

ANÁLISIS DISEÑO Y SIMULACIÓN DE UN CONTROL ROBUSTO PARA UN ROBOT
PARALELO DE 3 GRADOS DE LIBERTAD

KATHERIN DUARTE BARÓN

UNIVERSIDAD INDUSTRIAL DE SANTANDER
FACULTAD DE INGENIERÍAS FÍSICOMECÁNICAS
ESCUELA DE INGENIERÍAS
MECÁNICA
BUCARAMANGA
2019

ANÁLISIS DISEÑO Y SIMULACIÓN DE UN CONTROL ROBUSTO PARA UN ROBOT
PARALELO DE 3 GRADOS DE LIBERTAD

KATHERIN DUARTE BARÓN

Trabajo de Investigación para optar al título de
Magister en Ingeniería Mecánica

Director

Carlos Borrás Pinilla

Doctorado en Ingeniería Mecánica

UNIVERSIDAD INDUSTRIAL DE SANTANDER
FACULTAD DE INGENIERÍAS FÍSICOMECÁNICAS
ESCUELA DE INGENIERÍAS
MECÁNICA
BUCARAMANGA

2019

DEDICATORIA

Dedico este proyecto a Dios que siempre ha estado a mi lado, llenandome de bendiciones y a mi familia, por todo el tiempo y el apoyo que me han proporcionado siempre

.

AGRADECIMIENTOS

El desarrollo de este proyecto de maestría y el avance en mis estudios no habría sido posible sin el apoyo de Dios y de mi familia, quienes han estado conmigo incondicionalmente, brindándome confianza y aconsejándome para culminar y lograr este paso tan importante en mi vida.

También agradezco a la Universidad Industrial de Santander por abrirme las puertas para crecer en mi proceso de formación, proporcionarme los recursos para el avance en mis estudios y a los docentes que compartieron sus conocimientos durante el transcurso de la maestría, motivando al pensamiento crítico y al sentido común.

Adicionalmente, quiero expresar mi agradecimiento a mi director, el Doctor Carlos Borrás, por su apoyo, paciencia y la confianza que deposito en mí para realizar mis estudios de maestría.

CONTENIDO

	página
INTRODUCCIÓN	20
1. OBJETIVOS	22
1.1. OBJETIVO GENERAL	22
1.2. OBJETIVOS ESPECÍFICOS	22
2. METODOLOGÍA	23
2.1. INVESTIGACIÓN PREVIA	23
2.2. DESARROLLO DE MODELOS MATEMÁTICOS	23
2.3. DISEÑO DE CONTROLADORES	24
2.4. SIMULACIONES	24
2.5. FINALIZACIÓN	24
3. ESTADO DEL ARTE Y MARCO TEÓRICO	25
3.1. CLASIFICACIÓN DE LOS ROBOTS PARALELOS	28
3.2. CONFIGURACIÓN DE LOS ROBOTS PARALELOS	30
3.3. MODELO MATEMÁTICO DE ROBOTS PARALELOS	31
3.3.1. Movilidad	32
3.3.2. Cinemática	32
3.3.3. Dinámica	33
3.4. ESTRATEGIAS DE CONTROL	34
3.4.1. Control PID	34
3.4.2. Control por Par Calculado	35
3.4.3. Control por Modos Deslizantes	35

3.4.4. Control Adaptativo	36
4. MODELO MATEMÁTICO	37
4.1. ANÁLISIS DE MOVILIDAD	37
4.2. ANÁLISIS CINEMÁTICO	40
4.2.1. Cinemática Inversa	40
4.2.2. Cinemática Directa	43
4.3. ANÁLISIS DINÁMICO	44
4.3.1. Dinámica Inversa	44
5. CONTROL	59
5.1. CONTROLADOR PID	59
5.1.1. Linealización del Modelo	59
5.1.2. Diseño del Controlador	63
5.1.3. Partición de la Ley de Control	67
5.2. CONTROL POR MODOS DESLIZANTES	69
5.3. CONTROL ADAPTATIVO	74
6. SIMULACIONES	77
6.1. SIMULACIÓN DE LA CINEMÁTICA INVERSA	78
6.2. SIMULACIÓN DE LA CINEMÁTICA DIRECTA	82
6.3. SIMULACIÓN DE LA DINÁMICA INVERSA	85
6.4. SIMULACIÓN DE LA DINÁMICA DIRECTA	87
6.4.1. Modelo del Robot en Simulink	89
6.5. SIMULACIÓN DEL CONTROL PID	92
6.6. SIMULACIÓN DEL CONTROL POR MODOS DESLIZANTES	100
6.7. SIMULACIÓN DEL CONTROL ADAPTATIVO	104
6.8. ANÁLISIS DE RESULTADOS	107

7. CONCLUSIONES	126
BIBLIOGRAFÍA	128
ANEXOS	135

LISTA DE FIGURAS

		página
Figura 1.	Metodología	23
Figura 2.	Robot Paralelo Simulador de Movimiento - Toyota	27
Figura 3.	Robot Hexa	29
Figura 4.	Robot Esférico ($3SPS - 1S$)	29
Figura 5.	Robot Mixto ($6RSS$)	30
Figura 6.	Robot Paralelo $6UPS$	31
Figura 7.	Clases de Cinemática	32
Figura 8.	Arquitectura del Robot	37
Figura 9.	Representación del robot Paralelo $3SPS - 1U$	39
Figura 10.	Estructura básica del Robot	41
Figura 11.	Sistema de Referencia	42
Figura 12.	DCL del Actuador i del Robot	45
Figura 13.	DCL del cilindro i del Robot	46
Figura 14.	DCL del vástago i del Robot	47
Figura 15.	DCL de la base del mástil central i del Robot	48
Figura 16.	DCL parte móvil del mástil central del Robot	49
Figura 17.	DCL Plataforma móvil del Robot	50
Figura 18.	Fuerza ejercida por el Vástago	51
Figura 19.	Análisis del Actuador - Método Lagrange-Euler	52
Figura 20.	Vectores de Posición y Fuerzas relacionadas con la plataforma móvil	56
Figura 21.	Respuesta al Escalón	63
Figura 22.	Diagrama de Bloques para el Control PID	64

Figura 23.	Desempeño del Controlador 1	65
Figura 24.	Señal de Error 1	65
Figura 25.	Desempeño del Controlador 1 - ajuste	66
Figura 26.	Señal de Error 1-ajuste	66
Figura 27.	Diagrama de Bloques para el Control Particionado	68
Figura 28.	Desempeño del Controlador por Modos Deslizantes (Función <i>sgn</i>)	72
Figura 29.	Capa de Frontera	73
Figura 30.	Desempeño del Controlador por Modos Deslizantes (Función <i>sat</i>)	74
Figura 31.	Esquema Control Adaptativo	75
Figura 32.	Parámetros geométricos de la plataforma móvil	77
Figura 33.	Parámetros geométricos de los actuadores	77
Figura 34.	Parámetros geométricos de la base	78
Figura 35.	Diagrama de Flujo Cinemática Inversa	79
Figura 36.	Longitud de los actuadores de acuerdo a la variación de cada parámetro z, θ_1, θ_2 independiente	80
Figura 37.	Longitud de los actuadores de acuerdo a la variación de todos los parámetros θ_2, z, θ_1	81
Figura 38.	Bosquejo del Robot en Matlab	82
Figura 39.	Diagrama de Flujo - Cinemática Directa	83
Figura 40.	Cinemática Directa (θ_1, θ_2 y h)	84
Figura 41.	Cinemática Directa (θ_1, θ_2 y h)	85
Figura 42.	Diagrama de Flujo Dinámica Inversa	86
Figura 43.	Dinámica Inversa (F_1, F_2, F_3)	87
Figura 44.	Diagrama de Flujo Dinámica Directa	88
Figura 45.	Posición y Orientación del Robot - Dinámica Directa	89
Figura 46.	Exportar Modelo de SolidWorks a SimMechanics	90
Figura 47.	Modelo en Simulink	90

Figura 48.	Modelo en Simulink - Entrada de Control	91
Figura 49.	Vista del Modelo en Simulink	92
Figura 50.	Desempeño de Controladores PID	93
Figura 51.	Error de Controladores PID	94
Figura 52.	Desempeño de Controladores PID - Seguimiento de Trayectorias deseadas	95
Figura 53.	Error de Controladores PID - Seguimiento de Trayectorias deseadas	96
Figura 54.	Desempeño Controlador Par Calculado - Seguimiento de Trayectorias deseadas - Escalón	97
Figura 55.	Desempeño Controlador Par Calculado- Seguimiento de Trayectorias deseadas - Sinusoidal	98
Figura 56.	Desempeño Controlador Par Calculado- Seguimiento de Trayectorias deseadas	99
Figura 57.	Perturbación - Fricción	100
Figura 58.	Bloque de Control Modos Deslizantes	100
Figura 59.	Desempeño Controlador - Seguimiento de Trayectoria deseada y Error SMC - Función <i>sgn</i>	101
Figura 60.	Desempeño Controlador - Seguimiento de Trayectoria deseada y Error SMC - Función <i>sat</i>	101
Figura 61.	Desempeño y Error de SMC - Seguimiento de Trayectorias deseadas para cada actuador - Escalón	102
Figura 62.	Desempeño y Error de SMC - Seguimiento de Trayectorias deseadas para cada actuador - Sinusoidal	103
Figura 63.	Desempeño y Error de SMC - Seguimiento de Trayectorias deseadas para cada actuador	104
Figura 64.	Desempeño y Error del Control Adaptativo - Seguimiento de Trayectorias deseadas para cada actuador - Escalón	105

Figura 65.	Desempeño y Error del Control Adaptativo - Seguimiento de Trayectorias deseadas para cada actuador - Sinusoidal	106
Figura 66.	Desempeño y Error del Control Adaptativo - Seguimiento de Trayectorias deseadas para cada actuador	107
Figura 67.	Desempeño de Controladores para una entrada escalón - AB_1	108
Figura 68.	Desempeño de Controladores para una entrada escalón - AB_2	109
Figura 69.	Desempeño de Controladores para una entrada escalón - AB_3	110
Figura 70.	Desempeño de Controladores para una entrada Sinusoidal - AB_1	111
Figura 71.	Desempeño de Controladores para una entrada Sinusoidal - AB_2	112
Figura 72.	Desempeño de Controladores para una entrada Sinusoidal - AB_3	113
Figura 73.	Desempeño de Controladores para una entrada Polinómica - AB_1	114
Figura 74.	Desempeño de Controladores para una entrada Polinómica - AB_2	115
Figura 75.	Desempeño de Controladores para una entrada Polinómica - AB_3	116
Figura 76.	Certificado Ponencia 1 - Generalidades de Robots paralelos	135
Figura 77.	Certificado Artículo 1 - Generalidades de Robots paralelos	136
Figura 78.	Certificado Ponencia 2 - Generalidades de Robots paralelos	137

LISTA DE TABLAS

		$\pi \frac{1}{2} g$
Tabla 1.	Fuerzas desconocidas	50
Tabla 2.	Momentos desconocidos	50
Tabla 3.	Efectos de las Ganancias K_p, K_i, K_d	66
Tabla 4.	Parámetros geométricos del Robot	78
Tabla 5.	Comparación del Desempeño de los Controladores - Sin Perturbación Actuador 1	117
Tabla 6.	Comparación del Desempeño de los Controladores Con Perturbación - Ruido Actuador 1	118
Tabla 7.	Comparación del Desempeño de los Controladores Con Perturbación - Paramétrica Actuador 1	119
Tabla 8.	Comparación del Desempeño de los Controladores - Sin Perturbación Actuador 2	120
Tabla 9.	Comparación del Desempeño de los Controladores Con Perturbación Actuador 2	121
Tabla 10.	Comparación del Desempeño de los Controladores - Sin Perturbación Actuador 3	122
Tabla 11.	Comparación del Desempeño de los Controladores Con Perturbación Actuador 3	123
Tabla 12.	Cálculo del error - Actuador 1	124
Tabla 13.	Cálculo del error - Actuador 2	124
Tabla 14.	Cálculo del error - Actuador 3	124
Tabla 15.	Cálculo del error - Actuador 1 - Perturbación	124

Tabla 16.	Cálculo del error - Actuador 2 - Perturbación	125
Tabla 17.	Cálculo del error - Actuador 3 - Perturbación	125

LISTA DE ANEXOS

	$\pi \frac{1}{2} g$
Anexo A. PUBLICACIONES - PONENCIAS	135

GLOSARIO

CONTROLADOR (o también compensador) es un dispositivo que toma una decisión con base en la comparación de la información medida con respecto a condiciones deseadas de operación. A dicha decisión se le denomina acción de control.

CONTROLAR es asignar valores a la variable manipulada para lograr que la variable controlada siga un valor de referencia.

PERTURBACIÓN señal indeseada que afecta negativamente el valor de la variable controlada del sistema.

PID sigla que refiere la acción combinada de control proporcional, integral y derivativo.

SISTEMA conjunto de elementos que interactúan de manera organizada para cumplir con un fin u objetivo común.

VARIABLE CONTROLADA es la cantidad o condición que se mide y controla.

VARIABLE MANIPULADA es la cantidad que el controlador modifica para afectar los valores de salida de la planta.

RESUMEN

TÍTULO: ANÁLISIS DISEÑO Y SIMULACIÓN DE UN CONTROL ROBUSTO PARA UN ROBOT PARALELO DE 3 GRADOS DE LIBERTAD *

AUTOR: KATHERIN DUARTE BARÓN **

PALABRAS CLAVE: CINEMÁTICA, DINÁMICA, CONTROL POR PAR COMPUTADO, CONTROL POR MODOS DESLIZANTES, CONTROL ADAPTATIVO.

DESCRIPCIÓN:

Los robots paralelos se han incursionado en la industria con el paso del tiempo, siendo una de sus múltiples aplicaciones, la simulación del movimiento en el sector automotriz. De acuerdo con la historia, la configuración de la plataforma que se conoce actualmente como plataforma Stewart realmente corresponde a la plataforma planteada por Gough para el ensayo de neumáticos, sin embargo, fue el artículo publicado por Stewart el que tuvo gran impacto en la robótica paralela, ya que a pesar de que la arquitectura planteada por él no ha tenido aplicación práctica, el análisis cinemático y de movimiento planteados, la aplicación propuesta y la descripción de la estructura de Gough, se hicieron populares y abrieron las puertas al estudio de este tipo de estructuras. Desde esa época hasta la fecha se han establecido parámetros para determinar las diversas configuraciones y clasificar los robots paralelos. El objetivo de este trabajo es simular la cinemática, la dinámica de un robot paralelo de tres grados de libertad y desarrollar una estrategia de control robusto, para lo cual se realiza una búsqueda de la información relacionada con robots paralelos, de manera general, empezando con las diversas configuraciones de acuerdo con la aplicación de cada uno. Así mismo, se investiga sobre análisis cinemáticos y dinámicos que sirven de base para establecer el modelo matemático del robot, por otra parte se estudian las diferentes estrategias de control utilizadas en algunas de estas plataformas y las que mejor desempeño han mostrado en robots seriales, de forma que se proponen las leyes de control a diseñar. En cuanto al modelo matemático, primero se hace el análisis de movilidad, luego el cinemático y a diferencia de los robots seriales, en los que se realiza primero la cinemática directa y a partir de ésta la cinemática inversa, en los robots paralelos, se debe realizar primero la inversa y encontrar las longitudes de los actuadores para una posición y orientación determinadas de la plataforma móvil. Luego se puede encontrar la cinemática directa, ya que para hallarla, es necesario utilizar un método numérico. Una vez halladas las expresiones de la cinemática, se procede a determinar los términos de la ecuación dinámica característica de cualquier robot paralelo, para lo cual se pueden emplear diversos métodos, así como se hace en los robots seriales, tales como Newton - Euler, Euler - Lagrange, el principio de trabajos virtuales, entre otros. En el desarrollo del libro se muestra el planteamiento usando el método de Newton - Euler y el de Euler - Lagrange, para efectos de la simulación, se implementan las ecuaciones de Euler - Lagrange, ya que el tiempo de cómputo es menor. Después de conocer la dinámica se plantean diversas estrategias de control con el fin de comparar el desempeño entre ellas y analizar cuál presenta un mejor desempeño ante diversas trayectorias deseadas. Por último se realizan las simulaciones correspondientes al modelo matemático y al control, se analizan los resultados, concluyendo y se proponen trabajos futuros.

* Trabajo de investigación

** Facultad de Ingenierías Físico-Mecánicas. Escuela de Ingeniería Mecánica. Maestría en Ingeniería Mecánica Director: Carlos Borrás Pinilla, Doctorado en Ingeniería Mecánica.

ABSTRACT

TITLE: ANALYSIS DESIGN AND SIMULATION OF A ROBUST CONTROL FOR A PARALLEL ROBOT OF 3 DEGREES OF FREEDOM *

AUTHOR: KATHERIN DUARTE BARÓN **

KEYWORDS: KINEMATICS, DYNAMICS, COMPUTED TORQUE CONTROL, SLIDING MODE CONTROL, ADAPTATIVE CONTROL.

DESCRIPTION:

The parallel robots have entered the industry with the passage of time, being one of its multiple applications, the simulation of the movement in the automotive sector. According to the story, the configuration of the platform that is currently known as the Stewart platform really corresponds to the platform proposed by Gough for tire testing, however, the article published by Stewart was that had a great impact on parallel robotics, because despite the fact that the architecture proposed by him has not had practical application, the kinematic and movement analysis proposed, the proposed application and the description of the structure of Gough, became popular and opened the doors to the study of this type of structures. Since that time to date, parameters have been established to determine the various configurations and classify the parallel robots. The goal of this thesis is to simulate the kinematics, the dynamics of a parallel robot of three degrees of freedom and develop a robust control strategy, for which a search of the information related to parallel robots, in general, starting with the various configurations according to the application of each one is made. Likewise, research is carried out on kinematic and dynamic analyzes that serve as a basis for establish the mathematical model of the robot, on the other hand, the different control strategies used in some of these platforms and those that have shown better performance in serial robots, are studied, so that the laws of control to be designed are proposed. To the mathematical model, first the mobility analysis is done, then the kinematics and unlike the serial robots, in which the direct kinematics is made first and from this the inverse kinematics, in the parallel robots, first the inverse must be done and find the lengths of the actuators for a certain position and orientation of the mobile platform. Then the direct kinematics is found, since to find it, to do this is necessary to use a numerical method. Once the expressions of the kinematics have been found, the next step is determine the terms of the dynamic equation characteristic of any parallel robot, for which various methods can be used, just as it is done in serial robots, such as Newton - Euler, Euler - Lagrange, the principle of virtual works, among others. In the development of the book the approach is shown using the Newton - Euler method and the Euler - Lagrange method, for simulation purposes, the Euler - Lagrange equations are implemented, since the computation time is shorter. After knowing the dynamics, different control strategies are proposed in order to compare the performance among them and analyze which one presents a better performance in the various desired trajectories. Finally, the simulations corresponding to the mathematical model and to the control are carried out, the results are analyzed, and future works are concluded and proposed.

* Research Thesis

** Facultad de Ingenierías Físico-Mecánicas. Escuela de Ingeniería Mecánica. Maestría en Ingeniería Mecánica. Director: Carlos Borrás Pinilla, Doctorado en Ingeniería Mecánica.

INTRODUCCIÓN

Ante la creciente necesidad de disminuir tiempos, evitar accidentes, aumentar producción y automatizarse, la robótica ha incursionado cada vez en la industria, siendo hoy día muy común encontrarse con manipuladores robóticos de cualquier clase en diversas empresas. Por tal razón, centros de investigación y universidades profundizan en temas relacionados con esta área, desde su modelo matemático, análisis del espacio de trabajo, singularidades y especialmente en el desarrollo e implementación de leyes de control que cumplan con una tarea específica¹

Los robots que han sido mayormente estudiados son los seriales, sin embargo, en los últimos años los robots paralelos se están utilizando en la industria, gracias a sus ventajas con respecto a los manipuladores seriales, tales como, mayor rigidez en su estructura, mayor precisión, capacidad de alcanzar altas velocidades y soportar grandes cargas.

Los robots paralelos son cadenas cinemáticas cerradas, compuestos por dos plataformas, una móvil (efector final) y otra fija (base), unidas por uno o más eslabones conectados mediante juntas o articulaciones, utilizados en neurocirugía, mecanizado de piezas, ensamble de dispositivos electrónicos y especialmente para la simulación de movimientos en dos áreas: sísmica y automotriz. Para el caso de la sísmica, se usan robots paralelos que simulan un terremoto, ubicando sobre la plataforma móvil una estructura a escala, de forma que se verifica su comportamiento y se evalúan diversas formas de diseño y materiales sismo - resistentes. En la industria automotriz es un sistema de realidad virtual dinámico que ofrece la posibilidad de probar diversas situaciones de conducción en condiciones seguras, en el que es posible estudiar el comportamiento del conductor, la formación de los mismos y para el entretenimiento (video juegos). Sin embargo, a pesar de sus aplicaciones, no es un tema del que se encuentre alta documentación y algunos de los artículos relacionados utilizan técnicas de control que no cumplen a cabalidad con los requerimientos del sistema o la trayectoria deseada propuesta no corresponde a un recorrido realista, se enfocan principalmente al desarrollo cinemático y cinético de la plataforma de movimiento que se requiere para el funcionamiento del simulador.

Para el diseño de un simulador que pueda reproducir fielmente la dinámica, creando el movimiento real de un recorrido en automóvil es indispensable realizar modelos matemáticos de la cinemática y la cinética, que contemplen todos los elementos del sistema y elaborar un controlador que satisfaga los requerimientos del mismo, teniendo en cuenta las incertidumbres

¹ Mario Garcia Sanz y Manuel Motilva Casado. "Herramientas para el estudio de Robots de cinemática paralela: Simulador y Prototipo Experimental". En: *Revista Iberoamericana de Automática e Informática Industrial, RIAI* 2.2 (2005), págs. 73-81.

que se presentan.

Considerando que el modelo dinámico del robot es no lineal, es importante que la técnica a implementar sea no lineal o linealizar el modelo para poder aplicar una técnica de control lineal. Algunas de las estrategias de control propuestas para robots seriales que han evidenciado un buen desempeño son Control por Par Calculado, Modos Deslizantes, Adaptativo, Fuzzy y predictivo. Siendo las tres primeras las de mejor desempeño, esto debido a que son técnicas que trabajan sobre el modelo, no se requiere linealización y responden bien ante incertidumbres, especialmente el control Robusto y el Adaptativo. Sin embargo, en los robots seriales industriales se encuentra también la técnica de control clásico PID, proporcionando una respuesta aceptable para requerimientos determinados.

Partiendo de esta premisa y teniendo en cuenta que para los simuladores automovilísticos no se encuentran numerosas estrategias de control documentadas, en este libro se establecen leyes de control por Par Calculado, Modos Deslizantes y Adaptativo para que sigan una trayectoria realista a partir de un modelo matemático encontrado de acuerdo a las dimensiones y configuración de una plataforma robótica particular, con el fin de establecer cuál de las tres estrategias presenta un mejor desempeño.

1. OBJETIVOS

1.1. OBJETIVO GENERAL

- Desarrollar una estrategia de control robusto, para controlar y simular un sistema dinámico de plataforma de 3 grados de libertad.

1.2. OBJETIVOS ESPECÍFICOS

- Establecer un estado del arte de los trabajos realizados con plataformas dinámicas para simulación de movimiento y las diversas estrategias de control utilizadas;
- Desarrollar un modelo matemático de la cinemática y la cinética del sistema dinámico no lineal, compuesto por una plataforma móvil, actuadores hidráulicos y una plataforma fija de soporte estructural;
- Diseñar el Control Robusto para la plataforma dinámica de 3 GDL;
- Implementar y simular la estrategia de control diseñada en Matlab – Simulink, y comparar los resultados obtenidos con otras estrategias de control, como filtros PID y adaptativo.

2. METODOLOGÍA

Para el desarrollo del proyecto es importante establecer una metodología con la que se cumplan los objetivos planteados en el capítulo 1, de acuerdo con la Fig. 1

Figura 1. Metodología



2.1. INVESTIGACIÓN PREVIA

En esta primera etapa del proyecto se realiza la búsqueda de información, artículos, libros, monografías, etc., correspondientes al tema, en las bases de datos proporcionadas por la Universidad, con el fin de establecer los diferentes desarrollos a través de la historia. Inicialmente se hace una búsqueda de los trabajos relacionados con los diferentes simuladores de movimiento realizados en los últimos años, particularmente los orientados al sector automovilístico, también las diversas aplicaciones de los robots paralelos, su funcionamiento, los cálculos cinemáticos y dinámicos planteados por cada autor y posteriormente se analizan las diversas estrategias de control utilizadas para el desarrollo de cada plataforma en particular, las ventajas y desventajas que ofrece cada una, estableciendo así un estado del arte y un marco teórico que sirvan de base para el desarrollo del proyecto y a otros autores como punto de partida para futuras investigaciones (Capítulo 3).

2.2. DESARROLLO DE MODELOS MATEMÁTICOS

Una vez se ha hecho la recolección y el procesamiento de la información de la etapa anterior, se procede a hacer el análisis matemático del sistema. Inicialmente se realiza el análisis de movilidad y la cinemática del sistema, que incluye la cinemática directa e inversa. Después

se analiza la dinámica del sistema, lo que permite encontrar una expresión matemática no lineal, sobre la cual se trabaja para establecer leyes de control (Capítulo 4).

2.3. DISEÑO DE CONTROLADORES

Planteados los modelos matemáticos, se empieza con el diseño de las leyes de control que permitan que el robot siga una trayectoria deseada. El primer controlador es el PID, que requiere la linealización del modelo dinámico, debido a que esta estrategia de control es idónea para sistemas lineales. Posteriormente se plantean estrategias de control no lineal, empezando por una partición de la ley de control, luego el diseño de un control robusto utilizando modos deslizantes y finalmente una técnica de control adaptativo, usando un modelo de referencia (Capítulo 5)

2.4. SIMULACIONES

El robot se realiza en SolidWorks y posteriormente se exporta a Simulink, con el fin de conservar sus propiedades físicas y geométricas y poder observar el desempeño del controlador de una forma realista. Después de encontrar matematicamente la cinemática del Robot, se utiliza el Software Matlab - Simulink, para realizar las simulaciones pertinentes y ver los resultados partiendo de la cinemática inversa y la directa. Luego, encontrados los parámetros de la ecuación dinámica del robot se realiza la simulación correspondiente tanto de la dinámica inversa como de la dinámica directa. Diseñado el controlador se procederá a realizar las simulaciones pertinentes para verificar el desempeño de cada controlador y analizar los resultados (Capítulo 6).

2.5. FINALIZACIÓN

Después de realizar las simulaciones correspondientes a los modelos matemáticos encontrados, se comparan los desempeños de los controladores, se elaboran las conclusiones y se proponen trabajos futuros. Durante todo el desarrollo del proyecto se plasma cada cálculo realizado, resultados obtenidos, comparaciones, simulaciones, diseños, análisis. etc., y al final se organiza toda la documentación, se revisa, se corrige y se entregará un libro. Se espera como mínimo la participación en una ponencia y la publicación de un artículo (Capítulo 7).

3. ESTADO DEL ARTE Y MARCO TEÓRICO

Existen diversas formas de clasificar los robots, siendo la más general catalogarlos en industriales, no industriales o para usos especiales. En el caso de los primeros, tienen como objetivo servir para la manufactura de productos de mano de obra no calificada o semi-calificada. Los segundos se caracterizan porque prestan servicios de reparación, limpieza, entre otros y los últimos se emplean en diversos ambientes y se dividen a su vez en Vehículos Guiados Automáticamente (AGV), Robots Caminantes y Robots Paralelos². Los robots paralelos están compuestos por una base fija conectada a una plataforma móvil a través de dos o más cadenas cinemáticas cerradas³, caracterizándose principalmente por su rigidez, su capacidad de soportar grandes cargas y de alcanzar velocidades y aceleraciones elevadas sin que surjan esfuerzos dinámicos que lo impidan⁴⁵, teniendo como desventajas el hecho de que su modelo matemático es complejo y el espacio de trabajo es reducido, por lo que se pueden presentar más singularidades.

Los robots paralelos tienen sus inicios desde 1931, cuando Grwinnet patentó una plataforma para ubicar los asientos de un teatro, con el fin de proporcionar una sensación más realista al espectáculo, sin embargo de acuerdo con la información que se tiene de la misma, esta nunca llegó a construirse⁶. Posteriormente Pollard patentó un robot paralelo para pintar automóviles, sin embargo este tampoco se construyó⁷, fue sólo hasta 1947 que Gough diseñó y construyó un robot paralelo de 6 Grados de Libertad (GDL) utilizado por la empresa Dunlop para el ensayo de neumáticos⁸. Después de la invención de Gough se han seguido implementando plataformas con 6 GDL, como la presentada por Stewart en 1965 para ser usada como simulador de vuelo⁹, con la cual se abrieron las puertas al diseño y construcción de plata-

² Subir Kumar Saha. *Introducción a la Robótica*. Ed. por 2a. Ed. McGRAW-HILL, 2011.

³ Q. C. Huang Z. & Li. "General Methodology for Type Synthesis of Symmetrical Lower-Mobility Parallel Manipulators and Several Novel Manipulators". En: *The International Journal of Robotics* (2002), págs. 131-145.

⁴ Oscar Salgado Picón. *Síntesis, Análisis y Diseño de Manipuladores Paralelos de Baja Movilidad*. Universidad del País Vasco., 2008.

⁵ Xiaoling Jiang, Eric Barnett y Clément. Gosselin. "Dynamic Point-to-Point Trajectory Planning Beyond the Static Workspace for Six-DOF Cable-Suspended Parallel Robots". En: *Transactions on Robotics* (2018).

⁶ J. E. Gwinnett. *Patent N. US 1789680*. US 1789680. 1931.

⁷ J.-P Merlet. *Parallel Robot*. Ed. por 1a Ed. Springer, 2006.

⁸ V. E. Gough y S.G. Whitehall. "Universal tyre test machine". En: *Proceedings of the FISITA Ninth International Technical Congress*. 1962.

⁹ D. Stewart. "A Platform with Six Degrees of Freedom". En: *Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers* (1965), págs. 371-386.

formas orientadas a este tipo de simulaciones¹⁰¹¹¹². Observando las ventajas económicas y ante la posibilidad de innovación, evaluación de la seguridad, estudio del comportamiento del conductor y formación de los mismos¹³, Volkswagen elaboró el primer simulador de conducción automovilista de 3 GDL a principios de los años 70¹⁴, luego la Ford introdujo el Virttex con 6 GDL, después la NADS mostró en la Universidad de Iowa su simulador, de 9 GDL, considerado el mejor simulador del mundo. Consiste en una gran cúpula en la que se pueden montar los coches enteros, las cabinas de los camiones y autobuses, además, las cabinas de los vehículos están equipadas electrónicamente y mecánicamente, utilizando instrumentación específica para su marca y modelo. Al mismo tiempo, el sistema de movimiento sobre el cual está montada la cúpula proporciona 400 metros cuadrados de desplazamiento horizontal – longitudinal y casi 360 grados de rotación en cualquier dirección. El efecto será que el conductor sienta los efectos de la aceleración, frenado y dirección como si él estuviera conduciendo un coche real, camión o autobús. Desde el momento de su creación hasta la fecha, se ha buscado utilizar elementos de última tecnología no sólo en sus estrategias de control, también en el uso de una pantalla y un sistema de audio de alta definición, logrando que el sujeto de la prueba se vea inmerso en la vista, el sonido y el movimiento tan real, que inminentes escenarios de choque pueden ser presentados de manera convincente sin peligro para él. Posteriormente Renault desarrolló un robot con 6 GDL sobre una base que se desplaza en los ejes xy. Uno de los últimos desarrollados a nivel industrial, fue elaborado por Toyota (ver Fig. 2), con un diseño similar al de la NADS, pero más largo.

Los robots paralelos también se han usado en el área de la manufactura, en el mecanizado de piezas, como el Variax, fabricado por Giddings y Lewis, el VOH-1000 desarrollado por Ingersoll Machine Tools¹⁵, el robot Tornado elaborado por Hexel Corp¹⁶, fresadoras, taladra-

¹⁰ Haibin Duan, Daobo Wang y Xiufen Yu. “Realization of nonlinear PID with feed-forward controller for 3-DOF flight simulator and hardware-in-the-loop simulation”. En: *Journal of Systems Engineering and Electronics* (2008), págs. 342-345.

¹¹ Umar Asif. *Design of a Parallel Robot with a Large Workspace for the Functional Evaluation of Aircraft Dynamics beyond the Nominal Flight Envelope*. Inf. téc. <http://cdn.intechopen.com/pdfs-wm/38220.pdf>, 2012.

¹² Sheng Guo y col. *Intelligent Robotics and Applications*. Springer, 2014.

¹³ Keiichi Yamada y James Kuchar. “Preliminary Study of Behavioral and Safety Effects of Driver Dependence on a Warning System in a Driving Simulator”. En: *IEEE Transactions on Systems, Man, and Cybernetics - Part A: Systems and Humans* (2006).

¹⁴ J. J. Slob. *State of the Art Driving Simulator, a Literature Survey*. Eindhoven University of Technology, 2008.

¹⁵ Camozzi Group. *Innse Berardi, Machine Tools, Ingersoll, Machine Tools*. Inf. téc. <http://www.ingersoll.com/>, 2015.

¹⁶ Llian Bonev. *ParalleMIC-The Parallel Mechanisms Information Center*. Inf. téc. <http://www.parallemic.org>, 2014.

doras, entre otras máquinas herramientas¹⁷¹⁸. En cuanto a ensamble y soldadura, la empresa FANUC ha construido robots paralelos empleados en diversos procesos, especialmente para la industria automotriz¹⁹. En el campo de la electrónica, la empresa Physik Instrument creó el robot paralelo F-206, usado para el ensamble de dispositivos electrónicos, manipulación de semiconductores y prueba de elementos ópticos²⁰. También se han utilizado en medicina²¹, particularmente en el área de cirugía, en investigaciones realizadas por Siemens Médica²² y por la Universidad de Humboldt. Uno de los más conocidos es el SurgiScope, que se ha usado en el laboratorio de robots quirúrgicos de dicha universidad, desarrollado para neurocirugía. Otro robot empleado en el área de medicina es el MARS, usado como posicionador de alta precisión para hacer taladros en cirugía a nivel intramedular²³.

Figura 2. Robot Paralelo Simulador de Movimiento - Toyota



Fuente: Alberto Ballestín. Toyota contruye el videojuego simulador de conducción más grande del mundo. <http://es.autoblog.com/2007/11/26/toyota-construye-el-videojuego-simulador-de-conduccion-mas-grand/>, 2007²⁴

Considerando los diferentes campos en los que se pueden usar este tipo de dispositivos, se

- ¹⁷ Hernández Jose Manuel Flores. “Diseño Mecánico del Cabezal y el Bastidor de una Fresadora CNC 500x500x300 mm con Mesa de Trabajo Tipo Plataforma de Gogh”. Tesis de mtría. Pontificia Universidad Católica del Perú, 2012.
- ¹⁸ Ricardo Yañéz Valdez. “Bases para el desarrollo de Micromáquinas Herramienta Paralelas”. En: *Revista Iberoamerica de Automática e Informática Industrial* (2014), págs. 212-223.
- ¹⁹ FANUC america corporation. *FANUC America Corporation - CNC, Robot & ROBOMACHINE*. Inf. téc. <http://www.fanucrobotics.com>, 2015.
- ²⁰ PI. *Ultra-Low Inertia Hexapod Micropositioning Systems (6 Axis Parallel-Kinematics)*. 2004.
- ²¹ Marcotte Thomas D.and Rosenthal Theodore J.and Corey Bloom Jody y col. “The Impact of Cognitive Deficits and Spasticity on Driving Simulator Performance in Multiple Sclerosis”. En: *Third International Driving Symposium on Human Factors in Driver Assessment, Training and Vehicle Design*. 2006, págs. 188-194.
- ²² José Gerardo Alvarez Sánchez. “Fabricación de un Manipulador Paralelo”. Tesis de mtría. Universidad Nacional Autónoma de México, 2005.
- ²³ Z. Yaniv y L. Joskowics. “Precise robot-assisted guide positioning for distal locking of intramedularnails”. En: *IEEE transactions on medical imaging* (2005), págs. 624-635.

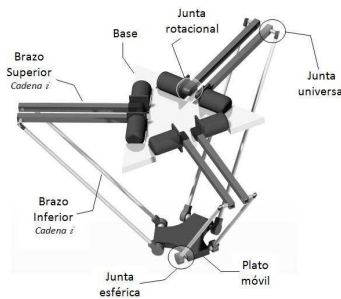
han desarrollado estrategias de control de movimiento, entre las cuales están control óptimo²⁵, adaptativo²⁶, H_{∞} , LQG²⁷, Predictivo²⁸, modos deslizantes²⁹, PI^{30,31}, cartesiano³², entre otras^{33,34,35}, que se diseñan partiendo del modelo matemático que representa el robot.

