ALMACENAMIENTO Y MEDIDA DE LA CARGA TOPOLOGICA DE UN HAZ LUMINOSO CON MOMENTO ANGULAR ORBITAL. APLICACIÓN A LA GENERACIÓN DE HACES VECTORIALES CILÍNDRICOS

CRISTIAN HERNANDO ACEVEDO CACERES

UNIVERSIDAD INDUSTRIAL DE SANTANDER
FACULTAD DE CIENCIAS
ESCUELA DE FÍSICA
DOCTORADO EN CIENCIAS NATURALES-FÍSICA
BUCARAMANGA
2017

ALMACENAMIENTO Y MEDIDA DE LA CARGA TOPOLOGICA DE UN HAZ LUMINOSO CON MOMENTO ANGULAR ORBITAL. APLICACIÓN A LA GENERACIÓN DE HACES VECTORIALES CILÍNDRICOS

CRISTIAN HERNANDO ACEVEDO CACERES

Proyecto de investigación para optar al título de

Doctor en Ciencias Naturales-Física

Orientador:

Yezid Torres Moreno

Dr. en tratamiento híbrido de la señal.

UNIVERSIDAD INDUSTRIAL DE SANTANDER

FACULTAD DE CIENCIAS

ESCUELA DE FÍSICA

DOCTORADO EN CIENCIAS NATURALES-FÍSICA

BUCARAMANGA

2017

Este trabajo se lo dedico al todopoderoso quien ha orientado mis pasos hasta aquí. A mis abuelos fallecidos: Isidoro y Fidelia, Ah! por cierto abuelo cuanto extraño tus sabias palabras en este momento. Finalmente a mi señora madre Ceci, quien aunque no sabe mucho de lo que hago, sabe que le imprimo el amor a las cosas que hago, que ella me enseño.

AGRADECIMIENTOS

Agradezco al altisimo por darme sabiduria en los momentos oportunos. A dos piedras angulares de mi vida, mi madre Ceci y mi hermana Paulis. A mi orientador de trabajo de investigación Yezid Torres, por ser fuente de retroalimentación academica, junto a los integrantes del grupo de Óptica tratamiento de señales. Además, a los integrantes del grupo de investigación, Photonics diagnostic of random media en The College of optics and photonics (CREOL) ubicado en the university of central florida en estados unidos, encabezado por el investigador Aristide Dogariu. Finalmente, a los profesionales que tuve el honor de orientar sus tesis de pregrado como director, espero si ven esto hayan aprendido algo bueno de mí, ya que yo de ellos he obtenido buenas enseñanzas de tanto tiempo de trabajo con ellas(os).

ÍNDICE GENERAL

INTRODUCCIÓN **16**

MOMENTO ANGULAR ORBITAL DE UN HAZ DE LUZ **19**

Introducción 19

Momento angular orbital de una onda electromagnética 20

Generación de haces con momento angular orbital entero mediante hologramas en forma de tenedor 24

Montaje experimental para haces con MAO 27

DETECCIÓN Y ALMACENAMIENTO DE HACES CON MAO **31**

Introducción 31

Difracción por una abertura triangular 33

Difracción por una abertura rectangular 35

Difracción por una abertura pentagonal 42

Montaje Experimental 48

Montaje experimental y resultados para el grabado de un vórtice óptico con MAO en un cristal BGO sin campo eléctrico aplicado 52

GENERACIÓN DE HACES CILÍNDRICOS VECTORIALES **56**

Introducción 56

Montaje Experimental 57

Resultados experimentales 59

CONCLUSIONES **65**

PERSPECTIVAS **68**

PRODUCTOS ASOCIADOS **69**

APÉNDICE **72**

BIBLIOGRAFIA **76**

ÍNDICE DE FIGURAS

1. Difracción de un haz gaussiano por un holograma en forma de tenedor . 25

2. Montaje experimental para la generación de vórtices ópticos 28

3. Vórtices ópticos experimentales 29

4. Resultados experimentales de vórtices ópticos 30

5. Resultados numéricos de difracción de un vórtice óptico por una rendija triangular 34

6. Resultados numéricos de difracción de un vórtice óptico por una rendija triangular entre $m = 0$ y hasta $m = 20$ 36

7. Cortes transversales de los patrones de difracción de un vórtice óptico por rendija triangular entre $m = 0$ y hasta $m = 20$ 37

8. Resultados numéricos y cortes transversales de difracción de un vórtice óptico por una rendija rectangular entre $m = 0$ y hasta $m = 8$ con mayor longitud en los lados opuestos superior e inferior 38

9. Magnitud gradiente de fase y forma equivalente de haces con MAO sobre la abertura rectangular 39

10. Resultados numéricos y cortes transversales de difracción de un vórtice óptico por una rendija rectangular rotada entre $m = 0$ y hasta $m = 8$. 40

11. Esquema vórtices ópticos justo antes de incidir sobre la abertura cuadrada y patrones de intensidad resultante 41

12. Resultados numéricos de difracción de un vórtice óptico con carga topológica entera positiva desde $m = 1$ hasta $m = 20$ por una abertura pentagonal no equilátera 43

13. Resultados numéricos de difracción con cortes oblicuos de un vórtice óptico con carga topológica entera positiva desde $m = 1$ hasta $m = 20$ por una abertura pentagonal no equilátera 44

14. Cortes oblicuos a los perfiles de difracción a través de una abertura pentagonal no equilátera 45

15. Resultados numéricos de difracción de un vórtice óptico con carga topológica entera negativa desde $m = -1$ hasta $m = -20$ por una abertura pentagonal no equilátera 46

16. Resultados numéricos de difracción de vórtices con carga topolgica entera positiva desde $m = 0$ hasta $m = 8$ por una abertura pentagonal equilátera 47

17. Resultados experimentales de la difracción de vórtices con carga topológica entera por una abertura triangular 48

18. Esquema de las aberturas triangular, rectangular y pentagonal 49

19. Resultados experimentales de la difracción de vórtices con carga topológica entera por una abertura triangular 50

20. Resultados experimentales de la difracción de vórtices con carga topológica entera por una abertura rectangular 51

21. Resultados experimentales de la difracción de vórtices con carga topológica entera por una abertura pentagonal no equilátera 51

22. Resultados experimentales de la difracción de vórtices con carga topológica entera por una abertura cuadrada y pentagonal equilátera 52

23. Esquema del montaje experimental para grabar vórtices opticos sobre un cristal BGO sin campo aplicado 53

24. Resultados experimentales del grabado de un solo vórtice óptico con MAO entero 55

25. Resultados experimentales de la superposición de dos vórtices ópticos con MAO entero 55

26. Esquema del montaje experimental para generar haces cilíndricos vectoriales 58

27. Resultados experimentales de los haces vectoriales cilíndricos para carga topológica $m = 1$. 60

28. Resultados experimentales de los haces vectoriales cilíndricos con carga topológicas enteras entre $m = 2$ y $m = 5$. 61

29. Resultados experimentales de los haces vectoriales cilíndricos con cargas topológicas semienteras M=1.5 y M=2.5 62

30. Resultados experimentales de los haces vectoriales cilíndricos con cargas topológica $m = 1$ y números radiales n=0.5,1, y n=1.5. 63

31. Resultados experimentales de los haces vectoriales cilíndricos con carga topológica $m = 1$ y números radiales n=-0,5,-1, y n=-2,5. 64

ÍNDICE DE TABLAS

1. Algunas Especificaciones técnicas cristal fotorrefractivo BGO utilizado. 54

RESUMEN

TÍTULO:Almacenamiento y medida de la carga topólogica un haz luminoso con momento angular orbital. Aplicación a la generación de haces cilindricos vectoriales. [1]

AUTOR: Acevedo Cáceres, Cristian Hernando[7]

PALABRAS CLAVES: Momento angular orbital de la luz, Vórtice óptico, Difracción de Fraunhofer, Abertura triangular Abertura rectangular, Abertura pentagonal, Hologramas generados por computador en forma de tenedor, Modulador espacial de luz, Haz cilíndrico vectorial y Cristal fotorefractivo.

DESCRIPCIÓN:En el presente trabajo de investigación reportamos resultados experimentales y simulaciones numéricas de la difracción de vórtices ópticos con carga topológica entera por aberturas triangulares, rectangulares y pentagonales. Se demuestra que usando el patrón de difracción de Fraunhofer de un vórtice óptico por una abertura pentagonal no equilátera es posible obtener la magnitud y signo de la carga topológica del haz incidente, cuyo valor experimental es dos veces mayor al que es posible detectar usando la abertura triangular equilátera. Mientras que usando la difracción de Fraunhofer del vórtice óptico a través de la abertura rectangular se muestra que sólo es posible discernir la magnitud de la carga topológica (CT) contenida en el haz para pequeños valores de CT, este comportamiento es explicado utilizando el gradiente de fase del haz sobre la abertura rectangular cerca de la dislocación de fase. Adicionalmente reportamos la generación de haces cilíndricos vectoriales en forma robusta utilizando hologramas generados por computador en forma de tenedor, con valores variables de carga topológica son desplegados sobre un modulador espacial de luz ópticamente escrito dentro de un Sagnac que permite codificar estructuras de polarización bien definidas. También demostramos utilizando el interferómetro de Sagnac que es posible generar haces luminosos con modulaciones radiales y dislocaciones acimutales. Finalmente, nosotros reportamos el grabado de vórtices ópticos con valores enteros de carga topológica en un de holograma volumétrico de transmisión dentro de un cristal fotorefractivo BGO, colocado en un arreglo interferométrico.

---

[1] Trabajo de investigación de doctorado en Ciencias-Naturales Física

[7] Grupo de Óptica y Tratamiento de Señales. Escuela de Física. Facultad de ciencias. Universidad Industrial de Santander. Orientador: Yezid Torres Moreno, Dr. O&TS

ABSTRACT

TITLE : Storage and measurement of the topological charge of light beam with orbital angular momentum. Generation of cylindrical vector beams[1].

AUTHOR: Acevedo Cáceres, Cristian Hernando ; [2].

KEY WORDS : Angular orbital momentum of light, Optical vortex, Fraunhofer Diffraction, Triangular aperture, Rectangular aperture, Pentagonal aperture, Forked Computer Generated Holograms, SLM Spatial Light Modulators, Photorefractive crystal and Cylindrical vector beam.

DESCRIPTION: In this research work we report the experimental results and numerical simulations of the diffraction of optical vortex beams with integer topological charge by triangular, rectangular and pentagonal apertures. We demonstrate that using the Fraunhofer diffraction pattern of a optical vortex beam by a non-equilateral pentagonal aperture can be obtain both: magnitude and sign of the topological charge of a optical vortex beam incident, which about two times bigger than it be would obtain with a triangular aperture. While that it is possible to use the diffraction of a optical vortex beam by rectangular aperture to obtain only the magnitude of the orbital angular momentum of small integer values of topological charge in the optical vortex beams due to phase gradient of the beam near of the optical dislocation. Also, we report on a novel experimental geometry to generate cylindrical vector beams in a very robust manner. Continuous control of beams'properties is obtained using an optically addressable spatial light modulator incorporated into a Sagnac interferometer. Forked computer-generated holograms allow introducing different topological charges while orthogonally polarized beams within the interferometer permit encoding the spatial distribution of polarization. We also demonstrate the generation of complex waveforms obtained by combining two orthogonal beams having both radial modulations and azimuthal dislocations. Finally, we report the recording of integer optical vortex beams with different integer values of topological charge in a volumetric transmission hologram like BGO photorefractive crystal placed within a holographic interferometric setup.

[1]Research thesis for Doctoral degree

[2]Gots Optics and Signal Processing Group, Physics School, Science Faculty, Industrial Santander University, Yezid Torres Moreno (Advisor)

NOTACIÓN

En este trabajo para efectos prácticos se utiliza la siguiente notación:

MAO	:	Momento Angular Orbital
MEL	:	Modulador Espacial de luz
EM	:	Electromagnética(o)
CT	:	Carga Topológica

INTRODUCCIÓN

Desde el punto de vista clásico hasta el punto de vista cuántico a la luz se le han asociado propiedades mecánicas. Kepler propuso que la cola de un cometa era debida a la presión de radiación de la luz originada por el sol y pudo corroborarlo por observaciones realizadas de la cola y diferentes posiciones del sol para varios cometas[1] (Aunque hay otra cola originada por la interacción electroestática entre las partículas iónicas del cometa y el sol). Empero fue Maxwell el primero en introducir un desarrollo cuantitativo de la teoría del electromagnetismo[2] y utilizarlo para describir un haz de luz como oscilaciones transversales de los campos eléctricos y magnéticos que viajan en el espacio con una velocidad c[2]. Partiendo de la teoría de Maxwell, Poynting demostró que una onda electromagnética posee un momento lineal y un flujo de energía bien definido[3], además establecío que una onda con polarización circular lleva un flujo de momento angular de $(\lambda/2\pi)u$, siendo λ y u la longitud de onda y la densidad de energía respectivamente[4]. Beth demostró experimentalmente (a partir de consideraciones similares a las de Poynting) que un haz con polarización circular lleva un momento angular spín finito y midio el torque ejercido por el haz sobre una lámina de cuarto de onda suspendida sobre un espejo[5].

No obstante aunque se conocía que una onda electromagnética propagándose poseía un momento angular espín con un valor de $\sigma\hbar$ por fotón, donde σ es el estado de polarización de la onda ($\sigma = +1$ y $\sigma = -1$ polarización circular derecha e izquierda, respectivamente), sólo fue hasta 1992 con el trabajo de Allen et al. y 2004 con el trabajo de Berry cuando se explica por primera vez la propagación de un haz luminoso con momento angular orbital (MAO) entero y no entero respectivamente; y se le asocia en ambos casos al factor de fase de la radiación

electromagnética $\exp(im\theta)$, donde m es el índice acimutal de fase del haz con MAO [6,7]. De manera que el frente de onda de un haz luminoso con momento angular orbital esta compuesto de $|m|$ superficies helicoidales entralazadas, con una orientación dada por el signo de m, y cada fotón transportando un momento angular orbital de $m\hbar$ [6]. El valor del índice acimutal m es llamado carga topológica del haz luminoso con momento angular orbital y este representa el número de 2π desfases acumulados por el campo electromagnético del haz en una vuelta alrededor del eje de propagación.

Las aplicaciones de los haces luminosos con momento angular orbital en los campos de manipulación de la materia [8-13], codificación de información en el espacio libre [14-19] y confinado [20-21], y procesamiento de imagenes [22-24], han hecho que el conocimiento sobre el momento angular orbital de un haz de luz sea materia de intenso estudio experimental [25-29] y teórico [30-33]. En especial la medición de la magnitud y signo del momento angular orbital (referida generalmente a la carga topológica del haz) y de la densidad del momento angular orbital[34], así como la habilidad de separar un haz en sus componentes de MAO [35], o detectar selectivamente el MAO [36], son fundamentales para aplicaciones en comunicaciones. Diversas técnicas interferométricas [37] permiten medir el MAO incluso a nivel de un solo fotón [38]. Aunque existen estos y otros métodos sofisticados para medir el MAO como la medición del torque ejercido sobre partículas microscópicas [39], es posible encontrar la magnitud de la CT transportada por un haz luminoso, de una manera sencilla, a partir de su patrón de difracción a través de una única abertura [40], una doble abertura [41] o una abertura triangular [42-44].

Ahora, si los modos electromagnéticos poseen no sólo fase acimutal bien definida sino que adicionalmente poseen estados cilíndricos de polarización controlables, entonces se obtienen los haces cilíndricos vectoriales [45]. Las propiedades ópticas de los haces cilíndricos vectoriales son útiles en aplicaciones industriales, en donde los haces de gran energía, polarizados acimutalmente, tienen una mejor eficiencia para cortar metales si adicionalmente poseen polarización radial [45-46] , Además en “super-resolución” los haces con polarización acimutal son usados para estimular la emisión de fotones fluorescentes en un área circular alrededor de la discontinuidad oscura en su centro [47]. Motivados por estas aplicaciones varios métodos para generar haces cilíndricos vectoriales han sido propuestos [48-58]. Estos métodos pueden

modificar la cavidad láser o mediante elementos ópticos cambiar un haz incidente para transformarlo en un haz cilíndrico vectorial.

Animados con la física de los haces luminosos con momento angular orbital, el presente trabajo de investigación ha sido divido en tres capítulos. En el primer capítulo se estudia la generalidades del momento angular orbital de una onda electromagnética y se muestra experimentalmente la forma del vórtice óptico generado por la difracción en campo lejano de una onda electromagnética plana por un holograma en forma de tenedor binario, además se estima experimentalmente y compara teóricamente el valor del radio promedio del anillo interno de los vórtices ópticos con diferentes valores de carga topológica obtenidos en campo lejano. En el segundo capítulo se presentan resultados númericos y algunos resultados experimentales para la difracción de un vórtice óptico con carga topológica entera a través de una abertura triangular, rectangular y pentagonal en el régimen de Fraunhofer. Para los resultados de difracción del vórtice óptico por la abertura cuadrilátera se demuestra que sólo es posible discernir claramente la magnitud de la carga topológica contenida en el vórtice óptico para valores enteros de CT menores de tres, y que tal comportamiento puede ser entendido utilizando el gradiente de fase del haz a la altura del plano de difracción. Para la abertura pentagonal no equilátera se muestra que el número de picos obtenidos del perfil de intensidad transversal oblicuo, trazado en la posición intermedia en el patrón de difracción resultante en el regimen de Fraunhofer coincide con el valor de carga topológica del haz incidente y puede llegar a ser hasta dos veces el valor mayor medido posible utilizando la difracción por una abertura triangular equilátera en el mismo régimen. Adicionalmente, en el segundo capítulo se muestra experimentalmente la posibilidad de almacenar un vórtice óptico y superposiciones de estos, dentro de un cristal fotorrefractivo BGO sin campo eléctrico aplicado sobre él. Finalmente, en el tercer capítulo se demuestra experimentalmente que es posible generar haces cilíndricos vectoriales utilizando hologramas generados por computador y desplegados sobre un modulador espacial de luz direccionado ópticamente en una configuración de interferómetro de Sagnac.

MOMENTO ANGULAR ORBITAL DE UN HAZ DE LUZ

Introducción

La energía, momento lineal y momento angular transportados por una onda electromagnética pueden ser explicados utilizando las leyes de Maxwell [2]. Empero Poynting fue el primero en identificar las propiedades mecánicas del momento angular de una onda electromagnética en el visible y asociarlas con la polarización circular de los campos[3-4]. Este último trabajo fue base de posteriores trabajos como el de Allen et al, quién relacionó el momento angular orbital de luz con la estructura espacial del campo[6-7].

En este capítulo se muestra que una onda electromagnética transporta momento angular orbital y momento angular espín. A partir de una descripción clásica, es decir usando la óptica electromagnética se muestra que una onda EM con una dislocación en el frente de onda dada por el factor de fase acimutal $e^{im\theta}$, transporta momento angular orbital bien definido por el valor de la carga topológica m. Finalmente se muestra teórico-experimentalmente la generación de haces luminosos con momento angular orbital con valores enteros de carga topológica utilizando hologramas de amplitud sinusoidal en forma de tenedor.

Momento angular orbital de una onda electromagnética

Momento angular orbital en aproximación paraxial

Para una distribución de campo armónica en el tiempo u dentro de la aproximación paraxial, en la cual se desprecia $\partial^2 u/\partial z^2$ con respecto al término $k\partial u/\partial z$ [59], la ecuación de onda de Helmholtz se convierte en:

$$\left(\frac{\partial^2}{\partial x^2}+\frac{\partial^2}{\partial y^2}\right)u+2ik\frac{\partial u}{\partial z}=0, \tag{1}$$

donde k es el número de onda. De manera que el potencial vectorial $\vec{A}$ que obedece la aproximación paraxial, y que genera campos eléctricos y magnéticos consistentes con la solución de las ecuaciones de Maxwell para un haz propagándose en un medio isótropo [60] puede ser escrito con componentes en las direcciones x y y como:

$$\vec{A}=(\alpha\hat{x}+\beta\hat{y})u(x,y,z,t)e^{ikz}. \qquad \alpha,\beta\in\mathbb{C} \tag{2}$$

Utilizando el gauge Lorentz [61] y el operador recíproco $\partial/\partial t\rightarrow -i\omega$[62], entonces el potencial escalar ϕ es:

$$\phi=-\frac{ic}{k}(\nabla\cdot\vec{A}). \tag{3}$$

A partir de la ecuaciones (2) y (3) el campo de inducción magnética y eléctrico pueden ser escritos respectivamente como:

$$\vec{B}=\left[-\beta\left(\frac{\partial u}{\partial z}+iku\right)\hat{x}+\alpha\left(\frac{\partial u}{\partial z}+iku\right)\hat{y}+\left(\beta\frac{\partial u}{\partial x}-\alpha\frac{\partial u}{\partial y}\right)\hat{z}\right]e^{ikz} \tag{4a}$$

$$\vec{E}\approx\left[i\omega\alpha u\hat{x}+i\omega\beta u\hat{y}-c\left(\alpha\frac{\partial u}{\partial x}+\beta\frac{\partial u}{\partial y}\right)\hat{z}\right]e^{ikz}. \tag{4b}$$

En donde han sido despreciadas las variaciones transversales de segundo orden de la distribución de campo u por ser muy pequeñas, además de las derivadas mixtas entre la parte longitudinal y transversal, como consecuencia de la aproximación paraxial. De manera que el

vector de Poynting $\vec{S}$ promediado temporalmente estará dado por:

$$\vec{S} = \frac{c^2\epsilon_0}{2}\mathbb{R}e\left\langle \vec{E}\times\vec{B}\right\rangle = \frac{c^2\epsilon_0}{2}[(\vec{E}^*\times\vec{B}) + (\vec{E}\times\vec{B}^*)], \tag{5a}$$

$$\vec{S} = \frac{\epsilon_0 c^2}{2}\left[i\omega(u\nabla u^* - u^*\nabla u) + 2\omega k|u|^2\hat{z} + i\omega(\alpha\beta^* - \alpha^*\beta)\left(\nabla|u|^2\times\hat{z}\right)\right]. \tag{5b}$$

Ahora, si se supone una distribución de campo u en coordenadas cilíndricas con simetría acimutal escrita de la siguiente forma:

$$u(r,\theta,z) = u_0(r,z)e^{im\theta}, \tag{6}$$

donde m es un número real, entonces el vector de Poynting será

$$\vec{S} = \frac{\epsilon_0 c^2}{2}\left[i\omega(u\nabla u^* - u^*\nabla u) + 2\omega k|u|^2\hat{z} + \sigma\frac{\partial|u|^2}{\partial r}\hat{\theta}\right], \tag{7}$$

donde ha sido considerado que el término $i(\alpha\beta^* - \alpha^*\beta) = \sigma$ puede ser asociado con el grado de polarización de la onda[60], debido a que el potencial vectorial $\vec{A}$ forma una elipse en el plano xy, es decir $|\alpha|^2 + |\beta|^2 = 1$. A partir del resultado anterior la densidad de momento lineal puede escribirse como:

$$\vec{p}_{em} = \frac{\epsilon_0}{2}\left[i\omega(u\nabla u^* - u^*\nabla u) + 2\omega k|u|^2\hat{z} + \sigma\frac{\partial|u|^2}{\partial r}\hat{\theta}\right]. \tag{8}$$

Así que la densidad de momento angular en la dirección de propagación z es

$$(l_{em})_z = \omega m\epsilon_0|u|^2 - \frac{\epsilon_0}{2}\omega r\sigma\frac{\partial|u|^2}{\partial r}, \tag{9}$$

mientras que la densidad de energía es

$$u_{em} = c\left[\epsilon_0\omega k|u|^2 + i\frac{\epsilon_0\omega}{2}\left(u_0\frac{\partial u_0^*}{\partial z} - u_0^*\frac{\partial u_0}{\partial z}\right)\right], \tag{10a}$$

$$u_{em} = c\left[\frac{\omega\epsilon_0}{2}ku_0u_0^* + \frac{\omega\epsilon_0}{2}ku_0u_0^*\right] = c\epsilon_0 k\omega|u|^2. \tag{10b}$$

Integrando estas densidades de momento angular en dirección z y densidad de energía, se encuentra que el momento angular en la dirección de propagación y energía estarán dados respectivamente por,

$$L = 2\pi\omega m\epsilon_0\left(\int_0^\infty r|u|^2dr\right) - 2\pi\epsilon_0\omega\sigma\left(\int_0^\infty r|u|^2dr\right) \tag{11a}$$

$$U_{em} = c\int_0^\infty\int_0^{2\pi}\epsilon_0\omega k|u|^2rdrd\theta = 2\pi\epsilon_0\omega kc\left(\int_0^\infty r|u|^2dr\right). \tag{11b}$$

Por tanto la razón entre el momento angular en la dirección z y la energía será

$$\frac{L}{U_{em}} = \frac{2\pi\omega m\epsilon_0 \left(\int_0^\infty r|u|^2dr\right) - 2\pi\epsilon_0\omega\sigma \left(\int_0^\infty r|u|^2dr\right)}{2\pi c\epsilon_0\omega k \left(\int_0^\infty r|u|^2dr\right)} = \frac{\omega m\epsilon_0 - \sigma\omega\epsilon_0}{\epsilon_0\omega^2} = \frac{m}{\omega} + \frac{\sigma}{\omega}. \quad (12)$$

De manera que el primer término de la ecuación anterior está vinculado directamente con el momento angular orbital [6], mientras el segundo está relacionado con la parte de la polarización del haz y vinculado con el momento angular espín [31]. Esta última ecuación es importante, debido a que supone que haces, en la aproximación paraxial, con un término de fase acimutal $e^{im\phi}$ poseen un momento angular orbital en la dirección de propagación con valor de $m\hbar$[1] por fotón. Sin embargo esto no prueba ser una condición necesaria para la existencia de momento angular orbital, pero dentro de la aproximación paraxial parece ser una condición suficiente. Tales haces con una dislocación sobre el eje del haz dada por el factor de fase $e^{im\phi}$ son llamados vórtices ópticos[63-64]. Además, también dentro de la ecuación la contribución del espín nos indica que dentro del haz propagándose los fotones poseen un momento angular espín de $\sigma\hbar$ por fotón, siendo $\sigma = \pm 1$ para polarización circular izquierda y derecha respectivamente, $\sigma = 0$ para polarización lineal y $-1 < \sigma < 1$ para polarización elíptica exceptuando el valor de cero.

Momento angular orbital sin aproximación paraxial

Para haces ópticos no paraxiales, es decir, que no cumplen con la aproximación paraxial [59] es posible usar directamente los campos vectoriales $\vec{E}$ y $\vec{B}$, es decir sin tener en cuenta los potenciales vectorial($\vec{A}$) y escalar(ϕ) usados en la sección anterior. El campo de inducción magnética y eléctrico se pueden escribir como [65-66]:

$$\vec{B}_t = \frac{1}{2}\left(\vec{B}e^{-i\omega t} + \vec{B}^* e^{i\omega t}\right), \quad (13a)$$

$$\vec{E}_t = \frac{1}{2}\left(\vec{E}e^{-i\omega t} + \vec{E}^* e^{i\omega t}\right). \quad (13b)$$

[1]Producto de dividir el momento angular cuántico $m\hbar$ entre la energía cuántica $\hbar\omega$.

