

Modelado y análisis de las líneas de transmisión de energía eléctrica en estado estable

Nestor Javier Diaz Diaz

Jaime Enrique Rivera Cuadros

Trabajo de Grado para Optar el Título de: Ingeniero Electricista

Director

Oscar Arnulfo Quiroga Quiroga

Doctor en Tecnología

Codirector

Hermann Raúl Vargas Torres

Doctor en Ingeniería Eléctrica

Universidad Industrial de Santander

Facultad de Ingenierías Físico-Mecánicas

Escuela de Ingenierías Eléctrica, Electrónica y de Telecomunicaciones

Bucaramanga

2018

Dedicatoria

A mis Padres Jaime Rivera y Priscila Cuadros por su apoyo incondicional

A mis hermanos Fabian, Diego, Andres por sus consejos y apoyo

A mi hija Ariana Sofia Rivera Maldonado

La vida me ha regalado una hija maravillosa, cuando llegaste a mi vida te volviste dueña de mi corazón y la luz de mis ojos, te amo mi chiquita

*A mi novia Luisa Fernanda Maldonado Rueda me siento muy orgulloso de saber que te tengo como novia, gracias por todo tu apoyo por amarme tanto, eres una mujer espectacular que sabe lo que quiere y lucha por ello.
Te amo mi amor bonito*

A mis amigos Anuar, Pulido, Fabian, Nicolas, Paula, y Lorena y a nuestros profesores Jaime Enrique Rivera Cuadros.

A mis Padres Julio y Ana por su paciencia y sabios consejos

A mis hermanos Nelson, Julio Cesar y Norberto, por su compañía y apoyo.

A mis amigos Anuar, Fabián, Nicolás, Paula, y Lorena por tantas noches de estudio y tantos momentos compartidos

A los ingenieros y amigos del alma Oscar M, Alejandro G, Hency Hernán, Nestor V, Efrén Darío por tantos consejos y palabras de fortaleza en momentos de dificultad y duda

A mi abuelita Clementina por su amor incondicional por su oraciones y por hacer parte de mi niñez y mi juventud

A mi abuelo Cecilio y mi abuelita Flor María por su ejemplo y lindos recuerdos. En general toda mi familia

Néstor Javier Díaz Díaz

Agradecimientos

A Dios por permitirnos llegar a esta instancia de nuestra carrera y permitirnos llevar a feliz termino esta meta. Por las enseñanzas, por ser la luz y llenarnos de sabiduría a lo largo del camino, por el inicio de esta nueva etapa profesional, y finalmente por todas la bendiciones recibidas.

Agradecer a nuestras familias por su apoyo constante durante todos estos años, por toda la confianza, por creer en nosotros y por ser el motivo por el cual luchamos día a día.

Al Dr. Oscar Arnulfo Quiroga Quiroga, director del proyecto, por brindarnos su experiencia, enseñanzas y por orientarnos en el trabajo de grado y por tenernos tanta paciencia.

A nuestros amigos Anuar Amaya, Fabian Becerra, Daniel Pulido, Nicolas Herrera, Lorena Gómez, Paula Fernandez, gracias por ser parte de este proceso por todo su apoyo incondicional y por ser esos amigos que son para siempre y por todas las cosas buenas que vivimos.

Al grupo de investigación OPALO por permitirnos el espacio para desarrollar nuestro proyecto, especialmente al Profesor Carlos Eduardo Díaz Bohorquez.

Al ingeniero Anderson López Chaverra por sus consejos y apoyo. A Tatiana Pedraza por su colaboración y espíritu de ayuda.

Al Dr Carlos Fajardo por brindarme su amistad, y por su apoyo en momentos difíciles. (Nestor Javier Diaz D.)

Contenido

	Pág.
Introducción	16
1. Modelo circuital de una línea de transmisión	18
1.1. Deducción del modelo circuital de una línea de transmisión	20
1.1.1. Corriente de entrada en el elemento infinitesimal	21
1.1.2. Corriente de salida del elemento infinitesimal.....	21
1.1.3. Tensión de entrada del elemento infinitesimal	23
1.1.4. Tensión de salida del elemento infinitesimal.....	24
1.2. Expresión de las ecuaciones $V(x)$ e $I(x)$ en función de las condiciones de frontera	27
1.2.1. Interpretación de las ecuaciones.	29
1.2.2. Forma hiperbólica de las ecuaciones.	29
1.2.3. Cálculo de los parámetros (A; B; C; D).....	32
1.2.3.1. Descomposición en funciones hiperbólicas reales.....	32
1.2.3.2. Desarrollo en serie de las funciones hiperbólicas	33
1.2.3.3. Funciones hiperbólicas sustituyendo γl , por $\alpha + j\beta$ en (41) y (42)	35
1.3. Redes bipuerto	36
1.3.1. Interconexión en cascada	36
1.3.1.1. Ejemplo.....	38
1.4. Modelos circuitales de una línea de transmisión de energía eléctrica	41

1.4.1. Circuito equivalente de una línea media..... 41

1.4.2. Circuito equivalente de una línea corta..... 46

1.4.3. Circuito equivalente de una línea larga..... 48

1.4.4. Circuito equivalente de una línea larga sin pérdidas 51

1.4.4.1. Cálculo de los parámetros A B C D..... 51

1.4.4.2. Longitud de onda 52

1.5. Cálculo mediante la aproximación de la línea corta, media y larga 54

1.5.1. Línea de transmisión de longitud corta..... 54

1.5.1.1. Ejemplo 1 54

1.5.2. Línea de transmisión de longitud media 62

1.5.2.1. Ejemplo 2..... 62

1.5.3. Línea de transmisión de longitud larga..... 66

1.5.3.1. Ejemplo 3..... 66

2. Condiciones eléctricas en los extremos de una línea 73

2.1. Caso 1: Conocidas las condiciones de operación en el extremo receptor
 $(P_R, U_R, \theta_R, A, B, C, D)$ 74

2.2. Caso 2: Conocidas las condiciones de operación en el extremo emisor
 $(P_S, \theta_S, U_S, A, B, C, D)$ 77

2.3. Caso 3: Conocidas las condiciones de operación en forma combinada
 $(P_R, U_S, \theta_R, A, B, C, D)$ 79

3. Evaluación del desempeño y operación de una línea..... 85

3.1. Regulación de tensión 86

3.2. Eficiencia 89

3.3. Factor de potencia	90
3.4. Carga natural (SIL)	92
3.5. Límite de estabilidad en estado estable.....	94
3.6. Flujo de potencia máxima teórica.....	97
3.7. Límite térmico.....	99
3.8. Límite de capacidad practica de carga de la línea.....	101
3.9. Cargabilidad.....	101
3.10. Perfiles de tensión	103
3.11. Diagrama circular de potencia	105
3.11.1. Diagrama circular de potencias en el extremo receptor.....	105
3.11.2. Construcción del diagrama circular de potencia.....	105
3.12. Compensación tradicional de una línea de transmisión.....	109
3.12.1. Compensación serie	110
3.12.1.1. Ejemplo 4.....	112
3.12.2. Compensación paralelo.....	116
3.12.2.1. Ejemplo 5.....	117
4. Implemetación en Matlab, análisis en líneas de transmisión.....	120
4.1. Diagrama de flujo	120
4.2. Datos de entrada.....	121
4.3. Modelos de la línea	123
4.4. Maestro	124
4.4.1. Casos de operación (redes bipuerto).....	126
4.4.2. Cálculo de tensión y corriente en el emisor	127

4.4.3. Cálculo límites de potencia.....	128
4.4.3.1. Límite térmico.....	129
4.4.3.2. Límite de potencia máxima (Sección 4.6)	129
4.4.3.3 Límite de capacidad práctica (Sección 4.8)	129
4.4.4 Circulo de potencia (Sección 4.11.1).....	130
4.4.5 Compensación paralelo (Sección 4.12.2).....	130
4.4.6 Compensación serie (Sección 4.12.1).....	131
4.4.7. Cálculo regulación automática.....	132
4.5 Gráficas.....	133
4.5.1. Gráfica perfil de tensión.....	133
4.5.2 Gráficas de cargabilidad	135
4.5.3 Gráfica circulo de potencia	137
5. Conclusiones.....	140
6. Observaciones.....	142
Referencias Bibliográficas	143
Apéndices.....	145