3.1. CLASIFICACIÓN DE LOS ROBOTS PARALELOS

De forma general, los robots paralelos pueden clasificarse teniendo en cuenta el número de grados de libertad o el tipo de movimiento que presentan. De acuerdo con el tipo de movimiento los robots paralelos pueden ser traslacionales, esféricos y mixtos³⁶. Los primeros, tal como su nombre lo indica sólo permiten que la plataforma móvil se traslade en cualquier dirección. Un ejemplo de este tipo de robots son los de configuración Delta - Hexa, tal como se muestra en la Fig. 3

- ²⁵ Imad Al Qaisi y Ansgar Traechtler. "Human in the Loop: Optimal Control of Driving Simulators and New Motion Quality Criterion". En: *IEEE International Conference on Systems, Man, and Cybernetics*. 2012, págs. 2235-2240.
- ²⁶ Jooho Park, Donghyun Sung y Woon Sung Lee. "A Driving Simulator Study on Adaptive Cruise Control Failure". En: *SICE-ICASE International Joint Conference*. 2006, págs. 2138-2141.
- ²⁷ Li. Liu. "Robust Control for an Electro - Hydraulic 3 Degree of Freedom Automobile Seat Motion Simulator: Analysis, Design and Experiment". Tesis doct. University of Oklahoma, 1995.
- ²⁸ Alessandro Beghi, Mattia Bruschetta y Fabio Maran. "A real time implementation of MPC based Motion Cueing strategy for driving simulators". En: *51st IEEE Conference on Decision and Control*. 2012, págs. 6340 -6345.
- ²⁹ Ahmet Dumlu y col. "Model-based sliding mode control technique for the stewart platform mechanism". En: *ICET*. 2017.
- ³⁰ A. Capustiac, B. Hesse y D. Schramm D.and Banabic. "A Human Centered Control Strategy for a Driving Simulator". En: *International Journal of Mechanical & Mechatronics Engineering IJMME-IJENS* (2011), págs. 37-44.
- ³¹ Dimitrii Dobriborsci, Aleksandr Kapitonov y Nikolay Nikolaev. "Application of the Stewart Platform for studying in control theory". En: *The International Conference on Information and Digital Technologies*. 2017.
- ³² Eduardo Izaguirre y col. "Cartesian Control of a 3-DOF Electropneumatic Actuated Motion Platform with Exteroceptive Pose Measurement". En: *International Journal of Advanced Robotic Systems* (2011).
- ³³ Chifu Yang, Qitao Huang y Junwei Han. "Decoupling control for spatial six-degree-of-freedom electro-hydraulic parallel robot". En: *Robotics and Computer-Integrated Manufacturing* (2012), págs. 14-23.
- ³⁴ Yangjun Pi y Xuanyin Wang. "Trajectory tracking control of a 6-DOF hydraulic parallel robot manipulator with uncertain load disturbances". En: *Control Engineering Practice* (2011), págs. 185-193.
- ³⁵ Chen Zhang y Liyan Zhang. "Kinematics analysis and workspace investigation of a novel 2-DOF parallel manipulator applied in vehicle driving simulator". En: *Robotics and Computer-Integrated Manufacturing* (2013).
- ³⁶ Daniel Chaparro Altamirano. "Análisis, Diseño y Control de un Manipulador Paralelo 3 - SPS - 1S Utilizado en Aplicaciones de Seguridad". Tesis de mtría. Instituto Tecnológico y de Estudios Superiores de Monterrey, 2013.

Figura 3. Robot Hexa



Fuente: Jesús Vázquez H, Francisco Cuenca J. Cinemática Inversa y Análisis Jacobiano del Robot Paralelo Hexa. XV Congreso Internacional Anual de la SOMIM, 2009³⁷

Los robots esféricos o de orientación, son robots en los que la plataforma móvil se mueve sólo para orientar, es decir, no se puede trasladar y se conocen comúnmente como muñecas paralelas esféricas, una configuración de este tipo se muestra en la Fig. 4

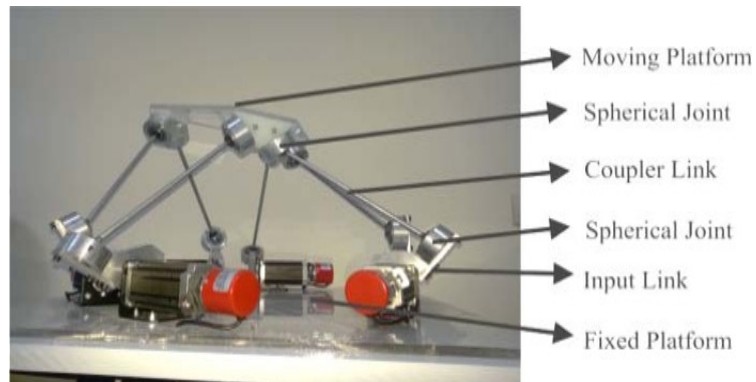
Figura 4. Robot Esférico ($3SPS - 1S$)



Fuente: Daniel Chaparro A. Análisis, Diseño y Control de un Manipulador Paralelo 3 - SPS - 1S Utilizado en Aplicaciones de Seguridad. Tesis de Maestría. Instituto Tecnológico y de Estudios Superiores de Monterrey, 2013³⁸

Por último están los robots mixtos, en los que la plataforma móvil puede realizar tanto movimientos de rotación como de traslación, como es el caso de la plataforma mostrada en la Fig. 5

Figura 5. Robot Mixto (6RSS)



Fuente: Ahmet Dumlu, Aliriza Keleli. Model-based sliding mode control technique for the Stewart platform mechanism. ICET, 2017³⁹

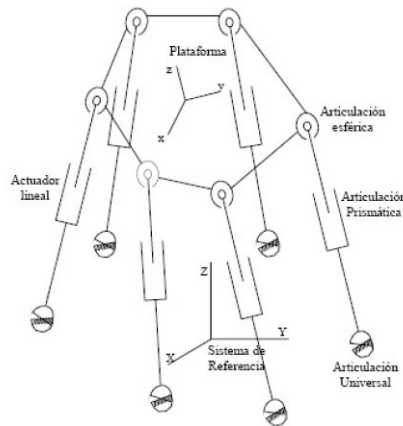
Algunos autores los clasifican en planares o espaciales, los primeros trabajan en un plano de 2 dimensiones y los segundos en un volumen de 3⁴⁰.

3.2. CONFIGURACIÓN DE LOS ROBOTS PARALELOS

En la literatura se encuentran diversas arquitecturas para los robots paralelos, pero no hay una notación que los distinga a todos. La más utilizada consiste en usar un número para indicar la cantidad de piernas que contiene, seguido de letras que muestran el tipo de articulación. Cada robot paralelo usado como simulador puede tener los siguientes tipos de articulación: esférica (S – Spherica), prismática (P – Prismatic), cilíndrica (C - Cylindrical), universal (U – Universal) y rotacional (R – Rotational). Para el caso de la plataforma mostrada en la Fig. 6, que tiene 6 piernas que se unen a la base a través de juntas universales, luego tiene una articulación prismática y finalmente una esférica unida al efector final, se denota como 6 – UPS, cuando se requiere destacar las articulaciones que contienen los actuadores, se usa un guión debajo de la junta correspondiente, en el caso de la plataforma de la Fig. 6, la articulación prismática es la actuada, de forma que quedaría 6 – UPS.

⁴⁰ S.F. Mendoza. “Análisis Cinemático y Dinámico de un Robot Delta de 3 Grados de Libertad”. Tesis de maestría. Universidad Nacional Autónoma de México, 2009.

Figura 6. Robot Paralelo 6UPS



Fuente: Jhonattan Didier Rueda F. Metodología para el Diseño de un Robot Paralelo Industrial Tipo Delta, Tesis de Maestría. Universidad Pontificia Bolivariana, 2008⁴¹

En algunos robots paralelos empleados como simuladores, se utiliza un *central mast*⁴², cambiando la forma de nombrar el robot, en estos casos se escribe primero el número de piernas, luego la pierna central, separadas por guión. De manera que si se tiene un robot configurado de forma convencional como 3 – UPS y se le agrega una pierna central unida mediante una articulación esférica a la plataforma móvil, la forma de denotarlo es 3 – UPS – 1S⁴³, tal como se evidencia en la Fig. 4. Independiente de la configuración y la clasificación, los robots paralelos tienen grandes ventajas con respecto a los seriales, algunas de ellas son su rigidez, capacidad de soportar grandes cargas y de alcanzar velocidades y aceleraciones elevadas, sin embargo, una de sus mayores desventajas es que al ser una estructura de cadenas cinemáticas cerradas, el modelamiento matemático es más complejo al igual que la implementación del control⁴⁴.

3.3. MODELO MATEMÁTICO DE ROBOTS PARALELOS

Un análisis completo del modelado de los robots paralelos, incluyen el análisis de la movilidad, el cálculo de la cinemática, la dinámica, sus respectivas simulaciones y encontrar su espacio de trabajo.

⁴² LLC InMotion Simulation. *InMotion Simulation Moving The World*. Inf. téc. <http://www.inmotionsimulation.com/products.html> 3 DOF Electric (Low Profile), 2014.

⁴³ Merlet, ver n. 7.

⁴⁴ Katherin Duarte Barón y Carlos Borrás. “Generalidades de Robots Paralelos”. En: *Revista Visión Electrónica: Algo más que un Estado Sólido* 10.1 (2016), págs. 360-389.

3.3.1. Movilidad El análisis de movilidad consiste en determinar matemáticamente el número de grados de libertad de un mecanismo, que a su vez indica cuántos actuadores del mismo deben ser controlados. De forma tradicional se emplea la ecuación (1), conocida como la fórmula de Chebyshev – Grübler – Kutzbach para encontrar los grados de libertad de un mecanismo⁴⁵

$$L = 6(b - g - 1) + \sum_k f_k \quad (1)$$

En donde b indica el número de cuerpos incluyendo la base, g el número de juntas del mecanismo y f_k el número de grados de libertad de la junta k . Sin embargo, existen numerosos mecanismos en los que no puede usarse la expresión 1 por lo cual es necesario realizar un análisis de movilidad de acuerdo con la teoría de Gogu⁴⁶. Todo el desarrollo del análisis de movilidad se explica en la sección 4.1.

3.3.2. Cinemática Con el análisis cinemático se logra conocer la posición y orientación de los elementos en el espacio, con respecto a un sistema de referencia, sin considerar las fuerzas que los producen⁴⁷. Al momento de estudiar la cinemática, se trata con dos tipos de problemas: la cinemática directa y la inversa, tal como se muestra en la Fig. 7⁴⁸.

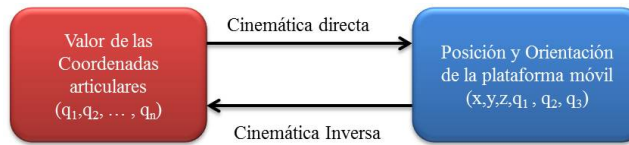


Figura 7. Clases de Cinemática

En la cinemática directa están determinados los parámetros geométricos de los elementos del robot, se conocen las variables articulares y el objetivo es encontrar la posición y orientación de la plataforma móvil con respecto a un sistema de coordenadas⁴⁹ y se representa matemáticamente de la siguiente forma:

$$[x, y, z, \theta_1, \theta_2, \theta_3] = f(q_1, q_2 \dots q_n) \quad (2)$$

En la cinemática inversa se desea conocer el valor que deben tomar las coordenadas articulares, es decir, la posición de los actuadores para una orientación determinada de la plataforma

⁴⁵ Joshep Edward Shigley y John joseph Jr. Uicker. *Teoría de Máquinas y Mecanismos*. Ed. por 1a Ed. McGRAW-HILL, 1992.

⁴⁶ Grigore Gogu. *Structural Synthesis of Parallel Robots*. Ed. por 1a Ed. Springer, 2014.

⁴⁷ Fernando Reyes. *Robótica. Control de robots manipuladores*. Ed. por 1a Ed. Alfaomega Grupo Editor, S.A. de C.V., 2011.

⁴⁸ Antonio Barrientos y col. *Fundamentos de Robótica*. Ed. por 2a. Ed. McGRAW-HILL, 2007.

⁴⁹ A. C. Majarena y col. "Identificación de parámetros cinemáticos de una plataforma paralela pan-tilt basada en cinemática inversa y directa". En: *XVIII Congreso Nacional de Ingeniería Mecánica*. 2010.

y se expresa matemáticamente como:

$$q_k = f_k(x, y, z, \theta_1, \theta_2, \theta_3); k = 1 \cdots n \quad (3)$$

En el caso de los robots paralelos en general, el cálculo de la cinemática puede hacerse de cualquier forma, considerando que el análisis directo se vuelve más complejo a medida que aumentan los grados de libertad y algunos de los métodos que se utilizan no generan soluciones que se puedan lograr físicamente⁵⁰. Además, los tiempos de cálculo son demasiado largos para su uso en una aplicación de tiempo real. La cinemática inversa es más sencilla para este tipo de robots, ya que normalmente se realiza a través de una representación vectorial de la estructura del robot (ver Fig. 10), de manera que se plantea una ecuación de cierre o suma vectorial y se opera, teniendo en cuenta que deben utilizarse matrices de rotación de forma similar al análisis cinemático en robots seriales⁵¹.

Al finalizar el cálculo de la cinemática, se tiene la relación entre la longitud de los actuadores y la orientación de la plataforma móvil. Posteriormente, es necesario conocer la relación entre la velocidad de los actuadores y la velocidad de la plataforma, para lo cual se hace uso de la matriz Jacobiana de acuerdo con la siguiente expresión

$$\dot{q} = J\dot{x} \quad (4)$$

donde J es la matriz Jacobiana, q es la velocidad de los actuadores y x representa la velocidad de la plataforma. Con el cálculo del Jacobiano también se pueden encontrar las singularidades presentes en la plataforma. Cuando se ha terminado el planteamiento de las ecuaciones es posible realizar simulaciones tanto de la cinemática inversa como de la directa, con el fin de observar el cambio de las longitudes de los actuadores o de los ángulos a través del tiempo. Normalmente estas simulaciones son realizadas en Matlab, de la misma forma que se hace para el estudio de las singularidades⁵².

3.3.3. Dinámica El análisis de la dinámica se encarga del estudio del movimiento, pero en este caso sí se tienen en cuenta las fuerzas que lo producen y al igual que la cinemática, la dinámica puede ser directa o inversa. En el primer caso se trata de encontrar la respuesta del robot respecto a algunos pares de torsión o fuerzas en las articulaciones, es decir, conociendo las fuerzas en las juntas, tiene que calcularse el movimiento resultante del robot como función del tiempo. La dinámica inversa consiste en encontrar los pares de torsión y/o las fuerzas de los actuadores que son necesarios para generar el movimiento deseado de la plataforma móvil. En cuanto a la formulación de las ecuaciones se utilizan diversos métodos: Euler –

⁵⁰ Chaparro Altamirano, ver n. ??.

⁵¹ Izaguirre y col., ver n. 32.

⁵² M. H. Fatehi y col. "Modeling and Control of 3 - PRS Parallel Robot and Simulation Based on Sim-Mechanics in MATLAB". En: *2nd International Conference on Control, Instrumentation and Automation (ICCIA)*. 2011.

Lagrange, Newton – Euler, d’ Alembert (Trabajo Virtual), Kane y Merlet⁵³⁵⁴⁵⁵.

La representación matemática de la dinámica de un robot paralelo o serial está dada, de forma general, por la expresión (5)

$$M(q)\ddot{q} + C(q, \dot{q})\dot{q} + g(q) = f \quad (5)$$

Donde $M(q)$ es la matriz de inercia, q corresponde al vector de desplazamiento de las juntas, $C(q, \dot{q})$ representa la matriz de aceleraciones centrífugas y de coriolis, $g(q)$ es el vector de aceleraciones gravitacionales y f concierne al vector de fuerzas aplicadas en las juntas⁵⁶. Los métodos utilizados para el análisis dinámico se explican detalladamente en la sección 4.3.

3.4. ESTRATEGIAS DE CONTROL

Cuando existe la necesidad de conseguir que la planta o sistema siga o alcance una variable deseada, se empieza a desglosar la teoría de control, dando respuesta a dicha problemática. El control puede ser en lazo abierto o retroalimentado, de acuerdo a los requerimientos⁵⁷. En terminos de robótica, existen numerosas estrategias de control que se han aplicado a diversos robots paralelos, algunas de estas son PID, control por par calculado, predictivo, modos deslizantes, entre otras. A continuación se describen algunas de estas técnicas.

3.4.1. Control PID El control PID es ampliamente utilizado en aplicaciones industriales por su sencillez y fácil uso, sin embargo cuando se emplea en robots paralelos no se aprovecha toda la dinámica proporcionada por una plataforma paralela, ya que el control PID no responde bien ante grandes velocidades, de forma que se pueden presentar vibraciones en estado transitorio e inexactitudes en estado estacionario. Debido a que una de las grandes ventajas de los robots paralelos es su capacidad de alcanzar velocidades elevadas, no se recomienda el uso de este controlador. Adicionalmente, para usar un controlador de este tipo es necesario linealizar la dinámica del robot, es decir, el modelo matemático obtenido, ya que es un modelo no lineal y esta estrategia de control ha sido desarrollada para sistemas lineales. Aunque algunos autores lo implementan de forma independiente en cada uno de los actuadores, utilizando la longitud de las piernas de la plataforma como la variable error. Dicho

⁵³ B. Dasgupta y T. Mruthayunjaya. “Closed-Form Dynamic Equations of the General Stewart Platform through the Newton - Euler Approach”. En: *Mechanism and Machine Theory* 1135-1152 (1998).

⁵⁴ Philip Long, Wisama Khalil y Philippe Martinet. “Dynamic modeling of parallel robots with flexible platforms”. En: *Mechanism and Machine Theory* 81.21-35 (2014).

⁵⁵ Sorin Manoiu Olaru y Mircea Nitulescu Dorin Popescu. “Motion Analysis of a Robot Using a Dedicated Matlab Interface”. En: *Proceedings of the 18th International Conference on System Theory, Control and Computing*. 2014.

⁵⁶ Izaguirre y col., ver n. 32.

⁵⁷ Ogata Katsuhiko. *Ingeniería de Control Moderna*. Ed. por 5a. Ed. Pearson, 2010.

parámetro se deriva y se integra, con el fin de calcular la señal de control para hacer tender el error a cero⁵⁸. Es importante mencionar, que a nivel industrial el control más utilizado es el PID, aún cuando se trata de controlar un robot, ya sea serial o paralelo, debido a que implementarlo puede resultar menos complejo que otro robusto⁵⁹.

3.4.2. Control por Par Calculado El control por par calculado (CTC – Computed Torque Control) es el segundo más utilizado a nivel industrial, después del PID⁶⁰. Es una estrategia de control no lineal, de manera general consiste en tomar el modelo dinámico del robot y hacer una linealización por realimentación e implementar sobre este un control PD⁶¹, según la ecuación

$$w = K_p (q^d - q) + K_v \dot{q} \quad (6)$$

Donde w representa la ley de control, K_p y K_v son las ganancias de los controladores y q^d indica la posición que debe tomar para un movimiento deseado. Este controlador es ampliamente usado en robótica, especialmente para robots seriales. En el campo de la robótica, al desarrollo de esta teoría de control también se le conoce como partición de la ley de control⁶². Todo el desglose de esta estrategia de control se muestra en la sección 5.1.3.

3.4.3. Control por Modos Deslizantes El control por modos deslizantes (SMC - Sliding Mode Control) es una técnica de control robusto, de forma general en el control por modos deslizantes se define una ley de control que al conmutar a alta frecuencia lleva el estado del sistema a un hiper plano, conocido como superficie de deslizamiento y el objetivo es mantenerlo en esta ante posibles perturbaciones⁶³.

Este tipo de control es ampliamente utilizado en robots seriales y en los últimos años ha sido objeto de investigación en robots paralelos. Una de las grandes ventajas de diseñar el controlador de esta forma es que el efecto de los términos no lineales presentes en la dinámica de la planta, son considerados como perturbaciones – incertidumbres y son completamente rechazadas, además con este tipo de control el sistema se ve forzado a comportarse como uno de primer orden, esto garantiza que no ocurrirá sobrepaso al momento de regular el sistema

⁵⁸ Damien Six y col. “The Kinematics, Dynamics and Control of a Flying Parallel Robot With Three Quadrotors”. En: *IEEE Robotics and Automation Letters* 3.1 (2018), págs. 559-566.

⁵⁹ Dobriborsci, Kapitonov y Nikolaev, ver n. 31.

⁶⁰ Elena Muñoz y col. “Evaluación del desempeño de diversos controladores avanzados aplicados a un robot manipulador tipo scara”. En: *Revista Científica Ingeniería y Desarrollo* (2011).

⁶¹ E. Yime, J. Roldán y J. Villa. “Computed torque control of a 2-RR planar parallel robot”. En: *Prospectiva* 15.2 (2017), págs. 85-95.

⁶² Saha, ver n. 2.

⁶³ Jean-Jacques Slotine y Weiping Li. *Applied Nonlinear Control*. Ed. por 1a Ed. Prentice Hall, 1991.

de un desplazamiento inicial arbitrario hasta el punto de equilibrio⁶⁴.

En el diseño de un control por modos deslizantes se establece la dinámica de la superficie de deslizamiento, posteriormente se evalúa la estabilidad y la existencia del modo deslizante por medio de una ley de control que logre garantizar un régimen de deslizamiento⁶⁵. Uno de los problemas al trabajar con esta estrategia de control es el *chattering* que se presenta debido a la función *sgn* utilizada, sin embargo, la solución a dicho problema consiste en utilizar la función *sat*. La explicación detallada de este controlador se muestra en la sección 5.2

3.4.4. Control Adaptativo Cada vez que se habla de adaptativo, se hace referencia al cambio de comportamiento de acuerdo a las condiciones⁶⁶. Esta estrategia de control es no lineal y su objetivo es cambiar de comportamiento debido a las perturbaciones o alteraciones presentes en la dinámica del sistema. El control adaptativo se ha utilizado en el campo de la robótica, tanto para robots seriales, como para paralelos⁶⁷. Cuando se habla de control adaptativo, se tienen a su vez dos clases, la primera de ellas es *controlador adaptativo con modelo de referencia* (*Model Reference Adaptive Control - MRAC*) y *Self - Tuning (ST)*⁶⁸. Cuando la variación de los parametros de la planta es lenta, el control adaptativo se divide en: *Sistema adaptativo con identificación del modelo* (*Model Identification Adaptive System - MIAS*) y *Sistema adaptativo con modelo de referencia* (*Model Reference Adaptive System - MRAS*). El primero, funciona de la misma forma que el ST y para el segundo, se establece un modelo de referencia (modelo deseado) que tenga el mismo orden del modelo dinámico real de la planta, se realiza un mecanismo de ajuste y se establece una ley de adaptación que varía en función del error, de acuerdo con la Fig. 31. En la sección 5.3 se muestra el desarrollo y una explicación detallada de esta estrategia de control aplicada al robot en estudio.

⁶⁴ S. Iqbal y A. I. Bhatti. "Robust Sliding-Mode Controller Design for a Stewart Platform". En: *Proceedings of International Bhurban Conference on Applied Sciences & Technology*. 2007.

⁶⁵ Elena Muñoz y Carlos Gaviria. "Control PID Multivariable y modos deslizantes de un robot SCARA". En: *VIII Congreso de la Asociación Colombiana de Automática*. 2009.

⁶⁶ Francisco Rodríguez Rubio y Manuel Jesús López Sánchez. *Control Adaptativo y Robusto*. Universidad de Sevilla, 1996.

⁶⁷ Jonghyun Yoon y col. "Adaptive control for cable driven parallel robots". En: *17th International Conference on Control, Automation and Systems*. 2017.

⁶⁸ Eronini Umez Eronini. *System Dynamics & Control*. Ed. por 1a Ed. International Thomson Publishing, 1998.

4. MODELO MATEMÁTICO

En el modelamiento matemático en robótica, independiente de la clase de robot que se esté tratando, se analiza la movilidad, la cinemática del mismo, en la que se establece inicialmente la posición y la orientación del efector final, con el fin de plantear relaciones para resolver problemas de posicionamiento. Una vez realizado el modelo de la cinemática, se plantean las ecuaciones del movimiento, es decir, se hace el análisis dinámico.

Este capítulo se divide en tres secciones, en la primera se muestra el análisis de movilidad, en la segunda el cinemático y en la última se hace el análisis dinámico con diferentes métodos.

4.1. ANÁLISIS DE MOVILIDAD

El robot paralelo a analizar se muestra en la Fig. 8, consiste en una plataforma fija que está conectada a una móvil con una arquitectura del tipo 3SPS - 1U, es decir, tiene 3 actuadores hidráulicos, que hacen las veces de piernas y se modelan como juntas prismáticas, las articulaciones que unen los actuadores con la base y la plataforma móvil son esféricas y en el centro tiene otra pierna (*central mast*) unida a la plataforma móvil con una junta universal, garantizando así los tres grados de libertad de la estructura y mayor soporte.

Figura 8. Arquitectura del Robot



Después de conocer la arquitectura de la plataforma, es necesario calcular la movilidad del mecanismo, con el fin de definir el número de juntas que deben ser actuadas para el control de la posición del robot paralelo⁶⁹. Para lo cual se han planteado diferentes modelos matemáticos representativos, siendo la ecuación de Chebychev - Grübler - Kutzbach una de las más utilizadas tanto en mecanismos planos como tridimensionales⁷⁰⁷¹. Sin embargo, está fórmu-

⁶⁹ Juan Antonio Briones León. "Diseño, Construcción y Análisis de un Robot Paralelo Traslacional". Tesis de maestría. Instituto Politécnico Nacional, 2009.

⁷⁰ Shigley y Jr. Uicker, ver n. 45.

⁷¹ Hamid Taghirad. *Parallel Robots: Mechanics and Control*. Ed. por 1a. Ed. CRC Press Taylor & Francis

la tiene algunas excepciones, de manera que no se puede aplicar a numerosos mecanismos paralelos⁷², tal como sucede con el robot en estudio. Por esa razón en el 2008 Gogu presentó el desarrollo de una nueva fórmula con validez para el cálculo de la movilidad de cualquier mecanismo, sin importar si se trata de uno serial o paralelo. De manera que para encontrar los grados de libertad del mecanismo se utiliza la siguiente ecuación:⁷³

$$M = \sum_{i=1}^p f_i - r \quad (7)$$

En donde M representa la movilidad o grados de libertad del mecanismo, p el número total de articulaciones, f_i los grados de libertad de la i -ésima articulación y r se calcula como sigue,

$$r = \sum_{i=1}^k S_{Gi} - S_F + r_l \quad (8)$$

En la que r corresponde al número de parámetros que pierden su independencia en el mecanismo, k al total de lazos cerrados, S_{Gi} a la conectividad del brazo G_i , S_F a la conectividad del mecanismo y r_l al número de parámetros que pierden su independencia en los lazos cerrados que pueden existir en el mecanismo. Cada uno de los términos de la ecuación se encuentra de acuerdo a las siguientes expresiones:

$$S_{Gi} = \dim(R_{Gi})$$

$$S_F = \dim(R_F) = \dim(R_{G1} \cap R_{G2} \dots \cap R_{Gk})$$

$$r_l = \sum_{i=1}^k r_l^{Gi}$$

En donde R_{Gi} es el vector de velocidades que se presentan en el brazo G_i al ser desconectado del mecanismo, R_F el vector de velocidades que se presentan en el mecanismo y r_l^{Gi} el número de parámetros que pierden su independencia en los lazos cerrados que pueden existir en el mecanismo.

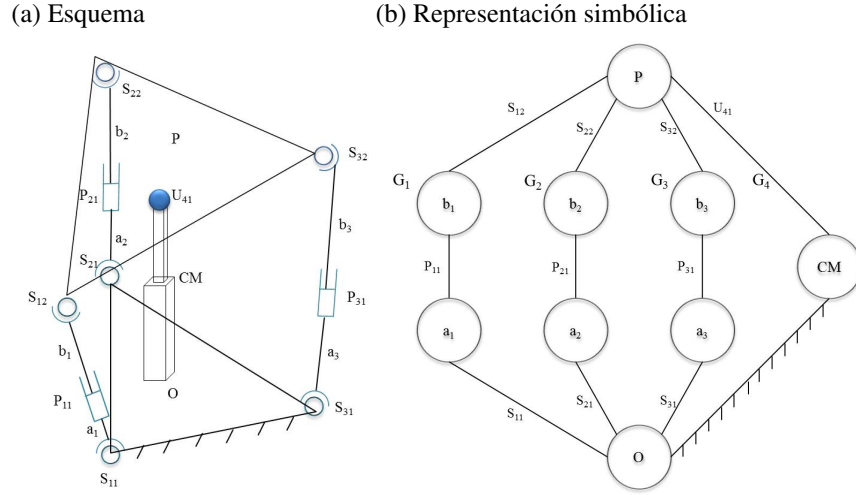
Conocidos los términos y la forma de encontrar cada uno de ellos para resolver la ecuación 7, se inicia el análisis del robot paralelo, con el esquema del mismo y su representación simbólica, tal como se muestra en la Fig. 9.

Group, 2013.

⁷² Grigore. Gogu. “Chebychev - Grübler - KutzbachH’S Criterion for mobility calculation of Multi-Loop Mechanisms Revisited Via Theory of Linear Transformations”. En: *European Journal of Mechanics* (2004).

⁷³ Gogu, *Structural Synthesis of Parallel Robots*, ver n. 46.

Figura 9. Representación del robot Paralelo 3SPS - 1U



De acuerdo con la Fig. 9 la plataforma fija o la base se representa con O, la plataforma móvil con P, cada uno de los eslabones que conforman las piernas del robot paralelo se denotan como a_1 , b_1 ; a_2 , b_2 y a_3 , b_3 , las articulaciones esféricas con las que cuenta el robot se denotan con la letra S, de acuerdo a la pierna correspondiente y al número de la junta, es decir, la articulación S_{11} pertenece a la primera junta esférica presente en la primera pierna, mientras que la junta S_{12} es la segunda articulación esférica que se encuentra en esa misma pierna y así sucesivamente con las demás articulaciones, S_{21} , S_{22} ; S_{31} , S_{32} ; en cuanto a las articulaciones prismáticas se representan con la letra P, como sigue, P_{11} ; S_{21} ; P_{31} , la expresión U_{41} corresponde a la unión del mástil central con la plataforma móvil, y el CM, es el mástil central empotrado a la plataforma fija. G_1 , G_2 , G_3 , G_4 simbolizan cada una de las piernas del robot. Ahora para el cálculo se tiene que

$$P = 10$$

$$k = 1$$

$$S_k = 5$$

$$S_{G1} = S_{G2} = S_{G3} = 6$$

$$S_{G4} = 3$$

$$S_F = 3$$

$$r_l = S_{G1} + S_{G2} + S_{G3} + S_{G4} - S_F = 18$$

$$r = S_k - S_F + r_l = 20$$

Para encontrar los grados de libertad de cada articulación se tiene en cuenta que cada junta

esférica cuenta con 3 GDL, la prismática 1 GDL y la Universal 2 GDL,

$$f = 3(3 + 3 + 1) + 2 = 23$$

Finalmente,

$$M = 23 - 20 = 3$$

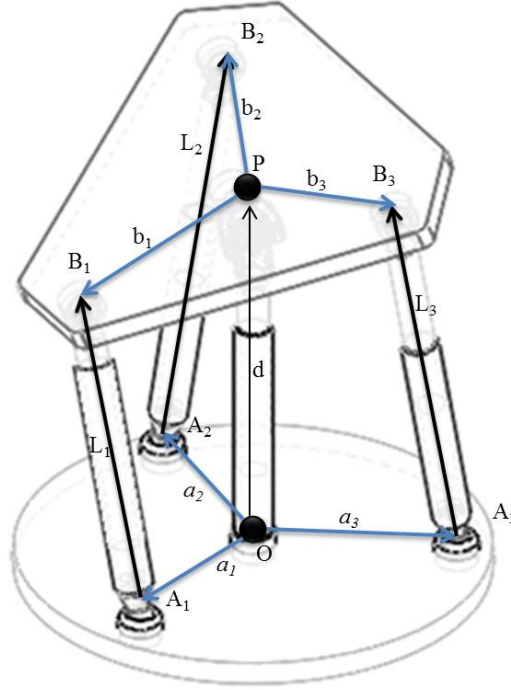
De manera que la movilidad del mecanismo es $M=3$, con lo cual queda verificado que el robot paralelo en estudio necesita de 3 juntas actuadas para poder definir completamente la posición del mismo.

4.2. ANÁLISIS CINEMÁTICO

En esta sección se muestra tanto el análisis cinemático inverso como el directo, de acuerdo con lo mencionado en la sección 3.3.2.

4.2.1. Cinemática Inversa Para plantear la cinemática inversa del robot, se analiza la estructura básica del robot mostrada en la Fig. 10, en donde A_i corresponde a la articulación esférica entre la plataforma fija y la pierna i , B_i representa la unión entre la pierna i y la plataforma móvil, P es el sistema de referencia de la plataforma móvil y O el de la base. L_i simboliza la longitud de cada pierna, a_i es la distancia del sistema de referencia fijo a la articulación esférica A_i , y b_i es la distancia entre el sistema de referencia de la plataforma móvil y la articulación B_i .

Figura 10. Estructura básica del Robot



Considerando la representación del robot dada en la Fig. 10, se puede plantear la siguiente ecuación,

$$\vec{d} + \vec{b}_i = \vec{a}_i + \vec{L}_i \quad (9)$$

la cual cumple con la suma de vectores dada por la expresión

$$\vec{OP} + \vec{PB}_i' = \vec{OA}_i + \vec{A_iB_i} \quad (10)$$

Organizando la ecuación 10 para encontrar la longitud de cada actuador, se tiene que,

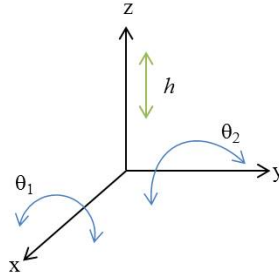
$$\vec{A_iB_i} = \vec{OP} + \vec{PB}_i' - \vec{OA}_i \quad (11)$$

donde $\vec{PB}_i'$ representa las coordenadas de los puntos B_i con respecto al sistema de referencia móvil, es decir, al que se encuentra en el efector final, que para este caso, corresponde a la plataforma móvil. Considerando que todos los puntos deben estar referidos al sistema fijo, se hace necesario utilizar matrices de transformación de la siguiente forma,

$$\vec{OB}_i = \vec{OP} + [R_B^A] \vec{PB}_i' \quad (12)$$

donde el término R_B^A de la ecuación (12) es la matriz de rotación que representa la orientación del sistema de coordenadas de la plataforma móvil con respecto a la fija, que se obtiene teniendo en cuenta que para este robot en particular, la plataforma gira alrededor del eje x y del eje y , tal como se muestra en la Fig. 11

Figura 11. Sistema de Referencia



De forma que la matriz R_B^A se obtiene a partir del siguiente cálculo⁷⁴

$$R_{xyz}^{XYZ} = R_B^A = [Q]_y [Q]_x$$

$$[Q]_y = \begin{bmatrix} \cos(\theta_2) & 0 & \sin(\theta_2) \\ 0 & 1 & 0 \\ -\sin(\theta_2) & 0 & \cos(\theta_2) \end{bmatrix}$$

$$[Q]_x = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos(\theta_1) & -\sin(\theta_1) \\ 0 & \sin(\theta_1) & \cos(\theta_1) \end{bmatrix}$$

$$R_B^A = \begin{bmatrix} \cos(\theta_2) & \sin(\theta_2)\sin(\theta_1) & \sin(\theta_2)\cos(\theta_1) \\ 0 & \cos(\theta_1) & -\sin(\theta_1) \\ -\sin(\theta_2) & \cos(\theta_2)\sin(\theta_1) & \cos(\theta_2)\cos(\theta_1) \end{bmatrix} \quad (13)$$

Sin embargo, los movimientos de la plataforma no son sólo rotacionales, uno de los grados de libertad es una traslación en eje Z , tal como se observa en la Fig. 11, de manera que es necesario replantear las ecuaciones usando la matriz de transformación homogénea dada por la expresión (14)⁷⁵.

$$\begin{bmatrix} [p]_F \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Q & [o]_F \\ 0^T & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} [p']_M \\ 1 \end{bmatrix} \quad (14)$$

⁷⁴ García Sanz y Motilva Casado, ver n. 1.

