

ALGORITMOS GENÉTICOS Y ELEMENTOS FINITOS ACOPLADOS PARA LA OPTIMIZACIÓN DEL DISEÑO DE PÓRTICOS PLANOS DE ACERO.

KAROL JOSEF RODRÍGUEZ LÓPEZ

YULY MILENA SILVA RENDÓN



**UNIVERSIDAD INDUSTRIAL DE SANTANDER
FACULTAD DE INGENIERÍAS FÍSICOMECÁNICAS
ESCUELA DE INGENIERÍA CIVIL
BUCARAMANGA
2011**

**ALGORITMOS GENÉTICOS Y ELEMENTOS FINITOS ACOPLADOS PARA LA
OPTIMIZACIÓN DEL DISEÑO DE PÓRTICOS PLANOS DE ACERO.**

KAROL JOSEF RODRÍGUEZ LÓPEZ

YULY MILENA SILVA RENDÓN

Trabajo de investigación para optar el título de ingeniero civil

DIRECTOR

Msc. PhD. Oscar Javier Begambre Carrillo
Ingeniero Civil

UNIVERSIDAD INDUSTRIAL DE SANTANDER
FACULTAD DE INGENIERÍAS FISICOMECAICAS
ESCUELA DE INGENIERÍA CIVIL
BUCARAMANGA

2011

Al gran Ser que cuida, conduce y gobierna el universo porque gracias a su gran voluntad y ayuda, hoy he culminado uno de mis grandes sueños. A las personas que me dieron vida por el apoyo incondicional, porque a pesar de que el camino se tornaba duro, ellos me dieron el aliento y las fuerzas para querer salir adelante y no dejarme flaquear por los inconvenientes que se presentaban. A mis familiares y amigos, porque estaban ahí siempre dando empujoncitos emocionales cuando los necesitaba.

Yuly Milena Silva

A Dios.

Karol Josef R. López

AGRADECIMIENTOS

Los autores expresan sus agradecimientos:

Al culminar un trabajo tan arduo y lleno de dificultades agradezco a Dios por conducirme en cada paso en este camino de obstáculos, lágrimas y gloria. Al Profesor, ingeniero y amigo Oscar Javier Begambre por su colaboración y apoyo en el proceso de realización del proyecto de grado y crecimiento en mis labores como auxiliar docente, a mi compañero y amigo Karol Josef Rodríguez, por el esfuerzo y acompañamiento y a mis padres por la oportunidad que me brindaron al entregarme su cariño, comprensión y apoyo económico durante el desarrollo de mi carrera.

Yuly Milena Silva Rendón

A Dios.

Karol Josef Rodríguez López

CONTENIDO

	Pág.
INTRODUCCIÓN.....	21
1. DESCRIPCIÓN DEL PROYECTO	23
1.1 TITULO DEL PROYECTO	23
1.2 DIRECTOR	23
1.3 AUTORES	23
1.4 OBJETIVOS.....	24
1.4.1 Objetivo general	24
1.4.2 Objetivos específicos	24
1.5 JUSTIFICACIÓN.....	25
2. MARCO TEÓRICO	26
2.1 TÉCNICAS BASADAS EN BÚSQUEDAS HEURÍSTICAS	26
2.2 OPTIMIZACIÓN	28
2.2.1 Las técnicas clásicas de optimización	29
2.2.2 Métodos numéricos de optimización	30
2.3 ALGORITMOS EVOLUTIVOS	32
2.3.1 LA TEORÍA DE LA EVOLUCIÓN	32
2.3.2 ESQUEMA GENERAL DE UN ALGORITMO EVOLUTIVO (AE)	33
2.4 ALGORITMOS GENÉTICOS.....	34
2.4.1 ESTRUCTURA GENERAL DE UN ALGORITMO GENÉTICO	35
2.4.2 EXPLOTACIÓN Y EXPLORACIÓN.....	36
2.4.3 IMPORTANTES AVANCES	37
2.4.4 VOCABULARIO ALGORITMOS GENÉTICOS	38
2.4.5 INICIACIÓN DE LOS ALGORITMOS GENÉTICOS.....	39
2.4.6 POBLACIÓN	40
2.4.7 EVALUACIÓN DEL FITNESS	41
2.4.8 CODIFICACIÓN	42
2.5 OPERADORES GENÉTICOS	45
2.5.1 SELECCIÓN	46

2.5.2	REPRODUCCIÓN O CRUZAMIENTO.....	52
2.5.3	MUTACIÓN.....	56
2.6	MÉTODO DE ELEMENTOS FINITOS.....	58
2.6.1	Breve historia del método de elementos finitos.....	59
2.6.2	Conceptos generales del método.....	60
2.6.3	Antes de realizar un cálculo por el MEF.....	61
2.6.4	Ecuaciones de la teoría de la elasticidad.....	63
2.6.5	Proceso de Análisis por Elementos Finitos.....	70
3.	OPTIMIZACIÓN DEL PESO DE UN PÓRTICO DE ACERO.....	71
3.1	DESCRIPCIÓN DEL PÓRTICO.....	71
3.1.1	Asignación de Cargas.....	73
3.2	DESCRIPCIÓN DEL USO DE LOS MÉTODOS DE ELEMENTOS FINITOS CON ÉNFASIS EN ANÁLISIS MATRICIAL.....	73
3.2.1	Implementación del MEF.....	73
	Fuente:AISC-Manual of steel construction,commentary to chapter , Section L3.....	92
3.3	IMPLEMENTACIÓN DE LOS ALGORITMOS GENÉTICOS.....	96
3.3.1	Codificación.....	96
3.3.2	Población Inicial.....	96
3.3.3	Operadores Genéticos.....	97
3.3.4	Selección.....	97
3.3.5	Cruzamiento.....	97
3.3.6	Mutación.....	99
3.3.7	Fitness.....	99
3.4	INCLUSIÓN NORMA NSR-10 TITULO F.....	100
3.4.1	Resistencia de diseño a tensión.....	101
3.4.2	Resistencia de diseño a compresión.....	102
3.4.3	Resistencia de diseño a flexión.....	103
3.4.4	Resistencia de diseño a cortante.....	104
3.4.5	Diseño de miembros solicitados por fuerzas combinadas.....	105
3.5	OPTIMIZACIÓN DE PÓRTICOS.....	106
3.6	EXPLICACIÓN DE NOMBRES DE PROGRAMAS Y SUBPROGRAMAS USADOS EN MATLAB PARA EL USO DE LOS MEF.....	108
3.7	. ANÁLISIS DE RESULTADOS.....	111

3.7.1	Análisis de las propiedades de la biblioteca de secciones.....	111
3.7.2	Descripción del diseño del programa de optimización:	114
4.	CONCLUSIONES	130
	REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS.....	133
	ANEXOS.....	136

LISTA DE TABLAS

	Pág.
Tabla 1. Explicación de términos de AG	38
Tabla 2. Descripción de Variables de Diseño	71
Tabla 3. Grados de libertad restringidos (Empotramientos).....	84
Tabla 4. Resumen de resultados de transformación de cargas	88
Tabla 5. Máxima deflexión permisible.....	92
Tabla 6. Comparación de resultados obtenidos en el cálculo de deflexiones.	93
Tabla 7. Secciones usadas en la validación con Sap	94
Tabla 8. Comparación de resultados de reacciones matlab Vs SAP2000	96
Tabla 9. Valores límites de la relación ancho espesor para elementos de miembros a compresión axial (Para aplicar al numeral F.2.5.)	101
Tabla 10. Numerales aplicables para el diseño a compresión	102
Tabla 11. Valores límite de la relación Ancho a Espesor para Elementos a Compresión en miembros a flexión.....	104
Tabla 12. Perfiles finales de la suboptimización.	118
Tabla 13. Perfiles finales de la optimización	129

LISTA DE GRÁFICAS

	Pág.
Gráfica 1. Representación del costo total de la búsqueda frente al grado de conocimiento utilizado.....	27
Gráfica 2. Representación de máximos y mínimos en una función	29
Gráfica 3. Evaluación función objetivo.	42
Gráfica 4. Resistencia de las 501 secciones, agrupadas por tipo de sección....	111
Gráfica 5. Resistencia de las 501 secciones, ordenadas por área.	112
Gráfica 6. Resistencia de las 501 secciones, ordenadas por inercia.	113
Gráfica 7. Solicitaciones típicas en la estructura.....	113
Gráfica 8. Crecimiento y estabilización del fitness a lo largo de las iteraciones.	115
Gráfica 9. Fitness, pesos y mejores fitness por población para 12 iteraciones con 10 individuos.	115
Gráfica 10. Fitness, pesos, mejores fitness y cumplimiento a flexión para poblaciones con 2 individuos.	116
Gráfica 11. Aumento de peso de un individuo	119
Gráfica 12. Aumento de cumplimiento de resistencia a flexión.....	119
Gráfica 13. 24 Derivas de 36 individuos (población final suboptimización).....	120
Gráfica 14. Resistencias de secciones asignadas a 36 individuos en sus 20 variables	121
Gráfica 15. Inercias de secciones asignadas a 36 individuos en las 20 variables.	122
Gráfica 16. Pesos los individuos en las 12 iteraciones finales y evolución del mejor individuo.....	123
Gráfica 17. Areas de los 168 elementos en cada uno de los individuos finales..	124
Gráfica 18. Derivas de los individuos finales	124
Gráfica 19. Áreas de los elementos del individuo óptimo.	125
Gráfica 20. Resistencia y esfuerzos a compresión en el individuo óptimo.....	126
Gráfica 21. Resistencia y esfuerzos a cortante en el individuo óptimo.	126
Gráfica 22. Resistencia y esfuerzos a flexión en el individuo óptimo.....	127
Gráfica 23. Porcentaje de sobrediseño teniendo en cuenta la deflexión en el individuo óptimo. (Solo en vigas).	128
Gráfica 24. Porcentaje de sobrediseño teniendo en cuenta las derivas en el individuo óptimo.	128

LISTA DE FIGURAS

	Pág.
Figura 1. Mínimos o máximos locales y globales – puntos de inflexión	29
Figura 2. Tipos de optimización según el tipo de problema y método de solución	31
Figura 3. Proceso evolutivo.....	35
Figura 4. Pseudocódigo del algoritmo genético simple	36
Figura 5. Exploración y explotación	36
Figura 6. Cromosoma y gen	39
Figura 7. Mapeo de los cromosomas.....	44
Figura 8. Inviabilidad e ilegalidad.....	45
Figura 9. Ruleta	47
Figura 10. Método de selección Estocástica Universal.....	48
Figura 11. Operador cruce 1- punto.....	54
Figura 12. Operador Cruce Uniforme.....	54
Figura 13. Operador cruce ordenado.....	55
Figura 14. Operador cruce generalizado basado en el orden	56
Figura 15. Operador mutación estándar.	57
Figura 16. Operador mutación OBM (codificación permutacional con repetición)	58
Figura 17. Discretización con Elementos Finitos	60
Figura 18. Condiciones de contorno	61
Figura 19. Proceso de Discretización	62
Figura 20. Esfuerzos sobre un cuerpo	63
Figura 21. Desplazamientos y Deformaciones Unitarias	66
Figura 22. Proceso de análisis de elementos finitos	70
Figura 23. Pórtico a optimizar	72
Figura 24. Numeración de elementos del Pórtico sin Discretizar.....	75
Figura 25. Numeración de nodos del Pórtico Discretizado	78
Figura 26. Numeración de Elementos discretizados del Pórtico	80
Figura 27. Grados de libertad de un nodo.	82
Figura 28. Grados de Libertad Columna.....	83
Figura 29. Grados de Libertad Vigas	83
Figura 30. Dibujo de los empotramientos y los gl	83
Figura 31. Matriz de rigidez con la matriz de transformación incluida.....	85
Figura 32. Ensamble de matrices de rigidez de individuales a global.....	86
Figura 33. Idealización Viga biempotrada.....	87
Figura 34. Fuerzas equivalentes para Viga biempotrada.....	88
Figura 35. Detalle de fuerzas equivalentes axial, cortante y momento para los pisos 23 y 24.....	89
Figura 36. Vista general de un tramo del pórtico y detalle de descomposición de fuerzas en los nodos.....	89

Figura 37. Vector de cargas generalizado	90
Figura 38. Ejemplo de deflexiones en vigas (tomada del piso 3, clase 3, elemento 105).....	93
Figura 39. Reacciones del pórtico usando Software SAP2000.....	95
Figura 40. Selección Elitista.....	97
Figura 41. Disposición de las variables de diseño	98
Figura 42. Padres del Cruzamiento	98
Figura 43. Descendencia del cruzamiento.....	98
Figura 44. Ejemplo de mutación de una cadena de bit	99
Figura 45. Deformada típica de la estructura exagerada	110
Figura 46. Reducción del espacio de búsqueda.	117

LISTA DE ANEXOS

Pág.

Anexo A. TABLA DE DATOS DE ENTRADA QUE CONTIENE BIBLIOTECA DE SECCIONES METÁLICAS Y CONDICIONES DE DISEÑO 136

Anexo B. DIAGRAMAS DE FLUJO CASOS DE DISEÑO NSR-10 TITULO F.... 138

GLOSARIO

ALELO: es cada una de las formas alternativas que puede tener un gen que se diferencian en su secuencia y que se puede manifestar en modificaciones concretas de la función de ese gen.

CROMOSOMA: representa un aspecto o parte de la solución a la que pertenece. Un cromosoma está compuesto por una secuencia de *genes*.

DERIVA: deflexión lateral de una estructura.

ESTADO LÍMITE DE RESISTENCIA: condición límite que afecta la seguridad de la estructura al alcanzarse la capacidad última de carga.

FACTOR DE LONGITUD EFECTIVA "K": relación entre la longitud efectiva de pandeo y la longitud no arriostrada de un miembro.

FENOTIPO: manifestación visible del genotipo en un determinado ambiente.

GEN: representa un parámetro del problema que hay que resolver y tendrá un valor determinado.

GENOTIPO: toda la información contenida en los cromosomas, sin embargo, dicha información puede o no manifestarse en el individuo, es decir, es el conjunto de genes de un individuo, incluida su composición alélica.

INDIVIDUO: son cada una de las posibles soluciones que existen en el espacio de búsqueda del problema. Estos individuos evolucionan a lo largo de las generaciones.

PANDEO: estado límite de cambio súbito en la geometría de una estructura, o de alguno de sus componentes, bajo una condición de carga crítica.

PANDEO POR FLEXO-TORSIÓN: modo de pandeo por el cual un miembro a compresión se flexiona y torsiona simultáneamente sin que haya cambio en la forma de la sección transversal.

POBLACIÓN: representa el conjunto individuos, es decir que representa el conjunto de soluciones factibles del problema que hay que resolver.

PÓRTICO PLANO: es un marco en el cual todos sus elementos están contenidos dentro de un plano vertical. Este tipo de pórticos no puede utilizarse a menos que existan elementos estructurales que restrinjan los desplazamientos en la dirección perpendicular al plano del pórtico, tales como otros pórticos o muros estructurales y que exista un diafragma que amarre horizontalmente el conjunto.

PÓRTICO RESISTENTE A MOMENTO: sistema de pórtico que provee estabilidad y resistencia a cargas laterales básicamente a través de fuerzas internas de cortante y de flexión en los miembros y conexiones.

RESISTENCIA DE DISEÑO: resultado de multiplicar la resistencia nominal, R_n , por el coeficiente de reducción de resistencia ϕ correspondiente.

RIGIDEZ: resistencia de un miembro o estructura a ser deformado, medida por la relación entre la fuerza (o momento) aplicada y el correspondiente desplazamiento (o rotación).

SECCIÓN COMPACTA: sección que es capaz de desarrollar totalmente una distribución plástica de esfuerzos y posee una capacidad rotacional aproximadamente igual a 3.0 antes de que ocurra el pandeo local.

SECCIÓN CON ELEMENTOS ESBELTOS: sección transversal que incluye elementos en lámina de esbeltez suficientemente grande para que ocurra pandeo local en el rango elástico.

SECCIÓN NO COMPACTA: sección cuyos elementos a compresión pueden alcanzar el esfuerzo de fluencia antes de que ocurra un pandeo local, sin que alcance a desarrollar una capacidad rotacional de 3.0.

RESUMEN

Título: ALGORITMOS GENÉTICOS Y ELEMENTOS FINITOS ACOPLADOS PARA LA OPTIMIZACIÓN DEL DISEÑO DE PÓRTICOS PLANOS DE ACERO*.

Autores: Yuly Milena Silva Rendón **
Karol Josef Rodríguez López **

Palabras claves: Algoritmos genéticos, Pórtico en acero, Elementos finitos, Optimización Estructural.

DESCRIPCIÓN:

Este documento detalla el desarrollo de un sistema de aproximación computacional para el diseño de elementos discretos que componen un pórtico metálico de 24 pisos, usando una técnica de optimización denominada algoritmos genéticos (AG) codificada en Matlab. Este método permite desarrollar la búsqueda del menor peso en la estructura, que da un importante ahorro en el recurso financiero.

La utilización de secciones comerciales es una de las consideraciones más importantes en el diseño optimizado de pórticos de acero; dicho diseño se limita a especificaciones nacionales según la Norma Sismoresistente NSR-10. Por lo anterior, se utilizaron perfiles de una empresa colombiana comercializadora de acero estructural, que cumple los estándares necesarios para el diseño, de acuerdo con las limitaciones del Reglamento Colombiano de Construcción Sismo Resistente creada por la Ley 400 de 1997 NSR-10 Título F – Estructuras metálicas.

Para la optimización del pórtico diseñado en el presente trabajo, se busca minimizar el peso, mediante factores de comparación entre esfuerzos y desplazamientos máximos permisibles, obtenidos mediante el acoplamiento de AG y elementos finitos (MEF). Dichos esfuerzos y desplazamientos, son resultado de un análisis estructural donde se verifica la respuesta de la estructura ante una combinación de cargas por el Método de los elementos finitos (MEF), y son validados con un programa típico de análisis numérico llamado (SAP2000).

* Investigación

** Facultad de ingenierías Físico mecánicas. Escuela de ingeniería Civil. Director: Oscar Javier Begambre Carrillo

ABSTRACT

TITLE: GENETIC ALGORITHMS AND FINITE ELEMENTS COUPLED FOR THE OPTIMIZATION OF THE DESIGN OF PLANAR STEEL FRAMES*.

Authors: Yuly Milena Silva Rendón **
Karol Josef Rodríguez López **

Keywords: Genetic algorithms, Steel Frame, Shape optimization, Finite elements, Structural Optimization.

DESCRIPTION:

This document details the development of a computational approach for the design of discrete elements that make up a metal 24-story frame, using an optimization technique called genetic algorithms (GA) coded in Matlab. This method allows the development of searching less weight in the structure, which provides an important financial resources saving.

The use of commercial sections is one of the most important considerations in the optimized design of steel frames, this design is limited to national specifications as the standard seismic resistance NSR-10. Therefore, we used a Colombian company profiles marketer of structural steel, which meets the necessary standards for the design, according to the limitations of Colombian Regulation of Seismic Resistant Construction created by Act 400 of 1997 Title NSR-10 F - metal structures

In order to optimize the portico designed in this paper, we seek to minimize the weight by factors of comparison between maximum permissible forces and displacements obtained by coupling GA and finite element (FEM). These forces and displacements are the result of a structural analysis which verifies the response of the structure to a combination of loads by the finite elements method (FEM), and are validated with a program called typical numerical analysis (SAP2000).

* Degree Project – Research modality.

** Faculty of physical-Mechanical sciences. School of Civil Engineering . Director: Oscar Javier Begambre Carrillo

INTRODUCCIÓN

La precisa, alta y eficiente capacidad de cálculo de los ordenadores actuales y su continuo crecimiento, permiten mediante modelamiento realizar en un periodo razonable de tiempo la optimización de problemas ingenieriles, imitando el comportamiento de la naturaleza que a lo largo de millones de años y generación tras generación hace sobrevivir al mejor adaptado.

El diseño y la optimización son dos de los pilares de la ingeniería, y la madurez que han alcanzado ambas tecnologías permite que los ingenieros puedan abordar en la actualidad problemas cada vez más complejos.

El uso del acero en construcción actualmente experimenta una considerable demanda, lo que motiva a que la ingeniería tome conciencia de la importancia de los procesos de optimización, debido a los altos costos que implican los métodos tradicionales. Los ingenieros siempre han deseado el mejor de los comportamientos para sus diseños con el propósito de bajar los precios constructivos y computacionales. La creciente complejidad de los retos de ingeniería, el competitivo entorno industrial y los cambios tecnológicos exigen eficientes métodos de diseño. En este sentido, las técnicas de optimización son un planteamiento ideal para conseguir este propósito.

En este proyecto se usa una metodología de optimización de peso de la estructura con la técnica inspirada en los comportamientos biológicos y evolutivos llamada algoritmos genéticos, este trabajo desarrolla el ejemplo de una estructura metálica de 24 pisos propuesto en el artículo '***an improved ant colony optimization for the design of planar steel frames***' [E], en español 'Una optimización mejorada con colonia de hormigas para el diseño de pórticos planos metálicos' donde el interés es demostrar el buen comportamiento de los algoritmos Genéticos para optimizar el pórtico, usando el análisis estructural mediante el Método de Elementos Finitos con base en la nueva Norma Colombiana llamada Reglamento Colombiano de Construcción Sismo Resistente creada por la Ley 400 de 1997 NSR-10 Título F – (NSR-10).

El método como la propia naturaleza, es discreto y encaja directamente en la vida real donde para optimizar una estructura se dispone de unos tipos de secciones comerciales.

1. DESCRIPCIÓN DEL PROYECTO

1.1 TITULO DEL PROYECTO

Algoritmos genéticos y elementos finitos acoplados para la optimización del diseño de pórticos planos de acero.

1.2 DIRECTOR

Msc. PhD. Oscar Javier Begambre Carrillo
Universidad Industrial de Santander, Bucaramanga – Colombia.
ojbegam@uis.edu.co

1.3 AUTORES

Yuly Milena Silva Rendón
Estudiante de Ingeniería Civil
yupi30108@hotmail.com

Karol Josef Rodríguez López
Estudiante de Ingeniería Civil
Kjosef3@hotmail.com

1.4 OBJETIVOS

1.4.1 Objetivo general

- Generar un programa que evalúe la solución óptima en el diseño de un pórtico plano de acero bajo las normas actuales de diseño (NSR-10) utilizando Algoritmos Genéticos y el Método de Elementos Finitos.

1.4.2 Objetivos específicos

- Diseñar el código de un programa que permita ingresar los parámetros de partida para el diseño de un pórtico, y que busque, con un Algoritmo Genético, la optimización generando los resultados de una forma organizada.
- Proponer para el diseño del programa las características más adecuadas de los Algoritmos Genéticos con el fin de que su aplicación sea eficiente desde el punto de vista de recursos, precisión, estabilidad y costo computacional.
- Hacer comparaciones de las respuestas arrojadas por el programa con resultados reportados en la literatura nacional e internacional relacionada directamente con esta investigación.

1.5 JUSTIFICACIÓN

La optimización de recursos como personas, tiempo, materiales, sistemas computacionales y dinero es una de las obligaciones del ingeniero civil y no es la excepción esta tarea en el ámbito del diseño de pórticos, es por tanto que este proyecto se encamina en la búsqueda de procedimientos que conduzcan a diseños cuyas características sean las mejores en aspectos como resistencia, forma, economía entre otros. A su vez los procesos ingenieriles deben cada día ser más ágiles para poder presentar resultados de un problema específico en el menor tiempo posible, y no solo resultados rápidos sino procesos que puedan fácilmente reconocer cambios en los parámetros del problema y poder enfrentar así esta multi-variabilidad ofreciendo soluciones casi instantáneas. El uso de los algoritmos genéticos es hoy en día un gran campo de investigación y por tanto, abordar un diseño óptimo mediante este recurso contribuye con la ciencia y evolución de la ingeniería, dado que se estarían ampliando localmente las herramientas disponibles en técnicas de optimización a la vez que se hace énfasis en el uso de estas ya que actualmente no se cuenta en pregrado con materias especializadas en el tema.

En Colombia aún se siguen diseñando estructuras de un modo tradicional en el que los ingenieros no hacen un verdadero estudio ingenieril y se siguen planteando soluciones basadas en tipologías de trabajos anteriores. Con esta investigación se busca superar en algunos aspectos estas barreras para contar con herramientas más modernas y acordes a las necesidades actuales de la construcción, con esto se puede establecer un primer paso en la formación como ingenieros encaminada a dar soluciones de diseño con los más altos niveles de precisión.

Por último este estudio determinará que tan viable puede llegar a ser la incursión de los algoritmos genéticos en optimización de formas y cantidades en el diseño de PÓRTICOS PLANOS DE ACERO.

2. MARCO TEÓRICO

2.1 TÉCNICAS BASADAS EN BÚSQUEDAS HEURÍSTICAS

El procedimiento consiste simplemente en describir un espacio de búsqueda y luego elegir una estrategia para recorrer este espacio en busca de soluciones.

El problema de utilizar una estrategia de búsqueda no informada, o búsqueda a ciegas, es que al realizar una búsqueda sistemática sin ningún tipo de información que le permita discernir las regiones más prometedoras, de aquellas que lo son menos, es que el tiempo necesario para encontrar una solución puede llegar a ser exagerado.

La alternativa es disponer de algún mecanismo que permita dirigir la búsqueda hacia las zonas más prometedoras, de modo que se llegue a una solución sin necesidad de indagar tantos nodos como los que en general requiere una estrategia de búsqueda a ciegas.

En el ámbito de la Inteligencia Artificial, a estos mecanismos se les denomina de forma genérica heurísticos o heurísticas. La palabra heurístico procede de la palabra griega *heuriskein* que significa descubrir.

Los heurísticos son criterios, reglas o métodos que ayudan a decidir cuál es la mejor alternativa entre varias posibles para alcanzar un determinado objetivo. Para ello, deben disponer de información, o mejor aún, de conocimiento sobre el problema que se intenta resolver. Este conocimiento se puede obtener a partir de cualquier pista, intuición o experiencia que se tenga sobre el dominio del problema. En el contexto de los sistemas de búsqueda, los heurísticos se suelen utilizar para decidir cuál de los nodos candidatos a ser expandidos es más prometedor, o bien en qué orden se deben aplicar las reglas a un nodo para generar sucesores, o incluso para decidir si un nodo es un callejón sin salida aún teniendo sucesores válidos.

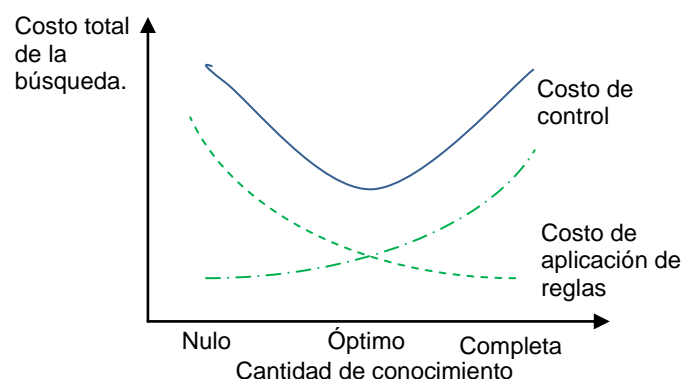
De este modo, lo que se espera del uso del conocimiento en la búsqueda es que el número de nodos examinados para llegar a una solución se reduzca notablemente con respecto a una búsqueda sin conocimiento. Pero el uso de conocimiento introduce, como es lógico, un nuevo factor de costo en la búsqueda,

al tener que evaluar las alternativas en función del conocimiento disponible. En consecuencia, se debe llegar a una situación de compromiso, como la que se muestra en la Gráfica 1, para explotar el conocimiento de forma que se optimice el costo total de la búsqueda.

Al explotar de forma exhaustiva el conocimiento, se puede visitar un número muy reducido de nodos para llegar a una solución, pero el costo de gestión del conocimiento puede ser demasiado grande, de modo que el costo total de la búsqueda sea excesivo, tal y como muestra la parte derecha de la Gráfica 1. En el caso contrario, si se utiliza poco o ningún conocimiento, se puede tener un costo muy elevado debido a la aplicación de las reglas, lo que implica ubicarse en la parte derecha de la gráfica. El objetivo es situarse en la parte central de la gráfica, en dónde se utiliza la cantidad de conocimiento apropiada para obtener el mínimo costo en el proceso de búsqueda. Lógicamente, este punto intermedio no siempre es fácil de localizar.

Dado que los heurísticos se basan en el uso de conocimiento a veces impreciso o incierto, es natural que en muchas ocasiones fallen en la predicción de la mejor alternativa. Un buen heurístico es capaz de tomar una buena decisión, no necesariamente la mejor, en un alto porcentaje de ocasiones. En consecuencia, el resultado de un buen heurístico es que el tiempo medio para llegar a una solución mejore notablemente, aunque en el peor de los casos el tiempo puede ser igual que el de una búsqueda a ciegas.

Gráfica 1. Representación del costo total de la búsqueda frente al grado de conocimiento utilizado.



Fuente. Autores

2.2 OPTIMIZACIÓN

En la ingeniería se pueden encontrar problemas de optimización de naturaleza tanto discreta como continua y aunque ahora existen muchas técnicas de optimización: analíticas y numéricas, todavía hay un gran número de funciones que están más allá de los métodos analíticos y que presentan dificultades significativas para las técnicas numéricas. Como consecuencia, hay una continua búsqueda de nuevas y más robustas técnicas de optimización, que puedan solucionar tales problemas [3].

La optimización, conocida como programación matemática intenta dar respuesta a un tipo general de problemas de la forma:

$$\begin{aligned} & \max(\min) f(x) \\ & x \in \Omega \subseteq R^n \end{aligned}$$

- $X=(x_1, \dots, x_n)$ es un vector y representa las variables de decisión
- $f(x)$ es llamada función objetivo y representa o mide la calidad de las decisiones.
- Ω es el conjunto de decisiones factibles o restricciones que se puede expresar como:

Conjunto de restricciones

$g_i(x_1, \dots, x_n) \leq 0$ (Restricciones de Desigualdades)

La Programación Lineal ofrece bases importantes en el desarrollo de métodos de solución de otras técnicas de la Investigación de operaciones, como lo son la programación entera, la estocástica y la no lineal [Taha 1991]. Esta juega un papel muy importante en el estudio de los problemas continuos de optimización considerados como la frontera de los problemas de optimización combinatoria, ya que en los continuos se tienen las características necesarias para que sean considerados dentro del tipo combinatorio [Papadimitriou and Steiglitz, 1982]: en un problema de optimización combinatoria siempre se involucra un conjunto de instancias, donde cada una de ellas cuenta con un conjunto finito de posibles soluciones (característica imprescindible de los problemas continuos).

En la gráfica 2 se muestra el comportamiento generalizado de máximos y mínimos en una función y en la figura 1 el esquema de puntos de inflexión, mínimos locales y globales.

Gráfica 2. Representación de máximos y mínimos en una función

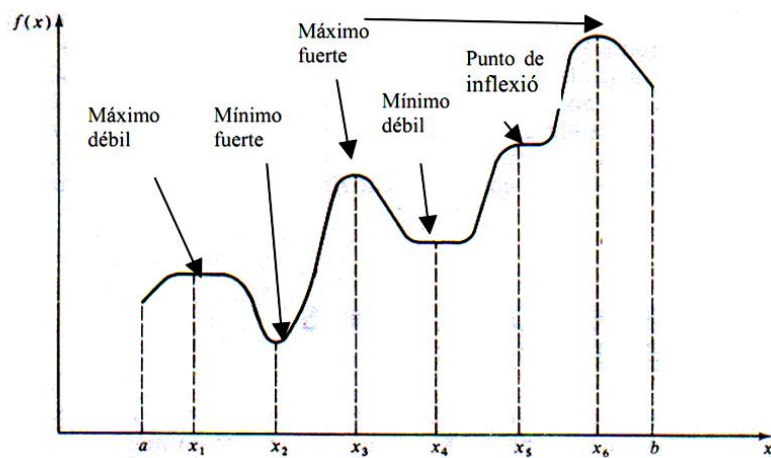
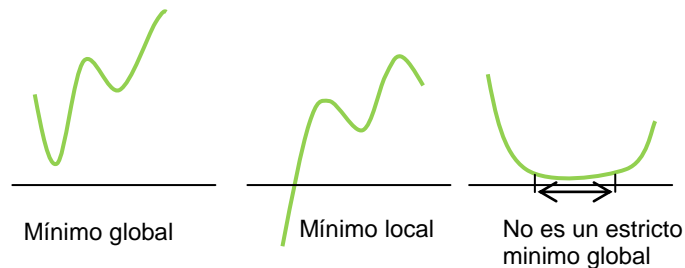


Figura 1. Mínimos o máximos locales y globales – puntos de inflexión



Fuente. Autores

2.2.1 Las técnicas clásicas de optimización

Son útiles para encontrar la solución óptima o restricciones máximas o mínimas de las funciones continuas y diferenciables.

Tres tipos principales de problemas pueden ser manejados por la optimización clásica.

- Funciones de una sola variable
- Funciones de varias variables sin restricciones,
- Funciones de varias variables de igualdad y restricciones de desigualdad.

2.2.2 Métodos numéricos de optimización

Optimización sin restricciones: Si la restricción no existe, o es una restricción de igualdad con menor o igual número de variables que la función objetivo.

De programación lineal: los estudios de caso en el que la función objetivo f es lineal y el conjunto A se especifica utilizando sólo las igualdades lineales y las desigualdades. (A es el espacio de las variables de diseño).

Programación entera: los programas de estudios lineales en el que algunas o todas las variables se ven obligadas a asumir valores enteros.

Cuadrática de programación: permite que la función objetivo tenga términos de segundo grado, mientras que el conjunto A se debe especificar con desigualdades.

De programación no lineal: estudia el caso general en el que la función objetivo o las restricciones o ambos contienen partes no lineales

Programación estocástica: Cuando las variables del problema (función objetivo y/o restricciones) son variables aleatorias.

De programación dinámica: estudia el caso en que la optimización estratégica se basa en dividir el problema en sub-problemas.

Optimización combinatoria: tiene que ver con problemas en los que un conjunto de soluciones factibles es discreto o se puede reducir a un conjunto discreto.

Infinito-dimensionales de optimización: estudia el caso cuando el conjunto de soluciones factibles es un subconjunto de un espacio de dimensión infinita, como un espacio de funciones.

2.3 ALGORITMOS EVOLUTIVOS

Los algoritmos evolutivos constituyen una técnica general de resolución de problemas de búsqueda y optimización. Su forma de procesamiento se ha inspirado en la teoría de la evolución de las especies. Trabajan con una colección o “población” de soluciones candidatas o “individuos”, para los que se calcula una medida de su “adaptación” o capacidad de ser solución al problema que hay que resolver. La composición de la población va cambiando a lo largo de un proceso iterativo, cuyas iteraciones se denominan generaciones. Los individuos con mayor adaptación tienen una probabilidad mayor de sobrevivir y permanecer en la población de la siguiente generación, y de participar en “operaciones genéticas”, que son operaciones de creación de nuevos individuos a partir de modificaciones de los de la población anterior. De esta forma se emula el proceso de la selección natural.

El único requisito de un usuario que desee aplicar esta técnica para resolver un problema concreto es saber programar en cualquier lenguaje de propósito general en el que codificará el algoritmo evolutivo.

Los algoritmos evolutivos no proporcionan una solución exacta del problema abordado, sino una aproximación cuya calidad dependerá de los recursos dedicados a la búsqueda, es decir, tiempo y memoria, aparte, claro está, del diseño adecuado de los componentes del algoritmo.

2.3.1 LA TEORÍA DE LA EVOLUCIÓN

Los algoritmos evolutivos parten de las ideas del modelo de evolución natural que fue propuesto por Charles Darwin [DAR1859]. De acuerdo con la teoría de Darwin la evolución de las especies se debe al principio de *selección natural*, que favorece la supervivencia y multiplicación de aquellas especies que están mejores adaptadas a las condiciones de su entorno. Otro elemento que Darwin señaló como relevante para la evolución son las *mutaciones*, o pequeñas variaciones que introducen diferencias en las características físicas y tipos de respuestas de los padres y los hijos. Mientras hay abundancia de recursos, la población crece exponencialmente. Este proceso lleva a situaciones de escasez de recursos en el

entorno, en la que los individuos “mejor adaptados” al medio tienen la mayor probabilidad de sobrevivir y de dejar descendencia.

La genética y las leyes de la herencia genética han complementado la teoría de Darwin con mecanismos relativos a la herencia de características físicas en la producción de descendencia, dando lugar a la teoría del **neodarwinismo**. De acuerdo con esta teoría, las características físicas de un individuo, su *fenotipo*, son la consecuencia de su información genética o *genotipo*, cadenas de *genes*, con complejas interacciones, que constituyen las unidades de transferencia de la herencia. Los genes pueden modificarse puntualmente por *mutaciones*. La replicación de las cadenas de genes en la reproducción no siempre es perfecta, a veces se producen errores en el proceso de copia que constituyen mutaciones, sin embargo, existen mecanismos reparadores de estos errores, como enzimas codificadas en los propios genes, que reducen aún más el porcentaje de este tipo de mutaciones. También existen factores externos, como la radiación y ciertas sustancias químicas, que pueden incrementar de forma significativa las probabilidades de mutación.

La selección tiene lugar sobre los individuos, que son la consecuencia del genotipo y su interacción con el medio, constituyendo las *unidades de selección*. Lo que evoluciona es el conjunto de individuos que constituyen la *población*, que representa a un conjunto de genes comunes a sus individuos. La *adaptación* de su individuo es su tendencia a la mutación según los individuos de la población, para sobrevivir y dejar descendencia en unas condiciones ambientales específicas.

2.3.2 ESQUEMA GENERAL DE UN ALGORITMO EVOLUTIVO (AE)

El algoritmo procesa un conjunto de individuos que forman la población. Al comienzo del algoritmo se obtienen los datos de entrada al problema y se genera la población inicial, cuyos individuos se evalúan mediante la función de adaptación del algoritmo. El resto del algoritmo consiste en un bucle, cada una de cuyas iteraciones es una generación en la que se produce un proceso de selección, que da mayores probabilidades de tener copias en la nueva población a los individuos más adaptados, seguido de un proceso de reproducción en la que se generan nuevos individuos a partir de la población, mediante operaciones de mezcla y pequeñas alteraciones, y finalmente una evaluación de la nueva

población. A veces se selecciona un subconjunto de la población que es el único que participa en las operaciones de reproducción.

Siguiendo este esquema general se han desarrollado distintas variantes de algoritmos evolutivos, cuya principal diferencia se encuentra en la representación de los individuos. Lógicamente, los operadores genéticos que se utilizan para la reproducción en cada caso dependen de la representación adoptada. Las variantes más conocidas son:

- *Los Algoritmos Genéticos* [HOL75]: Utilizan una representación binaria o entera.
- *Los programas de evolución* [MIC94]: los individuos son cualquier estructura de datos de tamaño fijo.
- *Algoritmos Genéticos de codificación Real* [BAC91, Gol91, HER98]: Se hace evolucionar una población de números reales que codifican las posibles soluciones de un problema numérico.
- *La Programación Evolutiva* [KOZ94, KOZ02]: se hace evolucionar una población de “programas” para resolver un problema en general. Los programas que evolucionan pueden adoptar distintas formas, aunque la más usual es un árbol. En cualquier caso, se trata de estructuras de datos de tamaño variable, es decir, no todos los individuos tienen el mismo tamaño. Este tipo de algoritmo evolutivo presenta una diferencia fundamental con el resto: no buscan la solución a una instancia concreta de un problema, sino una estrategia capaz de resolver cualquier instancia de ese problema.

2.4 ALGORITMOS GENÉTICOS

Uno de los tipos de algoritmos evolutivos más populares son los algoritmos genéticos (AGs), desarrollados por John Holland [HOL75] en 1975, junto con sus colegas y estudiantes de la universidad de Michigan. Se caracterizan por representar las soluciones al problema que abordan en forma de cadenas de bits. Entre las razones que hacen que este tipo de AE suela ser uno de los estudiados con más detalle están su eficiencia y sencillez de implementación.

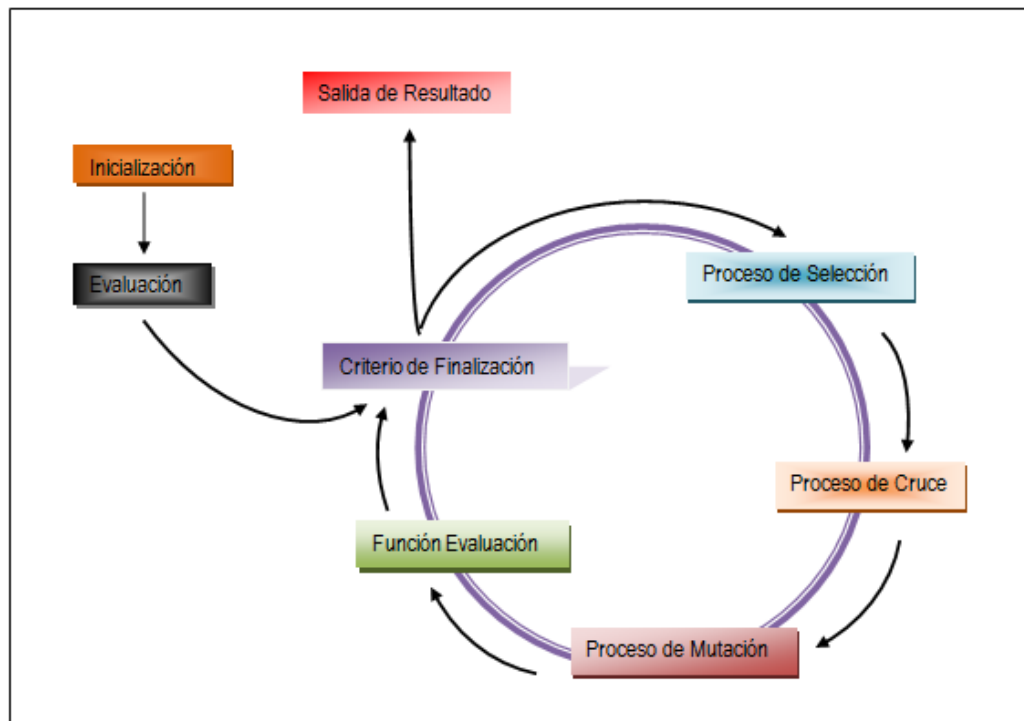
2.4.1 ESTRUCTURA GENERAL DE UN ALGORITMO GENÉTICO

En general, un AG tiene 5 componentes básicos, por Michalewics [5]:

1. Una representación genética de posible solución del problema.
2. Una manera de crear una población (Un conjunto inicial de posibles soluciones)
3. Una función evaluación que clasifique las soluciones en términos de su fitness.
4. Operadores Genéticos que alteran la cadena de composición genética (Cruzamiento, Mutación, selección).
5. Valores de los parámetros que utilizan los algoritmos genéticos (Tamaño de la población, probabilidades de aplicación de los operadores genéticos).

En la figura 3. Se muestra el proceso a seguir para obtener el resultado óptimo (también llamado proceso evolutivo), y en la figura 4. Se representa el Algoritmo genético simple.

Figura 3. Proceso evolutivo



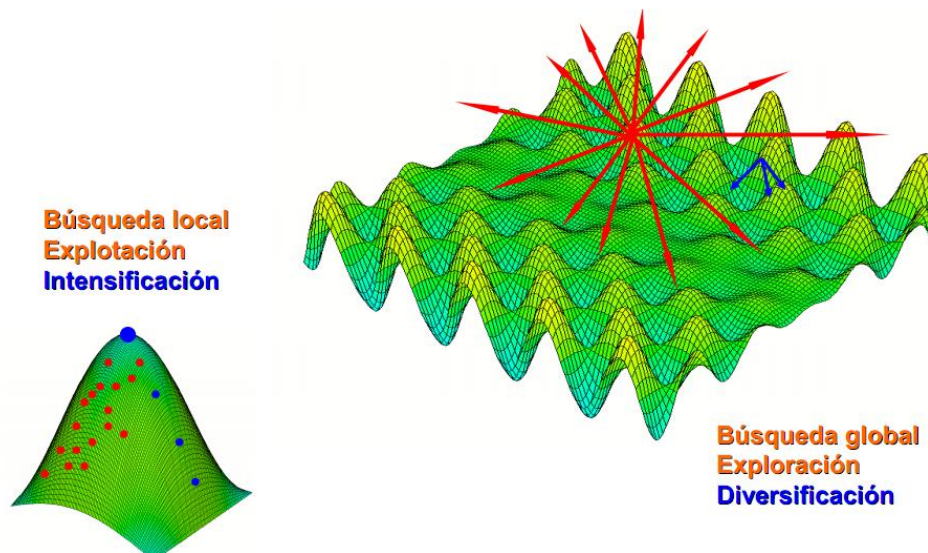
Fuente. Autores

Figura 4. Pseudocódigo del algoritmo genético simple

```
BEGIN /*Algoritmo genético simple*/  
  Generar una población inicial.  
  Computar la función evaluación de cada individuo.  
  WHILE NOT terminado Do  
  BEGIN /*Producir nueva generación*/  
    FOR Tamaño población/ 2Do  
    BEGIN /*Ciclo Reproductivo*/  
      Seleccionar  
      Cruzar  
      Mutar  
      Insertar los dos descendientes mutados en la nueva generación.  
    END  
    IF la población ha convergido THEN  
      Terminado:=TRUE  
    END  
  END
```

2.4.2 EXPLORACIÓN Y EXPLORACIÓN

Figura 5. Exploración y explotación



Fuente. Introducción a los algoritmos metaheurísticos [10]

La exploración y explotación se puede realizar mediante estrategias de búsqueda a ciegas o estrategias de búsqueda heurísticas. La primera no utiliza la información sobre el dominio del problema; la segunda (heurística) usa información adicional para guiar la búsqueda. La figura 5. Representa la búsqueda en el espacio (exploración y explotación).

Hay dos cuestiones importantes en las estrategias de búsqueda: la explotación de la mejor solución y explorar el espacio de búsqueda. Michalewicz dio una comparación entre búsqueda escalando, búsqueda aleatoria y búsqueda genética. Escalar es un ejemplo de una estrategia que aprovecha la mejor solución para una posible mejora, haciendo caso omiso de la exploración del espacio de búsqueda. Búsqueda al azar es un ejemplo de una estrategia que explora el espacio de búsqueda, haciendo caso omiso de la explotación de las regiones prometedoras del espacio de búsqueda.

Algoritmo Genético es una clase de método general de fines de búsqueda que combina elementos de dirección y búsqueda estocástica que puede producir un notable equilibrio entre la exploración y la explotación del espacio de búsqueda. Al comienzo de la búsqueda genética, hay una población muy aleatoria y diversa, y el operador de cruce tiende a realizar búsqueda general para explorar todo el espacio de solución. Como se desarrollan soluciones de alto fitness, el operador de cruce proporciona exploración en las cercanías de cada una de ellas.

2.4.3 IMPORTANTES AVANCES

Los AG han recibido una atención considerable en cuanto a su potencial como una novedosa técnica de optimización. Hay tres ventajas principales para la aplicación de AG a la optimización de problemas:

1. Adaptabilidad: AG no tiene obligación de mucha matemática en relación con los problemas de optimización. Debido a la naturaleza evolutiva, AG buscará soluciones sin tener en cuenta el funcionamiento interno específico del problema. AG puede manejar cualquier tipo de funciones objetivo y todo tipo de restricciones, es decir, lineal o no lineal, que se define en los espacios de búsqueda discreta, continua o mixta.

