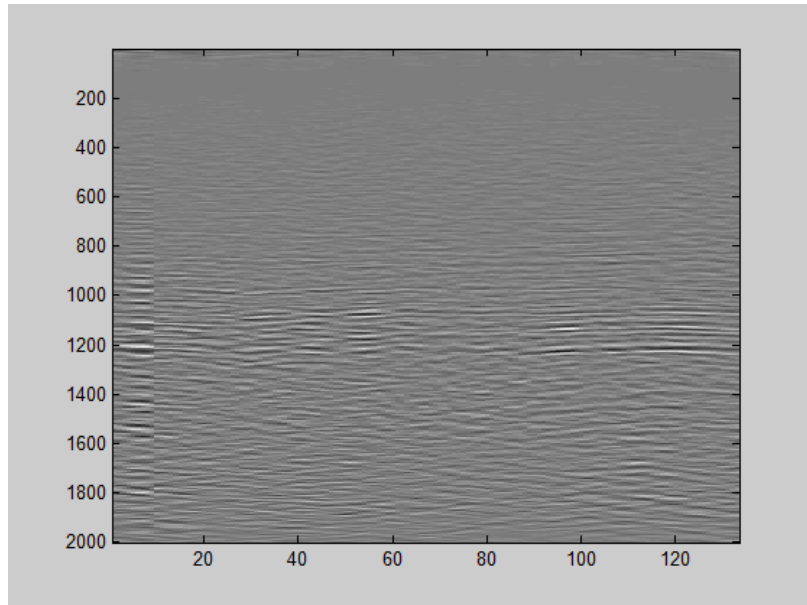
Figura 27. Trazas sísmicas luego de aplicar transformada *curvelet*, $\theta = 180^\circ$.



El resultado que presentó la Figura 27 es un poco distorsionado con respecto a la imagen original de la traza, dado que se empezó con un ángulo de 180° que es considerablemente grande. Se observa claramente que para dicho ángulo no se genera un mejoramiento en la traza y por el contrario se aleja de los resultados esperados, por esta razón se continuó disminuyendo el ángulo de rotación. Esta vez para un ángulo de 90° ($j = 4$; $k_2 = 0$; $k_1 = 0$; $\theta = 90^\circ$; $l = 1$) se obtuvo la

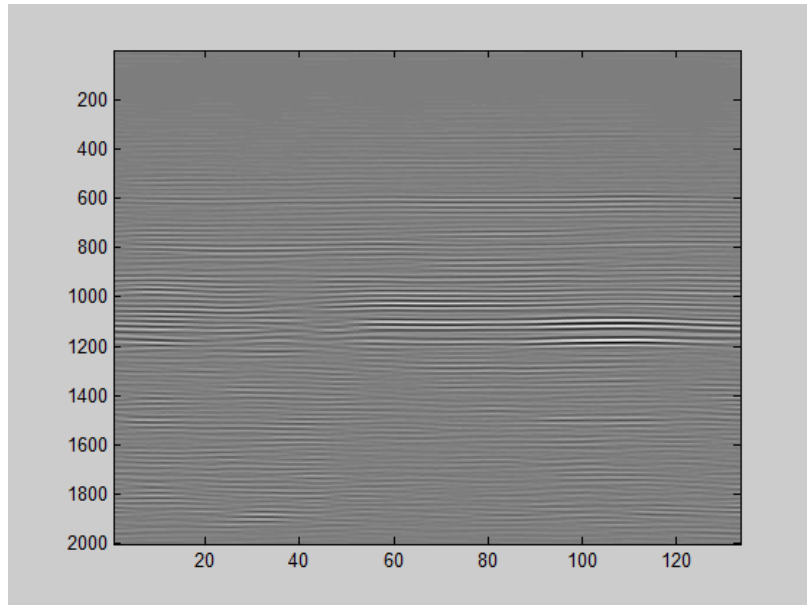
Figura 28, dando como resultado una imagen mejorada en comparación con la anterior pero no muy eficiente. Por la misma razón, se continuó variando el ángulo hasta conseguir uno que esté acorde al objetivo principal de mejorar notablemente la traza sísmica. A continuación se incrementó el valor de $j=6$ con el fin de llevar el valor del ángulo hasta $\theta = 45^\circ$ conservando los mismos parámetros $k_2 = 0$; $k_1 = 0$; $l = 1$ y se logró un resultado notorio como se puede apreciar en la Figura 29.

Figura 28. Trazas sísmicas luego de aplicar transformada *curvelet*, $\theta = 90^\circ$.



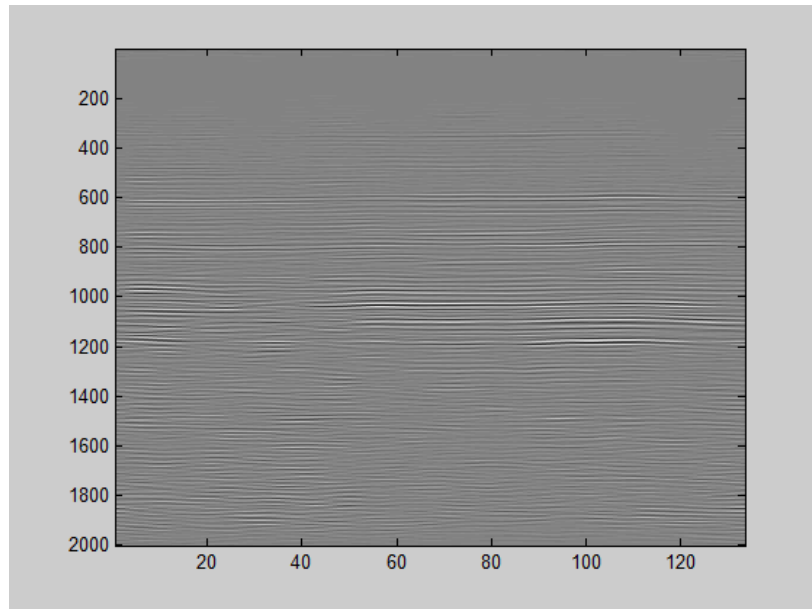
Se puede observar la efectividad de la transformada *curvelet* realizando una comparación entre la traza original (Figura 26) y la Figura 29, donde se puede apreciar cómo se realiza un suavizado en las curvas de dicha traza, además que logra un resalto tanto en los valores más altos que se encuentran entre las filas 1000 y 1200; como también los valores picos que se encuentran en el resto de la imagen.

Figura 29. Trazas sísmicas luego de aplicar transformada curvelet, $\theta = 45^\circ$.



Sin embargo, no se puede asegurar con exactitud que ésta imagen obtenida para un ángulo de 45° es la más satisfactoria, por consiguiente se siguió variando el ángulo de rotación con el fin de seguir encontrando mejores propuestas para la imagen final.

Figura 30. Trazas sísmicas luego de aplicar transformada curvelet, $\theta = 22.5^\circ$.



La Figura 30 muestra el resultado de asignar los siguientes valores a los parámetros establecidos: $j = 8$; $k_2 = 0$; $k_1 = 0$; $\theta = 22.5^\circ$; $l = 1$. Observando una disminución en la calidad de la imagen con respecto a la traza original y la Figura 29, debido a que se distorsiona un poco las trazas inferiores y, aunque se presenta suavizado, este no genera un resultado favorable.

En la Figura 31 se verificó que a medida que se disminuyó el ángulo de rotación por debajo de 45° , que para este caso fue de 11.25° que se obtuvo a partir de los siguientes parámetros: $j = 10$; $k_2 = 0$; $k_1 = 0$; $l = 1$, las trazas presentaban una mayor distorsión en gran parte de la imagen. Con base a estos resultados se partió de un ángulo base de 45° que presentó un mejor desempeño en la transformada y a continuación se realizaron variaciones en los coeficientes de desplazamiento, generando así un primer resultado de dichas alteraciones para $j = 8$; $k_2 = 0$; $k_1 = 1$; $l = 1$ como se aprecia en la Figura 32.

Figura 31. Trazas sísmicas luego de aplicar transformada curvelet, $\theta = 11.25^\circ$.

