

**OPTIMIZACIÓN GEOMÉTRICA DE CUBIERTAS CON ESTRUCTURAS TIPO  
CASCARÓN PARA MINIMIZAR LA INTENSIDAD DE LA RADIACIÓN SOLAR**

**OLMAN SNEYDER RINCON GAVIRIA**

**UNIVERSIDAD INDUSTRIAL DE SANTANDER  
FACULTAD DE INGENIERIAS FISICOMECAICAS  
ESCUELA DE INGENIERIA CIVIL  
BUCARAMANGA**

**2013**

**OPTIMIZACIÓN GEOMÉTRICA DE CUBIERTAS CON ESTRUCTURAS TIPO  
CASCARÓN PARA MINIMIZAR LA INTENSIDAD DE LA RADIACIÓN SOLAR**

**OLMAN SNEYDER RINCON GAVIRIA**

Trabajo de Grado en la modalidad de investigación para optar al título de  
**Ingeniero Civil**

DIRECTOR

**OSCAR JAVIER BEGAMBRE CARRILLO**

Ingeniero Civil, Ms. C., Ph. D.

CODIRECTOR

**LEONARDO MORENO DE LUCA**

Ingeniero Civil, Ms. C.

**UNIVERSIDAD INDUSTRIAL DE SANTANDER  
FACULTAD DE INGENIERIAS FISICOMECAICAS  
ESCUELA DE INGENIERIA CIVIL  
BUCARAMANGA**

**2013**

## **AGRADECIMIENTOS**

Le agradezco a mi Director por permitirme desarrollar este proyecto debido a su campo de aplicación. A mi Codirector que siempre me apoyo en el desarrollo de este trabajo con sus conocimientos y orientaciones las cuales fueron facilitando el desarrollo del presente proyecto.

A mis amigos, familiares y demás personas que siempre estuvieron presentes, dándome su apoyo incondicional con el único motivo de ver cumplir mis metas.

Al instituto de Hidrología, Meteorología y Estudios Ambientales (IDEAM) por la toma de datos y el desarrollo del “Atlas de Radiación Solar de Colombia” y al Sistema de información Ambiental de Colombia (SIAC) por hacer pública la información.

## **DEDICATORIA**

*A Dios por darme sabiduría y fortaleza para el desarrollo del presente trabajo.  
A mis padres, Luz Elena Gaviria M. y Olman de Jesús Rincon M., quienes han  
sido fuente de inspiración para seguir adelante en mi proceso de formación*

## TABLA DE CONTENIDO

### INTRODUCCIÓN

<b>1. OBJETIVOS .....</b>	<b>16</b>
1.1. Objetivo general .....	16
1.2. Objetivos específicos .....	16
<b>2. DEFINICIÓN Y GENERACIÓN DE SUPERFICIES NURBS .....</b>	<b>17</b>
2.1. Validación de superficies NURBS .....	21
<b>3. CÁLCULO DE LA RADIACIÓN SOLAR .....</b>	<b>23</b>
3.1. Cálculo del componente de la radiación solar directa y difusa .....	23
3.2. Validación del procedimiento de cálculo de la radiación global diaria (promedio mensual) sobre una superficie inclinada .....	26
3.3. Evaluación de la radiación solar directa, difusa y reflejada, sobre una superficie inclinada.....	27
3.3.1. Radiación directa.....	28
3.3.2. Radiación difusa .....	30
3.3.3. Radiación reflejada .....	31
<b>4. ALGORITMO DE OPTIMIZACIÓN .....</b>	<b>32</b>
4.1. Validación del proceso de optimización .....	34
<b>5. HERRAMIENTA DE OPTIMIZACIÓN GEOMÉTRICA DE CUBIERTAS CON ESTRUCTURA TIPO CASCARÓN PARA MINIMIZAR LA INTENSIDAD DE LA RADIACIÓN SOLAR (HOGMIRS).....</b>	<b>36</b>
5.1. Definición de la función objetivo.....	37

<b>6.</b>	<b>EJEMPLOS .....</b>	<b>39</b>
6.1.	Convergencia de HOGMIRS.....	39
6.2.	Aplicación de HOGMIRS.....	44
<b>7.</b>	<b>CONCLUSIONES .....</b>	<b>47</b>
<b>8.</b>	<b>REFERENCIAS BIBLIOGRAFICAS .....</b>	<b>48</b>

## LISTA DE TABLAS

<b>Tabla 1.</b> Resultados obtenidos para el cálculo de la radiación global diaria media mensual con el simulador de la Universidad de Jaén, y con el código propuesto.....	27
<b>Tabla 2.</b> Resultados finales de las tres corridas de HOGMIRS.....	41

## LISTA DE FIGURAS

<b>Figura 1.</b> Superficie NURBS de grado 2.....	17
<b>Figura 2.</b> Superficie NURBS para grado 1.....	18
<b>Figura 3.</b> Diagrama de flujo para la generación de superficies NURBS.....	20
<b>Figura 4.</b> Definición de la malla de control para la superficie NURBS de validación. El número en paréntesis corresponde a la altura del nodo.....	21
<b>Figura 5.</b> Superficie NURBS de validación, generada con el software Rhinoceros.....	22
<b>Figura 6.</b> Superficie NURBS de validación, generada con el código de MatLab desarrollado.....	22
<b>Figura 7.</b> Distribución de la radiación (global) solar horaria para el solsticio de verano en la ciudad de Bucaramanga, Colombia.....	25
<b>Figura 8.</b> Discretización de la Figura 6, por medio de superficies planas.....	28
<b>Figura 9.</b> Definición de ángulos y coordenadas de referencia para el cálculo de la radiación solar directa sobre un plano inclinado.....	29
<b>Figura 10.</b> Componente isotrópica, circunsolar y del horizonte de la radiación difusa.....	30
<b>Figura 11.</b> Diagrama de flujo del PSO.....	33
<b>Figura 12.</b> Gráfica de la función de Rosenbrock con su mínimo global.....	35
<b>Figura 13.</b> Comportamiento de la mejor partícula del algoritmo PSO desarrollado, para la función de Rosenbrock.....	35
<b>Figura 14.</b> Componentes de HOGMIRS.....	36
<b>Figura 15.</b> Irradiación solar media diaria mensual para una superficie inclinada hacia el Sur del lugar.....	37
<b>Figura 16.</b> Irradiación solar media diaria mensual para una superficie inclinada hacia el Norte del lugar.....	38
<b>Figura 17.</b> Comportamiento de la mejor partícula para las tres corridas del HOGMIRS.....	40
<b>Figura 18.</b> Resultado final para la primera corrida del HOGMIRS.....	41

<b>Figura 19.</b> Resultado final para la segunda corrida del HOGMIRS.....	42
<b>Figura 20.</b> Resultado final para la tercera corrida del HOGMIRS.....	42
<b>Figura 21.</b> Ejemplo de una superficie inicial con la que inicia el PSO, generada aleatoriamente (correspondiente al ejemplo de convergencia).....	43
<b>Figura 22.</b> Ejemplo de una superficie inicial discretizada, con la que inicia el PSO, generada aleatoriamente (correspondiente al ejemplo de aplicación).....	44
<b>Figura 23.</b> Comportamiento de la mejor partícula para el ejemplo de aplicación de HOGMIRS.....	45
<b>Figura 24.</b> Resultado final obtenido por medio de HOGMIRS para el ejemplo de aplicación.....	45
<b>Figura 25.</b> Cubierta tipo cascarón (modelada en el software Rhinoceros) correspondiente a la cubierta final discretizada, obtenida por HOGMIR.....	46

## RESUMEN

**TÍTULO: OPTIMIZACIÓN GEOMÉTRICA DE CUBIERTAS CON ESTRUCTURA TIPO CASCARÓN PARA MINIMIZAR LA INTENSIDAD DE LA RADIACIÓN SOLAR<sup>1</sup>**

**AUTOR: OLMAN SNEYDER RINCON GAVIRIA<sup>2</sup>**

**PALABRAS CLAVES:** Optimización, Particle Swarm Optimization, Radiación Solar, Superficies NURBS.

### **DESCRIPCIÓN:**

Durante la fase conceptual del diseño de un objeto arquitectónico, es frecuente que surjan ciertas dificultades cuando se desea incluir, como herramienta de diseño, un proceso de optimización. Estas dificultades se dan debido a la necesidad de integrar distintas herramientas computacionales dentro de dicho proceso de optimización; por ejemplo, sería necesario integrar una herramienta que permita modelar la geometría del objeto, con otra que sea capaz de evaluar la función objetivo.

Por consiguiente, lo que se expone en este trabajo es la propuesta y el desarrollo de una Herramienta de Optimización Geométrica de cubiertas con estructura tipo cascarón para Minimizar la Intensidad de la Radiación Solar (HOGMIRS), la cual está basada en la integración de un proceso de generación automática de la geometría que describe a la cubierta por medio de superficies NURBS, con un procedimiento de cálculo que permite evaluar la intensidad de la radiación solar incidente sobre la superficie, y con un algoritmo de optimización (se implementó el PSO), encargado de buscar la configuración geométrica que se aproxima a ser óptima para el objetivo planteado.

De los resultados obtenidos por medio de ejemplos de convergencia y aplicación, fue posible demostrar el correcto funcionamiento de HOGMIRS, reduciendo significativamente la función objetivo planteada, y mostrando ser robusto al converger las distintas soluciones (correspondientes a distintas corridas) a valores finales de rendimiento semejantes.

---

<sup>1</sup> Proyecto de grado. Modalidad Investigación.

<sup>2</sup> Facultad Físico-Mecánicas. Escuela de Ingeniería Civil. Director Oscar Javier Begambre Carrillo. Codirector Leonardo Moreno de Luca

## SUMMARY

**TITLE: GEOMETRICAL OPTIMIZATION OF SHELL STRUCTURE ROOF TO MINIMIZE THE SOLAR RADIATION INTENSITY<sup>1</sup>**

**AUTHOR: OLMAN SNEYDER RINCON GAVIRIA<sup>2</sup>**

**KEYWORDS:** Optimization, Particle Swarm Optimization, Solar Radiation, NURBS Surfaces.

### **DESCRIPTION:**

During the conceptual design phase of an architectural object, is common the emergence of some difficulties when the designer includes an optimization procedure as a design tool. Such difficulties are motivated because of the necessity to integrate different computational tools within the optimization process; for example, it would be necessary to integrate a 3D modeling tool with another one capable of evaluate the desired objective function.

