

**APROXIMACIÓN DIGITAL A LA PROFUNDIDAD DE CAMPO EXTENDIDA EN
SISTEMAS FORMADORES DE IMÁGENES: APLICACIONES EN METROLOGÍA**

Físico. CARLOS RICARDO CONTRERAS PICO

**UNIVERSIDAD INDUSTRIAL DE SANTANDER
FACULTAD DE CIENCIAS
ESCUELA DE FÍSICA
BUCARAMANGA
2010**

**APROXIMACIÓN DIGITAL A LA PROFUNDIDAD DE CAMPO EXTENDIDA EN
SISTEMAS FORMADORES DE IMÁGENES: APLICACIONES EN METROLOGÍA**

Físico. CARLOS RICARDO CONTRERAS PICO

**Trabajo de investigación para optar al título de
Magister en Física**

Director

Dr. Jaime Enrique Meneses Fonseca

**UNIVERSIDAD INDUSTRIAL DE SANTANDER
FACULTAD DE CIENCIAS
ESCUELA DE FÍSICA
BUCARAMANGA
2010**

Resulta para mi muy satisfactorio contar con el apoyo incondicional de mis padres, a ellos quienes han sido los pilares de mi formación personal y profesional les agradezco por las lecciones de vida que me han enseñado y por el gran amor que me han brindado, a ellos les dedico la elaboración del presente trabajo.

*También quiero dedicar este trabajo, de manera especial:
A Diana, por ser la mujer que ha complementado mi vida.
A Cesar por las experiencias de vida compartidas desde nuestra niñez.*

A Cesar Gustavo por regalarnos felicidad.

A Jaime y Marta por su gran apoyo y por aceptarme de forma especial dentro de su familia.

Y en especial a ti, fue muy corta tu vida e inmensurable el vacío que dejaste aquí, nunca te vi pero vivirás por siempre en mí.

AGRADECIMIENTOS

Expreso mis más sinceros agradecimientos:

- Al Doctor Jaime Meneses por su paciencia, orientación y apoyo en la realización de este proyecto y por los conocimientos impartidos.
- A todos mis compañeros y profesores del Grupo de Óptica y Tratamiento de Señales.
- A mi familia por todo el apoyo recibido durante toda mi carrera.
- A todas las personas que de alguna u otra forma contribuyeron al logro de mis objetivos.

CONTENIDO

	Página
INTRODUCCIÓN GENERAL	15
1. PROFUNDIDAD DE CAMPO EN SISTEMAS FORMADORES DE IMÁGENES	17
1.1. INTRODUCCIÓN	17
1.2. ANÁLISIS CUALITATIVO DE LA PROFUNDIDAD DE CAMPO	17
1.2.1. CÍRCULO DE CONFUSIÓN	18
1.2.1.1. Agudeza visual	18
1.2.1.2. Distancia visual	20
1.2.1.3. Ampliación de la imagen	21
1.2.1.4. Valores estándares para el círculo de confusión	21
1.2.1.5. Límites prácticos de la profundidad de campo	22
1.3. PROFUNDIDAD DE CAMPO PARA UNA LENTE SIMÉTRICA	23
1.3.1. Límites de la profundidad de campo	23
1.3.2. Profundidad de campo frontal y profundidad de campo posterior	25
1.3.3. Profundidad de campo total	25
1.3.4. Difracción	27
1.3.5. Combinación de desenfoque y difracción	29
1.3.6. Número f óptimo	29
1.4. MÉTODOS QUE PERMITEN EXTENDER LA PROFUNDIDAD DE CAMPO	31
1.5. ANÁLISIS EXPERIMENTAL TELE-CÉNTRICO	33
1.5.1. Fusión de imágenes por el método de Varianza	34
1.5.2. Fusión de imágenes por el método de Tenengrad	36
1.5.3. Fusión de imágenes por el método Laplaciano	38
1.5.4. Fusión de imágenes a partir de la Transformada Wavelet.	40
1.5.5. Reconstrucción tridimensional del objeto de estudio.	40
2. PROFUNDIDAD DE CAMPO EXTENDIDA PARA UN SISTEMA NO TELE-CÉNTRICO	44
2.1. INTRODUCCIÓN	44
2.2. FORMACIÓN DE IMÁGENES PARA UN SISTEMA NO TELE-CÉNTRICO	44
2.3. SIMULACIÓN DE IMÁGENES ADQUIRIDAS POR UN SISTEMA NO TELE-CÉNTRICO.	47
2.4. RESPUESTA IMPULSO EN EL DOMINIO DE LA FRECUENCIA PARA UN SISTEMA INCOHERENTE LIMITADO POR LA DIFRACCIÓN.	51
2.4.1. La función de transferencia óptica.	51

2.4.2. La función de transferencia óptica, OTF, de un sistema libre de aberraciones.	53
2.5. ABERRACIONES Y SUS EFECTOS EN LA RESPUESTA EN EL DOMINIO DE LA FRECUENCIA.	53
2.5.1. La pupila generalizada.	54
2.5.2. Efectos de las aberraciones en la amplitud de la función de transferencia.	54
2.5.3. Efectos de las aberraciones en la función de transferencia óptica.	54
2.5.4. Ejemplo de una aberración simple: Un error de enfoque.	55
2.6. VALIDACIÓN CON IMÁGENES SIMULADAS	61
3. RESULTADOS EXPERIMENTALES	82
3.1. INTRODUCCIÓN	82
3.2. SISTEMA FORMADOR DE IMÁGENES IMPLEMENTADO	82
4. CONCLUSIONES	99
REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS	101

LISTA DE FIGURAS

	Página
Figura 1. Tabla de Snellen usada para realizar el test de agudeza visual.	19
Figura 2. Características especiales de la letra “E” de la tabla de Snellen.	20
Figura 3. Profundidad de campo para una lente simétrica.	23
Figura 4. Poder de resolución Vs. número f para varios valores ΔV - Hansma.	31
Figura 5. (a) Imagen experimental y (b) imagen fusionada por el método de Varianza.	34
Figura 6. Medida de Enfoque normalizada usando el método de Varianza; tamaño de la ventana: 5 píxeles \times 5 píxeles.	35
Figura 7. Medida de Enfoque normalizada usando el método de Varianza; tamaño de la ventana: 39 píxeles \times 39 píxeles.	35
Figura 8. (a) Imagen experimental y (b) imagen fusionada por el método de Tenengrad.	36
Figura 9. Medida de Enfoque normalizada usando el método de Tenengrad; tamaño de la ventana: 5 píxeles \times 5 píxeles.	37
Figura 10. Medida de Enfoque normalizada usando el método de Tenengrad; tamaño de la ventana: 39 píxeles \times 39 píxeles.	37
Figura 11. (a) Imagen experimental y (b) imagen fusionada por el método Laplaciano.	38
Figura 12. Medida de Enfoque normalizada usando el método Laplaciano; tamaño de la ventana: 5 píxeles \times 5 píxeles.	39
Figura 13. Medida de Enfoque normalizada usando el método Laplaciano; tamaño de la ventana: 39 píxeles \times 39 píxeles.	39
Figura 14. (a) Imagen experimental y (b) imagen fusionada por la Transformada Wavelet.	40
Figura 15. Reconstrucción tridimensional del objeto, método de Varianza.	41
Figura 16. Reconstrucción tridimensional, método de Tenengrad.	41
Figura 17. Reconstrucción tridimensional, método Laplaciano.	42
Figura 18. Formación de imágenes para un sistema no tele-céntrico.	44
Figura 19. Formación de imágenes para una lente delgada.	48
Figura 20. Región de superposición para dos rectángulos.	58
Figura 21. Función de transferencia óptica para un sistema con una pupila rectangular. (a) $W_m / \lambda = 0$, (Sistema limitado por la difracción), (b) $W_m / \lambda = 0.5$, (c) $W_m / \lambda = 1$.	60
Figura 22. Predicción de la óptica geométrica para la PSF de un sistema que tiene una pupila rectangular y error de enfoque severo.	60

Figura 23. Función de transferencia óptica para un sistema con una pupila circular.	61
(a) $W_m/\lambda = 0$, (Sistema limitado por la difracción), (b) $W_m/\lambda = 0.5$, (c) $W_m/\lambda = 1$.	
Figura 24. Objeto de estudio.	62
Figura 25. Parámetros ópticos del sistema simulado.	62
Figura 26. Imagen obtenida sin tener en cuenta el desenfoque, para $z = -15\text{ mm}$.	63
Figura 27. Imagen obtenida teniendo en cuenta el desenfoque, para $z = -15\text{ mm}$.	64
Figura 28. Imagen obtenida sin tener en cuenta el desenfoque, para $z = 0\text{ mm}$.	64
Figura 29. Imagen obtenida teniendo en cuenta el desenfoque, para $z = 0\text{ mm}$.	65
Figura 30. Imagen fusionada por el método de Varianza, tamaño de la ventana 21 píxeles \times 21 píxeles.	65
Figura 31. Medida de Enfoque normalizada usando el método de Varianza; tamaño de la ventana: 21 píxeles \times 21 píxeles.	66
Figura 32. Imagen fusionada por el método de Tenengrad, tamaño de la ventana 21 píxeles \times 21 píxeles.	66
Figura 33. Medida de Enfoque normalizada usando el método de Tenengrad; tamaño de la ventana: 21 píxeles \times 21 píxeles.	67
Figura 34. Imagen fusionada por el método Laplaciano, tamaño de la ventana 21 píxeles \times 21 píxeles.	67
Figura 35. Medida de Enfoque normalizada usando el método Laplaciano; tamaño de la ventana: 21 píxeles \times 21 píxeles.	68
Figura 36. Imagen fusionada por el método de Varianza, tamaño de la ventana 31 píxeles \times 31 píxeles.	68
Figura 37. Medida de Enfoque normalizada usando el método de Varianza; tamaño de la ventana: 31 píxeles \times 31 píxeles.	69
Figura 38. Imagen fusionada por el método de Tenengrad, tamaño de la ventana 31 píxeles \times 31 píxeles.	69
Figura 39. Medida de Enfoque normalizada usando el método de Tenengrad; tamaño de la ventana: 31 píxeles \times 31 píxeles.	70
Figura 40. Imagen fusionada por el método Laplaciano, tamaño de la ventana 31 píxeles \times 31 píxeles.	70
Figura 41. Medida de Enfoque normalizada usando el método Laplaciano; tamaño de la ventana: 31 píxeles \times 31 píxeles.	71
Figura 42. Imagen fusionada por el método de Tenengrad modificado, tamaño de la ventana 31 píxeles \times 31 píxeles.	72
Figura 43. Medida de Enfoque normalizada usando el método de Tenengrad modificado; tamaño de la ventana: 31 píxeles \times 31 píxeles.	73

Figura 44. Imagen fusionada por el método Laplaciano modificado, tamaño de la ventana 31 píxeles × 31 píxeles.	73
Figura 45. Medida de Enfoque normalizada usando el método Laplaciano modificado; tamaño de la ventana: 31 píxeles × 31 píxeles.	74
Figura 46. Error relativo Vs. Desplazamiento en Z, píxel (330,230).	76
Figura 47. Error relativo Vs. Desplazamiento en Z, píxel (40,40).	76
Figura 48. Error relativo Vs. Desplazamiento en Z, píxel (600,40).	77
Figura 49. Error relativo Vs. Desplazamiento en Z, píxel (40,440).	77
Figura 50. Error relativo Vs. Desplazamiento en Z, píxel (600,440).	78
Figura 51. Error en Píxeles Vs. Desplazamiento en Z, píxel (330,230).	79
Figura 52. Error en Píxeles Vs. Desplazamiento en Z, píxel (40,40).	79
Figura 53. Error en Píxeles Vs. Desplazamiento en Z, píxel (600,40).	80
Figura 54. Error en Píxeles Vs. Desplazamiento en Z, píxel (40,440).	80
Figura 55. Error en Píxeles Vs. Desplazamiento en Z, píxel (600,440).	81
Figura 56. Imagen adquirida para $z = -7.00 \text{ mm}$.	83
Figura 57. Imagen adquirida para $z = 0.00 \text{ mm}$.	83
Figura 58. Imagen adquirida para $z = +7.00 \text{ mm}$.	83
Figura 59. Imagen fusionada por el método de Varianza tamaño de la ventana, 31 píxeles × 31 píxeles.	84
Figura 60. Imagen fusionada por el método de Tenengrad tamaño de la ventana, 31 píxeles × 31 píxeles.	84
Figura 61. Imagen fusionada por el método Laplaciano tamaño de la ventana, 31 píxeles × 31 píxeles.	85
Figura 62. Imagen fusionada por el método de Tenengrad modificado.	86
Figura 63. Imagen fusionada por el método Laplaciano modificado.	86
Figura 64. Reconstrucción tridimensional del objeto de estudio por el método de Tenengrad modificado.	87
Figura 65. Imágenes fusionadas para diferentes tamaños de ventana: (a) y (b) 11 píxeles × 11 píxeles, (c) y (d) 15 píxeles × 15 píxeles, (e) y (f) 19 píxeles × 19 píxeles, (g) y (h) 23 píxeles × 23 píxeles, (i) y (j) 27 píxeles × 27 píxeles, (k) y (l) 31 píxeles × 31 píxeles, (m) y (n) 35 píxeles × 35 píxeles, (o) y (p) 39 píxeles × 39 píxeles.	89
Figura 66. Medida den enfoque para diferentes tamaños de ventana: (a) 19 píxeles × 19 píxeles, (b) 27 píxeles × 27 píxeles, (c) 35 píxeles × 35 píxeles, (d) 43 píxeles × 43 píxeles.	91
Figura 67. Imagen adquirida para $z = -10.00 \text{ mm}$.	92
Figura 68. Imagen adquirida para $z = 0.00 \text{ mm}$.	92

Figura 69. Imagen adquirida para $z = +10.00$ mm.	93
Figura 70. Imagen fusionada por el método de Tenengrad modificado.	93
Figura 71. Reconstrucción tridimensional del objeto de estudio.	94
Figura 72. Imagen adquirida para $z = -10.00$ mm.	95
Figura 73. Imagen adquirida para $z = 0.00$ mm.	95
Figura 74. Imagen adquirida para $z = +10.00$ mm.	95
Figura 75. Imagen fusionada por el método de Tenengrad modificado.	96
Figura 76. Reconstrucción tridimensional del objeto de estudio.	96
Figura 77. Imagen adquirida para $z = -10.00$ mm.	97
Figura 78. Imagen adquirida para $z = 0.00$ mm.	97
Figura 79. Imagen adquirida para $z = +10.00$ mm.	98
Figura 80. Imagen fusionada por el método de Tenengrad modificado.	98
Figura 81. Reconstrucción tridimensional del objeto de estudio.	

TÍTULO: APROXIMACIÓN DIGITAL A LA PROFUNDIDAD DE CAMPO EXTENDIDA EN SISTEMAS FORMADORES DE IMÁGENES: APLICACIONES EN METROLOGÍA

AUTOR: CARLOS RICARDO CONTRERAS PICO**

PALABRAS CLAVE: Profundidad de campo extendida, sistema no tele-céntrico, reconstrucción tridimensional.

RESUMEN: Se desarrolló una técnica que permite extender la profundidad de campo de un sistema formador de imágenes no tele-céntrico; la técnica se basa en el método de fusión de imágenes de Tenengrad. En los métodos clásicos de fusión de imágenes se considera que un píxel específico de estudio está ubicado en la misma posición para todas las imágenes adquiridas por el sistema óptico implementado, por lo tanto se hace necesario que éste sea completamente tele-céntrico. Cuando el sistema óptico que se usa no es tele-céntrico se debe tener en cuenta el cambio de la posición del píxel específico de estudio en el conjunto de imágenes adquiridas. La técnica desarrollada tiene en cuenta este cambio para obtener la imagen compuesta en la cual aparecen enfocados todos los puntos del objeto de estudio. En primera instancia se simuló la adquisición de imágenes a través de un sistema no tele-céntrico con características específicas con el objetivo de evaluar el desempeño de la técnica desarrollada y se mostró la viabilidad de la misma. En segunda instancia se evaluó experimentalmente el desempeño de la técnica desarrollada usando imágenes adquiridas por un sistema no tele-céntrico y se mostró que ésta permite extender la profundidad de campo del mismo. Se muestran los resultados obtenidos con la técnica desarrollada (la cual se basa en el método de Tenengrad) y que se denomina método modificado y los resultados obtenidos con el método clásico. Se muestra una comparación de los dos métodos y una discusión del desempeño de éstos.

*Trabajo de Investigación

**Facultad de Ciencias. Escuela de Física. Dr. Jaime Enrique Meneses Fonseca (Director).

TITLE: DIGITAL APROXIMATION TO EXTENDED DEPTH OF FIELD IN IMAGING SYSTEMS: METROLOGY APLICATIONS

AUTHOR: CARLOS RICARDO CONTRERAS PICO**

KEYWORDS: Extended depth of field, no telecentric system, three-dimensional reconstruction.

ABSTRACT: A technique to extend the depth of field of a no telecentric imaging system has been developed; the technique is based in the Tenengrad focus measure. In the classical methods of image fusion it is considered that a pixel of study is located in the same position for all acquired images by the system optical implemented, therefore it is necessary that the system to be fully telecentric. When the optical system used is no telecentric should be considered the change of the pixel of study in all acquired images. The technique developed takes into account this change to obtain the compound image in which all points of the study object are focused. First, we simulated the acquisition of images through a no telecentric system with specific characteristics in order to evaluate the performance of the technique developed and was shown the viability of the same. In the second instance the performance of the technique developed has been evaluated experimentally using images acquired by a no telecentric system and it is showed that it can extend the depth of field of the system. It shows the results obtained with the technique developed (which is based on the method of Tenengrad) and is called modified method and the results obtained with the conventional method. It shows a comparison of the two methods and a discussion of their performances.

*Research work.

**Facultad de Ciencias. Escuela de Física. Dr. Jaime Enrique Meneses Fonseca (Director).

INTRODUCCIÓN GENERAL

Los sistemas formadores de imágenes con profundidad de campo extendida son de gran interés en diferentes áreas de investigación. Por ejemplo, en microscopía de fluorescencia, microscopía óptica y fotografía digital. Se desea analizar objetos extensos axialmente usando sistemas formadores de imágenes con limitada profundidad de campo. Para llevar a cabo aplicaciones en estos campos resulta conveniente adquirir y almacenar datos visuales sin perder información axial. Para este propósito, se desea tener un sistema óptico que registre imágenes con una profundidad de campo más extensa que la que define la óptica geométrica. La definición de la profundidad de campo implica que los puntos del objeto o del espécimen en estudio que se encuentran por fuera de un rango axial y por dentro del campo de observación del sistema óptico, aparecerán borrosos sobre la imagen. Como se revisará más adelante, la distancia axial que define la profundidad de campo es función de los parámetros ópticos del sistema formador de imágenes y la influencia de la difracción de la radiación luminosa o el sistema de detección de la radiación en el plano imagen. Esta situación es utilizada en algunos dispositivos que permiten extraer información tridimensional; pero en la mayoría de los casos la presencia de zonas borrosas genera pérdida de información en regiones de la imagen con altas frecuencias espaciales. Por otra parte la profundidad de campo de los sistemas ópticos utilizados en dispositivos clásicos de reconstrucción topográfica define el rango de medición tridimensional del mismo. Así, sistemas con poca profundidad de campo tienen un rango reducido de información tridimensional que puede extraer del objeto, aunque posean adecuada resolución transversal.

Una técnica comúnmente utilizada para extender la profundidad de campo se basa en la adquisición de imágenes a diferentes condiciones de observación. A partir de las imágenes adquiridas y por medio de algoritmos computacionales es posible obtener una imagen fusionada en la cual aparecerán enfocados todos los puntos del objeto en estudio. La utilización de estos algoritmos de fusión de imágenes impone ciertas condiciones experimentales que deben ser evaluadas teóricamente para determinar el grado de validez de la técnica en situaciones específicas. Una condición que se impone es la conservación del factor de ampliación al desplazar axialmente el sistema óptico con respecto a la superficie del objeto. Esto significa que el sistema debe ser completamente tele-céntrico, lo que conlleva a limitar el campo de observación y a utilizar sistemas ópticos altamente costosos, sí la aplicación incluye observación microscópica. Por lo tanto se debe plantear el grado de influencia de la característica no tele-céntrica del sistema

óptico si se quiere implementar la técnica de fusión de imágenes. De igual manera desplazamientos laterales del sistema de observación y que este último no sea tele-céntrico traen consigo la no validez de los algoritmos clásicos utilizados para fusionar imágenes. El presente trabajo se centra en el diseño de un sistema formador de imágenes no tele-céntrico con profundidad de campo extendida digitalmente para ser implementado en metrología óptica. La motivación inicial de construir un sistema con estas características es la de plantear una nueva alternativa cuando se desea extender la profundidad de campo de un sistema formador de imágenes no tele-céntrico.

El presente trabajo se distribuye de la siguiente manera:

En el primer capítulo se presentan algunos conceptos relacionados con la profundidad de campo de sistemas formadores de imágenes y los métodos que se implementan para extender la profundidad de campo de un sistema tele-céntrico. En este capítulo se plantea la necesidad de diseñar una técnica que permita extender la profundidad de campo de un sistema no tele-céntrico que pueda ser usado para llevar a cabo aplicaciones en Metrología Óptica.

En el segundo capítulo se muestra mediante una simulación el problema que se presenta cuando se pretende extender la profundidad de campo de un sistema no tele-céntrico usando los algoritmos clásicos. De igual forma se presenta una nueva técnica que permite extender la profundidad de campo de un sistema no tele-céntrico y los inconvenientes que se pueden presentar cuando las imágenes adquiridas por el sistema presentan baja frecuencia espacial.

En el tercer capítulo se presenta el desempeño experimental de la técnica desarrollada y se plantean las perspectivas de continuación de este trabajo a fin de utilizar el sistema diseñado en un sistema manual no tele-céntrico con profundidad de campo extendida.

1. PROFUNDIDAD DE CAMPO EN SISTEMAS FORMADORES DE IMÁGENES

1.1. INTRODUCCIÓN

En este capítulo se describe el planteamiento del problema. Se da una visión general sobre profundidad de campo y se describen las técnicas implementadas para extender la profundidad de campo de un sistema formador de imágenes tele-céntrico.

1.2. ANÁLISIS CUALITATIVO DE LA PROFUNDIDAD DE CAMPO

En muchos tipos de fotografía, se desea tener enfocada toda la imagen. Una cámara puede enfocar exactamente sobre un solo plano; la imagen formada por un punto objeto ubicado axialmente sobre cualquier otro plano será un disco más que un punto, y tanto más lejano esté el plano con respecto al plano de enfoque, más grande es este disco. Sin embargo, sí el disco, conocido como el punto borroso (*blur spot*) es suficientemente pequeño, e indistinguible de un punto¹, es posible definir una zona de enfoque aceptable ubicada entre dos planos que se encuentran a cada lado del plano de enfoque. Esta zona es conocida como la profundidad de campo (*DoF depth of field*). El plano más cercano es el límite cercano de la profundidad de campo, el plano más lejano es el límite lejano de la profundidad de campo. El diámetro de un punto borroso “suficientemente pequeño” es conocido como el círculo de confusión aceptable, o simplemente como el círculo de confusión (*CoC circle of confusion*).

Básicamente es muy simple controlar la profundidad de campo, el diafragma controla el tamaño del punto borroso, y el foco define la ubicación de la profundidad de campo. Cuando el tamaño del diafragma disminuye (o el número f aumenta), el tamaño del punto borroso desenfocado disminuye comparado con el círculo de confusión aceptable y la profundidad de campo aumenta. Sin embargo este incremento no continúa indefinidamente. La difracción, que afecta al plano de enfoque así como a los límites de la profundidad de campo, aumenta cuando el número f aumenta. Finalmente el efecto de la difracción es más grande que el beneficio de disminuir el efecto del desenfoco, de modo que un aumento adicional del número f produce una disminución de la nitidez incluso en los límites de la profundidad de campo. Además, cuando el número f

¹Tradicionalmente las imágenes son muestreadas usando cámaras CCD, donde cada micro-elemento se llama píxel y posee una dimensión finita. Mencionar que el punto borroso es suficientemente pequeño corresponde matemáticamente a un disco menor o igual que la dimensión del píxel.

aumenta, el tiempo de exposición también aumenta, de modo que es más probable que aparezca el trazo confuso de movimiento (*motion blur*) o saturación del captor. Usualmente el ajuste óptimo de una cámara involucra una compensación entre nitidez en el plano de enfoque, nitidez en los límites de la profundidad de campo y trazo confuso de movimiento.

Entonces la tarea consiste en determinar el foco y el número f apropiados que maximicen la profundidad de campo.

1.2.1. CÍRCULO DE CONFUSIÓN

Una fotografía se percibe como nítida cuando el punto borroso es más pequeño que el círculo de confusión aceptable. El tamaño del círculo de confusión “aceptable” para la imagen original (es decir, película o sensor electrónico) depende de tres factores:

1. Agudeza visual.
2. La distancia a la que se ve la imagen final.
3. La ampliación de la imagen final a partir de la imagen original.

1.2.1.1. Agudeza visual

Pocos estudios han tratado directamente la capacidad del ojo para diferenciar un punto de un disco de diámetro finito, pero muchos estudios han establecido diferentes criterios de agudeza visual, dos de éstos son:

- *Mínimo reconocible*, que mide la capacidad para reconocer objetos específicos, tales como letras. Este criterio es la base de la medición de la agudeza visual usando la familiar tabla de Snellen (ver Figura 1). En el nivel que corresponde a visión normal (6/6; 20/20 en los Estados Unidos), una letra subtende cinco minutos de arco. Las letras están diseñadas de tal forma que las líneas y los espacios tienen igual ancho; y cada característica de una letra (tal como la barra inferior de la letra “E”, ver Figura 2) subtende un minuto de arco. A una distancia visual de 200 pies la letra “E” debe subtender cinco minutos de arco lo que significa que el tamaño de la tabla de Snellen debe ser tal que su primera letra (letra “E”, ver Figura 1) tenga 88.7 mm de alto y 88.7 mm de ancho.

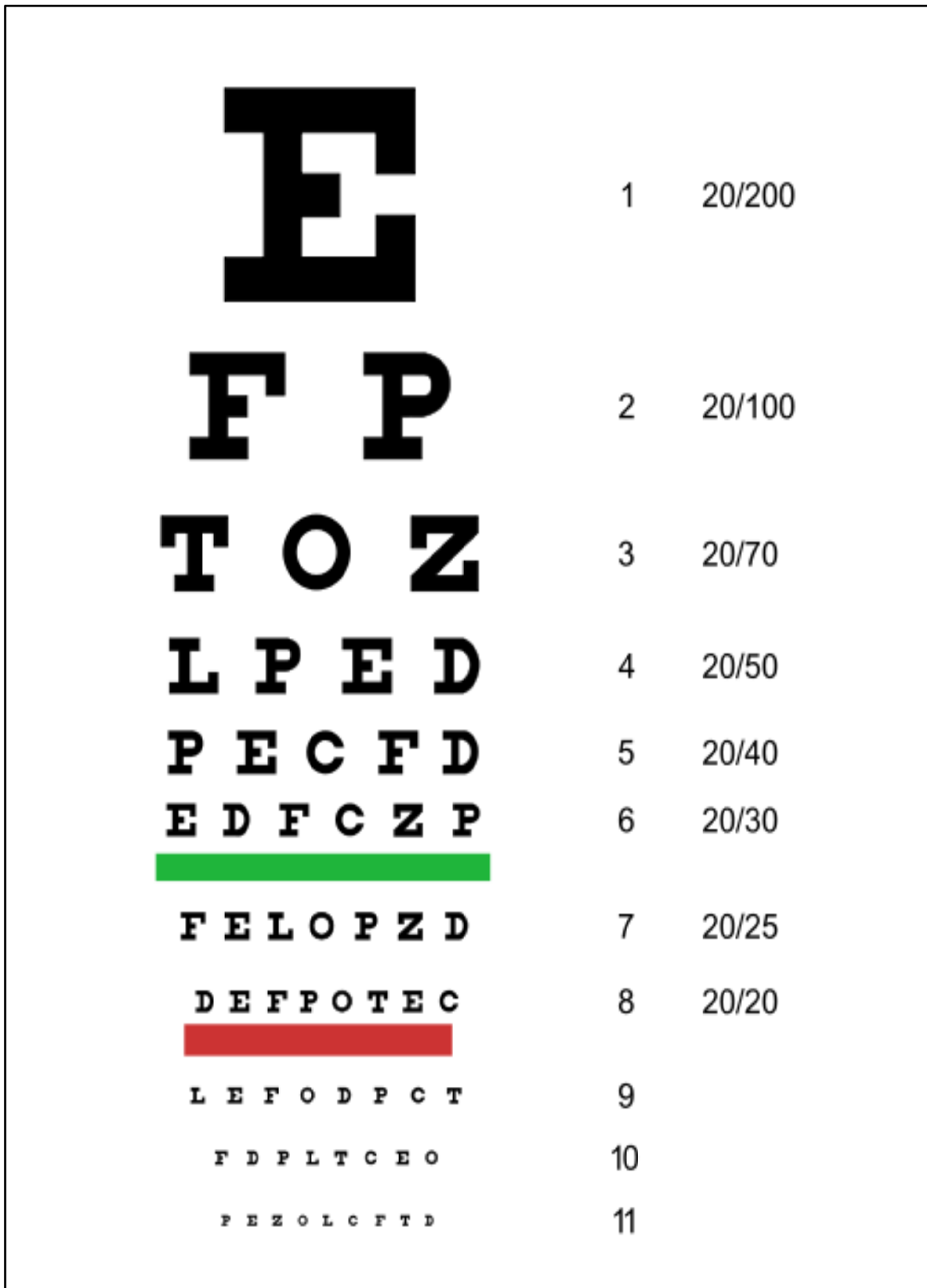


Figura 1. Tabla de Snellen usada para realizar el test de agudeza visual.

(Tomada de: http://upload.wikimedia.org/wikipedia/commons/9/9f/Snellen_chart.svg)

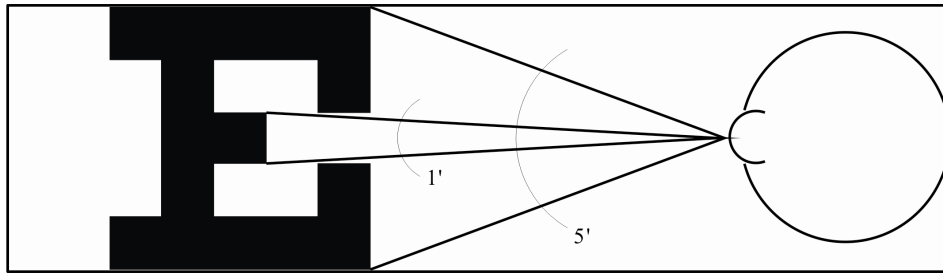


Figura 2. Características especiales de la letra “E” de la tabla de Snellen.

- *Mínimo Resoluble*, que mide la capacidad para resolver dos líneas. Esta prueba es un poco menos exigente que el reconocimiento, y el ojo normal puede resolver líneas en una grilla sinusoidal a frecuencias espaciales un poco más grandes que 40 cycles per degree (cpd) [1]. Jacobson [2] presentó datos similares.

Un criterio relacionado es el *mínimo visible*, que mide la capacidad para detectar un disco o una línea sobre un fondo uniformemente iluminado. Esta prueba es menos exigente que la resolución de dos líneas o dos discos, y por consiguiente el umbral es más pequeño. Para un disco el umbral es aproximadamente 0.07 mm a una distancia visual de 250 mm [3]. Para una línea, el umbral incluso es menor, en algunos casos una fracción de un minuto de arco.

En fotografía se asume que el diámetro más pequeño de un disco que se puede distinguir de un punto corresponde al criterio de reconocimiento de Snellen de dos líneas el cual es igual a dos minutos de arco. A una distancia de visualización normal de 250 mm, el criterio de Snellen es equivalente a un punto borroso de diámetro 0.145 mm. El test de agudeza visual se lleva a cabo usando tablas de alto contraste; bajo condiciones de contraste normal, el diámetro de un punto borroso más realista debe tener alrededor de 0.2 mm. El valor de 0.2 mm se cita comúnmente para el círculo de confusión de la imagen final; en términos angulares, éste suele subtender 2.75 minutos de arco, lo que corresponde a una frecuencia espacial de 22 cpd aproximadamente.

Por supuesto, algunos individuos poseen una mayor agudeza visual que otros.

1.2.1.2. Distancia visual

La distancia visual “correcta” es la distancia a la cual la perspectiva en la imagen final corresponde a la que se vería a través de la lente. Esta distancia se determina multiplicando la focal de la lente por el factor de ampliación de la imagen final. Por ejemplo, una imagen final de 8 pulgadas \times 10 pulgadas obtenida a partir de una imagen

original de 4 pulgadas × 5 pulgadas tiene un aumento de 2×; si la lente tuviera una focal de 210 mm, la distancia visual “correcta” sería 420 mm.

Sin embargo, es más común, ver una imagen a la distancia cómoda más cercana, conocida como la *distancia cercana para visión nítida*, la cual para la mayoría de la gente es de 250 mm aproximadamente; ésta es la distancia visual que normalmente se asume. Una distancia cómoda de visualización también es aquella a la cual el ángulo de visualización no es más grande que 60° aproximadamente; para una imagen final de 8 pulgadas × 10 pulgadas, este ángulo de visualización se obtiene cerca a la distancia estándar de 250 mm. Cuando se debe ver la imagen completa, es apropiado que la distancia de visualización para una imagen más grande que 8 pulgadas × 10 pulgadas sea más grande que la distancia estándar de 250 mm, y en este caso, puede ser apropiado un círculo de confusión de la imagen final más grande que el estándar el cual es igual a 0.2 mm. Igualmente, puede ser razonable tratar a una imagen final más grande como si tuviera 8 pulgadas × 10 pulgadas y usar el círculo de confusión estándar de 0.2 mm.

