

Determinación experimental del índice de refracción no lineal en un cristal fotorrefractivo de  
tipo Sillenita mediante la técnica Z-Scan

David Norberto Rugeles Franco

Trabajo de Grado para Optar al Título de Físico

Director

Yezid Torres Moreno

Dr. Óptica y Tratamiento de la Señal

Codirectora

Angie Liseth Solano Navarro

Física

Universidad Industrial de Santander

Facultad de Ciencias

Escuela de Física

Bucaramanga

2024

## Tabla de Contenido

	<b>Pág.</b>
Introducción .....	9
Objetivos .....	11
Objetivo General .....	11
Objetivos Específicos.....	11
1. Marco Teórico.....	12
1.1 Cristales fotorrefractivos Sillenita .....	12
1.2 Índice de refracción dependiente de la intensidad .....	14
1.3 Características de un haz gaussiano .....	18
1.4 Transmisión de un haz gaussiano a través de una lente delgada .....	21
1.5 Descripción de la técnica Z-Scan.....	24
1.5.1 Fenómenos de tercer orden .....	26
1.5.2 Análisis de Z-Scan para medios delgados .....	30
1.5.3 Z-Scan en una abertura cerrada.....	31
2. Metodología Experimental.....	34
2.1 Propiedades de la muestra: Fase 1 .....	35
2.2 Características del haz gaussiano: Fase 2 .....	36
2.3 Parámetros de intensidad: Fase 3 .....	37
2.4 Z-Scan: Fase 4.....	38
3. Análisis y Discusión de Resultados .....	39
3.1 Características del haz gaussiano.....	39
3.2 Parámetros de intensidad .....	42

3.3 Z-Scan .....	44
4. Conclusiones .....	50
Referencias Bibliográficas .....	52

## Lista de Tablas

	<b>Pág.</b>
Tabla 1. Propiedades ópticas y geométricas del cristal BGO .....	35
Tabla 2. Algunas especificaciones del láser de HeNe N-LHR-151 .....	35
Tabla 3. Resumen de la caracterización del haz Gaussiano.....	41
Tabla 4. Resumen del análisis de datos de Z-Scan .....	47
Tabla 5. Resultados obtenidos por Ganeev et al. (2004) .....	48

## Lista de Figuras

	<b>Pág.</b>
Figura 1. Gráfica del radio de curvatura del frente de onda en función de la distancia $z$ , según la ecuación (21).....	19
Figura 2. Divergencia de un haz gaussiano .....	19
Figura 3. Parámetros que caracterizan a un haz gaussiano antes y después de su transmisión por una lente delgada.....	20
Figura 4. Representación de un montaje típico de Z-Scan .....	24
Figura 5. No linealidad de auto-enfoque de un cristal ubicado en un $Z$ negativo respecto al plano focal imagen ( $Z=0$ ) .....	26
Figura 6. No linealidad de auto-enfoque de un cristal ubicado en un $Z$ positivo respecto al plano focal imagen ( $Z=0$ ) .....	27
Figura 7. No linealidad de auto-desenfoque de un cristal ubicado en un $Z$ negativo respecto al plano focal imagen ( $Z=0$ ).....	28
Figura 8. No linealidad de auto-desenfoque de un cristal ubicado en un $Z$ positivo respecto al plano focal imagen ( $Z=0$ ) .....	28
Figura 9. Curva típica de Z-Scan .....	29
Figura 10. Montaje experimental para determinar el parámetro $I_0$ .....	37
Figura 11. Relación entre el diámetro del spot $\omega^2(z)$ y la distancia $z^2$ medida desde la salida del láser hasta el plano de observación.....	40
Figura 12. Esquema experimental empleado para la determinación de la transmitancia de referencia $S$ .....	42

Figura 13. Esquema experimental empleado para la determinación de $I_0$ .....	42
Figura 14. Montaje experimental utilizado para la técnica Z-Scan .....	44
Figura 15. Distribución de los datos obtenidos en el experimento de Z-Scan.....	45
Figura 16. Gráfica de la regresión lineal de la transmitancia óptica no lineal.....	47

## Resumen

**Título:** Determinación experimental del índice de refracción no lineal en un cristal fotorrefractivo de tipo Sillenita mediante la técnica Z-Scan\*

**Autor:** David Norberto Rugeles Franco\*\*

**Palabras Clave:** Z-Scan, Polarización No Lineal, Auto-enfoque, Auto-desenfoque, Fotorrefractivo.

**Descripción:** El propósito de este proyecto es la caracterización de un cristal fotorrefractivo BGO en una longitud de onda de 632.8 nm por medio de la técnica Z-Scan; la cual es muy útil para determinar las propiedades ópticas de medios no lineales. Se busca determinar la transmitancia óptica del medio y a partir de ésta obtener el índice de refracción no lineal realizando un arreglo de Z-Scan de abertura cerrada.

Se encontró que el cristal posee una refracción no lineal negativa. Se demostró que esta no linealidad se debe a la polarización de tercer orden inducida por el campo eléctrico que atraviesa el cristal.

Se comprobó que la curva obtenida con los datos registrados puede aproximarse a una función polinomial de cuarto grado inversa.

---

\* Trabajo de Grado

\*\* Facultad de Ciencias. Escuela de Física. Director: Yezid Torres Moreno. Dr. Óptica y Tratamiento de la Señal. Codirectora: Angie Liseth Solano Navarro. Física.

## Abstract

**Title:** Experimental determination of the nonlinear refractive index in a Sillenite-type photorefractive crystal using the Z-Scan technique\*

**Author(s):** David Norberto Rugeles Franco\*\*

**Key Words:** Z-Scan, Nonlinear Polarization, Autofocus, Autodefocus, Photorefractive.

**Description:** The purpose of this project is the characterization of a BGO photorefractive crystal at a wavelength of 632.8 nm by means of the Z-Scan technique; which is very useful to determine the optical properties of nonlinear media. The idea is to determine the optical transmittance of the medium and from this obtain the nonlinear refractive index by performing a closed-aperture Z-Scan assembly.

It was found that the crystal has a negative nonlinear refraction. It was shown that this nonlinearity is due to the third-order polarization induced by the electric field that passes through the crystal.

It was found that the curve obtained with the recorded data can be approximated to an inverse fourth degree polynomial function.

---

\* Degree Work

\*\* Faculty of Sciences. School of Physics. Director: Yezid Torres Moreno. Dr. Optics and Signal Processing. Co-director: Angie Liseth Solano Navarro. Physicist.

## Introducción

Los cristales fotorrefractivos han mantenido un creciente interés por parte de la industria óptica debido a su potencial aplicación en campos como la espectroscopía no lineal y las telecomunicaciones ópticas. Algunos cristales fotorrefractivos son el  $\text{BaTiO}_3$ , el  $\text{KNbO}_3$ , el  $\text{LiNbO}_3$ , el  $\text{LiTaO}_3$  (Ryf et al., 1998). Existe un conjunto de cristales ópticamente isótropos conocidos como Sillenitas (nombrado haciendo honor al químico sueco Lars Gunnar Sillén, 1916-1970), descritos por la fórmula general  $\text{Bi}_{12}\text{M}_x\text{O}_{20\pm\delta}$  (donde M puede ser uno de los elementos de los grupos II-VIII de la Tabla Periódica o sus combinaciones), tales como el  $\text{Bi}_{12}\text{SiO}_{20}$  (BSO),  $\text{Bi}_{12}\text{TiO}_{20}$  (BTO), y el  $\text{Bi}_4\text{Ge}_3\text{O}_{12}$  (BGO), por mencionar algunos (Petrov et al., 2013). Al tratarse de materiales ópticos, es común pensar que el primer paso para aprender sobre ellos es midiendo sus propiedades lineales, como lo son su índice de refracción o coeficiente de absorción. Douglas y Zitter fueron de las primeras personas que se interesaron por los cristales de tipo Sillenita. En 1968 presentaron la dependencia del coeficiente de absorción y de la fotocorriente contra la longitud de onda en un rango desde el ultravioleta hasta el visible para el cristal BGO (Douglas et al., 1968).

Ahora bien, existen muchas formas de estudiar las propiedades no lineales de estos cristales. Zhukova et al. recientemente utilizaron una técnica con radiación infrarroja (Rango frecuencial del orden de los THz) con la que pudieron caracterizar hasta 6 tipos de cristales hallando su índice de refracción no lineal,  $n_2$ . Entre estos están el GaP ( $n_2 = 1 \times 10^{-14} \text{ m}^2/\text{W}$ ), el CdTe ( $n_2 = 2 \times 10^{-13} \text{ m}^2/\text{W}$ ), el ZnTe ( $n_2 = 3 \times 10^{-14} \text{ m}^2/\text{W}$ ) y el ZnSe ( $n_2 = 1 \times 10^{-13} \text{ m}^2/\text{W}$ ) (Zhukova et al., 2020). Existen otros procedimientos como la técnica Z-Scan la cual permite caracterizar el índice de refracción y el coeficiente de absorción no lineales. Sheik-Bahae et al.

propusieron la técnica Z-Scan hacia 1989 y sentaron las bases matemáticas detalladas detrás del fenómeno en el que se fundamenta dicha técnica (Sheik-Bahae et al., 1990). Para esto, estudiaron la propagación del campo eléctrico de un haz Gaussiano a través de un medio óptico no lineal y explicaron los cambios de fase que se producen tras la interacción fundamental luz-materia debido a la dependencia del índice de refracción con respecto al campo eléctrico.

Probablemente, los trabajos de Ganeev y sus colaboradores hayan sido los más influyentes al momento de realizar esta investigación. En un mismo año llegaron a publicar tres artículos en los que estudiaron cristales de la familia Sillenitas. En el primero, se determinaron las propiedades no lineales de los cristales BSO y BGO en muestras ópticamente delgadas y ópticamente gruesas (Ganeev et al., 2004). Posteriormente, ampliaron su investigación con diferentes espesores de sus muestras de BSO y BGO utilizando un láser infrarrojo (Ganeev et al., 2004). Por último, realizaron un estudio más detallado con unas muestras ópticamente similares a la utilizada en esta investigación y sus resultados sirvieron como guía para corroborar los resultados obtenidos (Ganeev et al., 2004).

Actualmente el Grupo de Óptica y Tratamiento de Señales, GOTS, cuenta con un conjunto de cristales fotorrefractivos Sillenitas de los cuales se desconocen completamente sus propiedades ópticas no lineales. En este sentido resultó pertinente realizar su caracterización para contribuir al avance del conocimiento sobre los mismos. Zhiming Ji et al. ya habían estudiado la respuesta a la luz del cristal BGO, demostrando que este medio exhibe una buena respuesta a la transmitancia óptica para rayos gamma de 0.662 MeV (Ji et al., 2014); por lo que, en este trabajo se realizó la caracterización de la curva de transmitancia óptica además de su índice de refracción no lineal.

## Objetivos

### Objetivo General

Determinar el índice de refracción no lineal de un cristal fotorefractivo BGO por medio de la técnica Z-Scan.

### Objetivos Específicos

Medir el tamaño de la cintura de un haz gaussiano focalizado por una lente biconvexa.

Obtener la curva de transmitancia óptica no lineal del cristal BGO.

Determinar el índice de refracción no lineal a partir de la transmitancia óptica no lineal.

## 1. Marco Teórico

### 1.1 Cristales fotorrefractivos Sillenita

Los cristales de óxidos de bismuto con estructura tipo Sillenita, descritos por la fórmula general  $\text{Bi}_{12}\text{M}_x\text{O}_{20\pm\delta}$  (donde M puede ser uno de los elementos de los grupos II-VIII de la Tabla Periódica o sus combinaciones) se emplean en diversos dispositivos optoelectrónicos debido a sus propiedades ópticas. El descubrimiento de la alta sensibilidad fotorrefractiva de los cristales Sillenita ha motivado una investigación profunda sobre la interacción no lineal de las ondas de luz en estos materiales (Burkov et al., 2001). La naturaleza de los centros fotosensibles, el mecanismo del efecto fotorrefractivo y las propiedades ópticas dependen de los compuestos de tipo Sillenita en la composición  $\text{Bi}_{12}\text{M}_x\text{O}_{20\pm\delta}$ , aunque algunos comparten varias de sus características.

Los Sillenita se cultivan utilizando el método químico llamado Czochralski o son sintetizados bajo condiciones hidrotérmicas. Estos métodos se emplean para el crecimiento de monocristales Sillenitas, incluyendo  $\text{Bi}_{12}\text{GeO}_{20}$  (BGO),  $\text{Bi}_{12}\text{SiO}_{20}$  (BSO),  $\text{Bi}_{12}\text{TiO}_{20}$  (BTO),  $\text{Bi}_{12}\text{MnO}_{20}$  (BMnO). Estos cristales tienen una estructura cúbica centrada en el cuerpo y tienen la simetría descrita por el grupo espacial I23. Con el cambio del compuesto en la fórmula general también cambia el número de átomos de la celda unitaria. Estos cambios se manifiestan en las características ópticas y fundamentales de los cristales, como los espectros de reflexión, la dispersión del índice de refracción y la rotación óptica.

Existen dos cuestiones sobre un medio cristalino son de vital importancia en la Óptica no lineal:

- ¿Es el cristal ópticamente isótropo o anisótropo?, es decir, ¿presenta birrefringencia?