2. **Robustez:** El uso de los operadores de la evolución hace AG muy eficaz en la ejecución de una búsqueda global (en probabilidad), mientras que la mayoría heurísticas convencionales por lo general realizan una búsqueda local. Se ha demostrado por muchos estudios que AG es más eficiente y más robusto en la localización de una solución óptima y la reducción de esfuerzo computacional que otros análisis convencionales.

3. **Flexibilidad:** AG nos proporciona una gran flexibilidad para hibridar con el dominio-dependiente heurística para hacer una aplicación eficaz de un problema específico.

2.4.4 VOCABULARIO ALGORITMOS GENÉTICOS

Debido a que AG tiene sus raíces tanto en la genética natural y la informática, las terminologías utilizadas en la literatura AG son una mezcla de lo natural y lo artificial.

En un organismo biológico, la estructura que codifica la prescripción que especifica cómo el organismo se va a construir se llama un **cromosoma**. Uno o más cromosomas pueden ser obligados a indicar el organismo completo. El conjunto completo de los cromosomas se llama un **genotipo**, y el organismo resultante se llama **fenotipo**. Cada cromosoma contiene una serie de estructuras llamadas genes individuales. Cada gen codifica un rasgo particular del organismo, y el lugar, o locus, del gen dentro de la estructura cromosómica. En un lugar particular, un gen puede codificar uno de los diferentes valores de la característica particular que representa. Los diferentes valores de gen se llaman alelos. La correspondencia de los términos y las condiciones de optimización AG se resumen en la Tabla 1.

Tabla 1. Explicación de términos de AG

Algoritmos Genéticos	Explicación
Cromosoma (Cadena, Individuo)	Solución (Codificación)
Genes (Bits)	Parte de la solución

Tabla1. (Continuación)

Locus	Posición del gen
Alelos	Valores del gen
Fenotipo	Solución descifrada
Genotipo	Solución Codificada

Fuente. Libro Algoritmos genéticos Multi-objetivo [1]

Un cromosoma está compuesto por varios genes como se representa en la figura 6, es decir un gen puede ser un valor cualquiera que representa una característica de un individuo.

Ejemplos de características:

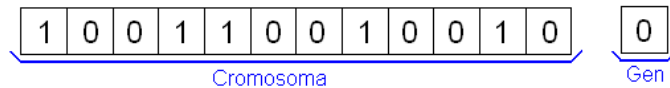
Color de los ojos

Tamaño de los pies

Inteligencia

Cada cromosoma representa un individuo.

Figura 6. Cromosoma y gen



2.4.5 INICIACIÓN DE LOS ALGORITMOS GENÉTICOS

En general, hay dos formas de generar la población inicial, es decir, la inicialización heurística e inicialización aleatoria siempre y cuando se cumplan las fronteras y / o sistemas de restricciones del problema. Aunque el fitness promedio de la inicialización heurística es relativamente alto de manera que puede ayudar a los Algoritmos Genéticos a encontrar soluciones más rápidas, en la mayoría de problemas a gran escala, por ejemplo, problemas de diseño de redes, el enfoque heurístico puede solo explorar una pequeña parte del espacio de soluciones y es difícil encontrar soluciones con óptimos globales debido a la falta de diversidad en la población.

2.4.6 POBLACIÓN

Una cuestión que uno puede plantearse es la relacionada con el tamaño idóneo de la población.

Parece intuitivo que las poblaciones pequeñas corren el riesgo de no cubrir adecuadamente el espacio de búsqueda, mientras que el trabajar con poblaciones de gran tamaño puede acarrear problemas relacionados con el excesivo costo computacional.

Goldberg (1989) efectuó un estudio teórico, obteniendo como conclusión que el tamaño óptimo de la población para ristas de longitud l , con codificación binaria, crece exponencialmente con el tamaño de la rista. Este resultado traería como consecuencia que la aplicabilidad de los Algoritmos Genéticos en problemas reales sería muy limitada, porque resultarían no competitivos con otros métodos de optimización combinatoria. Alander (1992), basándose en evidencia empírica sugiere que un tamaño de población comprendida entre l y $2l$ es suficiente para atacar con éxito los problemas por él considerados.

Población inicial

Habitualmente la población inicial se escoge generando ristas al azar, pudiendo contener cada gen uno de los posibles valores del alfabeto con probabilidad uniforme. Al preguntarse qué es lo que sucede si los individuos de la población inicial se obtuviesen como resultado de alguna técnica heurística o de optimización local, se encuentra que en los pocos trabajos que existen sobre este aspecto, esta inicialización no aleatoria de la población inicial, puede acelerar la convergencia del algoritmo Genético. Sin embargo, en algunos casos la desventaja resulta ser la prematura convergencia del algoritmo, queriendo indicar con esto la convergencia hacia óptimos locales.

2.4.7 EVALUACIÓN DEL FITNESS

Dos aspectos que resultan cruciales en el comportamiento de los Algoritmos Genéticos son la determinación de una adecuada función de adaptación o función objetivo, así como la codificación utilizada.

Idealmente interesa construir funciones objetivo con "ciertas regularidades", es decir funciones objetivo que verifiquen que para dos individuos que se encuentren cercanos en el espacio de búsqueda, sus respectivos valores en las funciones objetivo sean similares. Por otra parte, una dificultad en el comportamiento del Algoritmo Genético puede ser la existencia de gran cantidad de óptimos locales, así como el hecho de que el óptimo global se encuentre muy aislado.

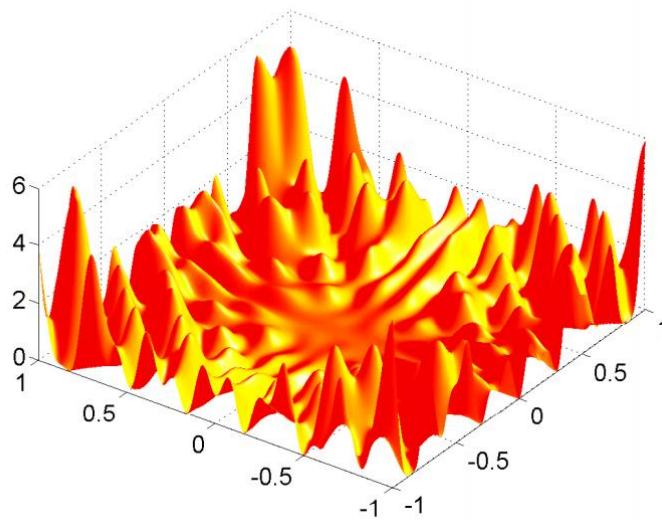
La regla general para construir una buena función objetivo es que esta debe reflejar el valor del individuo de una manera "real", pero en muchos problemas de optimización combinatoria, donde existen gran cantidad de restricciones, buena parte de los puntos del espacio de búsqueda representan individuos no válidos.

La evaluación de la aptitud es comprobar el valor de la solución de la función objetivo sujeto a las restricciones del problema. En general, la función objetivo proporciona el mecanismo de evaluación de cada individuo. Sin embargo, su rango de valores varía de un problema a otro. Para mantener la uniformidad en diversos dominios de problemas, se puede utilizar la función de aptitud para normalizar la función objetivo a un rango de 0 a 1. El valor normalizado de la función objetivo es la aptitud del individuo, y el mecanismo de selección se utiliza para evaluar a los individuos de la población.

Cuando la búsqueda de AG continúa, la población se somete a la evolución con la aptitud, formando así una población nueva. Luego de esto, en cada generación, las soluciones relativamente buenas, se reproducen, y las soluciones relativamente malas, mueren, para que la descendencia compuesta por las buenas soluciones se reproduzcan. Para distinguir las soluciones, una función de evaluación (también llamada función de aptitud) desempeña un papel importante, y el mecanismo de ampliación también es necesario para aplicar en la función objetivo para las funciones de fitness. Al evaluar la función de aptitud de algunos cromosomas, se debe diseñar el procedimiento de descifrar en función de los cromosomas.

En la gráfica 3. Se muestra el campo de evaluación de la función objetivo.

Gráfica 3. Evaluación función objetivo.



2.4.8 CODIFICACIÓN

Se supone que los individuos (posibles soluciones del problema), pueden representarse como un conjunto de parámetros (denominados *genes*), los cuales, agrupados, forman una ristra de valores (a menudo referida como *cromosoma*). Si bien el alfabeto utilizado para representar los individuos no debe necesariamente estar constituido por el $\{0,1\}$, buena parte de la teoría en la que se fundamentan los Algoritmos Genéticos utiliza dicho alfabeto.

CLASIFICACIÓN DE CODIFICACIÓN

Los varios métodos de codificación se han creado para problemas particulares con el fin de tener una aplicación efectiva de los AG. De acuerdo con qué tipo de símbolos se utiliza como los alelos de un gen, los métodos de codificación se pueden clasificar de la siguiente manera:

- Codificación binaria
- Codificación números Reales

- Entero / codificación permutación literal
- una codificación de los datos generales de la estructura

La codificación de números reales es la mejor para los problemas de optimización de funciones. Se ha confirmado que el número real de codificación tiene mayor rendimiento que el de codificación binaria para la optimización de funciones y optimizaciones limitadas.

Puesto que la estructura topológica del espacio genotipo para el método de codificación de números reales es idéntico al del espacio fenotipo, es fácil crear un eficaz operador genético mediante el uso de algunas técnicas útiles de métodos convencionales.

El número entero o codificación permutación literal es adecuado para problemas de optimización combinatoria, dado que la esencia de los problemas de optimización combinatoria es la búsqueda de una mejor permutación o combinación de algunos elementos sujetos a algunas limitaciones, la codificación de permutación literal puede ser la manera más razonable de hacer frente a este tipo de cuestiones.

PROPIEDADES DE CODIFICACIÓN

Propiedad 1 (Espacio): Los cromosomas no deben requerir cantidades extravagantes de memoria.

Propiedad 2 (Tiempo): La complejidad en tiempo de ejecución de la evaluación, la recombinación y la mutación en los cromosomas no debe ser de un orden superior.

Propiedad 3 (de viabilidad): Un cromosoma corresponde a una solución factible.

Propiedad 4 (legalidad): Cualquier permutación de un cromosoma corresponde a una solución.

Propiedad 5 (integridad): Cualquier solución tiene un cromosoma correspondiente.

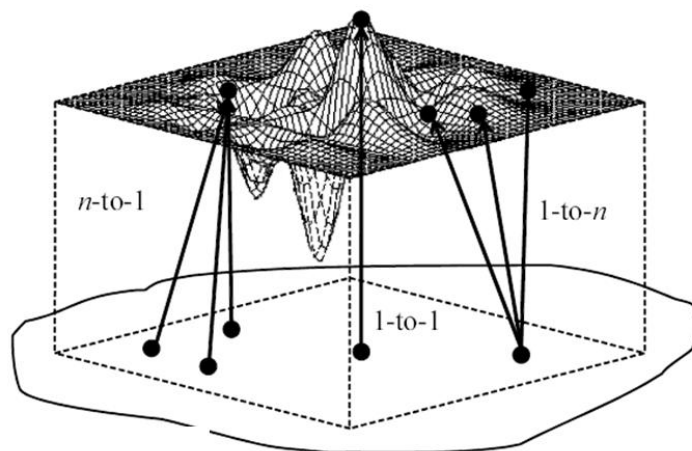
Propiedad 6 (unicidad): La asignación de los cromosomas de las soluciones (decodificación) pueden pertenecer a uno de los tres casos

siguientes (Figura. 7): 1 a 1, n-a-1 y de 1 a n. La asignación de 1-a-1 es el mejor entre los tres casos y de 1-a-n de asignación es el más indeseable.

Propiedad 7 (La herencia): Los hijos de cruce simple (es decir, un punto de corte) debe corresponder a las soluciones que combinan las características básicas de sus padres.

Propiedad 8 (Localidad): Un pequeño cambio en el cromosoma debe suponer un pequeño cambio en su solución correspondiente.

Figura 7. Mapeo de los cromosomas



Fuente. Multi-objective Genetic Algorithms

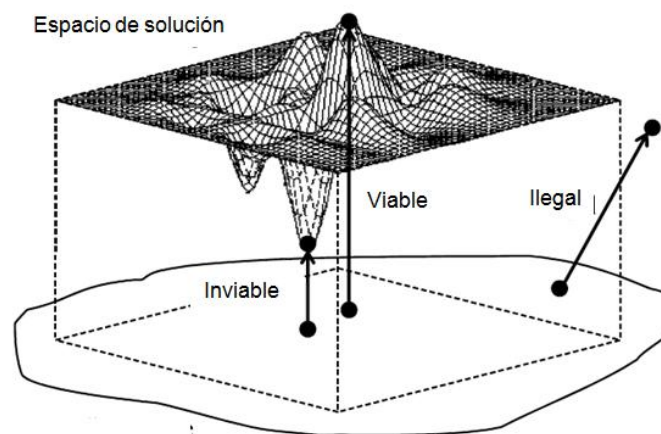
INVIABILIDAD E ILEGALIDAD

El AG trabaja en dos tipos de espacios como alternativa: el espacio de la codificación y el espacio de la solución, o en otras palabras, el espacio de genotipo y fenotipo. Los operadores genéticos trabajan en el espacio genotipo, mientras que la evaluación y selección trabajan en el espacio fenotipo. La selección natural es el enlace entre los cromosomas y la realización de las soluciones codificadas. El mapeo desde el espacio genotipo al de espacio fenotipo tiene una influencia considerable en la realización del algoritmo genético.

Se necesita distinguir entre dos conceptos básicos: Inviabilidad e Ilegalidad, como se muestra en la Figura 8. A menudo son mal utilizados en la literatura.

Inviabilidad se refiere al fenómeno donde una solución codificada de un cromosoma se encuentra fuera de la región factible del problema dado, mientras que la ilegalidad se refiere al fenómeno donde un cromosoma no representa solución a un problema determinado.

Figura 8. Inviabilidad e Ilegalidad



Fuente. Multi-objective Genetic Algorithms

2.5 OPERADORES GENÉTICOS

Los algoritmos genéticos cumplen con una secuencia de procesos principales de selección, reproducción y mutación. Estos procesos son basados en la teoría de la evolución y dentro de esta temática reciben el nombre de operadores.

El método para implementar un operador genético puede variar dependiendo del problema, hasta el punto que se puede decir que existe un método por modelo de problema, lo que le ha permitido a los algoritmos una gran aceptación en las diferentes áreas de la ciencia.

2.5.1 SELECCIÓN

En la naturaleza, la selección sirve para determinar qué individuos sobreviven y se reproducen y cuales desaparecerán por una incorrecta adaptación al entorno. Este proceso es imitado mediante los métodos de selección. El proceso de selección es el que ha despertado un mayor interés a juzgar por la gran cantidad de estudios y métodos desarrollados.

Los métodos de selección, basándose en la calidad de las soluciones (adaptación de los individuos), seleccionan a los mejores individuos (soluciones) para que se reproduzcan, formando parte de la población de padres. Por el contrario, los peores individuos (soluciones) no serán seleccionados y desaparecerán de la búsqueda. Este proceso permite que una misma solución pase varias copias a la población de padres. Se trata, por tanto, de un muestreo sin sustitución.

Un concepto de gran importancia es la presión selectiva, que indica el grado con el que las mejores soluciones son favorecidas para formar parte de la población padre. A mayor presión selectiva, más se favorecerá a los mejores individuos y, por tanto, tendrán un mayor número de copias en la población padre. Esta presión dirige al algoritmo hacia poblaciones cada vez mejor adaptadas al problema.

El ratio de convergencia de un algoritmo genético está en gran parte determinado por la magnitud de la presión selectiva. Con una alta presión selectiva se obtiene un mayor ratio de convergencia, con el inconveniente de aumentar la probabilidad de convergencia prematura hacia un subóptimo. Y por el contrario, si la presión es demasiado baja, el ratio de convergencia disminuirá y el algoritmo tardará más tiempo en encontrar la solución óptima, si es que la encuentra. En el caso más extremo, donde la presión selectiva es nula, es decir, todos los individuos tienen la misma probabilidad de sobrevivir, se producirá una búsqueda aleatoria por todo el espacio de soluciones.

Los métodos existentes en la actualidad se dividen en tres, los basados en la calidad, en el orden y los que realizan la selección mediante torneos o competiciones. A continuación y basándose en los trabajos de Goldberg y Michalewicz, se describirán los principales métodos de selección:

MÉTODOS PROPORCIONALES A LA CALIDAD

En este caso, la selección de padres se realiza teniendo en cuenta la magnitud de la calidad de las soluciones respecto de la del resto de la población. Por esto, superindividuos, es decir, los que tienen una calidad bastante superior a la del resto de la población, rápidamente coparán los puestos de la población de padres con un gran número de copias. El resultado es una pérdida de la diversidad en la población y una prematura convergencia.

Dentro de esta categoría cabe destacar:

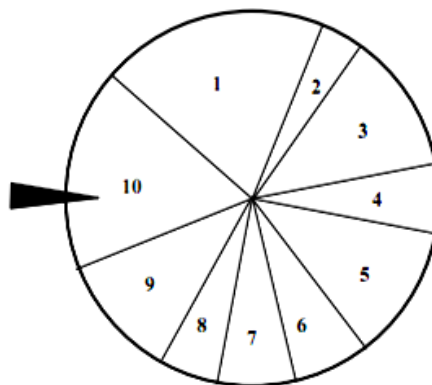
Selección proporcional o método de la ruleta, desarrollado en un principio por Holland en 1975, y ampliamente analizado por otros autores como Brindle en su Tesis Doctoral en 1981 y Goldberg (1989). La probabilidad de selección p_i , para el individuo i está dada por la siguiente ecuación:

$$p_i = \frac{f_i}{\sum_{j=1}^n f_j}$$

Siendo f_i la calidad del individuo i , y n el tamaño de la población.

La representación gráfica de este sistema es una ruleta dividida en n áreas cada una de ellas proporcional a la calidad de cada individuo de la población. La selección consistirá rotar n veces la ruleta y la zona donde caiga el marcador indicará el individuo seleccionado para reproducirse (Figura 9).

Figura 9. Ruleta

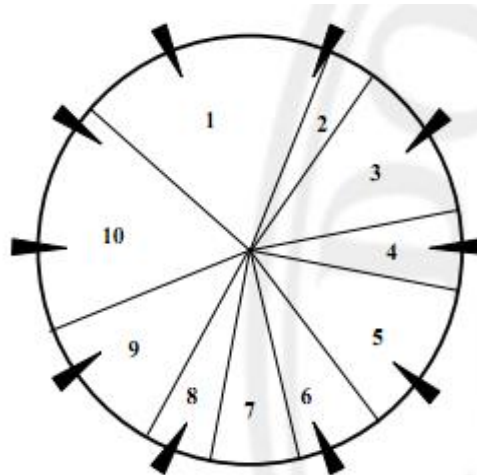


De esta forma, los individuos con mayor calidad relativa tendrán mayores probabilidades de ser seleccionados para la población de padres, y además más de una vez. Por lo que se presenta el problema de superindividuos y, por lo tanto, de convergencia prematura. Para evitarlo se desarrollaron los siguientes métodos:

Selección estocástica por restos, que asigna directamente a cada individuo un número de copias en la población de padres igual a $[p_i \times n]$, redondeando al menor entero más cercano, y con los restos, se aplica el método proporcional para obtener las copias vacantes. También fue desarrollado por Brindle, en cuyo estudio consideró las posibilidades de aceptar individuos repetidos o realizar un muestreo sin sustitución.

Selección estocástica universal, similar al método de la ruleta, pero en lugar de tener una ruleta con un único marcador, se tienen n marcadores igualmente distanciados (Figura 10), y mediante una tirada se selecciona a los n individuos.

Figura 10. Método de selección Estocástica Universal



La transcripción al lenguaje matemático parte de un número aleatorio r del que se obtienen, mediante la siguiente ecuación los r_j necesarios para compararlos con las probabilidades acumuladas, p_i , de cada individuo. Fue desarrollado por Baker en 1987.

$$r_j = \frac{r + j - 1}{k} \quad j = 1, \dots, n$$

El efecto de estos tipos de selección depende en gran medida del rango de la calidad de la población. Existe, por ello, la posibilidad de tener que modificar dichos rangos, modificando la función de calidad. Goldberg (1989) desarrolló diferentes formas de escalar la calidad.

MÉTODOS BASADOS EN EL ORDEN O MÉTODOS DE ORDENACIÓN.

Estos métodos seleccionan a los individuos no en función de la magnitud absoluta de su calidad, sino de la posición que ocupan en una lista ordenada cuando se les clasifica según ella. Esto origina que la presión selectiva sea independiente de los rangos en los que se mueve la calidad, y que el número esperado de hijos dependa únicamente de la posición, eliminando así el efecto pernicioso de los superindividuos.

Selección por ordenación lineal, propuesto por Baker (1985). Dónde la probabilidad para el individuo situado en la posición i -ésima de una clasificación realizada según el orden decreciente de calidades será:

$$p(i) = q - (i - 1) \times r$$

$$q = r \times \frac{n - 1}{2} + \frac{1}{n}$$

$$r \in \left[0, \frac{2}{n(n - 1)} \right]$$

Siendo n el tamaño de la población y r el parámetro que permite controlar la presión selectiva. Un $r = 0$ indicará presión selectiva nula, ya que todos los individuos tendrán la misma probabilidad de ser seleccionados. Para el máximo valor de r (presión selectiva máxima), la probabilidad de cada individuo será:

$$p(i) = \frac{2}{n} \times \left[1 - \frac{i-1}{n-1} \right]$$

Se comprueba que el individuo de mayor calidad, es decir, el primero en la clasificación, tiene un valor esperado de hijos de 2, mientras que para el peor individuo, es 0.

Selección por ordenación no lineal desarrollado por Michalewicz (1995). En este caso, la diferencia entre las probabilidades de selección para individuos situados en posiciones adyacentes en la clasificación, no es igual a lo largo de toda la ordenación. Se rige por la ecuación:

$$p(i) = q \times (1 - q)^{i-1} \quad q \in (0,1)$$

Donde q es el parámetro que permite controlar la presión selectiva. Si dicho parámetro aumenta, la presión aumentará, y por lo tanto la diferencia entre las probabilidades de los individuos adyacentes aumentará según disminuyen sus posiciones dentro de la clasificación. De esta forma se da mayor peso (importancia) a los individuos mejor clasificados, existiendo apenas diferencia entre los peores.

MÉTODOS BASADOS EN COMPETICIONES O TORNEOS

Fueron inicialmente desarrollados por Brindle en 1981. En este caso, en cada paso se selecciona el nuevo padre mediante un torneo que se establece entre z individuos seleccionados de forma aleatoria, siendo éste el de mayor calidad. Es un muestreo con repetición. El proceso se repetirá hasta que la población de padres esté completa. Inicialmente Brindle utilizó un $z = 2$ (torneo binario), que es el de menor presión selectiva. Para aumentar dicha presión, se aumenta el valor de z , es decir, aumentar los individuos que compiten por cada puesto.

Horn (Horn et al., 1994) recoge modificaciones a los métodos de torneo especialmente diseñados para los problemas multimodales y multiobjetivo, donde se necesita controlar la cantidad de individuos a los que se permite pasar a la siguiente población dependiendo de su distribución en el espacio de búsqueda.

Es decir, si se tiene una gran cantidad de individuos o soluciones en determinadas partes del espacio de búsqueda, no se permiten más individuos en esas zonas. Así se pretende que el algoritmo busque de forma más amplia, limitando la posibilidad de que toda la población caiga en una única zona de alta calidad.

Al elegir el tipo de selección a utilizar, hay que tener en cuenta el tipo de problema a estudiar y algunas características importantes de cada uno de estos métodos, como por ejemplo las estudiadas por De la Maza y Tidor (1993). Estos autores analizan dos aspectos importantes de los métodos de selección, como son su comportamiento frente a modificaciones en la función de calidad, en cuanto a la escala y a la traslación de valores.

Asimismo, la traslación de los valores de la función de calidad es también importante, puesto que en algunas ocasiones hace falta modificar la función objetivo de un problema de optimización para que sea válido como función de calidad del algoritmo.

Una de las modificaciones propuesta por Goldberg (1989) es la suma de una cantidad, siendo el resultado una traslación de valores, que dependiendo de la magnitud de dicha cantidad puede hacer que la calidad real del individuo sea despreciable, por lo que el método no es capaz de distinguir a los mejores individuos.

Los estudios llevados a cabo por los citados autores, demuestran que los métodos proporcionales son invariantes frente a la escala, pero sí se ven influidos por la traslación de valores; por el contrario, los métodos de ordenación y de torneo son invariantes tanto frente a la escala como a la traslación.

En un nivel más teórico Goldberg y Ded (1991) comparan diferentes características de los métodos de selección. Sus recomendaciones más relevantes se pueden resumir en:

- Utilizar en las primeras generaciones bajos ratios de presión selectiva para prevenir la convergencia prematura.

- Según evoluciona el sistema, se deberían utilizar ratios cada vez mayores junto con algún operador mutación, para redescubrir los bloques constitutivos perdidos durante el proceso.
- Preservar la diversidad tanto espacial como temporal mediante métodos de selección que permitan la especialización.

Aparte de los métodos mencionados, cabe destacar algunas estrategias utilizadas para aumentar el rendimiento de los algoritmos genéticos relacionadas con el fortalecimiento de los mejores individuos. El método elitista propuesto por De Jong en 1975, consiste en pasar una copia del mejor individuo directamente a la siguiente población; de esta forma se previene su posible desaparición al llevar a cabo la recombinación. Michalewicz (1995) destaca otra posibilidad, la denominada modelo del valor esperado, donde a cada individuo se le asigna un contador que se decrementa al sufrir cruce o mutación. Cuando el contador cae hasta cero, ese individuo ya no está disponible para su selección nunca más. De esta forma se eliminan zonas del espacio de búsqueda suficientemente analizadas ya.

2.5.2 REPRODUCCIÓN O CRUZAMIENTO

En los algoritmos genéticos, la reproducción se realiza, en primer lugar, intercambiando el material genético de los dos padres mediante un operador cruce apropiado, y después sobre las dos cadenas que se obtienen se realiza la mutación. El resultado son dos nuevas cadenas con propiedades de ambos padres y alguna mutación aleatoria.

Por lo tanto, los principales operadores de reproducción son los de cruce y de mutación, que deben estar adaptados al tipo de codificación seleccionada para resolver el problema.

El operador cruce es el que juega el papel más importante dentro de los operadores genéticos, ya que permite el intercambio de características de una generación a la siguiente; es decir, el que hace evolucionar a las especies. Su realización es probabilística, se le asigna una probabilidad (pc) para que se pueda ejecutar. Su valor depende del tipo de problema, de la representación

utilizada, y de muchos factores más. Inicialmente el valor dado fue del 60% (Goldberg, 1989), pero han surgido muchos estudios de cómo adaptar estas probabilidades al estado del proceso genético (Michalewicz, 1995).

Es importante considerar que el operador cruce realiza dos trabajos, los denominados mecanismo e idea (Jones, 1995).

La *idea* del cruce se basa en el hecho de que cada uno de los padres seleccionados tiene una probabilidad mayor que la media de la generación actual, de ofrecer un mejor material genético. La razón principal de mantener un conjunto de soluciones y utilizar el cruce es formar cada vez mejores individuos y combinarlos a su vez para conseguir otros nuevos aún mejores: cumplir el teorema de los bloques constitutivos. Si la idea del cruce así definida no se desarrolla en el algoritmo elegido, entonces no merece la pena gastar recursos en mantener una población de soluciones.

El *mecanismo* del cruce es el proceso por el que se lleva a cabo la idea. Es decir, la forma del intercambio, la aplicación literal de los métodos para la implementación de cada operador cruce que serán explicados a continuación.

Es importante separar estos dos conceptos del cruce ya que si un algoritmo realiza sólo el mecanismo, el resultado final es tal que no importa entonces que los padres seleccionados sean los mejores, al no aprovecharse sus buenas características. Se puede hablar de macro-mutación de los padres: cambio de la mayor parte del material genético de cada uno de los padres por otro que, en principio, no les aporta beneficios, tal y como pasa en las mutaciones.

Existe otro método menos estudiado de producir hijos, pero en cuyo proceso no están implicados directamente dos padres. Fue desarrollado inicialmente por Syswerda en 1993 y modificado por Eshelman y Schaffer (1993). Consiste en la creación de los hijos teniendo en cuenta toda la información que proporciona el total de individuos de la generación actual. Para crear los nuevos individuos, se observa la frecuencia de los valores existentes en cada posición, y por medio de dicha frecuencia se van construyendo los hijos de forma estocástica.

Dentro de la gran cantidad de operadores cruce existentes, se citan los básicos para las codificaciones: binaria, permutacional y permutacional con repetición.

Operador con un punto de cruce. Es el operador clásico para la codificación binaria y del que han surgido los demás. Se genera un número aleatorio que determinará el punto de corte, o punto de intercambio de los cromosomas, según se muestra en la figura 11.

Figura 11. Operador cruce 1- punto

Padre 1	0 1 1 0 1 0 1	0 0 0 0 1 1 1
Padre 2	1 1 1 0 1 0 0	1 0 1 1 0 0 1
Hijo 1	0 1 1 0 1 0 1	1 0 1 1 0 0 1
Hijo 2	1 1 1 0 1 0 0	0 0 0 0 1 1 1

Operador con N puntos de cruce. Es una ampliación del anterior. En este caso se determinan n puntos de cruce para lo que se deberán generar n números aleatorios.

Operador cruce uniforme. Es la generalización de los operadores anteriores. Cada gen tiene una probabilidad del 50% de ser intercambiado por el correspondiente del otro padre, utilizándose para ello una máscara (Figura 12). Fue desarrollado por primera vez por Ackley en 1987, y posteriormente Syswerda (1989) realizó un estudio comparativo entre este operador y los operadores 1-punto y 2-puntos. La conclusión fue que el cruce uniforme funciona mejor que los otros dos en estudio.

Figura 12. Operador Cruce Uniforme

Padre 1	0 1 1 0 1 0 1 0 0 0 0 1 1 1
Padre 2	1 1 1 0 1 0 0 1 0 1 1 0 0 1
Máscara	1 1 0 1 1 1 1 0 0 0 0 1 1 0
Hijo 1	0 1 1 0 1 0 1 1 0 1 1 1 1 1
Hijo 2	1 1 1 0 1 0 0 0 0 0 0 0 0 1

Operador cruce ordenado (OX)¹. Desarrollado inicialmente por Davis en 1985 para la codificación permutacional, ha sido uno de los operadores clásicos para este tipo de representación.

Se selecciona de forma aleatoria un segmento de las cadenas que serán las únicas que permanecerán inalteradas en las cadenas de los hijos. Los números enteros de cada padre que han quedado fuera son los que se intercambian. Para completar el resto de la cadena de los hijos, se necesita una cadena auxiliar, para el hijo 1 formada por los genes del padre 2 y para el hijo 2 formada por los del padre 1, comenzando a rellenarlo con los números que están a continuación del segundo corte y tomando la cadena como si fuese circular (Figura 13).

En el ejemplo, la cadena auxiliar correspondiente al hijo 1 será: [2 1 3 7 4 5 6 9 8]. Se tachan los números ya presentes en el hijo 1, (4 5 6), para asegurar la formación de hijos válidos, es decir [2 1 3 7 ~~4 5 6~~ 9 8], y con los restantes se comienza a rellenar al hijo por su segundo corte. La operación a seguir con el hijo 2 es similar. Para el hijo 2 será [7 ~~8 9~~ 1 2 3 4 5 6]

Cruce generalizado basado en el orden (GOX)² Desarrollado por Bierwirth et al. (1996) para la codificación permutacional con repetición.

Figura 13. Operador cruce ordenado

Padre 1	1 2 3	4 5 6	7 8 9
Padre 2	7 4 5	6 9 8	2 1 3
Hijo 1	7 9 8	4 5 6	2 1 3
Hijo 2	3 4 5	6 9 8	7 1 2

Al igual que en el operador anterior, se seleccionan dos posiciones en la cadena mediante dos números aleatorios que determinan una subcadena en cada padre.

¹Order Crossover

²Generalized Order Crossover

La subcadena (3 1 1) del padre 1 va a pasar sin cambios al hijo 1, el resto de sus posiciones las heredará del padre 2. Para formar hijos válidos los números enteros del padre 1 que se van a intercambiar se tachan de la cadena de números enteros del padre 2 que pasan al hijo 1, es decir el segundo 3, el primer y segundo 1. La subcadena del hijo 1 se insertará detrás del mismo número que en la que estaba en el padre 1, en este caso la subcadena está detrás del segundo 2, por lo que el [2 3 2 (3 1 1) 1 2 3]. hijo 2 será: [2 3 2 (3 1 1) 1 2 3]. (Figura 14).

Figura 14. Operador cruce generalizado basado en el orden

Padre 1	3 2 2	3 1 1	2 3 1
Padre 2	2 1 1	3 2 1	2 3 3
Hijo 1	2 3 2 3 1 1 1 2 3		
Hijo 2	2 3 1 1 3 2 1 2 3		

2.5.3 MUTACIÓN

Mientras el operador cruce combina aquellas buenas características de los individuos llevando a cabo la explotación de las áreas beneficiosas detectadas por la selección, el operador mutación incluye la diversidad en la búsqueda facilitando la exploración de áreas aún no tratadas. Por lo tanto se puede decir que la principal característica de este operador es permitir que todos los individuos del espacio de búsqueda tengan una probabilidad de ser explorados mayor de cero.

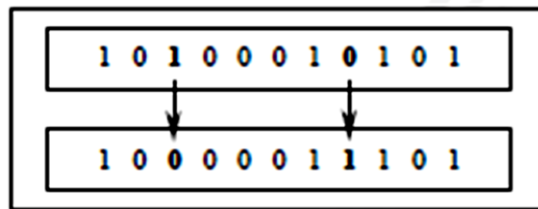
Además, su funcionamiento permite recuperar características de los individuos que por medio de la selección y el cruce podrían haberse perdido, cayendo en el olvido y que, aún siendo buenas características, sería imposible recuperar sin la acción del operador mutación.

Existe una gran cantidad de operadores mutación. A continuación, se desarrollan algunos.

- **Mutación estándar.** Es el operador por excelencia utilizado en la codificación binaria. La probabilidad de aplicación (pm)s es muy baja, para no incluir demasiada diversidad en la búsqueda y perder de esta forma la dirección de la misma. Según los estudios realizados por Holland, la probabilidad aceptable sería la comprendida entre 0.1 y 1%. Esta probabilidad se aplicará bit a bit, a diferencia de los operadores cruce que se refieren a cada pareja o incluso a otros operadores mutación, generalmente los aplicados sobre codificaciones no binarias, donde se aplicará sobre cada cadena o individuo.

El proceso es sencillo y consiste en mutar el bit correspondiente según la probabilidad de mutación asignada (Figura 15).

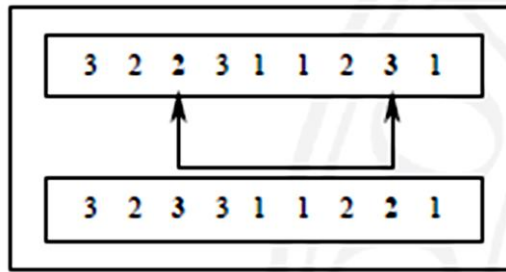
Figura 15. Operador mutación estándar.



- **Mutación no uniforme.** Desarrollado para codificaciones reales. Como demuestra Michalewicz (1995), el operador mutación estándar actúa de diferente forma en la codificación binaria que en la codificación real, de tal forma que el operador así diseñado actúa de una forma mucho más aleatoria para la codificación real que para la binaria, donde cambiar un bit aleatoriamente no implica producir un valor totalmente aleatorio del dominio. Para evitar este efecto se diseñó la mutación no uniforme.

- **Mutación basada en el orden (OBM).** Este operador está diseñado para que pueda trabajar tanto con codificaciones permutacionales como con las permutacionales con repetición. Consiste en el intercambio de los valores de dos posiciones seleccionadas aleatoriamente (Figura 16).

Figura 16. Operador mutación OBM (codificación permutacional con repetición)



- **Mutación de gen:** Esta técnica realiza el mismo procedimiento de la mutación de bit, con la diferencia que cambia el gen.
- **Mutación Multigen:** Como su nombre lo indica es una mutación de genes. El nuevo gen puede sumar un valor aleatorio, un valor constante, o introducir un gen aleatorio nuevo.
- **Mutación de Intercambio:** Consiste en intercambiar dos bit o genes escogidos aleatoriamente teniendo en cuenta una probabilidad.
- **Mutación de Barajado:** Este método consiste en mover de forma aleatoria dos bit o genes de acuerdo con una probabilidad, se debe tener en cuenta que estos cambian de posición de los bits o genes a mutar en una misma posición.

2.6 MÉTODO DE ELEMENTOS FINITOS

El método de los elementos finitos (MEF) ha adquirido una gran importancia en la solución de problemas ingenieriles, físicos, etc., ya que permite resolver casos que hasta hace poco tiempo eran prácticamente imposibles de solucionar por métodos matemáticos tradicionales.

Esta circunstancia obligaba a realizar prototipos, ensayarlos e ir realizando mejoras de forma iterativa, lo que traía consigo un elevado costo tanto económico como en tiempo de desarrollo.

El MEF permite realizar un modelo matemático de cálculo del sistema real, más fácil y económico de modificar que un prototipo. Sin embargo no deja de ser un método aproximado de cálculo debido a las hipótesis básicas del método. Los prototipos, por lo tanto, siguen siendo necesarios, pero en menor número, ya que el primero puede acercarse bastante más al diseño óptimo.

El método de los elementos finitos como formulación matemática es relativamente nueva; aunque su estructura básica es conocida desde hace bastante tiempo, en los últimos años ha sufrido un gran desarrollo debido a los avances informáticos. Han sido precisamente estos avances informáticos los que han puesto a disposición de los usuarios gran cantidad de programas que permiten realizar cálculos con elementos finitos. Pero no hay que llevarse a engaño, el manejo correcto de este tipo de programas exige un profundo conocimiento no solo del material con el que se trabaja, sino también de los principios del MEF.

2.6.1 Breve historia del método de elementos finitos

Aunque el nombre del MEF se ha establecido recientemente, el concepto se ha usado desde hace varios siglos. El empleo de métodos de discretizado espacial y temporal y la aproximación numérica para encontrar soluciones a problemas ingenieriles o físicos es conocido desde antes.

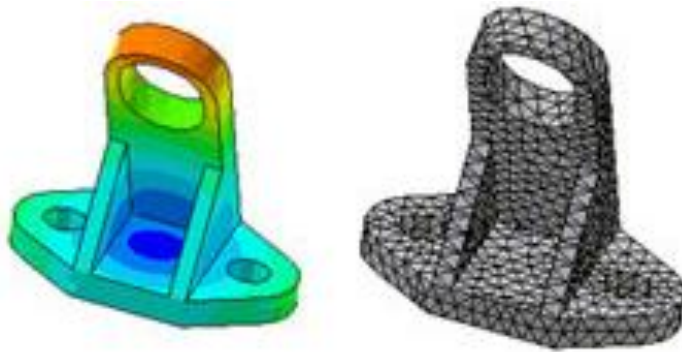
Para encontrar huellas de este tipo de cálculos, se puede analizar la época de construcción de las pirámides egipcias. Los egipcios empleaban métodos de discretizado para determinar el volumen de las pirámides. Arquímedes (287-212 a.C.) empleaba el mismo método para calcular el volumen de todo tipo de sólidos o la superficie de áreas.

El desarrollo de los elementos finitos tal y como se conocen hoy en día ha estado ligado al cálculo estructural fundamentalmente en el campo aeroespacial.

2.6.2 Conceptos generales del método

Para resolver los problemas de análisis de comportamiento lineal – estático y dinámico de las estructuras continuas sometidas a acciones diversas, con infinitos grados de libertad, es necesario estudiar un modelo matemático de estructura dividida (o discretizada, Figura 17) en partes pequeñas denominadas elementos finitos y conectadas entre sí, solamente a través de los llamados *puntos nodales* (o nodos de borde del elemento finito) reproduciendo la estructura real lo más ajustadamente posible y pasando de una estructura de infinitos grados de libertad a una de un número finito.

Figura 17. Discretización con Elementos Finitos



A los grados de libertad nodal se les estudian las características mecánicas de dichos elementos finitos que, ensamblados entre sí a través de sus nodos y planteadas las correspondientes ecuaciones de equilibrio y compatibilidad nodal, permitirán resolver el problema desde el punto de vista de deformación y esfuerzos de la estructura.

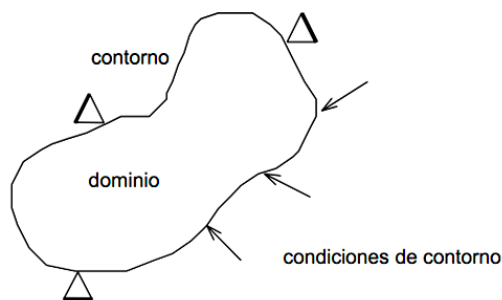
En cualquier sistema a analizar se puede distinguir entre:

- Dominio: Espacio geométrico donde se va a analizar el sistema.
- Condiciones de contorno (Ver figura 18): Variables conocidas y que condicionan el cambio del sistema: cargas, desplazamientos, temperaturas,...etc.

- Incógnitas: Variables del sistema que se desean conocer, cuando las condiciones de contorno han actuado sobre el sistema.

El método de los elementos finitos supone, para solucionar el problema, el dominio discretizado en subdominios denominados elementos. El dominio se divide mediante puntos (en el caso lineal), mediante líneas (en el caso bidimensional) o superficies (en el tridimensional) imaginarias, de forma que el dominio total en estudio se aproxime mediante el conjunto de porciones (elementos) en que se subdivide. Los elementos definen por un número discreto de puntos, llamados nodos, que conectan entre si los elementos. Sobre estos nodos se materializan las incógnitas fundamentales del problema.

Figura 18. Condiciones de contorno



En el caso de elementos estructurales estas incógnitas son los desplazamientos nodales, a partir de éstos se calcula el resto de incógnitas que nos interesen: tensiones, deformaciones,... A estas incógnitas se les denomina grados de libertad de cada nodo del modelo. Los grados de libertad de un nodo son las variables que nos determinan el estado y/o posición del nodo.

2.6.3 Antes de realizar un cálculo por el MEF

Antes de resolver un problema mediante cualquier programa de Elementos Finitos conviene reflexionar sobre una serie de puntos.

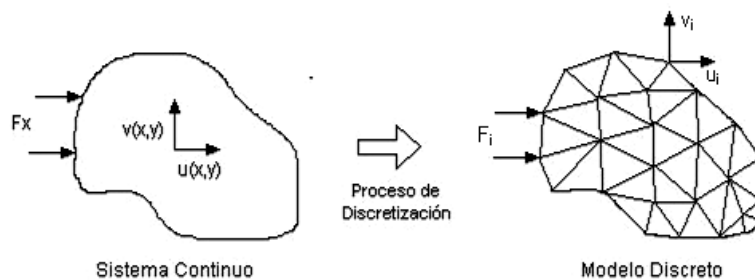
¿Qué se pretende con el análisis?

Determinar tensiones, obtener distribuciones de temperatura, ver la evolución del sistema, calcular frecuencias y modos propios,... Esta pregunta determinará el tipo de análisis a realizar.

¿Cómo va a ser la geometría a analizar?

Se conoce la geometría real del problema, pero a la hora de realizar el análisis se debe simplificar al máximo en función del objetivo del análisis, ya que la mayoría de los detalles son superfluos y lo único que conllevan es un consumo excesivo de tiempo de cálculo y de espacio de almacenamiento. Para ello se deben buscar posibles simetrías y/o anti simetrías del problema, problemas de tensión o deformación planas. Una vez estudiada la geometría se puede decidir el o los tipos de elementos a utilizar, las características de los mismos, así como las propiedades de el o los materiales (módulo de elasticidad, conductividad,...) a emplear. En la figura 19 se muestra un proceso de discretización para una geometría dada.

Figura 19. Proceso de Discretización



¿Qué condiciones de contorno se imponen sobre el sistema evaluado?

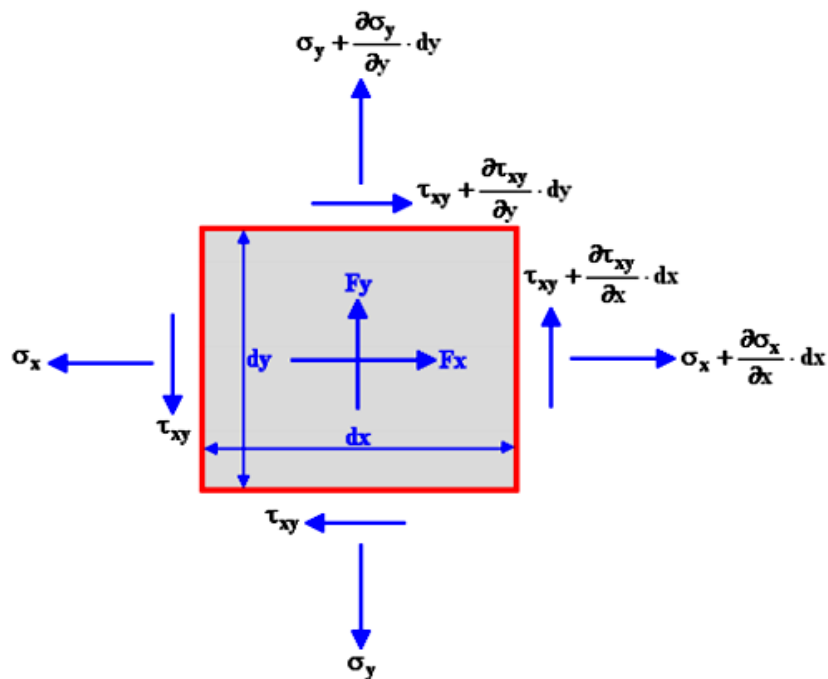
Una vez decididas las condiciones de contorno se estudia: la forma de aplicarlas, la representación de las condiciones reales del problema, y la existencia de equilibrio (en el caso de que sea un análisis estático).

Para saber si se realiza correctamente el análisis o si representa bien la realidad, se debe tener una idea de cómo va a responder. Por ejemplo, al analizar una tubería sometida a presión interior donde los resultados indican que disminuye el radio, se puede pensar que se ha modelado mal el sistema, bien en la aplicación de las cargas, en el mallado, etc.

2.6.4 Ecuaciones de la teoría de la elasticidad

La teoría de elasticidad es un auxilio importante para comprender el Método de los Elementos Finitos. La siguiente figura representa un elemento diferencial plano de espesor constante “t” (no es un elemento finito pues tiene dimensiones infinitamente pequeñas en lugar de dimensiones finitas).

