

**COMPARACION DEL MODULO COMPLEJO EN VIGAS RECTANGULARES
CON LOS MODELOS “BONNAURE” Y “HWANG Y WITCZAK”**

**LENNIN JOSÉ CUELLO CALDERON
WILLIAM FERNANDO GELVEZ RANGEL**

**UNIVERSIDAD INDUSTRIAL DE SANTANDER
FACULTAD DE INGENIERÍAS FÍSICO-MECÁNICAS
ESCUELA DE INGENIERÍA CIVIL
BUCARAMANGA**

2012

**COMPARACION DEL MODULO COMPLEJO EN VIGAS RECTANGULARES
CON LOS MODELOS “BONNAURE” Y “HWANG Y WITCZAK”**

**LENNIN JOSÉ CUELLO CALDERON
WILLIAM FERNANDO GELVEZ RANGEL**

**Trabajo de grado modalidad Investigativa para optar al título de:
Ingeniero Civil**

**Director:
EDUARDO ALBERTO CASTAÑEDA PINZÓN
Ingeniero Civil, M. Sc., Ph. D.**

**UNIVERSIDAD INDUSTRIAL DE SANTANDER
FACULTAD DE INGENIERÍAS FÍSICO-MECÁNICAS
ESCUELA DE INGENIERÍA CIVIL
BUCARAMANGA**

2012

*Quiero dedicar este logro primero que todo a Dios seguido a mis padres
hermanos otros familiares y amigos que siempre me brindaron su
apoyo incondicional para alcanzar este pedáneo.*

Lennin José Cuello Calderón

Agradesco a Dios por darme la oportunidad de alcanzar este triunfo a mis padres y hermana por el gran apoyo y dedicación a la U.P.S. profesores amigos y familiares que con sus enseñanzas pude lograr ser profesional.

William Fernando Gelvez Rangel

AGRADECIMIENTOS

Expresamos nuestros agradecimientos:

Al Ing. Eduardo Castañeda por contribuir con sus conocimientos y guiarnos en este proyecto.

A la Ing. Viviana Pérez por su dedicación y entrega para hacer realidad esta tesis, donde dejo ver su buena calidad humana.

Al personal del laboratorio Álvaro Beltrán Pinzón por su colaboración.

A nuestros compañeros y amigos por brindarnos su apoyo y compartir diversas experiencias durante este periodo.

A los profesores que hicieron parte de nuestro proceso de formación.

TABLA DE CONTENIDO

	Pág.
INTRODUCCIÓN	19
OBJETIVOS	21
1. MEZCLAS ASFÁLTICAS	22
1.1 COMPORTAMIENTO DE LAS MEZCLAS ASFÁLTICAS	23
1.1.1 Deformación	24
1.2 MATERIALES VISCO-ELASTICOS	27
1.2.1 Caracterización de los materiales viscoelásticos	29
1.3 MODULO COMPLEJO	30
1.4 MODULO DINÁMICO	33
1.4.1 Ensayos dinámicos en mezclas asfálticas	35
2. MODELOS DE PREDICCIÓN DEL MODULO DINAMICO EN MEZCLAS ASFÁLTICAS	38
2.1 MODELO BONNAURE	39
2.2 MODELO HWANG Y WITCZAK	41
2.3 MODELO WITCZAK	42
2.3.1 Viscosidad del ligante asfáltico	43
3. CAMPAÑA EXPERIMENTAL	44
3.1 DESCRIPCIÓN DEL ENSAYO	44
3.2 ESPECIFICACIONES DE LA MEZCLA ASFÁLTICA	46
3.3 ELABORACIÓN DE PROBETAS	48
3.4 REALIZACIÓN DEL ENSAYO DE MÓDULO COMPLEJO EN VIGAS RECTANGULARES	49
4. ANÁLISIS DE RESULTADOS	52
4.1 DATOS OBTENIDOS EN LOS ENSAYOS	52

4.2 RESULTADOS MODELOS DE PREDICCIÓN	55
4.2.1 Modelo Bonnaure	56
4.2.2 Modelo Hwang y Witczak	59
4.2.3 Modelo de Witczak	62
4.3 INCIDENCIA DE LA TEMPERATURA Y FRECUENCIA EN LOS ENSAYOS	67
4.4 COMPARACIÓN DE LOS RESULTADOS ENSAYOS CON LOS MODELOS DE PREDICCIÓN.	68
4.4.1 Modelo Bonnaure:	68
4.4.2 Modelo Hwang y Witczak	70
4.4.3 Modelo de Witczak	72
4.5 AJUSTE DE MODELOS	74
5. CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES	82
BIBLIOGRAFÍA	83
ANEXOS	85

LISTA DE FIGURAS

	Pág.
Figura 1. Deformación permanente y ahuellamiento en pavimentos flexibles.	25
Figura 2. Representación general del Módulo Complejo.	29
Figura 3: Modelo Kelvin sometido a una carga sinusoidal	30
Figura 4: Señales de carga y deformación	33
Figura 5: Nomograma Van der Poel	40
Figura 6. Apoyo en 4 puntos y aplicación de carga	45
Figura 7: Preparación de la Mezcla	46
Figura 8. Curva Granulométrica	48
Figura 9: Cámara de temperatura controlada.	50
Figura 10: Ensayo de Flexión en 4 puntos con el extensómetro.	51
Figura 11. Identificación del ensayo	53
Figura 12 Presentación e inicio del programa	53
Figura 13 Módulo dinámico para las frecuencias y temperaturas trabajadas para una de las muestras.	55
Figura 14. Módulo dinámico Bonnaure.	59
Figura 15. Módulo dinámico Hwang y Witczak	62
Figura 16. Curva Temperatura Vs Viscosidad asfalto 60/70	64
Figura 17. Relación Viscosidad Temperatura Asfalto 60 / 70	65
Figura 18 Módulo dinámico Witczak	67
Figura 19. Frecuencia vs Módulo dinámico probeta P2-4-0%	70
Figura 20. Frecuencia vs Módulo Dinámico probeta P2-4-0%	72
Figura 21. Frecuencia vs Módulo Dinámico P2-4-0%	74
Figura 22. Ajuste con la Temperatura de Punto de Ablandamiento	76
Figura 23. Comprobación de los Fa P3-5-0%	81

LISTA DE TABLAS

	Pág.
Tabla 1. Factores que afectan la resistencia a la deformación permanente.	26
Tabla 2. Ensayos no homogéneos:	36
Tabla 3: Granulometría MDC-2	47
Tabla 4. Especificación de la Mezcla	49
Tabla 5: Especificaciones de la muestra.	50
Tabla 6. Resultados de los ensayos de la probeta P2-4-0%	54
Tabla 7. Datos de entrada modelo Bonnaure	56
Tabla 8. Propiedades de la mezcla	56
Tabla 9. Módulos de rigidez del asfalto	57
Tabla 10. Módulos Dinámicos Bonnaure	58
Tabla 11. Datos de entrada modelo Hwang y Witczak	60
Tabla 12. Módulos Dinámicos Hwang y Witczak	61
Figura 15. Módulo dinámico Hwang y Witczak	62
Tabla 13. Datos de entrada modelo Witczak	62
Tabla 14. Propiedades de granulometría de la mezcla	63
Tabla 15. Coherencias de datos para los parámetros A y VTS	64
Tabla 16. Valores de los parámetros A y VTS	65
Tabla 17. Viscosidades	66
Tabla 18. Módulos Dinámicos Witczak	66
Tabla 19. Comparación del modelo Bonnaure con los ensayos	69
Tabla 20. Comparación del Modelo Hwang y Witczak con los ensayos	71
Tabla 21. Comparación del Módulo dinámico Witczak con los ensayos	73
Tabla 22. Resultados de ajuste con la Temperatura de Punto de Ablandamiento	75
Tabla 23. Factores de ajuste	77

Tabla 24 Resultados de ajuste Modelo de Witczak	78
Tabla 25. Factores de ajuste por temperatura para Witczak	80
Tabla 26. Comprobación de los factores de ajuste Modelo de Witczak	80

LISTA DE ECUACIONES

	Pág.
Ecuación 1: Deformación unitaria.	24
Ecuación 2: Forma exponencial con amplitud compleja del esfuerzo	31
Ecuación 3: Ecuación diferencial	31
Ecuación 4: Forma exponencial con amplitud compleja de la deformación	31
Ecuación 5: Módulo complejo en forma general.	32
Ecuación 6: Modulo dinámico	34
Ecuación 7. Formula de ajuste (Fa)	77

LISTA DE ANEXOS

	Pág.
Anexo A – Calculo del módulo dinámico mediante el programa PCMRC-VIGAS de Rueda & Naranjo.	85
Anexo B – Modelos de Prediccion	87
Anexo C – Factores de ajuste	90

RESUMEN

TITULO:COMPARACION DEL MODULO COMPLEJO EN VIGAS RECTANGULARES CON LOS MODELOS “BONNAURE” Y “HWANG Y WITCZAK”.

AUTOR:

LENNIN JOSE CUELLO CALDERON
WILLIAM FERNANDO GELVEZ RANGEL**

PALABRAS CLAVES: Módulos de mezclas asfálticas, Modelo de Witczak, Modelo de Bonnaure, Modelo de Hwang y Witczak, Viscosidad, Penetración, Factores de ajuste.

DESCRIPCIÓN:

Este trabajo muestra un método simplificado para el cálculo del módulo de mezclas bituminosas, utilizando resultados básicos de pruebas de laboratorio e información general de los materiales. Un asfalto y una granulometría fueron analizadas para evaluar los modelos para la predicción de módulos de mezclas bituminosas.

El estudio confirma que los modelos deben ser ajustados a las condiciones y materiales de cada país. Finalmente, el estudio presenta un método simplificado que el ingeniero puede utilizar para predecir el módulo y emplearlo en el diseño estructural de pavimentos.

En Colombia se emplean modelos teóricos desarrollados en otros países para calcular la rigidez, se considera conveniente comprobar estos resultados con pruebas de laboratorios a través de ensayos de modulo dinámico, para verificar que estos no difieren de la realidad.

Este documento presenta la comparación entre los ensayos de modulo complejo en vigas rectangulares de mezclas asfálticas densas en caliente variando temperatura y frecuencia de carga, con los modelos teóricos de “Bonnaure” y “Hwang y Witczak” para mirar que tan confiables pueden llegar a ser los modelos. El capítulo I, contiene el estudio bibliográfico del módulo dinámico. El capítulo II, se hace descripción de los diagramas Cole-Cole y Black. El capítulo III, se presentan los modelos teóricos. El capítulo IV, se muestran los resultados obtenidos a partir del ensayo, para diferentes condiciones de temperatura y frecuencia de carga a. El capítulo V, se encuentra consignadas las conclusiones y observaciones.

* Trabajo de grado.

** Facultad de ingenierías físico-mecánicas, escuela de ingeniería civil, director del proyecto Ing. Eduardo Alberto Castañeda Pinzón.

ABSTRACT

TITLE: COMPARISON OF MODULE RECTANGULAR BEAMS WITH COMPLEX MODELS "BONNAURE" Y "HWANG AND WITCZAK"*

AUTHOR:

LENNIN JOSE CUELLO CALDERON
WILLIAM FERNANDO GELVEZ RANGEL**

KEYWORDS: Modulus of Bituminous Mixes, Witczak Model, Bonnaure Model, Hwang and Witczak", Viscosity, Penetration, Adjustment factors.

DESCRIPTION:

This work shows a simplified method for calculating the modulus of bituminous mixtures using basic results of laboratory tests and general information materials. Asphalt and a particle size were analyzed to evaluate the models for the prediction of asphalt mixtures modules.

The study confirms that the models should be adjusted to the conditions and materials in each country. Finally, the study presents a simplified method that engineers can use to predict the module and use it in the structural design of pavements.

In Colombia, using theoretical models developed in other countries to calculate the stiffness, it is advisable to check these results with laboratory testing through dynamic modulus tests to verify that these do not differ from reality.

This document presents the comparison between the complex modulus testing of asphalt mixtures rectangular beams hot dense varying temperature and loading frequency, with theoretical models of "Bonnaure" and "Hwang and Witczak" to see how reliable can become models. Chapter I contains the bibliographical study of the dynamic module. Chapter II, is a description of the Cole-Cole diagrams and Black. Chapter III presents the theoretical models. Chapter IV shows the results obtained from testing for different conditions of temperature and frequency of loading. Chapter V, is set forth the findings and observations.

* Degree work.

** Faculty of physical-mechanical engineering, civil engineering school, project manager Ing. Eduardo Alberto Castañeda Pinzón

INTRODUCCIÓN

El ingeniero civil tiene múltiples áreas de desempeño entre ellas el diseño, la construcción y la conservación de la infraestructura vial, es por eso que hoy día en Colombia se buscan parámetros para el mejoramiento de la estructura de pavimento debido a que ha venido incrementando el flujo vehicular en las carreteras del país, exigiendo a las mismas mayor capacidad de carga, durabilidad y comodidad para los usuarios, ya que los diseños actuales regidos en la normativa aun no satisfacen los requisitos para caracterizar el comportamiento real de los materiales; por lo que se hace necesario buscar metodologías para mejorar el diseño en la estructura y garantizar su vida útil.

La rigidez es uno de los parámetros más importantes tenido en cuenta en el diseño de los pavimentos ya que esta caracteriza la deformación de los materiales cuando son sometidos a cargas; esta varía dependiendo del tráfico y la temperatura. En Colombia se emplean modelos teóricos desarrollados en otros países para calcular la rigidez, se considera conveniente comprobar estos resultados con pruebas de laboratorios a través de ensayos de modulo dinámico, para verificar que estos no difieren de la realidad.

Este documento presenta la comparación entre los ensayos de modulo complejo en vigas rectangulares de mezclas asfálticas densas en caliente variando temperatura y frecuencia de carga, con los modelos teóricos de “Bonnaure” y “Hwang y Witczak” para mirar que tan confiables pueden llegar a ser los modelos. El capítulo I, contiene el estudio bibliográfico del módulo dinámico. El capítulo II, se hace descripción de los diagramas Cole-Cole y Black. El capítulo III, se presentan los modelos teóricos. El capítulo IV, se muestran los resultados

obtenidos a partir del ensayo, para diferentes condiciones de temperatura y frecuencia de carga a. El capítulo V, se encuentra consignadas las conclusiones y observaciones.

OBJETIVOS

OBJETIVOS GENERALES

- Evaluar la rigidez de una mezcla asfáltica a través de ensayos de modulo complejo con diferentes modelos teóricos para verificar la confiabilidad de los resultados.

OBJETIVOS ESPECÍFICOS

- Determinar la rigidez de la mezcla a diferentes temperaturas y frecuencias en plano complejo.
- Determinar a través de métodos teóricos la rigidez de mezclas asfálticas con los modelos teóricos de “Bonnaure” y “Hwang y Witczak”.
- Comparar los datos de laboratorio obtenidos a través de los ensayos de modulo complejo con los modelos teóricos de “Bonnaure” y “Hwang y Witczak”.

1. MEZCLAS ASFÁLTICAS

Las vías son el principal medio de comunicación razón por la cual se ha venido buscando mejorías en las mezclas asfálticas para garantizar una superficie de rodamiento cómoda, segura y económica a los usuarios, facilitando la circulación de los vehículos y sean capaces de soportar las cargas ejercidas, es necesario considerar dos aspectos esenciales en el diseño y proyecto de una vía, la función resistente establece los materiales y espesores de las capas que se han de utilizar posteriormente al bosquejo realizado y la finalidad determina las condiciones de textura y acabado que se requieren en las capas superiores para que resulten eficaces y cómodas.

El comportamiento de la carpeta asfáltica depende de circunstancias externas a ellas mismas, tales como son el tiempo de aplicación de la carga y de la temperatura. Por tal razón su caracterización y propiedades tienen que estar relacionadas a estos factores.

La mezcla asfáltica se define como la combinación de ligante bituminoso y agregados minerales, constituido aproximadamente por un 90% agregado pétreo grueso y fino, un 5% de mineral (Filler) y un 5% de ligante bituminoso. Estos componentes son de vital importancia para el óptimo desempeño pavimento, si uno falla por calidad el daño es conjunto. (PADILLA RODRIGUEZ, 2002)

En las mezclas asfálticas existen diferentes tipologías según a las condiciones que se esté sometiendo, encontrando calientes, frías, porosas, microaglomerados, masillas y de alto modulo. La carpeta asfáltica en caliente se define como la combinación de un ligante hidrocarbonado, agregados incluyendo el polvo mineral y aditivos de manera que todas las partículas del agregado queden bien cubiertas

por una película homogénea del ligante garantizándole un grado de cohesión, y por ende un grado de resistencia y rigidez.

Las mezclas asfálticas son diseñadas para resistir el envejecimiento y las fallas causadas por cargas de tráfico y los cambios de las condiciones ambientales. Las fallas más comunes son el ahuellamiento, fatiga y fisuras debidos a variaciones de temperatura. En los últimos tiempos se han venido estudiando la causa de estas fallas a edades tempranas del pavimento. (DUSSÁN NAVARRO Y FLAUTERO VALENCIA, 2005)

1.1 COMPORTAMIENTO DE LAS MEZCLAS ASFÁLTICAS

Las mezclas asfálticas pueden ser consideradas como homogéneas, isotrópicas y lineales para ciertos rangos de esfuerzo-deformación. En la estructura del pavimento flexible, la carpeta asfáltica es el componente más crítico, debido a que está sujeto directamente a la acción de las cargas de los vehículos y a la variación de las condiciones climáticas. El resultado de la capa de rodadura varía según a la demanda aplicada, causando en muchos casos la falla temprana del pavimento. La acción del tráfico y el efecto de la temperatura son los principales agentes que afectan el comportamiento del pavimento.

El asfalto al ser sometido a varias temperaturas tiene diferentes comportamientos, en climas bajos o bajo aplicación rápida de carga, la característica del pavimento es rígida la cual lo hace más resistente al ahuellamiento, utilizando un bitumen de menor penetración, pero presenta problemas de fisura a estas condiciones. Cuando la carpeta asfáltica está expuesta al calor o a una carga continua se comporta como un sólido elástico, al momento de aplicar la fuerza se deforma y al retirarla regresa a su forma original, presentando problemas de deformación.

El tráfico produce diferentes fallas por el continuo flujo vehicular por lo tanto las mezclas asfálticas deben ser diseñadas para resistir las cargas aplicadas y evitar cambios que puedan afectar la estructura del pavimento. Una de las más frecuentes es la deformación permanente, más conocida como el fenómeno de ahuellamiento, la acumulación de la deformación permanente bajo cargas repetidas causadas por el tránsito vehicular puede llevar a la formación de asentamientos longitudinales (huellas) en la trayectoria de la rueda. Esta grieta se presenta donde el pavimento está sujeto a elevadas temperaturas o cargas de larga duración.

La durabilidad de las mezclas asfálticas es una propiedad básica de los pavimentos para el funcionamiento vehicular, pero se ve expuesta a diferentes factores que producen las fallas, entre estas encontramos la deformación, fatiga, grietas por bloque, fisuras longitudinales o transversales, exudación entre otras.

1.1.1 Deformación

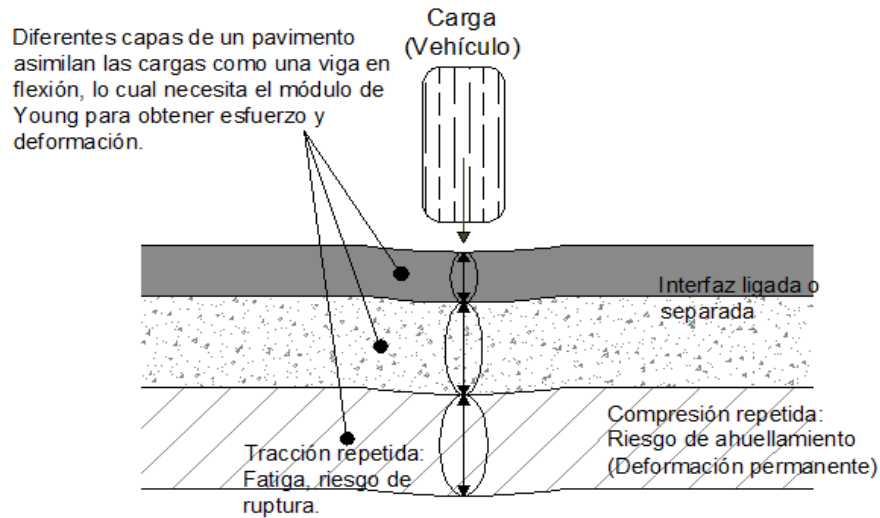
Para una muestra de mezcla asfáltica sujeta a un esfuerzo de compresión σ , la deformación ε es la relación existente entre la deformación total “ δ ” con la longitud original de la muestra “ l ”, expresada por la siguiente ecuación.

$$\varepsilon = \frac{\delta}{l}$$

Ecuación 1: Deformación unitaria.

La falla causada por el efecto de esfuerzos verticales de compresión en la capa asfáltica de un pavimento se llama deformación permanente, y esta se manifiesta con el fenómeno de ahuellamiento bajo la superficie de carga de las llantas.

Figura 1. Deformación permanente y ahuellamiento en pavimentos flexibles.



Fuente: (OLARD, 2003)

La deformación permanente en mezclas asfálticas se debe principalmente al esfuerzo cortante sin presentar cambio de volumen. La acumulación de la deformación permanente bajo cargas repetidas causadas por el tránsito vehicular puede llevar a la formación de asentamientos longitudinales (huellas) en la trayectoria de la rueda. Este ahuellamiento se desarrolla donde el pavimento está sujeto a elevadas temperaturas y/o cargas de larga duración. En estas condiciones el módulo dinámico del ligante es bajo y las propiedades viscosas dominan, incrementando su tendencia al flujo y facilitando el desarrollo de la deformación plástica.