- ¿Es el cristal centro simétrico? En otras palabras, ¿tiene o no simetría de inversión?

Estructuralmente todos los medios cristalinos son anisótropos por definición, sin embargo, un cristal puede ser ópticamente isótropo, es decir, se comporta de la misma manera frente a la luz en todas las direcciones. Esta propiedad óptica se asocia comúnmente con cristales que pertenecen al sistema de simetría cúbico, donde el índice de refracción es el mismo en todas las direcciones (Cabrera et al., 2000).

Los cristales fotorrefractivos Sillenitas pueden pertenecer a uno de dos grupos espaciales de simetría: el I23 o el P23 (Mel'nikova et al., 2010) descritos en las Tablas Internacionales para Cristalografía. Eso quiere decir que estos grupos espaciales pertenecen a la clase 23 (Hahn, 2005, p. 830) y al sistema cristalino cúbico; asimismo, los cristales de este grupo puntual son no-centrosimétricos (Hahn, 2005, p. 805). Esta información se puede confirmar siguiendo la descripción de materiales fotorrefractivos del libro de Frejlich, donde se menciona que los cristales BGO, BGeO, BSO, y BTO pertenecen a la clase puntual 23 cúbica no-centrosimétrica, siendo ópticamente activos (Frejlich, 2007, p. 11) y ópticamente isótropos (Frejlich, 2007, p. 17).

Pasemos ahora a la segunda cuestión planteada. Si el cristal no es centrosimétrico están permitidos los fenómenos ópticos de segundo y tercer orden. Los fenómenos de segundo orden son: el efecto Pockels y la generación del segundo armónico (New, 2011). Existen dos condiciones para que se genere el segundo armónico: que el cristal sea no-centrosimétrico y que exhiba doble refracción (New, 2011, p. 7). Debido a que nuestro cristal es ópticamente isótropo, no presenta doble refracción y, por tanto, no se puede generar el segundo armónico. Ahora bien, el efecto Pockels se manifiesta como una variación del índice de refracción lineal debido a la presencia de un campo eléctrico. En este trabajo, se establecieron las condiciones necesarias para evitar que

algún campo externo actúe sobre nuestro cristal. De esta manera, despreciamos los fenómenos no lineales de segundo orden.

Así pues, es de interés para esta investigación únicamente el proceso óptico no lineal de tercer orden conocido como *Índice de refracción dependiente de la intensidad*.

## 1.2 Índice de refracción dependiente de la intensidad

El objeto de esta investigación es medir el cambio en el índice de refracción producido por la intensidad de un rayo láser que se propaga a través de un cristal fotorrefractivo de tipo Sillenita. En la óptica lineal las propiedades del medio se mantienen constantes, el índice de refracción lineal de un medio se puede expresar mediante la relación entre la velocidad de la luz en el vacío y la velocidad de la luz cuando se propaga en dicho medio,

$$n_0 = \frac{c}{v}. \quad (1)$$

Estas velocidades se pueden expresar en términos de las propiedades eléctricas y magnéticas, del vacío y del medio en cuestión, como

$$c = \frac{1}{\sqrt{\mu_0 \epsilon_0}}, \quad v = \frac{1}{\sqrt{\mu \epsilon}}, \quad (2)$$

donde  $\epsilon_0$  es la permitividad eléctrica en el vacío,  $\mu_0$  es la permeabilidad magnética en el vacío,  $\epsilon = \epsilon_r \epsilon_0$  es la permitividad en el medio,  $\mu = \mu_r \mu_0$  es la permeabilidad del medio, y tanto  $\epsilon_r$  como  $\mu_r$  son la permitividad y permeabilidad relativas respectivamente. Al reemplazar  $c$  y  $v$  en la ec. (1) el índice de refracción lineal queda descrito por

$$n_0 = \sqrt{\mu_r \epsilon_r}. \quad (3)$$

En los medios no magnéticos la permeabilidad relativa es  $\mu_r = 1$ , de modo que la expresión en la ec. (3) se puede aproximar como  $n_0 \approx \sqrt{\epsilon_r}$ .

En el régimen lineal, la polarización eléctrica está dada por  $P_n(\vec{r}_m, t) = \epsilon_0 \chi_{ij}^{(1)} E_n(\vec{r}_m, t)$ , siendo  $\chi_{ij}^{(1)}$  el tensor de segundo rango que representa la susceptibilidad eléctrica lineal del medio,  $\vec{r}_m$  es el radio-vector posición al punto donde se mide el campo eléctrico y  $t$  es la variable temporal. Si se tiene en cuenta que en la materia simple no hay cargas ni corrientes libres  $\rho = 0$  y  $j_i = 0$ , y se considera un medio homogéneo, ópticamente isótropo y no magnético  $B_i = \mu_0 H_i$ ; entonces la ecuación de onda luego de acoplar las ecuaciones de Maxwell, es

$$\nabla^2 E_n(\vec{r}_m, t) - \frac{1}{v^2} \frac{\partial^2 E_n(\vec{r}_m, t)}{\partial t^2} = 0. \quad (4)$$

En cambio, en el régimen no lineal, que es necesario en esta investigación, la polarización eléctrica inducida se expresa como una serie de potencias del campo eléctrico, así

$$P_n(\vec{r}_m, t) = \epsilon_0 \left[ \chi_{ij}^{(1)} E_n(\vec{r}_m, t) + \chi_{ijk}^{(2)} E_n^2(\vec{r}_m, t) + \chi_{ijkl}^{(3)} E_n^3(\vec{r}_m, t) + \dots \right], \quad (5)$$

donde  $\chi_{ijk}^{(2)}$ ,  $\chi_{ijkl}^{(3)}$  son tensores de tercer y cuarto rango que representan las susceptibilidades eléctricas de segundo y tercer orden respectivamente. Como se mencionó anteriormente, el fenómeno de interés en esta investigación es el cambio en el índice de refracción; el cual corresponde a un fenómeno óptico no lineal de tercer orden que se expresa, según la ecuación (eq5), como (Rottwitt et al., 2014)

$$P_n^{(3)}(\vec{r}_m, t) = \epsilon_0 \chi_{ijkl}^{(3)} E_n^3(\vec{r}_m, t) = \epsilon_0 \chi_{ijkl}^{(3)} |E_n(\vec{r}_m, t)|^2 E_n(\vec{r}_m, t). \quad (6)$$

Al considerar los fenómenos ópticos no lineales entonces es necesario introducir los términos no lineales en la ec. (4); así la ecuación de onda se reescribe de la forma (Khoo et al., 1993)

$$\nabla^2 E_n(\vec{r}_m, t) - \frac{1}{v^2} \frac{\partial^2 E_n(\vec{r}_m, t)}{\partial t^2} = \frac{1}{c^2 \epsilon_0} \frac{\partial^2 P_n^3(\vec{r}_m, t)}{\partial t^2}. \quad (7)$$

Para resolver la ecuación anterior consideremos una onda que se propaga expresada por su campo eléctrico monocromático de frecuencia  $\omega$ . La expresión de esta onda y la polarización inducida se escriben como

$$E_n(\vec{r}_m, t) = E_0 \exp[i(\vec{k}_m \cdot \vec{r}_m - \omega t)], \quad P_n^{(3)}(\vec{r}_m, t) = \epsilon_0 \chi_{ijkl}^{(3)} |E_n(\vec{r}_m, t)|^2 E_n(\vec{r}_m, t), \quad (8)$$

Reemplazando la ec. (8) en (7), e introduciendo las definiciones dadas en las ecs. (2) y (3), se obtiene que

$$\begin{aligned} \nabla^2 E_n(\vec{r}_m, t) - \mu \epsilon \frac{\partial^2 E_n(\vec{r}_m, t)}{\partial t^2} &= \mu_0 \epsilon_0 \chi_{ijkl}^{(3)} |E_n(\vec{r}_m, t)|^2 \frac{\partial^2 E_n(\vec{r}_m, t)}{\partial t^2}, \\ \nabla^2 E_n(\vec{r}_m, t) - \mu_0 \epsilon_0 \left( \mu_r \epsilon_r + \chi_{ijkl}^{(3)} |E_n(\vec{r}_m, t)|^2 \right) \frac{\partial^2 E_n(\vec{r}_m, t)}{\partial t^2} &= 0. \end{aligned} \quad (9)$$

Esta expresión ya es análoga a la ec. (4), por lo tanto, el término entre paréntesis en la ec. (9) debe estar relacionado con un nuevo índice de refracción, así

$$n^2 = \mu_r \epsilon_r + \chi_{ijkl}^{(3)} |E_n(\vec{r}_m, t)|^2,$$

y de acuerdo con la ec. (3):  $n_0^2 = \mu_r \epsilon_r \approx \epsilon_r$ , entonces

$$n = \sqrt{n_0^2 + \chi_{ijkl}^{(3)} |E_n(\vec{r}_m, t)|^2}. \quad (10)$$

Debido a que  $\chi_{ijkl}^{(3)} |E_n(\vec{r}_m, t)|^2 \ll n_0^2$  se puede hacer una aproximación de la expansión binomial para la raíz de la forma  $\sqrt{a+b} \approx \sqrt{a} + b/(2\sqrt{a})$ , obteniéndose que el nuevo índice de refracción estaría dado por

$$n = n_0 + \frac{\chi_{ijkl}^{(3)} |E_n(\vec{r}_m, t)|^2}{2n_0}. \quad (11)$$

La intensidad de una onda electromagnética, en un material dieléctrico simple ( $\epsilon, \mu$  constantes y  $\sigma = 0$ , siendo  $\sigma$  la conductividad eléctrica), se define como la energía media por unidad de área de una onda electromagnética (Griffiths, 2023)

$$I = \frac{v}{2} \epsilon |E_n(\vec{r}_m, t)|^2 = \frac{c}{2} \epsilon_0 n_0 |E_n(\vec{r}_m, t)|^2, \quad (12)$$

de modo que el cuadrado del campo eléctrico se escribe como

$$|E_n(\vec{r}_m, t)|^2 = \frac{2I}{c\epsilon_0 n_0},$$

y reemplazando esta definición en la ec. (11), se obtiene que el nuevo índice de refracción es

$$n = n_0 + \frac{\chi_{ijkl}^{(3)}}{c\epsilon_0 n_0^2} I. \quad (13)$$

Si denotamos la razón del segundo término como  $n_2$ ; entonces la ec. (13) se puede expresar como  $n = n_0 + n_2 I$ , siendo  $n_2$  el índice de refracción no lineal dado por (Boyd et al., 2008)

$$n_2 = \frac{\chi_{ijkl}^{(3)}}{c\epsilon_0 n_0^2}. \quad (14)$$

Conforme a lo explicado, el índice de refracción no lineal se define como el cambio del índice de refracción con respecto a la intensidad, esto es

$$n_2 = \frac{n - n_0}{I} = \frac{\Delta n}{I}. \quad (15)$$

El objetivo de esta investigación fue determinar el índice de refracción no lineal de un cristal fotorrefractivo de tipo Sillenita tras su interacción con un rayo láser HeNe de  $\lambda = 632,8$  nm. En esta sección se dedujo la forma teórica del índice de refracción no lineal, el fenómeno se conoce como un proceso óptico activo debido a que en esta interacción la luz produce cambios en las propiedades ópticas del medio y a su vez modifica su propio frente de onda.

### 1.3 Características de un haz gaussiano

Consideremos el perfil transversal de un haz Gaussiano que se propaga en el espacio, es bien sabido que el máximo de intensidad se ubica en el centro de los ejes y decae en un factor de  $1/e^2$  en una distancia radial  $\rho$  del centro. Esta distancia radial forma una superficie circular en la cual se concentra el 86% de la potencia del haz, por lo que a fines prácticos, se considera que este  $\rho = \omega(z)$  corresponde al ancho del haz (Saleh et al., 1991). El tamaño del ancho se relaciona directamente con la distancia de propagación  $z$ , es decir, diverge por difracción siguiendo la relación

$$\omega(z) = \omega_0 \sqrt{1 + \left(\frac{z}{z_R}\right)^2}, \quad (16)$$

$$z_R = \frac{\pi n_0 \omega_0^2}{\lambda}, \quad (17)$$

donde  $n_0 = 1$  es el índice de refracción del aire, y  $z_R$  es la distancia de Rayleigh, la cual representa la distancia en la que la sección transversal del haz (el área del perfil de intensidad) ha aumentado en un factor de 2 en comparación con su valor mínimo, que ocurre en el “beam waist” o cintura del haz. En la distancia de Rayleigh ( $z_R$ ), el radio del haz  $\omega(z)$  ha crecido en un factor de  $\sqrt{2}$  en comparación con el radio mínimo del haz, que es  $\omega_0$ . El valor mínimo se encuentra entonces en  $\omega(z = 0) = \omega_0$ , también llamado cintura del haz, mientras que el doble de este valor,  $2\omega_0$ , es llamado tamaño del spot.