Lista de Figuras

	Pág.
Figura 1. Modelo o circuito equivalente de una sección infinitesimal de una línea de transmisión.....	20
Figura 2. Conservación de la corriente de entrada en la línea que llega al nodo A.....	21
Figura 3. Corrientes que circulan por la conductancia y la capacitancia.....	22
Figura 4. Modelo equivalente de una línea de transmisión con las caídas de tensión en cada malla.....	24
Figura 5. Cuadripolo en cascada.....	37
Figura 6. Modelo equivalente de la ecuación 2.70.....	43
Figura 7. Modelo equivalente de una línea de longitud media.....	44
Figura 8. Modelo equivalente de una línea de longitud corta.....	47
Figura 9: Modelo π equivalente de línea larga.....	48
Figura 10. Modelo equivalente de una línea de longitud larga.....	51
Figura 11. Línea trifásica con espaciamiento equilátero.	55
Figura 12. Diagrama unifilar de una línea de transmisión corta.....	55
Figura 13. Relación resistencia versus temperatura.....	56
Figura 14. Diagrama unifilar de línea de transmisión media.....	63
Figura 15. Diagrama unifilar de línea de transmisión larga.....	67
Figura 16. Triángulo de potencias de un sistema eléctrico.....	74

Figura 17. Triángulo de potencias 77

Figura 18. Equivalente de thevenin de una línea visto desde el extremo receptor 83

Figura 19. Línea sin pérdidas cargada al SIL. 92

Figura 20. Modelo Línea Pi 94

Figura 21. Curva potencia-ángulo..... 96

Figura 22. Curvas de cargabilidad. Adaptado de Glover, J Duncan and Sarma (2003). 102

Figura 23: Perfiles de tensión. Adaptado de Glover, J Duncan and Sarma (2003)..... 104

Figura 24. Diagrama circular en el extremo receptor 106

Figura 25. Diagrama circular de potencias en el extremo receptor 108

Figura 26: Compensación serie..... 111

Figura 27. Configuración de una línea compensada en redes bipuerto en cascada 114

Figura 28. Compensación en paralelo..... 116

Figura 29. Diagrama de Flujo, Resumen General Implementación de la Herramienta 121

Lista de Tablas

	Pág.
Tabla 1. Criterios para determinar las constantes auxiliares por el método del desarrollo en serie	35
Tabla 2. Tipos de parámetros	39
Tabla 3. Tabla de conversión de parámetros	40
Tabla 4. Resumen parámetros A;B;C;D de las líneas de transmisión de energía eléctrica	53
Tabla 5. Constante de temperatura T	57
Tabla 6. Valores de radio medio geométrico	58
Tabla 7. Valores típicos de impedancia característica y de la carga SIL para líneas aéreas	94
Tabla 8. Explicación datos de entrada	123

Lista de Apéndices

	Pág.
Apéndice A Representación de valores en por unidad	145
Apéndice B Implementación de los modelos de líneas de Transmisión.....	147

Resumen

Título: Modelado y análisis de las líneas de transmisión de energía eléctrica en estado estable*.

Autores: Néstor Javier Díaz Díaz
Jaime Enrique Rivera Cuadros**

Palabras clave: Regulación de tensión, Eficiencia, Factor de potencia, SIL, Perfiles de tensión, Cargabilidad, Limite térmico, Compensación paralelo, Compensación serie, Modelos líneas de transmisión.

Descripción:

El objetivo principal de este trabajo es desarrollar una herramienta educativa (documento guía), el cual contenga la temática necesaria para comprender, estudiar y analizar el comportamiento en estado estable de las líneas de transmisión de energía eléctrica. En este documento se busca: recopilar información en la cual se expongan los principales modelos establecidos en la literatura técnica de reconocido prestigio para el modelado de las líneas de transmisión, presentar los criterios para establecer su comportamiento y desempeño teniendo en cuenta la reglamentación técnica, además de desarrollar una herramienta computacional que permita visualizar el comportamiento de la línea de transmisión de energía eléctrica en estado estable, considerando como datos de entrada los parámetros propios de la misma (Resistencia, Inductancia, Capacitación, Conductancia), y que bajo criterios de eficiencia y regulación de tensión entre otros brinden el análisis completo del funcionamiento de la línea. En este documento se busca: recopilar información en la cual se expongan los principales modelos establecidos en la literatura técnica de reconocido prestigio para el modelado de las líneas de transmisión, presentar los criterios para establecer su comportamiento y desempeño teniendo en cuenta la reglamentación técnica, además de desarrollar una herramienta computacional que permita visualizar el comportamiento de la línea de transmisión de energía eléctrica en estado estable, considerando como datos de entrada los parámetros propios de la misma (Resistencia, Inductancia, Capacitación, Conductancia), y que bajo criterios de eficiencia y regulación de tensión entre otros brinden el análisis completo del funcionamiento de la línea.

* Trabajo de grado

** Facultad de Ingenierías Físico-Mecánicas. Escuela de Ingenierías Eléctrica Electrónica y de Telecomunicaciones.
Director: Oscar Arnulfo Quiroga Quiroga. Codirector: Hermann Raúl Vargas Torres.

Abstract

Title: Modeling and analysis of power transmission lines electricity in stable state*.

Authors: Nestor Javier Diaz Diaz
Jaime Enrique Rivera Cuadros**

Keywords: Voltage Regulation, Efficiency, Power Factor, SIL, Voltage Profiles, Loadability, Thermal Limit, Parallel Compensation, Series Compensation, Transmission Line Models.

Description:

The main objective of this work is to develop an educational tool (guide document), which contains the necessary thematic to understand, study and analyze the steady state behavior of electric power transmission lines. This document seeks to: collect information in which the main models established in standards and technical literature of recognized prestige for the modeling of transmission lines are presented, present the criteria to establish their behavior and performance taking into account the technical regulations, In addition to developing a computational tool that allows to visualize the behavior of the electric power transmission line in a steady state, considering as input data its own parameters (Resistance, Inductance, Training, Conductance), and that under efficiency criteria And voltage regulation among others provide the complete analysis of the operation of the line. This document seeks to: collect information in which the main models established in standards and technical literature of recognized prestige for the modeling of transmission lines are presented, present the criteria to establish their behavior and performance taking into account the technical regulations, In addition to developing a computational tool that allows to visualize the behavior of the electric power transmission line in a steady state, considering as input data its own parameters (Resistance, Inductance, Training, Conductance), and that under efficiency criteria And voltage regulation among others provide the complete analysis of the operation of the line.

* Project of grade

** Facultad de Ingenierías Físico-Mecánicas. Escuela de Ingenierías Eléctrica Electrónica y de Telecomunicaciones.
Director: Dr. Oscar Arnulfo Quiroga Quiroga. Codirector: Dr. Hermann Raúl Vargas Torres.

Introducción

El modelado de una línea de transmisión consiste en una representación circuital, la cual se construye a partir de los parámetros básicos que describen los efectos causados por la tensión y la corriente en los conductores de la línea. Dentro de los principales efectos se presentan en la línea energizada se tienen: las pérdidas por calentamiento representadas por una resistencia (R), las pérdidas por inducción representadas por una inductancia (L), las pérdidas producto de la diferencia de potencial entre los conductores representadas por un capacitor (C) y las pérdidas a través del aislamiento de la línea las cuales se representan con una conductancia (G) (Glover and Sarma, 2003, Pg 130)

A partir los parámetros básicos R , L , C y G , los cuales generalmente están dados por unidad de longitud, y mediante un análisis matemático, se pueden establecer las ecuaciones que permiten determinar el comportamiento de la tensión y la corriente en cualquier punto de la línea. Sin embargo, dado que el principal interés es conocer las condiciones eléctricas en los extremos de una línea (lado emisor y lado receptor), se pueden construir varios modelos circuitales en función de la longitud de la línea, apareciendo los modelos para línea corta, líneas de longitud media y líneas de longitud larga Brokering et al. (2008).