De manera que las densidades de momento lineal ($\vec{p}_{em}$) y momento angular ($\vec{l}_{em}$) son:

$$\vec{p}_{em} = \frac{\epsilon_0}{2i\omega}\vec{E}^* \times (\nabla \times \vec{E}), \tag{14a}$$

$$\vec{l}_{em} = \frac{\epsilon_0}{2i\omega}\vec{r} \times \left[\vec{E}^* \times (\nabla \times \vec{E})\right]. \tag{14b}$$

Mientras que los momentos lineal y angular total para los campos son:

$$\vec{P}_{em} = \frac{\epsilon_0}{2i\omega}\int \vec{E}^* \times (\nabla \times \vec{E})\, d^3r, \tag{15a}$$

$$\vec{L}_{em} = \frac{\epsilon_0}{2i\omega}\int \vec{r} \times \left[\vec{E}^* \times (\nabla \times \vec{E})\right]\, d^3r. \tag{15b}$$

Además, tendremos que la energía asociada a dichos campos puede ser escrita como:

$$U = \frac{1}{2}\int \left(\epsilon_0\vec{E}^2 + \frac{1}{\mu_0}\vec{B}^2\right) d^3r = \frac{\epsilon_0}{2}\int \vec{E}^* \cdot \vec{E}\, d^3r. \tag{16}$$

Ahora, un haz monocromático con las componentes x y y proporcionales a $e^{im\theta}$ tendrá un campo eléctrico dado por (ver apéndice)

$$\vec{E}(r,\theta,z) = \int_0^k E(\kappa)e^{im\theta}e^{i\sqrt{k^2-\kappa^2}z}\left\{(\alpha\hat{x} + \beta\hat{y})J_m(\kappa r) + \frac{\kappa}{2\sqrt{k^2-\kappa^2}}\right.$$
$$\left.\left[(i\alpha - \beta)e^{-i\theta}J_{m-1}(\kappa r) - (i\alpha + \beta)e^{i\theta}J_{m+1}(\kappa r)\right]\hat{z}\right\} d\kappa. \tag{17a}$$

Siendo $J_m(\kappa r)$ la función de orden m de Bessel de primera especie. No obstante para el campo eléctrico de la ecuación anterior la energía total, el momento lineal y el momento angular del haz divergen, sin embargo sus correspondientes valores por unidad de longitud son bien comportados[68-69]. de manera que utilizando la ecuación (16) tendremos que la energía por unidad de longitud es:

$$\mathcal{E} = \frac{\epsilon_0}{2}\int_0^{2\pi}\int_0^{\infty} \vec{E} \cdot \vec{E}^* r\, dr\, d\theta \tag{18a}$$

$$\mathcal{E} = \epsilon_0\pi \int_0^k |E(\kappa)|^2 \left(\frac{1}{\kappa} + \frac{\kappa}{4(k^2-\kappa^2)}(|i\alpha + \beta|^2 + |i\alpha - \beta|^2)\right) d\kappa, \tag{18b}$$

$$\mathcal{E} = \frac{\epsilon_0\pi}{2}\int_0^k |E(\kappa)|^2 \frac{2k^2 - \kappa^2}{\kappa(k^2-\kappa^2)} d\kappa. \tag{18c}$$

El requerimiento físico es que la cantidad anterior sea finita, lo cual se impone a través de la posible forma de $E(\kappa)$, es decir, $E(\kappa)$ debe tender a cero conforme $\kappa \to 0$. Mientras que la densidad de momento lineal por unidad de longitud y la densidad de momento angular por

unidad de longitud serán respectivamente

$$\mathcal{P}_z = \frac{\epsilon_0 \pi}{2\omega} \int_0^k |E(\kappa)|^2 \frac{2k^2 - \kappa^2}{\kappa\sqrt{k^2 - \kappa^2}} d\kappa. \tag{19a}$$

$$\mathcal{L}_z = [m + \sigma] \frac{\epsilon_0 \pi}{2\omega} \int_0^k |E(\kappa)|^2 \frac{2k^2 - \kappa^2}{\kappa\sqrt{k^2 - \kappa^2}} d\kappa + \sigma \frac{\epsilon_0 \pi}{2\omega} \int_0^k |E(\kappa)|^2 \frac{\kappa}{k^2 - \kappa^2} d\kappa. \tag{19b}$$

De manera que el cociente entre la densidad de momento angular por unidad de longitud y la densidad de energía por unidad de longitud es:

$$\frac{\mathcal{L}_z}{\mathcal{E}} = \frac{(m + \sigma)}{\omega} + \frac{\sigma}{\omega} \left[\frac{\int_0^k |E(\kappa)|^2 \frac{\kappa}{(k^2 - \kappa^2)} d\kappa}{\int_0^k |E(\kappa)|^2 \frac{2k^2 - \kappa^2}{\kappa(k^2 - \kappa^2)} d\kappa} \right]. \tag{20}$$

Es decir, que adicionalmente al término $(m+\sigma)/\omega$ resultado de considerar el modelo paraxial, aparece otro término el cual depende sólo de σ y no de m. De lo anterior se infiere que un haz linealmente polarizado con $\sigma = 0$, posee solamente momento angular orbital debido a la parte acimutal contenida en m; por lo tanto el término de corrección es cero y la relación paraxial entre $\mathcal{L}_z$ y $\mathcal{E}$ es retomada de nuevo al igual que en la ecuación (12). No obstante es importante tener en cuenta que dentro de la teoría clásica en el espacío directo de haces no paraxiales, el momento angular espín y orbital no tienen una separación tan clara[70-71] en:

$$\vec{J} = \vec{L} + \vec{S}, \tag{21}$$

donde $\vec{L}$ es el momento angular orbital total y $\vec{S}$ es el momento angular espín total; como si sucede para la teoría paraxial y la teoría clásica en el espacio recíproco[72]. Sin embargo dentro de la teoría cuántica esta separación es posible aunque la transversabilidad de los campos implique que ni las partes separadas $\vec{L}$ y $\vec{S}$ sean operadores[70].

Generación de haces con momento angular orbital entero mediante hologramas en forma de tenedor

Para generar haces con momento angular orbital entero se utilizan con mayor frecuencia las placas de espiral de fase[73-74], los conversores astigmaticos[75-76] y los hologramas en forma de tenedor[77-79]; Sin embargo es esta última difractiva la que presenta mayor eficiencia en la producción de modos LGH con $p = 0$ y m arbitrario y producción de otros modos fuera de la

aproximación paraxial[80]. No obstante el uso de hologramas en forma de tenedor generados a partir de un modulador espacial de luz, le confiere a este método la ventaja adicional de la versatilidad en la dinámica de manipulación y asignación de cambios in situ [81] a estos hologramas para obtener otros modos, que con las otras técnicas mencionadas no es posible tener.

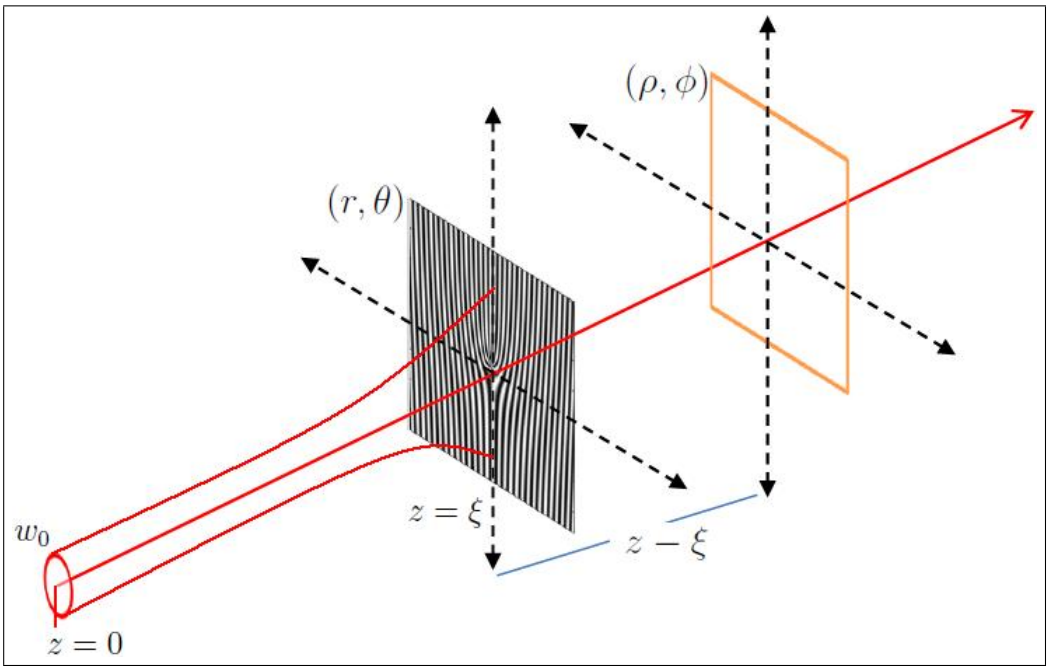

Figura 1: Difracción de haz gaussiano por un holograma en forma de tenedor. Fuente: autor.

Un haz con un momento angular orbital puede ser generado por la difracción de un haz Gaussiano de longitud de onda λ utilizando una red de difracción en forma de tenedor mostrada en la figura 1. Así un haz gaussiano incidente a una distancia $z = \xi$ de la cintura del haz (w_0) tiene una distribución de campo dado por [82]

$$U_i(r, \theta, \xi) = \frac{q(0)}{q(\xi)} e^{-ik\left[\xi + \frac{r^2}{2q(\xi)}\right]}, \tag{22}$$

donde $k = 2\pi/\lambda$ es la constante de propagación o número de onda, $q(\xi)$ el parámetro complejo que puede ser escrito como

$$\frac{1}{q(\xi)} = \frac{1}{R(\xi)} - \frac{2i}{kw^2(\xi)}, \tag{23}$$

siendo $R(\xi) = \xi\left[1 + (kw_0^2/2\xi)^2\right]$ el radio de curvatura del haz y $w(\xi) = w_0\left[1 + (2\xi/kw_0^2)^2\right]^{1/2}$ el radio del haz o amplitud transversal del haz. El haz gaussiano difracta a través del holograma

en forma de tenedor situado en el plano $\Delta(r,\theta)$, mientras en el plano $\Pi(\rho,\phi)$ a una distancia $(z-\xi)$ medida desde el plano de la red, se encuentra la pantalla de observación. Para un punto (ρ,ϕ,z) en el plano de observación el campo difractado usando la integral de Fresnel-Kirchoff[83] es:

$$U(\rho,\phi,z) = ik\frac{e^{-ik\left[(z-\xi)+\frac{\rho^2}{2(z-\xi)}\right]}}{2\pi(z-\xi)}\iint_{\Delta} T(r,\theta)U_i(r,\theta,\xi)e^{-i\frac{k}{2}\left[\frac{r^2}{(z-\xi)}-\frac{2r\rho\cos(\theta-\phi)}{(z-\xi)}\right]}rdrd\theta. \tag{24}$$

Para una red de amplitud en coordenadas cilíndricas con un período de una red rectilínea D y coeficientes de transmisión t_n, la función de transmitancia está dada por [82]

$$T(r,\theta) = t_0 + \sum_{n=1}^{\infty} t_n e^{-in\left(\frac{2\pi}{D}r\cos\theta - m\theta\right)} + \sum_{n=1}^{\infty} t_{-n} e^{in\left(\frac{2\pi}{D}r\cos\theta - m\theta\right)}, \tag{25}$$

el campo difractado puede ser escrito como:

$$\begin{aligned} U(\rho,\phi,z) =& \frac{ik}{2\pi(z-\xi)}\frac{q(0)}{q(\xi)}e^{-ik\left[z+\frac{\rho^2}{2(z-\xi)}\right]}\left\{t_0\int_0^{\infty}\int_0^{2\pi} e^{-i\frac{k}{2}\frac{q(z)}{(z-\xi)q(\xi)}r^2}e^{\frac{ikr\rho}{(z-\xi)}\cos(\theta-\phi)}rdrd\theta\right. \\ &+\sum_{n=1}^{\infty}t_n\int_0^{\infty}\int_0^{2\pi} e^{-i\frac{k}{2}\frac{q(z)}{(z-\xi)q(\xi)}r^2}e^{-\frac{ikr\rho}{(z-\xi)}\sin\phi\sin\theta}e^{\frac{ikr\cos\theta}{z-\xi}\left(\rho\cos\phi-\frac{n\lambda(z-\xi)}{D}\right)}e^{imn\theta}rdrd\theta \\ &\left.+\sum_{n=1}^{\infty}t_{-n}\int_0^{\infty}\int_0^{} e^{-i\frac{k}{2}\frac{q(z)}{(z-\xi)q(\xi)}r^2}e^{-\frac{ikr\rho}{(z-\xi)}\sin\phi\sin\theta}e^{\frac{ikr\cos\theta}{z-\xi}\left(\rho\cos\phi+\frac{n\lambda(z-\xi)}{D}\right)}e^{-imn\theta}rdrd\theta\right\}. \end{aligned} \tag{26a}$$

Desarrollando la anteriores integrales sobre la parte radial y acimutal [82,84], se encuentra que el campo difractado a través del holograma en forma de tenedor es

$$\begin{aligned} U_{\pm n}(\rho_{\pm n},\phi_{\pm n},z) =& t_{\pm n}\frac{q(0)}{q(z)}\left[\frac{ik\pi}{4Q(z)}\right]^{1/2}(\pm1)^{mn}\rho_{\pm n}i^{(mn-1)/2}e^{-ik\left[z+\frac{\rho^2}{2(z-\xi)}+\frac{\rho_{\pm n}^2}{2Q(z)}\right]}e^{imn\left(\frac{\pi}{2}\pm\phi_{\pm n}\right)} \\ &\left[J_{\frac{mn-1}{2}}\left(\frac{k}{2Q(z)}\rho_{\pm n}^2\right) - iJ_{\frac{mn+1}{2}}\left(\frac{k}{2Q(z)}\rho_{\pm n}^2\right)\right], \end{aligned} \tag{27a}$$

donde $Q(z)$ es el parámetro de curvatura dado por:

$$\frac{1}{Q(z)} \equiv \frac{1}{R'(z)} - \frac{2i}{kw'^2(z)}, \tag{28}$$

mientras $R'(z)$ y $w'(z)$ son el radio de curvatura y la anchura transversal, respectivamente

$$\frac{1}{R'(z)} = \frac{1}{2}\left[\frac{1}{R(z)} - \frac{1}{z-\xi}\right]; \qquad w'(z) = \sqrt{2}w(z). \tag{29}$$

Esta última expresión es similar al caso de la difracción de una onda plana y un haz gaussiano a través de una placa de espiral de fase con una singularidad entera de orden m[85], sin

embargo en la referencia [85] sólo se obtiene el orden m propagándose a lo largo del eje óptico, mientras para el holograma en forma de tenedor aparecen n-ésimos órdenes de difracción cada uno con un momento angular bien definido por m y n. Si se toma la aproximación de campo lejano, es decir, $(z-\xi)\to\infty$ entonces el parámetro de curvatura se transforma en [84]:

$$\frac{1}{Q(z)}=\frac{1}{2}\left[\frac{1}{R(z)}-\frac{1}{z-\xi}\right]-\frac{2i}{kw'^2(z)}\approx\frac{i}{kw^2(z)}. \tag{30}$$

Por lo tanto el campo difractado en el régimen de Fraunhofer puede ser escrito como:

$$\begin{aligned}U_{\pm n}(\rho_{\pm n},\phi_{\pm n},z)=&\frac{t_{\pm n}}{2}\frac{q(0)}{q(z)}\frac{\sqrt{2}}{w(z)}(\pm1)^{mn}\rho_{\pm n}e^{ikz}e^{-\frac{\rho_{\pm n}^2}{2w^2(z)}}e^{imn\left(\frac{\pi}{2}\pm\phi_{\pm n}\right)}\\&\left[I_{(mn-1)/2}\left(\frac{\rho_{\pm n}^2}{2w^2(z)}\right)-I_{(mn+1)/2}\left(\frac{\rho_{\pm n}^2}{2w^2(z)}\right)\right],\end{aligned} \tag{31a}$$

donde $I(\cdot)$ son las funciones de Bessel modificadas de primera especie [86]. Finalmente si se trabaja en el régimen paraxial, tendremos que $\rho_{\pm m}^2/(2w^2(z))\to 0$ [82], por lo cual la intensidad será:

$$\mathbf{I}(\rho_{\pm n},\phi_{\pm n},z)\approx\frac{|t_{\pm n}|^2}{4}\Gamma^{-2}\left(\frac{mn+1}{2}\right)\left[\frac{1}{4w^2(z)}\right]^{mn}\rho_{\pm n}^{2mn}\left[1-\frac{\rho_{\pm n}^2}{2(mn+1)w^2}\right]^2, \tag{32}$$

donde el radio del haz con momento angular formado en el n-ésimo orden estará dado por [82]

$$(\rho_{\pm m})_n=w'(z)\sqrt{\frac{nm(nm+1)}{nm+2}}. \tag{33}$$

Montaje experimental para haces con MAO

La figura 2 muestra el montaje experimental utilizado para analizar la distribución de intensidad de los vórtices ópticos con carga topológica entera m, los cuales han sido generados utilizando hologramas en forma de tenedor. Un láser diodo (Holoeye, 533[nm], Pmax=1[mW]) que posee una lente colimadora ajustable, es usado como fuente de luz monocromática. Para desplegar los hologramas numéricos de amplitud sinusoidal en forma de tenedor, es utilizado un modulador espacial de luz por transmisión (MELT) que consta de una matriz de cristal líquido (CRLOpto, 1024(H) x768(V) pixeles [87]), el cual ha sido insertado en medio de dos polarizadores. El Polarizador y el analizador han sido orientados a valores angulares previamente encontrados experimentalmente de 84 y 224 grados, respectivamente, con el propósito

de optimizar el funcionamiento de la matriz en el modo acoplado en intensidad [88-89]. Finalmente, en la adquisición es utilizada una cámara CCD (Edmund Optics, EO-1312c, tamaño de pixel: 4.65 [μm] x 4.65 [μm]) para obtener y almacenar las imágenes del primer orden de difracción $n = 1$ de los haces con momento angular orbital.

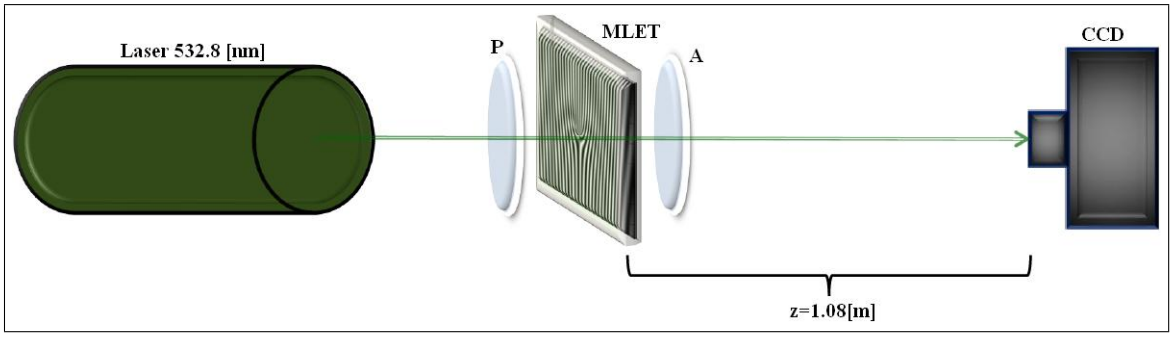

Figura 2: Montaje experimental para la generación de vórtices ópticos con carga topológica entera utilizando hologramas de amplitud sinusoidal en forma de tenedores. L, Láser; Polarizador, P; modulador espacial de luz por transmisión (MELT), Analizador, A y cámara CCD. Difracción de un haz gaussiano por un holograma en forma de tenedor. Fuente: autor.

Las figura 3 muestra los perfiles de intensidad obtenidos en el régimen de Fraunhofer para vórtices ópticos con carga topológica entera $m = 2, 4, 6, 8, 10$ y $m = 12$. En estas distribuciones de intensidad se aprecia la correspondencia con lo predicho teóricamente referente a la formación de un anillo central principal rodeado de algunos anillos concéntricos secundarios, cuya intensidad disminuye a medida que aumenta la distancia de estos y la dislocación de fase propia de un haz con momento angular orbital [6]. Para los anteriores haces, la rotación de su distribución de fase está en contra de las manecillas del reloj cuando el haz luminoso se propaga hacia afuera de la superficie del papel.

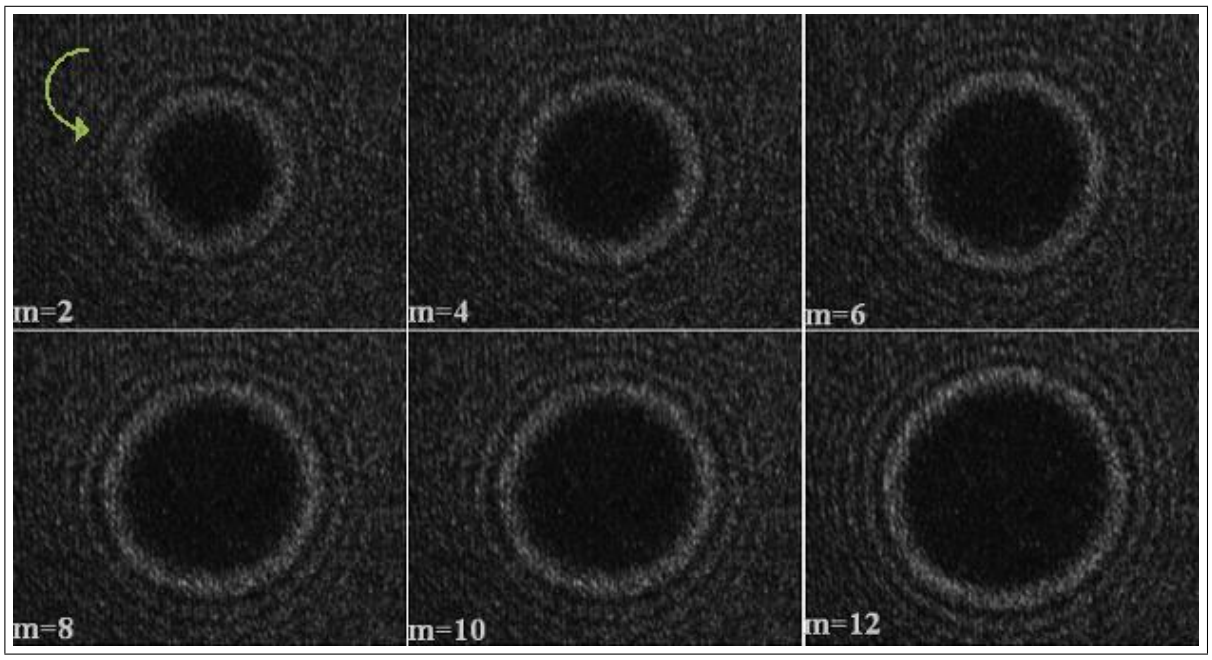

Figura 3: Perfiles experimentales de campo lejano para haces con MAO entero $m = 2, 4, 6, 8, 10$ y $m = 12$, respectivamente. La flecha en la parte superior izquierda señala la dirección de rotación del campo eléctrico. Fuente: autor.

Finalmente para los vórtices ópticos con MAO entero obtenidos experimentalmente es posible estimar el radio promedio experimental del anillo central utilizando una circunferencia inscrita numéricamente y ajustada al valor promedio del radio del anillo central. De esta manera, el radio experimental del anillo puede ser estimado por la multiplicación del radio en pixeles del anillo de la imagen por el tamaño real del pixel de la cámara CCD. Aplicando este procedimiento a cada imagen de los haces con MAO entero son obtenidos los puntos color rojo en la gráfica 4(a), los puntos color azul en la figura 4 (a) corresponden a los radios teóricos obtenidos utilizando la ecuación (33). La gráfica 4 (b) muestra que la razón entre los radios teóricos y los radios experimentales es muy cercana a la unidad, con un error que no supera el 19 %. La exactitud entre los valores experimentales y teóricos puede ser mejorada sustancialmente si la aproximación de campo lejano es ajustada; se ha supuesto para los valores experimentales que la abertura difractante es solo el pixel cuyo tamaño es de algunas micras, y no toma en cuenta, por ejemplo, la abertura de la matriz cuyo tamaño es de algunos milímetros. Y como consecuencia, posee un régimen de campo lejano que supera la distancia de observación inicialmente calculada.

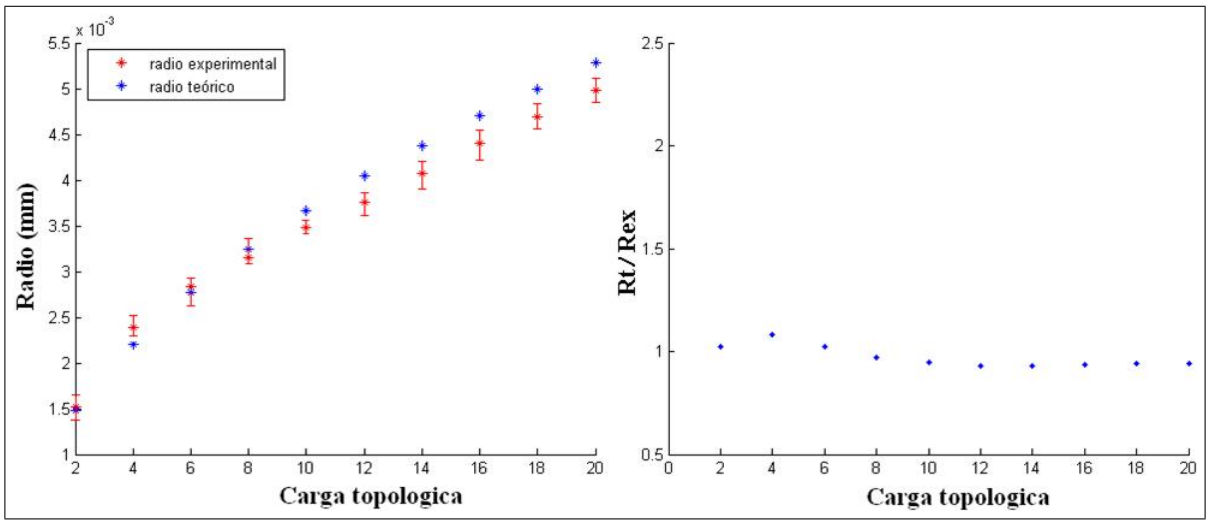

Figura 4: (a) Radios experimentalales de los vórtices ópticos (rojo) obtenidos a la distancia $z =$ 1,08[m] del MELT y radios teóricos (azul). (b) Razón entre los radios experimentales y teóricos como función de la carga topológica. Fuente: autor.

DETECCIÓN Y ALMACENAMIENTO DE HACES CON MAO

Introducción

En el capítulo anterior se mostró que las ondas electromagnéticas poseen dos grados rotacionales de libertad: Momento angular orbital y momento angular spín. Para el momento angular orbital se demostró que éste está asociado con la estructura espacial del campo electromagnético de la onda propagándose, especialmente haces con un frente de onda helicoidal, es decir con un factor de fase compleja $e^{im\theta}$ poseen un MAO bien definido en la dirección de propagación, dado por $m\hbar$. Adicionalmente se probó que es posible generar experimentalmente vórtices ópticos de la forma descrita por la ecuación 31(a) usando hologramas en forma de tenedor generados por computador.

Ahora, para la detección del momento angular orbital presente en un haz luminoso desconocido se usan por ejemplo el principio de superposicin [90], ademas de métodos basados en el interferómetro Mach-Zehnder [91] y el interferómetro con una placa de pequeños agujeros [92]. No obstante, la teoría de difracción ha sido empleada para medir la carga topológica de un haz con MAO bien definido a través de su patrón de difracción por una única rendija [40], una doble rendija [41], una rendija anular [93], una doble rendija angular [94] y una abertura

triangular [42-44].