1.2.1.3. Ampliación de la imagen

Si la imagen original es más pequeña que 8 pulgadas × 10 pulgadas, debe ser ampliada para producir una imagen final de 8 pulgadas × 10 pulgadas, y el círculo de confusión para la imagen original reducido por la ampliación requerida. Por ejemplo, si una imagen de 24 mm × 36 mm es ampliada a una imagen final de 8 pulgadas × 10 pulgadas, la ampliación es aproximadamente de 8×, y entonces el círculo de confusión para la imagen original es $\frac{1}{8}$ del círculo de confusión de la imagen final. Como se mencionó anteriormente, a menudo es razonable tratar cualquier imagen más grande que 8 pulgadas × 10 pulgadas como si tuviera 8 pulgadas × 10 pulgadas, usando el círculo de confusión estándar de 0.2 mm.

1.2.1.4. Valores estándares para el círculo de confusión

Asumiendo una distancia de visualización de 250 mm y una imagen final con un círculo de confusión de 0.2 mm, una ampliación de 2× produce un valor aceptable del círculo de confusión de 0.1 mm para una imagen de 4 pulgadas × 5 pulgadas; éste es el valor que se cita comúnmente. Los valores para imágenes de 24 mm × 36 mm (full frame) son menos consistentes: asumiendo la distancia visual estándar, una ampliación de 8× produce un círculo de confusión de 0.025 mm; sin embargo, los círculos de confusión que

se citan comúnmente se encuentran entre 0.025 mm y 0.035 mm, probablemente representando diferentes suposiciones del tamaño de la imagen final. Puede ser que la selección del círculo de confusión sea un tanto arbitraria, y dependa de condiciones de reproducción y visualización asumidas. A modo de comparación, un gran círculo de confusión puede bastar para una valla o cartelera, pero un círculo de confusión más pequeño que el valor estándar será necesario si se quieren examinar con detalle áreas de imágenes grandes a distancias cercanas.

Muchas lentes de cámaras manuales incluyen escalas de profundidad de campo que facilitan el ajuste del foco y el número f con el propósito de obtener la profundidad de campo deseada.

1.2.1.5. Límites prácticos de la profundidad de campo

Puede parecer que cualquier nitidez arbitraria en los límites de la profundidad de campo se puede lograr simplemente disminuyendo el círculo de confusión. Sin embargo, al reducir el círculo de confusión finalmente se encontrarán dos problemas prácticos: trazo confuso de movimiento y difracción. Como se verá, el círculo de confusión está inversamente relacionado con el número f , de manera que un círculo de confusión más pequeño requiere un número f más grande, y por consiguiente, un tiempo de exposición más largo, sí se requiere una profundidad de campo significativa, el tiempo de exposición puede llegar a ser bastante grande como para que se presente el trazo confuso de movimiento. Incrementar el número f incrementa la difracción, difuminando todas las partes de la imagen; finalmente el efecto de la difracción supera al beneficio de reducir el círculo de confusión, incluso en los límites de la profundidad de campo.

El número f determinado a partir del círculo de confusión es el mínimo que producirá nitidez aceptable. En algunos casos, la nitidez en los límites de la profundidad de campo se puede mejorar usando un número f más grande, esto puede ser útil sí después se decide hacer una imagen final más grande.

1.3. PROFUNDIDAD DE CAMPO PARA UNA LENTE SIMÉTRICA

1.3.1. Límites de la profundidad de campo

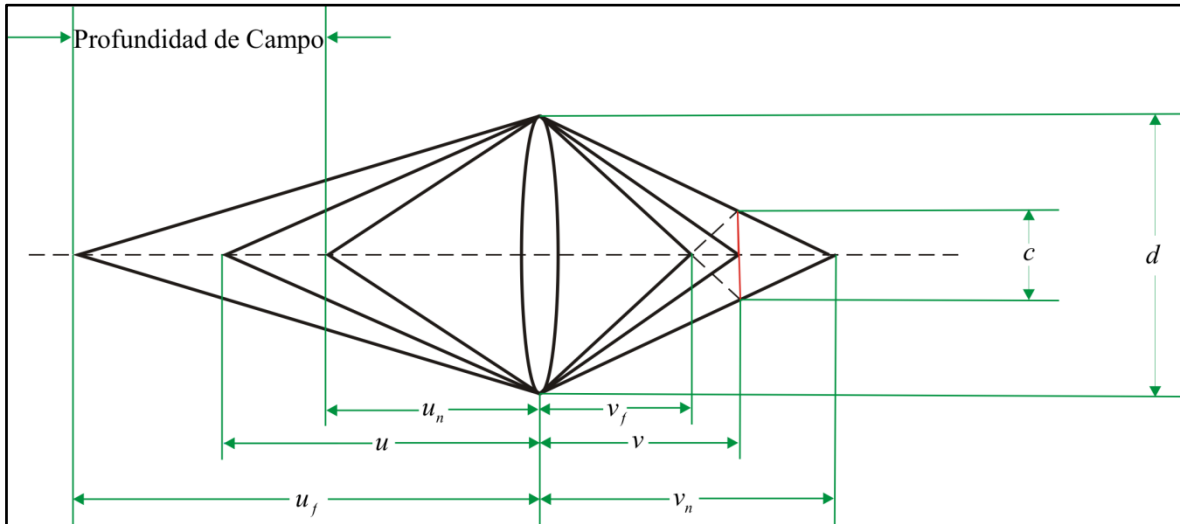


Figura 3. Profundidad de campo para una lente simétrica.

Una lente simétrica se muestra en la Figura 3. El objeto ubicado a la distancia u aparece enfocado a la distancia imagen v . Los objetos ubicados a las distancias u_f y u_n aparecerán enfocados a las distancias v_f y v_n respectivamente; a la distancia imagen v éstos aparecerán como puntos borrosos. La profundidad de campo es controlada por el diámetro del diafragma d . Cuando el diámetro del punto borroso es igual al círculo de confusión aceptable c , los límites cercano y lejano de la profundidad de campo son u_n y u_f . De triángulos similares,

$$\frac{v_n - v}{v_n} = \frac{c}{d} \quad (1)$$

y

$$\frac{v - v_f}{v_f} = \frac{c}{d} \quad (2)$$

Normalmente es más conveniente trabajar con el número f de la lente que con el diámetro del diafragma; el número f denotado en esta ocasión como N está relacionado con la distancia focal f y el diámetro del diafragma d por

$$N = \frac{f}{d}, \quad (3)$$

sustituyendo en las ecuaciones (1) y (2) se tiene

$$v_n = \frac{fv}{f - Nc} \quad (4)$$

y

$$v_f = \frac{fv}{f + Nc}. \quad (5)$$

La distancia imagen v está relacionada con la distancia objeto u por medio de la ecuación de las lentes delgadas

$$\frac{1}{u} + \frac{1}{v} = \frac{1}{f}. \quad (6)$$

Despejando v de la anterior relación, se tiene

$$v = \frac{uf}{u - f}, \quad (7)$$

sustituyendo en las ecuaciones (4) y (5), y ordenando términos se obtienen las relaciones correspondientes en el espacio objeto:

$$u_n = \frac{uf^2}{f^2 + Nc(u - f)} \quad (8)$$

y

$$u_f = \frac{uf^2}{f^2 - Nc(u - f)}. \quad (9)$$

La ampliación de la imagen está dada por²

$$m = \frac{v}{u}. \quad (10)$$

Combinando con la ecuación (6) y ordenando términos, se tiene

$$u - f = \frac{f}{m}. \quad (11)$$

Usando esta sustitución y ordenando términos, las ecuaciones (8) y (9) se pueden expresar en términos de la ampliación como:

² Siguiendo las convenciones ópticas, esta cantidad debería ser negativa para indicar una imagen invertida. En fotografía normalmente se omite el signo.

$$u_n = \frac{u}{1 + \frac{Nc}{fm}} \quad (12)$$

y

$$u_f = \frac{u}{1 - \frac{Nc}{fm}} \quad (13)$$

1.3.2. Profundidad de campo frontal y profundidad de campo posterior

La profundidad de campo en frente del objeto enfocado es

$$u - u_n = \frac{Ncu(u - f)}{f^2 + Nc(u - f)} \quad (14)$$

La profundidad de campo más allá del objeto enfocado es

$$u_f - u = \frac{Ncu(u - f)}{f^2 - Nc(u - f)} \quad (15)$$

La profundidad de campo frontal y la profundidad de campo posterior se pueden expresar

en términos de la ampliación realizando la sustitución $u - f = \frac{f}{m}$ en las ecuaciones (14) y

(15) y ordenando términos, la profundidad de campo cercana es

$$u - u_n = \frac{Nc(1 + m)}{m^2 \left(1 + \frac{Nc}{fm}\right)}, \quad (16)$$

y la profundidad de campo lejana es

$$u_f - u = \frac{Nc(1 + m)}{m^2 \left(1 - \frac{Nc}{fm}\right)}. \quad (17)$$

1.3.3. Profundidad de campo total

La profundidad de campo total entre el límite cercano y el límite lejano es

$$u_f - u_n = \frac{uf^2 [f^2 + Nc(u - f) - f^2 + Nc(u - f)]}{[f^2 - Nc(u - f)][f^2 + Nc(u - f)]} = \frac{2uNcf^2(u - f)}{f^4 - N^2c^2(u - f)^2} \quad (18)$$

Eliminando los términos en u y $u - f$, y teniendo en cuenta que $u = \frac{m+1}{m} f$ y $u - f = \frac{f}{m}$ (ver ecuación (11)), se puede expresar la profundidad de campo en términos de la ampliación como:

$$u_f - u_n = \frac{2f \left(\frac{m+1}{m} \right) Nc f^2 \left(\frac{f}{m} \right)}{f^4 - N^2 c^2 \left(\frac{f}{m} \right)^2} = \frac{2f \left(\frac{m+1}{m} \right)}{\frac{fm}{Nc} - \frac{Nc}{fm}} \quad (19)$$

Multiplicando el numerador y el denominador de la ecuación (19) por $\frac{Ncm}{f}$ se obtiene

$$u_f - u_n = \frac{2Nc(m+1)}{m^2 - \left(\frac{Nc}{f} \right)^2} \quad (20)$$

De la ecuación (20) se puede observar que una distancia focal pequeña produce una gran profundidad de campo.

Si se tiene en cuenta que $u = \frac{m+1}{m} f$, la ecuación (19) también se puede expresar como

$$u_f - u_n = \frac{2u}{\frac{fm}{Nc} - \frac{Nc}{fm}} = \frac{2umdc}{m^2 d^2 - c^2} \quad (21)$$

Si se realiza la aproximación $m^2 d^2 - c^2 \cong m^2 d^2$, la ecuación (21) se puede expresar de la siguiente manera

$$u_f - u_n \cong \frac{2uc}{md} \quad (22)$$

La ecuación (22) permite calcular la profundidad de campo de una lente simétrica delgada a partir de parámetros conocidos. La ecuación (22) indica que existe una relación inversa entre la profundidad de campo y el diámetro del diafragma d : A menor diámetro, mayor profundidad de campo. De igual manera grandes factores de ampliación reducen la profundidad de campo. Procedimientos experimentales tradicionales que extienden la profundidad de campo incluyen la utilización de las tres variables anteriores. En situaciones particulares esta opción no resuelve el problema puesto que genera otros más delicados. Por ejemplo reducir el diámetro del diafragma incrementa la profundidad de campo aproximadamente de manera inversa pero reduce la intensidad luminosa sobre la imagen de manera cuadrática. De igual manera incrementar el diámetro del círculo de

confusión incrementa la profundidad de campo pero reduce el contenido de alta frecuencia, eliminándose detalles sobre la imagen.

1.3.4. Difracción

Incluso con una lente perfecta (es decir libre de aberraciones), la imagen de un punto objeto enfocado no es un punto, sino más bien un disco rodeado por anillos oscuros y claros e iluminados; el patrón es conocido como el patrón de Airy (George Airy (1801-1892), fue el primero en describir el patrón matemáticamente en 1835). Este patrón se presenta debido al fenómeno de la difracción, y se observa cuando se distorsiona una onda por un obstáculo cuyas dimensiones son comparables a la longitud de onda de aquélla. La difracción es consecuencia de la naturaleza ondulatoria de la luz. El diámetro del primer anillo oscuro del patrón se conoce como disco de Airy, y está dado por $k_{Airy} = 2.44\lambda N(1+m)$, donde λ es la longitud de onda de la luz incidente, N es el número f de la lente, y m la ampliación. Las imágenes de dos puntos se resuelven cuando su separación es suficiente para que sean reconocidos como si surgieran de dos objetos distintos; la resolución es la distancia a la cual los dos objetos deben estar separados. De acuerdo al criterio empírico (pero generalmente usado) de Rayleigh, dos fuentes puntuales distantes se pueden resolver cuando el centro del disco brillante del diagrama de difracción de una de las fuentes cae en el primer anillo oscuro del diagrama de difracción de la otra. Estrechamente relacionado a la resolución y tal vez más comúnmente usado, es el poder de resolución, dado por

$$RP = \frac{1}{R}. \quad (23)$$

El poder de resolución corresponde a una frecuencia espacial cuyo período es el ancho de un par de líneas, una iluminada y otra oscura. Cuando se describe en óptica fotográfica, usualmente el poder de resolución se especifica en par de líneas por milímetro, o lp/mm .

El espectro visible es una banda angosta formada por las longitudes de onda a las cuales nuestra retina es sensible. Se extiende en longitudes de onda desde 380 nm hasta 780 nm. La aproximación más cautelosa debería asumir una longitud de onda de 780 nm, pero en la práctica común se asume una longitud de onda de 546 nm,

$$k_{Airy} = 0.00133N(1+m) \text{ mm} , \quad (24)$$

o aproximadamente

$$k_{Airy} = \frac{N(1+m)}{750} \text{ mm} . \quad (25)$$

La difracción por la abertura del diafragma pone un límite absoluto a la resolución incluso de una lente perfecta. Según el criterio de Rayleigh, la resolución limitada por la difracción proviene del disco de Airy: a 546 nm,

$$R_{dif} = \frac{N(1+m)}{1500} \text{ mm} , \quad (26)$$

o en términos del poder de resolución

$$RP = \frac{1500}{N(1+m)} \text{ lp/mm} , \quad (27)$$

que conduce al poder de resolución que se cita comúnmente.

$$RP_{\max} = \frac{1500}{N} \text{ lp/mm} , \quad (28)$$

cuando se enfoca al infinito. Para una resolución dada, hay un número f máximo. Si se requiere que la resolución no exceda al círculo de confusión, entonces $R_{dif} = c$ y de la ecuación (26),

$$N_{\max} = \frac{1500c}{(1+m) \text{ mm}} . \quad (29)$$

Por ejemplo, si 0.025 mm fuese el círculo de confusión aceptable para una imagen de 24 mm \times 36 mm, el máximo número f utilizable debería ser de 37.5 cuando se enfoca al infinito ($m = 0$); cuando $m = 1$, el máximo número f debe ser de 18.75. Obviamente los efectos de la difracción se hacen más importantes en fotografía cercana.

De la ecuación (27), el poder de resolución limitado por la difracción es inversamente proporcional al número f , de modo que el punto borroso es inversamente proporcional al formato de la cámara. Debido a que la ampliación requerida también es inversamente proporcional al formato de la cámara, la resolución limitada por la difracción es en gran parte independiente del formato de la cámara. Esto es menos cierto cuando no se requiere una profundidad de campo y sólo es de interés el plano de enfoque, de esta manera las lentes se pueden usar con su número f óptimo. La mayoría de las lentes de gran formato tienen su mejor nitidez entre $f/16$ y $f/22$ aproximadamente, mientras que la mayoría de las lentes de 35 mm la tienen entre $f/8$ y $f/11$. Por consiguiente, aunque una imagen de 4 pulgadas \times 5 pulgadas tiene la mitad de la resolución limitada por la

difracción que una imagen de 24 mm × 36 mm, se requiere solo $\frac{1}{4}$ de ampliación. De hecho, ambos casos consideran solo el poder de resolución determinado ópticamente y no la estructura interna del sistema formador de la imagen. Una considerable degradación de la imagen se presenta cuando se amplían imágenes usando cámaras de pequeño formato, por tal razón las cámaras de gran formato tienen una ventaja.

1.3.5. Combinación de desenfoque y difracción

Los efectos de desenfoque y difracción se combinan para cualquier valor del número f . No hay una expresión numérica simple para la combinación; sin embargo, reglas empíricas comunes para la combinación de resoluciones de diferentes componentes de sistemas ópticos han sido

$$R_T = R_1 + R_2 + \dots + R_n, \quad (30)$$

o algunas veces

$$R_T^x = R_1^x + R_2^x + \dots + R_n^x, \quad (31)$$

normalmente con x cercano a 2. Hay pocos precedentes que permitan usar esta fórmula para combinar diferentes aspectos del mismo componente, pero Hansma [4] sugirió una expresión para combinar el desenfoque y la difracción. El tamaño del punto borroso puede estar dado por

$$c_T = \sqrt{k_{des}^2 + k_{dif}^2}, \quad (32)$$

o

$$c_T = \sqrt{\left[\frac{\Delta v}{2N(1+m)} \right]^2 + \left[\frac{N}{K_\lambda}(1+m) \right]^2}, \quad (33)$$

donde $\Delta v = v_n - v_f$ y K_λ es una constante relacionada con el diámetro del disco de Airy producido por la difracción.

1.3.6. Número f óptimo

Para cualquier Δv dado, cuando el número f incrementa, el tamaño del punto borroso desenfocado decrece mientras que el tamaño del diámetro del disco de Airy incrementa, indicando que debe haber un número f óptimo que minimiza el efecto combinado del desenfoque y la difracción, dando como resultado la imagen más nítida posible. Hansma

determinó tal mínimo derivando la ecuación (33) con respecto a N e igualando el resultado a cero; el resultado es

$$N_{\min} = \frac{1}{1+m} \sqrt{\frac{K_{\lambda}}{2}} \Delta v. \quad (34)$$

Reemplazando la ecuación (34) en la ecuación (33) y ordenando se demuestra que

$$k_{des} = k_{dif} = \sqrt{\frac{\Delta v}{2K_{\lambda}}}, \quad (35)$$

de modo que el punto borroso total se minimiza cuando las contribuciones del desenfoque y la difracción son iguales. Una combinación del desenfoque y la difracción usando la ecuación (31) con cualquier valor de x conduce a los mismos resultados de la ecuación (34).

Hansma usó $K_{\lambda} = 750 \text{ mm}^{-1}$, que corresponde al diámetro del disco de Airy a $\lambda = 546 \text{ nm}$, para el tamaño del punto borroso; sin embargo, el basó el poder de resolución en el radio del punto borroso combinado, usando

$$RP = \frac{2}{c_T}. \quad (36)$$

En la Figura 4 se muestra el poder de resolución Vs. el número f para diferentes valores Δv . La curva etiquetada "Difracción" muestra el poder de resolución en el límite de la difracción, que corresponde al plano de enfoque. Todas las curvas asumen enfoque al infinito de modo que $m = 0$.

El resultado indica una pérdida considerable de la nitidez cuando el número f se determina por el método convencional, especialmente para pequeños valores de Δv . El máximo poder de resolución decrece rápidamente con Δv .

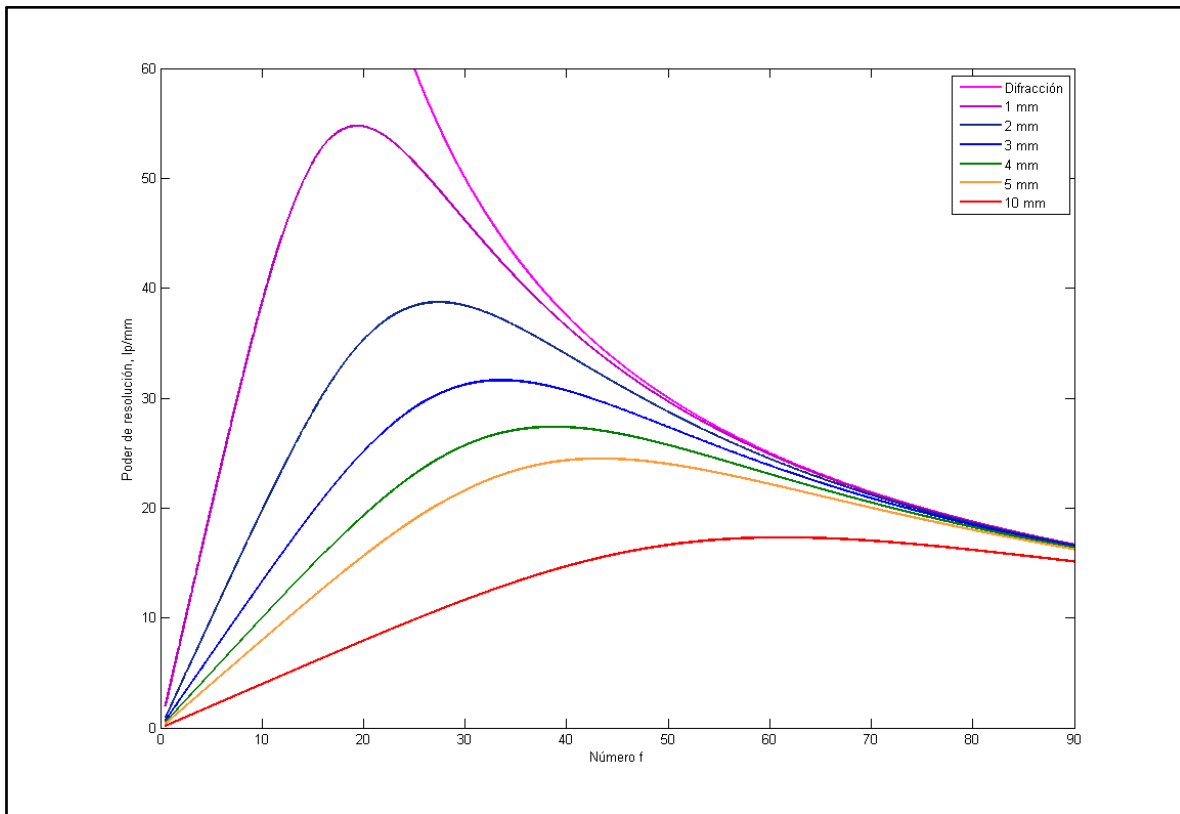


Figura 4. Poder de resolución Vs. número f para varios valores Δv - Hansma.

1.4. MÉTODOS QUE PERMITEN EXTENDER LA PROFUNDIDAD DE CAMPO

Debido a la importancia que tiene extender la profundidad de campo sin degradar la calidad de la imagen, investigadores en el mundo entero han hecho sus contribuciones con el propósito de resolver este inconveniente. Después de realizar una revisión bibliográfica se puede concluir que existen tres métodos que permiten extender la profundidad de campo de un sistema formador de imágenes [22]:

1. De forma física, adaptando el sistema óptico sin post-procesamiento digital de imágenes [5].
2. Realizando post-procesamiento digital de imágenes [15-21].
3. Métodos que combinan los dos anteriores: físicamente introduciendo dispositivos externos (dispositivos de desplazamiento y máscaras de fase entre otros) a los sistemas ópticos tradicionales (sistemas formadores de imágenes) y digitalmente realizando un post-procesamiento de restauración [6-14]. Un método usado frecuentemente para extender la profundidad de campo consiste en la adquisición de múltiples imágenes del objeto de estudio correspondientes a diferentes posiciones del mismo a lo largo del eje óptico. De esta manera se obtiene un grupo de N imágenes a diferentes posiciones

axiales. El propósito de esta técnica consiste en escoger de cada imagen el área que está enfocada a fin de reconstruir una imagen que esté completamente nítida; esta técnica también es conocida como fusión digital de imágenes. De esta manera es posible extender la profundidad de campo sin la limitación física de la apertura numérica de la lente utilizada.

Se han escrito muchos artículos relacionados con la extensión de la profundidad de campo a través del método digital, y algunas soluciones han probado ser más eficientes que otras. Se puede encontrar una visión general en [15-18]. Hay tres propuestas diferentes para extender digitalmente la profundidad de campo a través de la técnica de fusión de imágenes:

1. Fusión de imágenes basada en información puntual: Los píxeles con las mismas coordenadas (x, y) se comparan en todas las N imágenes adquiridas; se define un criterio de enfoque que permite seleccionar el píxel de coordenadas (x, y) que formará parte de la imagen fusionada y que se considera enfocado [19-20].

2. Fusión de imágenes basada en información de la vecindad: Para seleccionar el píxel que está enfocado en la coordenada (x, y) , se tiene en cuenta un criterio de enfoque calculado a partir de la vecindad de cada píxel. Sea I_n la n -ésima imagen donde $n = 1 : N$ (N es el número total de imágenes adquiridas) y $w_x \times w_y$ el tamaño de una ventana centrada en el píxel (x, y) . La medida del enfoque $F_n(x, y)$ en el píxel (x, y) de la n -ésima imagen se calcula de acuerdo al criterio de enfoque basado en la vecindad como se describe a continuación

- Medida del enfoque por el método de Varianza

$$F_n^V(x, y) = \frac{1}{w_x w_y} \sum_i^{w_x} \sum_j^{w_y} [I_n(x+i, y+j) - \bar{I}_n(x, y)]^2, \quad (37)$$

donde $\bar{I}_n(x, y)$ es el valor medio local en niveles de gris calculado usando los valores en niveles de gris de los píxeles en la ventana centrada en el píxel (x, y) .

- Medida del enfoque por el método de Tenengrad

$$F_n^T(x, y) = \sum_i^{w_x} \sum_j^{w_y} [S_n(x+i, y+j)]^2, \quad (38)$$

donde $S_n(x, y)$ es la magnitud del gradiente en el píxel (x, y) y está dado por

$$S_n(i, j) = \sqrt{[G_x(i, j)]^2 + [G_y(i, j)]^2}, \quad (39)$$

G_x y G_y se calculan por medio de la convolución de I_n con el operador Sobel definido por las máscaras

$$S_x = \begin{pmatrix} -1 & 0 & 1 \\ -2 & 0 & 2 \\ -1 & 0 & 1 \end{pmatrix}; S_y = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \\ -1 & -2 & -1 \end{pmatrix}. \quad (40)$$

- Medida del enfoque por el método Laplaciano

$$F_n^L(x, y, p) = \sum_i^{w_x} \sum_j^{w_y} [L_n(x+i, y+j)]^2, \quad (41)$$

donde la imagen L_n se calcula usando la convolución de I_n con el operador Laplaciano definido por la máscara

$$L = \begin{pmatrix} 0 & -1 & 0 \\ -1 & 4 & -1 \\ 0 & -1 & 0 \end{pmatrix}. \quad (42)$$

3. Fusión de imágenes por el método de Multi-resolución: La principal hipótesis para este método es la suposición que las regiones enfocadas contienen muchos detalles y por lo tanto hay gran información en componentes de alta frecuencia, de igual forma una imagen desenfocada posee poca información en componentes de alta frecuencia. Uno de los métodos más usado se basa en la Transformada Wavelet [16-18]. En su forma más simple, cada imagen se descompone usando la Transformada Wavelet, y se selecciona en cada posición espacial para cada imagen el coeficiente Wavelet con la magnitud más grande. La imagen final compuesta se obtiene después de calcular la Transformada Inversa de estos coeficientes Wavelet de magnitudes más grandes. Aunque este procedimiento sea bastante efectivo, es común hacer algún tipo de restricción espacial en los coeficientes seleccionados [15] y ejecutar post-procesamiento a la imagen compuesta para reducir los efectos de falso color.

1.5. ANÁLISIS EXPERIMENTAL TELE-CÉNTRICO

Con el fin de ilustrar experimentalmente el procedimiento mostrado anteriormente para la fusión de imágenes en condiciones tele-céntricas, se utilizaron imágenes adquiridas con una cámara CCD de 1388 píxeles × 1040 píxeles y 256 niveles de gris (las imágenes se redujeron hasta un tamaño de 640 píxeles × 480 píxeles); el sistema óptico usado posee

un objetivo de microscopio corregido para aberraciones geométricas (Sistema implementado: **CARL ZEISS IMAGER 2**). La cámara CCD posee un campo de observación de $142 \mu\text{m} \times 106 \mu\text{m}$. El objeto de estudio (una pequeña concha de mar) se ubicó sobre un sistema de traslación cuyo desplazamiento mínimo es de 1 nm. En total se adquirieron 40 imágenes con un paso aproximado de $40 \mu\text{m}$, manteniendo constante el factor de ampliación.

1.5.1. Fusión de imágenes por el método de Varianza

El método de Varianza fue evaluado usando las imágenes adquiridas con el propósito de obtener la medida de enfoque. La Figura 5(a) muestra una imagen experimental y la figura 5(b) muestra la imagen fusionada usando una ventana de $39 \text{ píxeles} \times 39 \text{ píxeles}$. En la Figura 6 se muestra la medida de enfoque (por el método de Varianza definido en la Ecuación (37)) normalizada para un píxel específico del conjunto de imágenes, en este caso el tamaño de la ventana que se usó para definir la vecindad fue de $5 \text{ píxeles} \times 5 \text{ píxeles}$, de esta imagen se puede apreciar que la medida de enfoque tiene su máximo en el índice 25 (o número de la imagen 25). Por otra parte en la Figura 7 se muestra la medida de enfoque usando un tamaño de ventana de $39 \text{ píxeles} \times 39 \text{ píxeles}$, a diferencia del caso anterior la medida de enfoque tiene su máximo en el índice 24 y se pone en evidencia que el tamaño de la ventana seleccionada influye en el comportamiento de la curva de la medida de enfoque como función del índice de la imagen, tanto más grande sea la ventana mayor será la precisión del cálculo del índice de la imagen en la que se encuentra el píxel enfocado.

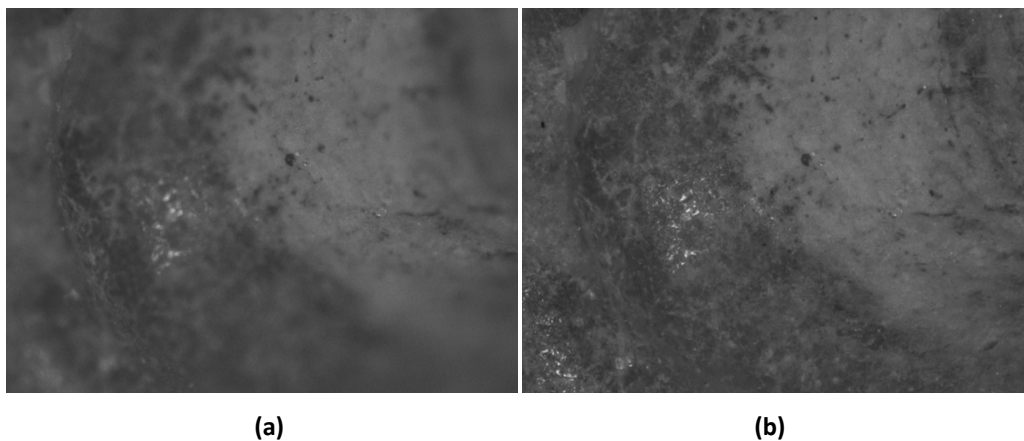


Figura 5. (a) Imagen experimental y (b) imagen fusionada por el método de Varianza.

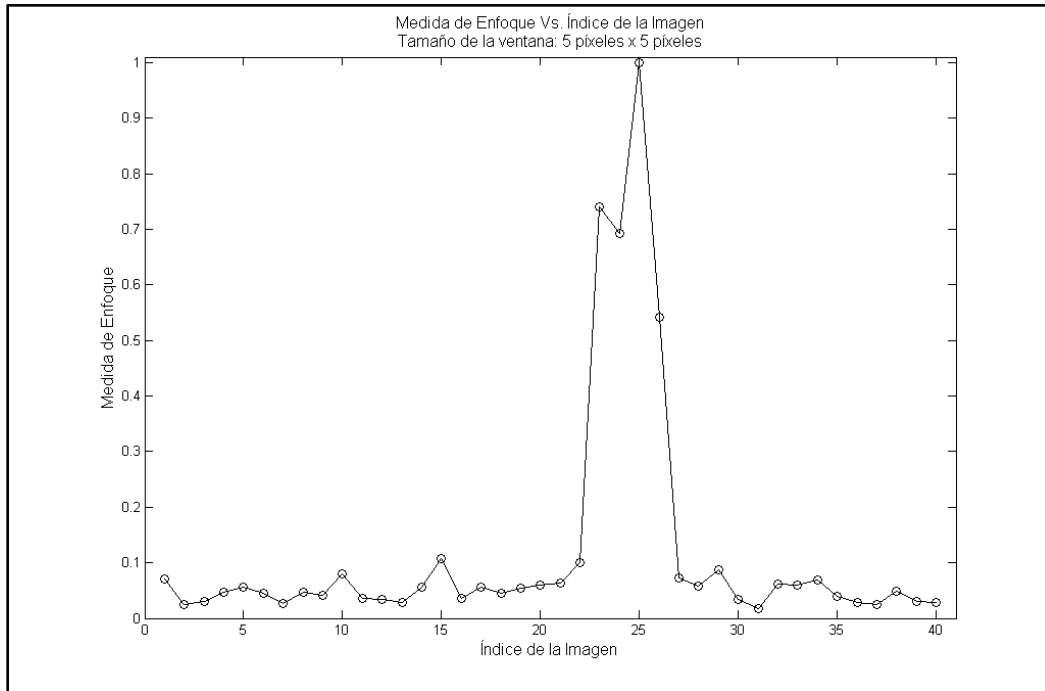


Figura 6. Medida de Enfoque normalizada usando el método de Varianza; tamaño de la ventana: 5 píxeles × 5 píxeles.