Tabla 1. Factores que afectan la resistencia a la deformación permanente.

	Parámetro	Cambio en el parámetro	Ahuellamiento
Agregado	Textura	Liso a rugoso	Incremento
	Gradación	Abierta a continua	Incremento
	Forma	Redondeada a angular	Incremento
	Tamaño	Incremento en el tamaño máximo	Incremento
Ligante	Módulo Dinámico	Incremento	Incremento
	Contenido de ligante	Incremento	Decremento
	V _v	Incremento	Decremento
	VMA	Incremento	Decremento
Mezcla	Compactación	-	-
	Temperatura	Incremento	Decremento
	Esfuerzo/Deformación	Incremento en la presión de contacto de la llanta	Decremento
Condiciones Ensayo/Campo	Repeticiones de Carga	Incremento	Decremento
	Agua	Seco a húmedo	Decremento
A. Se refiere al módulo dinámico a la temperatura a la cual la tendencia al ahuellamiento está siendo determinada. Se pueden utilizar modificadores para elevar el módulo dinámico a temperaturas críticas y de este modo reducir el potencial de ahuellamiento.			
B. Cuando el volumen de aire (V _v) es menor que el 3 %, el potencial de ahuellamiento aumenta.			
C. Volumen de vacío, igual a la suma del volumen de aire y el volumen de asfalto (V _v +V _b)			
D. Se ha argumentado que a muy bajo volumen de vacío (menor que 10 %) debe ser evitado.			
E. Cualquiera de los métodos de compactación (Campo o laboratorio) pueden influir en la estructura del sistema y por consiguiente en la tendencia al ahuellamiento.			

Fuente: (Bituminous pavements, University of Nottingham)

1.1.2 Fatiga

El fenómeno de fatiga se define como el transcurso permanente, progresivo y localizado a los cambios de las condiciones del material expuesto a cargas repetidas dando como resultado la aparición de fisuras o grietas que llevan a la

rotura total después de un número de repeticiones. Es una de las fallas más comunes en los pavimentos.

La causa de falla por fatiga depende de las características resilientes de cada componente de la mezcla asfáltica. En pavimentos con bases estabilizadas y una capa de rodamiento delgada tiene más probabilidad de presentar grietas en la superficie del asfalto en tiempo muy corto.

1.1.3 Otros tipos de falla

Las fallas se inician o se producen en los puntos débiles o deficientes de alguna de las partes fundamentales de la estructura general de la carretera, los cuales no pueden soportar eficientemente los efectos destructivos de factores como la repetición de la carga, los agentes del clima o hasta el mismo peso propio de las capas, se le pueden dar diferentes soluciones ya sean de mantenimiento o restauración total del pavimento. Las fallas más comunes son las fisuras y grietas en bloque, grietas de borde, fisuras y grietas longitudinales, exudación entre otras.

1.2 MATERIALES VISCO-ELASTICOS

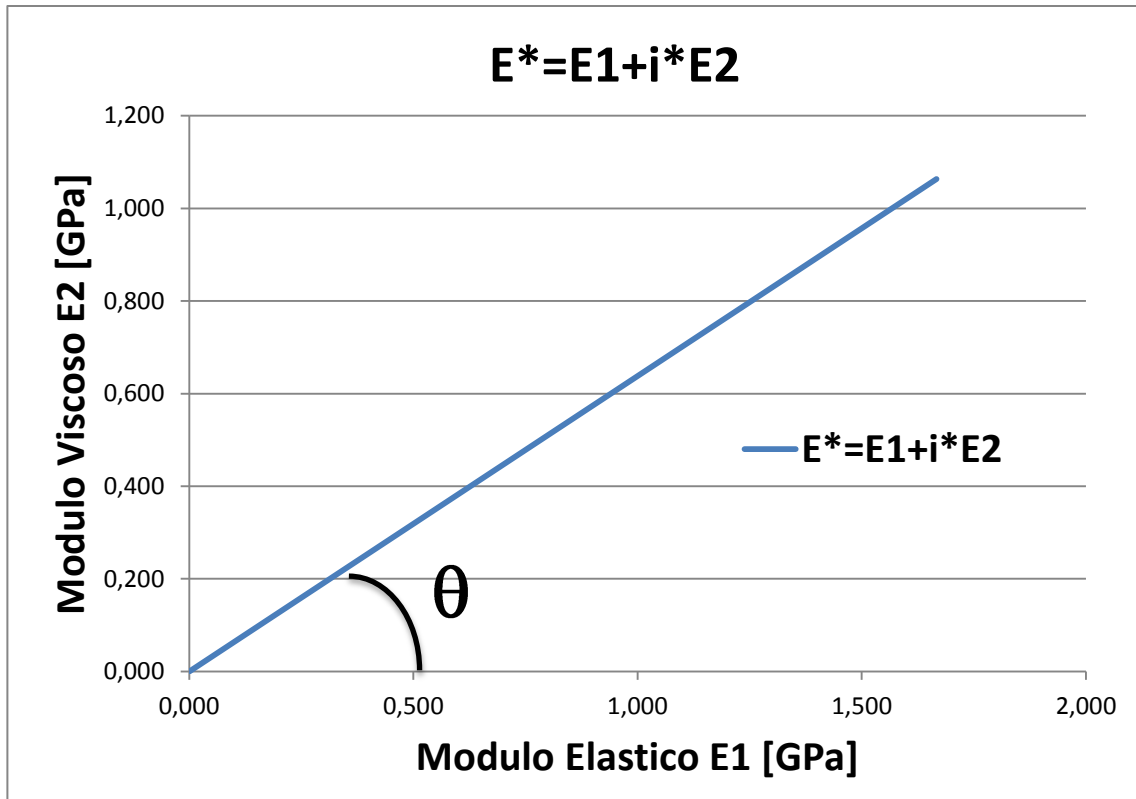
Es necesario conocer el comportamiento de los materiales que permitan establecer correctamente sus características y propiedades. Por lo tanto el resultado de la naturaleza de la integración de los comportamientos de sus componentes, las mezclas asfálticas presentan diferentes comportamientos mecánicos que son:

- Comportamiento Elástico: Es propio de los sólidos puros, en los cuales la energía de deformación se recupera totalmente cuando desaparece la fuerza, recuperando la forma original.

- Comportamiento Plástico: Un material con esta característica presenta cambios termodinámicos en su estructura. Por esto, se deforma de manera irreversible ante las fuerzas aplicadas.
- Comportamiento Viscoso: Es típico de los fluidos puros, los cuales deforman de modo no reversible, ya que la energía de deformación se disipa en forma de calor y no recupera la forma original al desaparecer la fuerza.

En la práctica, la mayoría de los materiales tienen un comportamiento intermedio entre la zona elástica y la viscosa, parte de la energía de deformación se disipa al fluir, mientras que almacenan la otra parte, que se utiliza en recuperar parcialmente la forma original al desaparecer la fuerza externa. Estos materiales reciben el nombre de viscoelásticos, en la figura 2 se describe el comportamiento del módulo complejo.

Figura 2. Representación general del Módulo Complejo.



Fuente: Elaboración propia

1.2.1 Caracterización de los materiales viscoelásticos

El comportamiento de los materiales depende de sus propiedades como responde a los esfuerzos cuando esté sometida a la carga. Un material quedara completamente caracterizado reológicamente solo cuando se analicen tanto sus respuestas viscosas como las elásticas.

Así como el comportamiento viscoso se puede describir normalmente mediante unos pocos parámetros, describir la viscoelasticidad de un material es más complicado. Por ello, normalmente en este caso se utilizan funciones dependientes de algún modo con el tiempo.

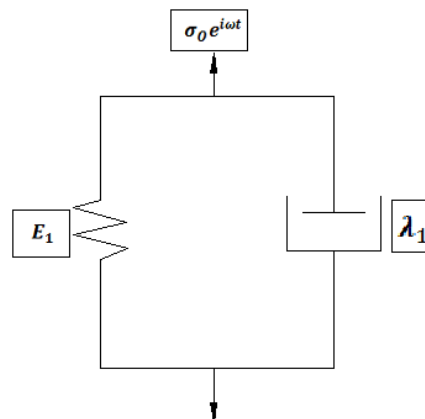
La cohesión interna entre las partículas de un sólido material, admite que presente resistencia ante las sollicitaciones de carga. El módulo de rigidez constituye el grado de cohesión de un material que da definición a un indicador de su resistencia. (Naranjo & Rueda, 2011)

La respuesta de un material sometido a un esfuerzo puede depender de la magnitud del mismo, es decir que la respuesta puede no ser lineal. La enorme complejidad que se deriva de este hecho hace que normalmente la caracterización viscoelásticos se lleve a cabo a esfuerzos o deformaciones lo suficientemente pequeños para no alterar la estructura del material, y por lo tanto, permanecer en el rango lineal.

1.3 MODULO COMPLEJO

La teoría de módulo complejo puede ser ilustrada por el uso de modelos mecánicos. Figura 3 muestra un modelo de Kelvin sometido a una carga sinusoidal.

Figura 3: Modelo Kelvin sometido a una carga sinusoidal



Fuente:(HUANG, 1993)

La cabina de carga sinusoidal ser representada por un número complejo

$$\sigma = \sigma_o \cos \omega t + i \sigma_o \sin \omega t = \sigma_o e^{i\omega t}$$

Ecuación 2: Forma exponencial con amplitud compleja del esfuerzo

En la que σ_o es la amplitud de la tensión y ω es la velocidad angular, que es relacionada a la frecuencia f en

$$\omega = 2\pi f$$

Ecuación 3: Frecuencia angular

Al asumir que el efecto de la inercia es despreciable, la ecuación diferencial se puede escribir como

$$\lambda_1 \frac{\partial \epsilon}{\partial t} + E_1 \epsilon = \sigma_o e^{i\omega t}$$

Ecuación 3: Ecuación diferencial

La solución de la ecuación anterior se puede expresar como

$$\epsilon = \epsilon_o e^{i(\omega t - \phi)}$$

Ecuación 4: Forma exponencial con amplitud compleja de la deformación

En la que ϵ es la amplitud de la deformación y ϕ es el ángulo de fase por lo que la deformación se retrasa respecto al esfuerzo, como se muestra en la figura 4. Sustituyendo la ecuación 5 en la ecuación 4 da

$$i\lambda_1 \epsilon_o e^{i\omega t - \phi} + E_1 \epsilon_o e^{i\omega t - \phi} = \sigma_o e^{i\omega t}$$

Después de cancelar $e^{i\omega t}$ a ambos lados de la ecuación e igualando el término real de σ_o y los términos imaginarios a cero, las siguientes dos ecuaciones se obtienen de resolver ϵ_o y ϕ :

$$\lambda_1 \omega \epsilon_0 \sin \phi + E_1 \epsilon_0 \cos \phi = \sigma_0$$

$$\lambda_1 \omega \epsilon_0 \cos \phi - E_1 \epsilon_0 \sin \phi = \sigma_0$$

La solución de la ecuación anterior se puede expresar como

$$\epsilon_0 = \frac{\sigma_0}{E_1^2 + (\lambda_1 \omega)^2}$$

$$\tan \phi = \frac{\lambda_1 \omega}{E_1}$$

Se puede observar en la ecuación anterior que a partir de los materiales elásticos $\lambda_1 = 0$, mientras $\phi = 0$; que para materiales viscosos $E_1 = 0$, mientras $\phi = \frac{\pi}{2}$. Por lo tanto, el ángulo de fase de materiales visco-elásticos oscila entre 0 y $\frac{\pi}{2}$.

El módulo complejo E^* se define como

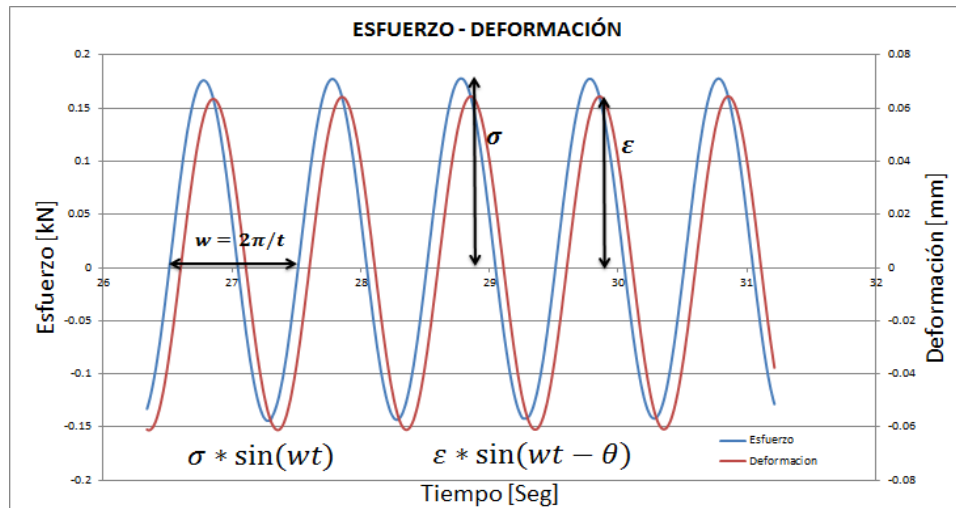
$$E^* = \frac{\sigma}{\epsilon} = \frac{\sigma_0 e^{i\omega t}}{\epsilon_0 e^{i\omega t - \phi}}$$

$$E^* = \frac{\sigma_0}{\epsilon_0} \cos \phi + i \frac{\sigma_0}{\epsilon_0} \sin \phi$$

Ecuación 5: Módulo complejo en forma general.

Es interesante notar que la parte real de la ecuación 5 en realidad es igual a la rigidez elástica E_1 y la parte imaginaria de la amortiguación interna $\lambda_1 \omega$.

Figura 4: Señales de carga y deformación



Fuente: (OLARD, 2003)

Al aplicar carga sinusoidal a un material viscoelástico la respuesta de la señal de la carga presenta un comportamiento similar al de la deformación como se muestra en la figura 4

1.4 MODULO DINÁMICO

En el diseño del pavimento en mezclas asfálticas una representación precisa de las características del material es imprescindible para el éxito del diseño y confiabilidad. Uno en particular es la dinámica de HMA módulo E^* , que ayuda a definir la naturaleza visco-elástica del asfalto en caliente mediante la cuantificación de los efectos de la temperatura y la frecuencia en la rigidez bajo cargas dinámicas.

La naturaleza visco elástica del asfalto en caliente puede ser caracterizada en parte por su módulo dinámico. El módulo dinámico es una medida de la resistencia de los HMA (Hot Mix Asphalt) a la deformación bajo una carga sinusoidal, es el valor absoluto del módulo complejo, este consta de dos partes, la parte real que

representa la rigidez elástica y la parte imaginaria en representación de la amortiguación interna de los materiales. (HUANG, 1993)

El módulo dinámico se determina a partir de la máxima tensión aplicada y pico recuperable deformación axial, que se describe por la ecuación 6 (Huang, 1993).

$$E^* = \sqrt{\left(\frac{\sigma_o}{\varepsilon_o} \cos \phi\right)^2 + \left(\frac{\sigma_o}{\varepsilon_o} \sin \phi\right)^2} = \frac{\sigma_o}{\varepsilon_o}$$

Ecuación 6: Modulo dinámico

Dónde:

E^* = Módulo dinámico (psi)

σ_o = Amplitud de la tensión (psi)

ε_o = Tensión de amplitud ($\mu\varepsilon$)

ϕ = Angulo de fase (radianes)

El ángulo de fase describe el retraso en la deformación axial inducida en relación con la aplicación esfuerzo de compresión, donde la tensión sinusoidal el pulso se define por la velocidad angular ω y el tiempo t . Este desfase ilustra el tiempo de la dependencia de HMA. Debido a las relaciones de tiempo-frecuencia, es más se puede afirmar que HMA depende de la frecuencia de carga. Esto se ilustra por las ecuaciones la definición de la carga sinusoidal (esfuerzo) y la respuesta sinusoidal (deformación) en la Figura 4.

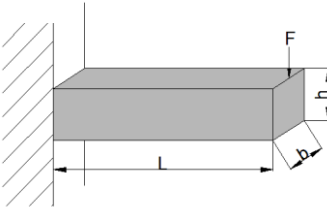
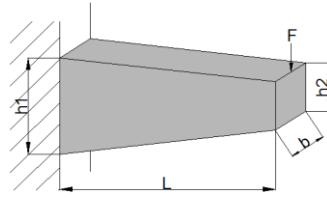
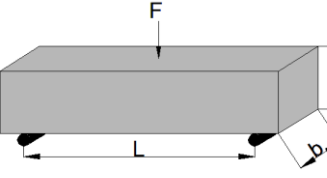
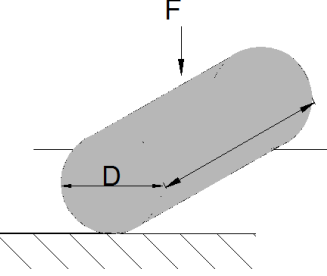
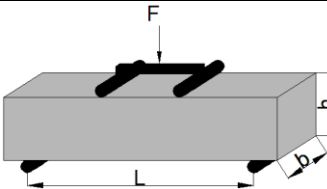
HMA no solo es dependiente de la frecuencia, también es dependiente de la temperatura. Las pruebas de laboratorio de E^* revelo que la variación de la temperatura resulta en diferentes magnitudes de la deformación recuperable y por tanto, variados módulos dinámicos. (BONNAURE, 1997)

1.4.1 Ensayos dinámicos en mezclas asfálticas

En el diseño de pavimentos es necesario conocer las diferentes estructuras de pavimento y sus respectivos comportamientos mecánicos, aparte de esto es preciso saber las propiedades de los materiales asfálticos con criterios de utilización en distintos ambientes, teniendo la información de tráfico disponible y las propiedades de los materiales granulares para pronunciar juicios sobre su utilización y así estimar su vida útil. (Ver Tabla 2)

Para la evaluación de módulos dinámicos se han implementado ensayos homogéneos y no homogéneos; en los primeros se pueden obtener directamente los esfuerzos y las deformaciones, mientras que los otros nos permiten determinar el modulo dinámico de mezclas asfálticas, usando muestras con geometrías específicas a cada prueba. Las especímenes son sometidas a deformación en su rango lineal bajo cargas repetidas o cargas con rata de deformación controlada.

Tabla 2. Ensayos no homogéneos:

Ensayos No-Homogéneos			
Ensayo	Principio	Factor de Forma (γ)	Referencia
Flexión en 2 Puntos		$\frac{4L^3}{bh^3}$	Francken
		$\frac{12L^3}{b(h_1 - h_2)^3} \left[2 - \frac{h_2}{2h_1} \frac{h_2}{h_1} - \frac{3}{2} \ln \frac{h_2}{h_1} \right]$	Huet Chauvin
Flexión en 3 Puntos		$\frac{24L^3}{\pi^4 bh^3}$	Souce
Ensayo de Tensión Indirecta		$\frac{1}{b} (v + 0.27)$	Brown Kennedy Tayebali
Flexión en 4 Puntos		$\frac{2L^3 - 3LI^2 + I^3}{8bh^3}$	Pronk

Fuente: (H. Di Benedetto, 2001)

Según (H. Di Benedetto, 2001), si la mezcla ensayada tiene comportamiento visco elástico lineal, los ensayos no-homogéneos, como el de flexión en 4 puntos arrojan mejores resultados. El factor de masa no es considerado en el ensayo para flexión en 4 puntos.

En el siguiente capítulo se describirá los modelos de predicción utilizados para definir el comportamiento del módulo dinámico.

2.MODELOS DE PREDICCIÓN DEL MÓDULO DINÁMICO EN MEZCLAS ASFÁLTICAS

Un modelo es una forma resumida de representar la realidad, nos permite conocer o predecir propiedades del objeto real, estos se construyen con una finalidad, estudiar el cuerpo real con más facilidad y deducir propiedades difíciles de observar en la realidad. Una predicción está condicionada primordialmente por una buena selección de los parámetros relevantes para el problema y una apropiada descripción de las relaciones funcionales, pero esto no es todo para que sea válido es necesario el contraste entre los resultados que se predicen y los datos tomados de las pruebas reales; para que esto sea fiable la toma de datos tiene que ser abundante y además se deben realizar con métodos bastante exactos.

La determinación del módulo dinámico de las mezclas asfálticas por medio de ensayos de laboratorio consume mucho tiempo y también requiere equipo sofisticado, debido a esto se crearon métodos para predecirlo por nomogramas o fórmulas basadas en la propiedad del asfalto y el porcentaje de volumen de los agregados. Es por eso que si los datos de las pruebas reales no están disponibles, se pueden utilizar las diferentes fórmulas para determinarlo, variando temperatura y frecuencia.

Existen modelos para predecir el módulo dinámico de concreto asfáltico. La mayoría de ellos son empíricos o semi-empíricos. Tres de ellos serán presentados en este trabajo: la ecuación de predicción “Witczak”, que se propone en la Guía de diseño de la AASHTO 2002, el modelo de “Bonnaure” y el modelo de “Hwang y Witczak”.