Figura 20. Esfuerzos sobre un cuerpo



Las fuerzas por unidad de volumen ‘ F_x ’ y ‘ F_y ’, que actúan sobre el cuerpo, pueden provenir de la acción de la aceleración de la gravedad, aceleraciones sísmicas, campos magnéticos, etc.

a. Ecuaciones Diferenciales de Equilibrio

Planteando equilibrio de fuerzas, en el elemento diferencial bidimensional, en las direcciones "x" y "y", se tiene:

$$\frac{\partial \sigma_x}{\partial x} \cdot dx \cdot dy \cdot t + \frac{\partial \tau_{xy}}{\partial y} \cdot dy \cdot dx \cdot t + F_x \cdot dx \cdot dy \cdot t = 0$$
$$\frac{\partial \tau_{yx}}{\partial y} dx \cdot dy \cdot t + \frac{\partial \sigma_y}{\partial x} \cdot dy \cdot dx \cdot t + F_y \cdot dx \cdot dy \cdot t = 0$$

Simplificando,

$$\frac{\partial \sigma_x}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{xy}}{\partial y} + F_x = 0$$
$$\frac{\partial \tau_{yx}}{\partial x} + \frac{\partial \sigma_y}{\partial y} + F_y = 0$$

Donde,

$$\tau_{yx} = \tau_{xy}$$

Lo que transforma las ecuaciones previas en:

$$\frac{\partial \sigma_x}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{xy}}{\partial y} + F_x = 0$$
$$\frac{\partial \tau_{xy}}{\partial x} + \frac{\partial \sigma_y}{\partial y} + F_y = 0$$

Por analogía, las ecuaciones diferenciales de equilibrio en un elemento diferencial tridimensional son:

$$\frac{\partial \sigma_x}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{xy}}{\partial y} + \frac{\partial \tau_{xz}}{\partial z} + F_x = 0$$

$$\frac{\partial \tau_{xy}}{\partial x} + \frac{\partial \sigma_y}{\partial y} + \frac{\partial \tau_{yz}}{\partial z} + F_y = 0$$

$$\frac{\partial \tau_{xz}}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{yz}}{\partial y} + \frac{\partial \sigma_z}{\partial z} + F_z = 0$$

b. Compatibilidad de Deformaciones:

Cuando un cuerpo elástico se deforma, el campo de desplazamientos es continuo, sin que se produzcan aberturas, traslapes o quiebres de la elástica, lo que da lugar a las condiciones de compatibilidad de deformaciones.

Al considerar la compatibilidad de deformaciones en el elemento diferencial plano, las tres deformaciones unitarias “ e_x ”, “ e_y ”, “ γ_{xy} ”, están interrelacionadas, y son función de dos casos de desplazamientos:

$$u = u(x, y)$$

$$v = v(x, y)$$

De igual manera, al considerar la compatibilidad de deformaciones en el elemento diferencial tridimensional, las seis deformaciones unitarias “ e_x ”, “ e_y ”, “ e_z ”, “ γ_{xy} ”, “ γ_{yz} ”, “ γ_{zx} ”, son función de tres campos de desplazamientos:

$$u = u(x, y, z)$$

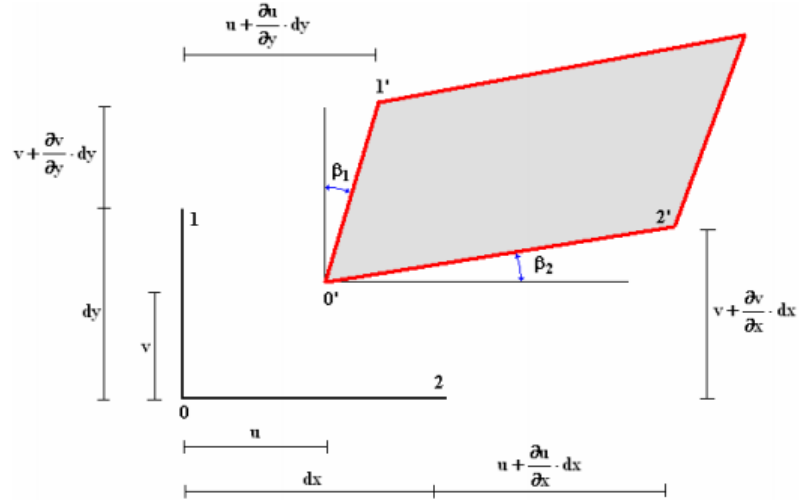
$$v = v(x, y, z)$$

$$w = w(x, y, z)$$

c. Relación entre Desplazamientos y Deformaciones Unitarias:

La relación existente entre los desplazamientos y las deformaciones unitarias (ver figura 21) es fundamental en la formulación de la matriz de rigideces de los elementos finitos.

Figura 21. Desplazamientos y Deformaciones Unitarias



Si se expresa matricialmente la relación entre desplazamientos y deformaciones unitarias para el elemento diferencial bidimensional, se tiene:

$$\{\varepsilon\} = \begin{Bmatrix} \varepsilon_x \\ \varepsilon_y \\ \gamma_{xy} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \frac{\partial u}{\partial x} \\ \frac{\partial v}{\partial y} \\ \frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{\partial}{\partial x} & 0 \\ 0 & \frac{\partial}{\partial y} \\ \frac{\partial}{\partial y} & \frac{\partial}{\partial x} \end{bmatrix} \cdot \begin{Bmatrix} u \\ v \end{Bmatrix}$$

Por analogía, la relación entre desplazamientos y deformaciones unitarias para el caso del elemento diferencial tridimensional es:

$$\{\varepsilon\} = \begin{Bmatrix} \varepsilon_x \\ \varepsilon_y \\ \varepsilon_z \\ \gamma_{xy} \\ \gamma_{yz} \\ \gamma_{zx} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \frac{\partial u}{\partial x} \\ \frac{\partial v}{\partial y} \\ \frac{\partial w}{\partial z} \\ \frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x} \\ \frac{\partial v}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial y} \\ \frac{\partial u}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial x} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{\partial}{\partial x} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{\partial}{\partial y} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{\partial}{\partial z} \\ \frac{\partial}{\partial y} & \frac{\partial}{\partial x} & 0 \\ 0 & \frac{\partial}{\partial z} & \frac{\partial}{\partial y} \\ \frac{\partial}{\partial z} & 0 & \frac{\partial}{\partial x} \end{bmatrix} \cdot \begin{Bmatrix} u \\ v \\ w \end{Bmatrix}$$

d. Relaciones Esfuerzo Unitario – Deformación Unitaria:

Para el caso de materiales ortotrópicos (materiales con características elásticas diferentes en cada una de las tres direcciones ortogonales principales), en continuos tridimensionales, se tienen las siguientes relaciones:

$$\varepsilon_x = +\frac{1}{E_x} \cdot \sigma_x - \frac{\mu_{xy}}{E_y} \cdot \sigma_y - \frac{\mu_{xz}}{E_z} \cdot \sigma_z \quad [1]$$

$$\varepsilon_y = -\frac{\mu_{xy}}{E_x} \cdot \sigma_x + \frac{1}{E_y} \cdot \sigma_y - \frac{\mu_{yz}}{E_z} \cdot \sigma_z \quad [2]$$

$$\varepsilon_z = -\frac{\mu_{xz}}{E_x} \cdot \sigma_x - \frac{\mu_{yz}}{E_y} \cdot \sigma_y + \frac{1}{E_z} \cdot \sigma_z \quad [3]$$

$$\gamma_{xy} = \frac{\tau_{xy}}{G_{xy}} \quad [4]$$

$$\gamma_{yz} = \frac{\tau_{yz}}{G_{yz}} \quad [5]$$

$$\gamma_{xz} = \frac{\tau_{xz}}{G_{xz}} \quad [6]$$

Para el caso de materiales isotrópicos (materiales con características elásticas idénticas en todas las direcciones), en continuos tridimensionales, se tienen las siguientes relaciones simplificadas:

$$\varepsilon_x = +\frac{1}{E} \cdot \sigma_x - \frac{\mu}{E} \cdot \sigma_y - \frac{\mu}{E} \cdot \sigma_z \quad [1']$$

$$\varepsilon_y = -\frac{\mu}{E} \cdot \sigma_x + \frac{1}{E} \cdot \sigma_y - \frac{\mu}{E} \cdot \sigma_z \quad [2']$$

$$\varepsilon_z = -\frac{\mu}{E} \cdot \sigma_x - \frac{\mu}{E} \cdot \sigma_y + \frac{1}{E} \cdot \sigma_z \quad [3']$$

$$\gamma_{xy} = \frac{\tau_{xy}}{G} \quad [4']$$

$$\gamma_{yz} = \frac{\tau_{yz}}{G} \quad [5']$$

$$\gamma_{xz} = \frac{\tau_{xz}}{G} \quad [6']$$

$$G = \frac{E}{2(1+\mu)}$$

Donde:

Expresando matricialmente las relaciones correspondientes a elementos bidimensionales isotrópicos, bajo condición de esfuerzos planos (se eliminan las ecuaciones "3'", "5'", y "6'", y los esfuerzos " σ_z ", " τ_{yz} ", y " τ_{xz} "), se tiene:

$$\{\varepsilon\} = \begin{Bmatrix} \varepsilon_x \\ \varepsilon_y \\ \gamma_{xy} \end{Bmatrix} = \frac{1}{E} \begin{bmatrix} +1 & -\mu & 0 \\ -\mu & +1 & 0 \\ 0 & 0 & 2(1+\mu) \end{bmatrix} \cdot \begin{Bmatrix} \sigma_x \\ \sigma_y \\ \tau_{xy} \end{Bmatrix} = [C] \cdot \{\sigma\}$$

La relación matricial inversa para esfuerzos planos es:

$$\{\sigma\} = \begin{Bmatrix} \sigma_x \\ \sigma_y \\ \tau_{xy} \end{Bmatrix} = \frac{E}{1-\mu^2} \begin{bmatrix} 1 & \mu & 0 \\ \mu & 1 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1-\mu}{2} \end{bmatrix} \cdot \begin{Bmatrix} \varepsilon_x \\ \varepsilon_y \\ \gamma_{xy} \end{Bmatrix} = [E] \cdot \{\varepsilon\}$$

Evidentemente la matriz [E] es la matriz inversa de [C].

$$[E]=[C]^{-1}$$

La matriz [C] recibe el nombre de matriz de deformabilidad del material, y la matriz [E] se denomina matriz de elasticidad del material.

La relación matricial entre deformaciones unitarias y esfuerzos unitarios, para continuos tridimensionales, con materiales isotrópicos es:

$$\begin{Bmatrix} \varepsilon_x \\ \varepsilon_y \\ \varepsilon_z \\ \gamma_{xy} \\ \gamma_{yz} \\ \gamma_{xz} \end{Bmatrix} = \frac{1}{E} \begin{bmatrix} 1 & -\mu & -\mu & 0 & 0 & 0 \\ -\mu & 1 & -\mu & 0 & 0 & 0 \\ -\mu & -\mu & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 2(1+\mu) & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 2(1+\mu) & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 2(1+\mu) \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \sigma_x \\ \sigma_y \\ \sigma_z \\ \tau_{xy} \\ \tau_{yz} \\ \tau_{xz} \end{Bmatrix}$$

La relación matricial inversa es:

$$\begin{Bmatrix} \sigma_x \\ \sigma_y \\ \sigma_z \\ \tau_{xy} \\ \tau_{yz} \\ \tau_{xz} \end{Bmatrix} = \frac{E(1-\mu)}{(1+\mu)(1-2\mu)} \begin{bmatrix} 1 & \frac{\mu}{1-\mu} & \frac{\mu}{1-\mu} & 0 & 0 & 0 \\ \frac{\mu}{1-\mu} & 1 & \frac{\mu}{1-\mu} & 0 & 0 & 0 \\ \frac{\mu}{1-\mu} & \frac{\mu}{1-\mu} & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \frac{1-2\mu}{2(1-\mu)} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{1-2\mu}{2(1-\mu)} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{1-2\mu}{2(1-\mu)} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \varepsilon_x \\ \varepsilon_y \\ \varepsilon_z \\ \gamma_{xy} \\ \gamma_{yz} \\ \gamma_{xz} \end{Bmatrix}$$

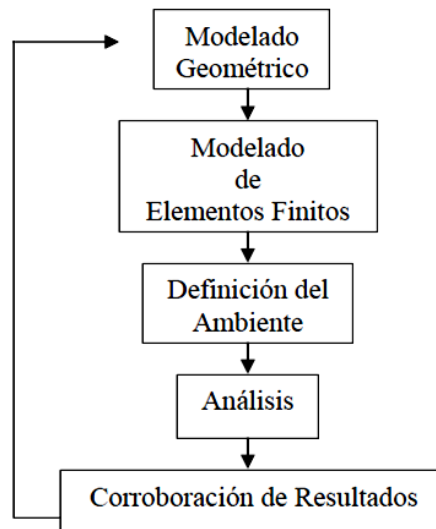
Para el caso de continuos tridimensionales, con materiales isotrópicos, bajo condiciones de deformaciones planas, se descartan de las filas "3", "5", "6", de la matriz [E] de 6x6 y se define " $\varepsilon_z=0$ ", " $\gamma_{yz} = 0$ ", " $\gamma_{zx} = 0$ ", obteniéndose:

$$\begin{Bmatrix} \sigma_x \\ \sigma_y \\ \tau_{xy} \end{Bmatrix} = \frac{E}{(1+\mu)(1-2\mu)} \begin{bmatrix} 1-\mu & \mu & 0 \\ \mu & 1-\mu & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1-2\mu}{2} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \varepsilon_x \\ \varepsilon_y \\ \gamma_{xy} \end{Bmatrix} = [E]\{\varepsilon\}$$

2.6.5 Proceso de Análisis por Elementos Finitos

El proceso de análisis por elementos finitos se puede describir como:

Figura 22. Proceso de análisis de elementos finitos



- **Modelado Geométrico:** Creación del modelo matemático del objeto o del conjunto. Reproducción del sólido en forma precisa y de la geometría de la superficie.
- **Modelado de Elementos Finitos:** Subdividir la geometría del modelo en elementos discretos. Asignar las propiedades del material y del elemento.
- **Definición del Ambiente:** Aplicar las cargas y las condiciones de borde para simular el ambiente de la operación.
- **Análisis:** Computar los resultados (tensiones, deformaciones, etc.) a partir de análisis estáticos, dinámicos o de transferencia de calor.
- **Corroboración de Resultados:** Comparar los resultados con los criterios de diseño. Rediseñar la estructura y repetir el proceso si fuese necesario.

3. OPTIMIZACIÓN DEL PESO DE UN PÓRTICO DE ACERO

3.1 DESCRIPCIÓN DEL PÓRTICO

Se utilizaron perfiles de secciones I y secciones C (con simetría doble y simple) comerciales de acero estructural.

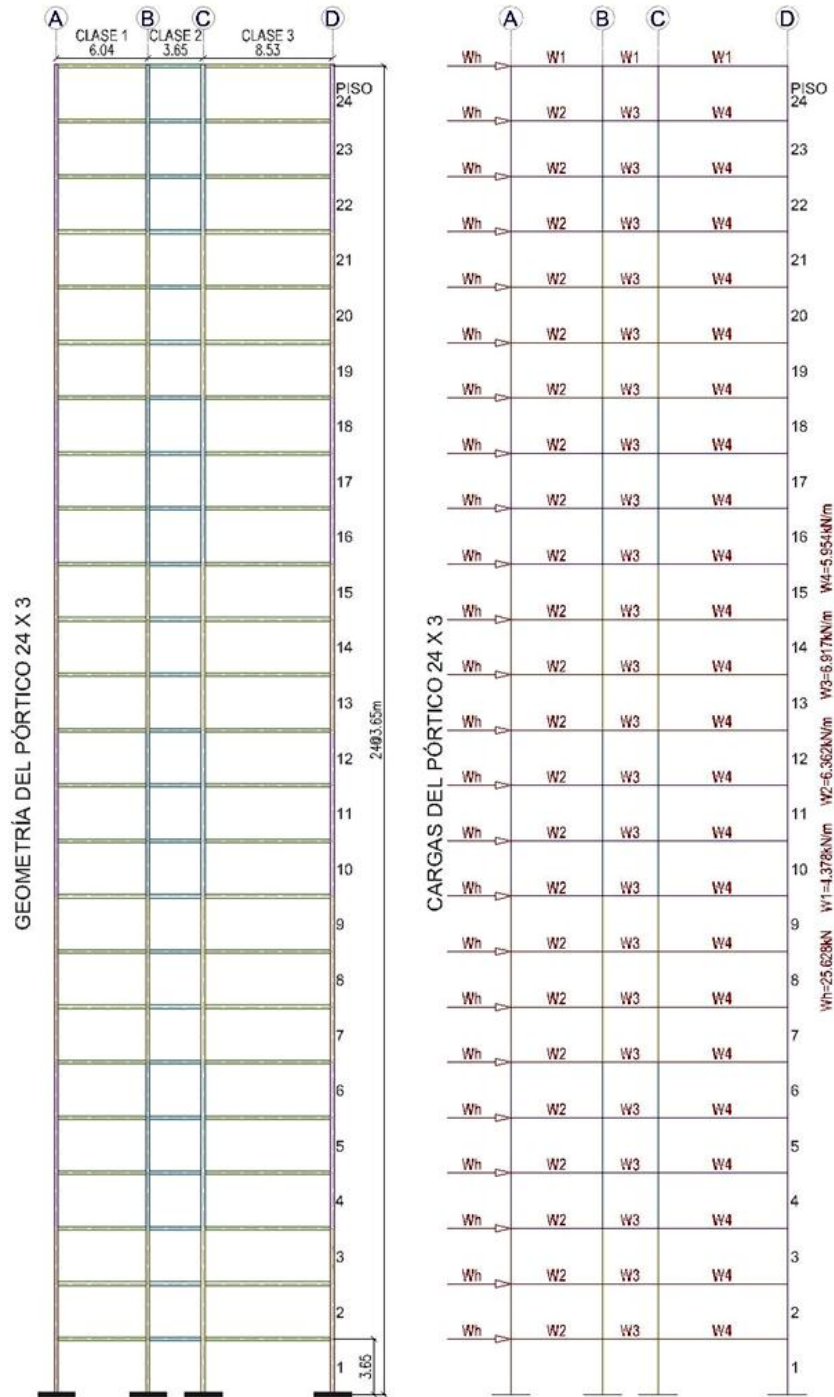
La estructura consiste en un pórtico de 3 luces y 24 pisos en acero estructural, al que se le asignan 20 variables de diseño (ver tabla 2); de las cuales las primeras cuatro corresponden a las vigas y las dieciséis variables siguientes pertenecen a las columnas que varían sus secciones en altura cada 3 pisos obedeciendo a los costos que se deben tener presentes en la construcción, debido a que, la sollicitación de las columnas disminuye a medida que se avanza en el número de pisos; estas variables están distribuidas de la siguiente manera:

Tabla 2. Descripción de Variables de Diseño

VARIABLE DE DISEÑO	DESCRIPCIÓN
1	Vigas localizadas en las luces extremas del entrepiso 1 al entrepiso 23.
2	Vigas localizadas en las luces extremas del entrepiso 24.
3	Vigas localizadas en la luz intermedia del entrepiso 1 al entrepiso 23.
4	Viga localizada en la luz intermedia del entrepiso 24.
5	Columnas extremas dispuestas en los primeros 3 pisos.
6	Columnas extremas dispuestas del piso 4 al piso 6.
7	Columnas extremas dispuestas del piso 7 al piso 9.
8	Columnas extremas dispuestas del piso 10 al piso 12.
9	Columnas extremas dispuestas del piso 13 al piso 15.
10	Columnas extremas dispuestas del piso 16 al piso 18.
11	Columnas extremas dispuestas del piso 19 al piso 21.
12	Columnas extremas dispuestas del piso 22 al piso 24.
13	Columnas intermedias dispuestas en los primeros 3 pisos.
14	Columnas intermedias dispuestas del piso 4 al piso 6.
15	Columnas intermedias dispuestas del piso 7 al piso 9.
16	Columnas intermedias dispuestas del piso 10 al piso 12.
17	Columnas intermedias dispuestas del piso 13 al piso 15.
18	Columnas intermedias dispuestas del piso 16 al piso 18.
19	Columnas intermedias dispuestas del piso 19 al piso 21.
20	Columnas intermedias dispuestas del piso 22 al piso 24.

En la figura 23, se muestra el pórtico que se optimiza tomado del artículo [E].

Figura 23. Pórtico a optimizar



Fuente. Autores

3.1.1 Asignación de Cargas

Las cargas se asignaron de acuerdo al artículo [E]; son cargas horizontales que simulan las fuerzas de sismo y cargas verticales debidas a cargas vivas y muertas de la estructura, estas cargas se muestran claramente en la Figura 23 y se describen de la siguiente manera:

- Carga horizontal aplicada en todos los nodos del primer eje de columnas(A): $W=25.628$ KN.
- Carga vertical aplicada en las vigas del entrepiso 24: $W1=4.378$ KN/m.
- Carga vertical aplicada en las vigas ubicadas en la primera luz del pórticos: $W2=6.362$ KN/m
- Carga vertical aplicada en la luz intermedia del pórtico: $W3=6.917$ KN/m
- Carga vertical aplicada en la tercera luz del pórtico: $W4=5.954$ KN/m

3.2 DESCRIPCIÓN DEL USO DE LOS MÉTODOS DE ELEMENTOS FINITOS CON ÉNFASIS EN ANÁLISIS MATRICIAL.

Para el análisis de esfuerzos y desplazamientos de la estructura se emplea un procedimiento típico de análisis matricial en el que se numeran los nodos, elementos y grados de libertad (libres y restringidos), se hallan las matrices de rigidez de cada elemento y se ensamblan en una global para luego, con un procedimiento matemático hallar la respuesta de la estructura.

3.2.1 Implementación del MEF

Resumen de pasos a seguir para la implementación:

1. Identificación de la estructura, numeración de nodos y elementos (discretizados y sin discretizar), determinación de la orientación de los elementos.

2. Calcular los términos generales de las matrices de rigidez de los miembros, referidas a coordenadas globales.
3. Ensamblar la matriz de rigidez de la estructura, reordenándola para definir dos subsistemas: fuerzas en los nudos libres y reacciones de los apoyos.
4. Partir la matriz ensamblada y calcular los desplazamientos desconocidos.
5. Calcular las reacciones y verificar el equilibrio general de la estructura.
6. Calcular las fuerzas internas utilizando las matrices individuales.
7. Finalmente, verificar el equilibrio de los nudos.

3.2.1.1 Numeración de elementos y nodos de la estructura (sin discretización).

Esta numeración se hace de una forma ordenada lo que permite ventajas en el desarrollo del método, es decir, en los cálculos y ensamblaje de las matrices de rigidez.

La numeración de los elementos comienza en las columnas del primer eje (eje A), del 1 al 24, empezando por la parte inferior del pórtico; el eje B con elementos del 25 al 48, luego los ejes C y D con elementos del 49-72 y 73-96 respectivamente. Las vigas son numeradas de izquierda a derecha y de abajo hacia arriba, las ubicadas en la primera luz son clasificadas como "clase 1", segunda luz "clase 2" y la tercera luz como "clase 3".

De igual manera, se enumeran los nodos de la estructura sin discretizar. En la figura 24 se representa dicha numeración con celdas rojas. En total son 100 nodos y 168 Elementos.

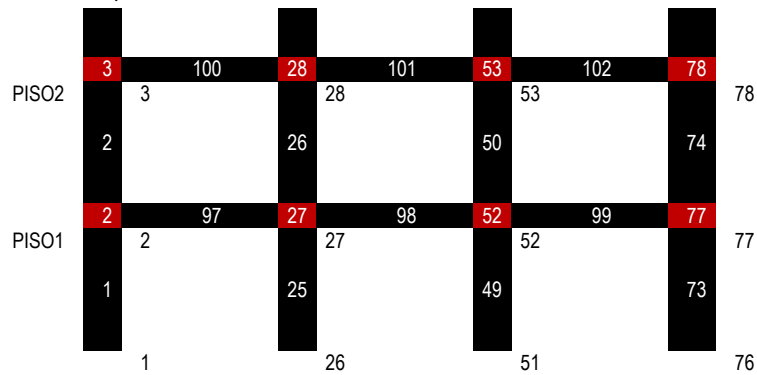
Figura 24. Numeración de elementos del Pórtico sin Discretizar

PISO24	25	166	50	167	75	168	100	100
	25		50		75			
	24		48		72		96	
PISO23	24	163	49	164	74	165	99	99
	24		49		74			
	23		47		71		95	
PISO22	23	160	48	161	73	162	98	98
	23		48		73			
	22		46		70		94	
PISO21	22	157	47	158	72	159	97	96
	22		47		72			
	21		45		69		93	
PISO20	21	154	46	155	71	156	96	96
	21		46		71			
	20		44		68		92	
PISO19	20	151	45	152	70	153	95	95
	20		45		70			
	19		43		67		91	
PISO18	19	148	44	149	69	150	94	94
	19		44		69			
	18		42		66		90	
PISO17	18	145	43	146	68	147	93	93
	18		43		68			
	17		41		65		89	
PISO16	17	142	42	143	67	144	92	92
	17		42		67			
	16		40		64		88	
PISO15	16	139	41	140	66	141	91	91
	16		41		66			
	15		39		63		87	
PISO14	15	136	40	137	65	138	90	90
	15		40		65			

Figura 24. (Continuación)

	14		38		62		86	
PISO13	14	133	39	134	64	135	89	89
	13		37		61		85	
PISO12	13	130	38	131	63	132	88	88
	12		36		60		84	
PISO11	12	127	37	128	62	129	87	87
	11		35		59		83	
PISO10	11	124	36	125	61	126	86	86
	10		34		58		82	
PISO9	10	121	35	122	60	123	85	85
	9		33		57		81	
PISO8	9	118	34	119	59	120	84	84
	8		32		56		80	
PISO7	8	115	33	116	58	117	83	83
	7		31		55		79	
PISO6	7	112	32	113	57	114	82	82
	6		30		54		78	
PISO5	6	109	31	110	56	111	81	81
	5		29		53		77	
PISO4	5	106	30	107	55	108	80	80
	4		28		52		76	
PISO3	4	103	29	104	54	105	79	79
	3		27		51		75	

Figura 24. (Continuación)



Fuente. Autores

3.2.1.2 Numeración de elementos y nodos de la estructura (discretizada).

La numeración se realiza según el criterio planteado para los elementos y nodos sin discretizar; se debe tener en cuenta un fraccionamiento de cinco partes³ para todos los elementos.

En la estructura discretizada, los nodos que comparten elementos de viga y columnas (intersecciones), se representan con celdas en rojo; con negro se muestran los nodos intermedios (Ver figura 25). Cabe notar que el número final de nodos aumenta a 772 y se tiene por lo tanto una perspectiva del tamaño final de las matrices y una visión de la cantidad de tiempo que se empleará para el análisis matricial.

El total de elementos (particionados) es de 840 (Ver figura 26), que representan el mismo número de matrices de rigidez a ensamblar.

³ El número partes en que se dividen los elementos es 5, descrito adelante en el numeral 3.2.1.8. cálculo de deflexiones.

Figura 25. Numeración de nodos del Pórtico Discretizado

NODOS

	121	761	762	763	764	242	765	766	767	768	363	769	770	771	772	484	
PISO24	120	25				241	50				362	75				483	100
	119					240					361					482	
	118					239					360					481	
	117					238					359					480	
	116	749	750	751	752	237	753	754	755	756	358	757	758	759	760	479	
PISO23	115	24				236	49				357	74				478	99
	114					235					356					477	
	113					234					355					476	
	112					233					354					475	
	111	737	738	739	740	232	741	742	743	744	353	745	746	747	748	474	
PISO22	110	23				231	48				352	73				473	98
	109					230					351					472	
	108					229					350					471	
	107					228					349					470	
	106	725	726	727	728	227	729	730	731	732	348	733	734	735	736	469	
PISO21	105	22				226	47				347	72				468	96
	104					225					346					467	
	103					224					345					466	
	102					223					344					465	
	101	713	714	715	716	222	717	718	719	720	343	721	722	723	724	464	
PISO20	100	21				221	46				342	71				463	96
	99					220					341					462	
	98					219					340					461	
	97					218					339					460	
	96	701	702	703	704	217	705	706	707	708	338	709	710	711	712	459	
PISO19	95	20				216	45				337	70				458	95
	94					215					336					457	
	93					214					335					456	
	92					213					334					455	
	91	689	690	691	692	212	693	694	695	696	333	697	698	699	700	454	
PISO18	90	19				211	44				332	69				453	94
	89					210					331					452	
	88					209					330					451	
	87					208					329					450	
	86	677	678	679	680	207	681	682	683	684	328	685	686	687	688	449	
PISO17	85	18				206	43				327	68				448	93
	84					205					326					447	
	83					204					325					446	
	82					203					324					445	
	81	665	666	667	668	202	669	670	671	672	323	673	674	675	676	444	
PISO16	80	17				201	42				322	67				443	92
	79					200					321					442	
	78					199					320					441	
	77					198					319					440	
	76	653	654	655	656	197	657	658	659	660	318	661	662	663	664	439	
PISO15	75	16				196	41				317	66				438	91
	74					195					316					437	
	73					194					315					436	
	72					193					314					435	
	71	641	642	643	644	192	645	646	647	648	313	649	650	651	652	434	
PISO14	70	15				191	40				312	65				433	90
	69					190					311					432	
	68					189					310					431	
	67					188					309					430	
	66	629	630	631	632	187	633	634	635	636	308	637	638	639	640	429	
PISO13	65	14				186	39				307	64				428	89
	64					185					306					427	
	63					184					305					426	
	62					183					304					425	
	61	617	618	619	620	182	621	622	623	624	303	625	626	627	628	424	
PISO12	60	13				181	38				302	63				423	88

Figura 25. (Continuación)

	59					180					301				422	
	58					179					300				421	
	57					178					299				420	
	56	605	606	607	608	177	609	610	611	612	298	613	614	615	616	419
PISO11	55	12				176	37				297	62			418	87
	54					175					296				417	
	53					174					295				416	
	52					173					294				415	
	51	593	594	595	596	172	597	598	599	600	293	601	602	603	604	414
PISO10	50	11				171	36				292	61			413	86
	49					170					291				412	
	48					169					290				411	
	47					168					289				410	
	46	581	582	583	584	167	585	586	587	588	288	589	590	591	592	409
PISO9	45	10				166	35				287	60			408	85
	44					165					286				407	
	43					164					285				406	
	42					163					284				405	
	41	569	570	571	572	162	573	574	575	576	283	577	578	579	580	404
PISO8	40	9				161	34				282	59			403	84
	39					160					281				402	
	38					159					280				401	
	37					158					279				400	
	36	557	558	559	560	157	561	562	563	564	278	565	566	567	568	399
PISO7	35	8				156	33				277	58			398	83
	34					155					276				397	
	33					154					275				396	
	32					153					274				395	
	31	545	546	547	548	152	549	550	551	552	273	553	554	555	556	394
PISO6	30	7				151	32				272	57			393	82
	29					150					271				392	
	28					149					270				391	
	27					148					269				390	
	26	533	534	535	536	147	537	538	539	540	268	541	542	543	544	389
PISO5	25	6				146	31				267	56			388	81
	24					145					266				387	
	23					144					265				386	
	22					143					264				385	
	21	521	522	523	524	142	525	526	527	528	263	529	530	531	532	384
PISO4	20	5				141	30				262	55			383	80
	19					140					261				382	
	18					139					260				381	
	17					138					259				380	
	16	509	510	511	512	137	513	514	515	516	258	517	518	519	520	379
PISO3	15	4				136	29				257	54			378	79
	14					135					256				377	
	13					134					255				376	
	12					133					254				375	
	11	497	498	499	500	132	501	502	503	504	253	505	506	507	508	374
PISO2	10	3				131	28				252	53			373	78
	9					130					251				372	
	8					129					250				371	
	7					128					249				370	
	6	485	486	487	488	127	489	490	491	492	248	493	494	495	496	369
PISO1	5	2				126	27				247	52			368	77
	4					125					246				367	
	3					124					245				366	
	2					123					244				365	
	1					122					243				364	
		1					26					51				76

Fuente. Autores

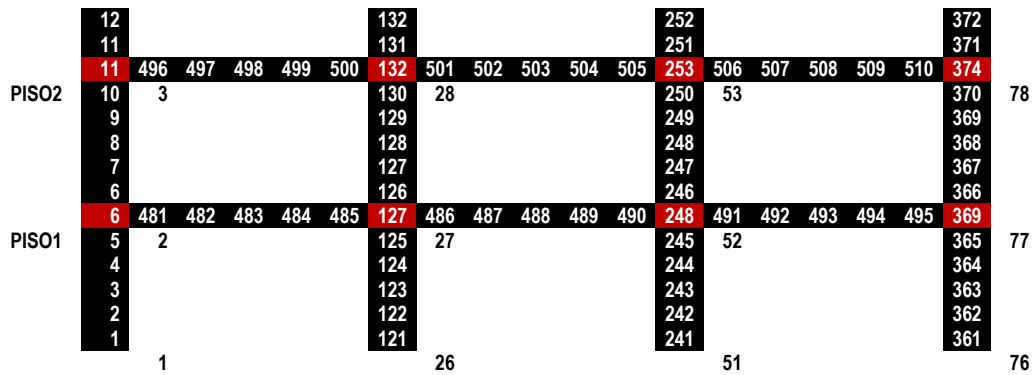
Figura 26. Numeración de Elementos discretizados del Pórtico

	121	826	827	828	829	830	242	831	832	833	834	835	363	836	837	838	839	840	484	
PISO24	120	25					240	50					360	75					480	100
	119						239						359						479	
	118						238						358						478	
	117						237						360						477	
	116						236						356						476	
	116	811	812	813	814	815	237	816	817	818	819	820	358	821	822	823	824	825	479	
PISO23	115	24					235	49					355	74					475	99
	114						234						354						474	
	113						233						353						473	
	112						232						352						472	
	111						231						351						471	
	111	796	797	798	799	800	232	801	802	803	804	805	353	806	807	808	809	810	474	
PISO22	110	23					230	48					350	73					470	98
	109						229						349						469	
	108						228						348						468	
	107						227						347						467	
	106						226						346						466	
	106	781	782	783	784	785	227	786	787	788	789	790	348	791	792	793	794	795	469	
PISO21	105	22					225	47					345	72					465	96
	104						224						344						464	
	103						223						343						463	
	102						222						342						462	
	101						221						341						461	
	101	766	767	768	769	770	222	771	772	773	774	775	343	776	777	778	779	780	464	
PISO20	100	21					220	46					340	71					460	96
	99						219						339						459	
	98						218						338						458	
	97						217						337						457	
	96						216						336						456	
	96	751	752	753	754	755	217	756	757	758	759	760	338	761	762	763	764	765	459	
PISO19	95	20					215	45					335	70					455	95
	94						214						334						454	
	93						213						333						453	
	92						212						332						452	
	91						211						331						451	
	91	736	737	738	739	740	212	741	742	743	744	745	333	746	747	748	749	750	454	
PISO18	90	19					210	44					330	69					450	94
	89						209						329						449	
	88						208						328						448	
	87						207						327						447	
	86						206						326						446	
	86	721	722	723	724	725	207	726	727	728	729	730	328	731	732	733	734	735	449	
PISO17	85	18					205	43					325	68					445	93
	84						204						324						444	
	83						203						323						443	
	82						202						322						442	
	81						201						321						441	
	81	706	707	708	709	710	202	711	712	713	714	715	323	716	717	718	719	720	444	
PISO16	80	17					200	42					320	67					440	92
	79						199						319						439	
	78						198						318						438	
	77						197						317						437	
	76						196						316						436	
	76	691	692	693	694	695	197	696	697	698	699	700	318	701	702	703	704	705	439	
PISO15	75	16					195	41					315	66					435	91
	74						194						314						434	
	73						193						313						433	
	72						192						312						432	
	71						191						311						431	
	71	676	677	678	679	680	192	681	682	683	684	685	313	686	687	688	689	690	434	
PISO14	70	15					190	40					310	65					430	90
	69						189						309						429	

Figura 26. (Continuación)

	68					188					308				428					
	67					187					307				427					
	66					186					306				426					
PISO13	66	661	662	663	664	665	187	666	667	668	669	670	308	671	672	673	674	675	429	89
	65	14					185	39					305	64					425	
	64						184						304						424	
	63						183						303						423	
	62						182						302						422	
	61						181						301						421	
PISO12	61	646	647	648	649	650	182	651	652	653	654	655	303	656	657	658	659	660	424	88
	60	13					180	38					300	63					420	
	59						179						299						419	
	58						178						298						418	
	57						177						297						417	
	56						176						296						416	
PISO11	56	631	632	633	634	635	177	636	637	638	639	640	298	641	642	643	644	645	419	87
	55	12					175	37					295	62					415	
	54						174						294						414	
	53						173						293						413	
	52						172						292						412	
	51						171						291						411	
PISO10	51	616	617	618	619	620	172	621	622	623	624	625	293	626	627	628	629	630	414	86
	50	11					170	36					290	61					410	
	49						169						289						409	
	48						168						288						408	
	47						167						287						407	
	46						166						286						406	
PISO9	46	601	602	603	604	605	167	606	607	608	609	610	288	611	612	613	614	615	409	85
	45	10					165	35					285	60					405	
	44						164						284						404	
	43						163						283						403	
	42						162						282						402	
	41						161						281						401	
PISO8	41	586	587	588	589	590	162	591	592	593	594	595	283	596	597	598	599	600	404	84
	40	9					160	34					280	59					400	
	39						159						279						399	
	38						158						278						398	
	37						157						277						397	
	36						156						276						396	
PISO7	36	571	572	573	574	575	157	576	577	578	579	580	278	581	582	583	584	585	399	83
	35	8					155	33					275	58					395	
	34						154						274						394	
	33						153						273						393	
	32						152						272						392	
	31						151						271						391	
PISO6	31	556	557	558	559	560	152	561	562	563	564	565	273	566	567	568	569	570	394	82
	30	7					150	32					270	57					390	
	29						149						269						389	
	28						148						268						388	
	27						147						267						387	
	26						146						266						386	
PISO5	26	541	542	543	544	545	147	546	547	548	549	550	268	551	552	553	554	555	389	81
	25	6					145	31					265	56					385	
	24						144						264						384	
	23						143						263						383	
	22						142						262						382	
	21						141						261						381	
PISO4	21	526	527	528	529	530	142	531	532	533	534	535	263	536	537	538	539	540	384	80
	20	5					140	30					260	55					380	
	19						139						259						379	
	18						138						258						378	
	17						137						257						377	
	16						136						256						376	
PISO3	16	511	512	513	514	515	137	516	517	518	519	520	258	521	522	523	524	525	379	79
	15	4					135	29					255	54					375	
	14						134						254						374	
	13						133						253						373	

Figura 26. (Continuación)

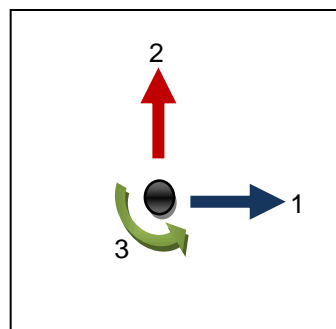


Fuente. Autores

3.2.1.3 Grados de libertad. La nomenclatura de los grados de libertad tiene el mismo orden ya descrito, el total de grados de libertad es de 2316 que se calcula: $772(\text{nodos}) \times 3(\text{grados de libertad/nodo})$ de los cuales 12 son restringidos (por empotramiento) y 2304 libres.

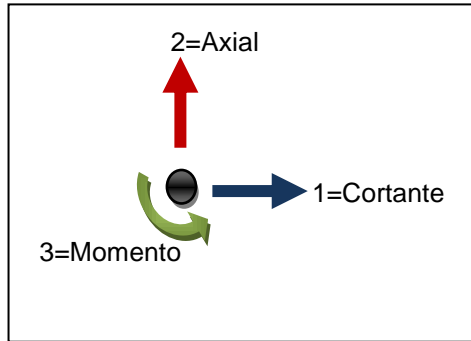
Los grados de libertad por nodo son 3 y representan desplazamientos y rotaciones, los grados de libertad 1 y 2 (por nodo) se relacionan con los desplazamientos horizontal y vertical respectivamente en un sistema de coordenadas global, el grado de libertad 3 (por nodo) relaciona la rotación del nodo. (Ver figuras 27 a 29).

Figura 27. Grados de libertad de un nodo.



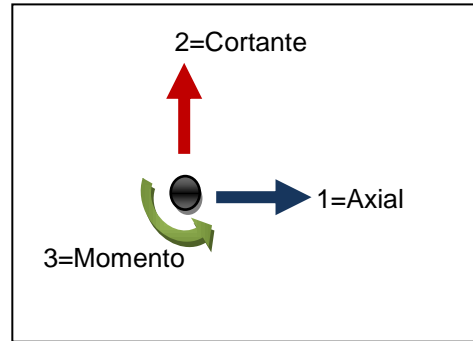
Fuente. Autores

Figura 28. Grados de Libertad Columna



Fuente. Autores

Figura 29. Grados de Libertad Vigas



Fuente. Autores

Para identificar los grados de libertad que pertenecen a cierto nodo se usan las siguientes formulas:

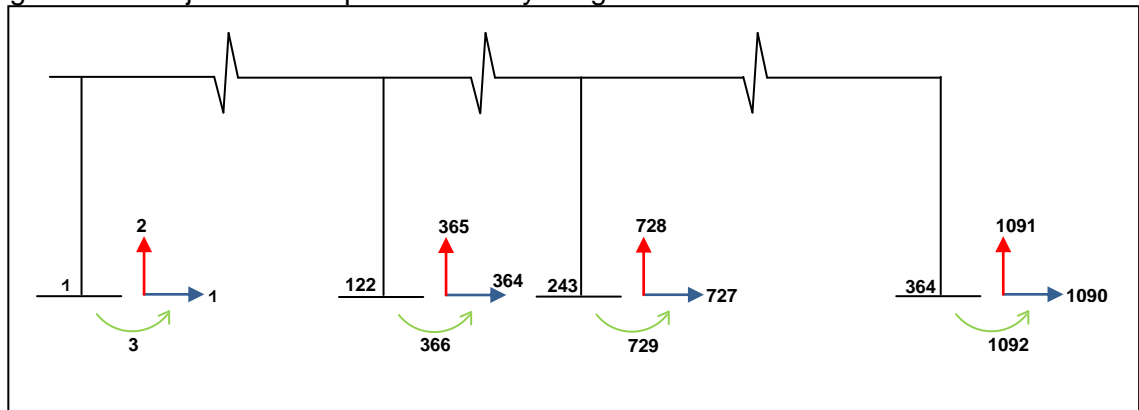
- Grado de libertad 1 del nodo "n" = $(3Xn)-2$ (7)
- Grado de libertad 2 del nodo "n" = $(3Xn)-1$ (8)
- Grado de libertad 3 del nodo "n" = $(3Xn)$ (9)

Como ejemplo se hallan los grados de libertad del nodo 1

- Grado de libertad 1 del nodo 1 = $(3X1)-2=1$
- Grado de libertad 2 del nodo 2 = $(3X1)-1=2$
- Grado de libertad 3 del nodo 3 = $(3X1) =3$

Los grados de libertad restringidos se muestran en la figura 30.

Figura 30. Dibujo de los empotramientos y los gl



Fuente. Autores

En la tabla 3 se presenta el resumen de la nomenclatura de grados de libertad en los apoyos de la estructura.

Tabla 3. Grados de libertad restringidos (Empotramientos)

Nodo	Nodo 1	Nodo 122	Nodo 243	Nodo 364
GL1	1	364	727	1090
GL2	2	365	728	1091
GL3	3	366	729	1092

Fuente. Autores

*GL=grados de libertad.

3.2.1.4 Cálculo de matrices de rigidez por elemento

Básicamente los métodos matriciales consisten en reemplazar la estructura continua real por un modelo matemático de elementos estructurales finitos, cuyas propiedades se expresan de forma matricial.

El proceso de análisis se puede considerar como el estudio de cuatro etapas bien definidas [9].

1. Acción sobre la estructura
2. Acción sobre los elementos
3. Respuesta de la estructura
4. Respuesta de los elementos

Por acción se puede entender una fuerza o un desplazamiento impuestos sobre la estructura. A su vez, está responde con desplazamientos o fuerzas respectivamente.

La relación existente entre acción y respuesta se puede representar matricialmente de la forma:

$$[F] = [K][\delta] \quad (10)$$

Para ensamblar la matriz de rigidez de la estructura, es necesario que las matrices de rigidez individuales estén referidas al sistema de coordenadas global,

por lo que se emplea directamente la matriz de la figura 31, que incluye la matriz de transformación.

Figura 31. Matriz de rigidez con la matriz de transformación incluida.

$$\begin{bmatrix}
 \frac{AE}{L} \cos^2(\theta) + \frac{12EI}{L^3} \sin^2(\theta) & \left[\frac{AE}{L} - \frac{12EI}{L^3} \right] \cos(\theta) \sin(\theta) & -\frac{6EI}{L^2} \sin(\theta) & \left[-\frac{AE}{L} + \frac{12EI}{L^3} \right] \cos(\theta) \sin(\theta) & -\frac{6EI}{L^2} \sin(\theta) \\
 \left[\frac{AE}{L} - \frac{12EI}{L^3} \right] \cos(\theta) \sin(\theta) & \frac{AE}{L} \sin^2(\theta) + \frac{12EI}{L^3} \cos^2(\theta) & \frac{6EI}{L^2} \cos(\theta) & -\frac{AE}{L} \sin^2(\theta) - \frac{12EI}{L^3} \cos^2(\theta) & \frac{6EI}{L^2} \cos(\theta) \\
 -\frac{6EI}{L^2} \sin(\theta) & \frac{6EI}{L^2} \cos(\theta) & \frac{4EI}{L} & \frac{6EI}{L^2} \sin(\theta) & \frac{2EI}{L} \\
 \left[\frac{AE}{L} - \frac{12EI}{L^3} \right] \cos(\theta) \sin(\theta) & \frac{AE}{L} \sin^2(\theta) + \frac{12EI}{L^3} \cos^2(\theta) & \frac{6EI}{L^2} \cos(\theta) & \left[\frac{AE}{L} + \frac{12EI}{L^3} \right] \cos(\theta) \sin(\theta) & \frac{6EI}{L^2} \sin(\theta) \\
 \left[-\frac{AE}{L} + \frac{12EI}{L^3} \right] \cos(\theta) \sin(\theta) & -\frac{AE}{L} \sin^2(\theta) - \frac{12EI}{L^3} \cos^2(\theta) & -\frac{6EI}{L^2} \cos(\theta) & \left[\frac{AE}{L} - \frac{12EI}{L^3} \right] \cos(\theta) \sin(\theta) & -\frac{6EI}{L^2} \cos(\theta) \\
 -\frac{6EI}{L^2} \sin(\theta) & \frac{6EI}{L^2} \cos(\theta) & \frac{2EI}{L} & -\frac{6EI}{L^2} \sin(\theta) & \frac{4EI}{L}
 \end{bmatrix}$$

Fuente. Autores

Donde:

A = Área de la sección transversal del elemento

E = Módulo de elasticidad del acero

I = Momentos de Inercia de la sección

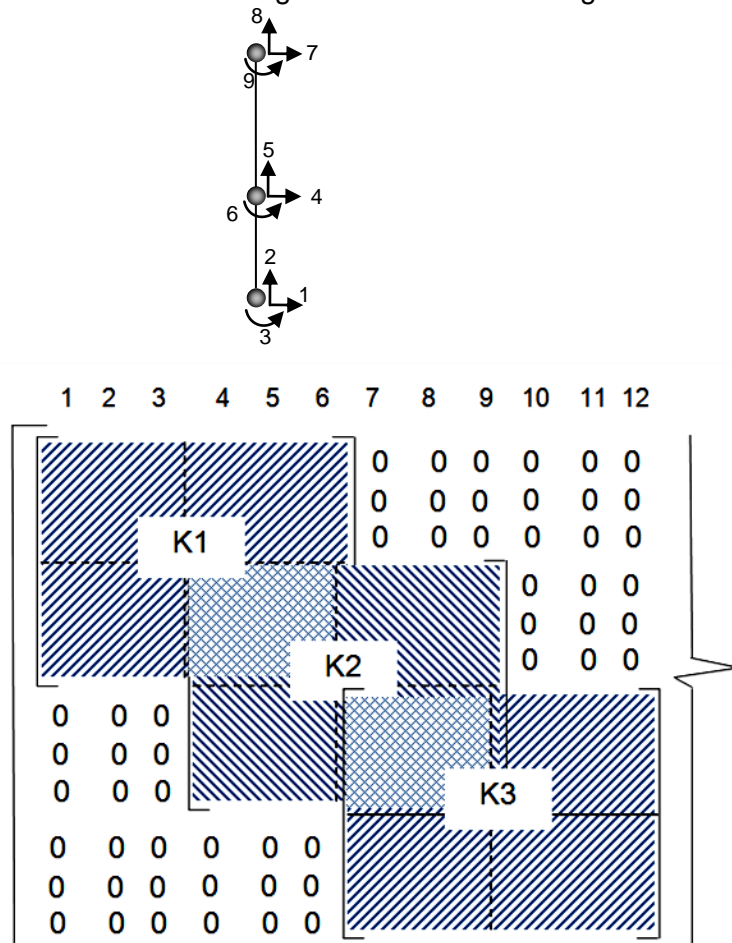
L = Longitud del elemento

$\theta = 0^\circ$ Para vigas; $\theta = 90^\circ$ Para columnas

3.2.1.5 Ensamble de matrices de rigidez: Matriz de rigidez global "KG"

A continuación se muestra un esquema de disposición o armada de la matriz de rigidez global debido a la numeración de los grados de libertad.