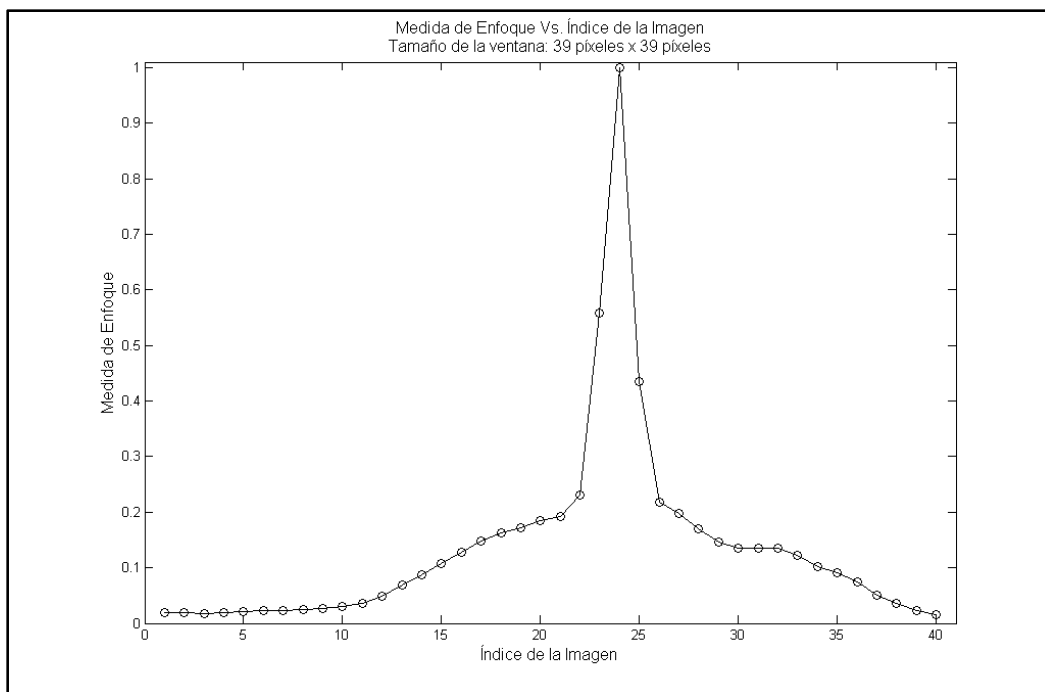


Figura 7. Medida de Enfoque normalizada usando el método de Varianza; tamaño de la ventana: 39 píxeles × 39 píxeles.

1.5.2. Fusión de imágenes por el método de Tenengrad

El método de Tenengrad también fue puesto a prueba con el mismo conjunto de imágenes usado para el método de Varianza, la Figura 8(a) muestra una imagen experimental y la figura 8(b) muestra la imagen fusionada usando una ventana de 39 píxeles \times 39 píxeles (al igual que en el método de Varianza). En la Figura 9 se muestra la medida de enfoque (por el método de Tenengrad definido en la Ecuación (38)) normalizada para un píxel específico del conjunto de imágenes, en este caso el tamaño de la ventana que se usó para definir la vecindad fue de 5 píxeles \times 5 píxeles, de esta imagen se puede apreciar que la medida de enfoque tiene su máximo en el índice 24 (o número de la imagen 24). Por otra parte en la Figura 10 se muestra la medida de enfoque usando un tamaño de ventana de 39 píxeles \times 39 píxeles, en esta imagen se puede apreciar que la medida de enfoque también tiene su máximo en el índice 24. Tanto en el método de Varianza como en el método de Tenengrad se obtiene el máximo de la medida de enfoque en el índice 24 cuando el tamaño de la ventana es de 39 píxeles \times 39 píxeles.

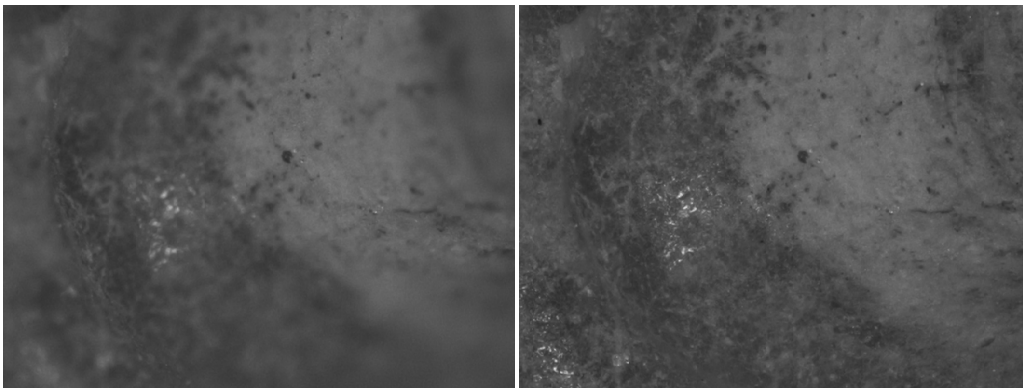


Figura 8. (a) Imagen experimental y (b) imagen fusionada por el método de Tenengrad.

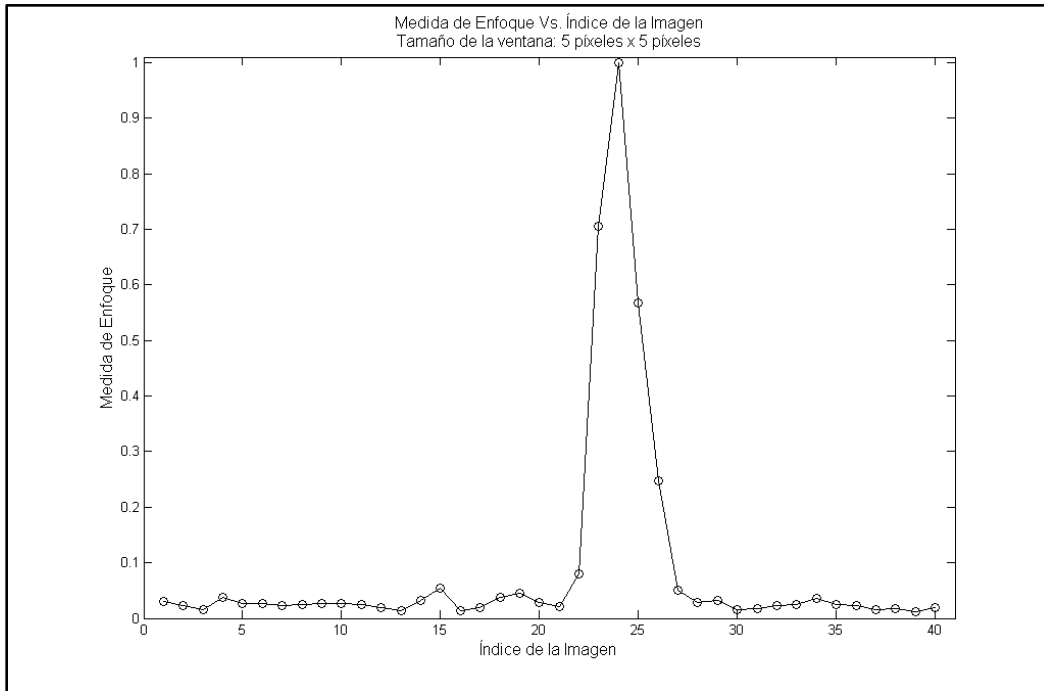


Figura 9. Medida de Enfoque normalizada usando el método de Tenengrad; tamaño de la ventana: 5 píxeles × 5 píxeles.

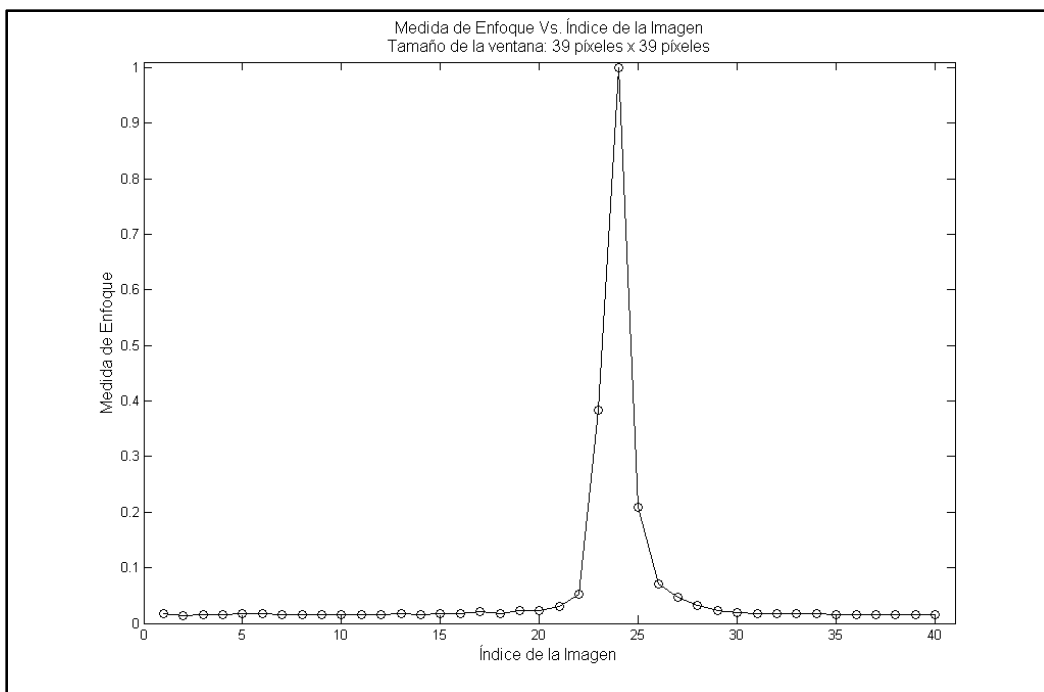


Figura 10. Medida de Enfoque normalizada usando el método de Tenengrad; tamaño de la ventana: 39 píxeles × 39 píxeles.

1.5.3. Fusión de imágenes por el método Laplaciano

Al igual que en los métodos de Varianza y Tenengrad, el método Laplaciano fue puesto a prueba con el mismo conjunto de imágenes, la Figura 11(a) muestra una imagen experimental y la figura 11(b) muestra la imagen fusionada usando una ventana de 39 píxeles \times 39 píxeles (al igual que en los métodos analizados con anterioridad). En la Figura 12 se muestra la medida de enfoque (por el método Laplaciano definido en la Ecuación (41)) normalizada para un píxel específico del conjunto de imágenes, en este caso el tamaño de la ventana que se usó para definir la vecindad fue de 5 píxeles \times 5 píxeles, de esta imagen se puede apreciar que la medida de enfoque tiene su máximo en el índice 24 (o número de la imagen 24). Por otra parte en la Figura 13 se muestra la medida de enfoque usando un tamaño de ventana de 39 píxeles \times 39 píxeles. Los resultados obtenidos usando una ventana de 39 píxeles \times 39 píxeles son los mismos que en los métodos de Varianza y Tenengrad, en los tres métodos se ha encontrado que el máximo de la medida de enfoque está ubicado en el índice 24.

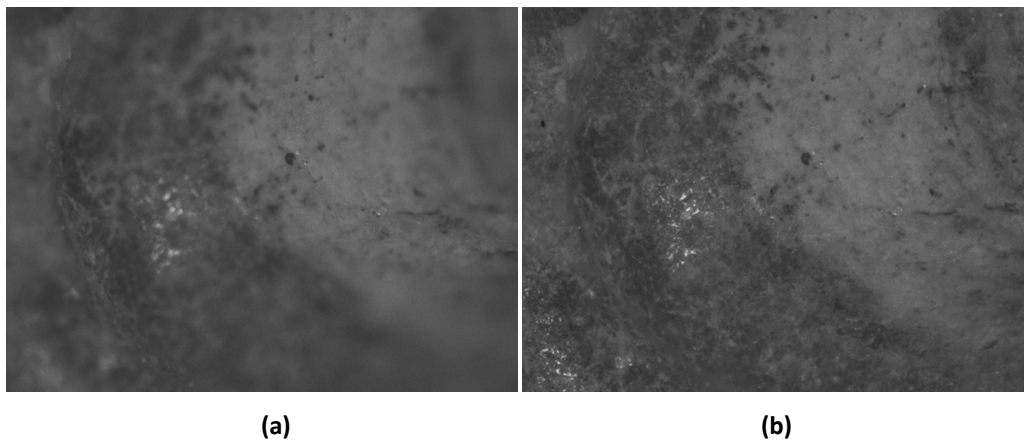


Figura 11. (a) Imagen experimental y (b) imagen fusionada por el método Laplaciano.

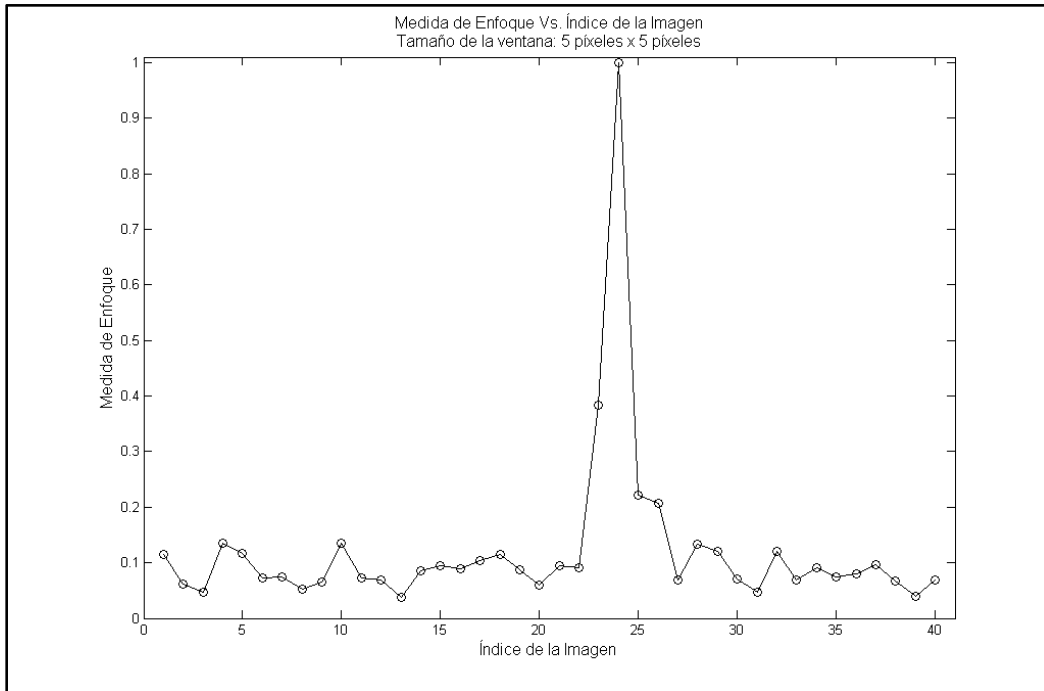


Figura 12. Medida de Enfoque normalizada usando el método Laplaciano; tamaño de la ventana: 5 píxeles × 5 píxeles.

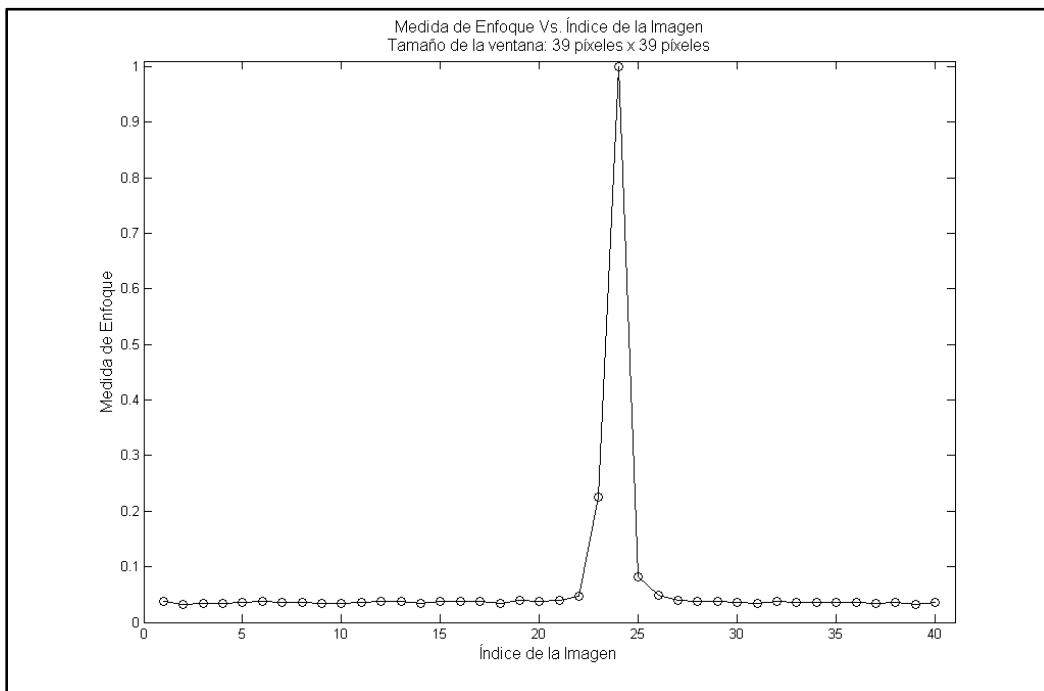


Figura 13. Medida de Enfoque normalizada usando el método Laplaciano; tamaño de la ventana: 39 píxeles × 39 píxeles.

1.5.4. Fusión de imágenes a partir de la Transformada Wavelet Compleja.

El método de la Transformada Wavelet también se puso a prueba con el mismo conjunto de imágenes, la Figura 14(a) muestra una imagen experimental y la Figura 14(b) muestra la imagen fusionada. En este caso se usó el método de la Transformada Wavelet Compleja.

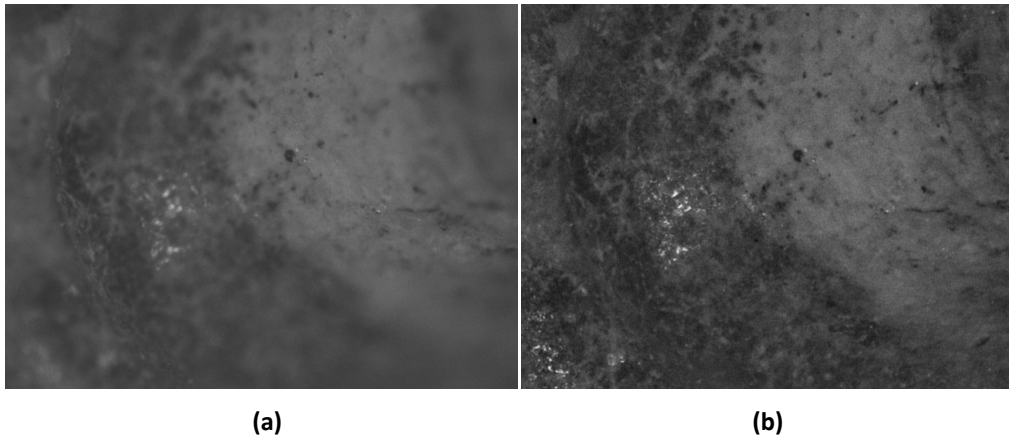


Figura 14. (a) Imagen experimental y (b) imagen fusionada por la Transformada Wavelet.

1.5.5. Reconstrucción tridimensional del objeto de estudio.

Debido a que el sistema implementado permite conocer las coordenadas (x, y, z) de cada uno de los puntos que poseen el máximo de medida de enfoque, es posible obtener la reconstrucción tridimensional del objeto de estudio, lo que permite realizar análisis cuantitativos a la superficie del mismo. En las Figuras 15, 16 y 17 se muestran las reconstrucciones tridimensionales obtenidas por cada uno de los métodos utilizados.

De manera más exacta, el valor de z se obtiene usando la posición n -ésima del máximo de la medida de enfoque para cada píxel (x, y) de la imagen, sabiendo que entre imágenes se desplazó el objeto $50 \mu\text{m}$ perpendicularmente al eje óptico del sistema.

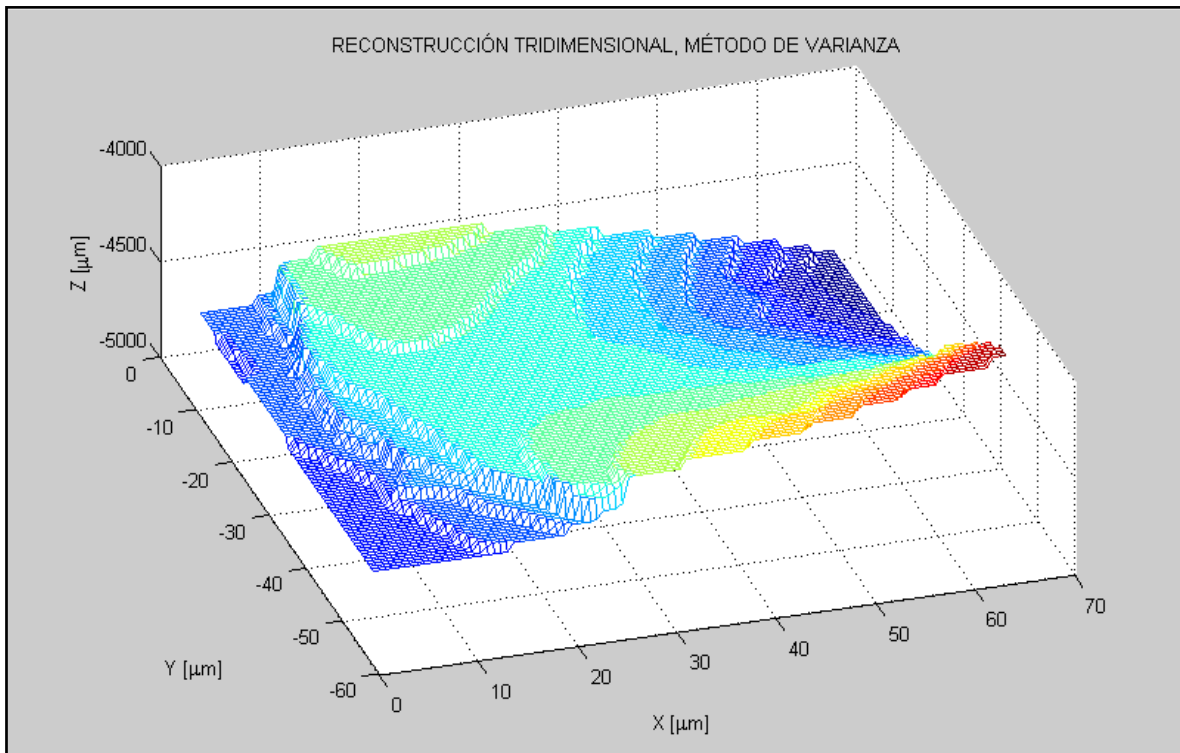


Figura 15. Reconstrucción tridimensional del objeto, método de Varianza.

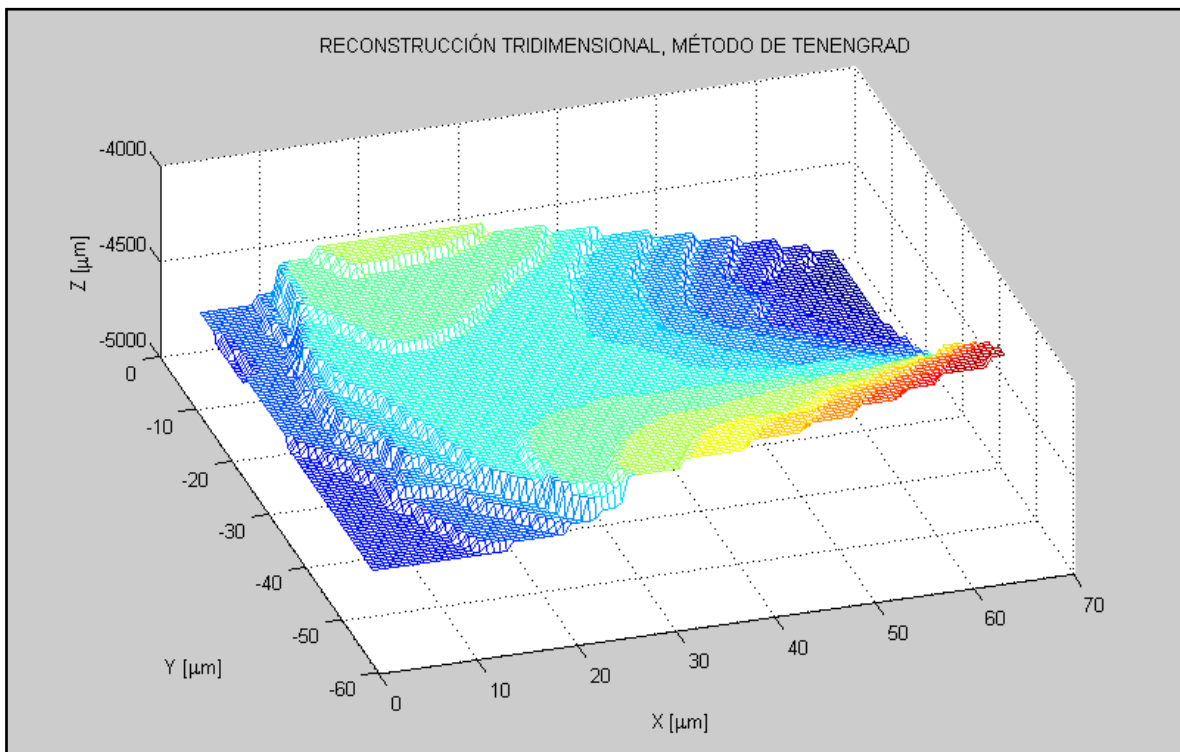


Figura 16. Reconstrucción tridimensional, método de Tenengrad.

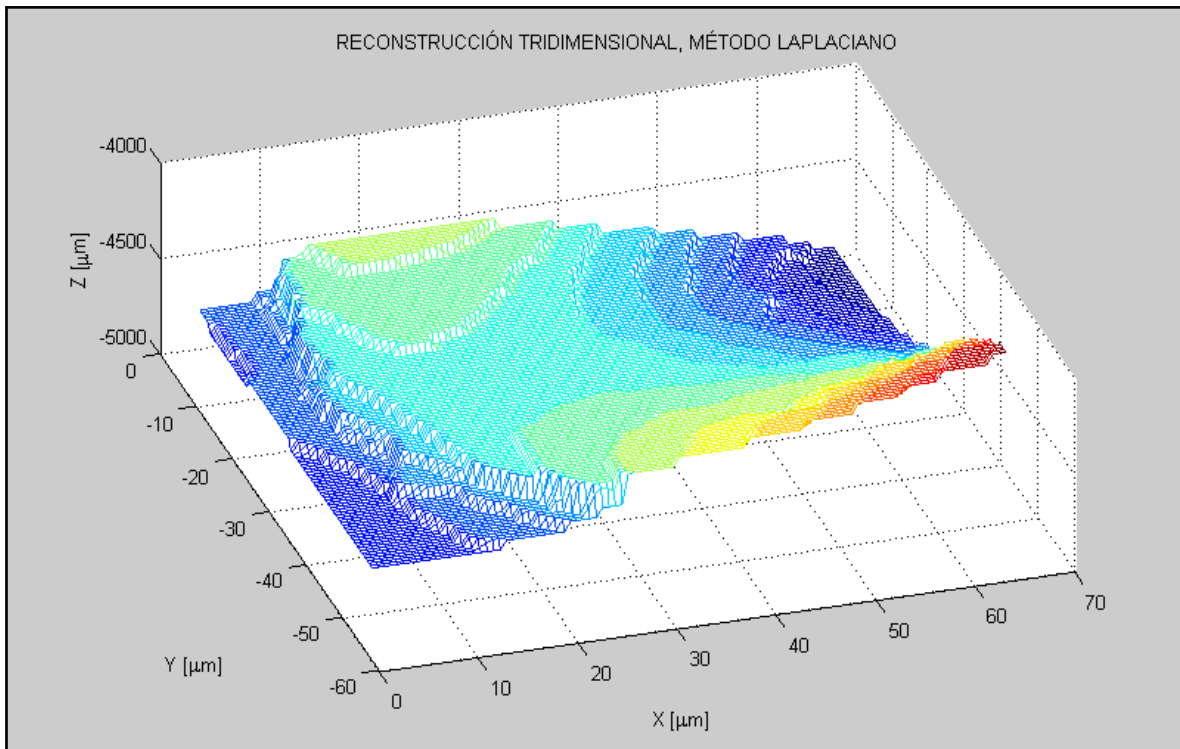


Figura 17. Reconstrucción tridimensional, método Laplaciano.

Los procedimientos descritos anteriormente para extender digitalmente la profundidad de campo imponen ciertas condiciones. Principalmente se destacan:

- Se debe garantizar que los N valores de intensidad del píxel (x, y) en la imagen, obtenidos al desplazar el sistema N veces sobre el eje óptico, correspondan al mismo punto del objeto.
- Aunque el desplazamiento es relativo: Objeto quieto – Sistema móvil / Sistema móvil – Objeto quieto, el desplazamiento se debe realizar en dirección del eje óptico. De esta forma si el sistema es no tele-céntrico, la imagen aunque desenfocada cambia el tamaño del objeto y los elementos del vector de intensidad corresponden a píxeles diferentes. Por otro lado, un desplazamiento no axial generará el mismo inconveniente: los elementos del vector de intensidad para el píxel (x, y) no corresponden al mismo punto del objeto.
- La forma aguda de la función evaluada de la medida de enfoque para cada píxel verifica las anteriores condiciones experimentales.

En este trabajo se propone una nueva técnica para extender la profundidad de campo de un sistema no tele-céntrico. La medida de enfoque de un píxel en particular se lleva a cabo teniendo en cuenta los métodos de Tenengrad y Laplaciano, pero son modificados ya que para nuestro caso el píxel de estudio no se encuentra en la misma posición a lo largo del conjunto de las N imágenes adquiridas, como se analizará teóricamente en el capítulo siguiente.

Se plantea una estructura matemática que permite extraer las coordenadas en píxeles (para cada imagen) que corresponden al mismo punto del objeto cuando se desplaza el sistema en dirección axial. Tradicionalmente se extrae para cada imagen (de las N imágenes adquiridas) el valor del nivel de gris del píxel (x, y) y se obtiene el vector de intensidad que se utiliza para evaluar la medida del enfoque. A continuación se muestra la estructura matemática que define la parte central del trabajo realizado.

2. PROFUNDIDAD DE CAMPO EXTENDIDA PARA UN SISTEMA NO TELE-CÉNTRICO

2.1. INTRODUCCIÓN

En este capítulo se presenta un método que permite extender la profundidad de campo de un sistema no tele-céntrico; se muestra una simulación que permite evaluar el desempeño del método desarrollado, además se pone en evidencia la problemática que se presenta cuando se desea incrementar la profundidad de campo de un sistema no tele-céntrico a través de los métodos clásicos.

2.2. FORMACIÓN DE IMÁGENES PARA UN SISTEMA NO TELE-CÉNTRICO

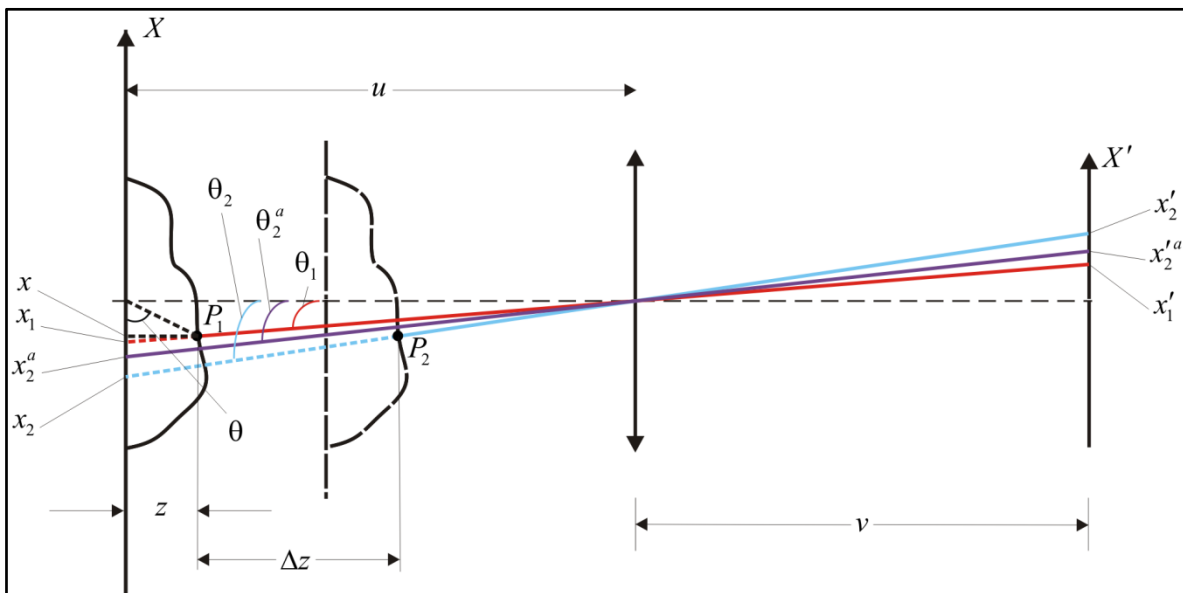


Figura 18. Formación de imágenes para un sistema no tele-céntrico.