Therefore, what we expose in this work is the proposal and the development of a Tool for the Geometrical Optimization of shell-structure roofs that Minimize the Solar Radiation Intensity (TGOMSRI). This tool is based on the integration of an automatic geometry generation process (which is used to describe the roof by means of NURBS surfaces), with a procedure that allows the evaluation of the solar radiation intensity over the surface, in junction with an optimization algorithm (we implement the PSO), in charge of seeking the geometrical configuration near the optimal one, regarding the stated objective.

From the results obtained of the application and convergence of TGOMSRI, it was possible to demonstrate the proper way in which the tool functions, reducing the value of the stated objective function in a significant proportion, and also showing its robustness with the convergence of different solutions (regarding distinct runs of the algorithm) towards similar final values of performance.

---

<sup>1</sup> Proyecto de grado. Modalidad Práctica Empresarial.

<sup>2</sup> Facultad Físico-Mecánicas. Escuela de Ingeniería Civil. Director Oscar Javier Begambre Carrillo. Codirector Leonardo Moreno de Luca

## INTRODUCCIÓN

En el desarrollo de procesos de optimización enfocados en resolver las distintas necesidades que presenta un objeto arquitectónico (por ejemplo, bioclimáticas, estructurales, funcionales, técnicas, entre otras), es frecuente que surja un inconveniente en el momento de evaluar la función objetivo debido a la dificultad de integrar las distintas herramientas computacionales dentro del procedimiento de optimización (es decir, dentro del algoritmo).

Por ejemplo, si se desea optimizar la radiación solar que incide sobre una cubierta, sería necesario crear una interacción entre el programa en el cual se desarrolla el código de optimización (por ejemplo, MatLab), el programa de modelado tridimensional (algún software CAD), y el programa de simulación del comportamiento bioclimático (por ejemplo, Ecotect [1]), lo cual resulta en una tarea bastante compleja, ya que, por lo general, dichos software son de código cerrado. Adicionalmente, debe tenerse en cuenta que la interacción debe realizarse una cantidad de veces considerable, pues es necesario evaluar varias veces la función objetivo en cada iteración del algoritmo de optimización.

Por lo anterior, se hace necesario poder programar, dentro del mismo software en donde se escribe y se ejecuta el código de optimización, la evaluación de la función objetivo, así como la generación de la geometría que define el modelo a optimizar. De esta manera se evitaría la interacción entre los distintos tipos de programas mencionados anteriormente y, se tendría un control absoluto en la evaluación de la función objetivo durante el proceso de optimización.

En este sentido, lo que se pretende es plantear una herramienta que logre integrar los procesos descritos anteriormente, para minimizar la intensidad de la radiación solar incidente sobre una cubierta. Lo anterior con el fin de aproximarse a un confort climático dentro del espacio cubierto, para zonas en donde el clima es predominantemente cálido. Así, se disminuiría la energía utilizada para acondicionar la temperatura del aire dentro de dicho espacio.

## 1. OBJETIVOS

### 1.1. Objetivo general

Desarrollar un procedimiento de optimización para minimizar la intensidad de la radiación solar en cubiertas con estructuras tipo cascarón.

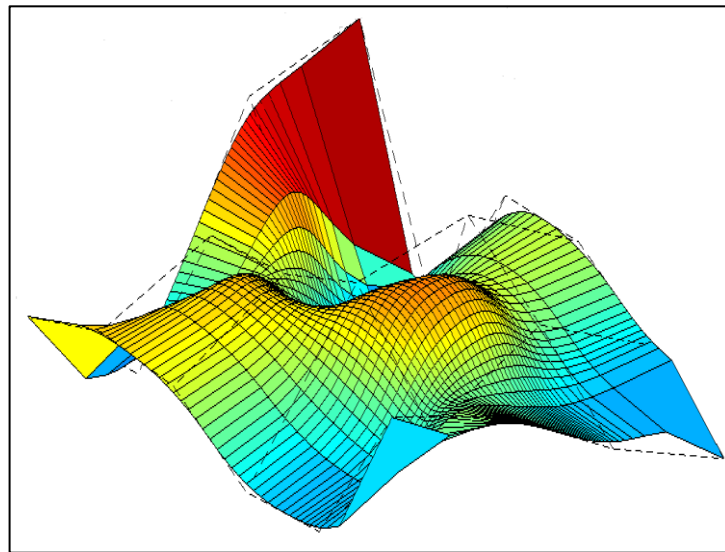
### 1.2. Objetivos específicos

- Utilizar los algoritmos geométricos fundamentales de las superficies NURBS (inserción, refinamiento y remoción de nodos y, elevación y reducción de grado) para definir automáticamente la geometría de una cubierta con estructura tipo cascarón.
- Desarrollar un código de programación que integre la generación automática de la geometría con un procedimiento de optimización para minimizar la intensidad de la radiación solar en cubiertas con estructuras tipo cascarón.
- Validar el proceso de generación de geometría y el algoritmo de optimización utilizado.
- Diseñar una cubierta para un espacio determinado por medio del procedimiento planteado en el presente trabajo.

## 2. DEFINICIÓN Y GENERACIÓN DE SUPERFICIES NURBS

Las NURBS son un modelo matemático muy utilizado en la computación gráfica (por ejemplo, en muchos software de modelamiento 3D, como los que se utilizan en el diseño de cascos de barcos, carrocerías, y objetos arquitectónicos, entre otros), con el cual se pueden representar superficies de forma libre y de manera exacta. Para su generación, es necesario definir la malla (ver la malla punteada en la Figura 1) de puntos de control que definirá cada una de las curvas que conforman la totalidad de la superficie, por medio de procesos de interpolación (ver Figura 1).

**Figura 1.** Superficie NURBS de grado 2.



**Fuente:** Elaboración propia.

En síntesis, las curvas NURBS (necesarias en la generación de las superficies) parten de curvas polinómicas diferenciables, formadas a trozos. La principal característica de este tipo de curvas (en cuanto a la aplicación en el presente proyecto de investigación) es que permiten modificar uno de los nodos de la malla de control sin alterar los demás segmentos de la curva [2].

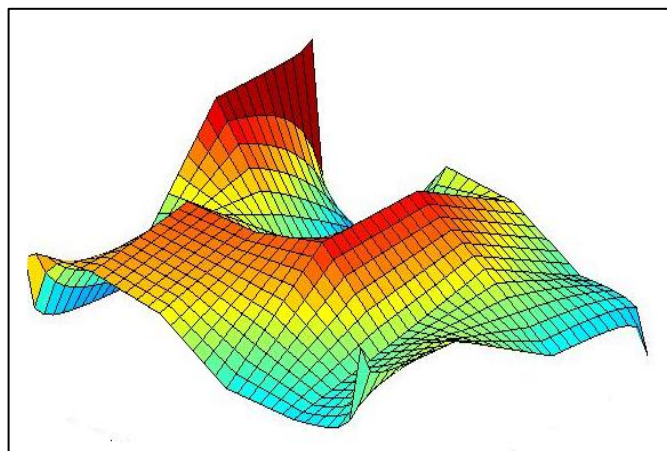
Teniendo en cuenta lo anterior, se programó en MatLab un procedimiento para generar automáticamente la geometría de las cubiertas. Como primer paso, es necesario definir el grado de las curvas (por ejemplo, ver Figuras 1 y 2) que forman la superficie (para cada dirección), y el número de puntos de control deseado (en cada dirección), teniendo en cuenta que este número debe ser mayor o igual al orden de la curva. Posteriormente, se deben crear los vectores de nodos que definen a las funciones base de las NURBS; para esto es necesario calcular el tamaño de cada vector, el cual se calcula con la ecuación (1), para la dirección  $u$ , y con la ecuación (2) para la dirección  $v$  definida en [2].

$$r = n + p + 1 \quad (1)$$

$$s = m + q + 1 \quad (2)$$

Donde  $r$  es el tamaño del vector de nodos,  $n$  es el número de puntos de control, y  $p$  es el grado de las curvas que definen la superficie (todos estos parámetros corresponden a la dirección  $u$ ). Por otro lado,  $s$ ,  $m$  y  $q$ , son semejantes a  $r$ ,  $n$  y  $p$ , respectivamente, para la dirección  $v$  de la superficie.

**Figura 2.** Superficie NURBS para grado 1.



**Fuente:** Elaboración propia.

Una vez calculado el tamaño de los vectores, estos deben ser definidos por medio de las ecuaciones (3) y (4), para las direcciones  $u$  y  $v$ , respectivamente [2].

$$u = \begin{matrix} 0, \dots, 0, u_{p+1}, \dots, u_{r-p-1}, 1, \dots, 1 \\ p+1 \qquad \qquad \qquad p+1 \end{matrix} \quad (3)$$

$$v = \begin{matrix} 0, \dots, 0, u_{q+1}, \dots, u_{s-q-1}, 1, \dots, 1 \\ q+1 \qquad \qquad \qquad q+1 \end{matrix} \quad (4)$$

Donde  $u$  y  $v$  son los vectores de nodos en la dirección correspondiente (los demás parámetros se definieron anteriormente). Como paso siguiente, se procede a crear las funciones base de las curvas NURBS que definirán la superficie. Es necesario iniciar definiendo las funciones base ( $N_{i,0}(u)$  y  $N_{j,0}(v)$ ) para el grado cero, las cuales se obtienen de las ecuaciones (5) y (6) [2].

$$N_{i,0}(u) = \begin{cases} 1 & \text{si } u_i \leq u < u_{i+1} \\ 0 & \text{si no lo es.} \end{cases} \quad (5)$$

$$N_{j,0}(v) = \begin{cases} 1 & \text{si } v_j \leq v < v_{j+1} \\ 0 & \text{si no lo es.} \end{cases} \quad (6)$$

Donde  $u$  y  $v$  son cada uno de los elementos del vector de nodos en la dirección correspondiente. Teniendo las funciones base calculadas anteriormente, es necesario definir iterativamente, las funciones base para cada grado, hasta llegar al grado deseado. Este proceso se lleva a cabo con base en las ecuaciones (7) y (8).

$$N_{i,p}(u) = \frac{u - u_i}{u_{i+p} - u_i} N_{i,p-1}(u) + \frac{u_{i+p+1} - u}{u_{i+p+1} - u_{i+1}} N_{i+1,p-1}(u) \quad (7)$$

$$N_{j,q}(v) = \frac{v - v_j}{v_{j+q} - v_j} N_{j,q-1}(v) + \frac{v_{j+q+1} - v}{v_{j+q+1} - v_{j+1}} N_{j+1,q-1}(v) \quad (8)$$