Figura 32. Ensamble de matrices de rigidez de individuales a global



Fuente. Autores

3.2.1.6 Cálculo del vector de cargas

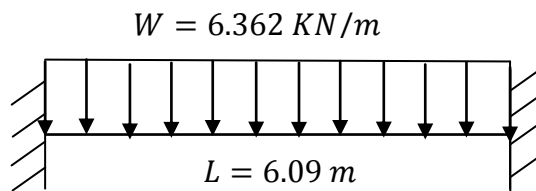
Las fuerzas exteriores aplicadas sobre los nudos pasan directamente al vector de fuerzas nodales $\{F\}$. Cada fuerza aplicada en un nudo se añade directamente al término $\{F_i\}$ correspondiente al grado de libertad sobre el que actúa.

Para cada barra se define un vector elemental de fuerzas nodales generalizadas, que sea estáticamente equivalente, a las fuerzas aplicadas sobre el elemento, las componentes de este vector conforman un sistema de fuerzas y momentos de fuerza, tal que la fuerza resultante y el momento resultante de las mismas coinciden con la fuerza y momento del sistema de fuerzas original sobre el elemento.

Es decir, el objetivo es determinar para todas las fuerzas actuantes sobre los elementos (ver figura 33), unas fuerzas equivalentes a ellas, denominadas *Fuerzas nodales equivalentes*, que están aplicadas sobre los nudos y producen las mismas deformaciones que las fuerzas originales (Ver figura 34).

A continuación se muestra un cálculo tipo, de fuerzas nodales equivalentes y se presentan en una tabla de resultados (Ver tabla 4.) que contiene las fuerzas equivalentes para las tres luces del pórtico.

Figura 33. Idealización Viga biempotrada



Fuente. Autores

El cálculo de las fuerzas cortantes y fuerzas de momentos fueron calculados con las siguientes ecuaciones:

$$V = \frac{WL}{2} \quad (11)$$

$$M = \frac{WL^2}{12} \quad (12)$$

Figura 34. Fuerzas equivalentes para Viga biempotrada



Fuente. Autores

En la siguiente tabla se muestran las fuerzas nodales equivalentes para las cuatro variables de diseño, distribuidas por clases, las cuales dependen directamente de la longitud de la luz del pórtico.

Tabla 4. Resumen de resultados de transformación de cargas

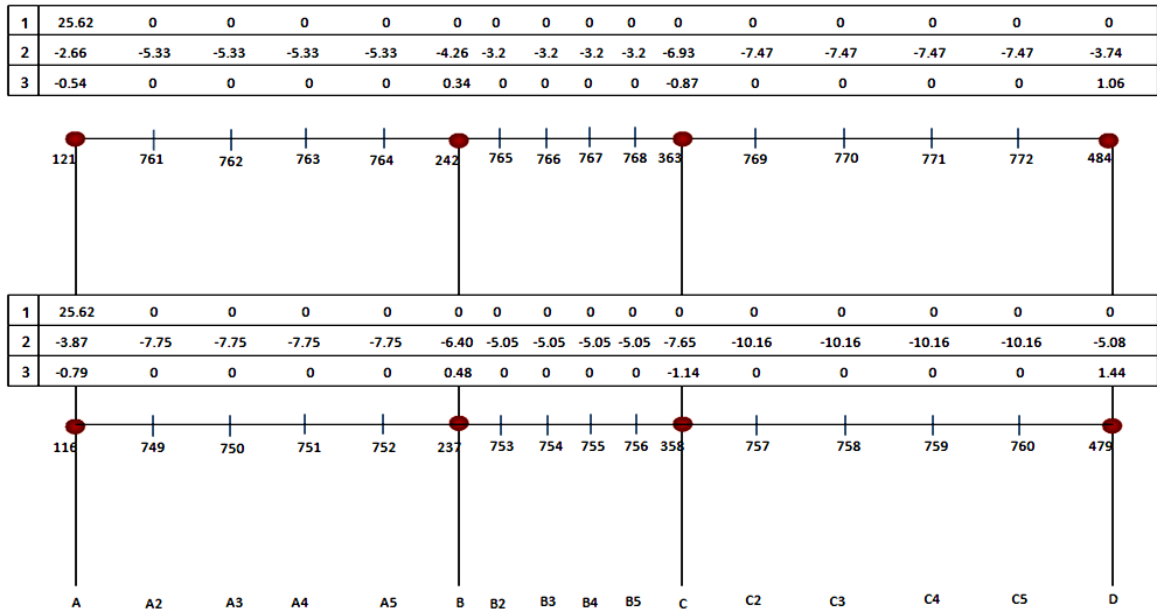
CLASE	UBICACIÓN	LONGITUD	CARGA	CORTANTE	MOMENTO
		L m	W KN/m	V KN	M KN-m
Clase 1	Piso 1-23	6,09	6,362	19,372	19,663
Clase 1	Piso 24	6,09	4,378	13,331	13,531
Clase 2	Piso 1-23	3,65	6,917	12,624	7,679
Clase 2	Piso 24	3,65	4,378	7,99	4,86
Clase 3	Piso 1-23	8,53	5,954	25,394	36,102
Clase 3	Piso 24	8,53	4,378	18,672	26,546

Fuente. Autores

Como se describe en el numeral 3.2.1.3. para cada nodo se establecen tres grados de libertad, donde, la fuerza axial de los elementos tipo viga se denota como 1, fuerza cortante 2 y fuerza de momento 3, (ver figura 30).

En la figura 35 se representa un detalle de las fuerzas equivalentes existentes en el piso 23 y 24, calculadas para hallar el vector de cargas.

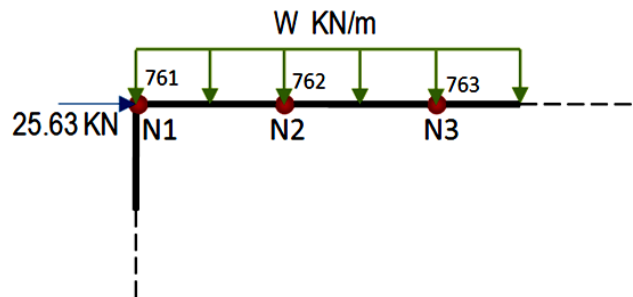
Figura 35. Detalle de fuerzas equivalentes axial, cortante y momento para los pisos 23 y 24.

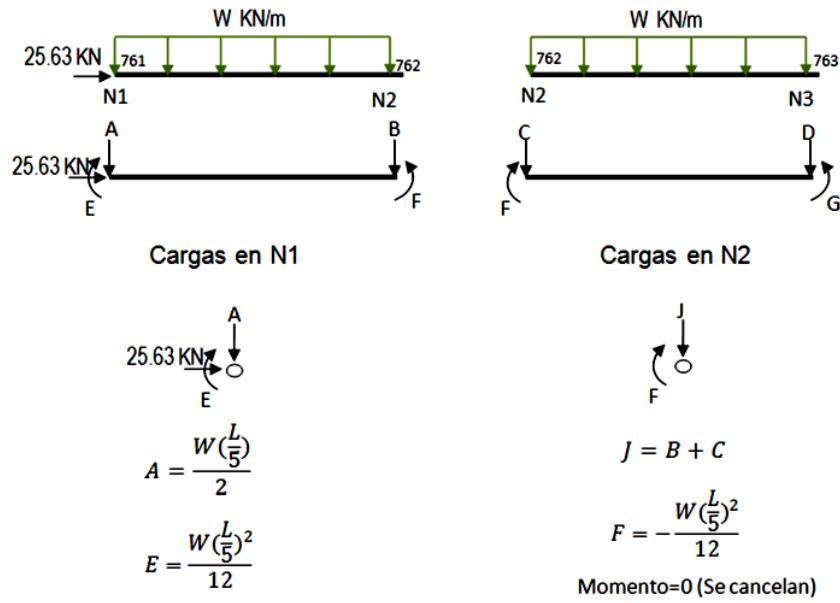


Fuente. Autores

La figura 36 representa un tramo del pórtico en el que se analiza la relación de las fuerzas equivalentes en los extremos de cada piso (en este caso se muestra el eje A) y el detalle de descomposición de fuerzas en los nodos.

Figura 36. Vista general de un tramo del pórtico y detalle de descomposición de fuerzas en los nodos.



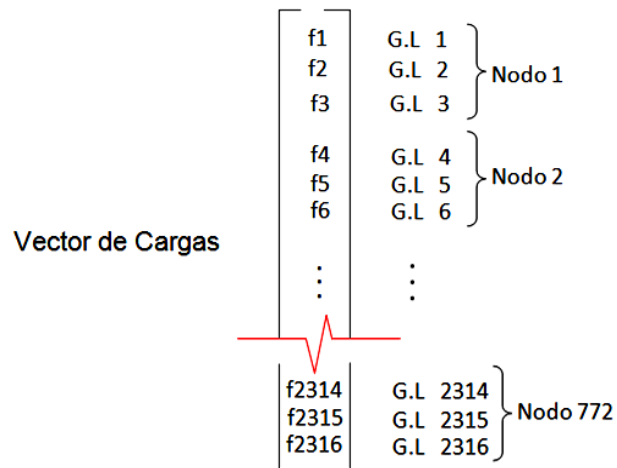


Fuente. Autores

En los nodos de elementos intermedios por viga, los momentos se hacen nulos debido a que los elementos que rodean ese nodo le transmiten un momento de igual magnitud y diferente sentido.

El vector de cargas generado a partir de los cálculos correspondientes, expuestos en este numeral, se organiza de la siguiente manera:

Figura 37. Vector de cargas generalizado



Fuente. Autores

3.2.1.7 Aplicación de las condiciones de contorno

Son las variables que condicionan el cambio del sistema, cada grado de fijación de la estructura, supone un movimiento nulo, en este pórtico serán los empotramientos que se presentan en los nodos 1, 122, 243, y 364 (Elementos columna).

3.2.1.8 Cálculo de los desplazamientos nodales

Una vez encontrada la matriz de rigidez global y el vector de fuerzas nodales global se construye un sistema de ecuaciones, este sistema puede descomponerse en dos subsistemas de ecuaciones:

1. El primer subsistema relaciona únicamente los desplazamientos incógnita con algunas de las componentes del vector de fuerzas nodales global y constituye siempre un sistema determinado.
2. El segundo subsistema contiene las reacciones incógnitas y una vez resuelto el primer subsistema es de resolución trivial.

Al resolver el primer subsistema se conocen los desplazamientos incógnita de todos los nudos de la estructura. Insertando la solución del primer subsistema en el segundo resultan las reacciones.

Cálculo de derivas

La verificación de derivas se realiza para las deflexiones horizontales de la estructura obtenidas del análisis, la deriva máxima para cualquier piso no puede exceder los límites establecidos en la ecuación (13), en la cual la deriva máxima se expresa como un porcentaje de la altura de piso h_{pi} .

$$1.0\%(\Delta_{m\acute{a}x}^i \leq 0.01h_{pi}) \quad (13)$$

Cálculo de deflexiones

Los elementos de estructuras metálicas sometidas a flexión deben diseñarse para que tengan una rigidez adecuada con el fin de limitar cualquier deflexión que pudiese afectar adversamente la resistencia o el funcionamiento de la estructura.

La deflexión máxima permisible para estructuras y miembros se tomó de acuerdo con la siguiente tabla:

Tabla 5. Máxima deflexión permisible

Caso	Máxima Deflexión permisible (d_{max})
<i>Vigas</i>	
• <i>Vigas portantes de piso y equipos (para la carga total)</i>	$L / 240$; $L = luz$
• <i>Vigas portantes de cielo raso enlucido (para cargas vivas)</i>	$L / 360$; $L = luz$
• <i>Vigas de techo y correas</i>	$L / 180$; $L = luz$
<i>Puentes grúa, Monorrieles, y grúas de brazo ⁽¹⁾</i>	
• <i>Vigas carrileras</i>	$L / 750$; $L = luz$
• <i>Monorrieles</i>	$L / 450$; $L = luz$
• <i>Brazos de grúa</i>	$L / 225$; $L = luz$
• <i>Deflexión horizontal para puentes grúa</i>	$L / 400$; $L = luz$

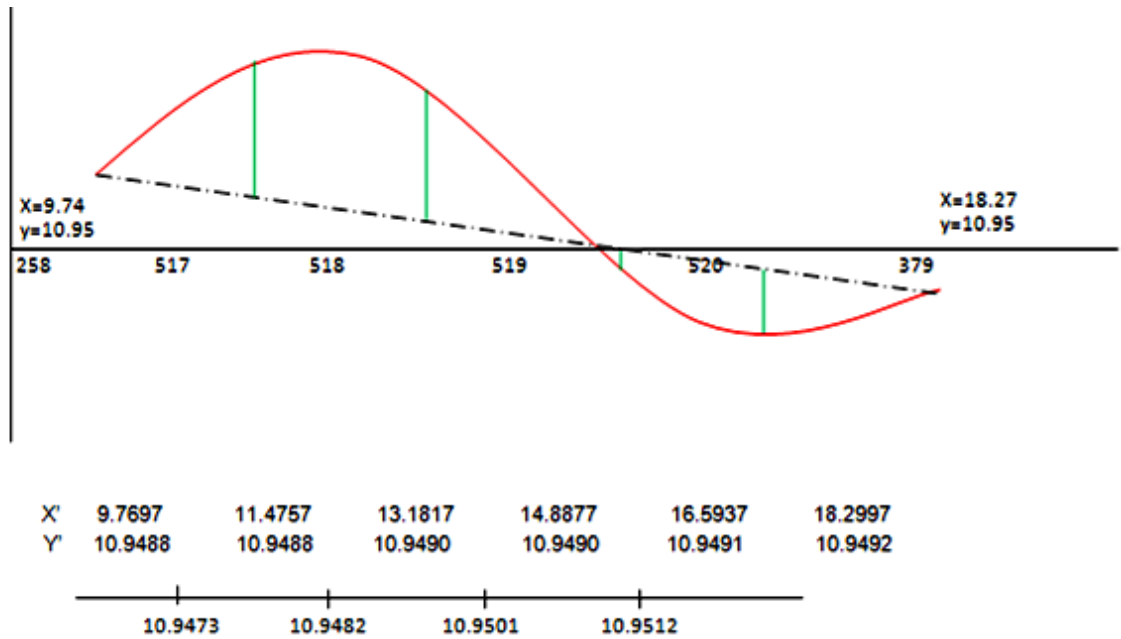
Fuente:AISC-Manual of steel construction,commentary to chapter , Section L3

Criterio de selección del número de fracciones para discretización de elementos.

Para el cálculo de deflexiones se hace necesario realizar una discretización para evaluar el comportamiento en distintos puntos sobre la longitud del elemento, en la que cada elemento se divide en 5 partes, este número es determinado mediante un análisis que indica la deflexión máxima más aproximada de cada elemento.

La figura 38 muestra el procedimiento de cálculo de deflexiones en los elementos; conocidas las coordenadas iniciales de los nodos, se buscan las coordenadas finales mediante el análisis matricial. En el desarrollo de este procedimiento se hace una validación con el programa sap2000 (Ver tabla 6), la comparación de dichos resultados confirman el buen desempeño del programa realizado por MEF.

Figura 38. Ejemplo de deflexiones en vigas (tomada del piso 3, clase 3, elemento 105)



Fuente. Autores

Tabla 6. Comparación de resultados obtenidos en el cálculo de deflexiones.

RESULTADOS.				Máx
Deflexiones según Matlab:	0.0015	0.0008	-0.0011	-0.0021
Deflexiones según Sap:	0.0016	0.0007	-0.0011	-0.0020

Fuente. Autores

3.2.1.9 Cálculo de las reacciones en los apoyos

Calculados los desplazamientos, mediante un sistema de ecuaciones; se halla el valor de las reacciones con la siguiente expresión:

$$\begin{Bmatrix} R_1 \\ R_2 \\ R_3 \\ \dots \\ R_n \end{Bmatrix}_G = \begin{bmatrix} K_{11} & K_{12} & K_{13} & \dots & K_{1n} \\ K_{21} & K_{22} & K_{23} & \dots & K_{2n} \\ K_{31} & K_{32} & K_{33} & \dots & K_{3n} \\ \dots & \dots & \dots & \ddots & \dots \\ K_{n1} & K_{n2} & K_{n3} & \dots & K_{nn} \end{bmatrix}_G \begin{Bmatrix} \delta_1 \\ \delta_2 \\ \delta_3 \\ \dots \\ \delta_n \end{Bmatrix}_G - \begin{Bmatrix} F_1 \\ F_2 \\ F_3 \\ \dots \\ F \end{Bmatrix}_G \quad (14)$$

3.2.1.10 Cálculo de los esfuerzos en cada elemento

El vector de esfuerzos se realiza examinando los esfuerzos axiales, los esfuerzos cortantes, y los momentos flectores generados en cada uno de los elementos, conocidos los desplazamientos de todos los nudos de la estructura. Multiplicando las matrices de rigidez y los desplazamientos nodales de cada elemento como se muestra en la siguiente ecuación:

$$\begin{Bmatrix} \sigma_1 \\ \sigma_2 \\ \sigma_3 \\ \dots \\ \sigma_6 \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} K_{11} & K_{12} & K_{13} & \dots & K_{16} \\ K_{21} & K_{22} & K_{23} & \dots & K_{26} \\ K_{31} & K_{32} & K_{33} & \dots & K_{36} \\ \dots & \dots & \dots & \ddots & \dots \\ K_{61} & K_{62} & K_{63} & \dots & K_{46} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \delta_1 \\ \delta_2 \\ \delta_3 \\ \dots \\ \delta_6 \end{Bmatrix} \quad (15)$$

Validación Por SAP2000

Se elabora un ejercicio del pórtico en estudio con los perfiles sugeridos por el artículo guía [E] usando el software SAP2000, con el fin de validar la precisión del programa desarrollado en Matlab para dar solución al objetivo de este proyecto.

La tabla 7 contiene las secciones utilizadas para la validación, en la figura 39 se muestran los resultados obtenidos con el Software SAP2000 y en la Tabla 8 se presenta el análisis comparativo entre las dos herramientas:

Tabla 7. Secciones usadas en la validación con Sap

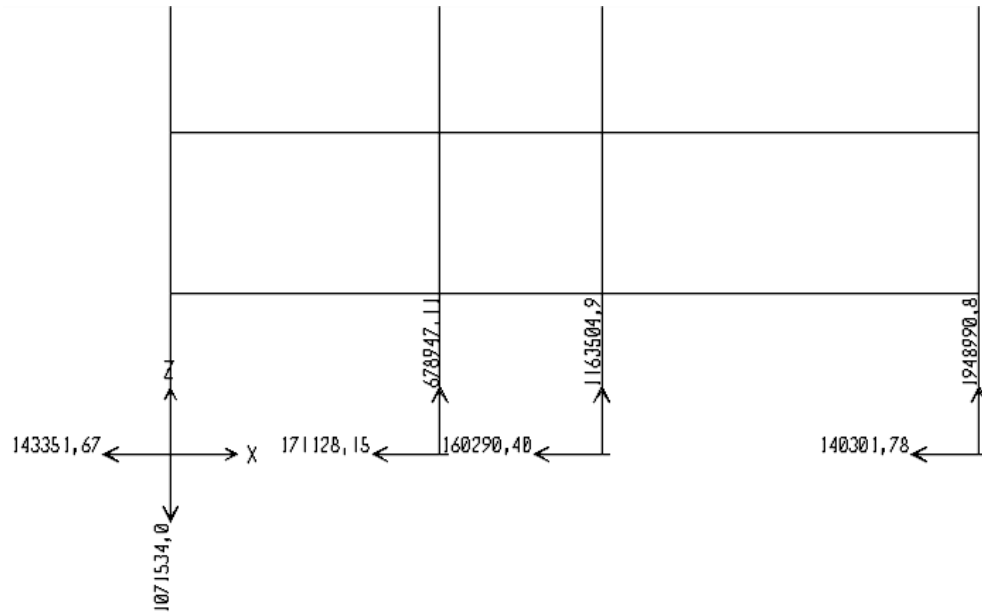
VARIABLE DE DISEÑO	TIPO DE PERFIL
1	W30X90
2	W8X18
3	W24X55
4	W8X21
5	W14X145
6	W14X132
7	W14X132

Tabla 7. (Continuación)

8	W14X132
9	W14X68
10	W14X53
11	W14X43
12	W14X43
13	W14X145
14	W14X145
15	W14X120
16	W14X90
17	W14X90
18	W14X61
19	W14X30
20	W14X26

Fuente. Autores

Figura 39. Reacciones del pórtico usando Software SAP2000.



Fuente. Autores

Tabla 8. Comparación de resultados de reacciones matlab Vs SAP2000

	DESCRIPCIÓN	RESULTADOS	
		MATLAB	SAP
1	Fuerza axial apoyo Eje A	-1,43E+05	-1,43E+05
2	Fuerza cortante apoyo Eje A	-1,06E+06	-1,07E+06
3	Momento en Apoyo Eje A	3,27E+08	3,37E+08
4	Fuerza axial apoyo Eje B	-1,75E+05	-1,71E+05
5	Fuerza cortante apoyo Eje B	6,28E+05	6,79E+05
6	Momento en Apoyo Eje B	3,78E+08	3,66E+08
7	Fuerza axial apoyo Eje C	-1,61E+05	-1,60E+05
8	Fuerza cortante apoyo Eje C	1,21E+06	1,16E+06
9	Momento en Apoyo Eje C	3,42E+08	3,54E+08
10	Fuerza axial apoyo Eje D	-1,37E+05	-1,40E+05
11	Fuerza cortante apoyo Eje D	1,94E+06	1,95E+06
12	Momento en Apoyo Eje D	3,30E+08	3,32E+08

Fuente. Autores

3.3 IMPLEMENTACIÓN DE LOS ALGORITMOS GENÉTICOS

3.3.1 Codificación

Para la representación de cada individuo, la codificación utilizada es la de números reales que facilita la manipulación de los datos de la biblioteca de secciones.

3.3.2 Población Inicial

La población inicial se genera con la toma de secciones ubicadas en un rango que proporciona la suboptimización donde las secciones escogidas cumplen con todas las solicitudes y restricciones de desplazamiento.

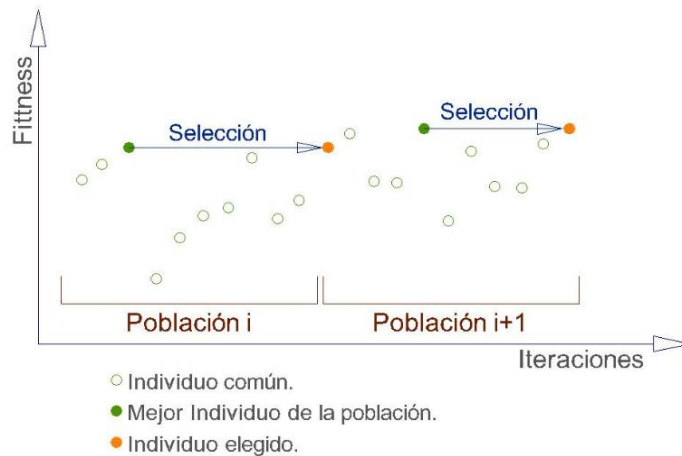
3.3.3 Operadores Genéticos

Se hace primero un ordenamiento de mayor a menor de todos los individuos de acuerdo al fitness y posteriormente se conserva el primer 10% de los mejores individuos haciendo por tanto una selección elitista (Ver figura 40), el 40% siguiente de los mejores individuos se cruza, otro 10% se muta dejando el restante 40% sin posibilidades de evolucionar.

3.3.4 Selección

Consiste en pasar una copia exacta del mejor individuo directamente a la siguiente población, de esta manera se previene la posible desaparición del individuo, en este trabajo se pasa a la siguiente generación el 10% mejor de la población organizada en una lista según el fitness.

Figura 40. Selección Elitista



Fuente. Autores

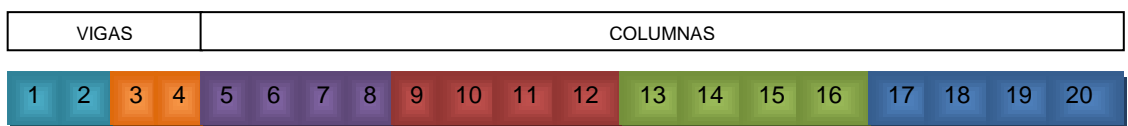
3.3.5 Cruzamiento

Del 40% de los individuos seleccionados para cruce se toman parejas de padres llamados padre 1 y padre 2 (ver figura 42) los cuales generan el doble de hijos

(Ver Figura 43), donde los hijos 1 y 2 son formados por la combinación de los padres compartiendo genes y reemplazándolos desde unos puntos específicos en los cromosomas, los hijos 3 y 4 se forman de manera similar pero usando otros puntos de intercambio de genes.

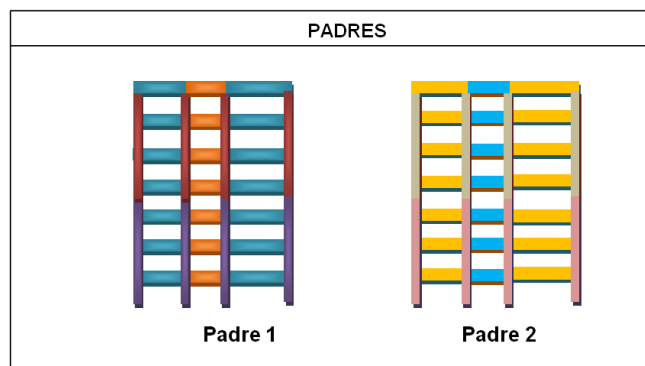
En la figura 41 se observan las variables de diseño correspondientes a vigas y columnas.

Figura 41. Disposición de las variables de diseño



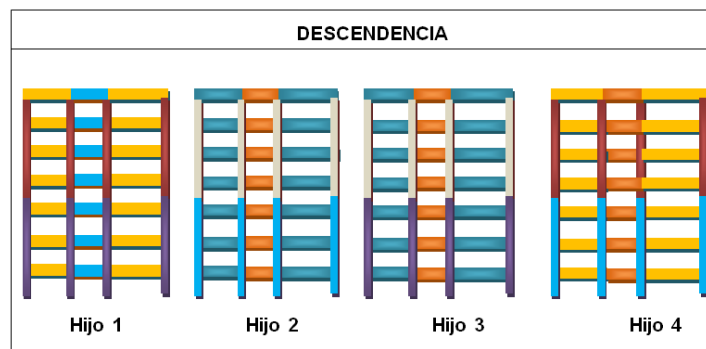
Fuente. Autores

Figura 42. Padres del Cruzamiento



Fuente: Autores

Figura 43. Descendencia del cruzamiento



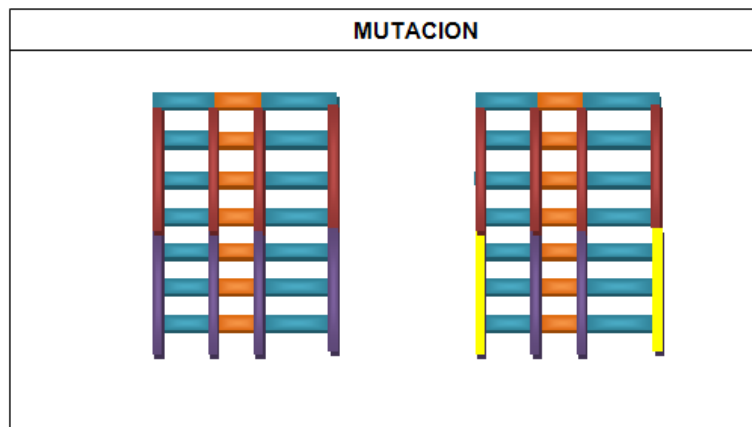
Fuente: Autores

3.3.6 Mutación

La mutación se lleva a cabo de dos formas, de una manera conveniente y en dos etapas; en la primera se cambian los genes débiles, es decir, los elementos que no cumplen con las solicitaciones de esfuerzos y restricciones de desplazamientos, en la segunda etapa, se continúa con la primera etapa y además se cambian genes excesivamente fuertes por genes suficientemente fuertes, dicho de otro modo, se cambian las secciones sobrediseñadas.

En la figura 44 se observa la variable de diseño mutada en color amarillo, este es un ejemplo de cambio de secciones de elementos sobrediseñados ó que no cumplen con las exigencias de la estructura, esperando que los elementos mutados tengan un mejor comportamiento.

Figura 44. Ejemplo de mutación de una cadena de bit



Fuente. Autores

3.3.7 Fitness

Para evaluar la aptitud de los individuos con respecto a la meta de la optimización se utilizó el peso de cada uno como fitness.

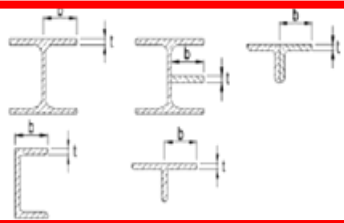
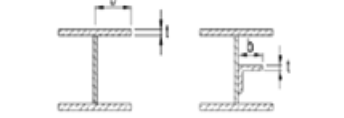
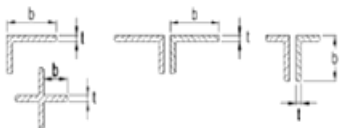

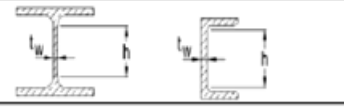
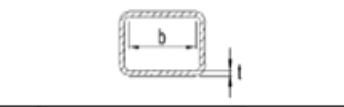
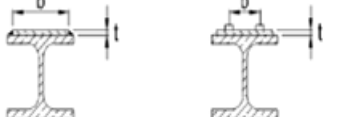
3.4 INCLUSIÓN NORMA NSR-10 TITULO F

Se muestran algunos conceptos necesarios para clasificar los casos de diseño según el requerimiento de los estados límites calculados.

- Para el pandeo local las secciones se clasifican: sin elementos esbeltos o con elementos esbeltos. Una sección se clasifica como sección sin elementos esbeltos si la relación ancho a espesor no excede el límite λ_r de la tabla 9 en ninguno de sus elementos. Si este límite se excede en alguno de los elementos de la sección, ésta se clasifica como sección con elementos esbeltos.
- Las secciones solicitadas a flexión se clasifican como secciones compactas, no compactas o con elementos esbeltos. Una sección se clasifica como compacta si sus aletas se conectan continuamente al alma o las almas y la relación ancho a espesor no excede el límite λ_p de la tabla 11 en ninguno de sus elementos a compresión. Si la relación ancho a espesor excede el límite λ_p de la tabla 11 en alguno de los elementos a compresión, sin que se exceda el límite λ_r de la misma tabla en ninguno de ellos, la sección se clasifica como sección no compacta. Si la relación ancho a espesor de algún elemento a compresión excede el límite λ_r de la tabla 11, se clasifica como una sección con elementos esbeltos.
- **Elementos no atiesados:** o sea aquellos con un borde libre a lo largo de uno de sus bordes paralelos a la dirección de la fuerza de compresión.
- **Elementos Atiesados:** o sea aquellos con soporte a lo largo de ambos bordes paralelos a la dirección de la fuerza de compresión.

A continuación se describen los numerales y casos usados para el desarrollo del proyecto, para una visión más detallada de la interpretación de la norma ver Anexos en el que se muestran los diagramas de flujo y códigos en matlab paso a paso.

Tabla 9. Valores límites de la relación ancho espesor para elementos de miembros a compresión axial (Para aplicar al numeral F.2.5.)

Caso	Descripción del Elemento	Relación Ancho a Espesor	Valores límite de la relación ancho/espesor	Ejemplos	
			λ_r (no esbelto/esbelto)		
Elementos No Atesados	1	Aletas de perfiles laminados en I, platinas salientes en perfiles laminados en I, aletas salientes de pares de ángulos en contacto continuo, aletas de canales y aletas de secciones en I	b/t	$0.56\sqrt{E/F_y}$	
	2	Aletas de perfiles armados en I, y platinas o aletas de ángulos salientes en perfiles armados en I	b/t	$0.64\sqrt{k_c E/F_y}$ (a)	
	3	Aletas de ángulos sencillos, aletas de ángulos dobles con separadores, y otros elementos no atesados no incluidos en los casos 1, 2 y 4	b/t	$0.45\sqrt{E/F_y}$	
	4	Almas de secciones en I	d/t	$0.75\sqrt{E/F_y}$	
	5	Almas de perfiles en I de simetría doble y almas de canales	h/t_w	$1.49\sqrt{E/F_y}$	
	6	Paredes de perfiles estructurales tubulares (PTE) y perfiles en cajón, de sección rectangular y espesor uniforme	b/t	$1.40\sqrt{E/F_y}$	
	7	Cubreplacas de aleta y platinas de diafragma entre líneas de conectores o soldaduras.	b/t	$1.40\sqrt{E/F_y}$	

Fuente: NSR-10

3.4.1 Resistencia de diseño a tensión

La Resistencia de diseño para miembros solicitados por tensión axial causada por fuerzas estáticas que actúan a lo largo del eje centroidal, $\phi_t P_n$, se tomará:

Para fluencia por tensión sobre el área bruta. $P_n = F_y * A_g$, donde $\phi_t = 0.90$

3.4.2 Resistencia de diseño a compresión




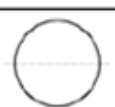


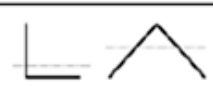
La resistencia de diseño se tomará igual a $\phi_c P_n$, donde:

$$\phi_c = 0.9, RP_n = \phi_c P_n,$$

La resistencia nominal a compresión, será el menor entre los valores obtenidos para los estados límites de pandeo por flexión, pandeo por torsión, y pandeo por flexo-torsión.

La tabla 10. sirve como guía para identificar los numerales aplicables a distintos tipos de secciones.

Tabla 10. Numerales aplicables para el diseño a compresión

Sección Transversal	Sin Elementos Esbeltos		Con Elementos Esbeltos	
	Numeral Aplicable	Estados límites	Numeral Aplicable	Estados límites
	F.2.5.3 F.2.5.4	PF PT	F.2.5.7	PL PF PT
	F.2.5.3 F.2.5.4	PF PFT	F.2.5.7	PL PF PFT
	F.2.5.3	PF	F.2.5.7	PL PF
	F.2.5.3	PF	F.2.5.7	PL PF
	F.2.5.3 F.2.5.4	PF PFT	F.2.5.7	PL PF PFT
	F.2.5.6 F.2.5.3 F.2.5.4	PF PFT	F.2.5.6 F.2.5.7	PL PF PFT
	F.2.5.5		F.2.5.5	

Fuente: NSR-10

Nomenclatura:

PF= Pandeo por flexión

PT=Pandeo por Torsión

PFT= Pandeo por Flexo-Torsión

PL= Pandeo Local

Casos usados:

F.2.5.3. Aplica a miembros a compresión sin elementos esbeltos

F.2.5.4. Aplica a miembros de simetría simple y miembros no simétricos, y a algunos miembros de simetría doble.

F.2.5.7. Miembros cuya sección incluye elementos esbeltos

3.4.3 Resistencia de diseño a flexión

Numeral F.2.6, este es aplicable a miembros solicitados por flexión simple con respecto a uno de sus ejes principales, siempre se toma el menor valor entre los valores obtenidos para los estados límites calculados en cada caso.

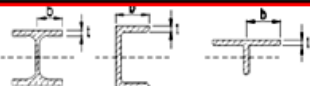

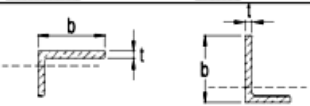
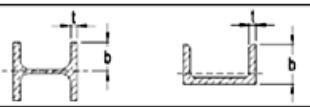
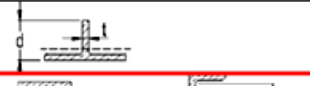

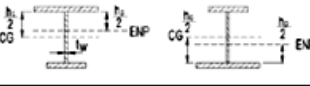
Para este trabajo se procedió con los siguientes casos, debido a que los demás no son compatibles con el desarrollo del proyecto, en especial el caso **F.2.6.4**. No se usa por la siguiente nota presente en la norma. *“Los miembros de sección en I a los cuales es aplicable esta sección pueden diseñarse conservadoramente usando el numeral F.2.6.5.”*

F.2.6.2 Se aplica a miembros de sección en I de simetría doble y canales flexionados alrededor de su eje mayor, con alma compacta y aletas compactas.

F.2.6.3. Se aplica a miembros de sección en I con simetría doble, solicitados por flexión alrededor de su eje mayor, con alma compacta y aletas no compactas o esbeltas.

F.2.6.5. Este numeral se aplica a miembros de sección en I de simetría doble o simple, con alma esbelta, solicitados por flexión alrededor de su eje mayor.

Tabla 11. Valores límite de la relación Ancho a Espesor para Elementos a Compresión en miembros a flexión

Caso	Descripción del Elemento	Relación Ancho a Espesor	Valores límite de la relación ancho/espesor		Ejemplos	
			λ_p (compacto/no compacto)	λ_r (no compacto/Esbelto)		
Elementos No Atésados	10	Aletas de perfiles laminados en I, canales y secciones en T	b/t	$0.38\sqrt{E/F_y}$	$1.0\sqrt{E/F_y}$	
	11	Aletas de perfiles armados en I, de simetría doble o simple	b/t	$0.38\sqrt{E/F_y}$	$0.95\sqrt{k_c E/F_L}$ (a) (b)	
	12	Aletas de ángulos sencillos	b/t	$0.54\sqrt{E/F_y}$	$0.91\sqrt{E/F_y}$	
	13	Aletas de todo tipo de perfiles en I y canales en flexión sobre su eje menor	b/t	$0.38\sqrt{E/F_y}$	$1.0\sqrt{E/F_y}$	
Elementos Atésados	14	Almas de secciones en T	d/t	$0.84\sqrt{\frac{E}{F_y}}$	$1.03\sqrt{\frac{E}{F_y}}$	
	15	Almas de perfiles en I de simetría doble y canales	h/t_w	$3.76\sqrt{E/F_y}$	$5.70\sqrt{E/F_y}$	
	16	Almas de perfiles en I de simetría simple ^(c)	h_c/t_w	$\frac{b_c}{b_y} \sqrt{\frac{E}{F_y}} \leq \lambda_r$ $\left(\frac{0.54 M_y}{M_x} - 0.09 \right)$	$5.70\sqrt{E/F_y}$	

Fuente. NSR-10

3.4.4 Resistencia de diseño a cortante

Se aplica al diseño del alma para miembros de simetría doble o simple sujetos a cortante en el plano del alma, y al diseño por cortante en la dirección débil en perfiles de simetría doble o simple.

Se usa el caso F. 2.7.2 Miembros con almas rigidizadas o no rigidizadas.

$$V_n = 0.6 * F_y * A_w * C_v$$

$$RV_n = \phi * 0.6 * F_y * A_w * C_v$$

3.4.5 Diseño de miembros solicitados por fuerzas combinadas

Este numeral se aplica a miembros solicitados por carga axial y por flexión con respecto a uno o ambos ejes, con o sin torsión.

Caso F.2.8.1 Miembros con simetría doble o simple solicitados por flexión y fuerza axial. La interacción de la flexión y la compresión en miembros con simetría doble, y en miembros con simetría simple que satisfagan la relación $0.1 \leq (I_{yc}/I_y) \leq 0.9$.

a) Para $\frac{P_u}{\phi P_n} \geq 0.2$

$$\left(\frac{P_u}{\phi P_n}\right) + \left(\frac{8}{9}\right) * \left(\left(\frac{M_{ux}}{\phi_b M_{nx}}\right) + \left(\frac{M_{uy}}{\phi_b M_{ny}}\right)\right) \leq 1.0$$

b) Para $\frac{P_u}{\phi P_n} < 0.2$

$$\left(\frac{P_u}{2 * \phi P_n}\right) + \left(\left(\frac{M_{ux}}{\phi_{hib} M_{nx}}\right) + \left(\frac{M_{uy}}{\phi_{hib} M_{ny}}\right)\right) \leq 1.0$$

Consideraciones acerca de la norma:

1. Los ítems que incluían el diseño de conexiones no se tienen en cuenta.
2. No se toman numerales relacionados con secciones solicitadas a flexión alrededor de su eje menor.
3. No se consideran perfiles tubulares ni de formas diferentes a secciones I y C.
4. Las secciones empleadas cumplen con los requisitos de inercias correspondientes según solicitud del numeral F.2.6.13.2
5. C_b es el factor de modificación para pandeo lateral torsional, aplicable cuando no es uniforme el diagrama de momentos sobre el segmento de viga comprendido entre dos puntos arriostrados, Tomamos $C_b=1$ porque no se consideraron arriostramientos en este proyecto.

3.5 OPTIMIZACIÓN DE PÓRTICOS

El diseño óptimo de este pórtico se tomó como:

$$\text{Encontrar el mínimo } X = [x_1, x_2, x_3, \dots, x_{20}] \quad (8)$$

Donde X es el vector que contiene las variables de diseño, a las que se le asignan, secciones con formas C e I, los subíndices indican la variable perteneciente a un grupo de vigas o columnas, mostradas en la figura 23, al sumar el peso que contiene cada variable multiplicada por el número de elementos asignados a la misma, por la longitud de los elementos, resulta el peso total de la estructura.

Función peso:

$$fW = (23wx_1L_1 + 23wx_1L_3) + (1wx_2L_1 + 1wx_2L_3) + 23wx_3L_2 + 1wx_4L_2 + 6L_c(wx_5 + wx_6 + wx_7 + wx_8 + wx_9 + wx_{10} + wx_{11} + wx_{12} + wx_{13} + wx_{14} + wx_{15} + wx_{16} + wx_{17} + wx_{18} + wx_{19} + wx_{20}) \quad (9)$$

Donde:

wx_i Es el peso de x_i

L_c = Longitud de las columnas

L_1 = Longitud de la primera luz del pórtico.

L_2 = Longitud de la segunda luz del pórtico.

L_3 = Longitud de la tercera luz del pórtico.

Sujeto a las siguientes restricciones:

- **Evaluación de cumplimiento de derivas piso a piso:**

Factor de cumple derivas

$$FAC\Delta = \Delta_{\text{permitido}} - \Delta_{\text{piso } i} \quad (10)$$

- **Evaluación de cumplimiento de resistencias, a compresión, flexión, cortante y fuerzas combinadas:** La verificación de estas se logra aplicando la NSR-10,
 - P_u =Resistencia requerida a compresión [N]
 - RP_n = Resistencia soportada por el elemento a compresión, [N]
 - $RP_n > P_u$ Cumple compresión
 - $RP_n - P_u$ = Factor de cumple compresión
 - M_u =Resistencia requerida a flexión [N-mm]
 - RM_n =Resistencia soportada por el elemento a flexión [N-mm]
 - $RM_n > M_u$ = Cumple flexión
 - $RM_n - M_u$ = Factor de cumple flexión
 - V_u = Resistencia requerida a cortante [N]
 - RV_n = Resistencia soportada por el elemento a cortante [N]
 - $RV_n > V_u$ = Cumple cortante
 - $RV_n - V_u$ = Factor de cumple cortante

Si

$$\left(\frac{P_u}{\phi P_n}\right) + \left(\frac{8}{9}\right) * \left(\left(\frac{M_{ux}}{\phi_b M_{nx}}\right) + \left(\frac{M_{uy}}{\phi_b M_{ny}}\right)\right) \leq 1.0 \quad \left(\frac{P_u}{2 * \phi P_n}\right) + \left(\left(\frac{M_{ux}}{\phi_{hib} M_{nx}}\right) + \left(\frac{M_{uy}}{\phi_{hib} M_{ny}}\right)\right) \leq 1.0$$

Factor Cumple flexo-compresión

- **Control de deflexiones:** Las deflexiones son controladas de acuerdo a la tabla 5, mediante un vector de cumplimiento en el que se compara el desplazamiento máximo hallado con los nodos de discretización, con el desplazamiento máximo permitido.

Vectores de Cumplimiento: consiste en celdas llenas con unos y ceros que representan “si cumple” y “no cumple” con las sollicitaciones de diseño ubicados en vectores por individuo, siendo si cumple=1, no cumple=0.

Vectores de Factores de cumplimiento: Se usan factores de cumplimiento que evalúen el comportamiento de las derivas, resistencias y deflexiones de la siguiente forma:

Por ejemplo: Para esfuerzos de compresión el factor de cumplimiento es igual a $RPn - Pu$, si el factor da un número positivo cercano a cero, significa que la sección cumple con los requerimientos de la norma referente a compresión y si se aleja en el caso positivo significa que la sección toma valores de resistencia superiores al necesario (sobrediseño); en el caso negativo implica secciones insuficientes a la resistencia requerida, por tanto una parte de la optimización consiste en llevar estos factores a cero, ya que indirectamente esto conlleva a reducir el peso de los elementos.

La función costo expresada en términos de peso de la estructura, es expresada de la siguiente manera:

$$Costo(x) = \sum_{i=1}^{168} \gamma * A_i * L_i \quad (10)$$

Donde:

- γ Es la densidad del material
- L_i Es la longitud del miembro i
- A_i Área del miembro i

Por el tamaño del espacio de búsqueda el proceso de optimización se lleva en dos fases: fase de sub-optimización y fase de optimización.

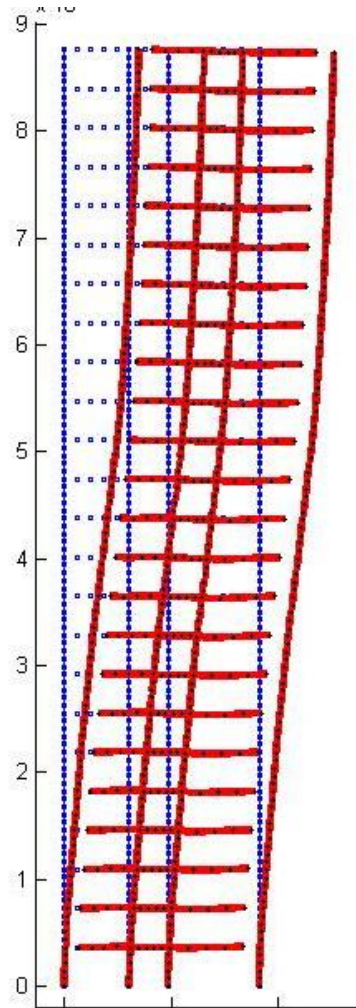
3.6 EXPLICACIÓN DE NOMBRES DE PROGRAMAS Y SUBPROGRAMAS USADOS EN MATLAB PARA EL USO DE LOS MEF

- **Coordenadas iniciales.** Programa que da las coordenadas de cada uno de los 772 nodos de la estructura sin aplicación de fuerzas para su posterior dibujo.