Para el diseño de líneas, así como para el análisis de sistemas de potencia, es fundamental el conocimiento de los modelos, así como el manejo de los procedimientos requeridos para el cálculo de las condiciones eléctricas en los extremos de la línea y la evaluación del desempeño de las líneas de transmisión Rosas (2002).

Finalmente, cuando el desempeño de una línea de transmisión no es satisfactorio a la luz de la regulación existente, existen distintas alternativas de compensación las cuales deben conocerse a la hora de enfrentar el diseño y operación de líneas de transmisión (agregar referencias).

Teniendo en cuenta que las líneas de transmisión son elementos muy importantes dentro de un sistema de potencia, existe una extensa literatura sobre la temática. No obstante, mucha de esta literatura es extranjera y no incorpora los elementos de la regulación colombiana. Adicionalmente, la mayoría de la literatura mucha de sistemas de potencia, si bien incorpora el modelamiento de líneas de transmisión, no aborda la temática con el detalle suficiente para permitirle a los estudiantes y diseñadores comprender como se obtienen estos modelos.

Por todo lo anterior, el presente trabajo de grado recopila la información más relevante sobre el modelamiento de líneas de transmisión y muestra cómo se aplican estos modelos para la evaluación del desempeño de una línea de transmisión, considerando la regulación colombiana. Así mismo, en vista de la problemática descrita, se desarrolla una herramienta educativa que facilita la apropiación de los conceptos tratados, que permite visualizar diversos aspectos sobre el comportamiento de la línea como son la regulación de tensión, los límites de cargabilidad, las pérdidas, entre otros.

En el presente documento la temática está organizada de la siguiente manera: el análisis matemático que permite deducir los modelos de las líneas de transmisión se expone en el segundo capítulo. En el tercer capítulo, se deducen las ecuaciones características y se analiza el cálculo de las condiciones de operación de las líneas para varios casos. En el capítulo cuatro, se presentan los conceptos para la evaluación del funcionamiento de una línea de transmisión, tales como la regulación de tensión, eficiencia, compensación, límites de operación entre otros. Finalmente, en

el quinto capítulo, se describe la implementación en Matlab de una herramienta en entorno GUI en la cual se pueden aplicar los conceptos y evaluar el desempeño de una línea.

1. Modelo circuital de una línea de transmisión

El modelo circuital de una línea de transmisión se construye a partir de los parámetros básicos (R , L , C , y G), estos parámetros básicos representan los fenómenos físicos que ocurren en la línea causados por el transporte de la energía eléctrica. Dentro de estos fenómenos caben mencionar las pérdidas por calentamiento que se presentan en la línea y se ven representadas por el parámetro resistivo (R), de igual forma el efecto por inducción en las líneas se representa con el parámetro inductivo (L), el parámetro capacitivo (C) representa el efecto del campo eléctrico existente entre los conductores y entre conductores y tierra, finalmente el parámetro (G) representa el efecto de las corrientes de fuga desde los conductores a tierra debido a la imperfección del sistema de aislamiento, en los cálculos se desprecia su efecto debido a su pequeño valor ya que no existen expresiones analíticas que permitan su evaluación. La importancia de obtener los modelos circuitales de las líneas radica en que estos permiten estudiar las condiciones eléctricas de operación de la línea tanto en el extremo emisor como el extremo receptor.

Por este motivo se pretende estudiar el comportamiento de una línea de transmisión y es necesario contar con un modelo para describir el fenómeno que en ella se presenta, es conveniente recurrir a un modelo circuital de parámetros diferenciales distribuidos, la deducción de este modelo circuital fue tomado del libro Stevenson Grainger and Stevenson (1996). Con lo cual, se analizará

una parte de línea de gran longitud, un diferencial dx como se muestra en la Figura 1. Para llegar a definir este modelo se tiene que hacer un análisis matemático mediante ecuaciones diferenciales.

En la Figura 1, x es la distancia del elemento considerado a partir del extremo receptor y dx la longitud del elemento. Los parámetros de línea L' y C' representan la inductancia y la capacitancia de la línea de transmisión por unidad de longitud, recordar que se está analizando un elemento muy pequeño de la línea; por tanto, la capacitancia total del segmento es la densidad lineal de capacidad por la longitud del segmento, $C'dx$, y la inductancia total es la densidad lineal de inductancia por la misma longitud, $L'dx$. Lo mismo sucede para la resistencia por unidad de longitud R' y la conductancia por unidad de longitud G' . Los parámetros de $R'dx$ y $G'dx$ son los parámetros que simulan los efectos disipativos, o de atenuación, del modelo de la línea de transmisión.

El comportamiento eléctrico de la línea de transmisión de energía eléctrica se describe completamente por medio de esos cuatro coeficientes del circuito eléctrico distribuido, cuyos valores por unidad de longitud de la línea son constantes en cualquier parte de ésta. El modelo considera las pérdidas y el almacenamiento de energía en cada dx de la línea. Un modelo adecuado que puede describir el comportamiento de la línea es una red de dos puertos o cuadripolos, donde R ; L ; C y G son los parámetros distribuidos de la línea. Es así, que dentro del presente capítulo se expone el modelado de las líneas de transmisión y la manera en que se deducen, además de las ecuaciones características que definen a cada uno de estos modelos.

1.1. Deducción del modelo circuital de una línea de transmisión

Para poder deducir el modelo circuital de la línea, se hace necesario comprender la diferencia existente entre dos conceptos que tienen que ver con los parámetros propios de la misma: parámetros concentrados y parámetros distribuidos. La diferencia se ve en la manera en que cada uno responde a un estímulo en la entrada del sistema. En el primer caso la respuesta es inmediata, en el segundo no ocurre lo anterior, es decir, en el caso de parámetros distribuidos, la respuesta en la salida toma un tiempo en aparecer. La referencia en estos casos es la longitud de onda, es decir, si la dimensión, en general, del sistema es grande con respecto a la longitud de onda de la excitación, entonces el efecto distribuido de los parámetros, no se puede despreciar.

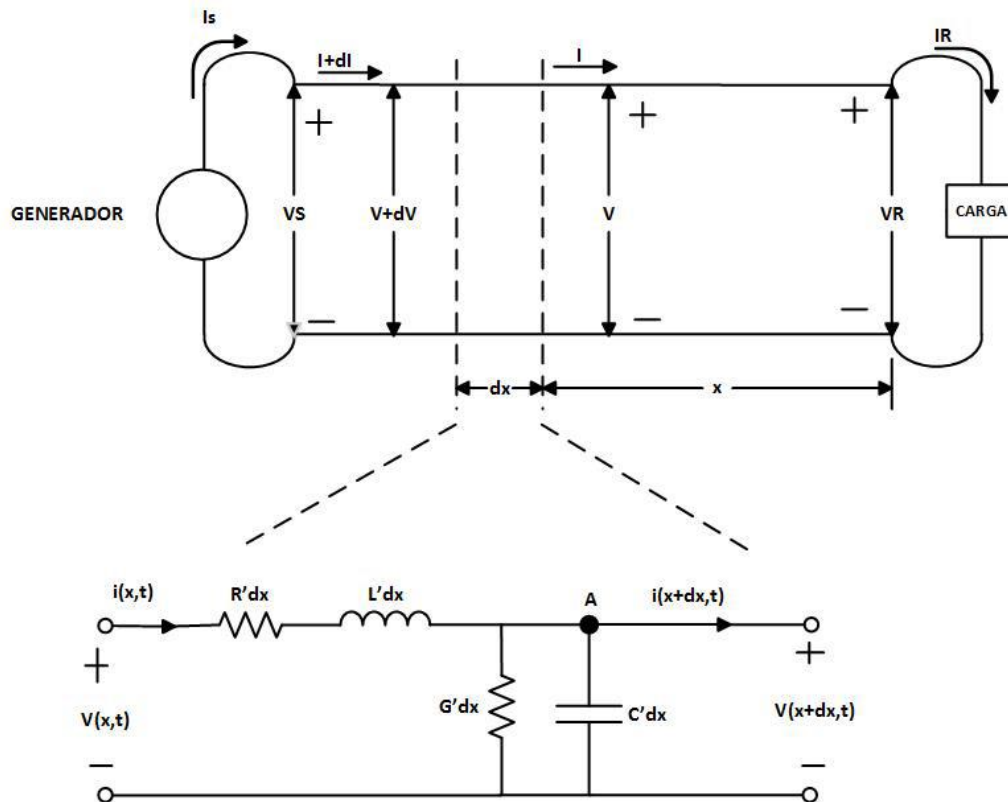


Figura 1. Modelo o circuito equivalente de una sección infinitesimal de una línea de transmisión

El análisis del circuito se realiza aplicando las leyes de Kirchhoff.