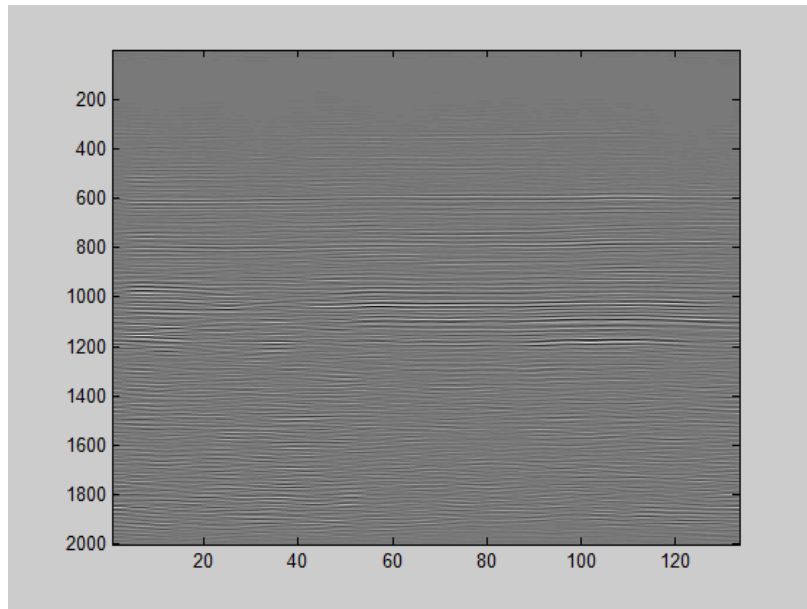
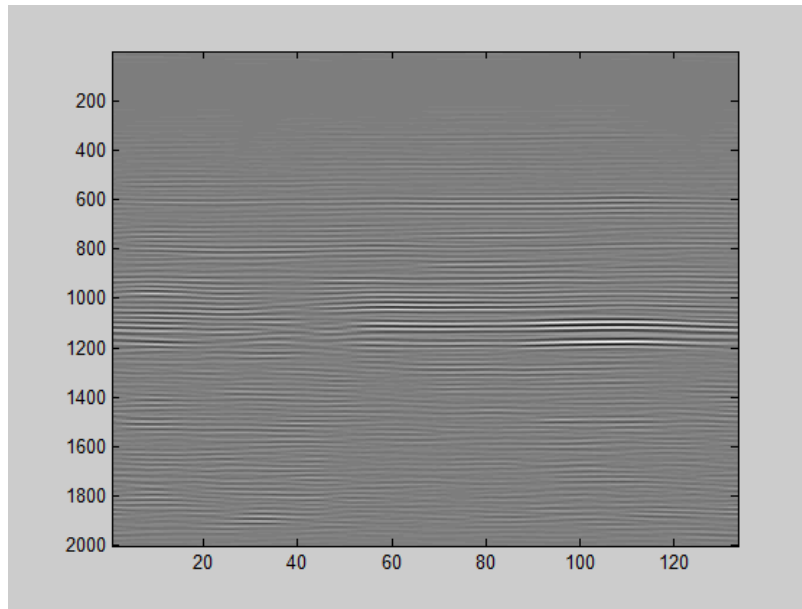


Figura 32. Trazas sísmicas luego de aplicar transformada curvelet, $\theta = 22.5^\circ$, $k1 = 1$.



Comparando este resultado (Figura 32) con imagen obtenida en la Figura 29 se observan variaciones en el resalto y el suavizado de algunos picos de las trazas más notorias. Aunque estas variaciones son mínimas pueden significar una mejor resolución en la imagen para el usuario final dependiendo de los requerimientos que éste exija, por esta razón se continuó con estas variaciones para ampliar los resultados y comparar los más satisfactorios.

Figura 33. Trazas sísmicas luego de aplicar transformada curvelet, $\theta = 22.5^\circ$, $k_1 = 2$.

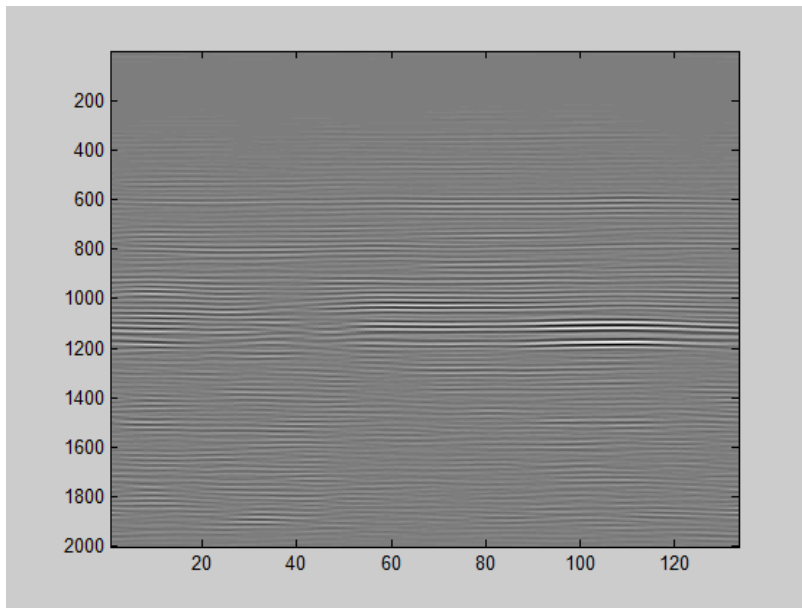
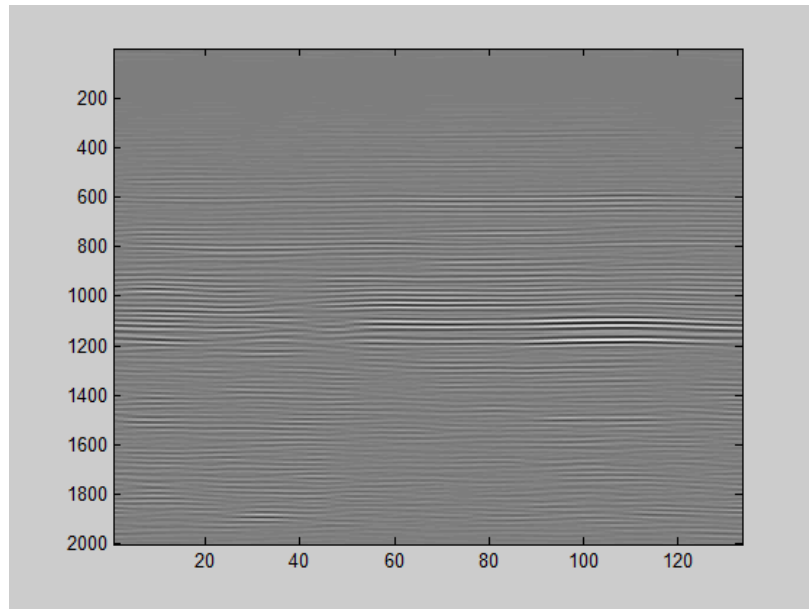
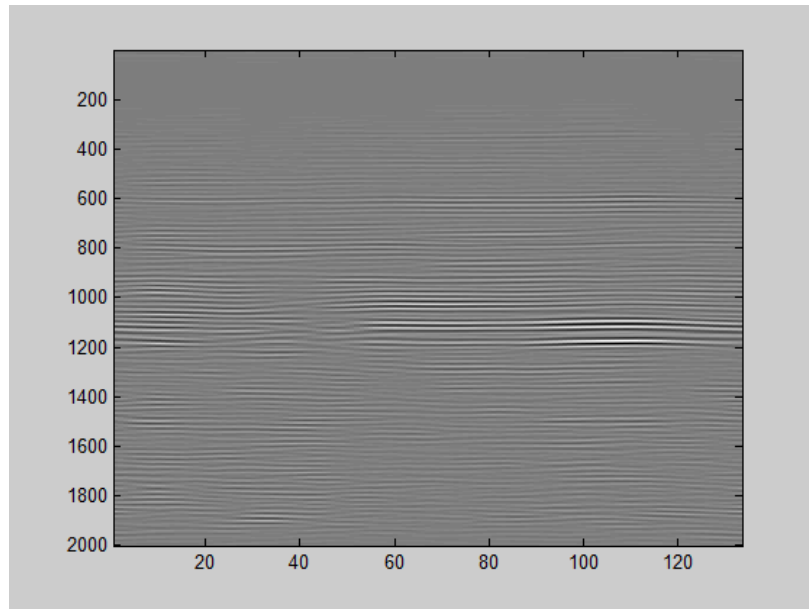


Figura 34. Trazas sísmicas luego de aplicar transformada curvelet, $\theta = 22.5^\circ$, $k_1 = 3$.