2.1 MODELO BONNAURE

Bonnaure et al. (1977) desarrollo las siguientes ecuaciones para predecir el módulo de rigidez de la mezcla S_m , en base del volumen de agregados V_g , volumen de vacíos V_b , y el módulo de rigidez del betún S_b .

$$\beta_1 = 10.82 - \frac{1.342(100 - V_g)}{V_g + V_b}$$

$$\beta_2 = 8.0 + 0.00568V_g + 0.0002135V_g^2$$

$$\beta_3 = 0.6 \text{ Log} \left(\frac{1.37V_b^2 - 1}{1.33V_b - 1} \right)$$

$$\beta_4 = 0.7582(\beta_1 - \beta_2)$$

Para $5 \times 10^6 \text{ N m}^2 < S_b < 10^9 \text{ N m}^2$,

$$\text{Log}S_m = \frac{\beta_4 + \beta_3}{2} \text{Log}S_b - 8 + \frac{\beta_4 - \beta_3}{2} \text{Log}S_b - 8 + \beta_2$$

Ecuación 7

Para $10^9 \text{ N m}^2 < S_b < 3 \times 10^9 \text{ N m}^2$

$$\text{Log}S_m = \beta_2 + \beta_4 + 2.0959(\beta_1 - \beta_2 - \beta_4)(\text{Log}S_b - 8)$$

Ecuación 8

Las ecuaciones 7 y 8 se basan en unidades del SI con S_m y S_b en N m^2 .

Para $725 \text{ psi} < S_b < 145000 \text{ psi}$,

$$\text{Log}S_m = \frac{\beta_4 + \beta_3}{2} \text{Log}S_b - 4.1612 + \frac{\beta_4 - \beta_3}{2} \text{Log}S_b - 4.1612 + \beta_2 - 3.8383$$

Ecuación 9

Para $725 \text{ psi} < S_b < 145000 \text{ psi}$,

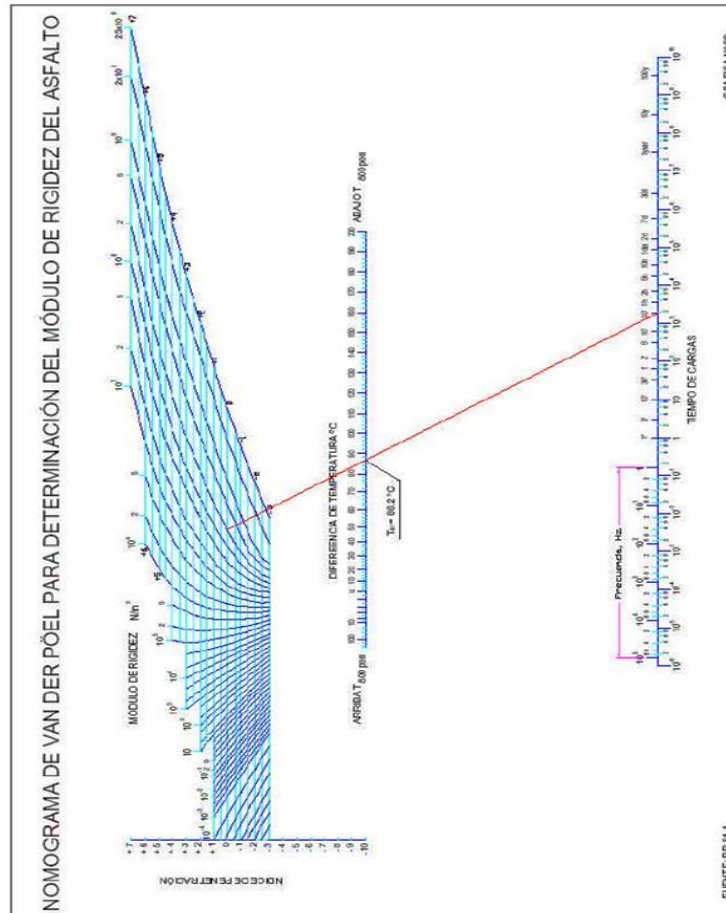
$$\text{Log}S_m = \beta_2 + \beta_4 + 2.0959 \beta_1 - \beta_2 - \beta_4 \text{ Log}S_b - 5.1612 - 3.8388$$

Ecuación 10

Si S_m y S_b están en psi, se debe utilizar la ecuación 9 y 10

El módulo de rigidez del betún S_b se puede calcular con ayuda del nomograma de Van der Poel; se basan la temperatura, el tiempo de carga, y las características del betún presente en la mezcla. Ver figura 5.

Figura 5: Nomograma Van der Poel



Fuente: Shell Bitumen (1991)

2.2 MODELO HWANG Y WITCZAK

Hwang y Witczak (1979) desarrollaron las siguientes fórmulas de regresión para determinar el módulo de rigidez de las mezclas asfálticas, E^* .

$$E^* = 100000 \times 10^{\beta_1}$$

Ecuación 11

$$\beta_1 = \beta_3 + 0.000005 \beta_2 - 0.00189 \beta_2 f^{-1,1}$$

Ecuación 12

$$\beta_2 = \beta_4^{0.5} T^{\beta_5}$$

Ecuación 13

$$\beta_3 = 0.553833 + 0,028829 P_{200} f^{-0.1703} - 0.03476 V_a + 0.070377 \lambda \\ + 0.931757 f^{-0.02774}$$

Ecuación 14

$$\beta_4 = 0.483 V_b$$

Ecuación 15

$$\beta_5 = 1.3 + 0.49825 \text{Log} f$$

Ecuación 16

En el que β_1 a β_5 son constantes temporales, f es la frecuencia de carga en Hz, T es la temperatura en °F, P_{200} es el porcentaje en peso de agregado que pasa por un tamiz No.200, V_a es el volumen de huecos de aire en%, λ es la viscosidad del asfalto a 70 °F en 10^6 y V_b es el volumen de asfalto en%. Si no hay

suficientes datos de viscosidad, o no están disponibles para estimar la viscosidad a 70 °C, la siguiente ecuación se puede utilizar:

$$\lambda = 29508.2 (P_{77^{\circ}\text{F}})^{-2.1939}$$

Ecuación 17

Donde $P_{77^{\circ}\text{F}}$ es la penetración a una temperatura de 77°F (25°C).

2.3 MODELO WITCZAK

La ecuación de Witczak presenta la posibilidad para predecir el módulo dinámico de mezclas asfálticas en un rango de temperaturas (-17,7 a 54,4 °C), frecuencia de cargas (0,1 a 25 Hz) y condiciones de envejecimiento con información disponible de las especificaciones de los materiales o diseño volumétrico de la mezcla.

$$\begin{aligned} \log E^* &= 3.750063 + 0.02932\rho_{200} - 0.001767 \rho_{200}^2 - 0.002841\rho_4 - 0.058097V_a \\ &- 0.802208 \frac{V_{beff}}{V_{beff} + V_a} \\ &+ \frac{3.871977 - 0.0021\rho_4 + 0.003958\rho_{38} - 0.000017 \rho_{38}^2 + 0.00547\rho_{34}}{1 + e^{-0.603313 - 0.31335 \log f - 0.393532 \log \eta}} \end{aligned}$$

Ecuación 18

Donde

E^* = módulo dinámico, psi

η = viscosidad del betún, 10^6 Poise

f = frecuencia de carga, Hz

V_a = Contenido de vacíos de aire, %

V_{beff} = Volumen de asfalto efectivo, %

ρ_{34} = Volumen de agregado retenido en el tamiz 3/4, %

ρ_{38} = Volumen de agregado retenido en el tamiz 3/8, %

ρ_4 = Volumen de agregado retenido en el tamiz N° 4, %

ρ_{200} = % que pasa el tamiz N° 200

2.3.1 Viscosidad del ligante asfáltico

La viscosidad del ligante asfáltico a la temperatura de interés es un parámetro de entrada crítico para la ecuación de Witczak. Para la condición sin envejecimiento, la viscosidad se determina según la norma ASTM D2493. Este método caracteriza la susceptibilidad a la temperatura como la pendiente de la relación del logaritmo logaritmo de la viscosidad versus logaritmo de la temperatura, con la siguiente ecuación:

$$\log \log \eta = A + VTS \log T_R$$

Ecuación 19

Dónde:

η = viscosidad, cP.

T_R = temperatura, Ranking. $T_R = 9/5 * (^{\circ}\text{C}) + 491,67$.

A = Intercepto de la regresión.

VTS = pendiente de la regresión de la susceptibilidad a la temperatura de la viscosidad.

3. CAMPAÑA EXPERIMENTAL

Este ensayo tiene como objetivo determinar el módulo de rigidez, describe de manera más real el comportamiento de la mezcla asfáltica debido a las características geométricas de la muestra y su forma de recibir las cargas; la prueba se encuentra normalizada para Europa en la norma NF-EN 12697-26 (CEN, 2005) y para América por la AASTHO T321-03 (TP8-94) (AASHTO, 2002). En estas normas se especifican las dimensiones del espécimen y otras condiciones que deben tener en cuenta.

3.1 DESCRIPCIÓN DEL ENSAYO

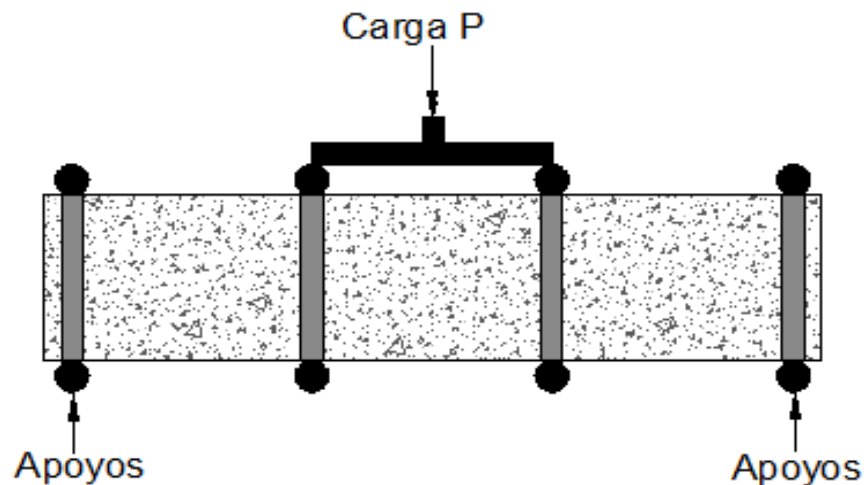
Para la realización del ensayo se deben tener en cuenta ciertos factores como las normas, procesos y estudios existentes sobre el módulo de rigidez complejo en mezclas bituminosas y su obtención.

Es necesario contar con un aparato de carga, en el laboratorio de Caracterización de Materiales de la Universidad industrial de Santander cuenta con una máquina de ensayos universales del tipo Material Test System (MTS-810) y está a sido adecuada para la realización del ensayo; otros elementos necesarios son, una cámara de temperatura y un sistema de adquisición de datos; el sistema de carga debe tener la capacidad de proveer una carga cíclica. La cámara de temperatura debe mantener la muestra a la temperatura deseada. El sistema de adquisición de datos debe tener la capacidad de medir y almacenar las deflexiones de la viga y las cargas aplicadas.

El primer paso a seguir, es la elaboración de las muestras, o la recolección de las mismas en campo; para adecuarlas en el laboratorio y definir las condiciones de la prueba. Lista la muestra se realiza el montaje en la estructura y luego se procede a calibrar el equipo.

La viga se apoya en dos puntos y la carga se aplica en los tercios medios. En los apoyos hay una restricción al movimiento vertical lo cual genera flexión en la viga; los apoyos deben permitir el movimiento horizontal y la libre rotación, ver figura 6

Figura 6. Apoyo en 4 puntos y aplicación de carga



Fuente: Elaboración propia

Después de ajustar la muestra en los apoyos, se programa el ensayo en la máquina, acondicionándola y dándole los parámetros de deformación, carga y duración de la prueba. Consecutivamente, se toman lecturas a diferentes frecuencias determinadas y se varía la temperatura según se quiera. Las cargas y deflexiones aplicadas en los diferentes ciclos deben ser guardadas por el sistema de adquisición de datos y traducidas a una tabla de datos compatible con un software comercial para ver su evolución. Con los datos obtenidos se ajusta una curva para determinar el desfase y se calcula el módulo complejo.

3.2 ESPECIFICACIONES DE LA MEZCLA ASFALTICA

Los diseños de estructuras de pavimentos flexibles se ven regidos por condiciones de tráfico y temperatura, es por eso que en Colombia debido a la gran variedad de climas se tiene preferencia por los pavimentos bituminosos, además también tenemos la facilidad de obtener los agregados pétreos que hacen parte fundamental de estos.

Para este trabajo se elaboraron vigas empleado ligante 60/70, ya que el clima característico de Santander permite utilizar un asfalto de esta penetración. Los agregados fueron obtenidos de las canteras regionales (Rio Chicamocha y Rio Sogamoso), los cuales fueron acondicionados bajo una curva granulométrica, elaborada bajo los alineamientos propuestos en la normativa del Instituto Nacional de Vías para Mezclas Densas en Caliente MDC-2.

Figura 7: Preparación de la Mezcla



Fuente:(Rueda, 2010)

Las especificaciones INVIAS 450 describen una granulometría para las mezclas MDC-2 de la siguiente manera y en la misma tabla también se muestra los porcentajes trabajados para la elaboración de las probetas:

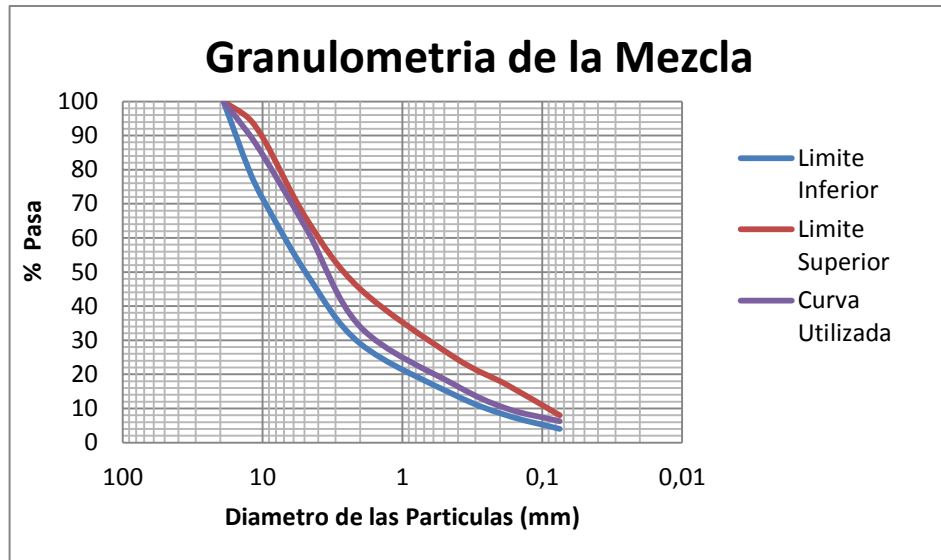
Tabla 3: Granulometría MDC-2

TAMIZ				
Numero	mm	% Pasa Norma MDC-2		%Pasa Trabajado
3/4	19	100	100	100
1/2	12,5	80	95	90,48
3/8	9,5	70	88	83
#4	4,75	49	65	62
#10	2	29	45	33,94
#40	0,425	14	25	17
#80	0,18	8	17	10
#200	0,075	4	8	6,26

Fuente: *Elaboración Propia*(INVIAS, 450-07 Mezclas Asfálticas en Caliente, 2007)

A continuación podemos observar la curva granulométrica de la mezcla trabajada. Ver figura 8.

Figura 8. Curva Granulométrica



Fuente:Elaboración Propia

3.3 ELABORACIÓN DE PROBETAS

Existen diversas maneras de obtener las probetas para realizar los ensayos, como por ejemplo: extracción de campo, vigas en moldes con las dimensiones necesarias o elaboración de vigas a partir de placas compactadas, en nuestro caso emplearemos el último método, este permite tener confianza en que gracias al corte lejano de los extremos de la placa se están eliminando algunos problemas de borde.

Las dimensiones de la placa, alto 70mm , ancho 450 mm y largo 300 mm, después de ser compactadas son cortadas obteniendo de cada placa 5 vigas rectangulares de dimensiones 50 mm alto, 50 mm de ancho y 400 mm de largo.

Los pasos para la realización de las placas son los siguientes, primero se prepara la mezcla y se coloca en el molde según las medidas descritas anteriormente, seguido de esto se pone en la compactadora, pasando un vibro-rodillo varias veces hasta completar cierto número de pasadas. Otro paso es un ensayo

densidad para saber si el porcentaje de vacíos es el correcto, si no son los deseados se procede de nuevo a la compactadora aplicándole más ciclos o pasadas del rodillo hasta llegar a la densidad requerida. Por último se hace el corte de la placa para la obtención de las probetas para el ensayo.

3.4 REALIZACIÓN DEL ENSAYO DE MÓDULO COMPLEJO EN VIGAS RECTANGULARES

Posteriormente de la elaboración de las probetas se realizaron ensayos con vigas provenientes de una misma placa, elaborada en los laboratorios de la Universidad Industrial de Santander. La tabla 4 contiene la especificación de la mezcla.

Tabla 4. Especificación de la Mezcla

Muestra	Granulometría	Asfalto		% vacíos
		Penetración	Porcentaje	
P2-4-0%	MDC-2	60/70	5	4-5
P2-6-0%	MDC-2	60/70	5	4-5
P3-5-0%	MDC-2	60/70	5	4-5

Fuente: Elaboración Propia

El primer paso en el ensayo fue darle la temperatura deseada a las vigas, estas fueron colocadas en la cámara de temperatura controlada a temperaturas de: $T_1 = 0^\circ\text{C}$, $T_2 = 10^\circ\text{C}$, $T_3 = 20^\circ\text{C}$ y $T_4 = 30^\circ\text{C}$ y dejadas ahí por un periodo de 4 horas para que adquiriera la temperatura requerida.

Figura 9: Cámara de temperatura controlada.



Fuente: Registro fotográfico propio.

Pasado el tiempo necesario para que las vigas adquirieran la temperatura deseada, fueron colocadas en el sistema donde se ajustan las piezas de los apoyos y puntos de carga. Con el conocimiento previo del funcionamiento de la máquina de ensayos universales MTS-810, se programa el ensayo y se da inicio al mismo. En la tabla 5 se muestran especificaciones de la mezcla y del ensayo.

Tabla 5: Especificaciones de la muestra.

Características de la Mezcla Asfáltica					
Tipo de Asfalto	60/70				
Gradación	MDC-2				
Fuente de Material	Ríos Chicamocha y Sogamoso				
Contenido de Asfalto (%)	5				
Temperaturas (°C)	0 -10-20-30				
Frecuencia (Hz)	1	3	5	10	20
Número de Ciclos	20	20	50	100	200

Fuente: Elaboración propia.

El ensayo también cuenta con extensómetro que se le adapto a la MTS-810 para poder medir la deflexión en el centro de la viga y compararlos con los datos obtenidos por el LVDT, estos deben se semejantes para garantizar el éxito del ensayo ver figura 10.

Figura 10: Ensayo de Flexión en 4 puntos con el extensómetro.



Fuente: Registro fotográfico propio.

4. ANALISIS DE RESULTADOS

El objetivo de este estudio es realizar ensayos de módulo de rigidez y compararlos con modelos de predicción y mirar la confiabilidad de los modelos a la hora de predecir el módulo dinámico.

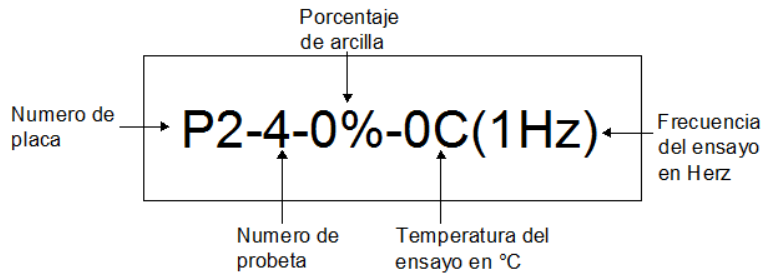
4.1 DATOS OBTENIDOS EN LOS ENSAYOS

Para este paso nos valemos de la hoja de cálculo propuesta por Rueda y Naranjo 2011, el primer paso para determinar el módulo de rigidez complejo consiste en ajustar los datos de carga y desplazamiento a curvas del tipo sinusoidal para con ellas calcular los esfuerzos y las deformaciones unitarias respectivas, se debe seleccionar 500 datos correspondientes a los últimos cinco ciclos, además de verificar que la medida del extensómetro este en fase con la señal del desplazamiento medido por el LVDT. Es importante que cada ciclo tenga el mismo número de datos puesto que para cada uno se determinara un módulo dinámico.

Estas son utilizadas para calcular el modulo dinámico y el ángulo de fase. Para cada ciclo se obtiene un valor de modulo y de ángulo, entonces el promedio será la medida de la rigidez para una probeta.