⁷⁵ Saha, ver n. 2.

donde $[p]_F$ representa un vector p en el sistema fijo, Q la matriz de rotación, 0^T un vector tridimensional de ceros, $[o]_F$ el vector desde el sistema de referencia fijo hasta el móvil y $[p']_M$ corresponde a las coordenadas del punto p en el sistema móvil. Adecuando la ecuación (12) de acuerdo con la expresión (14), se tiene,

$$\begin{bmatrix} \overrightarrow{OB_i} \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} R_B^A & \overrightarrow{OP} \\ 0^T & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \overrightarrow{PB_i} \\ 1 \end{bmatrix} \quad (15)$$

la cual puede expresarse matricialmente, teniendo en cuenta que son tres piernas y la matriz de transformación homogénea es la misma para cada una de estas.

$$\begin{bmatrix} \overrightarrow{OB_1} & \overrightarrow{OB_2} & \overrightarrow{OB_3} \\ 1 & 1 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} R_B^A & \overrightarrow{OP} \\ 0^T & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \overrightarrow{PB_1} & \overrightarrow{PB_2} & \overrightarrow{PB_3} \\ 1 & 1 & 1 \end{bmatrix} \quad (16)$$

De esta manera, la ecuación para encontrar las componentes del vector de longitud del actuador, estaría dada por la expresión

$$[AB] = [OB] - [OA] \quad (17)$$

donde cada una de las columnas de la matriz representa las componentes de la longitud de cada pierna del robot.

$$\begin{bmatrix} \overrightarrow{AB_1} & \overrightarrow{AB_2} & \overrightarrow{AB_3} \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \overrightarrow{OB_1} & \overrightarrow{OB_2} & \overrightarrow{OB_3} \\ 1 & 1 & 1 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} \overrightarrow{OA_1} & \overrightarrow{OA_2} & \overrightarrow{OA_3} \\ 1 & 1 & 1 \end{bmatrix} \quad (18)$$

Así, la magnitud de la longitud de cada pierna del robot L_1 , corresponde a la norma de cada columna de la matriz $[AB]$ respectivamente. Las simulaciones correspondientes a la cinemática inversa, se muestran la sección 6.1. Una vez terminado el planteamiento de la cinemática inversa, se da paso al análisis de la cinemática directa.

4.2.2. Cinemática Directa Para realizar el análisis de la cinemática directa se emplea el método numérico de Newton para sistemas no lineales y las ecuaciones presentadas en la cinemática inversa, pero en este caso las variables que se obtienen son las relacionadas con la posición de la plataforma móvil, es decir, z, θ_1, θ_2 .

Considerando la ecuación iterativa de Newton se encuentra cada valor de la raíz, que en este caso se va aproximando a la posición real en la que se encuentra la plataforma móvil.

$$x_{i+1} = x_i - \frac{f(x_i)}{J_f(x_i)} \quad (19)$$

En el que x_i representa el valor inicial de la raíz, x_{i+1} es el punto en el cual la pendiente intersecta al eje x , $f(x_i)$ es la función evaluada en el valor inicial y $J_f(x_i)$ corresponde al jacobiano⁷⁶. Para definir la función objetivo se emplean las longitudes de los actuadores de la plataforma, utilizando la expresión recomendada por el grupo de Robots y Máquinas Inteligentes, DISAM de la Universidad Politécnica de Madrid

$$\Phi(r, q) = l(r, q) - l_0 \quad (20)$$

donde, r representa el vector de posición de la plataforma móvil con respecto al sistema fijo, q es el vector de orientación de la plataforma móvil, l corresponde a la longitud de los actuadores hallada en la cinemática inversa, l_0 es la longitud fija (mínima) de los actuadores. La simulación de la cinemática directa se realiza posteriormente en la sección 6.2.

Analizada la cinemática del robot se concluye con la primera parte del modelo matemático de la plataforma, para dar paso al análisis dinámico.

4.3. ANÁLISIS DINÁMICO

El análisis dinámico de un robot, ya sea serial o paralelo, consiste en el estudio del movimiento considerando los pares de torsión y las fuerzas que lo producen. De la misma forma que en la cinemática, la dinámica también se divide en inversa y directa. En la primera, dada la trayectoria, velocidades y aceleraciones de la plataforma móvil, hay que determinar las fuerzas o pares de las juntas actuadas. En el caso de la directa ocurre lo contrario, se conocen la fuerzas y pares de las juntas actuadas y se debe calcular la trayectoria, velocidades y aceleraciones del efector final⁷⁷. Por otra parte, existen métodos clásicos para el cálculo de la dinámica, algunos de ellos son la formulación de Euler - Lagrange, Newton - Euler y el principio de trabajos virtuales⁷⁸. Considerando que se está analizando un robot paralelo y posteriormente se diseñarán estrategias de control, se va a analizar la dinámica inversa. La dinámica directa se analizará solo en términos de simulación.

4.3.1. Dinámica Inversa De acuerdo con lo planteado por Anchante⁷⁹, la modelación dinámica se puede realizar mediante métodos clásicos, tales como: Formulación de Newton - Euler y Euler - Lagrange, considerando la carga que produce el peso del vehículo o del asiento como una carga externa. Considerando que el robot en estudio es paralelo, se pueden despreciar los efectos de la fricción, ya que por su configuración existe compensación del error.

⁷⁶ Steven Chapra C. y Raymond Canele P. *Métodos Numéricos para Ingenieros*. Ed. por 5a Ed. McGRAW-HILL, 2006.

⁷⁷ Merlet, ver n. 7.

⁷⁸ Long, Khalil y Martinet, ver n. 54.

⁷⁹ Cromwell Steven Anchante Guimaraes. "Modelación y simulación dinámica del mecanismo paralelo tipo plataforma de Stewart-gough usado en un simulador de marcha". Tesis de maestría. Pontificia Universidad Católica del Perú, 2009.

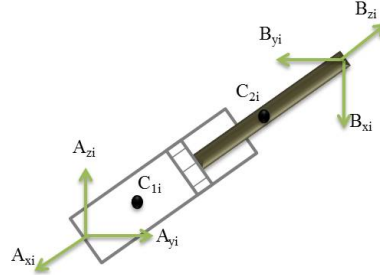
Newton-Euler Diversos autores han realizado el modelamiento dinámico de robots, tanto seriales como paralelos, utilizando el método de Newton - Euler, a través de análisis de fuerzas y momentos en los elementos del robot⁸⁰⁸¹, mediante las expresiones (21) y (22) que representan la ecuación de movimiento de Newton y la ecuación de movimiento rotacional de Euler respectivamente.

$$[f]_i = m_i [\ddot{c}]_i \quad (21)$$

$$[n]_i = [I]_i [\dot{\omega}]_i + [\omega]_i \times ([I]_i [\omega]_i) \quad (22)$$

Donde f y n corresponden a los vectores de fuerzas y momentos ejercidos sobre un cuerpo, m es la masa, c representa el vector de posición desde el origen del sistema de referencia fijo hasta el centro de masa del cuerpo, I es la matriz de inercia, ω es el vector de velocidades angulares y $\dot{\omega}$ son las aceleraciones angulares. Ahora, considerando que el robot está compuesto por 3 piernas iguales se realiza el análisis de fuerzas y momentos de una de estas, del mastil central y de la plataforma móvil de manera independiente como sigue. En primer lugar se toma todo el actuador, es decir, el cilindro y el vástago del pistón, tal como se muestra en la Fig. 12

Figura 12. DCL del Actuador i del Robot

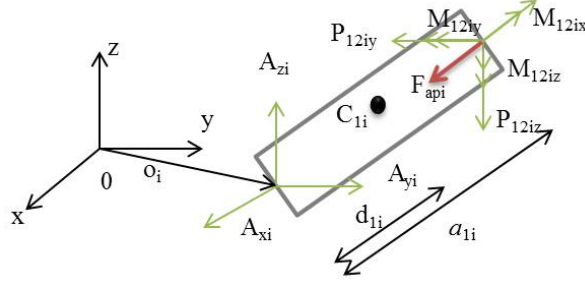


De acuerdo con la Fig. 12 los vectores $[A]_i$ y $[B]_i$ representan las reacciones que se producen al analizar el actuador desacoplado. C_{1i} y C_{2i} corresponden al centro de masa del cilindro y del vástago. Para plantear las ecuaciones de movimiento, es necesario tomar cada parte del actuador de forma separada, es decir, hacer el análisis de fuerzas del cilindro aparte del vástago, como sigue.

⁸⁰ Kucuk Serdar. *Serial and parallel robots manipulators kinematics, dynamics, control and optimization*. Ed. por 1a Ed. InTech, 2012.

⁸¹ Mendoza, ver n. 40.

Figura 13. DCL del cilindro i del Robot



De acuerdo con la Fig. 13 y las expresiones (21) y (22), las ecuaciones de movimiento para el cilindro están dadas por,

$$m_{1i} [\ddot{c}]_{1i} = [A]_i - [P_{12}]_i + [F_{ap}]_i + m_{1i} [g]_{1i} \quad (23)$$

$$[I]_{1i} [\dot{\omega}]_{1i} + [\omega]_{1i} \times ([I]_{1i} [\omega]_{1i}) = -[M_{12}]_i - [d]_{1i} \times [A]_i - [r]_{1i} \times [P_{12}]_i - [r]_{1i} \times [F_{ap}]_i \quad (24)$$

En donde $[F_{ap}]_i$ representa la fuerza que ejerce el cuerpo suprimido, en este caso, el vástago al cilindro, $[P_{12}]_i$ y $[M_{12}]_i$ corresponden a la fuerza y el momento que se producen al aislar el vástago del cilindro, ya que estos dos cuerpos en conjunto tienen un tipo de contacto equivalente al de una articulación prismática. En cuanto a las dimensiones, se tiene que $[a]_{1i}$ es la longitud del eslabón, $[d]_{1i}$ es la distancia entre el origen del eslabón y su centro de masa, $[r]_{1i}$ se encuentra de acuerdo con la siguiente expresión $[r]_{1i} = [a]_{1i} - [d]_{1i}$ y físicamente simboliza la distancia desde el centro de masa del eslabón hasta donde este termina. Para el cálculo del momento de inercia referido al centro de masa del cilindro $1i$, se considera este elemento del robot como un cilindro hueco con un radio externo R_1 y un radio interno r_1 y se aplican expresiones descritas en⁸² para hallarlo, como sigue.

$$\begin{aligned} I_{zz} &= \int_V r^2 \rho dV = \int_V r^2 \rho (2\pi r h dr) = \int_{r_1}^{R_1} r^2 \rho (2\pi r h dr) \\ &= 2h\pi\rho r^4 dr \Big|_{r_1}^{R_1} = \frac{1}{2} h\pi\rho (R_1^4 - r_1^4) = \frac{1}{2} m(R_1^2 + r_1^2) \end{aligned} \quad (25)$$

Luego se encuentran las demás inercias, obteniendo como resultado,

$$I_{xx} = I_{yy} = \frac{1}{4} m(R_1^2 + r_1^2) + \frac{1}{3} m a_{1i}^2 \quad (26)$$

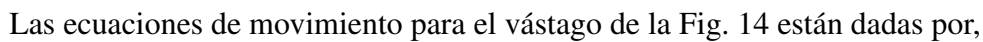
Es importante aclarar que la ecuación 23 está referida al sistema de coordenadas fijo, mientras

⁸² William F. Riley y Leroy D. Sturges. *Ingeniería Mecánica: Estática*. Ed. por 1a Ed. Reverté S.A., 1995.

$$[I]_F = Q[I]_C Q^T \quad (27)$$

$$[\omega]_C = Q^T[\omega]_F \quad (28)$$

Figura 14. DCL del vástago i del Robot



$$[I]_{2i}[\dot{\omega}]_{2i} + [\omega]_{2i} \times ([I]_{2i}[\omega]_{2i}) = [M_{21}]_i - [d]_{2i} \times [P_{21}]_i - [d]_{2i} \times [F_{ap}]_i - [r]_{2i} \times [B]_i \quad (30)$$

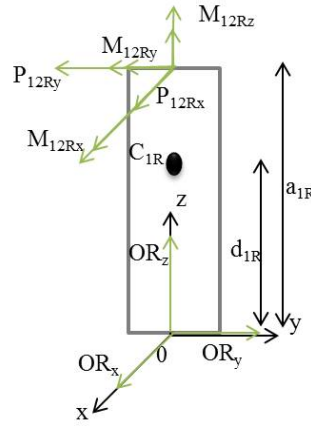
$$I_{zz} = \frac{1}{2}mR_1^2 \quad (31)$$

Luego se encuentran las demás inercias, obteniendo como resultado,

$$I_{xx} = I_{yy} = \frac{1}{4}mR_1^2 + \frac{1}{3}ma_{2i}^2 \quad (32)$$

nuevamente es necesario utilizar la ecuación (27) para expresarla en términos del sistema fijo. Una vez terminado el análisis de las piernas del robot, se hace el diagrama de cuerpo libre del mástil central del robot de manera separada, teniendo en cuenta que este no es un actuador.

Figura 15. DCL de la base del mástil central i del Robot



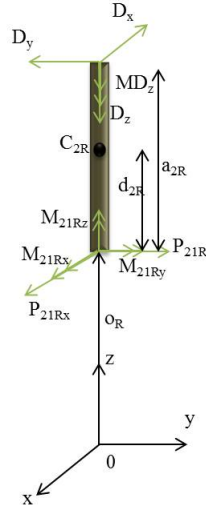
Las ecuaciones de movimiento para este elemento del robot están dadas por,

$$m_{1R} [\ddot{c}]_{1R} = [OR] - [P_{12}]_R + m_{1R} [g]_{1R} \quad (33)$$

$$[I]_{1R} [\dot{\omega}]_{1R} + [\omega]_{1R} \times ([I]_{1R} [\omega]_{1R}) = -[M_{12}]_R - [d]_{1R} \times [OR] - [r]_{1R} \times [P_{12}]_R \quad (34)$$

Para este caso las inercias son las mismas que se encontraron en las ecuaciones (25) y (26). El mástil central también está compuesto por una parte que se desliza a lo largo del eje z . El diagrama de cuerpo libre de este se muestra en la Fig. 16.

Figura 16. DCL parte móvil del mástil central del Robot



Para esta parte del robot, las ecuaciones de movimiento son,

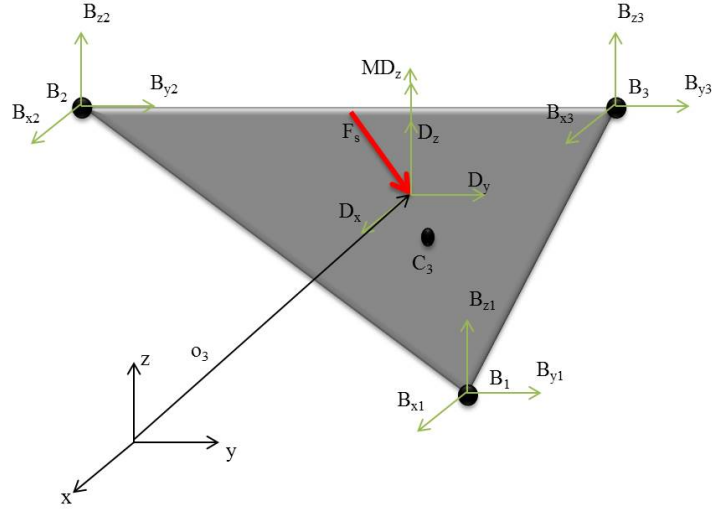
$$m_{2R} [\ddot{c}]_{2R} = [P_{21}]_R - [D] + m_{2R} [g]_{2R} \quad (35)$$

$$[I]_{2R} [\dot{\omega}]_{2R} + [\omega]_{2R} \times ([I]_{2R} [\omega]_{2R}) = [M_{21}]_R - [M_D] - [r]_{2R} \times [D] - [d]_{2R} \times [P_{21}]_R \quad (36)$$

En este caso las inercias son las encontradas en las ecuaciones (31) y (32).

Finalmente se hace el análisis de la plataforma móvil, al que se incluye una fuerza externa ejercida por la silla del conductor de un vehículo que puede estar sobre esta, ya que, como se había mencionado al principio, el análisis del robot se hace orientado a la simulación de conducción.

Figura 17. DCL Plataforma móvil del Robot



Para la plataforma móvil se tiene que,

$$m_3 [\ddot{c}]_3 = [B]_1 + [B]_2 + [B]_3 + [D] + m_3 [g]_3 - [F_s] \quad (37)$$

$$[I]_3 [\dot{\omega}]_3 + [\omega]_3 \times ([I]_3 [\omega]_3) = [M_D] - [d]_{31} \times [B]_1 - [d]_{32} \times [B]_2 - [d]_{33} \times [B]_3 - [r]_D \times [D] - [r]_D \times [F_s] \quad (38)$$

En las Tablas 1 y 2 se muestran las variables desconocidas y se tienen 54 ecuaciones, de manera que el objetivo es obtener las fuerzas F_{ap1} , F_{ap2} y F_{ap3} , para una trayectoria determinada.

Tabla 1. Fuerzas desconocidas

Componente	Variable														
x	A_{1x}	A_{2x}	A_{3x}	B_{1x}	B_{2x}	B_{3x}	F_{ap1x}	F_{ap2x}	F_{ap3x}	0	0	0	OR_x	P_{21Rx}	D_x
y	A_{1y}	A_{2y}	A_{3y}	B_{1y}	B_{2y}	B_{3y}	F_{ap1y}	F_{ap2y}	F_{ap3y}	P_{121y}	P_{122y}	P_{123y}	OR_y	P_{21Ry}	D_y
z	A_{1z}	A_{2z}	A_{3z}	B_{1z}	B_{2z}	B_{3z}	F_{ap1z}	F_{ap2z}	F_{ap3z}	P_{121z}	P_{122z}	P_{123z}	OR_z	0	D_z

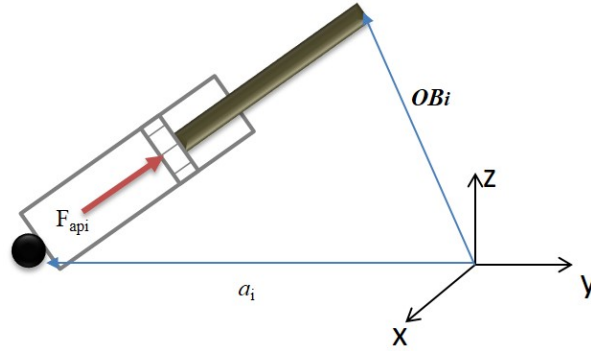
Tabla 2. Momentos desconocidos

Componente	Variable				
x	M_{121x}	M_{122x}	M_{123x}	M_{21Rx}	0
y	M_{121y}	M_{122y}	M_{123y}	M_{21Ry}	0
z	M_{121z}	M_{122z}	M_{123z}	M_{21Rz}	M_{Dz}

Es importante resaltar que la implementación de las ecuaciones de Newton - Euler tiene un mayor grado de complejidad y debido a que es una formulación progresiva - recursiva, los grados de libertad se incrementan, dificultando la simulación. De forma que se realizará el análisis por el método de Lagrange.

Euler - Lagrange De igual manera que se realizó en el método de Newton - Euler, el objetivo es encontrar una expresión que permita hallar la fuerza (F_{api} en la Fig. 18) que se ejerce sobre el vástago para realizar el movimiento y describir una trayectoria determinada.

Figura 18. Fuerza ejercida por el Vástago



De acuerdo con la Fig. 18 se denominará al vector OB_i como q_{pi} para el planteamiento de las ecuaciones, ya que la expresión de Lagrange para un sistema dinámico está descrito por

$$[F_i] = \frac{d}{dt} \left(\frac{\partial T}{\partial [\dot{q}_{pi}]} \right) - \frac{\partial T}{\partial [q_{pi}]} \quad (39)$$

donde $[F_i]$ es la matriz de fuerzas generalizadas que actúan en el sistema, T representa la energía cinética y $[q_{pi}]$ corresponde al vector de coordenadas.

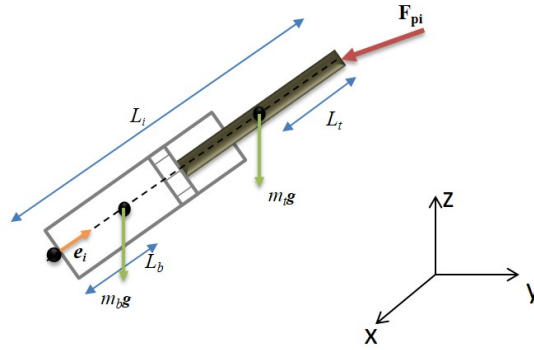
Ahora, se va a realizar el planteamiento de la ecuación de energía para un actuador, teniendo en cuenta que los tres actuadores de la plataforma son idénticos. De la misma forma que se hizo en el planteamiento de Newton - Euler, el actuador puede ser considerado como un cuerpo rígido, teniendo en cuenta la energía cinética lineal presente, debido al movimiento axial que realiza el vástago del actuador. La ecuación de energía utilizada es la formulada en el trabajo de Gou y Li⁸³ como sigue,

$$T_i = \frac{1}{2} v_{vi}^T m_v v_{vi} + \frac{1}{2} \omega_{Li}^T (I_v + I_c) \omega_{Li} \quad (40)$$

⁸³ H. Gou y Li. "Dynamics analysis and simulation of a six degree of freedom Stewart platform manipulator". En: *Proceedings of the institution of mechanical engineers*. 2006.

donde, T_i representa la energía cinética del actuador, $\frac{1}{2}v_{vi}^T m_v v_{vi}$ corresponde a la energía cinética traslacional del vástago y $\frac{1}{2}\omega_{Li}^T (I_v + I_c) \omega_{Li}$ es la energía cinética rotacional del actuador completo. Los términos $I_v + I_c$ son componentes de la matriz de inercia del actuador. Con el fin de desarrollar la ecuación es necesario conocer los parámetros de velocidades del actuador. Para la velocidad angular, considerando que ya se realizó el análisis de la cinemática inversa, se tiene la longitud de cada actuador y ubicando un vector unitario axial al mismo como se muestra en la Fig. 19, se tiene que,

Figura 19. Análisis del Actuador - Método Lagrange-Euler



$$[\omega_{Li}] = \frac{[e_i] \times [\dot{q}_{pi}]}{L_i} \quad (41)$$

donde $\dot{q}_{pi}$, está dado por,

$$[\dot{q}_{pi}] = [\dot{OP}] + [\omega] \times [R][PB_i]$$

donde ω representa la velocidad angular de la plataforma móvil. Que matricialmente se expresa como,

$$[\dot{q}_{pi}] = \begin{bmatrix} [I] & [R][\hat{PB}_i]^T [R]^T \end{bmatrix} \begin{bmatrix} [\dot{OP}] \\ [\omega] \end{bmatrix} \quad (42)$$

Así en la ecuación (42), el vector $\begin{bmatrix} [\dot{OP}] \\ [\omega] \end{bmatrix}^T$ representa las coordenadas generalizadas y el termino $[\hat{PB}_i]$ es una matriz anti simétrica, descrita de forma general como,

$$[\hat{PB}] = \begin{bmatrix} PB_x \\ PB_y \\ PB_z \end{bmatrix}$$

$$[\hat{P}B] = \begin{bmatrix} 0 & -PB_z & PB_y \\ PB_z & 0 & -PB_x \\ -PB_y & -PB_x & 0 \end{bmatrix} \quad (43)$$

Ahora, los vectores de velocidad están representados en las ecuaciones (44) y (44).

$$[v_{vi}] = [\dot{q}_{pi}] + [\omega_{Li}] \times (-L_v[e_i]) \quad (44)$$

$$[v_{ci}] = [\omega_{Li}] \times (L_c[e_i]) \quad (45)$$

donde $[v_{ci}]$ y L_c corresponden a la velocidad del centro de masa y longitud del cilindro y $[v_{vi}]$ y L_v representan la velocidad del centro de masa y longitud del vástago. Sin embargo, la forma de las ecuaciones (44) - (45), no es idónea para el análisis dinámico, por lo cual debe expresarse de una manera compacta, aplicando las propiedades del producto vectorial. Empezando con la velocidad del vástago (44), se reemplaza la ecuación (41) en la expresión (44), se tiene,

$$[v_{vi}] = [\dot{q}_{pi}] + \frac{[e_i] \times [\dot{q}_{pi}]}{L_i} \times (-L_v[e_i]) \quad (46)$$

de forma que aplicando la propiedad anti conmutativa,

$$[v_{vi}] = [\dot{q}_{pi}] + (L_v[e_i]) \times \frac{[e_i] \times [\dot{q}_{pi}]}{L_i} \quad (47)$$

luego teniendo en cuenta el triple producto cruz presente en la ecuación.

$$[v_{vi}] = [\dot{q}_{pi}] + \left(\frac{L_v}{L_i} \cdot [\dot{q}_{pi}] \right) [e_i] - \left(\frac{L_v}{L_i} \cdot [e_i] \right) [\dot{q}_{pi}] \quad (48)$$

Por otra parte, con el fin de simplificar la expresión, si se toma $[e_i] \times$ como $[\hat{e}_i]$, la ecuación queda expresada,

$$[v_{vi}] = [\dot{q}_{pi}] + (L_v[e_i]) \times \frac{[\hat{e}_i][\dot{q}_{pi}]}{L_i} \\ [\dot{q}_{pi}] + (L_v[\hat{e}_i]) \frac{[\hat{e}_i][\dot{q}_{pi}]}{L_i} \quad (49)$$

y finalmente,

$$[v_{vi}] = \left[[I] + \frac{L_v[\hat{e}_i]^2}{L_i} \right] [\dot{q}_{pi}] \quad (50)$$

En la ecuación (50) el término $\hat{e}_i$ que se encuentra elevado al cuadrado es una matriz anti simétrica que tiene la forma de la ecuación 43. Ahora, para la velocidad del cilindro, se

reemplaza la expresión (41) en la ecuación (45),

$$[v_{ci}] = \frac{[e_i] \times [\dot{q}_{pi}]}{L_i} \times (L_c[e_i]) \quad (51)$$

nuevamente se aplican las propiedades del producto cruz,

$$[v_{ci}] = (-L_c[e_i]) \times \frac{[e_i] \times [\dot{q}_{pi}]}{L_i} \quad (52)$$

$$[v_{ci}] = \left(\frac{L_c[e_i]}{L_i} \cdot [e_i] \right) [\dot{q}_{pi}] - \left(\frac{L_c[e_i]}{L_i} \cdot [\dot{q}_{pi}] \right) [e_i] \quad (53)$$

De la misma forma que se hizo con la velocidad del vástago, se simplifica la expresión,

$$[v_{ci}] = -L_c[e_i] \times \frac{\hat{e}_i[\dot{q}_{pi}]}{L_i} \quad (54)$$

así,

$$[v_{ci}] = \left(\frac{L_c[\hat{e}_i]^T [\hat{e}_i]}{L_i} \right) [\dot{q}_{pi}] \quad (55)$$

Por último,

$$[v_{ci}] = \left[\left(\frac{L_c[e_i]}{L_i} \cdot [e_i] \right) [I] - \left(\frac{L_c[e_i]}{L_i} \cdot [I] \right) [e_i] \right] [\dot{q}_{pi}] \quad (56)$$

Teniendo ya las expresiones de velocidad, se reemplazan en la ecuación (40),

$$T_i = \frac{1}{2} \left(\left([I] + \frac{L_v[\hat{e}_i]^2}{L_i} \right) [\dot{q}_{pi}] \right)^T m_v \left([I] + \frac{L_v[\hat{e}_i]^2}{L_i} \right) [\dot{q}_{pi}] + \frac{1}{2} \left(\frac{[\hat{e}_i][\dot{q}_{pi}]}{L_i} \right)^T (I_v + I_c) \left(\frac{[\hat{e}_i][\dot{q}_{pi}]}{L_i} \right) \quad (57)$$

La cual puede reescribirse de la siguiente forma,

$$T_i = \frac{1}{2} [\dot{q}_{pi}]^T \left([I] + \frac{L_v[\hat{e}_i]^2}{L_i} \right)^T m_t \left([I] + \frac{L_v[\hat{e}_i]^2}{L_i} \right) [\dot{q}_{pi}] + \frac{1}{2} [\dot{q}_{pi}]^T \left(\frac{[\hat{e}_i]}{L_i} \right)^T (I_v + I_c) \left(\frac{[\hat{e}_i]}{L_i} \right) [\dot{q}_{pi}] \quad (58)$$

$$T_i = \frac{1}{2} [\dot{q}_{pi}]^T \left(\left([I] + \frac{L_v[\hat{e}_i]^2}{L_i} \right)^T m_t \left([I] + \frac{L_v[\hat{e}_i]^2}{L_i} \right) + \left(\frac{[\hat{e}_i]}{L_i} \right)^T (I_v + I_c) \left(\frac{[\hat{e}_i]}{L_i} \right) \right) [\dot{q}_{pi}] \quad (59)$$

Así, la ecuación (59) se puede expresar como,

$$T_i = \frac{1}{2} [\dot{q}_{pi}]^T ([T_{ai}] + [T_{bi}]) [\dot{q}_{pi}] \quad (60)$$

Encontrada la expresión de energía, se puede derivar parcialmente, teniendo en cuenta que es

un paso necesario para llegar a la ecuación de Lagrange que describe un sistema dinámico.

$$\frac{\partial T_i}{\partial \dot{q}_{pi}} = \frac{\partial}{\partial \dot{q}_{pi}} \left(\frac{1}{2} ([q_{pi}]^T [T_{ai}] [q_{pi}]) \right) + \frac{\partial}{\partial \dot{q}_{pi}} \left(\frac{1}{2} ([q_{pi}]^T [T_{ci}] [q_{pi}]) \right) \quad (61)$$

$$\frac{\partial T_i}{\partial \dot{q}_{pi}} = (T_{ai} + T_{bi}) [\dot{q}_{pi}] \quad (62)$$

Ahora, se deriva la ecuación (62) con respecto al tiempo,

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial T_i}{\partial \dot{q}_{pi}} \right) = \frac{d}{dt} (T_{ai} + T_{bi}) [\dot{q}_{pi}] + (T_{ai} + T_{bi}) [\ddot{q}_{pi}] \quad (63)$$

Finalmente, derivando el último término faltante,

$$\frac{\partial T_i}{\partial [q_{pi}]} = \left(\frac{\partial T_i}{\partial q_{pix}} \frac{\partial T_i}{\partial q_{piy}} \frac{\partial T_i}{\partial q_{piz}} \right)^T \quad (64)$$

Expandiendo la ecuación (64)

$$\begin{aligned} \frac{\partial T_i}{\partial [q_{pi}]} = & \left(\frac{m_v L_v}{L_i^2} \right) (e_i \dot{q}_{pi}^T \dot{q}_{pi} + 2e_i^T \dot{q}_{pi} \dot{q}_{pi} - 3e_i \dot{q}_{pi}^T e_i e_i^T \dot{q}_{pi}) - \\ & \left(\frac{m_v L_v^2}{L_v^3} \right) (e_i \dot{q}_{pi}^T \dot{q}_{pi} + \dot{q}_{pi} \dot{q}_{pi}^T e_i - 2e_i e_i^T \dot{q}_{pi} \dot{q}_{pi}^T e_i) - \\ & \left(\frac{I_v + I_c}{L_i^3} \right) (e_i^T \dot{q}_{pi} \dot{q}_{pi} + e_i \dot{q}_{pi}^T \dot{q}_{pi} - 2e_i \dot{q}_{pi}^T e_i e_i^T \dot{q}_{pi}) \end{aligned} \quad (65)$$

De esta manera ya se tienen todos los terminos de la expresión (39), sin embargo, tal como lo menciona⁸⁴ y se muestra en la Fig. 19, esta no es la única fuerza presente en el actuador, por lo cual es necesario realizar una sumatoria de fuerza que las relacione.

$$\sum F_i^{actuador} = [F_{api}] + m_v[g] + m_c[g] + [F_{pi}] \quad (66)$$

En la ecuación (66), $[F_{pi}]$, es el vector de fuerzas - reacciones existentes entre la junta de la plataforma móvil y el actuador, $m_v[g]$ y $m_c[g]$ corresponden a las fuerzas presentes en el actuador debido a la masa tanto del vástago como del cilindro y $[F_{api}]$ representa el vector de fuerza que hace posible el movimiento del vástago. Aunque el objetivo de la dinámica es establecer una ecuación de forma matricial, que permita encontrar la fuerza $[F_{api}]$, se analiza primero $[F_{pi}]$, con el fin de reemplazarlo en el planteamiento de las ecuaciones de la plataforma móvil

⁸⁴ R Callupe y col. "Diseño de un Simulador de marcha basado en el mecanismo paralelo tipo Stewart-Gough". En: 8vo. Congreso Iberoamericano de Ingeniería Mecánica, Perú. 2007.

y de esa forma todo quedará en términos de $[F_{api}]$. Así,

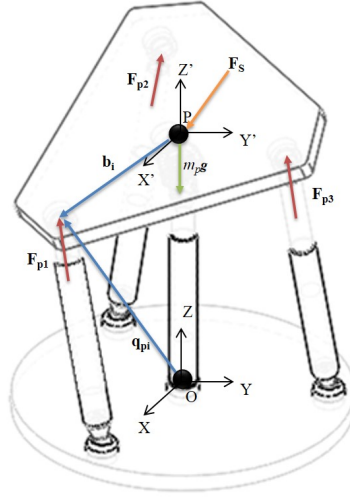
$$[F_{pi}] = [F_i] - [F_{api}] - m_v[g] - m_c[g] \quad (67)$$

donde $[F_i]$ es $\sum F_i^{actuador}$. Como ya se conocen cada uno de los términos de $[F_i]$, la ecuación (67) queda,

$$[F_{pi}] = \frac{d}{dt} (T_{ai} + T_{bi}) [q_{pi}] + (T_{ai} + T_{bi}) [\dot{q}_{pi}] - \frac{\partial T_i}{\partial [q_{pi}]} - [F_{api}] - m_v[g] - m_c[g] \quad (68)$$

Con esto queda concluida la formulación para la dinámica del actuador, ahora se plantearán las ecuaciones para la plataforma móvil, de acuerdo con el diagrama mostrado en la Fig. 20

Figura 20. Vectores de Posición y Fuerzas relacionadas con la plataforma movil



Inicialmente se analizarán las fuerzas,

$$m_p[\ddot{c}] = -\sum [F_{pi}] + m_p[g] + [F_s] \quad (69)$$

Matricialmente, esta ecuación está representada por,

$$[m_p[I] \quad 0] [\ddot{q}] = -\sum [F_{pi}] + m_p[g] + [F_s] \quad (70)$$

Para los momentos, se tiene que,

$$[I_p][\dot{\omega}_p] + [\omega_p] \times ([I_p][\omega_p]) = -\sum [b_i] \times [F_{pi}] + [d] \times [F_s] \quad (71)$$

Sin embargo, la ecuación (71) está referida al sistema móvil, es necesario trabajar con respecto al sistema fijo, para lo cual se utiliza la matriz de trasformación $[R]$ mencionada en la

sección 4.2.1, quedando así,

$$[R]([I_p][\dot{\omega}_p] + [\omega_p] \times [I_p][\omega_p]) = -\sum ([R][b_i] \times [F_{pi}]) + [R]([d] \times [F_s]) \quad (72)$$

Luego, expresando a $[R][\dot{\omega}_p] = [\dot{\omega}]$, a $[R][\omega_p] = [\omega]$, $\omega_p = [\hat{\omega}] \times$ y $[R][\hat{\omega}_p][R]^T = [\hat{\omega}]$, se tiene

$$[R][I_p][R]^T[\dot{\omega}] + [\hat{\omega}][R][I_p][R]^T[\omega] = -\sum ([R][b_i] \times [F_{pi}]) + [R]([d] \times [F_s]) \quad (73)$$

Ahora, de la misma forma que se hizo con la fuerza, debe expresarse la ecuación (73) de forma matricial,

$$\begin{bmatrix} 0 & [R][I_p][R]^T \end{bmatrix} [\ddot{q}] + \begin{bmatrix} 0 & [\hat{\omega}][R][I_p][R]^T \end{bmatrix} [\dot{q}] = \sum ([R][b_i] \times [F_{pi}]) + [R][\hat{d}][R]^T [F_s] \quad (74)$$

De esta foma queda completo el análisis de la plataforma movil, sin embargo, es conveniente ubicarlas en una sola matriz,

$$\begin{bmatrix} m_p[I] & 0 \\ 0 & [R][I_p][R]^T \end{bmatrix} [\ddot{q}] + \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & [\hat{\omega}][R][I_p][R]^T \end{bmatrix} [\dot{q}] = \begin{bmatrix} -\sum [F_{pi}] \\ \sum ([R][b_i] \times [F_{pi}]) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} m_p[g] \\ 0 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} [F_s] \\ [R][\hat{d}][R]^T [F_s] \end{bmatrix} \quad (75)$$

Tal como se observa en la ecuación (75), el único término desconocido es la fuerza $[F_{pi}]$, la cual a su vez está en términos de la variable de interés $[F_{api}]$, de manera que ahora se reemplaza la expresión (68) en la (75), teniendo en cuenta que se tienen tres actuadores,

$$\begin{aligned} \begin{bmatrix} m_p[I] & 0 \\ 0 & [R][I_p][R]^T \end{bmatrix} [\ddot{q}] + \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & [\hat{\omega}][R][I_p][R]^T \end{bmatrix} [\dot{q}] = & -\sum_{i=1}^3 \left(\begin{bmatrix} [I] \\ [R][\hat{b}_i][R]^T \end{bmatrix} (T_{ai} + T_{bi}) \begin{bmatrix} [I] & [R][\hat{b}_i][R]^T \end{bmatrix} \right) [\ddot{q}] \\ & -\sum_{i=1}^3 \left(\begin{bmatrix} [I] \\ [R][\hat{b}_i][R]^T \end{bmatrix} (T_{ai} + T_{bi}) \hat{\omega}^2 [R][b_i] \right) - \sum_{i=1}^3 \left(\begin{bmatrix} [I] \\ [R][\hat{b}_i][R]^T \end{bmatrix} [T_{ci}] \right) \\ & + \sum_{i=1}^3 \left(\begin{bmatrix} [I] \\ [R][\hat{b}_i][R]^T \end{bmatrix} (m_v[g] + m_c[g]) \right) + \begin{bmatrix} m_p[g] \\ 0 \end{bmatrix} \\ & + \sum_{i=1}^3 \left(\begin{bmatrix} [I] \\ [R][\hat{b}_i][R]^T \end{bmatrix} [F_{api}] \right) + \begin{bmatrix} [F_s] \\ [R][\hat{d}][R]^T [F_s] \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (76)$$

De la ecuación (76), el término $[\hat{d}]$ es una matriz que tiene la forma de la ecuación (43) y $[T_{ci}] = \frac{d}{dt} (T_{ai} + T_{bi}) [\dot{q}_{pi}] - \frac{\partial T_i}{\partial [q_{pi}]}$. Sin embargo, la forma de la ecuación dinámica del robot paralelo está dada por⁸⁵:

$$M_{(q)}\ddot{q} + C_{(q,\dot{q})}\dot{q} + G_{(q)} + F_c = H_{(q)}F \quad (77)$$

donde $M_{(q)}$ es la matriz de inercias, $C_{(q,\dot{q})}$ representa el vector de fuerzas de coriolis y centrípeta, $G_{(q)}$ es el vector de fuerzas gravitatorias, F_c corresponde a las fuerzas externas, $H_{(q)}$ es una matriz de vectores unitarios y F son las fuerzas internas ejercidas por el actuador. Si se observan los términos de la ecuación (76) y se comparan con los de la expresión (77), se

⁸⁵ Anchante Guimaraes, ver n. 79.

observa que los correspondientes a la matriz de inercia son $M_{(q)}$,

$$\begin{bmatrix} m_p[I] & 0 \\ 0 & [R][I_p][R]^T \end{bmatrix}$$

$$\sum_{i=1}^3 \left(\begin{bmatrix} [I] \\ [R][\hat{b}_i][R]^T \end{bmatrix} (T_{ai} + T_{bi}) \begin{bmatrix} [I] & [R][\hat{b}_i][R]^T \end{bmatrix} \right)$$

Los correspondientes a las fuerzas de coriolis y centrípetas $C_{(q,\dot{q})}$,

$$\begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & [\hat{\omega}][R][I_p][R]^T \end{bmatrix}$$

$$\sum_{i=1}^3 \left(\begin{bmatrix} [I] \\ [R][\hat{b}_i][R]^T \end{bmatrix} (T_{ai} + T_{bi}) \hat{\omega}^2 [R][b_i] \right)$$

$$\sum_{i=1}^3 \left(\begin{bmatrix} [I] \\ [R][\hat{b}_i][R]^T \end{bmatrix} [T_{ci}] \right)$$

Con respecto al termino de gravedad $G_{(q)}$ se tiene,

$$\begin{bmatrix} -m_p[g] \\ 0 \end{bmatrix}$$

$$\sum_{i=1}^3 \left(\begin{bmatrix} [I] \\ [R][\hat{b}_i][R]^T \end{bmatrix} (T_{ai} + T_{bi}) \right)$$

El término F_c se compone por,

$$\begin{bmatrix} [F_s] \\ [R][\hat{d}][R]^T [F_s] \end{bmatrix}$$

Finalmente, para el termino de mayor interés es $H_{(q)}F$,

$$\sum_{i=1}^3 \left(\begin{bmatrix} [I] \\ [R][\hat{b}_i][R]^T \end{bmatrix} [F_i] \right)$$

Así que ya se tienen todos los términos de la ecuación dinámica que representa el robot paralelo en estudio. Para encontrar las fuerzas F_{api} , se multiplica por la inversa de la matriz H , toda la ecuación. Las simulaciones correspondientes a la dinámica inversa se realizan en la sección 6.3. Culminado el análisis dinámico inverso se realiza la dinámica directa en Simulink en la sección 6.4, posteriormente se realiza el diseño de las técnicas de control.