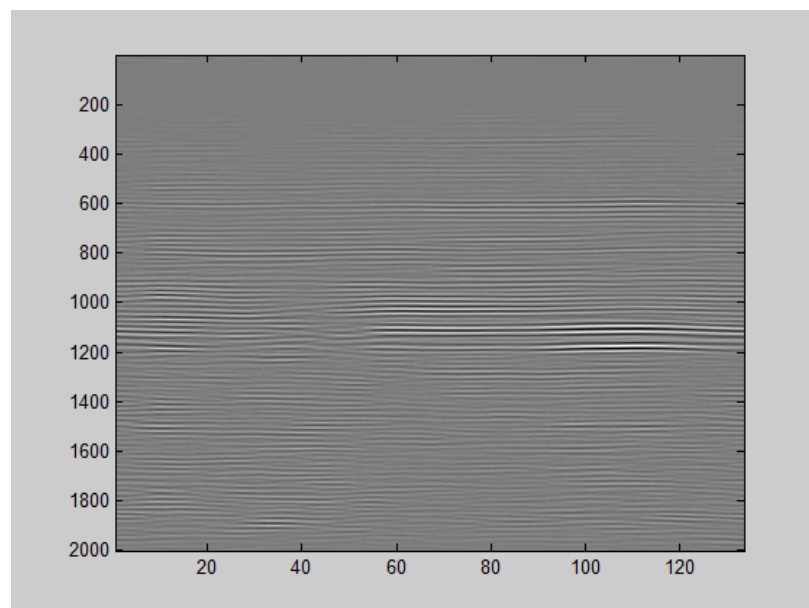
En la Figura 33 y en la Figura 34 se observan los resultados de la transformada *curvelet* para los parámetros: $j = 8$; $k_2 = 0$; $k_1 = 2$; $l = 1$ y $j = 8$; $k_2 = 0$; $k_1 = 3$; $l = 1$ respectivamente. Realizando una comparación entre estas dos últimas figuras se analizan pequeñas variaciones en los valores más altos de las trazas. También se presenta la Figura 35 que se muestra a continuación, asignándole los valores de $j = 8$; $k_2 = 1$; $k_1 = 0$; $l = 1$. En esta imagen se empezó con la variación del coeficiente k_2 , realizando el mismo incremento del coeficiente anterior.

Figura 35. Trazas sísmicas luego de aplicar transformada curvelet, $\theta = 22.5^\circ$, $k_2 = 1$.



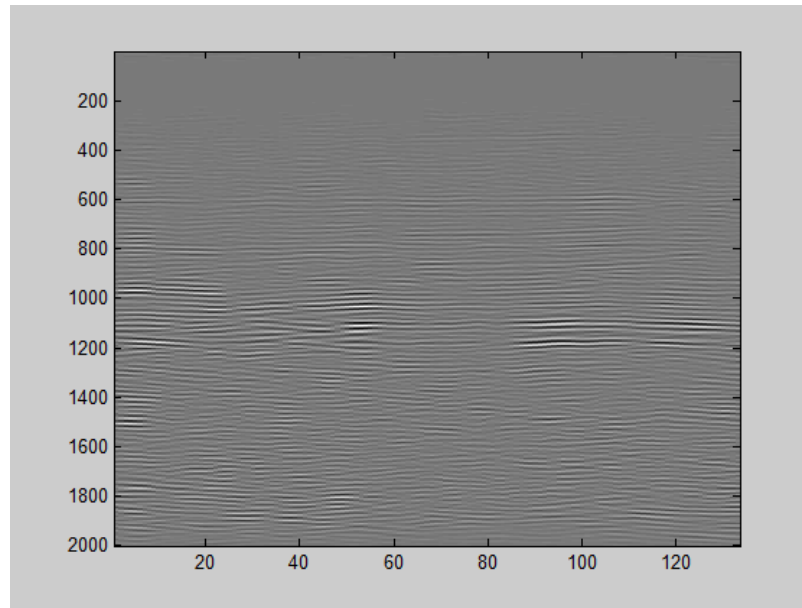
En la Figura 36 y la Figura 37 se ilustran los resultados obtenidos en la traza sísmica al realizar la transformación *curvelet* correspondiente, asignándole variables de $j = 8$; $k_2 = 2$; $k_1 = 0$; $l = 1$ y $j = 8$; $k_2 = 3$; $k_1 = 0$; $l = 1$ respectivamente, y comparándolos con la imagen original para analizar su comportamiento.

Figura 36. Trazas sísmicas luego de aplicar transformada curvelet, $\theta = 22.5^\circ$, $k_2 = 2$.



En esta última prueba se aprecia una pequeña distorsión en la imagen que se hace más notoria en las partes inferiores de las trazas, dando así un pequeño margen de error con respecto a un buen resultado esperado.

Figura 37. Trazas sísmicas luego de aplicar transformada *curvelet*, $\theta = 22.5^\circ$, $k_2 = 3$.



Terminada ésta parte del presente análisis, se verificó la funcionalidad de la transformada *curvelet* y las ventajas que esta herramienta representa en el tratamiento de imágenes, para nuestro caso, en el manejo de datos sísmicos. Realizando ensayos experimentales en los parámetros de la *curvelet* se obtuvo un amplio margen de resultados, los cuales dependiendo de los intereses de cada usuario, se puede seleccionar el más favorable para su trabajo, satisfaciendo sus necesidades en el tratamiento y mejoramiento de la calidad de las trazas sísmicas.

6. RESULTADOS DE LA ELIMINACIÓN DEL RUIDO GROUND ROLL IMPLEMENTANDO TRANSFORMADA CURVELET 2D

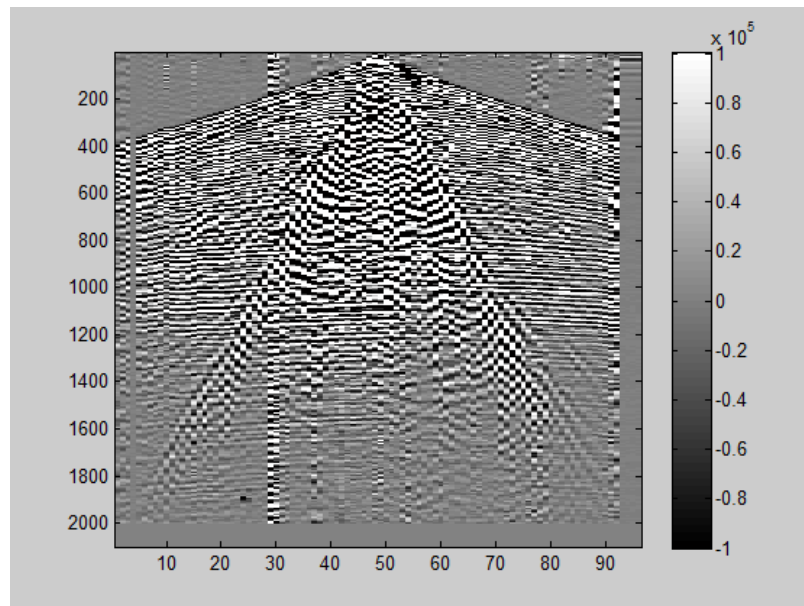
Como objetivo final del presente proyecto se propuso la eliminación del ruido *ground roll*, que como se mencionó antes, es un ruido superficial el cual posee características de alta amplitud y baja frecuencia; para esto se obtuvo un dato sísmico real (Figura 38). El dato fue tomado en Alberta (Canada); tiene 96 trazas, el intervalo de muestreo es 2 ms, el tipo de fuente usada es Dinamita, el número de muestras por traza es $n_s = 2100$. Está disponible en [15].

Este dato sísmico fue generado en primera instancia en el software libre *Seismic Unix* y posteriormente llevado a la plataforma MATLAB que se usó como herramienta de simulación para realizar el estudio de las propiedades de la transformada *curvelet*.

Al observar la imagen se puede distinguir claramente el ruido *ground roll* como aquellas trazas que se ubican a los lados del centro y que se encuentran de forma transversal, con una inclinación mayor a las reflexiones primarias; empezando desde la parte superior central extendiéndose hasta llegar a las partes laterales inferiores de la imagen.

Mediante la implementación de la transformada *curvelet* se realizaron diversas simulaciones para determinar los resultados más satisfactorios para la necesidad de eliminar el ruido superficial (*ground roll*).

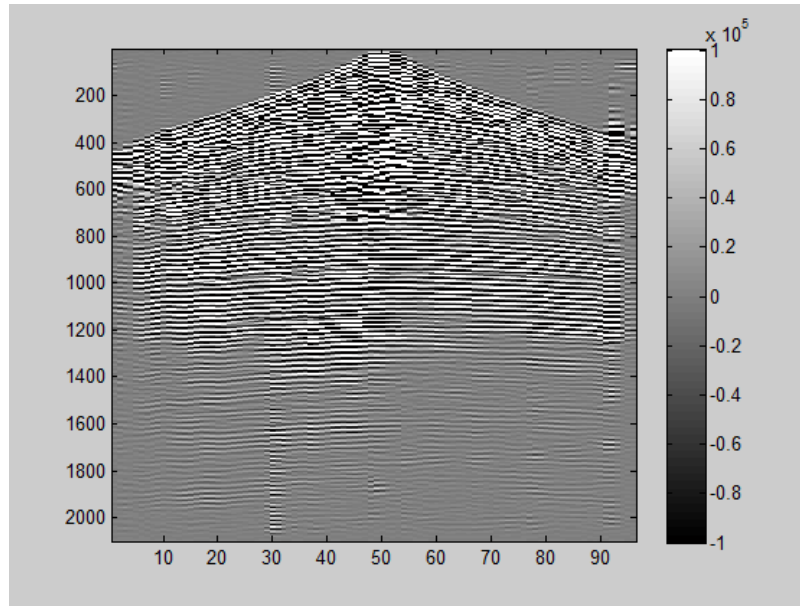
Figura 38. Trazas sísmicas reales con ruido *ground roll*.