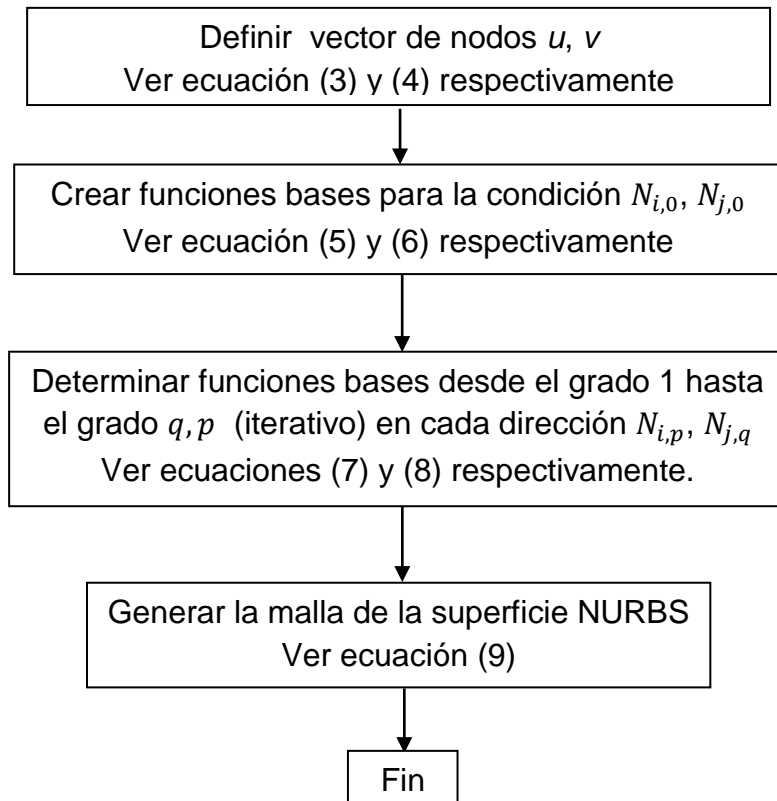
Por último, se deben definir los pesos que van a determinar la proximidad de la superficie NURBS a cada uno de los puntos de control de la malla (ver la malla punteada en la Figura 1). Con estos pesos, los puntos de control, y las funciones

base, se calcula la función  $(S(u, v))$  que determina la superficie NURBS por medio de la ecuación (9) definida en [2]

$$S(u, v) = \frac{\sum_{i=0}^n \sum_{j=0}^m N_{i,p}(u) N_{j,q}(v) w_{i,j} P_{i,j}}{\sum_{i=0}^n \sum_{j=0}^m N_{i,p}(u) N_{j,q}(v) w_{i,j}}, \quad 0 \leq u, v \leq 1 \quad (9)$$

Donde  $w_{i,j}$  es el peso correspondiente a cada punto de control y  $P_{i,j}$  es el punto de control (los sub-índices hacen referencia a las direcciones). En la Figura 3 se resume todo el proceso anterior.

**Figura 3.** Diagrama de flujo para la generación de superficies NURBS.

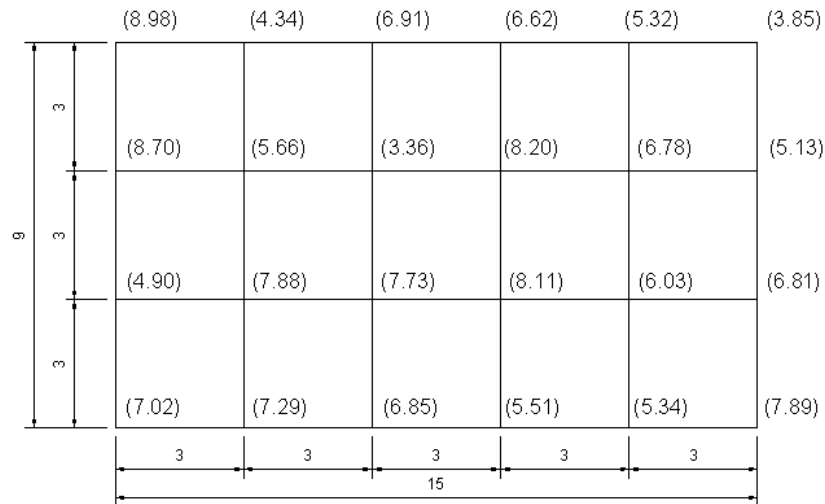


**Fuente:** Elaboración propia.

## 2.1. Validación de la superficie NURBS

Con el propósito de validar el código de programación que se realizó para la generación de superficies NURBS, se creó una superficie en el software Rhinoceros [3] (el cual se basa en curvas y superficies NURBS), y una semejante (con los mismos datos de entrada y con los mismos parámetros) por medio del código desarrollado. En la Figura 4 se presenta la definición de la malla que determina la superficie generada, la cual está definida con todos los pesos iguales a 1, y con 30 divisiones en los dos sentidos.

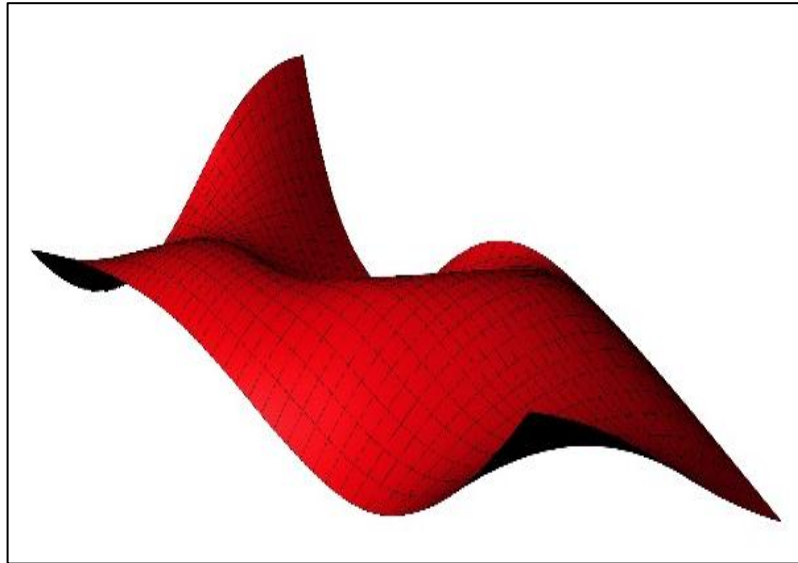
**Figura 4.** Definición de la malla de control para la superficie NURBS de validación. El número en paréntesis corresponde a la altura del nodo.



**Fuente:** Elaboración propia.

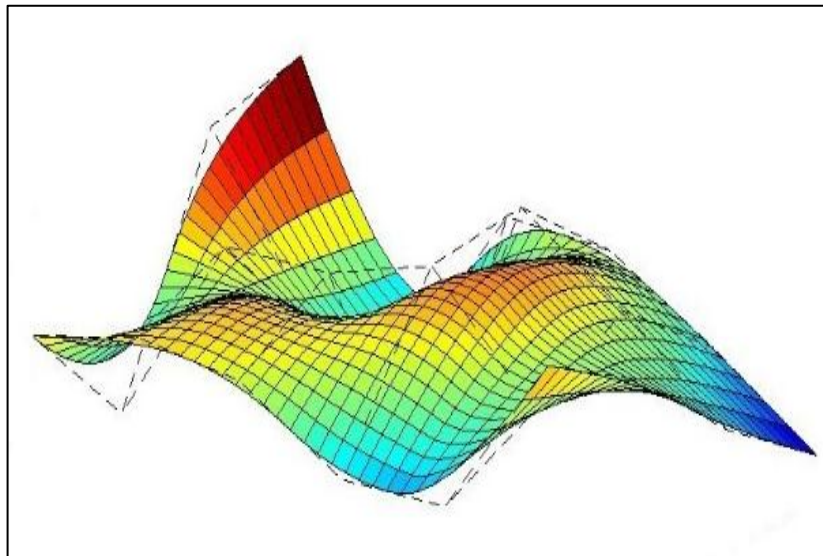
Es posible observar en la Figura 5 y en la Figura 6, que el código desarrollado en MatLab es capaz de generar con exactitud una superficie NURBS, ya que la superficie resultante coincide con la misma generada por medio del software de modelamiento 3D, Rhinoceros.

**Figura 5.** Superficie NURBS de validación, generada con el software Rhinoceros.



**Fuente:** Elaboración propia.

**Figura 6.** Superficie NURBS de validación, generada con el código de MatLab desarrollado.



**Fuente:** Elaboración propia.

### 3. CÁLCULO DE LA RADIACIÓN SOLAR

Es importante aclarar que la radiación solar llega a la superficie terrestre dividida en dos componentes principales: el componente de radiación directa (B) y el de radiación difusa (D). El componente de radiación directa es el que llega directamente del sol, sin haber sufrido cambios en su dirección; el componente de radiación difusa es aquel que atraviesa la atmósfera y es dispersado debido a procesos de reflexión, difracción y absorción por efecto de las nubes, de los árboles, de las montañas, etc. Por otro lado, existe un tercer componente, el de la radiación reflejada (R), que es generado por la reflexión de los dos componentes anteriores sobre la superficie terrestre. Por lo tanto, la radiación solar global (G) que incide en una superficie inclinada es cuantificada como la sumatoria de los tres componentes [4], siendo su unidad de medición los Watts por metro cuadrado,  $W/m^2$ .

#### 3.1. Cálculo del componente de radiación solar directa y difusa

Para iniciar el procedimiento de cálculo, es necesario conocer los datos de radiación solar correspondientes a la zona de aplicación. Para esto, se tomaron los datos suministrados por el Instituto de Hidrología, Meteorología y Estudios Ambientales (IDEAM), correspondientes a los valores de radiación global diaria promedio mensual para la ciudad de Bucaramanga, Colombia [5]. Con este valor, es necesario calcular el índice de claridad ( $K_t$ ) [6], por medio de la ecuación (10).

$$K_t = \frac{G}{H_o} \quad (10)$$

Donde la radiación extraterrestre ( $H_o$ ) [7] está definida por la ecuación (11).

$$H_o = \frac{24}{\pi} B_o \cdot \varepsilon \cdot (\cos \phi \cdot \cos \delta \cdot \sin w_s + w_s \cdot \sin \phi \cdot \sin \delta) \quad (11)$$

Siendo  $B_o$  la constante solar,  $\varepsilon$  la distancia entre la tierra y el sol (ver ecuación (12)),  $\phi$  la latitud del lugar,  $\delta$  la deflexión del sol con respecto al eje ecuatorial (depende del día de medición),  $w_s$  el ángulo que recorre el sol desde el inicio hasta el medio día (define la duración de la mañana y de la tarde, ver ecuación (13)) definida en [4].

$$\varepsilon = 1 + 0.033 \cos\left(\frac{2\pi}{365} \cdot dia\right) \quad (12)$$

$$w_s = \cos^{-1}(-\tan \phi \cdot \tan \delta) \quad (13)$$

Como paso siguiente, se debe calcular el coeficiente de fracción difusa ( $K_D$ ), el cual está determinado por la ecuación (14) definida en [8].

$$K_D = 1 - 1.13 * K_t \quad (14)$$

Con este valor, es posible despejar la radiación difusa (D) de la ecuación (15).