El ángulo de divergencia  $\theta$  es un parámetro que describe cómo se expande un haz de luz a medida que se aleja de su punto más estrecho, la cintura del haz (en inglés, beam waist). En otras palabras, es la medida de la apertura angular del haz conforme se propaga, este puede determinarse estudiando el campo lejano,  $z \gg z_R$ , de modo que la ec. (16) se reduce a (Saleh et al., 1991).

$$\omega(z) \approx \omega_0 \frac{z}{z_R} = \theta z, \quad (18)$$

$$\theta = \frac{\lambda}{\pi \omega_0}. \quad (19)$$

Para este último paso, se utilizó la ec. (17). Al elevar al cuadrado a la ec. (16) y reemplazando a  $z_R$  con (17), se puede obtener una expresión que relacione el ancho del haz con el ángulo de divergencia

$$\omega(z) = \omega_0^2 + z^2 \theta^2. \quad (20)$$

Es importante también introducir el radio de curvatura del frente de onda  $R(z)$ , este es una medida que describe la curvatura del frente de onda de un haz de luz en un punto específico a lo largo de su propagación. El frente de onda es una superficie imaginaria que conecta todos los puntos de una onda que están en la misma fase, y en el caso de un haz de luz como un láser, estos frentes de onda pueden ser planos o curvados dependiendo de la distancia  $z$  medida desde la cintura del haz, es decir en  $z = 0$ . El radio de curvatura del frente de onda se comporta según

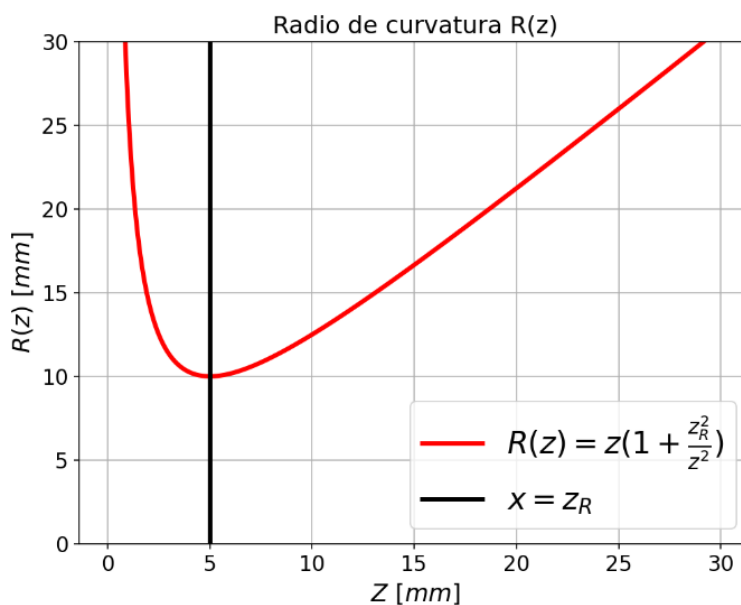
$$R(z) = z \left( 1 + \left( \frac{z_R}{z} \right)^2 \right). \quad (21)$$

El comportamiento del radio de curvatura del frente de onda se puede describir observando la figura 1. Cerca de la cintura del haz el radio de curvatura tiende a infinito, esto es cuando  $z \rightarrow 0$ . A medida que  $z$  se aleja de la cintura del haz el radio de curvatura disminuye hasta alcanzar su valor mínimo en la posición correspondiente a la distancia de Rayleigh, esto es  $R(z_R) = R_{\min}$ . A partir de ahí, vuelve a aumentar hasta el infinito conforme el haz se aleja de la fuente láser según el límite  $R(z) \rightarrow z$  (O'shea, 1985). Esto significa que el frente de onda es más curvado (casi esférico) cerca de la distancia de Rayleigh mientras que, en otras posiciones a lo largo del eje de

propagación, especialmente cerca de la cintura y lejos de Rayleigh, el frente de onda puede considerarse prácticamente plano.

### Figura 1

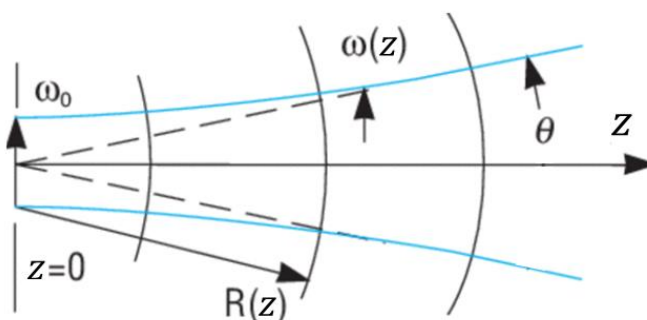
Gráfica del radio de curvatura del frente de onda en función de la distancia  $z$ , según la ecuación (21).



*Nota.* Para fines ilustrativos, el valor de la distancia de Rayleigh se tomó como  $z_R = 5$  mm.

### Figura 2

*Divergencia de un haz gaussiano.*



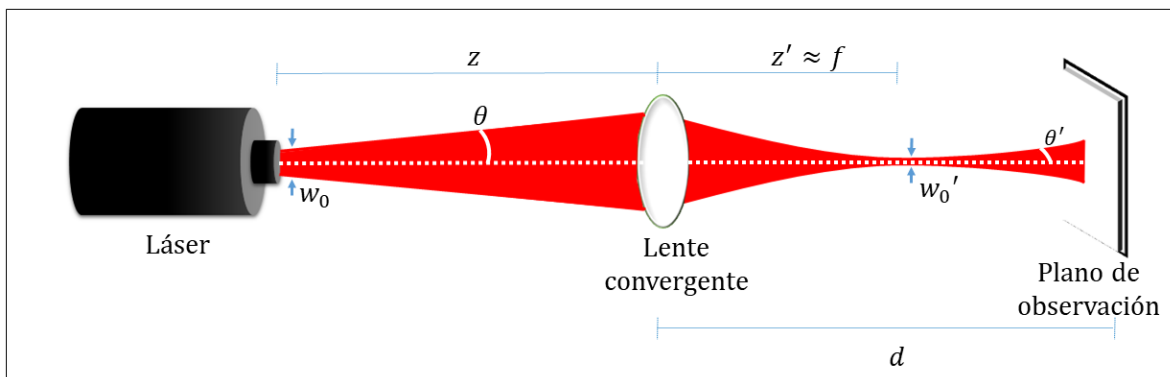
*Nota.* Esta imagen fue adaptada de la página oficial de Newport (Newport Corporation, 2024).

#### 1.4 Transmisión de un haz gaussiano a través de una lente delgada

El montaje experimental que es utilizado para la determinación del índice de refracción no lineal requiere la focalización de un haz Gaussiano, esto se logra ubicando una lente convergente delgada a la salida del haz láser tal como se muestra en la figura 3.

#### Figura 3

*Parámetros que caracterizan a un haz gaussiano antes y después de su transmisión por una lente delgada.*



Para conocer las características del nuevo haz Gaussiano (cintura imagen  $w_0'$ , nueva distancia de Rayleigh  $z_R'$ , nuevo ángulo de divergencia  $\theta'$  se estudia la transmisión de un haz Gaussiano a través de una lente delgada. Una lente delgada ideal puede crear la imagen de un objeto mediante la siguiente relación

$$\frac{1}{S'} = \frac{1}{S} + \frac{1}{f} \quad (22)$$

siendo  $S'$  la distancia de la lente hasta la imagen;  $S$  la distancia de la lente al objeto y  $f$  la distancia focal de la lente. Se trata de solo una aproximación en la que se desprecian los mínimos efectos producidos por el espesor de la lente. La ec. (22) se puede aplicar para estudiar la propagación de un haz gaussiano considerando a la cintura del haz que entra como el objeto, y a la cintura de salida como la imagen, expresándose de la siguiente manera (Self, 1983)

$$\frac{1}{S'} = \frac{1}{S + \frac{z_R^2}{S + f}} + \frac{1}{f}. \quad (23)$$

Es posible notar que al hacer la aproximación  $z_R/f \approx 0$  la ec. (23) se convierte en la ec. (22). De forma análoga se cumple la siguiente relación para el radio de curvatura del frente de onda

$$\frac{1}{R'} = \frac{1}{R} - \frac{1}{f}. \quad (24)$$

Cabe resaltar que mientras el radio de curvatura del haz divergente,  $R$ , es positivo, el nuevo radio de curvatura luego de atravesar la lente,  $R'$ , es negativo porque el nuevo haz estaría convergiendo. Los nuevos parámetros del haz se pueden determinar mediante las siguientes relaciones (Self, 1983)

$$\omega'_0 = \frac{\omega}{\sqrt{1 + \left(\frac{\pi\omega^2}{\lambda R'}\right)^2}}, \quad (25)$$

$$-z'_R = \frac{R'}{1 + \left(\frac{\lambda R'}{\pi\omega^2}\right)^2}. \quad (26)$$

Sustituyendo las definiciones dadas en las ecuaciones (16) y (21) en la lista de ecuaciones (23 - 26), se pueden obtener los siguientes parámetros que relacionan las características de propagación del haz Gaussiano antes y después de su transmisión por una lente delgada (Saleh et al., 1991):

- Factores de conjugación de la lente:  $r$  es el factor de expansión del haz, mientras que  $M_r$  es el factor de calidad del haz producidos por la lente:

$$r = \frac{z_R}{z - f}, \quad (27)$$

$$M_r = \left| \frac{f}{z - f} \right|. \quad (28)$$

- Aumento,  $M$ :

$$M = \frac{M_r}{\sqrt{1 + r^2}}. \quad (29)$$

- Relación entre la cintura del haz antes,  $\omega_0$ , y después de la lente,  $\omega_0'$ :

$$\omega_0' = M\omega_0. \quad (30)$$

- Posición de la cintura del haz,  $z'$ :

$$z' = M^2(z - f) + f. \quad (31)$$

- Nueva longitud de Rayleigh,  $z_R'$ :

$$z_R' = M^2 z_R. \quad (32)$$

- Relación entre los ángulos de divergencia:

$$\theta' = \frac{\theta}{M}. \quad (33)$$

Cabe señalar que sí el haz Gaussiano se produce por un láser, como es nuestro caso, la longitud  $z$  que corresponde a la distancia entre la cintura y la lente, equivale a la distancia de separación entre la salida del láser y la posición de la lente.

Analicemos ahora un caso especial: cuando la distancia focal de la lente es pequeña en comparación con la distancia de Rayleigh, la imagen de la cintura del haz se ubica aproximadamente en el plano focal. Esto es muy práctico porque se puede considerar que el haz permanece colimado hasta que interactúa con la lente. En este proyecto, se hará uso de esta

aproximación con el fin de considerar que la cintura imagen se localiza en el plano focal. A partir de esas consideraciones, las ecuaciones (25) y (26) quedan escritas de la forma (Saleh et al., 1991)

$$\omega'_0 = \frac{\omega_0}{\sqrt{1 + \left(\frac{z_R}{f}\right)^2}},$$

$$z' = \frac{f}{1 + \left(\frac{f}{z_R}\right)^2}.$$

Al mismo tiempo, como la distancia focal de la lente es mucho menor que el rango de Rayleigh,  $f \ll z_R$ , estas expresiones se reducen aún más a

$$\omega'_0 \approx \theta f, \quad (34)$$

$$z' \approx f, \quad (35)$$

es decir, la lente focaliza el haz de tal manera que su cintura queda situada en el plano focal imagen y su tamaño depende, además, del ángulo de divergencia con el que venía previo a interactuar con la lente.

### 1.5 Descripción de la técnica Z-Scan

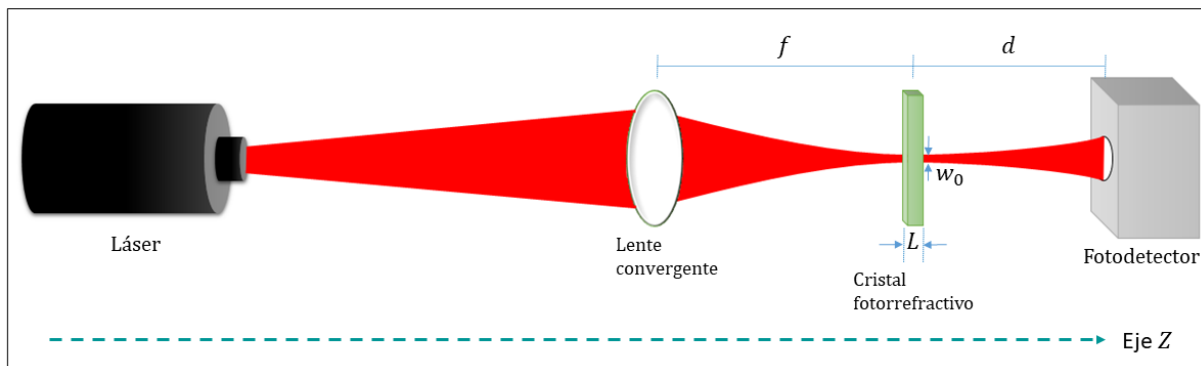
La técnica de Z-scan fue propuesta por primera vez en 1989 por Sheik-Bahae et al. y se ha convertido en una herramienta valiosa para la caracterización de materiales ópticos no lineales ya que permite medir propiedades como el coeficiente de absorción no lineal  $\alpha_2$  y el índice de refracción no lineal  $n_2$ . La técnica se ha usado en múltiples investigaciones, Chinnasami et al. lograron caracterizar el cristal l-tartrato de imidazolio estimando su coeficiente de absorción  $\alpha = 0,34 \text{ cm}^{-1}$  y su índice de refracción  $n_2 = 4,05 \times 10^{-7} \text{ m}^2/\text{W}$  (Chinnasami et al., 2020); Kostritskii et al. consiguieron identificar las propiedades de varios cristales cLN dopados con diversas concentraciones de magnesio y circonio: para una concentración del 0,62% obtuvieron

$n_2 = -9,5 \times 10^{-6} \text{ m}^2/\text{W}$ , mientras que para una concentración mayor, de 2,5%, este resultado varió hasta un  $n_2 = -5,3 \times 10^{-6} \text{ m}^2/\text{W}$  (Kostritskii et al., 2013), por mencionar algunos. Así pues, la técnica de Z-Scan se basa en la determinación de la transmitancia óptica en medios cuyo índice de refracción depende de la irradiancia óptica con la que interactúa.