5. CONTROL

Cuando se tiene un robot, sea paralelo o serial, pueden emplearse diversas técnicas de control, dependiendo de los requerimientos o necesidades que se tengan. Para este caso particular se requiere que la plataforma móvil se posicione de una manera determinada, así que es necesario que cada actuador tome la configuración idónea, de modo que el efector final (plataforma móvil) consiga la posición requerida y adicionalmente rechace las perturbaciones.

Con el fin de comparar cuál estrategia de control proporciona un mejor desempeño, se realiza el planteamiento y simulación de tres técnicas: Proporcional - Integral - Derivativo (PID), Modos deslizantes y Adaptativo.

5.1. CONTROLADOR PID

El método clásico de control PID es ampliamente utilizado a nivel industrial, incluso en el área de la robótica, asumiendo la dinámica del sistema como lineal y la inercia del robot constante, lo cual no es cierto, ya que los términos de la ecuación que describen la dinámica del robot, no cumplen con estas características. Adicionalmente los robots tienen múltiples grados de libertad y la trayectoria de referencia es variante en el tiempo, de manera que al aplicar la técnica de control lineal no se obtiene un desempeño óptimo, por lo cual, para utilizar esta técnica se requiere linealizar el modelo alrededor del punto de operación. Es muy común en el área de robótica encontrar las constantes de realimentación PD, particionando la ley de control que corresponde a una linealización por retroalimentación⁸⁶⁸⁷, con lo que se cancelan las no linealidades y se obtiene un conjunto de ecuaciones lineales desacopladas⁸⁸. En este caso, con el fin de comparar y observar la diferencia entre hacer el controlador sobre un modelo linealizado y particionar la ley de control, se realizan ambos procedimientos.

5.1.1. Linealización del Modelo El modelo dinámico en general de un robot, independiente de si paralelo o serial está dado por la ecuación

$$M(q)\ddot{q} + N(q, \dot{q}) + G(q) = F \quad (78)$$

Donde $M(q)$ corresponde a la matriz de inercias, $N(q, \dot{q})$ es el vector de fuerzas de coriolis y centrípeta y $G(q)$ representa el vector de fuerzas gravitatorias, es decir, representa la misma

⁸⁶ Farzin Piltan y col. "Design Artificial Intelligent Parallel Feedback Linearization of PID Control with Application to Continuum Robot". En: *International Journal of Engineering and Manufacturing* (2013).

⁸⁷ Orlando Urquijo Pascual, Eduardo Izaguirre Castellanos y Luis Hernández Santana. "Control de trayectoria en el espacio cartesiano de robot paralelo de 2GDL usando modelo cinemático vectorial". En: *Revista de Ingeniería Electrónica, Automática y Comunicaciones XXXVIII.2* (2017), págs. 72-82.

⁸⁸ Saha, ver n. 2.

ecuación dinámica encontrada en la sección 4.3, pero representada de una manera más general. El objetivo de control es encontrar la fuerza F que necesita aplicarse al robot para que la salida q siga una trayectoria determinada q_d , haciendo que el error de posición sea cero. Los términos de esta ecuación contienen términos no lineales y el control que se requiere aplicar es válido para modelos lineales, así que debe realizarse linealización. La linealización del modelo se realiza alrededor de un punto de operación,

$$\begin{aligned}\tilde{q} &= q - q_p \\ \tilde{\dot{q}} &= \dot{q} - \dot{q}_p \\ \tilde{\ddot{q}} &= \ddot{q} - \ddot{q}_p \\ T &= F - F_p\end{aligned}$$

De esta forma el modelo dinámico linealizado puede ser representado por⁸⁹

$$[S_1] \tilde{\ddot{q}} + [S_2] \tilde{\dot{q}} + [S_3] \tilde{q} = T \quad (79)$$

Donde,

$$\begin{aligned}S_1 &= M \\ S_2 &= \frac{\partial N}{\partial \dot{q}} \\ S_3 &= \frac{\partial (N + G)}{\partial q}\end{aligned}$$

Así puede realizarse la representación en espacio de estados, definiendo,

$$\begin{aligned}x_1 &= \tilde{q} \\ x_2 &= \tilde{\dot{q}}\end{aligned}$$

De forma que

$$\begin{aligned}\dot{x}_1 &= x_2 \\ \dot{x}_2 &= \tilde{\ddot{q}}\end{aligned}$$

⁸⁹ M Tarokh y H. Seraji. "A control scheme for trajectory tracking of robot manipulator". En: *IEEE Robotics & Automation* 88 (1988), págs. 1192 -1197.

Y la salida se define como $y = x_1$, quedando,

$$\begin{aligned} \begin{bmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} [0] & [I] \\ -S_1^{-1}S_3 & -S_1^{-1}S_2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} [0] \\ -S_1^{-1} \end{bmatrix} T \\ y &= \begin{bmatrix} [I] & [0] \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (80)$$

La ecuación (80) tiene la forma,

$$\begin{aligned} \dot{x} &= Ax + Bu \\ y &= Cx + Du \end{aligned} \quad (81)$$

que es la expresión general de representación de un sistema en espacio de estados, donde los términos x , y son vectores y A , B , C y D son matrices dadas por,

$$\begin{aligned} A &= \begin{bmatrix} [0] & [I] \\ -S_1^{-1}S_3 & -S_1^{-1}S_2 \end{bmatrix} \\ B &= \begin{bmatrix} [0] \\ S_1^{-1} \end{bmatrix} \\ C &= \begin{bmatrix} [I] & [0] \end{bmatrix} \\ D &= \begin{bmatrix} [0] \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (82)$$

Debido a que el sistema en estudio tiene múltiples entradas y salidas (MIMO), se necesita una matriz de funciones de transferencia, para lo cual se obtiene la transformada de Laplace de las expresiones descritas en la ecuación (81), asumiendo condiciones iniciales iguales a cero,

$$\begin{aligned} sX(s) &= AX(s) + BU(s) \\ Y(s) &= CX(s) + DU(s) \end{aligned} \quad (83)$$

Resolviendo $X(s)$ de la ecuación (83), se tiene,

$$\begin{aligned} X(s)(s[I] - A) &= BU(s) \\ X(s) &= (s[I] - A)^{-1}BU(s) \end{aligned} \quad (84)$$

Reemplazando la ecuación (84) en (83) se obtiene,

$$\begin{aligned} Y(s) &= C[(s[I] - A)^{-1}BU(s)] + DU(s) \\ Y(s) &= [C(s[I] - A)^{-1}B + D]U(s) \end{aligned} \quad (85)$$

De forma general la función de transferencia de un sistema está dada por,

$$Y(s) = G(s)U(s) \quad (86)$$

Comparando la expresión (85) con la ecuación (86), se deduce que la matriz de funciones de transferencia está dada por,

$$G(s) = [C(s[I] - A)^{-1}B + D] U(s) \quad (87)$$

En la que el determinante de $(s[I] - A)$ representa el polinomio característico de la matriz de funciones de transferencia, de manera que los valores propios de A corresponden a los polos de $G(s)$ ⁹⁰. Finalmente, (teniendo en cuenta los parámetros físicos del sistema señalados en la sección 6.2) las funciones de transferencia simplificadas obtenidas son

$$\begin{aligned} G_1(s) &= \frac{0.0023s^{10} + 0.00074s^9}{s^{12} + 0.33s^{11} + 0.00042s^{10}} \\ G_2(s) &= \frac{0.001354s^{10} + 0.0054s^9}{s^{12} + 0.33s^{11} + 0.00042s^{10}} \\ G_3(s) &= \frac{1.9s^{10} + 0.63s^9 + 0.0008s^8}{s^{12} + 0.33s^{11} + 0.00042s^{10}} \\ G_4(s) &= \frac{0.000829s^{10} + 0.01038s^9}{s^{12} + 0.33s^{11} + 0.00042s^{10}} \\ G_5(s) &= \frac{0.07725s^{10} + 0.02507s^9}{s^{12} + 0.33s^{11} + 0.00042s^{10}} \\ G_6(s) &= \frac{0.0006216s^{10} + 0.005735s^9 + 0.0004358s^8}{s^{12} + 0.33s^{11} + 0.00042s^{10}} \end{aligned} \quad (88)$$

En total se tienen nueve funciones de transferencia, debido a que son 3 salidas h, θ_1, θ_2 y 3 entradas F_1, F_2, F_3 , sin embargo se presentan las siguientes igualdades mostradas en las ecuaciones (89), quedando en total seis funciones diferentes.

$$\begin{aligned} \frac{h(s)}{F_1(s)} &= \frac{h(s)}{F_3(s)} \\ \frac{\theta_1(s)}{F_1(s)} &= \frac{\theta_1}{F_3(s)} \\ \frac{\theta_2(s)}{F_1(s)} &= \frac{\theta_2(s)}{F_3(s)} \end{aligned} \quad (89)$$

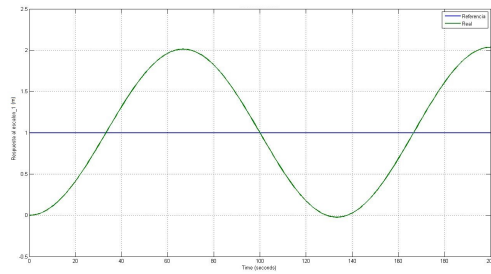
⁹⁰ Eronini, ver n. 68.

Conocidas las funciones de transferencia se puede realizar el diseño del controlador PID.

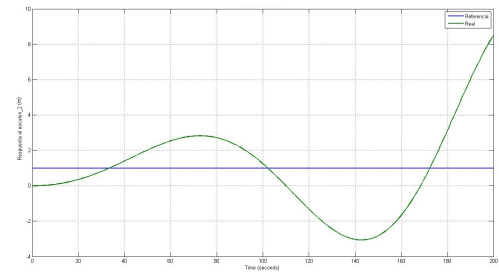
5.1.2. Diseño del Controlador Inicialmente se observa el comportamiento de cada función de transferencia cuando se tiene una entrada escalón, como sigue,

Figura 21. Respuesta al Escalón

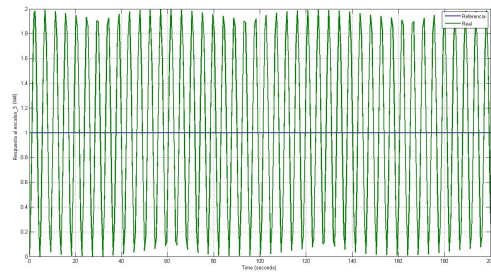
(a) Respuesta al escalón 1



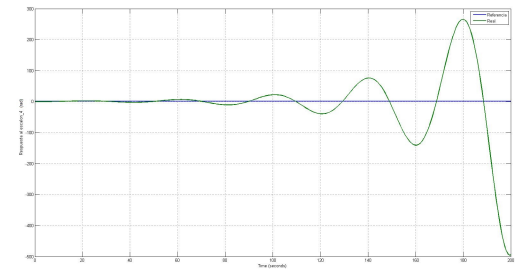
(b) Respuesta al escalón 2



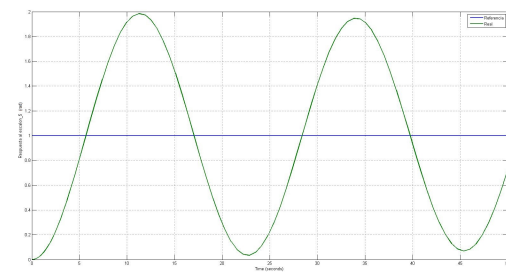
(c) Respuesta al escalón 3



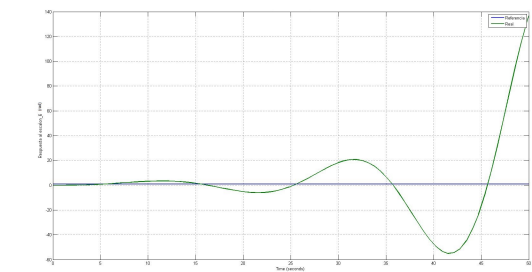
(d) Respuesta al escalón 4



(e) Respuesta al escalón 5



(f) Respuesta al escalón 6



De acuerdo con las gráficas mostradas, se observa claramente la necesidad de un controlador. Debido a que ya se tienen las funciones de transferencia, se realiza el diseño del controlador de forma clásica. Así, considerando que la ecuación característica de una ley de control

proporcional, integral, derivativa, está dada por⁹¹,

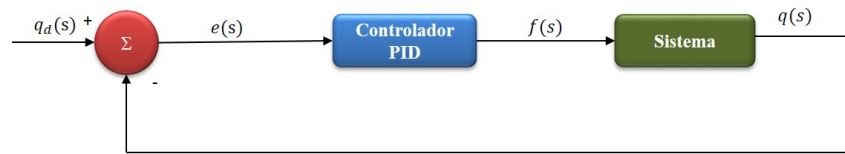
$$u(t) = K_p e(t) + \frac{K_p}{T_i} \int_0^t e(t) dt + K_p T_d \frac{de(t)}{dt} \quad (90)$$

En términos de Laplace, la función de transferencia del controlador es,

$$G_c = K_p \left(1 + \frac{1}{T_i s} + T_d s \right) \quad (91)$$

De esta forma, el sistema con el controlador puede representarse de acuerdo a la Fig. 22

Figura 22. Diagrama de Bloques para el Control PID



Luego, se puede decir que,

$$G_{LC} = \frac{G_i(s)G_c(s)}{1 + G_i(s)G_c(s)} \quad (92)$$

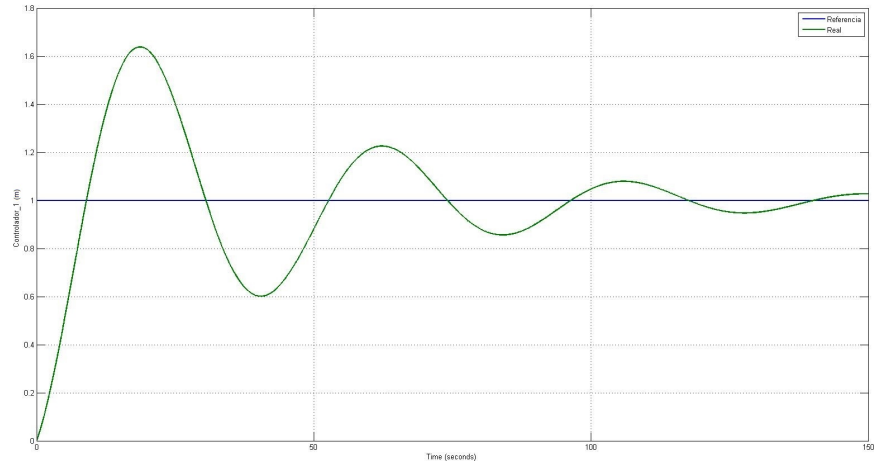
De manera que la ecuación característica del sistema está dada por $1 + G_i(s)G_c(s) = 0$, sobre la cual se trabaja para encontrar los polos. Se analiza el polinomio de la primera ecuación haciendo el arreglo de Routh para encontrar el valor de K_{cr} y luego se halla la frecuencia de oscilación Ω , con el fin de determinar el periodo crítico P_{cr} y aplicar el método de Ziegler - para hallar las constantes del controlador. La ganancia crítica encontrada fue de $K_{cr1} = 7.3$, la frecuencia de oscilación $\Omega = 0.1284$ y el periodo crítico $P_{cr1} = \frac{2\pi}{\Omega_1} = 48.9 \text{ rad/s}$, por lo tanto las ganancias del controlador PID son

$$\begin{aligned} K_{p1} &= 0.6K_{cr1} = 4.38 \\ T_{i1} &= 0.5P_{cr1} = 24.5 \\ T_{d1} &= 0.125P_{cr1} = 6.12 \end{aligned} \quad (93)$$

Realizando la simulación, se obtiene el resultado mostrado en la Fig. 23

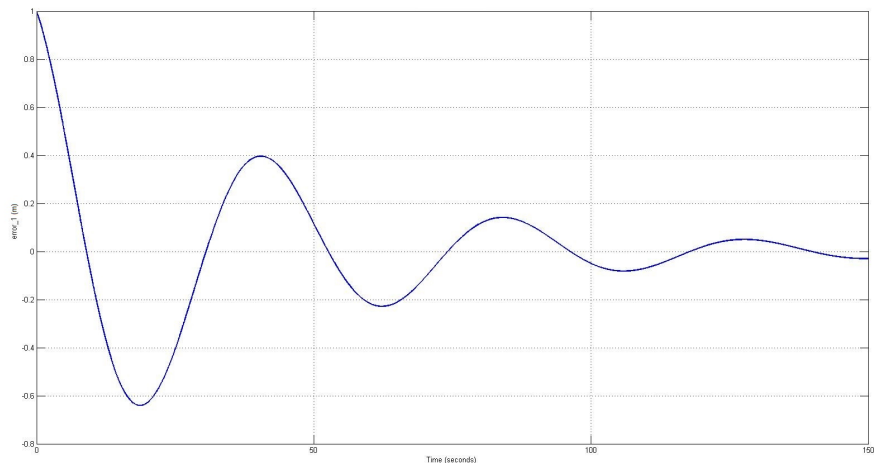
⁹¹ Katsuhiko, ver n. 57.

Figura 23. Desempeño del Controlador 1



El error de dicho controlador se representa en la Fig. 24, en donde se observa claramente que disminuye y tiende a cero a medida que pasa el tiempo, sin embargo, tal como se muestra en la Fig. 23 se demora mucho tiempo en estabilizarse y el sobre impulso que presenta es muy alto, por tal razón, es necesario hacer un ajuste a los valores de las constantes, teniendo en cuenta que eso se traduce en desplazar los polos del sistema.

Figura 24. Señal de Error 1



Adicionalmente, los efectos de cada una de las ganancias del controlador deben tenerse en cuenta para el rediseño del mismo, de acuerdo con la Tabla 3

Ganancia	Sobreoscilación	Tiempo de estabilización	Error de estado estable
K_p	Aumento	Cambio pequeño	Disminución
K_i	Aumento	Aummento	Eliminación
K_d	Disminución	Disminución	Cambio pequeño

Tabla 3. Efectos de las Ganancias K_p, K_i, K_d

Así, las ganancias para el primer controlador quedan como $K_{p1} = 30$, $T_d = 5.7$ y la componente integral se deja tal como estaba, de esta forma los resultados obtenidos son los mostrados en la Fig. 25 y la Fig.26, que corresponden al desempeño del controlador y al error.

Figura 25. Desempeño del Controlador 1 - ajuste

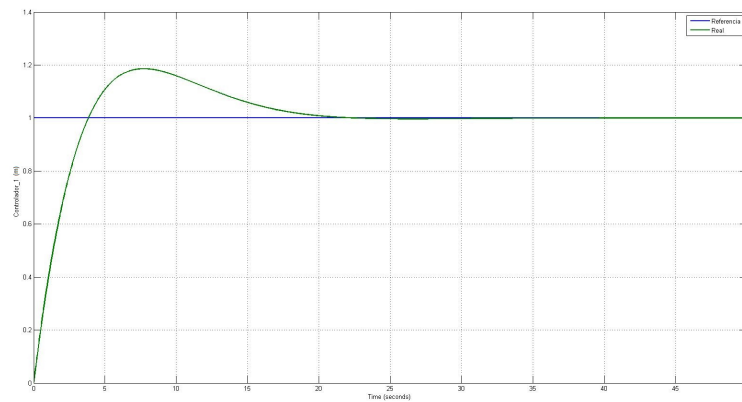
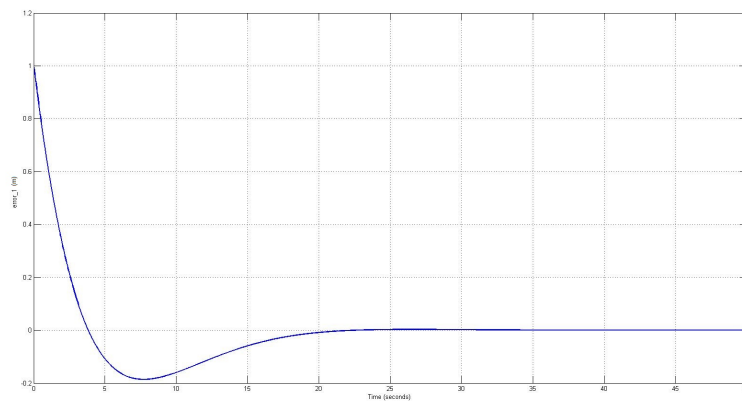


Figura 26. Señal de Error 1-ajuste



Ahora, realizando el mismo procedimiento para los siguientes polinomios, se obtienen las

ganancias y se realiza el ajuste pertinente, quedando,

$$\begin{aligned}
 K_{p2} &= 50 \quad T_{i2} = 333 \quad T_{d2} = 10 \\
 K_{p3} &= 10 \quad T_{i3} = 625 \quad T_{d3} = 0.5 \\
 K_{p4} &= 20 \quad T_{i4} = 133 \quad T_{d4} = 60 \\
 K_{p5} &= 10 \quad T_{i5} = 67 \quad T_{d5} = 10 \\
 K_{p6} &= 0.1 \quad T_{i6} = 62.5 \quad T_{d6} = 2000
 \end{aligned} \tag{94}$$

Donde el desempeño del controlador desacoplado y el error se representan en la sección 6.5.

5.1.3. Partición de la Ley de Control Si se tiene el modelo dinámico de un sistema de la forma,

$$m\ddot{x} + b\dot{x} + kx = f \tag{95}$$

Donde m , b y k son valores conocidos y se busca organizar la ley de control para que se reduzca el sistema, de forma que, parezca tener una masa unitaria, es decir, sin fricción, ni rigidez, con lo que se plantea

$$f = \alpha f' + \beta \tag{96}$$

En la que α y β son constantes o funciones que deben elegirse de forma que f' es la nueva entrada del sistema. Así, reemplazando la ecuación (96) en (95), se obtiene

$$m\ddot{x} + b\dot{x} + kx = \alpha f' + \beta \tag{97}$$

De acuerdo con la expresión (97), para obtener el sistema de masa unitaria con entrada f' , los valores de α y β , se seleccionan como,

$$\begin{aligned}
 \alpha &= m \\
 \beta &= b\dot{x} + kx
 \end{aligned}$$

Reemplazando estas expresiones en la ecuación (97) se tiene,

$$\ddot{x} = f' \tag{98}$$

Ahora se propone una ley de control así,

$$f' = \ddot{x}_d + k_D \dot{e} + k_p e \tag{99}$$

En la que e corresponde al *error* y está dado por $e = x_d(t) - x(t)$, donde $x_d(t)$ es la trayectoria deseada variante en el tiempo. Los términos k_D y k_p corresponden a los coeficientes derivativo

y proporcional respectivamente. Luego reemplazando la ecuación (99) en la expresión (98), se obtiene

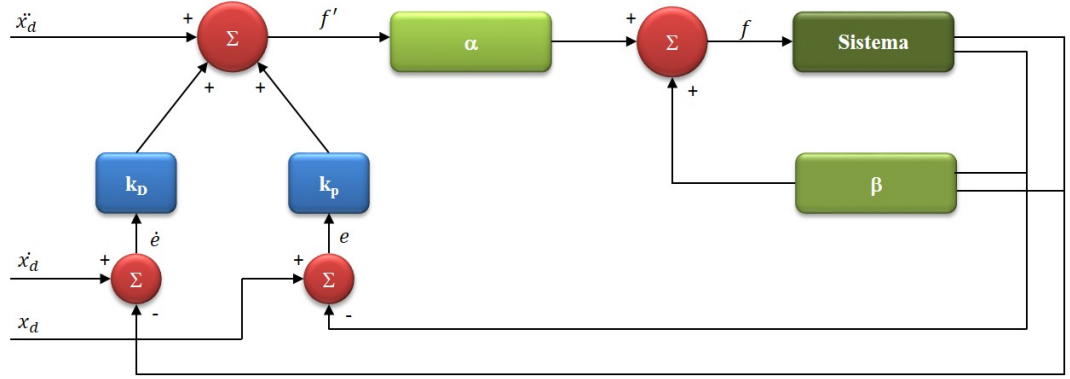
$$\ddot{x} = \ddot{x}_d + k_D \dot{e} + k_p e \quad (100)$$

Así,

$$\ddot{e} + k_D \dot{e} + k_p e = 0 \quad (101)$$

Considerando que la ecuación diferencial obtenida es de segundo orden, el paso a seguir es la elección de los coeficientes teniendo en cuenta que se busca obtener amortiguación crítica. El diagrama que representa el control particionado se muestra en la Fig. 27

Figura 27. Diagrama de Bloques para el Control Particionado



Ahora extendiendo el mismo concepto para establecer una ley de control para la plataforma paralela, se tiene que la ecuación característica que representa la dinámica del robot está dada por la expresión (77), de forma que la salida en este caso se plantea como,

$$[F] = [A][F'] + [\beta] \quad (102)$$

Donde $[A]$ representa una matriz y $[\beta]$ un vector definidos como,

$$[A] = H^{-1}M$$

$$[\beta] = H^{-1}C + H^{-1}G + H^{-1}F_c$$

Reemplazando los términos $[A]$ y $[\beta]$ en la ecuación (77), se tiene,

$$[F'] = \ddot{q} \quad (103)$$

De esta forma el sistema queda representado como uno de inercia unitaria con una entrada $[F']$, así se puede proponer una ley de control de forma que,

$$[F'] = \ddot{q}_d + [K_D]\dot{e} + [K_p]e \quad (104)$$

Donde $[e] = [q_d] - [q]$ y $[K_D]$ y $[K_p]$ representan matrices diagonales de ganancias seleccionadas, siendo $K_{Dii} = 100$, $K_{Pii} = 50$, con las que se logra un desempeño sobre amortiguado o críticamente amortiguado, de acuerdo al tipo de trayectoria que se desea seguir. Finalmente la ecuación desacoplada del error es,

$$[\ddot{e}] + [K_D][\dot{e}] + [K_p][e] = 0 \quad (105)$$

La simulación del control particionado se muestra en la sección 6.5

5.2. CONTROL POR MODOS DESLIZANTES

El control por modos deslizantes es una técnica de control robusto, conocida comúnmente como Sliding Mode Control (SMC), idóneo para sistemas no lineales, especialmente para aquellos en los que se presentan incertidumbres y/o no se conoce completamente su dinámica. El objetivo principal del control por modos deslizantes es llevar el estado del sistema a una superficie de deslizamiento y mantenerlo en esta, aun cuando haya perturbaciones, mediante una ley de control capaz de conmutar a alta frecuencia. Sin embargo, debido a los valores positivos y negativos que toma, se produce un efecto conocido como chattering, lo que es indeseable, ya esto conlleva a daños físicos de los sistemas, ya sean mecánicos o eléctricos. Para dar solución a dicho problema en la teoría de control robusto se utiliza una función de saturación, que reduce notablemente el efecto chattering. Para el diseño de un SMC, se establece la ecuación de la superficie de deslizamiento (S), teniendo en cuenta el error de seguimiento, se verifica la estabilidad, utilizando una función candidata a Lyapunov (V), cumpliendo las condiciones pertinentes y se establece la ley de control⁹².

Teniendo en cuenta la similitud de la ecuación dinámica del robot y la de un sistema clásico masa-resorte-amortiguador acoplado, de la misma forma que se hizo en la sección anterior, se muestra primero el desarrollo de la ley de control para este y luego se extrapola al robot. La ecuación característica de un sistema Masa - Resorte - Amortiguador, está dada por la ecuación (95), que para un sistema acoplado de n grados de libertad, se puede representar matricialmente como,

$$[M][\ddot{q}] + [B][\dot{q}] + [K][q] = [F] \quad (106)$$

Considerando que la ecuación de la superficie de deslizamiento está definida como,

$$S = \left(\frac{d}{dt} + \lambda \right)^{n-1} \tilde{q} \quad (107)$$

donde λ es una constante definida positiva, que geométricamente representa la pendiente de la superficie de deslizamiento, n es el orden del sistema y $\tilde{q}$ corresponde al error de seguimiento⁹³, definido como $\tilde{q} = q - q_d$. Debido a que el sistema de estudio es de segundo orden,

⁹² Slotine y Li, ver n. 63.

⁹³ Slotine y Li, ver n. 63.

la superficie de deslizamiento queda como,

$$\begin{aligned} S &= \dot{\tilde{q}} + \lambda \tilde{q} \\ S &= \dot{q} - \dot{q}_d + \lambda \tilde{q} \end{aligned}$$

Para que el estado del sistema se mantenga en la superficie de deslizamiento, es necesario seleccionar una ley de control con la cual se cumpla que $\dot{S} = 0$, así

$$\dot{S} = \ddot{q} - \ddot{q}_d + \lambda \dot{\tilde{q}} \quad (108)$$

Despejando la derivada de mayor orden de la ecuación (106),

$$[\ddot{q}] = [M]^{-1}[F] - [M]^{-1}[B][\dot{q}] - [M]^{-1}[K][q] \quad (109)$$

Y reemplazándola en (108) se tiene,

$$\dot{S} = [M]^{-1}[F] - [M]^{-1}[B]\dot{q} - [M]^{-1}[K][q] - [\ddot{q}_d] + \lambda [\dot{\tilde{q}}] \quad (110)$$

Como $\dot{S} = 0$

$$0 = [M]^{-1}[F] - [M]^{-1}[B]\dot{q} - [M]^{-1}[K][q] - [\ddot{q}_d] + \lambda [\dot{\tilde{q}}] \quad (111)$$

En la ecuación (111) la F representa la señal de control, teniendo en cuenta esto, se despeja dicha variable,

$$\begin{aligned} [M]^{-1}[F] &= [M]^{-1}[B]\dot{q} + [M]^{-1}[K][q] + [\ddot{q}_d] - \lambda [\dot{\tilde{q}}] \\ [F] &= [B]\dot{q} + [K][q] + [M][\ddot{q}_d] - [M]\lambda [\dot{\tilde{q}}] \\ [\hat{U}] &= [B]\dot{q} + [K][q] + [M][\ddot{q}_d] - [M]\lambda [\dot{\tilde{q}}] \end{aligned}$$

Con esto se habría encontrado una señal de control, sin embargo, considerando que el sistema que se está analizando está sujeto a perturbaciones, es necesario adicionar un término a la señal de control de forma que compense dicho fenómeno, tal como lo sugiere Slotine,⁹⁴

$$u = [\hat{u} - k_s \text{sgn}(S)] \quad (112)$$

Donde sgn , representa la función signo, que varía de acuerdo con,

$$\text{sgn}(s) = \begin{cases} 1, & s > 0 \\ -1, & s < 0 \end{cases} \quad (113)$$

⁹⁴ Slotine y Li, ver n. 63.