En la Figura 18 se muestran las imágenes formadas por un sistema no tele-céntrico de un punto que pertenece a un objeto de estudio. En esta figura el punto P_1 posee coordenadas (x, y, z) mientras que el punto P_2 posee coordenadas $(x, y, z + \Delta z)$, las imágenes de estos puntos se encuentran ubicadas en x'_1 y x'_2 respectivamente. P_1 y P_2 corresponden al mismo punto de la superficie en dos posiciones del objeto al ser desplazado. El desplazamiento es relativo y posee un valor Δz . Se evidencia el problema ya que el sistema no es tele-céntrico: el mismo punto sobre el cuerpo posee dos posiciones en el espacio imagen (x'_1 y x'_2). El problema en este caso consiste en encontrar la posición del píxel en cada una de las imágenes adquiridas a partir de

parámetros conocidos del sistema óptico para de esta manera formar el vector de intensidades, el cual corresponde al mismo punto sobre el objeto y es utilizado para evaluar la medida de enfoque. De la Figura 18 se puede deducir que

$$x'_1 = \frac{vx}{u - z}. \quad (43)$$

Por otra parte, si se tiene en cuenta que $z = x \tan \theta$, la ecuación (43) se puede expresar de la siguiente forma:

$$x'_1 = \frac{vx}{u - x \tan \theta}. \quad (44)$$

Por otra parte, para x'_2 , que resulta ser la posición del punto P_2 en el espacio imagen, se tiene,

$$x'_2 = \frac{vx}{u - x \tan \theta - \Delta z}. \quad (45)$$

De manera general, se puede mostrar que para el n-ésimo desplazamiento Δz ,

$$x'_n = \frac{vx}{[u - x \tan \theta - (n-1) \Delta z]}, \quad (46)$$

$$y'_n = \frac{vy}{[u - x \tan \theta - (n-1) \Delta z]}. \quad (47)$$

Ahora bien x y y se pueden expresar en términos de x'_1 y y'_1 respectivamente para obtener las siguientes relaciones:

$$x'_n = \frac{uvx'_1}{uv - (n-1) \Delta z (x'_1 \tan \theta + v)}, \quad (48)$$

$$y'_n = \frac{uvy'_1}{uv - (n-1) \Delta z (x'_1 \tan \theta + v)}. \quad (49)$$

Las ecuaciones (48) y (49) permiten encontrar las coordenadas del punto en estudio sobre el espacio imagen para cada una de las imágenes adquiridas por un sistema no tele-céntrico. El problema radica en que por lo general la información de la variable z es desconocida y por ende el ángulo θ también. Sin embargo si se tiene en cuenta la aproximación $\theta_2 \cong \theta_1$ y que $\theta_2^a = \theta_1$ (ver Figura 18), y las siguientes relaciones

$$\tan \theta_2^a = \frac{x_2^a - x}{z + \Delta z}, \quad (50)$$

$$x_1 - x = z \tan \theta_1, \quad (51)$$

$$\tan \theta_1 = \frac{x_1}{u}. \quad (52)$$

Es posible expresar a x_2^a en términos de los parámetros del sistema óptico (los cuales son conocidos) de la siguiente forma

$$x_2^a = x_1 \left(1 + \frac{\Delta z}{u} \right). \quad (53)$$

Por otra parte si se tiene en cuenta que $x_2'^a = x_2^a \frac{v}{u}$, se obtiene

$$x_2'^a = \frac{vx_1}{u} \left(1 + \frac{\Delta z}{u} \right). \quad (54)$$

La ecuación (54) se puede generalizar de la siguiente forma

$$x_n'^a = \frac{vx_1}{u} \left[1 + (n-1) \frac{\Delta z}{u} \right]. \quad (55)$$

De manera similar para la coordenada del píxel de estudio sobre el eje Y' se tiene

$$y_n'^a = \frac{vy_1}{u} \left[1 + (n-1) \frac{\Delta z}{u} \right]. \quad (56)$$

Ahora bien si se tiene en cuenta que $x_1' = \frac{vx_1}{u}$ y $y_1' = \frac{vy_1}{u}$; las ecuaciones (55) y (56) se pueden expresar de la siguiente forma

$$x_n'^a = x_1' \left[1 + (n-1) \frac{\Delta z}{u} \right], \quad (57)$$

$$y_n'^a = y_1' \left[1 + (n-1) \frac{\Delta z}{u} \right]. \quad (58)$$

Las ecuaciones (57) y (58) permiten encontrar la posición del píxel de estudio en cada una de las imágenes adquiridas por un sistema no tele-céntrico teniendo en cuenta sólo parámetros conocidos, en este caso Δz es el desplazamiento relativo a lo largo del eje z entre el sistema óptico y el objeto de estudio. Estas ecuaciones de corrección para un sistema no tele-céntrico corresponden a las correcciones intrínsecas de primer orden ya que dependen de parámetros intrínsecos del sistema formador de imágenes y son independientes de la topografía del objeto.

En las ecuaciones (57) y (58) los valores de $x_n'^a$ y $y_n'^a$ se encuentran en unidades métricas, para expresar estos valores en píxeles se deben tener en cuenta los factores de conversión (que permiten pasar desde unidades métricas en el sensor CCD hacia

píxeles), los cuales a su vez dependen de la resolución del captor que se use para adquirir las imágenes, de la distancia objeto y de la distancia focal de la lente.

Los errores absolutos de los valores de $x_n'^a$ y $y_n'^a$ se obtienen calculando el diferencial total de las ecuaciones (55) y (56) respectivamente, es decir

$$\delta x_n'^a = \left| \frac{\partial x_n'^a}{\partial x_1} \right| \delta x_1' + \left| \frac{\partial x_n'^a}{\partial u} \right| \delta u + \left| \frac{\partial x_n'^a}{\partial (\Delta z)} \right| \delta (\Delta z), \quad (59)$$

$$\delta y_n'^a = \left| \frac{\partial y_n'^a}{\partial y_1} \right| \delta y_1' + \left| \frac{\partial y_n'^a}{\partial u} \right| \delta u + \left| \frac{\partial y_n'^a}{\partial (\Delta z)} \right| \delta (\Delta z). \quad (60)$$

Luego de realizar las operaciones indicadas se obtiene

$$\delta x_n'^a = \left[\left[1 + (n-1) \frac{\Delta z}{u} \right] \delta x_1' + \left[(n-1) \frac{x_1'}{u} \right] \delta (\Delta z) + \left[\frac{(n-1) x_1' \Delta z}{u^2} \right] \delta u \right], \quad (61)$$

$$\delta y_n'^a = \left[\left[1 + (n-1) \frac{\Delta z}{u} \right] \delta y_1' + \left[(n-1) \frac{y_1'}{u} \right] \delta (\Delta z) + \left[\frac{(n-1) y_1' \Delta z}{u^2} \right] \delta u \right]. \quad (62)$$

En las ecuaciones (59) y (60) $\delta x_1'$, $\delta y_1'$, δu , y $\delta (\Delta z)$ hacen referencia a los errores o incertidumbres absolutas de x_1' , y_1' , u , y Δz respectivamente; estas incertidumbres absolutas o errores absolutos nos permitirán definir el intervalo dentro del cual se encontrará la posición aproximada de un píxel en particular en cada una de las imágenes adquiridas.

2.3. SIMULACIÓN DE IMÁGENES ADQUIRIDAS POR UN SISTEMA NO TELE-CÉNTRICO.

Con el fin de verificar la influencia de la característica no tele-céntrica del sistema formador de imágenes y validar en primera instancia la propuesta matemática presentada en la sección anterior, se pretende realizar un proceso de simulación de imágenes en condiciones no tele-céntricas. La hipótesis de base utilizada para obtener las imágenes simuladas de un objeto tridimensional que se extiende axialmente fuera de la profundidad de campo, consiste en asumir que la respuesta impulso del sistema desenfocado corresponde a la que predice la óptica geométrica: círculo de confusión. Con base en esta hipótesis es importante calcular el radio del círculo de confusión asociarlo a cada posición 3D de la superficie y poder implementarlo en un algoritmo que simule un sistema formador

de imágenes como un sistema lineal e invariante al corrimiento en condiciones de iluminación incoherente.

La Figura 19 muestra el modelo de formación de imágenes de la óptica geométrica paraxial. Aunque la óptica geométrica paraxial sólo sea útil para analizar los efectos de primer orden, los efectos relacionados con la difracción (efectos predichos por la óptica física) no son significantes en este caso, esto debido a que la resolución espacial de la mayoría de los sensores es muy inferior al límite de la difracción. Por ejemplo, asumiendo el criterio de Rayleigh para el caso de la difracción de Fraunhofer:

$$\text{resolución} = \frac{1.22\lambda f}{d} \approx 1.5 \mu\text{m}. \quad (63)$$

Es más la mayoría de las CCDs y las CMOS tienen píxeles con tamaños más grandes que $3 \mu\text{m}$ y valores por encima de las $5 \mu\text{m}$ respectivamente.

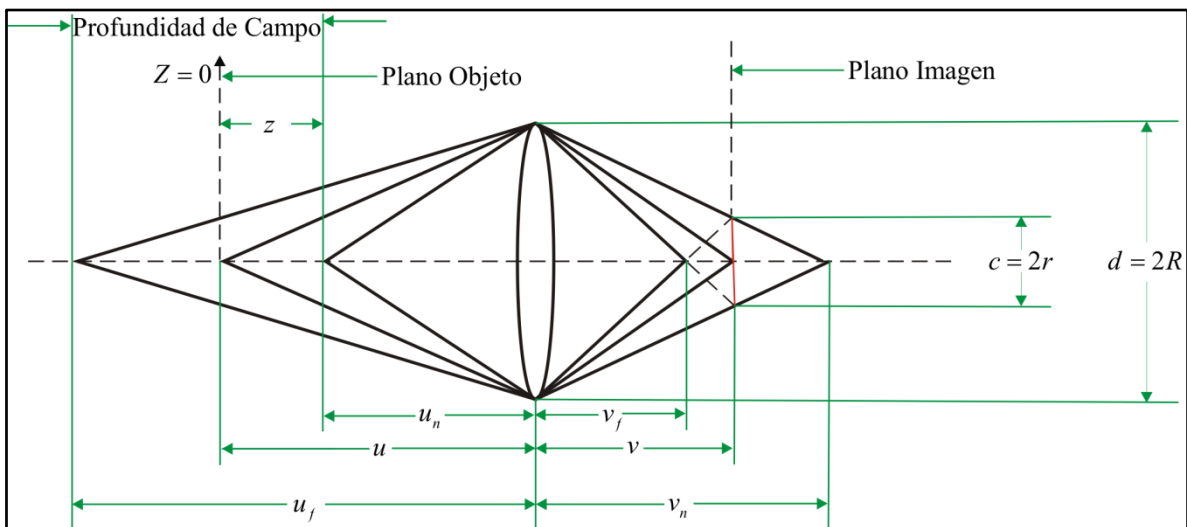


Figura 19. Formación de imágenes para una lente delgada.

Continuando con el modelo geométrico de lentes delgadas de la Figura 19, un objeto puntual ubicado en u sobre el plano objeto aparecerá perfectamente enfocado en v sobre el plano imagen.

La ecuación de lentes delgadas, $\frac{1}{u} + \frac{1}{v} = \frac{1}{f}$, relaciona la posición de estos dos puntos, u y v , con la distancia focal de la lente, f .

Además cada lente debe tener una apertura finita (se asume circular en este caso), el diámetro de esta se denota con d . Por último, la distancia z , nos permitirá calcular r , el radio del círculo de confusión inducido por la distancia que existe entre un objeto puntual ubicado en el espacio objeto y

el plano objeto ubicado en $Z = 0$. Podemos encontrar r en términos de z , u , v , y R , de la forma que se describe a continuación, usando triángulos semejantes (ver Figura 19),

$$\frac{R}{v_n} = \frac{r}{v_n - v}, \quad (64)$$

a partir de (64) se obtiene,

$$r = \frac{R(v_n - v)}{v_n}, \quad (65)$$

ahora bien, $\frac{1}{u_n} + \frac{1}{v_n} = \frac{1}{f}$, por lo tanto, $v_n = \frac{fu_n}{u_n - f}$, pero, $u_n = u - z$, por lo tanto,

$$v_n = \frac{f(u - z)}{u - z - f}, \quad (66)$$

reemplazando (66) en (65) se tiene que,

$$r = R \left[1 - \frac{v(u - z - f)}{f(u - z)} \right], \quad (67)$$

sí nuevamente se tiene en cuenta la ecuación de lentes delgadas, la ecuación (67) se puede expresar de la siguiente forma,

$$r = R \left[1 - \frac{u(u - z - f)}{u(u - z - f) + fz} \right], \quad (68)$$

de la ecuación anterior se puede notar que sí, $z = 0$, el radio del círculo de confusión será nulo, es decir, $r = 0$, lo que indica que todos los puntos que estén ubicados sobre el plano objeto aparecerán perfectamente enfocados sobre el plano imagen.

Ahora que ha sido calculado el tamaño del círculo de confusión, se hace necesario evaluar el efecto de su tamaño finito sobre la imagen resultante; cabe aclarar que la imagen (producida por un sistema no tele-céntrico) de cualquier punto ubicado sobre el espacio imagen se puede encontrar a partir de las ecuaciones (48) y (49), en estas ecuaciones no se tienen en cuenta los efectos del desenfoque, efectos que serán considerados a continuación.

Sí el sensor CCD coincide con el plano imagen aparecerá una imagen $f(x, y)$ clara y enfocada sobre el detector. Usualmente los sensores tales como las CCDs son detectores planos; por lo tanto, para objetos curvos sólo algunas partes de la imagen aparecerán enfocadas mientras que otras partes aparecerán borrosas. En una pequeña región, sí la imagen de la superficie del objeto se encuentra aproximadamente en un plano normal o

perpendicular al eje óptico, la PSF (*Point Spread Function*) será la misma para todos los puntos del plano. Según la óptica coherente [23], en iluminación incoherente el sistema es lineal en intensidad. Luego la distribución en intensidad de la imagen desenfocada, $g(x, y)$, en la pequeña región de la imagen ubicada sobre el detector está dada por la convolución de la distribución en intensidad de la imagen enfocada con la PSF del sistema óptico, como:

$$g(x, y) = h(x, y) * f(x, y). \quad (69)$$

En la anterior ecuación, $h(x, y)$, representa a la PSF del sistema óptico, que para nuestro caso será un círculo de confusión de intensidad uniforme y cuyo radio está dado por la ecuación (68).

Consideremos el proceso de desenfoco en el dominio de la frecuencia. Sea $H(f_x, f_y) = \mathcal{F}\{h(x, y)\}$, $F(f_x, f_y) = \mathcal{F}\{f(x, y)\}$, $G(f_x, f_y) = \mathcal{F}\{g(x, y)\}$.

Donde, \mathcal{F} , denota Transformada de Fourier, entonces

$$G(f_x, f_y) = H(f_x, f_y)F(f_x, f_y). \quad (70)$$

En la ecuación (70), $H(f_x, f_y)$, representa a la transformada de Fourier de la PSF del sistema óptico, dicha transformada está representada por,

$$H(f_x, f_y) = \mathcal{F}\{h(x, y)\} = \mathcal{F}\left\{\text{circ}\left(\frac{r}{r_z}\right)\right\} = r_z^2 \frac{J_1(2\pi r_z \rho)}{\pi r_z \rho}, \quad (71)$$

donde, r_z , es el radio del círculo de confusión en función de z , y $\rho = \sqrt{f_x^2 + f_y^2}$.

En la ecuación (71), J_1 , es una función de Bessel de primera especie y orden uno. Cuando ρ aumenta, es decir, cuando se desenfoca la imagen, el máximo del ancho central de la transformación en la ecuación (71) disminuye, lo que implica atenuar cada vez más las componentes de alta frecuencia espacial.

En general la imagen resultante obtenida por medio de un sistema formador de imágenes será:

$$g(x, y) = \mathcal{F}^{-1}\{G(f_x, f_y)\} = \mathcal{F}^{-1}\left\{r_z^2 \frac{J_1(2\pi r_z \rho)}{\pi r_z \rho} F(f_x, f_y)\right\}. \quad (72)$$

Cabe aclarar que en la anterior ecuación, $F(f_x, f_y)$, representa la transformada de Fourier de la imagen $f(x, y)$, que como ya se mencionó se obtiene a partir de las

ecuaciones (48) y (49). La hipótesis central del procedimiento anterior se basa en que la PSF en iluminación incoherente corresponde a la que predice la óptica geométrica. Para validar las imágenes obtenidas de un proceso de simulación de imágenes desenfocadas es importante demostrar la anterior hipótesis. Situación que se realizará en la siguiente sección.

2.4. RESPUESTA IMPULSO EN EL DOMINIO DE LA FRECUENCIA PARA UN SISTEMA INCOHERENTE LIMITADO POR LA DIFRACCIÓN.

En el caso coherente la relación entre la pupila y la amplitud de la función de transferencia es muy simple, para iluminación incoherente, la función de transferencia también se determina a partir de la pupila, pero de una forma menos directa y más interesante.

2.4.1. La función de transferencia óptica.

La intensidad de la imagen para sistemas formadores de imágenes que usan iluminación incoherente [22] obedece a la integral de convolución

$$I_i(u, v) = \kappa \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} |h(u - \tilde{\xi}, v - \tilde{\eta})|^2 I_g(\tilde{\xi}, \tilde{\eta}) d\tilde{\xi} d\tilde{\eta}. \quad (73)$$

Donde $h(x, y)$ es la respuesta impulso en el dominio de la frecuencia.

Por lo tanto tales sistemas deben ser analizados en el dominio de las frecuencias como mapeos lineales de distribuciones de intensidad. Con este fin, están los espectros de frecuencia normalizados de I_g e I_i (entrada y salida respectivamente) definidos por

$$\mathcal{G}_g(f_x, f_y) = \frac{\int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} I_g(u, v) \exp[-j2\pi(f_x u + f_y v)] dudv}{\int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} I_g(u, v) dudv}. \quad (74)$$

$$\mathcal{G}_i(f_x, f_y) = \frac{\int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} I_i(u, v) \exp[-j2\pi(f_x u + f_y v)] dudv}{\int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} I_i(u, v) dudv}. \quad (75)$$

La normalización por su valor de “frecuencia cero” se debe en parte a una conveniencia matemática, y en parte por una razón más fundamental. Se puede mostrar que cualquier función real y no negativa, tales como I_g e I_i tienen una transformada de Fourier que obtiene su valor máximo en el origen. Se escoge este valor máximo como una constante

de normalización en las definiciones de G_g G_i . Teniendo en cuenta que las intensidades son cantidades no negativas, siempre tendrán un espectro que es diferente de cero en el origen. De forma similar la función de transferencia normalizada del sistema se puede definir por

$$\mathcal{H}(f_X, f_Y) = \frac{\int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} |h(u, v)|^2 \exp[-j2\pi(f_X u + f_Y v)] dudv}{\int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} |h(u, v)|^2 dudv}. \quad (76)$$

Aplicando el teorema de convolución a la ecuación (73) se obtiene la relación en el dominio de la frecuencia

$$G_i(f_X, f_Y) = \mathcal{H}(f_X, f_Y) G_g(f_X, f_Y). \quad (77)$$

Por acuerdo internacional la función \mathcal{H} es conocida como la función de transferencia óptica (abreviada OTF por sus siglas en inglés) del sistema. Su módulo $|\mathcal{H}|$ se conoce como la modulación de la función de transferencia (MTF por sus siglas en inglés).

Teniendo en cuenta que las definiciones de la amplitud de la función de transferencia y de la función de transferencia óptica involucran a la función h se puede esperar alguna relación específica entre las dos. De hecho tal relación existe y se puede encontrar fácilmente con la ayuda del teorema de auto-correlación. Teniendo en cuenta que

$$H(f_X, f_Y) = \mathcal{F}\{h\}, \quad (78)$$

y

$$\mathcal{H}(f_X, f_Y) = \frac{\mathcal{F}\{|h|^2\}}{\int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} |h(u, v)| dudv}, \quad (79)$$

se sigue que (con la ayuda del teorema de Rayleigh) que

$$\mathcal{H}(f_X, f_Y) = \frac{\int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} H(p', q') H^*(p' - f_X, q' - f_Y) dp' dq'}{\int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} |H(p', q')|^2 dp' dq'}. \quad (80)$$

Realizando el cambio de variables

$$p = p' - \frac{f_X}{2}; \quad q = q' - \frac{f_Y}{2}$$

se obtiene la expresión simétrica

$$\mathcal{H}(f_X, f_Y) = \frac{\int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} H\left(p + \frac{f_X}{2}, q + \frac{f_Y}{2}\right) H^*\left(p - \frac{f_X}{2}, q + \frac{f_Y}{2}\right) dpdq}{\int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} |H(p, q)|^2 dpdq}. \quad (81)$$

Por lo tanto la función de transferencia óptica, OTF, es la función de auto-correlación normalizada de la amplitud de la función de transferencia.

2.4.2. La función de transferencia óptica, OTF, de un sistema libre de aberraciones.

Para un sistema incoherente se tiene que

$$H(f_X, f_Y) = P(\lambda z_i f_X, \lambda z_i f_Y). \quad (82)$$

Donde $P(x, y)$ define la pupila efectiva del sistema formador de imágenes.

Para un sistema incoherente, se tiene a partir de la ecuación (81) que

$$\mathcal{H}(f_X, f_Y) = \frac{\int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} P\left(x + \frac{\lambda z_i f_X}{2}, y + \frac{\lambda z_i f_Y}{2}\right) P\left(x - \frac{\lambda z_i f_X}{2}, y - \frac{\lambda z_i f_Y}{2}\right) dx dy}{\int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} P(x, y) dx dy}. \quad (83)$$

Donde, en el denominador se ha usado el hecho de que P sea igual a cero o la unidad para reemplazar P^2 por P .

En la expresión (83) el numerador representa el área de superposición de dos funciones

pupila, una centrada en $\left(\frac{\lambda z_i f_X}{2}, \frac{\lambda z_i f_Y}{2}\right)$ y la segunda centrada en el punto

diametralmente opuesto $\left(-\frac{\lambda z_i f_X}{2}, -\frac{\lambda z_i f_Y}{2}\right)$. El denominador simplemente normaliza el

área de superposición por el área total de la pupila. Por lo tanto

$$H(f_X, f_Y) = \frac{\text{área de superposición}}{\text{área total}}.$$

2.5. ABERRACIONES Y SUS EFECTOS EN LA RESPUESTA EN EL DOMINIO DE LA FRECUENCIA.

En el desarrollo de un modelo generalizado de un sistema formador de imágenes, se asume que la presencia de un objeto puntual en la pupila de salida una onda esférica que converge hacia el punto imagen geométrico ideal. Tales sistemas se denominan limitados

por la difracción. A continuación serán considerados los efectos de las aberraciones, las cuales se pueden producir de muchas formas, que van desde un simple error de enfoque hasta propiedades inherentes de lentes esféricas, tales como aberraciones esféricas, cromáticas, etc.

2.5.1. La pupila generalizada.

Cuando un sistema formador de imágenes está limitado por la difracción, la PSF consiste en el patrón de difracción de Fraunhofer de la pupila de salida, centrado en el punto imagen ideal. Cuando existe un error del frente de onda, se puede asumir que la pupila de salida está iluminada por un frente de onda que se deforma del frente de onda esférico que debería salir del sistema libre de aberraciones. El error de fase en el punto (x, y) se representa por $kW(x, y)$, (donde $k = 2\pi/\lambda$ es el número de onda y $W(x, y)$ mide la distancia entre el frente de onda esférico ideal y el frente de onda real para un punto (x, y) de la pupila de salida) es un error de la longitud de camino efectivo, entonces la amplitud de transmitancia compleja $\mathcal{P}(x, y)$ del corrimiento de fase imaginario está dada por

$$\mathcal{P}(x, y) = P(x, y) \exp[jkW(x, y)]. \quad (84)$$

Tradicionalmente $\mathcal{P}(x, y)$ es llamada pupila generalizada. La amplitud de la PSF de un sistema coherente aberrado es simplemente el patrón de difracción de Fraunhofer de una abertura con amplitud de transmitancia \mathcal{P} . La intensidad de la respuesta impulso de un sistema incoherente aberrado, por supuesto, la magnitud al cuadrado de la amplitud de la respuesta impulso.

2.5.2. Efectos de las aberraciones en la amplitud de la función de transferencia.

Cuando las aberraciones son consideradas, la amplitud de la función de transferencia se representa por

$$H(f_x, f_y) = \mathcal{P}(\lambda z_i f_x, \lambda z_i f_y) = P(\lambda z_i f_x, \lambda z_i f_y) \exp[jkW(\lambda z_i f_x, \lambda z_i f_y)]. \quad (85)$$

2.5.3. Efectos de las aberraciones en la función de transferencia óptica.

Después de encontrar los efectos de las aberraciones en la amplitud de la función de transferencia, es posible, con ayuda de la ecuación (81), encontrar los efectos sobre la

función de transferencia óptica. Para simplificar la notación, la función $A(f_X, f_Y)$ se define como el área de superposición de

$$P\left(x - \frac{\lambda z_i f_X}{2}, y - \frac{\lambda z_i f_Y}{2}\right) \quad \text{y} \quad P\left(x + \frac{\lambda z_i f_X}{2}, y + \frac{\lambda z_i f_Y}{2}\right).$$

Por lo tanto la OTF de un sistema limitado por la difracción está dada, en esta nueva notación, por

$$\mathcal{H}(f_X, f_Y) = \frac{\iint_{A(f_X, f_Y)} dx dy}{\iint_{A(0,0)} dx dy}. \quad (86)$$

Es decir ya no se realiza ya no se realiza la integración en todo el espacio (x, y) sino que se utiliza el área efectiva de superposición para una posición de corrimiento dada.

Cuando están presentes las aberraciones la sustitución de la ecuación (85) en la ecuación (86) produce

$$\mathcal{H}(f_X, f_Y) = \frac{\iint_{A(f_X, f_Y)} \exp\left\{jk \left[W\left(x + \frac{\lambda z_i f_X}{2}, y + \frac{\lambda z_i f_Y}{2}\right) - W\left(x - \frac{\lambda z_i f_X}{2}, y - \frac{\lambda z_i f_Y}{2}\right) \right]\right\} dx dy}{\iint_{A(0,0)} dx dy}. \quad (87)$$

Esta expresión nos permitirá relacionar directamente los errores del frente de onda y la función de transferencia óptica.

2.5.4. Ejemplo de una aberración simple: Un error de enfoque.

Una de las aberraciones más fácil de tratar matemáticamente es un simple error de enfoque. Pero incluso en este caso especial, suponer una abertura cuadrada (más que una abertura circular) es necesario para permitir que el análisis matemático sea simple. Esta simplificación no le quitará importancia a la generalización que se derivará para otras formas de pupilas. Cuando se presenta un error de enfoque, el centro de curvatura del frente de onda esférico que converge hacia la imagen de una fuente puntual se encuentra ya sea a la izquierda o a la derecha del plano imagen. Considerando por simplicidad un punto sobre el eje, lo que significa que la distribución de fase a través de la pupila de salida es de la forma:

$$\phi(x, y) = \frac{-\pi}{\lambda z_a} (x^2 + y^2),$$

donde $z_a \neq z_i$, z_a define la distancia donde se enfocará el frente de onda que emerge de la pupila de salida y no corresponde a z_i que define la posición imagen donde debe estar enfocado el punto. El error de la longitud de camino $W(x, y)$ se puede determinar restando a la distribución de fase ideal la distribución de fase actual,

$$kW(x, y) = -\frac{\pi}{\lambda z_a}(x^2 + y^2) + \frac{\pi}{\lambda z_i}(x^2 + y^2). \quad (88)$$

Por lo tanto el error de la longitud de camino está dado por

$$W(x, y) = -\frac{1}{2} \left(\frac{1}{z_a} - \frac{1}{z_i} \right) (x^2 + y^2), \quad (89)$$

el cual depende de forma cuadrática de las variables espaciales de la pupila de salida.

Para una abertura cuadrada de ancho $2w$, el máximo error de la longitud de camino en el borde la abertura a lo largo del eje x o eje y , que se representa por W_m , está dado por

$$W_m = -\frac{1}{2} \left(\frac{1}{z_a} - \frac{1}{z_i} \right) w^2. \quad (90)$$

El número W_m es una indicación práctica de la severidad del error de enfoque. Usando la definición de W_m , se puede expresar el error de la longitud de camino como

$$W(x, y) = W_m \frac{x^2 + y^2}{w^2}. \quad (91)$$

Sí el error de la longitud de camino se dado por (91) se reemplaza en la expresión (87) se obtiene

$$\mathcal{H}(f_x, f_y) = \frac{\iint_{A(f_x, f_y)} \exp \left\{ \frac{jkW_m}{w^2} \left[\left(x + \frac{\lambda z_i f_x}{2} \right)^2 + \left(y + \frac{\lambda z_i f_y}{2} \right)^2 - \left(x - \frac{\lambda z_i f_x}{2} \right)^2 - \left(y - \frac{\lambda z_i f_y}{2} \right)^2 \right] \right\} dx dy}{\iint_{A(0,0)} dx dy}. \quad (92)$$

De aquí en adelante se mostrará el procedimiento para encontrar $\mathcal{H}(f_x)$, el procedimiento para obtener $\mathcal{H}(f_y)$, es similar.

Sea,

$$\mathcal{H}(f_x) = \frac{\int_{A(f_x)} \exp \left\{ \frac{jkW_m}{w^2} \left[\left(x + \frac{\lambda z_i f_x}{2} \right)^2 - \left(x - \frac{\lambda z_i f_x}{2} \right)^2 \right] \right\} dx}{2w}. \quad (93)$$

Para encontrar $\mathcal{H}(f_x)$ es necesario definir los límites de integración en la ecuación (93), los cuales dependen del área de superposición de los rectángulos definidos por

$$\text{rect}\left(\frac{x + \frac{\lambda z_i f_x}{2}}{2w}\right) \quad \text{y} \quad \text{rect}\left(\frac{x - \frac{\lambda z_i f_x}{2}}{2w}\right).$$

La Figura 20 muestra dicha región de superposición, de ésta se puede notar que el área de intersección es igual a $2w - \lambda z_i f_x$, por lo tanto la ecuación (93) se puede escribir como

$$\mathcal{H}(f_x) = \frac{1}{2w} \int_{-\gamma}^{\gamma} \exp\left\{\frac{jkW_m}{w^2} \left[\left(x + \frac{\lambda z_i f_x}{2}\right)^2 - \left(x - \frac{\lambda z_i f_x}{2}\right)^2 \right]\right\} dx \quad \text{con} \quad \gamma = w - \frac{\lambda z_i |f_x|}{2}. \quad (94)$$

Entonces,

$$\begin{aligned} \mathcal{H}(f_x) &= \frac{1}{2w} \int_{-\gamma}^{\gamma} \exp\left[\frac{jkW_m}{w^2} (2x\lambda z_i f_x)\right] dx \\ &= \frac{1}{2w} \left\{ \frac{1}{\frac{jkW_m}{w^2} (2\lambda z_i f_x)} \left[e^{\frac{jkW_m}{w^2} (2\lambda z_i f_x) \left(w - \frac{\lambda z_i |f_x|}{2}\right)} - e^{-\frac{jkW_m}{w^2} (2\lambda z_i f_x) \left(w - \frac{\lambda z_i |f_x|}{2}\right)} \right] \right\} \frac{2 \left(w - \frac{\lambda z_i |f_x|}{2}\right)}{2 \left(w - \frac{\lambda z_i |f_x|}{2}\right)} \\ &= \frac{1}{2w} \left\{ \frac{2 \left(w - \frac{\lambda z_i |f_x|}{2}\right) \left[\frac{1}{2j} \left(e^{j \left(\frac{2\pi}{\lambda}\right) \frac{W_m}{w^2} (2\lambda z_i f_x) \left(w - \frac{\lambda z_i |f_x|}{2}\right)} - e^{-j \left(\frac{2\pi}{\lambda}\right) \frac{W_m}{w^2} (2\lambda z_i f_x) \left(w - \frac{\lambda z_i |f_x|}{2}\right)} \right) \right]}{\left(\frac{2\pi}{\lambda}\right) \frac{W_m}{w^2} (2\lambda z_i f_x) \left(w - \frac{\lambda z_i |f_x|}{2}\right)} \right\} \\ &= \frac{1}{2w} \left\{ 2 \left(w - \frac{\lambda z_i |f_x|}{2}\right) \left[\frac{\sin\left(\pi \left(\frac{2}{\lambda}\right) \frac{W_m}{w^2} (2\lambda z_i f_x) \left(w - \frac{\lambda z_i |f_x|}{2}\right)\right)}{\pi \left(\frac{2}{\lambda}\right) \frac{W_m}{w^2} (2\lambda z_i f_x) \left(w - \frac{\lambda z_i |f_x|}{2}\right)} \right] \right\} \\ &= \frac{1}{2w} \left\{ 2 \left(w - \frac{\lambda z_i |f_x|}{2}\right) \text{sinc}\left(\left(\frac{2}{\lambda}\right) \frac{W_m}{w^2} (2\lambda z_i f_x) \left(w - \frac{\lambda z_i |f_x|}{2}\right)\right) \right\} \end{aligned}$$

Por lo tanto,

$$\mathcal{H}(f_x) = \text{tri}\left(\frac{\lambda z_i f_x}{2w}\right) \text{sinc}\left[8W_m \left(\frac{z_i f_x}{2w}\right) \left(1 - \frac{\lambda z_i |f_x|}{2w}\right)\right]. \quad (95)$$

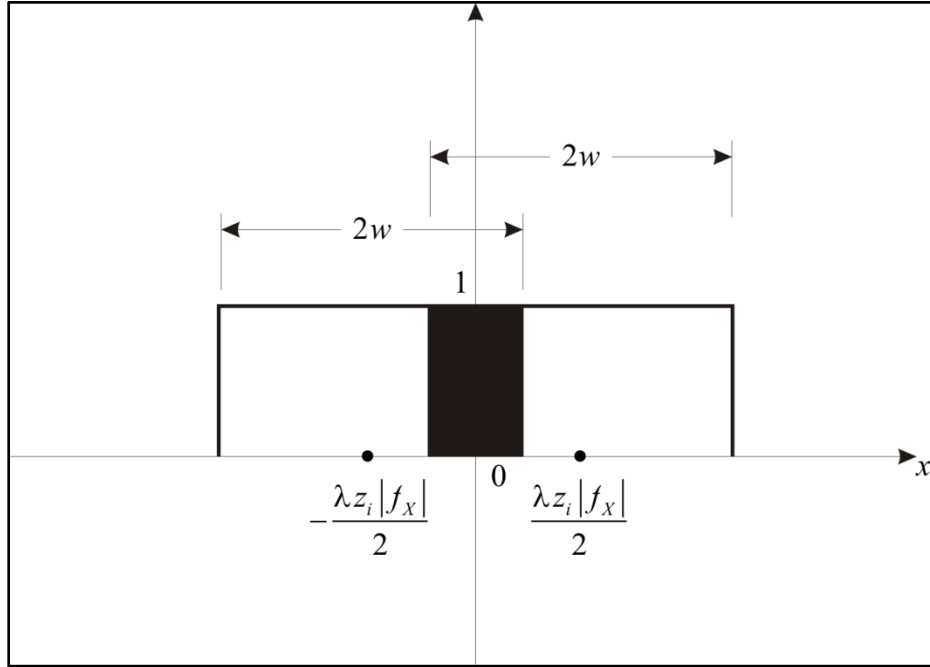


Figura 20. Región de superposición para dos rectángulos.