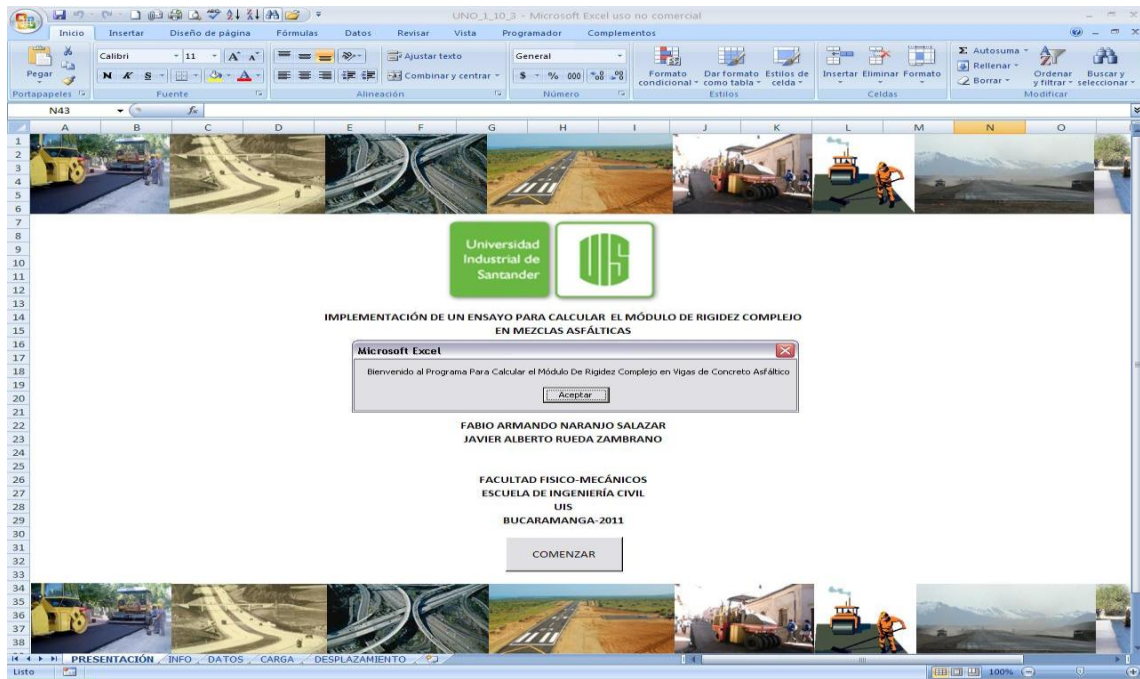
Al momento de realizar los cálculos para determinar el módulo dinámico en la hoja de cálculo los resultados fueron identificados de la siguiente manera:

Figura 11. Identificación del ensayo



Fuente: Elaboración propia

Figura 12. Presentación e inicio del programa



Fuente: Rueda y naranjo 2011.

Después de ejecutar el programa, se obtienen los valores del módulo dinámico de acuerdo a la frecuencia y temperatura aplicadas a la muestra. Ver tabla 6.

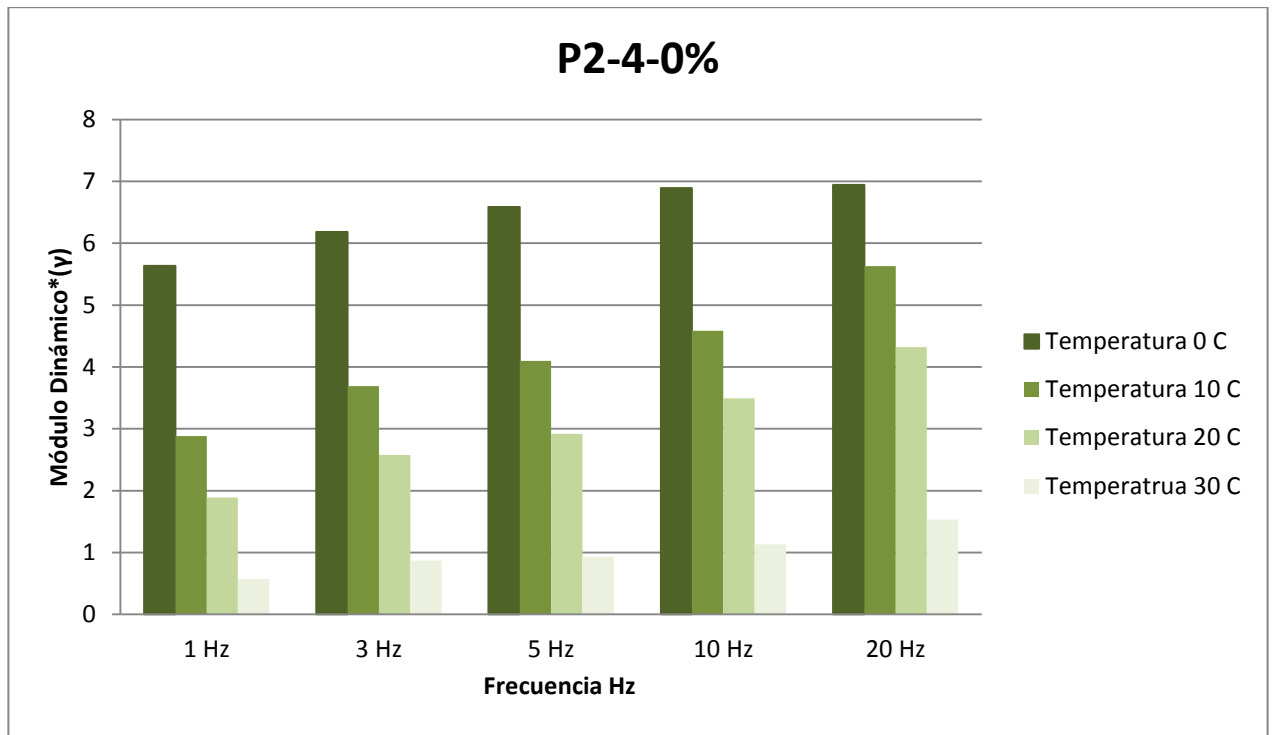
Tabla 6. Resultados de los ensayos de la probeta P2-4-0%

	Frecuencia (Hz)	Módulo Dinámico*(γ) Practico P2-4-0% (Gpa)
Temperatura 0 C	1	5.355
	3	6.184
	5	6.588
	10	6.893
	20	6.943
Temperatura 10 C	1	2.881
	3	3.691
	5	4.097
	10	4.585
	20	5.630
Temperatura 20 C	1	1.889
	3	2.577
	5	2.920
	10	3.494
	20	4.321
Temperatura 30 C	1	0.570
	3	0.870
	5	0.928
	10	1.137
	20	1.533

Fuente: Elaboración propia

A continuación se presenta en la Figura 13 los resultados obtenidos con la hoja de cálculo para una de las probetas a las diferentes temperaturas y frecuencias empleadas para el análisis, mostrando el comportamiento del módulo.

Figura 13. Módulo dinámico para las frecuencias y temperaturas trabajadas para una de las muestras.



Fuente: Elaboración propia.

En el anexo A se presentan los resultados de los otros ensayos. Se realizaron las pruebas para 3 muestras.

4.2 RESULTADOS MODELOS DE PREDICCIÓN

Se programó una hoja de cálculo para cada modelo, donde cada una está en función de los parámetros que se exige cada fórmula.

4.2.1 Modelo Bonnaure

Para este modelo se requieren algunas propiedades de la mezcla que se empleó para la elaboración de las probetas, que se deben ingresar de la siguiente manera, en la casilla 1-A se digita el valor del volumen del agregado mineral en porcentaje, en 1-B el volumen del ligante también en porcentaje y en la 1-C el valor del módulo de rigidez del asfalto en N/m^2 , en la tabla 7 que se muestra a continuación.

Tabla 7. Datos de entrada modelo Bonnaure

			1	
A	Volumen del mineral del agregado	V_g		%
B	Volumen de ligante	V_b		%
C	Modulo Rigidez del asfalto	e		N/m^2

Fuente: Elaboración propia

En la siguiente tabla se pueden apreciar los valores de las propiedades de la mezcla que se utilizó en este estudio.

Tabla 8. Propiedades de la mezcla

Propiedades de la mezcla			
Volumen de los agregados	V_g	83,901	%
Volumen de asfalto	V_b	11,589	%
Volumen de aire	V_a	4,51	%

Fuente: Elaboración propia

El módulo de rigidez del asfalto es uno de los requisito para poder utilizar el modelo, este fue calculado con ayuda del nomograma de Van der Poel, para este

empleamos $T_{800} = 55^{\circ}\text{C}$ que es la temperatura a la que la penetración será 800 0.1 mm y trabajamos con un índice de penetración $IP = -0.5$.

Para calcular el módulo de rigidez en el nomograma variamos la temperatura y la frecuencia planteadas. En la tabla 9 se pueden ver los resultados.

Tabla 9. Módulos de rigidez del asfalto

Temperatura (°C)	Frecuencia (Hz)	Modulo Rigidez Asfalto (N/m ²)
0	1	2,00E+08
	3	2,70E+08
	5	4,70E+08
	10	5,00E+08
	20	5,30E+08
10	1	7,00E+07
	3	1,00E+08
	5	1,30E+08
	10	1,80E+08
	20	2,00E+08
20	1	1,60E+07
	3	2,80E+07
	5	4,50E+07
	10	5,00E+07
	20	7,00E+07
30	1	2,00E+06
	3	4,90E+06
	5	6,20E+06
	10	1,30E+07
	20	2,00E+07

Fuente: Elaboración propia

Después de calcular los módulos de rigidez del asfalto, se procede a ingresar los resultados en la tabla 7 obteniendo los resultados del modelo. Tabla 10.

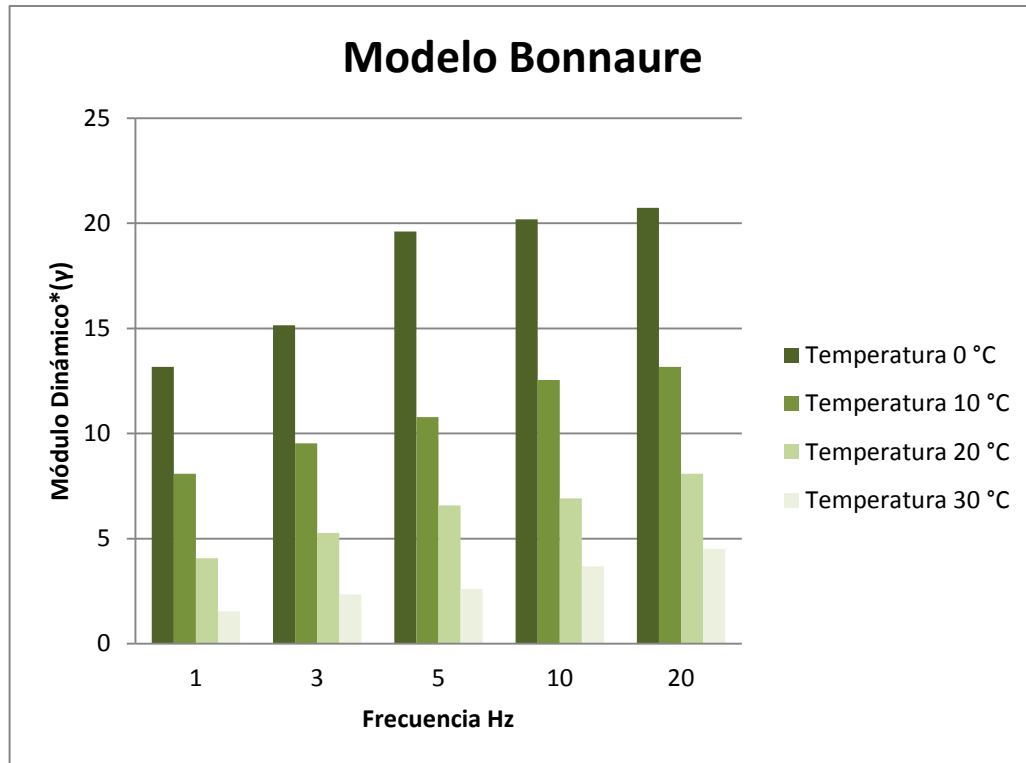
Tabla 10. Módulos Dinámicos Bonnaure

	Frecuencia (Hz)	Módulo Dinámico*(γ) Teórico (Gpa)
Temperatura 0 C	1	13.173
	3	15.149
	5	19.611
	10	20.184
	20	20.739
Temperatura 10 C	1	8.078
	3	9.538
	5	10.778
	10	12.542
	20	13.173
Temperatura 20 C	1	4.062
	3	5.272
	5	6.576
	10	6.907
	20	8.078
Temperatura 30 C	1	1.542
	3	2.341
	5	2.612
	10	3.688
	20	4.507

Fuente: Elaboración propia

En la Figura 14 se muestran los resultados obtenidos con el modelo de Bonnaure a las diferentes temperaturas y frecuencias empleadas para el análisis, manifestando el comportamiento del módulo.

Figura 14. Módulo dinámico Bonnaure.



Fuente: Elaboración propia.

4.2.2 Modelo Hwang y Witczak

Al igual que el modelo anterior este también depende de los parámetros de la mezcla; el procedimiento para ingresar los datos es prácticamente el mismo del modelo de Bonnaure. Se digita cada valor en su respectiva casilla.

Tabla 11. Datos de entrada modelo Hwang y Witczak

			1	
A	Frecuencia	f		Hz
B	Temperatura	T		°F
C	% Pasa No.200	P ₂₀₀		%
D	Volumen de aire	V _a		%
E	Viscosidad Asfalto	λ		CGS
F	Volumen de asfalto	V _b		%

Fuente: Elaboración propia.

Las temperaturas (T) y las frecuencias (f) de los ensayos ya se habían mencionado anteriormente, al igual que el volumen del aire (V_a) y el volumen de asfalto (V_b), el % que pasa por el tamiz N° 200 es 5,8 % y es obtenido de las especificaciones de granulometría, la viscosidad es igual a 3,1088 CGS calculada con la fórmula:

$$\lambda = 29508.2 (P_{77^{\circ}\text{F}})^{-2.1939}$$

Ecuación 20

Donde $P_{77^{\circ}\text{F}}$ es la penetración a una temperatura de 77°F (25°C) y es igual a 65 0.1 mm.

Luego de tener todos los datos, el paso a seguir es a llenar la tabla 11y con esta conseguir los resultados de la ecuación de Hwang y Witczak. Ver Tabla 12.

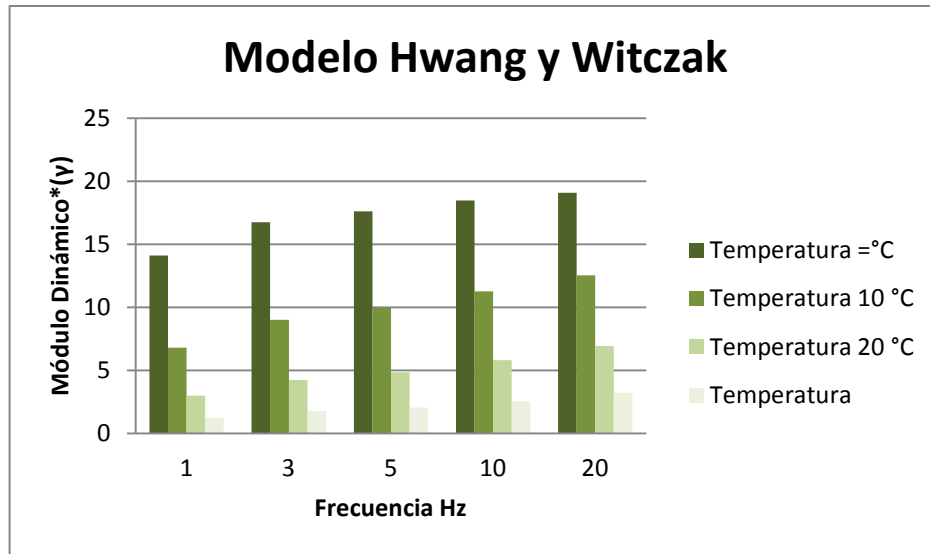
Tabla 12. Módulos Dinámicos Hwang y Witczak

	Frecuencia (Hz)	Módulo Dinámico*(γ) Teórico (Gpa)
Temperatura 0 C	1	14.115
	3	16.740
	5	17.610
	10	18.480
	20	19.078
Temperatura 10 C	1	6.796
	3	9.004
	5	9.983
	10	11.261
	20	12.533
Temperatura 20 C	1	3.006
	3	4.232
	5	4.863
	10	5.803
	20	6.923
Temperatura 30 C	1	1.242
	3	1.770
	5	2.068
	10	2.556
	20	3.225

Fuente: Elaboración propia.

Los resultados obtenidos con el modelo de Hwang y Witczak a las diferentes temperaturas y frecuencias empleadas para el análisis se muestran en la Figura 15, dejando ver el comportamiento del módulo.

Figura 15. Módulo dinámico Hwang y Witczak



Fuente: Elaboración propia.

4.2.3 Modelo de Witczak

Este es uno de los modelos más completos en la actualidad, debido a que es, el que más parámetros tiene en cuenta. Aquí también hay que ingresar los datos en su respectiva casilla como se ha explicado en los procesos de los modelos anteriores.

Tabla 13. Datos de entrada modelo Witczak

			1	
A	Viscosidad asfalto	n		10 ⁶ Poise
B	Frecuencia	f		Hz
C	Volumen de aire	Va		%
D	% Volumen de asfalto	Vbeff		%
E	% retenido acumu. 3/4	ρ _{3/4}		%
F	% retenido acumu. 3/8	ρ _{3/8}		%
G	% retenido acumu. No. 4	ρ ₄		%
H	% Pasa No. 200	ρ ₂₀₀		%

Fuente: Elaboración propia.

En la tabla 14 se observan los porcentajes de granulometría utilizados para la realización de las probetas que son requeridos por este modelo de predicción.

Tabla 14. Propiedades de granulometría de la mezcla

Granulometría		
Tamiz N°	Tamiz mm	%Retenido
3/4	19	0
1/2	12,5	10,4
3/8	9,5	8,2
4	4,75	20,6
10	2	26
40	0,425	16,8
80	0,18	8
200	0,075	4,2
Fondo	-	5,8

Fuente: Elaboración propia.

Como se mencionó anteriormente, la viscosidad se utiliza en el modelo de ecuaciones de predicción para describir los efectos de la temperatura y de expresar los factores de cambio. Para las carpetas sin envejecer, que es nuestro caso, la viscosidad a la temperatura de interés se puede determinar a partir de la norma ASTM D2493 relación viscosidad- temperatura, con la ecuación:

$$\log \log \eta = A + VT S \log T_R$$

Dónde:

η = viscosidad, cP.

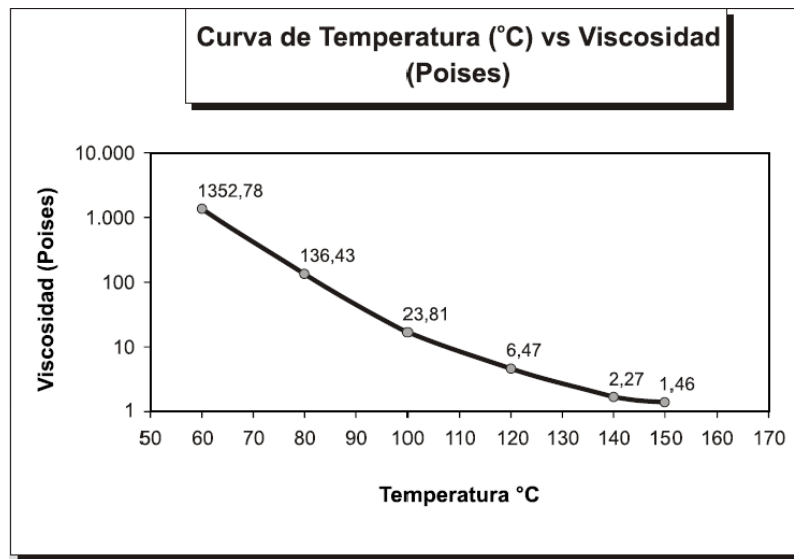
T_R = temperatura, Ranking. $T_R = 9/5 * (^{\circ}\text{C}) + 491,67$.

A = Intercepto de la regresión.

VTS = pendiente de la regresión de la susceptibilidad a la temperatura de la viscosidad.

Para el cálculo de los parámetros A y VTS utilizamos la siguiente curva de temperatura vs viscosidad.

Figura 16. Curva Temperatura Vs Viscosidad asfalto 60/70



Fuente: Manufacturas y procesos industriales Ltda.

Los datos de la curva son tabulados y posteriormente se procede a realizar la gráfica. Ver tabla 15.

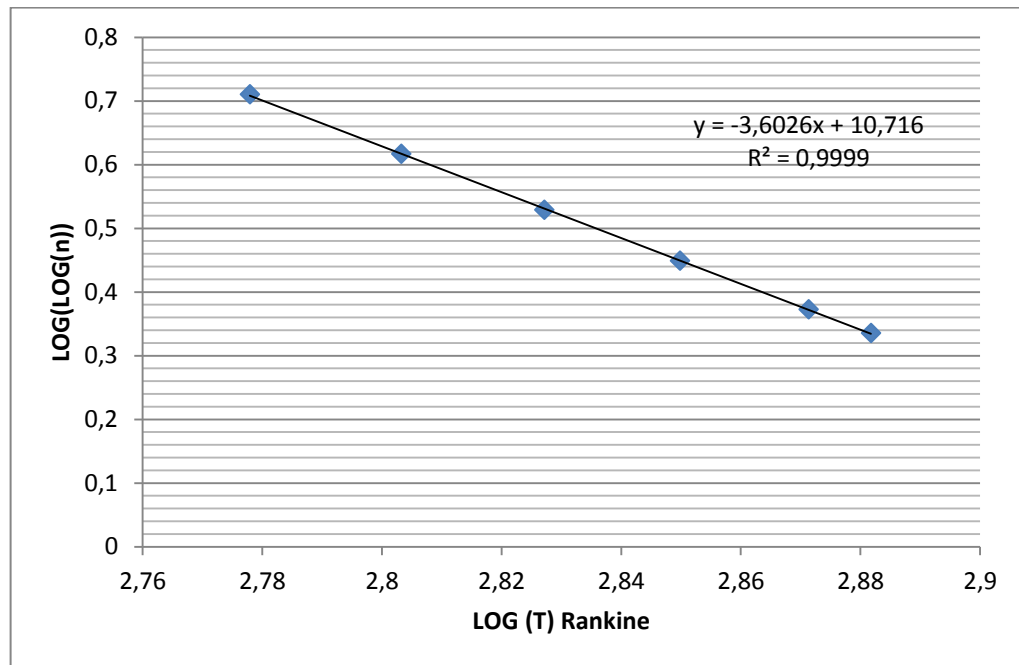
Tabla 15. Coherencias de datos para los parámetros A y VTS

Temperatura °C	Temperatura °R	Viscosidad Poise	Viscosidad CentiPoise	LOG(LOG(n))	LOG (T) Rankine
60	599.67	1352.78	135278	0.710	2.778
80	635.67	136.43	13643	0.616	2.803
100	671.67	23.81	2381	0.529	2.827
120	707.67	6.47	647	0.449	2.850
140	743.67	2.27	227	0.372	2.871
150	761.67	1.46	146	0.335	2.882

Fuente: Elaboración propia.