Tomado de: [13].

Se inició con los parámetros $j = 6$; $k_2 = 0$; $k_1 = 0$; $l = 1$, es decir un ángulo de $\theta = 45^\circ$, ya que éste mostró resultados más favorables en los análisis anteriores. Su implementación se observa a continuación:

Figura 39. Trazas sísmicas reales aplicándoles transformada curvelet, $\theta = 45^\circ$.



En la Figura 39 se observa, como es de esperarse, un suavizado notorio en las trazas, obteniendo así una imagen con mejor calidad y que puede utilizarse para una mejor interpretación en un posterior análisis. Además se puede apreciar cómo se elimina el ruido *ground roll* casi por completo dejando la imagen final filtrada.

En la Figura 40 y Figura 41 se muestra los espectros de *Fourier* de las trazas sísmicas contaminadas con ruido *ground roll* y la *curvelet* transformada, respectivamente. En el eje vertical se encuentra la frecuencia temporal y en el eje horizontal la longitud de onda (frecuencia espacial), siendo los valores más bajos de frecuencia temporal los ubicados en la parte superior y las longitudes de onda más bajas en el centro del eje horizontal.

Al analizar estas dos imágenes se observa como el filtro *curvelet* deja pasar la información más importante en donde están concentradas las ondas primarias y elimina el ruido *ground roll* que se encuentra ubicado tanto en las bajas frecuencias temporales como en el que se ubica en las altas frecuencias a medida que aumenta la longitud de onda.

Figura 40. Espectro de Fourier de las trazas sísmicas.

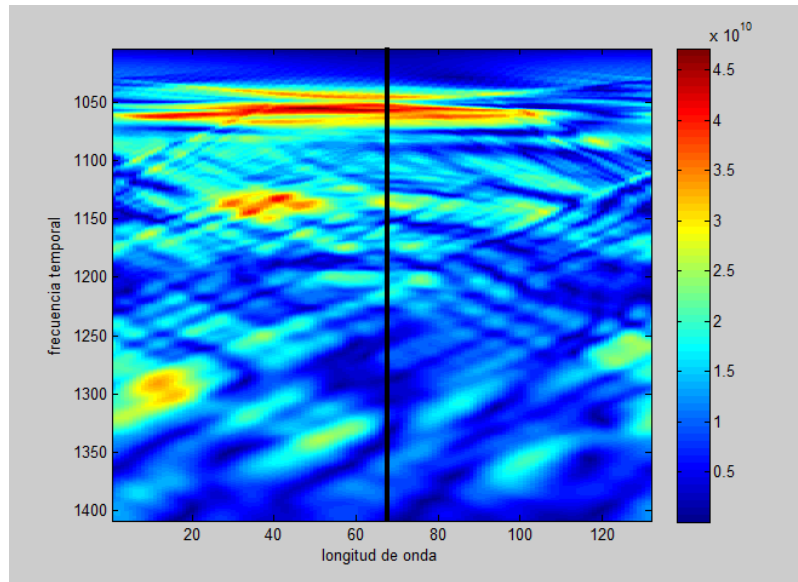
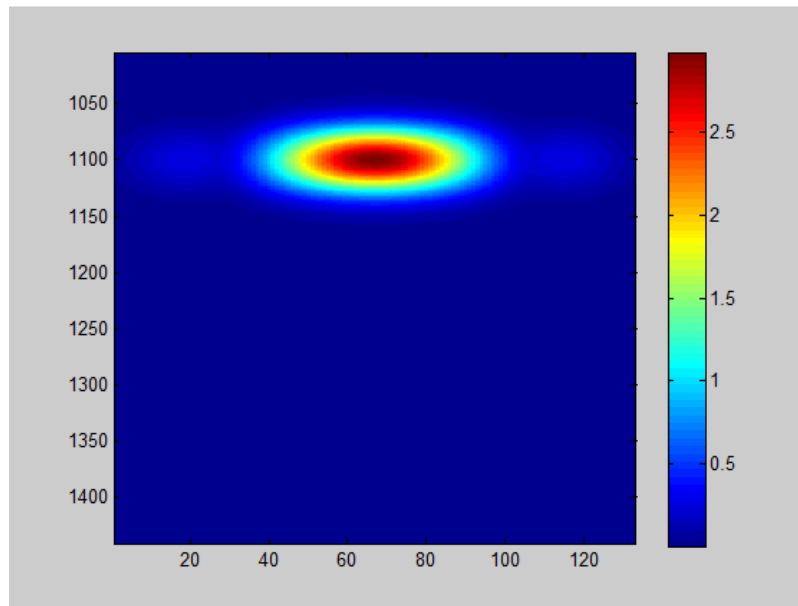
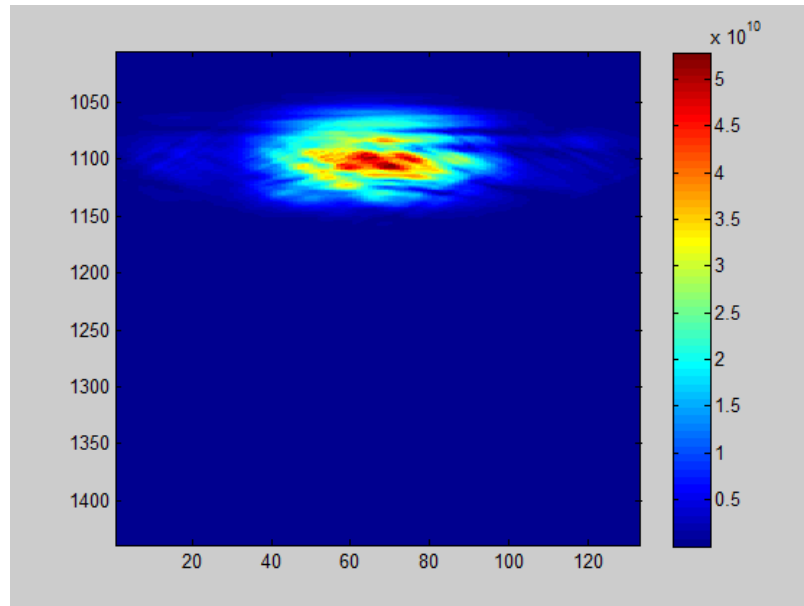


Figura 41. Espectro de Fourier de la curvelet, $\theta = 45^\circ$.



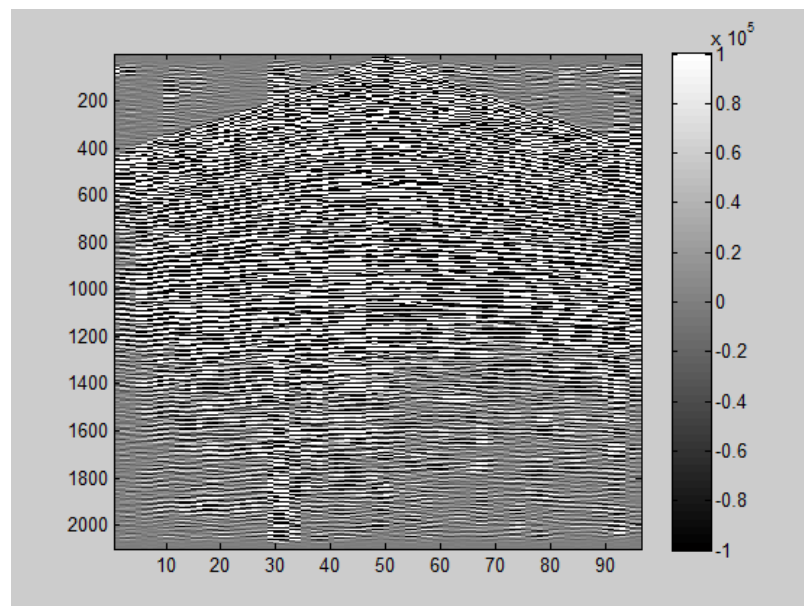
En la Figura 42 se observa el espectro de *Fourier* de la imagen filtrada, en donde las componentes de ruido fueron eliminadas dejando así la información necesaria de las trazas importantes.

Figura 42. Espectro de Fourier de las trazas sísmicas aplicando transformada curvelet. , $\theta = 45^\circ$.



Aun así, se continuó con la variación de los parámetros de la transformada para generar y comparar varios resultados experimentales y así poder conservar el que más favorezca nuestro interés como usuarios de esta herramienta.

Figura 43. Trazas sísmicas reales aplicándoles transformada curvelet, $\theta = 22.5^\circ$.