- **Longitud de elementos.** Llena un vector con las longitudes de los 168 elementos.
- **Vector de cargas.** Pone en los nodos las cargas transformadas de distribuidas a puntuales.
- **Etiquetas de las matrices individuales.** Toma el número de grados de libertad correspondiente a cada elemento y registra en las primeras casillas de las matrices de rigidez estos valores, con el fin de identificar cada matriz en el momento de hacer la suma de la matriz de rigidez total.
- **Llenado de la matriz de rigidez de individuales a total.** Llena las 840 matrices de rigidez locales de los elementos discretizados y los va sumando a la matriz global total del pórtico (matriz de 2316×2316).
- **Cálculo de desplazamientos.** Toma una parte de la matriz de rigidez global KG es decir KG1, halla su inversa y la multiplica por el vector de cargas obteniendo los desplazamientos nodales.
- **Cálculo de deformada.** Subrutina que toma los desplazamientos nodales y los suma a las coordenadas iniciales para obtener la deformada de la estructura. (Ver figura 54).
- **Cálculo de reacciones.** Toma una parte de la matriz de rigidez KG, llamándola KG2, se multiplica por el vector de desplazamientos y se obtiene el vector de reacciones (empotramientos con 12 grados de libertad restringidos).
- **Cálculo de derivas.** Toma el desplazamiento lateral de cada piso y lo introduce en un vector de 24 casillas, se hallan las derivas relativas por piso como la diferencia entre la deriva de ese piso y la del piso inmediatamente anterior.

- **Cálculo de deflexiones.** Por cada viga se registran los desplazamientos verticales relativos al nodo inicial y final en cada elemento, de ellos se escoge el mayor (valor absoluto) y se registra como la deflexión de la viga en cuestión

Figura 45. Deformada típica de la estructura exagerada

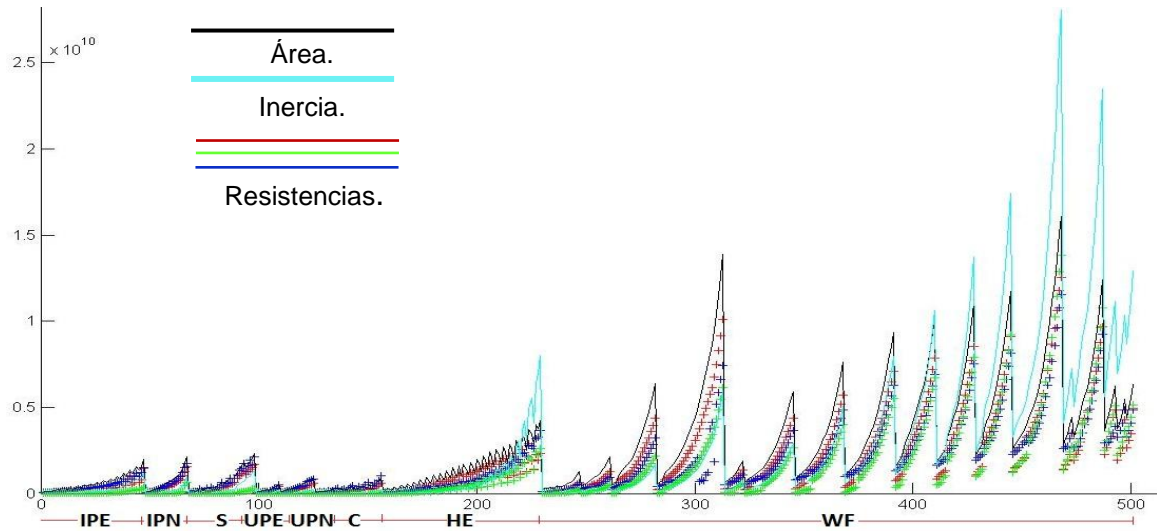


Fuente. Autores.

3.7. ANÁLISIS DE RESULTADOS.

3.7.1 Análisis de las propiedades de la biblioteca de secciones.

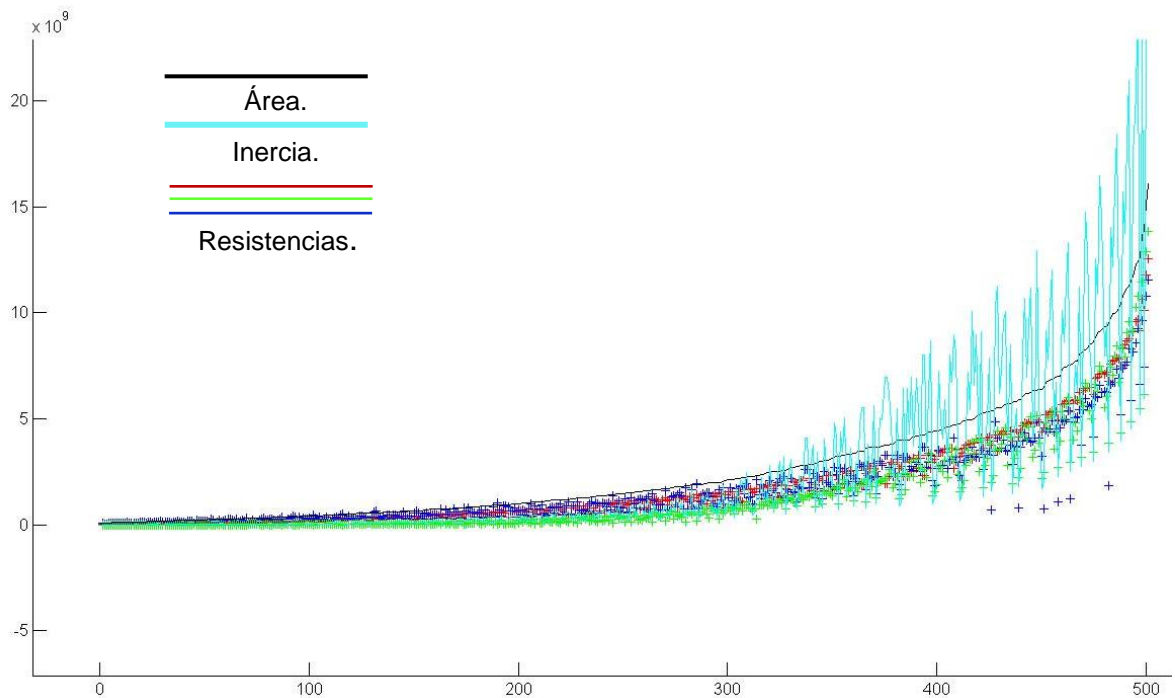
Gráfica 4. Resistencia de las 501 secciones, agrupadas por tipo de sección.



Fuente. Autores

Se registraron esquemáticamente las resistencias a compresión (puntos azules), cortante (puntos rojos) y flexión (puntos verdes) para las 501 secciones comerciales establecidas para el proyecto, estas aparecen ordenadas por clase y nomenclatura en subgrupos en los que va aumentando el tamaño de la sección, es por esto que se aprecian unos picos que indican la fortaleza de las secciones más grandes en cada subgrupo. Con línea color cian aparecen las inercias de las secciones.

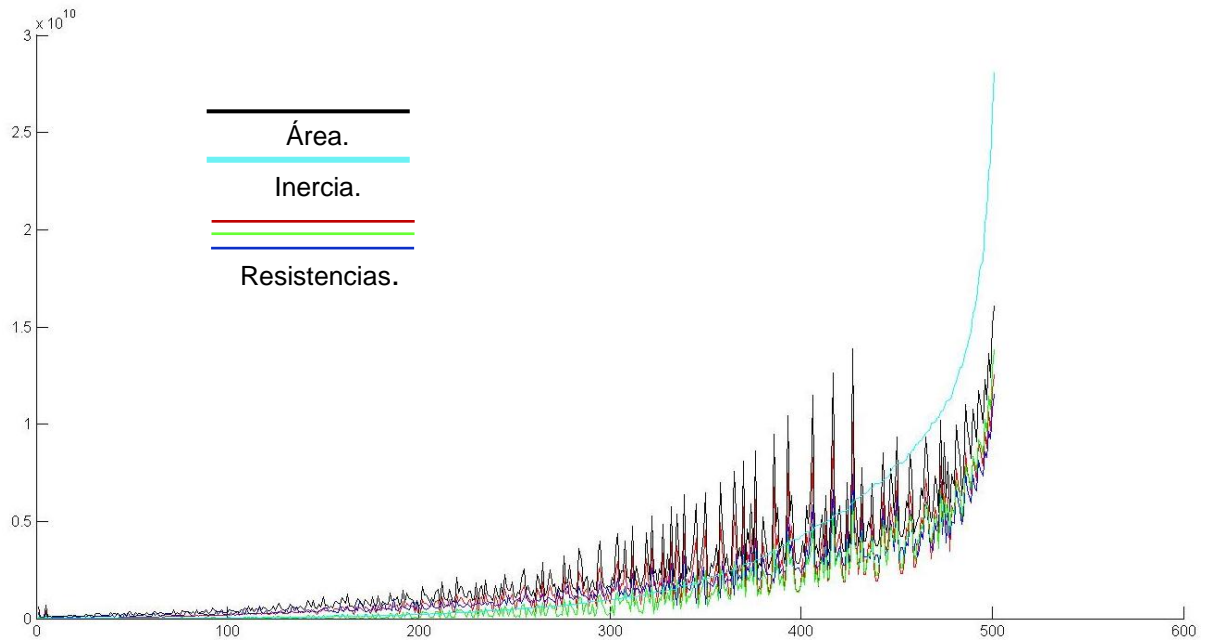
Gráfica 5. Resistencia de las 501 secciones, ordenadas por área.



Fuente. Autores

En este caso se tiene los mismos datos de la gráfica anterior pero las secciones se encuentran ordenadas por área. Se resalta aquí que existe una especie de envolvente de resistencias con la que se puede afirmar que la resistencia de una sección está estrechamente ligada con el área, aún cuando su forma y por consiguiente su inercia varíen (línea cian).

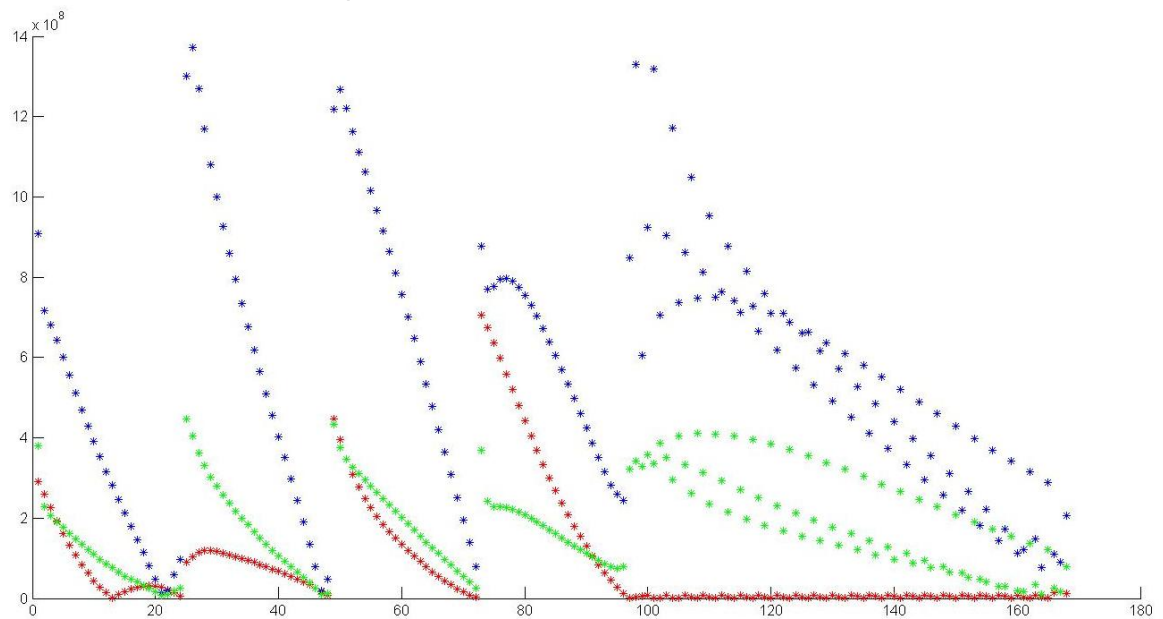
Gráfica 6. Resistencia de las 501 secciones, ordenadas por inercia.



Fuente. Autores

En esta gráfica se observa una mayor variabilidad de resistencias cuando se organizan los datos según la inercia, sin embargo, existe una tendencia a que todos los parámetros aumenten.

Gráfica 7. Solicitaciones típicas en la estructura.



Fuente. Autores

En esta gráfica se muestra esquemáticamente las resistencias requeridas por la estructura para cada uno de sus 168 elementos, para poder mostrar las tres sollicitaciones principales (axial, cortante, momento) en un mismo esquema se normalizan los valores, debido a que difieren en magnitud y unidades.

Se visualiza que los primeros 4 picos corresponden a las cuatro ejes de columnas de la estructura que, como se esperaba tiene mayor sollicitaciones en las columnas inferiores. En las vigas se aprecia también un decrecimiento en altura de algunas sollicitaciones.

3.7.2 Descripción del diseño del programa de optimización:

Durante la implementación del diseño del programa de optimización, inicialmente (procedimiento 1) se obtuvieron resultados que demostraron la incapacidad del algoritmo para encontrar individuos viables, debido a que el espacio de búsqueda es significativamente grande y realizar la exploración total de este espacio implica un gran costo computacional.

Teniendo en cuenta la falla del procedimiento 1, se diseña el procedimiento 2 manteniendo las bondades del primero y superando la falencia hallada.

3.7.2.1 Procedimiento 1: optimización previa. (P1)

Al inicio se hace una lectura de las variables del programa, esencialmente: cantidad de iteraciones, número de individuos y rango de posición dentro de la biblioteca disponible, que corresponden a las secciones que se utilizan, se observó en el P1 un buen comportamiento en cuestión de tendencias de convergencia.

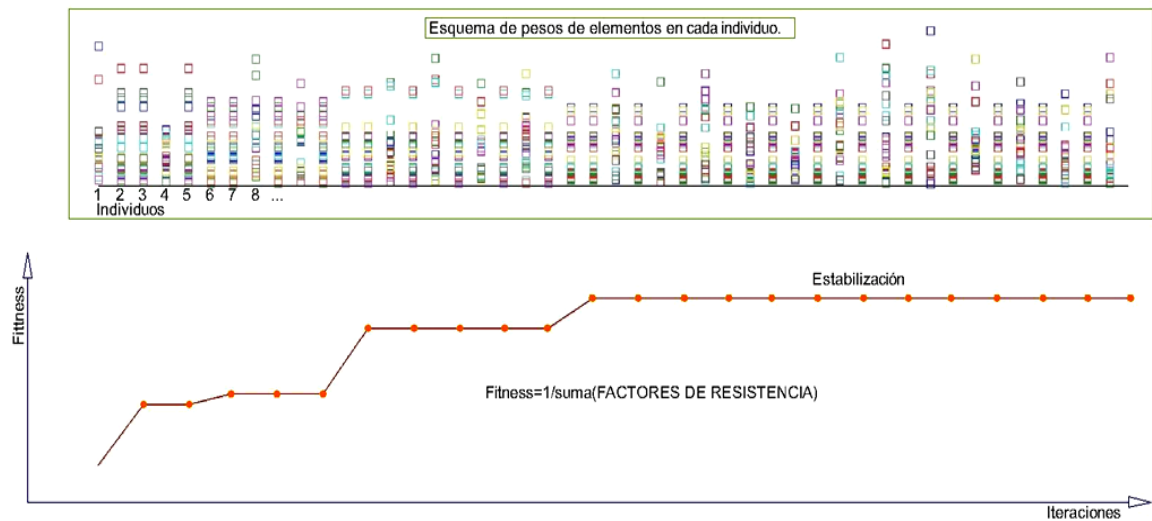
Resultados de P1:

- ✓ Prueba con 2 Individuos por iteración:

Se observa en la gráfica 8, que la estabilización ocurre en la iteración número 11, aunque los resultados describen la tendencia esperada, al analizar los vectores de cumplimiento se nota el pobre desempeño de estos individuos frente a las

solicitudes de resistencia por tanto ubicar un individuo válido fue prácticamente imposible.

Gráfica 8. Crecimiento y estabilización del fitness a lo largo de las iteraciones.

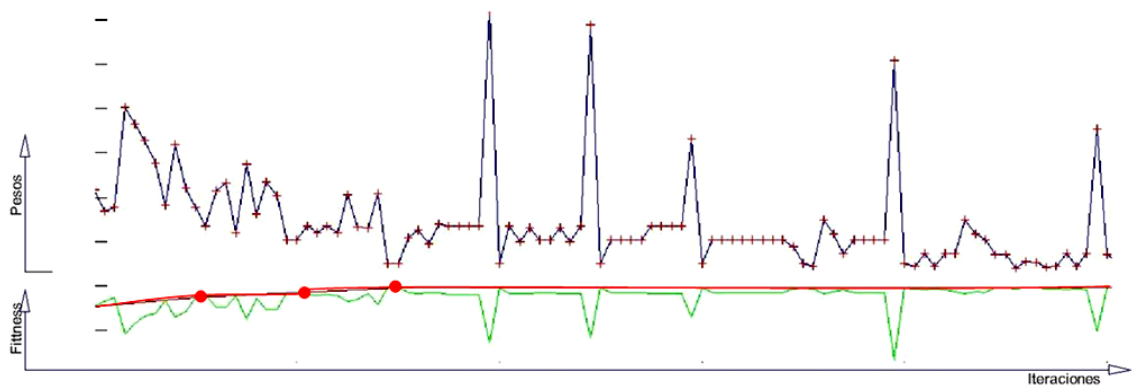


Fuente. Autores

✓ Prueba con 10 Individuos por iteración:

En este caso la tendencia a la estabilización es visible aunque en menor medida.

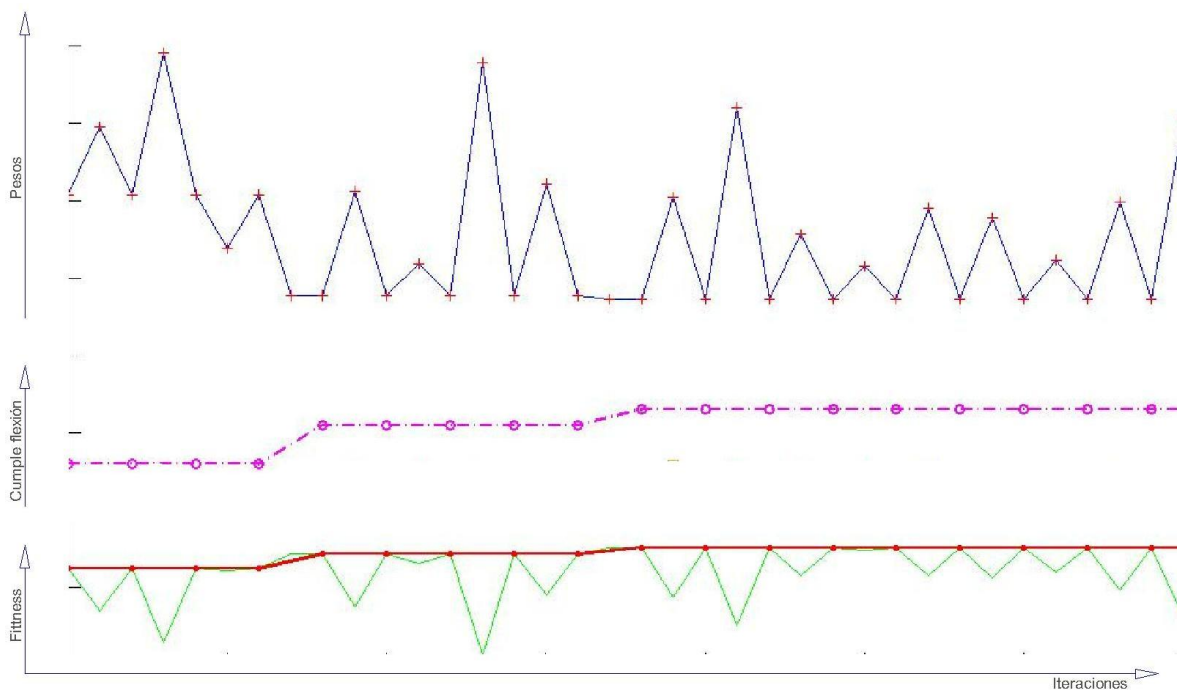
Gráfica 9. Fitness, pesos y mejores fitness por población para 12 iteraciones con 10 individuos.



Fuente. Autores

En la gráfica 9, la línea verde es el fitness de cada individuo, la línea roja es el mejor fitness en cada iteración y este puede prevalecer a lo largo de las iteraciones en caso de no ser superado. La línea azul es el peso de cada individuo cuyos picos en la gráfica significan la introducción de individuos “mutantes” a la población mientras que las partes estables corresponden a los individuos que salieron del cruzamiento; en este resultado se nota una estabilización temprana.

Gráfica 10. Fitness, pesos, mejores fitness y cumplimiento a flexión para poblaciones con 2 individuos.



Fuente. Autores

En esta figura se incluye una línea color magenta punteada, que representa el cumplimiento de los esfuerzos de flexión, se ve que tiende a subir, siendo esto un indicador positivo para el modelo general del programa.

3.7.2.2 Procedimiento 2: optimización por etapas. (P2)

Este procedimiento consta de dos partes principales que conducen las respuestas hacia el óptimo buscado: suboptimización y optimización.

- Etapa 1 – Suboptimización

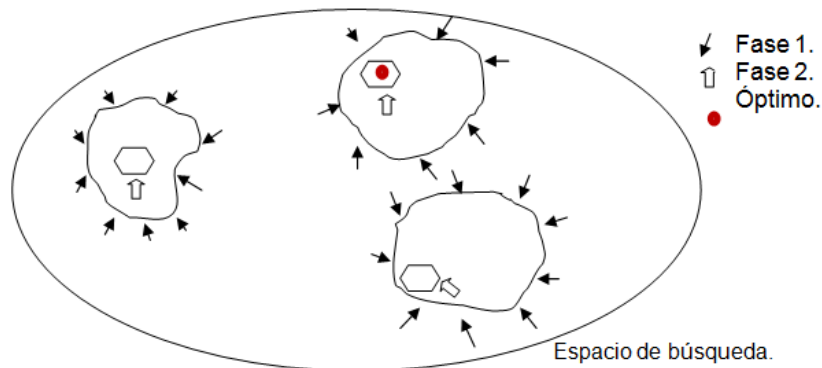
El tamaño del espacio de búsqueda de soluciones es $501^{20}=9.9 \times 10^{53}$, que en términos de tamaño es un número elevado; por ello, es preciso iniciar el algoritmo con una rutina de suboptimización que disminuya el tamaño del espacio de búsqueda.

Para ello se descartan regiones poco prometedoras o inviables, mediante el acotamiento de la cantidad de secciones permitidas para cada variable, así:

- Se hacen análisis estructurales previos.
- Se registran las mayores solicitaciones por individuo.
- Se identifican las secciones que podrían desarrollar una resistencia cercana a la requerida.
- Por último, se descartan las secciones cuyas resistencias se encuentren muy alejadas del esfuerzo solicitado.

La figura 48 esquematiza la reducción del espacio de búsqueda, llegando con la fase 1 a regiones en donde los individuos cumplen con todos los requerimientos estructurales y luego se procede a la fase 2, en la que se buscan los individuos con más capacidad de adaptación, para finalmente llegar al óptimo.

Figura 46. Reducción del espacio de búsqueda.



Fuente. Autores.

Finalizando el proceso de suboptimización se tiene una serie de individuos que cumplen con todas las restricciones de diseño y están por encima del diseño óptimo, por ende se debe realizar el proceso de optimización.

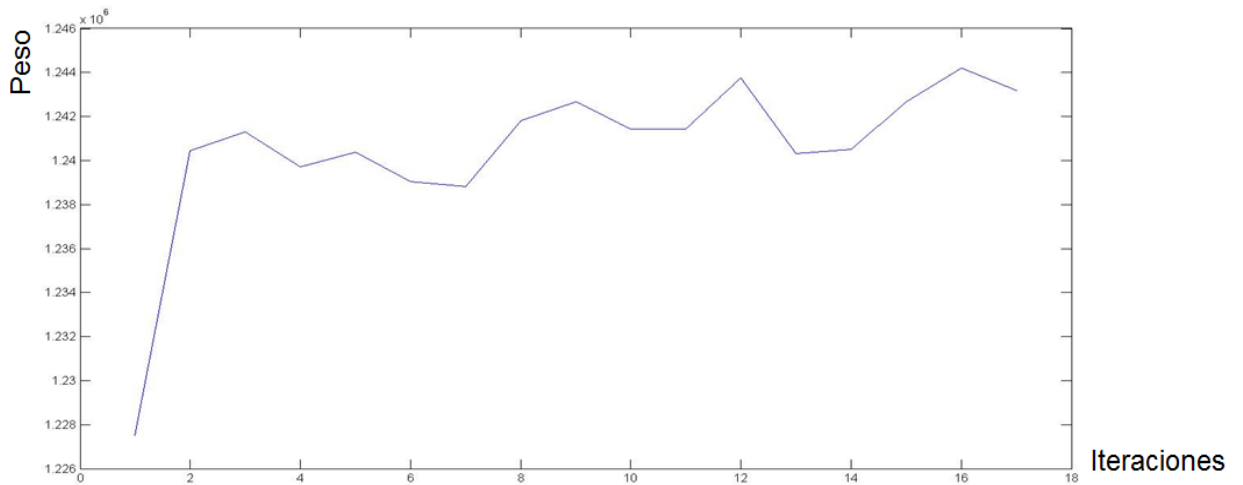
Como resultado del proceso de suboptimización se halló el mejor individuo, el cual pesa 84.89 Toneladas y está conformado con los siguientes perfiles por variable:

Tabla 12. Perfiles finales de la suboptimización.

VARIABLE DE DISEÑO	Codigo TS	Area	Codigo TS Excel	Nomenclatura	h	tw	b	t
1	246	12700	324	WF16X67	415	10	260	16,9
2	137	6530	176	HEB 180	180	8,5	180	14
3	263	16100	197	HEB 320	320	11,5	300	20,5
4	197	9700	67	IPN 360	360	13	143	19,5
5	307	23600	419	WF 30X124	766	14,9	267	23,6
6	289	20100	102	S24X106	622	15,75	200	27,69
7	244	13700	46	WF8X21	210	6,4	134	10,2
8	193	9440	161	C15X50	381	18,2	94,4	16,5
9	180	8040	129	UPN380	380	13,5	102	16
10	165	7560	249	WF8X40	210	9,1	205	14,2
11	165	7560	249	WF8X40	210	9,1	205	14,2
12	179	10800	353	WF21X57	535	10,3	166	16,5
13	326	26900	436	WF33X141	846	15,4	293	24,4
14	341	27000	217	HEB 600	600	15,5	300	30
15	295	18400	338	WF18X97	472	13,6	283	22,1
16	249	12700	207	HEAA 450	425	10	300	13,5
17	216	13400	48	IPE 550	550	11,1	210	17,2
18	231	12300	334	WF18X65	466	11,4	193	19
19	166	10400	374	WF24X55	599	10	178	12,8
20	135	7580	329	WF18X40	455	8	153	13,3

Fuente. Autores

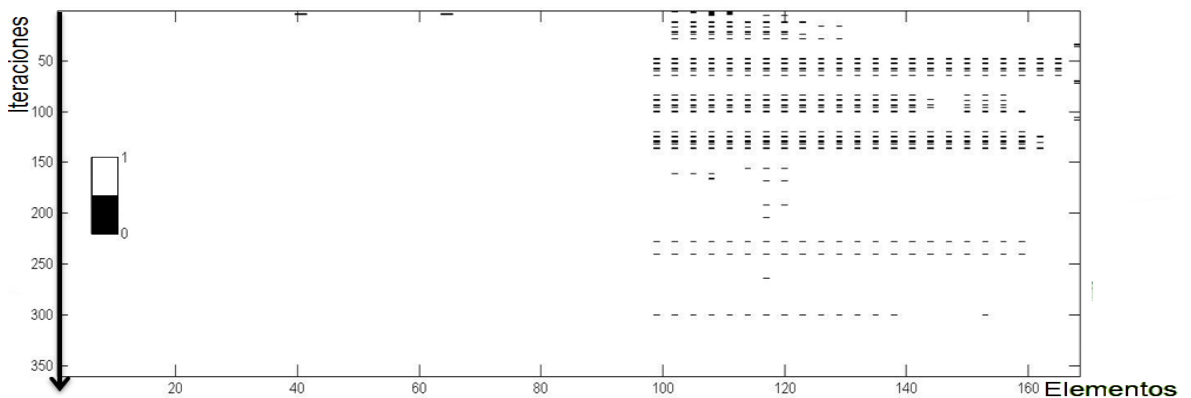
Gráfica 11. Aumento de peso de un individuo



Fuente. Autores

Para los individuos hay una tendencia a subir el peso, ya que al repararlos con el fin de que respondan a las solicitudes, estos adquieren secciones con mayor área e inercia y por lo tanto con un mayor peso, la gráfica termina en el punto donde todos los individuos propuestos llegan a cumplir con todos los requerimientos de resistencia y desplazamientos.

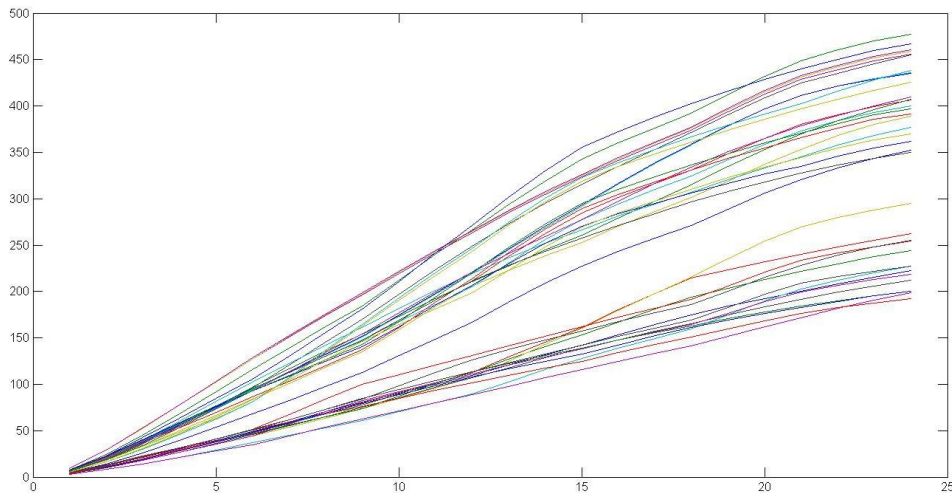
Gráfica 12. Aumento de cumplimiento de resistencia a flexión.



Fuente. Autores

En la gráfica 12 aparecen 10 poblaciones con 36 individuos cada una (ordenada), y en las abscisas están los 168 elementos para cada individuo, la gráfica muestra rectángulos negros en los elementos que no cumplen a flexión, en este caso se trata de las vigas, y en color blanco (espacios vacíos) los elementos que cumplen con el requerimiento de flexión, se nota que a medida que bajamos en esta gráfica desaparecen los puntos negros, lo que se interpreta como una mejora en la capacidad de la estructura.

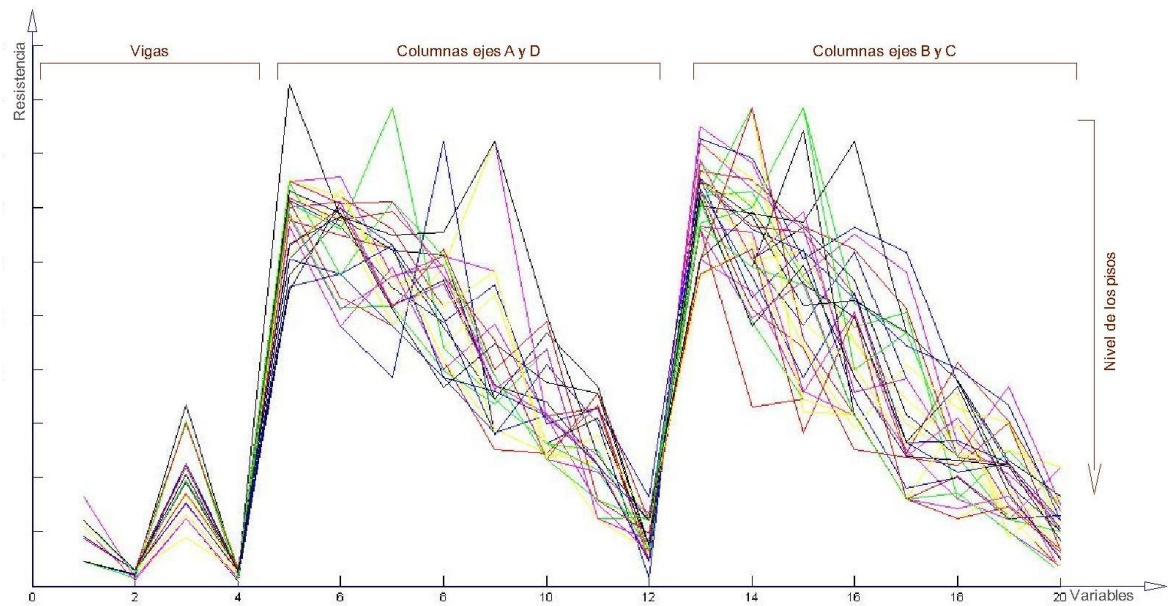
Gráfica 13. 24 Derivas de 36 individuos (población final suboptimización)



Fuente. Autores

La gráfica 13, muestra en las abscisas las 24 derivas de cada individuo (ordenadas) en milímetros, es decir que cada línea representa la deformada lateral por cada individuo, se puede notar que ninguna de estas líneas en su deriva 24 (deriva del edificio) sobrepasa el límite permitido del 1% por piso es decir: $0.01 \cdot 3650 \cdot 24 = 876 \text{ mm}$ y se mantienen en un rango con un máximo un poco por encima de la mitad de la deriva permitida, con el desarrollo de la siguiente etapa se busca acercarse más a los límites en cuanto a todos los requerimientos estructurales.

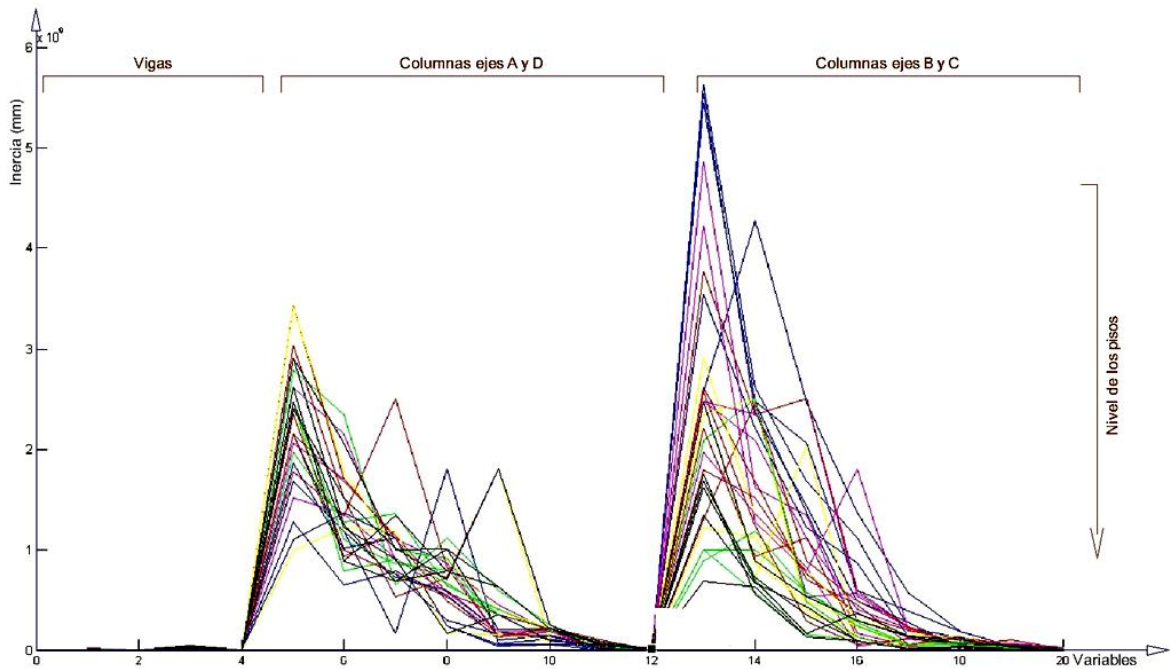
Gráfica 14. Resistencias de secciones asignadas a 36 individuos en sus 20 variables



Fuente. Autores

Para cada variable se asigna una sección que posee una resistencia particular; desde el inicio de la suboptimización se asignan secciones ajustadas a las solicitaciones, esto se visualiza en la gráfica 14, se representa la resistencia para 36 individuos, garantizando tamaños grandes en las columnas inferiores (variables 5 y 13).

Gráfica 15. Inercias de secciones asignadas a 36 individuos en las 20 variables.



Fuente. Autores

Cada línea une las inercias de las secciones que se asignan a las 20 variables de diseño, se nota una tendencia similar a la de la figura anterior.

- Etapa 2 – Optimización final

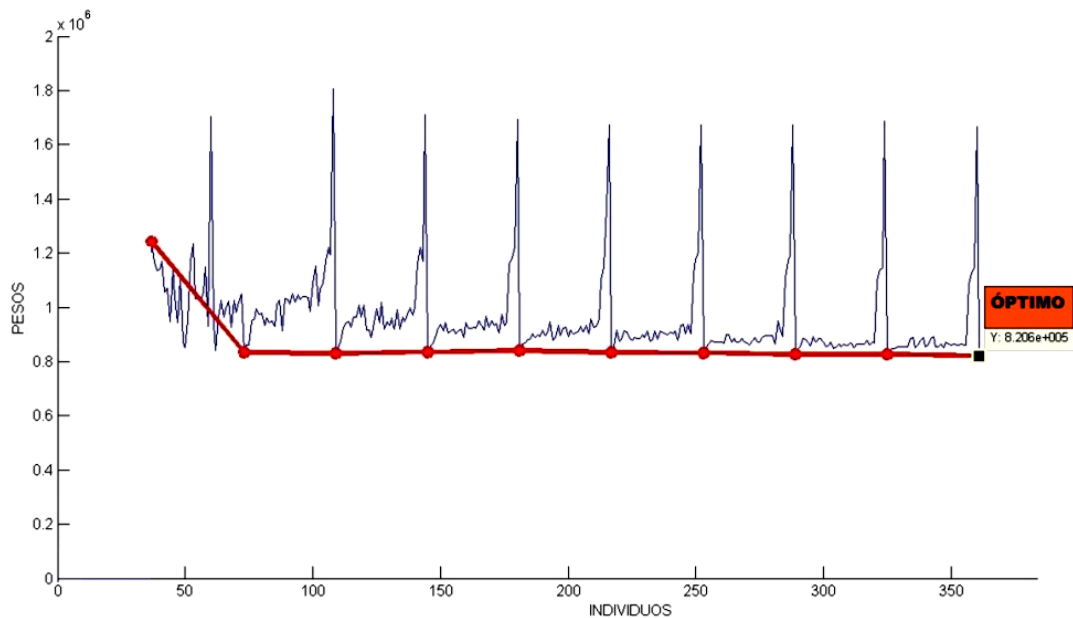
Es un procedimiento similar al P1, dado que se utilizan las mismas reglas del AG, pero se hicieron mejoras en el cálculo del fitness siendo este un inverso del peso de la estructura.

Con los datos obtenidos en P1, se ejecuta el proceso de optimización mediante la evolución de la población, se buscan secciones que reduzcan un poco más su peso tratando de hacer una minimización en la relación *RESISTENCIA/SOLICITACIÓN*, en este caso se empleó un límite de relación igual a 1.80, es decir que las relaciones descritas tienen un grado de tolerancia de 80%, este proceso se aplica también teniendo en cuenta los desplazamientos y con cada iteración se cambian las secciones por unas un poco más pequeñas con

el fin de minimizar el peso final de la estructura, estos pasos consisten en mutaciones dirigidas.

Los resultados se muestran con gráficas que describen el comportamiento del algoritmo visualizando las condiciones de los individuos, y finalmente se hace un estudio del individuo optimizado para comprobar que es válido.

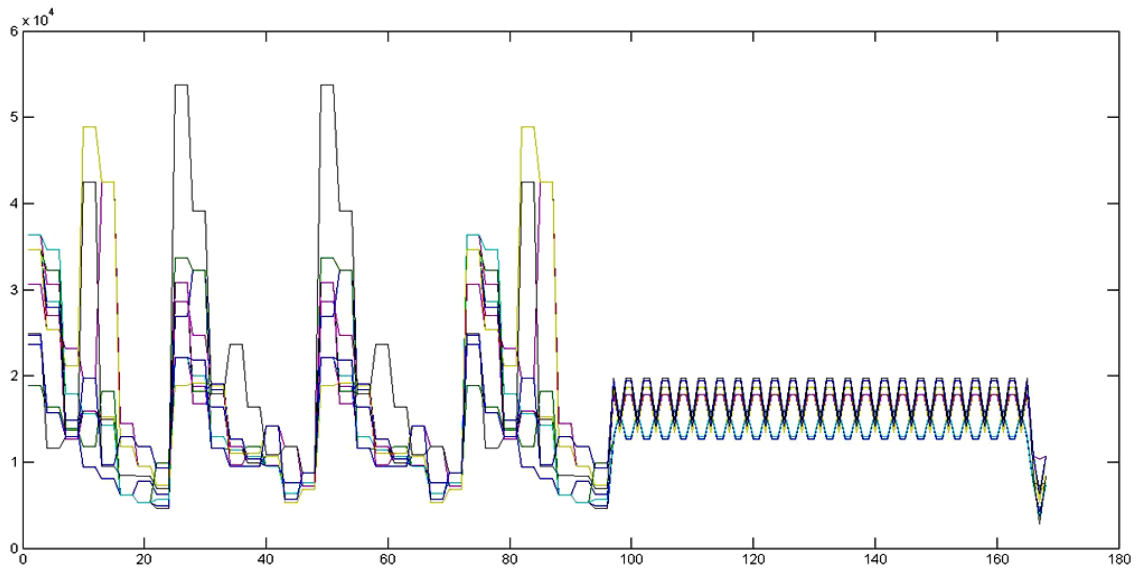
Gráfica 16. Pesos los individuos en las 12 iteraciones finales y evolución del mejor individuo.



Fuente. Autores

Se consigue una convergencia rápida, sin embargo, hay unas pequeñas mejoras en las doce iteraciones, el óptimo es está señalado y lógicamente es es que tiene menor área y a la vez cumple con los requisitos de diseño. (Gráfica 16)

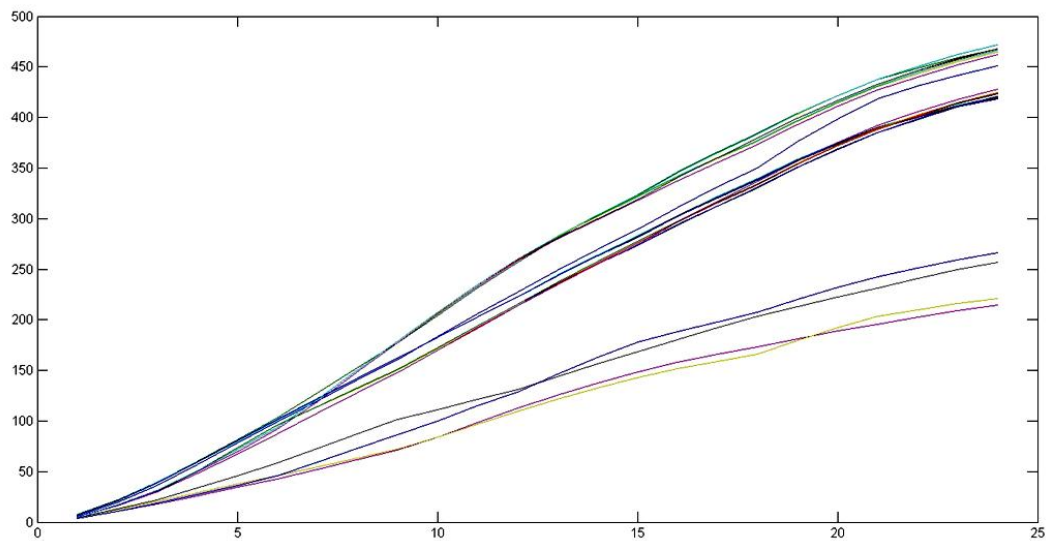
Gráfica 17. Areas de los 168 elementos en cada uno de los individuos finales



Fuente. Autores

La diversidad genética hace que hallan diferencias de áreas significativas en tre unos individuos y otros, aquí cada línea simboliza un individuo, en las absisas se muestran los 168 elementos de cada individuo y en la ordenada está consignada la magnitud de las áreas. (Gráfica 17).

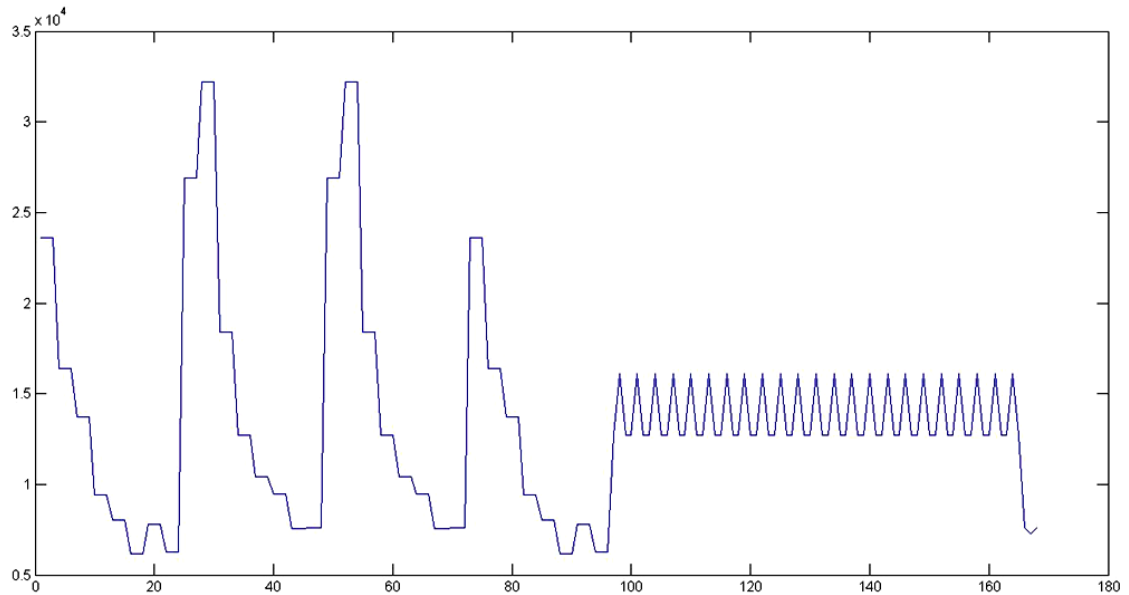
Gráfica 18. Derivas de los individuos finales



Fuente. Autores

En este pórtico las derivas no dominan el diseño, así es que estas se encuentran siempre muy por debajo de lo permitido, para el diseño óptimo tenemos unas derivas un poco más grandes que la mitad de las permitidas. (Gráfica 18).