Los parámetros A y VTS se puede determinar mediante una regresión lineal como muestra en la Figura 17.

Figura 17. Relación Viscosidad Temperatura Asfalto 60 / 70



Fuente: Elaboración propia.

Tabla 16. Valores de los parámetros A y VTS

Intercepto de la regresión	A	10,716
Pendiente de la regresión	VTS	-3,6026

Fuente: Elaboración propia.

Después de obtener estos valores A y VTS podemos proceder a calcular la viscosidad a las temperaturas planteadas en este estudio.

Tabla 17.Viscosidades

Temperatura T (°C)	Viscosidad η (Poise)
0	2,80E+08
10	1,50E+07
20	1,26E+06
30	1,50E+05

Fuente: Elaboración propia.

Posterior a calcular las viscosidades, se procede a ingresar los resultados en la tabla 4-5 obteniendo los resultados del modelo. Tabla 18.

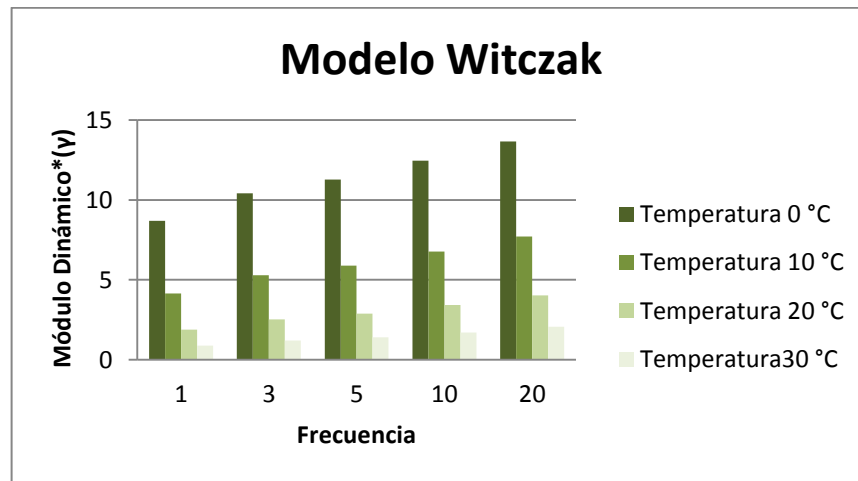
Tabla 18.Módulos Dinámicos Witczak

	Frecuencia (Hz)	Módulo Dinámico*(γ) Teórico (Gpa)
Temperatura 0 C	1	8.698
	3	10.419
	5	11.263
	10	12.443
	20	13.655
Temperatura 10 C	1	4.147
	3	5.291
	5	5.888
	10	6.762
	20	7.706
Temperatura 20 C	1	1.890
	3	2.532
	5	2.886
	10	3.426
	20	4.038
Temperatura 30 C	1	0.880
	3	1.214
	5	1.405
	10	1.707
	20	2.063

Fuente: Elaboración propia

La Figura 18, deja ver el comportamiento del módulo con los resultados obtenidos con el modelo de Witczak a las diferentes temperaturas y frecuencias empleadas para el análisis.

Figura18. Módulo dinámico Witczak



Fuente: Elaboración propia.

4.3 INCIDENCIA DE LA TEMPERATURA Y FRECUENCIA EN LOS ENSAYOS

- **Incidencia de la Temperatura en la Rigidez Compleja**

La tendencia de los módulos dinámicos al variar las condiciones del clima fue la esperada tanto para los ensayos como para los modelos de predicción ya que presento mayores valores para bajas temperaturas teniendo un comportamiento elástico y para altas condiciones térmicas la carpeta asfáltica actúa de forma viscosa presentando valores más pequeños.

- **Incidencia de la Frecuencia en la Rigidez Compleja**

El valor de la rigidez de las mezclas asfálticas se ve afectada por la frecuencia de aplicación de carga. En los resultados obtenidos de los ensayos y modelos de

predicción el modulo dinámico tiene un comportamiento lineal directamente proporcional a la frecuencia.

4.4 COMPARACIÓN DE LOS RESULTADOS ENSAYOS CON LOS MODELOS DE PREDICCIÓN.

Al momento de realizar los respectivos cálculos tanto para los modelos de predicción como para los ensayos, se elaboraron cuadros comparativos para cada uno, a continuación se explicara cada modelo de predicción.

5.4.1 Modelo Bonnaure:

Los resultados obtenidos por los ensayos son aceptables porque los valores son relativamente parecidos, pero al hacer la comparación con el modelo de predicción de Bonnaure el dato arrojado no es similar al de la prueba, por lo tanto el valor del modelo no es confiable, en la siguiente tabla 19 podemos observar como difieren estos resultados.

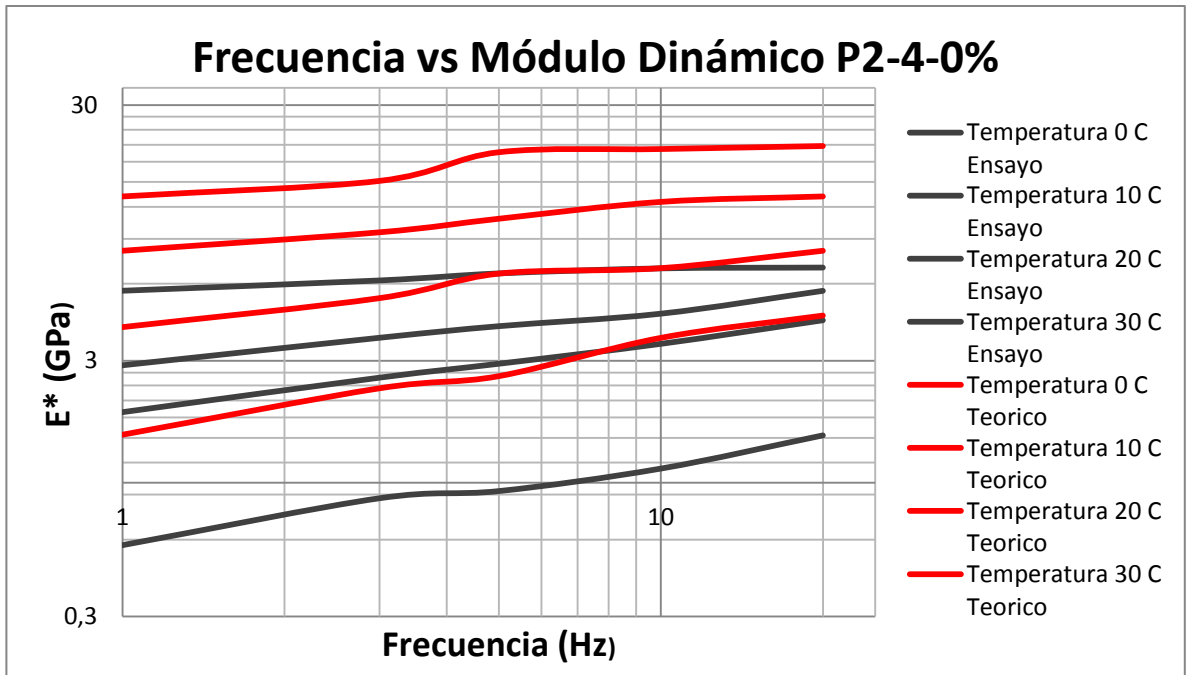
Tabla 19.Comparación del modelo Bonnaure con los ensayos

	Frecuencia (Hz)	Módulo Dinámico*(γ) Teórico (Gpa)	Módulo Dinámico*(γ) Practico P2-4-0% (Gpa)	Módulo Dinámico*(γ) Practico P2-6-0% (Gpa)
Temperatura 0 C	1	13.173	5.636	5.068
	3	15.149	6.184	5.687
	5	19.611	6.588	6.014
	10	20.184	6.893	6.537
	20	20.739	6.943	7.566
Temperatura 10 C	1	8.078	2.881	3.706
	3	9.538	3.691	4.493
	5	10.778	4.097	4.817
	10	12.542	4.585	5.492
	20	13.173	5.630	6.150
Temperatura 20 C	1	4.062	1.889	1.977
	3	5.272	2.577	2.809
	5	6.576	2.920	3.156
	10	6.907	3.494	3.713
	20	8.078	4.321	4.370
Temperatura 30 C	1	1.542	0.570	0.708
	3	2.341	0.870	0.963
	5	2.612	0.928	1.068
	10	3.688	1.137	1.297
	20	4.507	1.533	1.733

Fuente: Elaboración propia

A continuación se muestra gráficamente el comportamiento del módulo dinámico en los ensayos y el modelo de Bonnaure. Ver figura 19.

Figura 19. Frecuencia vs Módulo dinámico probeta P2-4-0%



Fuente Elaboración propia

4.4.2 Modelo Hwang y Witczak

El modelo de Hwang y Witczak se caracteriza por las propiedades del asfalto enfocado principalmente en la penetración del bitumen utilizado. La penetración para este modelo fue de 6.5 mm obteniendo como resultado un dato de modulo dinámico nada similar a los datos de los ensayos. Los resultados de este modelo se presentan en la siguiente tabla 20.

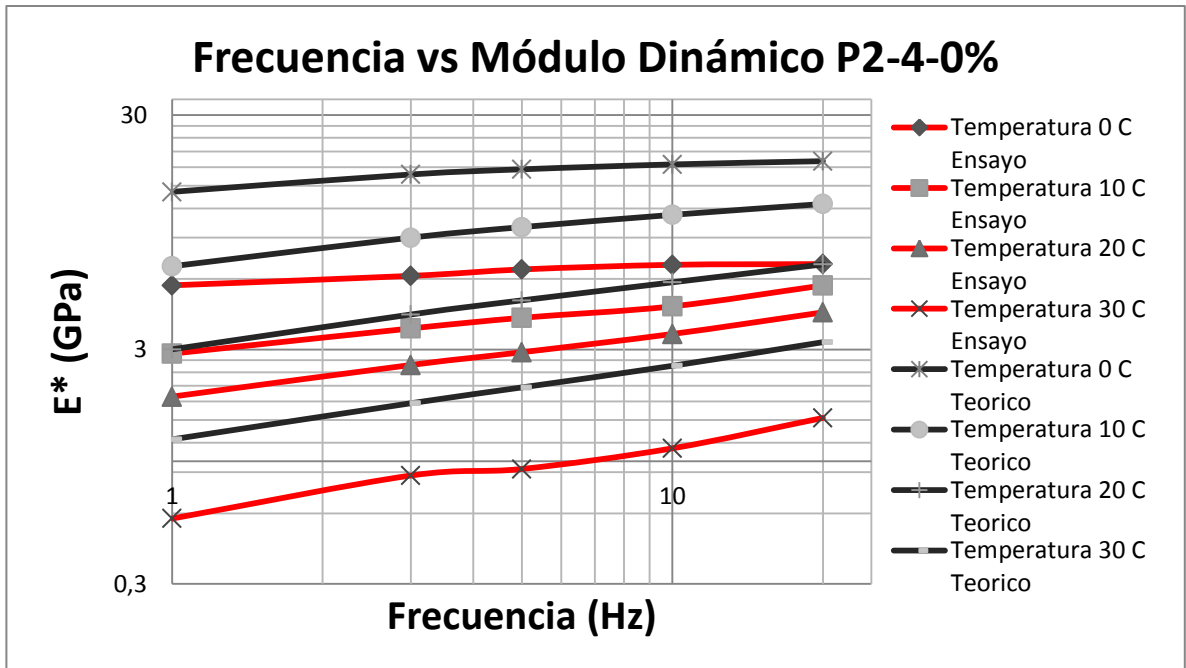
Tabla 20.Comparación del Modelo Hwang y Witczak con los ensayos

	Frecuencia (Hz)	Módulo Dinámico*(γ) Teórico (Gpa)	Módulo Dinámico*(γ) Practico P2-4-0% (Gpa)	Módulo Dinámico*(γ) Practico P2-6-0% (Gpa)
Temperatura 0 C	1	14.115	5.636	5.068
	3	16.740	6.184	5.687
	5	17.610	6.588	6.014
	10	18.480	6.893	6.537
	20	19.078	6.943	7.566
Temperatura 10 C	1	6.796	2.881	3.706
	3	9.004	3.691	4.493
	5	9.983	4.097	4.817
	10	11.261	4.585	5.492
	20	12.533	5.630	6.150
Temperatura 20 C	1	3.006	1.889	1.977
	3	4.232	2.577	2.809
	5	4.863	2.920	3.156
	10	5.803	3.494	3.713
	20	6.923	4.321	4.370
Temperatura 30 C	1	1.242	0.570	0.708
	3	1.770	0.870	0.963
	5	2.068	0.928	1.068
	10	2.556	1.137	1.297
	20	3.225	1.533	1.733

Fuente: Elaboración propia

A continuación se muestra la representación gráfica (figura 20) donde se puede apreciar el comportamiento del módulo dinámico en los ensayos y el modelo de Hwang y Witczak.

Figura 20. Frecuencia vs Módulo Dinámico probeta P2-4-0%



Fuente: Elaboración propia

4.4.3 Modelo de Witczak

Se utilizó un tercer modelo de predicción que fue el más acertado, al realizar la comparación con los ensayos podemos observar que los datos obtenidos por el modelo son cercanos, mostrando estos una gran similitud a una temperatura de 20°C, en la tabla 21 se pueden apreciar.

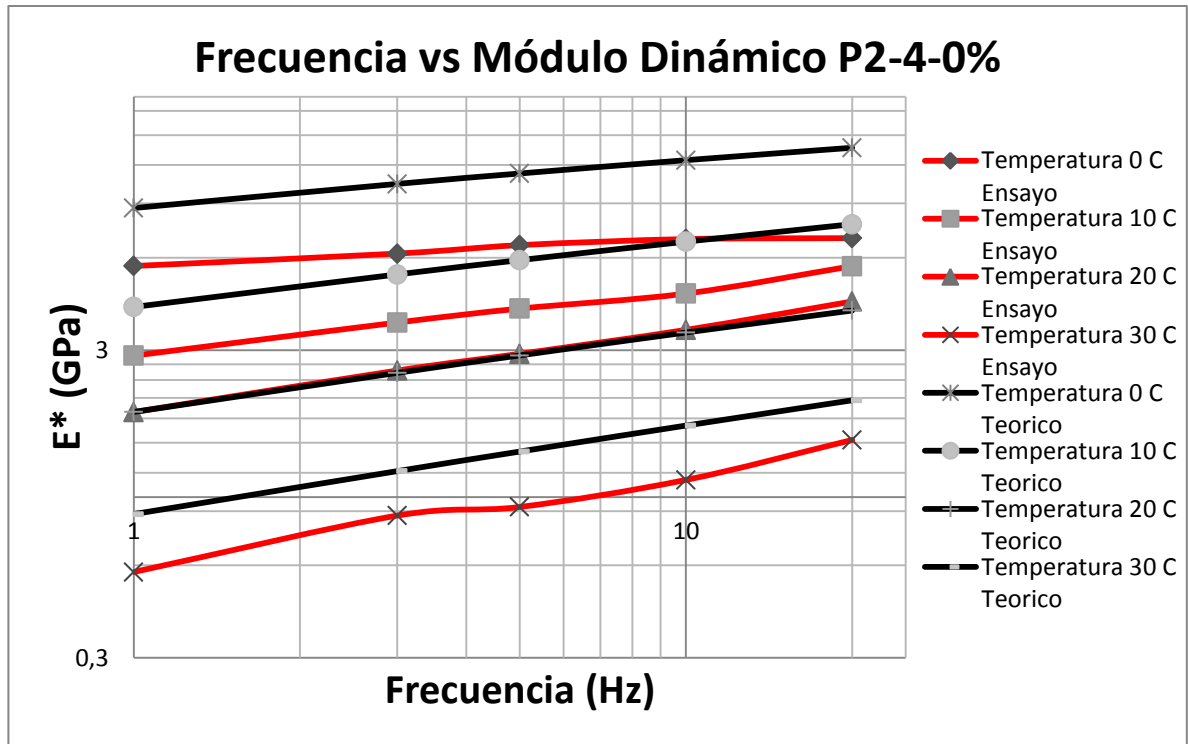
Tabla 21.Comparación del Módulo dinámico Witczak con los ensayos

	Frecuencia (Hz)	Módulo Dinámico*(γ) Teórico (Gpa)	Módulo Dinámico*(γ) Practico P2-4-0% (Gpa)	Módulo Dinámico*(γ) Practico P2-6-0% (Gpa)
Temperatura 0 C	1	8.698	5.636	5.068
	3	10.419	6.184	5.687
	5	11.263	6.588	6.014
	10	12.443	6.893	6.537
	20	13.655	6.943	7.566
Temperatura 10 C	1	4.147	2.881	3.706
	3	5.291	3.691	4.493
	5	5.888	4.097	4.817
	10	6.762	4.585	5.492
	20	7.706	5.630	6.150
Temperatura 20 C	1	1.890	1.889	1.977
	3	2.532	2.577	2.809
	5	2.886	2.920	3.156
	10	3.426	3.494	3.713
	20	4.038	4.321	4.370
Temperatura 30 C	1	0.880	0.570	0.708
	3	1.214	0.870	0.963
	5	1.405	0.928	1.068
	10	1.707	1.137	1.297
	20	2.063	1.533	1.733

Fuente: Elaboración propia

En el siguiente diagrama nos muestra el comportamiento del módulo dinámico en los ensayos y el modelo de Witczak.

Figura21.Frecuencia vs Módulo Dinámico P2-4-0%



Fuente: Elaboración propia

4.5 AJUSTE DE MODELOS

Teniendo en cuenta los resultados de los ensayos y de los modelos de predicción, se observó diferencia entre los valores. Se vio la necesidad de verificar los parámetros que se tuvieron en cuenta en los modelos para determinar factores de ajuste en los mismos.

Lo primero que se hizo para encontrar los factores de ajuste fue variar las propiedades del asfalto, por ejemplo en el modelo de Hwang y Witczak se optó por variar la penetración y la viscosidad, pero al ver que se necesita un valor de penetración demasiado alto para poder acercar el valor del modelo a el de los

ensayos se descartó esta posibilidad, porque no se consideran asfaltos de esta categoría para pavimentos.

El modelo de Bonnaure también fue difícil de ajustar con los parámetros del asfalto, en este caso variamos la temperatura del punto de ablandamiento obteniendo la mejor aproximación con 42,2 °C, esta se sale del rango de temperaturas de un asfalto 60/70 que es entre 45°C y 55°C, también arrojó porcentajes de error muy altos, por lo cual se rechaza esta opción. En la tabla que se muestra a continuación se pueden apreciar los resultados.

Tabla 22. Resultados de ajuste con la Temperatura de Punto de Ablandamiento

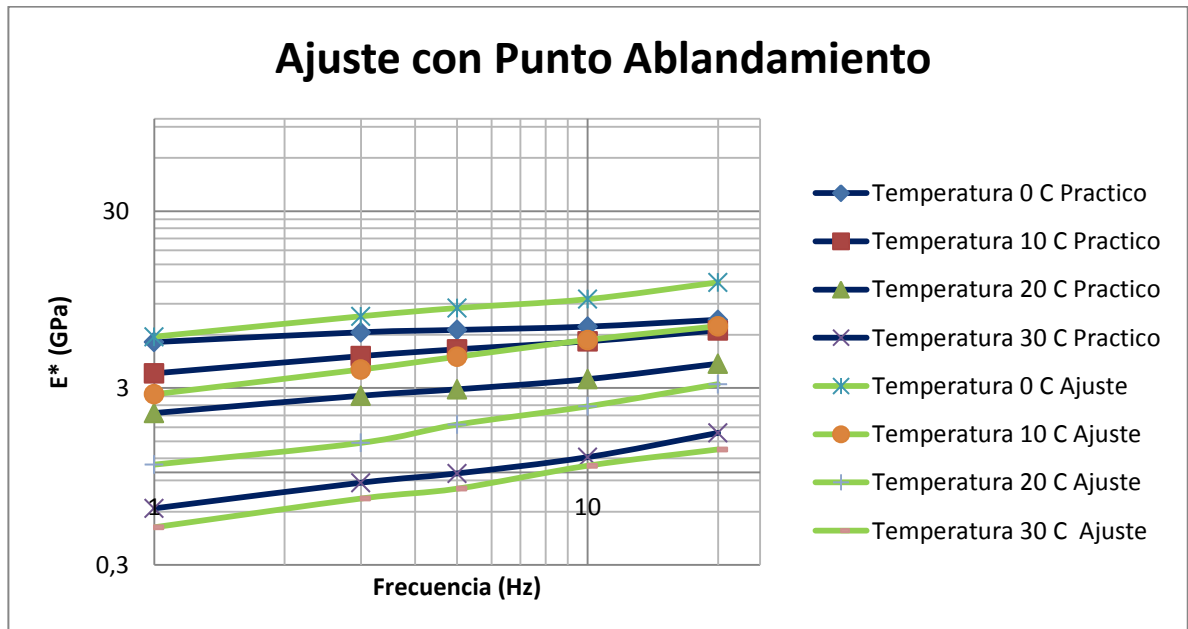
	Frecuencia (Hz)	Módulo Dinámico*(γ) Teórico (Gpa)	Módulo Dinámico*(γ) Practico P2-4-0% (Gpa)	Ajuste T800=42,2°C (Gpa)	% Error
Temperatura 0 C	1	13.173	5.636	5.849	3.658
	3	15.149	6.184	7.634	19.002
	5	19.611	6.588	8.496	22.454
	10	20.184	6.893	9.538	27.731
	20	20.739	6.943	11.872	41.516
Temperatura 10 C	1	8.078	2.881	2.764	4.218
	3	9.538	3.691	3.817	3.324
	5	10.778	4.097	4.507	9.107
	10	12.542	4.585	5.610	18.275
	20	13.173	5.630	6.710	16.100
Temperatura 20 C	1	4.062	1.889	1.106	70.733
	3	5.272	2.577	1.468	75.487
	5	6.574	2.920	1.863	56.771
	10	6.907	3.494	2.363	47.867
	20	8.079	4.321	3.155	36.948
Tempera tura 30 C	1	1.542	0.570	0.489	16.595
	3	2.341	0.870	0.712	22.279
	5	2.612	0.928	0.809	14.768

	Frecuencia	Módulo Dinámico*(γ)	Módulo Dinámico*(γ)	Ajuste T800=42,2°C (Gpa)	% Error
	(Hz)	Teórico (Gpa)	Practico P2-4-0% (Gpa)		
	10	3.688	1.137	1.09	4.237
	20	4.507	1.533	1.349	13.628

Fuente: Elaboración propia

En la Figura 22 se observa el ajuste realizado con la temperatura de punto de ablandamiento mostrando los datos prácticos y ajustes respectivos para las temperaturas y frecuencias ensayadas.