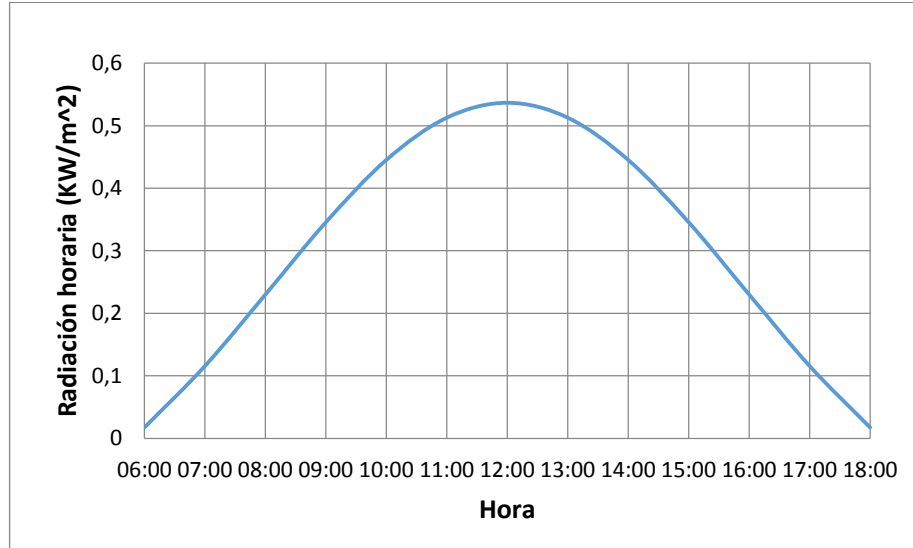
$$K_D = \frac{D}{G} \quad (15)$$

Una vez obtenida la radiación difusa (D), y conociendo la radiación global (G), es posible calcular la radiación directa (B) por medio de la ecuación (16).

$$B = G - D \quad (16)$$

Aunque ya se tienen calculadas la radiación solar directa y difusa, es fundamental que estos valores se calculen por hora (por ejemplo, ver Figura 7), ya que lo calculado corresponde a la acumulación de la radiación durante el día.

**Figura 7.** Distribución de la radiación (global) solar horaria para el solsticio de verano en la ciudad de Bucaramanga, Colombia.



**Fuente:** Elaboración propia.

Para esto, Liu y Jordan (1960) [9] propusieron el factor de fracción horaria difusa,  $r_d$  (ver ecuación (17)), que permite determinar el componente de radiación difusa para una hora específica por medio de su multiplicación por la radiación difusa diaria (D).

$$r_d = \frac{\pi}{24} \left( \frac{\cos w - \cos w_s}{\sin w_s - w_s \cdot \cos w_s} \right) \quad (17)$$

Donde  $w$  es el ángulo horario.

Por otro lado, Collares Pereira y Rabl (1979) [10] propusieron el factor de fracción horaria global,  $r_g$  (ver ecuación (18)), que permite determinar la radiación global horaria por medio de su multiplicación por la radiación global diaria (G).

$$r_g = \frac{\pi}{24} (a + b \cos w) \left( \frac{\cos w - \cos w_s}{\sin w_s - w_s \cdot \cos w_s} \right) \quad (18)$$

Donde,

$$a = 0.4090 + 0.5016 \sin(w_s - 1.047) \quad (19)$$

$$b = 0.6609 - 0.4767 \sin(w_s - 1.047) \quad (20)$$

Una vez determinados los valores de la radiación global horaria y la radiación difusa horaria, es posible calcular la radiación directa horaria por medio de una expresión equivalente a la expuesta en la ecuación (16).

### **3.2. Validación del procedimiento de cálculo de la radiación global diaria (promedio mensual) sobre una superficie inclinada**

En este caso, se desarrolló un ejemplo para un plano con una inclinación de 20° y una orientación hacia el Oeste determinada por un azimut de 30°. La ubicación definida para el plano fue sobre la latitud geográfica 7° 08' Norte, correspondiente a la ciudad de Bucaramanga, Colombia. Adicionalmente, el coeficiente de reflexividad o albedo se asumió igual a 0.2 [11], siendo éste el coeficiente promedio para zonas rurales y urbanas (para los meses de interés). El objetivo final era evaluar la radiación solar global diaria media mensual, para los meses de Enero y Julio.

El ejemplo anterior se llevó a cabo por medio del código de programación desarrollado, y utilizando el simulador elaborado por la Universidad de Jaén en España [11]. Esto con el fin de comparar los resultados obtenidos y poder validar el procedimiento propuesto.

Los datos obtenidos son los que se muestran en la Tabla 1.

**Tabla 1.** Resultados obtenidos para el cálculo de la radiación global diaria media mensual con el Simulador de la Universidad de Jaén, y con el código propuesto.

	Enero (KWh)	Julio (KWh)
Simulador	4.25	3.58
Código Propuesto	4.19	3.63
Diferencia	1.43%	1.38%

**Fuente:** Elaboración propia.

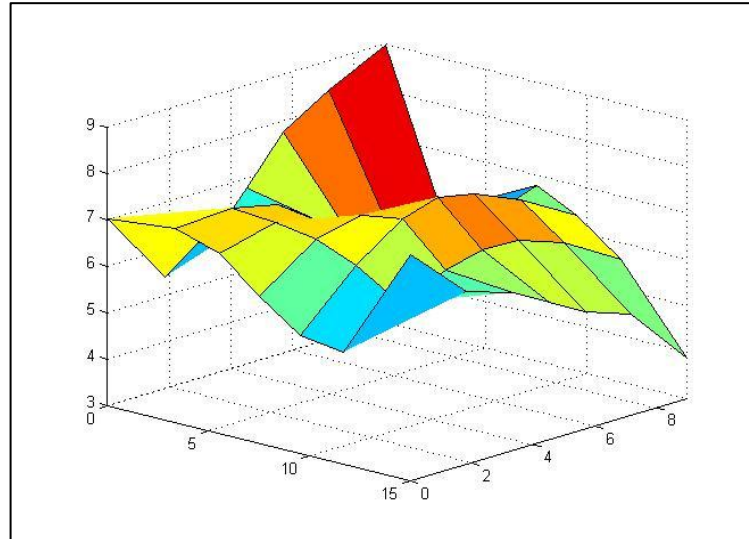
En este sentido, es posible concluir que el código de programación desarrollado para el cálculo de la radiación solar sobre un plano inclinado es efectivo, presentando diferencias menores al 1.50%.

### **3.3. Evaluación de la radiación solar directa, difusa y reflejada, sobre una superficie inclinada**

Para lograr obtener cada uno de los componentes de la radiación solar (directa, difusa y reflejada) sobre un plano inclinado, es necesario convertir los datos suministrados por la entidad competente (en este caso, el IDEAM), debido a que dichos datos corresponden a superficies horizontales. Lo anterior se lleva a cabo por medio de factores de conversión.

Debido a que el cálculo de la radiación solar está planteado para superficies planas, la geometría curva descrita por medio de una superficie NURBS, se discretizó en segmentos planos (ver Figura 8).

**Figura 8.** Discretización de la Figura 6, por medio de superficies planas.



**Fuente:** Elaboración propia.

### 3.3.1. Radiación directa

Como primer paso, se debe calcular el coseno ( $\cos \theta_i$ ) del ángulo que forma el sol con el vector normal al plano, por medio de la ecuación (21) definida en [12].

$$\begin{aligned} \cos \theta_i = & \sin \delta \sin \phi \cos \beta - \sin \delta \cos \phi \sin \beta \cos \alpha + \cos \delta \cos \phi \cos \beta \cos \omega + \\ & \cos \delta \sin \phi \sin \beta \cos \alpha \cos \omega + \cos \delta \sin \beta \sin \alpha \sin \omega \quad (21) \end{aligned}$$

Donde,  $\beta$  es la inclinación del plano, y  $\alpha$  es el azimut del plano (en donde el cero es el sur, y la rotación positiva va en el sentido de las manecillas del reloj).

Luego, es necesario obtener el coseno del ángulo ( $\cos \theta_z$ ) que forma el sol con el cenit, determinado por la ecuación (22) definida en [12].

$$\cos \theta_z = \sin \phi \sin \delta + \cos \phi \cos \delta \cos \omega \quad (22)$$

Una vez obtenidos los valores anteriores, es posible calcular el factor de conversión correspondiente a la radiación directa ( $r_b$ ), utilizando la ecuación (23) definida en [12].

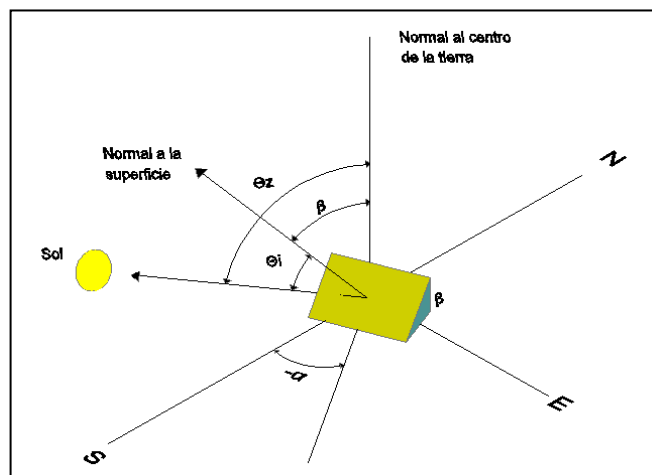
$$r_b = \max\left(0, \frac{\cos \theta_i}{\cos \theta_z}\right) \quad (23)$$

Para finalizar, se calcula la radiación directa sobre el plano inclinado ( $B_\beta$ ) por medio de la ecuación (24).

$$B_\beta = B \cdot r_b \quad (24)$$

En la Figura 9, es posible apreciar un esquema de las variables tratadas anteriormente.