La primera ley de Kirchhoff, o ley de Kirchhoff de las corrientes, afirma que la suma algebraica de todas las intensidades que entran en un nodo es nula en cualquier instante de tiempo.

La segunda ley de Kirchhoff, o ley de Kirchhoff de las tensiones, señala que la suma algebraica de las tensiones en una trayectoria cerrada es cero.

La utilización de elementos como la bobina y el condensador implica que las corrientes y las tensiones en la entrada de la línea, $i(x; t)$ y $v(x; t)$, y a la salida del diferencial de línea, $i(x + dx; t)$ y $v(x + dx; t)$, varían en función del tiempo. Por ello, en los siguientes apartados se analiza cómo es el comportamiento o variación de la corriente y la tensión para encontrar las ecuaciones diferenciales que describen el comportamiento del circuito. Esta información fue adaptada del libro (Aleixandre, P.28)

1.1.1. Corriente de entrada en el elemento infinitesimal En la Figura 2, la corriente $i(x; t)$ que entra por el polo positivo de la línea de transmisión y pasa por la resistencia $R'dx$ y la bobina $L'dx$ llega al nodo A con la misma intensidad $i(x; t)$, ya que no se tiene ninguna rama en derivación que distribuya la corriente.

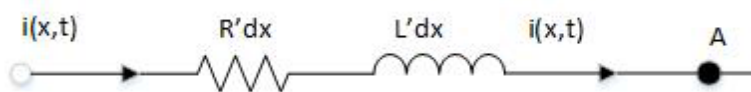


Figura 2. Conservación de la corriente de entrada en la línea que llega al nodo A

1.1.2. Corriente de salida del elemento infinitesimal Ahora se obtendrá la expresión de la corriente en el extremo receptor de la línea de transmisión. Como se ve en la Figura 3, al nodo A llega una corriente $i(x; t)$ y a la salida de la línea se tiene una corriente $i(x + dx; t)$. La diferencia

entre estas dos corrientes, por la primera ley de Kirchhoff, tiene que ser igual a las corrientes que pasan por la conductancia y por la capacitancia, Así, se pueden obtener las ecuaciones (2.1) y (2.2) que representan la intensidad por cada rama paralelo i_1 e i_2 .

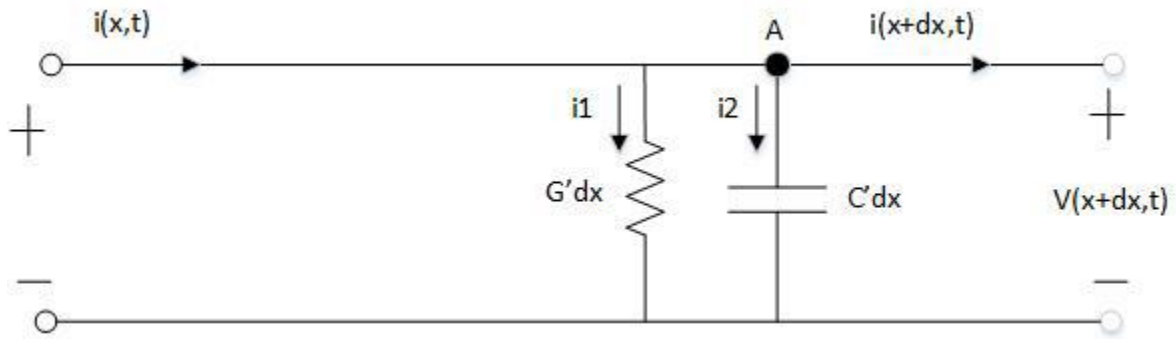


Figura 3. Corrientes que circulan por la conductancia y la capacitancia

Dado que los valores de las corrientes i_1 e i_2 no se conocen, se calculan por medio de la tensión en el extremo receptor de la línea $v(x + dx; t)$. Así, la corriente i_1 e i_2 que circula por la conductancia $G'dx$ y por la capacitancia $C'dx$ se representan mediante el par de ecuaciones que se presentan a continuación:

$$i_1 = G'dx * v(x + dx, t) \tag{2.1}$$

$$i_2 = C'dx * \frac{dv(x + dx, t)}{dt} \tag{2.2}$$

Aplicando la primera ley de Kirchhoff en el nodo A de la Figura 3, se obtiene la ecuación (2.3) que representa la entrada y salida de las corrientes en dicho nodo:

$$i(x + dx, t) + i_1 + i_2 - i(x, t) = 0 \tag{2.3}$$

Al sustituir las ecuaciones (2.1) y (2.2) en (2.3), se obtiene la siguiente expresión (2.4):

$$i(x + dx, t) + G' dx * v(x + dx, t) + C' dx * \frac{dv(x + dx, t)}{dt} - i(x, t) = 0 \quad (2.4)$$

Si ahora se divide toda la ecuación (2.4) por dx , se llega a la siguiente expresión:

$$\left[\frac{i(x + dx, t) - i(x, t)}{dx} \right] + G' * v(x + dx, t) + C' * \frac{dv(x + dx, t)}{dt} = 0 \quad (2.5)$$

La ecuación (2.5), se puede interpretar de la siguiente manera: Cualquier variación de corriente que circula por la línea se debe a la capacitancia C' multiplicada por la variación de tensión en el tiempo, y a la conductancia G' , multiplicada por la tensión.

Al aplicar el límite cuando $dx \rightarrow 0$, el primer término de la ecuación (2.5), $\left[\frac{i(x+dx,t) - i(x,t)}{dx} \right]$, pasa a ser una ecuación diferencial y se obtiene la ecuación (2.6):

$$\lim_{dx \rightarrow 0} \frac{i(x + dx, t) - i(x, t)}{dx} \cong \frac{\partial i(x, t)}{\partial x} \quad (2.6)$$

Si se sustituye la expresión diferencial, ecuación (2.6), en el primer y último término de la ecuación (2.5), se obtiene la ecuación (2.7):

$$-\frac{\partial i(x, t)}{\partial x} = G' * v(x, t) + C' * \frac{\partial v(x, t)}{\partial t} \quad (2.7)$$

Así, se obtiene la ecuación diferencial de la corriente, $i(x; t)$, en función del tiempo y de la posición en la línea.

1.1.3. Tensión de entrada del elemento infinitesimal Para calcular la tensión en el extremo emisor de la línea se aplica la segunda ley de Kirchhoff. Se hace una malla al lado izquierdo del nodo A, tal como se muestra en la Figura 4:

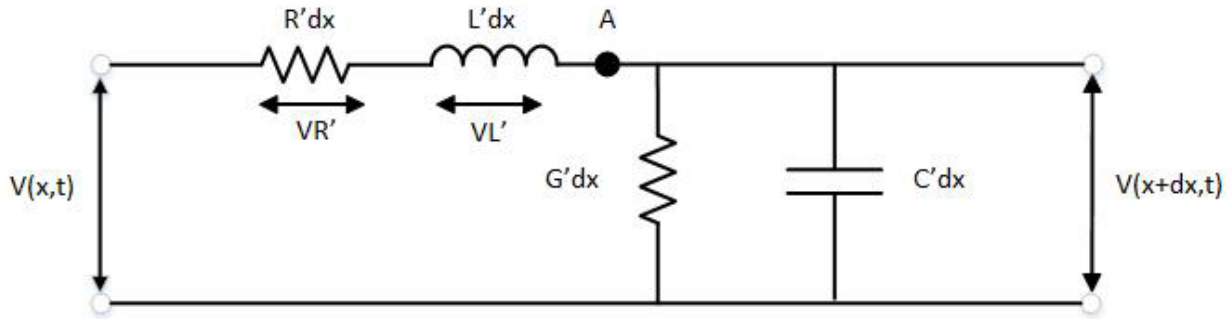


Figura 4. Modelo equivalente de una línea de transmisión con las caídas de tensión en cada malla