El montaje experimental de Z-Scan es como el que se ilustra en la figura 4. Este esquema consiste de un láser que se propaga a lo largo del eje z. La cintura del láser es focalizada mediante una lente biconvexa. En las proximidades del plano focal se ubica la muestra que se desea analizar. Finalmente, y a una distancia considerable que es función de los criterios utilizados, se ubica el fotodetector.

#### Figura 4

*Representación de un montaje típico de Z-Scan.*



La transmitancia de la muestra se mide en el campo lejano en función de la posición  $z$  en un rango alrededor del plano focal imagen de la lente utilizada. El tamaño de este rango depende del tipo de haz y del espesor de la muestra  $L$ . Cuando se cumple que  $L \leq z_R$  la muestra se considera ópticamente “delgada”, significa que su grosor es mucho menor que la distancia de Rayleigh del haz que la atraviesa, lo que implica que el perfil del haz no cambia significativamente dentro de la muestra. Además, la recomendación basada en la literatura citada es que la muestra sea escaneada

en un rango de  $\pm 5z_R$ , ya que en este rango se disminuye el efecto del “ruido” producido por las imperfecciones del medio (Kuzyk et al., 2018). Como se mostrará más adelante, el cristal fotorrefractivo tipo Sillenita que fue objeto de esta investigación satisface estas condiciones y se puede considerar ópticamente “delgado”.

Una apertura se coloca entre la muestra y el detector. Su tamaño varía dependiendo del parámetro que se desee investigar y encontrar, y su posición es libre siempre que se satisfaga la relación  $d \gg z_R$ , siendo  $d$  la distancia desde el plano focal imagen hasta la apertura; aun así, el rango recomendado en la literatura para esta distancia es de  $d = 20z_R$  hasta  $d = 100z_R$ . Finalmente, el tamaño de la apertura está relacionado con la transmitancia,  $S$ ; la sugerencia, de acuerdo a la literatura referenciada, es usar el intervalo de exploración para la transmitancia,  $0,1 < S < 0,5$ , con el fin de determinar el índice de refracción no lineal.

### ***1.5.1 Fenómenos de tercer orden***

Un medio óptico puede presentar dos fenómenos de tercer orden: no linealidad de auto-enfoque o no linealidad de auto-desenfoque.

En una **no linealidad de auto-enfoque**, el medio actúa como una lente positiva. Si la muestra se coloca antes del plano focal imagen, el cristal acerca la posición focal, lo que aumenta la divergencia del campo lejano y disminuye la transmitancia (ver figuras 5 y 6).

Este fenómeno se explica a través de la conservación de energía: despreciando pérdidas energéticas, la energía  $E$ , es la misma para ambos frentes de onda. Para el área sombreada  $A_1$  que corresponde al perfil transversal del láser en ausencia de la muestra se tiene que

$$I_1 = \frac{E}{A_1},$$

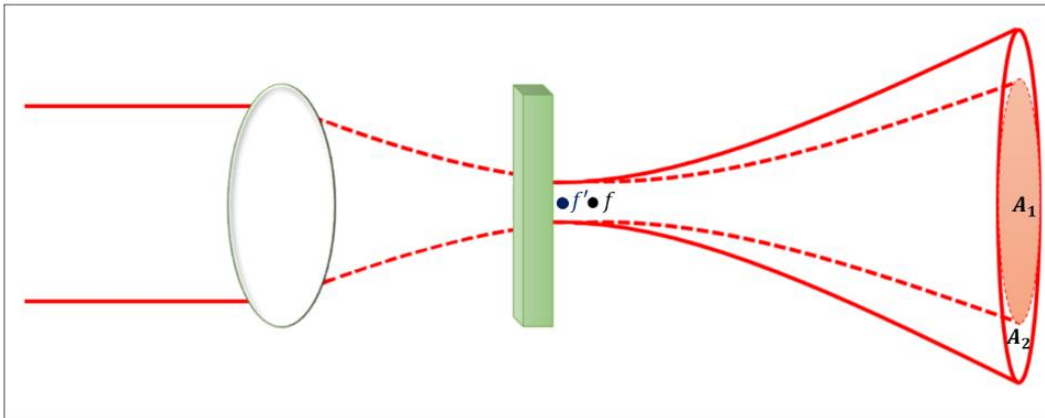
mientras que para el área mayor  $A_2$ , que corresponde al área que ocupa el perfil transversal del láser luego de atravesar la muestra, la intensidad es

$$I_2 = \frac{E}{A_2},$$

dado que el medio es de auto-enfoque; entonces  $A_2 > A_1$ , y por lo tanto  $I_2 < I_1$ .

### Figura 5

*No linealidad de auto-enfoque de un cristal ubicado en un Z negativo respecto al plano focal imagen ( $Z = 0$ ).*

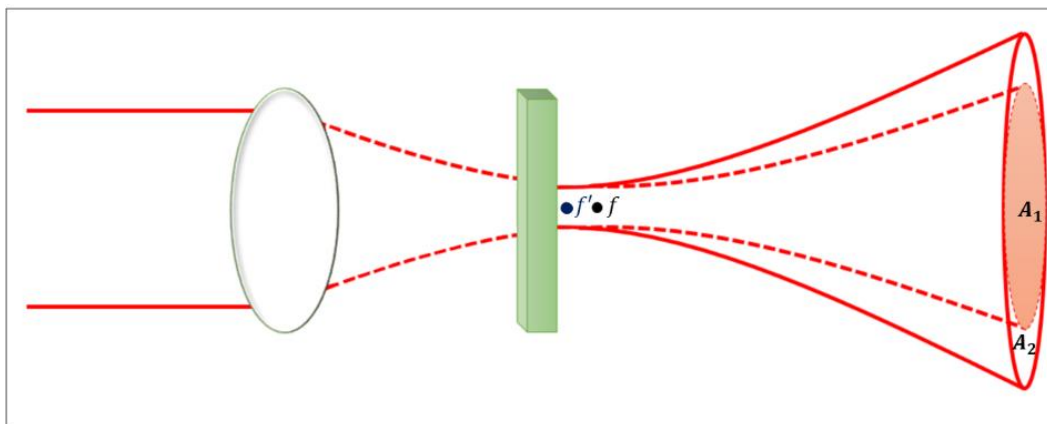


*Nota.* El cristal acerca el plano focal imagen  $f$  de la lente a una nueva posición  $f'$  lo que resulta en un aumento de la divergencia del frente de onda. La línea punteada representa la trayectoria que sigue el láser si no estuviera presente la muestra, mientras que la línea continua describe la nueva trayectoria que sigue el haz luego de atravesar el cristal.

En cambio, si el medio de auto-enfoque se sitúa después del plano focal imagen, el área luego de atravesar la muestra es menor que el área cuando no está presente la muestra  $A_2 < A_1$ , de modo que  $I_2 > I_1$ . A este fenómeno también se le conoce como refracción no lineal de tercer orden positiva,  $\Delta n > 0$ .

### Figura 6

*No linealidad de auto-enfoque de un cristal ubicado en un Z positivo respecto al plano focal imagen ( $Z = 0$ ).*



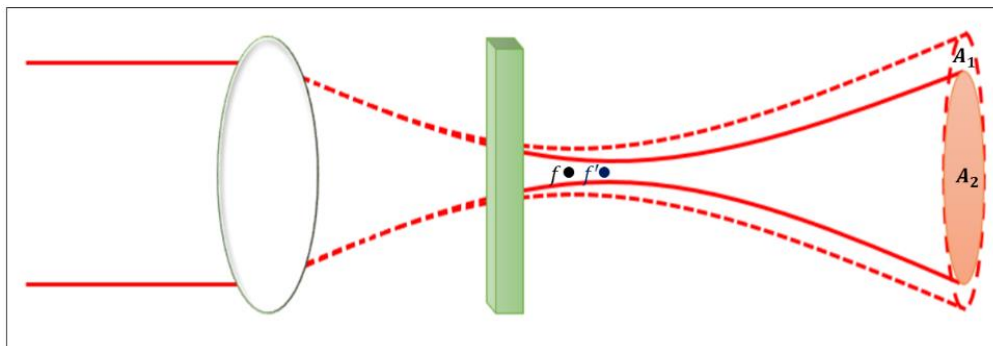
*Nota.* El cristal acerca el plano focal imagen  $f$  de la lente a una nueva posición  $f'$  del otro lado de la muestra lo que resulta en una disminución de la divergencia del frente de onda. La línea punteada representa la trayectoria que sigue el láser si no estuviera presente la muestra, mientras que la línea continua describe la nueva trayectoria que sigue el haz luego de atravesar el cristal.

En una **no linealidad de auto-desenfoco** (o refracción no lineal de tercer orden negativa) ocurre todo lo contrario, la muestra actúa como una lente negativa. Cuando la muestra se coloca antes del plano focal imagen, aleja el plano focal imagen, de modo que la divergencia del campo disminuye y la transmitancia aumenta. En tanto, cuando el medio se coloca después del punto focal, la lente nuevamente aleja el punto focal, de modo que la divergencia del campo aumenta y la transmitancia disminuye (ver figuras 7 y 8).

Los dos fenómenos se pueden apreciar mejor en la curva de transmitancia óptica que caracteriza la técnica de Z-Scan (ver figura 9).

**Figura 7**

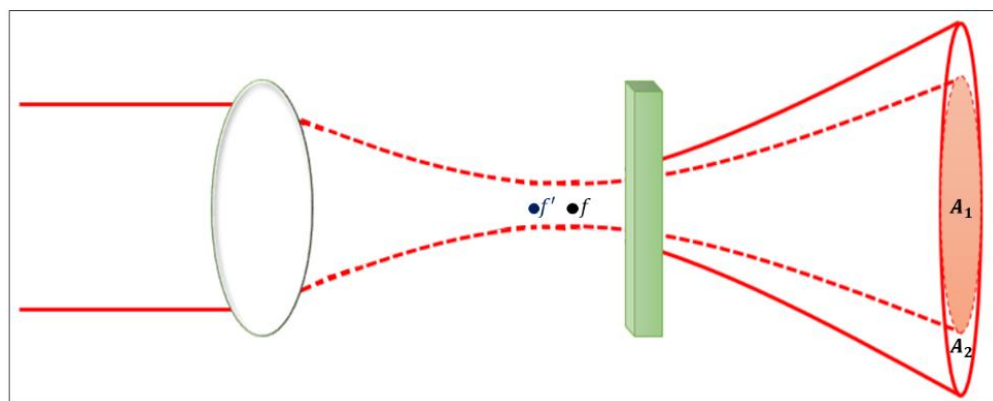
*No linealidad de auto-desenfoque de un cristal ubicado en un  $Z$  negativo respecto al plano focal imagen ( $Z = 0$ ).*



*Nota.* El cristal aleja el plano focal imagen  $f$  de la lente a una nueva posición  $f'$  lo que resulta en una disminución de la divergencia del frente de onda. La línea punteada representa la trayectoria que sigue el láser si no estuviera presente la muestra, mientras que la línea continua describe la nueva trayectoria que sigue el haz luego de atravesar el cristal.

**Figura 8**

*No linealidad de auto-desenfoque de un cristal ubicado en un  $Z$  positivo respecto al plano focal imagen ( $Z = 0$ ).*



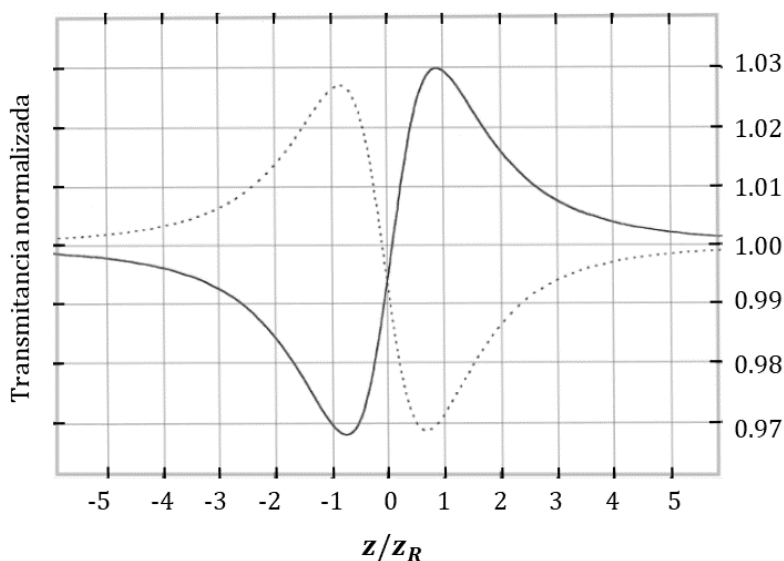
*Nota.* El cristal aleja el plano focal imagen  $f$  de la lente a una nueva posición  $f'$  lo que resulta en un aumento de la divergencia del frente de onda. La línea punteada representa la trayectoria que

sigue el láser si no estuviera presente la muestra, mientras que la línea continua es la nueva trayectoria que sigue el haz luego de atravesar el cristal.