Por otra parte, los materiales fotorefractivos pueden ser usados como un medio de registro holográfico. Su reversibilidad permite registrar y borrar imágenes holográficas infinitamente. La característica anteriormente mencionada posibilita la utilización de un único cristal para el estudio de su dinámica, sin que el cristal presente fatiga. No obstante, la característica que hace apropiado un cristal fotorefractivo para la holografía es el registro de fase en todo el volumen del material, el cual acontece a través de la modulación local del índice de refracción por ejemplo cuando hay un campo eléctrico aplicado a través del cristal [96-98].

En este capítulo se presentan simulaciones numéricas y algunos resultados experimentales de la difracción a través de una abertura triangular, rectangular y pentagonal de un vórtice óptico descrito por la ecuación 31(a) con CT entera m, en el régimen de Fraunhofer. Además, se reporta el grabado de haces con diferentes valores de carga topológica entera m dentro de un holograma de transmisión volumétrico en un cristal fotorefractivo BGO sin campo eléctrico aplicado, colocado dentro de un arreglo interferómetrico holográfico Mach-Zehnder.

Difracción por una abertura triangular

Consideramos un vórtice óptico descrito por la ecuación 31(a), con carga topológica m en el primer orden de difracción $n = 1$ como haz incidente, la amplitud de campo del haz antes y en el plano de una abertura triangular equilátera (es decir en $z = z_0$) puede ser escrito en coordenadas cartesianas como:

$$U(x_0, y_0, z_0) = C_0 e^{-\frac{x_0^2+y_0^2}{2w^2(z_0)}} e^{im\theta} \sqrt{x_0^2 + y_0^2} \left[I_{\frac{m-1}{2}} \left(\frac{x_0^2 + y_0^2}{2w^2(z_0)} \right) - I_{\frac{m+1}{2}} \left(\frac{x_0^2 + y_0^2}{2w^2(z_0)} \right) \right], \quad (34)$$

donde

$$C_0 = \frac{\sqrt{\pi}}{w_0} e^{j\frac{z_0}{z_r}} e^{j\frac{3\pi}{2}m} e^{jkz_0}, \quad (35)$$

es una constante compleja, además $w(z_0)$ es el radio del haz a la altura de la abertura y $z_r = kw_0^2/\lambda$ es la distancia de Rayleigh. Sustituyendo la anterior ecuación y la función de transmitancia $\tau(x_0, y_0)$ de la abertura triangular equilátera en la integral de transformación de Fourier para simular la morfología del patrón de intensidad en campo lejano [99] tendremos que la amplitud de campo difractado es:

$$U(x, y, z) = -j \frac{e^{ik\left((z-z_0)+\frac{x^2+y^2}{2(z-z_0)}\right)}}{\lambda(z - z_0)} \int U(x_0, y_0, z_0)\tau(x_0, y_0) e^{\frac{ik}{z}(xx_0+yy_0)} dx_0 dy_0. \quad (36)$$

La anterior integral puede ser resuelta numéricamente asumiendo que la función de transmitancia de la abertura triangular equilátera es igual a la unidad para los puntos interiores y cero para los puntos exteriores a ella. La orientación de la abertura triangular utilizada en los cálculos numéricos es mostrada en la parte inferior izquierda de la figura 5. En está misma figura se muestran los patrones de difracción de los vórtices ópticos descritos por la ecuación 34 con valores de carga topológica entera positiva $m = 1, 2, 3, 4$ y $m = 5$, obtenidos al difractar, por simulación numérica, sobre la abertura triangular equilátera con los parámetros $\lambda = 632{,}8$ [nm] y $w_0 = 0{,}57$ [mm].

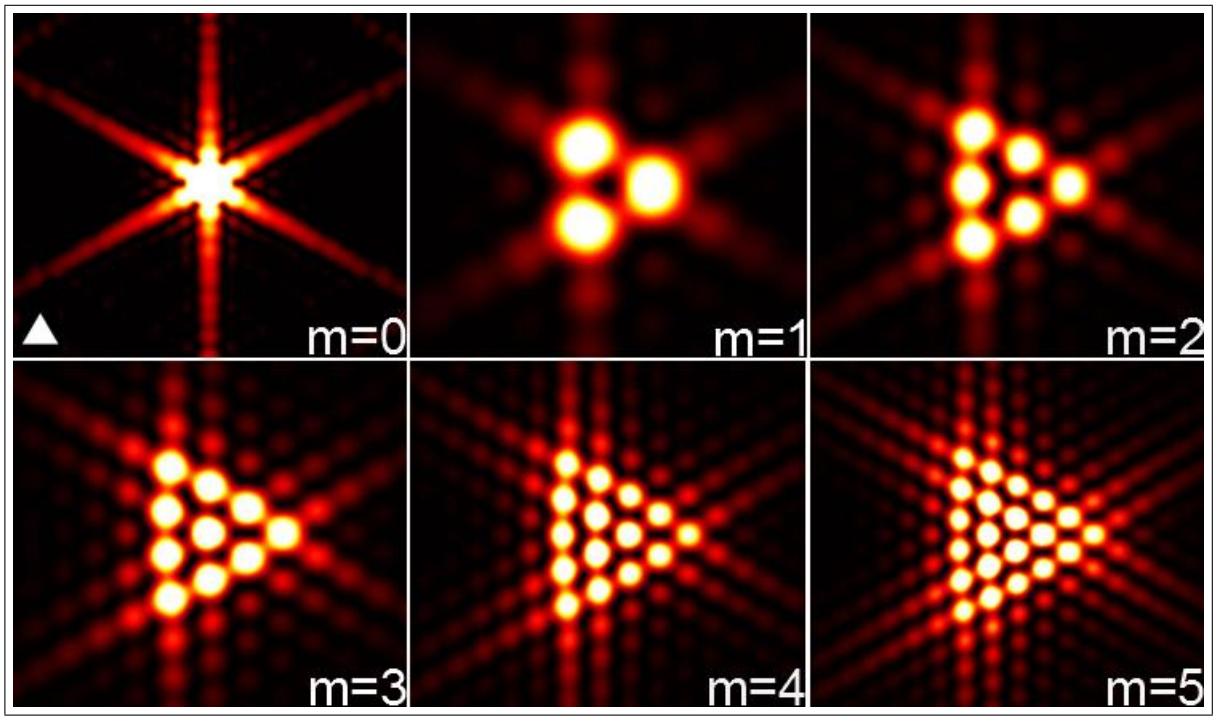

Figura 5: . Resultados numéricos de la intensidad en el régimen de Fraunhofer de un vórtice óptico descrito por la ecuación 34 con carga topológica entera positiva desde $m = 0$ hasta $m = 5$ difractado a través de una abertura triangular equilátera, insertada en la parte inferior izquierda de la primera imagen. Fuente: autor.

Así en la figura 5 se aprecia que el aumento en el valor de la CT implica un incremento del número de regiones o manchas brillantes en la red triangular resultante. El número de manchas brillantes a lo largo de un lado de la red triangular resultante menos uno representa la CT del haz difractado por la abertura triangular. También puede notarse como el número total de manchas brillantes en el triángulo resultante puede ser escrito en función de la CT como $(|m| + 1)(|m| + 2)/2$ [44]. Si los valores de CT del vórtice óptico son cambiados a enteros negativos: $m = -1, -2, -3, -4$ y $m = -5$, entonces el patrón de intensidad del campo difractado en la abertura triangular equilátera tiene la misma forma que el patrón de intensidad obtenido para los enteros positivos pero con una rotación de 180 grados originada por el desfase de Gouy [99].

No obstante si se toma como criterio el número de manchas brillantes a lo largo de cada lado de la red triangular menos uno, como magnitud de la carga topológica del vórtice óptico

incidente, tendremos que para los valores entre $m = 10$ y $m = 20$, la magnitud de la CT no coincide con el número de manchas brillantes menos uno. La anterior situación se ilustra en la gráfica 7 donde se muestra que el número de picos de los perfiles transversales de intensidad menos uno no coincide con el valor de CT a lo largo de la línea adyacente etiquetada con la letra L que compone cada cada red triangular para cada valor de carga topológica m de la figura 6, similar a la mostrada en la figura 6 para carga topológica $m = 1$. Una solución analítica de la diffración de un haz con MAO bien definido pero con distribución de campo mucho sencilla puede ser encontrada en la ref. [109].

Difracción por una abertura rectangular

Para una rendija en forma de rectángulo la función de transmitancia $\tau(x_0, y_0)$ de la ecuación (34) puede ser tomada nuevamente igual a la unidad dentro del área delimitada por ella y cero fuera de ella. La parte izquierda de la figura 8 presenta los patrones de difracción por una abertura en forma de rectángulo orientada con sus lados de mayor longitud en la dirección horizontal para los vórtices ópticos descritos por la ecuación 34 con CT entera positiva $m = 0, 1, 2, \cdots, 7$ y $m = 8$. Se aprecia que el aumento en el valor de la CT implica un incremento del número de zonas oscuras internas en el patrón de intensidad resultante. El número de zonas oscuras en la parte central del patrón de difracción crece con la CT y puede ser indicativo de su valor para una CT entera pequeña, $(0 \leq m \leq 3)$, si se aplica un criterio de intensidad mínima que permita filtrar lóbulos laterales secundarios. Sin embargo a medida que la CT aumenta la intensidad de los lóbulos laterales secundarios, impidiendo discernir el valor de CT a simple vista. La situación mencionada anteriormente se evidencia mejor en la parte derecha de la figura 8. En está figura se presentan los perfiles de intensidad de los patrones de difracción a lo largo del eje de simetría horizontal de la abertura. Usando como criterio de filtraje de lóbulos secundarios el conservar sólo aquellos de una intensidad mayor al 70 % de la intensidad máxima, podría asociarse el número de mínimos a la CT hasta m=5.

La anterior situación puede explicarse si se tiene en cuenta que para campos ópticos como

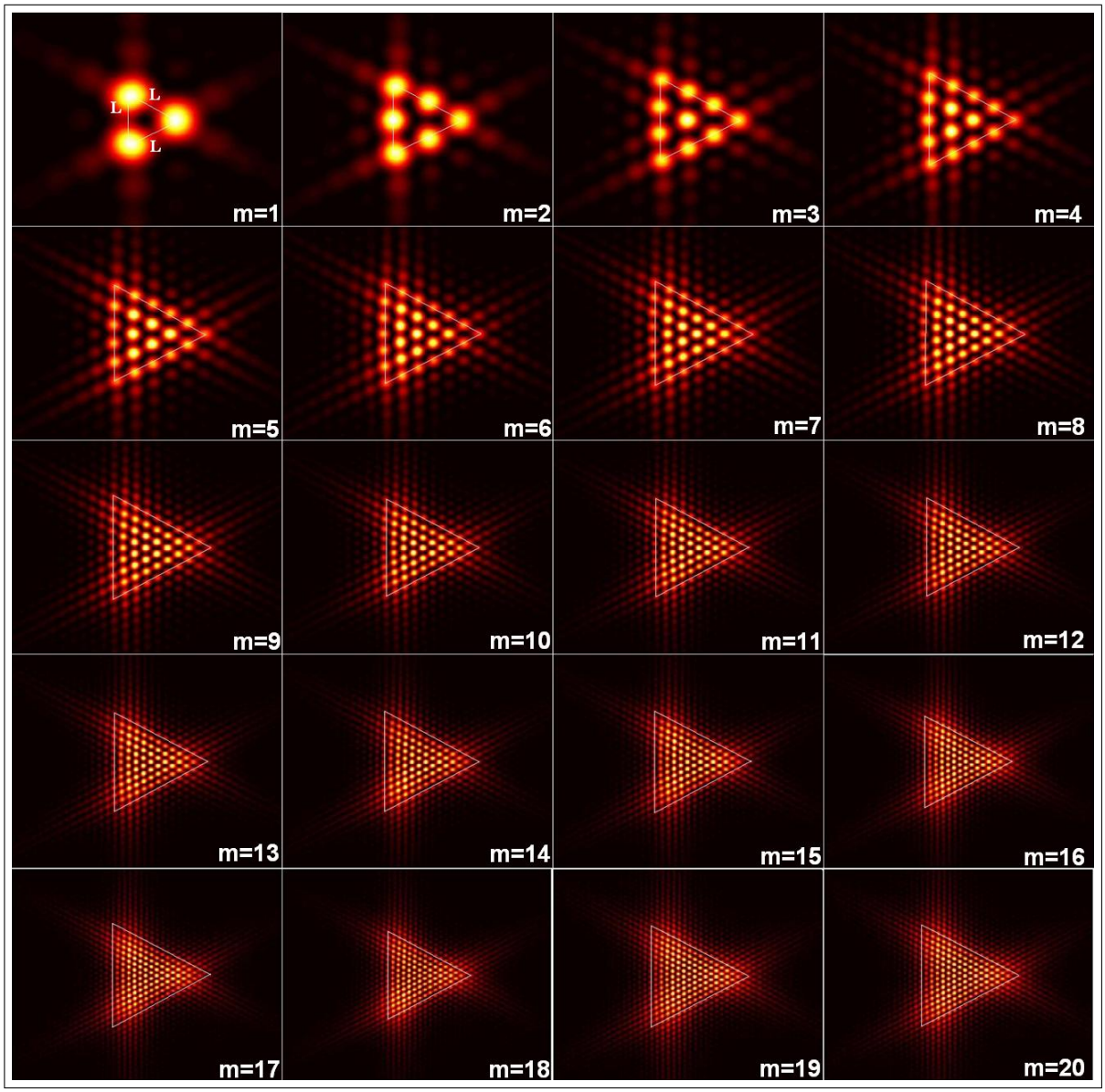

Figura 6: Resultados numéricos de la intensidad en el régimen de Fraunhofer de un vórtice óptico descrito por la ecuación 34 con carga topológica entera positiva desde $m = 0$ hasta $m = 20$ difractado por una abertura triangular equilátera. Fuente: autor.

el descrito por la ecuación 34, la corriente óptica en el plano de la abertura rectangular está dada por la expresión [100,101]:

$$\vec{J} = I_{imag}\left(F^* F'\right)\hat{r} + \frac{m|F|^2}{\rho}\hat{\phi}, \tag{37}$$

con

$$F(\rho) = C_0 e^{-\frac{\rho^2}{2w^2(z_0)}}\rho\left[I_{\frac{m-1}{2}}\left(\frac{\rho^2}{2w^2(z_0)}\right) - I_{\frac{m+1}{2}}\left(\frac{\rho^2}{2w^2(z_0)}\right)\right], \tag{38}$$

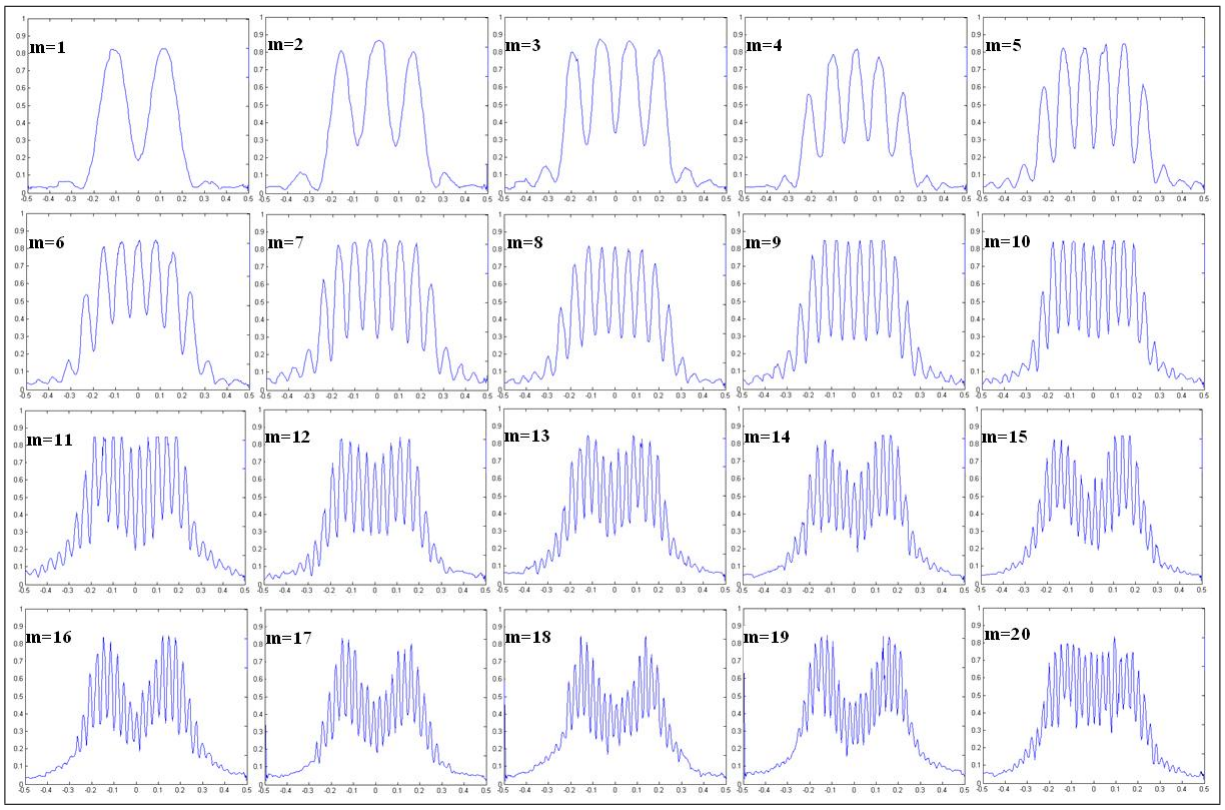

Figura 7: Cortes transversales de los patrones de difracción en campo lejano para un vórtice óptico descrito por la ecuación 34 con carga topológica entera positiva desde m=1 hasta m=20 por una abertura triangular equilátera obtenidos a partir de la línea adyacente L que encierra la red triangular de cada uno los resultados de la Figura 6. Fuente: autor.

una función compleja dependiente de la variable radial ρ y F' es la derivada de F respecto a ρ. De manera que utilizando la ecuación (38) puede mostrarse que la parte imaginaria del producto F^*F' es

$$\begin{aligned} F^*F' =& \sqrt{2}|C_0|^2 e^{-2h} w \left[(1-2h)\left(I_{m_1}(h)+I_{m_2}(h)\right)+2m_2 I_{m_2}(h)\right. \\ & \left. -2m_1 I_{m_1}(h)+2h\left(I_{m_1-1}(h)-I_{m_2-1}(h)\right)\right]\left[I_{m_1}(h)-I_{m_2}(h)\right], \end{aligned} \tag{39a}$$

y que conduce a que la componente radial de la corriente óptica tiene valor nulo (por simplicidad se ha hecho a $m_1 = (m-1)/2$, $m_2 = (m+1)/2$ y $h = \rho^2/2w^2$), es decir, $J_r = 0$. Por lo tanto la corriente óptica total para este tipo de campo sólo tiene componente acimutal y se expresa como,

$$\vec{J} = |C_0|^2 e^{-\frac{\rho^2}{2w^2(z_0)}} m\rho \left[I_{\frac{m-1}{2}}\left(\frac{\rho^2}{2w^2(z_0)}\right) - I_{\frac{m+1}{2}}\left(\frac{\rho^2}{2w^2(z_0)}\right)\right]^2 \hat{\phi}. \tag{40}$$

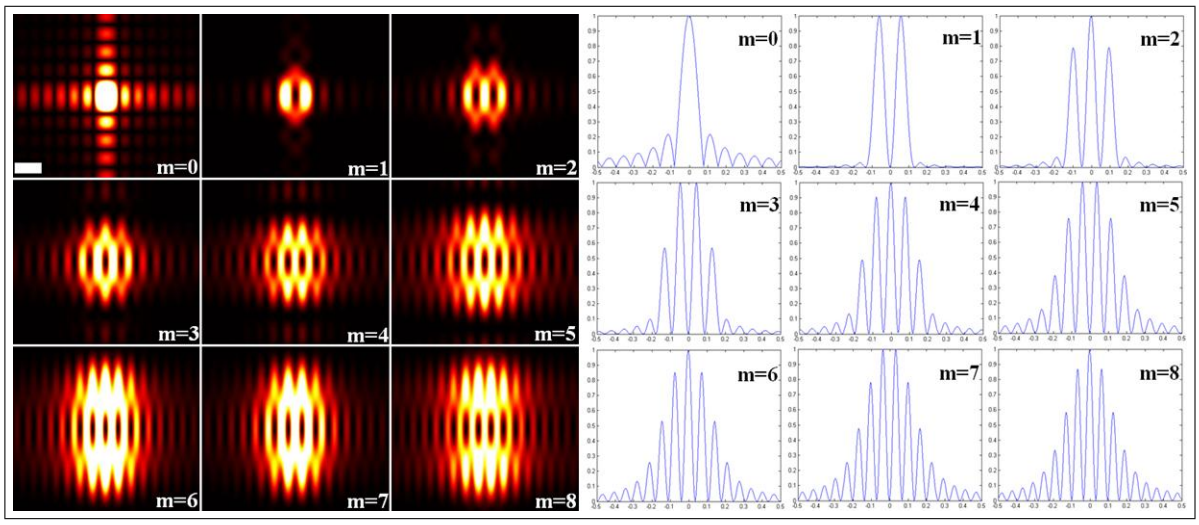

Figura 8: (Izquierda) Resultados numéricos para la difracción en el régimen de Fraunhofer de un vórtice óptico descrito por la ecuación 34 con carga topológica entera positiva desde $m = 0$ hasta $m = 8$ por una abertura en forma de rectángulo insertada en la parte superior izquierda, con mayor longitud en los lados opuestos superior e inferior. (derecha) Perfiles de intensidad a lo largo del eje de simetría horizontal del rectángulo para los patrones de difracción en campo lejano de la parte izquierda. Fuente: autor.

Dado que en general la corriente óptica puede escribirse como $\vec{J} = I\nabla\chi$, donde I es la intensidad del campo. Entonces al comparar está última expresión con la ecuación (40) se puede deducir que el gradiente de fase $\nabla\chi$, depende de la variable radial ρ, aunque $\nabla\chi$ se encuentre en la dirección acimutal. La parte superior de la figura 9 muestra la gráfica del módulo del gradiente de fase $\nabla\chi$ en función de la posición radial ρ. En esta gráfica puede apreciarse como el incremento de la carga topológica entera m provoca la disminución y corrimiento del pico del gradiente de fase en función de la distancia radial a la altura del plano de la abertura rectangular, siendo el gradiente de fase mayor para valores enteros de cargas topológicas pequeñas que para grandes, y nulo para una onda con $m = 0$ (onda sin singularidad óptica). De manera que para los haces descritos por la ecuación 34 el comportamiento del gradiente de fase provocará un mejor discernimiento en el número de zonas oscuras presentes en el patrón de difracción resultante para valores de CT pequeños que para valores de CT grandes [102].

Esta última conclusión puede ser entendida mejor utilizando la parte inferior de la figura 9. En esta parte de la figura se muestra como el centro de cada abertura en forma de rectángulo

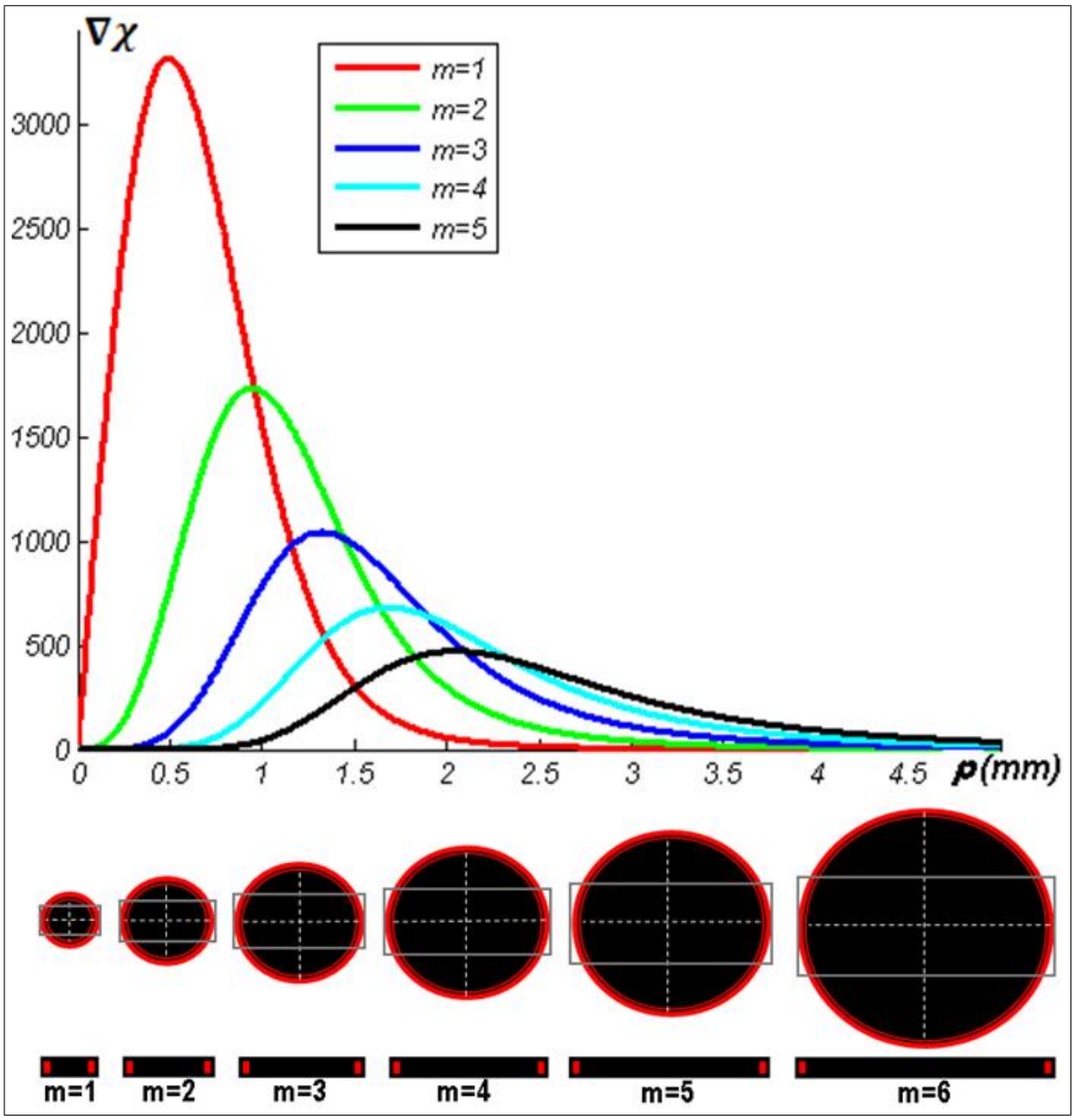

Figura 9: (Superior) Magnitud del gradiente de fase vs distancia radial para vórtices descritos por la ecuación 34 desde $m = 0$ hasta $m = 5$ en el plano de la abertura rectangular. (medio) Esquema de la forma de los vórtices ópticos con CT desde $m = 1$ hasta $m = 5$, justo antes de incidir sobre la abertura en forma de rectángulo. (inferior) Esquema de la forma equivalente de los vórtices ópticos con CT desde $m = 1$ hasta $m = 5$ sobre la abertura difractante. Fuente: autor.

utilizada en simulación coincide con la singularidad óptica del vórtice óptico incidente para cada valor de carga topológica. Mientras en la parte inferior de la misma figura se ilustra la forma equivalente del vórtice óptico inmediatamente después de la abertura, esto es, similar

a dos frentes de onda con diferente valor de número de onda k debido al comportamiento singular del vórtice de la ecuación 34 [30]. De la parte media de la figura 9 puede advertirse que para los haces con MAO descritos por la expresión 34 a medida que aumenta la carga topológica m la distancia radial entre el centro de la singularidad óptica y los frentes que difractan por la abertura es mayor, de manera que el gradiente de fase será significativamente menor. Por lo tanto, un vórtice descrito por la ecuación 34 con carga topológica $m = 1$ tendrá un mayor gradiente de fase que los demás haces con mayor valor absoluto de carga topológica entera, debido a la proximidad radial entre los frentes de onda que difractan sobre la abertura y la singularidad del mismo frente de onda. Este comportamiento del gradiente de fase origina que el número de zonas oscuras dentro del patrón de difracción resultante sea mejor de discernir para valores pequeños de carga topológica entera que para valores de carga topológica entera grandes, en donde el gradiente de fase tiende a ser el de un haz sin singularidad óptica ($m = 0$, ver detalle en la parte superior de figura 9).