**Figura 9.** Definición de ángulos y coordenadas de referencia para el cálculo de la radiación solar directa sobre un plano inclinado. Esta imagen se construyó basada en la imagen dada en [12].



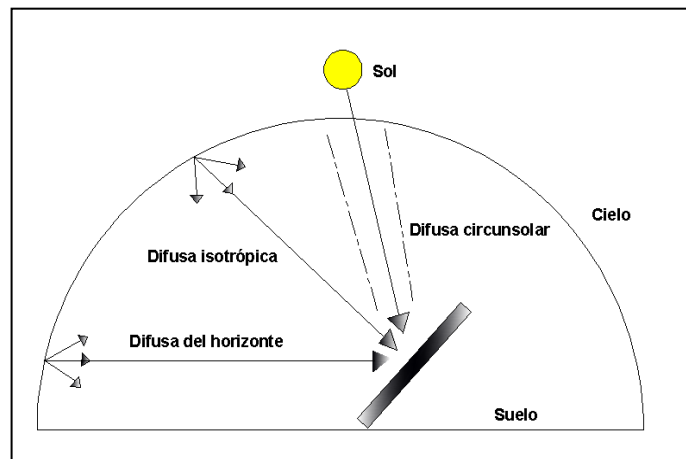
**Fuente:** Elaboración propia.

### 3.3.2. Radiación difusa

La componente de la radiación difusa se subdivide en tres componentes más, debido a los fenómenos de difracción y reflexión de la luz.

El primero es el componente de radiación difusa isotrópica, considerada uniforme en todo el domo del cielo. El segundo es el componente de radiación difusa circunsolar, resultante de la dispersión progresiva de la radiación, y concentrado en la parte del cielo alrededor del sol. Por último, se encuentra el componente de radiación difusa del horizonte, proveniente del cielo cerca del horizonte (siendo más pronunciada en días claros). Ver Figura 10.

**Figura 10.** Componente isotrópica, circunsolar y del horizonte de la radiación difusa. Esta imagen se construyó basada en la imagen dada en [4].



**Fuente:** Elaboración propia.

Las distintas aproximaciones para el cálculo de la radiación difusa, así como su evolución, se resumen de la siguiente manera:

En 1962, Liu B. & Jordan R. [13] propusieron un modelo isotrópico que asume la radiación difusa constante en todo el domo del cielo, definido por la ecuación (25).

$$R_d = \frac{1+\cos\beta}{2} \quad (25)$$

En 1979, Hay J. [14] incorporo al modelo la componente circumsolar (ver ecuación (26)) con el factor de claridad  $F_{Hay}$  (ver ecuación (27)). En este sentido, la aproximación pasa a ser un modelo anisotrópico.

$$R_d = F_{Hay} \cdot r_b + (1 - F_{Hay}) \cdot \left(\frac{1+\cos\beta}{2}\right) \quad (26)$$

$$F_{Hay} = \frac{B}{B_0 \varepsilon \cos \theta_z} \quad (27)$$

Finalmente, en 1990 Riendel et al. [15] incorporaron al modelo la componente del horizonte (ver ecuación (28)), con la función de modulación de la intensidad de la radiación difusa,  $f_r$  (ver ecuación (29)).

$$R_d = F_{Hay} \cdot r_b + (1 - F_{Hay}) \cdot \left(\frac{1+\cos\beta}{2}\right) \cdot (1 + f_r \cdot (\sin \frac{\beta}{2})^3) \quad (28)$$

$$f_r = \sqrt{\frac{B}{G}} \quad (29)$$

Al obtener el factor correspondiente a la radiación difusa para un plano inclinado, éste se multiplica por la radiación difusa (D) sobre el plano horizontal, con el fin de calcular la radiación difusa sobre el plano inclinado (ver ecuación (30)).

$$D_\beta = D \cdot R_d \quad (30)$$

### 3.3.3. Radiación reflejada

En este caso, la cantidad de radiación reflejada depende del coeficiente de reflexión de la superficie, también llamado albedo ( $\rho$ ). Para su cálculo, es

necesario evaluar el coeficiente para la radiación solar reflejada ( $R_r$ ) sobre un plano inclinado, determinado por la ecuación (31) definida en [12].

$$R_r = \frac{1 - \cos \beta}{2} \quad (31)$$

Por último, la radiación solar reflejada sobre un plano inclinado se puede obtener por medio de la ecuación (32).

$$R_\beta = \rho \cdot G \cdot R_r \quad (32)$$

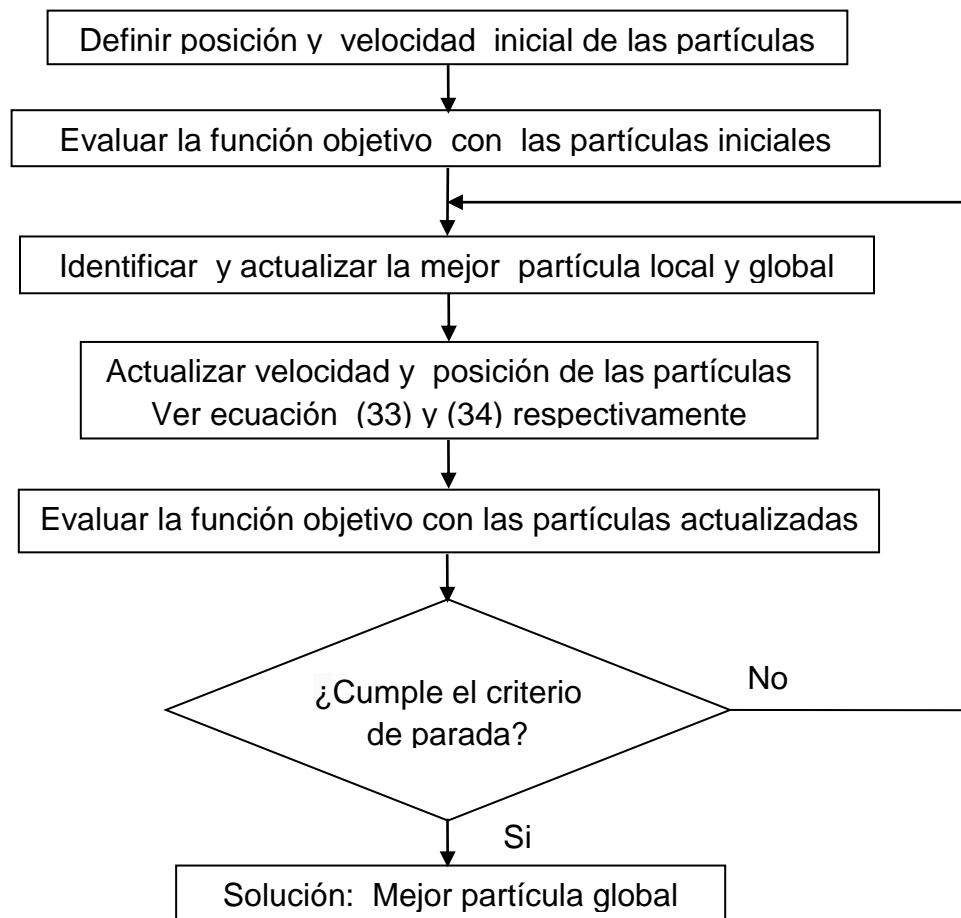
Vale la pena aclarar que las superficies horizontales no reciben radiación solar reflejada, debido a que su cara superior nunca enfrenta la superficie terrestre. Adicionalmente, esto se puede ver en la ecuación (31): si  $\beta = 0$ ,  $\cos \beta = 1$ , y  $R_r = 0$ .

#### 4. ALGORITMO DE OPTIMIZACIÓN

Como algoritmo de optimización, se seleccionó el *Particle Swarm Optimization* (PSO) [16], debido a los reportes de su efectividad en la solución de distintos problemas de diseño, específicamente, por la sugerencia realizada por Sassone y Pugnale [17]. Para el PSO, James Kennedy y Russell Eberhart [16] encontraron que podían tomar como fuente de inspiración el comportamiento social reflejado en las bandadas de pájaros, abejas y peces, los cuales ajustan sus movimientos físicos para evitar a los depredadores y para buscar las mejores fuentes de comida. El comportamiento de cada individuo de la población de aves, abejas o peces, es afectado, principalmente, por dos componentes: la mejor solución (por ejemplo una fuente de alimento) que ha encontrado el mismo individuo durante el proceso de búsqueda, y la mejor solución que ha encontrado la totalidad de la población. De esta manera, cada uno de los individuos se va a desplazar hacia una dirección que combine la ruta de sus mejores hallazgos, y la correspondiente

hacia lo mejor que han encontrado los individuos como totalidad. Como resultado, la tendencia hacia la mejor solución global hace que la población se comporte como una totalidad que, por lo general, a lo largo del procedimiento de búsqueda, va encontrando mejores soluciones, mientras que la influencia de las soluciones individuales, le permiten a la población explorar muchas posibilidades o alternativas. En síntesis, se logra una amplia exploración individual en el espacio de dominio, que resulta en una convergencia global de la totalidad de la población hacia la mejor solución, en este caso, la mejor fuente de alimento. En este sentido, el PSO codifica el proceso anterior de la siguiente manera:

**Figura 11.** Diagrama de flujo del PSO.



**Fuente:** Elaboración propia.

En donde la actualización de velocidad ( $v_i^{k+1}$ ) y posición ( $x_i^{k+1}$ ) de las partículas está definida por las ecuaciones (33) y (34) definidas en [18].

$$v_i^{k+1} = X[v_i^k + c1.rand_1.(pbest_i - x_i^k) + c2.rand_2.(gbest - x_i^k)] \quad (33)$$

$$x_i^{k+1} = x_i^k + v_i^{k+1} \quad (34)$$

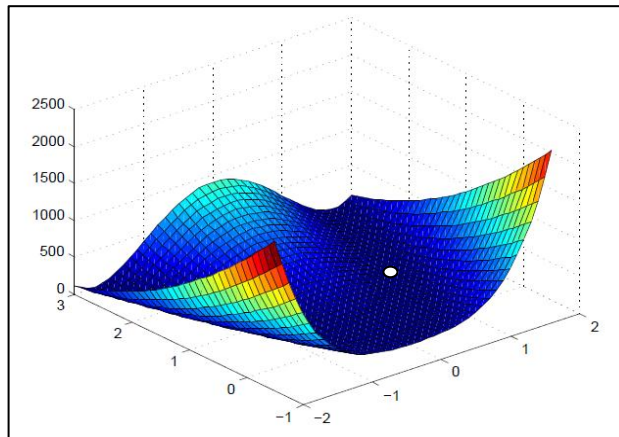
Siendo  $X$  el factor de constricción (por lo general se toma un valor de 0.5 [19];  $v_i^k$  es la velocidad de la partícula  $i$  en la iteración  $k$ ;  $c1$  y  $c2$  es el parámetro cognitivo y el parámetro social, respectivamente (se sugiere asignarles un valor de 1.4 [19]);  $rand_1$  y  $rand_2$  son números aleatorios entre 0 y 1;  $pbest_i$  es la mejor posición que ha encontrado la partícula  $i$  hasta la iteración  $k$ ;  $x_i^k$  es la posición de la partícula  $i$  en la iteración  $k$ ; y  $gbest$  es la mejor posición que ha encontrado la totalidad del enjambre hasta la iteración  $k$ .