En la técnica Z-Scan las magnitudes no lineales son promediadas en el tiempo (el índice de refracción,  $\Delta n$ , en este caso), por lo que la exactitud del resultado dependerá de la meticulosidad con que se midan los parámetros recomendados en la literatura (como la longitud de difracción, la distancia apertura-foco, el tamaño de la apertura), los perfiles espaciales y temporales del láser, así como su potencia (Kuzyk et al., 2018).

### Figura 9

*Curva típica de Z-Scan.*



*Nota.* La línea continua representa una no linealidad de auto-enfoque y la línea punteada describe una no linealidad de auto-desenfoque (Kuzyk et al., 2018, p. 657).

#### 1.5.2 Análisis de Z-Scan para medios delgados

La aproximación para medios ópticamente delgados consiste en despreciar los efectos de la difracción, la dispersión y la refracción no lineal durante la propagación del haz al interior del medio, la aproximación es válida siempre que  $L \ll z_R$ . De esta manera, el cuadrado de la amplitud

del campo (es decir, la intensidad  $I$ ) y el cambio de fase no lineal ( $\Delta\phi$ ) se describen mediante las siguientes ecuaciones (Kuzyk et al., 2018)

$$\frac{d\Delta\phi}{dz'} = \frac{2\pi}{\lambda} \Delta n(I), \quad (36)$$

$$\frac{dI}{dz'} = -\alpha(I)I, \quad (37)$$

donde  $z'$  es la longitud de camino óptico del haz láser dentro de la muestra (que para medios delgados  $z' \approx L$ ),  $\Delta n(I)$  es el cambio del índice de refracción en función de la intensidad y  $\alpha(I)$  es una expresión para la absorción que envuelve términos lineales y no lineales.

### ***1.5.3 Z-Scan en una abertura cerrada***

La técnica Z-Scan con abertura cerrada es la técnica experimental utilizada para caracterizar las propiedades ópticas no lineales de materiales, específicamente para medir el índice de refracción no lineal de un medio. Esta técnica es una variante del método Z-Scan, en la que se enfoca un haz láser a través de una muestra y se mide la transmitancia mientras la muestra se mueve a lo largo del eje  $z$  a través del punto focal del láser. En la configuración de abertura cerrada, se coloca una apertura (o diafragma) delante del detector que mide la intensidad del haz transmitido. Esta apertura limita la cantidad de luz que llega al detector, permitiendo que solo pase la luz que sigue trayectorias cercanas al eje óptico.

Como se explicó anteriormente, cuando el haz láser atraviesa la muestra, el índice de refracción del material cambia en función de la intensidad del láser (debido al fenómeno de no linealidad óptica de tercer orden). Esto provoca un efecto de enfoque o desenfoque en el haz, dependiendo del signo de la no linealidad (ver figura 9). La muestra se desplaza a lo largo del eje  $z$  a través del punto focal del haz. A medida que la muestra se acerca o aleja del foco, el cambio en la posición relativa altera la divergencia del haz, y esto afecta la cantidad de luz que pasa a

través de la apertura. Con una apertura casi cerrada, la técnica es particularmente sensible a los cambios en la divergencia del haz causados por la auto-modulación espacial de fase (cambio de fase debido al índice de refracción no lineal). Esto permite medir el índice de refracción no lineal de la muestra.

El objetivo de este apartado es presentar la solución del sistema de ecuaciones diferenciales (36) y (37) con el fin de conocer el cambio de fase  $\Delta\phi$ , la intensidad  $I$  y la transmitancia  $T$ . El análisis matemático detallado se encuentra en los trabajos de Bian y Frejlich, (1997) así como en el libro de Petrov et al. (1994). Muchos autores han realizado el análisis de la propagación del campo eléctrico a través de un cristal fotorrefractivo y los efectos producidos por las polarizaciones de segundo y tercer orden (absorción y refracción no lineales). Un ejemplo es el desarrollo meticuloso realizado por Chapple et al. en el que expresa los efectos de los cambios de fase generados por las polarizaciones no lineales en la transmitancia, dentro y fuera del eje de propagación del haz; para una muestra gruesa, una delgada e inclusive para medios con imperfecciones (Chapple et al., 1997). Aquí se presentará la solución analítica que reportan Yin et al., según su desarrollo matemático la transmitancia no lineal se puede expresar de la siguiente manera (Yin et al., 2000)

$$T(x) = \frac{4x\Delta\Phi_0}{(x^2 + 9)(x^2 + 1)}, \quad (38)$$

siendo  $x = z/z_R$  y  $\Delta\Phi_0$  el cambio de fase producto de la polarización de tercer orden. Del mismo modo, se han desarrollado modelos empíricos basados en la ec. (38) que simplifican el cálculo del índice de refracción (Bernal, 2016). La primera aproximación es suponer que la muestra no presenta absorción no lineal ( $\Delta\alpha = 0$ ) y que los cambios de fase inducidos,  $\Delta\Phi_0$ , son bastante pequeños ( $|\Delta\Phi_0| < 1$ ). A continuación, se define el cambio de transmitancia entre el pico y el valle

de la curva de transmitancia normalizada (ver figura 9) como  $\Delta T_{pv} = T_p - T_v$ , donde  $T_p$  es el valor máximo de intensidad normalizado (el pico) y  $T_v$  es el mínimo de intensidad normalizado (el valle). Así, la relación empírica entre  $\Delta\Phi_0$  y  $\Delta T_{pv}$  para un proceso refractivo de tercer orden despreciando la absorción no lineal es (Kuzyk et al., 2018)

$$\Delta T_{pv} \cong 0.406(1 - S)^{0.27} |\Delta\Phi_0|, \quad (39)$$

$$\Delta\Phi_0 = \frac{2\pi}{\lambda} n_2 I_0 L_{ef}, \quad (40)$$

siendo  $L_{ef} = (1 - \exp(-\alpha L))/\alpha$ ,  $S$  la transmitancia de la apertura sin la muestra, e  $I_0$  es la irradiancia de la muestra en el plano focal imagen ( $Z = 0$ ). Es por esto que el signo de  $n_2$  depende de las posiciones relativas del pico y el valle con respecto a  $z$ .

- **Auto-enfoque** (no linealidad positiva): Si el material presenta una no linealidad de auto-enfoque (índice de refracción que aumenta con la intensidad), el haz tiende a enfocar más a medida que la muestra se mueve a través del foco. Esto se manifiesta como un valle en la señal antes del foco y un pico después del foco en la curva de transmisión medida (ver figura 9).
- **Auto-desenfoque** (no linealidad negativa): Si el material tiene una no linealidad de auto-desenfoque (índice de refracción que disminuye con la intensidad), la curva de transmisión mostrará un pico seguido de un valle (ver figura 9).

Así pues, el objetivo es determinar  $\Delta T_{pv}$  a partir de la diferencia entre el pico y el valle; luego, despejar el valor  $\Delta\Phi_0$  de la ecuación (39) y utilizarla en la ecuación (40) para hallar el índice de refracción no lineal, así

$$n_2 = \frac{\Delta\Phi_0 \lambda}{2\pi I_0 L_{ef}}. \quad (41)$$

Se ha demostrado que esta ecuación tiene un error de  $\approx \pm 3\%$  para valores de  $\Delta T_{pv} < 1$ . Asimismo, es importante resaltar que establecer el valor de la transmitancia en  $S = 0,4$  genera confianza, debido a que promedia las imperfecciones del haz, reduce el ruido de fondo y genera un alto nivel de sensibilidad (Kuzyk et al., 2018).

Otra aproximación empírica útil es la que relaciona la distancia entre el pico y el valle,  $\Delta Z_{pv}$  con la distancia de Rayleigh. En un Z-Scan utilizando un haz gaussiano y la aproximación de campo lejano, se estima que

$$\Delta Z_{pv} \cong 1,71z_R. \quad (42)$$

Si el valor de  $\Delta\Phi_0$  es pequeño; entonces el pico y el valle se encuentran a una distancia equidistante del plano focal imagen (aproximadamente a  $\pm 0,856z_R$  (Kuzyk et al., 2018). Para valores de  $\Delta\Phi_0$  cada vez mayores, el valle se acerca al plano focal imagen mientras que el pico se aleja, aun así, el valor de  $\Delta Z_{pv}$  permanece constante. Es por esta razón que la expresión (42) puede ser muy útil para discernir la cintura  $\omega_0$  y también el tamaño de la cintura del haz imagen (Kuzyk et al., 2018).

## 2. Metodología Experimental

Antes de ejecutar la técnica Z-Scan fue importante determinar el valor de algunas variables físicas que se han mencionado a lo largo de las ecuaciones en las secciones anteriores. A continuación, se muestra una recopilación de la nomenclatura de los diferentes parámetros y propiedades físicas citadas hasta el momento:

- $n_2$ : Índice de refracción no lineal.

- $Z$ : Posición de la muestra.
- $L$ : Espesor de la muestra.
- $\omega_o$ : Cintura del láser.
- $\omega_o'$ : Cintura del haz imagen.
- $\lambda$ : Longitud de onda del láser.
- $n_o$ : Índice de refracción lineal.
- $z_R = \pi n_o \omega_o^2 / \lambda$ : Parámetro confocal. Longitud de difracción. Rango de Rayleigh.
- $L \leq z_R$ : Muestra ópticamente delgada.
- $d \gg z_R$ : Distancia desde el foco hasta el fotodetector.
- $S$ : Transmitancia en intensidad. Cociente entre la intensidad de entrada y la de salida.
- $\alpha$ : Coeficiente de absorción lineal.
- $L_{ef} = (1 - \exp(-\alpha L)) / \alpha$ : Longitud efectiva.
- $I_0$ : Irradiancia de la muestra en el plano focal de la lente utilizada.

## 2.1 Propiedades de la muestra: Fase 1

El índice de refracción lineal del cristal Sillenita BGO puede variar ligeramente de acuerdo a la longitud de onda incidente. En la literatura se han registrado valores desde  $n_o = 2,5$  hasta  $n_o = 2,8$  para longitudes de onda comprendidas entre los 400 y los 700 nm (Aldrich et al., 1971). El coeficiente de absorción lineal del cristal BGO también cambia sutilmente con la longitud de onda. En la literatura se han encontrado valores desde  $\alpha = 2 \text{ cm}^{-1}$  hasta  $\alpha = 100 \text{ cm}^{-1}$  para longitudes de onda en el intervalo de 414 a 776 nm (Isik et al., 2023). La lista de propiedades ópticas que corresponden al Sillenita BGO estudiado se presentan en la siguiente tabla.

**Tabla 1**

*Propiedades ópticas y geométricas del cristal BGO.*

Magnitud	Medida	Referencia
$L$ : Espesor	5 mm	Este trabajo
$n_0$ : Índice de refracción lineal	2,53	Petrov <i>et al.</i> (2013)
$\alpha_0$ : Coeficiente de absorción lineal	$0,4 \text{ mm}^{-1}$	Petrov <i>et al.</i> (2013)
Orientación cristalográfica	(110)	Frejlich <i>et al.</i> (2020)

*Nota.*  $n_o$  y  $\alpha_o$  están dados para una longitud de onda en el intervalo del rojo visible.

## 2.2 Características del haz gaussiano: Fase 2

Una búsqueda en la página web de los fabricantes, permitió identificar las constantes ópticas tales como la cintura del láser, su ángulo de divergencia y su potencia. Para el desarrollo experimental de este proyecto de investigación se utilizó una fuente láser de HeNe con las características dadas en la Tabla 2.

Es bien sabido que las propiedades ópticas de los Sillenitas responden mejor para longitudes de onda cercanas al verde; no obstante, el cristal BGO ya ha sido caracterizado para un  $\lambda = 532 \text{ nm}$  (Ganeev *et al.*, 2004). En esta investigación se muestran los resultados del estudio del cristal BGO irradiado con una fuente láser de 632,8 nm.

**Tabla 2**

*Algunas especificaciones del láser de HeNe N-LHR-151.*

Magnitud	Medida
$P$ : Potencia	$>5 \text{ mW}$
$\lambda$ : Longitud de onda	632.8 nm
$\omega_0$ : Cintura del haz	$0.40 \pm 5 \% \text{ mm}$
$\theta$ : Ángulo de divergencia del haz	$0.50 \pm 5 \% \text{ mrad}$

*Nota.* Esta tabla fue adaptada de la página oficial de Newport (Newport Corporation, 2024).

En la técnica Z-scan, es necesario ubicar una lente convergente a la salida del láser para focalizar el haz. El haz transmitido continúa siendo gaussiano, pero sus propiedades cambian debido a la presencia de la lente, tal como se describió previamente en la Sección 1.4. Por lo tanto, la primera etapa experimental de este proyecto consistió en caracterizar las nuevas propiedades del haz gaussiano, en particular su ángulo de divergencia,  $\theta'$ , su cintura,  $\omega_0'$ , y la nueva distancia de Rayleigh  $z_R'$ . Para ello, se realizó un experimento que estudió la relación entre la distancia axial  $z$  y el diámetro del haz en función de esa distancia,  $\omega(z)$ , permitiendo obtener las características clave del haz transmitido.