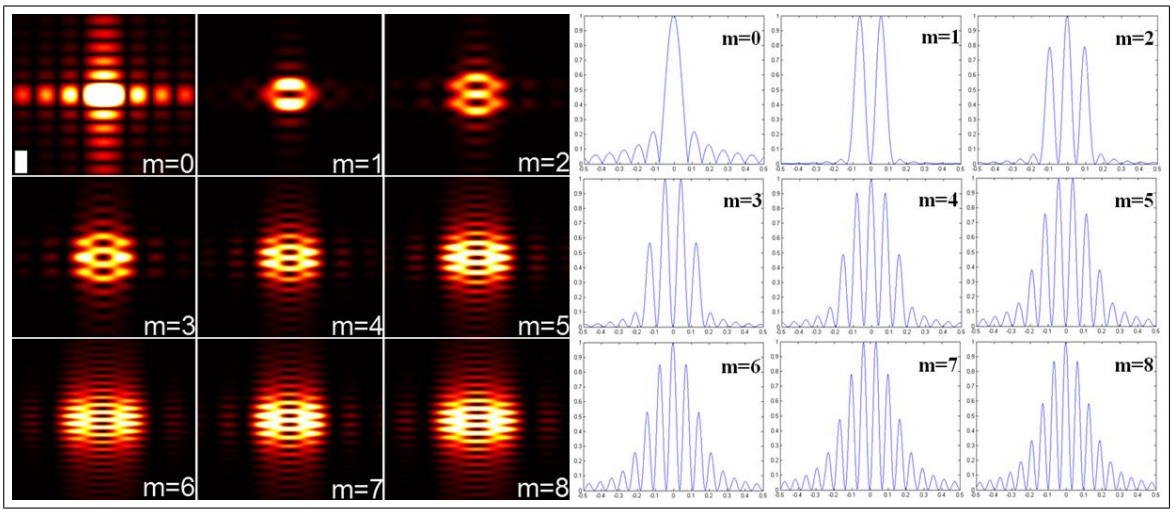

Figura 10: (Izquierda) Resultados numéricos en el régimen de Fraunhofer de un vórtice descrito por la ecuación 34 con carga topológica entera positiva desde $m = 0$ hasta $m = 8$ por una abertura en forma de rectángulo insertada en la primera imagen, parte inferior izquierda, con mayor longitud en los lados opuestos derecho e izquierdo. (Derecha) Perfiles de intensidad a lo largo del eje de simetría vertical del rectángulo para los patrones de difracción en campo lejano de la parte izquierda. Fuente: autor.

Si los valores de CT del vórtice son los enteros negativos: $m = -1, -2, -3, -4, -5, -6, -7$ y $m = -8$, entonces los patrones de difracción por una abertura en forma de rectángulo son

idénticos que para los valores CT entera positiva, de manera que los patrones de difracción de un vórtice óptico a través de una abertura rectangular no permiten discernir el signo de la CT. Además un giro de 90 grados de la rendija rectangular provocará que las distribuciones de intensidad resultante tendrán una rotación de 90 grados propia de la transformación de Fourier como puede observarse en la parte izquierda de la figura 10.

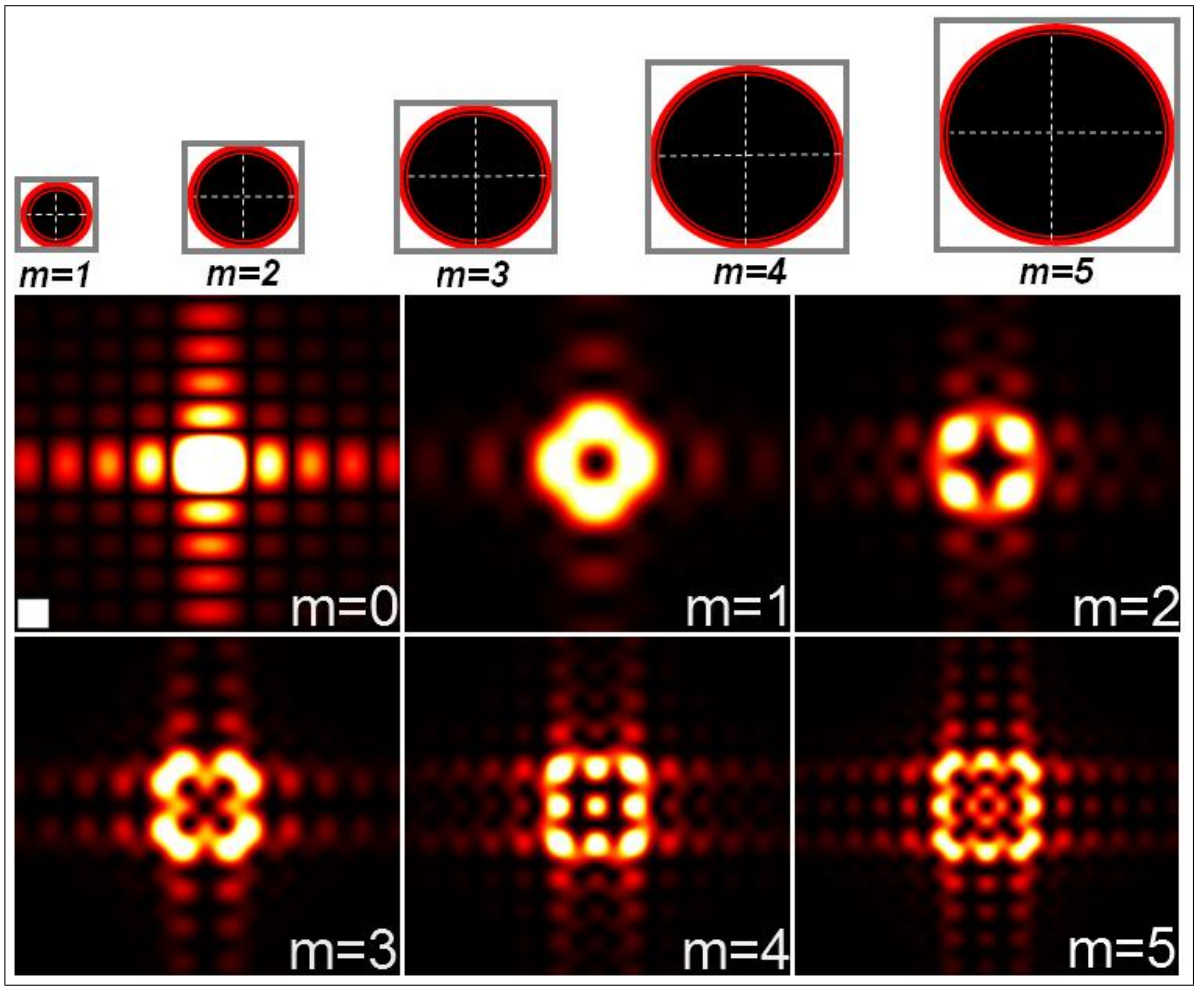

Figura 11: Esquema de la forma de los vórtices ópticos de la ecuación 34 con CT desde $m = 1$ hasta $m = 5$, justo antes de incidir sobre la abertura cuadrada (Parte superior). Resultados numéricos para la difracción en campo lejano de los vórtices con carga topológica entera positiva desde $m = 0$ hasta $m = 5$ por una abertura cuadrada insertada en la parte inferior izquierda de la primera imagen de la difracción. Fuente: autor.

Finalmente, evaluando numéricamente la expresión (36) para una abertura cuadrada, se obtienen los patrones de difracción mostrados en la parte inferior de la figura 11. De esta figura

11 puede verse la aparición de un red cuadrada truncada en el patrón de intensidad sólo para los valores de CT par: $m = 2$ y $m = 4$. Mientras que para los valores impares $m = 1, 3$ y 5, el patrón de intensidad no define una red cuadrada truncada. Adicionalmente, puede verse que el valor de CT del vórtice óptico incidente, sólo es posible discernirlo del modelo de intensidad para los valores pares $m = 2$ y $m = 4$ a través del producto entre el número de manchas brillantes a lo largo de un lado de la red cuadrada resultante por dos y luego restarle dos [103].

Difracción por una abertura pentagonal

Para una abertura pentagonal no equilátera como la mostada en la parte superior izquierda de la figura 12, se obtienen los patrones de intensidad de campo lejano para los vórtices con valores de CT entera positiva desde $m = 1$ hasta $m = 20$, mostrados en esta misma figura. En estos patrones de intensidad puede apreciarse que el incremento en el valor de CT, desde $m = 1$ hasta $m = 20$, provoca un aumento en el número de mínimos dentro de los patrones de difracción resultantes y por tanto un número mayor de lóbulos secundarios. Para la figura 12 se ha utilizado como criterio de filtro de lóbulos secundarios el conservar solamente aquellos con una intensidad mayor al 70 % de la intensidad máxima. Si adicionalmente en la figura 12 son trazados cortes oblicuos a los patrones de difracción para cada valor de CT como se encuentran esquematizados en la figura 13, entonces son obtenidos los perfiles de intensidad mostrados en la figura 14. En la figura 14 puede apreciarse como el número de picos para cada corte transversal oblicuo coincide con el valor de carga topológica presente en el vórtice difractado por la abertura pentagonal no equilátera. De acuerdo a esto es posible afirmar que la difracción de un vórtice a través de una abertura pentagonal no equilátera podría utilizarse como instrumento para determinar la magnitud de la CT presente en un vórtice óptico descrito por la ecuación 34 para los valores de carga topológica desde $m = 10$ hasta $m = 20$, es decir 2 veces el número total que se lograría utilizando la abertura triangular.

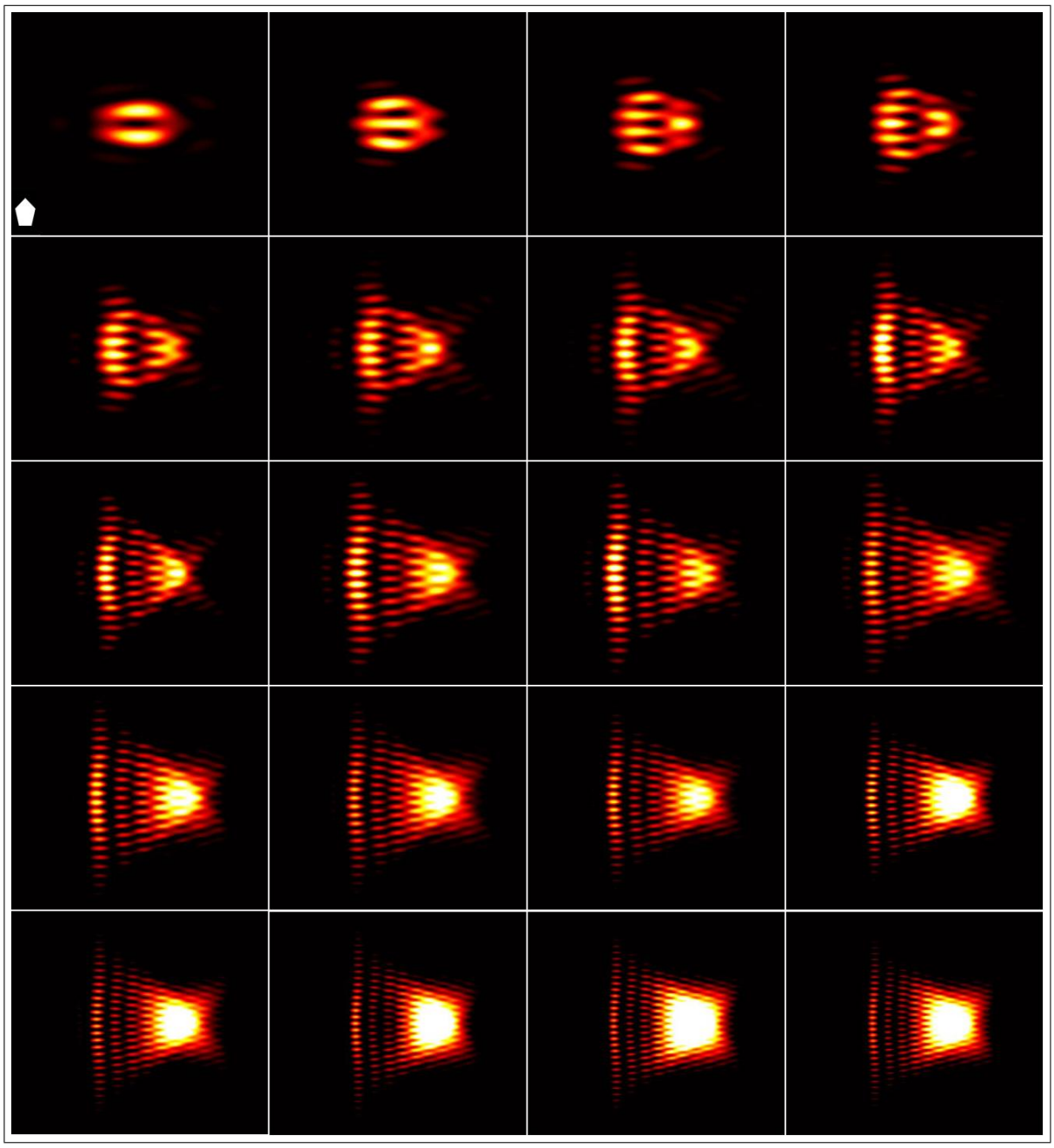

Figura 12: Resultados numéricos para la difracción en el régimen de Fraunhofer de un vórtice óptico con carga topológica entera positiva desde $m = 1$ hasta $m = 20$ por una abertura pentagonal no equilátera insertada en la parte inferior izquierda de la primera imagen. Fuente: autor.

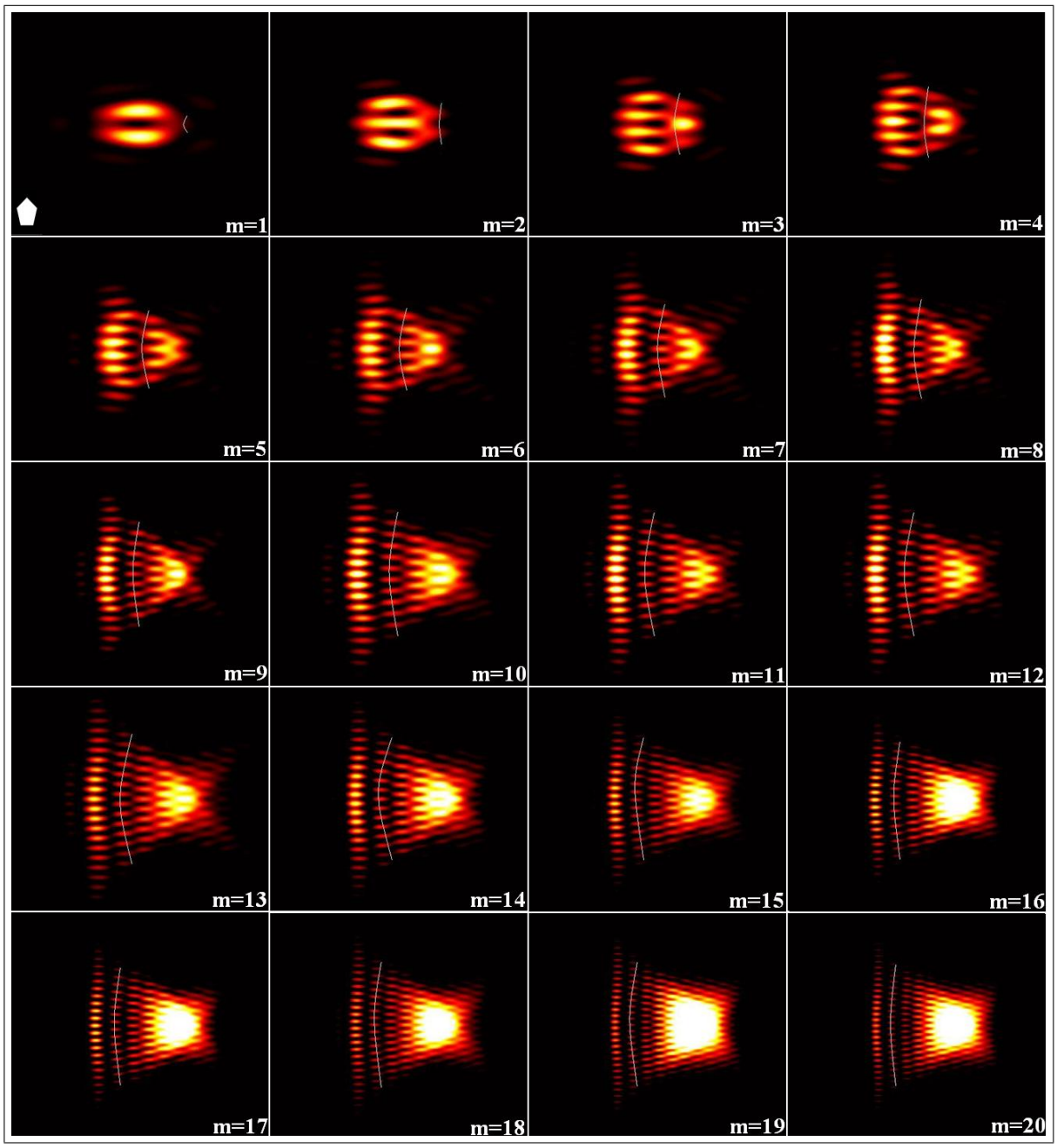

Figura 13: Esquema de los cortes oblicuos trazados a los resultados numéricos la difracción en el régimen de Fraunhofer resultante para una un vórtice con carga topológica entera positiva desde $m = 1$ hasta $m = 20$ a través de una abertura pentagonal no equilátera respectivamente. Fuente: autor.

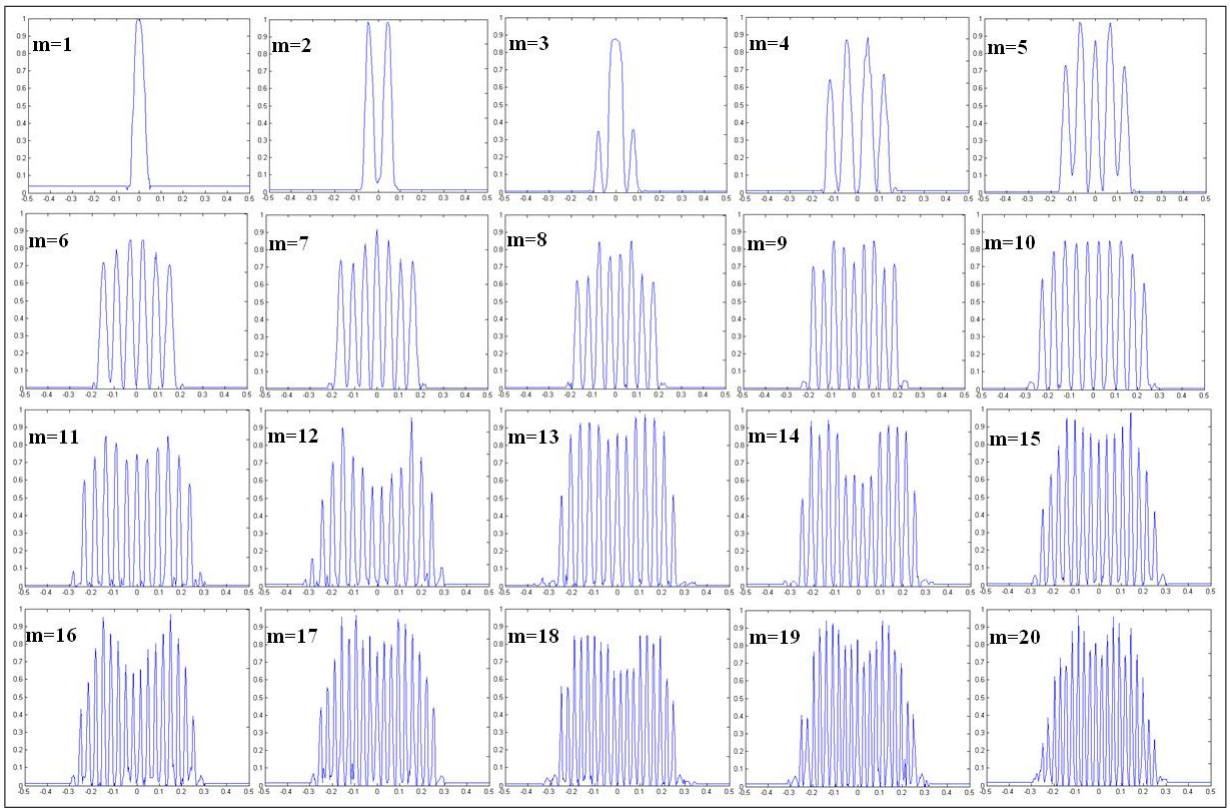

Figura 14: Posición de los cortes oblicuos trazados a los resultados numéricos de la difracción en el régimen de Fraunhofer resultante para una onda luminosa con carga topológica entera positiva desde $m = 1$ hasta $m = 20$ por una abertura pentagonal no equilátera. Fuente: autor.

Si se cambia el valor de carga topológica dentro de la ecuación (36) por valores enteros negativos desde $m = -1$ hasta $m = -20$, y se mantiene la abertura pentagonal no-equilátera, entonces se obtienen los patrones de difracción mostrados en la figura 15. En ésta figura se puede apreciar que los patrones de difracción poseen la misma forma que los patrones obtenidos para los valores de carga topológica entera positiva, sin embargo los patrones de intensidad de la figura 15 se encuentran rotados 180 grados con respecto a los patrones de difracción obtenidos para los valores de CT entera positiva. Esta característica demuestra que usando aberturas pentagonales no equiláteras puede discernirse para los haces descritos por la ecuación 34 además el signo del valor CT presente en el haz.

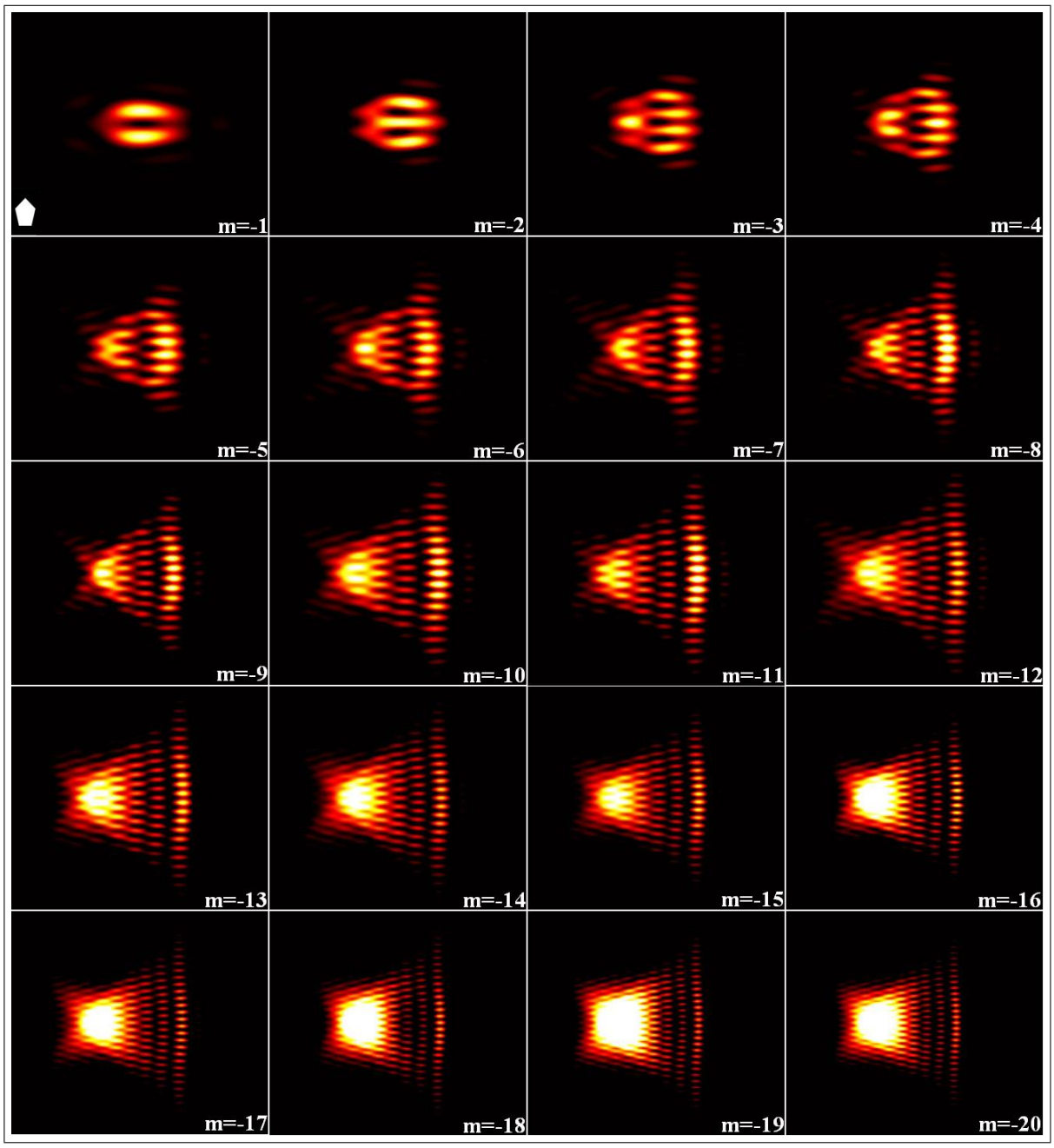

Figura 15: Resultados numéricos para la difracción en el régimen de Fraunhofer de un de un vórtice óptico con carga topológica entera negativa desde $m = -1$ hasta $m = -20$ por una abertura pentagonal no equilátera insertada en la parte inferior izquierda de la primera imagen. Fuente: autor.

Finalmente, tomando nuevamente la expresión (36) y evaluando numéricamente para una

rendija pentagonal equilátera, entonces se obtienen los patrones de difracción mostrados en la figura 16. En los resultados de intensidad de esta figura puede notarse que no es posible discernir el valor de la CT topológica de los vórtices ópticos incidentes. Sin embargo si puede apreciarse que el patrón de intensidad resultante presenta una forma de pirámide pentagonal truncada para los valores de carga topológica entre $m = 1$ y $m = 8$.