Figura 22. Ajuste con la Temperatura de Punto de Ablandamiento



Fuente: Elaboración propia.

Por último se calcularon unos coeficientes para mejorar la aproximación y se obtuvo un factor de ajuste (Fa) para cada uno de los resultados obtenidos.

El factor de ajuste (Fa) que se muestra en la tabla 23 se obtuvo de la siguiente manera:

$$Fa = \frac{\text{Modulo dinamico practico}}{\text{Modulo dinamico teorico}}$$

Ecuación 7. Formula de ajuste (Fa)

Tabla 23. Factores de ajuste

	Frecuencia (Hz)	Módulo Dinámico*(γ) Teórico (Gpa)	Módulo Dinámico*(γ) Practico P2-4-0% (Gpa)	% Error	Fa
Temperatura 0 C	1	8,698	5,355	35,21	0,65
	3	10,419	6,184	40,65	0,59
	5	11,263	6,588	41,51	0,58
	10	12,443	6,893	44,60	0,55
	20	13,655	6,943	49,15	0,51
Temperatura 10 C	1	4,147	2,881	30,53	0,69
	3	5,291	3,691	30,25	0,70
	5	5,888	4,097	30,42	0,70
	10	6,762	4,585	32,19	0,68
	20	7,706	5,630	26,94	0,73
Temperatura 20 C	1	1,890	1,889	0,05	1,00
	3	2,532	2,577	1,77	1,02
	5	2,886	2,920	1,20	1,01
	10	3,426	3,494	2,01	1,02
	20	4,038	4,321	7,01	1,07
Temperatura 30 C	1	0,880	0,570	35,17	0,65
	3	1,214	0,870	28,31	0,72
	5	1,405	0,928	33,95	0,66
	10	1,707	1,137	33,41	0,67
	20	2,063	1,533	25,70	0,74

Fuente: Elaboración propia.

Los resultados teóricos y prácticos para cada temperatura difieren en diferentes proporciones, se buscó factores de aproximación para que los resultados obtenidos estuvieran en un rango de confiabilidad.

Con los valores de Fa obtenidos en la tabla 23, se calculó un factor para cada temperatura, obteniendo un valor más general y aplicando este para calcular el valor ajustado. Ver tabla 24.

Tabla 24. Resultados de ajuste Modelo de Witczak

Fa	Fa por temperatura P2-4-0%	Módulo Dinámico*(γ) Teórico ajustado (Gpa)	Módulo Dinámico*(γ) Practico P2-4-0% (Gpa)	% Error
0,65	0,58	5,03	5,36	7,76
0,59		6,02	6,18	3,88
0,58		6,51	6,59	2,39
0,55		7,19	6,89	3,03
0,51		7,89	6,94	11,00
0,69	0,70	2,90	2,88	0,66
0,70		3,70	3,69	0,26
0,70		4,12	4,10	0,50
0,68		4,73	4,59	3,04
0,73		5,39	5,63	4,46
1,00	1,02	1,93	1,89	2,38
1,02		2,59	2,58	0,61
1,01		2,95	2,92	1,16
1,02		3,51	3,49	0,37
1,07		4,13	4,32	4,52
0,65	0,69	0,60	0,57	5,62
0,72		0,83	0,87	4,36
0,66		0,97	0,93	3,85
0,67		1,17	1,14	3,06
0,74		1,42	1,53	8,17

Fuente: Elaboración propia.

El factor Fa aplicado difiere dependiendo de la temperatura, para las temperaturas de 0°C, 10 °C y de 30°C presenta factores de corrección entre 0.58 y 0.7, estos son muy altos por que superan el rango de error del 20 %; sin embargo se observa

que en la temperatura de 20°C el factor es 1.02, el porcentaje de error (2%) es confiable y se puede trabajar con cualquiera de los módulos.

Para una temperatura de 0°C el porcentaje promedio de la diferencia entre estos dos valores es 43%, al ver esta dispersión se calcula un factor que ayuda a reducir la divergencia pasando está a un rango entre 2 - 10 % el cual se considera confiable.

El porcentaje promedio de la diferencia para una temperatura de 10°C fue un poco menor que la de 0°C presentando un valor del 30%, por esta razón arrojo menores porcentajes de error al momento de realizar los respectivos ajustes, estando estos por debajo del 5%.

El modelo predijo valores muy cercanos a los medidos en temperaturas de 20°C, ya que los resultados muestran un bajo margen de error, el cual fue inferior al 5%.

La temperatura de 30°C presentó diferencia del orden de 31%, similares a la de 10°C, después de utilizar el factor de ajuste se alcanza a reducir la discrepancia del error a un 8% máximo.

En la tabla 25 se encuentran los factores de ajuste por temperatura correspondiente al modelo de Witczak. Estos valores se obtuvieron del promedio de los ajustes por temperatura de las probetas P2-4-0% y P2-6-0%. Este procedimiento se realizó para todos los modelos. En el anexo C podemos encontrar los respectivos valores de ajuste para cada modelo.

Tabla 25. Factores de ajuste por temperatura para Witczak

Factores de Ajuste por temperatura	
Temperatura 0 C	0.559847637
Temperatura 10 C	0.766821016
Temperatura 20 C	1.053461283
Temperatura 30 C	0.7393336

Fuente: Elaboración propia

Para corroborar la confiabilidad de los datos de la tabla 25 se comparan los resultados de los ensayos de la muestra P3-5-0% que no se tuvo en cuenta para el cálculo de los factores, con los valores del modelo Witczak ajustados. A continuación se muestra la tabla 26.

Tabla 26. Comprobación de los factores de ajuste Modelo de Witczak

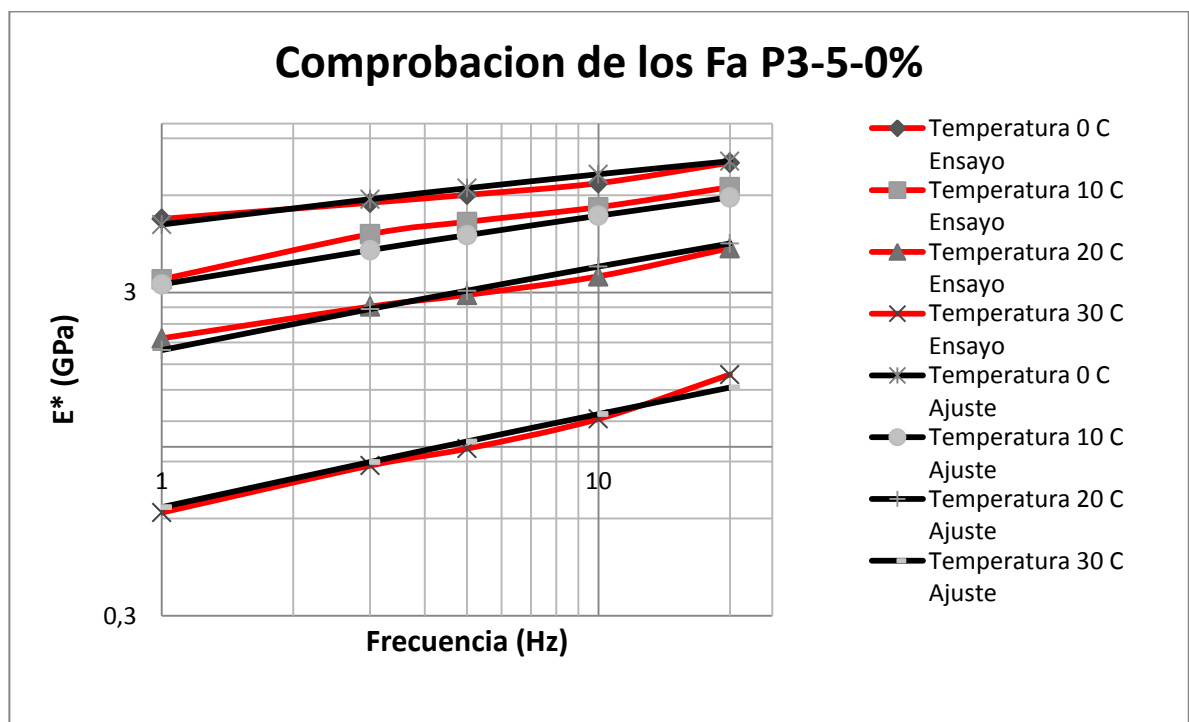
	Frecuencia (Hz)	Módulo Dinámico*(γ) Teórico (Gpa)	Módulo Dinámico*(γ) Practico P3-5- 0% (Gpa)	Módulo Dinámico*(γ) Ajuste (Gpa)	% Error
Temperatura 0 C	1	8.698	5.455	4.869	12.015
	3	10.419	6.199	5.833	6.265
	5	11.263	6.391	6.305	1.364
	10	12.443	6.672	6.966	4.217
	20	13.655	7.294	7.645	4.583
Temperatura 10 C	1	4.147	3.294	3.180	3.596
	3	5.291	4.545	4.057	12.018
	5	5.888	4.963	4.515	9.933
	10	6.762	5.510	5.185	6.270
	20	7.706	6.355	5.909	7.534
Temperatura 20 C	1	1.890	2.165	1.991	8.753
	3	2.532	2.714	2.668	1.725
	5	2.886	2.949	3.040	3.000
	10	3.426	3.367	3.609	6.699
	20	4.038	4.117	4.254	3.224
rat ur	1	0.880	0.626	0.651	3.797

Frecuencia (Hz)	Módulo Dinámico*(γ) Teórico (Gpa)	Módulo Dinámico*(γ) Practico P3-5-0% (Gpa)	Módulo Dinámico*(γ) Ajuste (Gpa)	% Error
3	1.214	0.875	0.897	2.536
5	1.405	0.987	1.0388	4.994
10	1.706	1.219	1.262	3.371
20	2.0628	1.673	1.525	9.674

Fuente: Elaboración propia

Al utilizar los factores de ajuste el margen de error disminuye. En la Figura 23 se puede apreciar la comparación entre los valores del modelo ajustado de Witczak y el resultado de los ensayos y se acomodan bastante bien.

Figura 23. Comprobación de los Fa P3-5-0%



Fuente: Elaboración propia

5. CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES

- Con base en los resultados del estudio, se proponen unos modelos de predicción de módulos de las mezclas asfálticas ajustados. Se calcularon factores de ajuste para cada uno de los modelos planteados en este trabajo, variando estos dependiendo de la temperatura.
- Los modelos de predicción propuestos por “Bonnaure”, “Hwang y Witczak” y “Witczak” conducen a valores de módulo dinámico superiores a los valores medidos en laboratorio. Mientras que con el modelo de Bonnaure el error promedio supera el 50 %, el de modelo de Hwang y Witczak superiores al 38 % y el modelo de Witczak fue el que presento errores más bajos, pero aun así no lo hace suficientemente confiable.
- Los ensayos nos permitieron observar la tendencia visco-elástico del bitumen al ser expuesto a diferentes cargas y temperaturas, en presencia de condiciones térmicas bajas el material tiene un comportamiento elástico y en presencia de calor es viscoso.
- Los factores de ajuste deben ser verificados con un mayor número de mezclas para determinar la confiabilidad de los factores de ajuste establecidos.
- Las muestras de la confirmación de la investigación, debe incluir variación en:
 - ✓ Tipo de asfalto.
 - ✓ Fuentes de agregados.
 - ✓ Porcentajes de vacíos.
 - ✓ Granulometría.
 - ✓ Contenido de ligante.

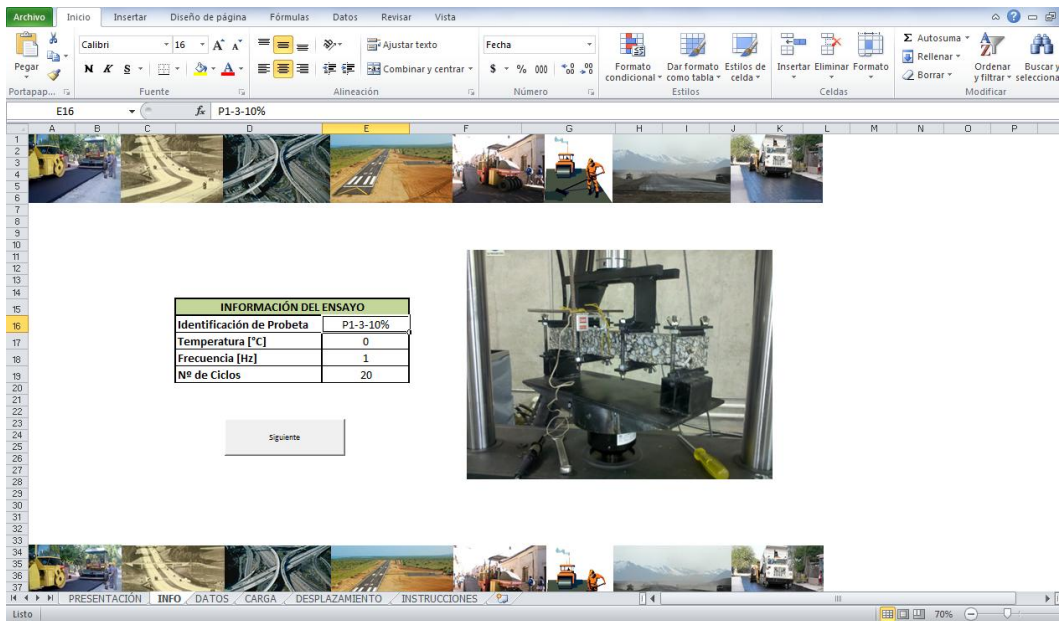
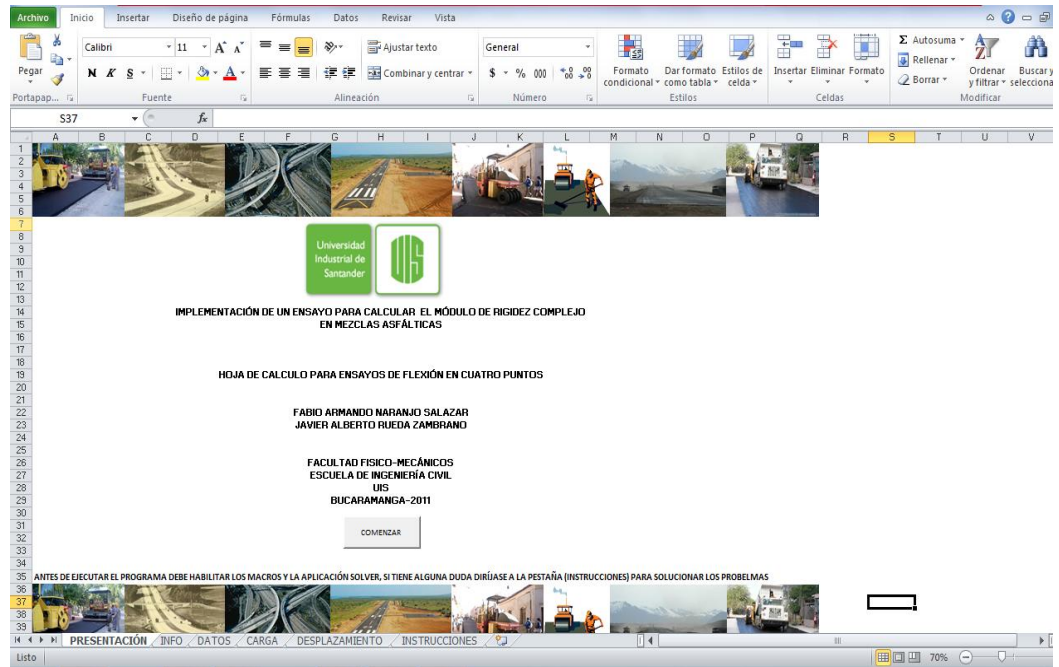
BIBLIOGRAFÍA

- AASHTO. (2002). Standard Specification for transportation materials and methods of sampling and testing. *American Association of State Highway and Transportation Officials*. EEUU.
- CEN. (2005). Module Complexe NF-EN 12697-21. *COMITÉ EUROPÉEN DE NORMALISATION*. Bruxelles, Belgica.
- Di Benedetto, H. (1990). Nouvelle approche du comportement des enrobés bitumineux. Proceedings of the Fourth International RILEM. Budapest.
- Dussan, E., & Falutero, F. (2005). AUTOMATIZACIÓN DE ENSAYOS DINÁMICOS DEL LABORATORIO. Tesis Javeriana. Bogota, Colombia.
- H. Di Benedetto, M. N. (Marzo de 2001). Stiffness testing for bituminous mixtures. RILEM TC 182-PEB.
- Dimírci, C. (2010). EVALUATION OF RESILIENT MODULUS ESTIMATION METHODS FOR ASPHALT MIXTURES BASED ON LABORATORY MEASUREMENTS. MIDDLE EAST TECHNICAL UNIVERSITY. Turquía.
- INVIAS. (2007). I.N.V. E-754 Módulo Dinámico en Mezclas Asfálticas. INVIAS. Colombia.
- INVIAS. (2007). 450-07 Mezclas Asfálticas en Caliente. Especificaciones de Diseño. Colombia.
- OLARD, F. (Octubre de 2003). COMPORTEMENT THERMOMÉCANIQUE DES ENROBÉS BITUMINEUX. ECOLE DOCTORALE DES SCIENCES POUR L'INGENIEUR DE LYON. Lyon, Francia: L'INSTITUT NATIONAL DES SCIENCES APPLIQUÉES DE LYON.
- Rueda, E. (2010). ANÁLISIS COMPARATIVO DEL ESFUERZO DE TRACCIÓN EN VIGAS DE CONCRETO ASFALTICO SOMETIDAS A FLEXIÓN. Tesis UIS. Bucaramanga, Colombia.
- Naranjo, F., & Rueda, J. (2011). IMPLEMENTACIÓN DE UN ENSAYO PARA MEDIR EL MÓDULO DE RIGIDEZ COMPLEJO EN MEZCLAS ASFÁLTICAS. Tesis Uis. Bucaramanga, Colombia.

Garcia, G., & Thompson, M. (2007). HMA DYNAMIC MODULUS PREDICTIVE MODELS – A REVIEW. University of Illinois, EEUU.

ANEXOS

Anexo A – Calculo del módulo dinámico mediante el programa PCMRC-VIGAS de Rueda & Naranjo.