Para este caso en particular, la señal de control estaría dada por,

$$[U] = [B][\dot{q}] + [K][q] + [M][\ddot{q}_d] - [M]\lambda[\dot{\tilde{q}}] - [k_s]sgn(S) \quad (114)$$

Ahora, para verificar la estabilidad se debe utilizar una función candidata a Lyapunov, de acuerdo con la siguiente expresión general,

$$V = \frac{1}{2}S^2 \quad (115)$$

cumpliendo que $\dot{V}$ debe ser definido negativo, entonces,

$$\dot{V} = \dot{S}S < 0 \quad (116)$$

Así, para este caso, la derivada de la función candidata a Lyapunov es,

$$\dot{V} = ([M]^{-1}[U] - [M]^{-1}[B][\dot{q}] - [M]^{-1}[K][q] - [\ddot{q}_d] + \lambda[\dot{\tilde{q}}])S \quad (117)$$

Reemplazando la ecuación (114) en la (117), se tiene,

$$\begin{aligned} \dot{V} = & [M]^{-1} ([B][\dot{q}] + [K][q] + [M][\ddot{q}_d] - [M]\lambda[\dot{\tilde{q}}] - [k_s]sgn(S)) \\ & - [M]^{-1}[B][\dot{q}] - [M]^{-1}[K][q] - [\ddot{q}_d] + \lambda[\dot{\tilde{q}}]S \end{aligned} \quad (118)$$

Simplificando la expresión (118),

$$\dot{V} = -[M]^{-1}[k_s]sgn(S)S \quad (119)$$

Sí, $sgn(S)S = |S|$, y la matriz $[k_s]$ está compuesta, además de las ganancias, por $[M]$ entonces,

$$\begin{aligned} \dot{V} &= -[k_s]|S| \\ \dot{V} &= -[k_s]|[\dot{q}] - [\ddot{q}_d] + \lambda[\dot{\tilde{q}}]| \end{aligned}$$

Con lo que se verifica la estabilidad del sistema. Sin embargo, tal como se mencionó al inicio de la sección, se tuvo en cuenta la ecuación dinámica de un sistema típico. Ahora comparándola, con la expresión que representa de forma general la dinámica de un robot paralelo (ver ecuación (77)), se observa que tienen la misma forma, considerando además que el orden del sistema es el mismo, la superficie de deslizamiento y su derivada, están dadas por las expresiones (107) y (108) respectivamente. Despejando la derivada de mayor orden de la ecuación (77), se obtiene

$$[\ddot{q}] = [M]^{-1}[H][F] - [M]^{-1}[C][\dot{q}] - [M]^{-1}[G] + [M]^{-1}[F_c] \quad (120)$$

Reemplazando la ecuación (120) en (108), teniendo en cuenta que $\dot{S} = 0$ y haciendo $[F] = [\hat{U}]$,

$$0 = [M]^{-1}[H][\hat{U}] - [M]^{-1}[C][\dot{q}] - [M]^{-1}[G] - [M]^{-1}[F_c] - [\ddot{q}_d] + \lambda[\dot{\tilde{q}}] \quad (121)$$

Despejando $[\hat{U}]$,

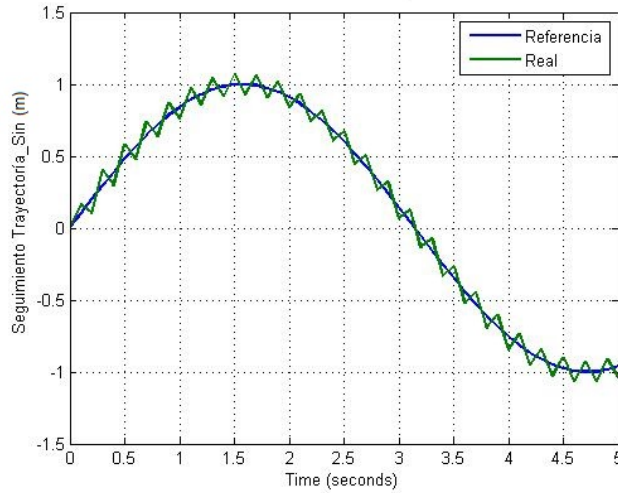
$$\begin{aligned} [M]^{-1}[H][\hat{U}] &= [M]^{-1}[C][\dot{q}] + [M]^{-1}[G] + [M]^{-1}[F_c] + [\ddot{q}_d] - \lambda[\dot{\tilde{q}}] \\ [\hat{U}] &= [H]^{-1}[C][\dot{q}] + [H]^{-1}[G] + [H]^{-1}[F_c] + [H]^{-1}[M][\ddot{q}_d] - [H]^{-1}[M]\lambda[\dot{\tilde{q}}] \end{aligned}$$

Ahora, teniendo en cuenta la ecuación (112), propuesta para la compensación de la incertidumbre, la ley de control para el robot estaría dada por,

$$[U] = [H]^{-1}[C][\dot{q}] + [H]^{-1}[G] + [H]^{-1}[F_c] + [H]^{-1}[M][\ddot{q}_d] - [H]^{-1}[M]\lambda[\dot{\tilde{q}}] - [k_s]sgn(S) \quad (122)$$

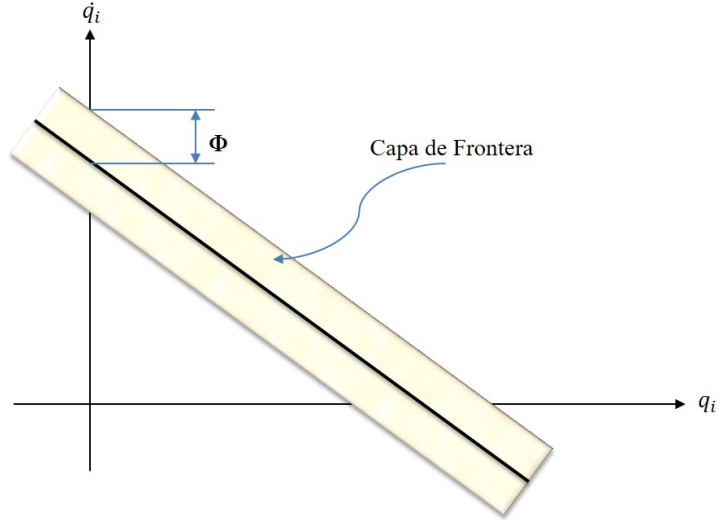
En términos de la estabilidad, igual que para el caso del sistema Masa - Resorte - Amortiguador, se verifica que es estable, ya que ocurrirá lo mismo, es decir, $\dot{V}$ será definida negativa. En la Fig. 28, se muestra el desempeño del controlador de acuerdo con la ley de control de la ecuación (122), para una entrada sinusoidal. Tal como se observa en la Fig. 28, se presenta un fenómeno indeseable, conocido como *chattering*, a pesar de que sigue la trayectoria, no es recomendable para el sistema oscilar de esa forma.

Figura 28. Desempeño del Controlador por Modos Deslizantes (Función *sgn*)



Debido a la dinámica del sistema y la trayectoria deseada, el *chattering* no es un fenómeno tolerable, por tal razón, es necesario, disminuir dicho efecto, determinando una capa de frontera (Boundary Layer) alrededor de la superficie de deslizamiento seleccionada, tal como se muestra en la Fig. 29

Figura 29. Capa de Frontera



En la que Φ representa el espesor de la placa, y la señal de control en su interior, es una interpolación que implica reemplazar el término $sgn(s)$ por $\frac{s}{\Phi}$, de esta forma, la señal de control estaría dada por,

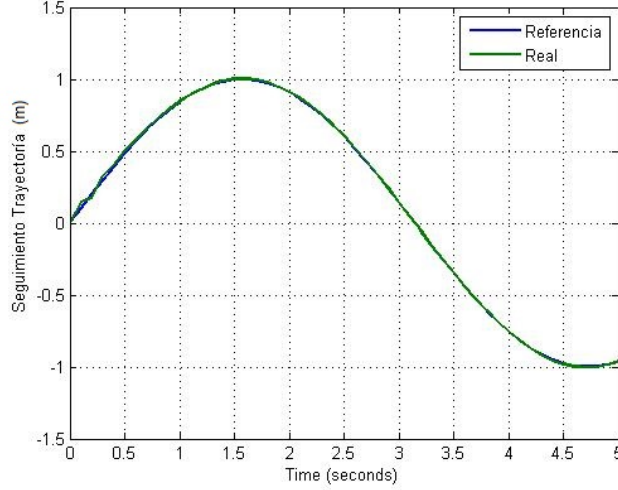
$$u = \hat{u} - k_s \text{sat} \left(\frac{s}{\Phi} \right) \quad (123)$$

Donde, el término $\text{sat} \left(\frac{s}{\Phi} \right)$ implica que,

$$\text{sat}(y) = \left\{ \begin{array}{ll} y, & |y| \leq 1 \\ sgn(y), & \text{Contrario} \end{array} \right\} \quad (124)$$

Al realizar la simulación con esta nueva señal de control se encuentra que el chattering es disminuido, tal como se muestra en la Fig. 30.

Figura 30. Desempeño del Controlador por Modos Deslizantes (Función *sat*)



La simulación detallada del desempeño del controlador, se muestra en la sección 6.6.

5.3. CONTROL ADAPTATIVO

El control adaptativo, es una técnica ideal para sistemas no lineales, utilizado cuando no se conocen completamente los parámetros de la planta. Consiste en escoger una ley de control variable, posteriormente se elige una ley de adaptación para ajustar los parámetros anteriores y analizar las propiedades de convergencia del sistema de control resultante. Así, teniendo el modelo dinámico de la planta, se plantea un *modelo* deseado, que no representa la entrada deseada, pero si la dinámica que desearíamos que tuviese el sistema, y a partir de esta buscar una ley de control y de adaptación. Expresando la ecuación (77), que representa la dinámica general del robot, de acuerdo con la expresión (81), se tiene que las matrices $[A]$, $[B]$, $[C]$ y $[D]$ están dadas por,

$$\begin{aligned} A &= \begin{bmatrix} [0] & [I] \\ -[M]^{-1}[G] & -[M]^{-1}[C] \end{bmatrix} \\ B &= \begin{bmatrix} [0] \\ [M]^{-1} \end{bmatrix} \\ C &= [[I] \quad [0]] \\ D &= [[0]] \end{aligned} \quad (125)$$

Ahora se establece el modelo de referencia, es decir, se propone una matriz $[A_R]$, teniendo en cuenta que debe tener el mismo tamaño de la matriz $[A]$ de la ecuación (125), es decir, 6×6 ,

de la siguiente forma,

$$A_R = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ a_1 & a_2 & a_3 & a_4 & a_5 & a_6 \end{bmatrix} \quad (126)$$

De acuerdo con la teoría de control, los valores propios de la matriz corresponden a los polos, de forma que se asignan los polos deseados y se plantea que,

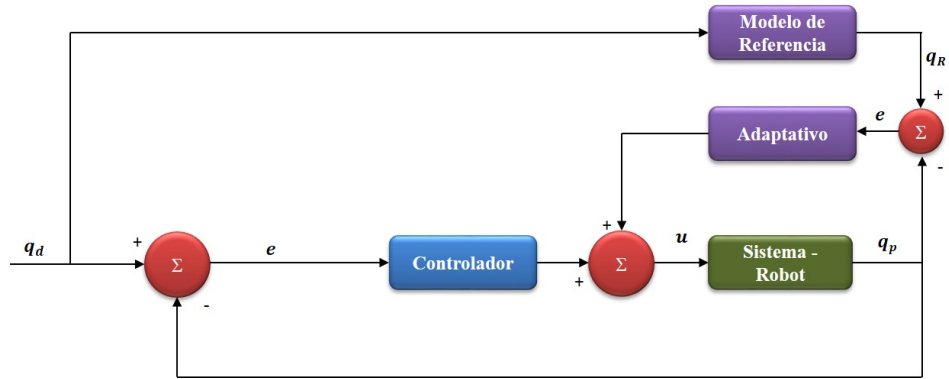
$$|s[I] - A_R| = s^6 - a_6s^5 - a_5s^4 - a_4s^3 - a_3s^2 - a_2s^1 - a_1 \quad (127)$$

Desarrollando el determinante se encuentran cada uno de los valores de a_i , siendo, $a_1 = -7500$, $a_2 = -14500$, $a_3 = -9475$, $a_4 = -2890$, $a_5 = -448$, $a_6 = -34$. Ahora, considerando que se busca que el error tienda a cero, se plantea que,

$$[e] = [q_m] - [q_p] \quad (128)$$

Donde q_R y q_p representan las salidas del modelo de referencia y del robot, de acuerdo con la Fig. 31

Figura 31. Esquema Control Adaptativo



Así la derivada del error está dada por,

$$\dot{[e]} = [A_R][e] + [f] \quad (129)$$

Donde el vector $[f]$ es,

$$[f] = [A_R] - [A_p][q_p] + [u] \quad (130)$$

De manera que el objetivo de diseño consiste en ajustar el vector $[f]$, con lo que el error $[e]$ tienda a cero a medida que pasa el tiempo, lo cual implica que se debe buscar que el error del

sistema sea asintóticamente estable, mediante la siguiente función de Lyapunov,

$$V = [e]^T [Q] [e] \quad (131)$$

Donde la derivada de la función de Lyapunov está dada por,

$$\begin{aligned} \dot{V} &= [\dot{e}]^T [Q] [e] + [e]^T [Q] [\dot{e}] \\ &= [e]^T ([A_R]^T [Q] + [Q] [A_R]) [e] + 2[e]^T [Q] [f] \end{aligned} \quad (132)$$

De forma que se puede plantear que,

$$-[W] = [A_R]^T [Q] + [Q] [A_R] \quad (133)$$

Así,

$$\dot{V} = -[e]^T [W] + 2[e]^T [Q] [f] \quad (134)$$

Entonces, sí $[W]$ es positiva y $[e]^T [Q] [f] < 0$, $\dot{V}$ es definida negativa⁹⁵. Luego se plantea la matriz de la señal de control que saldrá del mecanismo de ajuste $[Q]$, es decir, la misma ley de adaptación, que debe ser de igual tamaño al de la matriz $[A]$.

$$Q = \begin{bmatrix} q_{11} & q_{12} & q_{13} & q_{14} & q_{15} & q_{16} \\ q_{21} & q_{22} & q_{23} & q_{24} & q_{25} & q_{26} \\ q_{31} & q_{32} & q_{33} & q_{34} & q_{35} & q_{36} \\ q_{41} & q_{42} & q_{43} & q_{44} & q_{45} & q_{46} \\ q_{51} & q_{52} & q_{45} & q_{54} & q_{55} & q_{56} \\ q_{61} & q_{62} & q_{46} & q_{64} & q_{65} & q_{66} \end{bmatrix} \quad (135)$$

De acuerdo con la ecuación (135), $[Q]$ es una matriz de términos desconocidos. Para encontrar los parámetros q_{ij} que componen la matriz $[Q]$, la matriz $[W]$ debe ser igual a la identidad $[I]$, donde se nota que la matriz $[Q]$ es simétrica. Finalmente, teniendo en cuenta lo descrito anteriormente, para que se cumpla la condición de estabilidad, la señal de control para el sistema está dada por,

$$u = \text{sgn}([e]^T [Q] [f]) \quad (136)$$

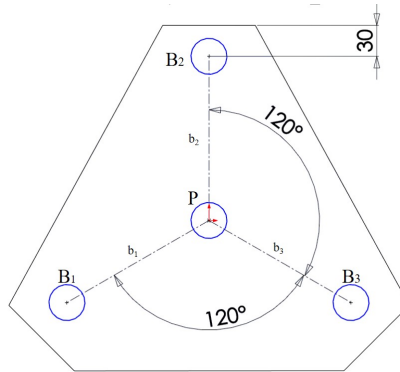
La simulación de la ley de adaptación se muestra en la sección 6.7.

⁹⁵ Eronini, ver n. 68.

6. SIMULACIONES

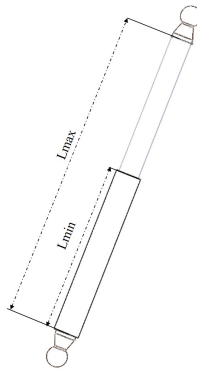
Para realizar las simulaciones de los modelos encontrados en los capítulos anteriores, se tienen en cuenta las siguientes consideraciones de longitudes y geometría del robot. La plataforma móvil, está configurada tal como se muestra en la Fig. 32.

Figura 32. Parámetros geométricos de la plataforma móvil



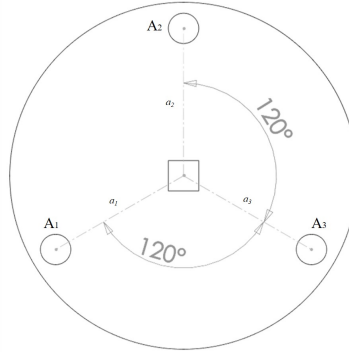
Cada uno de los actuadores tiene las dimensiones mostradas en la Fig. 33.

Figura 33. Parámetros geométricos de los actuadores



y la base,

Figura 34. Parámetros geométricos de la base



donde,

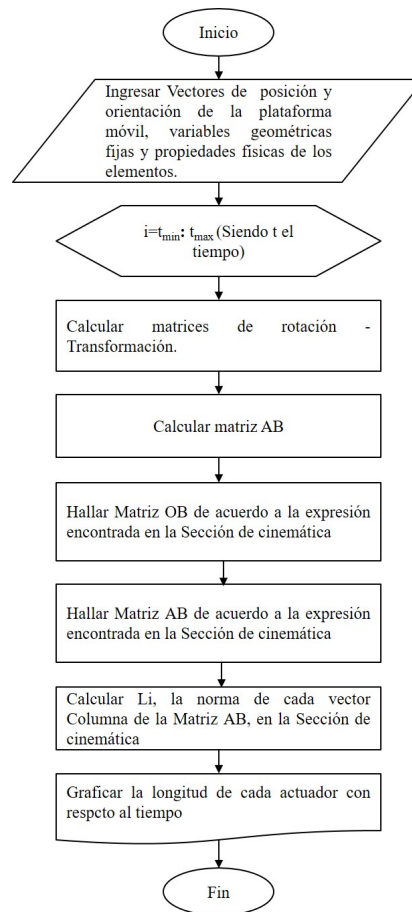
Tabla 4. Parámetros geométricos del Robot

Parámetro	Valor	
b_1	160	cm
b_2	160	cm
b_3	160	cm
a_1	160	cm
a_2	160	cm
a_3	160	cm
L_{min}	300	cm
L_{max}	450	cm

6.1. SIMULACIÓN DE LA CINEMÁTICA INVERSA

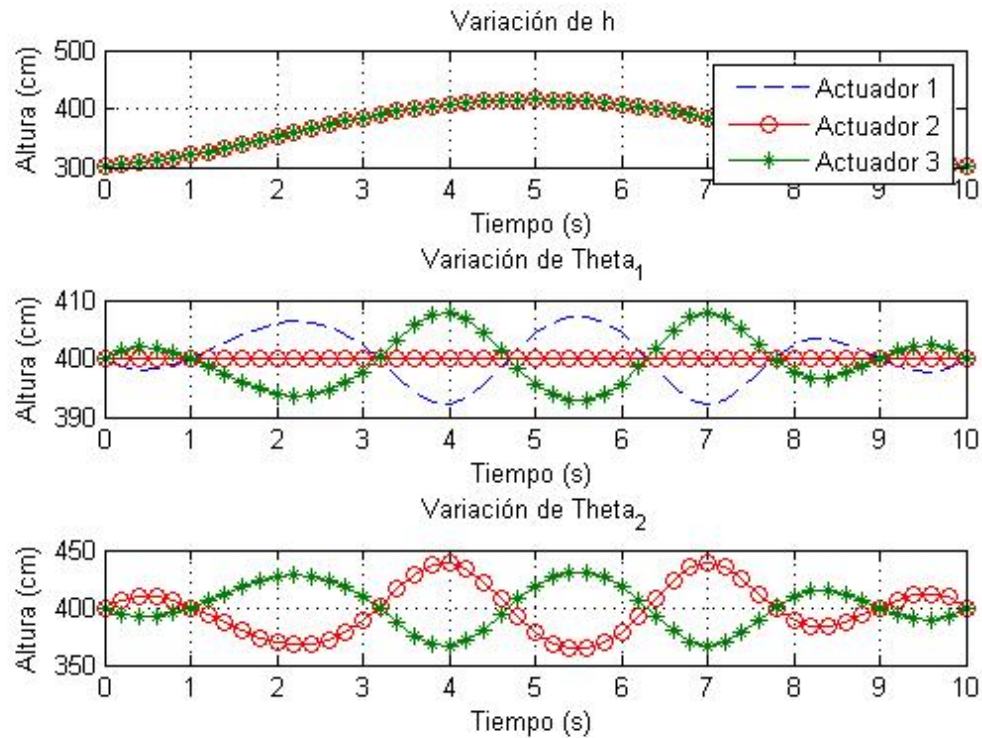
Una vez realizado el análisis de la cinemática inversa, se hace la simulación utilizando Matlab (de acuerdo con el diagrama de flujo de la Fig. 35), en la que se muestra la posición de la plataforma y la longitud que deben tomar los actuadores para dicha posición.

Figura 35. Diagrama de Flujo Cinemática Inversa



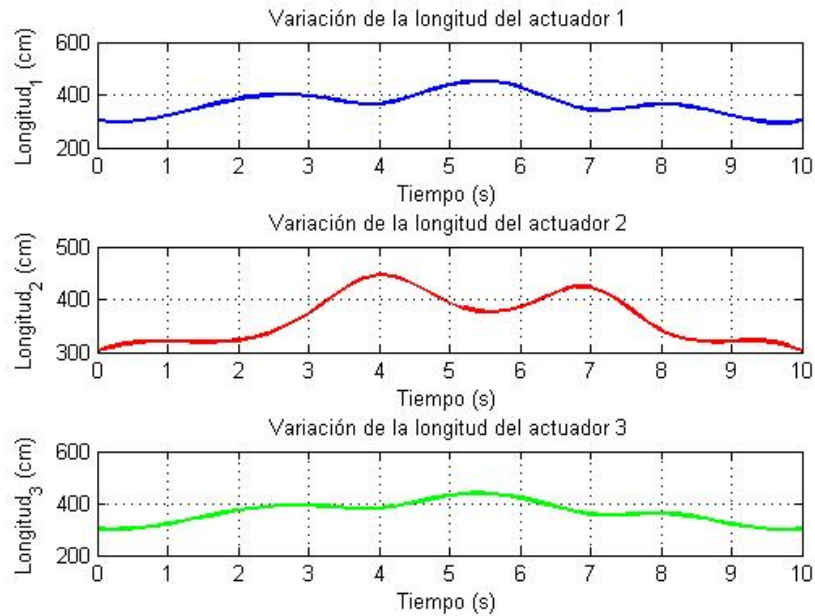
En el primer caso se evalúa el movimiento de la plataforma sólo en el eje z , es decir los ángulos θ_1 y θ_2 son iguales a cero, posteriormente se mantiene la altura de 400cm , θ_2 igual a cero, se varía θ_1 y finalmente con la misma altura, $\theta_1 = 0$ y θ_2 variando, se obtienen los resultados mostrados en la Fig. 36.

Figura 36. Longitud de los actuadores de acuerdo a la variación de cada parámetro z , θ_1 , θ_2 independiente



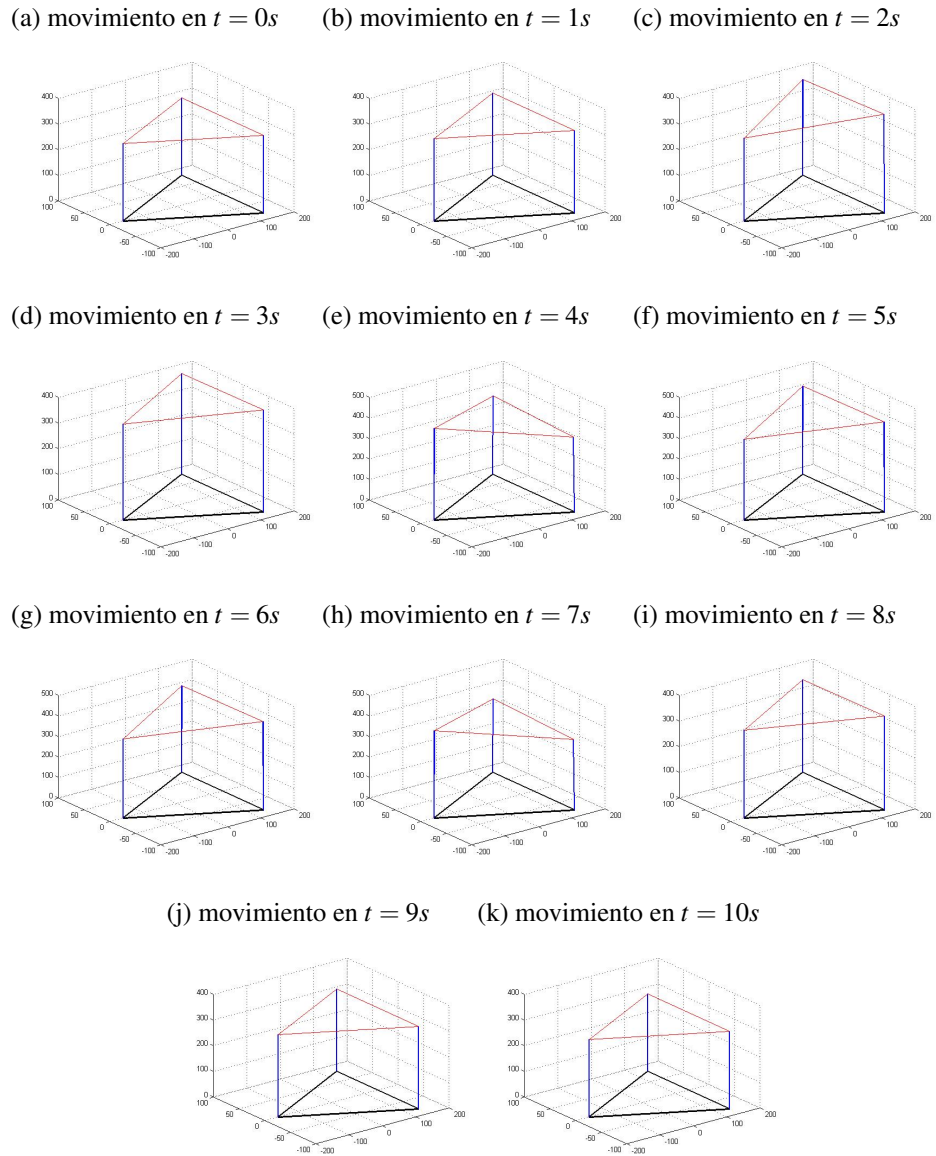
Se obtienen los resultados que se esperaban de acuerdo con las dimensiones del robot realizado en SolidWorks y para el primer caso las tres piernas de este se desplazan la misma magnitud, ya que no se están variando los ángulos, solo la altura, de manera que la plataforma móvil es paralela a la plataforma fija. En el segundo, los actuadores tienen diferentes longitudes, considerando que cada uno de ellos se encuentra enumerado tal como se mostró en la Fig. 10, se obtiene la respuesta que se esperaba, ya que se está variando el ángulo θ_1 , de manera que, mientras que el primer actuador disminuye su longitud, el tercero la aumenta en la misma proporción y el segundo, no varía significativamente. Finalmente el primer y el tercer actuador varían en la misma proporción, mientras que la longitud del segundo disminuye cuando la de los otros dos aumenta. La variación con respecto al tiempo de θ_1 y θ_2 , se muestran en la Fig. 40. Considerando que puede darse el caso en el que se varían todos los parámetros a la vez, es decir, z , θ_1 , θ_2 , se realiza la respectiva simulación, para lo cual se obtienen los resultados de la Fig. 37.

Figura 37. Longitud de los actuadores de acuerdo a la variación de todos los parámetros θ_2 , z , θ_1



De acuerdo con la Fig. 37, los resultados son los esperados, ya que la longitud de cada uno de los actuadores del robot debe ser diferente cuando interactúan los 3 parámetros a la vez. Para la simulación de la cinemática inversa se realizó la gráfica tridimensional en Matlab con el fin de visualizar los diversos cambios que se presentan a lo largo del tiempo, tal como se muestra en la 38

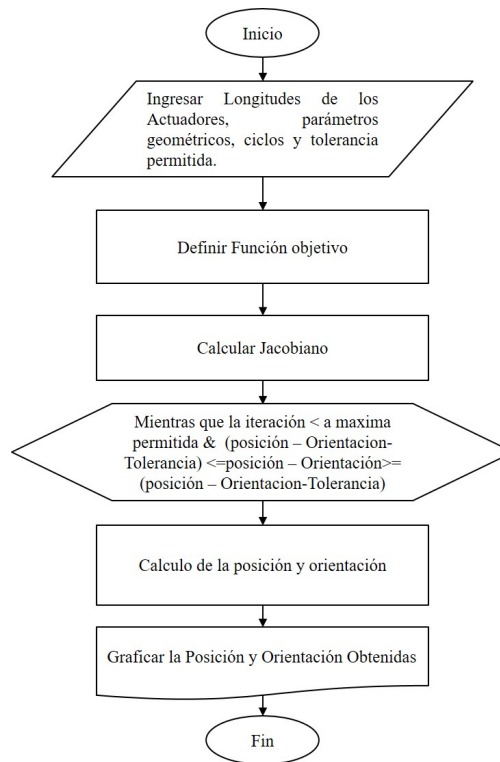
Figura 38. Bosquejo del Robot en Matlab



6.2. SIMULACIÓN DE LA CINEMÁTICA DIRECTA

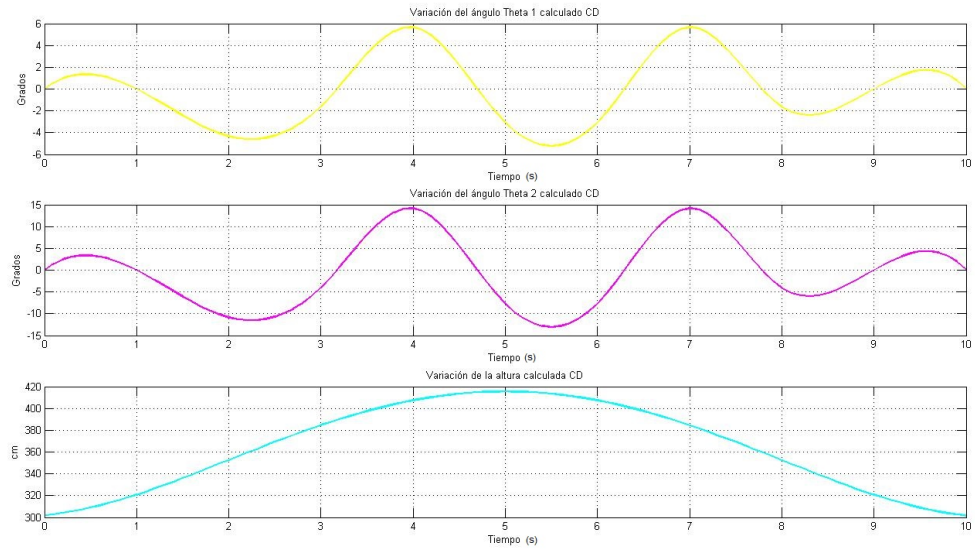
Se crea una función en Matlab de acuerdo con el diagrama de flujo mostrado en la Fig. 39, para el computo de la cinemática directa.

Figura 39. Diagrama de Flujo - Cinemática Directa



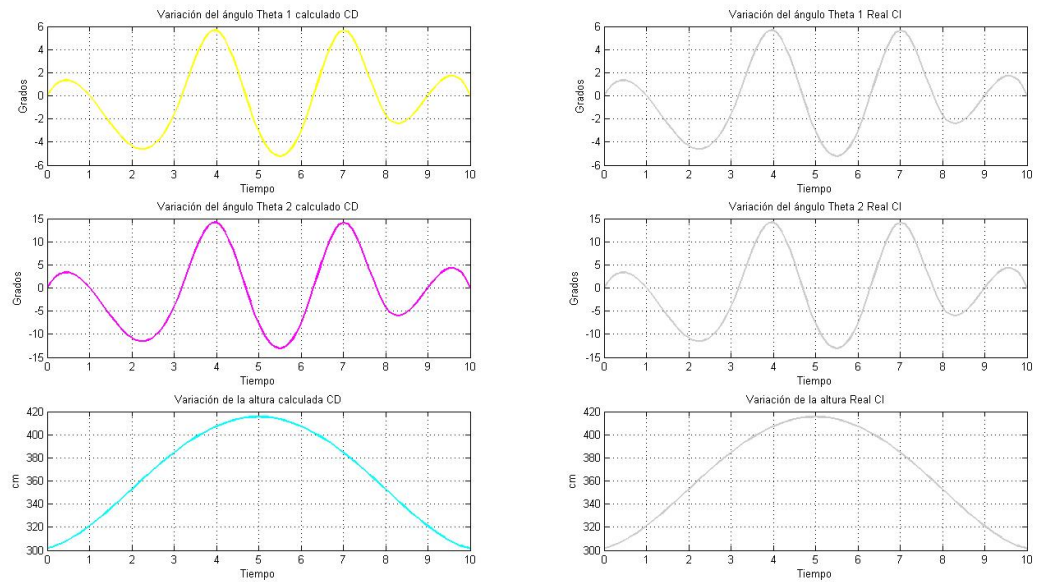
Una vez creado el programa se ejecuta tomando como base para los valores iniciales las posiciones de la plataforma móvil y las longitudes que se obtuvieron de la cinemática inversa, con una tolerancia de 0.001 % y con 100 iteraciones, proporcionando los resultados que se muestran en la Fig. 40.

Figura 40. Cinemática Directa (θ_1 , θ_2 y h)



La Fig. 40 muestra la variación de los ángulos θ_1 , θ_2 y h , para las longitudes obtenidas de cada uno de los actuadores calculadas con la cinemática inversa. En la Fig. 41 se muestra la diferencia de la trayectoria deseada, correspondiente al dato de entrada de la cinemática inversa (CI), y la posición y orientación de la plataforma móvil obtenidas con la cinemática directa (CD), donde no se alcanza a observar el error, debido a que se realizó un alto número de iteraciones y error se proyectó inferior a 0.001 %.

Figura 41. Cinemática Directa (θ_1 , θ_2 y h)

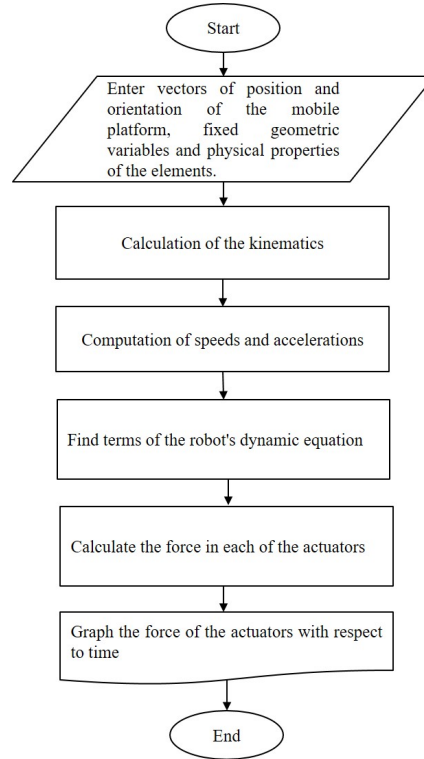


En las Figuras anteriores se puede observar que los valores para cada una de las variables correspondientes a la posición de la plataforma son muy similares a los proporcionados en la cinemática inversa.

6.3. SIMULACIÓN DE LA DINÁMICA INVERSA

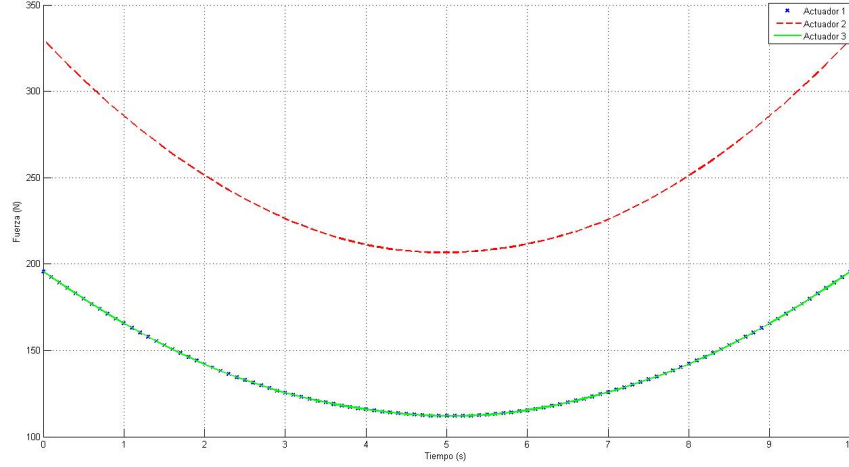
El análisis de la dinámica inversa se realizó en la sección 4.3.1, a partir del cual se hace la simulación, de acuerdo al diagrama de flujo mostrado en la Fig. 42.

Figura 42. Diagrama de Flujo Dinámica Inversa



Es importante resaltar que el análisis dinámico realizado sirve para un robot con un número mayor de grados de libertad, de forma que solo se ajustan los parámetros geométricos y las propiedades físicas del robot, teniendo en cuenta a que corresponde cada término, de acuerdo a lo explicado en el desarrollo de las ecuaciones dinámicas. Para la simulación se agregaron las propiedades físicas del robot, tales como la masa de la plataforma, del vástago, del cilindro $m_p = 4500gm$, $m_v = 630gm$, $m_c = 430gm$, la inercia de la plataforma móvil $I_{xx} = 0.034kg \cdot m^2$, $I_{yy} = 0.067kg \cdot m^2$, $I_{zz} = 0.033kg \cdot m^2$, los productos de inercia son $I_{xy} = I_{yx} = -3.14 \times 10^{-8}kg \cdot m^2$, $I_{xz} = I_{zx} = -4.208 \times 10^{-2}kg \cdot m^2$, $I_{yz} = I_{zy} = 3.142 \times 10^{-3}$, las inercias del cilindro y del vástago, $I_c = 1.716 \times 10^{-3}kg \cdot m^2$, $I_v = 1.658 \times 10^{-3}kg \cdot m^2$, las longitudes del vástago y del cilindro $L_v = 200mm$, $L_c = 240mm$ y la fuerza externa aplicada sobre la plataforma móvil, está dada por $F_s = [0 \ 0 \ -600]^T N$. Con estos datos y la cinemática ya simulada, se ejecuta el programa para el cálculo de la dinámica inversa y se obtiene, para la trayectoria mostrada en la 41, las siguientes fuerzas

Figura 43. Dinámica Inversa (F_1, F_2, F_3)



De acuerdo con la Fig. 43, los resultados son los esperados, ya que por la simetría de la estructura los actuadores 1 y 3, ejercen la misma fuerza para que se produzca el movimiento. Así queda concluido la simulación de la dinámica inversa y se realiza en Matlab la dinámica directa.