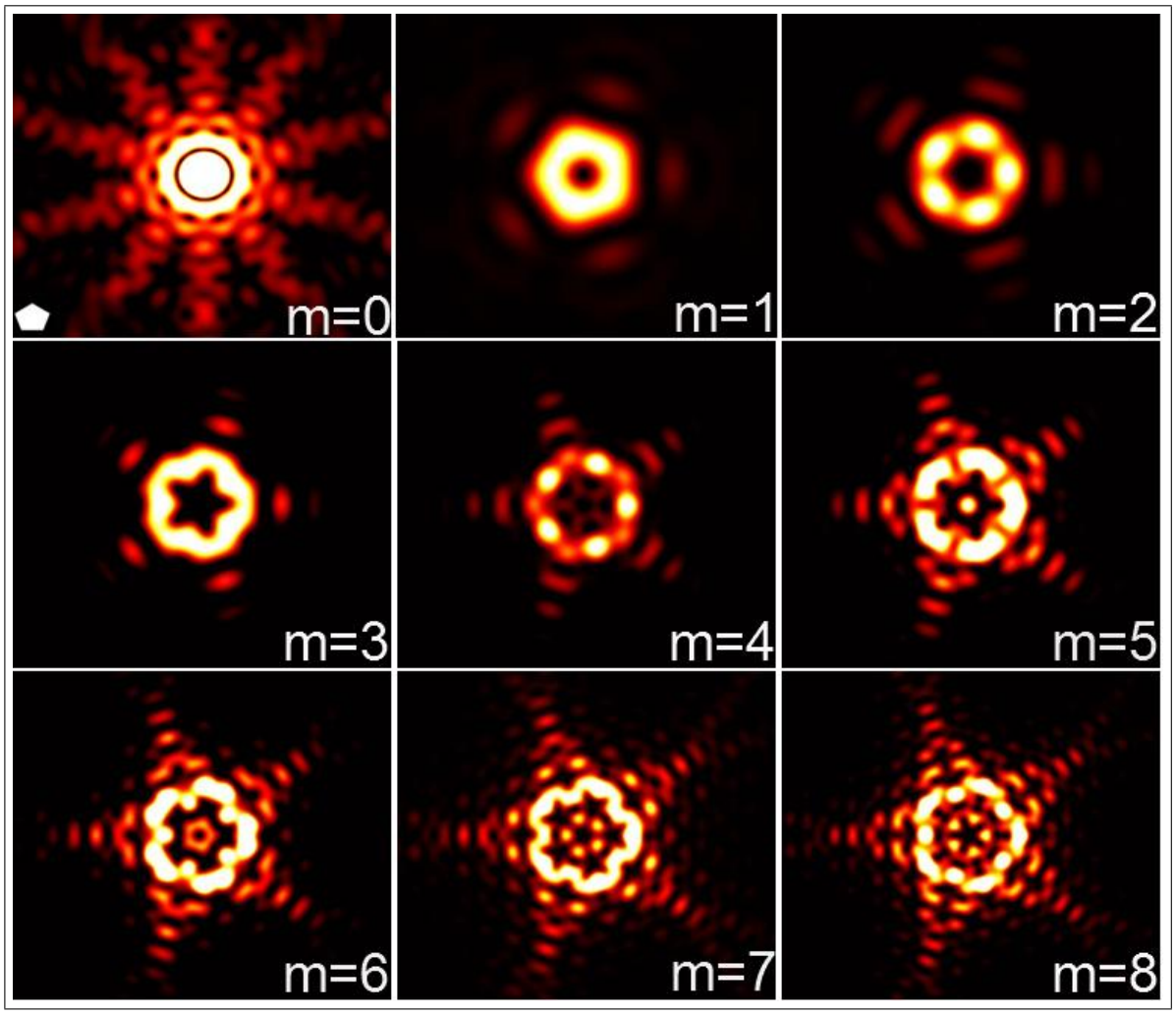

Figura 16: Resultados numéricos para la difracción en el régimen de Fourier de los vórtices con carga topológica entera positiva desde $m = 0$ hasta $m = 8$ a través de una abertura pentagonal equilátera insertada en la parte superior izquierda. Fuente: autor.

Montaje Experimental

Se ha utilizado el montaje ilustrado en la figura 17 para encontrar experimentalmente el patrón de difracción en el régimen de Fraunhofer de los vórtices ópticos con CT entera m, al difractar por una abertura triangular, rectangular o pentagonal. Un láser de gas (Research optics, HeNe 632.8 [nm], Pmax=1 [mW]) como fuente de luz monocromática es filtrado y colimado al atravesar el sistema filtrado-colimador. La generación de los vórtices con CT entera es obtenida cuando la onda colimada incide sobre hologramas numéricos en forma de tenedor, desplegados sobre una matriz de cristal liquido (MELT, Sony LCX038ARA, resolución espacial: 1024(H) x 768(V) pixeles) ensanduchada entre los polarizadores P1 y P2, con el propósito de optimizar su funcionamiento en el modo acoplado en intensidad. Entonces, el vórtice óptico generado con un valor entero de CT difracta por la abertura triangular, rectangular o pentagonal (AP) colocada a una distancia de 1,08 [m] medida desde el modulador espacial. Finalmente una lente de Fourier (L) es usada para hallar los patrones de difracción de campo lejano de los vórtices ópticos por cada una de las aberturas en el plano focal de la lente F: 38,5 [mm], en el cual ha sido colocada una cámara CMOS para la adquisición y posterior almacenamiento de las imágenes en un computador.

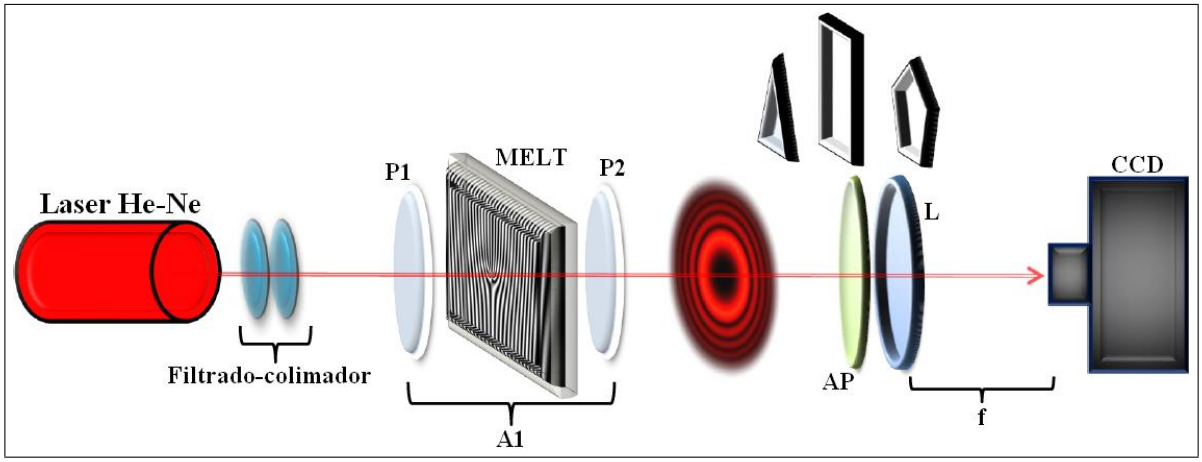

Figura 17: Montaje experimental para la difracción en el régimen de Fraunhofer de un vórtice óptico descrito por la ecuación (34) con CT entera: Láser, filtrado espacial y colimador, A1: Polarizador 1, P1; Modulador espacial de luz, MELT; Polarizador 2, P2; Rendija triangular, rectangular o pentagonal (AP), Lente de Fourier (L)y cámara CCD . Fuente: autor.

La figura 18 muestra los esquemas de las aberturas triangular, rectangular y pentagonal utilizadas en el montaje experimental de la figura 17. Las rendijas triangular, rectangular y pentagonal han sido construidas utilizando un número de hojas de afeitar igual al número de lados de cada rendija (excepto para la rendija triangular). Estas hojas fueron colocadas en tornillos micrométricos, con el propósito de ajustar cada abertura mediante microdesplazamientos al tamaño del vórtice óptico incidente sobre cada una de ellas, y de esta manera encontrar experimentalmente el patrón de difracción resultante en el régimen de Fraunhofer. Así cuando es introducida la rendija triangular AP en el montaje esquematizado en la figura

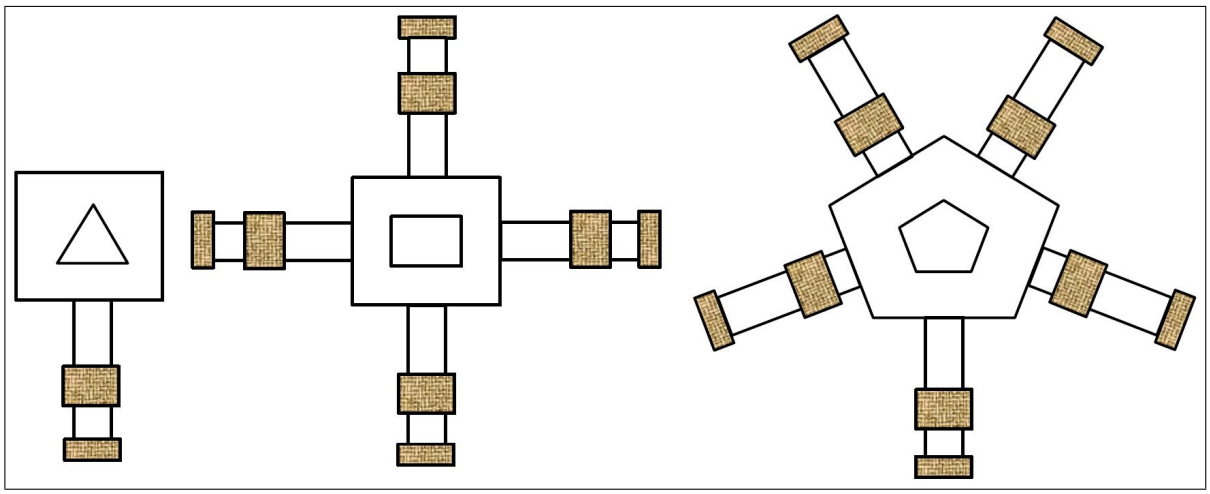

Figura 18: Esquema de las aberturas triangular (izquierda), rectangular (medio) y pentagonal (derecha). Fuente: autor.

17, entonces son obtenidos los perfiles de intensidad en el régimen de Fraunhofer de un vórtice óptico con CT entera positiva $m = 0, 1, 2, 3,4$ y $m = 6$ y entera negativa $m = 0, -1, -2, -3, -4$, y $m = -5$, mostrados en la parte izquierda y derecha de la figura 19, respectivamente. En estas figuras de difracción se muestra la equivalencia completa con la forma triangular obtenida teórica y numéricamente. De la formación triangular resultante de manchas brillantes es posible deducir la CT del haz difractado mediante la abertura triangular como el número de manchas brillantes de uno de los lados menos uno.

Ahora, si es introducida en el montaje esquematizado en la figura 17 la abertura rectangular con lados opuestos superior e inferior con mayor longitud que los lados opuestos derecho e izquierdo, son obtenidos los patrones de intensidad resultantes en régimen de Fraunhofer del

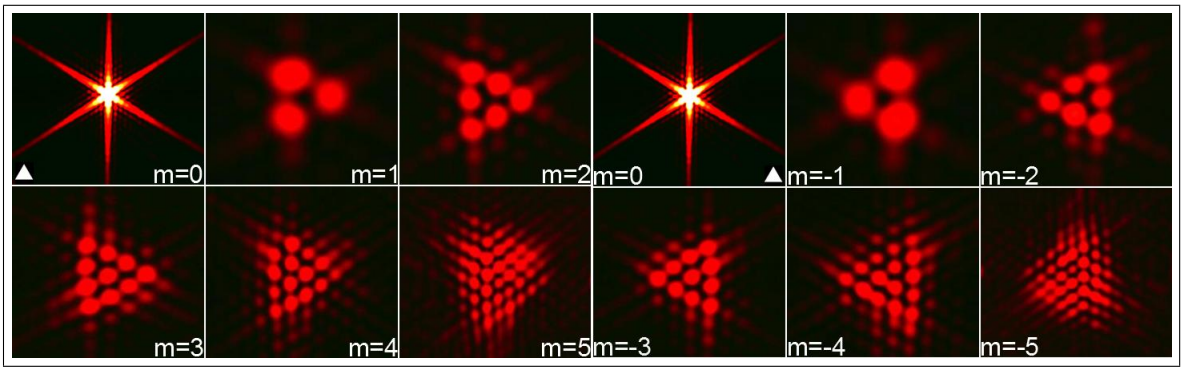

Figura 19: Resultados experimentales para la intensidad en el régimen de Fraunhofer de un vórtice óptico con carga topológica entera positiva desde $m = 0$ hasta $m = 5$ (mitad izquierda) y desde $m = 0$ hasta $m = -5$ (mitad derecha) por una abertura triangular equilátera. Fuente: autor.

vórtice óptico con valores de carga topológica entera positiva $m = 1, 2, 3, 4$ y $m = 5$ (parte izquierda figura 20). Si la abertura rectangular tiene los lados opuestos derecho e izquierdo con mayor longitud que los lados opuestos superior e inferior, entonces son obtenidos los patrones de difracción de los haces con MAO mostrados en la parte derecha de la figura 20 para los mismos valores de CT mencionados anteriormente. En estos perfiles de intensidad se aprecia la correspondencia con lo predicho numéricamente y analizado teóricamente en la sección anterior, referente a la formación de un patrón de intensidad resultante regular con mayor cantidad de lóbulos laterales de menor intensidad, conforme el valor de CT entera del vórtice difractante aumenta, de manera que no se puede discernir claramente el valor de CT presente en la onda con MAO para valores enteros de m mayores que tres. La única diferencia entre los patrones de difracción de los haces con MAO para cada una de las aberturas rectangulares mencionadas es la rotación del patrón de intensidad, para la abertura con lados opuestos superior e inferior con mayor longitud que los lados opuestos derecho e izquierdo su modelo de difracción se encuentra rotado 90 grados respecto al patrón de difracción cuando es utilizada la abertura rectangular con lados opuestos superior e inferior con menor longitud que los lados opuestos derecho e izquierdo.

Para una rendija pentagonal no equilátera insertada en el montaje experimental de la figura 17 son obtenidos los perfiles de intensidad en el régimen de Fraunhofer de vórtices ópticos Bessel-Gauss con valores de CT positiva $m = 0, 1, 2$ y $m = 3$ (izquierda figura 21), y negativa

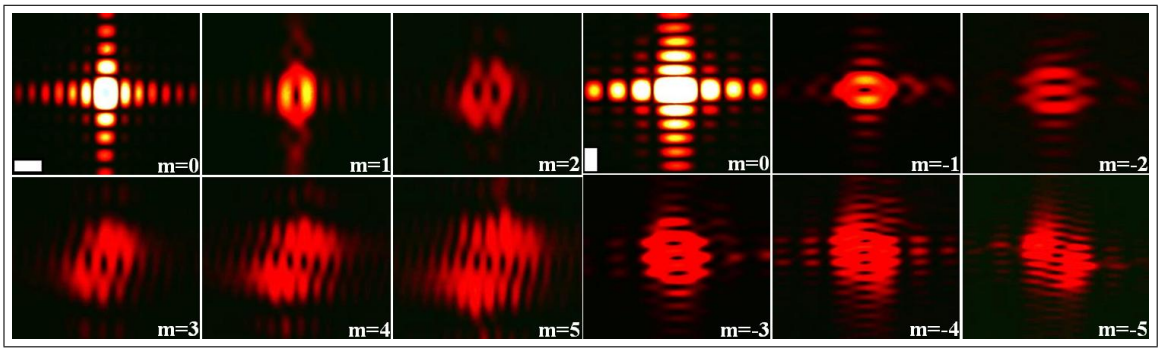

Figura 20: Resultados experimentales para la difracción de un vórtice óptico con carga topológica entera positiva desde $m = 0$ hasta $m = 5$ (mitad izquierda) y desde $m = 0$ hasta $m = -5$ (mitad derecha), a través de una abertura rectangular como la insertada en la parte inferior izquierda de la primera figura de difracción, con mayor longitud en los lados opuestos izquierdo y derecho superiores; y la base. Fuente: autor.

$m = 0, -1, -2$ y $m = -3$ (derecha figura 21). En estos perfiles se muestra la concordancia entre lo predicho para los mismos valores en las simulaciones numéricas de las figuras 12 y 15, y lo encontrado en los resultados experimentales de la figura 21, respecto a la formación de un patrón de difracción resultante con número de zonas oscuras de igual valor en magnitud al de la CT del haz difractado y difiriendo sólo en la rotación de 180 grados entre los valores positivos y negativos de m.

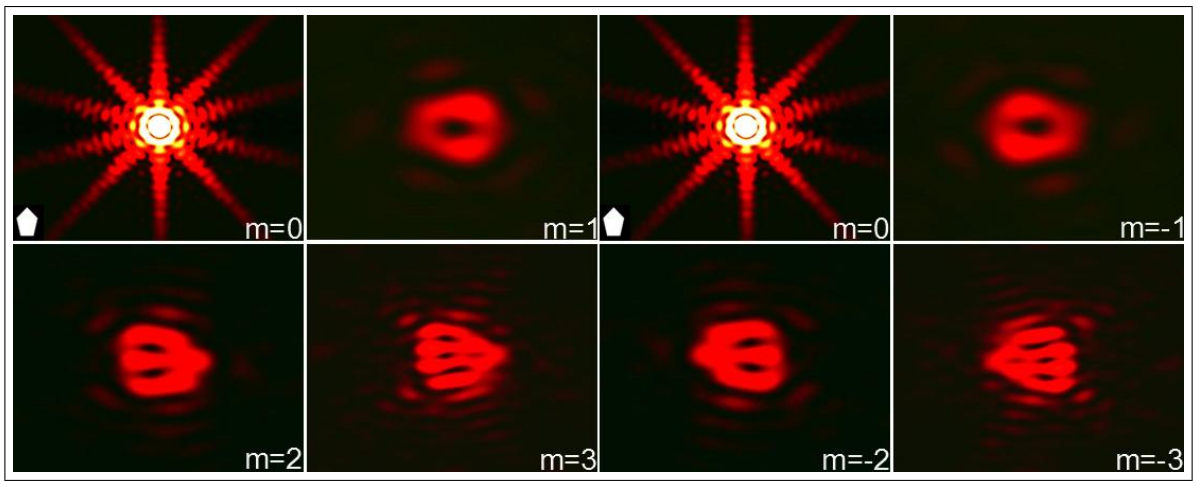

Figura 21: Resultados experimentales para la difracción de un vórtice óptico con carga topológica entera positiva desde $m = 0$ hasta $m = 3$ (mitad izquierda) y desde $m = 0$ hasta $m = -4$ (mitad derecha), por una abertura pentagonal no equilátera como la insertada en la parte inferior izquierda de la primera figura de difracción. Fuente: autor.

Finalmente son obtenidos los patrones de difracción de vórtices ópticos con valores de CT positiva $m = 0, 1, 2, 3, 4$ y $m = 5$, por una abertura cuadrada (parte izquierda figura 22) y pentagonal equilátera (parte derecha figura 22). De la parte izquierda de la figura 22 puede apreciarse la formación de la red óptica cuadrada para los valores pares de CT, mientras que para los valores impares el patrón de intensidad resultante no posee ninguna forma de red truncada. Mientras los resultados de la parte derecha de la figura 22 para la difracción de la onda con MAO por el pentágono equilátero muestran que los patrones de intensidad tiene la forma de una pirámide pentagonal truncada para valores de CT $m = 4$ y $m = 5$, en correspondencia con lo obtenido numéricamente en la sección anterior.

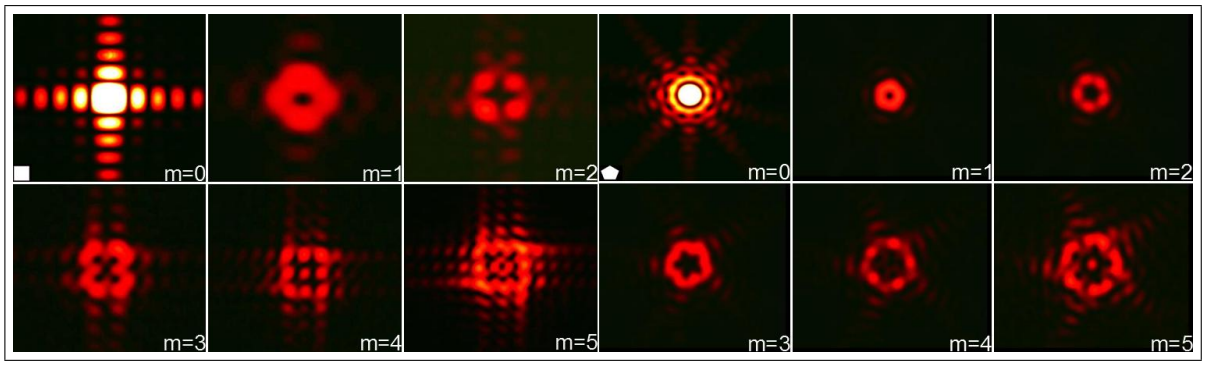

Figura 22: Resultados experimentales para la difracción en el régimen de Fourier de un vórtice óptico con carga topológica entera positiva desde $m = 0$ hasta $m = 5$ a través de una abertura cuadrada y pentagonal equilátera insertada en las parte inferior izquierda de la primera figuras de difracción de cada figura, respectivamente. Fuente: autor.

Montaje experimental y resultados para el grabado de un vórtice óptico con MAO en un cristal BGO sin campo eléctrico aplicado

El arreglo experimental utilizado para grabar un haz con momento angular orbital dentro de un cristal fotorefractivo BGO es mostrado en la figura 23. Un haz láser verticalmente polarizado (Spectra-Physics, Modelo R-33361) con longitud de onda 543.5 [nm], es filtrado y colimado.

El haz es divido en dos haces por medio de un divisor de haz BS, el primer haz atraviesa el brazo superior derecho mientras el segundo recorre el brazo inferior izquierdo, seguidamente ambos interferieren sobre el cristal fotorrectactivo de óxido de Germanio y Bismuto (BGO) sin campo eléctrico aplicado, cuyas principales especificaciones técnicas son presentadas en la tabla 1. En la figura 23 el divisor de haz, los espejos M1 y M2 y el cristal fotorrefactivo BGO conforman un interferómetro Mach-Zenhder. La máscara binaria sinusoidal en forma de tenedor usada para generar haces con momento angular orbital de diferentes valores de carga topológica entera m es enviada a un modulador espacial de luz por transmisión (Holoeye, LC-2002), por medio de un computador. El modulador de luz está colocado en el brazo izquierdo inferior del interferómetro como se indica en la misma figura 23. Es muy importante señalar que los caminos ópticos seguidos por el haz con MAO entero y el haz de referencia en el interferómetro son iguales, es decir $ad+de+ec = ab+bc$. Como resultado un interferograma es grabado dentro del cristal BGO colocado como un espejo de salida del interferómetro Mach Zenhder.

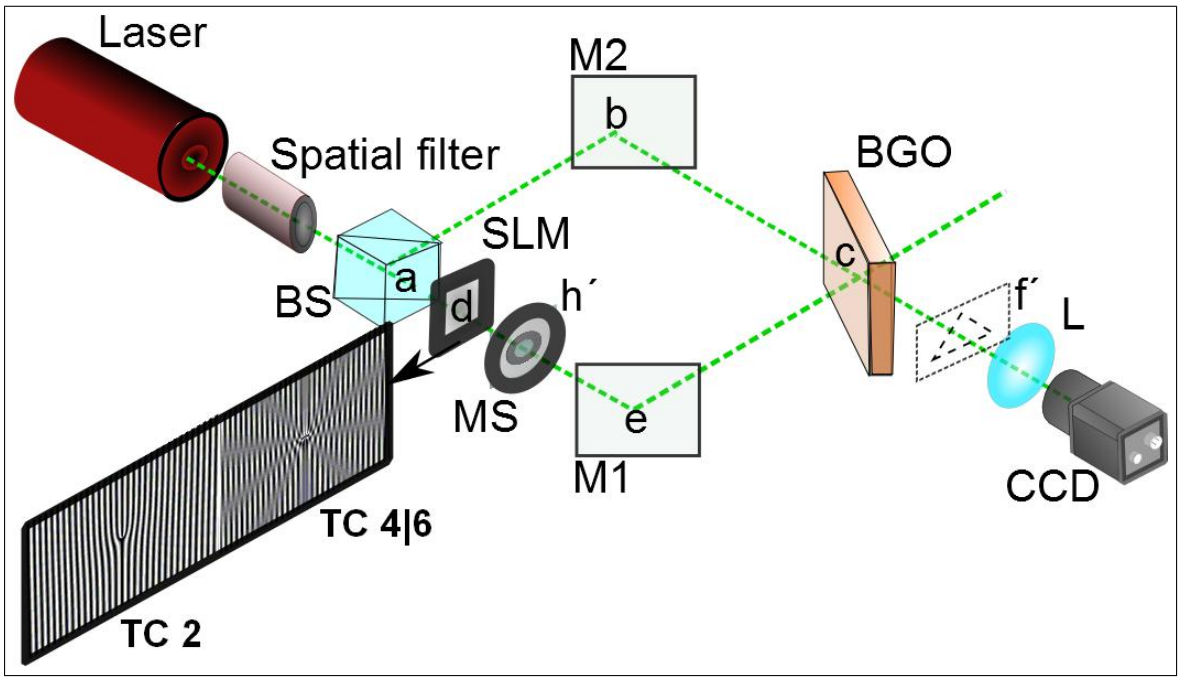

Figura 23: Esquema del montaje experimental utilizado para grabar y leer vórtices ópticos con MAO entero dentro de un cristal BGO para una máscara binaria sinosoidal con CT entera $m = 2$; y combinación de las CT enteras $m = 4$ y $m = 6$. Fuente: autor.

Ahora, para leer el holograma grabado en el cristal BGO, el camino del haz con OAM entero

es obstruido usando un shutter mecánico colocado en h', entonces la onda de referencia es usada como haz de lectura. Las imágenes del haz transmitido por el cristal BGO para distintos valores de carga topológica son recogidas por una cámara CMOS (Edmmund Optics, Modelo 1312c) en el plano focal de la lente L (usada para acoplar el tamaño del haz a la CMOS) y finalmente almacenadas en un computador.

CRISTAL FOTOREFRACTVO BGO	
Grupo de simetría	Cubico
Absorción óptica	0,2 [1/cm]
Densidad	9,23 [gr/cm^3]
Índices de refracción	2,15 (543,5 [nm])
Dureza	5 [Mohs]
Paramétro de celda cristalina	10,518 [amstrongs]
Coeficiente electroóptico	3,5 [rpm/V]

Tabla 1: Algunas Especificaciones técnicas cristal fotorrefractivo BGO utilizado.