#### 4.1. Validación del proceso de optimización

Con el fin de mostrar la eficiencia del algoritmo, se utilizó la programación del PSO desarrollada en MatLab, para encontrar el mínimo global de la función bi-dimensional de Rosenbrock (ver ecuación (35)). Esta función es comúnmente utilizada como problema de prueba para el rendimiento de algoritmos de optimización, y tiene el mínimo global en  $(x, y) = (1, 1)$ , en donde  $f(x, y) = 0$ . Ver Figura 12.

$$f(x, y) = (1 - x)^2 + 100(y - x^2)^2 \quad (35)$$

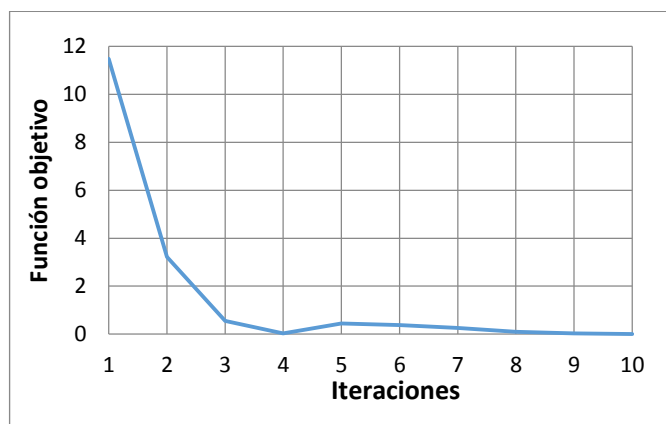
**Figura 12.** Gráfica de la función de Rosenbrock con su mínimo global.



**Fuente:** Elaboración propia.

Los resultados se muestran en la Figura 12, en donde se aprecia el mínimo global encontrado por el PSO, y en la Figura 13, en donde se observa el comportamiento de la función objetivo a lo largo de las iteraciones del algoritmo (llegando al mínimo global).

**Figura 13.** Comportamiento de la mejor partícula del algoritmo PSO desarrollado, para la función de Rosenbrock.

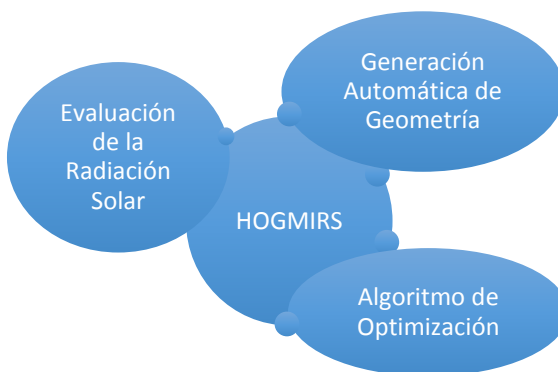


**Fuente:** Elaboración propia.

## 5. Herramienta de Optimización Geométrica de cubiertas con estructura tipo cascarón para Minimizar la Intensidad de la Radiación Solar (HOGMIRS)

La herramienta de optimización propuesta está basada en la integración del proceso de generación automática de la geometría de la cubierta (ver sección 2), con el procedimiento de cálculo desarrollado para evaluar la radiación solar incidente sobre planos inclinados (ver sección 3), y con el algoritmo de optimización implementado (ver sección 4). Ver Figura 14.

**Figura 14.** Componentes de HOGMIRS.



**Fuente:** Elaboración propia.

En síntesis, el algoritmo de optimización (el PSO), debe tomar como variables la coordenada  $z$  de los punto de control de la malla que define la superficie de la cubierta (la superficie NURBS); luego, las partículas del PSO serán soluciones geométricas de cubiertas que deben ser evaluadas por medio del cálculo de la radiación solar incidente en ellas. En este sentido, lo que busca el algoritmo de optimización, es la mejor posición para cada uno de los puntos de control de la malla que define la superficie de la cubierta, con el fin de minimizar la radiación solar incidente (la función objetivo).

## 5.1. Definición de la Función Objetivo

Como se nombró anteriormente, el objetivo de la optimización es minimizar la radiación solar que incide sobre la cubierta. Para esto, se debe calcular cada uno de los componentes de la radiación solar (directa, difusa y reflejada, ver sección 3) que inciden en cada uno de los planos que conforman la cubierta discretizada (por ejemplo, ver Figura 8). Estos componentes se evalúan para 3 horas distintas del día (para las 9:00 a.m., las 12:00m., y las 3:00 p.m.), y para dos días del año (1<sup>ero</sup> de Enero y 1<sup>ero</sup> de Julio). Lo anterior se lleva a cabo con el fin de tener en cuenta, simultáneamente, distintas alturas solares, correspondientes a las horas de la mañana, del medio día, y de la tarde, así como para considerar los extremos de la declinación solar (que dependen del mes), en donde la radiación es máxima (crítica) sobre la superficie inclinada (ver Figura 15 y 16).

**Figura 15.** Irradiación solar media diaria mensual para una superficie inclinada hacia el Sur del lugar.



**Fuente:** Elaboración propia.

**Figura 16.** Irradiación solar media diaria mensual para una superficie inclinada hacia el Norte del lugar.



**Fuente:** Elaboración propia.

Por consiguiente, la función objetivo se planteó como la minimización de la sumatoria de todos los componentes de la radiación solar sobre todos los planos (se sumaron todos los componentes correspondientes a cada plano, y se multiplicaron por el área del mismo), considerando las 3 horas del día y los dos días del año (ver ecuación 36).

$$\min \sum_{k=1}^{k=2} \left\{ \sum_{j=1}^{j=3} \left[ \sum_{i=1}^{i=np} (D_{\beta} + B_{\beta} + R_{\beta})_i * Ap_i \right]_j \right\}_k \quad (36)$$

Donde  $(D_{\beta} + B_{\beta} + R_{\beta})_i$  son los componentes de la radiación solar que inciden sobre el plano inclinado  $i$ , radiación difusa, radiación directa, y radiación reflejada, respectivamente;  $Ap_i$  es el área del plano  $i$ ;  $np$  es el número de planos que conforman la superficie discretizada de la cubierta;  $j$  hace referencia a la hora en la cual se evalúan los componentes de la radiación solar (9:00a.m., 12:00m y

3:00p.m.); y  $k$  hace referencia al día en el cual se toman las horas en las que se evalúan los componentes de la radiación solar incidente sobre el plano inclinado (1<sup>ero</sup> de Enero y 1<sup>ero</sup> de Julio).

Vale la pena resaltar que para el cálculo de la incidencia de cada uno de los componentes de la radiación solar sobre los planos inclinados que conforman la cubierta, se tuvo en cuenta las posibles sombras que algunos segmentos de la cubierta les pudiesen generar a otros.

## 6. EJEMPLOS

Para comprobar el funcionamiento y la eficiencia de HOGMIRS, se plantearon 2 tipos de ejemplos. El primero hace referencia a la convergencia del algoritmo de optimización, y el segundo, a la aplicación de HOGMIRS para la misma cubierta, pero con mayores divisiones en la discretización (con el fin de aproximarse con mayor precisión a la superficie curva tipo cascarón, de la cual es un modelo para efectos de cálculo).

### 6.1. Convergencia de HOGMIRS

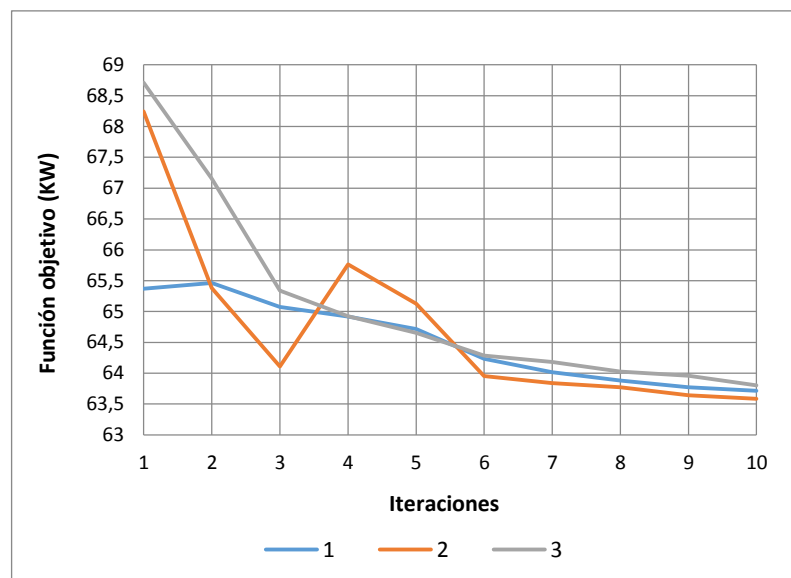
En este caso, se desarrolló un ejemplo que se ejecutó 3 veces. El ejemplo se definió con una planta de 6.00x4.00m, apoyada en los 4 nodos de las esquinas, a una altura de 3.00m. Por otro lado, la superficie se discretizó en 9 planos, debido al alto costo computacional que presenta la evaluación de la función objetivo. Por último, a las variables (coordenada  $z$  de todos los puntos de control de la malla) se les aplicó una restricción para forzarlas dentro de un espacio de dominio (el cual se definió entre 2.00m y 6.00m de altura).

En cuanto a la definición del algoritmo de optimización (PSO), éste se corrió con 5 partículas y durante 10 iteraciones (debido al alto costo computacional que

presenta la evaluación de la función objetivo); los valores de los parámetros que definen el comportamiento y el rendimiento del algoritmo, se asignaron con base en lo expuesto por Toscano et al. [19], en donde sugieren que  $c_1$  y  $c_2$  sean iguales a 1.4, mientras que  $X$ , sea igual a 0.50.