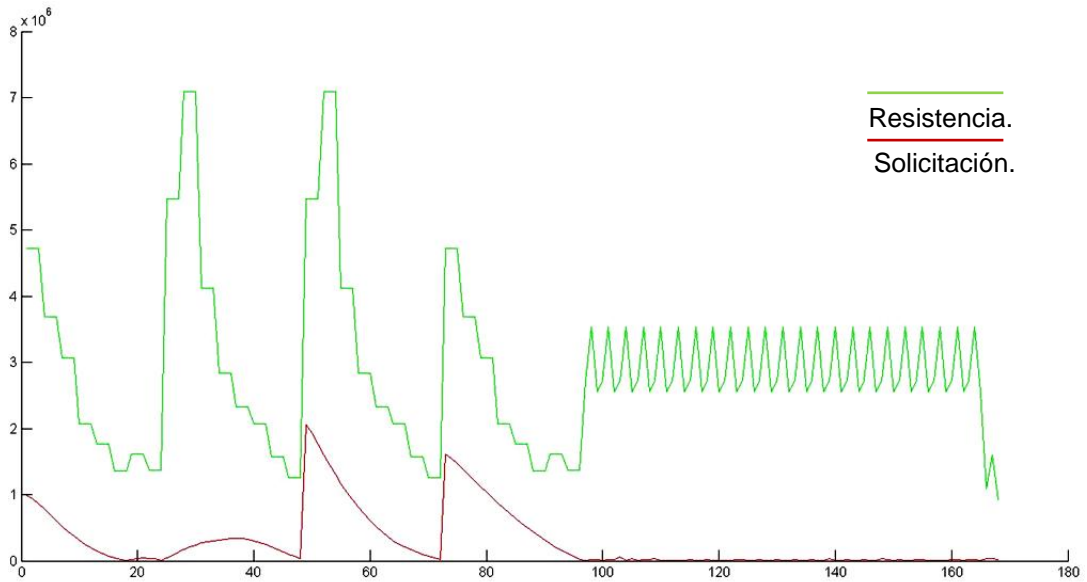
Gráfica 19. Áreas de los elementos del individuo óptimo.



Fuente. Autores

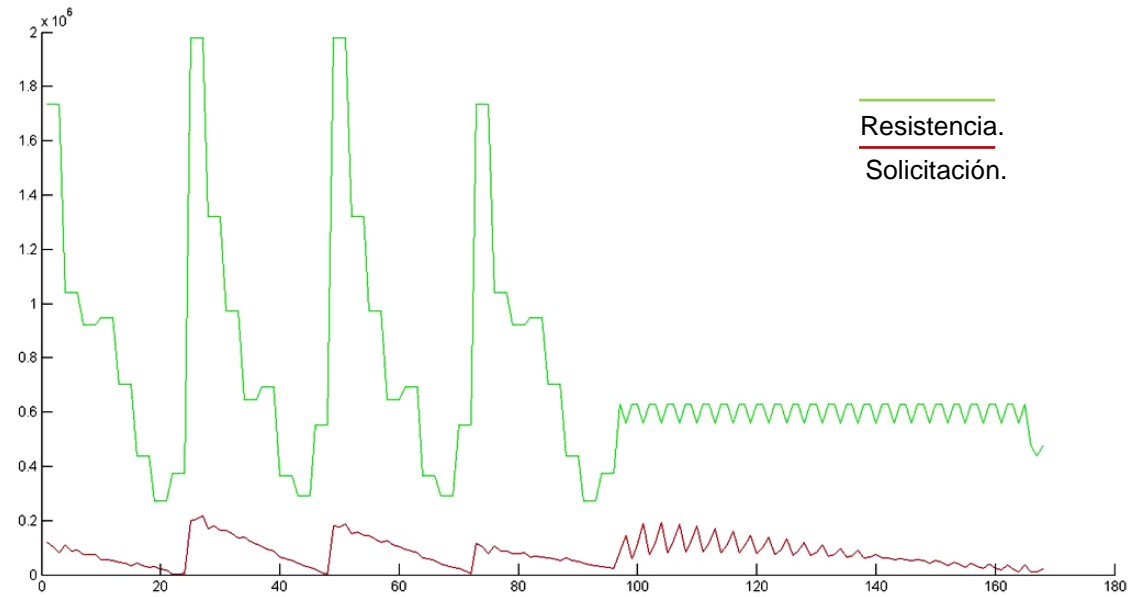
El individuo óptimo presenta una variación de áreas a lo largo de sus elementos, considerando que en las columnas inferiores se encuentran los máximos esfuerzos de la estructura. (Gráfica 19).

Gráfica 20. Resistencia y esfuerzos a compresión en el individuo óptimo.



En línea verde tenemos la resistencia a compresión que desarrollan los 168 elementos del pórtico, y en color rojo los esfuerzos de compresión propios de la estructura (Gráfica 20)

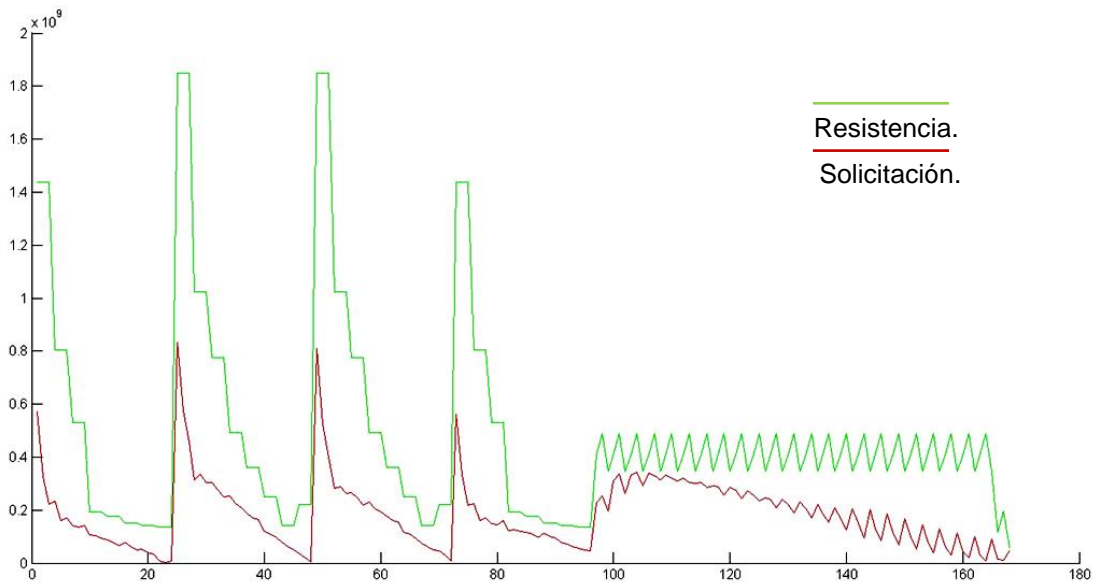
Gráfica 21. Resistencia y esfuerzos a cortante en el individuo óptimo.



Fuente. Autores

En línea verde tenemos la resistencia a cortante que desarrollan los 168 elementos del pórtico, y en color rojo los esfuerzos de cortante propios de la estructura (Gráfica 21)

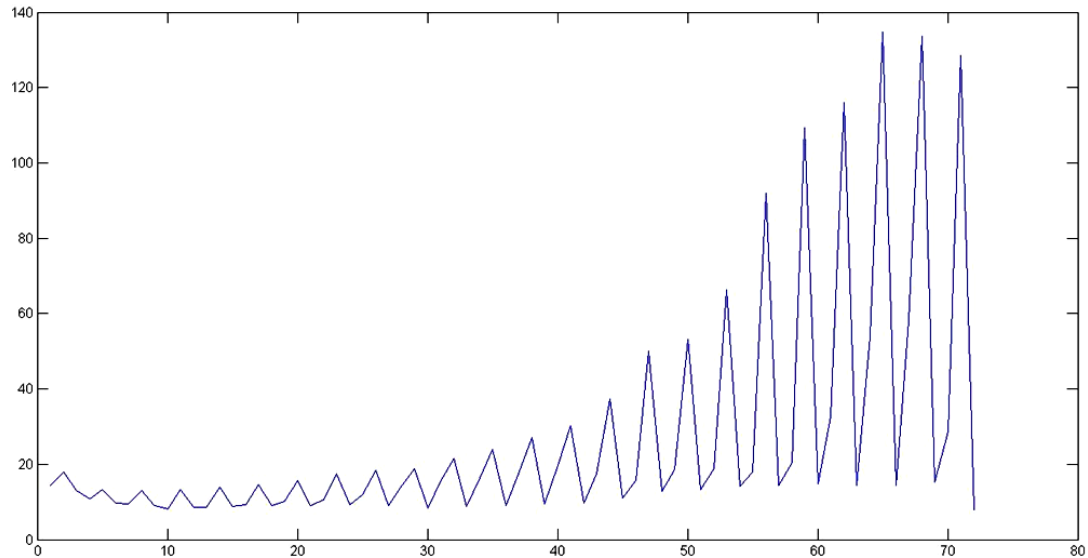
Gráfica 22. Resistencia y esfuerzos a flexión en el individuo óptimo.



Fuente. Autores

En línea verde tenemos la resistencia a flexión que desarrollan los 168 elementos del pórtico, y en color rojo los esfuerzos de flexión propios de la estructura (Gráfica 22)

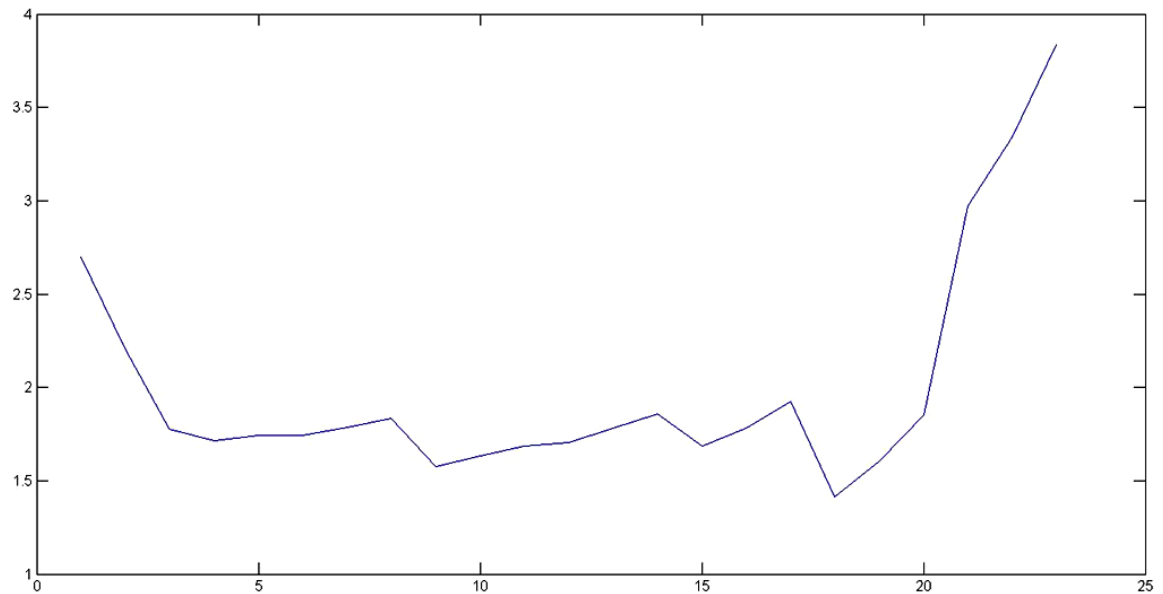
Gráfica 23. Porcentaje de sobrediseño teniendo en cuenta la deflexión en el individuo óptimo. (Solo en vigas).



Fuente. Autores

Se observa que las vigas de pisos superiores quedan algo “sobradas” en cuanto a deflexiones (Gráfica 23)

Gráfica 24. Porcentaje de sobrediseño teniendo en cuenta las derivas en el individuo óptimo.



Fuente. Autores

Un diseño óptimo regido por las derivas tendría puntos muy cercanos a 1, en nuestro caso las derivas no gobiernan el diseño y obtenemos una amplia seguridad en cuanto a desplazamientos laterales. (Gráfica 24).

Tabla 13. Perfiles finales de la optimización

VARIABLE DE DISEÑO	POB	Codigo TS Excel	Area	INERCIA	Nomenclatura	PESO (N/mm)	L	Peso
1	246	324	12700	3,98E+08	WF16X	0,9971	336260	335284,846
2	149	320	7580	2,16E+08	WF16X	0,5953	14620	8703,286
3	263	197	16100	3,08E+08	HEB	1,2446	83950	104484,17
4	175	331	9450	3,33E+08	WF18X	0,7441	3650	2715,965
5	307	419	23600	2,23E+09	WF30X	1,8453	21900	40412,07
6	287	216	16400	9,19E+08	HEAA	1,2642	21900	27685,98
7	244	46	13700	5,78E+08	IPEO	1,0486	21900	22964,34
8	193	161	9440	1,67E+08	C15x50	0,72912	21900	15967,728
9	180	129	8040	1,58E+08	UPN	0,61838	21900	13542,522
10	159	114	6150	1,52E+08	UPE	0,47334	21900	10366,146
11	164	179	7810	5,70E+07	HEB	0,60074	21900	13156,206
12	154	90	6650	9,53E+07	S12x	0,51058	21900	11181,702
13	326	436	26900	3,11E+09	WF33X	2,0983	21900	45952,77
14	339	280	32200	6,82E+08	WF12X	2,5299	21900	55404,81
15	295	338	18400	7,26E+08	WF18X	1,4435	21900	31612,65
16	249	207	12700	4,19E+08	HEAA	0,97706	21900	21397,614
17	215	332	10400	3,70E+08	WF18X	0,8185	21900	17925,15
18	210	196	9460	1,65E+08	HEAA	0,72716	21900	15924,804
19	165	249	7560	6,11E+07	WF8X	0,5953	21900	13037,07
20	135	329	7580	2,55E+08	WF18X	0,5953	21900	13037,07
Peso Total [N]								820757

Fuente:Autores

La tabla 13 muestra el resultado final de la optimización, y contiene las secciones asignadas con sus áreas, inercias y sumatoria de pesos.

El peso del óptimo hallado es de aproximadamente 82 Ton.

4. CONCLUSIONES

- Se generó un programa que acopló el método de elementos finitos y algoritmos genéticos, con el fin de hallar la solución óptima del pórtico, teniendo en cuenta las especificaciones nacionales NSR-10.
- La aplicación eficiente del programa funciona gracias a la sub-optimización, que disminuye notablemente el costo computacional, obteniendo resultados favorables en menor tiempo.
- Se validó el código de diseño por MEF, con la comparación de modelación y análisis desarrollado en el software de diseño estructural Sap2000.
- Luego de varias pruebas se establecieron 36 individuos, que aportaron suficiente diversidad genética en cada iteración, para llegar de una manera eficiente a la respuesta.
- La tendencia en el procedimiento 1 (P1) de optimización se muestra clara y es la esperada, pero al entrar en detalle y verificar el cumplimiento del reglamento nacional NSR-10, se encontró que las fallas se debían a que la mayoría de las variables de diseño no satisfacían estos requerimientos de resistencia, y desplazamientos.
- En la etapa de sub-optimización se garantiza el cumplimiento de la normatividad, lo que indica que en la etapa de optimización se enfatiza estrictamente a evaluar la aptitud del individuo (menor peso).
- La codificación con números reales facilitó las labores de operación y manejo durante el desarrollo y diseño del programa ya que las variables del problema son discretas.
- Los resultados de todos los procedimientos se manejan de una forma organizada lo que permite evaluar y analizar el comportamiento, para

manipular más la información en el caso de ser necesaria la implementación de mejoras.

- La importancia de la optimización en cualquier diseño de ingeniería implica disminución de costos, en este caso el costo está directamente relacionado con el precio del kilogramo de acero presente en el mercado.
- El tiempo consumido en la etapa de suboptimización (30 iteraciones) fue de aproximadamente 32.000 segundos (9 horas).
- El tiempo consumido en la etapa de optimización (12 iteraciones) fue de aproximadamente 10.500 segundos (3 horas).

RECOMENDACIONES Y OBSERVACIONES

- En caso de querer continuar y mejorar el objetivo de este proyecto se puede plantear limitar el número de perfiles a trabajar para los elementos columna, debido a que los individuos de poca área o por ende poco peso no entrarían a concursar o a formar parte de una lista de secciones prometedoras para cumplir esta función.
- El tiempo que lleva analizar un individuo es de aproximadamente 30seg, lo cual hace lento el proceso, se recomienda mejorar el MEF programado.
- El uso de un programa de análisis externo es ineficaz según Erbatur en su artículo “Optimal design of planar and space structures with genetic algorithms” [F], por lo tanto el programa de análisis es incorporado en el código de matlab.

REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

Libros, tesis de grado y páginas web.

[1] Multi-objective Genetic Algorithms
Revista Springer

[2] Introducción al método de los elementos finitos
A. Carnicero

http://www.profesores.frc.utn.edu.ar/industrial/sistemasinteligentes/FFlexible/Introduccion_al_MEF.pdf

[3] Ramírez Ramírez Diego Andrés, (2010). Detección de daños en estructuras utilizando optimización por enjambre de partículas. Bucaramanga, Colombia: Tesis de grado para la obtención del título de Ingeniero Mecánico, Facultad de Ingenierías Físico-mecánicas, Universidad Industrial de Santander.

[4] Cubillos V. Alfonso, Optimización, Aplicación a la mecánica de materiales
<http://www.slideshare.net/alfonso.cubillos/cap4-optimizacion>

[5] Michalewicz, Z, (1994). Genetic Algorithm + Data structures = *Evolution Programs*. New York: Springer-Verlag.

[6] Pezzotti Santiago, Antico Federico (2007). Introducción a la teoría de elementos finitos (Elementos resorte, Barra y Viga), Argentina: Material de Soporte para la Asignatura Estructuras III, Facultad de ingeniería, Universidad Nacional de la plata.

[7] Técnicas basadas en búsquedas heurísticas.
<http://lear.inforg.uniovi.es/ia/Archivos/Apuntes%20y%20t/Apuntes/BusquedaHeuristica.pdf>

[8] C.H. Papadimitriou and K. Steiglitz, "Combinatorial optimization: algorithms and complexity", Prentice Hall Inc., USA. ISBN 0-13-152462-3, 496 pp., 1982.

3. H. A. Taha, Investigación de Operaciones, Alfaomega, Mexico D.F., ISBN 0-02-418940-5, 989 pp., 1991

[9] URIBE ESCAMILLA. Jairo. Análisis de estructuras. Santafé de Bogotá. Editorial escuela colombiana de ingeniería. Segunda edición.

[10] HERRERA FRANCISCO. Introducción a los algoritmos metaheurísticos, España, Grupo de investigación "soft computing and Intelligent Information Systems" Departamento de Ciencias de la Computación en I.A.

Artículos de revista

✓ **[A]** Design of reinforced concrete bridge frames by heuristic optimization
Advances in Engineering Software, Volume 39, Issue 8, August 2008, Pages 676-688

Cristian Perea, Julian Alcala, Victor Yepes, Fernando Gonzalez-Vidosa, Antonio Hospitaler

✓ **[B]** Multiobjective and multilevel optimization for steel frames
Engineering Structures, Volume 21, Issue 6, June 1999, Pages 519-529
Gang Li, Ren-Gen Zhou, Lian Duan, Wai-Fah Chen

✓ **[C]** Single and multiobjective frame optimization by evolutionary algorithms and the auto-adaptive rebirth operator
Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering, Volume 193, Issues 33-35, 20 August 2004, Pages 3711-3743
David Greiner, José María Emperador, Gabriel Winter

✓ **[D]** Cost optimization of industrial steel building structures
Advances in Engineering Software, Volume 41, Issue 3, March 2010, Pages 442-450
S. Kravanja, T. Žula

✓ **[E]** An improved ant colony optimization for the design of planar steel frames
Engineering Structures, (2009)
A. Kaveh , S. Talatahari.

✓ **[F]** Optimal design of planar and space structures with genetic algorithms
Computers and structures 75 (2000), Pages 209-224
Fuat Erbatur , Oguzhan Hasancebi, Ilker Tutuncu, Hakan Kilic

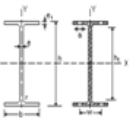
✓ **[G]** American Institute of Steel Construction (AISC). Manual of steel construction_Load resistance factor design. 3rd ed. Chicago: AISC; 2001.

ANEXOS

En los siguientes anexos que se relacionan con el código realizado en matlab, se mostrarán solo los códigos más relevantes (diagramas de flujo), el programa completo se encuentran en el CD.

Anexo A. TABLA DE DATOS DE ENTRADA QUE CONTIENE BIBLIOTECA DE SECCIONES METÁLICAS Y CONDICIONES DE DISEÑO

En este anexo se incluirá la tabla de datos de entrada de 10 perfiles por la longitud de la misma, este archivo completo (500 perfiles) se anexa en el CD.

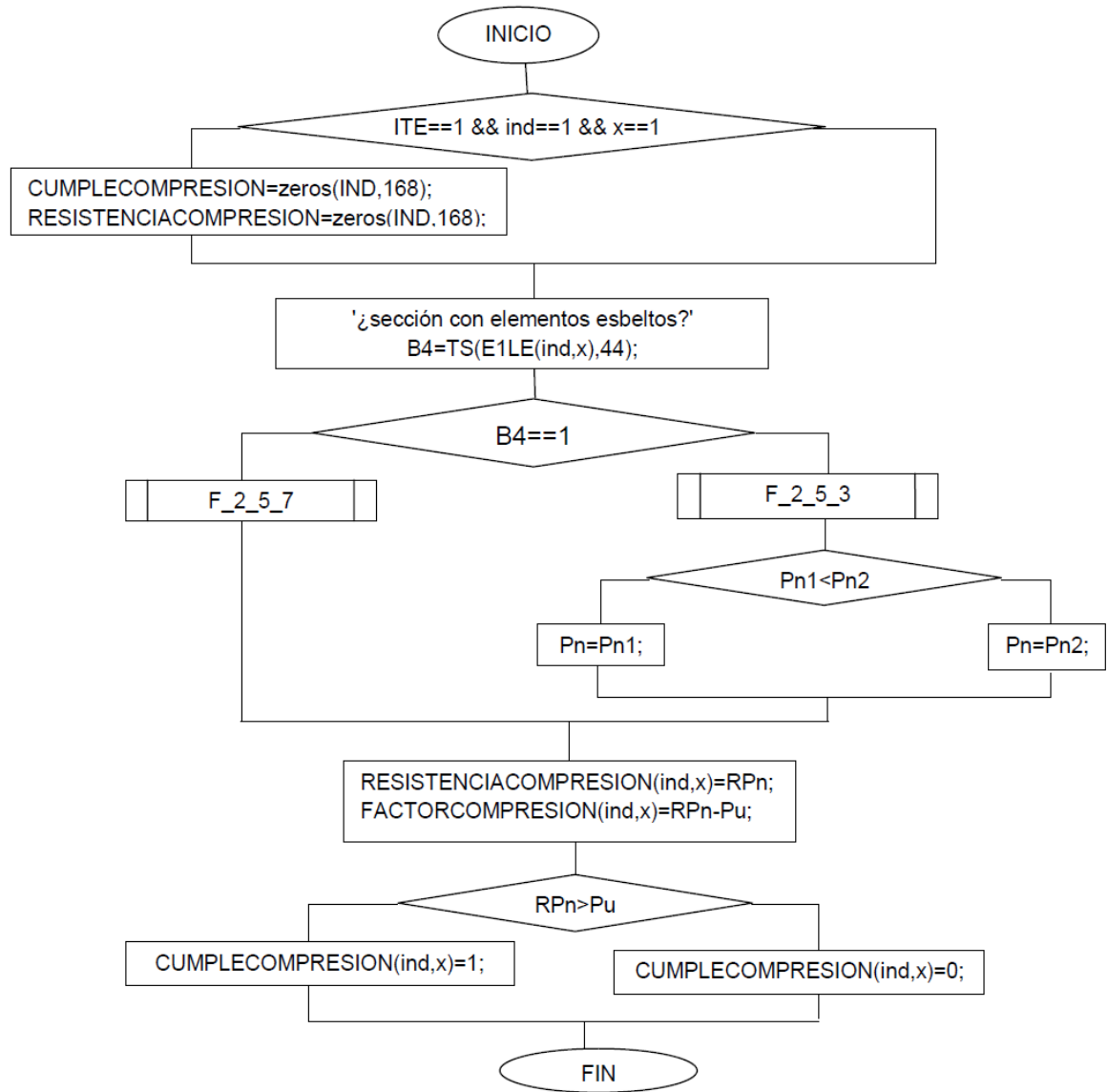
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14
2		SECCIÓN			DIMENSIONES								
3					Altura		Ala		Distancias				
4			Denominación		h	tw	b	t	r1	r2	d	Area	Peso
5					mm	mm	mm	mm	mm	mm	mm	mm ²	N/mm
6	10		IPE	80	80	3,8	46	5,2	5	5	59,6	764	0,06
7	11		IPE	100	100	4,1	55	5,7	7	7	74,6	1030	0,08
8	12		IPEA	120	117	3,8	64	5,1	7	7	93,4	1100	0,08
9	13		IPE	120	120	4,4	64	6,3	7	7	93,4	1320	0,10
10	14		IPEA	140	137,4	3,8	73	5,6	7	7	112,2	1340	0,10
11	15		IPE	140	140	4,7	73	6,9	7	7	112,2	1640	0,13
12	16		IPEA	160	157	4	82	5,9	9	9	127,2	1620	0,12
13	17		IPE	160	160	5	82	7,4	9	9	127,2	2010	0,15
14	18		IPEA	180	177	4,3	91	6,5	9	9	146	1960	0,15
15	19		IPE	180	180	5,3	91	8	9	9	146	2390	0,18

15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26
Propiedades Elásticas											
Eje x-x			Eje x-x			Modulo Plástico		Cons Tors		Centroide	
Ix	Sx	rx	Iy	Sy	ry	Zx	Zy	Jt	Cw	X	Y
mm ⁴	mm ³	mm	mm ⁴	mm ³	mm	mm ³	mm ³	mm ⁴		mm	mm
801000	20000	32,4	85000	3700	10,5	23200	5800	7000	134972586,7	23	40,00
1710000	34200	40,7	159000	5790	12,4	39400	9100	12000	395140625	27,5	50,00
2570000	43800	48,3	224000	7000	14,2	49900	11000	10400	762553958,4	32	58,50
3180000	53000	49	277000	8650	14,5	60700	13600	17400	990904320	32	60,00
4350000	63300	57	364000	10000	16,5	71600	15500	13600	1713637002	36,5	68,70
5410000	77300	57,4	449000	12300	16,5	88300	19200	24500	2192110795	36,5	70,00
6890000	87800	65,3	544000	13300	18,3	99100	20700	19600	3341039667	41	78,50
8690000	109000	65,8	683000	16700	18,4	124000	26100	36000	4352131413	41	80,00
10630000	120000	73,7	819000	18000	20,5	135000	28000	27000	6394002837	45,5	88,50
13200000	146000	74,2	1010000	22200	20,5	166000	34600	47900	8138566800	45,5	90,00

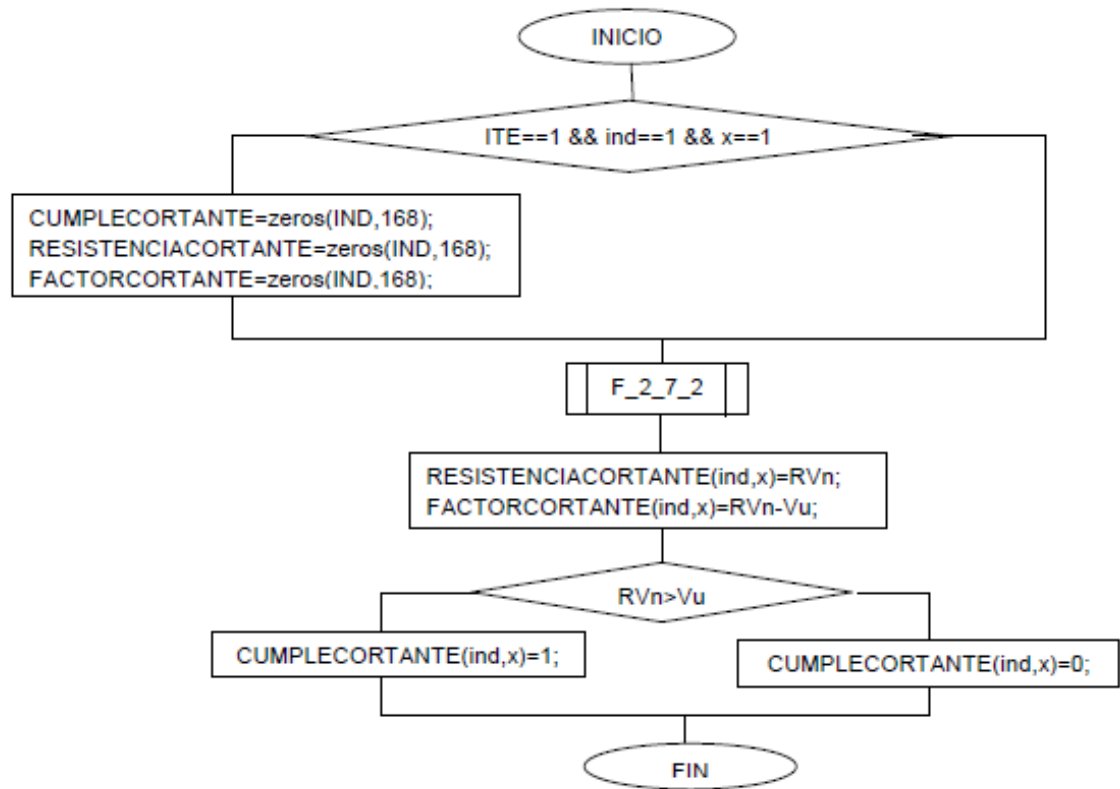
		27	28	29	30	31	32	33	34	35	36	37	38	39	40	41	42	43	44	45	46	47	48	49	50	51	52
		E= 200000 Mpa										Fy= 253 Mpa										COMPRESIÓN					
Centro de cortante		ALMA					PATÍN					F.2.5.4					F.2.5.5			F.2.5.6		F.2.5.7.					
xo	yo	d/t	λ_r	S/N	ESB=1 NOESB=0	b/t	λ_r	S/N	ESB=1 NOESB=0	A1	A2	A3	A4	A5	B1	B2=B3	B4	C1	C2	D1	D2	D3	D4	D5	D6		
mm	mm																										
40	23,00	15,68	41,89	No esbelto	0	4,42	15,75	No esbelto	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	
50	27,50	18,20	41,89	No esbelto	0	4,82	15,75	No esbelto	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	
58,5	32,00	24,58	41,89	No esbelto	0	6,27	15,75	No esbelto	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	
60	32,00	21,23	41,89	No esbelto	0	5,08	15,75	No esbelto	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	
68,7	36,50	29,53	41,89	No esbelto	0	6,52	15,75	No esbelto	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	
70	36,50	23,87	41,89	No esbelto	0	5,29	15,75	No esbelto	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	
78,5	41,00	31,80	41,89	No esbelto	0	6,95	15,75	No esbelto	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	
80	41,00	25,44	41,89	No esbelto	0	5,54	15,75	No esbelto	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	
88,5	45,50	33,95	41,89	No esbelto	0	7,00	15,75	No esbelto	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	
90	45,50	27,55	41,89	No esbelto	0	5,69	15,75	No esbelto	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	

		53	54	55	56	57	58	59	60	61	62	
		FLEXIÓN									CORTANTE	
Elemento no atiesado		Elemento atiesado						Aleta				
λ_{p_p}	compacto/no compacto/esbelto	λ_{p_r}		λ_{p_p}	λ_{p_r}	compacto/no compacto/esbelto		AA1	AAA1			
10,68	Compacta	28,12	1	105,72	160,26	Compacta	0	0	1			
10,68	Compacta	28,12	1	105,72	160,26	Compacta	0	0	1			
10,68	Compacta	28,12	1	105,72	160,26	Compacta	0	0	1			
10,68	Compacta	28,12	1	105,72	160,26	Compacta	0	0	1			
10,68	Compacta	28,12	1	105,72	160,26	Compacta	0	0	1			
10,68	Compacta	28,12	1	105,72	160,26	Compacta	0	0	1			
10,68	Compacta	28,12	1	105,72	160,26	Compacta	0	0	1			
10,68	Compacta	28,12	1	105,72	160,26	Compacta	0	0	1			
10,68	Compacta	28,12	1	105,72	160,26	Compacta	0	0	1			
10,68	Compacta	28,12	1	105,72	160,26	Compacta	0	0	1			