La primera fila de la figura 24 muestra la distribución de intensidad del interferograma grabado en el cristal fotorrefractivo BGO después de la lectura en el plano focal de la lente para diferentes valores de carga topológica positiva de izquierda a derecha: 2,4,6,8 y 10, respectivamente. De estas imágenes puede apreciarse como el aumento de la carga topológica del vórtice óptico está en correspondencia con al aumento del tamaño de la rosquilla del haz con MAO. Para verificar que el interferograma grabado en el cristal BGO produce un haz con MAO entero, se ha usado un abertura triangular colocada en la posición f' dentro del esquema experimental mostrado en la figura 23. La segunda fila de la figura 24 muestra el patrón de difracción por una abertura triangular equilátera de un vórtice óptico grabado en el cristal BGO para valores de carga topológica entera positiva: $m = 1$ y $m = 2$, respectivamente. Puede notarse que las celdas en el modelo triangular obtenidas en la difracción están en completa concordancia con los resultados de la difracción en el régimen de Fraunhofer de vórtices ópticos con MAO entero y permiten confirmar la vorticidad de los haces con MAO grabados dentro del cristal BGO

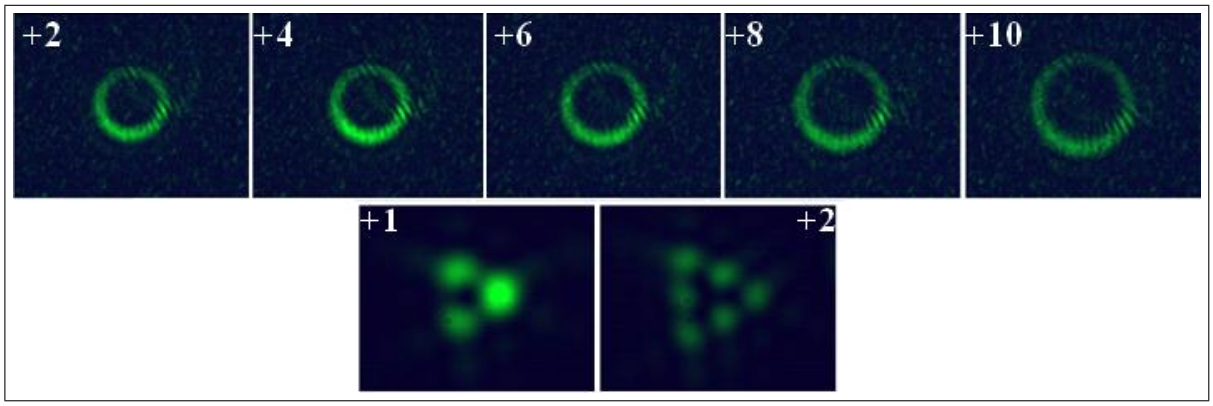

Figura 24: Distribuciones de intensidad para haces grabados en el cristal fotorrefactivo BGO con diferentes valores de carga topológica después de la lectura (superior) y difracción del haz grabado en el cristal BGO con los valores de carga topológica: +1 y +2 (inferior) despues de la lectura por la abertura triangular. Fuente: autor.

Finalmente la figura 25 muestra los resultados experimentales de los interferogramas grabados en el cristal BGO, cuando los haces de MAO entero son generados por la superposición de dos simples hologramas en forma de tenedor orientados en igual dirección, así por ejemplo el holograma generado por las superposiciones de los valores de m, +4 y +6 es llamado TC4|6. Los resultados experimentales desplegados en la primera fila de izquierda a derecha son combinaciones de carga topológica entera positiva: 4|3, 4|4, 4|5 y 4|6, respectivamente, mientras la segunda fila de misma la figura corresponde de izquierda a derecha, a las combinaciones de carga topológica: 8|7, 8|8, 8|9 y 8|10, respectivamente.

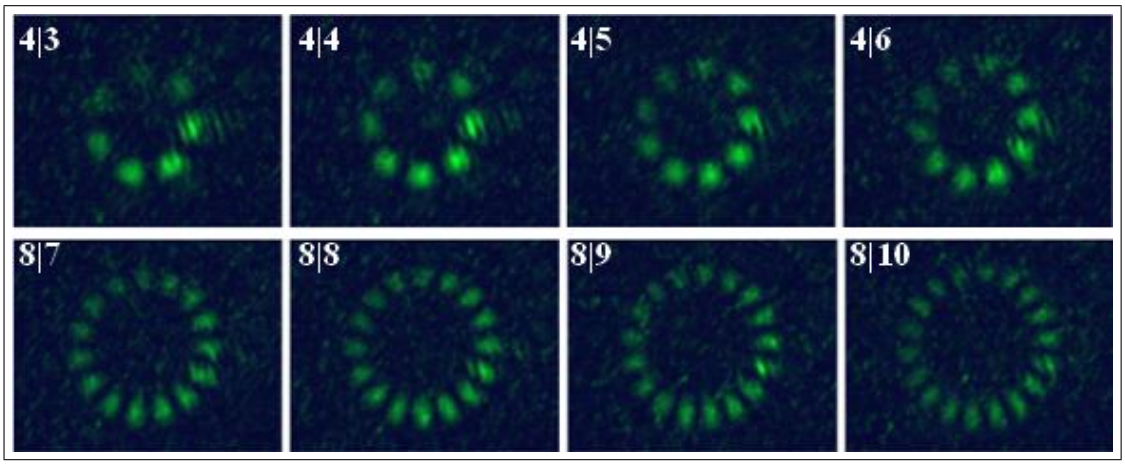

Figura 25: Distribuciones de intensidad de un haz grabado en el cristal fotorrefactivo BGO después de su lectura, con diferentes combinaciones de carga topológica almacenada. Fuente: autor.

GENERACIÓN DE HACES CILÍNDRICOS VECTORIALES

Introducción

En los dos capítulos anteriores se mostró la generación usando un holograma en forma de tenedor, detección usando el patrón de difracción a través de las rendijas triangular y pentagonal, y almacenamiento utilizando un cristal fotorrefractivo BGO sin campo aplicado sobre él, de un vórtice óptico en el régimen escalar. No obstante, cuando la ecuación de Helmholtz es resuelta en su forma vectorial en coordenadas cilíndricas con la aproximación paraxial se encuentran haces luminosos que poseen simetría acimutal en amplitud y polarización, los cuales son llamados haces cilíndricos vectoriales [104]. Para generar haces cilíndricos los esquemas experimentales pueden ser divididos en activos y pasivos [104]. En los esquemas activos, la cavidad láser es modificada para que oscile en un modo cilíndrico vectorial deseado [48-52]. Mientras que en los esquemas activos un frente de onda generalmente Gaussiano es transformado en un haz cilíndrico vectorial [53-58] utilizando por ejemplo un modulador espacial de luz.

En el presente capítulo se muestra la generación de haces cilíndricos vectoriales con polarización controlable utilizando un modulador espacial de luz ópticamente escrito incorporado

en un interferómetro de Sagnac.

Montaje Experimental

El montaje experimental utilizado para generar haces cilíndricos vectoriales es mostrado en la figura 26. Un láser de Argón linealmente polarizado con longitud de onda 514,5 [nm] (JDS uniphase, Potencia 100 [mW]) en el modo transversal electromagnético TMEoo es atenuado, filtrado y colimado. El haz luminoso colimado es enviado hacia una lámina de media longitud de onda (HWP) utilizando el espejo M1. El haz saliente de la lámina de media longitud de onda es redireccionado hacía un divisor de haz polarizado 50/50 usando el espejo M2. En el divisor de haz polarizado, la onda electromagnética visible incidente es divida en las componentes con polarización horizontal (componente p) y polarización vertical (componente s). La lámina de media longitud de onda fue ajustada con su eje rápido a un ángulo de 45 grados con la horizontal, con el propósito de garantizar que la razón entre las intensidades de las componentes s y p sea $1:1$. En la figura 26, el divisor de haz polarizado, los dos espejos metálicos (M3y M4) y el modulador espacial de luz escrito ópticamente PAL-SLM (Hamamatsu, modelo PPMX8267) conforman un interferómetro Sagnac [59]. Los caminos ópticos seguidos por las componentes s y p dentro del interfómetro Sagnac son iguales. Dos hologramas opuestos de 300x300 generados por computador son desplegados sobre la matriz de cristal líquido del PAL-SLM como se muestran en el recuadro de la figura 26. Con el fín de mejorar la eficiencia en difracción de los haces ortogonalmente polarizados s y p, la cara molecular de la matriz de cristal líquido del PAL-SLM ha sido ajustada paralela a la dirección de polarización del haz incidente en el modo de modulación en fase [105]. Seguidamente las componentes s y p inciden en los hologramas desplegados sobre la matriz de cristal líquido del PAL-SLM. Debido a que la matriz de cristal líquido está optimizada para dirección horizontal del haz incidente, entonces el haz polarizado verticalmente atraviesa una pequeña lámina de media onda (rotada 45 grados) colocada en frente del holograma para la componente s con el propósito de rotar la polarización del estado horizontal al estado de polarización vertical. Los haces emergentes del interferómetro Sagnac son recombinados a la salida del mismo.

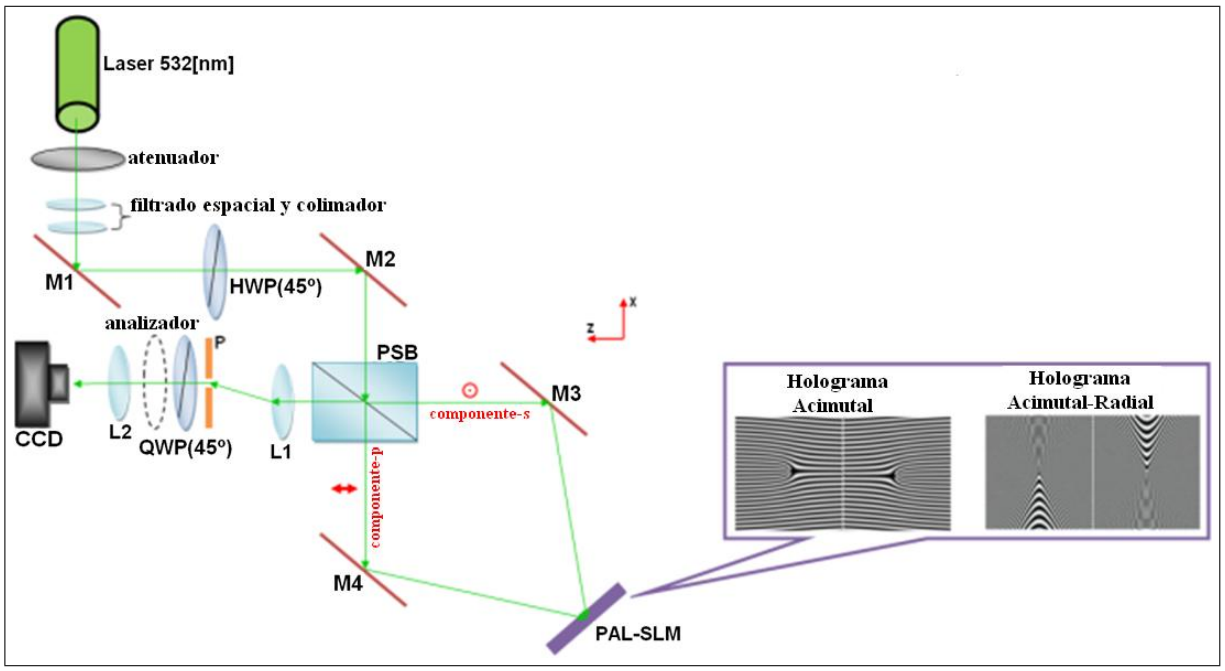

Figura 26: Esquema del montaje experimental para generar haces cilíndricos vectoriales. atenuador, filtrado espacial, colimador, Espejo M, divisor de haz polarizado PSB, Modulador espacial de luz ópticamente escrito PAL-SLM, Lente L, pupila P, lámina de cuarto de onda QWP, analizador y Cámara CCD. El recuadro muestra los hologramas computarizados desplegados sobre el PAL-SLM para los haces cilíndricos acimutales (izquierda) y los haces cilíndricos acimutal-radiales (derecha). Fuente: autor.

Los hologramas desplegados sobre el PAL-SLM son generados utilizando la función de reflexión dada por [106],

$$R(x,y) = \frac{1}{2} r_0 \left(1 + \cos\left(\frac{2\pi y}{D} + \delta(x,y)\right)\right), \tag{41}$$

donde r_0 es la profundidad de modulación en el holograma, $D = 1/\sqrt{f_y^2}$ es el período espacial y $\delta(x,y)$ es la fase relativa entre las componentes s y p, ajustada en los hologramas adyacentes en el PAL-SLM. Los órdenes ± 1 recombinados en el divisor de haz polarizado son filtrados por una pupila, la cuál está colocada en el plano focal de la lente de Fourier (L1) como se muestra en la figura 26. Los órdenes seleccionados atraviesan una lámina de cuarto de onda colocada a 45 grados del eje horizontal para transformar los componentes del haz polarizado ortogonalmente en dos estados polarizados circularmente. Finalmente, el haz vectorial de salida es enviado a través de un polarizador lineal (analizador) hacia una cámara CCD colocada cerca del plano focal imagen de la lente de Fourier L2.

Resultados experimentales

Para los dos hologramas generados por computador y desplegados sobre el PAL-SLM, la componente p propagándose en el interferómetro Sagnac incide sobre el holograma con función de reflexión $R_p = R$, mientras que la componente s incidirá sobre el holograma con función de reflexión $R_s = (1/2)r_0 \cos(2pi/D + \delta_-(x,y))$, siendo $\delta_- = \delta(-x,y)$, ya que la propagación de ambas componentes en el interferómetro están en direcciones opuestas. Los órdenes ± 1 difractados de las componentes s y p emergentes del interferómetro tendran fases $\exp(\pm\delta)$ y $\exp(\pm\delta_- + \Psi_0)$, respectivamente. La constante Ψ_0 es una diferencia de fase controlable entre las componentes s y p a través de los hologramas generados por computador. Del arreglo experimental de la figura 26 es escogido el primer orden de difracción de las componentes s y p, cuyos campos eléctricos al atravesar la lámina de cuarto de onda serán,

$$\vec{E}_s = |E_0| e^{i\delta} \begin{pmatrix} 1 \\ i \end{pmatrix}, \qquad \vec{E}_p = |E_0| e^{i\delta_- + \Psi_0} \begin{pmatrix} 1 \\ -i \end{pmatrix}, \tag{42}$$

donde E_0 es un amplitud de la componente eléctrica constante. Finalmente, después de la recombinación de los campos descritos anteriormente en el plano focal de la lente L2, entonces el campo eléctrico del haz vectorial resultante puede ser escrito como

$$\begin{aligned} \vec{E} &= \vec{E}_s + \vec{E}_p \\ \vec{E} &= 2E_0 e^{i(\delta - \delta_- + \Psi_0)/2} \begin{pmatrix} \cos\left(\frac{\delta - \delta_- + \Psi_0}{2}\right) \\ -\sin\left(\frac{\delta - \delta_- + \Psi_0}{2}\right) \end{pmatrix}. \end{aligned} \tag{43a}$$

El haz descrito en la ecuación anterior es una combinación de las bases ortogonales de polarización circular derecha y polarización circular izquierda, es decir describe una distribución con polarización lineal [107], donde la orientación de la polarización puede depender de la posición espacial. De manera que de la ecuación 43(a) se puede inferir que es posible generar haces luminosos con una distribución de fase δ y diferencia de fase Ψ, bien definidas.

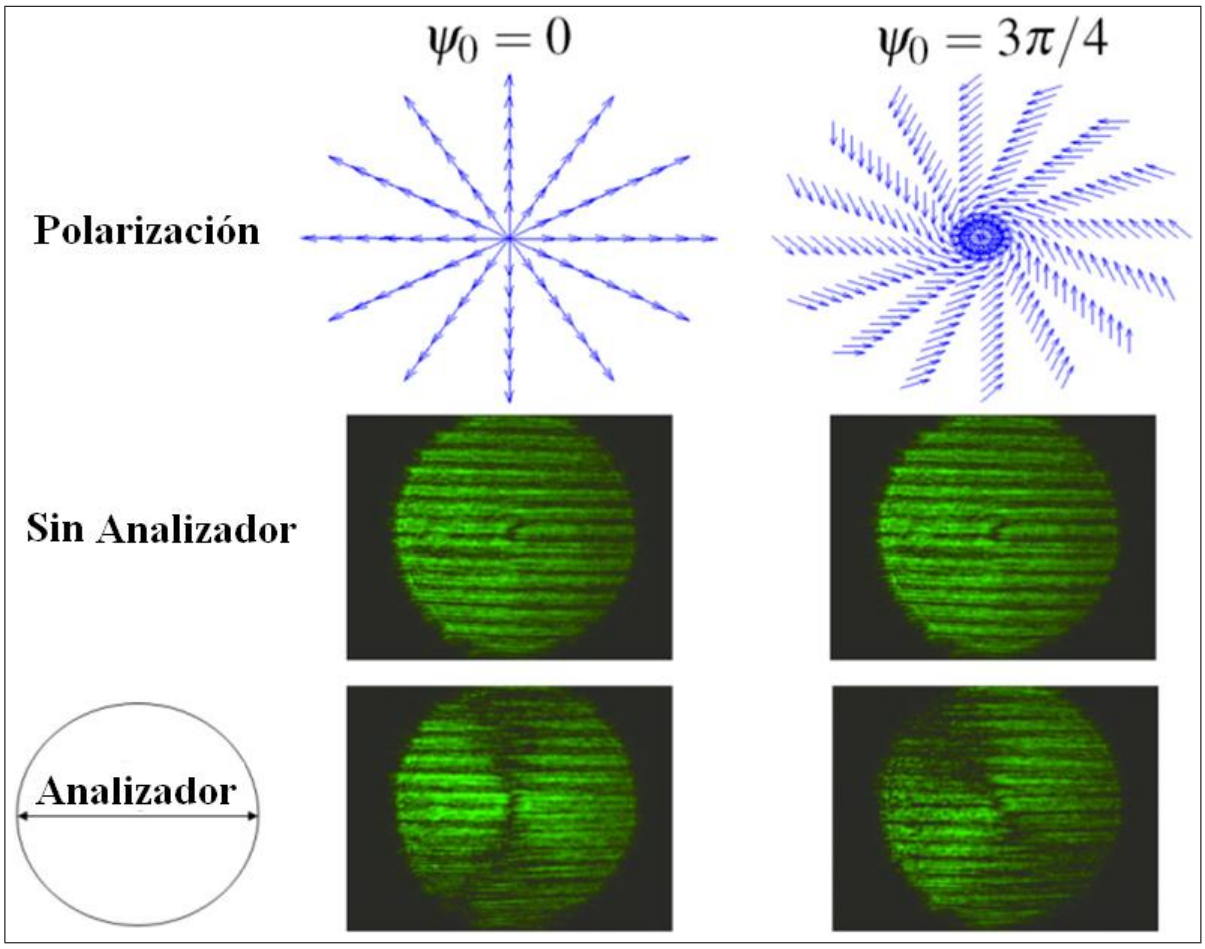

Figura 27: Resultados experimentales de los haces vectoriales cilíndricos para carga topológica $m = 1$ y diferencias de fase constantes $\Psi_0 = 0$ y $\Psi_0 = 3\pi/4$. Fuente: autor.

Si la distribución de fase está dada por $\delta = m\theta$ (donde m es la carga topológica y θ es el ángulo acimutal), entonces el haz vectorial cilíndrico tendrá un campo resultante:

$$\vec{E} = [\cos(m\theta - m\pi - \Psi_0/2), \sin(m\theta - m\pi - \Psi_0/2)]^T . \tag{44}$$

La figura 27 muestra los patrones de intensidad experimental obtenidos para la generación de haces cilíndricos vectoriales cuando $m = 1$ con diferencias de fase $\Psi_0 = 0$ y $\Psi_0 = 3\pi/4$ en la segunda y tercera fila, respectivamente. La primera fila de esta figura muestra las distribuciones de polarización teórica de los haces cilíndricos vectoriales para el valor de CT y valores de diferencias de fase mencionadas anteriormente. En la segunda fila de la figura 27 puede apreciarse que cuando el analizador no es utilizado la distribución de intensidad es la misma para los dos valores de fase constante con una singularidad óptica en el centro del

patrón de intensidad debida a la carga topológica presente en el haz vectorial. Pero cuando el analizador es usado las distribuciones de intensidad cambian debido a la polarización de la sección transversal de cada haz vectorial luminoso, tal como se muestra en la tercera fila de la figura 27.

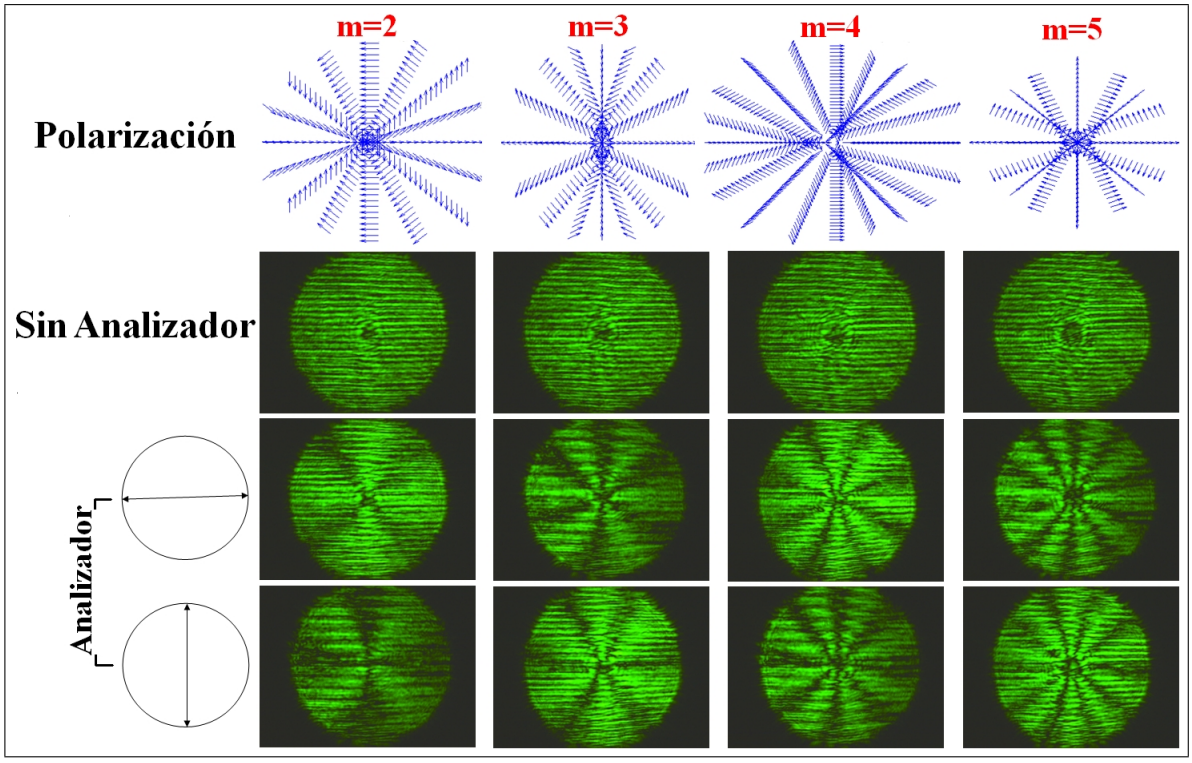

Figura 28: Resultados experimentales de los haces vectoriales cilíndricos con carga topológicas $m = 2, 3, 4$ y $m = 5$ y diferencia de fase constante $\Psi_0 = 0$. Fuente: autor.

La figura 28 muestra las distribuciones de intensidad obtenidas para los haces vectoriales cilíndricos con valores de carga topológica $m = 2, 3, 4$ y $m = 5$, con una diferencia de fase entre las componenentes s y p nula. De la segunda fila de esta figura puede apreciarse que el tamaño de la región oscura que acompaña a la singularidad óptica embebida en el haz aumenta conforme se incrementa el valor de CT. Si el analizador es insertado con su eje de transmisión a cero o 90 grados respecto de la horizontal, entonces son obtenidas las distribuciones de intensidad mostradas en las filas 3 y 4 de la figura 28, respectivamente. Las regiones oscuras en los patrones de intensidad de las filas 3 y 4 de la figura 28 corresponden a zonas donde la polarización del respectivo haz cilíndrico vectorial es perpendicular al analizador. Adicionalmente puede notarse que el número de regiones oscuras dentro de cada distribución

de intensidad es igual a $2m$.

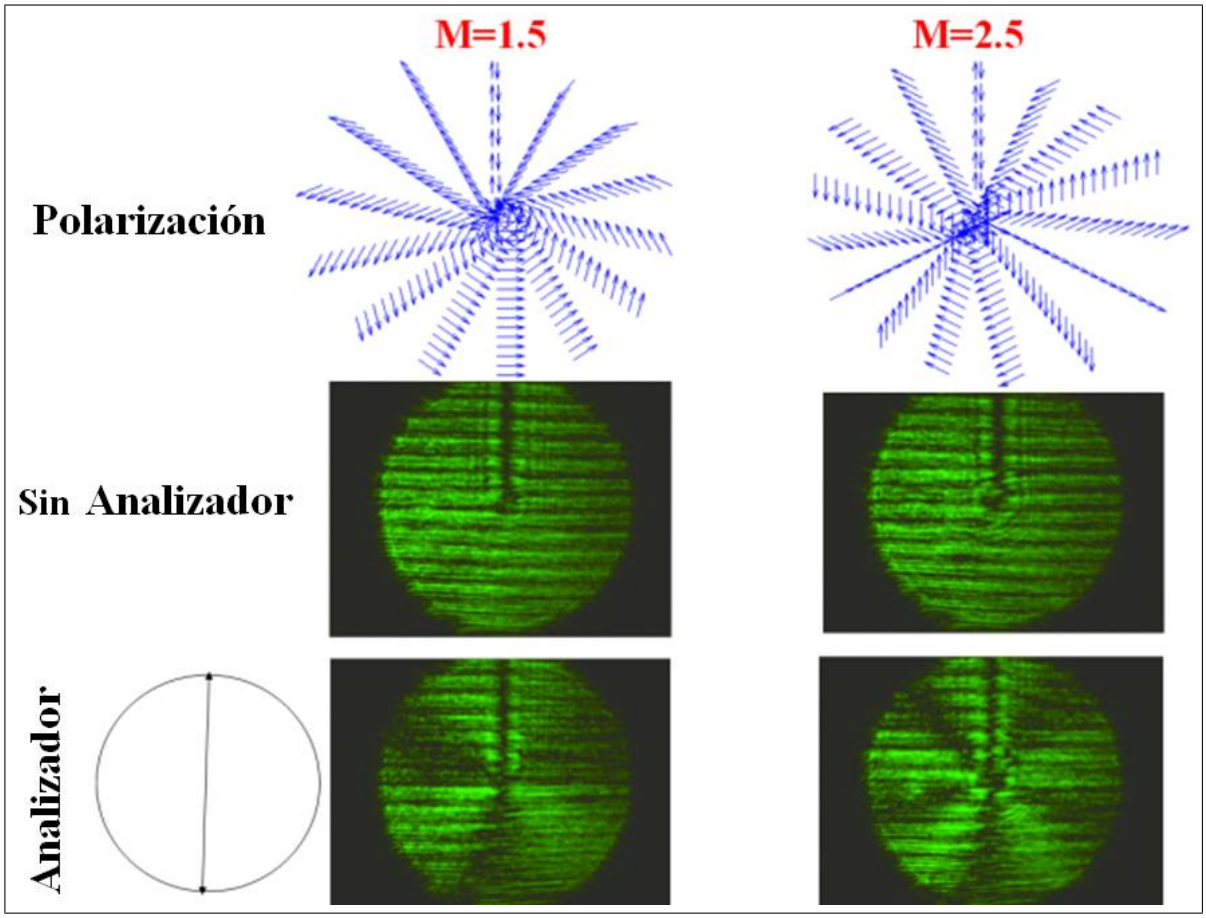

Figura 29: Resultados experimentales de los haces vectoriales cilíndricos con carga topológicas semienteras M=1,5 (segunda columna) y M=2,5 (tercera columna), y diferencia de fase constante $\Psi_0 = 0$. Fuente: autor.

Ahora, si valores de carga topológica semientera M (siendo M=m+μ, μ=0.5 la parte semientera de M [108]) son utilizados para generar haces cilíndricos vectoriales, es decir $\delta = M\theta$, entonces son obtenidas las intensidades resultantes mostradas en la figura 29 para M=1.5 y M=2.5. De la segunda fila de la figura 30 puede apreciarse que las distribuciones de intensidad resultantes consisten de la singularidad de fase del vórtice óptico acompañada de una larga zona oscura en dirección vertical originada por la adicción de vórtices ópticos de igual magnitud de carga pero signo opuesto [7,107]. Cuando el analizador es introducido en el montaje experimental, a 90 grados respecto de la línea horizontal, como se muestra en la fila 3 de la figura 29, entonces el número de zonas oscuras en las distribuciones de intensidad resultante

para M=1.5 y M=2.5 son 3 y 5, respectivamente, donde no se ha tomado en cuenta la zona oscura ya originada por la suma alternante de vórtices.