En la práctica, se midió el diámetro del haz  $\omega(z)$  en diferentes posiciones  $z$ , tomando como referencia la distancia desde la salida de la lente hasta el plano de observación (ver figura 3). De acuerdo con el modelo matemático que describe la propagación de un haz gaussiano, la relación entre  $z^2$  y  $\omega^2(z)$  es lineal, como se describe en la ecuación (20). Por lo tanto, utilizando un ajuste lineal por mínimos cuadrados sobre los datos obtenidos, se determinó la pendiente de la gráfica  $z^2$  vs  $\omega^2(z)$ , la cual corresponde al cuadrado del ángulo de divergencia  $\theta'^2$ . Con este valor, fue posible calcular de manera directa el radio de la cintura del haz y la distancia de Rayleigh aplicando las ecuaciones (19) y (35). Los resultados se muestran en la figura 11.

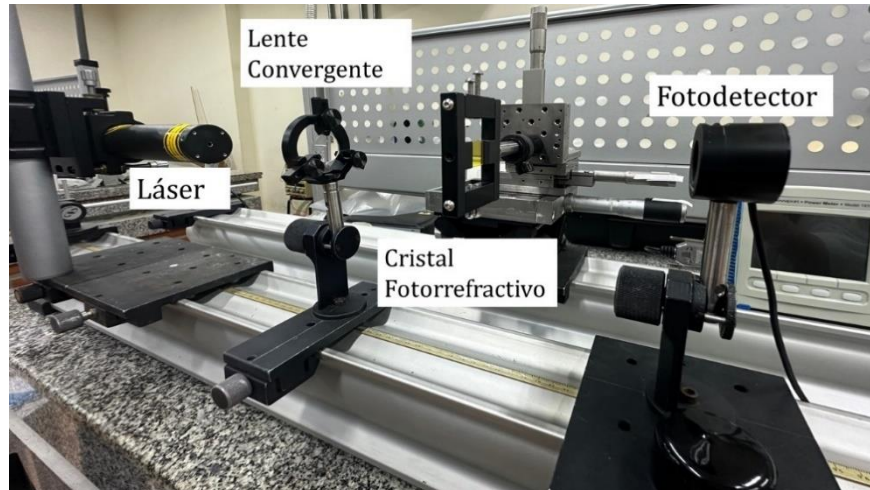
### 2.3 Parámetros de intensidad: Fase 3

El objetivo de esta fase experimental fue determinar los valores de la transmitancia de referencia  $S$  y la intensidad del haz en el foco  $I_0$ . Para medir  $S$ , se colocó un fotodetector en el plano de observación, registrando la transmitancia sin la muestra en el sistema (ver figura f3).

Posteriormente, para obtener  $I_0$  se midió la intensidad del haz en el plano focal del sistema óptico cuando la muestra estaba colocada en dicha posición (ver figura 10). Estos parámetros son fundamentales para el análisis de los efectos no lineales y la caracterización del material.

**Figura 10**

*Montaje experimental para determinar el parámetro  $I_0$ .*



#### 2.4 Z-Scan: Fase 4

Una vez conocidas las características del haz gaussiano y los parámetros de intensidad, se ubicó el cristal fotorrefractivo Sillenita BGO sobre un deslizador con controles de movimiento. La etapa de traslación se utiliza para mover la muestra a través del punto focal del haz gaussiano con alta precisión, lo cual es esencial para realizar mediciones de Z-Scan. El movimiento es controlado, lo que permite desplazamientos con resolución milimétrica.

- **Resolución:** La capacidad de movimiento puede ser ajustada en pasos muy pequeños, típicamente en el rango de los milímetros, con ajuste en decenas de micrómetros.
- **Rango de movimiento:** La etapa ofrece un rango específico de traslación a lo largo del eje Z, 25 mm, 50 mm o más, dependiendo de los parámetros de la configuración experimental.
- **Construcción de la curva Z-Scan:** Comienza con la medición de la transmitancia óptica en función de la posición Z de la muestra con respecto al plano focal del haz

láser. A medida que la muestra es desplazada a lo largo del eje  $z$ , se registra la intensidad del haz transmitido a través de una apertura (en el caso de Z-Scan con apertura cerrada), lo que permite obtener una curva representativa de los fenómenos no lineales en el material.

- **Cálculo de la transmitancia pico-valle:** A partir de los datos experimentales, se identifican los puntos correspondientes al máximo y mínimo de la curva de transmitancia. El cambio en la transmitancia pico-valle  $\Delta T_{pv}$  se define como la diferencia entre el valor máximo y el valor mínimo de transmitancia registrado en la curva Z-Scan. Este valor de  $\Delta T_{pv}$  es fundamental para determinar el cambio de fase no lineal inducido en el haz de luz debido al material.
- **Cálculo del índice de refracción no lineal:** El cambio de fase  $\Delta\Phi_0$  se calcula usando las ecuaciones previamente descritas en secciones anteriores. A partir de  $\Delta\Phi_0$ , se determina el índice de refracción no lineal  $n_2$ , utilizando la relación entre la variación de la fase y la intensidad del haz incidente (ec. 41).

### 3. Análisis y Discusión de Resultados

#### 3.1 Características del haz gaussiano

El sistema óptico incluye un láser N-LHR-151 de Helio-Neón, con una longitud de onda de  $\lambda = 632,8$  nm, una potencia de salida de  $P = 5$  mW, y un diámetro de haz de  $0,8 \pm 0,004$  mm, lo que corresponde a un radio del haz en la cintura de  $\omega_0 = 0,4 \pm 0,002$  mm. El ángulo de divergencia del haz es  $\theta = 0,5 \pm 0,0025$  mrad (ver Tabla 2).

La lente biconvexa utilizada es una KBX061 con un diámetro de 25,4 mm y una distancia focal efectiva de 88,3 mm. La distancia entre el láser y la lente fue fijada en  $z = 150 \pm 0,5$  mm. Con estos parámetros, es posible realizar el análisis teórico del comportamiento del haz Gaussiano.

- Antes de la lente (ver ecuación (17)). La distancia de Rayleigh se calcula mediante:

$$z_R = \frac{\pi(0,4)^2}{6.328 \times 10^{-4}} = 794,334 \pm 9,926 \text{ mm.} \quad (43)$$

- Factores de conjugación y aumento (ver ecuaciones (27), (28) y (29)):

$$r = \frac{794,334}{150 - 88,3} = 12,874 \pm 0,104,$$

$$M_r = \left| \frac{88,3}{150 - 88,3} \right| = 1,431 \pm 0,012,$$

$$M = \frac{1,431}{\sqrt{1 + (12,874)^2}} = 0,111 \pm 0,002 \text{ mm.} \quad (44)$$

- Después de la lente (ver ecuaciones 30 - 35). Una vez el haz atraviesa la lente, los nuevos parámetros del haz Gaussiano son:

$$\omega'_0 = (0,111)(0,4) \approx (0,0005)(88,3) = 0,044 \pm 0,001 \text{ mm,} \quad (45)$$

$$z'_R = (0,111)^2(794,334) = 9,757 \pm 0,268 \text{ mm,} \quad (46)$$

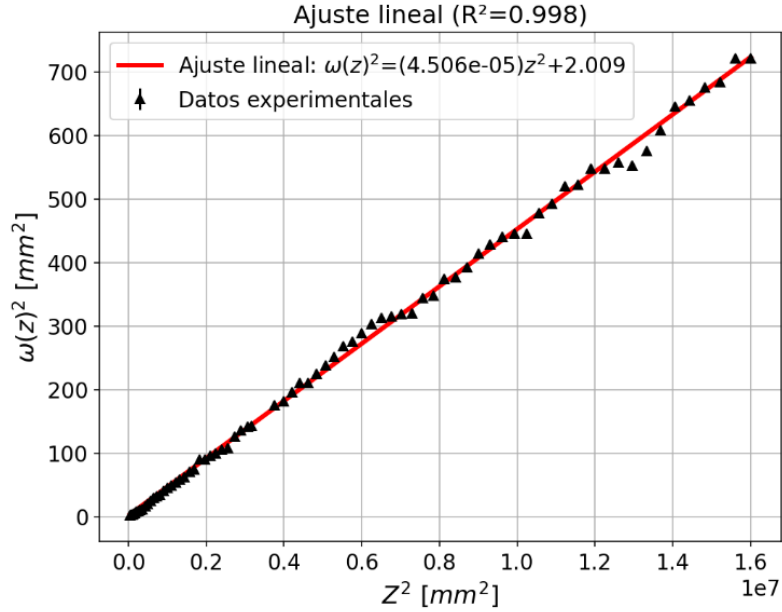
$$\theta' = \frac{0,5}{0,111} = 4,544 \pm 0,062 \text{ mrad,} \quad (47)$$

$$z' = (0,111)^2(150 - 88,3) + 88,3 = 89,058 \pm 0,270 \text{ mm} \approx f. \quad (48)$$

Luego del análisis teórico se siguió el procedimiento experimental descrito en la Sección 2.2, los datos obtenidos y el ajuste lineal se muestran en la figura 11.

**Figura 11**

Relación entre el diámetro del spot  $\omega^2(z)$  y la distancia  $z^2$  medida desde la salida del láser hasta el plano de observación.



*Nota.* La gráfica muestra el ajuste lineal obtenido mediante el método de mínimos cuadrados, cuya pendiente corresponde al ángulo de divergencia al cuadrado  $\theta'^2$ .

A partir de la regresión lineal, se determinó el valor experimental del nuevo ángulo de divergencia calculando la raíz cuadrada de la pendiente de acuerdo con la ecuación (20). El valor obtenido para el ángulo de divergencia fue

$$\theta'_{exp} = 6,713 \pm (4,615 \times 10^{-4}) \text{ mrad.} \quad (49)$$

Con este resultado, se calculó el tamaño de la cintura del haz en el plano focal mediante la ecuación (19), obteniéndose:

$$\omega'_{0exp} = 0,030 \pm 0,001 \text{ mm.} \quad (50)$$

Con estos dos valores, también es posible determinar el valor experimental de la distancia de Rayleigh siguiendo la ecuación (18):

$$z'_{Rexp} = \frac{\omega'_{0exp}}{\theta'_{exp}} = 8,942 \pm 0,456 \text{ mm.} \quad (51)$$

Los resultados obtenidos en esta etapa se resumen en la siguiente tabla:

**Tabla 3**

*Resumen de la caracterización del haz Gaussiano.*

Parámetro	Antes de la lente (valor teórico)	Después de la lente (valor teórico)	Después de la lente (valor experimental)	Error porcentual aproximado
$w_0$ : Cintura del haz	$0,4 \pm 0,0025 \text{ mm}$	$0,044 \pm 0,001 \text{ mm}$	$0,030 \pm 0,001 \text{ mm}$	32 %
$z_R$ : Rango de Rayleigh	$794,334 \pm 9,926 \text{ mm}$	$9,757 \pm 0,268 \text{ mm}$	$8,942 \pm 0,456 \text{ mm}$	8 %
$\theta$ : Ángulo de divergencia	$0,5 \pm 0,0025 \text{ mrad}$	$4,544 \pm 0,062 \text{ mrad}$	$6,713 \pm (4,615 \times 10^{-4}) \text{ mrad}$	32 %

Estos errores pueden explicarse debido al mismo registro manual de datos que se llevó a cabo con un calibrador, además de que la dispersión de los datos aumenta al cuadrado por la ecuación de ajuste utilizada.

### 3.2 Parámetros de intensidad

Para medir el valor de referencia de la transmitancia, se ubicó el fotodetector a una distancia de  $d = 420 \text{ mm}$  de la lente.