Se procede a calcular de manera similar como en el caso anterior de las corrientes a la ecuación (2.5) pero ahora para obtener la tensión, $v(x; t)$:

$$-v(x,t) + v'_R + v'_L + v(x + dx,t) = 0 \tag{2.8}$$

De la ecuación (2.8), los valores de tensión en la resistencia y bobina se presenta en las ecuaciones (2.9) y (2.10) respectivamente.

$$v'_R = R'dx * i(x,t) \tag{2.9}$$

$$v'_L = L'dx * \frac{\partial i(x,t)}{\partial t} \tag{2.10}$$

1.1.4. Tensión de salida del elemento infinitesimal Las caídas de tensión en la conductancia y la capacitancia son iguales a la tensión de salida del elemento diferencial, ya que se encuentran en paralelo. Y por ello, se puede utilizar la ecuación (2.8) para encontrar la tensión de salida sustituyendo en ésta, las ecuaciones (2.9) y (2.10) obteniéndose la siguiente expresión (2.11):

$$-v(x,t) + R'dx * i(x,t) + L'dx * \frac{\partial i(x,t)}{\partial t} + v(x + dx,t) = 0 \tag{2.11}$$

Al dividir toda la expresión (2.11) por dx, se llega a:

$$-\frac{v(x+dx,t) - v(x,t)}{dx} = R' * i(x,t) + L' * \frac{\partial i(x,t)}{\partial t} \quad (2.12)$$

La ecuación (2.12), se puede interpretar de la siguiente manera: Cualquier caída de tensión se debe a la inductancia L' , multiplicada por la variación en el tiempo de la corriente y a la resistencia R' multiplicada por la corriente.

Al aplicar el límite cuando $dx \rightarrow 0$, se puede obtener la siguiente ecuación diferencial para la tensión:

$$-\frac{\partial v(x,t)}{\partial x} = R' * i(x,t) + L' * \frac{\partial i(x,t)}{\partial t} \quad (2.13)$$

“Las ecuaciones diferenciales (2.7) y (2.13), describen la variación de la tensión y la corriente a lo largo de la línea de transmisión en función de la distancia al receptor. Estas ecuaciones se pueden trabajar mediante fasores, resultando en dos ecuaciones diferenciales ordinarias” (Cheng, 1998). El proceso se detalla a continuación:

$$v(x,t) = V(x) * e^{j\omega t} \quad (2.14)$$

$$i(x,t) = I(x) * e^{j\omega t} \quad (2.15)$$

Si se sustituyen las ecuaciones (2.14) y (2.15) en las ecuaciones (2.7) y (2.13), se obtienen las siguientes ecuaciones diferenciales ordinarias (2.16) y (2.17), éste análisis se toma del libro Grainger and Stevenson (1996, P.91).

$$\frac{dV(x)}{dx} = (R' + j\omega L') * I(x) = Z * I(x) \quad (2.16)$$

$$\frac{dI(x)}{dx} = (G' + j\omega C') * V(x) = Y * V(x) \quad (2.17)$$

Derivando, respecto a x , las ecuaciones (2.16) y (2.17) se tiene las ecuaciones (2.18) y (2.19) respectivamente.

$$\frac{d^2V}{d^2x} = Z * \frac{dI(x)}{dx} \quad (2.18)$$

y

$$\frac{d^2I}{d^2x} = Y * \frac{dV(x)}{dx} \quad (2.19)$$

Si se sustituyen los valores $\frac{dI(x)}{dx}$ y $\frac{dV(x)}{dx}$, dados por las ecuaciones (2.16) y (2.17), en las ecuaciones (2.18) y (2.19) respectivamente, se llega a la ecuaciones (2.20) y (2.21).

$$\frac{d^2V}{d^2x} = ZY * V = \gamma^2 * V \quad (2.20)$$

y

$$\frac{d^2I}{d^2x} = ZY * I = \gamma^2 * I \quad (2.21)$$

- Las ecuaciones (2.20) y (2.21) se conocen con el nombre de ecuaciones del telegrafista. La solución de ésta ecuación diferencial para la tensión de 2° orden homogénea es:

$$V(x) = A_1 e^{+\gamma x} + A_2 e^{-\gamma x} \quad (2.22)$$

Donde: A₁ y A₂ son constantes de integración y donde g se denomina constante de propagación de la línea de transmisión y se define de la siguiente manera:

$$\gamma = \alpha + j\beta = \sqrt{(R' + j\omega L')(G' + j\omega C')} = \sqrt{ZY} \text{ m}^{-1} \quad (2.23)$$

”Donde α se denomina constante de atenuación y representa el factor de atenuación causado por los conductores de la línea de transmisión y β se denomina constante de fase o de propagación de la onda. ω es la frecuencia angular de la onda que circula por la línea” (Aleixandre, P.28).

Al sustituir la ecuación (2.22) en (2.16) se obtiene la siguiente expresión (2.24):

$$I(x) = \frac{1}{Z} * \frac{dV(x)}{dx} = \frac{1}{Z}(\gamma A_1 * e^{\gamma x} - \gamma A_2 * e^{-\gamma x}) \quad (2.24)$$

De donde se obtiene la solución para la corriente

$$I(x) = \frac{A_1 * e^{+\gamma x} - A_2 * e^{-\gamma x}}{\frac{Z}{\gamma}} \quad (2.25)$$

De la ecuación (2.25):

$$\frac{Z}{\gamma} = \frac{Z}{\sqrt{ZY}} = \sqrt{\frac{Z}{Y}} \quad (2.26)$$

Se define entonces:

$$Z_c = \sqrt{\frac{Z}{Y}} = \sqrt{\frac{R' + j\omega L'}{G' + j\omega C'}} \quad (2.27)$$

Donde Z_c se considera como la impedancia natural de onda o característica de la línea. Por lo tanto, se redefine la ecuación (2.25), teniendo en cuenta las ecuaciones (2.26) y (2.27), para obtener la expresión (2.28) que se presenta a continuación:

$$I(x) = \frac{A_1 * e^{+\gamma x} - A_2 * e^{-\gamma x}}{Z_c} \quad (2.28)$$

1.2. Expresión de las ecuaciones $V(x)$ e $I(x)$ en función de las condiciones de frontera

Se evalúan A_1 y A_2 a partir de las condiciones iniciales en el extremo receptor de la línea: $V_R = V(0)$; $I_R = I(0)$ También al evaluar las ecuaciones (2.22) y (2.28) para $x = 0$, se obtienen dos ecuaciones simultáneas, que permiten encontrar A_1 y A_2 :

$$V(0) = \bar{V}_R = A_1 + A_2 \quad (2.29)$$

$$I(0) = \bar{I}_R = \frac{A_1}{\bar{Z}_C} - \frac{A_2}{\bar{Z}_C} \quad (2.30)$$

De la ecuación (2.29) se despeja A_1

$$A_1 = \bar{V}_R - A_2 \quad (2.31)$$

Al reemplazar la ecuación (2.31) en (2.30), se obtiene la ecuación (2.32).

$$\bar{I}_R = \frac{(\bar{V}_R - A_2)}{\bar{Z}_C} - \frac{A_2}{\bar{Z}_C} = \frac{\bar{V}_R}{\bar{Z}_C} - \frac{(2A_2)}{\bar{Z}_C} \quad (2.32)$$

De la ecuación (2.32) se despeja A_2 .

$$A_2 = \frac{\left(\frac{\bar{V}_R}{\bar{Z}_C}\right) - \bar{I}_R}{2} * \bar{Z}_C = \frac{\bar{V}_R - \bar{I}_R * \bar{Z}_C}{2} \quad (2.33)$$

A continuación se reemplaza la ecuación (2.33) en (2.31), y así, obtener la expresión (2.34) para