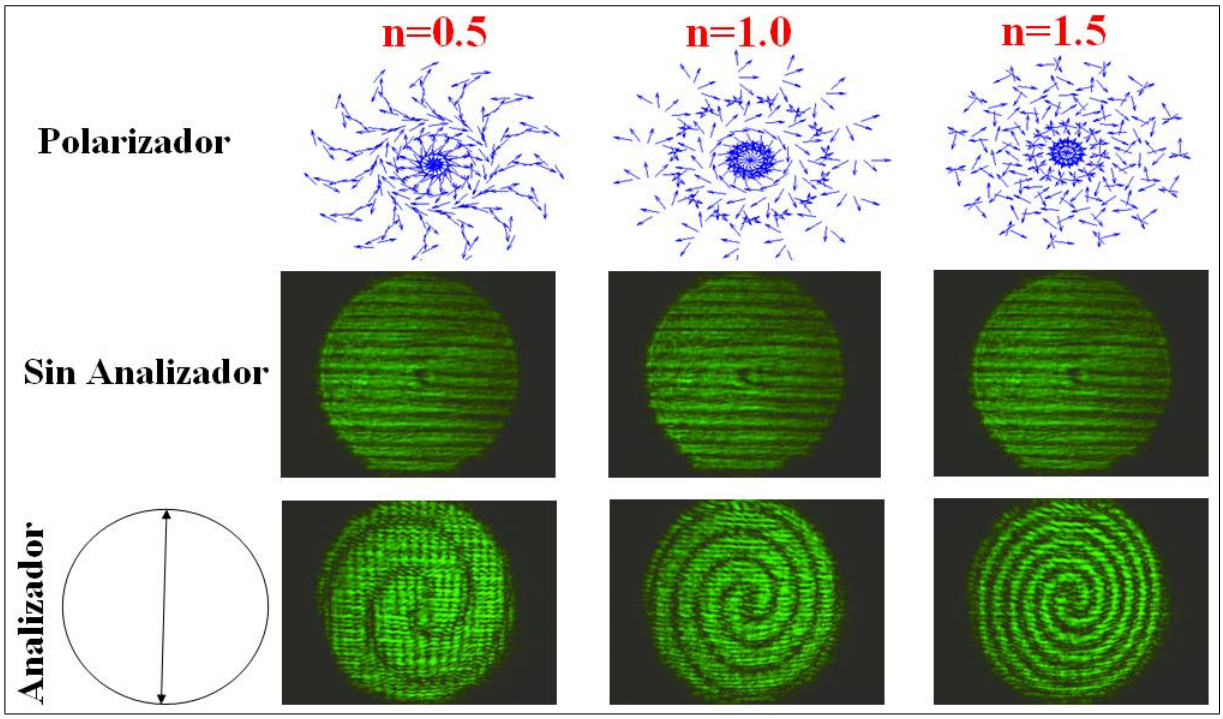

Figura 30: Resultados experimentales de los haces vectoriales cilíndricos con carga topológica $m = 1$ y valores radiales n=0,5,1, y n=1,5. Fuente: autor.

Finalmente, si al término de distribución de fase δ se adiciona un factor de modulación radial escrito como $n\pi/\rho_0$, siendo ρ la coordenada radial, ρ_0 la sección transversal del haz y n un número entero o semientero, entonces son obtenidos las distribuciones de intensidad mostradas en la figuras 30 y 31. La segunda fila de las figuras 30 y 31 muestra las distribuciones de intensidad de los haces cilíndricos vectoriales sin analizador, cuando el valor acimutal es $m = 1$ y el número radial es n=0, 0,5, 1,0, y n=0, -0,5, -1,0, respectivamente. De estas distribuciones puede apreciarse que son similares a las distribuciones de intensidad obtenidas cuando sólo la modulación de la parte acimutal es tenida en cuenta como se observa en la figura 26. Sin embargo, cuando un analizador es introducido en el arreglo experimental orientado a 90 grados respecto de la dirección horizontal entonces en las distribuciones de intensidad resultante aparece una espiral de Arquimides cuyo número de brazos no depende del valor de n, pero su orientación si depende del signo de n, como puede apreciarse en la tercera fila de las figuras

30 y 31, respectivamente.

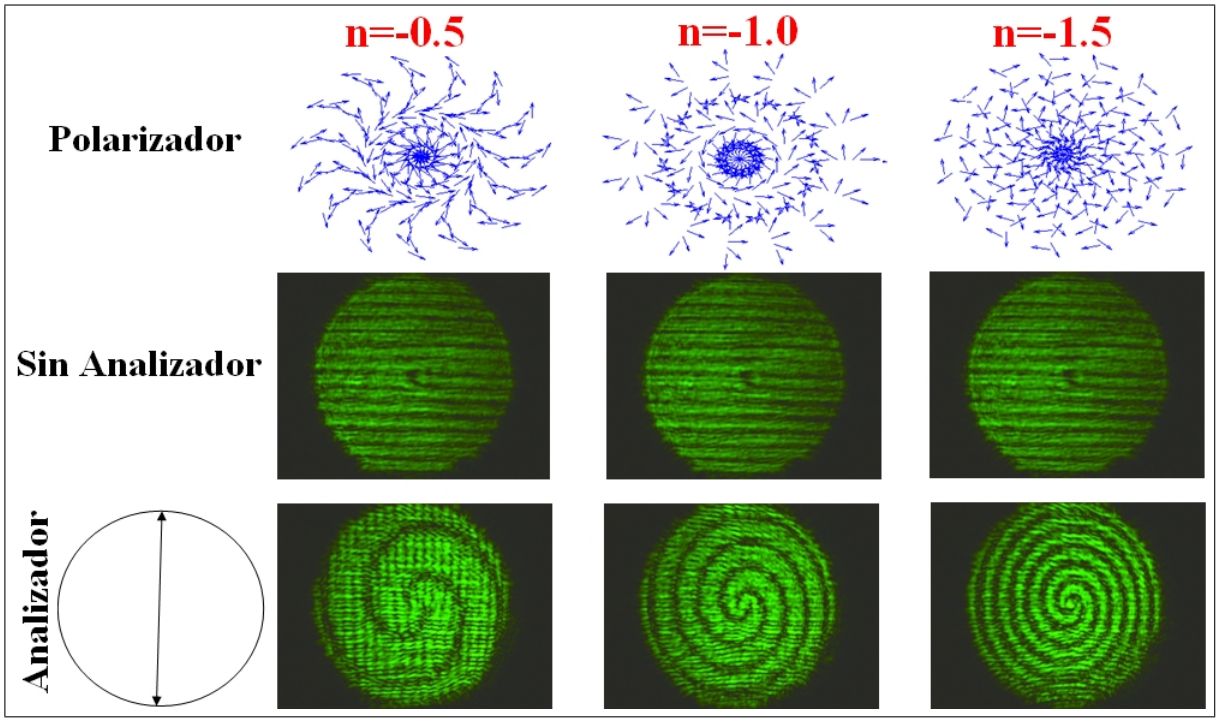

Figura 31: Resultados experimentales de los haces vectoriales cilíndricos con carga topológica $m = 1$ y valores radiales $n = -0,5, -1,5$ y $n = -2,5$. Fuente: autor.

CONCLUSIONES

De acuerdo a los resultados presentados en los anteriores capítulos del presente trabajo de investigación, las conclusiones pueden ser divididas de acuerdo a cada capítulo. De esta manera en el primer capítulo se demostró experimentalmente la forma de los vórtices ópticos generados por la difracción de una onda electromagnética plana visible en el régimen de Fraunhofer utilizand la ecuación (34a), además se aprecia que para los valores de CT entera m, el valor del radio promedio teórico y experimental guardan una estrecha similitud, con un error que no supera el 9 %. Lo anterior se constituye en la primera verificación experimental de la generación de vórtices ópticos de acuerdo a las predicciones teóricas de la difracción escalar completa en campo lejano de una onda gaussiana por un holograma binario sinusoidal en forma tenedor. Ademas, vale la pena subrayar que el aumento de la carga topológica permite obtener imagénes experimentales más contrastadas mejorando el cálculo del radio experimental y reduciendo el error asociado a las medidas experimentales. Sin embargo, la no correspondencia en exactitud entre los valores experimentales y teóricos es originada del hecho de la aproximación de casí lejano, en la cual se ha supuesto que la abertura que difracta es el pixel de la matriz que compone al MELT cuyo tamaño es de micras y no la abertura de la matriz cuyo tamaño es de milimetros y posee un régimen de campo lejano de distancias mayores a 435[m]. El anterior resultado permite suponer que es posible emplear experimentalmente en campo lejano otras distribuciones de campo con momento angular orbital bien definido distintas a las empleadas generalmente en el estado del arte [32].

En el segundo capítulo se encontró numéricamente y experimentalmente el patrón de difracción en el régimen de Fraunhofer de un vórtice óptico descrito por la ecuación 31(a) con momento angular orbital entero a través de las rendijas triangular, rectangular y pentagonal. En nuestra implementación se demuestra que es posible discernir el valor y signo de la CT entera a partir de su patrón de intensidad a través de una abertura pentagonal no equilátera, y únicamente, en el caso de una abertura rectangular, es posible determinar el valor de la CT para valores enteros positivos y negativos entre $m = 0$ y $m = 3, -3$, pues para valores de CT mayores de m= 3, y menores de m=-3 se presenta la aparición de lóbulos laterales de menor intensidad en el patrón de difracción en el régimen de Fraunhofer que imposibilitan determinar el valor de CT presente en el vórtice. Además, se demostró que el anterior comportamiento esta vinculado a la dependencia del gradiente de fase del vórtice óptico difractante en el plano de la abertura rectangular, de la distancia radial entre la singularidad de fase y la posición de la abertura rectangular. Este último resultado se constituye en uno de los aportes originales de la presente tesis de investigación al estado del arte de la detección de haces luminosos con momento angular orbital, ya que permite generalizar los resultados obtenidos por Mesquita et al [103] referentes a la difracción de un vórtice por una rendija cuadrada.

También en el segundo capítulo se demostró que no es posible discernir el valor y signo de la CT entera a partir del modelo de intensidad por una abertura pentagonal equilátera; sin embargo para esta última abertura se muestra que para valores de CT mayores e iguales a $m = 4$ los patrones de difracción en el régimen de Fraunhofer poseen forma de pirámide pentagonal truncada. Los anteriores resultados constituyen una ampliaciaón de los experimentos y simulaciones de difracción de haces con MAO bien definido a través de aberturas geometricas poligonales que la presente tesis de investigación de doctorado aporta como resultado original al estado del arte de detección de ondas electromagnéticas en el régimen visible con momento angular orbital.

Adicionalmente en el segundo capítulo se demostró que es posible almacenar vórtices ópticos utilizando un cristal fotorefractivo BGO sin campo eléctrico aplicado sobre él. Este resultado es otra contribución original de esta tesis, ya que hasta ahora sólo se podido almacenar vórtices ópticos en materiales fotonicos, cuyas caracterisiticas físicas son distintas a las de

un cristal fotorrefractivo. No obstante el anterior resultado del capitulo 2 plantea una serie de interregontes fundamentales tales como: Existe un modelo fisico-matemático que permite explicar los resultados experimentales obtenidos en el presente proyecto de investigación?, Cambiarán la caracteristicas morfologicas y naturaleza(con MAO) del haz almacenado en el cristal fotorefractivo BGO cuando un campo electrico sea aplicado?. Finalmente, en el tercer capítulo se mostró experimentalmente que es posible generar haces cilíndricos vectoriales controladamente con una estructura y polarización arbitraria utilizando hologramas apropiados generados por computador y proyectados sobre un modulador de luz direccionado ópticamente colocado dentro de un interferometro de Sagnac.

PERSPECTIVAS

De acuerdo a las conclusiones de este trabajo de investigación descritas en el capitulo anterior es posible plantear una serie de interrogantes que pueden ser utilizados como preguntas de investigación de futuros trabajos. De esta manera en el capitulo 2 se mostró numéricamente y experimentalmente la utilidad de usar rendijas triangulares y pentagonales con el propśosito de inferir el contenido de momento angular orbital en signo y magnitud, presente en un haz luminoso utilizando su patrón de difracción en campo lejano. A partir de lo anterior puede plantearse el interrogante: es posible utilizar aberturas poligonales con número de lados impares para detectar el signo y magnitud del contenido de momento angular orbital presente un haz luminoso. Por otra parte en el capitulo 2 se grabo dentro de cristal fotorefractivo BGO una distribución de campo con MAO, esto hace a los cristales foto-refractivos potenciales fuentes para aplicaciones en comunicaciones ópticas en donde este material puede ser empleado como un medio de almacenamiento a diferentes posiones angulares de haces con MAO bien definido. Finalmente en el capitulo 3 se demostró experimentalemente que el arreglo Sagnac para generar haces cilindricos vectoriales es robusto ante vibraciones mecánicas y ambientales, lo anterior constituye a este método en candidato potencial para estudiar y mejorar las apliaciones con los haces cilindricos vectoriales.

PRODUCTOS ASOCIADOS

Los resultados reportados en el presente trabajo de investigación han sido aceptados y publicados en las siguientes revistas indexadas y homologadas por colciencias.

- C. Acevedo, C. F. Diaz and Y. Torres-Moreno, *Intensity of a beam with integer and non-integer charge angular orbital momentum in far field*, Ingenieria y desarrollo, Vol. 32(2), pp. 161-178 (2014).
- C. Acevedo, C. F. Diaz and Y. Torres-Moreno, *Determination of the topological charge of a Bessel-Gauss beam using the diffraction pattern through of an equilateral aperture*, Revista Dyna, Vol. 82(190), pp.214-220 (2015).
- C. Acevedo, Y. Torres-Moreno, A. Guzman and A. Dogariu, *Sagnac interferometer based generation of controllable cylindrical vector beams*, International Journal of optics, Vol. 2016, #7929813, 7 pp. (2016)
- C. F. Diaz, C. Acevedo and Y. Torres-Moreno *Superposition of two optical vortices with opposite integer or non-integer orbital angular momentum*, Ingeniería e investigación, Vol. 36 (1), pp. 79-84 (2016).
- N. Anaya-Carvajal, C. Acevedo and Y. Torres-Moreno, *Generation of perfect optical vortices by using a transmission liquid crystal spatial light modulator*, International Journal of optics, Vol. 2017, #6852019, 10 pp. (2017).

- C. Celis-Cuevas, C. Acevedo and Y. Torres-Moreno, *Modeling of an electronic system for data based on angular momentum of light*, Aceptado. Revista pura y aplicada.

- C. Acevedo, Y. Torres-Moreno and A. Guzman, *Diffraction pattern of an vortex beam through of a rectangular and pentagonal apertures*, en revisión Optik.

Además los resultados fueron presentados en las siguientos eventos académicos:

- 8th Ibero American Optics Meetings/ 11th Latinoamerican Meeting in Optics, Lasers y Applications (RIAO- OPTILAS 2013), *Cylindrical vector beams obtained in Sagnac interferometer with an optically addressable spatial light modulator as mirror*, Proceedings of SPIE, Vol. 8785, 2013, Porto, Portugal.

- 8th Ibero American Optics Meetings/ 11th Latinoamerican Meeting in Optics, Lasers y Applications (RIAO- OPTILAS 2013), *Diffraction pattern of a Bessel beam with orbital angular momentum passing through an equilateral triangular slit: determining the topological charge beam*, Proceedings of SPIE, Vol. 8785, 2013, Porto, Portugal.

- 8th Ibero American Optics Meetings/ 11th Latinoamerican Meeting in Optics, Lasers y Applications (RIAO- OPTILAS 2013), *Diffraction pattern of a Bessel beam with orbital angular momentum passing through an equilateral triangular slit: determining the topological charge beam*, Proceedings of SPIE, Vol. 8785, 2013, Porto, Portugal.

- Frontiers in optics/Laser Science 2013 (FiO/LS 2013), *Recording a beam with integer angular orbital momentum into a photorefractive crystal BGO*, paper FW4D.6, Orlando, USA.

- 23rd congress of the International commission for optics (ICO-23), *Fraunhofer diffraction pattern of a Bessel-Gauss beam through a pentagonal or square aperture*, Santiago de Compostela, España.

- Third International Conference on Optical Angular Momentum ICOAM 2015, *Integer topological charge determination in orbital angular momentum beams using straight edges of nanometric thickness*, New York, USA.

- Third International Conference on Optical Angular Momentum ICOAM 2015, *Application's Born's rule for construct the far-field diffraction pattern through a square or pentagonal aperture*, New York, USA.

- Scientific school in integrated quantum photonics applications: from simulation to sensing, PICQUE 2015 *Far-field diffraction pattern of a Mathieu-Gauss beam through a rectangular aperture*, Picque 2015, pag. 32, Rome, Italy.

- Third International conference on applications of optics and photonics, *Perfect Optical vortices generation using a spatial light modulator*, pag. 35, Faro, Portugal.

- 9th Ibero American Optics Meetings/ 12th Latinoamerican Meeting in Optics, Lasers y Applications (RIAO- OPTILAS 2016), *Global characterization of nematic liquid crystal display Sony LCX038ARA with applied electric field in the modulation amplitude-coupled regime*, Vol. 786, Journal Of Physics: Conference Series ISSN: 1742-6596, (2017), Pucon, Chile.

Finalmente las tesis de pregrado orientadas:

- Generación de vórtices ópticos perfectos mediante hologramas computarizados, Profesional: N. Anaya-Carvajal, Titulo: Físico, Orientador principal: Cristian Acevedo. Codirector: Y. Torres-Moreno. Repositorio: UIS-Biblioteca (2016).

- Caracterización en el régimen acoplado en intensidad de una matriz Sony modelo LCX038ARA mediante el modelo retardador-Rotor, Profesional: C. Celis-Cuevas Titulo: Ingeniera electrónica, Orientador principal: Cristian Acevedo. Codirectores: Y. Torres-Moreno y O. Tijaro. Repositorio: UIS-Biblioteca (2016).

- Caracterización global en el regimen de fase pura de una matriz de liquido mediante el modelo retardor rotor, Profesional: J. Salamanca-Vela, Titulo: Ingeniera electrónica, Orientador principal: Cristian Acevedo. Codirectores: Y. Torres-Moreno y J. Barrero. Repositorio: UIS-Biblioteca (2017).

APÉNDICE

Para hallar la amplitud del campo $E(r,z)$ asumimos que cada componente satisface la ecuación de Helmholtz independiente del tiempo, entonces haciendo uso del método de separación de variables para $E(r,z) = E_r(r)E_z(z)$ se tiene que:

$$\nabla^2 \left(\alpha E(r,z)e^{im\theta}\right) + k^2 \alpha E(r,z)e^{im\theta} = 0, \tag{45a}$$

$$\left(\frac{\partial^2}{\partial r^2} + \frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial r} + \frac{1}{r^2}\frac{\partial^2}{\partial \theta^2} + \frac{\partial}{\partial z^2}\right) E_r E_z e^{im\theta} + k^2 E_r E_z e^{im\theta} = 0, \tag{45b}$$

$$E_z e^{im\theta}\left(\frac{d^2E_r}{dr^2} + \frac{1}{r}\frac{dE_r}{dr}\right) - \frac{m^2 E_r E_z}{r^2}e^{im\theta} + E_r e^{im\theta}\frac{d^2E_z}{dz^2} + k^2 E_r E_z e^{im\theta} = 0. \tag{45c}$$

Diviendo lo anterior entre $E(r,z)e^{im\theta}$, se llega a:

$$\left[\frac{1}{E_r}\left(\frac{d^2E_r}{dr^2} + \frac{1}{r}\frac{dE_r}{dr}\right) - \frac{m^2}{r^2}\right] + \frac{1}{E_z}\frac{d^2E_z}{dz^2} + k^2 = 0. \tag{46}$$

Lo anterior implica que:

$$\frac{1}{E_z}\frac{d^2E_z}{dz^2} = -k_1^2 \Longrightarrow \frac{d^2E_z}{dz^2} = -k_1^2 E_z \Longrightarrow E_z(z) = e^{ik_1 z}. \tag{47}$$

Luego si hacemos a $\kappa^2 = k^2 - k_1^2$, tendremos que:

$$\left[\frac{1}{E_r}\left(\frac{d^2E_r}{dr^2} + \frac{1}{r}\frac{dE_r}{dr}\right) - \frac{m^2}{r^2}\right] - k_1^2 + k^2 = 0, \tag{48a}$$

$$\frac{d^2E_r}{dr^2} + \frac{1}{r}\frac{dE_r}{dr} + \left(\kappa^2 - \frac{m^2}{r^2}\right)E_r = 0, \tag{48b}$$

$$r^2\frac{d^2E_r}{dr^2} + r\frac{dE_r}{dr} + (r^2\kappa^2 - m^2)E_r = 0. \tag{48c}$$

La ecuación anterior es la ecuación diferencial de Bessel[65], de manera que su solución es:

$$E_r = E_r(\kappa r) = J_m(\kappa r) = \sum_{n=0}^{\infty}(-1)^n \frac{1}{n!\Gamma(n+l+1)}\left(\frac{\kappa r}{2}\right)^{2n+l}. \tag{49}$$

Siendo J_m las funciones de bessel de primera especie y orden m. Por tanto se tendrá que:

$$E(r,z) = J_m(\kappa r)e^{i\sqrt{k^2-\kappa^2}z}. \tag{50}$$

Pero dado que podemos generalizar si sumamos sobre todas la ondas planas no evanescentes transversales ($\kappa < k$)[5] con una función de peso $E(\kappa)$ que conforman el haz propagándose entonces se llega finalmente a que:

$$E(r,\theta,z) = e^{im\theta}\int_0^k E(\kappa)J_m(\kappa r)e^{i\sqrt{k^2-\kappa^2}z}\,d\kappa. \tag{51}$$

Ahora para hallar E_z tomemos la condición de transversabilidad de $\vec{E}$ en coordenadas cilíndricas, es decir:

$$\nabla\cdot\vec{E} = \frac{\partial E_r}{\partial r} + \frac{E_r}{r} + \frac{1}{r}\frac{\partial E_\theta}{\partial\theta} + \frac{\partial E_z}{\partial z} = 0. \tag{52}$$

dado que el campo se puede escribir en coordenadas cilíndricas como:

$$\vec{E} = \left[(\alpha\cos\theta + \beta\sin\theta)\hat{r} + (\beta\cos\theta - \alpha\sin\theta)\hat{\theta}\right]e^{im\theta}\int_0^k E(\kappa)J_m(\kappa r)e^{i\sqrt{k^2-\kappa^2}z}\,d\kappa + E_z\hat{z}. \tag{53}$$

Entonces tendremos que:

$$\frac{\partial E_r}{\partial r} = e^{im\theta}(\alpha\cos\theta + \beta\sin\theta)\int_0^k E(\kappa)\left(\frac{dJ_m(\kappa r)}{dr}\right)e^{i\sqrt{k^2-\kappa^2}z}\,d\kappa, \tag{54}$$

como $J_{m-1}(\kappa r) - J_{m+1}(\kappa r) = \frac{2}{\kappa}\frac{dJ_m(\kappa r)}{dr}$[25], entonces:

$$\frac{\partial E_r}{\partial r} = \frac{(\alpha\cos\theta + \beta\sin\theta)}{2}e^{im\theta}\int_0^k \kappa E(\kappa)\left(J_{m-1}(\kappa r) - J_{m+1}(\kappa r)\right)e^{i\sqrt{k^2-\kappa^2}z}\,d\kappa. \tag{55}$$

mientras que:

$$\frac{\partial E_\theta}{\partial\theta} = \left[\beta(im\cos\theta - sin\theta)e^{im\theta} - \alpha(im\sin\theta + \cos\theta)e^{im\theta}\right]\int_0^k E(\kappa)J_m(\kappa r)e^{i\sqrt{k^2-\kappa^2}z}\,d\kappa. \tag{56}$$

Dado que $J_{m-1}(\kappa r) + J_{m+1}(\kappa r) = \frac{2m}{\kappa r}J_m(\kappa r)$[25], entonces:

$$\frac{\partial E_\theta}{\partial\theta} = \frac{[\beta(im\cos\theta - sin\theta) - \alpha(im\sin\theta + \cos\theta)]}{2m}re^{im\theta}\int_0^k \kappa E(\kappa)\left(J_{m-1}(\kappa r) + J_{m+1}(\kappa r)\right)e^{i\sqrt{k^2-\kappa^2}z}\,d\kappa. \tag{57}$$

Por lo tanto la ecuación 53 se convierte en:

$$\frac{\alpha\cos\theta + \beta sin\theta}{2}e^{im\theta}\int_0^k \kappa E(\kappa)\left(J_{m-1}(\kappa r) - J_{m+1}(\kappa r)\right)e^{i\sqrt{k^2-\kappa^2}z}\,d\kappa +$$

$$\frac{\alpha\cos\theta + \beta sin\theta}{2mr}re^{im\theta}\int_0^k \kappa E(\kappa)\left(J_{m-1}(\kappa r) + J_{m+1}(\kappa r)\right)e^{i\sqrt{k^2-\kappa^2}z}\,d\kappa +$$

$$\frac{\beta(im\cos\theta-\sin\theta)-\alpha(im\sin\theta+\cos\theta)}{2mr}re^{im\theta}\int_0^k \kappa E(\kappa)\left(J_{m-1}(\kappa r)+J_{m+1}(\kappa r)\right)e^{i\sqrt{k^2-\kappa^2}z}\,d\kappa+\frac{\partial E_z}{\partial z}=0. \tag{58}$$