Para la Figura 43 se tienen las variables $j = 8$; $k_2 = 0$; $k_1 = 0$; $l = 1$, en donde se puede apreciar que a pesar de lograr el objetivo principal, que es la eliminación del ruido *ground roll*, la imagen se empieza a distorsionar un poco en comparación con la obtenida anteriormente en la Figura 39 y resalta mucho más las trazas inferiores de la imagen. En algunos casos pueden resultar útil estos resalta en la imagen, pero en el caso del objetivo principal de este proyecto no resulta beneficioso y por el contrario se aparta de los resultados esperados. Lo mismo ocurre en el resultado obtenido para las variables: $j = 10$; $k_2 = 0$; $k_1 = 0$; $l = 1$, el cual se puede diferenciar en la Figura 44. Para estos valores, los cuales proporcionan ángulos pequeños (22.5° y 11.25° respectivamente) para la transformación *curvelet*, es fácilmente apreciable como generan resultados poco satisfactorios y la distorsión de la imagen debido a resalta en las trazas que menos interesan para este estudio es cada vez mayor. Por consiguiente se consideraron otros ángulos más grandes para el estudio de la transformada en la imagen actual, que se verán más adelante.

Figura 44. Trazas sísmica reales aplicándoles transformada *curvelet*, $\theta = 11.25^\circ$.

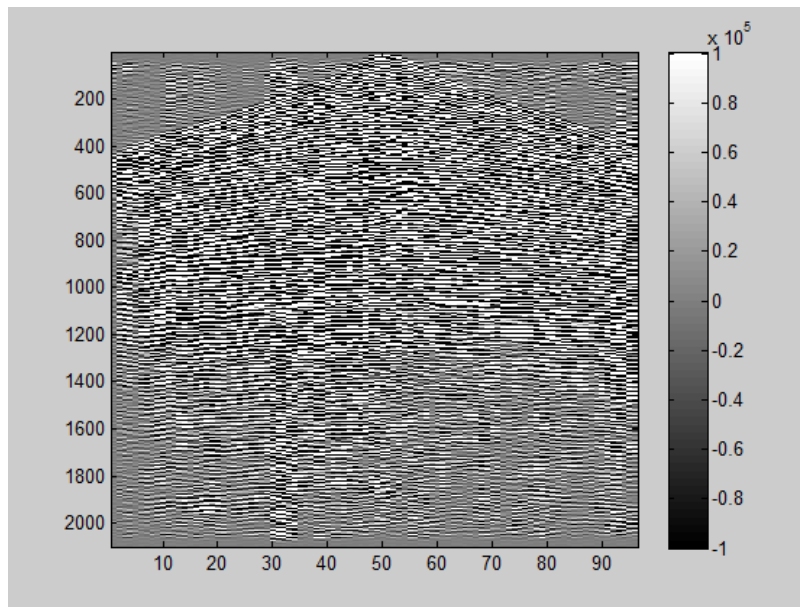
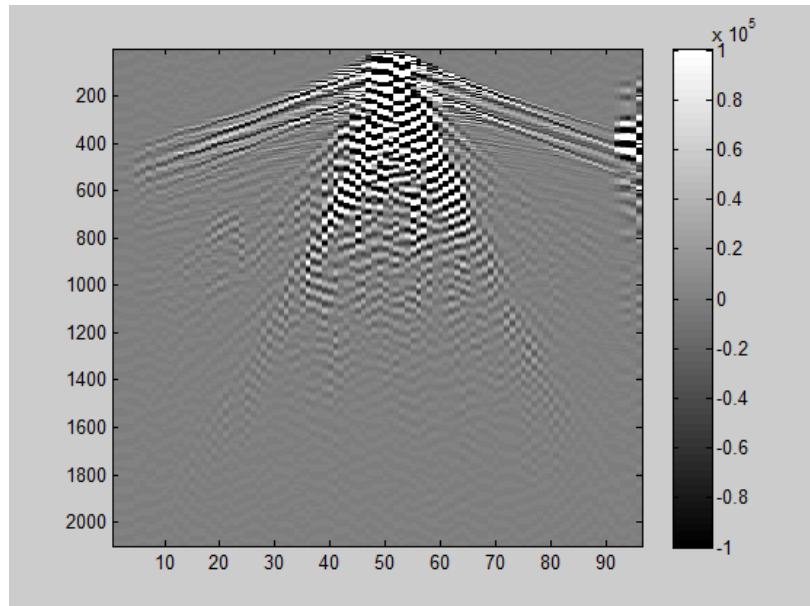


Figura 45. Trazas sísmicas reales aplicándoles transformada curvelet, $\theta = 108^\circ$.



En la Figura 45 se realiza un análisis opuesto, ya que en este resultado se obtiene un resalto significativo en el ruido *ground roll* y deja a un lado el resto de las trazas en la imagen. Para esto se trabajó con los parámetros $j = 4$; $k_2 = 0$; $k_1 = 0$; $l = 1.2$, es decir, un ángulo de 108° aproximadamente, el cual es mayor a los trabajados anteriormente. Nótese que la variable l nos da la facilidad de poder variar el ángulo de rotación a escalas más pequeñas y así poder obtener valores más precisos que usando sólo el parámetro j .

En la Figura 46 se muestra el espectro de *Fourier* de la *curvelet* transformada para un ángulo de 108° . En este caso se observa como el filtro está ubicado en las bajas frecuencias y como es de esperarse deja pasar gran parte del ruido *ground roll* y elimina las trazas sísmicas importantes, obteniendo el espectro de *Fourier* de la imagen filtrada que se observa en la Figura 47.

Figura 46. Espectro de Fourier de la curvelet. $\theta = 108^\circ$.

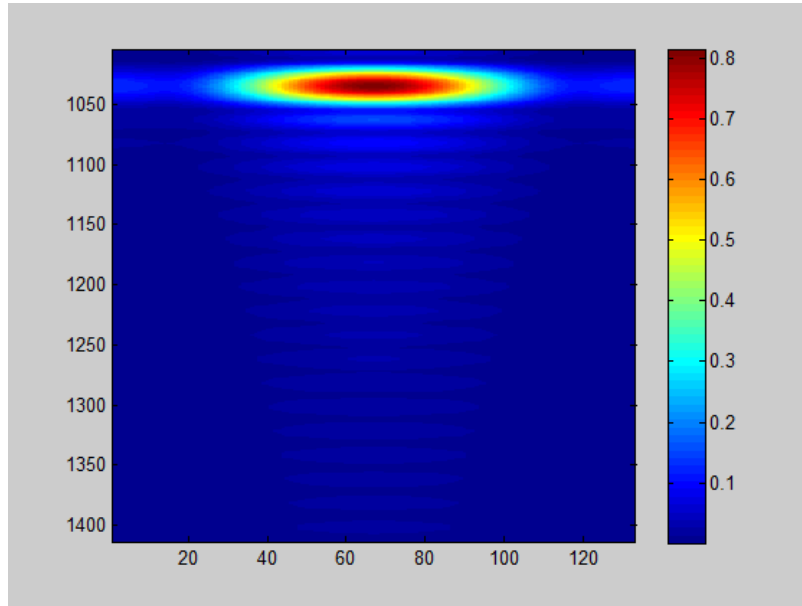
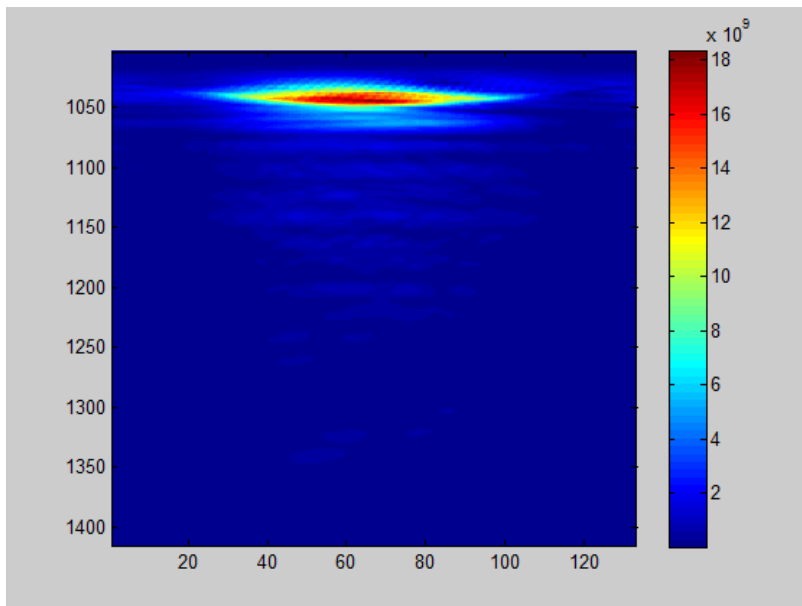
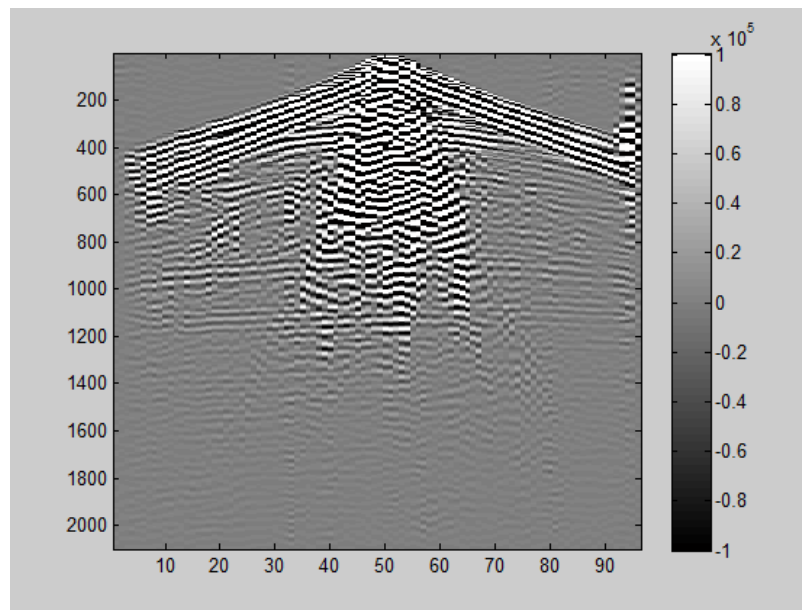