6.4. SIMULACIÓN DE LA DINÁMICA DIRECTA

Para la simulación de la dinámica directa el objetivo es hallar $[q]$. De acuerdo con la ecuación (77), se puede despejar $[\ddot{q}]$ de forma que,

$$[\ddot{q}] = [M]^{-1} \left([H][F] - [C][\dot{q}] - [G] - [F] \right) \quad (137)$$

La ecuación (137) contiene términos que no son lineales y por la complejidad de la misma, no se puede resolver analíticamente, de esta forma es conveniente utilizar un método numérico, para lo cual se utiliza la función integrada de Matlab ODE45, de manera que se plantea,

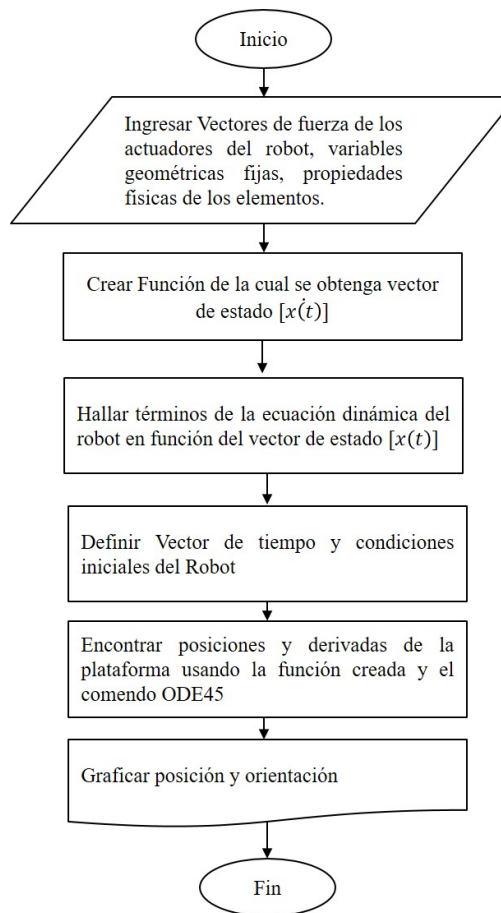
$$\begin{aligned} [x(t)] &= \begin{bmatrix} [x_1(t)] \\ [x_2(t)] \end{bmatrix} \\ [x_1(t)] &= [q] \\ [x_2(t)] &= [\dot{q}] \end{aligned} \quad (138)$$

con el fin de expresar las ecuaciones de la forma espacio - estado, se tiene que,

$$\begin{aligned} [\dot{x}(t)] &= \begin{bmatrix} [\dot{x}_1(t)] \\ [\dot{x}_2(t)] \end{bmatrix} \\ &= \begin{bmatrix} x_2(t) \\ [M]^{-1} \left([H][F] - [C][\dot{q}] - [G] - [F] \right) \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (139)$$

como ya se conoce cada uno de los términos de la ecuación se hace la simulación en Matlab de acuerdo con el diagrama de flujo mostrado en la Fig. 44, bajo la acción de la gravedad, teniendo como condición inicial la altura máxima que puede alcanzar.

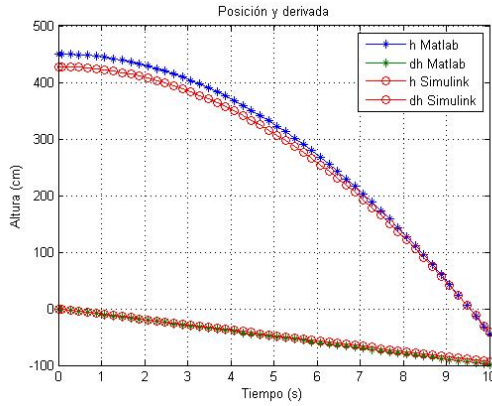
Figura 44. Diagrama de Flujo Dinámica Directa



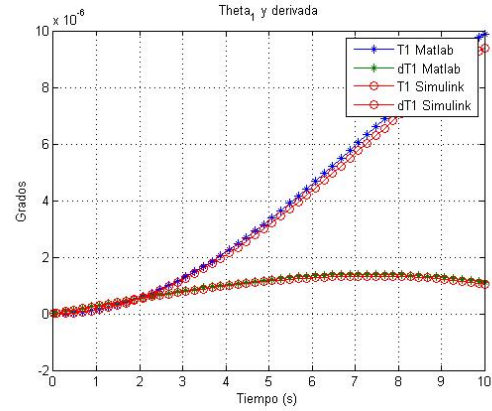
Una vez implementado, se obtienen los resultados mostrados en la Fig. 45

Figura 45. Posición y Orientación del Robot - Dinámica Directa

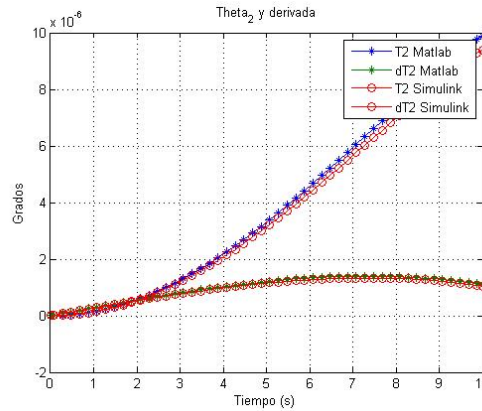
(a) Posición y derivada de Posición ($h, \dot{h}$)



(b) Orientación y derivada de orientación ($\theta_1, \dot{\theta}_1$)



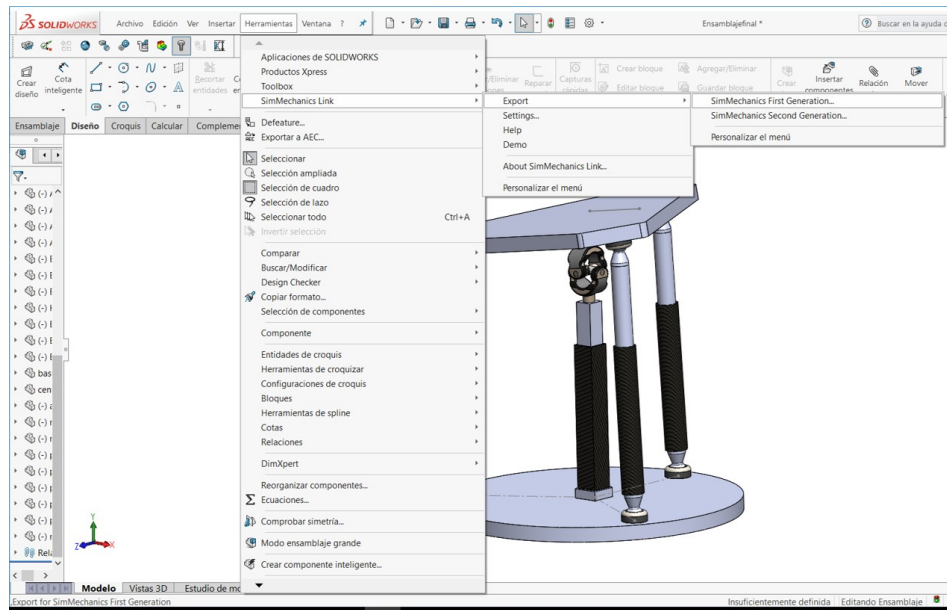
(c) Orientación y derivada de orientación ($\theta_2, \dot{\theta}_2$)



Los datos obtenidos en la simulación de la dinámica directa, fueron corroborados en Simulink, en donde se importó el modelo del robot hecho previamente en Solidworks y se simuló bajo los mismos parámetros.

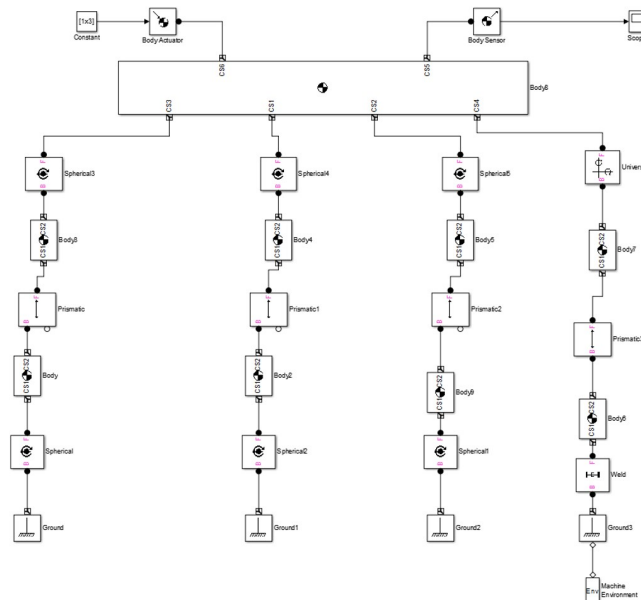
6.4.1. Modelo del Robot en Simulink Se realiza el robot en Solidworks y se importa el modelo a Simulink, tal como se muestra en la Fig. 46

Figura 46. Exportar Modelo de SolidWorks a SimMechanics



Una vez se ha importado a Simulink, se obtiene la configuración que se muestra en la Fig. 47

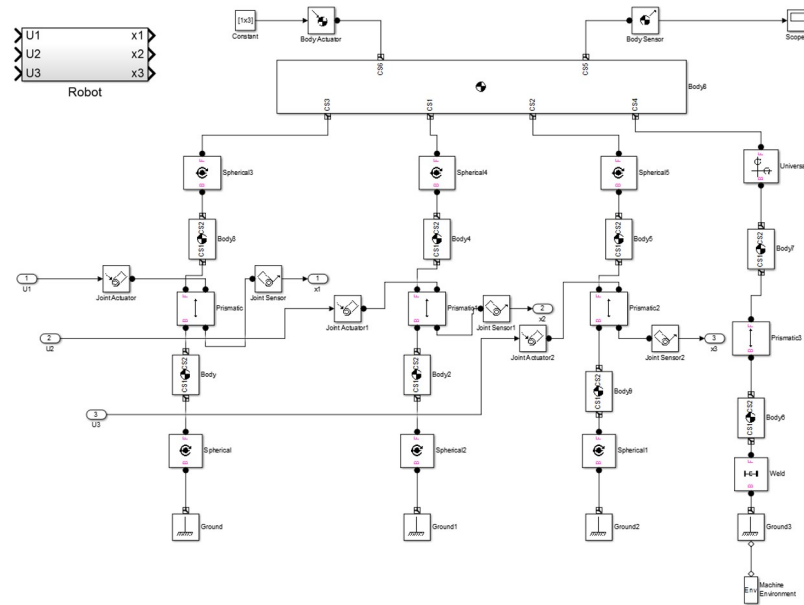
Figura 47. Modelo en Simulink



Se le agregaron los bloques Body actuador y Body Sensor, el primero para adicionar la fuerza externa y el segundo para medir la posición de la plataforma móvil. Para modelar la dinámica

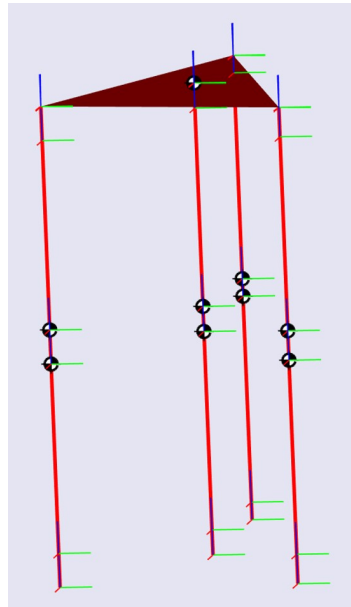
se aumentan las entradas en las juntas prismáticas, una de las cuales es conectada a un bloque actuador y la otra a un sensor, configurados de acuerdo a lo que se esté modelando. Después de modelar la dinámica inversa y la directa y verificar los valores obtenidos anteriormente, se deja lista para la entrada de control y se configura el bloque de actuador (Joint Actuator) para que la entrada sea una fuerza y el bloque sensor (Joint Sensor) para que mida la posición, tal como se muestra en la Fig. 48 y se guarda en un Subsistema.

Figura 48. Modelo en Simulink - Entrada de Control



Así, para la posición deseada y para el control, se configuran bloques de función de acuerdo a tanto la trayectoria como a la estrategia de control. Al realizar la simulación, se obtiene la estructura del robot mostrada en la Fig. 49

Figura 49. Vista del Modelo en Simulink

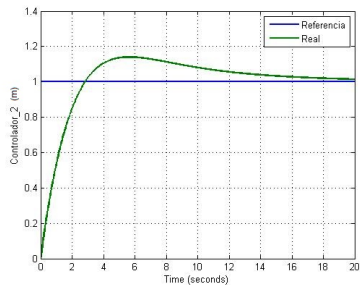


6.5. SIMULACIÓN DEL CONTROL PID

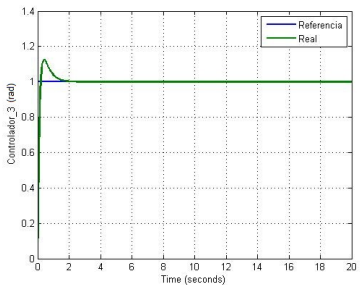
De acuerdo a lo planteado en la sección 5.1.2, donde se hallaron valores para las ganancias del control desacoplado que se propuso para el sistema, es decir para el robot paralelo, se realizó la simulación en Matlab Simulink y se observó inicialmente el desempeño del controlador, cuando el x_d correspondía al escalón,

Figura 50. Desempeño de Controladores PID

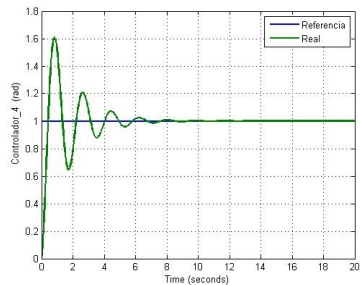
(a) Desempeño del Controlador 2



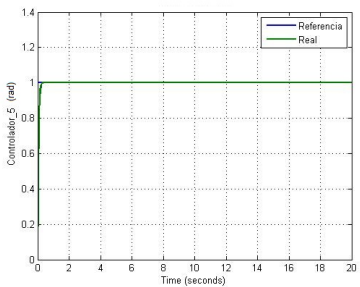
(b) Desempeño del Controlador 3



(c) Desempeño del Controlador 4



(d) Desempeño del Controlador 5



(e) Desempeño del Controlador 6

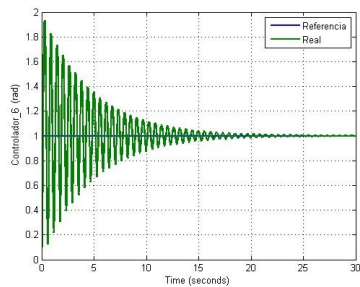
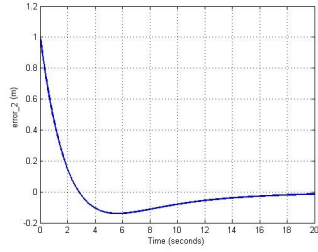
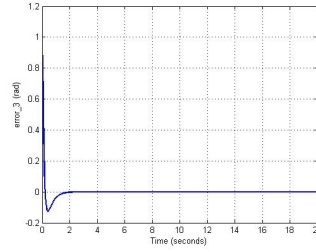


Figura 51. Error de Controladores PID

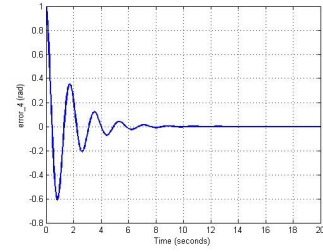
(a) Señal de Error 2



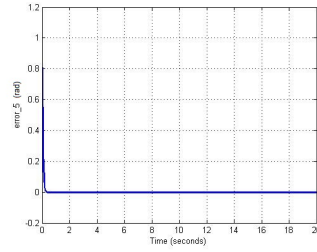
(b) Señal de Error 3



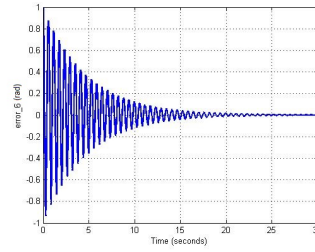
(c) Señal de Error 4



(d) Señal de Error 5



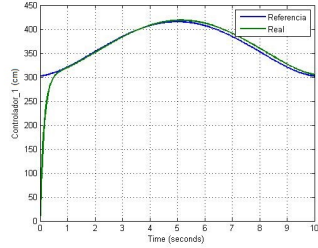
(e) Señal de Error 6



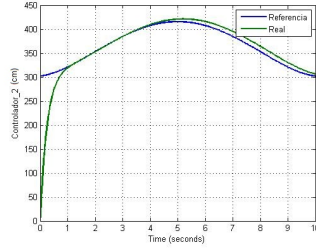
Se observa en la gráfica 50 como el control PID desacoplado tiene un buen desempeño para cada una de las funciones de transferencia que representan las salidas y entradas del sistema, cuando la entrada del sistema es lineal.

Figura 52. Desempeño de Controladores PID - Seguimiento de Trayectorias deseadas

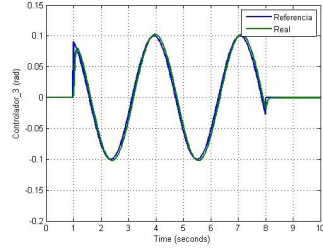
(a) Desempeño del Controlador 1 - Seguimiento h



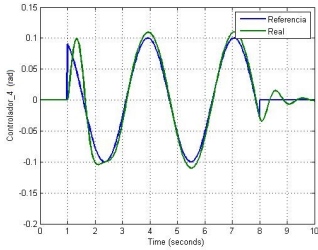
(b) Desempeño del Controlador 2 - Seguimiento h



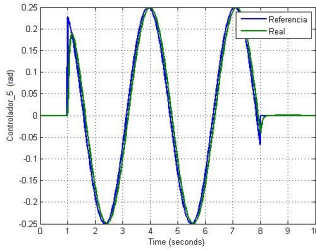
(c) Desempeño del Controlador 3 - Seguimiento θ_1



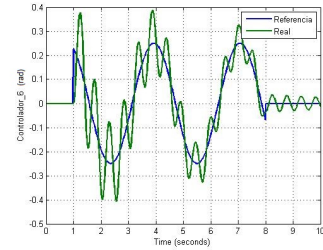
(d) Desempeño del Controlador 4 - Seguimiento θ_1



(e) Desempeño del Controlador 5 - Seguimiento θ_2

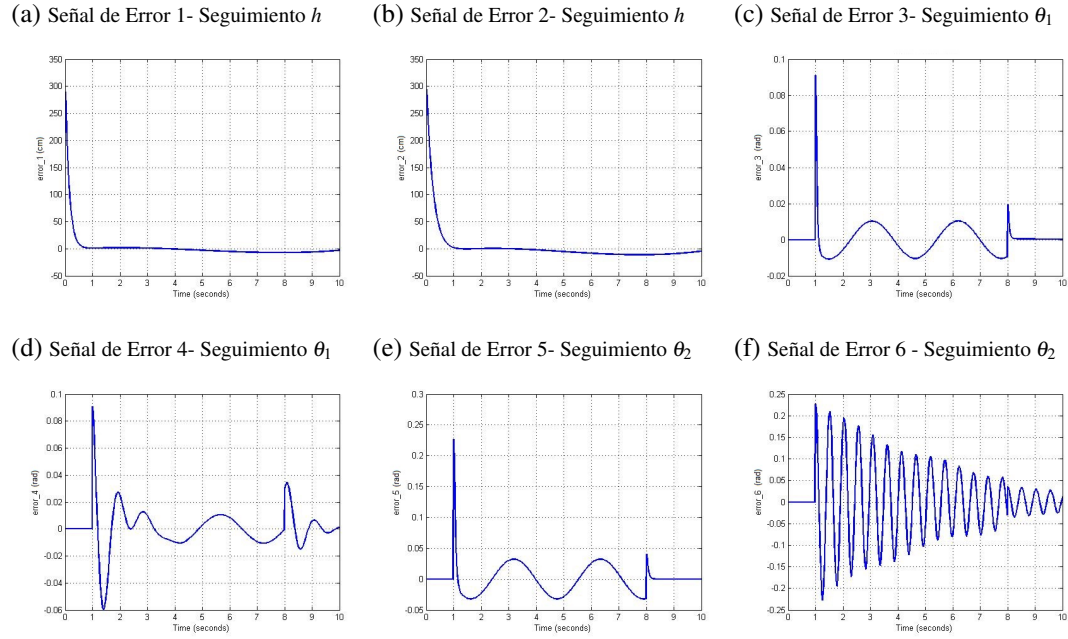


(f) Desempeño del Controlador 6 - Seguimiento θ_2



Ahora, considerando que ya se tienen los parámetros de seguimiento deseado, es decir, h_d , θ_{1d} y θ_{2d} (ver Fig. 41), al ingresarlos como entradas deseadas, el desempeño del controlador se muestra en la 53, donde se observa que no se obtiene una buena respuesta para todos los casos. Adicionalmente, trabajar con el controlador así es más complejo.

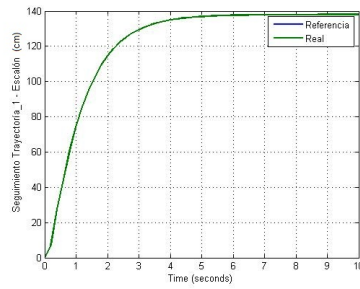
Figura 53. Error de Controladores PID - Seguimiento de Trayectorias deseadas



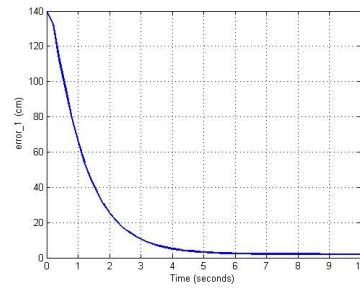
En el caso de la ley particionada de control, se realizó la simulación en Matlab - Simulink, con la ley de control establecida en la sección 5.1.3 con tres entradas deseadas diferentes: una lineal (escalón), una sinusoidal y una trayectoria polinómica con una perturbación en 1 y 9 segundos. Para la entrada escalón, se obtuvieron los resultados mostrados en la Fig. 54, en donde se evidencia el desempeño del controlador sin realizar ningún ajuste.

Figura 54. Desempeño Controlador Par Calculado - Seguimiento de Trayectorias deseadas - Escalón

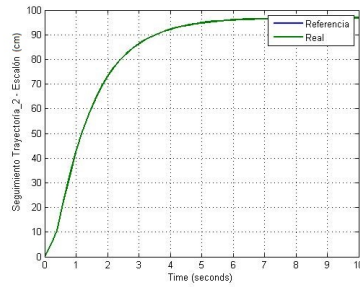
(a) Seguimiento Trayectoria - Actuador 1



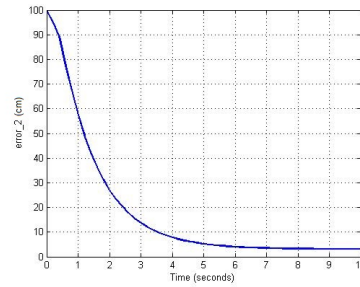
(b) Señal de Error 1



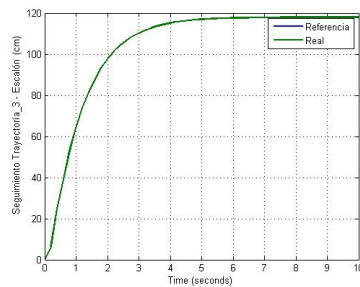
(c) Seguimiento Trayectoria - Actuador 2



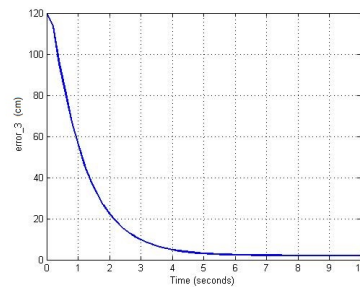
(d) Señal de Error 2



(e) Seguimiento Trayectoria - Actuador 3



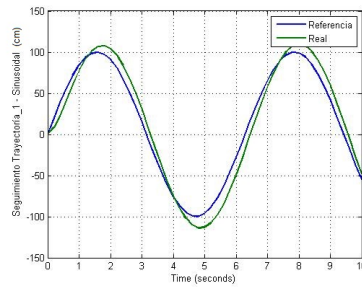
(f) Señal de Error 3



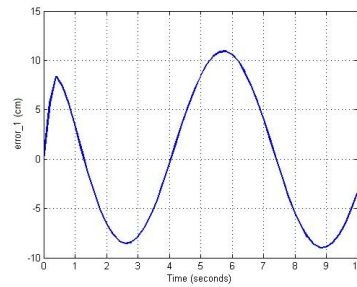
Ahora, el desempeño del controlador para una entrada de tipo sinusoidal, se puede observar en la Fig. 55

Figura 55. Desempeño Controlador Par Calculado- Seguimiento de Trayectorias deseadas - Sinusoidal

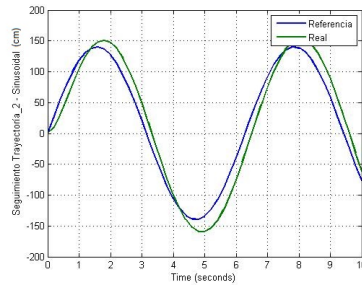
(a) Seguimiento Trayectoria - Actuador 1



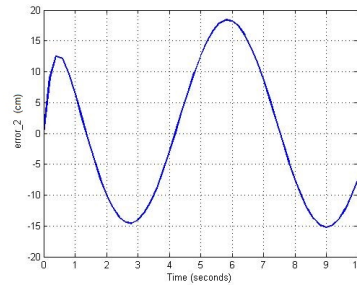
(b) Señal de Error 1



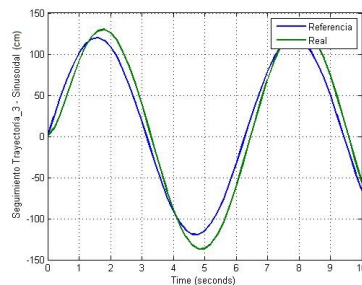
(c) Seguimiento Trayectoria - Actuador 2



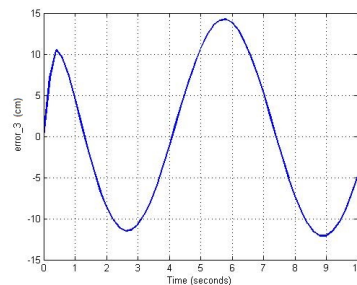
(d) Señal de Error 2



(e) Seguimiento Trayectoria - Actuador 3



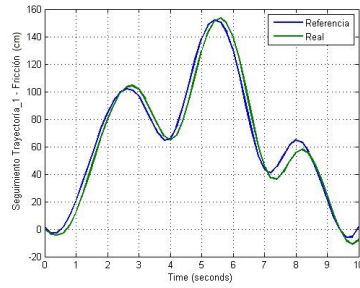
(f) Señal de Error 3



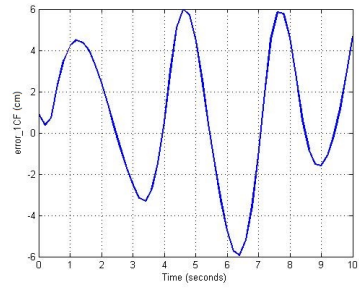
Finalmente para una trayectoria deseada polinómica donde se reflejen las perturbaciones, debidas a la fricción no modelada del sistema mecánico (ver Fig. 57), en cada uno de los actuadores, el desempeño del controlador se muestra en la Fig. 56

Figura 56. Desempeño Controlador Par Calculado- Seguimiento de Trayectorias deseadas

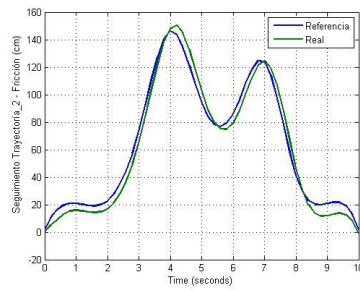
(a) Seguimiento Trayectoria -
Actuador 1



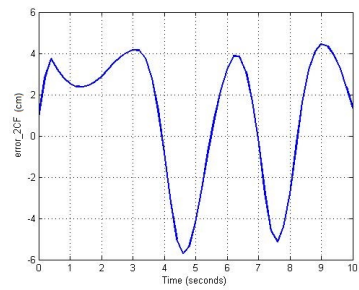
(b) Señal de Error 1



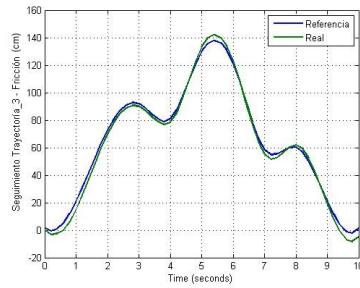
(c) Seguimiento Trayectoria -
Actuador 2



(d) Señal de Error 2



(e) Seguimiento Trayectoria -
Actuador 3



(f) Señal de Error 3

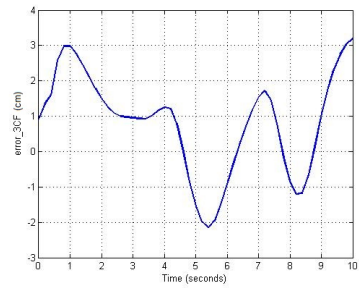
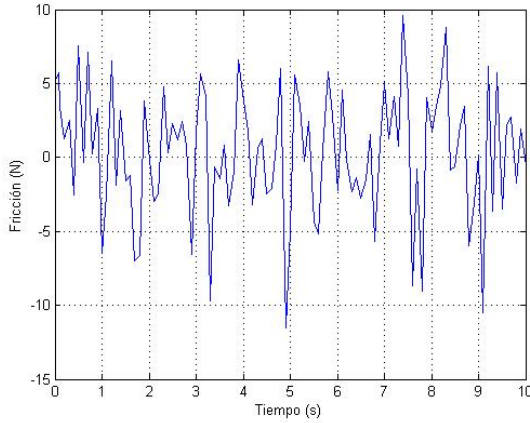


Figura 57. Perturbación - Fricción

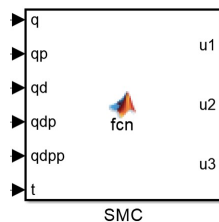


Cada vez que la trayectoria de seguimiento se vuelve más compleja, el error se hace mayor, sin embargo, es importante resaltar que implementar este controlador es más sencillo y las matrices de ganancias se pueden ajustar de forma tal que se mejore el desempeño. A pesar de que no es una técnica de control robusta, responde bien ante perturbaciones.

6.6. SIMULACIÓN DEL CONTROL POR MODOS DESLIZANTES

De acuerdo con la ley de control obtenida en la sección 5.2 , representada por la ecuación (122), se encuentran los valores de λ y k_s , teniendo en cuenta que ambas son matrices, en este caso 3×3 , seleccionadas de acuerdo con la teoría de control⁹⁶, para que sigan la trayectoria deseada. Debido al chattering que se presenta no es un fenómeno tolerable, especialmente para que el sistema siga la trayectoria requerida, se realiza la simulación con una trayectoria deseada sinusoidal, mediante un bloque de función, dentro del cual esta la ley de control, como se muestra en la Fig. 58

Figura 58. Bloque de Control Modos Deslizantes



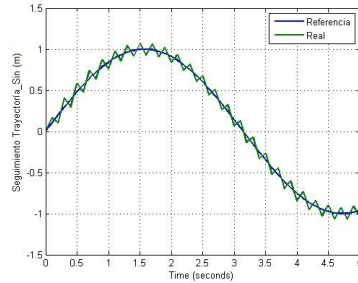
Con el cual se obtuvo el resultado mostrado en la Fig. 59, donde se evidencia el desempeño del actuador y el error, para cada actuador del robot, ya que la trayectoria deseada fue la

⁹⁶ Slotine y Li, ver n. 63.

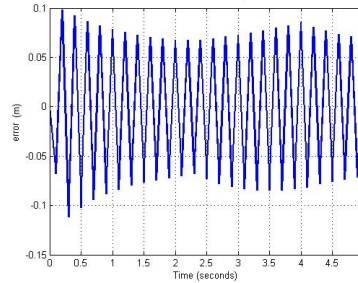
misma para cada uno.

Figura 59. Desempeño Controlador - Seguimiento de Trayectoria deseada y Error SMC - Función sgn

(a) Seguimiento Trayectoria - SMC - Función sgn



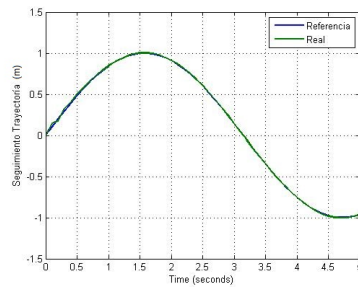
(b) Error- SMC - Función sgn



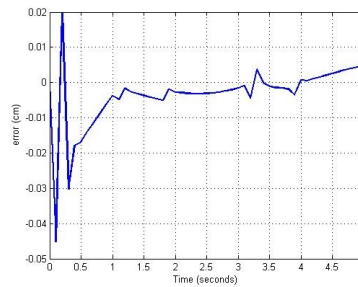
Ahora, el desempeño del controlador con la capa propuesta para disminuir el *chattering* para la misma trayectoria sinusoidal, se muestra en la Fig. 60

Figura 60. Desempeño Controlador - Seguimiento de Trayectoria deseada y Error SMC - Función sat

(a) Seguimiento Trayectoria - SMC - Función sgn



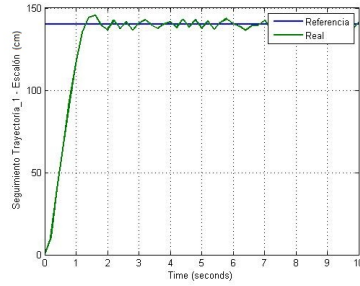
(b) Error- SMC - Función sat



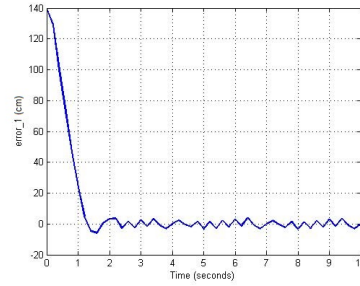
Sin embargo, con el fin de comparar el desempeño del controlador con el diseñado anteriormente, es necesario que siga la misma trayectoria propuesta, es decir, una lineal (escalón), otra sinusoidal, con amplitudes diferentes a la unidad y en un tiempo de 10 s, y finalmente con una polinómica, con lo que se encuentra que para un tiempo superior a 2 segundos, el *chattering* no es tolerable y el sistema no puede responder adecuadamente a la salida del controlador, de esta forma y observando el desempeño del controlador con la función sat , la respuesta obtenida para cada pierna del robot y el error respectivo se muestra en la Fig. 61 para la entrada lineal.