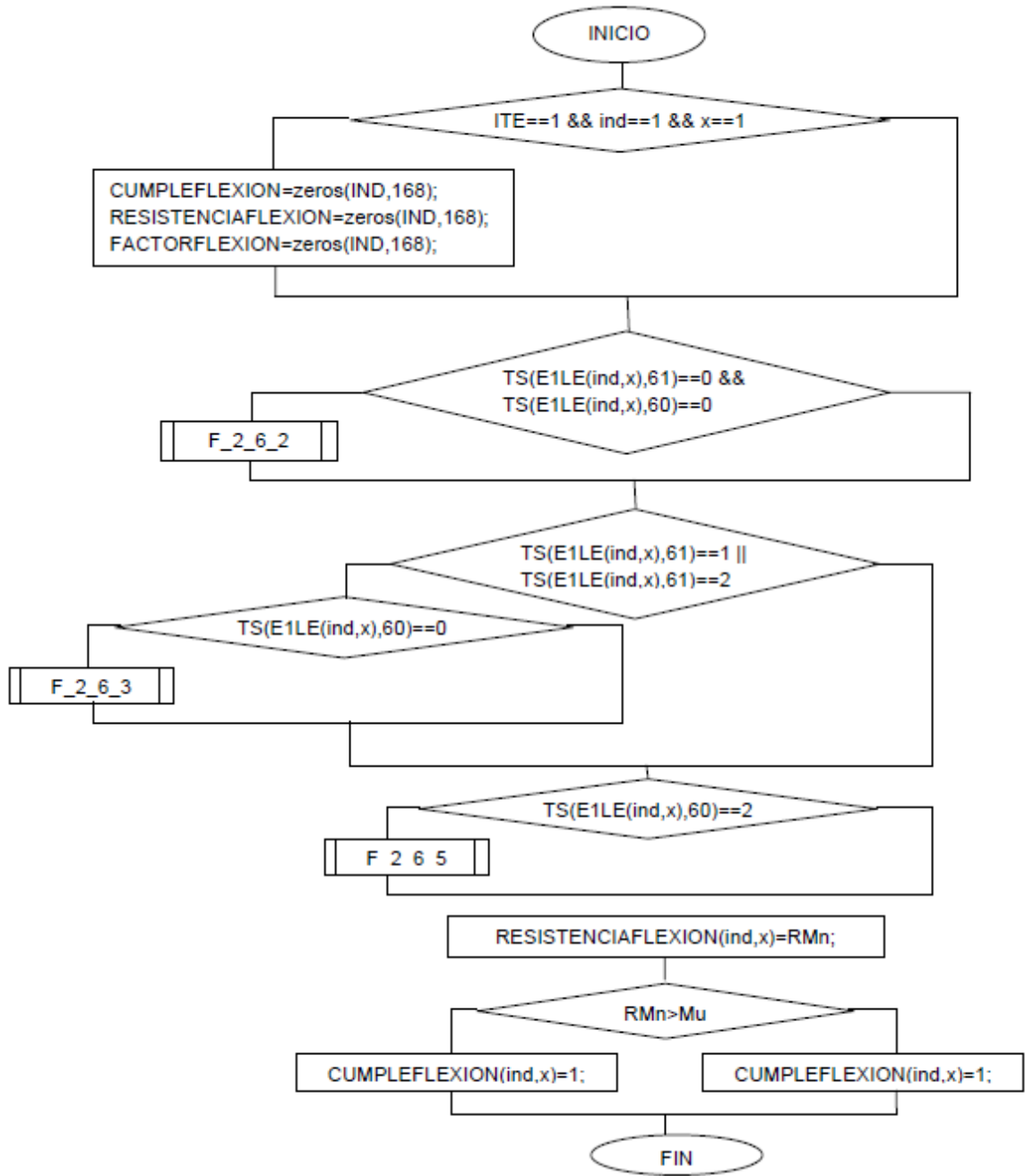
Anexo B. DIAGRAMAS DE FLUJO CASOS DE DISEÑO NSR-10 TITULO F
DISEÑO A COMPRESIÓN



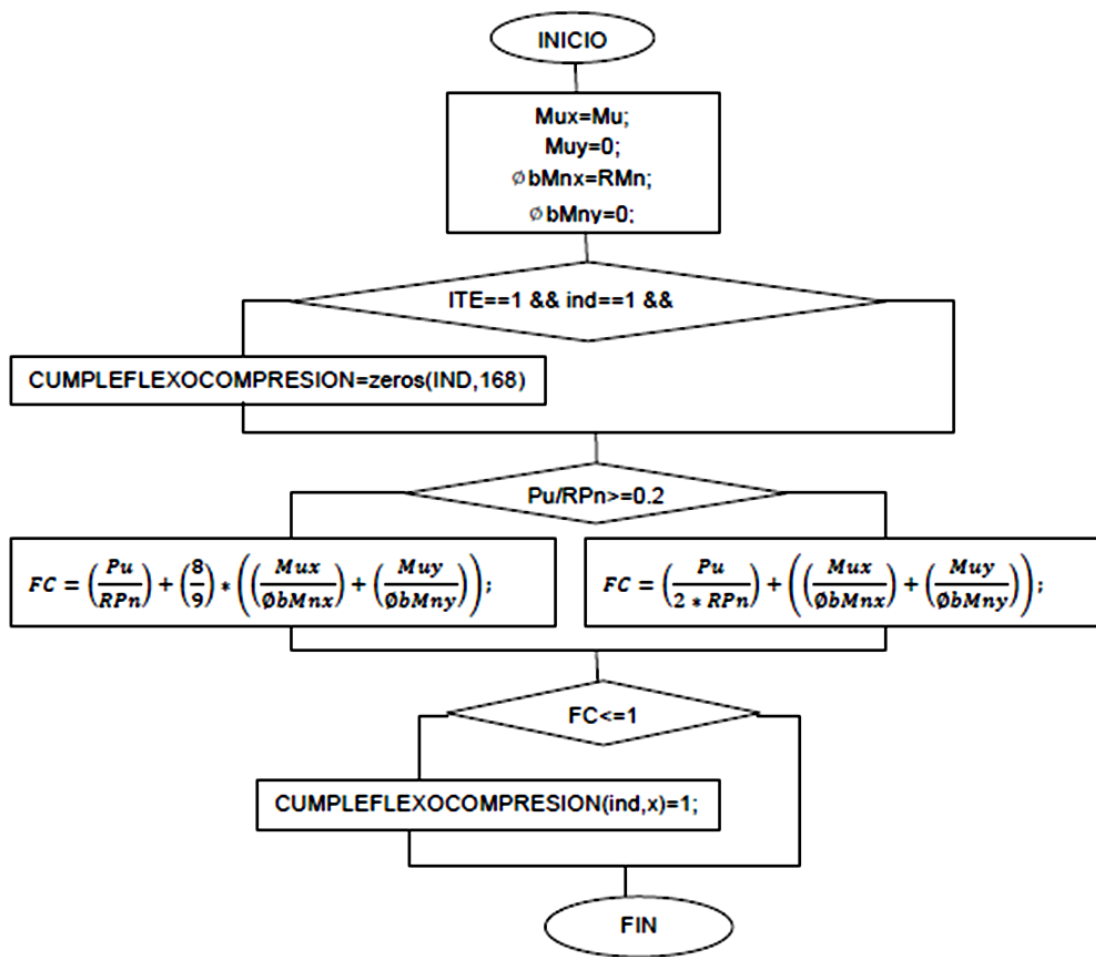
DISEÑO A CORTANTE



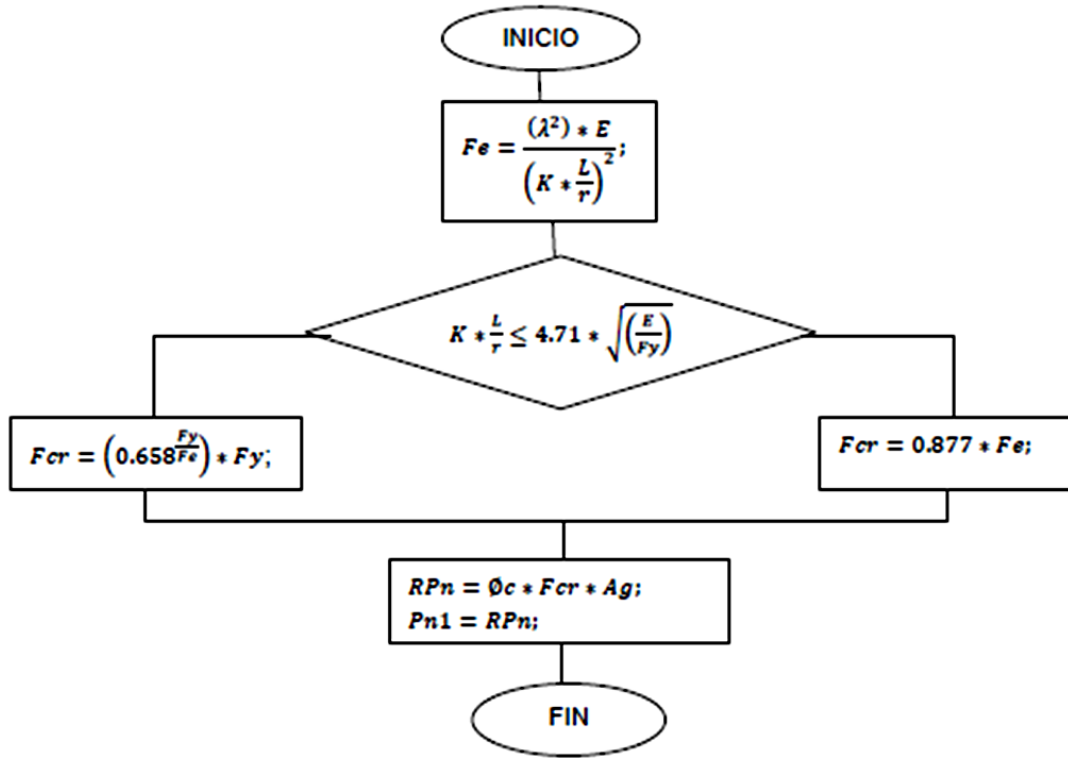
DISEÑO A FLEXIÓN



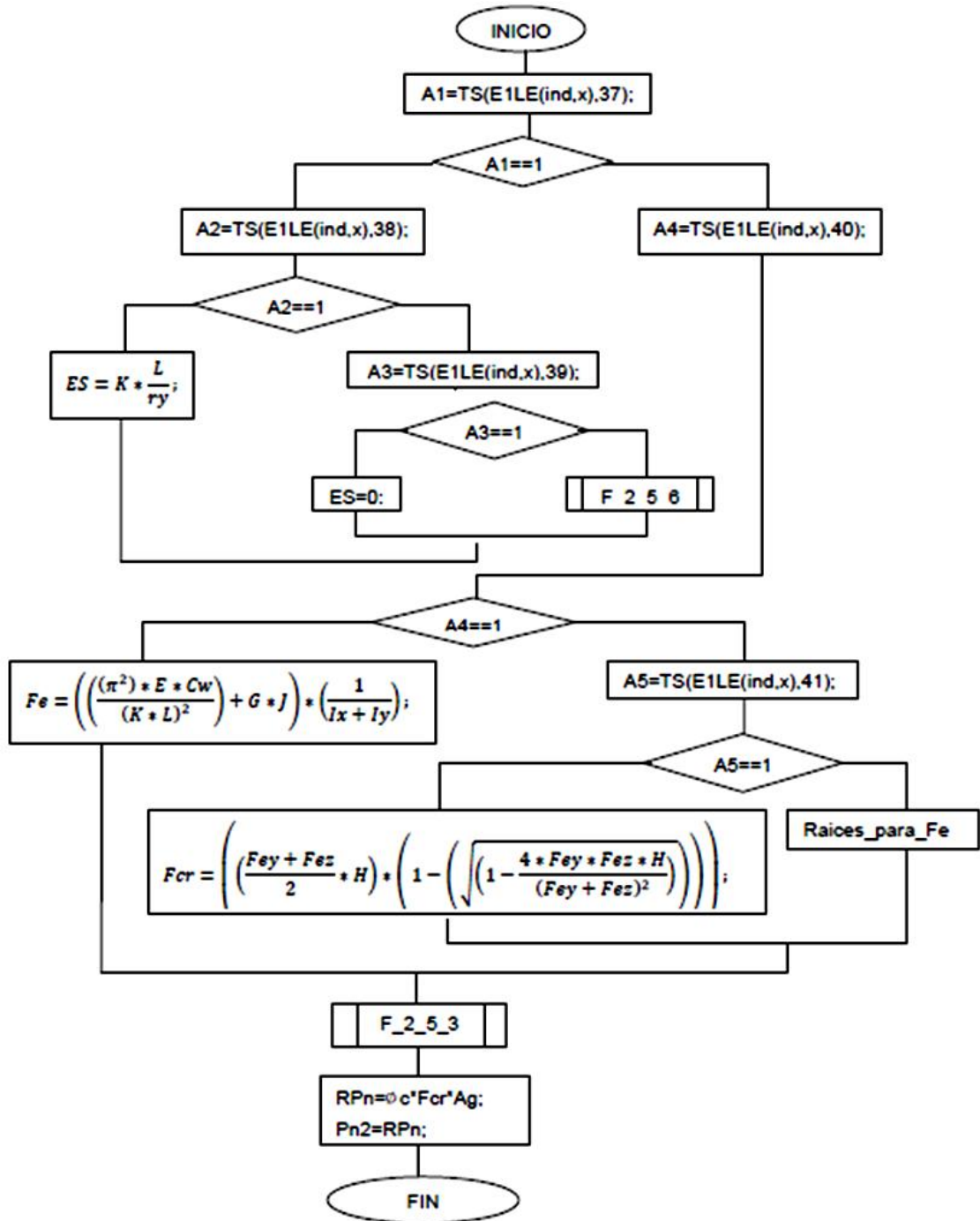
DISEÑO DE FUERZAS COMBINADAS



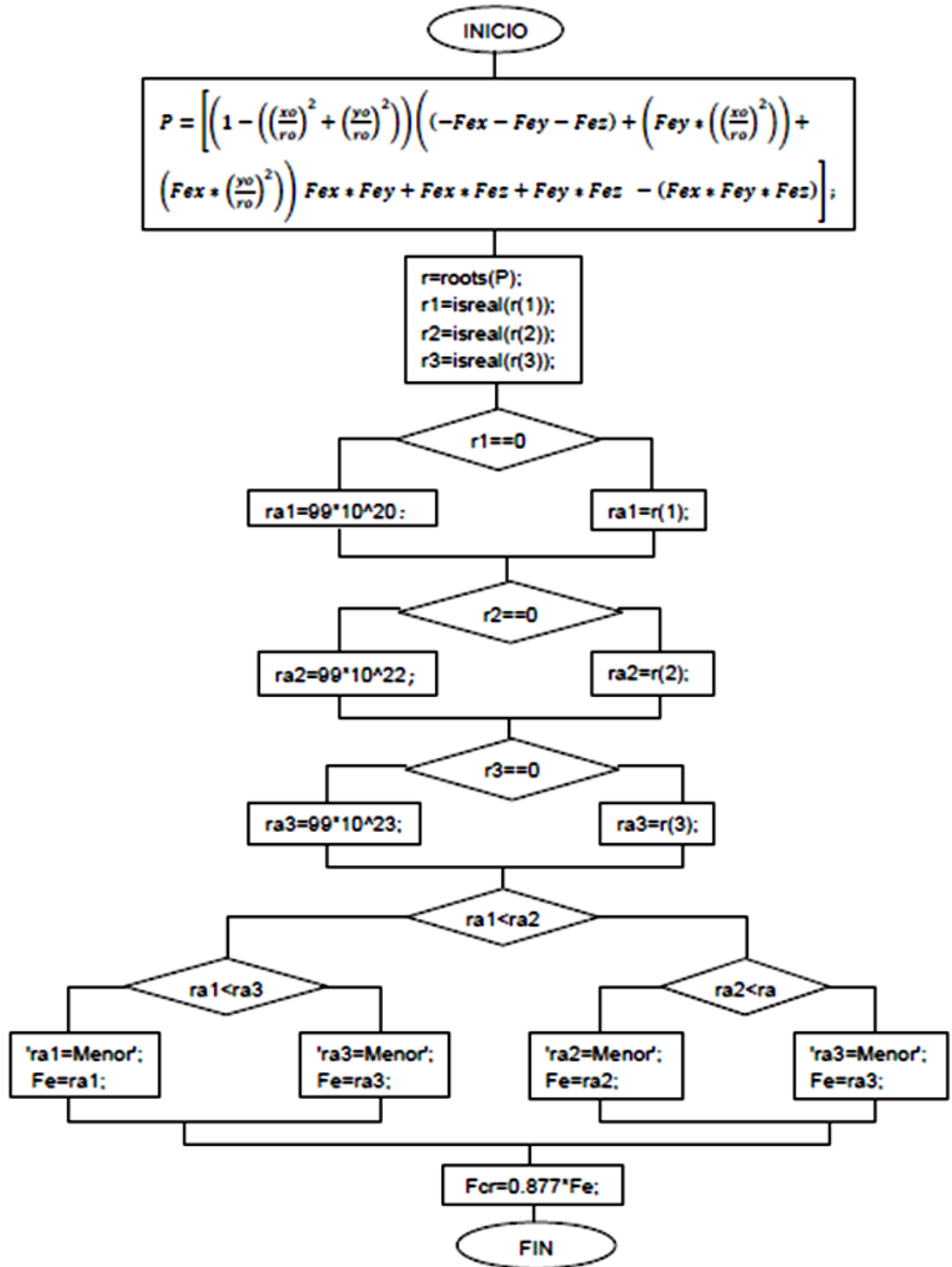
F_2_5_3



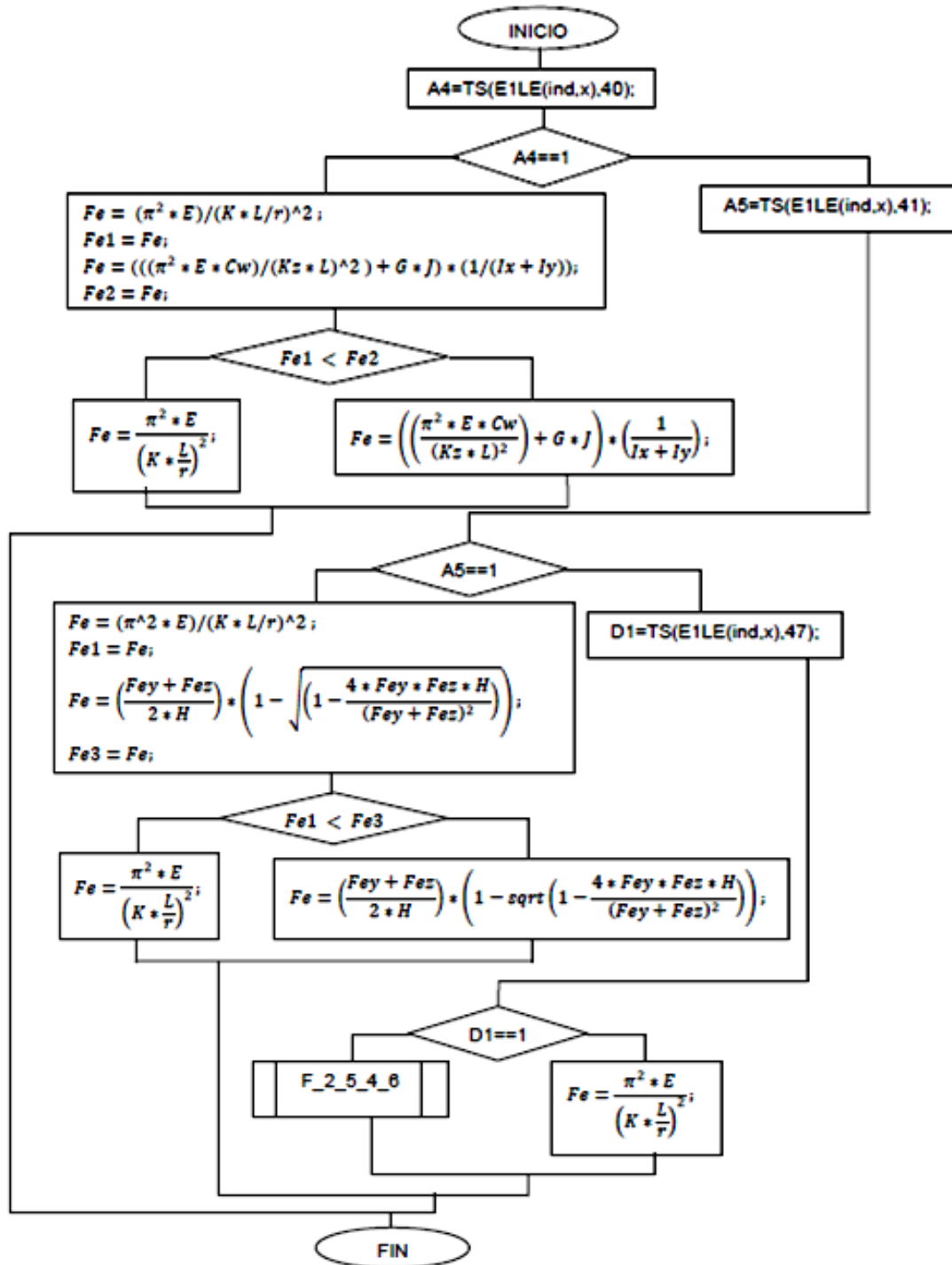
F_2_5_4

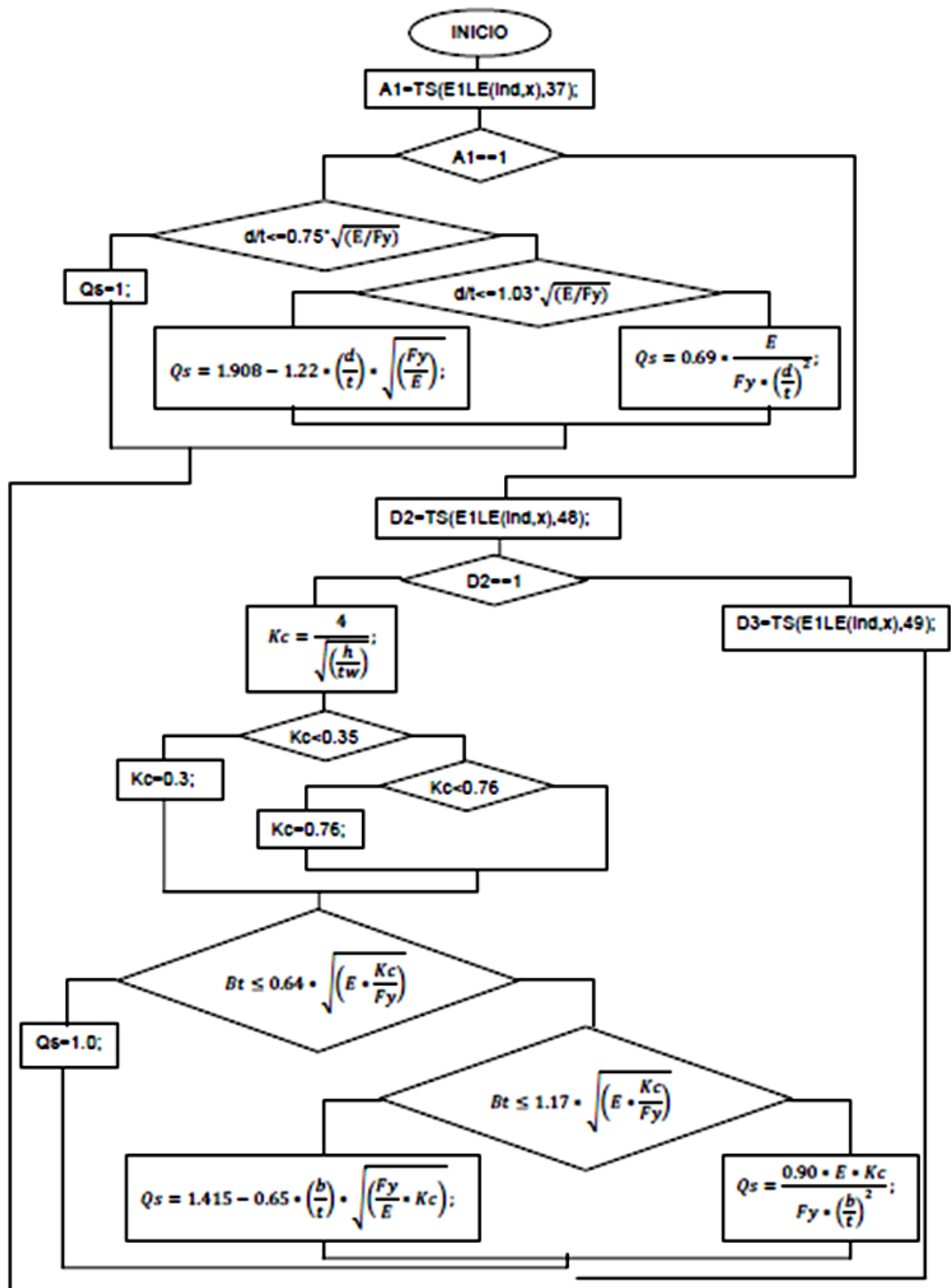


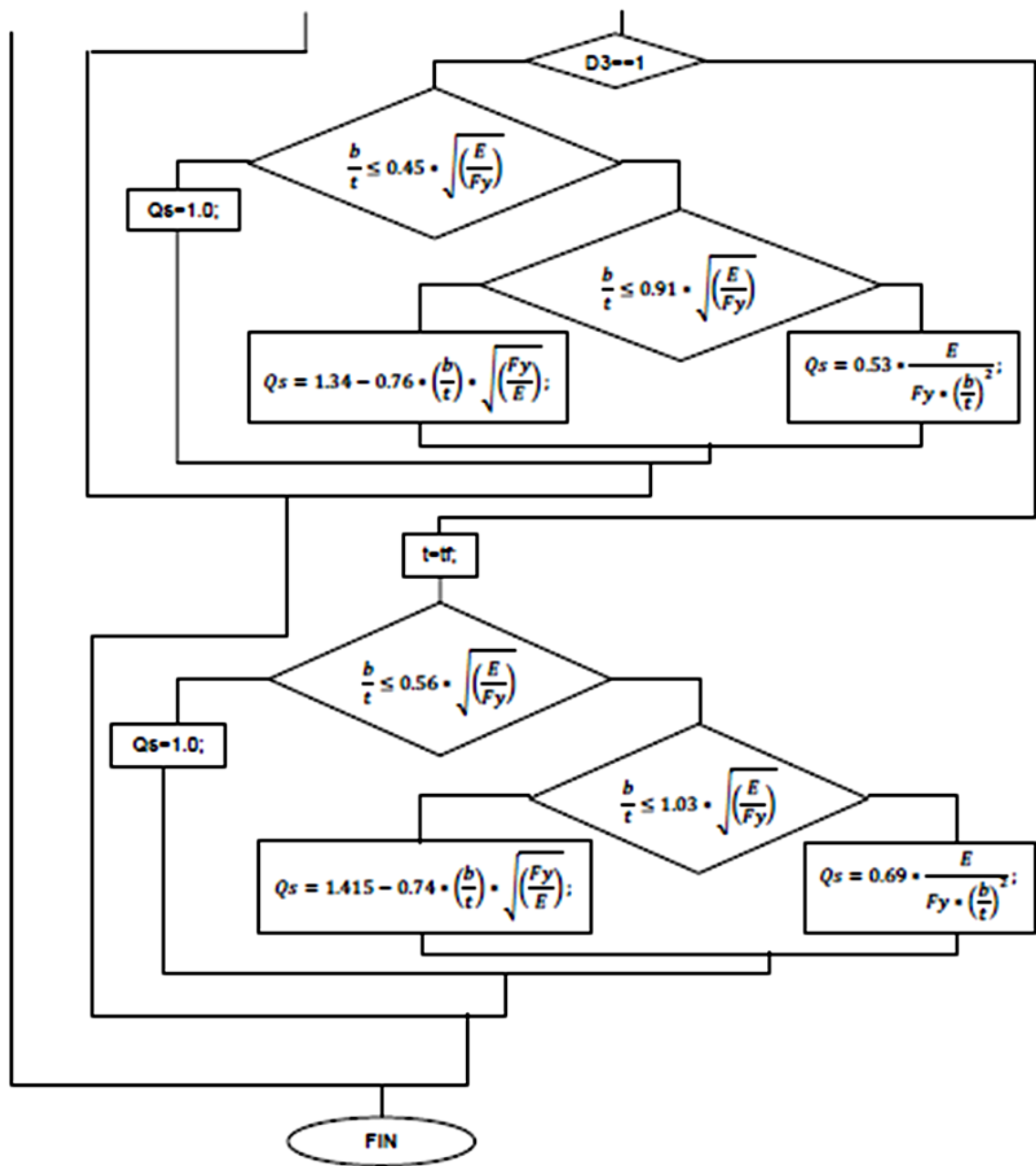
F_2_5_4_6

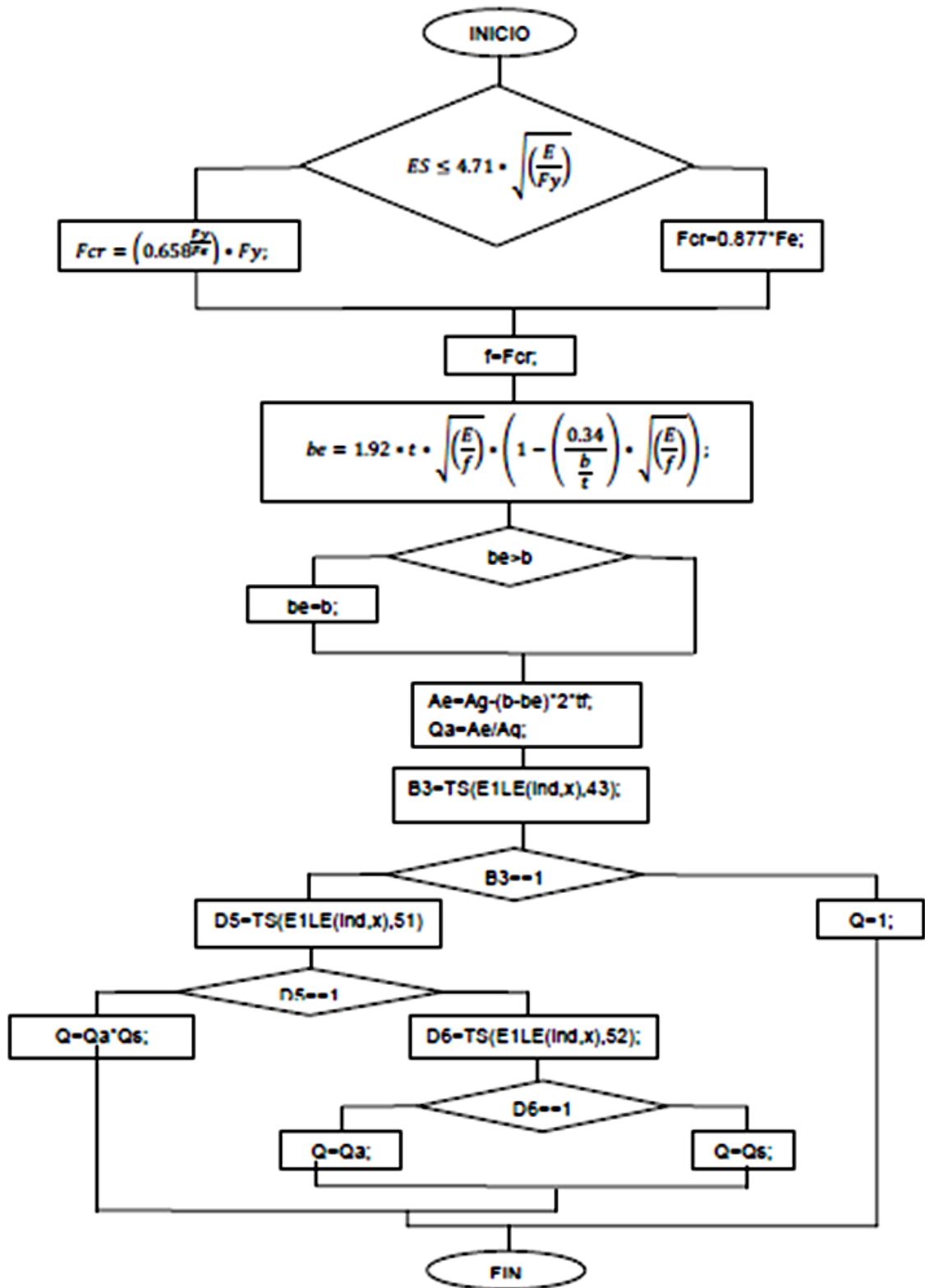


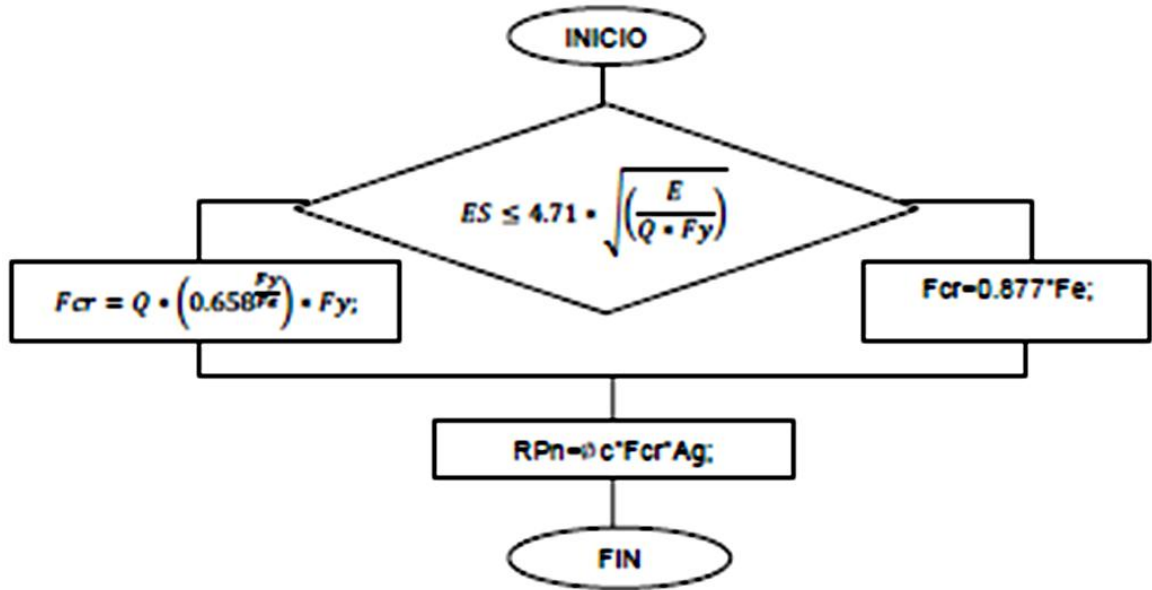
F_2_5_7



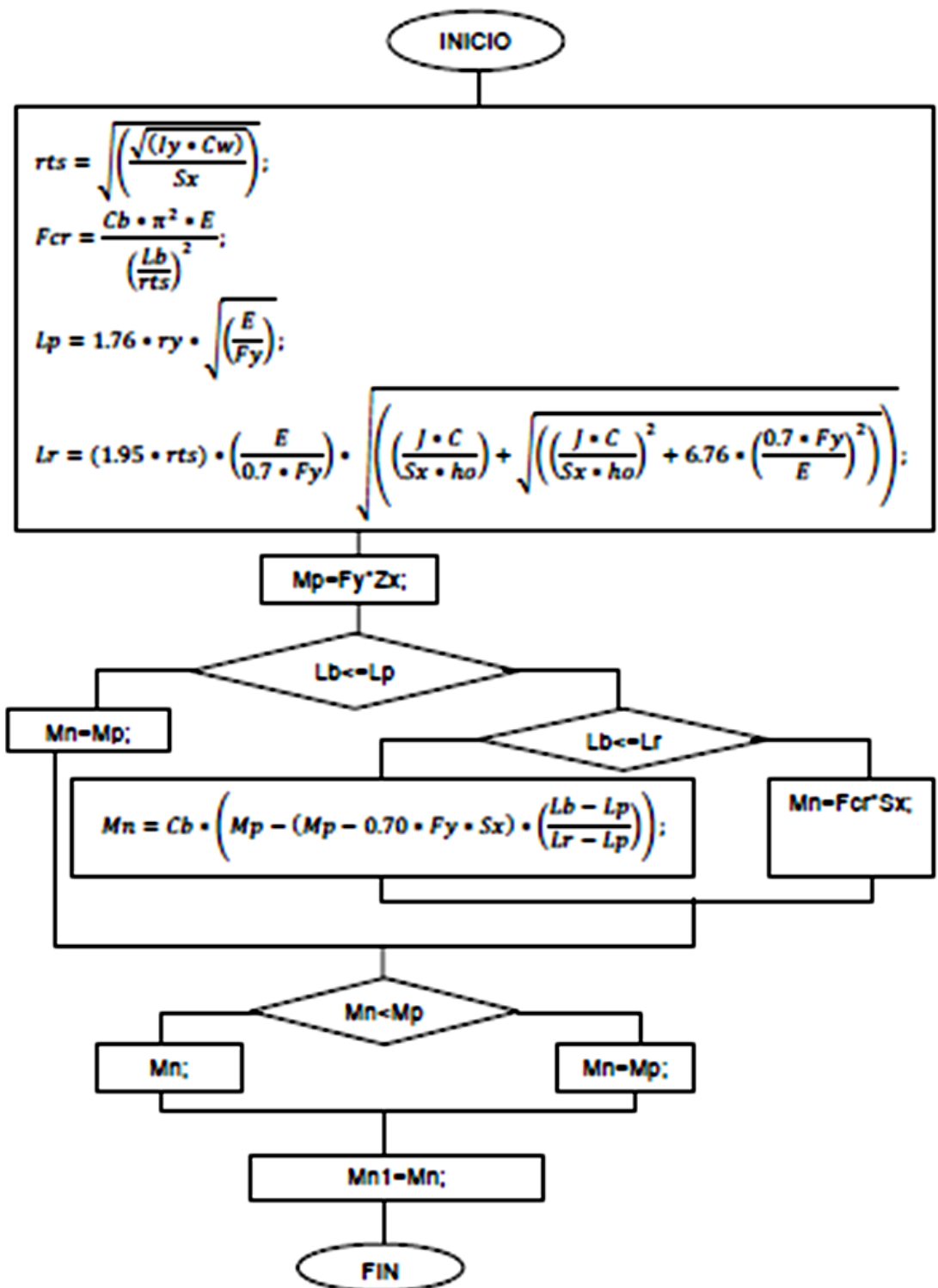




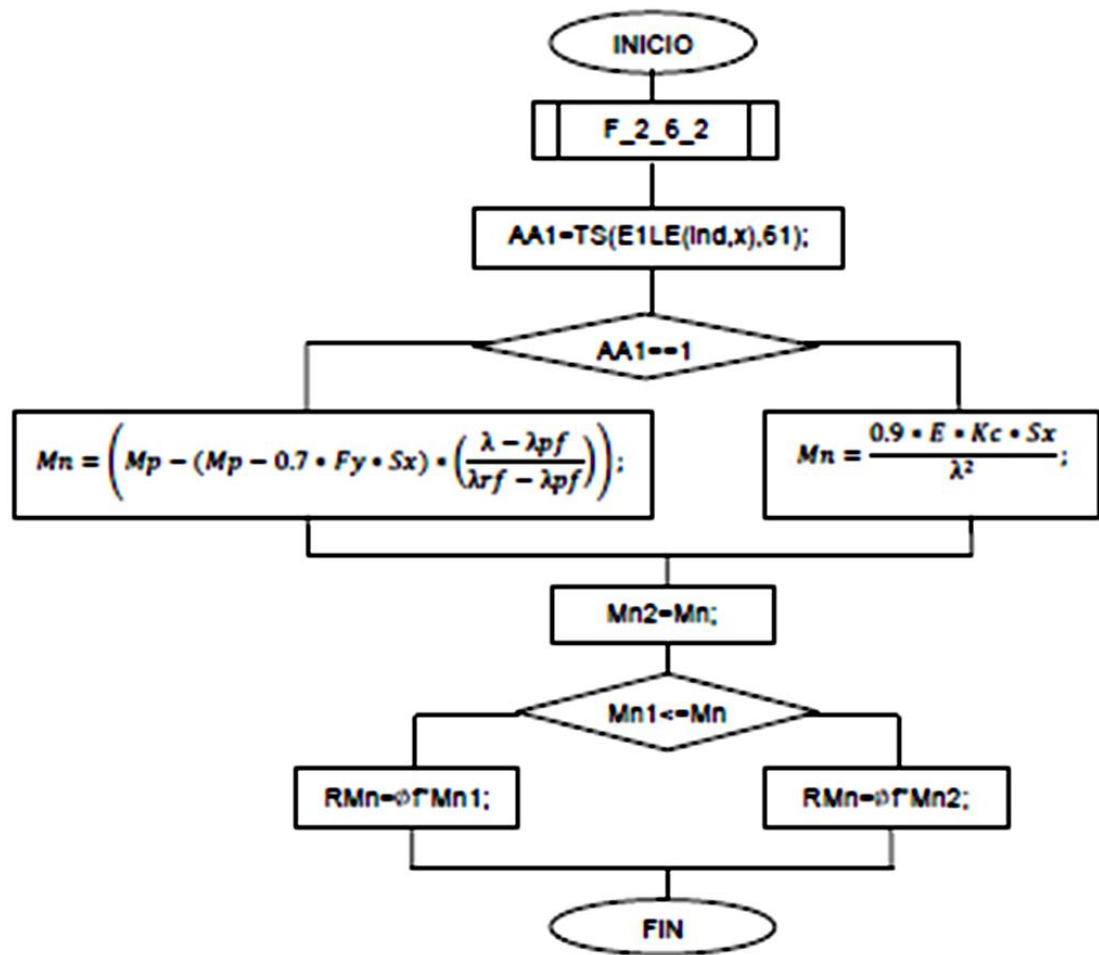




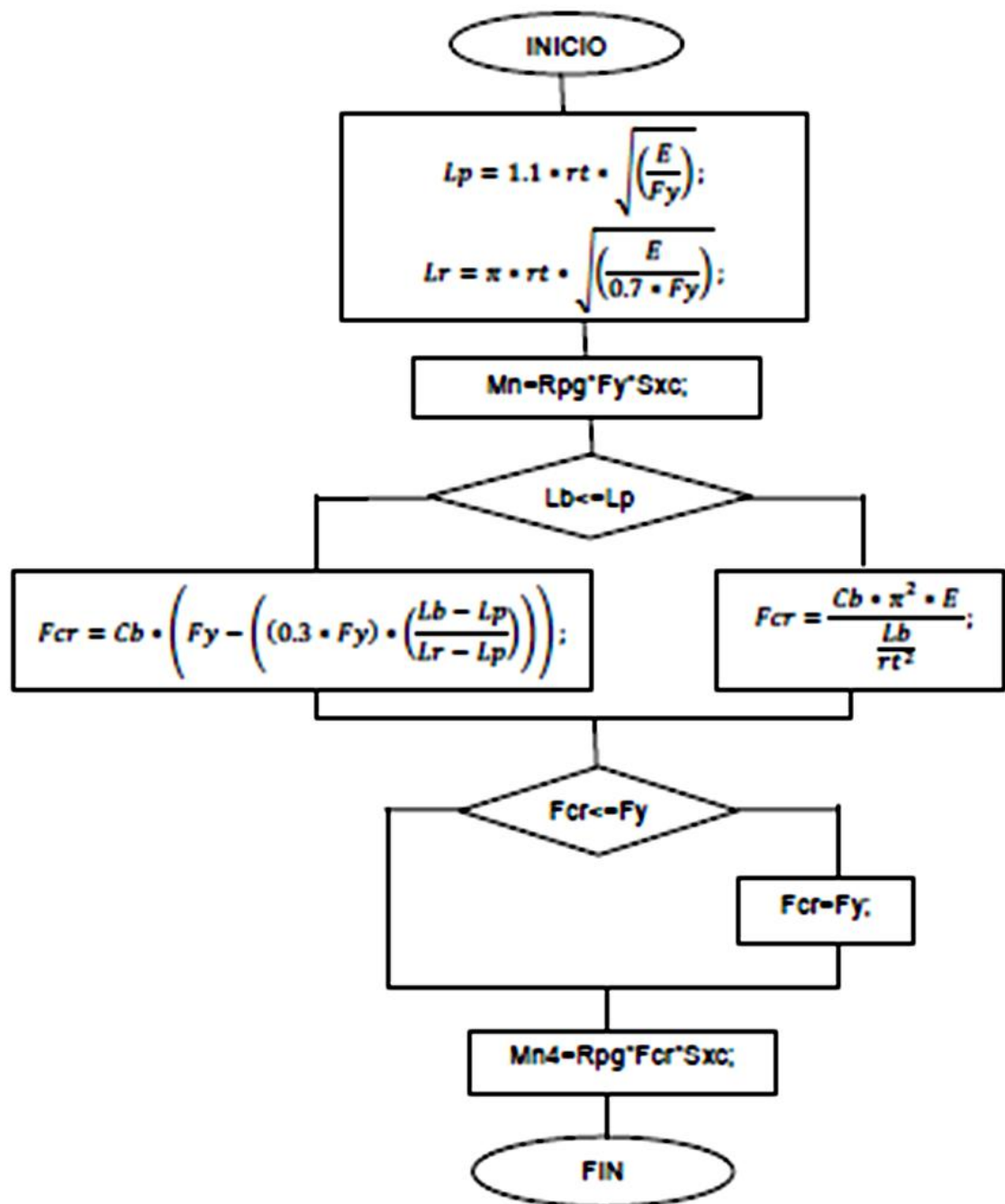
F_2_6_2



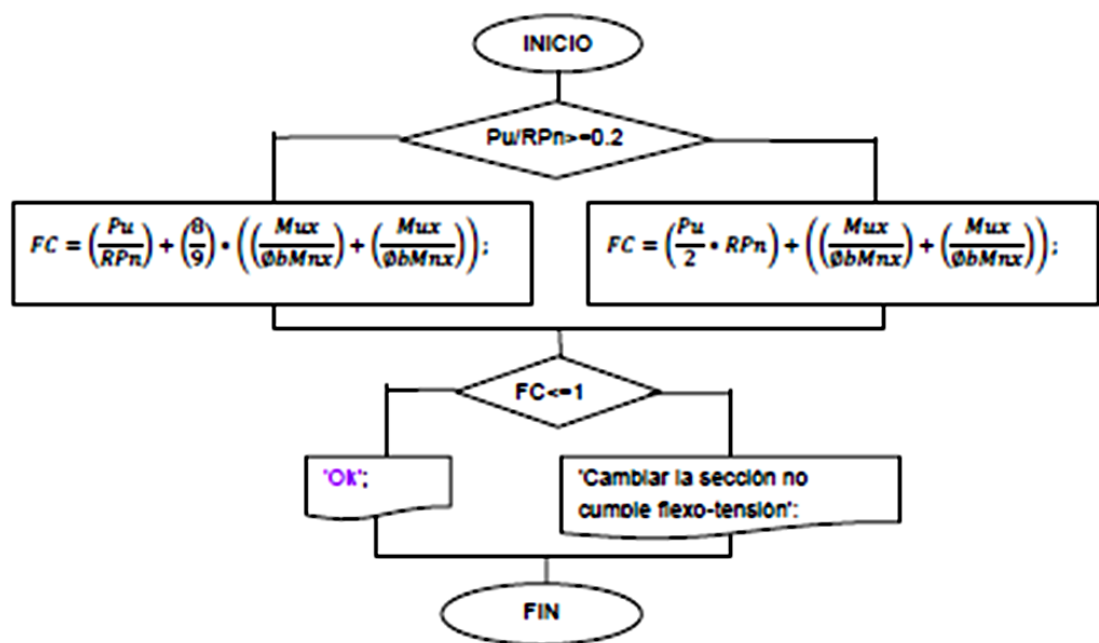
F_2_6_3

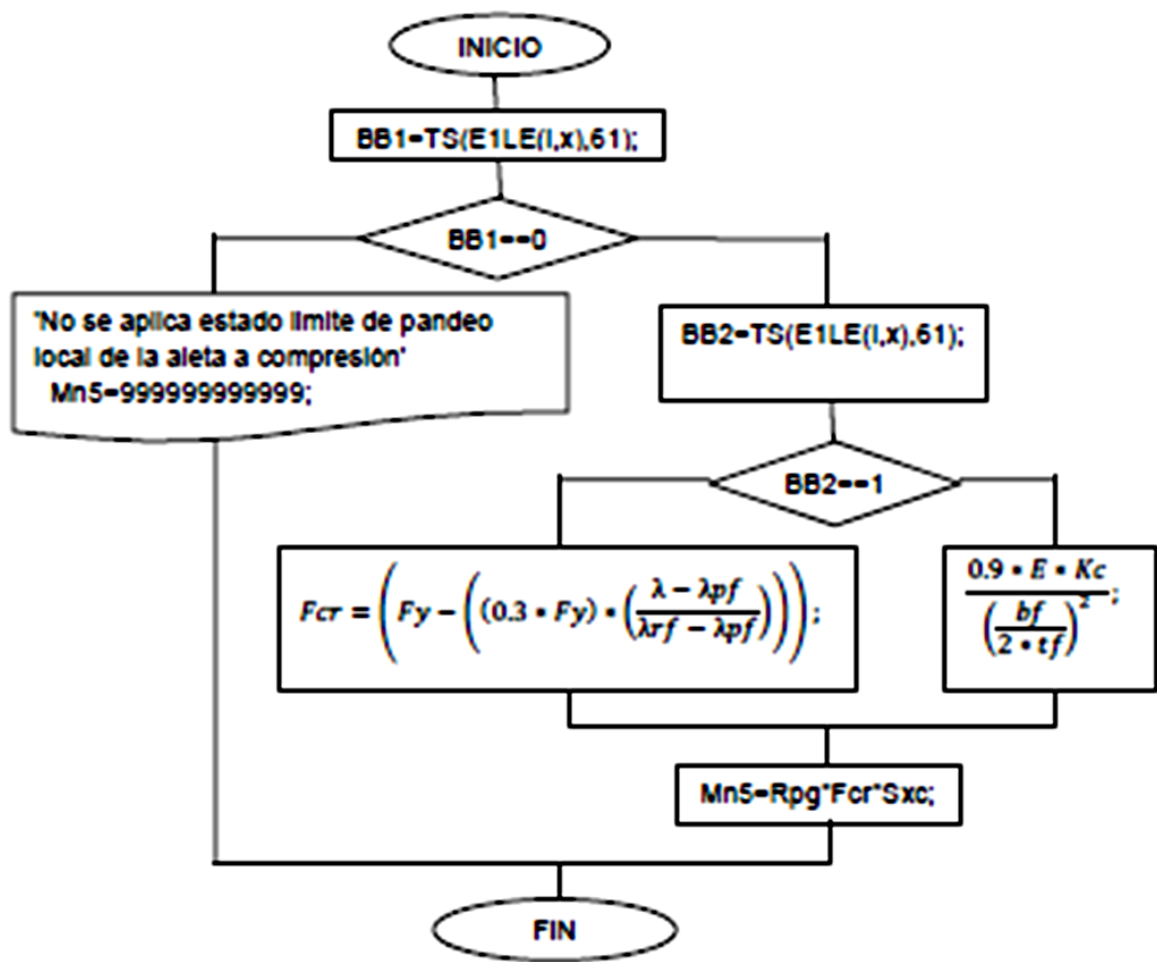


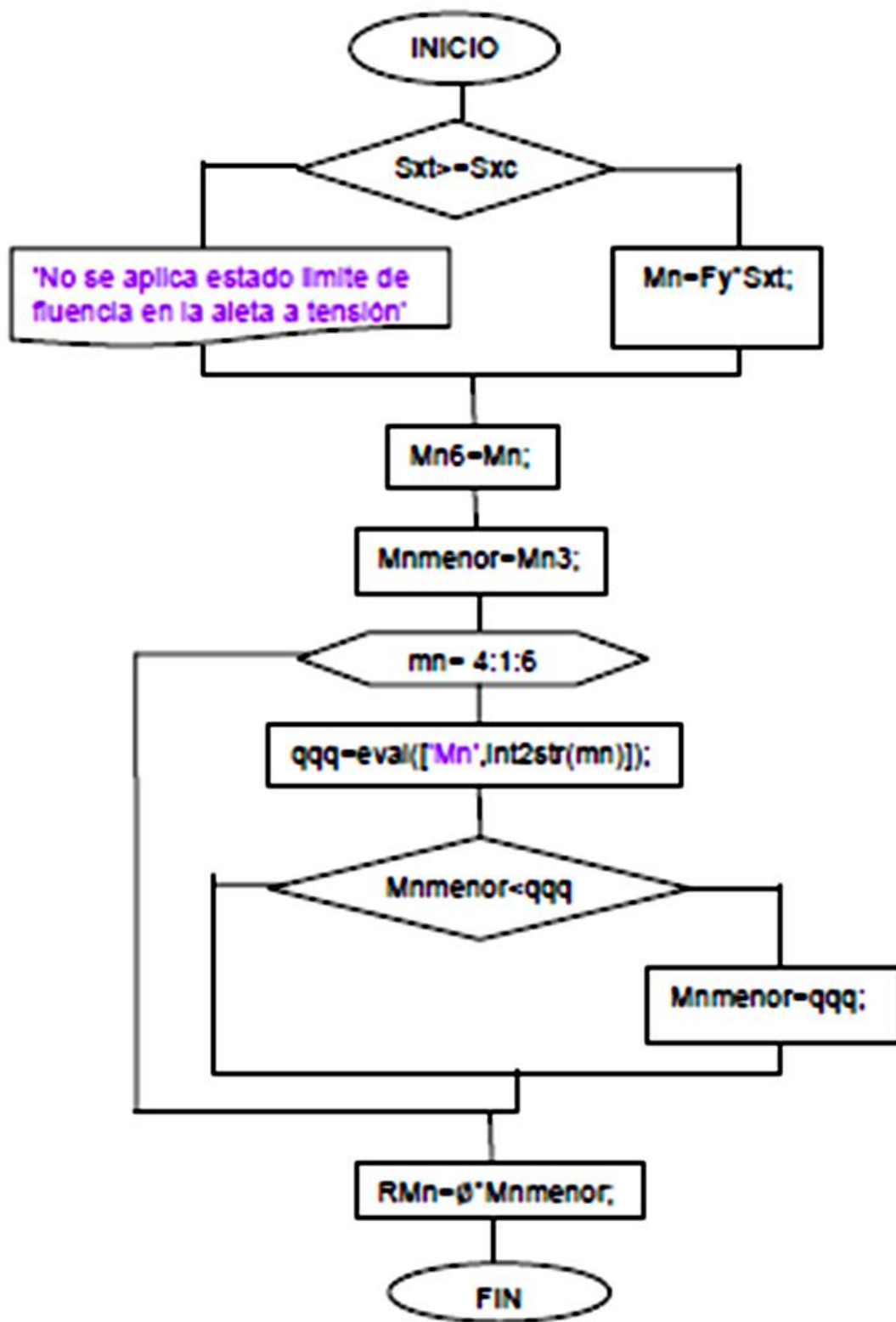
F_2_6_5