Si llamamos a $S(\kappa)\equiv\kappa E(\kappa)e^{i\sqrt{k^2-\kappa^2}z}$, obtendremos que lo anterior se convierte en

$$=\frac{\alpha\cos\theta+\beta\sin\theta}{2}e^{im\theta}\int_0^k S(\kappa)\left(J_{m-1}(\kappa r)-J_{m+1}(\kappa r)\right)\,d\kappa+\frac{i(\beta\cos\theta-\alpha\sin\theta)}{2}e^{im\theta}$$
$$\int_0^k S(\kappa)\left(J_{m-1}(\kappa r)+J_{m+1}(\kappa r)\right)\,d\kappa+\frac{\partial E_z}{\partial z}=0, \tag{59a}$$
$$=\frac{\alpha\cos\theta}{2}e^{im\theta}\int_0^k S(\kappa)J_{m-1}(\kappa r)\,d\kappa-\frac{\beta\sin\theta}{2}e^{im\theta}\int_0^k S(\kappa)J_{m+1}(\kappa r)\,d\kappa-$$
$$\frac{\alpha\cos\theta}{2}e^{im\theta}\int_0^k S(\kappa)J_{m+1}(\kappa r)\,d\kappa+\frac{\beta\sin\theta}{2}e^{im\theta}\int_0^k S(\kappa)J_{m-1}(\kappa r)\,d\kappa+$$
$$i\frac{\beta\cos\theta}{2}e^{im\theta}\int_0^k S(\kappa)J_{m-1}(\kappa r)\,d\kappa-i\frac{\alpha\sin\theta}{2}e^{im\theta}\int_0^k S(\kappa)J_{m+1}(\kappa r)\,d\kappa+$$
$$i\frac{\beta\cos\theta}{2}e^{im\theta}\int_0^k S(\kappa)J_{m+1}(\kappa r)\,d\kappa-i\frac{\alpha\sin\theta}{2}e^{im\theta}\int_0^k S(\kappa)J_{m-1}(\kappa r)\,d\kappa+\frac{\partial E_z}{\partial z}=0, \tag{59b}$$
$$=\left[\alpha(\cos\theta-i\sin\theta)+i\beta(\cos\theta-i\sin\theta)\right]\frac{e^{im\theta}}{2}\int_0^k S(\kappa)J_{m-1}(\kappa r)\,d\kappa+$$
$$\left[-\alpha(\cos\theta+i\sin\theta)+i\beta(\cos\theta+i\sin\theta)\right]\frac{e^{im\theta}}{2}\int_0^k S(\kappa)J_{m+1}(\kappa r)\,d\kappa+\frac{\partial E_z}{\partial z}=0, \tag{59c}$$
$$=\left(\alpha e^{-i\theta}+i\beta e^{-i\theta}\right)\frac{e^{im\theta}}{2}\int_0^k S(\kappa)J_{m-1}(\kappa r)\,d\kappa+\left(-\alpha e^{i\theta}+i\beta e^{i\theta}\right)\frac{e^{il\theta}}{2}\int_0^k S(\kappa)J_{l+1}(\kappa r)\,d\kappa+$$
$$\frac{\partial E_z}{\partial z}=0, \tag{59d}$$
$$=\frac{(\alpha+i\beta)}{2}e^{-i\theta}e^{im\theta}\int_0^k \kappa E(\kappa)e^{i\sqrt{k^2-\kappa^2}z}J_{m-1}(\kappa r)\,d\kappa+\frac{(-\alpha+i\beta)}{2}e^{i\theta}e^{im\theta}\int_0^k \kappa E(\kappa)e^{i\sqrt{k^2-\kappa^2}z}J_{m+1}(\kappa r)\,d\kappa+$$
$$\frac{\partial E_z}{\partial z}=0. \tag{59e}$$

Finalmente integrando indefinidamente con respecto a z se tendrá que la componente E_z es:

$$E_z=-\frac{\alpha+i\beta}{2}e^{-i\theta}e^{im\theta}\int_0^k \kappa E(\kappa)\left(\int e^{i\sqrt{k^2-\kappa^2}z}dz\right)J_{m-1}(\kappa r)d\kappa-\frac{-\alpha+i\beta}{2}e^{i\theta}e^{im\theta}$$
$$\int_0^k \kappa E(\kappa)\left(\int e^{i\sqrt{k^2-\kappa^2}z}dz\right)J_{m+1}(\kappa r)d\kappa, \tag{60a}$$
$$=-\frac{\alpha+i\beta}{2i}e^{-i\theta}e^{im\theta}\int_0^k \frac{\kappa E(\kappa)}{\sqrt{k^2-\kappa^2}}e^{i\sqrt{k^2-\kappa^2}z}J_{m-1}(\kappa r)d\kappa+\frac{\alpha-i\beta}{2i}e^{i\theta}e^{im\theta}$$
$$\int_0^k \frac{\kappa E(\kappa)}{\sqrt{k^2-\kappa^2}}e^{i\sqrt{k^2-\kappa^2}z}J_{m+1}(\kappa r)d\kappa, \tag{60b}$$
$$E_z=\int_0^k \frac{\kappa E(\kappa)}{2\sqrt{k^2-\kappa^2}}e^{i\sqrt{k^2-\kappa^2}z}\left[(i\alpha-\beta)e^{-i\theta}J_{m-1}(\kappa r)-(i\alpha+\beta)e^{i\theta}J_{m+1}(\kappa r)\right]e^{im\theta}d\kappa. \tag{60c}$$

Por lo tanto el campo eléctrico total es:

$$\vec{E}(r,\theta,z) = \int_0^k E(\kappa) e^{im\theta} e^{i\sqrt{k^2-\kappa^2}z} \left\{ (\alpha\hat{x} + \beta\hat{y}) J_l(\kappa r) + \frac{\kappa}{2\sqrt{k^2-\kappa^2}} \right.$$
$$\left. \Big[(i\alpha - \beta) e^{-i\theta} J_{l-1}(\kappa r) - (i\alpha + \beta) e^{i\theta} J_{m+1}(\kappa r) \Big] \hat{z} \right\} d\kappa. \tag{61a}$$

BIBLIOGRAFIA

[1] J. Kepler, *El secreto del universo*, Alianza Editorial, Madrid, 288pp. (1992).

[2] J. Maxwell, *On physical lines of force part I*, Phylosophical Magazine and Journal of Science, Vol. 21(139), Series Fourth, pp. 161-175 (1861).
J. Maxwell, *On physical lines of force part II*, Phylosophical Magazine and Journal of Science, Vol. 21(140), Series Fourth, pp. 281-291 (1861).

[3] J. Poynting, *On the transfer of energy in the electromagnetic field*, Philosophical Transactions of Royal Society London Serie A, Vol. 175, pp. 343-361 (1884).

[4] J. Poynting, *The wave motion of a revolving shaft, and a suggestion as to the angular momentum in beam circularly polarised light*, Proceedings Royal Society London Serie A, Vol. 82, pp. 560-567 (1909).

[5] R. Beth, *Mechanical detection and measurement of the angular momentum of light*, Physics Review, Vol. 50(2), pp. 115-125 (1936).

[6] L. Allen, M. Beijersbergen, R. Spreeuw and J. Woerdman; *Orbital angular momentum of light and transformation of Laguerre-Gaussian Laser Modes*, Physical Review A, Vol. 45(11), pp. 8185-8189 (1992).

[7] M. Berry, *Optical vortices evolving from helicoidal integer and fractional phase steps*, Journal of Optics A: Pure and Applied Optics, Vol. 6, pp. 259-268 (2004).

[8] S. Sato, M. Ishigure and H. Inaba, *Optical trapping and rotational manipulation of the microscopic particles and biological cells using higher-order mode nd:yag laser beams*, Electronic Letters, Vol. 27(10), pp. 1831-1832 (1991).

[9] M. Friese, J. Enger, H. Rubinsztein and N. Heckenberg, *Optical angular momentum transfer to trapped absorbing particles*, Physical Review A, Vol. 54(2), pp. 1593-1596 (1996).

[10] N. Simpson, H. Dholakia, L. Allen and M. Padgett, *Mechanical equivalence of spin and orbital angular momentum of light: an optical spanner*, Optics Letters, Vol. 22(1), pp. 52-54 (1997).

[11] P. Galajda and P. Ormos, *Complex micromachines produced and driven by light*, Applied Physics Letters, Vol. 78(2), pp. 249-251(2001).

[12] S. Tao, X. Yuan, X. Peng, H. Niu and J. Lin, *Fractional optical vortex beam induced rotation of particles*, Optics Express, Vol. 13(20), pp. 7726-7731 (2005).

[13] A. Arias, S. Etcheverry, P. Solano, J. Staforelli, M. Gallardo, H. Rubinsztein-Dunlop, and C. Saavedra, *Simultaneous rotation, orientation and displacement control of birefringent microparticles in holographic optical tweezers*, Optics Express, Vol. 21(1), pp. 102111 (2013).

[14] H. Wang, X. Zhenwei, Z. Mile, C. Jingsuo, H. Shengfei, W. Xinke, Wenfeng, S. Jiasheng, H. Peng and Z. Yan, *A miniaturized optical fiber microphone with concentric nano-rings grating and microsprings structured diaphragm*, Optics and Laser Technology, Vol. 21(10), pp. 102-11 (2015).

[15] G. Molina-Terriza, J. Torres and L. Torner, *Management of the angular momentum of Light: preparation of photons in multidimensional vector states of angular momentum*, Physical Review Letters, Vol. 88, #013601, 4pp. (2002).

[16] G. Gibson, J. Courtial, M. Padgett, M. Vasnetsov, S. Barnett and S. Franke-Arnold, *Free-space information transfer using light beams carrying orbital angular momentum*, Optics Express, Vol. 12(22), pp. 5448-5455 (2004).

[17] I. Djordjevic and M. Arabaci, *LPDC-Coded orbital angular momentum (OAM) modulation for free-space optical communication*, Optics Express, Vol. 24(24), pp. 24722 24728 (2010).

[18] A. Gatto, M. Tacca, P. Martelli, P. Boffi and M. Martinelli, *Free-space orbital angular momentum division multiplexing with Bessel beams*, Journal of Optics, Vol. 13, #064018, 2pp. (2011).

[19] Y Yan, X. Guodong, M. Lavery, Huang, H Nisar, B. Changing, R. Yongxiong, C. Yinwen. L. Long, Z. Zhe, Andreas, M. Moshe, M. Padgett and A. Willner, *High-capacity millimeter-wave communications with orbital angular momentum multiplexing*, Nature Communications, Vol. 5 (4876), 9 pp. (2014).

[20] H. Huang, G. Xie, Y. Yan, N. Ahmed, Y. Ren, Y. Yue, D. Rogawski, M. Willner, B. Erkmen, K. Birnbaum, S. Dolinar, M. Lavery, M. Padgett, M. Tur, and A. Willner, *100 Tbit/s free-space data link enabled by three-dimensional multiplexing of orbital angular momentum, polarization, and wavelength*, Optics Letters, Vol. 39(2), pp. 197-200 (2014).

[21] N. Bozinovic, Y. Yue, Y. Ren, M. Tur, P. Kristensen, H. Huang, A. Willner, and S. Ramachandran, *Terabit-Scale Orbital Angular Momentum Mode Division Multiplexing in Fibers*, Science Vol. 340, pp. 1545-1548 (2013).

[22] H. Brunet, V. Pravin, M. Youns, S. LaRochelle, and L. Rusch, *Design, fabrication and validation of an OAM fiber supporting 36 states*, Optics Express, Vol. 22(21), pp. 26117-26127 (2014).

[23] K. Crabtree, J. A. Davis, and I. Moreno, *Optical processing with vortex-producing lenses*, Applied Optics. Vol. 43(6), pp. 13601367 (2004).

[24] T. Ehmke, T. Heiko, A. Knebl, and A. Heisterkamp, *Molecular orientation sensitive second harmonic microscopy by radially and azimuthally polarized light*, Biomedical Optics Express, Vol. 5(7), pp. 2232-2246 (2014).

[25] J. Masajada, I. Augustyniak, B. Sokolenko, A. Khoroshun., A. Popioek-Masajada, and B. Marcin, *Optical Vortex Scanning in an aperture limited system*, Optics and Lasers in Engineering, Vol. 55, pp. 105112 (2014).

[26] M. Beijersbergen, R. Coerwinkel, M. Kristensen and J. Woerdman, *Helical-wavefront laser beams produced with a spiral phase plate*, Optics Communications, Vol. 112(5), pp. 321-327 (1994).

[27] G. Turnbull, D. Robertson, G. Smith, L. Allen and M. Padgett, *The generation of the free space Laguerre-Gaussian beams at millimetre-wave frecuencies by use of a spiral phaseplate*, Optics Communications, Vol. 127(94), pp. 183-188 (1996).

[28] A. Carpentier, H. Michenel and J. Salgueiro, *Making optical vortices with computer-generated holograms*, American Journal of Physics, Vol. 76(10), pp. 916-921 (2008).

[29] P.Zhao, S. Li, X. Feng, K. Cui, F. Liu, W. Zhang, and Y. Huang, *Measuring the complex orbital angular momentum spectrum of light with a mode-matching method*, Optics Letters, Vol. 42(6), pp. 1080-1083 (2017)

[30] G. Indebetouw, *Optical vortices and their propagation*, Journal of Modern Optics, Vol. 40(1), pp. 73-87 (1993).

[31] A. T. ONeil, I. Mac Vicar, L. Allen and M. Padgett, *Intrinsic and extrinsic nature of the orbital angular momentum of a light beam*, Physical Review Letters, Vol. 88, #053601, 4pp. (2002).

[32] M. Mansuripur, *Spin and orbital angular momenta of the electromagnetic waves in free space*, Physical Review A, Vol. 84, #033838, 6pp. (2011).

[33] Miles J. Padgett, *Orbital angular momentum 25 years on*, Optics Express Vol. 25(10), pp. 11265-11274 (2017).

[34] C. Schulze, A. Dudley, R. Bruning, M. Duparré, and A. Forbes, *Measurement of the orbital angular momentum density of Bessel beams by projection into a Laguerre Gaussian basis*, Applied Optics, Vol. 53(26), pp. 5924-5933 (2014).

[35] M. P. J. Lavery, D. J. Robertson, A. Sponselli, J. Courtial, N. K. Steinhoff, G. A. Tyler, A. E. Willner, and M. J. Padgett, *Efficient measurement of an optical orbital-angular-momentum spectrum comprising more than 50 states*, New Journal of Physics, Vol. 15, #013024, 7 pp. (2013).

[36] P. Genevet, J. Lin, M. Kats and F. Capasso, *Holographic detection of orbital angular momentum of light with plasmonic photodiodes*, Nature Communications 3, pp. 1278-1283 (2012).

[37] M. Padgett, J. Arlt, N. Simpson and L. Allen,*An experiment to observe the intensity and phase structure of Laguerre-Gaussian laser modes*, American Journal of Physics, Vol. 64(1), pp. 77-86 (1996).

[38] J. Leach, J. Courtial, K. Skeldon, S. Barnett, S. Arnold and M. Padgett, *Interferometric methods to measure orbital and spin, or the total angular momentum of a single photon*, Physics Review Letters, Vol. 92, #013601, 4pp (2004).

[39] H. He, M. Friese and N. Heckenberg, *Direct observation of transfer of angular momentum to absorptive particles from a laser beam with a phase singularity*, Physics Review Letters, Vol. 75(5), pp. 826-829 (1995).

[40] D. Ghai, P. Senthikumaran and S. Sirohi, *Single-slit diffraction of an optical beam with phase singularity, Optical Laser and Engineering*, Vol. 47(1), pp. 123-146 (2009).

[41] H. Sztul and R. Alfano, *Double-slit interference with Laguerre-Gaussian beams*, Optics Letters, Vol. 31(7), pp. 999-1001 (2006).

[42] J. Hickmann, E. Fonseca, W. Soares and S. Chavez, *Unveiling a truncated optical lattice associated with a triangular aperture using light's orbital angular momentum*, Physical Review Letters, Vol. 105, #053904, 4pp (2010).

[43] L. Yongxin, T. Hua, P. Jixiong and L. Baida., *Detecting the topological charge of vortex beams using an annular triangle aperture*, Optics and Laser Technology, Vol. 43(7), pp. 1233-1236 (2011).

[44] L. Araujo and M. Anderson, *Measuring vortex charge with triangular aperture*, Optics Letters, Vol. 36(6), pp. 787-789 (2011).

[45] A. Nesterov, V. Niziev and V. Yakunin, *Generation of high-power radially polarized beam*, Applied Optics, Vol. 32(22), pp. 2871-2879 (1999).

[46] A. Nesterov and V. Niziev, *Laser beams with axially symmetric polarization*, Journal Physics D: Applied Physics, Vol. 33(5), pp. 1817-1822 (2000).

[47] K. Willig, S. Rizzoli, V. Westphal, R. Jahn and S. Hell, *STED microscopy reveals that synaptotagmin remains clustered after synaptic vesicle exocytosis*, Nature, pp. 935-939, (2003).

[48] G. Machavariani, Y. Lumer, I. Moshe, A. Meir, S. Jackel and N. Davidson, *Birefringence-induced bifocusing for selection of radially or azimuthally polarized laser modes*, Applied Optics, Vol. 46(2), pp. 3304-3310 (2007).

[49] M. Thirugnanasambandam, Y. Senatsky and K. Ueda, *Generation of radially and azimuthally polarized beams in Yb:YAG laser with intra-cavity lens and birefringent crystal*, Optics Express, Vol. 19(3), pp. 1905-1914 (2011).

[50] R. Dorn, S. Quabis and G. Leuchs, *Sharper Focus for a Radially Polarized Light Beam*, Physics Review Letters, Vol. 91(3), (2003).

[51] Y. Kozawa and S. Sato, *Generation of a radially polarized laser beam by use of a conical Brewster prism*, Optics Letters, Vol. 30 (22), pp.3063-3065 (2005).

[52] A. Flores, J. Hernández, R. Jáuregui and K. Sepúlveda, *Experimental generation and analysis of first-order TE and TM Bessel modes in free space*, Optics Letters Vol. 31(10), pp. 1732-1734 (2006).

[53] K. Toussaint, S. Park, J. Jureller and N. Scherer, *Generation of optical vector beams with a diffractive optical element interferometer*, Optics Letters, Vol. 30(21), pp. 2846-2848 (2005).

[54] C. Maurer, A. Jesacher, S. Frhapter, S. Bernet and M. Ritsch-Marte, *Tailoring of arbitrary optical vector beams*, New Journal Physics, Vol. 9(2007), pp. 78-96 (2007).

[55] X. Wang, Y. Li, J. Chen, C. Guo, J. Ding and H. Wang, *A new type of vector fields with hybrid states of polarization*, Optics Express, Vol. 18(10), pp. 10786-10795 (2010).

[56] H. Chen, J. Hao, B. Zhang, J. Xu, J. Ding and H. Wang, *Generation of vector beam with space-variant distribution of both polarization and phase*, Optics Letters, Vol. 36(16), pp. 31793181 (2011).

[57] X. Wang, J. Ding, W. Ni, C. Guo and H. Wang, *Generation of arbitrary vector beams with a spatial light modulator and a common path interferometric arrangement*, Optics Letters, Vol. 32(24), pp. 3549-3551 (2007).

[58] V. Niziev, R. Chang and A. Nesterov, *Generation of inhomogeneously polarized laser beams by use of a Sagnac interferometer*, Applied Optics, Vol. 45(33), pp. 8393-8399 (2006).

[59] E. Hecht, *Optics*, Fourth edition, Addison-Wesley Publishing Company Inc, New York, 704pp. (2002).

[60] M. Lax, W. Louisell and B. MacKnight, *From Maxwell to paraxial wave optics*, Physical Review A, Vol 11(4), pp. 1365-1370 (1975).

[61] J. D. Jackson, *Clasical electrodynamics*, Third edition, John wiley & Sons Inc., New York, 833pp. (1998).

[62] L. W. Davis, *Theory of electromagnetic beams*, Physical Review A, Vol 19(3), pp. 1177-1179 (1979).

[63] I. Basistiy, M. Soskin, and M. Vanetsov, *Optical wavefront dislocations and their properties*, Optics Communications, Vol. 119(22), pp. 604-612 (1995).

[64] G. Indebetouw, *Optical vortices and their propagation*, Journal of Modern Optics, Vol. 40(1), pp. 73-87 (1993).

[65] S. Van Enk and G. Nienhuis, *Eigenfunction description of laser beams and orbital angular momentum of light*, Optics Communications, Vol 94(1-3), pp. 147-158 (1992).

[66] L. Allen, M. Padgett and M. Babiker, *Chapter IV: The orbital angular momentum of light*, Progress in Optics XXXIX, Elsevier Science B. V., Amsterdam, Netherlands, 383pp. (1999).

[67] G. Arfken, *Mathematical methods for physicists*, third edition, Academic Press Inc., San Diego, California, 1006pp. (1985).

[68] S. Barnett and L. Allen, *Orbital angular momentum and nonparaxial light beams*, Optics communications, Vol. 110(5), pp. 670-678 (1994).

[69] R. Martinez-Herrero and P. M. Mejías, *Angular momentum decomposition of nonparaxial light beams*, Optics Express, Vol. 18(8), pp. 7965-7971 (2010).

[70] Chun F. Li, *Spin and orbital angular momentum of a class of nonparaxial light beams having a globally defined polarization*, Physical Review A, Vol. 80(6), #063814, 11pp. (2009).

[71] S. Van Enk and G. Niehuis, *Conmutation rules and eigenvalues of spin and orbital angular momentum of radiation fields*, Journal of Modern Optics, Vol. 41(5), pp. 963-977 (1994).

[72] P. Vaveliuk, B. Ruiz and A. Lencina, *Limits of the paraxial approximation in laser beams*, Optics letters, Vol. 32(8), pp. 927-929 (2007).

[73] M. Beijersbergen, R. Coerwinkel, M. Kristensen and J. Woerdman, *Helical-wavefront laser beams produced with a spiral phase plate*, Optics Communications, Vol. 112(5), pp. 321-327 (1994).

[74] G. Turnbull, D. Robertson, G. Smith, L. Allen and M. Padgett, *The generation of the free space Laguerre-Gaussian beams at millimetre-wave frecuencies by use of a spiral phaseplate*, Optics Communications, Vol. 127(4), pp. 183-188 (1996).

[75] M. Beijersbergen, L. Allen, H. Van der Veen and J. Woerdman, *Astigmatics Laser Converters and transfer of the angular orbital momentum*, Optics Communications, Vol 96(2), pp. 123-138 (1993).

[76] L. Allen and M. Padgett, *Orbital angular momentum exchange in cylindrical-lens mode converters*, Journal of Optics B. Quantum Semiclassical Optics, Vol. 4, S17-S19 (2002).

[77] V. Bazhenov, M. Vanetsov and M. Soskin, *Laser beams with screw dislocations in their wavefronts*, American Institute of Physics, Vol. 52(8), pp. 429-431 (1990).

[78] N. Heckenberg, R. Mcduff, C. Smith, H. Rubinsztein and M. Wegener, *Laser beams with singularities*, Optical and Quantum Electronics, Vol. 24, S951-S962 (1992).

[79] A. Carpentier, H. Michenel and J. Salgueiro, *Making optical vortices with computer-generated holograms*, American Journal of Physics, Vol. 76(10), pp. 916-921 (2008).

[80] S. Kennedy, M. Szabo, H. Teslow, J. Portefield and E. Abraham, *Creation of laguerre-gaussian modes using diffractive optics*, Physical Review A, Vol. 66, #043801, 5pp. (2002).

[81] N. Matsumoto, T. Ando, T. Inoue, Y. Ohtake, N. Fukuchi and T. Hara, *Generation of high-quality higher-order Laguerre-Gaussian beams using liquid-crystal-on-silicon spatial light modulators*, Journal Optical Society of America A, Vol. 25(7), pp. 1642-1651 (2008).

[82] M. Born and E. Wolf, Principles of Optics, seventh edition, Cambridge University Press, Cambridge, UK, 1023pp. (2002).

[83] L. Janicijevic and S. Topuzoski, *Fresnel and Fraunhofer diffraction of a gaussian laser beam by fork-shaped gratings*, Journal Optical Society of America A, Vol. 25(11), pp. 2659-2669 (2008).

[84] A. Cristian, *Analisis teorico-experimental de un haz con momento angular orbital*, Tesis de Maestria, Universidad Industrial de Santander, 122pp. (2012).

[85] V. Kotlyar, A. Almazov, S. Khonina, V. Sofier, H. Elfstrom and J. Turumen, *Generation of phase singularity through diffracting a plane or Gaussian beam by a spiral phase plate*, Journal of Optical of Society America A, Vol. 22(5), pp. 849-861 (2005).

[86] M. Abramowitz and I. Stegun, *Handbook of mathematical functions*, ninth edition, Dover books on mathematics, Washington, 1059pp. (1964).

[87] XGA4 Miniature LCD user guide document TCF/00032. Document no.:409/0353/01A dated 24/09/2009. Document release CRO 06/04. Copyright CRLO Displays limited. Registered in England: 5220480. (2004).

[88] I. Moreno, N. Bennis, J Davis and Carlos Ferreira,*Twist angle determination in liquid crystal displays by location of local adiabatic points*, Optics Communications, Vol. 158(13), pp. 231-238 (1998).

[89] W. Osten, C. Kohler and J. Liesener, *Evaluation and application of spatial light modulators for the optical metrology*, Optica Pura y Aplicada, Vol 38(3), pp. 71-81 (2005).

[90] J. Leach, J. Courtial, K. Skeldon, S. Barnett, S. Arnold and M. Padgett, Interferometric methods to measure orbital and spin or the total angular momentum of a single photon Physics Review Letters, Vol. 92, #013601, 4pp. (2004).

[91] G. Berkhout and M. Beijersbergen, Method for probing the orbital angular momentum of optical vortices in electromagnetic waves from astronomical objects, Physics Review Letters, Vol. 101, #100801, 4 pp. (2008).

[92] S. Queil, A. Jesus-Silva, J. S Fonseca, and J. M. Hickmann *Fraunhofer diffraction of light with orbital angular momentum by a slit*, Optics Letters, Vol. 36(16), pp. 3106-3108 (2011).

[93] C. Guo, L. Lu and H. Wang, *Characterizing topological charge of optical vortices by using an annular aperture*, Optics Letters, Vol. 34(23), pp. 3686-3688 (2011).

[94] M. Malik, S. Murugkar, J. Leach and R. Boyd *Measurement of the orbital-angular-momentum spectrum of fields with partial angular coherence using double-angular-slit interference*, Physical Review A, Vol. 86, #063806, 5pp. (2012).

[95] J. Martinez Vladimir, *Grabado de Hologramas fotorrefractivos a alta temperatura*, Tesis de doctorado, Universidad Industrial de Santander, 88pp. (2011).

[96] J. Frejlich, *Photorefractive materials: Fundamental concepts, holographic recording and materials characterization*, Chap. 2, John Wiley Sons, New Jersey, (2007).

[97] F. Chen, J. LaMacchia and D. Fraser, *Holographic storage in Lithium niobate*, Applied Physics Letters, Vol. 13(7), pp. 223-225 (1968).

[98] J. W. Goodman, *introduction to Fourier Optics*, second edition, McGraw-Hill, New York, 441pp. (1996).

[99] A. Mourka, J. Baumgartl, C. Shanor, K. Dholakia and E. Wright, *Visualization of the birth of an optical vortex using diffraction from a triangular aperture*, Optics Express, Vol. 19(7), pp. 5760-5771 (2011).

[100] Berry, M., *Phase vortex spirals*, Journal of Physics A: Mathematical and General, Vol. 38(45), pp. L757-L741 (2005).

[101] Berry, M., *Wave near zeros*, Conference on Coherence and quantum Optics, Optical Society America, Washington DC Eds, pp. 37-41 (2008).

[102] Senthikumaran P. and Bahl, M., *Youngs experiment with waves near zeros*, Optics Express, Vol. 23(9), pp. 10968-10973 (2015).

[103] P. Mesquita, J. Alcensio, E. Fonseca and J. Hickmann, *Engineering a square truncated lattice with lights orbital angular momentum*, Optics Express, Vol. 19(21), pp. 20616-20621 (2011).

[104] Q. Zhan, *Cylindrical vector beams: from mathematical concepts to applications*, Advances in Optics and Photonics, Vol. 1(1), pp. 157 (2009).

[105] N. Fukuchi, Y. Biqing, Y. Igasaki, N. Yoshida, Y. Kobayashi and T. Hara, *Oblique-incidence characteristics of a parallel-aligned nematic liquid crystal spatial light modulator*, Optical. Review, Vol. 12(1), pp. 372-377 (2005).

[106] S. Liu, P. Li, T. Peng, J. Zhao, *Generation of arbitrary spatially variant polarization beams with a trapezoid Sagnac interferometer*, Optics Express, Vol. 20(2), pp. 21716-21721 (2012).

[107] D.G.Hall, *Vector-beam solutions of Maxwells wave equation*, Optics Letters, vol. 21(1), pp. 911 (1996).

[108] J. Gotte, K. Oholleran, D. Preece et al., *Light beams with fractional orbital angular momentum and their vortex structure*, Optics Express, vol. 16(2), pp. 9931006 (2008).

[109] C. Stahl and G. Gbur, *Analytic calculation of vortex diffraction by a triangular aperture.* Journal Optics of Society American A, A Vol. 33(6), pp. 1175-1180 (2016).