Para la irradiancia de salida se utilizaron los parámetros del láser, mientras que para la irradiancia de entrada se utilizó la potencia registrada por el fotodetector y el área, esta última se obtuvo a partir de la relación lineal de la figura 11. Se debe entender que, la irradiancia de salida hace referencia a la producida por el láser, mientras que la irradiancia de entrada es la que entra en el fotodetector. Los resultados obtenidos

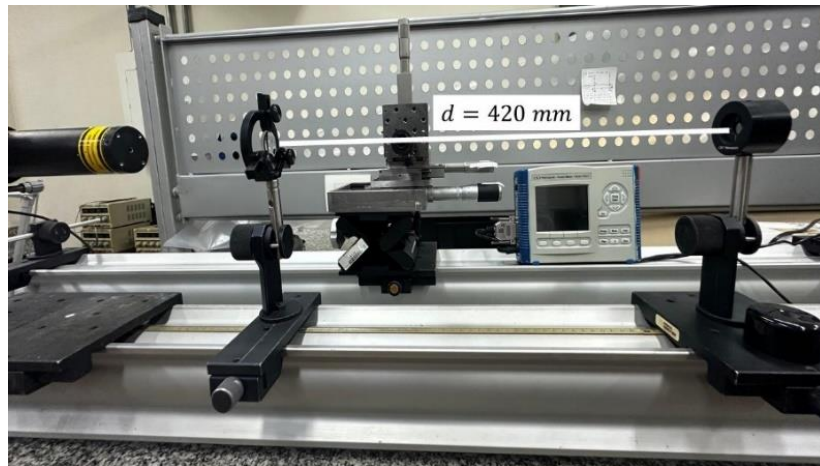
$$I_S = \frac{5}{\pi(0,4)^2} = 9,947 \pm 0,124 \text{ mW/mm}^2,$$

$$I_E = \frac{6,2417}{\pi(1,410)^2} = 1,035 \pm 0,107 \text{ mW/mm}^2,$$

$$S = \frac{I_E}{I_S} = 0,104 \pm 0,010 \text{ mW/mm}^2. \quad (52)$$

**Figura 12**

*Esquema experimental empleado para la determinación de la transmitancia de referencia  $S$ .*

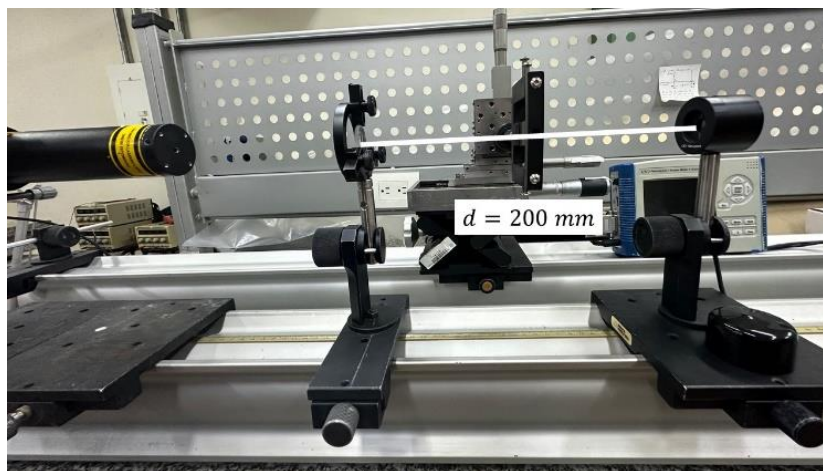


*Nota.* En la imagen se muestra la posición del fotodetector y la ubicación respecto a la lente.

Para medir el valor  $I_0$ , siguiendo el esquema de la figura 12, se posicionó el fotodetector a una distancia de 200 mm.

**Figura 13**

*Esquema experimental empleado para la determinación de  $I_0$ .*



*Nota.* En la imagen se muestra la posición del fotodetector y la ubicación respecto a la lente.

Con la potencia registrada por el fotodetector y el área, esta última se obtuvo a partir de la relación lineal de la figura 10, el resultado es

$$I_0 = \frac{4,326}{\pi(0,671)^2} = 3,056 \pm 0,069 \text{ mW/mm}^2. \quad (53)$$

### 3.3 Z-Scan

Para el cristal fotorrefractivo BGO se estableció un índice de refracción lineal  $n_0 = 2,53$  para una longitud de onda de  $\lambda = 632,8 \text{ nm}$ . Asimismo, se asignó un valor de  $\alpha = 0,4 \text{ mm}^{-1}$  al coeficiente de absorción lineal. El espesor del cristal se midió obteniendo un valor de  $L = 5 \pm 0,5 \text{ mm}$  (ver Tabla 1). Con esta información, fue posible calcular el parámetro confocal del cristal dado por

$$z_R = \frac{\pi(2,53)(0,030)^2}{6,33 \times 10^{-4}} = 11,314 \pm 1,029 \text{ mm}. \quad (54)$$

Al comparar la distancia de Rayleigh con el grosor del cristal, se verifica que se cumple la desigualdad  $z_R > L$ , ya que  $11,314 > 5$ . Por lo tanto, el cristal fotorrefractivo de Sillenita BGO satisface las condiciones para ser considerado un medio ópticamente delgado. A partir de esto, también se puede calcular la longitud efectiva del cristal dada por

$$L_{ef} = \frac{1 - \exp(-\alpha L)}{\alpha} = \frac{1 - \exp((-0,4)(5))}{0,4} = 2,162 \pm 0,068 \text{ mm}. \quad (55)$$

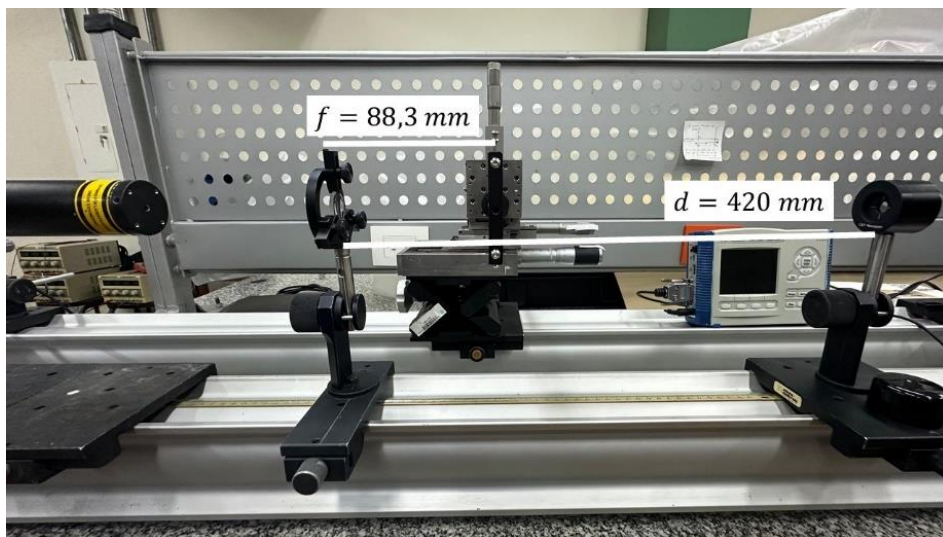
Una vez conocidas las características de haz gaussiano y los parámetros de intensidad, se ubicó el cristal fotorrefractivo Sillenita BGO sobre un deslizador con controles de movimiento. La etapa de traslación se utilizó para mover la muestra a través del punto focal del haz gaussiano con alta precisión, lo cual es esencial para realizar mediciones de Z-Scan (ver figura 14).

- **Resolución:** Las posiciones para el Z-Scan se registraron en intervalos equidistantes de un milímetro.

- **Rango de movimiento:** El rango específico de traslación a lo largo del eje Z fue de  $86 \pm 1$  mm.
- **Toma de datos:** Se comenzó con la medición de la transmitancia óptica en función de la posición  $z$  de la muestra con respecto al plano focal del haz láser. Desde la posición  $z = -4,3$  mm hasta  $z = 4,3$  mm. A medida que la muestra fue desplazada a lo largo del eje  $z$ , se registró la intensidad del haz transmitido a través de una apertura cerrada.
- **Construcción de la curva Z-Scan:** Se hizo 10 registros de datos. Las primeras tomas no mostraban la curva completa o se presentaban curvas incongruentes. Se promediaron algunos datos desde el sexto hasta el décimo registro. Los datos se presentan en la figura 15.

**Figura 14**

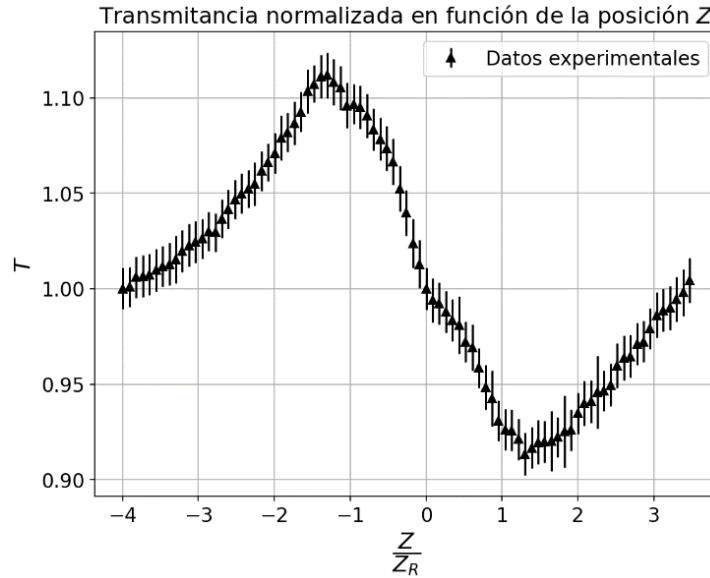
*Montaje experimental utilizado para la técnica Z-Scan.*



*Nota.* En la imagen se muestra la disposición del láser, la lente convergente, la muestra y el fotodetector, con el desplazamiento controlado de la muestra a lo largo del eje  $z$ .

**Figura 15**

*Distribución de los datos obtenidos en el experimento de Z-Scan.*



*Nota.* En la figura se muestra la variación de la transmitancia en función de la posición  $z$  de la muestra, que permite identificar los picos característicos y mínimos utilizados para calcular los parámetros ópticos no lineales.

La forma de la curva Z-Scan (ver figura 15) sugiere que el cristal presenta una no linealidad de auto-desenfoco, como se ilustra en la figura 6. En este caso, se observa una coincidencia notable: las posiciones del pico y el valle son equidistantes al plano focal, aproximadamente a  $(\pm 1,302)z_R$  en contraste con los valores teóricos de  $(\pm 0,856)z_R$  reportados en la literatura. Es decir, según lo sugerido en la ecuación (42), se obtuvo que  $\Delta Z_{pv} \cong 2,602z_R$ .

- **Cálculo de la transmitancia pico-valle:** A partir de los datos experimentales (ver figura 15), se identificaron los puntos correspondientes al máximo y mínimo de la curva de transmitancia. El cambio en la transmitancia pico-valle.

$$\Delta T_{pv} = 0,913 - 1,112 = -0,198 \pm 0,023. \quad (56)$$

- **Cálculo del cambio de fase:** El cambio de fase  $\Delta\Phi_0$  se calcula usando las ecuaciones previamente descritas en secciones anteriores (ver ecuación (39)).

$$\Delta\Phi_0 = \frac{-0,198}{0,406(1 - 0,104)^{0,27}} = -0,503 \pm 0,065. \quad (57)$$

- **Cálculo del índice de refracción no lineal:** A partir de  $\Delta\Phi_0$ , se determina el índice de refracción no lineal  $n_2$ , utilizando la relación entre la variación de la fase y la intensidad del haz incidente (ec. (41)). El factor 1/1000 en la ecuación (58) aparece para convertir el resultado a las unidades del sistema internacional,

$$n_2 = \frac{1}{1000} \cdot \frac{(-0,503)(6,328 \times 10^{-4})}{2\pi(3,056)(2,162)} = (-7,674 \pm 1,401) \times 10^{-9} \text{ m}^2/\text{W}. \quad (58)$$

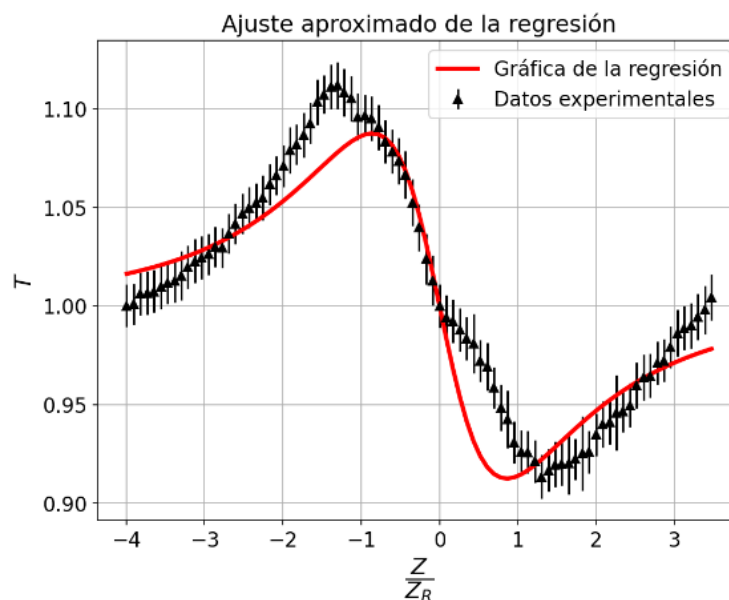
Recordemos que en la Sección 1.5.3 se presentó la solución analítica del sistema de ecuaciones diferenciales (36) y (37), con el objetivo de determinar el cambio de fase  $\Delta\Phi_0$ , la intensidad  $I$  y la transmitancia  $T$  en un sistema de Z-Scan con apertura cerrada. La solución analítica reportada por Yin et al., mostrada en la ecuación (38), está expresada en función de  $x = z/z_R$  y del cambio de fase  $\Delta\Phi_0$  debido a la polarización de tercer orden (Yin et al., 2000). En este apartado, se realizó un ajuste considerando la distribución de datos de la figura 15 y tomando como parámetro de ajuste el valor de  $\Delta\Phi_0$ . La curva de ajuste obtenida mediante la regresión de la ecuación (38) y la distribución de los datos se muestra en la figura 16.

El parámetro de ajuste obtenido corresponde al cambio de fase, cuyo valor aproximado, según la gráfica, es  $\Delta\Phi_0 = -0,431 \pm 0,016$ . A partir de la función ajustada, también se determinaron los valores de transmitancia en el pico y el valle (máximos y mínimos de la función, respectivamente). Para ello, se derivó la función, se calcularon las raíces y se sustituyeron en la

ecuación de la regresión. Los valores obtenidos fueron  $T_p = 1,087$  para el pico y  $T_p = 0,913$  para el valle.