Figura 61. Desempeño y Error de SMC - Seguimiento de Trayectorias deseadas para cada actuador - Escalón

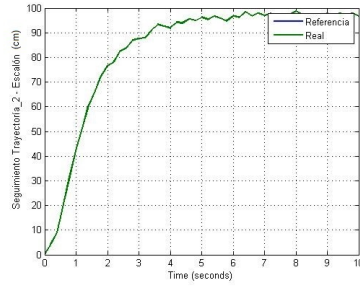
(a) Seguimiento Trayectoria 1



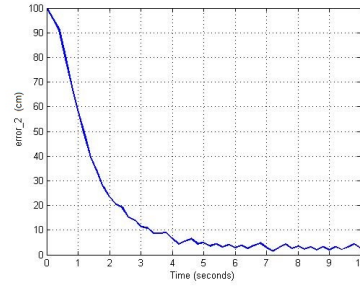
(b) Señal de Error 1



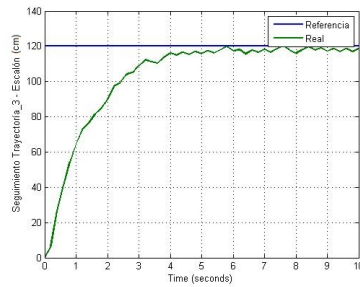
(c) Seguimiento Trayectoria 2



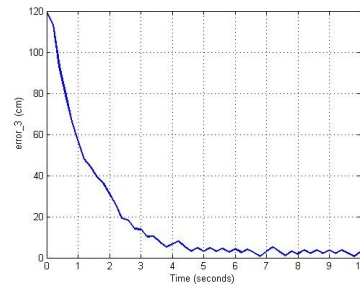
(d) Señal de Error 2



(e) Seguimiento Trayectoria 3



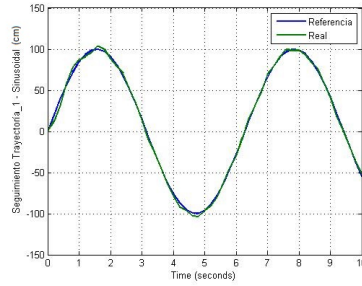
(f) Señal de Error 3



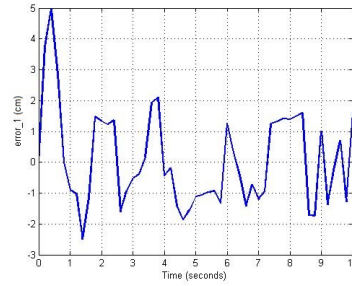
Para una entrada de tipo sinusoidal, se obtiene el desempeño mostrado en la Fig. 62

Figura 62. Desempeño y Error de SMC - Seguimiento de Trayectorias deseadas para cada actuador - Sinusoidal

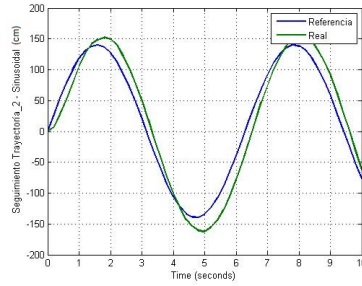
(a) Seguimiento Trayectoria 1



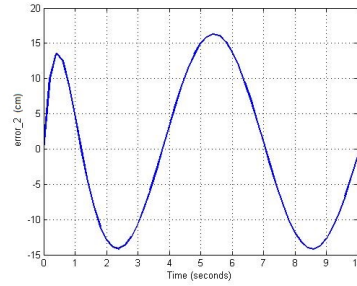
(b) Señal de Error 1



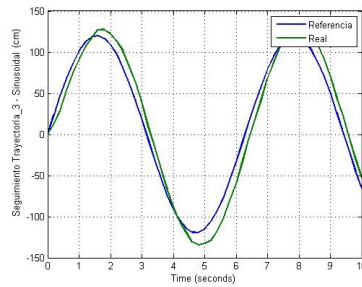
(c) Seguimiento Trayectoria 2



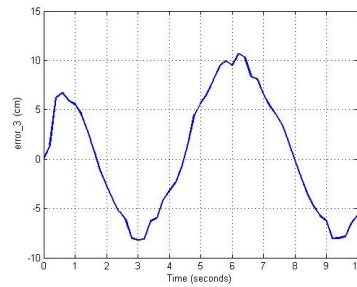
(d) Señal de Error 2



(e) Seguimiento Trayectoria 3



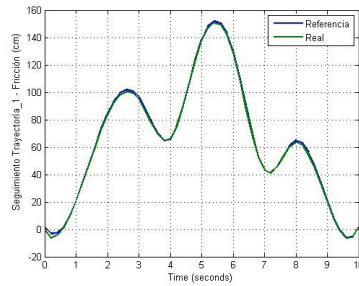
(f) Señal de Error 3



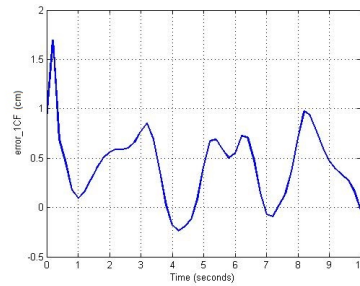
Finalmente, el desempeño del controlador para una trayectoria deseada polinómica con la misma perturbación utilizada en el control por par calculado, se muestra en la Fig. 63

Figura 63. Desempeño y Error de SMC - Seguimiento de Trayectorias deseadas para cada actuador

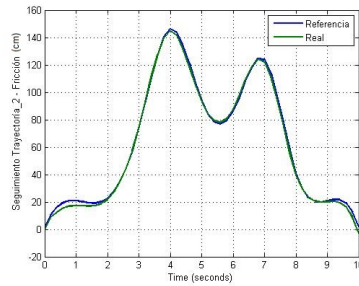
(a) Seguimiento Trayectoria 1



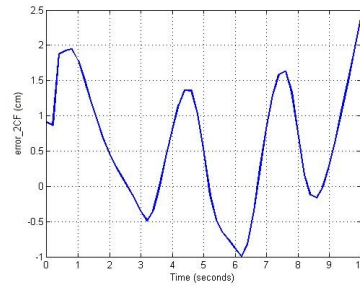
(b) Señal de Error 1



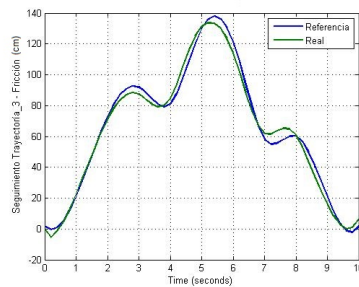
(c) Seguimiento Trayectoria 2



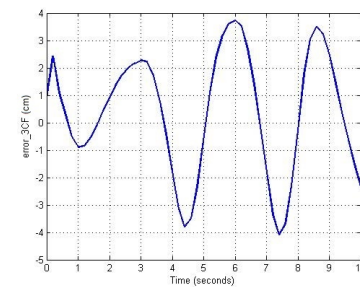
(d) Señal de Error 2



(e) Seguimiento Trayectoria 3



(f) Señal de Error 3



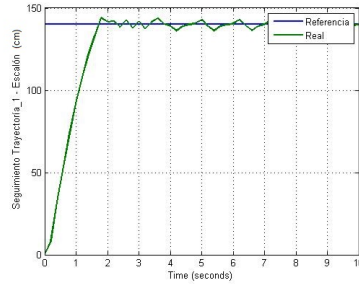
El desempeño obtenido con este controlador es muy similar al que se obtuvo con la partición de la ley de control, aunque el error es menor.

6.7. SIMULACIÓN DEL CONTROL ADAPTATIVO

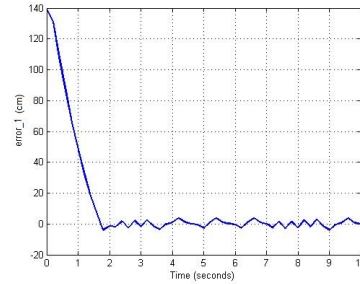
La ley de control de adaptación se obtuvo en la sección 5.3, implementándola para tres trayectorias deseadas distintas, con el fin de compararla con los dos controladores anteriores. Para un seguimiento lineal se tiene,

Figura 64. Desempeño y Error del Control Adaptativo - Seguimiento de Trayectorias deseadas para cada actuador - Escalón

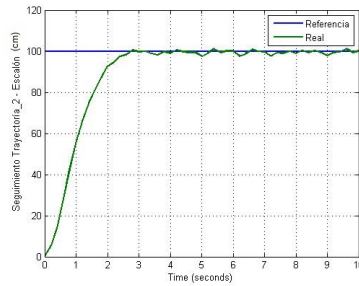
(a) Seguimiento Trayectoria 1



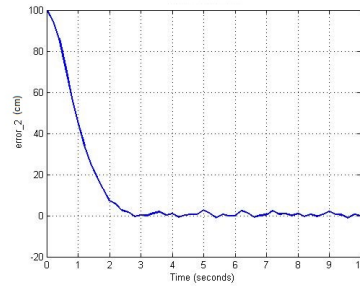
(b) Señal de Error 1



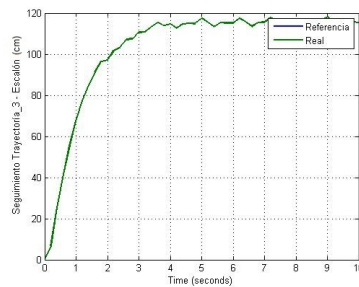
(c) Seguimiento Trayectoria 2



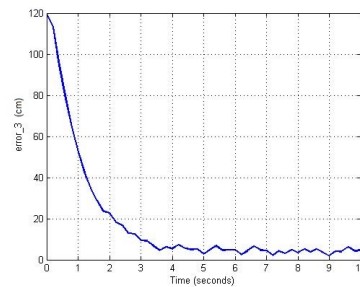
(d) Señal de Error 2



(e) Seguimiento Trayectoria 3



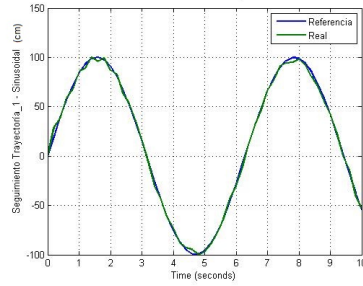
(f) Señal de Error 3



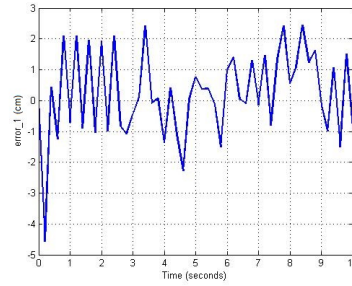
Se observa que de las tres la que mejor respuesta ha proporcionado para una entrada lineal ha sido esta técnica. Ahora la trayectoria deseada es una función sinusoidal. El desempeño del controlador para esta entrada deseada se muestra en la Fig. 65. Es importante resaltar que para todos los casos se realizó con los mismos valores encontrados para las leyes de control.

Figura 65. Desempeño y Error del Control Adaptativo - Seguimiento de Trayectorias deseadas para cada actuador - Sinusoidal

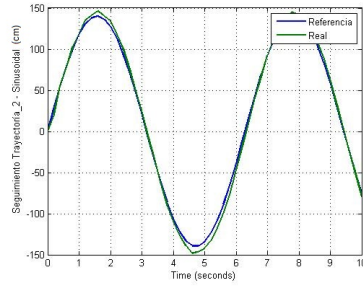
(a) Seguimiento Trayectoria 1



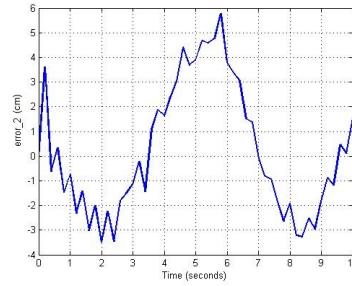
(b) Señal de Error 1



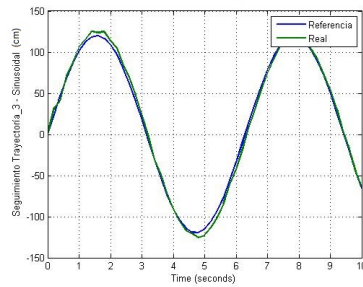
(c) Seguimiento Trayectoria 2



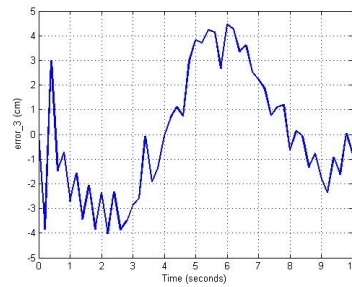
(d) Señal de Error 2



(e) Seguimiento Trayectoria 3



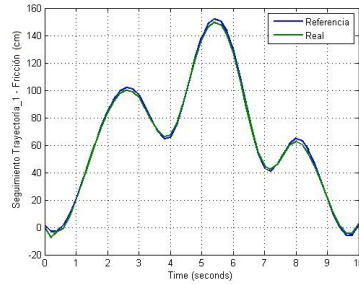
(f) Señal de Error 3



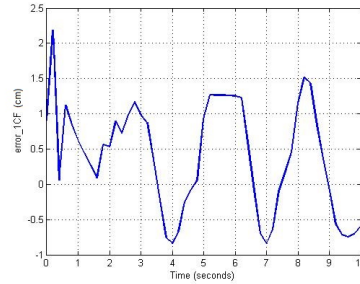
Finalmente, el desempeño del controlador para una trayectoria deseada polinómica, se muestra en la Fig. 66

Figura 66. Desempeño y Error del Control Adaptativo - Seguimiento de Trayectorias deseadas para cada actuador

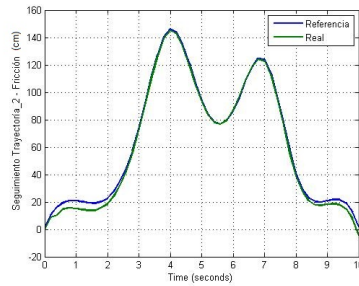
(a) Seguimiento Trayectoria 1



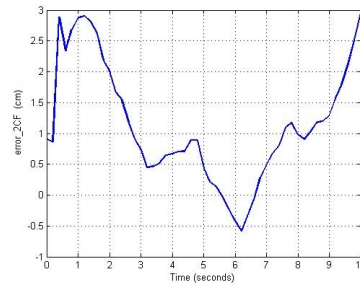
(b) Señal de Error 1



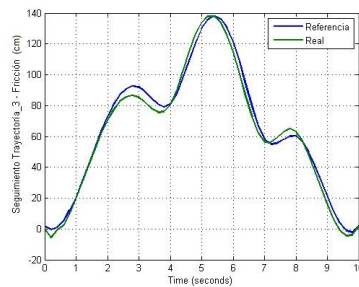
(c) Seguimiento Trayectoria 2



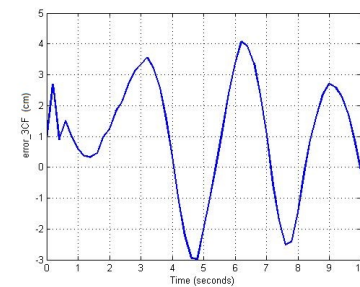
(d) Señal de Error 2



(e) Seguimiento Trayectoria 3



(f) Señal de Error 3



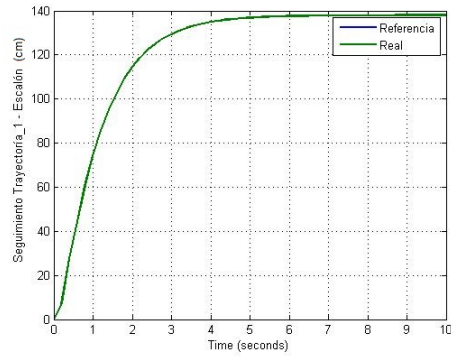
Claramente se observa que el último control implementado tiene un mejor desempeño para las entradas en las que no hay perturbaciones, sin embargo el controlador por modos deslizantes tuvo un mejor comportamiento para una entrada polinómica con perturbación.

6.8. ANÁLISIS DE RESULTADOS

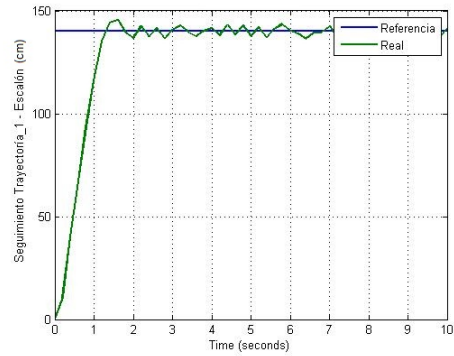
De acuerdo con la Fig. 10, para la primera pierna del robot, ante una entrada escalón el desempeño de cada controlador se muestra en la Fig. 67

Figura 67. Desempeño de Controladores para una entrada escalón - AB_1

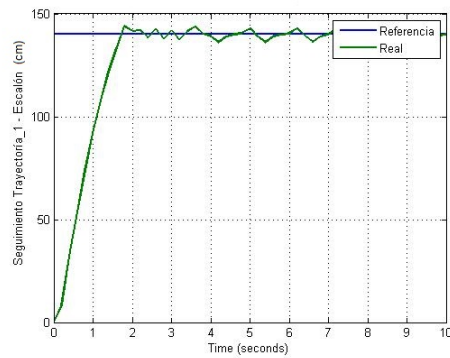
(a) Desempeño - Partición Ley de Control



(b) Desempeño - Control por Modos Deslizantes



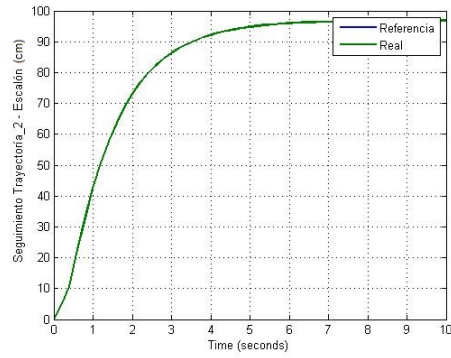
(c) Desempeño - Control Adaptativo



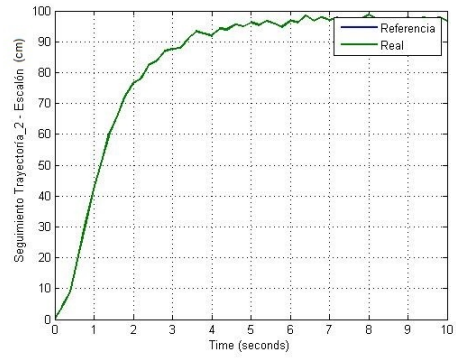
Se observa que con la partición de la ley de control, hay un buen desempeño, sin embargo, es la estrategia que presenta un mayor retardo en alcanzar el valor deseado, con el control por modos deslizantes hay un sobre impulso, pero el seguimiento es mejor que en el adaptativo, aunque este último llega por primera vez al valor deseado en menor tiempo que los dos primeros. Para la segunda pierna del robot, el desempeño de los controladores se muestra en la Fig. 68

Figura 68. Desempeño de Controladores para una entrada escalón - AB_2

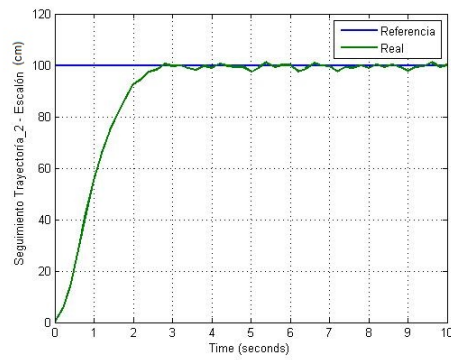
(a) Desempeño - Partición Ley de Control



(b) Desempeño - Control por Modos Deslizantes



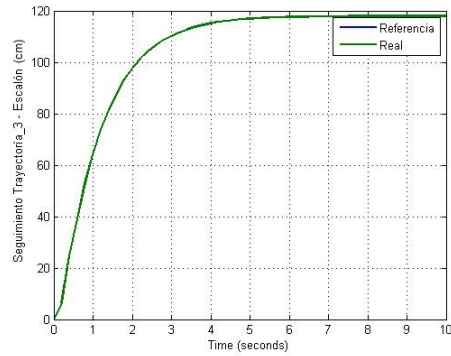
(c) Desempeño - Control Adaptativo



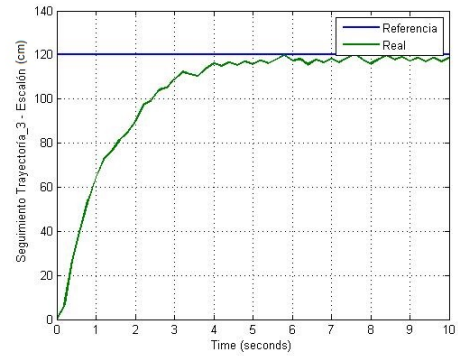
En este caso, el desempeño del control adaptativo es mejor que los otros dos, ya que para el primero no se alcanza al valor deseado y en el segundo se presentan oscilaciones, con tendencia a estabilizarse. Para la tercera pierna, el desempeño de los controladores se observa en la Fig. 69

Figura 69. Desempeño de Controladores para una entrada escalón - AB_3

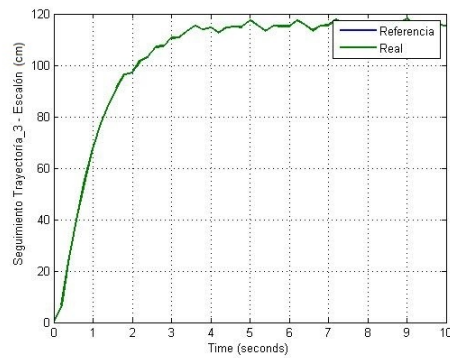
(a) Desempeño - Partición Ley de Control



(b) Desempeño - Control por Modos Deslizantes



(c) Desempeño - Control Adaptativo

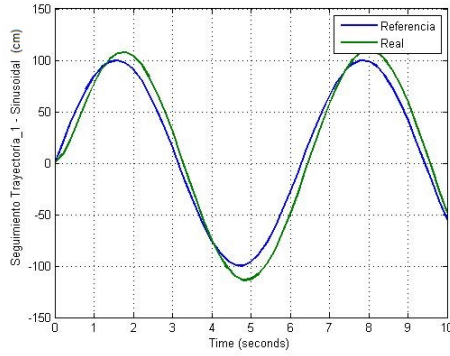


Para este último, el control adaptativo alcanza en menor tiempo el valor deseado, sin embargo, el primer controlador también tiene un buen desempeño, en este caso, el control por modos deslizantes no presenta un buen desempeño.

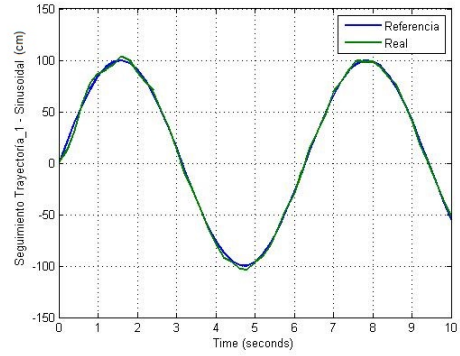
Ahora, para una entrada de tipo sinusoidal, el desempeño de los controladores para la primera pierna del robot se muestra en la Fig. 70

Figura 70. Desempeño de Controladores para una entrada Sinusoidal - AB_1

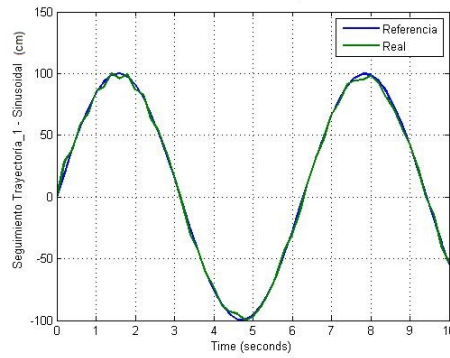
(a) Desempeño - Partición Ley de Control



(b) Desempeño - Control por Modos Deslizantes



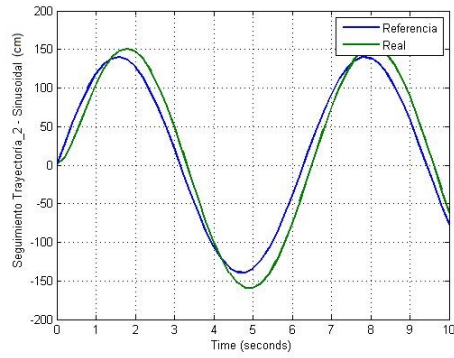
(c) Desempeño - Control Adaptativo



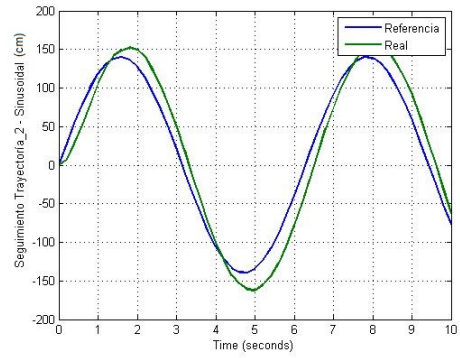
Claramente se observa, que cuando la entrada es no lineal, las estrategias de control por modos deslizantes y adaptativo, tienen un mejor desempeño, para la segunda pierna del robot,

Figura 71. Desempeño de Controladores para una entrada Sinusoidal - AB_2

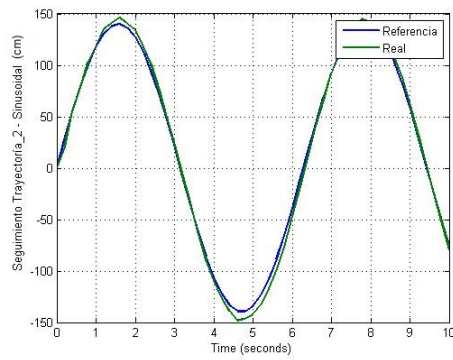
(a) Desempeño - Partición Ley de Control



(b) Desempeño - Control por Modos Deslizantes



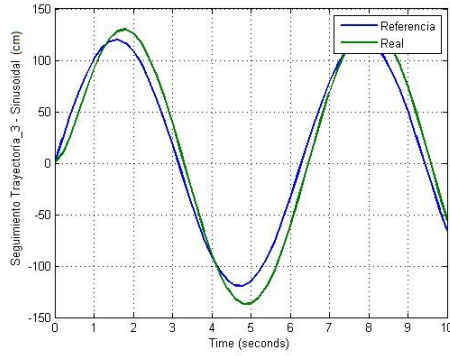
(c) Desempeño - Control Adaptativo



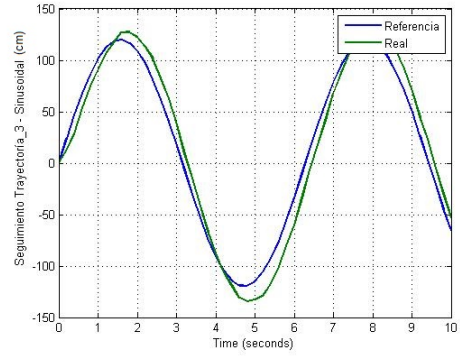
Para esta pierna del robot, el control adaptativo muestra un mejor seguimiento, con respecto de los otros dos controladores. Finalmente para la última pierna del robot,

Figura 72. Desempeño de Controladores para una entrada Sinusoidal - AB_3

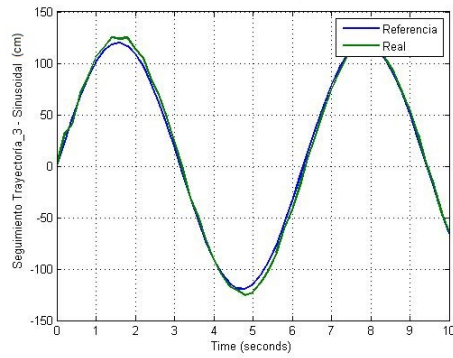
(a) Desempeño - Partición Ley de Control



(b) Desempeño - Control por Modos Deslizantes



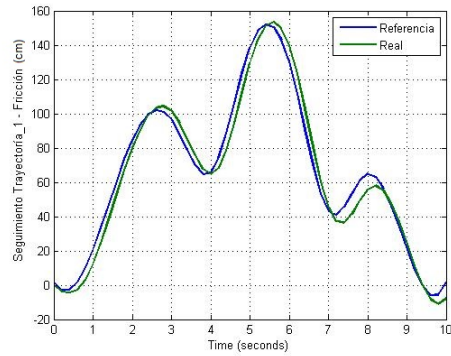
(c) Desempeño - Control Adaptativo



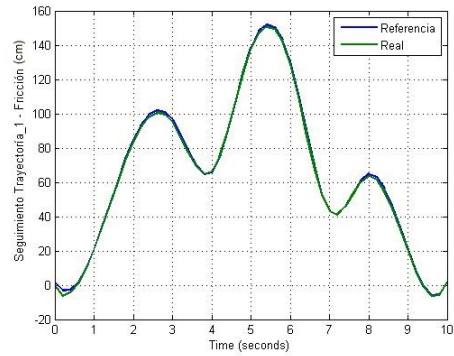
Nuevamente el control adaptativo es que el mejor desempeño presenta. Para la entrada polinómica, el desempeño de cada uno de los controladores para la primera pierna, se muestra en la Fig. 73

Figura 73. Desempeño de Controladores para una entrada Polinómica - AB_1

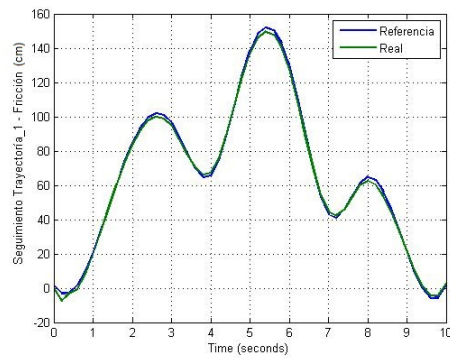
(a) Desempeño - Partición Ley de Control



(b) Desempeño - Control por Modos Deslizantes



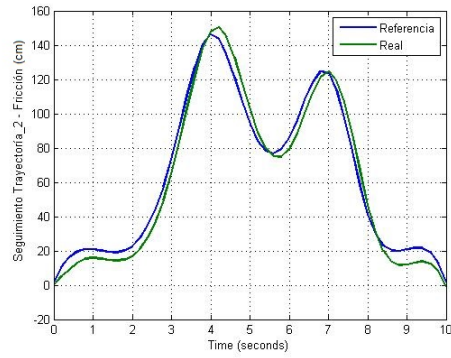
(c) Desempeño - Control Adaptativo



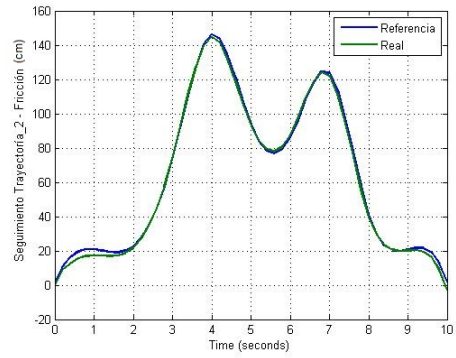
Se observa que el control por par calculado no tiene un buen desempeño para la primera pierna, en comparación con los otros dos, cuando se tiene una entrada polinómica, con perturbaciones presentes, tanto el control por modos deslizantes, como el adaptativo, tienen una buena respuesta. Para la segunda pierna del robot, el desempeño de los controladores se muestra en la Fig. 74

Figura 74. Desempeño de Controladores para una entrada Polinómica - AB_2

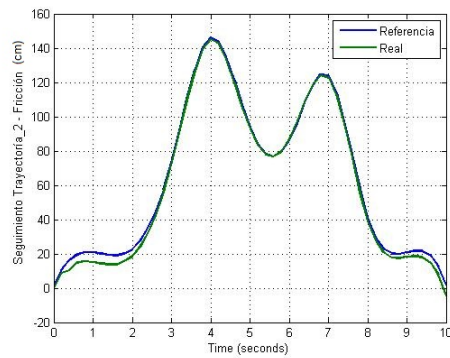
(a) Desempeño - Partición Ley de Control



(b) Desempeño - Control por Modos Deslizantes



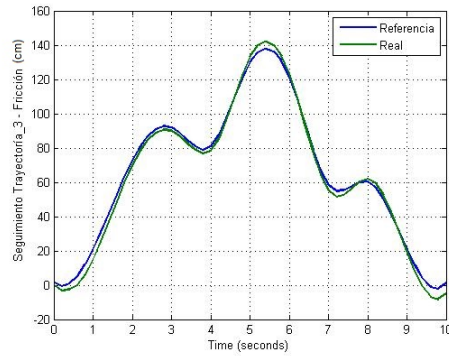
(c) Desempeño - Control Adaptativo



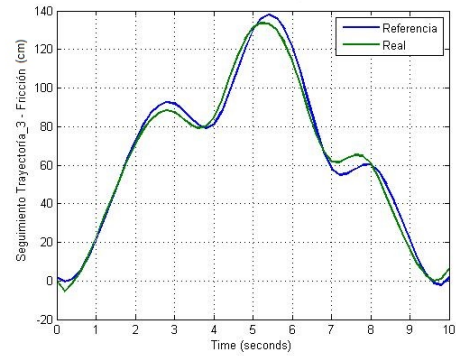
En este caso, al igual que para la primera pierna, la partición de la ley de control no tiene un desempeño adecuado, a diferencia del adaptativo y por modos deslizantes. Finalmente para la tercera pierna,

Figura 75. Desempeño de Controladores para una entrada Polinómica $-AB_3$

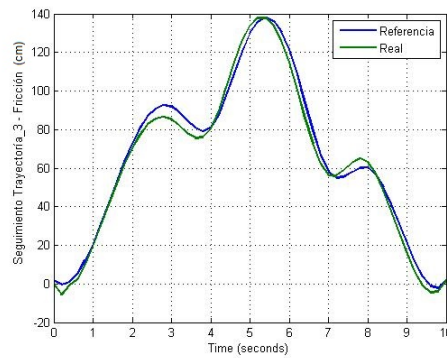
(a) Desempeño - Partición Ley de Control



(b) Desempeño - Control por Modos Deslizantes



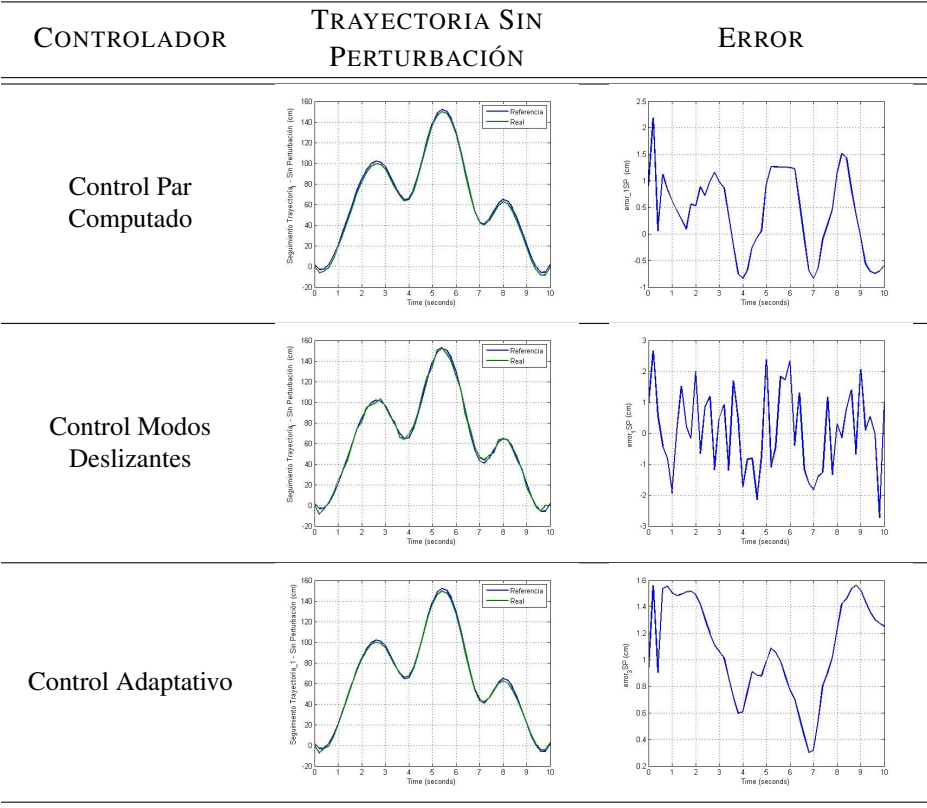
(c) Desempeño - Control Adaptativo



En esta última pierna, se observa que es más complejo para los controladores responder ante la perturbación, el que mejor lo hace es el controlador por par calculado a diferencia de las dos primeras piernas.

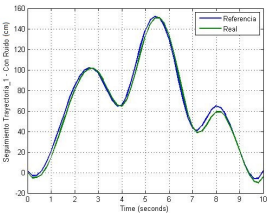
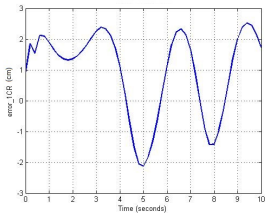
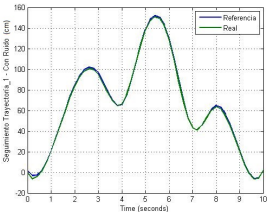
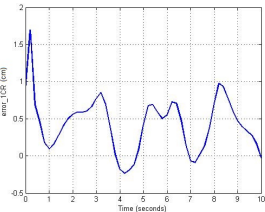
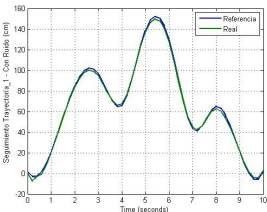
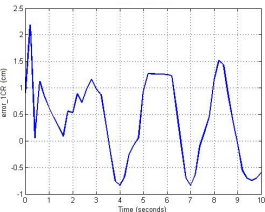
Con el fin de resumir el desempeño de los controladores ante diversas situaciones, considerando que no siempre se tienen las mismas perturbaciones en el robot, en la Tabla 5, se muestra, una comparación entre cada una de las leyes de control diseñadas, cuando no se tiene ninguna perturbación.

Tabla 5. Comparación del Desempeño de los Controladores - Sin Perturbación Actuador 1



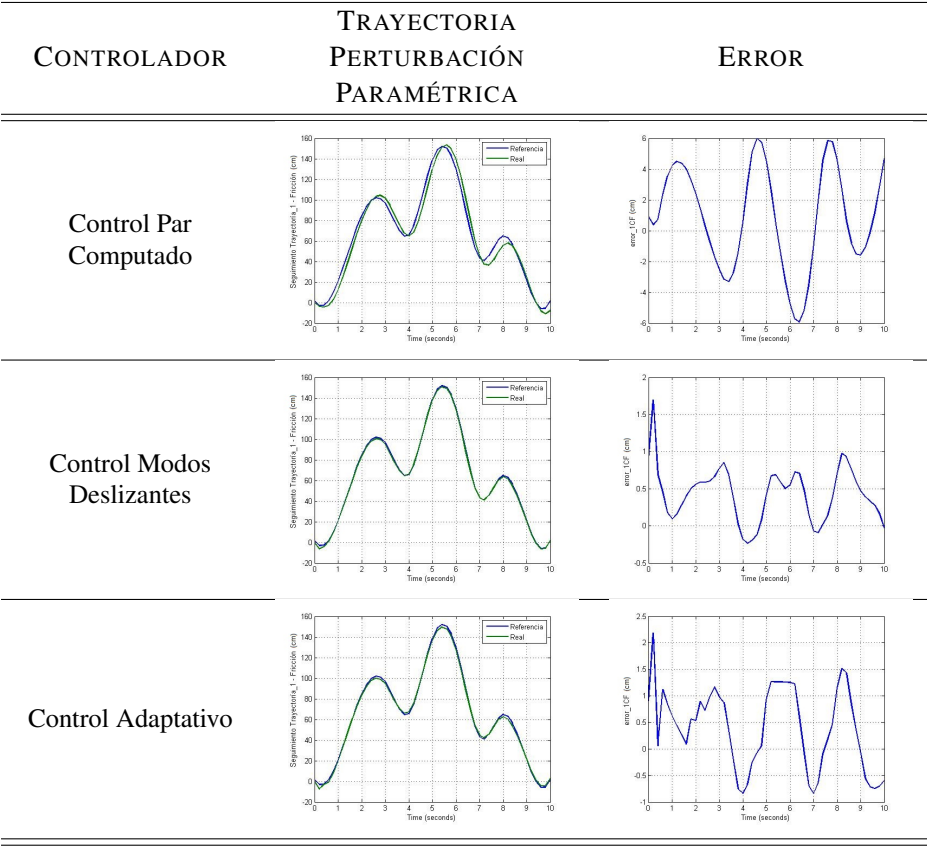
De acuerdo con la Tabla 5, el controlador que mejor desempeño muestra, cuando no se presenta ninguna perturbación en el primer actuador, es el adaptativo ya que a lo largo del tiempo, el error es menor, comparado con los otros dos. Es importante resaltar que la escala de la gráfica de seguimiento y del error esta en *cm*. Ahora, cuando se tiene una perturbación correspondiente a una señal de ruido, presente en los sensores, se tiene el desempeño y error de cada controlador en la Tabla 6

Tabla 6. Comparación del Desempeño de los Controladores Con Perturbación - Ruido Actuador 1

CONTROLADOR	TRAYECTORIA PERTURBACIÓN - RUIDO	ERROR
Control Par Computado		
Control Modos Deslizantes		
Control Adaptativo		

En este caso, el controlador por modos deslizantes es el que tiene un mejor desempeño, sin embargo, los otros dos controladores también responden adecuadamente ante la perturbación, ya que no se ven afectados por esta, su error sigue siendo muy pequeño. Finalmente, para el primer actuador, cuando se tiene una perturbación debida los parámetros del robot, como lo es la fricción, se obtiene un desempeño como el de la Tabla 7.