A partir de la ecuación (95) se puede expresar $\mathcal{H}(f_x, f_y)$, de la siguiente forma,

$$\mathcal{H}(f_x, f_y) = \text{tri}\left(\frac{\lambda z_i f_x}{2w}, \frac{\lambda z_i f_y}{2w}\right) \text{sinc}\left[8W_m\left(\frac{z_i f_x}{2w}\right)\left(1 - \frac{\lambda z_i |f_x|}{2w}\right), 8W_m\left(\frac{z_i f_y}{2w}\right)\left(1 - \frac{\lambda z_i |f_y|}{2w}\right)\right]. \quad (96)$$

Cuando el error de enfoque es muy severo (es decir cuando $W_m \gg \lambda$) la respuesta en el dominio de la frecuencia desciende hacia cero para valores de $\lambda z_i |f_x|/2w$ y $\lambda z_i |f_y|/2w$ relativamente pequeños (la Figura 21 muestra la OTF para diferentes valores de W_m/λ).

Por lo tanto se puede escribir

$$1 - \frac{\lambda z_i |f_x|}{2w} \approx 1 \quad \text{y} \quad 1 - \frac{\lambda z_i |f_y|}{2w} \approx 1,$$

y la función de transferencia óptica se reduce a

$$\mathcal{H}(f_x, f_y) = \text{sinc}\left[8W_m\left(\frac{z_i f_x}{2w}\right), 8W_m\left(\frac{z_i f_y}{2w}\right)\right]. \quad (97)$$

La ecuación (97) es la función de transferencia óptica predicha por la óptica geométrica. La óptica geométrica predice una PSF que es la proyección geométrica de la pupila de salida sobre el plano imagen, y por lo tanto la PSF debe tener iluminación uniforme sobre un cuadrado y valor nulo en cualquier otra región. La transformada de Fourier de tal PSF

produce la función de transferencia óptica de (97). De manera más general, cuando las aberraciones de cualquier tipo son severas, a la intensidad de la PSF predicha por la óptica geométrica se le puede aplicar transformación de Fourier para obtener una buena aproximación de la OTF del sistema. La razón fundamental de este comportamiento radica en el hecho que, cuando están presentes aberraciones severas de desenfoque la PSF se determina principalmente por los efectos de la óptica geométrica.

A partir de (97) se puede encontrar la PSF, de la siguiente forma

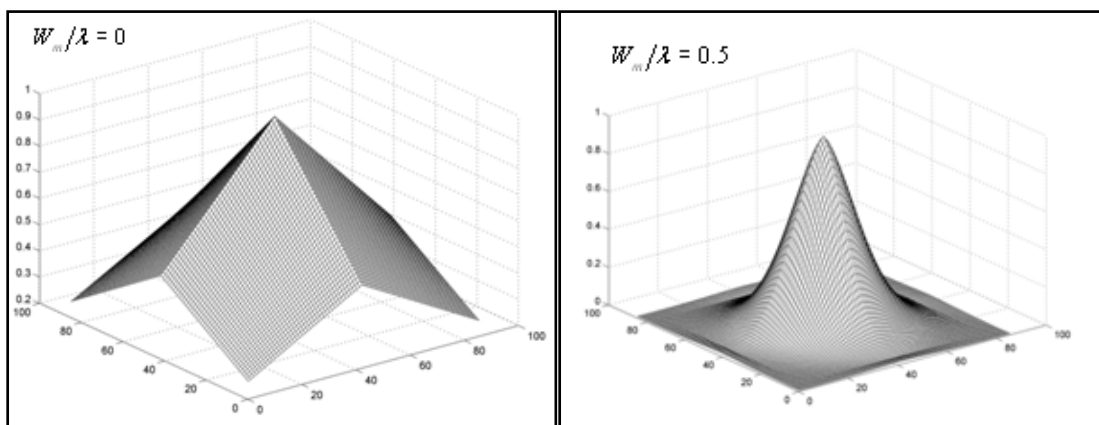
$$h(x, y) = \mathcal{F}^{-1} \{ \mathcal{H}(f_x, f_y) \} = \frac{1}{(A)^2} \text{rect} \left(\frac{x}{A}, \frac{y}{A} \right); \quad A = \frac{8W_m z_i}{2w}. \quad (98)$$

La ecuación (98) representa un rectángulo de ancho, $A = \frac{8W_m z_i}{2w} = \frac{2w(z_i - z_a)}{z_a}$, este

mismo resultado se obtiene a partir del trazado de rayos de la óptica geométrica, así como se muestra en la Figura 22. Por semejanza de triángulos se tiene, $\frac{w}{z_a} = \frac{a}{(z_i - z_a)}$,

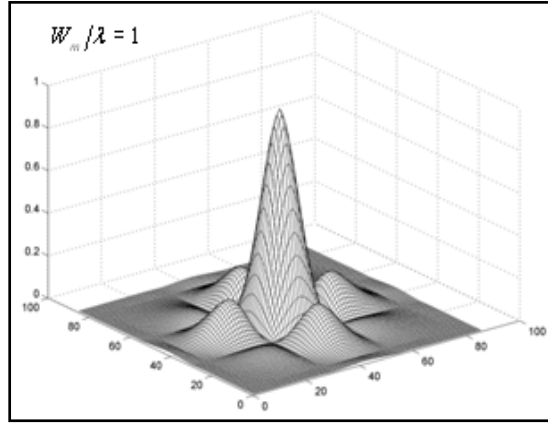
por lo tanto, $a = \frac{w(z_i - z_a)}{z_a}$, ahora bien $A = 2a$, entonces $A = \frac{2w(z_i - z_a)}{z_a}$. Según lo

anterior, la PSF de un sistema formador de imágenes en iluminación incoherente con error de desenfoque depende de la magnitud del error introducido. Para errores de desenfoque superiores a la longitud de onda media utilizada, la PSF tiene la forma de la pupila de salida y un tamaño que depende de la óptica geométrica.



(a)

(b)



(c)

Figura 21. Función de transferencia óptica para un sistema con una pupila rectangular. (a) $W_m/\lambda = 0$, (Sistema limitado por la difracción), (b) $W_m/\lambda = 0.5$, (c) $W_m/\lambda = 1$.

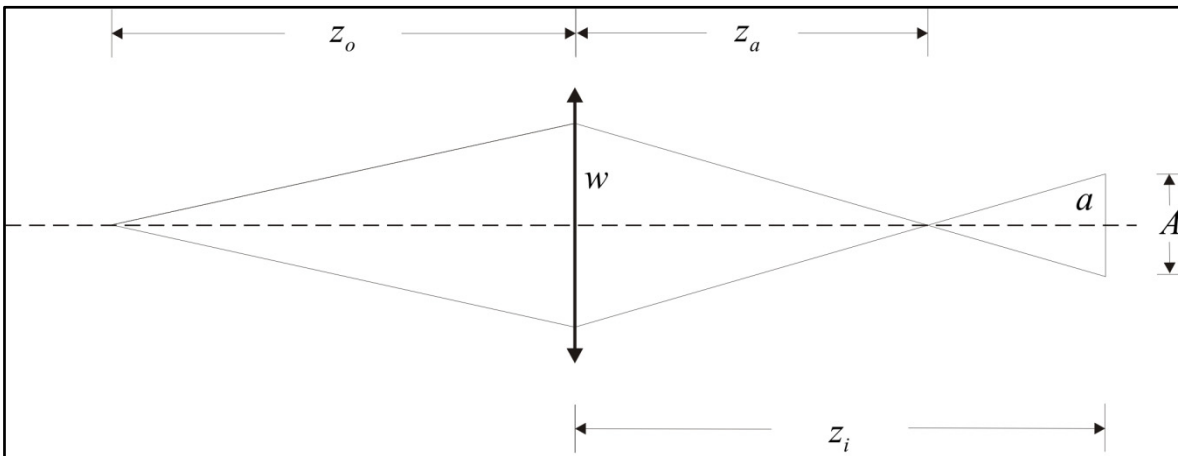


Figura 22. Predicción de la óptica geométrica para la PSF de un sistema que tiene una pupila rectangular y error de enfoque severo.

Por otra parte cuando la pupila del sistema es circular se puede mostrar que

$$h(r) = \text{circ}\left(\frac{r}{r_z}\right) \Rightarrow H(\rho) = \mathcal{F}\{h(r)\} = \frac{r_z^2 J_1(2\pi r_z \rho)}{\pi r_z \rho}.$$

La Figura 23 muestra la función de transferencia óptica para diferentes valores de W_m/λ , para un sistema con una abertura circular. Se demuestra que para errores de enfoque mayores que la longitud de onda, la función de transferencia efectiva corresponde a una función de Airy cuya transformada de Fourier define un círculo con radio definido por la óptica geométrica.

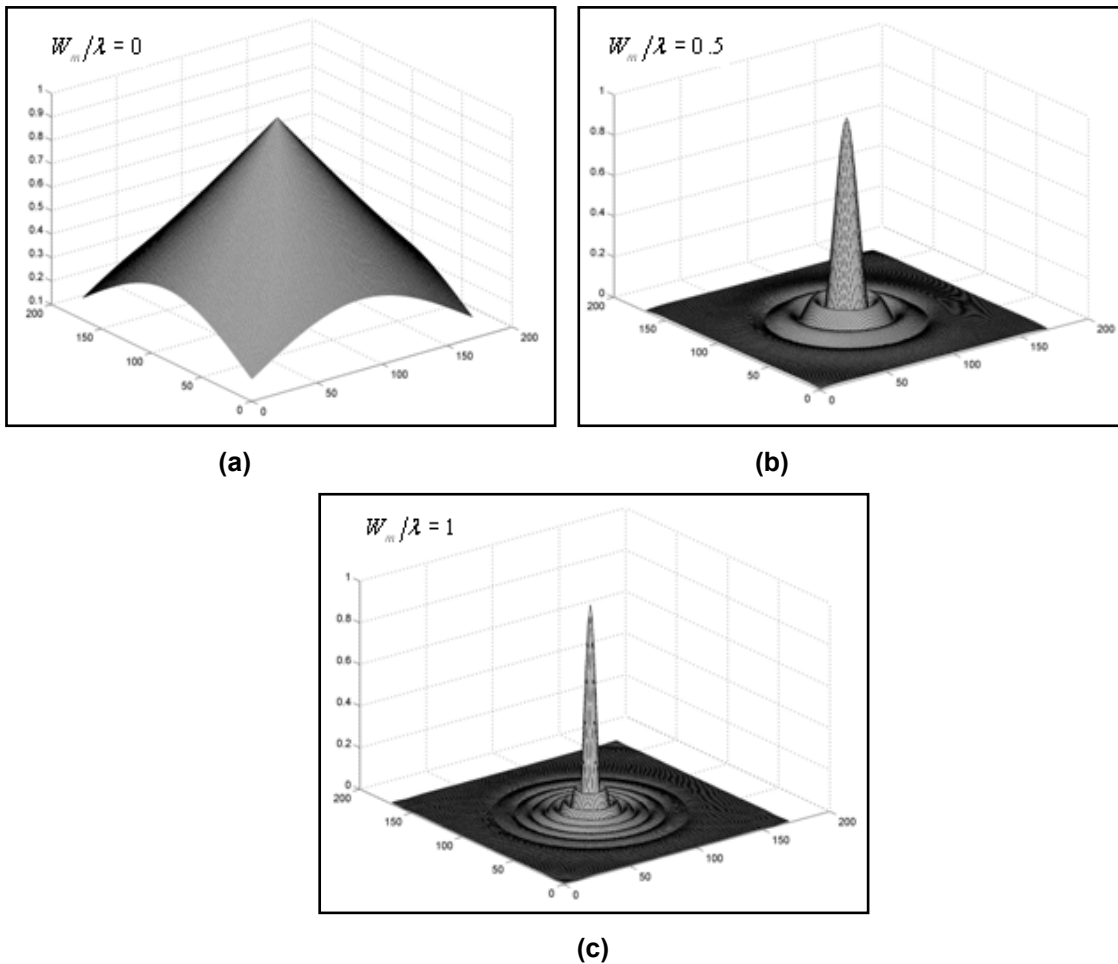


Figura 23. Función de transferencia óptica para un sistema con una pupila circular. (a) $W_m/\lambda = 0$, (Sistema limitado por la difracción), (b) $W_m/\lambda = 0.5$, (c) $W_m/\lambda = 1$.

2.6. VALIDACIÓN CON IMÁGENES SIMULADAS

Según lo anterior se puede obtener una imagen simulada con regiones desenfocadas usando como PSF la forma de la pupila de salida efectiva. El programa se realizó usando MATLAB® asumiendo un sistema lineal y ajustando el tamaño de la PSF a valores que dependen de la altura del punto proyectado sobre el eje óptico.

Con el propósito de evaluar la validez de la técnica propuesta para extender la profundidad de campo de un sistema no tele-céntrico se simuló la adquisición de un conjunto de imágenes de un objeto específico (en este caso un objeto plano); el objeto de estudio se muestra en la Figura 24, las condiciones de observación y las características del sistema se muestran en la Figura 25. El objeto plano forma un ángulo de 65° con el eje óptico del sistema.



Figura 24. Objeto de estudio.

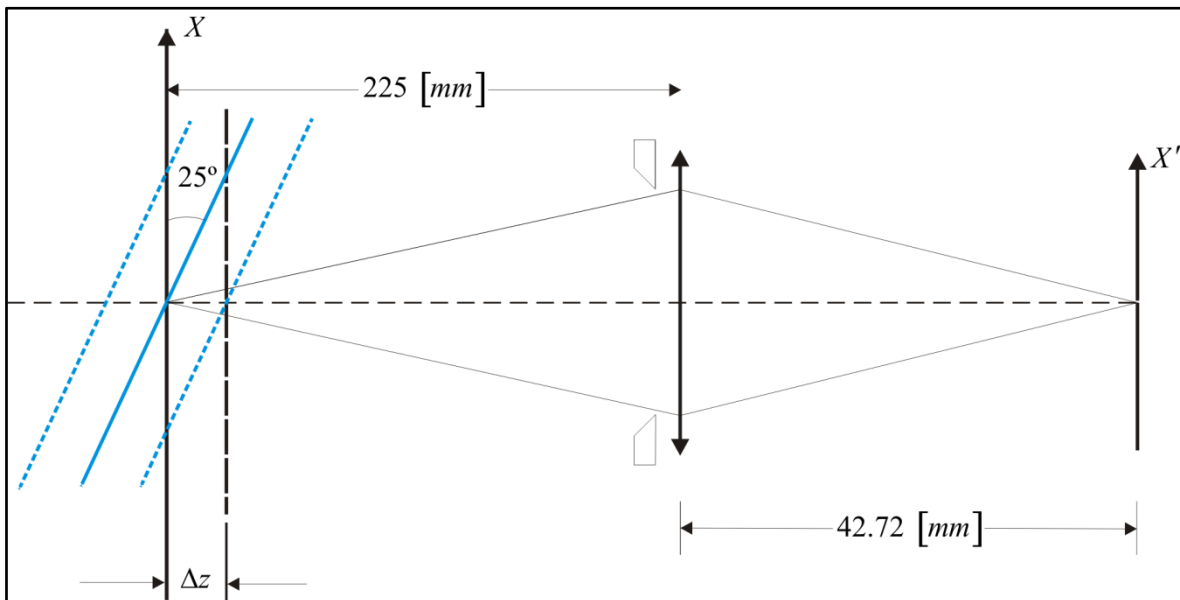


Figura 25. Parámetros ópticos del sistema simulado.

El sistema que se simuló está formado por una lente con $f = 35$ mm (distancia focal) y $d = 21.88$ mm (diámetro de la pupila de entrada) es decir $f/1.6$ (número focal), y una CCD con una resolución de 640 píxeles \times 480 píxeles con un tamaño de píxel de $17 \mu\text{m} \times 13 \mu\text{m}$, se trabajó con $u = 200$ mm (distancia objeto) la cual junto con la distancia focal de la lente seleccionada producen $v = 42.42$ mm (distancia imagen). En total se obtuvieron $N = 21$ imágenes con un desplazamiento $\Delta z = 1.5$ mm del objeto con respecto al sistema de observación: el objeto se desplazó desde $z = -15$ mm hasta $z = +15$ mm y $n = [-9, -8, -7, -6, -5, -4, -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11]$.

En la Figura 26 se muestra la imagen simulada para $n = -9$, obtenida a partir de las ecuaciones (48) y (49), es decir sin tener en cuenta el desenfoque. Cada punto del objeto en el campo de observación tiene una coordenada (x, y, z) , y posee un valor de intensidad $I(x, y, z)$. Las ecuaciones (48) y (49) permiten calcular las coordenadas (x', y') de proyección sobre el captor de la CCD, usando los parámetros del montaje. A partir de los parámetros de la CCD se calculan sus correspondientes coordenadas en píxeles. En la Figura 26 se observa la influencia de que el sistema de observación no sea tele-céntrico. En la Figura 27 se muestra la imagen obtenida a partir de la ecuación (72), es decir teniendo en cuenta el desenfoque. De igual forma, para cada posición z del objeto hay un radio del círculo de confusión, al efectuar localmente la convolución de este círculo de confusión con la imagen enfocada, se obtiene la imagen desenfocada localmente. En la Figura 27 se observa que gran parte de la imagen aparece desenfocada (algunas regiones aparecen más desenfocadas que otras) esto debido a que la mayoría de los puntos del objeto se encuentran en este caso a una distancia neta mayor que la distancia objeto.

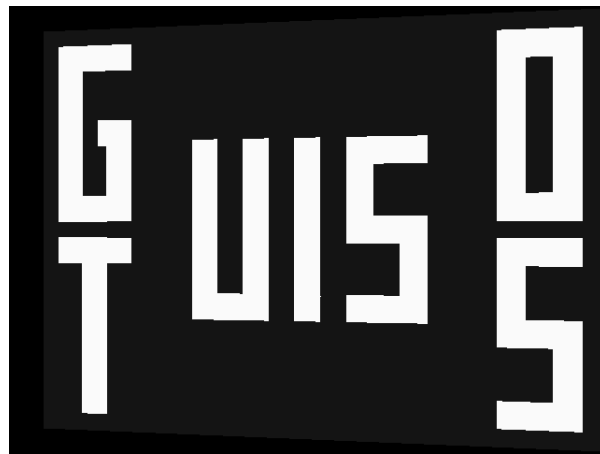


Figura 26. Imagen obtenida sin tener en cuenta el desenfoque, para $z = -15$ mm.



Figura 27. Imagen obtenida teniendo en cuenta el desenfoque, para $z = -15$ mm.

En la Figura 28 se muestra la imagen obtenida (sin tener en cuenta el desenfoque) para $z = 0$ mm, y en la Figura 29 se muestra la respectiva imagen teniendo en cuenta el desenfoque.



Figura 28. Imagen obtenida sin tener en cuenta el desenfoque, para $z = 0$ mm.



Figura 29. Imagen obtenida teniendo en cuenta el desenfoque, para $z = 0$ mm.

Al conjunto de imágenes obtenidas se les aplicaron los algoritmos clásicos de fusión de imágenes con el propósito de inspeccionar lo que ocurre cuando estos algoritmos son aplicados a imágenes obtenidas por sistemas no tele-céntricos. En la Figura 30 se muestra la imagen fusionada usando el método de Varianza con un tamaño de ventana de 21 píxeles \times 21 píxeles; en esta imagen se aprecia el error que comete el método al no tener en cuenta que el píxel de estudio no tiene la misma posición en todo el conjunto de imágenes. En la Figura 31 se muestra la medida de enfoque de un píxel en particular, en este caso el píxel ubicado en (129,131). En las Figuras 32 y 33 se muestran los resultados obtenidos a partir del método de Tenengrad y en las Figuras 34 y 35 se muestran los resultados obtenidos a partir del método Laplaciano.



Figura 30. Imagen fusionada por el método de Varianza, tamaño de la ventana 21 píxeles \times 21 píxeles.

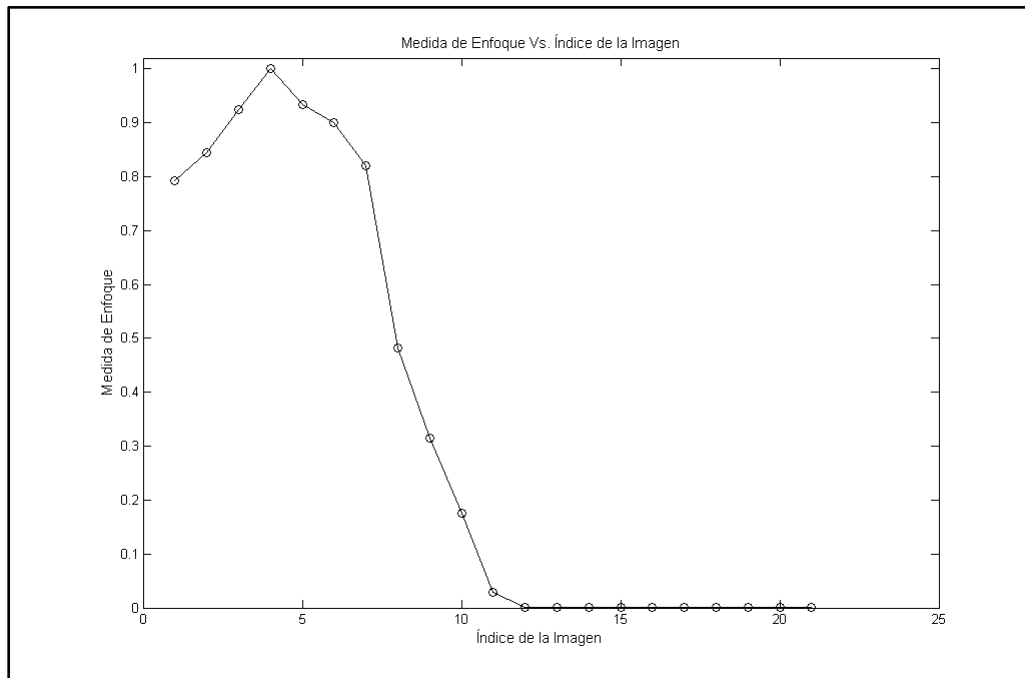


Figura 31. Medida de Enfoque normalizada usando el método de Varianza; tamaño de la ventana: 21 píxeles × 21 píxeles.

Usando el método de Varianza se encuentra que el máximo de la medida de enfoque para el píxel ubicado en la posición (129,131) está ubicado en el la imagen con índice 4.



Figura 32. Imagen fusionada por el método de Tenengrad, tamaño de la ventana 21 píxeles × 21 píxeles.

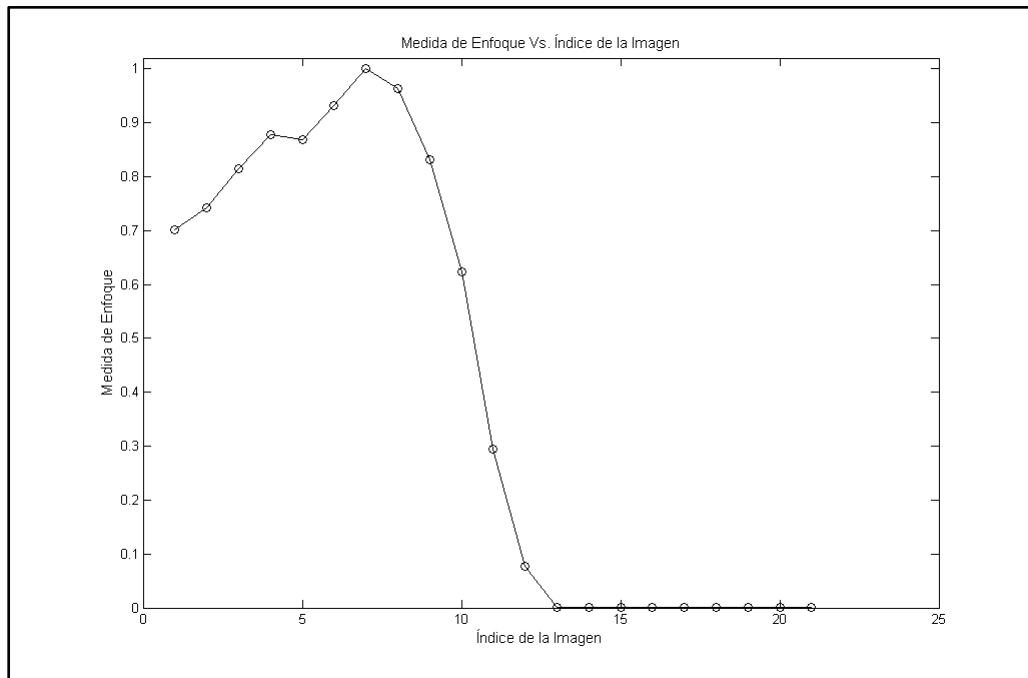


Figura 33. Medida de Enfoque normalizada usando el método de Tenengrad; tamaño de la ventana: 21 píxeles × 21 píxeles.

Usando el método de Tenengrad se encuentra que el máximo de la medida de enfoque para el píxel ubicado en la posición (129,131) está ubicado en la imagen con índice 7.



Figura 34. Imagen fusionada por el método Laplaciano, tamaño de la ventana 21 píxeles × 21 píxeles.

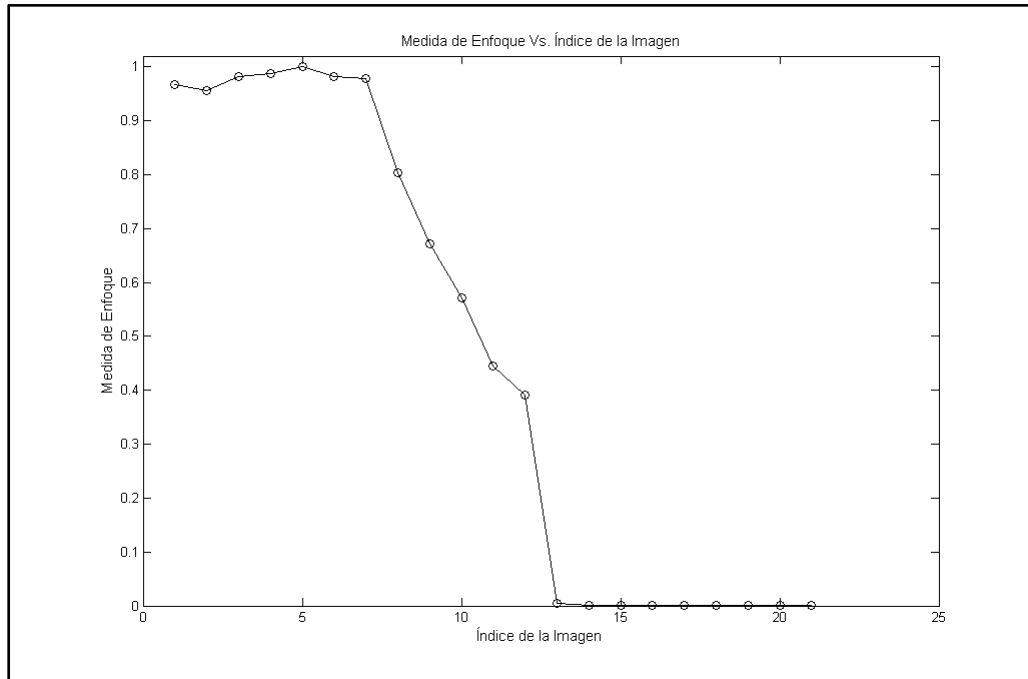


Figura 35. Medida de Enfoque normalizada usando el método Laplaciano; tamaño de la ventana: 21 píxeles × 21 píxeles.

Usando el método Laplaciano se encuentra que el máximo de la medida de enfoque para el píxel ubicado en la posición (129,131) está ubicado en el la imagen con índice 5.

Las Figuras 36 y 37 muestran los resultados obtenidos con el método de Varianza usando una ventana de 31 píxeles × 31 píxeles, el máximo de la medida de enfoque está ubicado en la imagen con índice 4.



Figura 36. Imagen fusionada por el método de Varianza, tamaño de la ventana 31 píxeles × 31 píxeles.

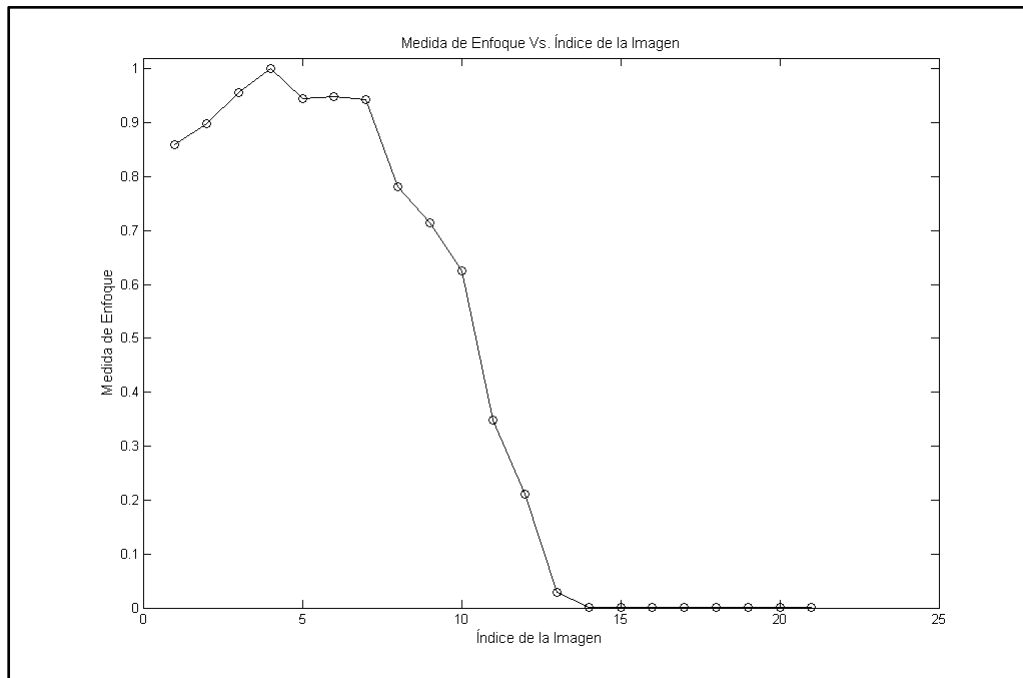


Figura 37. Medida de Enfoque normalizada usando el método de Varianza; tamaño de la ventana: 31 píxeles × 31 píxeles.

Las Figuras 38 y 39 muestran los resultados obtenidos con el método de Tenengrad usando una ventana de 31 píxeles × 31 píxeles, el máximo de la medida de enfoque está ubicado en la imagen con índice 12.



Figura 38. Imagen fusionada por el método de Tenengrad, tamaño de la ventana 31 píxeles × 31 píxeles.