A_1 .

$$A_1 = \bar{V}_R - \frac{\bar{V}_R - \bar{I}_R * \bar{Z}_C}{2}$$

$$A_1 = \frac{\bar{V}_R + \bar{I}_R * \bar{Z}_C}{2} \quad (2.34)$$

Para terminar, se reemplaza las ecuaciones (2.33) y (2.34) en las ecuaciones (2.22) y (2.28), obteniéndose las ecuaciones (2.35) y (2.36) para la tensión y la corriente respectivamente.

$$\bar{V}(x) = \frac{\bar{V}_R + \bar{I}_R * \bar{Z}_C}{2} e^{+\gamma x} + \frac{\bar{V}_R - \bar{I}_R * \bar{Z}_C}{2} e^{-\gamma x} \quad (2.35)$$

$$\bar{I}(x) = \frac{\bar{V}_R + \bar{I}_R * \bar{Z}_C}{2} * e^{+\gamma x} - \frac{\bar{V}_R - \bar{I}_R * \bar{Z}_C}{2} * e^{-\gamma x}$$

$$\bar{I}(x) = \frac{\bar{V}_R + \bar{I}_R * \bar{Z}_C}{\bar{Z}_C} * e^{+\gamma x} - \frac{\bar{V}_R - \bar{I}_R * \bar{Z}_C}{\bar{Z}_C} * e^{-\gamma x}$$

$$\bar{I}(x) = \frac{\left(\frac{\bar{V}_R}{\bar{Z}_C}\right) + \bar{I}_R}{2} e^{+\gamma x} - \frac{\left(\frac{\bar{V}_R}{\bar{Z}_C}\right) - \bar{I}_R}{2} e^{-\gamma x} \quad (2.36)$$

“Las ecuaciones (2.35) y (2.36) son las formas exponenciales de las ecuaciones de la línea para $\bar{V}(x)$ y $\bar{I}(x)$ en función de la distancia x desde el extremo receptor” (Grainger and Stevenson, 1996, P.92).

1.2.1. Interpretación de las ecuaciones. Las expresiones para γ como Z_C son complejas.

$$\gamma = \alpha + j\beta \quad (2.37)$$

$$e^{\gamma x} = e^{(\alpha + j\beta)x} = e^{\alpha x} e^{j\beta x} \quad (2.38)$$

Al reemplazar la ecuación (2.38) en las ecuaciones (2.35) y (2.36), se obtienen las siguientes expresiones.

$$\bar{V}(x) = \frac{\bar{V}_R + \bar{I}_R * \bar{Z}_C}{2} e^{\alpha x} e^{j\beta x} + \frac{\bar{V}_R - \bar{I}_R * \bar{Z}_C}{2} e^{-\alpha x} e^{-j\beta x} \quad (2.39)$$

y

$$\bar{I}(x) = \frac{\left(\frac{\bar{V}_R}{\bar{Z}_C}\right) + \bar{I}_R}{2} e^{\alpha x} e^{j\beta x} - \frac{\left(\frac{\bar{V}_R}{\bar{Z}_C}\right) - \bar{I}_R}{2} e^{-\alpha x} e^{-j\beta x} \quad (2.40)$$

”Las variaciones de tensión y corriente en las ecuaciones (2.39) y (2.40), se pueden explicar mediante las propiedades de $e^{\alpha x}$ y $e^{j\beta x}$ que están en función de la distancia x a lo largo de la línea” (Grainger and Stevenson, 1996, P.92).

1.2.2. Forma hiperbólica de las ecuaciones. Para calcular los valores de tensión y corriente en una línea de transmisión de energía eléctrica, se hace necesario encontrar un tipo de ecuaciones

mas adecuadas para representarlas. Este tipo de funciones son llamadas funciones hiperbólicas y para hallarlas se parte de las ecuaciones (2.41) y (2.42), éstas ecuaciones son las definiciones del seno y coseno hiperbólico.

$$\sinh(\gamma x) = \frac{e^{\gamma x} - e^{-\gamma x}}{2} \quad (2.41)$$

$$\cosh(\gamma x) = \frac{e^{\gamma x} + e^{-\gamma x}}{2} \quad (2.42)$$

Factorizando, $\left(\frac{\bar{V}_R}{\bar{Z}_C}\right)$ e \bar{I}_R de (2.39) y \bar{V}_R e $\bar{I}_R \bar{Z}_C$ de (2.40), se obtiene una forma matemática más adecuada de expresar las ecuaciones para la tensión y corriente.

$$\bar{I}(x) = \frac{\bar{V}_R}{\bar{Z}_C} \left[\frac{e^{+\gamma x} - e^{-\gamma x}}{2} \right] + \bar{I}_R \left[\frac{e^{+\gamma x} - e^{-\gamma x}}{2} \right] \quad (2.43)$$

$$\bar{V}(x) = \bar{V}_R \left[\frac{e^{+\gamma x} + e^{-\gamma x}}{2} \right] + \bar{I}_R \bar{Z}_C \left[\frac{e^{+\gamma x} - e^{-\gamma x}}{2} \right] \quad (2.44)$$

Ahora, al sustituir en las ecuaciones (2.41) y (2.42) los términos exponenciales de las funciones hiperbólicas, se encuentran las nuevas ecuaciones que representan la tensión y la corriente en cualquier punto de la línea:

$$\bar{V}(x) = \cosh(\gamma x) \bar{V}_R + \bar{Z}_C \sinh(\gamma x) \bar{I}_R \quad (2.45)$$

$$\bar{I}(x) = \frac{1}{\bar{Z}_C} \sinh(\gamma x) \bar{V}_R + \cosh(\gamma x) \bar{I}_R \quad (2.46)$$

- Las ecuaciones (2.45) y (2.46) se denominan formas hiperbólicas de las ecuaciones de la línea.

Para encontrar la tensión y la corriente en el extremo emisor, Suponer un caso en particular en el cual $x = l$ se tiene:

$$\bar{V}(l) \rightarrow \bar{V}_S$$

$$\bar{I}(l) \rightarrow \bar{I}_S$$

Donde l es la longitud total de la línea, \bar{V}_S es la tensión en el extremo emisor e \bar{I}_S la corriente en el extremo emisor.

Las ecuaciones (2.45) y (2.46) se modifican en los nuevos términos:

$$\bar{V}_S = \cosh(\gamma l) \bar{V}_R + Z_C \sinh(\gamma l) \bar{I}_R \quad (2.47)$$

$$\bar{I}_S = \frac{1}{Z_C} \sinh(\gamma l) \bar{V}_R + \cosh(\gamma l) \bar{I}_R \quad (2.48)$$

Del análisis de las ecuaciones (2.47) y (2.48), se deducen las constantes generalizadas del circuito para una línea larga como se presenta a continuación.

$$\bar{A} = \cosh(\gamma l) \quad \bar{C} = \frac{\sinh(\gamma l)}{Z_C}$$

$$\bar{B} = Z_C \sinh(\gamma l) \quad \bar{D} = \cosh(\gamma l)$$

Las ecuaciones (2.47) y (2.48), permiten encontrar \bar{V}_R e \bar{I}_R en función de \bar{V}_S e \bar{I}_S y se presentan a continuación.

$$\bar{V}_R = \cosh(\gamma l) \bar{V}_S - Z_C \sinh(\gamma l) \bar{I}_S \quad (2.49)$$

$$\bar{I}_R = -\frac{1}{Z_C} \sinh(\gamma l) \bar{V}_S + \cosh(\gamma l) \bar{I}_S \quad (2.50)$$

Expresando las ecuaciones (2.47) y (2.48) en forma matricial, se tiene:

$$\begin{bmatrix} \bar{V}_S \\ \bar{I}_S \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \bar{A} & \bar{B} \\ \bar{C} & \bar{D} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \bar{V}_R \\ \bar{I}_R \end{bmatrix} \quad (2.51)$$

Al igual se puede hacer con la expresiones (2.49) y (2.50).