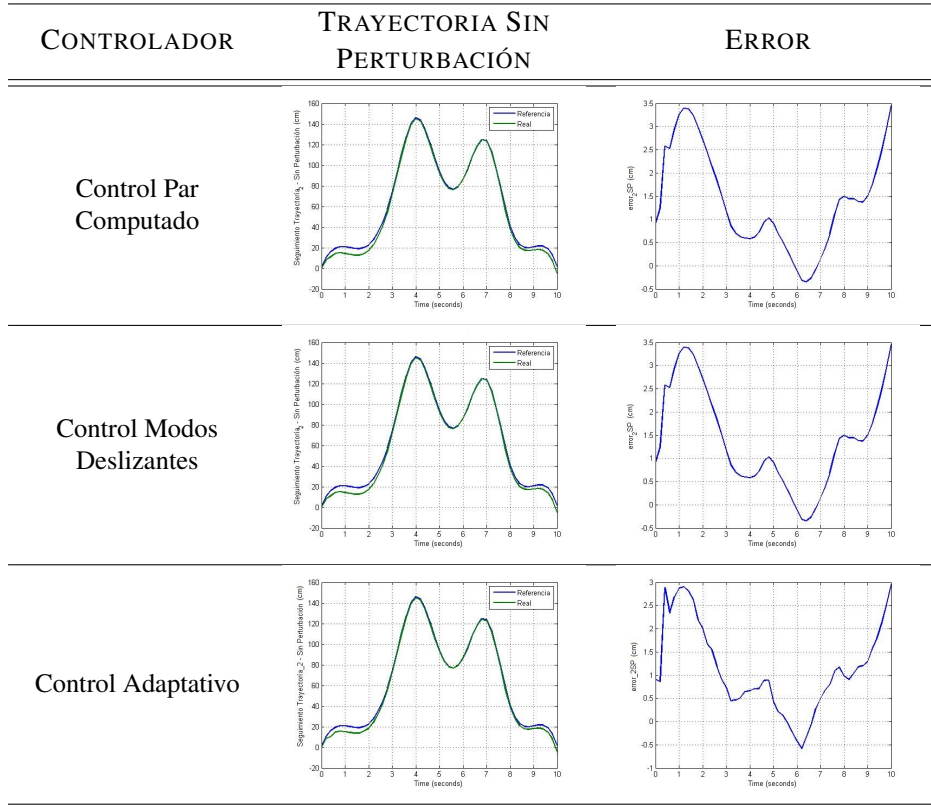
Tabla 7. Comparación del Desempeño de los Controladores Con Perturbación - Paramétrica Actuador 1



De la misma forma que en el caso anterior, el controlador por *modos deslizantes* es el que mejor responde en presencia de la perturbación, eliminándola completamente y llevando el error casi a cero.

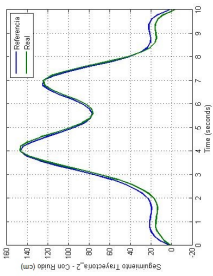
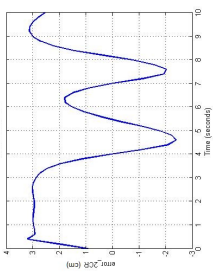
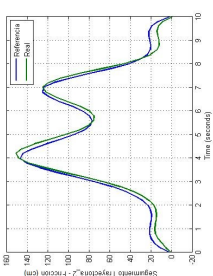
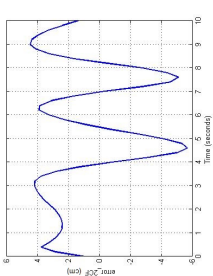
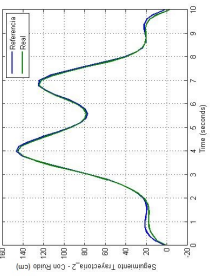
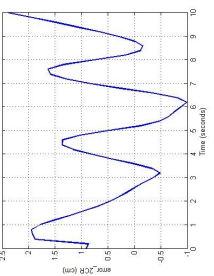
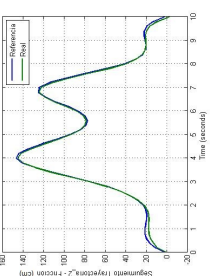
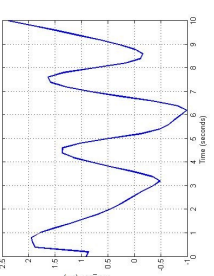
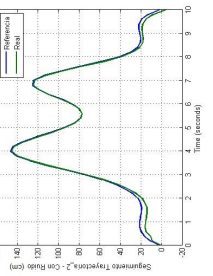
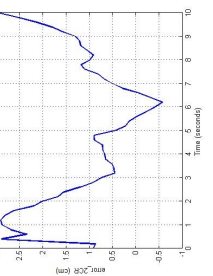
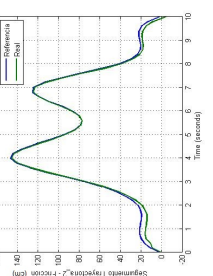
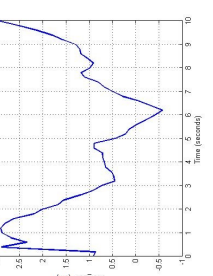
Para el segundo actuador, cuando no hay perturbación, se tiene el desempeño mostrado en la Tabla 8

Tabla 8. Comparación del Desempeño de los Controladores - Sin Perturbación Actuador 2



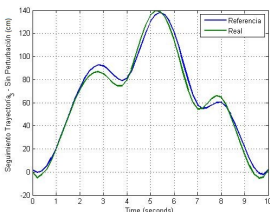
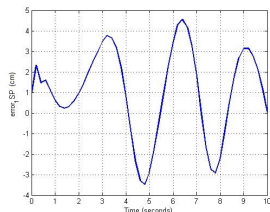
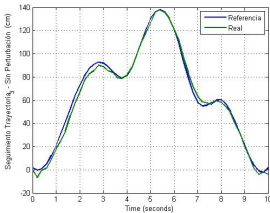
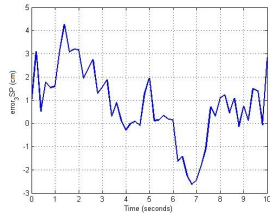
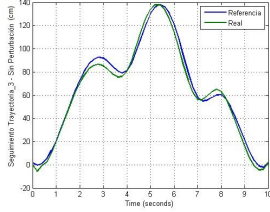
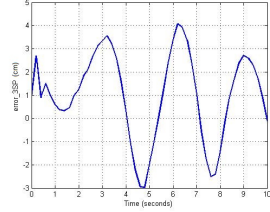
Se observa que el controlador con mejor desempeño es el adaptativo, igual que en el primer actuador. En presencia de perturbaciones, el desempeño de los controladores para el segundo actuador, se muestra en la Tabla 9

Tabla 9. Comparación del Desempeño de los Controladores Con Perturbación Actuador 2

CONTROLADOR	TRAYECTORIA PERTURBACIÓN - RUIDO		TRAYECTORIA PERTURBACIÓN PARAMÉTRICA		ERROR
Control Par Computado					
					
					

En la Tabla 9 se observa que, de la misma forma que para el primer actuador, el *control por modos deslizantes* presenta un mejor desempeño, eliminando las perturbaciones, con un error mínimo. Para el tercer actuador se tiene, para la entrada sin perturbación, la comparación entre los tres controladores mostrada en la Tabla 10

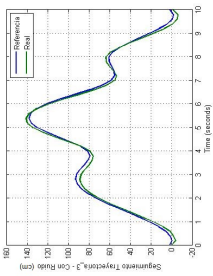
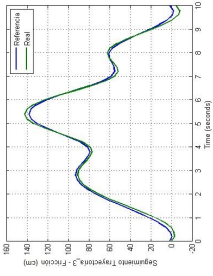
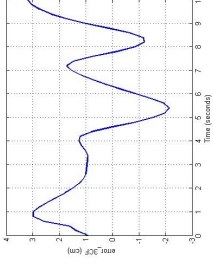
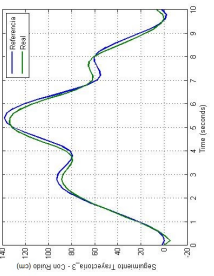
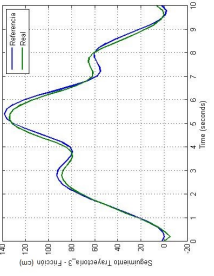
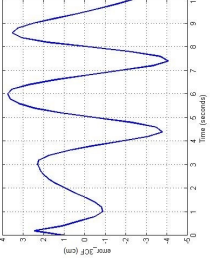
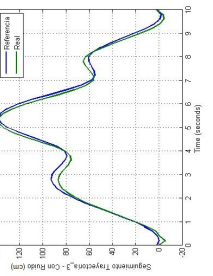
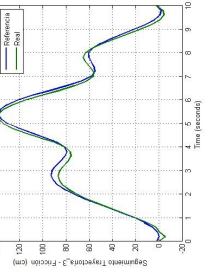
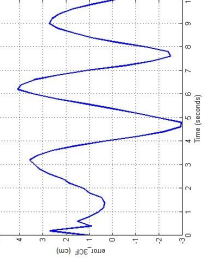
Tabla 10. Comparación del Desempeño de los Controladores - Sin Perturbación Actuador 3

CONTROLADOR	TRAYECTORIA SIN PERTURBACIÓN	ERROR
Control Par Computado		
Control Modos Deslizantes		
Control Adaptativo		

Se observa que el control por modos deslizantes presenta un mejor desempeño, a diferencia de los dos actuadores anteriores. En presencia de perturbaciones, el desempeño de los controladores para el Tercer actuador, se muestra en la Tabla 11.

En este caso a diferencia de los anteriores, el control por par calculado presenta un mejor desempeño en presencia de perturbaciones, sin embargo, tanto el control por modos deslizantes y el adaptativo tienen rangos de valores en el error muy similares.

Tabla 11. Comparación del Desempeño de los Controladores Con Perturbación Actuador 3

CONTROLADOR	TRAYECTORIA PERTURBACIÓN - RUIDO		TRAYECTORIA PERTURBACIÓN PARAMÉTRICA		ERROR
Control Par Computado					
					
					

Sin embargo, las comparaciones han sido cualitativas, con el fin de comparar el error cuantitativamente en estado estacionario, se realizan las Tablas 12, 13 y 14, donde se calcula el error absoluto de acuerdo con la expresión $e = x_D - x_R$, siendo x_D , el valor de referencia o deseado y x_R , el valor real, tomando sólo el valor más alto de error presentado, con todas las medidas en metros.

Tabla 12. Cálculo del error - Actuador 1

	Par Computado	Modos Deslizantes	Adaptativo
Escalón	0.020	0.040	0.060
Sinusoidal	0.110	0.050	0.043
Polinómica	0.023	0.028	0.016

Tabla 13. Cálculo del error - Actuador 2

	Par Computado	Modos Deslizantes	Adaptativo
Escalón	0.060	0.050	0.040
Sinusoidal	0.190	0.170	0.060
Polinómica	0.035	0.035	0.03

Tabla 14. Cálculo del error - Actuador 3

	Par Computado	Modos Deslizantes	Adaptativo
Escalón	0.020	0.050	0.060
Sinusoidal	0.140	0.110	0.045
Polinómica	0.046	0.043	0.04

De esta forma, dependiendo de la posición deseada el desempeño de cada controlador varía, es decir, si se tiene una entrada de tipo escalón, es conveniente usar el control por par computado, mientras que si la entrada es sinusoidal o polinómica, el controlador con mejor desempeño o menor error es el adaptativo. Ahora, cuando se evalúa el seguimiento a la trayectoria polinómica, pero con perturbación; el desempeño de cada controlador varía, de acuerdo con las Tablas 15, 16, 17

Tabla 15. Cálculo del error - Actuador 1 - Perturbación

	Par Computado	Modos Deslizantes	Adaptativo
Perturbación Paramétrica	0.060	0.017	0.023
Ruido	0.026	0.016	0.023

Tabla 16. Cálculo del error - Actuador 2 - Perturbación

	Par Computado	Modos Deslizantes	Adaptativo
Perturbación Paramétrica	0.042	0.024	0.030
Ruido	0.032	0.024	0.030

Tabla 17. Cálculo del error - Actuador 3 - Perturbación

	Par Computado	Modos Deslizantes	Adaptativo
Perturbación Paramétrica	0.032	0.038	0.041
Ruido	0.036	0.038	0.041

Así que, para una entrada polinómica con perturbación, como probablemente se encuentre en el sector automotriz, el control ideal a implementar es el control por modos deslizantes, ya que este presenta un error menor.

Es importante resaltar que los parámetros seleccionados para la geometría de la estructura y las trayectorias deseadas, se seleccionaron teniendo en cuenta que la aplicación del robot paralelo es en el sector automotriz, como simulador de movimiento, por tal razón la robustez de la misma.

7. CONCLUSIONES

La simulación del comportamiento dinámico del robot evidenció la necesidad de implementar un controlador para que llegara a un punto específico. Aunque existen diversas estrategias de control, algunas de las cuales ya han sido documentadas, simuladas e implementadas para robots paralelos, se seleccionaron tres estrategias usadas en robots seriales, que presentan un buen desempeño en estos: Par Calculado, Modos Deslizantes y adaptativo y se encontró la ley de control de cada una de ellas, tal como se muestra detalladamente a lo largo del capítulo 5, también se realizó la linealización y desacople de las ecuaciones con el fin de observar el comportamiento al aplicar un controlador PID convencional y se observó de primera mano que es un proceso largo y los resultados no mostraron un buen desempeño, además implementar un controlador bajo esas condiciones no es viable para un robot, lo que algunos autores hacen para aplicar este tipo de control, es trabajar con el modelo matemático de un actuador hidráulico, neumático o del motor, según sea el caso, despreciar todos los efectos de la ecuación fuertemente acoplada del robot y linealizar la ecuación, obteniendo una función de transferencia sobre la cual se aplica un control PID de acuerdo con los métodos clásicos. Esta es una solución rápida y práctica, sin embargo, no se obtiene un desempeño óptimo para el robot, especialmente cuando la entrada no es una función lineal y además si se presentan perturbaciones.

Una vez establecidas las leyes de control, se realizaron las simulaciones pertinentes para dos entradas muy comunes, la primera de ellas fue de tipo lineal, correspondiente al escalón, se cambió la magnitud de la señal, debido a que sí se trabajaba con el escalón unitario, no se alcanzaba a observar a detalle el comportamiento del controlador, ya que el desempeño, en todos los controladores para un valor tan bajo, era muy bueno y debido a la robustez de la plataforma y de la aplicación que se le está dando, que es la simulación del movimiento, se trataba de observar que ocurría cuando el vástago salía del cilindro una longitud considerable, de acuerdo a su desplazamiento máximo. De la misma forma se hizo con la entrada sinusoidal. De acuerdo con los resultados encontrados, se evidenció que para la entrada lineal, la partición de la ley de control (control por par calculado) tiene un buen desempeño en un robot paralelo, aun cuando los parámetros del controlador no han sido ajustados, sin embargo, es el controlador que presenta un mayor error. De los tres controladores evaluados, el que mejor desempeño obtuvo para este tipo de entrada fue el adaptativo. Al momento de cambiar la señal de referencia a una no lineal de tipo sinusoidal, se encontró que los controladores que mejor desempeño evidenciaban son el adaptativo y modos deslizantes, el control por par calculado tiene un alto margen de error. De los tres controladores, el adaptativo es el que mejor desempeño tiene ante la entrada tipo sinusoidal.

En términos de evaluar el comportamiento, se estableció también otra entrada no lineal, polinómica, teniendo en cuenta el recorrido real al que podría enfrentarse un conductor en un

país con variaciones en la vía, con perturbaciones paramétricas y señal de ruido, para lo cual se encontró, que debido a la complejidad del polinomio y además de las perturbaciones, no todos los actuadores del robot responden de la misma forma, adicionalmente, las técnicas de control no lineal, tanto por modos deslizantes como adaptativo muestran un mejor desempeño, en relación con la de par calculado, especialmente *el control por modos deslizantes es el que muestra un error menor, en presencia de perturbaciones*. De esta forma queda demostrado que para un robot paralelo de 3GDL orientado a la simulación del movimiento sujeto a perturbaciones, el control por modos deslizantes es el que mejor desempeño tiene.

Para trabajos futuros, es recomendable el diseño mecánico del robot paralelo, completo, para llevarlo a la construcción, lo cual implica un análisis detallado del espacio de trabajo, las singularidades y de acuerdo con la aplicación y las cargas que deba soportar la plataforma, utilizar el método de elementos finitos para seleccionar espesores y cambios en la estructura, teniendo en cuenta que puede aplicarse para numerosas actividades en la industria. También pueden evaluarse otras estrategias de control o implementarse las ya modeladas a lo largo del libro y comparar el comportamiento simulado con el obtenido de forma real. Es importante resaltar que las leyes de control obtenidas, no dependen de la trayectoria de referencia, de forma que si se cambia la aplicación, no implica que la ley de control cambie. Adicionalmente las ecuaciones encontradas para la cinemática y la dinámica son generales, es decir que si se aumentan los grados de libertad el tamaño de la matriz aumenta pero la estructura sigue siendo la misma.

BIBLIOGRAFÍA

- Alvarez Sánchez, José Gerardo. “Fabricación de un Manipulador Paralelo”. Tesis de mtría. Universidad Nacional Autónoma de México, 2005 (vid. pág. 27).
- Anchante Guimaraes, Cromwell Steven. “Modelación y simulación dinámica del mecanismo paralelo tipo plataforma de stewart-gough usado en un simulador de marcha”. Tesis de mtría. Pontificia Universidad Católica del Perú, 2009 (vid. págs. 44, 57).
- Asif, Umar. *Design of a Parallel Robot with a Large Workspace for the Functional Evaluation of Aircraft Dynamics beyond the Nominal Flight Envelope*. Inf. téc. <http://cdn.intechopen.com/pdfs-wm/38220.pdf>, 2012 (vid. pág. 26).
- Ballestín, Alberto. *Toyota construye el videojuego simulador de conducción más grande del mundo*. Inf. téc. <http://es.autoblog.com/2007/11/26/toyota-construye-el-videojuego-simulador-de-conduccion-mas-grand/>, 2007.
- Barrientos, Antonio y col. *Fundamentos de Robótica*. Ed. por 2a. Ed. McGRAW-HILL, 2007 (vid. pág. 32).
- Beghi, Alessandro, Mattia Bruschetta y Fabio Maran. “A real time implementation of MPC based Motion Cueing strategy for driving simulators”. En: *51st IEEE Conference on Decision and Control*. 2012, págs. 6340 -6345 (vid. pág. 28).
- Bonev, Llian. *ParalleMIC-The Parallel Mechanisms Information Center*. Inf. téc. <http://www.parallemic.org>, 2014 (vid. pág. 26).
- Briones León, Juan Antonio. “Diseño, Construcción y Análisis de un Robot Paralelo Trasla-cional”. Tesis de mtría. Instituto Politécnico Nacional, 2009 (vid. pág. 37).
- Callupe, R y col. “Diseño de un Simulador de marcha basado en el mecanismo paralelo tipo Stewart-Gough”. En: *8vo. Congreso Iberoamericano de Ingeniería Mecánica, Perú*. 2007 (vid. pág. 55).
- Capustiac, A., B. Hesse y D. Schramm D.and Banabic. “A Human Centered Control Strategy for a Driving Simulator”. En: *International Journal of Mechanical & Mechatronics Engineering IJMME-IJENS* (2011), págs. 37-44 (vid. pág. 28).

- Chaparro Altamirano, Daniel. “Análisis, Diseño y Control de un Manipulador Paralelo 3 - SPS - 1S Utilizado en Aplicaciones de Seguridad”. Tesis de mtría. Instituto Tecnológico y de Estudios Superiores de Monterrey, 2013 (vid. págs. 28, 33).
- Chapra C., Steven y Raymond Canele P. *Métodos Numéricos para Ingenieros*. Ed. por 5a Ed. McGRAW-HILL, 2006 (vid. pág. 44).
- corporation, FANUC america. *FANUC America Corporation - CNC, Robot & ROBOMACHINE*. Inf. téc. <http://www.fanucrobotics.com>, 2015 (vid. pág. 27).
- Dasgupta, B. y T. Mruthayunjaya. “Closed-Form Dynamic Equations of the General Stewart Platform through the Newton - Euler Approach”. En: *Mechanism and Machine Theory* 1135-1152 (1998) (vid. pág. 34).
- Dobriborsci, Dimitrii, Aleksandr Kapitonov y Nikolay Nikolaev. “Application of the Stewart Platform for studying in control theory”. En: *The International Conference on Information and Digital Technologies*. 2017 (vid. págs. 28, 35).
- Duan, Haibin, Daobo Wang y Xiufen Yu. “Realization of nonlinear PID with feed-forward controller for 3-DOF flight simulator and hardware-in-the-loop simulation”. En: *Journal of Systems Engineering and Electronics* (2008), págs. 342-345 (vid. pág. 26).
- Duarte Barón, Katherin y Carlos Borrás. “Generalidades de Robots Paralelos”. En: *Revista Visión Electrónica: Algo más que un Estado Sólido* 10.1 (2016), págs. 360-389 (vid. pág. 31).
- Dumlu, Ahmet y col. “Model-based sliding mode control technique for the stewart platform mechanism”. En: *ICET*. 2017 (vid. pág. 28).
- Eronini, Eronini Umez. *System Dynamics & Control*. Ed. por 1a Ed. International Thomson Publishing, 1998 (vid. págs. 36, 62, 76).
- Fatehi, M. H. y col. “Modeling and Control of 3 - PRS Parallel Robot and Simulation Based on SimMechanics in MATLAB”. En: *2nd International Conference on Control, Instrumentation and Automation (ICCIA)*. 2011 (vid. pág. 33).
- Flores, Hernández Jose Manuel. “Diseño Mecánico del Cabezal y el Bastidor de una Fresadora CNC 500x500x300 mm con Mesa de Trabajo Tipo Plataforma de Gogh”. Tesis de mtría. Pontificia Universidad Católica del Perú, 2012 (vid. pág. 27).

- Garcia Sanz, Mario y Manuel Motilva Casado. “Herramientas para el estudio de Robots de cinemática paralela: Simulador y Prototipo Experimental”. En: *Revista Iberoamericana de Automática e Informática Industrial, RIAI* 2.2 (2005), págs. 73-81 (vid. págs. 20, 42).
- Gogu, Grigore. “Chebychev - Grübler - Kutzbach’S Criterion for mobility calculation of Multi-Loop Mechanisms Revisited Via Theory of Linear Transformations”. En: *European Journal of Mechanics* (2004) (vid. pág. 38).
- Gogu, Grigore. *Structural Synthesis of Parallel Robots*. Ed. por 1a Ed. Springer, 2014 (vid. págs. 32, 38).
- Gou, H. y Li. “Dynamics analysis and simulation of a six degree of freedom Stewart platform manipulator”. En: *Proceedings of the institution of mechanical engineers*. 2006 (vid. pág. 51).
- Gough, V. E. y S.G. Whitehall. “Universal tyre test machine”. En: *Proceedings of the FISITA Ninth International Technical Congress*. 1962 (vid. pág. 25).
- Group, Camozzi. *Innse Berardi, Machine Tools, Ingersoll, Machine Tools*. Inf. téc. <http://www.ingersoll.com/>, 2015 (vid. pág. 26).
- Guo, Sheng y col. *Intelligent Robotics and Applications*. Springer, 2014 (vid. pág. 26).
- Gwinnett, J. E. *Patent N. US 1789680*. US 1789680. 1931 (vid. pág. 25).
- Huang Z. & Li, Q. C. “General Methodology for Type Synthesis of Symmetrical Lower-Mobility Parallel Manipulators and Several Novel Manipulators”. En: *The International Journal of Robotics* (2002), págs. 131-145 (vid. pág. 25).
- InMotion Simulation, LLC. *InMotion Simulation Moving The World*. Inf. téc. <http://www.inmotionsimulation.com/products.html> 3 DOF Electric (Low Profile), 2014 (vid. pág. 31).
- Iqbal, S. y A. I. Bhatti. “Robust Sliding-Mode Controller Design for a Stewart Platform”. En: *Proceedings of International Bhurban Conference on Applied Sciences & Technology*. 2007 (vid. pág. 36).
- Izaguirre, Eduardo y col. “Cartesian Control of a 3-DOF Electropneumatic Actuated Motion Platform with Exteroceptive Pose Measurement”. En: *International Journal of Advanced Robotic Systems* (2011) (vid. págs. 28, 33, 34).

- Jiang, Xiaoling, Eric Barnett y Clément. Gosselin. “Dynamic Point-to-Point Trajectory Planning Beyond the Static Workspace for Six-DOF Cable-Suspended Parallel Robots”. En: *Transactions on Robotics* (2018) (vid. pág. 25).
- Jody, Marcotte Thomas D. and Rosenthal Theodore J. and Corey Bloom y col. “The Impact of Cognitive Deficits and Spasticity on Driving Simulator Performance in Multiple Sclerosis”. En: *Third International Driving Symposium on Human Factors in Driver Assessment, Training and Vehicle Design*. 2006, págs. 188-194 (vid. pág. 27).
- Katsuhiko, Ogata. *Ingeniería de Control Moderna*. Ed. por 5a. Ed. Pearson, 2010 (vid. págs. 34, 64).
- Liu, Li. “Robust Control for an Electro - Hydraulic 3 Degree of Freedom Automobile Seat Motion Simulator: Analysis, Design and Experiment”. Tesis doct. University of Oklahoma, 1995 (vid. pág. 28).
- Long, Philip, Wisama Khalil y Philippe Martinet. “Dynamic modeling of parallel robots with flexible platforms”. En: *Mechanism and Machine Theory* 81.21-35 (2014) (vid. págs. 34, 44).
- Majarena, A. C. y col. “Identificación de parámetros cinemáticos de una plataforma paralela pan-tilt basada en cinemática inversa y directa”. En: *XVIII Congreso Nacional de Ingeniería Mecánica*. 2010 (vid. pág. 32).
- Manoiu Olaru, Sorin y Mircea Nitulescu Dorin Popescu. “Motion Analysis of a Robot Using a Dedicated Matlab Interface”. En: *Proceedings of the 18th International Conference on System Theory, Control and Computing*. 2014 (vid. pág. 34).
- Mendoza, S.F. “Análisis Cinemático y Dinámico de un Robot Delta de 3 Grados de Libertad”. Tesis de mtría. Universidad Nacional Autónoma de México, 2009 (vid. págs. 30, 45).
- Merlet, J.-P. *Parallel Robot*. Ed. por 1a Ed. Springer, 2006 (vid. págs. 25, 31, 44).
- Muñoz, Elena y Carlos Gaviria. “Control PID Multivariable y modos deslizantes de un robot SCARA”. En: *VIII Congreso de la Asociación Colombiana de Automática*. 2009 (vid. pág. 36).
- Muñoz, Elena y col. “Evaluación del desempeño de diversos controladores avanzados aplicados a un robot manipulador tipo scara”. En: *Revista Científica Ingeniería y Desarrollo* (2011) (vid. pág. 35).

- Park, Jooho, Donghyun Sung y Woon Sung Lee. “A Driving Simulator Study on Adaptive Cruise Control Failure”. En: *SICE-ICASE International Joint Conference*. 2006, págs. 2138-2141 (vid. pág. 28).
- PI. *Ultra-Low Inertia Hexapod Micropositioning Systems (6 Axis Parallel-Kinematics)*. 2004 (vid. pág. 27).
- Pi, Yangjun y Xuanyin Wang. “Trajectory tracking control of a 6-DOF hydraulic parallel robot manipulator with uncertain load disturbances”. En: *Control Engineering Practice* (2011), págs. 185-193 (vid. pág. 28).
- Piltan, Farzin y col. “Design Artificial Intelligent Parallel Feedback Linearization of PID Control with Application to Continuum Robot”. En: *International Journal of Engineering and Manufacturing* (2013) (vid. pág. 59).
- Qaisi, Imad Al y Ansgar Traechtler. “Human in the Loop: Optimal Control of Driving Simulators and New Motion Quality Criterion”. En: *IEEE International Conference on Systems, Man, and Cybernetics*. 2012, págs. 2235-2240 (vid. pág. 28).
- Reyes, Fernando. *Robótica. Control de robots manipuladores*. Ed. por 1a Ed. Alfaomega Grupo Editor, S.A. de C.V., 2011 (vid. pág. 32).
- Riley, William F. y Leroy D. Sturges. *Ingeniería Mecánica: Estática*. Ed. por 1a Ed. Reverté S.A., 1995 (vid. pág. 46).
- Rodriguez Rubio, Francisco y Manuel Jesús López Sánchez. *Control Adaptativo y Robusto*. Universidad de Sevilla, 1996 (vid. pág. 36).
- Rueda Florez, Jhonattan Didier. “Metodología para el Diseño de un Robot Paralelo Industrial Tipo Delta”. Tesis de mtría. Universidad Pontificia Bolivariana, 2008.
- Saha, Subir Kumar. *Introducción a la Robótica*. Ed. por 2a. Ed. McGRAW-HILL, 2011 (vid. págs. 25, 35, 42, 59).
- Salgado Picón, Oscar. *Síntesis, Análisis y Diseño de Manipuladores Paralelos de Baja Movilidad*. Universidad del País Vasco., 2008 (vid. pág. 25).
- Serdar, Kucuk. *Serial and parallel robots manipulators kinematics, dynamics, control and optimization*. Ed. por 1a Ed. InTech, 2012 (vid. pág. 45).

- Shigley, Joshep Edward y John Joseph Jr. Uicker. *Teoría de Máquinas y Mecanismos*. Ed. por 1a Ed. McGRAW-HILL, 1992 (vid. págs. 32, 37).
- Six, Damien y col. “The Kinematics, Dynamics and Control of a Flying Parallel Robot With Three Quadrotors”. En: *IEEE Robotics and Automation Letters* 3.1 (2018), págs. 559-566 (vid. pág. 35).
- Slob, J. J. *State of the Art Dribing Simulator, a Literature Survey*. Eindhoven University of Technology, 2008 (vid. pág. 26).
- Slotine, Jean-Jacques y Weiping Li. *Applied Nonliear Control*. Ed. por 1a Ed. Prentice Hall, 1991 (vid. págs. 35, 69, 70, 100).
- Stewart, D. “A Platform with Six Degrees of Freedom”. En: *Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers* (1965), págs. 371-386 (vid. pág. 25).
- Taghirad, Hamid. *Parallel Robots: Mechanics and Control*. Ed. por 1a. Ed. CRC Press Taylor & Francis Group, 2013 (vid. pág. 37).
- Tarokh, M y H. Seraji. “A control scheme for trajectory traking of robot manipulator”. En: *IEEE Robotics & Automation* 88 (1988), págs. 1192 -1197 (vid. pág. 60).
- Urquijo Pascual, Orlando, Eduardo Izaguirre Castellanos y Luis Hernández Santana. “Control de trayectoria en el espacio cartesiano de robot paralelo de 2GDL usando modelo cinemático vectorial”. En: *Revista de Ingeniería Electrónica, Automática y Comunicaciones XXXVIII.2* (2017), págs. 72-82 (vid. pág. 59).
- Vázquez Hernández, Jesús y Francisco Cuenca Jimenez. “Cinemática Inversa y Análisis Jacobiano del Robot Paralelo Hexa”. En: *XV CONGRESO INTERNACIONAL ANUAL DE LA SOMIM*. 2009.
- Yamada, Keiichi y James Kuchar. “Preliminary Study of Behavioral and Safety Effects of Driver Dependence on a Warning System in a Driving Simulator”. En: *IEEE Transactions on Systems, Man, and Cybernetics - Part A: Systems and Humans* (2006) (vid. pág. 26).
- Yang, Chifu, Qitao Huang y Junwei Han. “Decoupling control for spatial six-degree-of-freedom electro-hydraulic parallel robot”. En: *Robotics and Computer-Integrated Manufacturing* (2012), págs. 14-23 (vid. pág. 28).

- Yaniv, Z. y L. Joskowics. “Precise robot-assisted guide positioning for distal locking of intramedullary nails”. En: *IEEE transactions on medical imaging* (2005), págs. 624-635 (vid. pág. 27).
- Yañez Valdez, Ricardo. “Bases para el desarrollo de Micromáquinas Herramienta Paralelas”. En: *Revista Iberoamerica de Automática e Informática Industrial* (2014), págs. 212-223 (vid. pág. 27).
- Yime, E., J. Roldán y J. Villa. “Computed torque control of a 2-RR planar parallel robot”. En: *Prospectiva* 15.2 (2017), págs. 85-95 (vid. pág. 35).
- Yoon, Jonghyun y col. “Adaptive control for cable driven parallel robots”. En: *17th International Conference on Control, Automation and Systems*. 2017 (vid. pág. 36).
- Zhang, Chen y Liyan Zhang. “Kinematics analysis and workspace investigation of a novel 2-DOF parallel manipulator applied in vehicle driving simulator”. En: *Robotics and Computer-Integrated Manufacturing* (2013) (vid. pág. 28).

ANEXOS

Anexo A. PUBLICACIONES - PONENCIAS



Figura 76. Certificado Ponencia 1 - Generalidades de Robots paralelos



Visión Electrónica
Más que un estado sólido
<http://revistas.udistrital.edu.co/ojs/index.php/visele/index>



VISIÓN ACTUAL

Generalidades de robots paralelos

Generalities of parallel robots

Katherin Duarte B.¹, Carlos Borrás P.²

INFORMACIÓN DEL ARTÍCULO

Historia del artículo:

Enviado: 26/06/2015

Recibido: 27/06/2015

Aceptado: 16/08/2015

Palabras clave:

Cinemática

Control

Dinámica

Modelado

Robots paralelos.



RESUMEN

Los robots paralelos son utilizados en diversas áreas como: simulación de movimientos, medicina, manufactura, entre otras. Se han diseñado y construido muchos de ellos teniendo en cuenta aspectos como grados de libertad, modelos matemáticos que aproximan la dinámica real del sistema donde actúan, y las estrategias de control para que respondan adecuadamente ante perturbaciones. El presente artículo describe las generalidades de los robots paralelos con el fin de dar a conocer sus aplicaciones industriales, arquitecturas y notación, los métodos y representaciones matemáticas necesarias para el análisis de su movilidad, el cálculo de la cinemática y la dinámica presentes, el estudio del espacio de trabajo, así como las estrategias de control implementadas en algunos de ellos. Se describen las investigaciones y desarrollos futuros que pueden realizarse en esta área de la robótica, desde una amplia revisión bibliográfica que permite al lector incursionar profundamente en cualquier aspecto de interés.

ABSTRACT

Figura 77. Certificado Artículo 1 - Generalidades de Robots paralelos



V Congreso Internacional de
Ingeniería Mecatrónica
y Automatización

27 y 28 de
octubre de 2016
Bucaramanga

CERTIFICADO AUTORES

La Universidad Santo Tomás – Seccional Bucaramanga y la organización del V Congreso Internacional de Ingeniería Mecatrónica y Automatización, CIIMA 2016, realizado en Bucaramanga, campus Floridablanca el 27 y 28 de octubre de 2016, certifican que **Katherin Duarte Barón** es autor del artículo:

“Análisis de Movilidad y Desarrollo Cinemático de un Robot Paralelo 3SPS-1U”.

Trabajo aceptado y presentado en sesión de ponencias en el Auditorio Principal el viernes 28 de octubre a las 13:45 horas, representando a la **Universidad Industrial de Santander** en CIIMA 2016.

Dado en Bucaramanga, el día 29 de noviembre de 2016.

Cordialmente,


Cecilio Fernando Valencia Niño, Ph.D.
Decano Facultad de Ingeniería Mecatrónica
Presidente Comité Organizador
V Congreso Internacional de Ingeniería
Mecatrónica y Automatización - CIIMA 2016
Seccional Bucaramanga
PBX: (57-7) 6800801, ext. 1410
Página Web: [CIIMA 2016](http://CIIMA2016.com)



UNIVERSIDAD SANTO TOMÁS
PRIMER CLAUSTRO UNIVERSITARIO DE COLOMBIA
BUCARAMANGA



Figura 78. Certificado Ponencia 2 - Generalidades de Robots paralelos