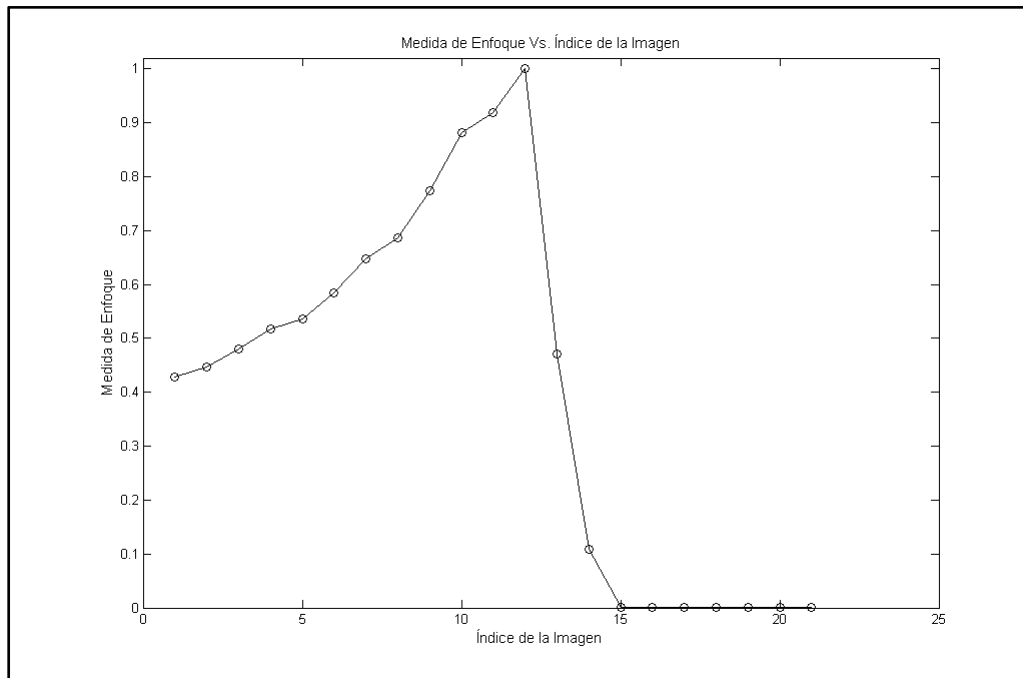


Figura 39. Medida de Enfoque normalizada usando el método de Tenengrad; tamaño de la ventana: 31 píxeles × 31 píxeles.

Las Figuras 40 y 41 muestran los resultados obtenidos con el método Laplaciano usando una ventana de 31 píxeles × 31 píxeles, el máximo de la medida de enfoque está ubicado en la imagen con índice 12.



Figura 40. Imagen fusionada por el método Laplaciano, tamaño de la ventana 31 píxeles × 31 píxeles.

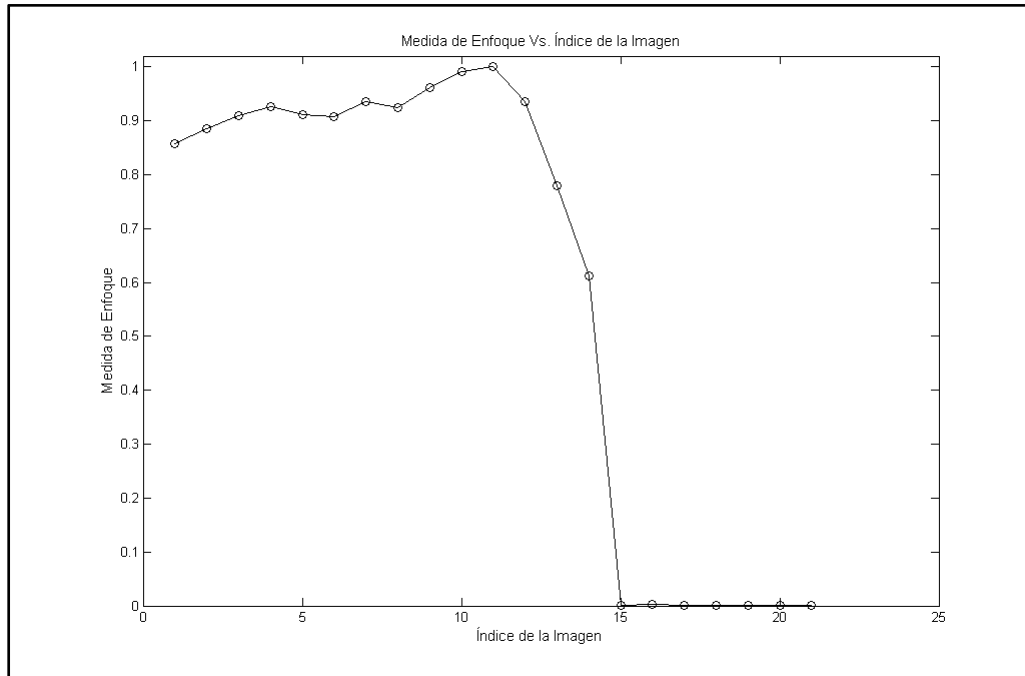


Figura 41. Medida de Enfoque normalizada usando el método Laplaciano; tamaño de la ventana: 31 píxeles × 31 píxeles.

Los resultados anteriores muestran que los métodos de Varianza, Tenengrad y Laplaciano fallan cuando se pretende extender de forma digital la profundidad de campo de un sistema formador de imágenes no tele-céntrico, ya que estos métodos son efectivos cuando se conserva el factor de ampliación al realizar un movimiento relativo entre el objeto de estudio y el sistema óptico, lo que garantiza que un punto imagen específico se encuentra en la misma posición en todo el conjunto de imágenes adquiridas. La característica más evidente en utilizar los métodos clásicos en sistemas no tele-céntricos es la pérdida de selectividad en la determinación de la posición de enfoque: comparando las Figuras 7, 10, 13 con las Figuras 31, 33, 35, se observa una pérdida de la forma aguda del pico de enfoque.

A partir de lo anterior se corrigieron los métodos para que se considere la variación de la posición de un punto imagen, en particular cuando se realiza un desplazamiento relativo entre el objeto de estudio y el sistema de observación. Las ecuaciones (57) y (58) permiten encontrar aproximadamente esta posición, corrigiendo así los errores mencionados anteriormente.

En la Figura 42 se muestra la imagen fusionada a partir del método de Tenengrad, pero en este caso se tiene en cuenta el corrimiento de los puntos del objeto de estudio en el espacio imagen debido al cambio en el factor de ampliación del sistema formador de

imágenes. Cabe aclarar que en este caso el tamaño de la región que permite calcular la medida de enfoque varía debido a que el píxel de estudio cambia de posición junto con los puntos que limitan dicha región, el tamaño de ventana de 31 píxeles \times 31 píxeles hace referencia al tamaño cuando $\Delta z = 0$.

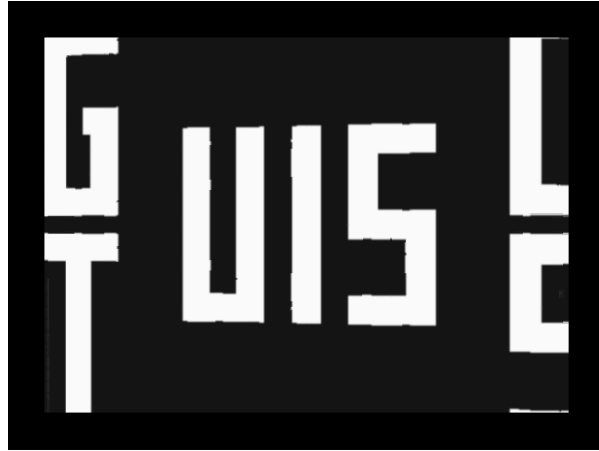


Figura 42. Imagen fusionada por el método de Tenengrad modificado, tamaño de la ventana 31 píxeles \times 31 píxeles.

En la Figura 42 se puede apreciar que se han corregido considerablemente los errores cometidos por los diferentes métodos y se muestra que con la aproximación dada por las ecuaciones (57) y (58) se obtienen resultados que permiten extender de forma digital la profundidad de campo de un sistema formador de imágenes no tele-céntrico. Se hace hincapié en que la imagen fusionada obtenida aparece recortada debido a que algunos puntos del objeto que aparecen cuando éste se ubica en $z = 0$ mm, (ver Figura 25) desaparecen del campo de observación cuando el objeto se acerca al sistema óptico. Por lo tanto sólo se analiza la región para la cual se garantiza que todos los puntos comprendidos en su interior (junto con la vecindad usada para calcular la medida de enfoque) aparecerán en todas las imágenes adquiridas. En la Figura 43 se muestra la medida de enfoque para el píxel ubicado en (129,131); en este caso la medida de enfoque tiene su máximo en la imagen con índice 16. En las Figuras 44 y 45 se muestran los resultados obtenidos por medio del método Laplaciano.

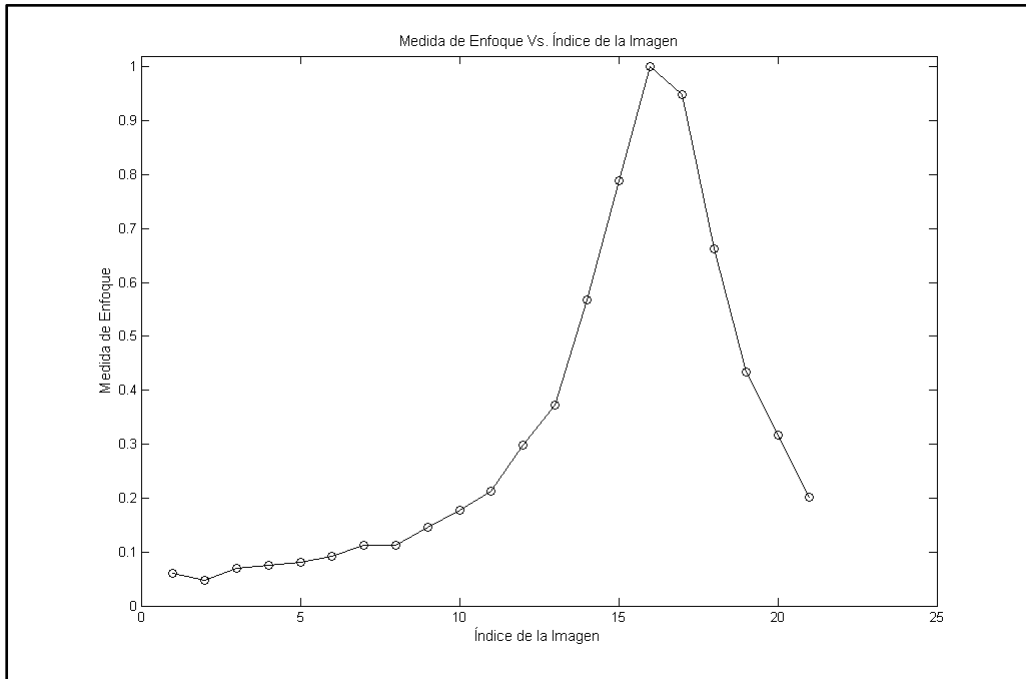


Figura 43. Medida de Enfoque normalizada usando el método de Tenengrad modificado; tamaño de la ventana: 31 píxeles × 31 píxeles.



Figura 44. Imagen fusionada por el método Laplaciano modificado, tamaño de la ventana 31 píxeles × 31 píxeles.

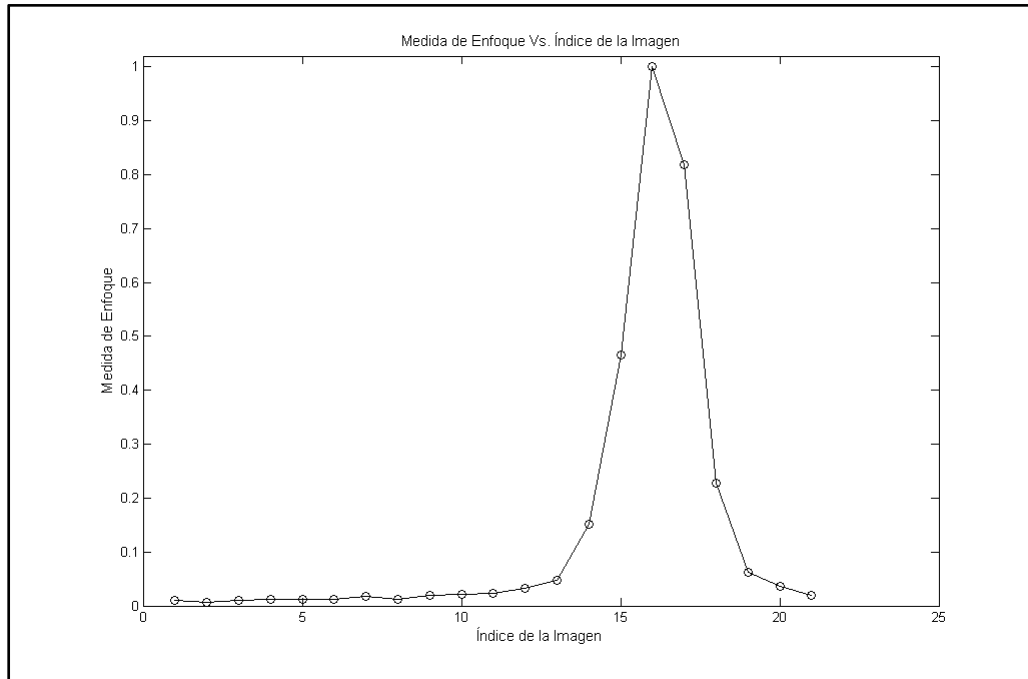


Figura 45. Medida de Enfoque normalizada usando el método Laplaciano modificado; tamaño de la ventana: 31 píxeles × 31 píxeles.

Los resultados obtenidos en este caso son similares a los obtenidos por el método de Tenengrad modificado, el máximo de la medida de enfoque también se encuentra en la imagen con índice 16. Las Figuras 43 y 45 muestran que la aproximación de primer orden para la corrección a sistemas no tele-céntricos recupera el carácter agudo de la medida de enfoque.

Ahora bien si se desea conocer el error que se comete al calcular la posición aproximada de un píxel en particular, se puede hacer uso de las ecuaciones (48) y (49) las cuales nos permiten encontrar la posición exacta de un punto objeto sobre el espacio imagen si se conoce la componente z , (ver Figura 18) y las ecuaciones (57) y (58) las cuales permiten encontrar aproximadamente dicha posición.

Haciendo uso de las ecuaciones (48) y (49) se tiene,

$$r'_n = \sqrt{(x'_n)^2 + (y'_n)^2}. \quad (99)$$

De manera similar a partir de las ecuaciones (57) y (58) se tiene,

$$r_n'^a = \sqrt{(x_n'^a)^2 + (y_n'^a)^2}. \quad (100)$$

El error absoluto asociado a $r_n'^a$, se puede calcular a partir de,

$$\delta r_n'^a = \left| \frac{\partial r_n'^a}{\partial x_n'^a} \right| \delta x_n'^a + \left| \frac{\partial r_n'^a}{\partial y_n'^a} \right| \delta y_n'^a, \quad (101)$$

en la ecuación anterior, $\delta x_n'^a$, $\delta y_n'^a$, se pueden calcular a partir de las ecuaciones (61) y (62) respectivamente. Luego de realizar las operaciones indicadas en (101) se obtiene,

$$\delta r_n'^a = \frac{x_n'^a \delta x_n'^a}{\sqrt{(x_n'^a)^2 + (y_n'^a)^2}} + \frac{y_n'^a \delta y_n'^a}{\sqrt{(x_n'^a)^2 + (y_n'^a)^2}}. \quad (102)$$

Con el uso de las ecuaciones (99) y (100) se puede calcular el error relativo de $r_n'^a$, con respecto a r_n' , de la siguiente forma:

$$E_{rel} = \frac{|r_n'^a - r_n'|}{r_n'}. \quad (103)$$

Si se tiene en cuenta el error absoluto de $r_n'^a$, el error relativo definido en (101) se convertirá en un intervalo, $[E_{rel} - E_{rel}^1, E_{rel} + E_{rel}^2]$, con,

$$E_{rel}^1 = \frac{|(r_n'^a - \delta r_n'^a) - r_n'|}{r_n'}, \quad (104)$$

y

$$E_{rel}^2 = \frac{|(r_n'^a + \delta r_n'^a) - r_n'|}{r_n'}. \quad (105)$$

Haciendo uso de las relaciones (103) (104) y (105) y asumiendo que experimentalmente, $\delta u = \delta(\Delta z) = 0.01$ mm, se encontró el error relativo del píxel ubicado en una posición cercana al centro del sensor (se supone que el centro del sensor está ubicado en la posición (320,240)) en este caso la posición (330,230), la Figura 46 muestra el error relativo como una función del desplazamiento en el eje Z .

En la Figura 46, la curva de color azul hace referencia a E_{rel} , la curva roja hace referencia a E_{rel}^1 , en tanto que la curva negra hace referencia a E_{rel}^2 .

La Figura 47 muestra los resultados obtenidos para un píxel ubicado en uno de los extremos de la región de estudio, en este caso el píxel ubicado en la posición (40,40); las Figuras 48, 49, y 50 muestran los errores relativos para los demás puntos extremos ubicados en las posiciones (600,40), (40,440) y (600,440) respectivamente.

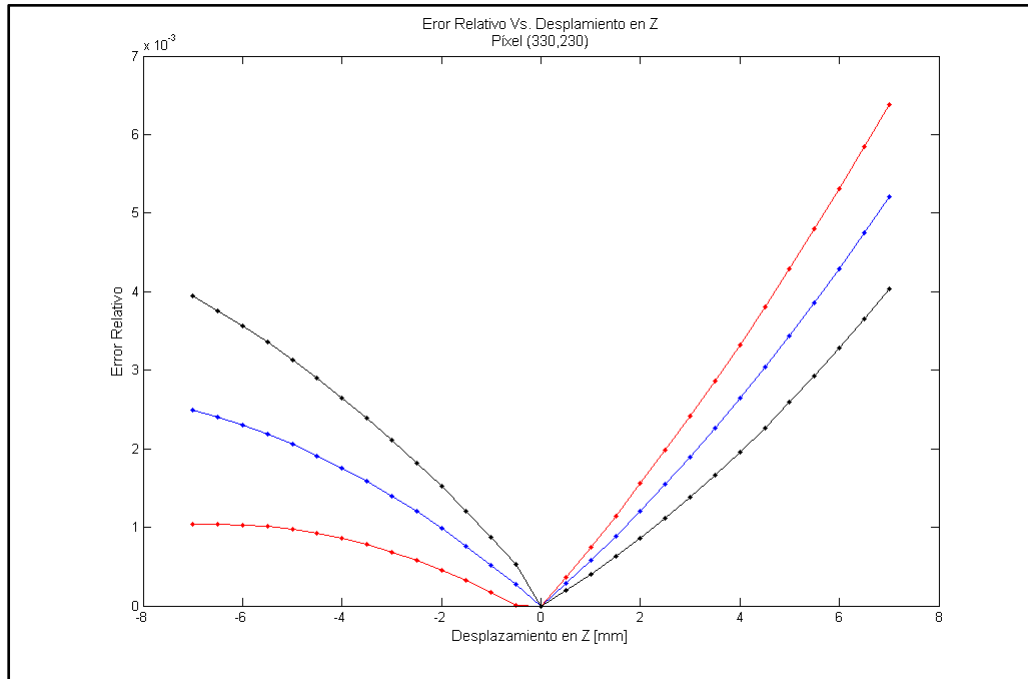


Figura 46. Error relativo Vs. Desplazamiento en Z, píxel (330,230).

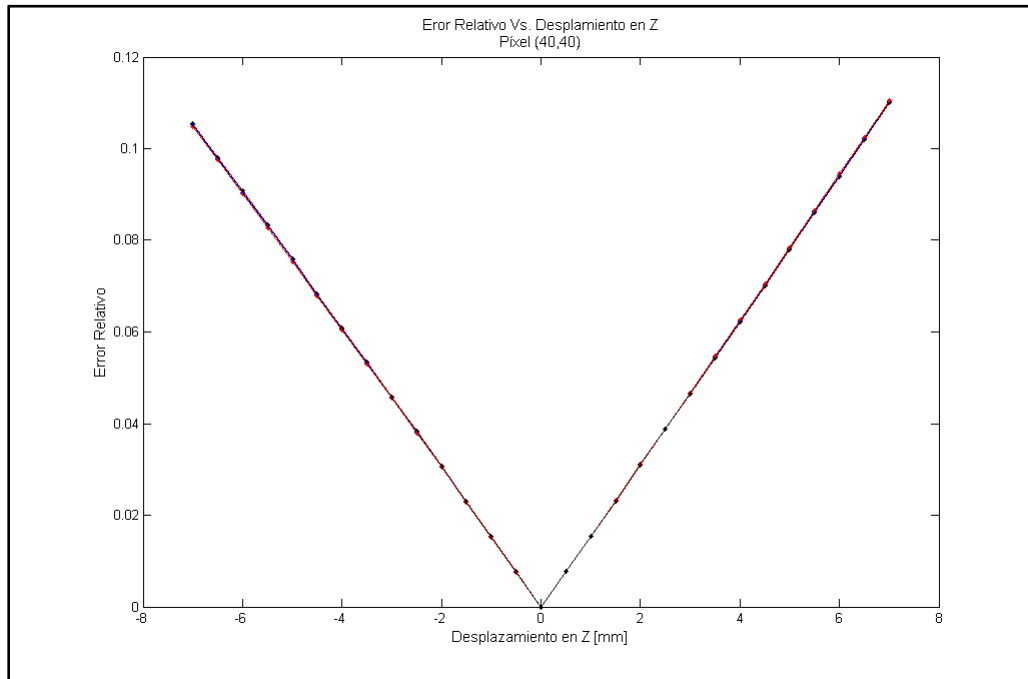


Figura 47. Error relativo Vs. Desplazamiento en Z, píxel (40,40).

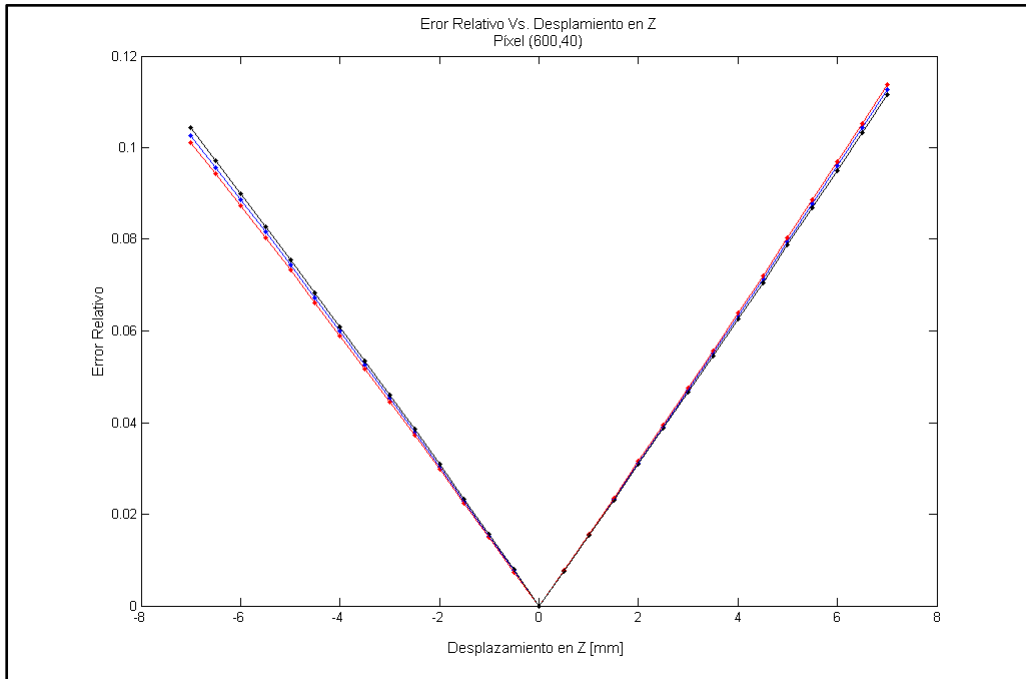


Figura 48. Error relativo Vs. Desplamiento en Z, píxel (600,40).

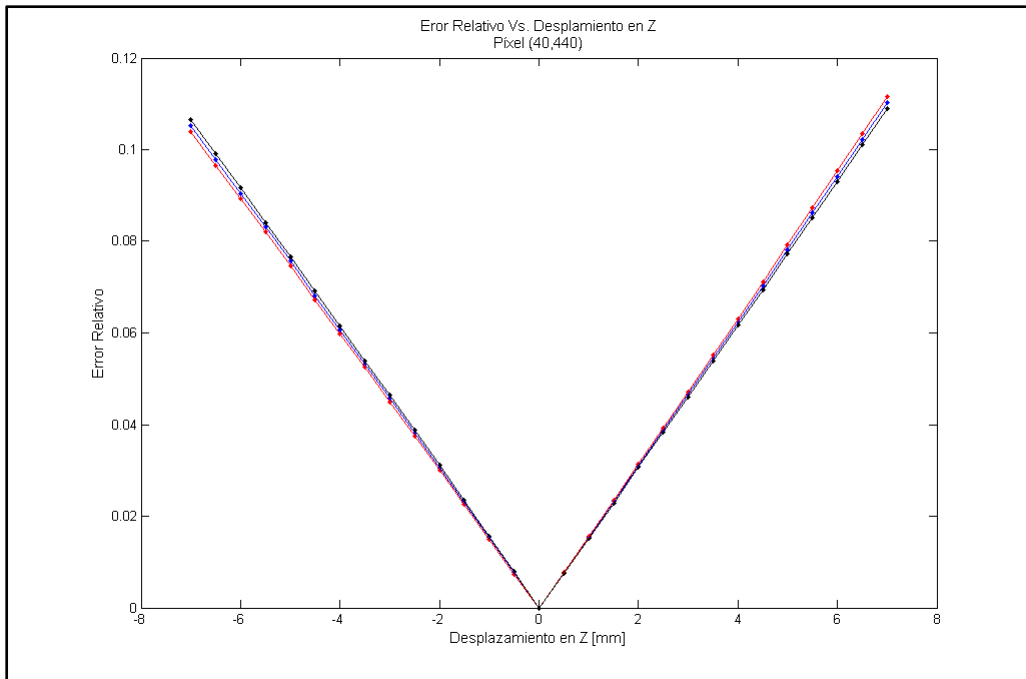


Figura 49. Error relativo Vs. Desplamiento en Z, píxel (40,440).

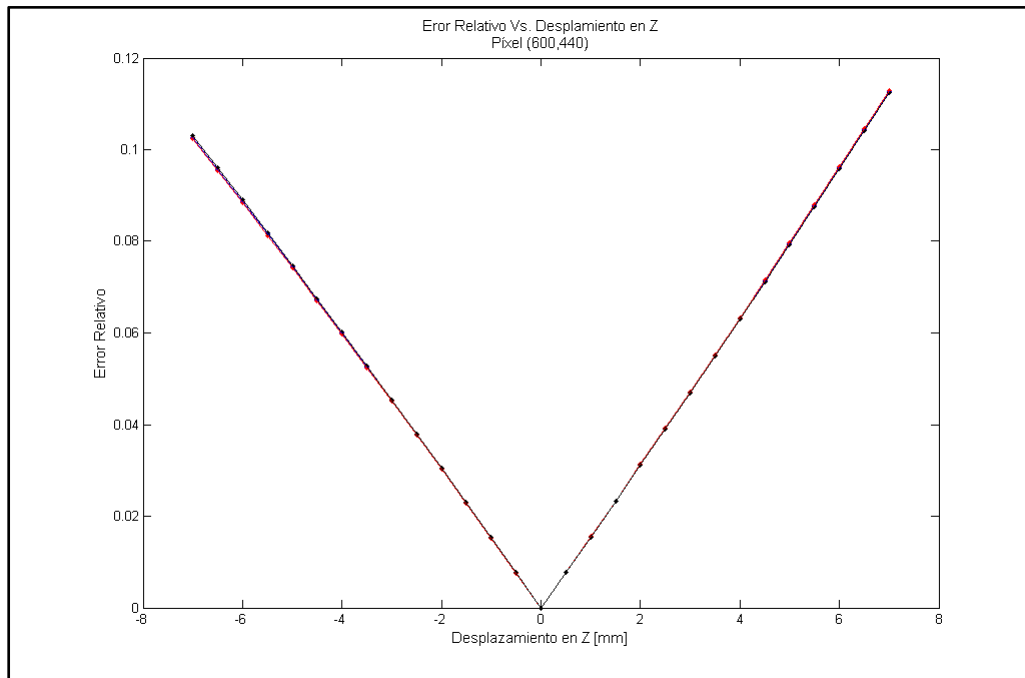


Figura 50. Error relativo Vs. Desplazamiento en Z, píxel (600,440).

En las anteriores Figuras (Figura 46 hasta Figura 50) se puede apreciar que, tanto más cercano se encuentre el píxel con respecto al centro del sensor menor será el error relativo definido en (103). También se puede notar que el error relativo no es superior a 0.12 en ninguno de los puntos extremos, lo que permite concluir que la posición de un punto imagen cualquiera se puede calcular con un error relativo inferior a 0.12.

Desde la Figura 51 hasta la Figura 55 se pueden apreciar los errores que se cometen en píxeles.

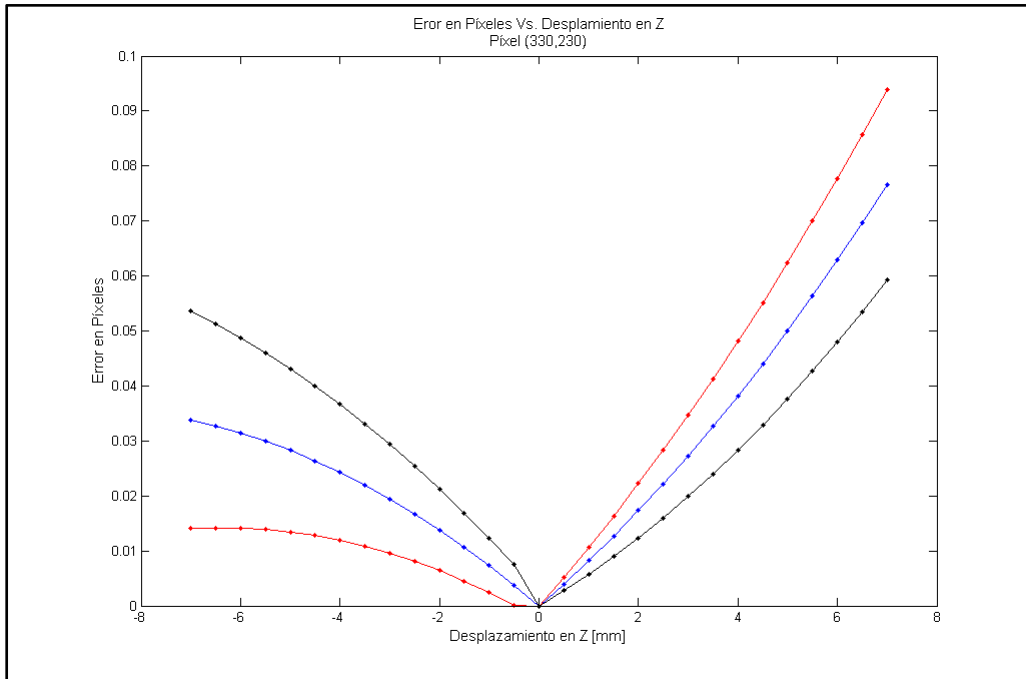


Figura 51. Error en Píxeles Vs. Desplazamiento en Z, píxel (330,230).

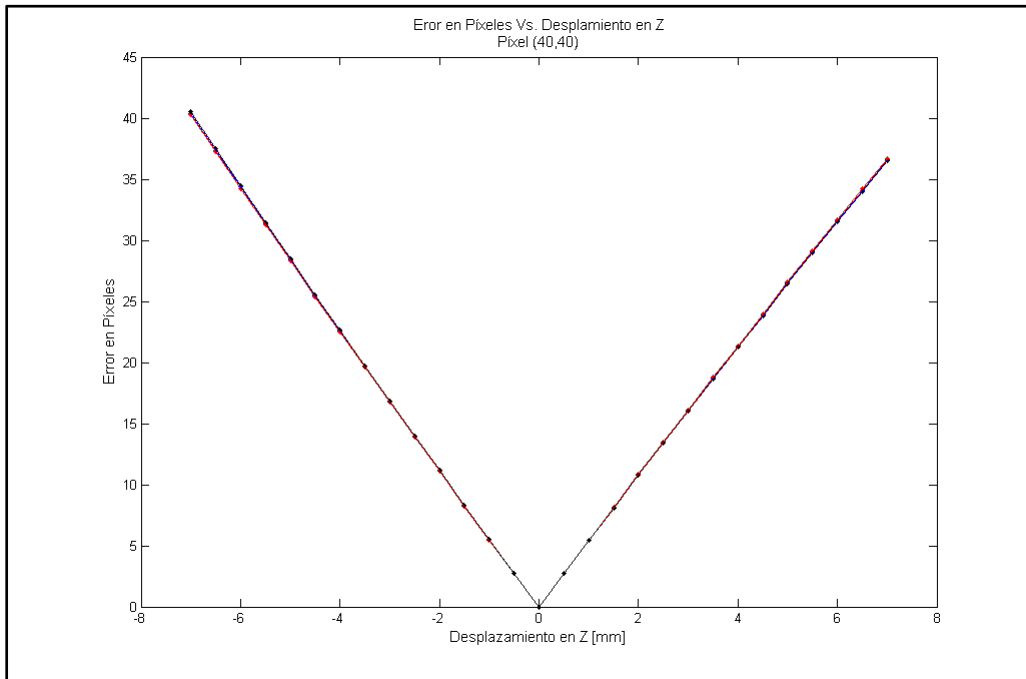


Figura 52. Error en Píxeles Vs. Desplazamiento en Z, píxel (40,40).