Archivo Inicio Insertar Diseño de página Fórmulas Datos Revisar Vista

Calibri 11 Fuente Ajustar texto General

Universidad Industrial de Santander

Módulo de Rigidez Complejo en Viga de Concreto Asfáltico

Proyecto de Grado
Implementación de Un Ensayo para Medir
El Módulo de Rigidez Complejo en Mezclas Asfálticas

INFORMACIÓN DEL ENSAYO

Identificación de Probeta	P1-3-10%
Temperatura [°C]	0
Frecuencia [Hz]	1
Frecuencia (w) [rad]	6.283
Nº de Ciclos	20.000

DIMENSIONES DE LA VIGA

Longitud entre Caras [mm]	380
Longitud entre Apoyos [mm]	360
Base (b) [mm]	50.000
Altura (h) [mm]	60.000
D. Aplicación de la C. (l) [mm]	120

INICIO

Tiempo	Fuerza Axial	Deformación LVDI	Extensómetro	Error LVDI-EXTEH	
[Seg]	[kN]	[mm]	[mm]	[%]	
1	23.79395	-0.23672557	-0.050150696	-0.059763579	16%
2	23.80371	-0.22925356	-0.051215824	-0.054195892	5%
3	23.81348	-0.23073581	-0.051471986	-0.06177035	17%
4	23.82324	-0.22503898	-0.051030807	-0.055342622	8%
5	23.83301	-0.21855067	-0.050207656	-0.059155744	15%
6	23.84277	-0.21087827	-0.050204949	-0.05999222	10%
7	23.85254	-0.20825745	-0.048904344	-0.055824347	12%
8	23.86231	-0.19847344	-0.04797757	-0.056137022	15%
9	23.87207	-0.185233	-0.046767537	-0.054150272	14%
10	23.88184	-0.17979625	-0.044289894	-0.052048769	15%
11	23.8916	-0.16603009	-0.043348931	-0.053079132	18%
12	23.90137	-0.15464662	-0.042254455	-0.047496181	11%
13	23.91113	-0.14793685	-0.040600833	-0.052980721	23%
14	23.9209	-0.13284269	-0.038740575	-0.042829745	10%
15	23.93066	-0.11582362	-0.036139227	-0.047518086	24%

MÓDULO DINÁMICO Y ÁNGULO DE DESFASE				
	E (Gpa)	rad	φ (°)	φ (°)
ciclo1	4.357	-9.132	-523.216	16.784
ciclo2	4.341	-2.851	-163.339	16.661
ciclo3	4.338	3.436	196.890	16.890
ciclo4	4.348	-2.848	-163.170	16.830
ciclo5	4.345	-9.134	-523.313	16.687

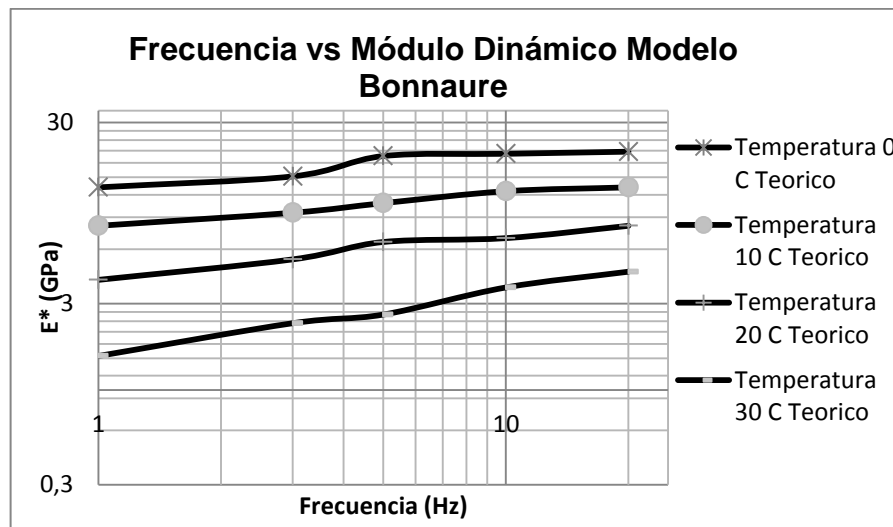
LISTO

	Frecuencia (Hz)	Módulo Dinámico*(γ) Practico P2-4-0% (Gpa)	Módulo Dinámico*(γ) Practico P2-6-0% (Gpa)	Módulo Dinámico*(γ) Practico P3-5-0% (Gpa)
Temperatura 0 C	1	5,635500466	5,067534903	5,354558702
	3	6,183675178	5,687489221	6,198721135
	5	6,588171934	6,013751651	6,391470154
	10	6,893170999	6,537489279	6,672319472
	20	6,943406135	7,566063907	7,294375041
Temperatura 10 C	1	2,880811537	3,706150711	3,29414906
	3	3,690588582	4,492798109	4,447961062
	5	4,09686972	4,817418634	4,963198668
	10	4,585069578	5,491956241	5,509966378
	20	5,629979745	6,15045323	6,354716506
Temperatura 20 C	1	1,888853627	1,976821614	2,165149287
	3	2,576940228	2,809320595	2,713541871
	5	2,920460557	3,155726298	2,948774168
	10	3,494488923	3,712805461	3,366976188
	20	4,32108822	4,370250952	4,116689343
Temperatura 30 C	1	0,570462975	0,708378436	0,625832669
	3	0,870168345	0,962790271	0,874601621
	5	0,928072256	1,068206191	0,98690304
	10	1,136619939	1,297305499	1,219405362
	20	1,532728935	1,73256569	1,672604914

Anexo B – Modelos de Predicción

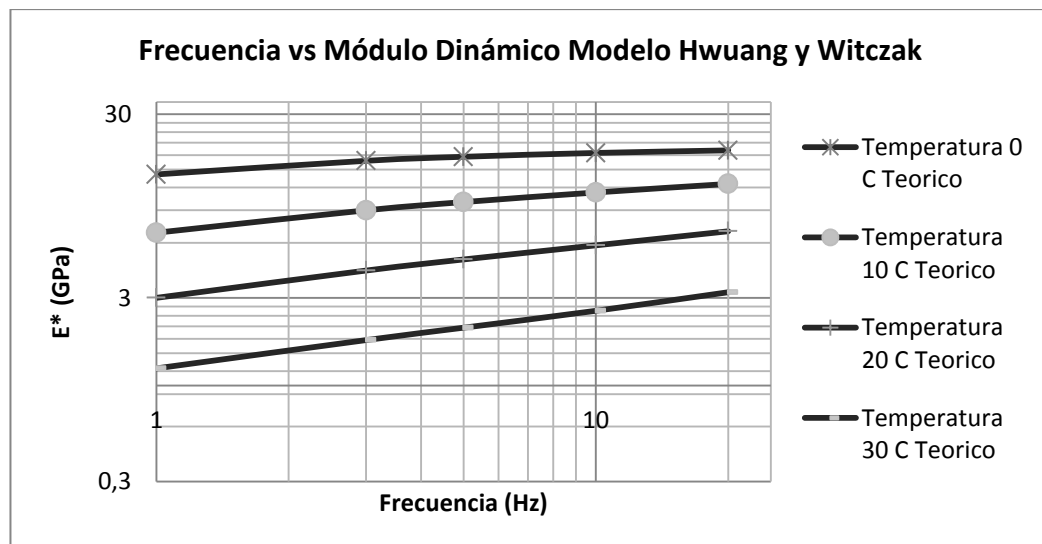
Modelo Bonnaure:

	Frecuencia (Hz)	Módulo Dinámico*(γ) Teórico (Gpa)
Temperatura 0 C	1	13,17253247
	3	15,14858638
	5	19,61073112
	10	20,18410339
	20	20,73937407
Temperatura 10 C	1	8,078289233
	3	9,538165209
	5	10,77789255
	10	12,54173931
	20	13,17253247
Temperatura 20 C	1	4,062416726
	3	5,27204628
	5	6,575804533
	10	6,906537964
	20	8,078289233
Temperatura 30 C	1	1,542308174
	3	2,341126591
	5	2,612296128
	10	3,687948018
	20	4,50733896



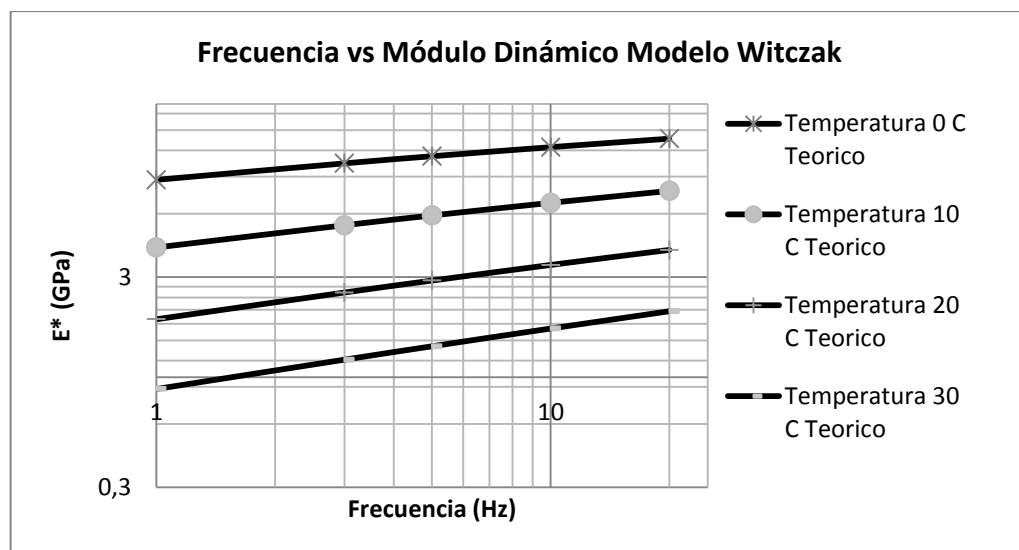
Modelo Hwang y Witczak:

	Frecuencia (Hz)	Módulo Dinámico*(γ) Teórico (Gpa)
Temperatura 0 C	1	14,1152509
	3	16,74046966
	5	17,6095233
	10	18,47998905
	20	19,07764324
Temperatura 10 C	1	6,796429429
	3	9,004116365
	5	9,982861916
	10	11,26056432
	20	12,53260563
Temperatura 20 C	1	3,005647277
	3	4,232025328
	5	4,862612207
	10	5,803497064
	20	6,922936757
Temperatura 30 C	1	1,241648524
	3	1,770225533
	5	2,067723549
	10	2,555942685
	20	3,224636802



Modelo Witczak:

	Frecuencia (Hz)	Módulo Dinámico*(γ) Teórico (Gpa)
Temperatura 0 C	1	8,697862851
	3	10,419335944
	5	11,262868205
	10	12,442861686
	20	13,655056646
Temperatura 10 C	1	4,146741244
	3	5,290928005
	5	5,887616583
	10	6,761529619
	20	7,706484290
Temperatura 20 C	1	1,889855492
	3	2,532162037
	5	2,885711459
	10	3,425590563
	20	4,037941266
Temperatura 30 C	1	0,879889787
	3	1,213739352
	5	1,405028308
	10	1,706860400
	20	2,062759707



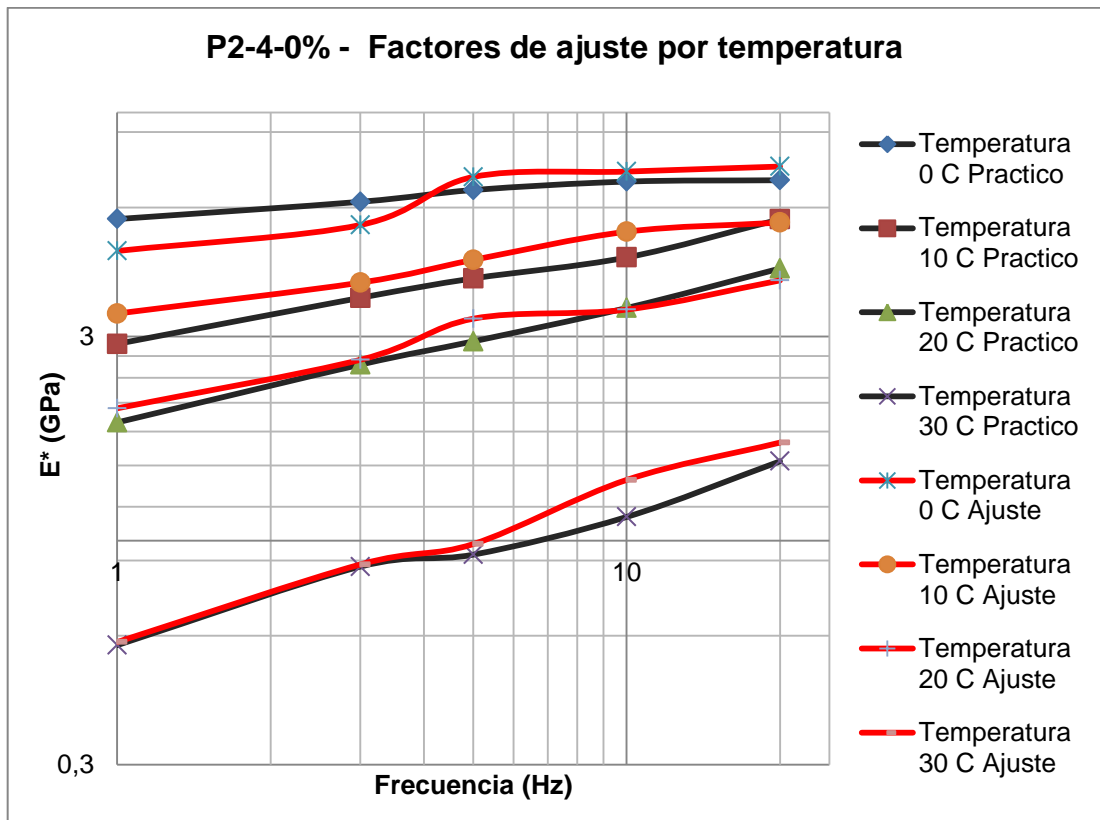
Anexo C – Factores de ajuste

Modelo de Bonnaure:

Factores de Ajuste por temperatura	
Temperatura 0 C	0.36037962
Temperatura 10 C	0.41982403
Temperatura 20 C	0.50166915
Temperatura 30 C	0.37607047

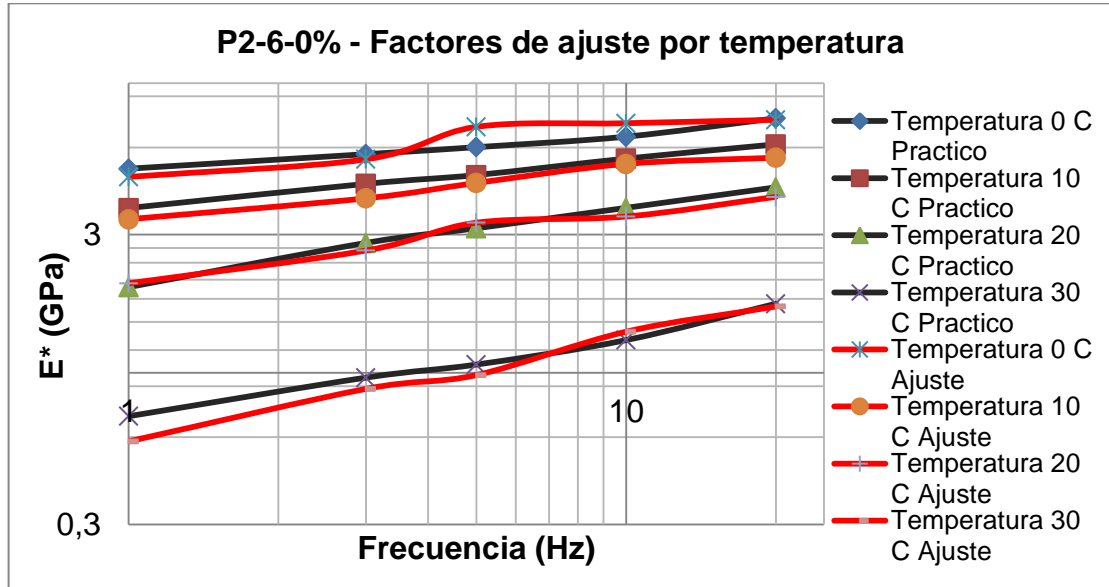
	Frecuencia (Hz)	Módulo Dinámico*(γ) Teórico (Gpa)	Fa por temperatura	Ajuste Modulo Dinámico *(γ) Teórico (Gpa)	Módulo Dinámico*(γ) Practico P2-4-0% (Gpa)	% Error
Temperatura 0 C	1	13.17253247	0.360379622	4.747112269	5.635500466	14.7142866
	3	15.14858638		5.459241831	6.183675178	13.2698527
	5	19.61073112		7.067307866	6.588171934	6.7796103
	10	20.18410339		7.273939546	6.893170999	5.23469496
	20	20.73937407		7.474047786	6.943406135	7.09978938
Temperatura 10 C	1	8.078289233	0.419824035	3.39145998	2.880811537	15.0568913
	3	9.538165209		4.004351003	3.690588582	7.83553739
	5	10.77789255		4.524818337	4.09686972	9.4578077
	10	12.54173931		5.265323601	4.585069578	12.9195103
	20	13.17253247		5.530145728	5.629979745	1.8052692
Temperatura 20 C	1	4.062416726	0.501669154	2.037989161	1.888853627	7.3177786
	3	5.27204628		2.644822996	2.576940228	2.56662802
	5	6.575804533		3.298878296	2.920460557	11.4711034
	10	6.906537964		3.464797056	3.494488923	0.85695833
	20	8.078289233		4.052628524	4.32108822	6.62433517
Temperatura 30 C	1	1.542308174	0.376070473	0.580016564	0.570462975	1.64712355
	3	2.341126591		0.880428584	0.870168345	1.16536864
	5	2.612296128		0.98240744	0.928072256	5.53081967
	10	3.687948018		1.386928355	1.136619939	14.0476817
	20	4.50733896		1.695077094	1.532728935	9.57762685

P2-4-0% - Factores de ajuste por temperatura



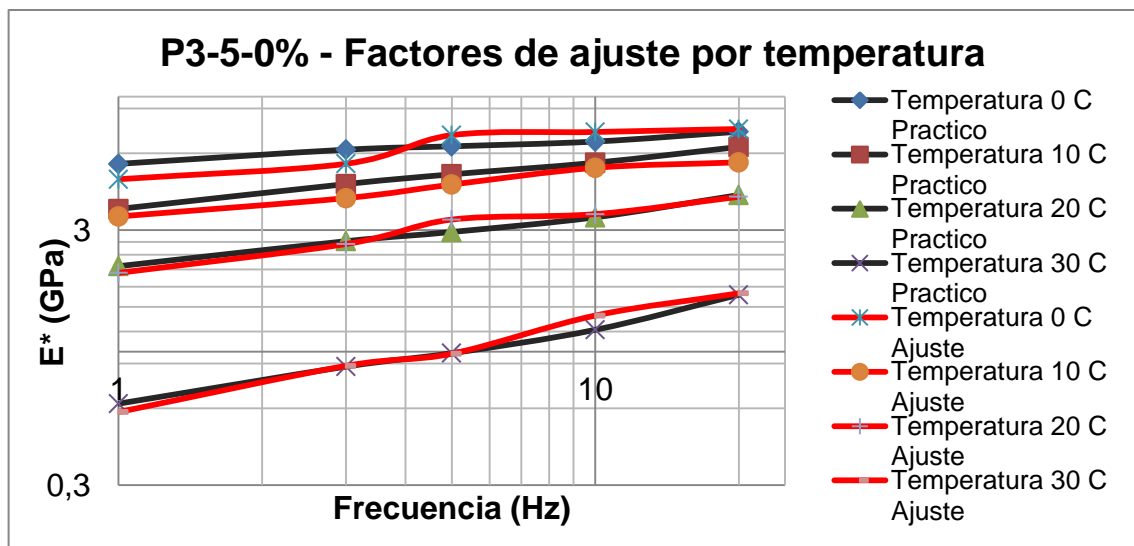
	Frecuencia (Hz)	Módulo Dinámico*(γ) Teórico (Gpa)	Fa por temperatura	Ajuste Modulo Dinámico *(γ) Teórico (Gpa)	Módulo Dinámico*(γ) Practico P2-6-0% (Gpa)	% Error
Temperatura 0 C	1	13.17253247	0.360379622	4.747112269	5.067534903	6.74984319
	3	15.14858638		5.459241831	5.687489221	4.18093569
	5	19.61073112		7.067307866	6.013751651	14.9074617
	10	20.18410339		7.273939546	6.537489279	10.1245035
	20	20.73937407		7.474047786	7.566063907	1.23114173
Temperatura 10 C	1	8.078289233	0.419824035	3.39145998	3.706150711	9.27891626
	3	9.538165209		4.004351003	4.492798109	12.1979094
	5	10.77789255		4.524818337	4.817418634	6.46656451
	10	12.54173931		5.265323601	5.491956241	4.30424903
	20	13.17253247		5.530145728	6.15045323	11.2168383
Temperatura 20 C	1	4.062416726	0.501669154	2.037989161	1.976821614	3.00136767
	3	5.27204628		2.644822996	2.809320595	6.2196071
	5	6.575804533		3.298878296	3.155726298	4.33941433
	10	6.906537964		3.464797056	3.712805461	7.15794895

	20	8.078289233		4.052628524	4.370250952	7.83744244
Temperatura 30 C	1	1.542308174	0.376070473	0.580016564	0.708378436	22.1307251
	3	2.341126591		0.880428584	0.962790271	9.3547266
	5	2.612296128		0.98240744	1.068206191	8.73352005
	10	3.687948018		1.386928355	1.297305499	6.46196723
	20	4.50733896		1.695077094	1.73256569	2.21161597



	Frecuencia (Hz)	Módulo Dinámico*(γ) Teórico (Gpa)	Fa por temperatura	Ajuste Modulo Dinámico *(γ) Teórico (Gpa)	Módulo Dinámico*(γ) Practico P3-5-0% (Gpa)	% Error
Temperatura 0 C	1	13.17253247	0.360379622	4.747112269	5.454558702	14.9026691
	3	15.14858638		5.459241831	6.198721135	13.5454579
	5	19.61073112		7.067307866	6.391470154	9.56287351
	10	20.18410339		7.273939546	6.672319472	8.27089736
	20	20.73937407		7.474047786	7.294375041	2.403955
Temperatura 10 C	1	8.078289233	0.419824035	3.39145998	3.629414906	7.01629763
	3	9.538165209		4.004351003	4.544796106	13.4964468
	5	10.77789255		4.524818337	4.963198668	9.68835208
	10	12.54173931		5.265323601	5.509966378	4.64630088
	20	13.17253247		5.530145728	6.354716506	14.9104711
Temperatura 20 C	1	4.062416726	0.501669154	2.037989161	2.165149287	6.2394898
	3	5.27204628		2.644822996	2.713541871	2.59824098
	5	6.575804533		3.298878296	2.948774168	10.6128234