Figura 47. Espectro de Fourier de las trazas sísmicas aplicando transformada curvelet. $\theta = 108^\circ$.



Luego se realizaron pruebas para valores de $j = 4$; $k_2 = 1$; $k_1 = 1$; $l = 1.3$, logrando un ángulo de rotación $\theta = 117^\circ$, además de la implementación de los coeficientes de desplazamiento k_1 y k_2 con el fin de observar el comportamiento de la imagen. Los resultados se pueden apreciar en la Figura 48, en donde se distingue la diferencia con el anterior resultado; el ruido *ground roll* se elimina parcialmente y las trazas centrales se alcanzan a distinguir.

Figura 48. Trazas sísmicas reales aplicándoles transformada curvelet, $\theta = 117^\circ$, $k_1 = 1$, $k_2 = 1$.



Al continuar con las variaciones tanto en los coeficientes de translación o desplazamiento como en el ángulo de rotación de la transformada, se encontraron varios resultados favorables, los cuales quedarán a criterio del lector o usuario de esta herramienta definir la imagen de la traza que más le favorezca. En el caso de la Figura 49 (obtenida con los parámetros $j = 4$; $k_2 = 0$; $k_1 = 0$; $l = 1.4$) y la Figura 50 ($j = 4$; $k_2 = 1$; $k_1 = 1$; $l = 1.4$) con un ángulo de $\theta = 126^\circ$ en cada una, se observan que al variar los coeficientes de desplazamiento se genera un resalto en las trazas vecinas al ruido *ground roll*, el cual sufre una eliminación parcial que para el caso de este proyecto no representa un logro.

Figura 49. Trazas sísmicas reales aplicándoles transformada curvelet, $\theta = 126^\circ$.

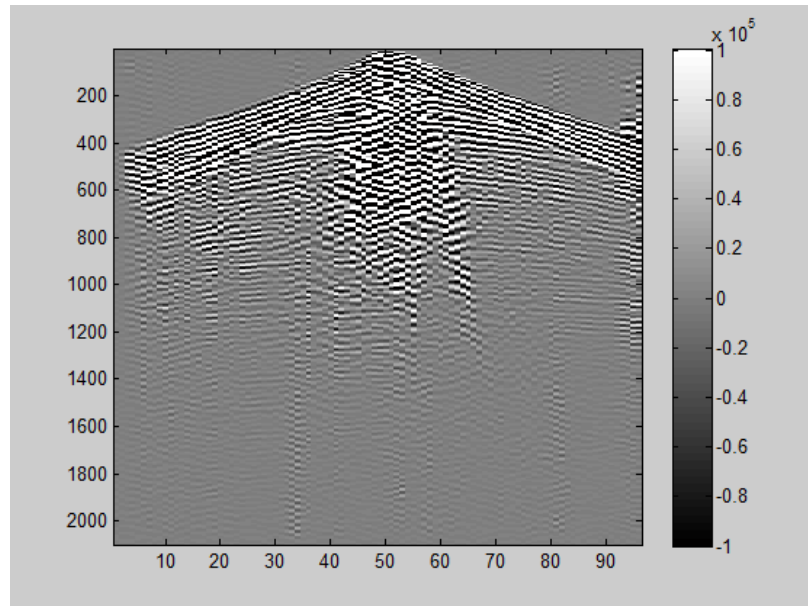
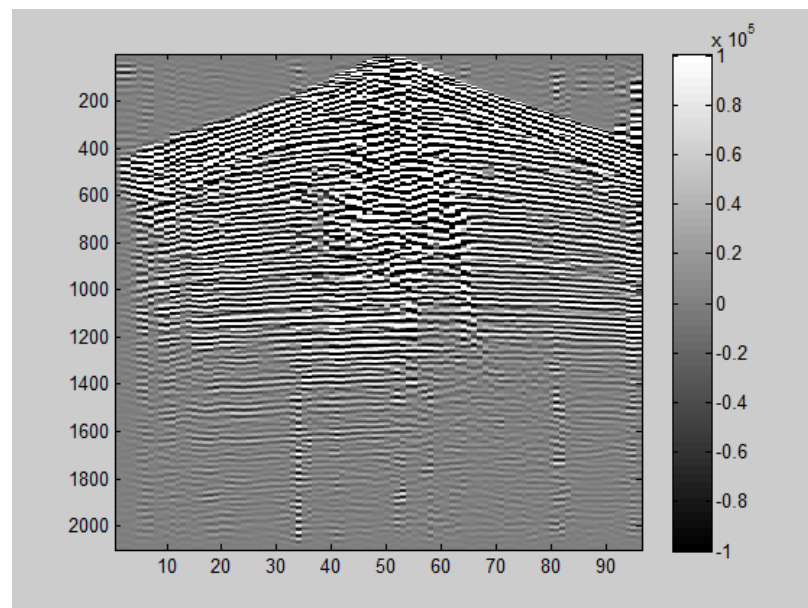
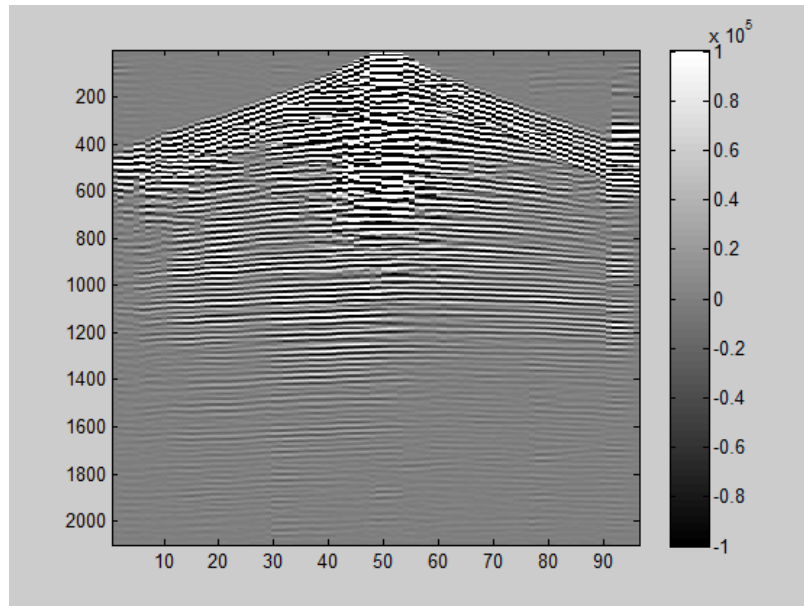


Figura 50. Trazas sísmicas reales aplicándoles transformada curvelet, $\theta = 126^\circ, k_1 = 1, k_2 = 1$.



Por último se presenta en la Figura 51 el resultado de la implementación de la transformada *curvelet* con los siguientes parámetros: $j = 6$; $k_2 = 1$; $k_1 = 1$; $l = 1.3$, con los cuales se logra un ángulo de $\theta = 58.5^\circ$ aproximadamente. En esta imagen se nota tanto el suavizado eficaz que se logra en las trazas, como también la eliminación del ruido superficial.

Figura 51. Trazas sísmicas reales aplicándoles transformada curvelet, $\theta = 58.5^\circ$, $k1 = 1$, $k2 = 1$.