$$\begin{bmatrix} \bar{V}_R \\ \bar{I}_R \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \bar{A} & -\bar{B} \\ -\bar{C} & \bar{D} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \bar{V}_S \\ \bar{I}_S \end{bmatrix}$$

los parámetros (A; B; C y D) de la línea se pueden identificar, como se presenta a continuación en las ecuaciones (2.52), (2.53) y (2.54) (Brokering et al., 2008, P.137).

$$\bar{A} = \bar{D} = \cosh(\gamma l) = \cosh\left(\sqrt{\bar{Z}\bar{Y}}\right) \quad (2.52)$$

$$\bar{B} = \bar{Z}_C \sinh(\gamma l) = \bar{Z}_C \sinh\left(\sqrt{\bar{Z}\bar{Y}}\right) = \bar{Z} \left(\frac{\sinh\left(\sqrt{\bar{Z}\bar{Y}}\right)}{\sqrt{\bar{Z}\bar{Y}}}\right) \quad (2.53)$$

$$\bar{C} = \frac{1}{\bar{Z}_C} \sinh(\gamma l) = \bar{Y}_C \sinh\left(\sqrt{\bar{Z}\bar{Y}}\right) = \bar{Y} \left(\frac{\sinh\left(\sqrt{\bar{Z}\bar{Y}}\right)}{\sqrt{\bar{Z}\bar{Y}}}\right) \quad (2.54)$$

”Al tener las expresiones para las constantes auxiliares $\bar{A}, \bar{B}, \bar{C}$ y \bar{D} y partiendo que para líneas aéreas la constante de propagación es normalmente de bajo valor y el rango de su ángulo se encuentra entre 90 y 65°, en éstas condiciones, $\cosh(\gamma l) \leq \frac{\sinh\left(\sqrt{\bar{Z}\bar{Y}}\right)}{\sqrt{\bar{Z}\bar{Y}}} \leq 1$ de modo que $A \leq 1, B \leq Z, C \leq Y$ ” (Brokering et al., 2008)

1.2.3. Cálculo de los parámetros (A; B; C; D). El cálculo de éstos parámetros se podría efectuar de forma directa, si se dispone de una calculadora capaz de determinar cosenos y senos hiperbólicos. De lo contrario, se puede recurrir a funciones hiperbólicas reales o a desarrollos en serie como se presentan a continuación.

1.2.3.1. Descomposición en funciones hiperbólicas reales Los parámetros A;B;C;D pueden ser calculados por medio de la descomposición, y se representa de la siguiente manera:

$$\cosh(\gamma l) = \cosh(\alpha l + \beta l) = \cosh(\alpha l) * \cosh(\beta l) + j(\sinh(\alpha l) * \sinh(\beta l)) \quad (2.55)$$

$$\sinh(\gamma l) = \sinh(\alpha l + \beta l) = \sinh(\alpha l) * \cosh(\beta l) + j(\cosh(\alpha l) * \sinh(\beta l)) \quad (2.56)$$

Las ecuaciones (2.55) y (2.56) permiten calcular las funciones hiperbólicas con argumentos complejos. (Grainger and Stevenson, 1996, P.97).

Otro método para conocer estos parametros es el desarrollo en serie de las funciones hiperbólicas de $\sinh(\bar{\theta})$ y $\cosh(\bar{\theta})$, Mediante la formula de Mac-Laurin. (Checa, 1988, P.84)

- Para su desarrollo se cambia $(\bar{\theta})$ por (γl) , su forma es la siguiente:

1.2.3.2. Desarrollo en serie de las funciones hiperbólicas

$$\cosh(\gamma l) = 1 + \frac{(\gamma l)^2}{2!} + \frac{(\gamma l)^4}{4!} + \frac{(\gamma l)^6}{6!} + \dots \quad (2.57)$$

$$\sinh(\gamma l) = (\gamma l) + \frac{(\gamma l)^3}{3!} + \frac{(\gamma l)^5}{5!} + \frac{(\gamma l)^7}{7!} + \dots \quad (2.58)$$

si el valor modular de γl es:

$$|\gamma l| < 0,1$$

y limitados los desarrollos, exclusivamente, al primer término de cada uno, se tiene que:

$$\sinh(\gamma l) = (\gamma l) \quad \cosh(\gamma l) = 1$$

si

$$0,1 < |\gamma l| < 0,5$$

y limitados los desarrollos a sus dos primeros términos, se tiene que:

$$\sinh(\gamma l) = (\gamma l) + \frac{(\gamma l)^3}{3!} \quad \cosh(\gamma l) = 1 + \frac{(\gamma l)^2}{2!}$$

Al aplicar lo expuesto en las ecuaciones (2.57) y (2.58) en las expresiones (2.52), (2.53) y (2.54), se obtienen las formulas que permiten determinar las constantes generalizadas A;B;C;D (Checa, 1988, P.85).

- Para A y D , se tiene:

$$\sqrt{ZY} = \theta = \gamma l$$

$$A = D = \cosh \sqrt{ZY} = \cosh \theta = 1 + \frac{[\sqrt{ZY}]^2}{2!} + \frac{[\sqrt{ZY}]^4}{4!} + \frac{[\sqrt{ZY}]^6}{6!} + \frac{[\sqrt{ZY}]^8}{8!} + \dots + \frac{[\sqrt{ZY}]^{2n}}{2n!} + \dots$$

$$1 + \frac{ZY}{2!} + \frac{(ZY)^2}{4!} + \frac{(ZY)^3}{6!} + \frac{(ZY)^4}{8!} + \dots + \frac{(ZY)^n}{2n!!}$$

- Para B, se tiene:

$$B = Z \left(\frac{\sinh(\theta)}{\sqrt{ZY}} \right) = \frac{Z}{\sqrt{ZY}} \left[\sqrt{ZY} + \frac{[\sqrt{ZY}]^3}{3!} + \frac{[\sqrt{ZY}]^5}{5!} + \frac{[\sqrt{ZY}]^7}{7!} + \frac{[\sqrt{ZY}]^9}{9!} + \dots + \frac{[\sqrt{ZY}]^{2n+1}}{(2n+1)!} + \dots \right]$$

$$= \frac{Z}{\sqrt{ZY}} \left[(ZY)^{1/2} + \frac{(ZY)^{3/2}}{3!} + \frac{(ZY)^{5/2}}{5!} + \frac{(ZY)^{7/2}}{7!} + \frac{(ZY)^{9/2}}{9!} + \dots + \frac{(ZY)^{(2n+1)/2}}{(2n+1)!} + \dots \right]$$

$$= Z \left[1 + \frac{ZY}{3!} + \frac{(ZY)^2}{5!} + \frac{(ZY)^3}{7!} + \frac{(ZY)^4}{9!} + \dots + \frac{(ZY)^n}{n!} + \dots \right]$$

- Para C, se tiene:

$$C = Y \left(\frac{\sinh(\sqrt{ZY})}{\sqrt{ZY}} \right) = Y \left[1 + \frac{ZY}{3!} + \frac{(ZY)^2}{5!} + \frac{(ZY)^3}{7!} + \frac{(ZY)^4}{9!} + \dots + \frac{(ZY)^n}{n!} \right]$$

“La convergencia de las series de Maclaurin es muy rápida, de manera que, es suficiente con tomar un número pequeño de términos de las mismas” (Checa, 1988, P.87).

- A continuación se presentan algunos criterios para determinar las constantes auxiliares

Tabla 1.

Tabla 1.