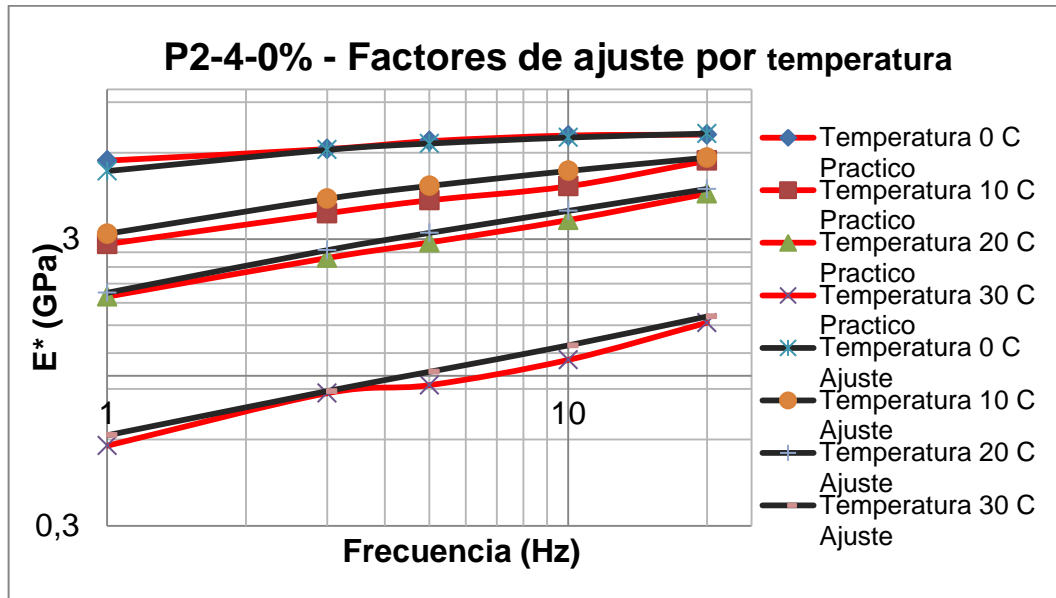
	10	6.906537964		3.464797056	3.366976188	2.82327844
	20	8.078289233		4.052628524	4.116689343	1.58072272
Temperatura 30 C	1	1.542308174	0.376070473	0.580016564	0.625832669	7.89910276
	3	2.341126591		0.880428584	0.874601621	0.66183261
	5	2.612296128		0.98240744	0.98690304	0.45761048
	10	3.687948018		1.386928355	1.219405362	12.0787056
	20	4.50733896		1.695077094	1.672604914	1.32573202



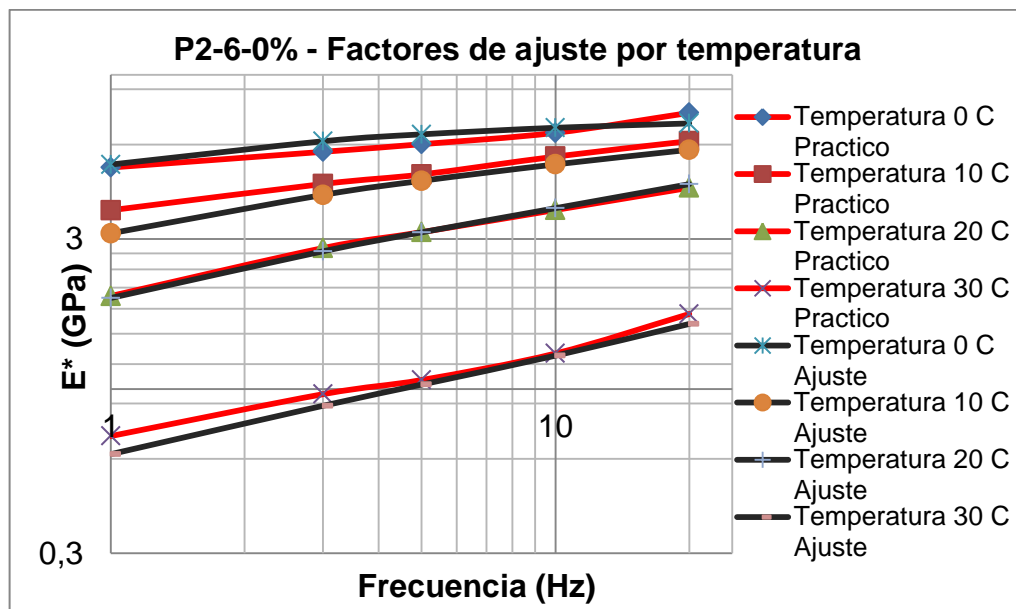
Modelo de Hwang y Witczak:

Factores de Ajuste por temperatura	
Temperatura 0 C	0.367033735
Temperatura 10 C	0.460586654
Temperatura 20 C	0.648305715
Temperatura 30 C	0.499570965

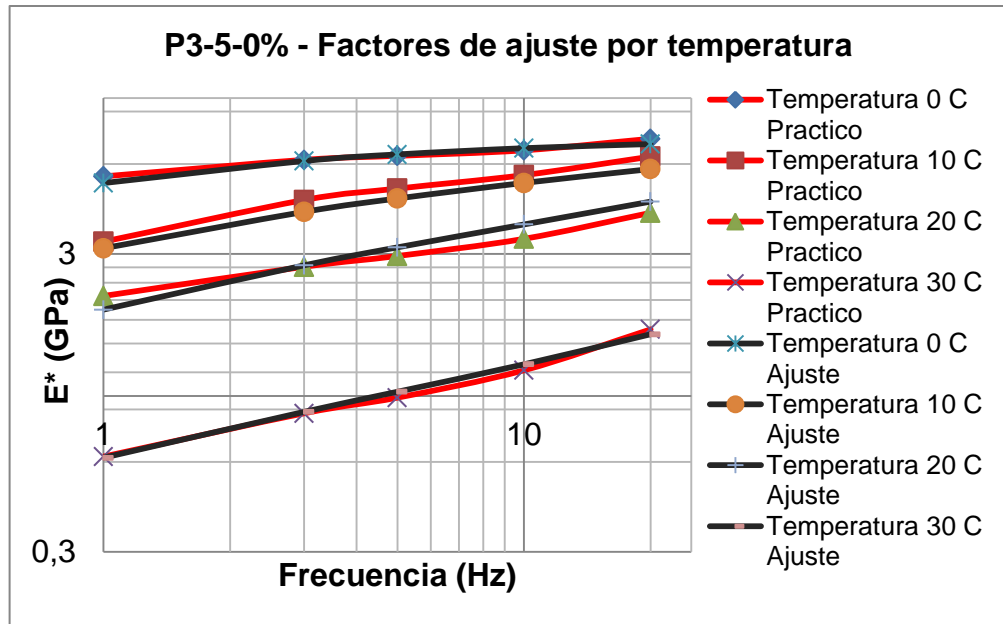
	Frecuencia (Hz)	Módulo Dinámico*(γ) Teórico (Gpa)	Fa por Temperatura	Ajuste Módulo Dinámico*(γ) Teórico (Gpa)	Módulo Dinámico*(γ) Practico P2-4- 0% (Gpa)	% Error
Temperatura 0 C	1	14.1152509	0.367033735	5.180773258	5.635500466	8.777207297
	3	16.74046966		6.144317103	6.183675178	0.640560622
	5	17.6095233		6.463289107	6.588171934	1.932186914
	10	18.47998905		6.782779402	6.893170999	1.62752746
	20	19.07764324		7.002138654	6.943406135	0.838779717
Temperatura 10 C	1	6.796429429	0.460586654	3.130344687	2.880811537	7.971427267
	3	9.004116365		4.147175826	3.690588582	11.00959454
	5	9.982861916		4.597972964	4.09686972	10.89835125
	10	11.26056432		5.186465636	4.585069578	11.59548911
	20	12.53260563		5.772350888	5.629979745	2.466432581
Temperatura 20 C	1	3.005647277	0.648305715	1.948578308	1.888853627	3.065038787
	3	4.232025328		2.743646207	2.576940228	6.076074197
	5	4.862612207		3.152459285	2.920460557	7.3592934
	10	5.803497064		3.762440315	3.494488923	7.121744648
	20	6.922936757		4.488179466	4.32108822	3.722918098
Temperatura 30 C	1	1.241648524	0.499570965	0.620291552	0.570462975	8.033089743
	3	1.770225533		0.884353278	0.870168345	1.603989399
	5	2.067723549		1.032974649	0.928072256	10.15536957
	10	2.555942685		1.276874754	1.136619939	10.98422648
	20	3.224636802		1.61093492	1.532728935	4.854695504



	Frecuencia (Hz)	Módulo Dinámico*(γ) Teórico (Gpa)	Fa por Temperatura	Ajuste Módulo Dinámico*(γ) Teórico (Gpa)	Módulo Dinámico*(γ) Practico P2-6-0% (Gpa)	% Error
Temperatura 0 C	1	14.1152509	0.367033735	5.180773258	5.067534903	2.18574234
	3	16.74046966		6.144317103	5.687489221	7.43496591
	5	17.6095233		6.463289107	6.013751651	6.955242893
	10	18.47998905		6.782779402	6.537489279	3.61636592
	20	19.07764324		7.002138654	7.566063907	8.053614489
Temperatura 10 C	1	6.796429429	0.460586654	3.130344687	3.706150711	14.39433294
	3	9.004116365		4.147175826	4.492798109	8.333919234
	5	9.982861916		4.597972964	4.817418634	4.772661167
	10	11.26056432		5.186465636	5.491956241	5.890149985
	20	12.53260563		5.772350888	6.15045323	6.550231422
Temperatura 20 C	1	3.005647277	0.648305715	1.948578308	1.976821614	1.449431412
	3	4.232025328		2.743646207	2.809320595	2.39369011
	5	4.862612207		3.152459285	3.155726298	0.103633802
	10	5.803497064		3.762440315	3.712805461	1.319219705
	20	6.922936757		4.488179466	4.370250952	2.627535619
Temperatura 30 C	1	1.241648524	0.499570965	0.620291552	0.708378436	14.20088398
	3	1.770225533		0.884353278	0.962790271	8.869418445
	5	2.067723549		1.032974649	1.068206191	3.410687911
	10	2.555942685		1.276874754	1.297305499	1.600058636
	20	3.224636802		1.61093492	1.73256569	7.550321732



	Frecuencia (Hz)	Módulo Dinámico*(γ)	Fa por Temperatura	Ajuste	Módulo	% Error
		Teórico (Gpa)		Módulo Dinámico*(γ)	Practico P3-5-0% (Gpa)	
Temperatura 0 C	1	14.1152509	0.367033735	5.180773258	5.454558702	5.284644402
	3	16.74046966		6.144317103	6.198721135	0.885436599
	5	17.6095233		6.463289107	6.391470154	1.111182752
	10	18.47998905		6.782779402	6.672319472	1.628534897
	20	19.07764324		7.002138654	7.294375041	4.173530421
Temperatura 10 C	1	6.796429429	0.460586654	3.130344687	3.29414906	5.232790294
	3	9.004116365		4.147175826	4.544796106	9.587736263
	5	9.982861916		4.597972964	4.963198668	7.943189475
	10	11.26056432		5.186465636	5.509966378	6.237402584
	20	12.53260563		5.772350888	6.354716506	10.0888811
Temperatura 20 C	1	3.005647277	0.648305715	1.948578308	2.165149287	11.11430723
	3	4.232025328		2.743646207	2.713541871	1.097238263
	5	4.862612207		3.152459285	2.948774168	6.461149796
	10	5.803497064		3.762440315	3.366976188	10.5108412
	20	6.922936757		4.488179466	4.116689343	8.27707816
Temperatura 30 C	1	1.241648524	0.499570965	0.620291552	0.625832669	0.893308447
	3	1.770225533		0.884353278	0.874601621	1.102688024
	5	2.067723549		1.032974649	0.98690304	4.460091045
	10	2.555942685		1.276874754	1.219405362	4.500785385
	20	3.224636802		1.61093492	1.672604914	3.828211374

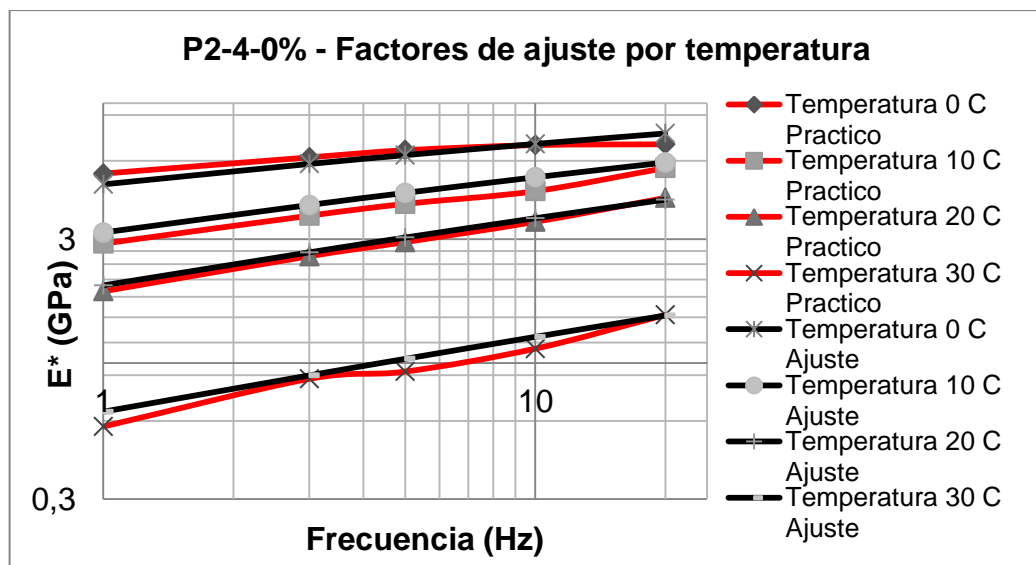


Modelo de Witczak:

Factores de Ajuste por temperatura	
Temperatura 0 C	0.559847637
Temperatura 10 C	0.766821016
Temperatura 20 C	1.053461283
Temperatura 30 C	0.7393336

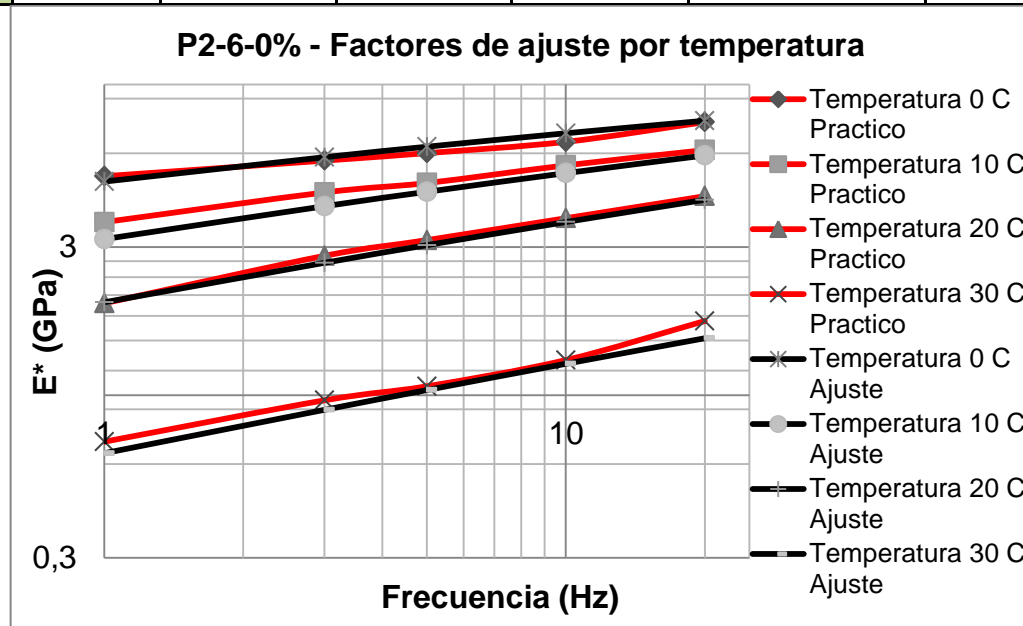
	Frecuencia	Módulo Dinámico*(γ)	Fa por	Ajuste	Módulo	% Error
	(Hz)	Teórico (Gpa)	Temperatura	Módulo Dinámico*(γ) Teórico (Gpa)	Practico P2-4-0% (Gpa)	
Temperatura 0 C	1	8.697862851	0.559847637	4.869477963	5.635500466	15.73110115
	3	10.41933594		5.833240605	6.183675178	6.007545326
	5	11.2628682		6.305490148	6.588171934	4.483105659
	10	12.44286169		6.96610671	6.893170999	1.04700823

	Frecuencia	Módulo Dinámico*(γ)	Fa por	Ajuste Módulo Dinámico*(γ)	Módulo Dinámico*(γ)	% Error
	(Hz)	Teórico (Gpa)	Temperatura	Teórico (Gpa)	Practico P2-4-0% (Gpa)	
	20	13.65505665		7.644751194	6.943406135	9.17420385
Temperatura 10 C	1	4.146741244	0.766821016	3.179808334	2.880811537	9.402981723
	3	5.290928005		4.057194788	3.690588582	9.035952789
	5	5.887616583		4.51474813	4.09686972	9.25585211
	10	6.761529619		5.184883012	4.585069578	11.56850468
	20	7.70648429		5.909494113	5.629979745	4.729920399
Temperatura 20 C	1	1.889855492	1.053461283	1.990889592	1.888853627	5.125144331
	3	2.532162037		2.667534669	2.576940228	3.39618606
	5	2.885711459		3.039985296	2.920460557	3.931753865
	10	3.425590563		3.60872703	3.494488923	3.16560675
	20	4.037941266		4.253814787	4.32108822	1.581484771
Temperatura 30 C	1	0.879889787	0.7393336	0.650532084	0.570462975	12.30824904
	3	1.213739352		0.897358284	0.870168345	3.029998067
	5	1.405028308		1.038784637	0.928072256	10.65787624
	10	1.7068604		1.261939244	1.136619939	9.930692426
	20	2.062759707		1.52506756	1.532728935	0.502362982



Frecuencia	Módulo Dinámico*(γ)	Fa por	Ajuste Módulo	Módulo Dinámico*(γ)
------------	------------------------------	--------	---------------	------------------------------

	(Hz)	Teórico (Gpa)	Temperatura	Dinámico*(γ) Teórico (Gpa)	Practico P2-6-0% (Gpa)	% Error
Temperatura 0 C	1	8.697862851	0.559847637	4.869477963	5.067534903	4.067313622
	3	10.41933594		5.833240605	5.687489221	2.498634882
	5	11.2628682		6.305490148	6.013751651	4.626737813
	10	12.44286169		6.96610671	6.537489279	6.15289786
	20	13.65505665		7.644751194	7.566063907	1.029298199
Temperatura 10 C	1	4.146741244	0.766821016	3.179808334	3.606150711	13.40780112
	3	5.290928005		4.057194788	4.492798109	10.73656416
	5	5.887616583		4.51474813	4.817418634	6.704039634
	10	6.761529619		5.184883012	5.491956241	5.9224717
	20	7.70648429		5.909494113	6.15045323	4.077491449
Temperatura 20 C	1	1.889855492	1.053461283	1.990889592	1.976821614	0.706617689
	3	2.532162037		2.667534669	2.809320595	5.315242132
	5	2.885711459		3.039985296	3.155726298	3.807288221
	10	3.425590563		3.60872703	3.712805461	2.884076031
	20	4.037941266		4.253814787	4.370250952	2.737217542
Temperatura 30 C	1	0.879889787	0.7393336	0.650532084	0.708378436	8.892159679
	3	1.213739352		0.897358284	0.962790271	7.291623436
	5	1.405028308		1.038784637	1.068206191	2.832305436
	10	1.7068604		1.261939244	1.297305499	2.802532286
	20	2.062759707		1.52506756	1.73256569	13.60583195



	Frecuencia	Módulo Dinámico*(γ)	Fa por	Ajuste Módulo Dinámico*(γ)	Módulo Dinámico*(γ)	% Error
	(Hz)	Teórico (Gpa)	Temperatura	Teórico (Gpa)	Practico P3-5-0% (Gpa)	
Temperatura 0 C	1	8.697862851	0.559847637	4.869477963	5.454558702	12.01526619
	3	10.41933594		5.833240605	6.198721135	6.26548011
	5	11.2628682		6.305490148	6.391470154	1.363573704
	10	12.44286169		6.96610671	6.672319472	4.217380664
	20	13.65505665		7.644751194	7.294375041	4.583225062
Temperatura 10 C	1	4.146741244	0.766821016	3.179808334	3.29414906	3.595837059
	3	5.290928005		4.057194788	4.544796106	12.01818852
	5	5.887616583		4.51474813	4.963198668	9.933013437
	10	6.761529619		5.184883012	5.509966378	6.269830294
	20	7.70648429		5.909494113	6.354716506	7.534018731
Temperatura 20 C	1	1.889855492	1.053461283	1.990889592	2.165149287	8.752855827
	3	2.532162037		2.667534669	2.713541871	1.724708707
	5	2.885711459		3.039985296	2.948774168	3.000380563
	10	3.425590563		3.60872703	3.366976188	6.699061456
	20	4.037941266		4.253814787	4.116689343	3.223587546
Temperatura 30 C	1	0.879889787	0.7393336	0.650532084	0.625832669	3.796801992
	3	1.213739352		0.897358284	0.874601621	2.535961826
	5	1.405028308		1.038784637	0.98690304	4.994451758
	10	1.7068604		1.261939244	1.219405362	3.370517443
	20	2.062759707		1.52506756	1.672604914	9.674151999