Estando dentro de los resultados más satisfactorios para nuestro estudio, estas imágenes mostradas anteriormente permiten verificar el correcto funcionamiento de la transformada *curvelet*, la cual nos proporciona un amplio margen de escogencia que dependerá de la aplicación que se requiera dar a la imagen.

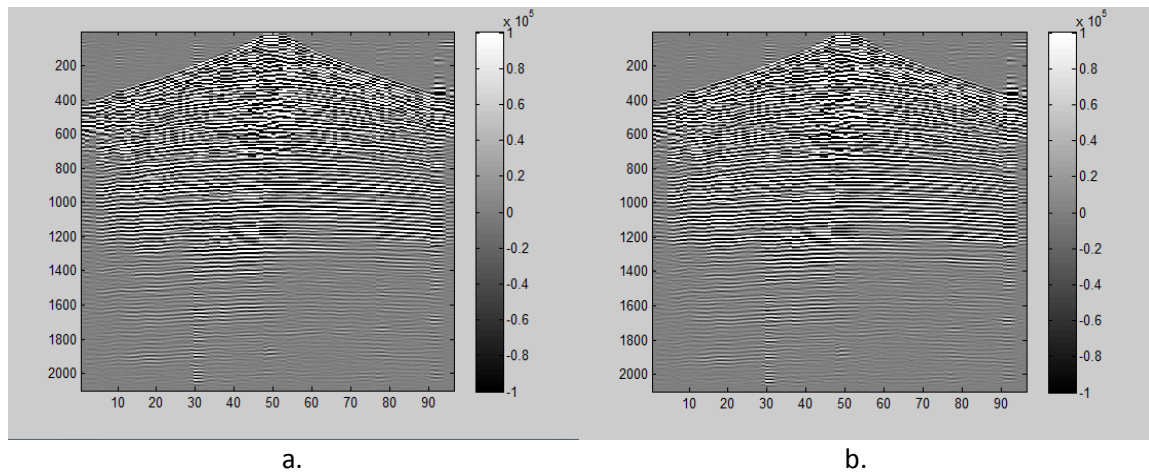
Aquí se distingue la importancia que tiene esta herramienta en el campo del tratamiento de imágenes, que para nuestro caso es el área de las imágenes sísmicas; mejorando significativamente la visualización de las trazas sísmicas y logrando el objetivo principal del presente proyecto: la eliminación del ruido superficial *ground roll*.

7. RESULTADOS DE LA IMPLEMENTACIÓN DE LA TRANSFORMADA *CURVELET* 2D EN LENGUAJE C

Como resultado final se tiene un código en lenguaje C para ser implementado en *Seismic Un*x*, el cual es un software de libre distribución.

Los resultados obtenidos al aplicar el filtrado a la Figura 38 que representa la señal con ruido *ground roll* mediante la transformada *curvelet* en lenguaje C son mostrados en la Figura 52.b, son comparados con los resultados obtenidos anteriormente en Figura 39 que se puede apreciar en la Figura 52.a.

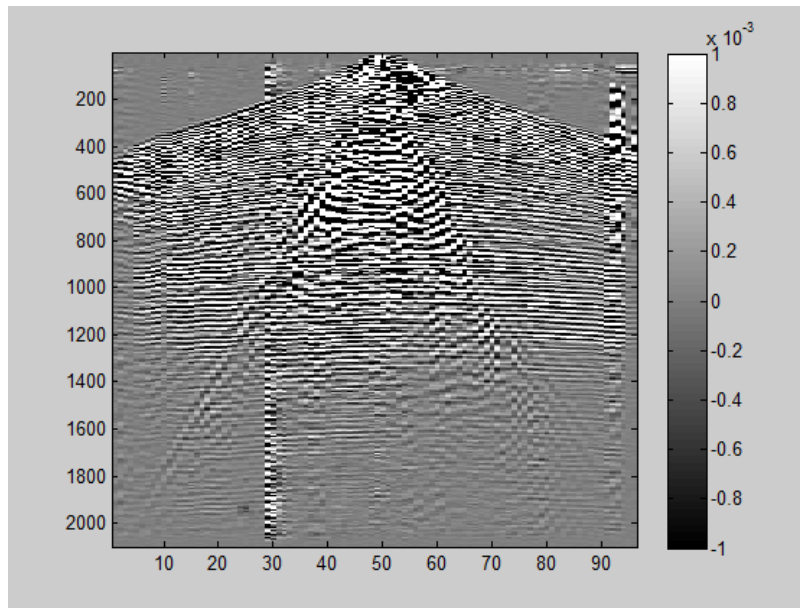
Figura 52. Resultados en Matlab (a) vs resultados en lenguaje C (b).



Se aprecia una similitud muy notoria entre ambos resultados, logrando igualar el rango de visualización de las dos imágenes. También se observa que el proceso de filtrado del ruido *ground roll* se logra igualmente con el código implementado en lenguaje C.

Al realizar una resta de estas dos imágenes para verificar el porcentaje de error entre ambas señales se obtiene la imagen de Figura 53. Al observar la escala de esta imagen se puede observar que el error se encuentra en el orden de 1×10^{-3} , es decir, que el rango de error entre ambas señales es del orden de 1×10^{-8} .

Figura 53. Error entre las pruebas realizadas en Matlab y lenguaje C.



8. CONCLUSIONES

- Implementando un algoritmo de filtrado basado en la transformada *curvelet* se logró la eliminación del ruido *ground roll* presente en las trazas sísmicas tratadas y mejorando el suavizado de las mismas.
- Se describió de forma general la transformada *curvelet* para imágenes.
- Se Implementó satisfactoriamente el algoritmo de la transformada *curvelet* en la herramienta de desarrollo de MATLAB.
- El filtrado del ruido *ground roll* se obtuvo al convolucionar la imagen ruidosa con la *curvelet* transformada, es decir, un producto punto de las transformadas de *Fourier* de la imagen sísmica y la transformada de *Fourier* de la *curvelet*.
- Mediante el análisis del espectro de *Fourier* se verificaron y evaluaron los resultados de la implementación del algoritmo logrando establecer un criterio de selección de los mejores filtros *curvelet*.
- Se implementó correctamente el proceso de filtrado del ruido *ground roll* usando *curvelets* en lenguaje C para un posterior manejo en *Seismic Un*x*.

CITAS BIBLIOGRÁFICAS

- [1] YARHAM, Carlos; BOENIGER, Urs y HERRMANN, Felix. “*Curvelet-based ground roll removal,*” Seismic laboratory for imaging and modeling at the University of British Columbia, 2006.
- [2] SANTOS ABREU, Anderson. *Processamento de dados sísmicos del Golfo de México usando Seismic Unix.*GEO213 – TRABALHO DE GRADUAC, AO.Universidade Federal da Bahia.
- [3] CANDES, Emmanuel Jean y DONOHO, David Leigh. “*Curvelet, A surprisingly effective nonadaptive representation for objects with edges,*” in *Curve and Surface*.
- [4] CANDES, Emmanuel Jean y DONOHO, David Leigh (2002) *Continuous Curvelet Transform: II. Discretization into Frames. Manuscript.*
- [5] CANDES, Emmanuel Jean y GUO, Feng (2002). *New Multiscale Transforms, Minimum Total Variation Synthesis: Applications to Edge-Preserving Image Reconstruction, Signal Processing*, 82 1519–1543.
- [6] CANDES, Emmanuel Jean y DEMANET, Laurent (2002). *Curvelets and Fourier Integral Operators, to appear in Comptes-Rendus de l’Académie des Sciences, Paris, Série I.*
- [7] CANDES, Emmanuel Jean y DONOHO, David Leigh (2002) *New Tight Frames of Curvelets and Optimal Representations of Objects with Piecewise C2 Singularities.*
- [8] CANDES, Emmanuel Jean y DONOHO, David Leigh (2003) *Continuous Curvelet Transform: I. Resolution of the Wavefront Set.*
- [9] DEMANET, Laurent y YING, Lexing. *Curvelets and Wave Atoms for Mirror-Extended Images*, 2007.
- [10] CANDES, Emmanuel Jean; DEMANET, Laurent y DONOHO, David Leigh. *Fast Discrete Curvelet Transforms*, 2005.
- [11] YING, Lexing; DEMANET, Laurent y CANDES, Emmanuel Jean. *3D Discrete Curvelet Transform*, 2005.

[12] CANDÈS, Emmanuel Jean y DEMANET, Laurent. *The Curvelet Representation of Wave Propagators is Optimally Sparse*, 2004.

[13] <ftp.cwp.mines.edu>, en el directorio *pub/data/oz.migration.notes*.

BIBLIOGRAFIA

CANDES, Emmanuel Jean y DEMANET, Laurent. *The Curvelet Representation of Wave Propagators is Optimally Sparse*, 2004.