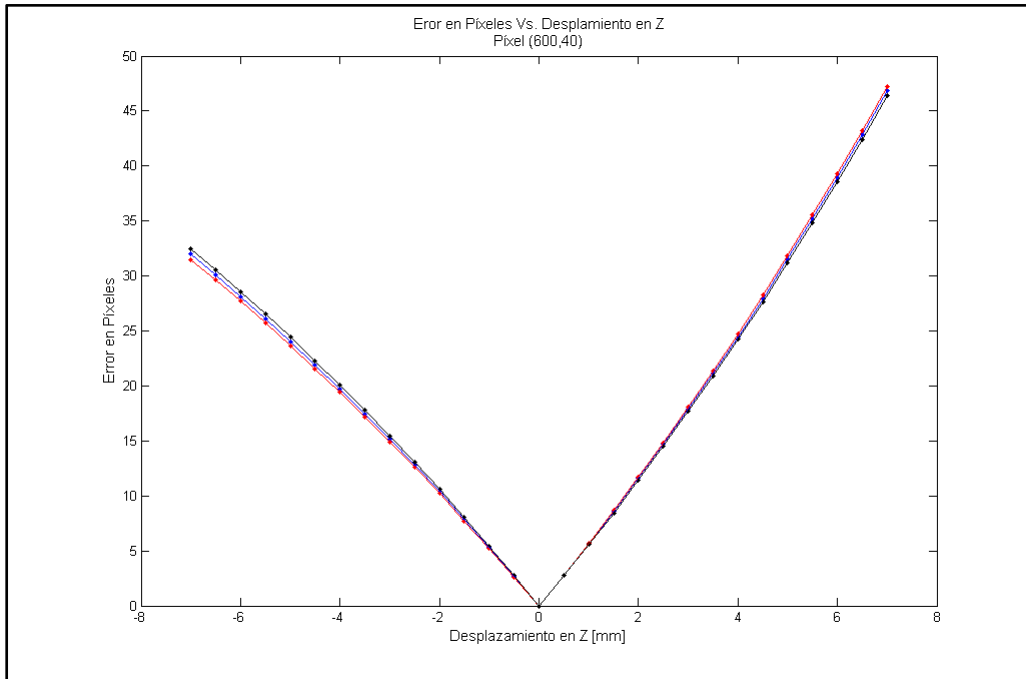


Figura 53. Error en Píxeles Vs. Desplazamiento en Z, píxel (600,40).

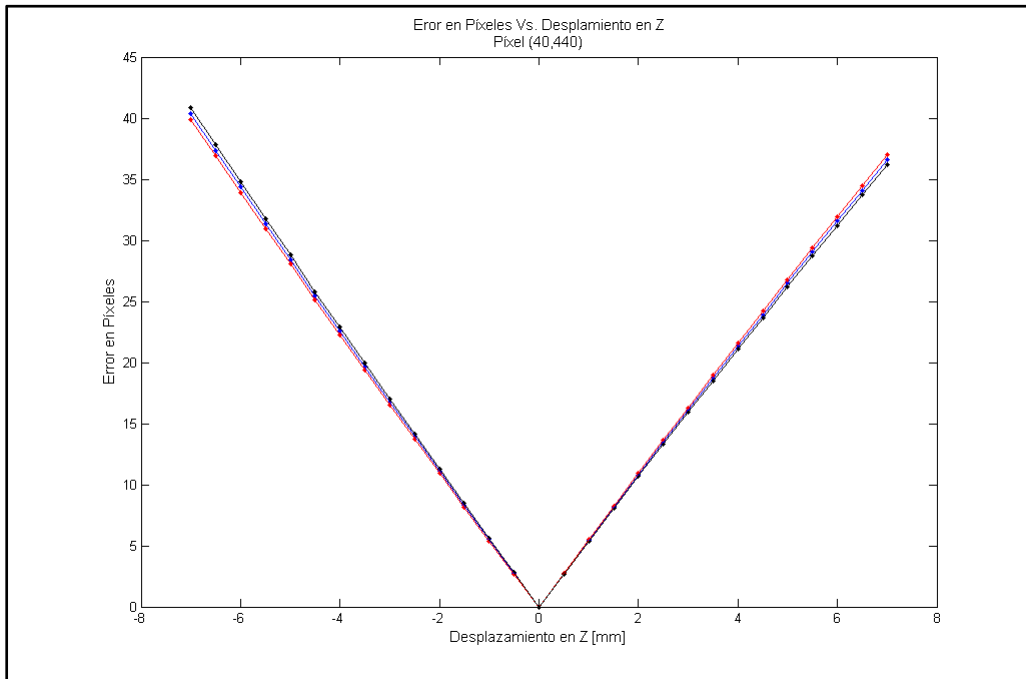


Figura 54. Error en Píxeles Vs. Desplazamiento en Z, píxel (40,440).

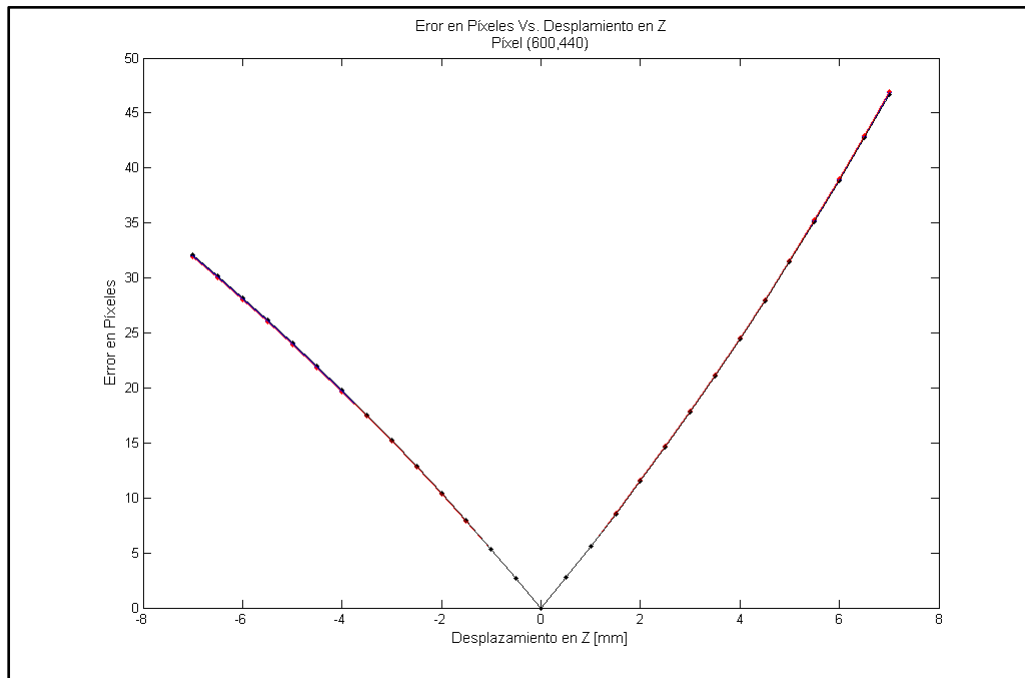


Figura 55. Error en Píxeles Vs. Desplazamiento en Z, píxel (600,440).

Se concluye que la característica no tele-céntrica introduce corrimientos del píxel al desplazar el objeto en dirección del eje óptico. Este corrimiento es fuerte en los extremos de la imagen. Si no se tienen en cuenta estos corrimientos, la medida de enfoque comparará posiciones axiales de diferentes puntos del cuerpo. Sin embargo es posible determinar el corrimiento del píxel en función de la posición axial y hacer la corrección. La importancia del procedimiento propuesto radica en que la corrección de manera exacta depende de la topografía del objeto, información que no se conoce. Sin embargo la propuesta matemática usa la aproximación de primer orden que es independiente de la forma del objeto para acercarse a la posición donde debería estar el píxel para una posición axial conocida. En el capítulo siguiente se desea validar el procedimiento en condiciones experimentales.

3. RESULTADOS EXPERIMENTALES

3.1. INTRODUCCIÓN

En este capítulo se pone a prueba el desempeño experimental de la técnica desarrollada para extender la profundidad de campo de un sistema formador de imágenes no telecéntrico, además se muestra que esta técnica permite obtener información tridimensional del objeto de estudio si se desean realizar análisis cuantitativos a la superficie del mismo.

3.2. SISTEMA FORMADOR DE IMÁGENES IMPLEMENTADO

El sistema que se implementó está formado por un objetivo **FUJINON HF35HA-1B** el cual posee una distancia focal fija, $f = 35$ mm y $d = 21.88$ mm (diámetro de la pupila de entrada, se escogió este diámetro para reducir al máximo la profundidad de campo del sistema) es decir $f/1.6$ (número f), una **CCD iVC500** con una resolución de 640 píxeles \times 480 píxeles con un tamaño de píxel de $16.5 \mu\text{m} \times 16.5 \mu\text{m}$, un sistema de desplazamiento con una precisión de $10 \mu\text{m}$, sobre el cual se ubicaron los diferentes objetos de estudio, una tarjeta **MATROX** de digitalización de imágenes y un computador **DELL DIMENSION 4600** para llevar a cabo el procesamiento digital de las imágenes adquiridas. Inicialmente se usó como objeto de estudio la superficie de un circuito integrado, el objeto se ubicó sobre el sistema de desplazamiento, se trabajó con $u = 120$ mm (distancia objeto) la cual junto con la distancia focal fija del objetivo producen $v = 49.41$ mm (distancia imagen). En total se obtuvieron $N = 29$ imágenes con un desplazamiento $\Delta z = [0.50 \pm 0.01]$ mm del objeto respecto al sistema de observación: el objeto se desplazó desde $z = -7$ mm, hasta $z = +7$ mm. En la Figura 56 se muestra la imagen adquirida por el sistema para $z = -7$ mm, en las Figuras 57 y 58 se muestran las imágenes adquiridas para $z = 0$ mm, y para $z = +7$ mm respectivamente.



Figura 56. Imagen adquirida para $z = -7.00$ mm.

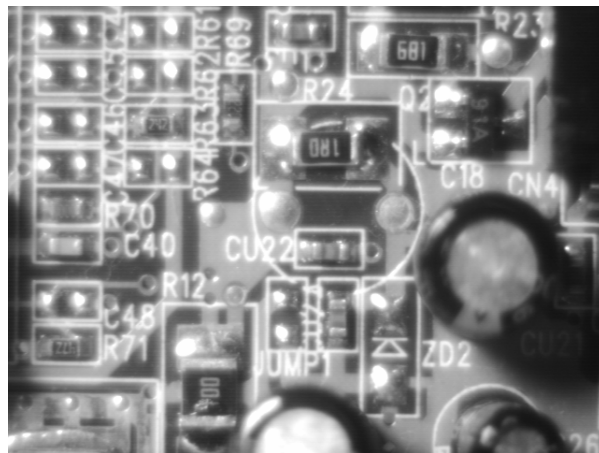


Figura 57. Imagen adquirida para $z = 0.00$ mm.

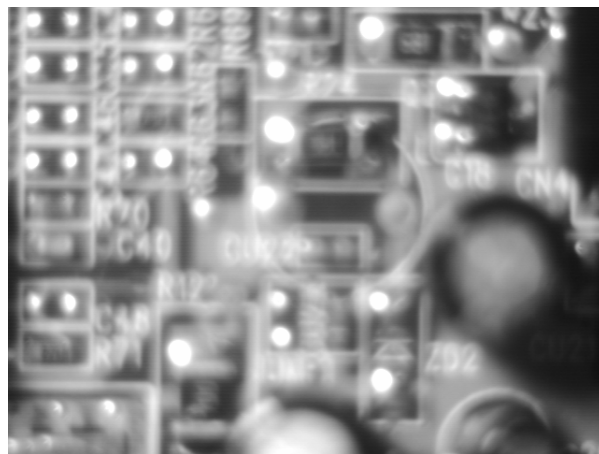


Figura 58. Imagen adquirida para $z = +7.00$ mm.

Con el objetivo de inspeccionar lo que ocurre cuando se pretende extender la profundidad de campo de un sistema no tele-céntrico, se usaron los métodos clásicos de fusión de imágenes. En la Figura 59 se muestra la imagen fusionada a partir del método de Varianza usando una ventana de 21 píxeles \times 21 píxeles; en esta imagen se aprecia el error que comete el método al no tener en cuenta que el píxel de estudio no tiene la misma posición en todo el conjunto de imágenes. En la zona central de la imagen la influencia del carácter no tele-céntrico no es apreciable y la imagen no es fuertemente degradada, hacia la periferia la situación se degrada fuertemente. En las Figuras 60 y 61 se muestran los resultados obtenidos a partir de los métodos de Tenengrad y Laplaciano respectivamente; en estos casos también se usó una ventana de 21 píxeles \times 21 píxeles.

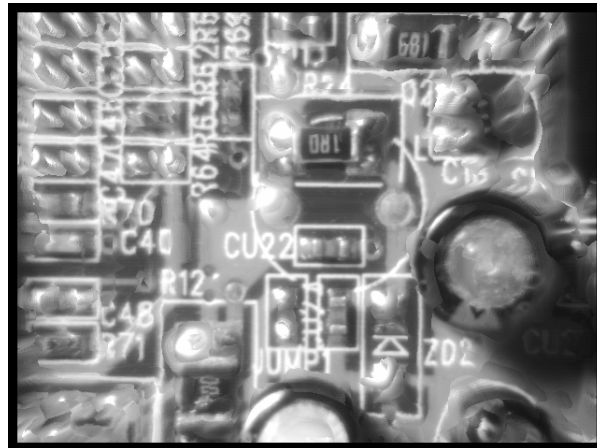


Figura 59. Imagen fusionada por el método de Varianza tamaño de la ventana, 21 píxeles \times 21 píxeles.

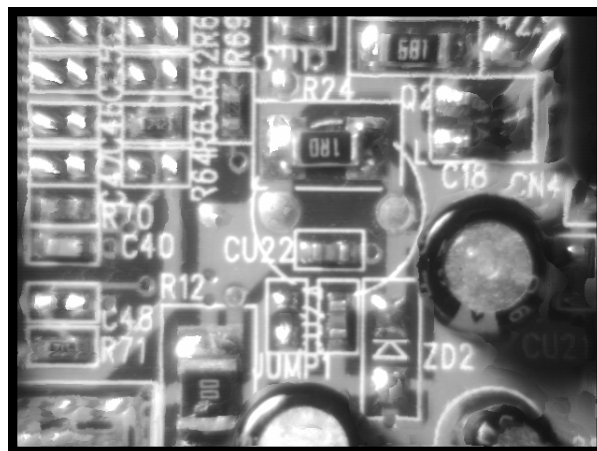


Figura 60. Imagen fusionada por el método de Tenengrad tamaño de la ventana, 21 píxeles \times 21 píxeles.

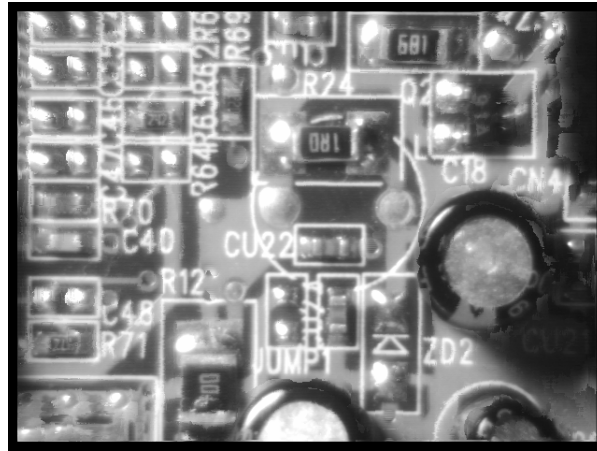


Figura 61. Imagen fusionada por el método Laplaciano tamaño de la ventana, 21 píxeles × 21 píxeles.

Los resultados anteriores muestran que los métodos de Varianza, Tenengrad y Laplaciano fallan cuando se pretende extender de forma digital la profundidad de campo de un sistema formador de imágenes no tele-céntrico (así como se mostró en el capítulo anterior). Teniendo en cuenta esto se usaron los métodos corregidos (de la misma forma que en el capítulo anterior) para que se corrigiera el error que se comete al no tener en cuenta la variación de la posición de un punto imagen, en particular cuando se realiza un desplazamiento relativo entre el objeto de estudio y el sistema de observación. Las ecuaciones (57) y (58) permiten encontrar aproximadamente esta posición, corrigiendo así los errores mencionados anteriormente.

En la Figura 62 se muestra la imagen fusionada a partir del método de Tenengrad, pero en este caso se tiene en cuenta el corrimiento de los puntos del objeto de estudio en el espacio imagen debido al cambio en el factor de ampliación del sistema formador de imágenes y en la Figura 63 se muestra la imagen fusionada a partir del método Laplaciano. En ambos casos se usó una ventana de 21 píxeles × 21 píxeles para definir la vecindad que permite calcular la medida de enfoque cuando $\Delta z = 0$, ahora bien, como se mencionó con anterioridad el tamaño de esta vecindad cambia cuando se trabaja con las demás imágenes, las cuales son adquiridas para valores $\Delta z \neq 0$.



Figura 62. Imagen fusionada por el método de Tenengrad modificado.

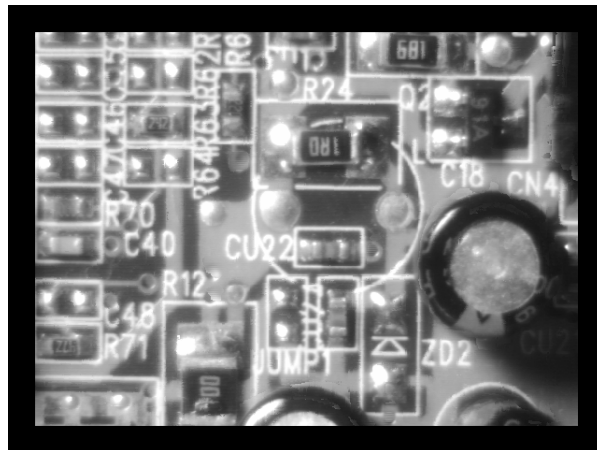


Figura 63. Imagen fusionada por el método Laplaciano modificado.

En la Figuras 62 y 63 se puede apreciar que se han corregido considerablemente los errores cometidos por los diferentes métodos y se muestra que con la aproximación dada por la ecuaciones (57) y (58) se obtienen resultados que permiten extender de forma digital la profundidad de campo de un sistema formador de imágenes no tele-céntrico. Cabe aclarar que la imagen fusionada obtenida aparece recortada debido a que algunos puntos del objeto que aparecen cuando éste se ubica en $z = 0$ mm, desaparecen del campo de observación cuando el objeto se acerca al sistema óptico. Por lo tanto sólo se analiza la región para la cual se garantiza que todos los puntos comprendidos en su interior (junto con la vecindad usada para calcular la medida de enfoque) aparecerán en todas las imágenes adquiridas. En la Figura 64 se muestra la reconstrucción tridimensional del objeto de estudio la cual se llevó a cabo siguiendo el procedimiento descrito en el capítulo 1.

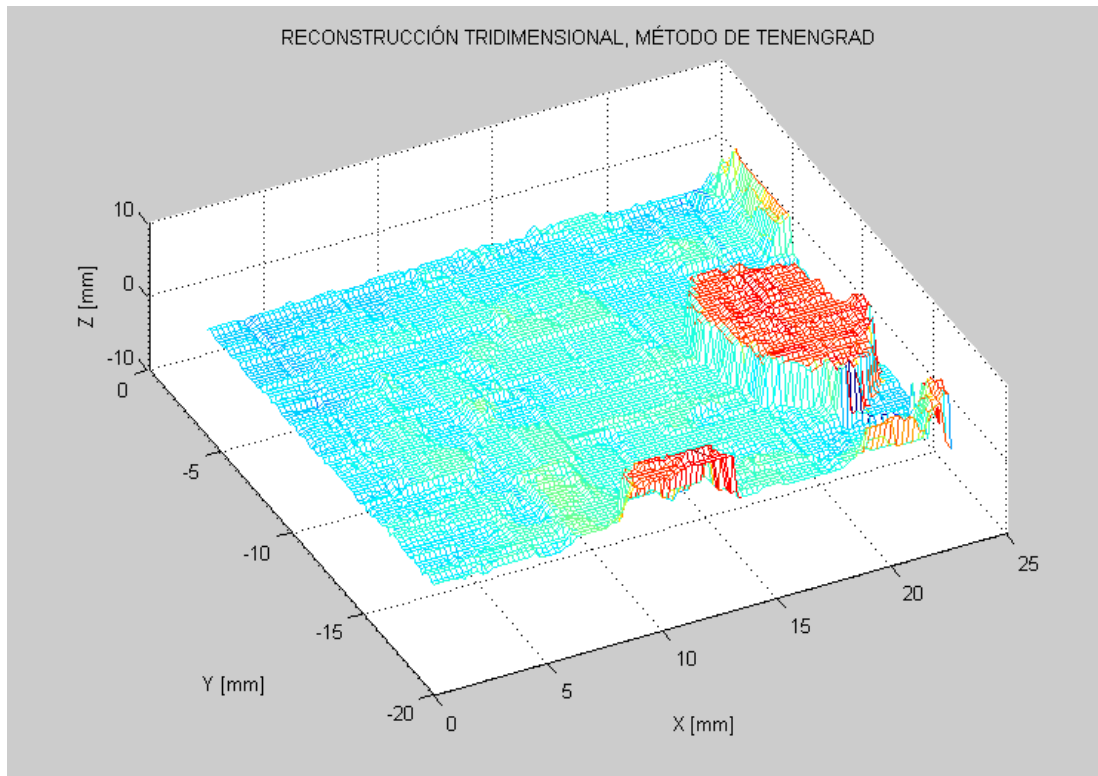
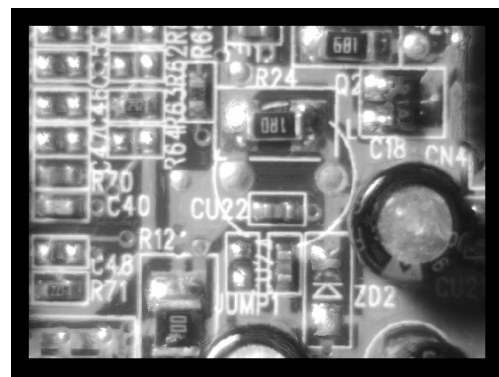


Figura 64. Reconstrucción tridimensional del objeto de estudio por el método de Tenengrad modificado.

Por otra parte se ha querido mostrar cómo influye el tamaño de ventana seleccionada en la calidad de la imagen fusionada obtenida y comparar los resultados obtenidos por los métodos de Tenengrad clásico y Tenengrad modificado. En la Figura 65 se muestran los resultados obtenidos por cada uno de los métodos usando diferentes tamaños de ventana.

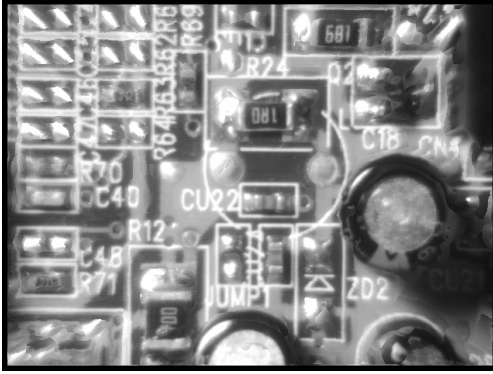


(a)

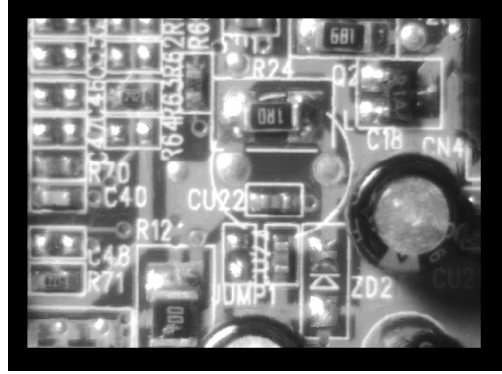


(b)

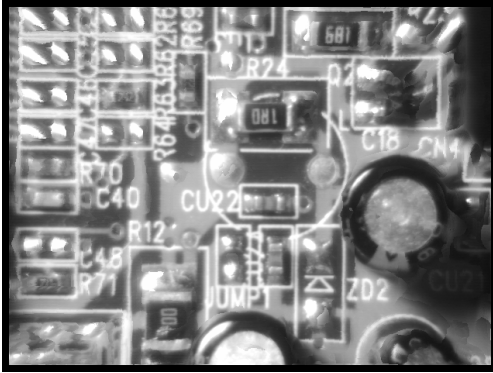
APROXIMACIÓN DIGITAL A LA PROFUNDIDAD DE CAMPO EXTENDIDA EN SISTEMAS FORMADORES DE IMÁGENES: APLICACIONES EN METROLOGÍA



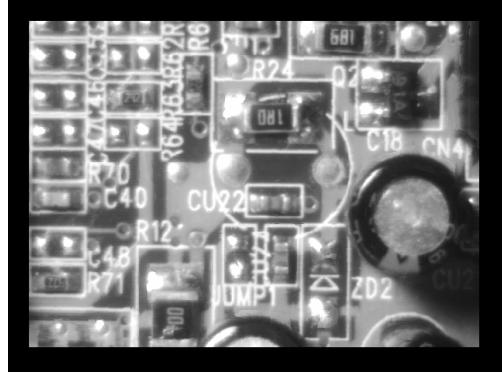
(c)



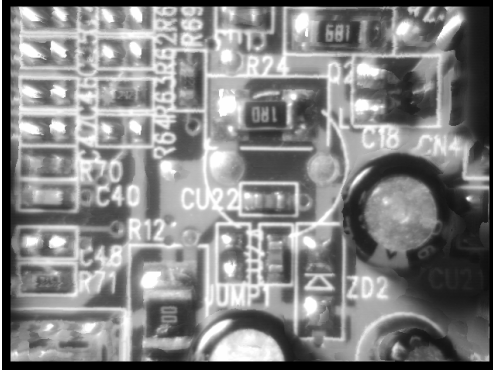
(d)



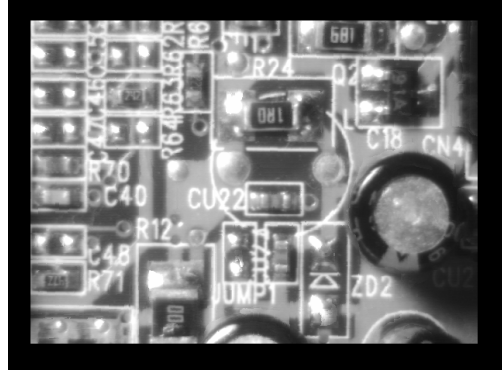
(e)



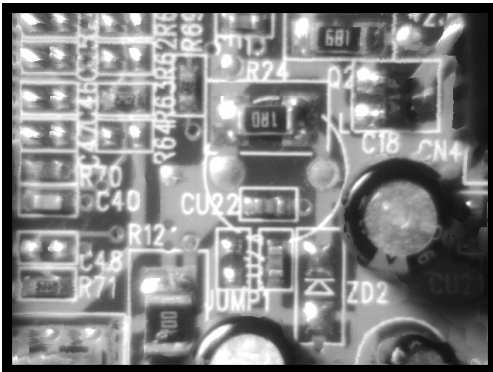
(f)



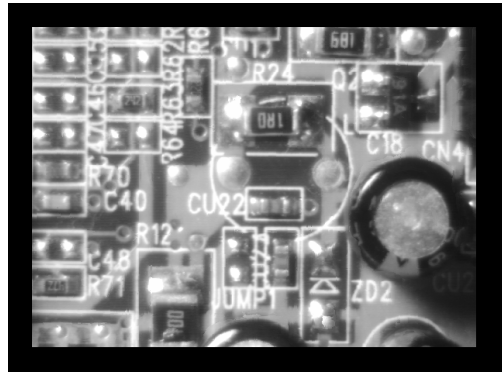
(g)



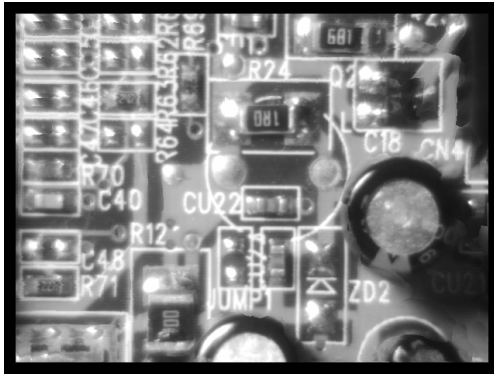
(h)



(i)



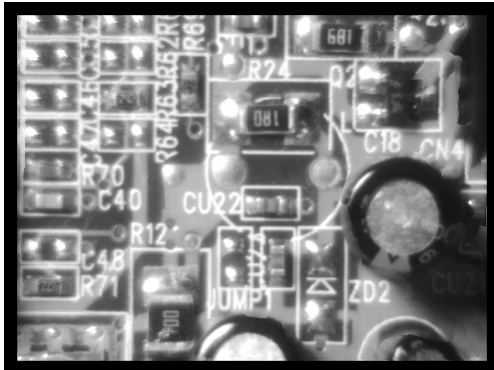
(j)



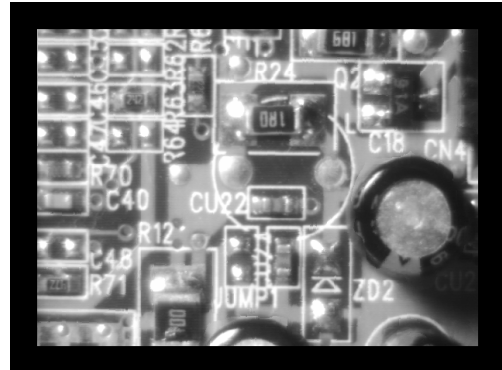
(k)



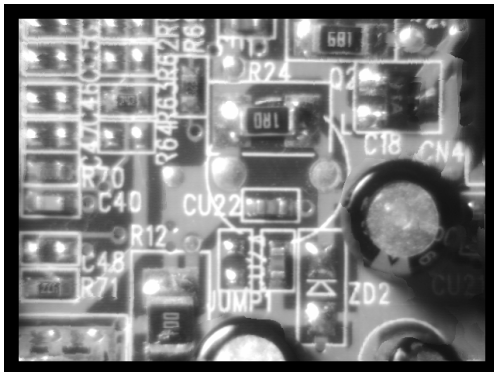
(l)



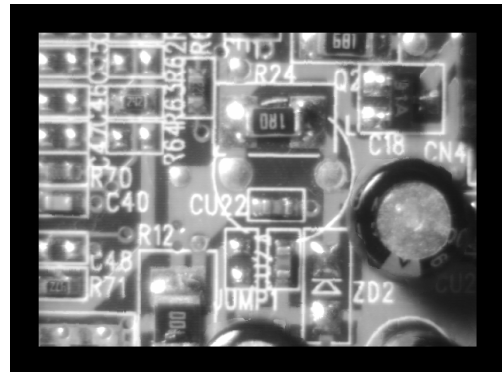
(m)



(n)



(o)

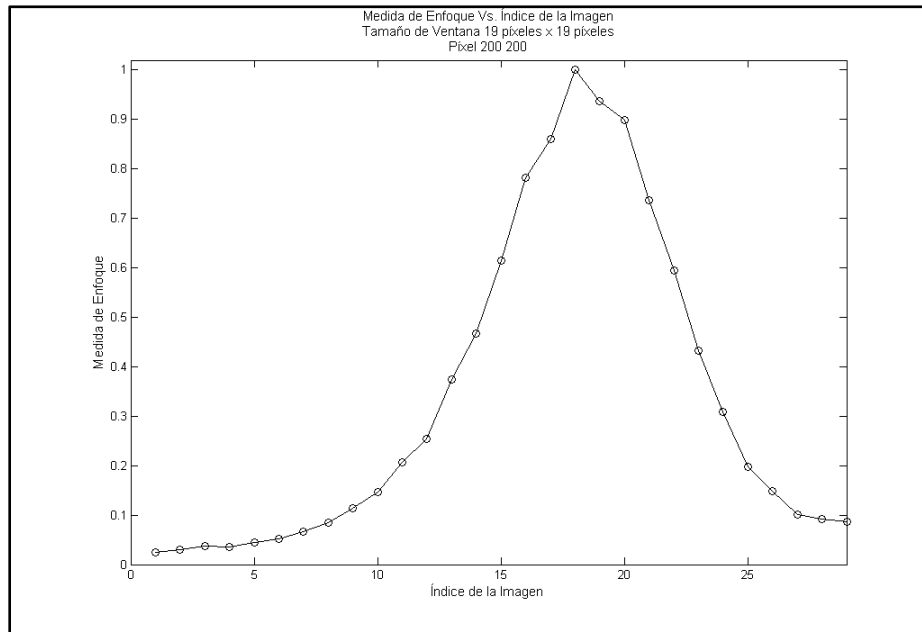


(p)

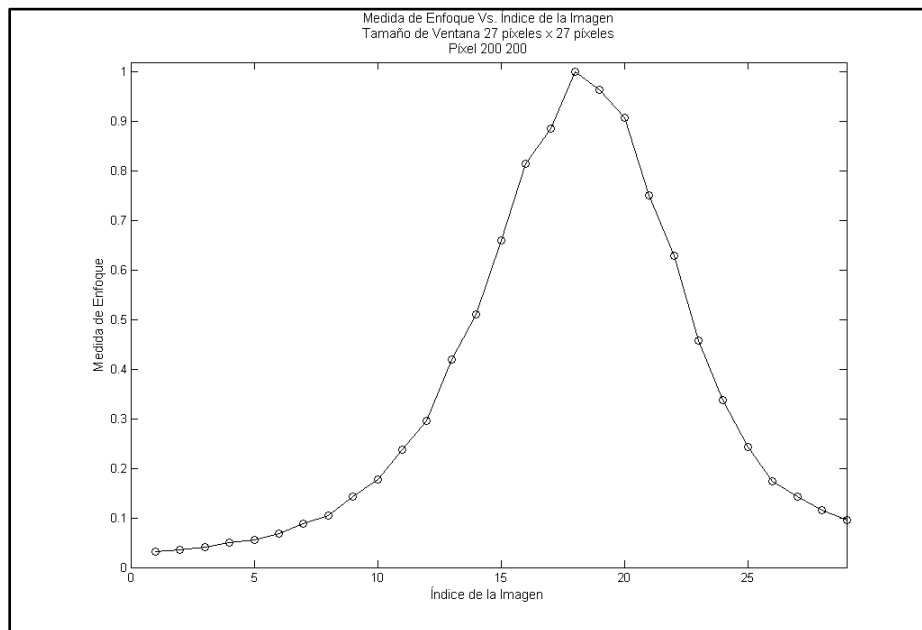
Figura 65. Imágenes fusionadas para diferentes tamaños de ventana: (a) y (b) 11 píxeles \times 11 píxeles, (c) y (d) 15 píxeles \times 15 píxeles, (e) y (f) 19 píxeles \times 19 píxeles, (g) y (h) 23 píxeles \times 23 píxeles, (i) y (j) 27 píxeles \times 27 píxeles, (k) y (l) 31 píxeles \times 31 píxeles, (m) y (n) 35 píxeles \times 35 píxeles, (o) y (p) 39 píxeles \times 39 píxeles.