**Figura 16**

*Gráfica de la regresión lineal de la transmitancia óptica no lineal.*



Los resultados obtenidos en esta fase se resumen en la siguiente tabla:

**Tabla 4**

*Resumen del análisis de datos de Z-Scan.*

Variable	Resultado experimental	Resultado simulación
$\Delta T_{pv}$ : Transmitancia pico-valle	$-0,198 \pm 0,023$	$-0,175 \pm 0,019$
$\Delta \Phi_0$ : Cambio de fase	$-0,503 \pm 0,065$	$-0,431 \pm 0,016$
$\Delta Z_{pv}$ : Posiciones pico-valle	$(\pm 1,302 \pm 0,088)z_R$	$\pm 0,859z_R$
$n_2$ : Índice de refracción no lineal	$(-7,674 \pm 1,401) \times 10^{-9}$	$(-6,573 \pm 0,595) \times 10^{-9}$

*Nota.*  $\Delta Z_{pv}$  no lleva incertidumbre en la simulación debido a que ese valor está ligado a las raíces de la función de ajuste.

El modelo de ajuste en la simulación es coherente con los resultados experimentales. Si consideramos el rango establecido por las incertidumbres de las transmitancias, se muestra una similitud en ambos resultados. Esto mismo ocurre con los cambios de fase y el índice de refracción no lineal.

El resultado peor ajustado corresponde a las posiciones del pico y valle. Experimentalmente, estos valores se ubicaron a una distancia aproximadamente 1,5 veces mayor al ajuste de la simulación.

Por último, es importante comparar nuestros resultados con los obtenidos por otros autores:

**Tabla 5**

*Resultados obtenidos por Ganeev et al. (2004).*

$\lambda$ [nm]	$L$ [mm]	$n_2$ [m <sup>2</sup> /W]
1064	7.3	$(6,2 \pm 1,3) \times 10^{-9}$
	11	$(6,3 \pm 1,2) \times 10^{-9}$
	17	$(6,2 \pm 1,3) \times 10^{-9}$
532	7.3	$(7,4 \pm 1,5) \times 10^{-9}$
	11	$(6,9 \pm 1,4) \times 10^{-9}$
	17	$(7,4 \pm 1,5) \times 10^{-9}$

Podemos evidenciar que nuestros resultados son coherentes con los de la literatura, especialmente con  $\lambda = 532$  nm que corresponde a una longitud de onda en el verde. El índice de refracción no lineal parece ser mayor para longitudes de onda más cortas y eso también es buen indicativo para nuestro resultado. Cabe aclarar finalmente que, antes de ejecutar la técnica Z-Scan, se tomó una muestra del cristal para ser caracterizado mediante difracción de Rayos X. Los resultados mostraron que el cristal tiene una pequeña concentración de manganeso, lo que probablemente esté relacionado con el fenómeno de auto-desenfoco y un índice de refracción no lineal negativo.

#### 4. Conclusiones

Este trabajo de investigación presentó los resultados obtenidos del estudio de la transmitancia óptica no lineal del cristal fotorrefractivo BGO, más específicamente, de su índice de refracción no lineal a una longitud de onda de 632,8 [nm] correspondiente a una línea estrecha del rojo visible en el espectro electromagnético.

El primer paso fue verificar las características del láser establecidas por el proveedor y la propagación del haz gaussiano cuando interactúa con una lente convergente bi-convexa de 88,3 [mm] de distancia focal efectiva. El experimento demostró que la cintura del haz se focaliza y reduce su tamaño de  $0,4 \pm 0,002$  [mm] (cuando sale del láser) a  $0,03 \pm 0,001$  [mm] (cuando es focalizada).

Finalmente, se realizó el estudio de Z-Scan de abertura cerrada en el que se obtuvo una transmitancia de  $S = 0,104 \pm 0,010$  y que permitió realizar la respectiva toma de datos. En el análisis, se obtuvo un cambio de fase pequeño  $\Delta\Phi_0 = -0,503 \pm 0,065$  acorde a las recomendaciones en otras investigaciones. El índice de refracción no lineal arrojó un resultado de  $n_2 = -7,674 \pm 1,401 \text{ m}^2/\text{W}$ .

Este trabajo puede sentar las bases en otras investigaciones que amplíen la caracterización y el estudio de los cristales fotorrefractivos de la familia de los Sillenitas. Este trabajo abre las puertas a nuevas investigaciones, tales como lo son: determinar el índice de refracción no lineal en otras longitudes de onda y medir su dependencia mediante alguna regresión, para el cristal BGO y para los otros cristales de la familia. También se puede extender la caracterización de las propiedades determinando el coeficiente de absorción de dos fotones mediante el ya conocido método de Z-Scan de abertura abierta.

La identificación de las propiedades lineales y no lineales de los materiales, permite su aplicación en diversas áreas como: interruptores ópticos, memorias ópticas, holografía, la industria de los semiconductores, espectroscopía, entre otras.

### Referencias Bibliográficas

- Aldrich, R. E., Hou, S. L. y Harvill, M. L. (1971). Electrical and optical properties of Bi<sub>12</sub>SiO<sub>20</sub>. *Journal of Applied Physics*, 42(1), 493-494. <https://doi.org/10.1063/1.1659638>.
- Bernal, A. (2016). *Propiedades ópticas no lineales de tercer orden en una nueva familia de vidrios de telurio mediante la técnica Z-Scan*. [Tesis de Maestría, Centro de Investigaciones en Óptica]. <https://cio.repositorioinstitucional.mx/jspui/handle/1002/285>.
- Bian, S. y Frejlich, J. (1997). Z-scan measurements of photorefractive nonlinearities for a SBN:Ce crystal. *Applied Physics B*, 64, 539-546. <https://doi.org/10.1007/s003400050212>.
- Boyd, R. W., Gaeta, A. L. y Giese, E. (2008). *Nonlinear optics*. Springer.
- Burkov, V. I., Egorysheva, A. V. y Kargin, Y. F. (2001). Optical and chiro-optical properties of crystals with sillenite structure. *Crystallography Reports*, 46, 312-335. <https://doi.org/10.1134/1.1358415>.
- Cabrera, J. M., López, F. A. y López, F. J. (2000). *Óptica electromagnética: materiales y aplicaciones*. Addison-Wesley.
- Chapple, P. B., Staromlynska, J., Hermann, J. A., Mckay, T. J. y McDuff, R. G. (1997). Single-beam Z-scan: measurement techniques and analysis. *Journal of Nonlinear Optical Physics & Materials*, 6(03), 251-293. <https://doi.org/10.1142/S0218863597000204>.
- Chinnasami, S., Paulraj, R., Bhatt, R., Bhaumik, I., Ramasamy, P. y Karnal, A. K. (2020). Investigation on the growth rate, crystalline perfection, refractive index, Z-scan and electrical characteristics of Z-cut imidazolium l-tartrate single crystal. *Optical Materials*, 108, 110380. <https://doi.org/10.1016/j.optmat.2020.110380>.

- Douglas, G. G. y Zitter, R. N. (1968). Transport processes of photoinduced carriers in bismuth germanium oxide ( $\text{Bi}_{12}\text{GeO}_{20}$ ). *Journal of Applied Physics*, 39(4), 2133-2135. <https://doi.org/10.1063/1.1656501>.
- Frejlich, J. (2007). *Photorefractive materials: fundamental concepts, holographic recording and materials characterization*. John Wiley & Sons.
- Ganeev, R. A., Ryasnyanskii, A. I., Tugushev, R. I., Kodirov, M. K., Akhmedzhanov, F. R. y Usmanov, T. (2004). Study of nonlinear-optical characteristics of photorefractive BSO and BGO crystals. *Quantum Electronics*, 34(2), 156. <https://doi.org/10.1070/QE2004v034n02ABEH002602>.
- Ganeev, R. A., Ryasnyansky, A. I., Tugushev, R. I., Kodirov, M. K., Akhmedjanov, F. R. y Usmanov, T. (2004). Nonlinear optical characteristics of BSO and BGO photorefractive crystals in visible and infrared ranges. *Optical and Quantum Electronics*, 36, 807-818. <https://doi.org/10.1023/B:OQEL.0000040048.60981.cd>.
- Ganeev, R. A., Ryasnyanskiĭ, A. I., Tugushev, R. I., Kodirov, M. K., Akhmedzhanov, F. R. y Usmanov, T. (2004). Effect of higher order nonlinear optical processes on optical absorption in the photorefractive BSO and BGO crystals. *Optics and Spectroscopy*, 96, 526-531. <https://doi.org/10.1134/1.1719140>.
- Griffiths, D. J. (2023). *Introduction to electrodynamics*. Cambridge University Press.
- Hahn, T., Brock, C. P., Wondratschek, H., Müller, U., Shmueli, U., Prince, E., Authier, A., Kopský, V., Litvin, D. B. y Aroyo, M. I. (2005). *International tables for crystallography volume A: Space-group symmetry*. International Union of Crystallography. Springer.

- Isik, M. y Gasanly, N. M. (2023). Linear and nonlinear optical properties of Bi<sub>12</sub>GeO<sub>20</sub> single crystal for optoelectronic applications. *Materials Science in Semiconductor Processing*, 153, 107170. <https://doi.org/10.1016/j.mssp.2022.107170>.
- Ji, Z., Ni, H., Yuan, L., Chen, J. y Wang, S. (2014). Investigation of optical transmittance and light response uniformity of 600-mm-long BGO crystals. *Nuclear Instruments and Methods in Physics Research Section A: Accelerators, Spectrometers, Detectors and Associated Equipment*, 753, 143-148. <https://doi.org/10.1016/j.nima.2014.03.056>.
- Khoo, I. C. y Wu, S. T. (1993). *Optics and nonlinear optics of liquid crystals*. World Scientific.
- Kostritskii, S. M., Aillerie, M. y Kokanyan, E. (2013). Investigation of nonlinear refraction and absorption in Mg- and Zr-doped LiNbO<sub>3</sub> with the aid of Z-scan techniques. *Fundamentals of Laser-Assisted Micro- and Nanotechnologies*, 9065, 67-73. SPIE. <https://doi.org/10.1117/12.2051620>.
- Kuzyk, M. G. y Dirk, C. V. (2018). *Characterization techniques and tabulations for organic nonlinear optical materials*. CRC Press.
- Mel'nikova, T. I., Kuz'micheva, G. M., Rybakov, V. B., Bolotina, N. B. y Dubovsky, A. B. (2010). On symmetry of sillenites. *Crystallography Reports*, 55, 229-232. <https://doi.org/10.1134/S1063774510020112>.
- New, G. (2011). *Introduction to nonlinear optics*. Cambridge University Press.
- Newport Corporation. (Agosto de 2024). *Gaussian beam optics*. Newport - Photonics Solutions for Extending the Frontiers of Science. <https://www.newport.com/n/gaussian-beam-optics>.
- Newport Corporation. (Agosto de 2024). *N-LHR-151 HeNe laser*. Newport - Photonics Solutions for Extending the Frontiers of Science. <https://www.newport.com/p/N-LHR-151>.
- O'shea, D. C. (1985). *Elements of Modern Optical Design*. John Wiley & Sons.

- Petrov, M. P., Stepanov, S. I. y Khomenko, A. V. (2013). *Photorefractive crystals in coherent optical systems*. Springer.
- Petrov, D. V., Gomes, A. S. L. y De Araújo, C. B. (1994). Reflection Z-scan technique for measurements of optical properties of surfaces. *Applied physics letters*, 65(9), 1067-1069. <https://doi.org/10.1063/1.112175>.
- Rottwitt, K. y Tidemand-Lichtenberg, P. (2015). *Nonlinear optics: principles and applications*. CRC Press.
- Ryf, R., Lötscher, A., Bosshard, C., Zgonik, M. y Günter, P. (1998). Z-scan-based investigations of photorefractive self-focusing in KNbO<sub>3</sub> crystals. *Journal of the Optical Society of America B*, 15(3), 989-995. <https://doi.org/10.1364/JOSAB.15.000989>.
- Saleh, B. E. A. y Teich, M. C. (1991). *Fundamentals of photonics*. John Wiley & Sons.
- Self, S. A. (1983). Focusing of spherical Gaussian beams. *Applied optics*, 22(5), 658-661. <https://doi.org/10.1364/AO.22.000658>.
- Sheik-Bahae, M., Said, A. A., Wei, T. H., Wu, Y. Y., Hagan, D. J., Soileau, M. J. y Van Stryland, E. W. (1990). Z-scan: a simple and sensitive technique for nonlinear refraction measurements. *Nonlinear Optical Properties Of Materials*, 1148, 41-51. SPIE. <https://doi.org/10.1117/12.962142>.
- Sheik-Bahae, M., Said, A. A., Wei, T. H., Hagan, D. J. y Van Stryland, E. W. (1990). Sensitive measurement of optical nonlinearities using a single beam. *IEEE journal of quantum electronics*, 26(4), 760-769. <https://doi.org/10.1109/3.53394>.
- Yin, M., Li, H. P., Tang, S. H. y Ji, W. (2000). Determination of nonlinear absorption and refraction by single Z-scan method. *Applied Physics B*, 70, 587-591. <https://doi.org/10.1007/s003400050866>.

Zhukova, M., Melnik, M., Vorontsova, I., Tseykin, A. y Kozlov, S. (2020). Estimations of low-inertia cubic nonlinearity featured by electro-optical crystals in the THz range. *Multidisciplinary Digital Publishing Institute* 7(4), 98. <https://doi.org/10.3390/photonics7040098>.