CANDES, Emmanuel Jean y DONOHO, David Leigh (2003). *Continuous Curvelet Transform: I. Resolution of the Wavefront Set*.

_____ (2002) *Continuous Curvelet Transform: II. Discretization into Frames*.

_____ "Curvelet, A surprisingly effective nonadaptive representation for objects with edges," in *Curve and Surface*.

_____ (2002) *New Tight Frames of Curvelets and Optimal Representations of Objects with Piecewise C2 Singularities*.

CANDES, Emmanuel Jean y GUO, Feng (2002). *New Multiscale Transforms, Minimum Total Variation Synthesis: Applications to Edge-Preserving Image Reconstruction, Signal Processing*, 82 1519–1543.

YARHAM, Carlos; BOENIGER, Urs y HERRMANN, Felix. "Curvelet-based ground roll removal," Seismic laboratory for imaging and modeling at the University of British Columbia, 2006.

ANEXO A. Algoritmo realizado en MATLAB

```
clc
close all
clear all

N=5; % resolución de la morlet
load('groundroll.mat'); % carga el archivo de la imagen sísmica
G; %matriz donde se almacena la imagen sísmica
[psi,x] = morlet(-4,4,100); % morlet en la dimension 2001 - altas
frecuencias
[psi1,y] = morlet(-0.5,0.5,N); %morlet en la dimension 133 -bajas
frecuencias % N:resolución de la morlet
j=6; % j puede tomar los valores j=0,1,...
a=2^(-j); % 0<a<1
k1=1; % coeficiente de traslación, k1 pertenece a Z; k1=0,1,...
%componente vertical
k2=1; % coeficiente de traslación, k2 pertenece a Z; k2=0,1,...
%componente horizontal
l=1.3; % l pertenece a Z; l=0,1,...
theta=2*pi*l*2^(-floor(j/2)); % theta es el ángulo en radianes
R=[cos(theta) sin(theta); -sin(theta) cos(theta)]; % matriz de rotación
thetaG=theta*180/pi;
Xk=(R')*[k1*2^-j; k2*2^-(j/2)]; % matriz de traslación
x_xk=x-repmat(Xk(1,1),1,100);
y_xk=y-repmat(Xk(2,1),1,N);
y_xk1=[y_xk,zeros(1,100-N)];
vector=[x_xk;y_xk1];
newaxes=R*vector;
[psiRT,xRT] = morlet(newaxes(1,1), newaxes(1,100),100); %componente X de
la curvelet
[psiRT1,yRT] = morlet(newaxes(2,1), newaxes(2,N),N); % componente Y de la
curvelet
psiRT_2d=psiRT'*psiRT1; % producto cruz para crear la curvelet 2D
figure, imagesc(G,[-1e+5,1e+5]); colormap(gray) % imagen original
B3fft=fftn(psiRT_2d,[2100 96]); % transformada de Fourier de la curvelet
invF3=ifft2(fft2(G).*B3fft); % producto punto a punto de ambas
transformada de Fourier. Luego se calcula su transformada de Fourier
inversa.
figure, imagesc(invF3,[-1e+5,1e+5]); colormap(gray) % imagen filtrada
```

ANEXO B. Algoritmo realizado en lenguaje C

```
/******  
*****  
*** C source code for seismic data ***  
*** using the approach of curvelets ***  
*****  
*****/  
  
#include <stdio.h>  
#include <stdlib.h>  
#include <ncurses.h>  
#include <unistd.h>  
#include <math.h>  
#include <fftw3.h>  
  
int i=0,j=0,k=0,Cont=0;  
int n=2100,s=0;  
int nx=2100,ny=96; //Dimensiones de la imagen, nx: filas, ny: columnas  
double G[2100][96];  
double vector[201601];  
double Pp[201601];  
double Gfreal[201601][1];  
double Gfimag[201601][1];  
double C[2100][96];  
double *multrr;  
double *multii;  
double *multri;
```

```

double *multir;

int main()
{

    fftw_complex *Gf;
    fftw_complex *tempG;
    fftw_complex *tempC;
    fftw_complex *Cf;
    fftw_complex *Rf;
    fftw_complex *Out;
    fftw_plan plan_backward;
    fftw_plan plan_forward;

    Gf = fftw_malloc ( sizeof ( fftw_complex ) * nx * ny );
    tempG = fftw_malloc ( sizeof ( fftw_complex ) *nx *ny );
    tempC = fftw_malloc ( sizeof ( fftw_complex ) *nx *ny );
    Cf = fftw_malloc ( sizeof ( fftw_complex ) * nx * ny );
    multrr = fftw_malloc ( sizeof ( double ) * nx * ny );
    multii = fftw_malloc ( sizeof ( double ) * nx * ny );
    multri = fftw_malloc ( sizeof ( double ) * nx * ny );
    multir = fftw_malloc ( sizeof ( double ) * nx * ny );
    Rf = fftw_malloc ( sizeof ( fftw_complex ) * nx *ny );
    Out = fftw_malloc ( sizeof ( fftw_complex ) * nx *ny );

    /*****

    INPUT SEISMOGRAM
    *****/

    FILE *archivo;

```

```

float caracter;
archivo = fopen("groundroll3.txt", "r");
if (archivo == NULL){printf("\n  Failure opening seismogram file. \n\n");}
else
{
    while (!feof(archivo))
    {
        fscanf(archivo, "%f", &caracter);
        vector[Cont] = caracter;
        G[j][k]=vector[Cont];
        Cont++;
        j++;
        if(Cont==2100*(k+1)){j=0;k++;}
        if(k==96){k=-1;}
    }
    j=0;
    i=0;
}
i=0;
j=0;
printf("\n\n");
fclose(archivo);
printf("\nreading1 ok");
i=0;
j=0;
Cont=0;
k=0;
/*****

```

INPUT CURVELET

```

*****/

FILE *archivo2;
float caracter2;
archivo2 = fopen("curvelet3.txt", "r");
if (archivo2 == NULL){printf("\n Failure opening the curvelet file. \n\n");}
else
{
    while (!feof(archivo2))
    {
        fscanf(archivo2, "%f", &caracter2);
        Pp[Cont] = caracter2;
        C[j][k]=Pp[Cont];
        Cont++;
        j++;
        if(Cont==2100*(k+1)){j=0;k++;}
        if(k==96){k=-1;}
    }
}
printf("\n\n");
fclose(archivo2);
printf("\nreading2 ok");
i=0;
j=0;
Cont=0;
k=0;

//Create the input array - signal.
for ( j = 0; j < 96; j++ )
{

```

```

        for ( i = 0; i < 2100; i++ )
        {
            tempG[k][0] = G[i][j];
            tempG[k][1] = 0;
            k++;
            //printf(" %d %f\n",k,tempG[k][0]);
        }
    }
    k=0;
    j=0;
    i=0;
    //Create the input array - curvelet.
    for ( j = 0; j < 96; j++ )
    {
        for ( i = 0; i < 2100; i++ )
        {
            tempC[k][0] = C[i][j];
            tempC[k][1] = 0;
            k++;
        }
    }
    i=0;
    j=0;

    /*****

FOURIER TRANSFORM - SEISMOGRAM
*****/

    plan_forward = fftw_plan_dft_2d ( ny, nx, tempG, Gf, FFTW_FORWARD,
FTW_ESTIMATE );

```

```

fftw_execute ( plan_forward );
printf("\nAf ok");

i=0;
j=0;
k=0;
i=0;
j=0;
printf("\nGfreal y Gfimag ok\n");

/*****

FOURIER TRANSFORM - CURVELET
*****/

plan_forward = fftw_plan_dft_2d ( ny, nx, tempC, Cf, FFTW_FORWARD,
FFTW_ESTIMATE );
fftw_execute ( plan_forward );
printf("\nGf ok");

/*****

Product of both transformed signals
*****/

i=0;
k=0;
for ( i = 0; i < nx*ny; i++ )
{
    multrr[k] = Gf[i][0] * Cf[i][0];
    multii[k] = Gf[i][1] * Cf[i][1];
    multri[k] = Gf[i][0] * Cf[i][1];
    multir[k] = Gf[i][1] * Cf[i][0];
}

```

```

        k++;
    }

    for ( i = 0; i < nx*ny; i++ )
    {
        Rf[i][0] = multrr[i] - multii[i];
        Rf[i][1] = multri[i] + multir[i];
    }
    printf("\nRf ok");

    /*****

        Backward transform.
    *****/

    plan_backward = fftw_plan_dft_2d ( ny, nx, Rf, Out, FFTW_BACKWARD,
FFTW_ESTIMATE );
    fftw_execute ( plan_backward );
    printf("\nOut ok \n");
    i=0;
    j=0;
    for(i=0;i<201600;i++)
    {
        for(j=0;j<1;j++)
        {printf(" %f\n",Out[i][j]/201600);} //Imprime la matriz de salida
    }

    return;
}

```