En la Figura 65 las imágenes de la columna izquierda (imágenes (a), (c), (e), (g), (i), (k), (m), (o)) hacen referencia a las imágenes fusionadas por el método de Tenengrad clásico, en tanto que las imágenes de la columna derecha (imágenes (b), (d), (f), (h), (j), (l), (n), (p)) hacen referencia a las imágenes fusionadas por el método de Tenengrad modificado.

En esta figura se muestra que tanto más pequeño sea el tamaño de la ventana más grande es el error que comete el método clásico, este error se hace más evidente hacia los bordes de las imágenes. Por otra parte el tamaño de la ventana no parece afectar los resultados del método modificado como era de esperarse. En la figura 66 se muestran las medidas de enfoque que se obtienen a partir del método modificado usando diferentes tamaños de ventana, en este caso el píxel de estudio se encuentra en la posición (200,200) cuando $\Delta z = 0$.

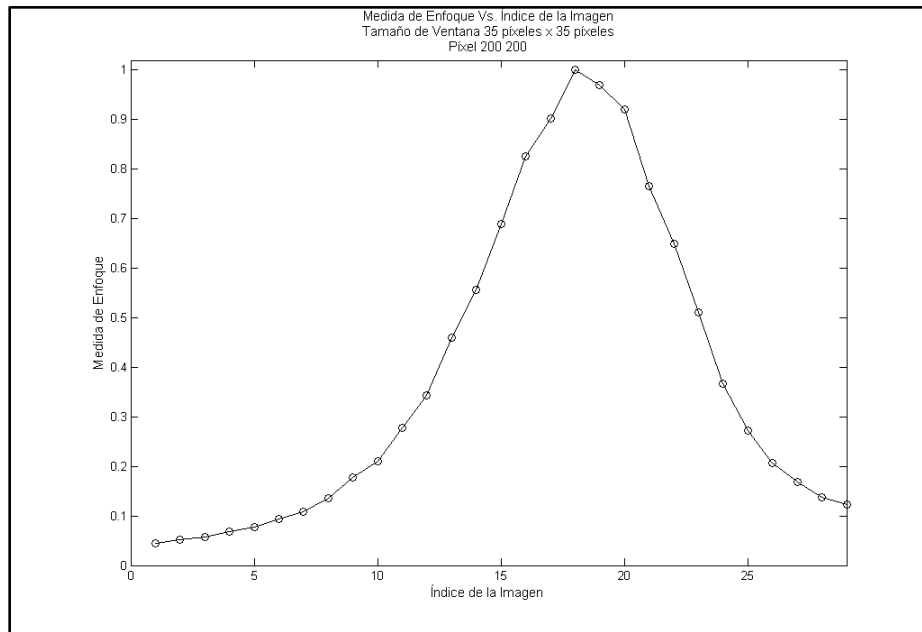


(a)

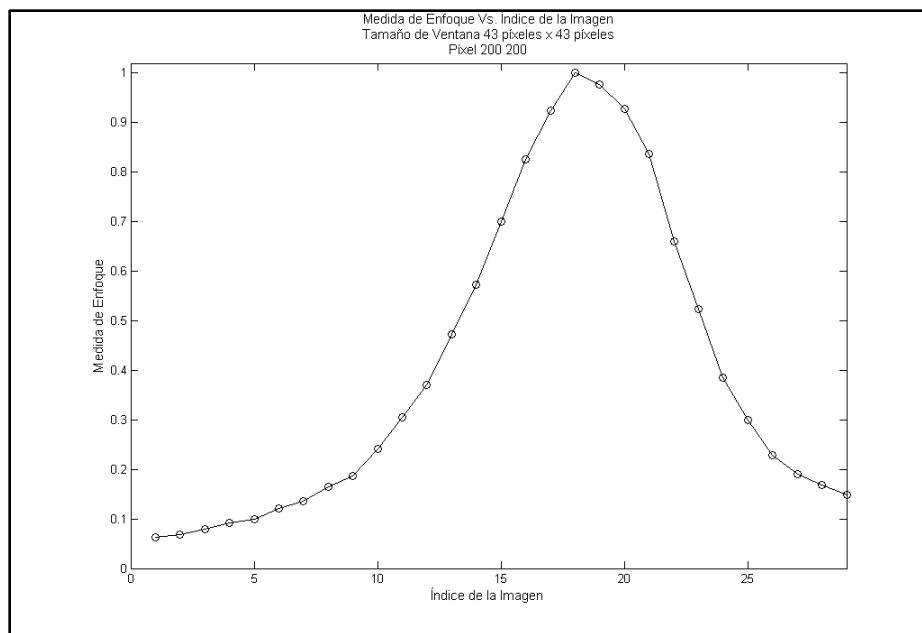


(b)

APROXIMACIÓN DIGITAL A LA PROFUNDIDAD DE CAMPO EXTENDIDA EN SISTEMAS FORMADORES DE IMÁGENES: APLICACIONES EN METROLOGÍA



(c)



(d)

Figura 66. Medida de enfoque para diferentes tamaños de ventana: (a) 19 píxeles × 19 píxeles, (b) 27 píxeles × 27 píxeles, (c) 35 píxeles × 35 píxeles, (d) 43 píxeles × 43 píxeles.

En la figura anterior se puede apreciar que el máximo de la medida de enfoque para el píxel ubicado en (200,200) se encuentra en la misma posición (en este caso en la imagen con índice 18) independientemente del tamaño de la ventana seleccionada.

Usando parámetros ópticos similares a los descritos anteriormente se realizó el análisis de otro objeto, en este caso, $u = 120$ mm (distancia objeto), $f = 35$ mm (distancia focal), $d = 21.88$ mm (diámetro de la pupila de entrada), y $v = 49.41$ mm, en este caso se obtuvieron $N = 41$ imágenes, con un desplazamiento $\Delta z = [0.50 \pm 0.01]$ mm, el objeto se desplazó desde $z = -10.00$ mm, hasta $z = +10.00$ mm, en la Figura 67 se muestra la imagen adquirida para $z = -10.00$ mm, y en las Figuras 68 y 69 se muestran las imágenes adquiridas para $z = 0.00$ mm y para $z = +10.00$ mm respectivamente.

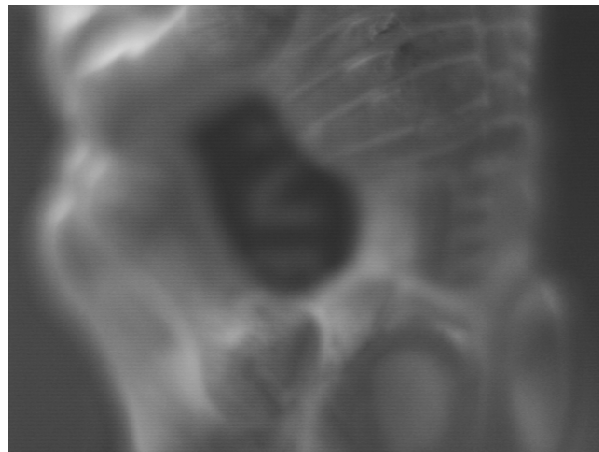


Figura 67. Imagen adquirida para $z = -10.00$ mm.



Figura 68. Imagen adquirida para $z = 0.00$ mm.

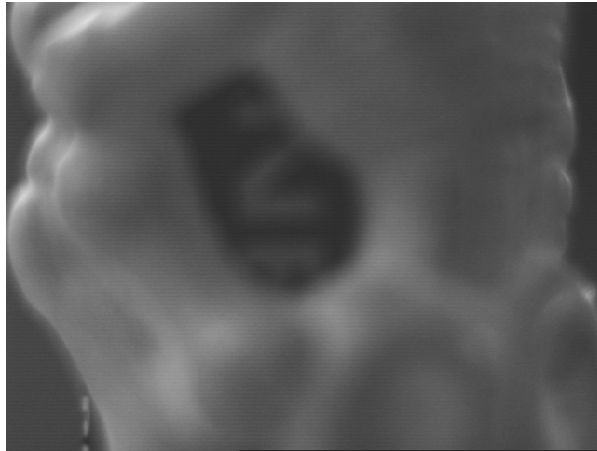


Figura 69. Imagen adquirida para $z = +10.00$ mm.

En la Figura 70 se muestra la imagen fusionada por el método de Tenengrad modificado y en la Figura 71 se muestra la reconstrucción tridimensional del objeto de estudio.

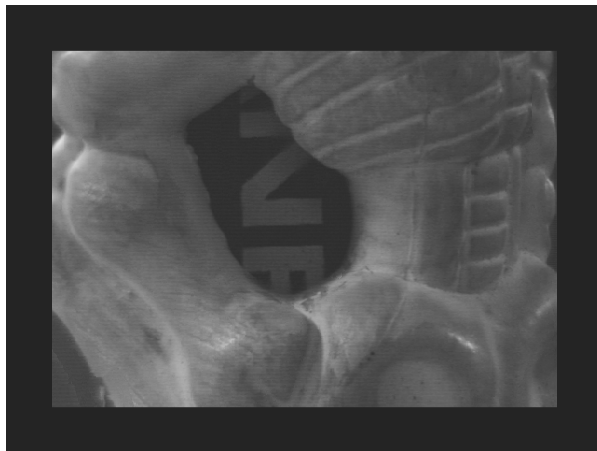


Figura 70. Imagen fusionada por el método de Tenengrad modificado.

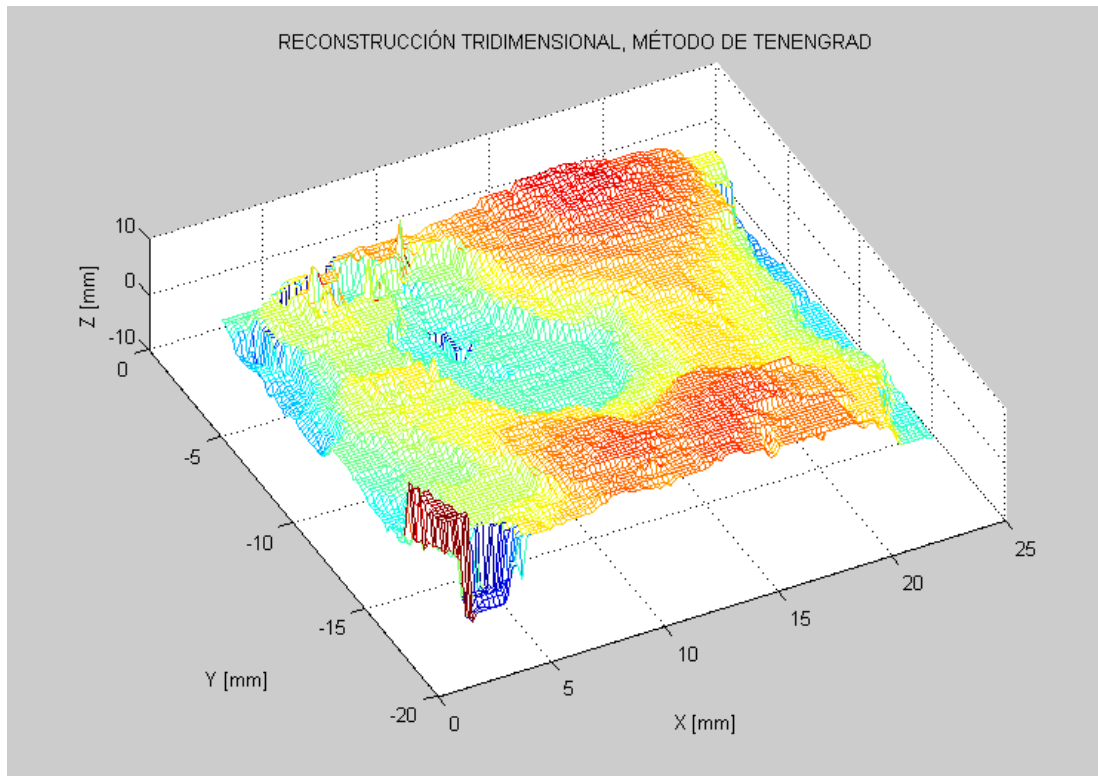


Figura 71. Reconstrucción tridimensional del objeto de estudio.

Por otra parte se realizaron análisis a una muestra de roca extraída del pozo petrolero CAGUI-1, en este caso, $u = 135$ mm (distancia objeto), $f = 35$ mm (distancia focal), $d = 21.88$ mm (diámetro de la pupila de entrada), y $v = 47.25$ mm, en este caso se obtuvieron $N = 41$ imágenes, con un desplazamiento $\Delta z = [0.50 \pm 0.01]$ mm, el objeto se desplazó desde $z = -10.00$ mm, hasta $z = +10.00$ mm, en la Figura 72 se muestra la imagen adquirida para $z = -10.00$ mm, y en las Figuras 73 y 74 se muestran las imágenes adquiridas para $z = 0.00$ mm y para $z = +10.00$ mm respectivamente.

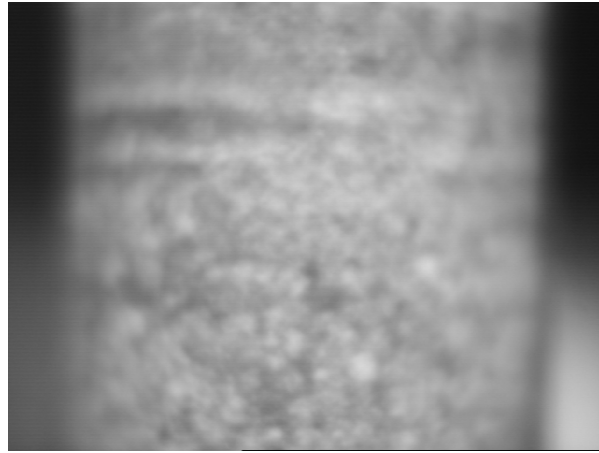


Figura 72. Imagen adquirida para $z = -10.00$ mm.



Figura 73. Imagen adquirida para $z = 0.00$ mm.

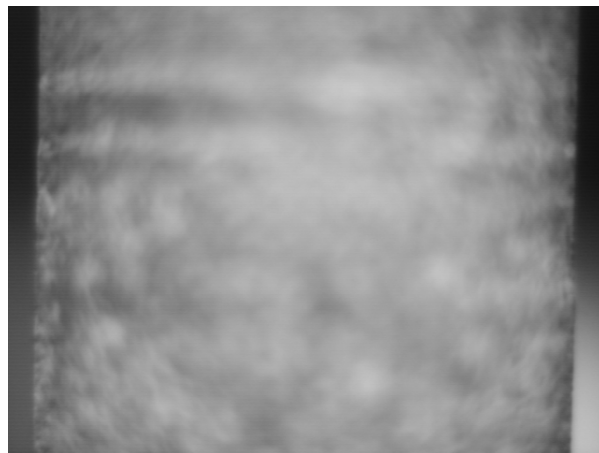


Figura 74. Imagen adquirida para $z = +10.00$ mm.

En la Figura 75 se muestra la imagen fusionada por el método de Tenengrad modificado y en la figura 76 se muestra la reconstrucción tridimensional del objeto de estudio.

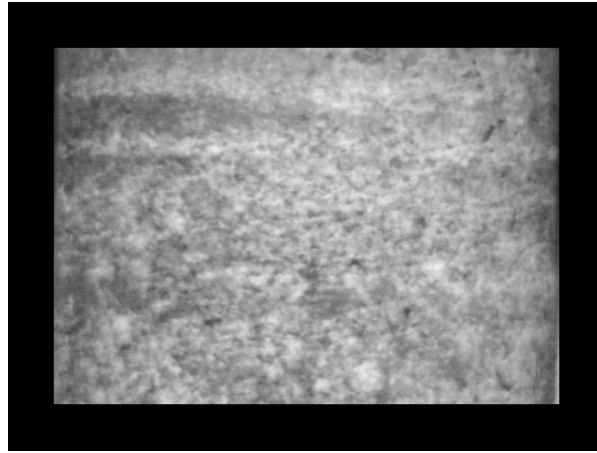


Figura 75. Imagen fusionada por el método de Tenengrad modificado.

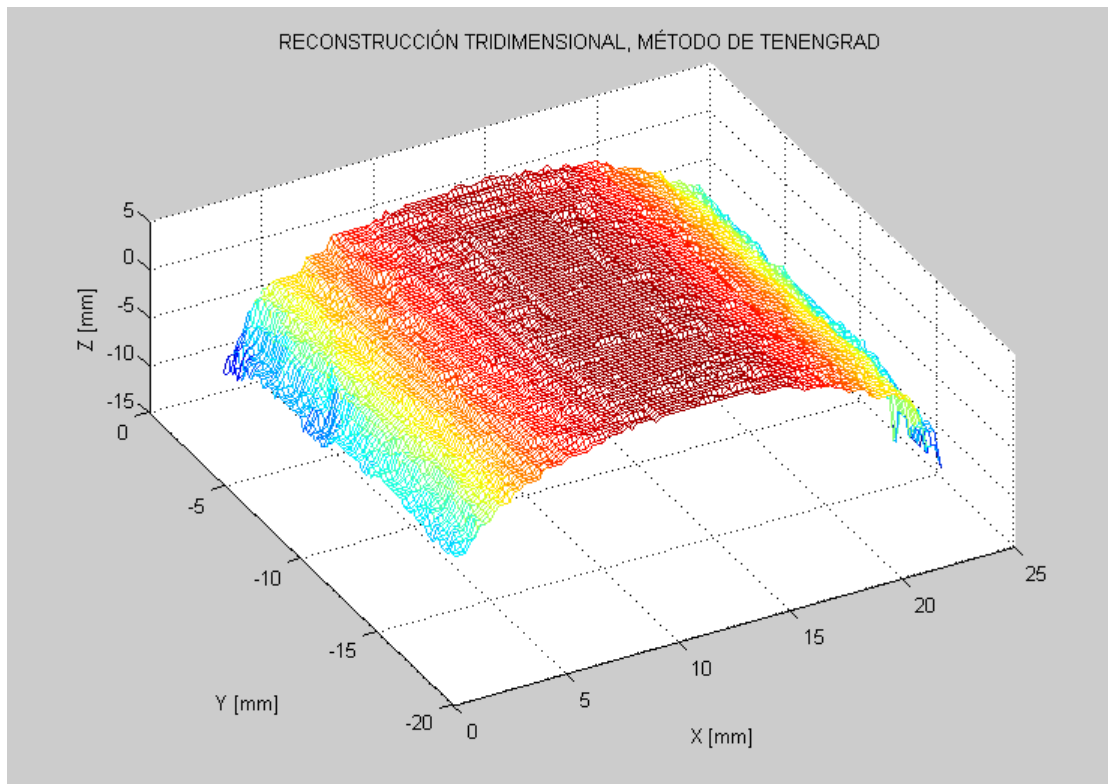


Figura 76. Reconstrucción tridimensional del objeto de estudio.

Desde la Figura 77 hasta la Figura 81 se muestran los resultados obtenidos usando los mismos parámetros descritos anteriormente y con una roca como objeto de estudio.

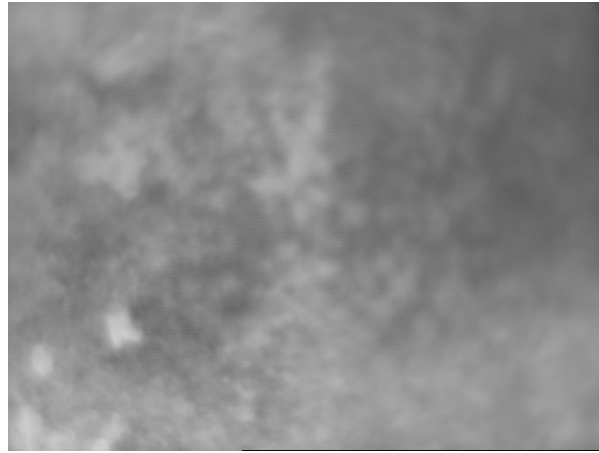


Figura 77. Imagen adquirida para $z = -10.00$ mm.

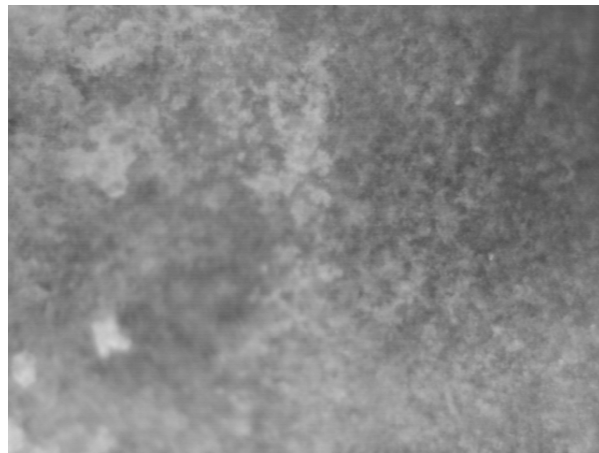


Figura 78. Imagen adquirida para $z = 0.00$ mm.

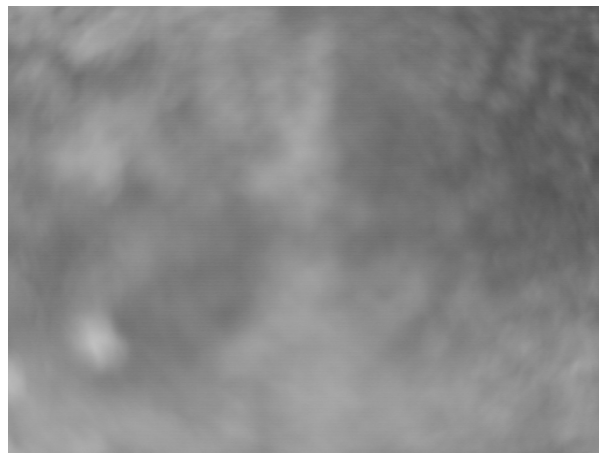


Figura 79. Imagen adquirida para $z = +10.00$ mm.

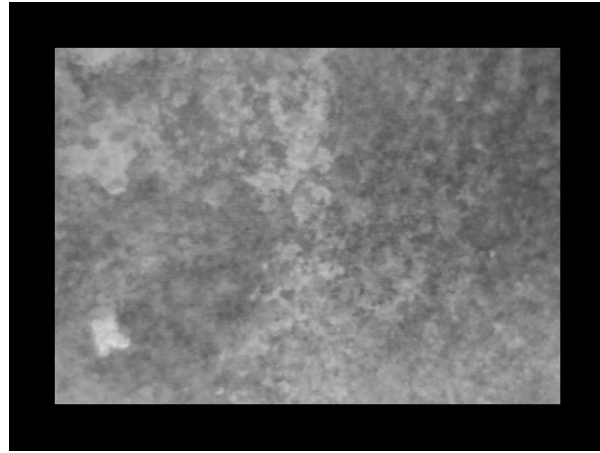


Figura 80. Imagen fusionada por el método de Tenengrad modificado.

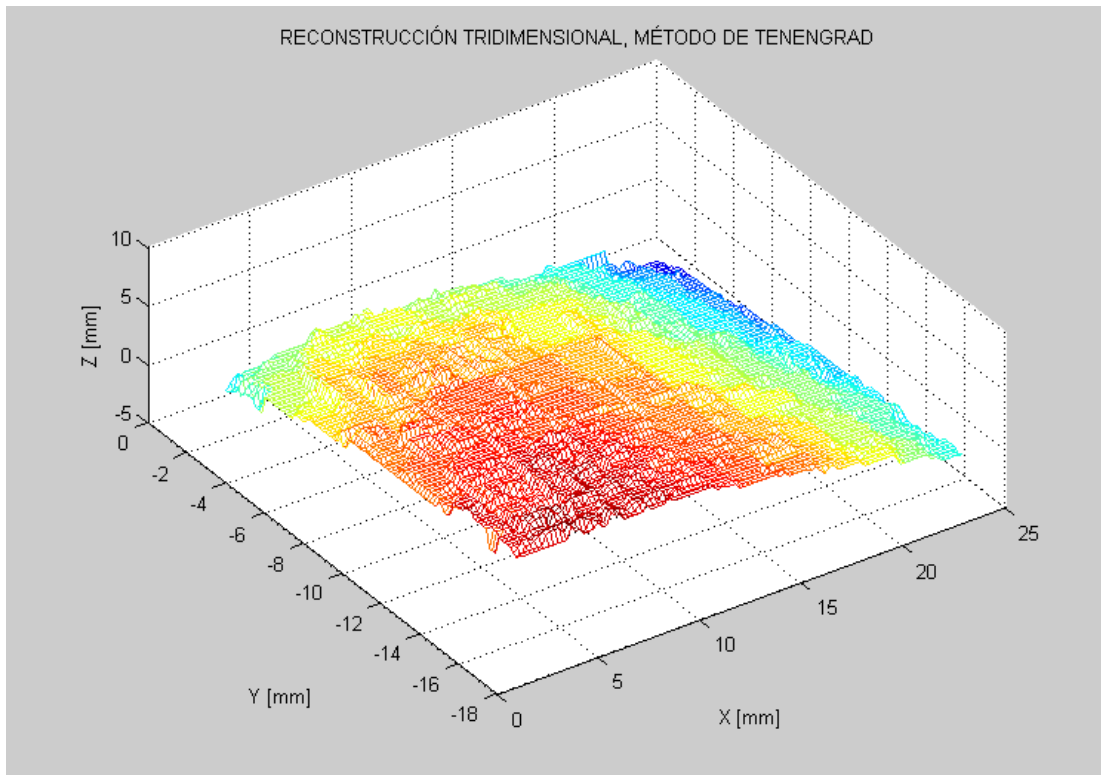


Figura 81. Reconstrucción tridimensional del objeto de estudio.

4. CONCLUSIONES

Con el desarrollo del presente trabajo se concluye que:

Se realizó un estudio teórico experimental de los métodos de Varianza, Tenengrad Laplaciano y Transformada Wavelet, los cuales permiten extender de manera digital la profundidad de campo de un sistema tele-céntrico. El sistema implementado en este caso permite obtener información tridimensional del objeto de estudio con una resolución que está relacionada con la profundidad de campo del sistema, tanto más pequeña es la profundidad de campo mayor será la resolución.

Se evaluó el desempeño de los métodos mencionados anteriormente y se analizaron las condiciones experimentales necesarias para que éstos permitan extender de forma digital la profundidad de campo de un sistema tele-céntrico.

Se desarrolló y presentó una técnica, basada en la aproximación de primer orden, que permite extender digitalmente la profundidad de campo de un sistema no tele-céntrico.

Se simuló la adquisición de imágenes a través de un sistema no tele-céntrico y se demostró gracias a ella que los métodos de Varianza, Tenengrad y Laplaciano fallan cuando se pretende extender la profundidad de campo del mismo. De igual manera se evaluó el desempeño de la técnica propuesta, basada en la aproximación de primer orden.

Se diseñó y construyó un sistema no tele-céntrico con el cual se pusieron a prueba los métodos de fusión de imágenes (Varianza, Tenengrad y Laplaciano) y se demostró experimentalmente que éstos fallan cuando se pretende extender de forma digital la profundidad de campo del mismo, de igual manera se puso a prueba la técnica desarrollada. Los resultados obtenidos demuestran que ésta permite extender la profundidad de campo de un sistema no tele-céntrico, se mostró que se hace necesario conocer ciertos parámetros ópticos del sistema para que se pueda aplicar la técnica, pero al mismo tiempo gracias a estas condiciones es posible obtener información tridimensional de los objetos de estudio. De igual forma se demostró experimentalmente que la aproximación propuesta para sistemas no tele-céntricos es muy robusta a la

selección del tamaño de la ventana. Esto implica usar ventanas pequeñas para reducir el espacio no útil de la imagen fusionada.

REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

1. Campbell, F.W., and Green, D.G. 1965. "Optical and Retinal Factors Affecting Visual Resolution," *J. Physiol.* 181:576–593.
2. Jacobson, Ralph E. 2000. "Fundamentals of light and vision." In *The Manual of Photography*, 9th ed. Oxford: Focal Press.
3. Williams, John B. 1990. *Image Clarity: High-Resolution Photography*. Boston: Focal Press.
4. Hansma, Paul K. 1996. "View Camera Focusing in Practice," *Photo Techniques*, March/April 1996, 54–57.
5. E. Ben-Eliezer, Z. Zalevsky, E. Marom, and N. Konforti, "All-optical extended depth of field imaging system," *J. Opt. A: Pure Appl. Opt.* 5, 164–169 (2003).
6. Q. Yang, L. Liu, and J. Sun, "Optimized phase pupil masks for extended depth of field," *Opt. Comm.* 272, 56–66 (2007).
7. M. Cohen, G. Cauwenberghs, and M. A. Vorontsov, "Image sharpness and beam focus VLSI sensors for adaptive optics," *IEEE Sens. J.* 2, 680–690 (2002).
8. S. C. Tucker, W. T. Cathey, and E. R. Dowski, Jr., "Extended depth of field and aberration control for inexpensive digital microscope systems," *Opt. Express* 4, 467–474 (1999).
9. J. van der Gracht, V. P. Pauca, H. Setty, R. Narayanswamy, R. J. Plemmons, S. Prasad, and T. Torgersen, "Iris recognition with enhanced depth-of-field image acquisition," *Proc. SPIE* 5438, 120–129 (2004).
10. Q. Yang, L. Liu, J. Sun, Y. Zhu, and W. Lu, "Analysis of optical systems with extended depth of field using the Wigner distribution function," *Appl. Opt.* 45, 8586–8595 (2006).
11. P. Potuluri, M. R. Fetterman, and D. J. Brady, "High depth of field microscopic imaging using an interferometric camera," *Opt. Express* 8, 624–630 (2001).
12. A. Castro and J. Ojeda-Castañeda, "Asymmetric phase masks for extended depth of field," *Appl. Opt.* 43, 3474–3479 (2004).

13. Q. Li, S. Liao, H. Wei, and M. Shen, "Restoration of solar and star images with phase diversity-based blind deconvolution," *Chin. Opt. Lett.* 5, 201–203 (2007).
14. M. Van Noort, L. R. Van Der Voort, and M. G. Lofdahl, "Solar image restoration by use of multi-frame blind deconvolution with multiple objects and phase diversity," *Sol. Phys.* 228, 191–215 (2005).
15. A. G. Valdecasas, D. Marshall, J. M. Becerra, and J. J. Terrero, "On the extended depth of focus algorithms for bright field microscopy," *Micron* 32, 559–569 (2001).
16. B. Forster, D. van de Ville, J. Berent, D. Sage, and M. Unser, "Complex wavelet for extended depth-of-field: a new method for the fusion of multichannel microscopy images," *Microsc. Res. and Tech.* 65, 33–42 (2004).
17. L. Ghouti, A. Bouridane, and M. Ibrahim, "Improved image fusion using balanced multiwavelets," in *Proceedings of 12th European Signal Processing Conference (EUSIPCO, 2004)*, pp. 57–60.
18. I. De and B. Chanda, "A simple and efficient algorithm for multifocus image fusion using morphological wavelets," *Signal Process.* 86, 924–936 (2006).
19. R. J. Pieper and A. Korpel, "Image processing for extended depth of field," *Appl. Opt.* 22, 1449–1453 (1983).
20. S. A. Sugimoto and Y. Ichioka, "Digital composition of images with increased depth of focus considering depth information," *Appl. Opt.* 24, 2076–2080 (1985).
21. N. Goldsmith, "Deep focus: a digital image processing technique to produce improved focal depth in light microscopy," *Image Anal. Stereol.* 19, 163–167 (2000).
22. Jaime Meneses, Miguel A. Suarez, José Braga, and Tijani Gharbi. "Extended depth of field using shapelet-based image analysis." *Applied Optics* 47 No. 2 169-178 (2008)
23. J. Goodman, *Introduction to Fourier Optics* (McGraw-Hill,1996).