Los resultados obtenidos son los que se muestran en la Figura 17 a la 20, y en la Tabla 2. A partir de ellos es posible observar que el HOGMIRS converge debido a que el resultado final de la función objetivo fue muy similar para las tres corridas (teniendo en cuenta que cada una de ellas inició con soluciones aleatorias), presentándose una desviación estándar de 1.81 KW, equivalente al 2.84% del promedio de los tres resultados.

**Figura 17.** Comportamiento de la mejor partícula para las tres corridas del HOGMIRS.



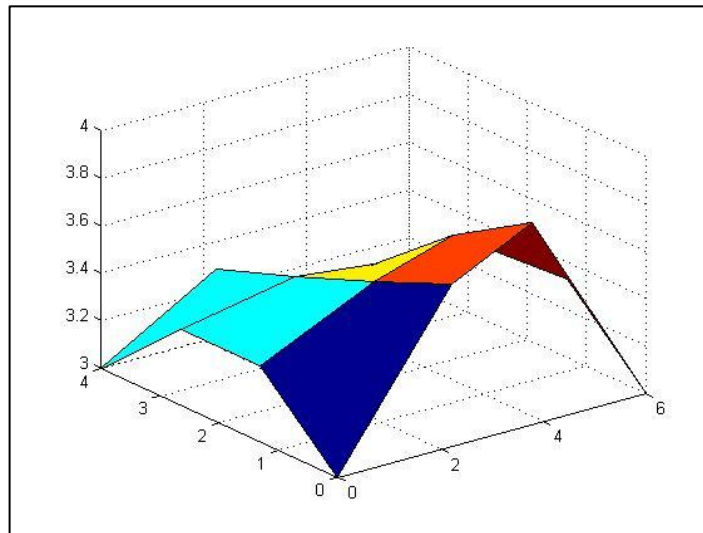
**Fuente:** Elaboración propia.

**Tabla 2.** Resultados finales de las tres corridas de HOGMIRS.

Corrida	Función objetivo al inicio (KW)	Función objetivo al final (KW)	Diferencia (KW)
1	65,369	63,715	-1,654
2	68,245	63,583	-4,662
3	68,710	63,801	-4,909
Promedio	67,441	63,700	-3,742

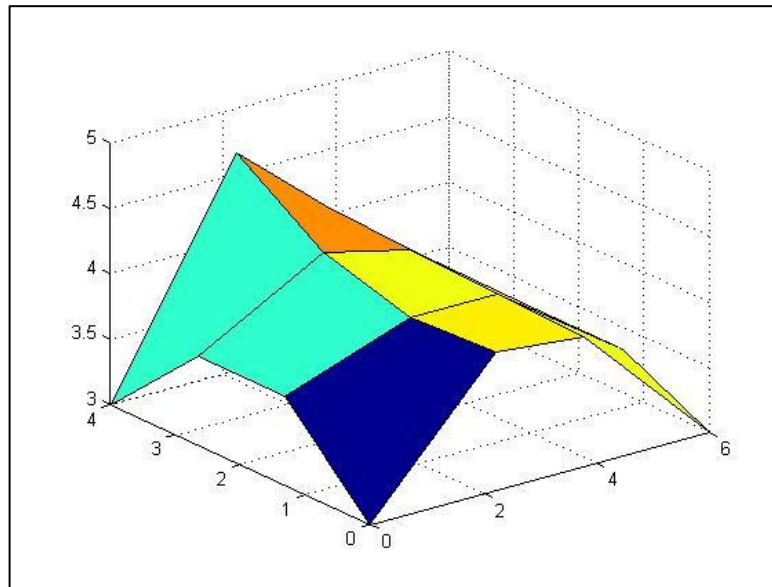
**Fuente:** Elaboración propia.

**Figura 18.** Resultado final para la primera corrida del HOGMIRS.



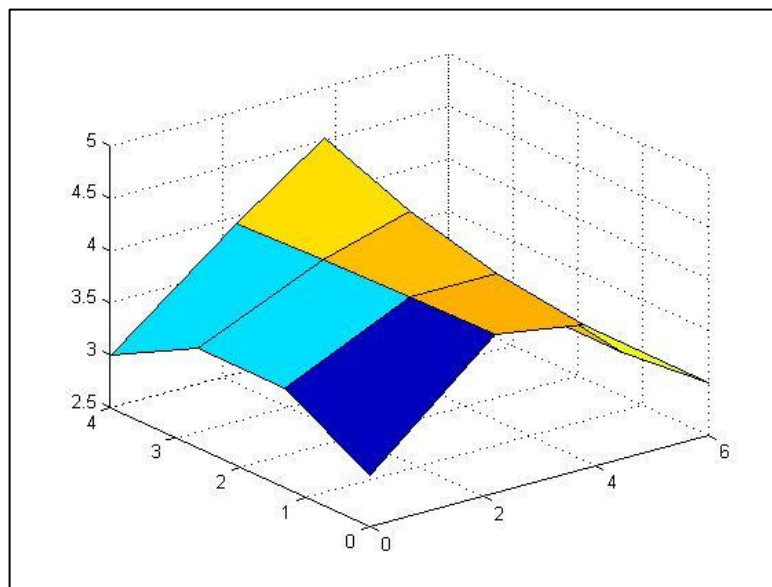
**Fuente:** Elaboración propia.

**Figura 19.** Resultado final para la segunda corrida del HOGMIRS.



**Fuente:** Elaboración propia.

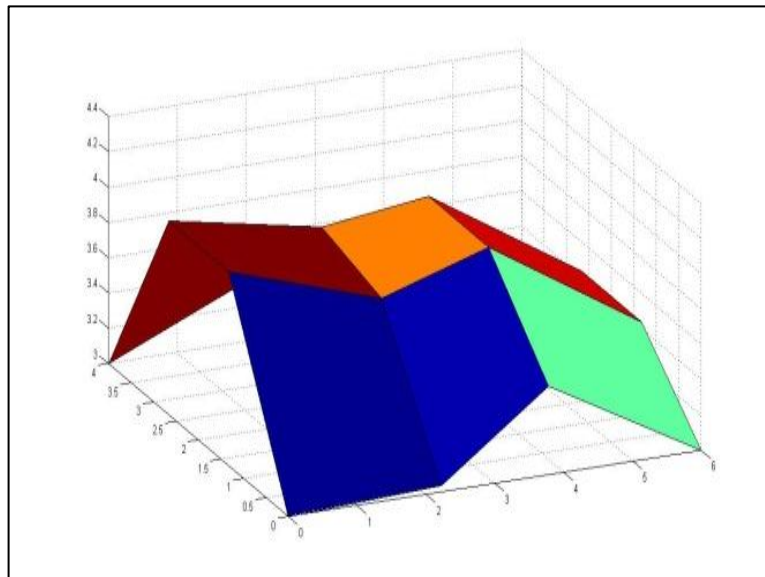
**Figura 20.** Resultado final para la tercera corrida del HOGMIRS.



**Fuente:** Elaboración propia.

Adicionalmente, también es posible observar en la Tabla 2, la eficiencia de HOGMIRS al minimizar la función objetivo, alcanzando una reducción promedio en la intensidad de la radiación solar que incide sobre las cubiertas de 5.54% (esta comparación se realizó con respecto a las cubiertas iniciales generadas aleatoriamente, ver Figura 21).

**Figura 21.** Ejemplo de una superficie inicial con la que inicia el PSO, generada aleatoriamente (correspondiente al ejemplo de convergencia).



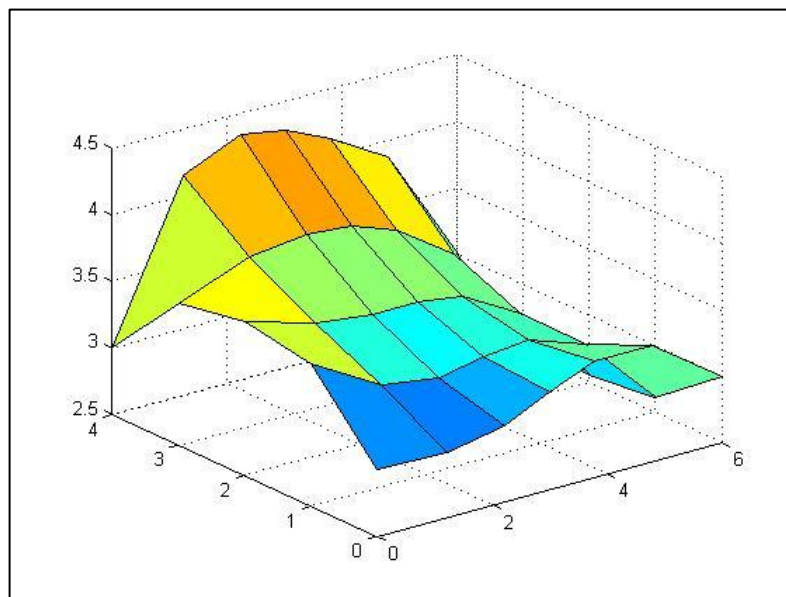
**Fuente:** Elaboración propia.

Por último, es interesante analizar la posibilidad de llegar a valores de rendimiento semejantes, con configuraciones geométricas distintas (ver las Figuras 17 a la 20).

## 6.2. Aplicación de HOGMIRS

En este caso, el problema se definió de la misma manera que el problema de convergencia expuesto en la sección 6.1, siendo la única diferencia el número de planos en los que se discretizó la superficie. Para este ejemplo, dicho número fue de 24 (con el fin de aproximarse con mayor precisión a la superficie curva tipo cascarón, de la cual es un modelo para efectos de cálculo), ver Figura 22.