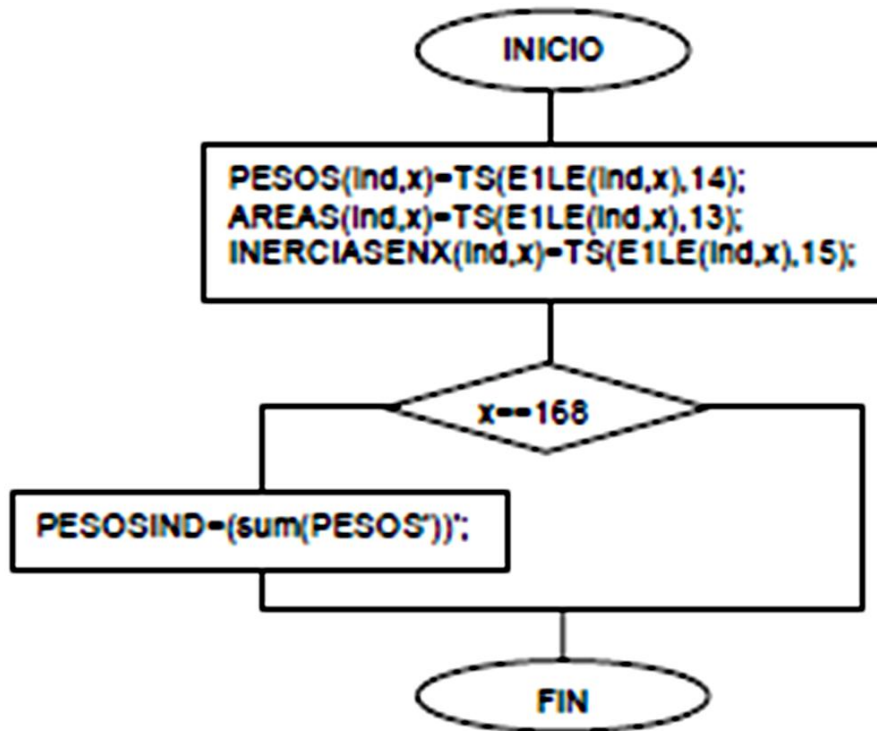
F_2_7_2



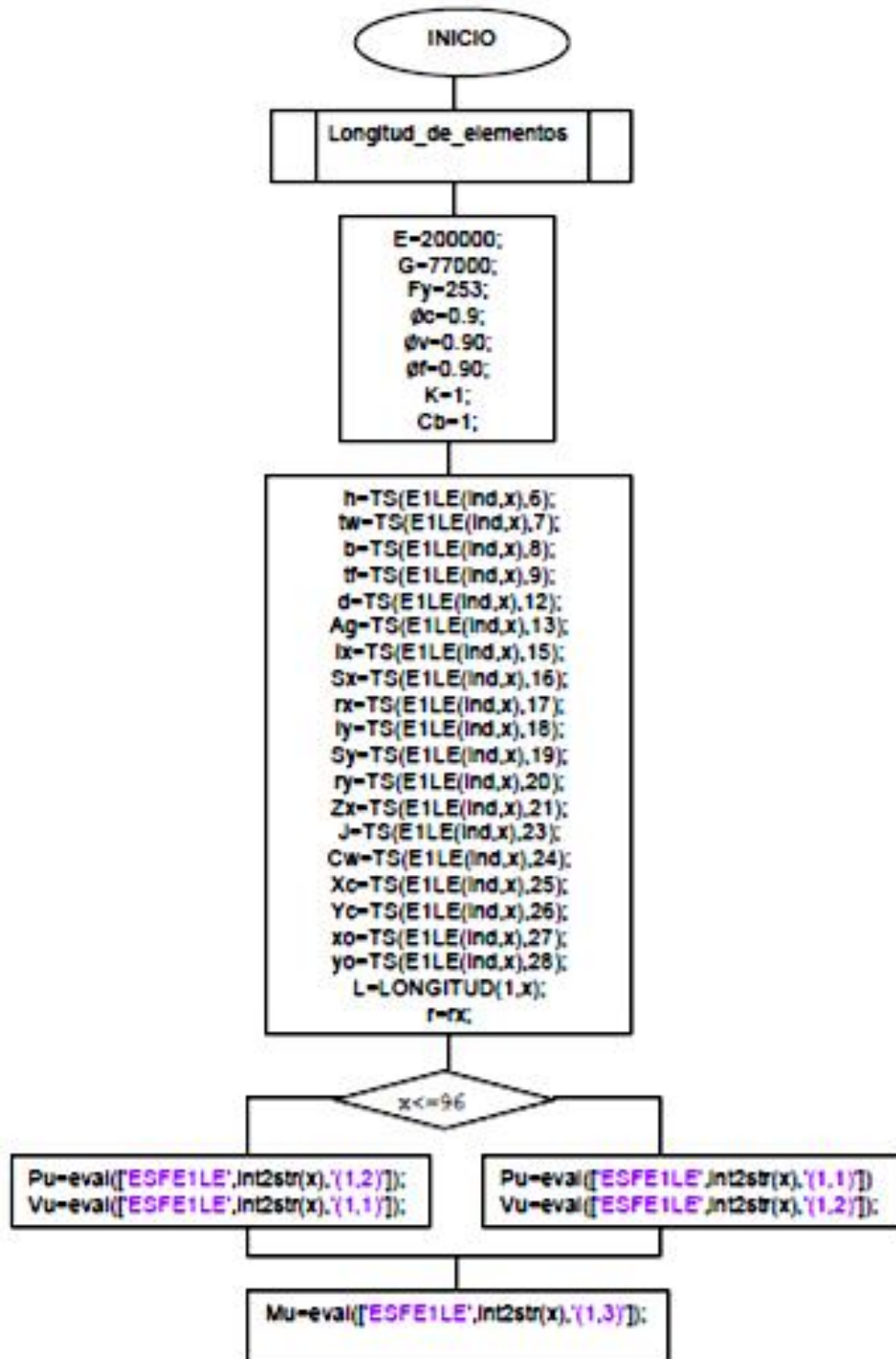


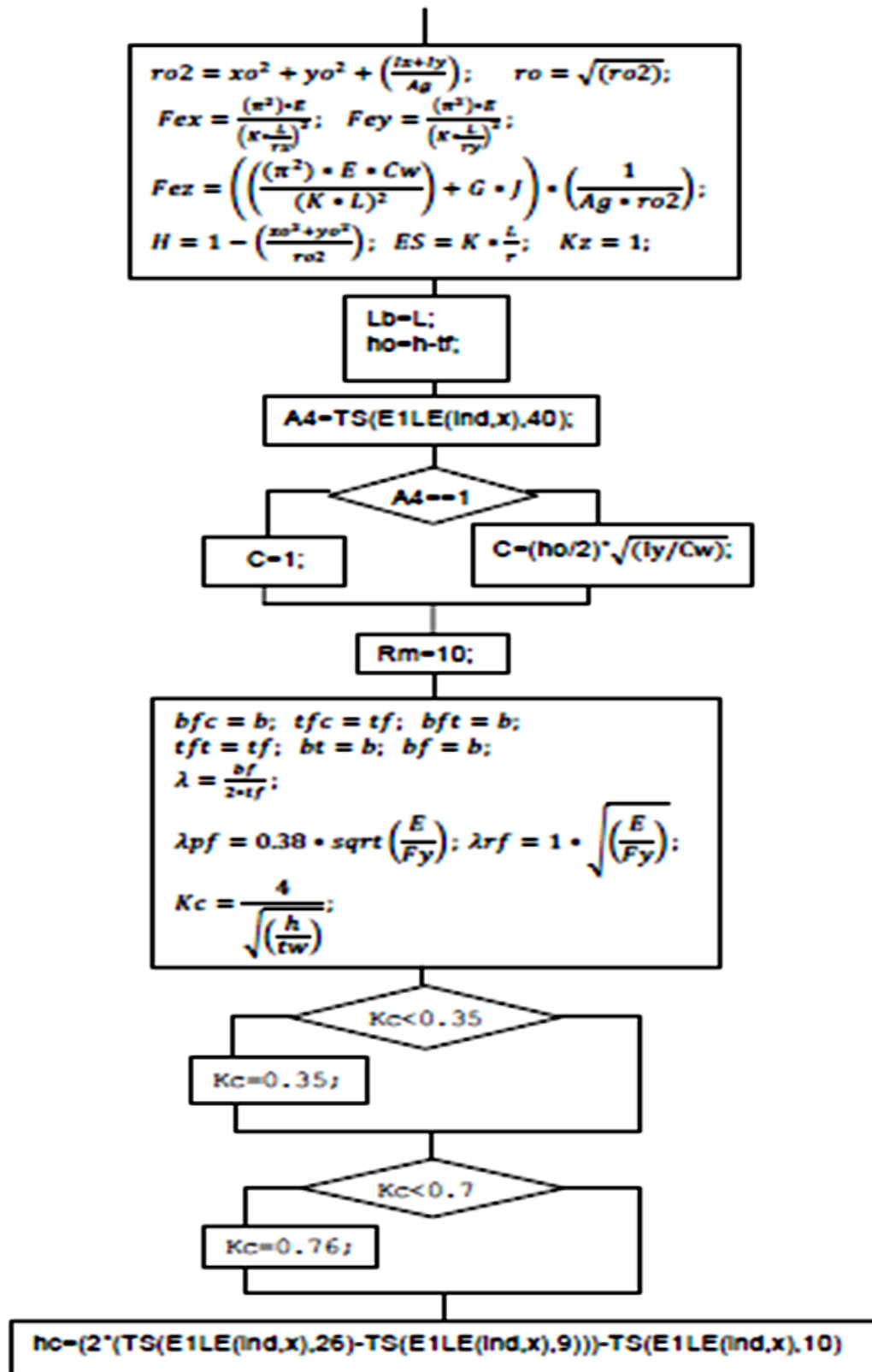


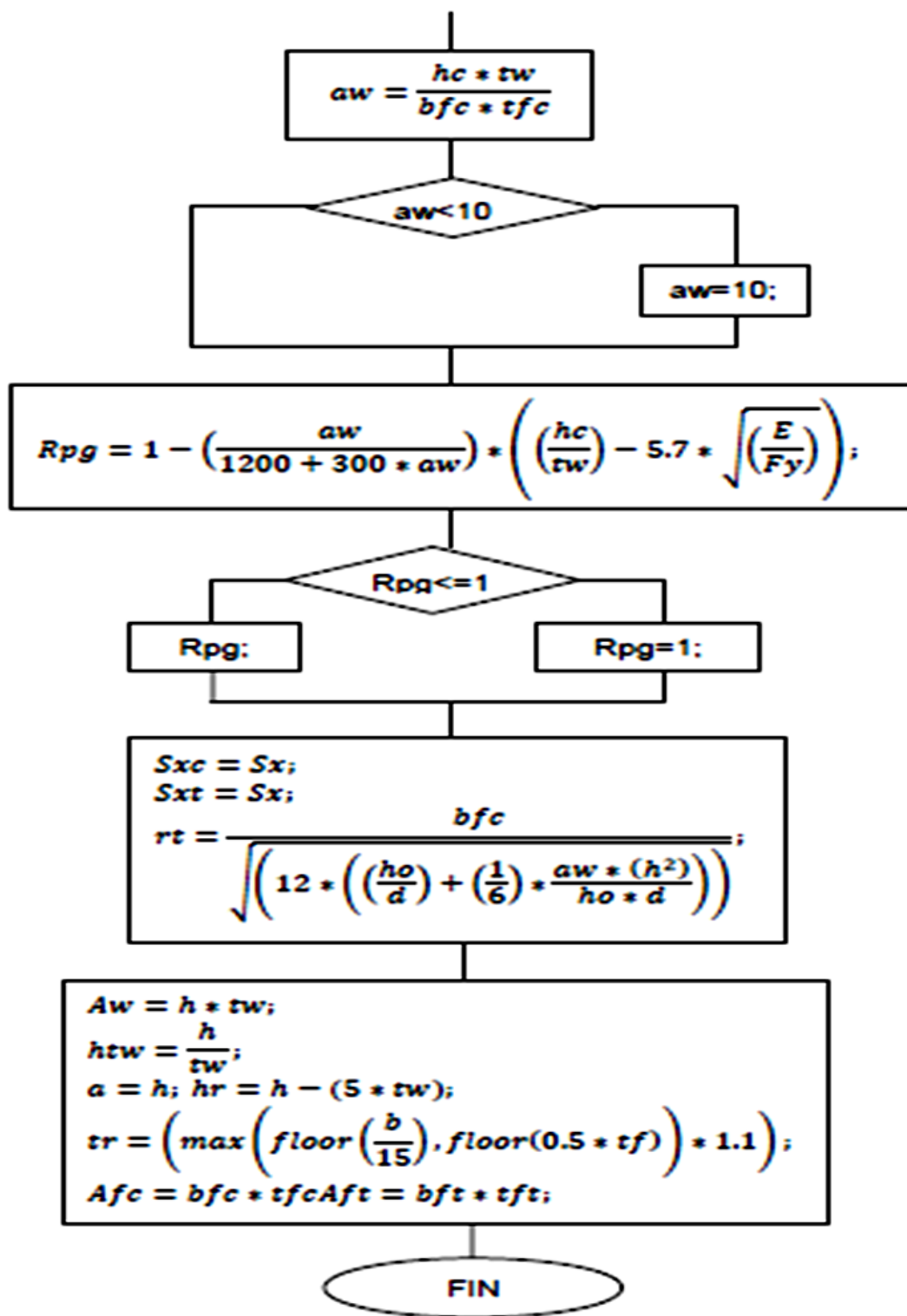
ALMACENAMIENTO DE VALORES



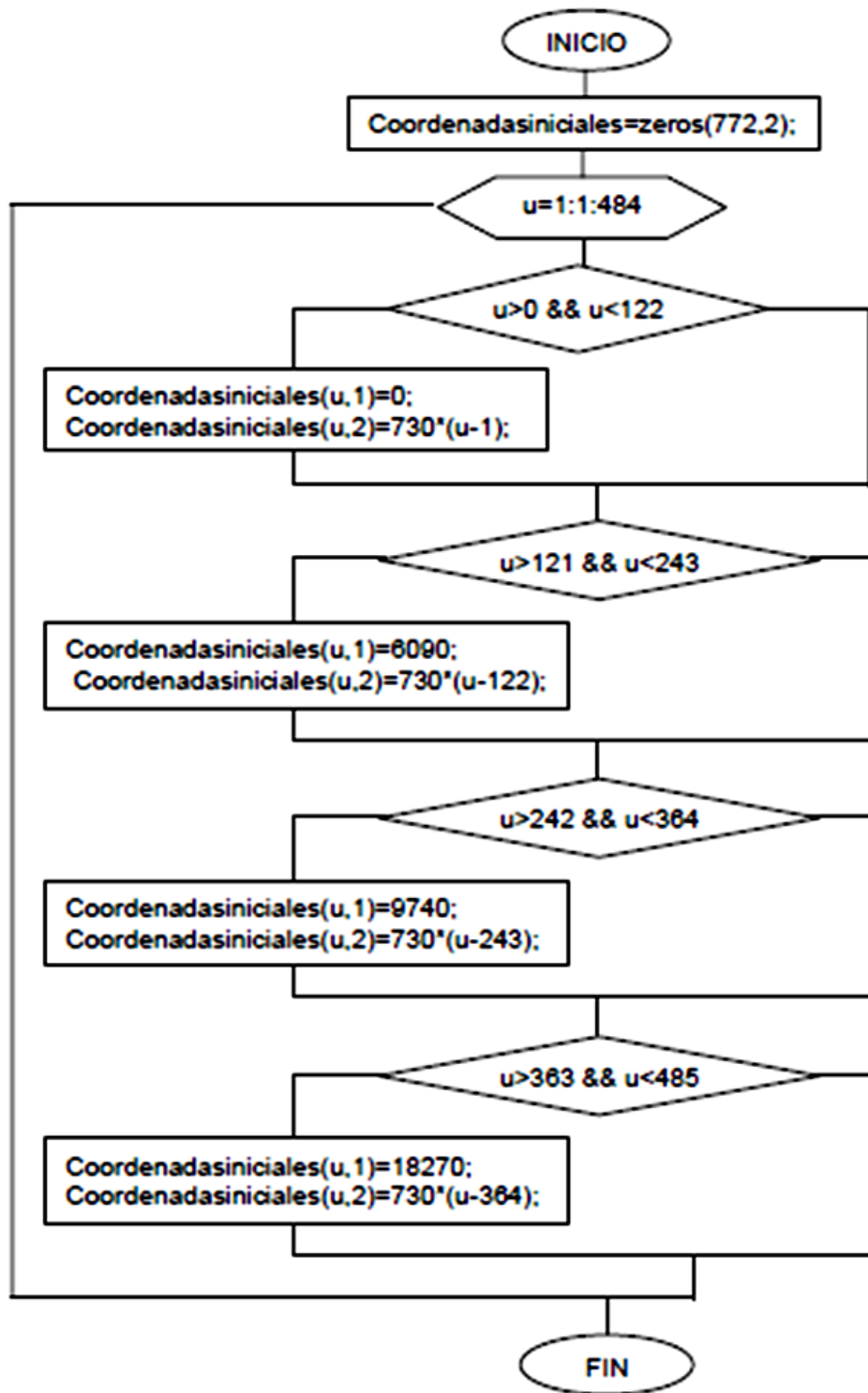
DATOS DE ENTRADA

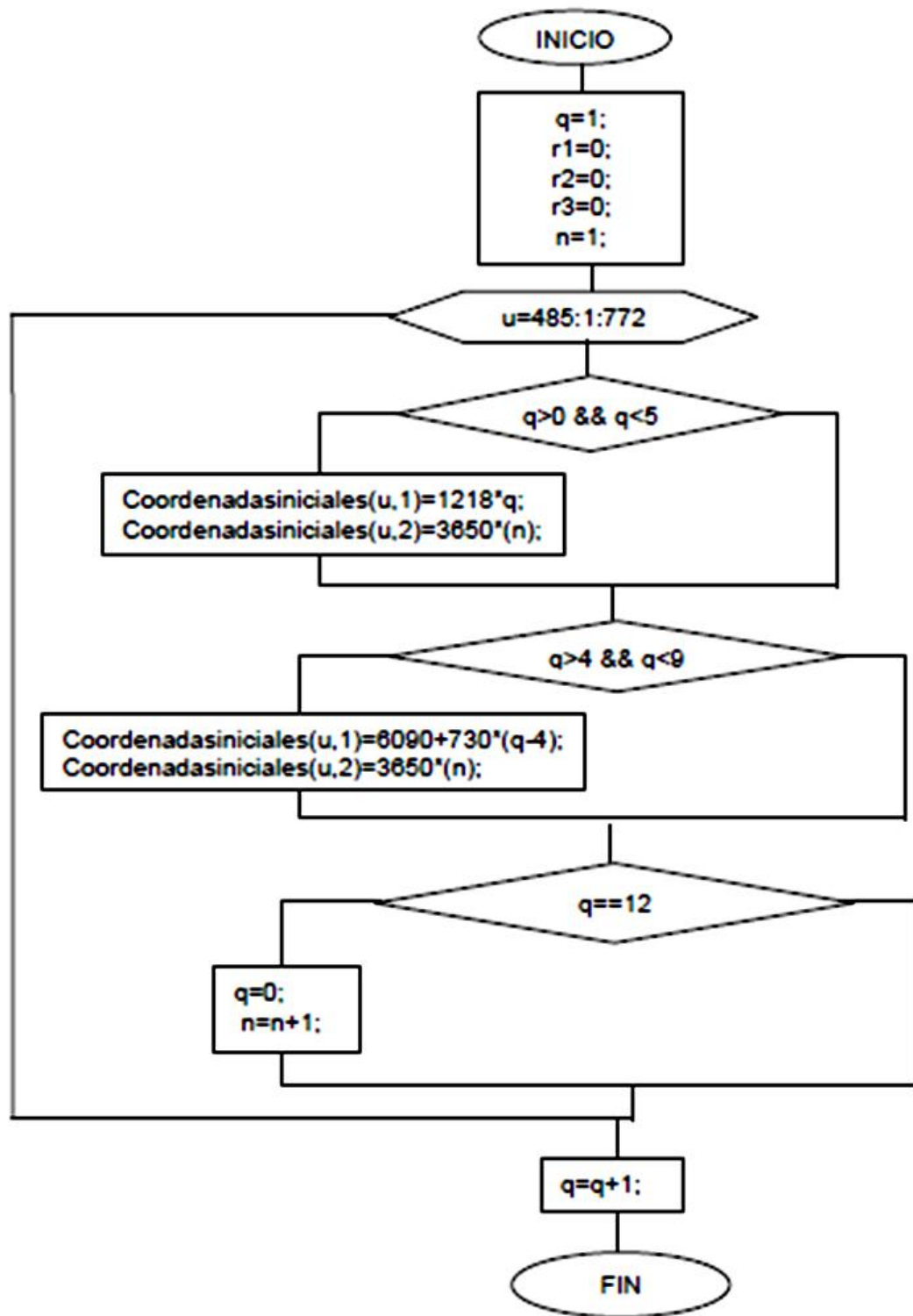




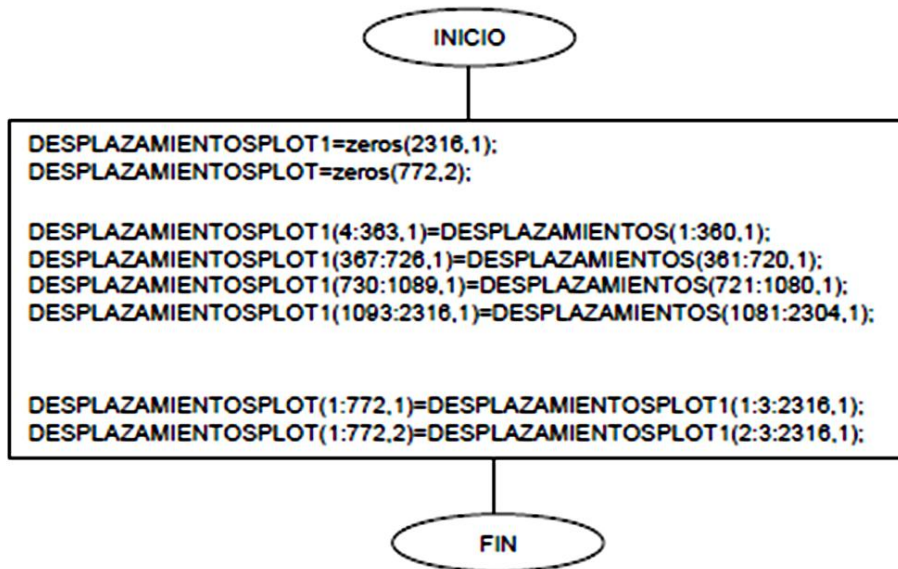


COORDENADAS INICIALES

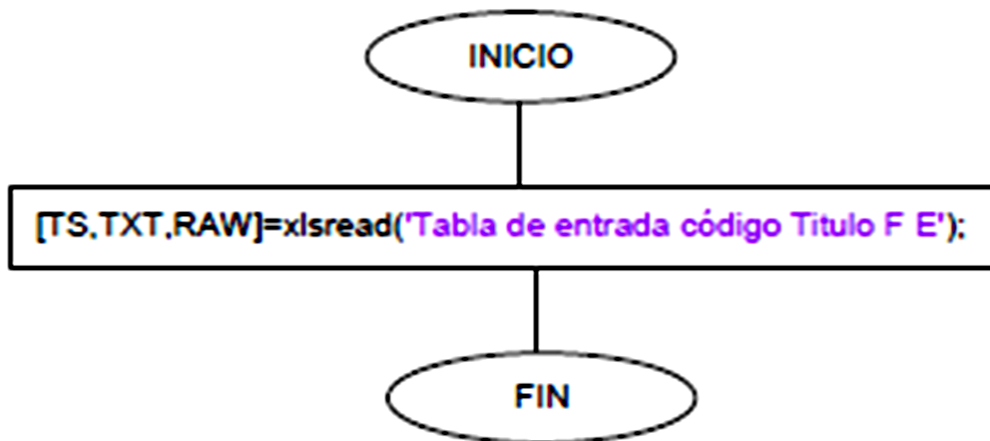




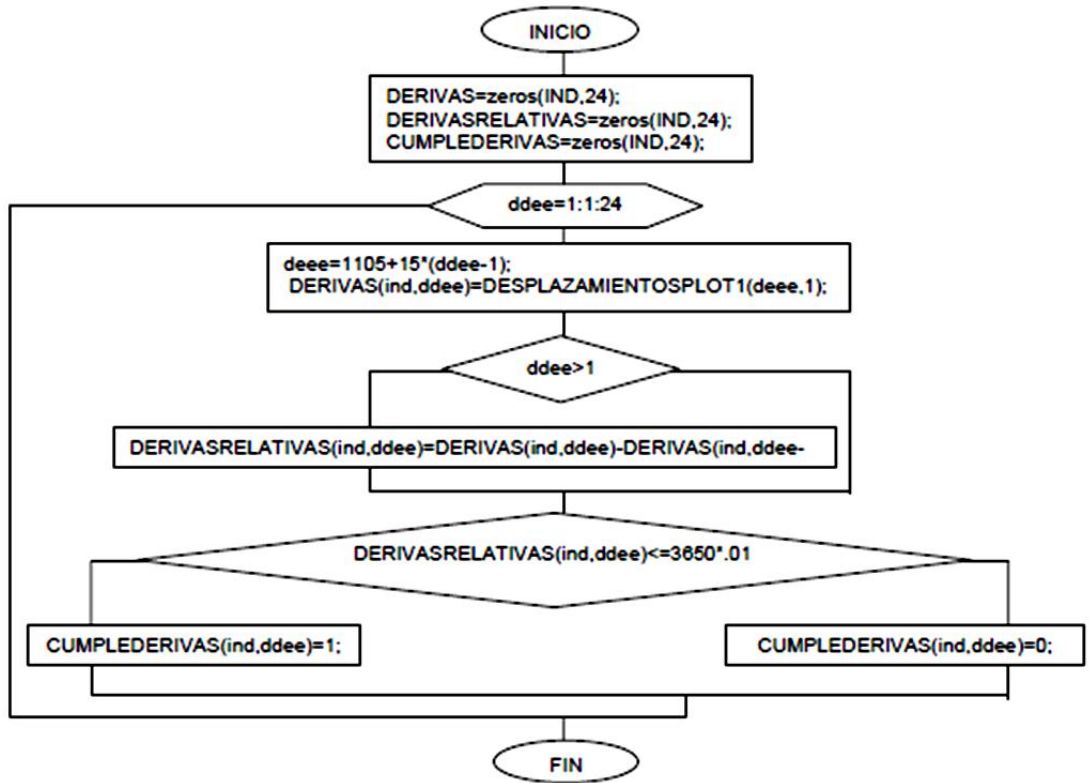
COORDENADAS DEFORMADAS



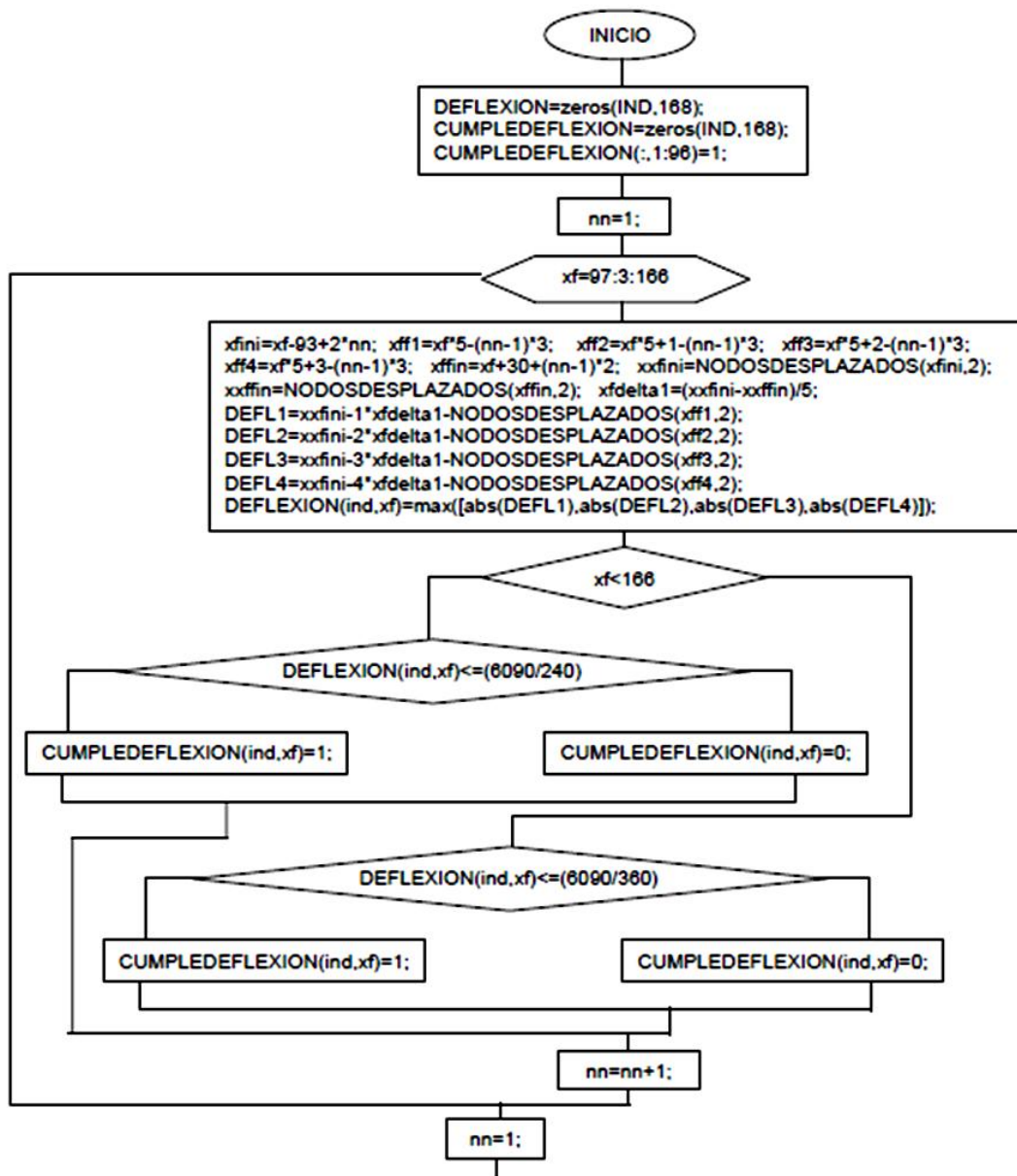
CARGAR TABLA DE EXCEL

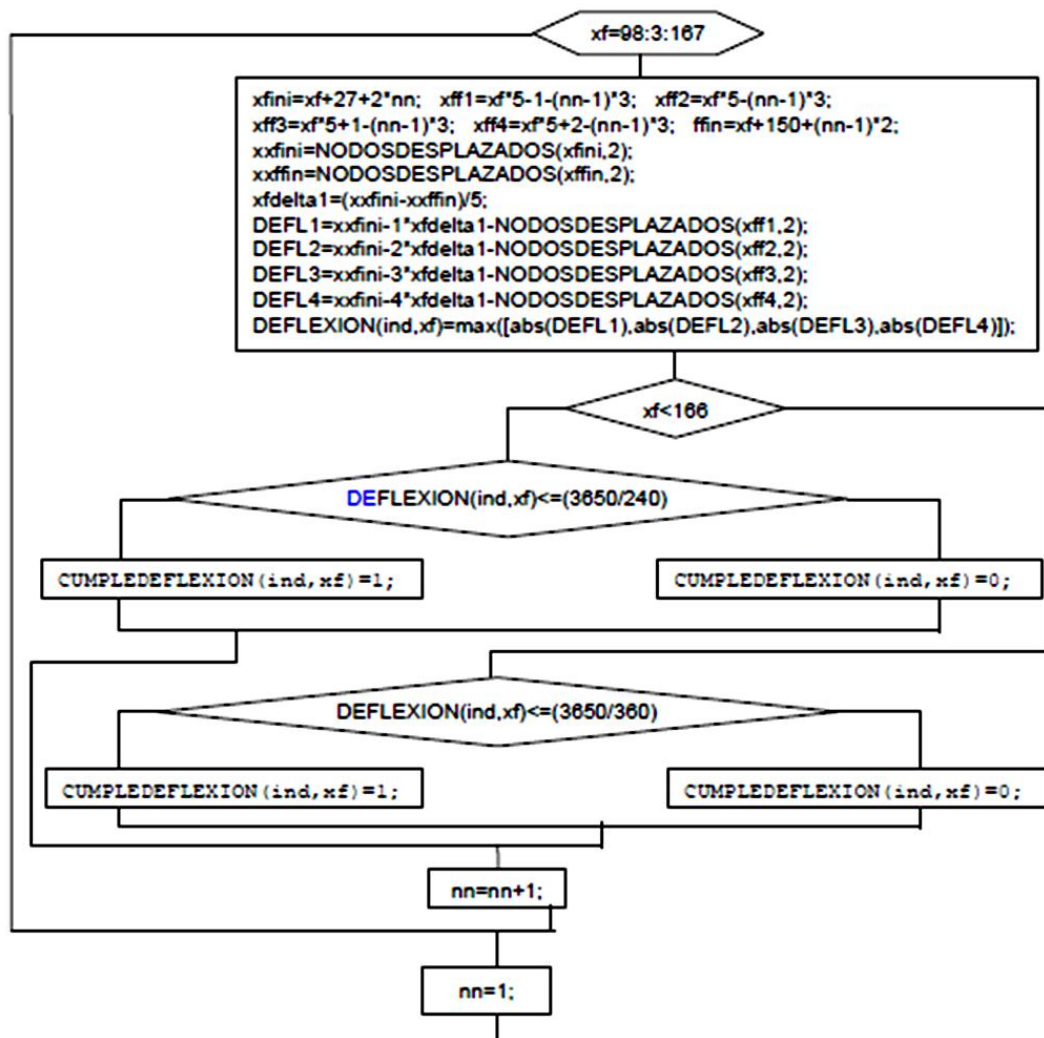


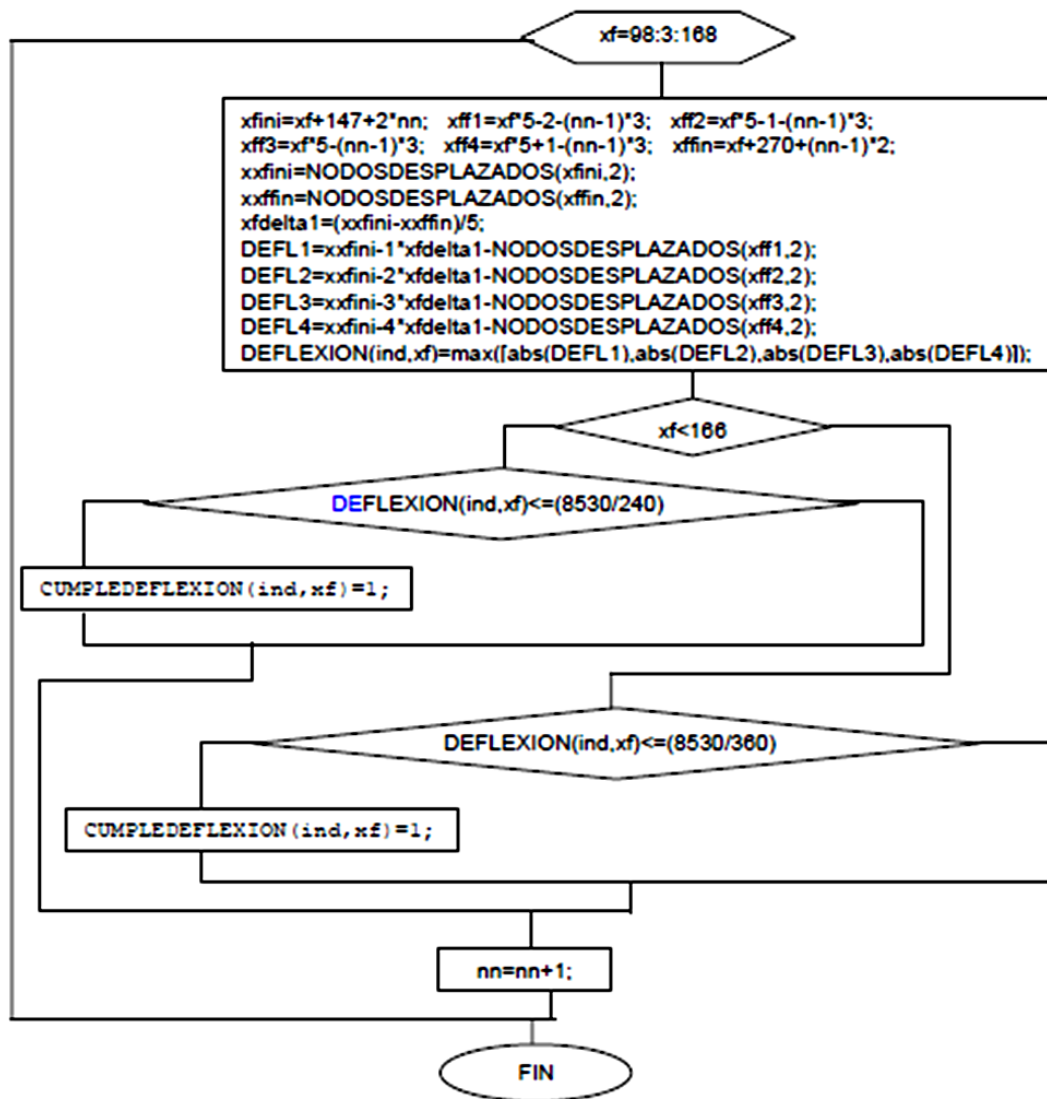
CALCULO DERIVAS



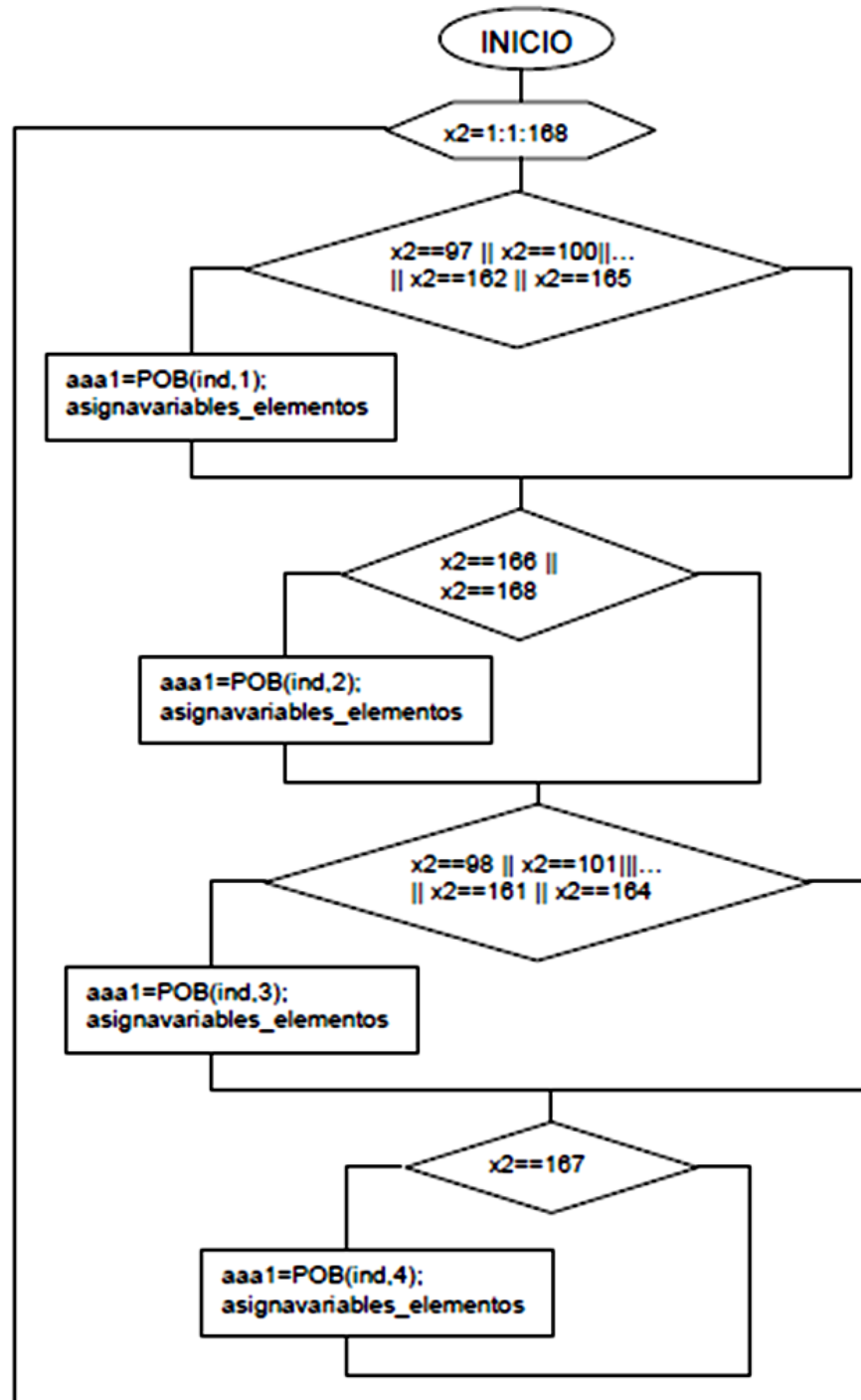
CALCULO DEFLEXIONES

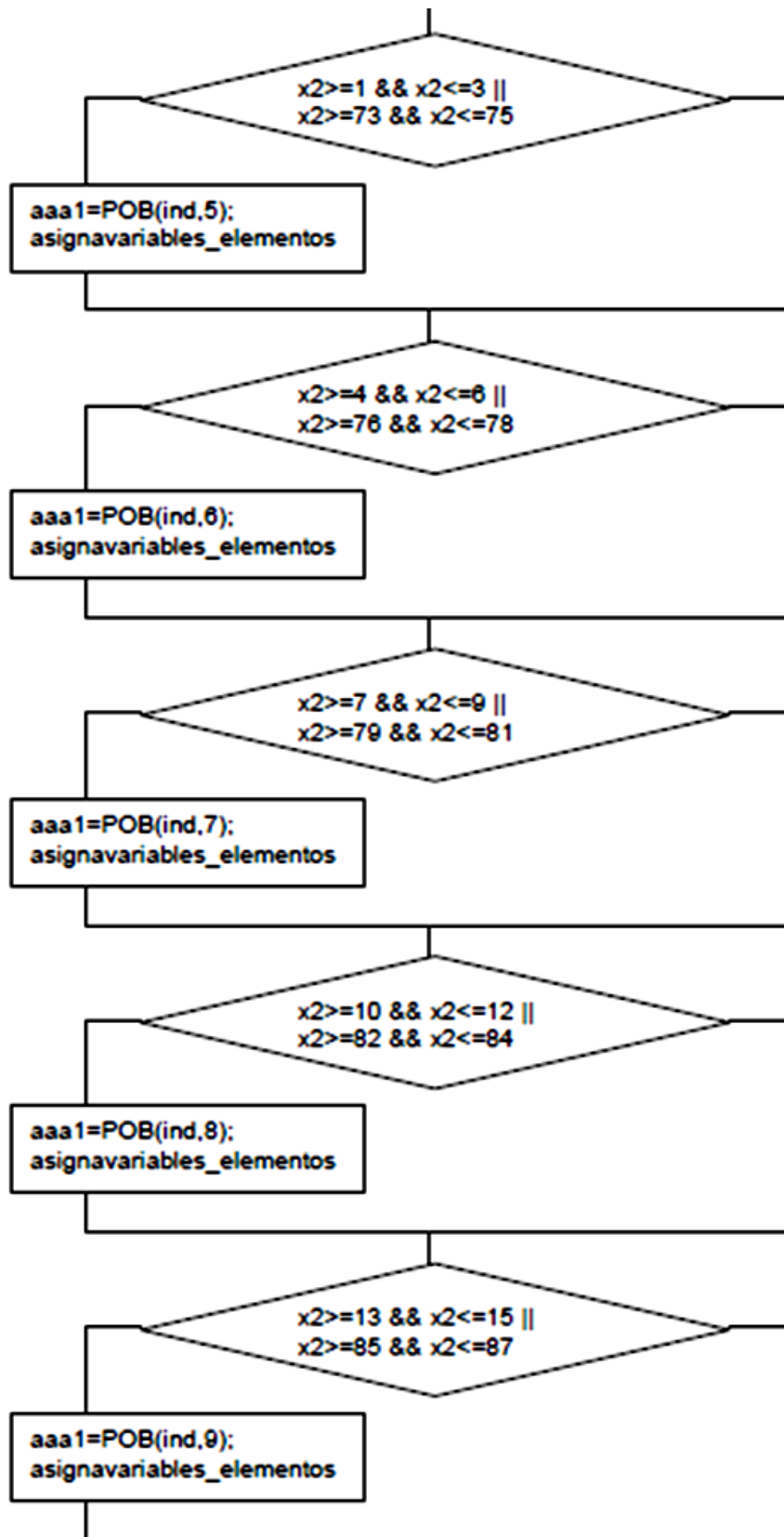


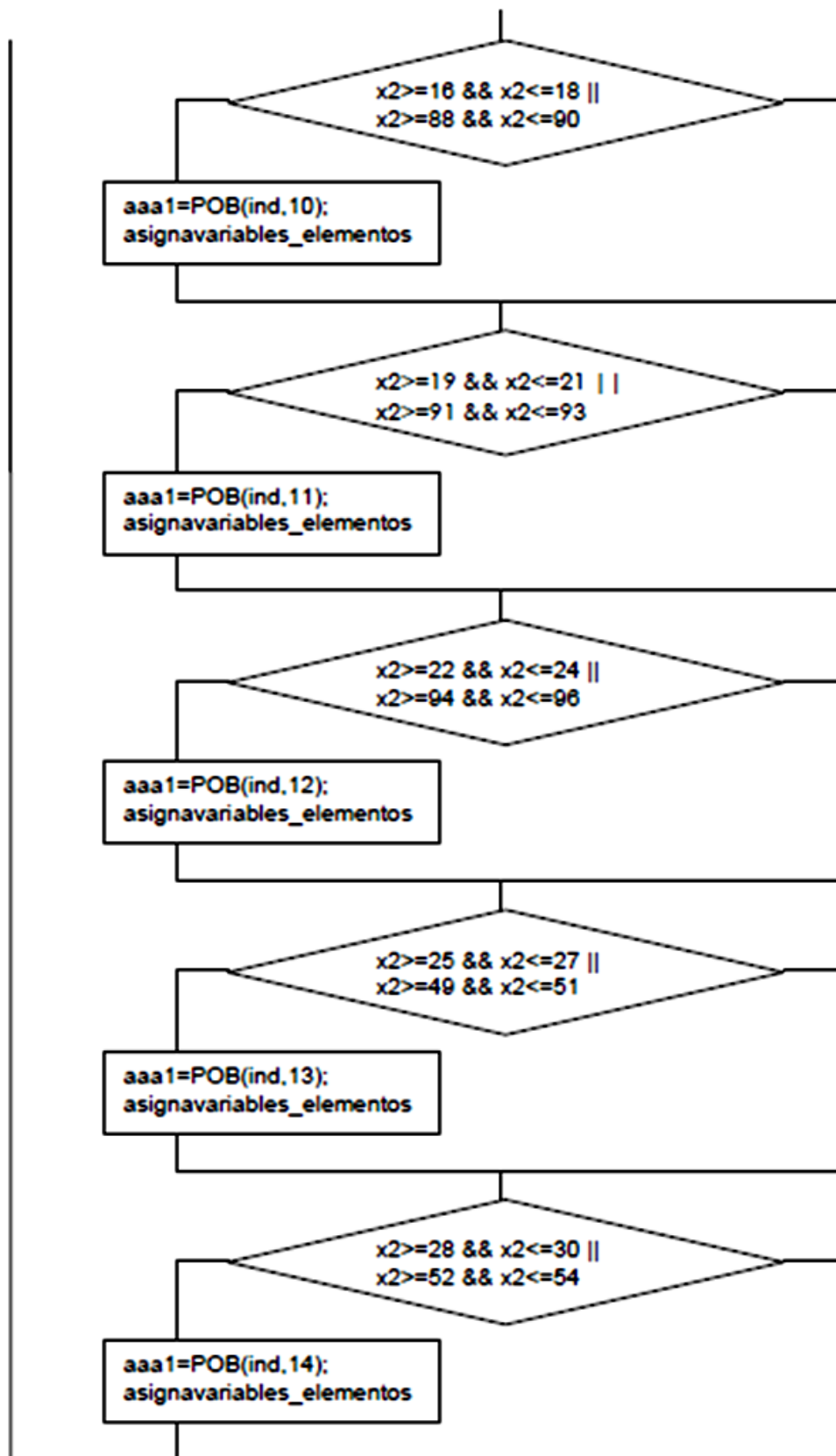


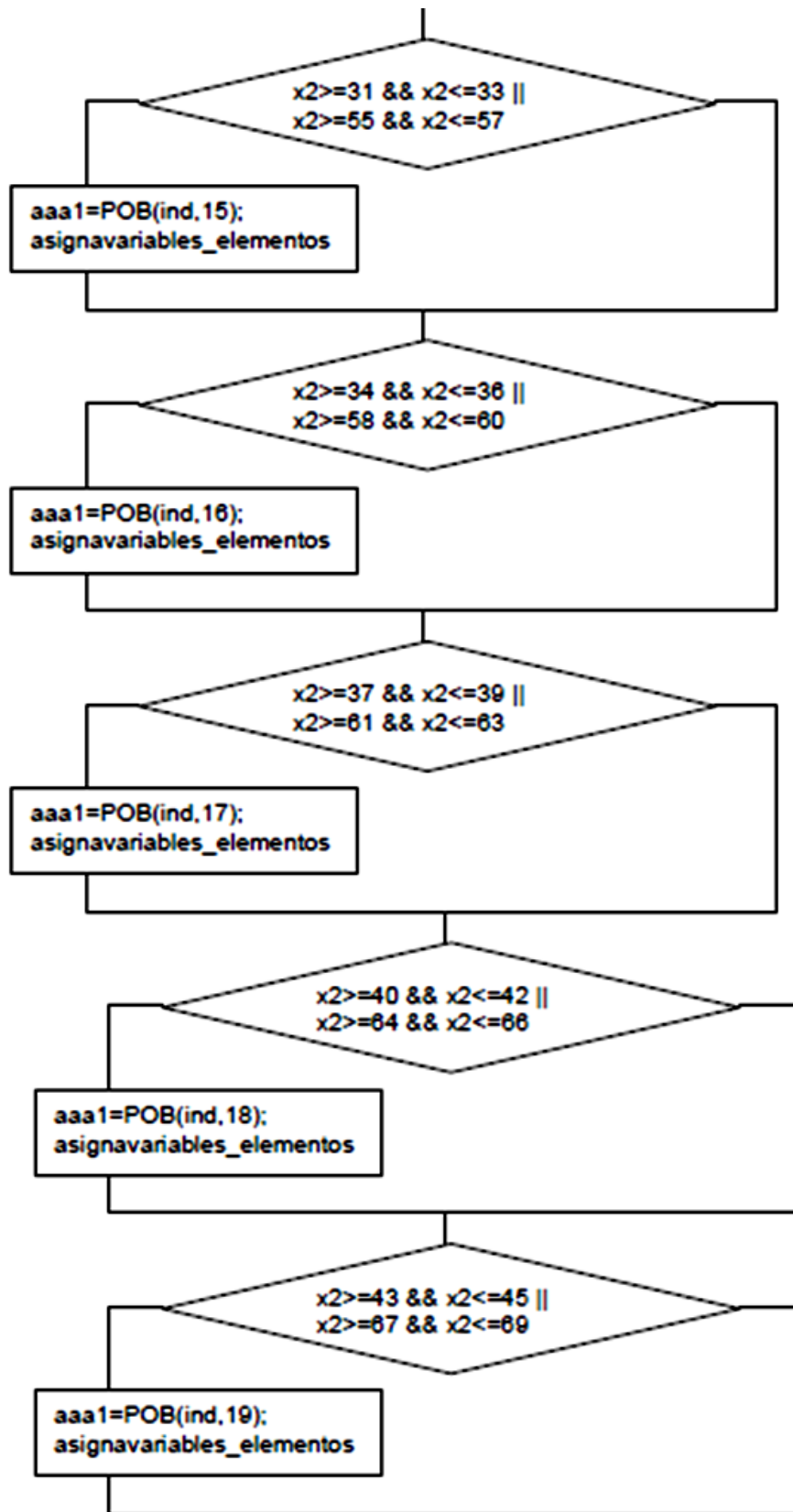


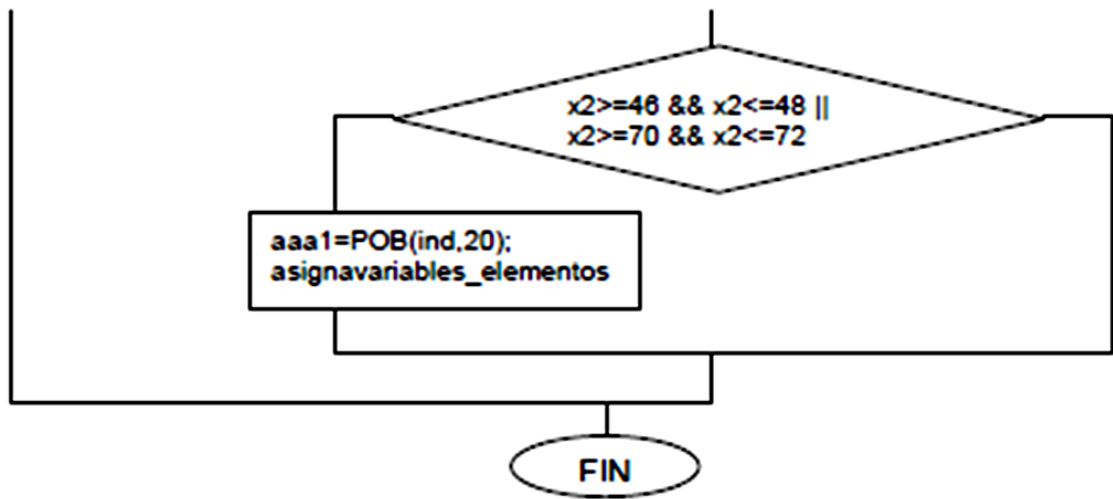
VARIABLES A ELEMENTOS











VECTOR DE CARGAS