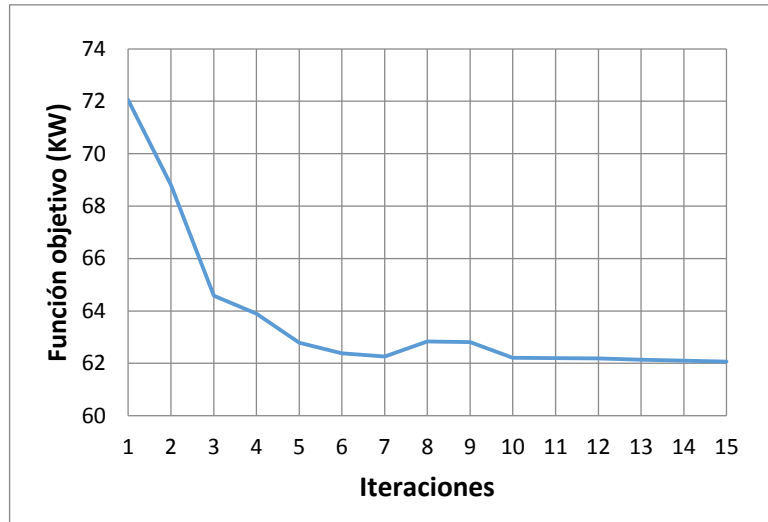
**Figura 22.** Ejemplo de superficie inicial discretizada, con la que inicia el PSO, generada aleatoriamente (correspondiente al ejemplo de aplicación).



**Fuente:** Elaboración propia.

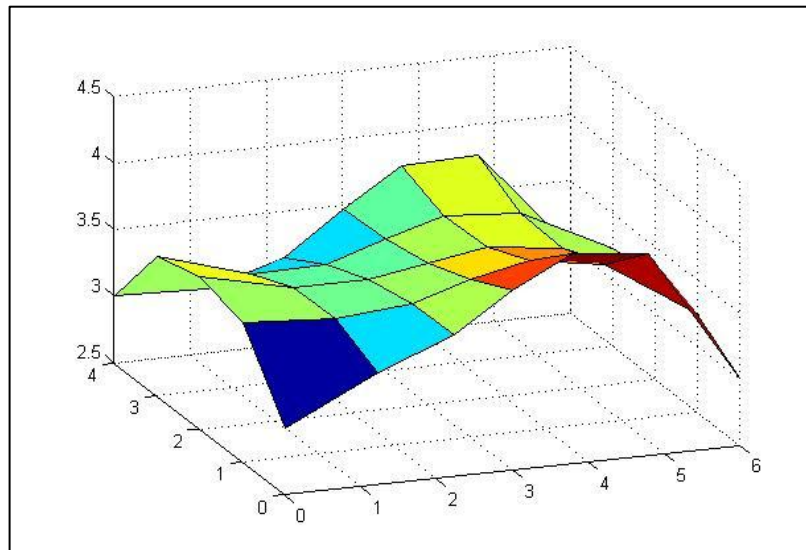
Los resultados obtenidos son los que se muestran en las Figuras 23 y 24, en donde se puede observar de nuevo la eficiencia de HOGMIRS, llegando a una reducción en la intensidad de la radiación solar que incide sobre la cubierta, de 13.8% (esta comparación, se realizó con respecto a la cubierta inicial generada aleatoriamente, ver Figura 22).

**Figura 23.** Comportamiento de la mejor partícula para el ejemplo de aplicación de HOGMIRS.



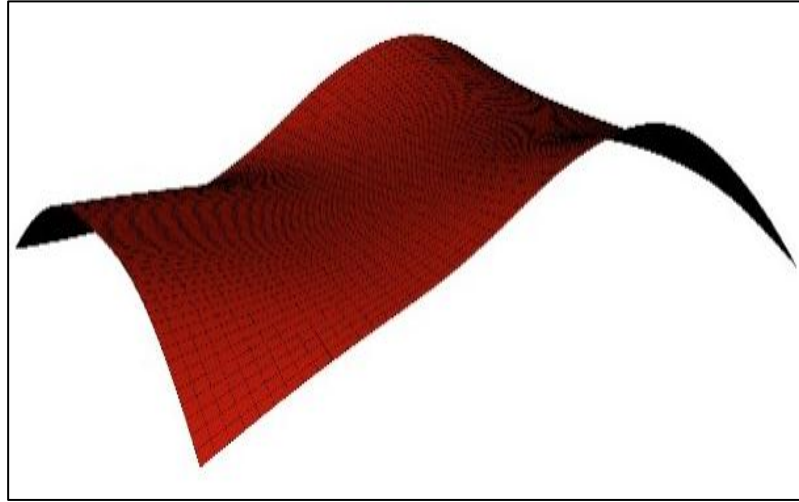
**Fuente:** Elaboración propia.

**Figura 24.** Resultado final obtenido por medio de HOGMIRS para el ejemplo de aplicación.



**Fuente:** Elaboración propia.

**Figura 25.** Cubierta tipo cascarón (modelada en el software Rhinoceros) correspondiente a la cubierta final discretizada, obtenida por HOGMIRS.



**Fuente:** Elaboración propia.

Por último, vale la pena resaltar que la cubierta resultante, la cual está discretizada en 24 planos, es un modelo de lo que sería la cubierta real, la cual corresponde a una estructura tipo cascarón (ver Figura 25). La diferencia entre las proporciones de las imágenes mostradas en la Figura 24 y 25, es debido a que en MatLab, las gráficas se escalan por eje, en cambio, las imágenes generadas con el software Rhinoceros, si presentan las proporciones reales.

Nota: Si el lector desea observar la Herramienta de Optimización Geométrica de cubiertas con estructura tipo cascarón para Minimizar la Intensidad de la Radiación Solar (HOGMIRS) por favor comuníquese con el autor.

Email: [olman.rincon20@hotmail.com](mailto:olman.rincon20@hotmail.com)

## 7. CONCLUSIONES

En este artículo se expuso la propuesta y el desarrollo de una Herramienta de Optimización Geométrica de cubiertas con estructura tipo cascarón para Minimizar la Intensidad de la Radiación Solar (HOGMIRS). De los resultados obtenidos por medio de su aplicación, es posible concluir que la herramienta propuesta es capaz de generar automáticamente la geometría de la superficie NURBS que describe a la cubierta, de calcular la intensidad de la radiación solar incidente sobre la misma, y de optimizar su geometría para reducir dicha incidencia (llegando a reducciones del orden del 14%). Lo anterior se busca para disminuir la temperatura en el interior del espacio cubierto. En este sentido, es posible aproximarse a un confort climático, y por ende a la disminución en el uso de energía enfocada en el acondicionamiento de la temperatura del ambiente.

Otra potencial aplicación de HOGMIRS es la de maximizar la intensidad de la radiación solar incidente sobre la cubierta, con el fin de aumentar la eficiencia de posibles paneles solares que puedan ser ubicados sobre la misma. Para esto, la única modificación sería invertir la función objetivo planteada.

Por último, se plantea como paso futuro en este campo de investigación, la inclusión de más objetivos arquitectónicos o ingenieriles (por ejemplo, minimizar el peso y la energía de deformación, incluir otros objetivos bioclimáticos, de costos, acústicos, etc.), con el fin de plantear un problema de diseño multi-objetivo que aproxime al diseñador hacia soluciones integrales e innovadoras.

## 8. REFERENCIAS BIBLIOGRAFICAS

- [1] Autodesk Ecotect Analysis: <http://usa.autodesk.com/ecotect-analysis> [Citado 16 de Septiembre de 2013].
- [2] Piegl, L., & Tiller, W. The NURBS Book; 2 edition; Springer-Verlag, Alemania 1995; Rational B-Spline Curves and Surfaces.
- [3] Rhinoceros: <http://www.rhino3d.com/> [Citado 15 de Octubre de 2013].
- [4] Duffie J.A., Beckman W.A., Solar Engineering of Thermal Processes; 2 edición: John Wiley & Sons, New York 1991; Solar Radiation.
- [5] Atlas de Radiación Solar de Colombia: <https://www.siac.gov.co/contenido/contenido.aspx?catID=668&conID=1293> [Citado 2 de Agosto de 2013].
- [6] Jacovides C.P., Tymvios F.S., Assimakopoulos V.D., Kaltsounides N.A., "Comparative study of various correlations in estimating hourly diffuse fraction of global solar radiation," Renewable Energy, Vol. 31, 2006, pp. 2492–2504
- [7] Ali A., Atsu S., Joseph A., "Monthly average daily solar radiation and clearness index contour maps over Oman," Energy Conversion and Management, Vol. 44, 2003, pp-. 691-705.
- [8] Page J.K. "The estimation of monthly mean values of daily total short wave radiation on vertical and inclined surface from sunshine records for latitudes 40N–40S". Proceedings of UN Conference on New Sources of Energy 1961, 4(598), 378–390.

[9] Liu B. Y. H., Jordan R. C., "The interrelationship and characteristic distribution of direct, diffuse total solar radiation," *Solar Energy*, Vol. 4, 1960, pp. 1-20.

[10] Collares Pereira M., Rabl A., "The average distribution of solar radiation-correlations between and hemispherical and between daily and hourly insolation values ," *Solar Energy*, Vol. 22, 1979, pp. 155–164.

[11] Cálculo de la radiación media mensual sobre superficies arbitrariamente orientadas e inclinadas:  
[http://www.ujaen.es/investiga/solar/07cursosolar/home\\_main\\_frame/02\\_radiacion/01\\_basico/java/pro\\_rad\\_5.htm](http://www.ujaen.es/investiga/solar/07cursosolar/home_main_frame/02_radiacion/01_basico/java/pro_rad_5.htm) [Citado 12 de Octubre de 2013].

[12] Demain C., Journée M., Bertrand C., "Evaluation of different models to estimate the global solar radiation on inclined surfaces, " *Renewable Energy*, Vol. 50, Septiembre 2012, pp 710-721.

[13] Liu B., Jordan R, "Daily insolation on surfaces tilted towards the equator", *ASHRAE* 1962;53:526-41.

[14] Hay J., " Study of shortwave radiation on non-horizontal surfaces," *Downsview* 1979;53. 79-12.

[15] Reindel D., Beckman W., Duffie J. "Evaluation of hourly tilted surface radiation Models". *Renewable Energy*, Vol. 45, 1990, pp. 9-17.

[16] Kennedy J., Eberhart R., " Particle Swarm Optimization," *Proceedings of IEEE International Conference on Neural Networks*. Perth (Australia) Vol. 4, 1995, pp. 1942-1948.

[17] Pugnale A., Sassone M., “ Morphogenesis And Structural Optimization of Shell Structures with the aid of a Genetic Algorithm.” Journal of the International Association for Shell and Spatial Structures, Vol. 48, 2007, pp. 161-166.

[18] Parsopoulos K., Vrahatis M, “UPSO: A unified Particle Swarm Optimization,” Lecture Series on Computer, Vol. 1, 2004, pp. 868-873.

[19] Toscano G., Santana L., Coello C., “EMOPSO: A Multi-Objective Particle Swarm Optimizer with Emphasis on Efficiency”.