Criterios para determinar las constantes auxiliares por el método del desarrollo en serie

Primer criterio	
Longitud de la línea	Números de términos que se toman del desarrollo en serie
Menos de 80 km	Un solo termino.
Desde 80 hasta 200 km	Dos terminos para A, B, C
Desde 200 hasta 500 km	Tres terminos para A . Dos terminos B y C
Segundo criterio	
Longitud de línea	Números de términos que se toman del desarrollo en serie
Hasta 60km	Un término
Desde 60 hasta 150 km	Dos
Desde 150 hasta 400 km	Tres
Desde 400 km en adelante	Más de tres terminos; no se precisan cuántos
Se puede decir que es usual en la práctica proceder como sigue	
Longitud de línea	Números de términos
Desde 250 e incluso 300 km	Dos términos
Desde 300 km	Tres términos

1.2.3.3. Funciones hiperbólicas *sustituyendo γl , por $\alpha + j\beta$ en (41) y (42) se tiene:*

$$\cosh(\alpha + j\beta) = \frac{e^{\alpha} e^{j\beta} + e^{-\alpha} e^{-j\beta}}{2} = \frac{1}{2} (e^{\alpha} \angle \beta + e^{-\alpha} \angle -\beta) \quad (2.59)$$

$$\sinh(\alpha + j\beta) = \frac{e^{\alpha}e^{j\beta} - e^{-\alpha}e^{-j\beta}}{2} = \frac{1}{2}(e^{\alpha} \angle \beta - e^{-\alpha} \angle -\beta) \quad (2.60)$$

Para analizar el comportamiento de la línea de transmisión en estado estable, se parte de conocer la longitud de la misma. Este dato permite establecer el modelo de línea que se puede emplear. Se utiliza la red de dos puertos con el fin de establecer los parámetros de red correspondientes. Uno de las redes bipuerto (cuadripolos) más comunes que se trabajan en líneas de transmisión es la configuración en cascada, por tal motivo, se hace énfasis en ella y se toma como ejemplo.

1.3. Redes bipuerto

Los elementos de un sistema eléctrico de potencia se pueden representar por circuitos equivalentes de redes bipuerto. De ahí la importancia de conocer las características de estos circuitos equivalentes. Este tipo de redes se pueden conectar con generadores, cargas y con otras redes de dos puertos para construir una red mas compleja.

Las variables son: tensión de entrada V_1 , corriente de entrada I_1 , tensión de salida V_2 , y corriente de salida I_2 .

Hay varios tipos de redes de dos puertos pero para este caso de estudio se toma como ejemplo la interconexión tipo cascada, ya que, ésta configuración es la más utilizada en líneas de transmisión de energía eléctrica.

1.3.1. Interconexión en cascada Las líneas de transmisión de energía eléctrica se pueden representar como una sucesión o cascada de redes bipuerto de longitud infinitesimal y para cada uno de ellos se usa un modelo circuital, cuyos parámetros son las tensiones y corrientes en la entrada y salida, ya que las dimensiones del cuadripolo satisfacen la condición cuasiestática.

La Figura 5 representa una cascada de dos cuadripolos, A' y B''.

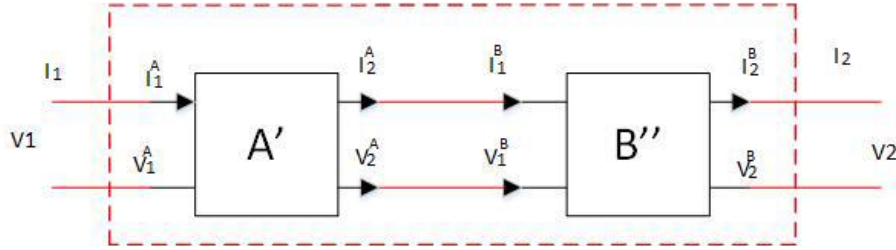


Figura 5. Cuadripolo en cascada

Para cada red se da una representación matricial:

$$\begin{bmatrix} V_1^A \\ I_1^A \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A' & B' \\ C' & D' \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_2^A \\ I_2^A \end{bmatrix} \text{ y } \begin{bmatrix} V_1^B \\ I_1^B \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A'' & B'' \\ C'' & D'' \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_2^B \\ I_2^B \end{bmatrix}$$

Dado que la salida de la red (A') coincide con la red de entrada de (B''), se puede afirmar lo siguiente:

$$\begin{bmatrix} V_2^A \\ I_2^A \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} V_1^B \\ I_1^B \end{bmatrix}$$

Teniendo en cuenta la consideración anterior, se puede reemplazar en la ecuación de la red (A), la de (B) se tiene:

$$\begin{bmatrix} V_1^A \\ I_1^A \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A' & B' \\ C' & D' \end{bmatrix} \begin{bmatrix} A'' & B'' \\ C'' & D'' \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_2^B \\ I_2^B \end{bmatrix}$$

Como las variables de entrada de la red de A' y las variables de salida de la red de B'' coinciden con las de los respectivos puertos de la red resultante, se puede reescribir de la siguiente manera:

$$\begin{bmatrix} V_1 \\ I_1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A' & B' \\ C' & D' \end{bmatrix} \begin{bmatrix} A'' & B'' \\ C'' & D'' \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_2 \\ I_2 \end{bmatrix}$$

Entonces, la matriz de transmisión de la red bipuerto resultante es el producto de las matrices de A' y B''.

$$[T] = \begin{bmatrix} A' & B' \\ C' & D' \end{bmatrix} \begin{bmatrix} A'' & B'' \\ C'' & D'' \end{bmatrix}$$

Y si hubiera N cuadripolos en cascada:

$$[T] = \begin{bmatrix} A' & B' \\ C' & D' \end{bmatrix} \begin{bmatrix} A'' & B'' \\ C'' & D'' \end{bmatrix} \dots \begin{bmatrix} A^N & B^N \\ C^N & D^N \end{bmatrix}$$

1.3.1.1. Ejemplo Suponer que se conectan en cascada dos cuadripolos cuyas matrices de transmisión son:

$$[A'] = \begin{bmatrix} 5 & 4 \\ 6 & 5 \end{bmatrix} \text{ y } [B''] = \begin{bmatrix} 2 & 3 \\ 1 & 2 \end{bmatrix}$$

Hallar la matriz T del conjunto.

$$[T] = \begin{bmatrix} 5 & 4 \\ 6 & 5 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 2 & 3 \\ 1 & 2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 5*2+4*1 & 5*3+4*2 \\ 6*2+5*1 & 6*3+5*2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 14 & 23 \\ 17 & 28 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} V_1 \\ I_1 \end{bmatrix} = [T] \begin{bmatrix} V_2 \\ I_2 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} V_1 \\ I_1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 14 & 23 \\ 17 & 28 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_2 \\ I_2 \end{bmatrix}$$

Ambas matrices son pasivas, pues cumplen que $\Delta_{A'} = 5*5-6*4 = 1$ y $\Delta_{B''} = 2*2-3*1 = 1$.

y simétricas pues el elemento $A' = D'$ y $A'' = D''$

La matriz resultante obviamente es pasiva, y en efecto se verifica que $\Delta = 14 * 28 - 23 * 17 = 1$ Sin embargo, dos matrices simétricas en cascada no tienen porqué dar por resultado una matriz simétrica. En este caso, la matriz resultante no lo es, pues $A \neq D$ ($A = 14$ y $D = 28$)

El ejemplo muestra un caso en que dos cuadripolos simétricos, A' y B'' , al conectarse en cascada dan por resultado un cuadripolo asimétrico.

Las variables que describen el comportamiento de una red bipuerto visto desde sus dos extremos son 4: I_1, I_2, V_1, Y y V_2 , la combinación y conocimiento en pares de estas variables, genera que se puedan utilizar los diferentes modelos de redes bipuerto, en tal caso, conociendo los parámetros internos de la red se puede caracterizar completamente el cuadripolo, es decir, se calculan las variables que se desconocen en la operación de la red.

Tabla 2.

Tipos de parámetros

Nombre	Notación matricial	Matriz	Ecuaciones
Admitancia	$\begin{vmatrix} I_1 \\ I_2 \end{vmatrix} = Y \begin{vmatrix} V_1 \\ V_2 \end{vmatrix}$	$ Y = \begin{vmatrix} y_{11} & y_{12} \\ y_{21} & y_{22} \end{vmatrix}$	$I_1 = y_{11} \cdot V_1 + y_{12} \cdot V_2$ $I_2 = y_{21} \cdot V_1 + y_{22} \cdot V_2$
Impedancia	$\begin{vmatrix} V_1 \\ V_2 \end{vmatrix} = Z \begin{vmatrix} I_1 \\ I_2 \end{vmatrix}$	$ Z = \begin{vmatrix} z_{11} & z_{12} \\ z_{21} & z_{22} \end{vmatrix}$	$V_1 = z_{11} \cdot I_1 + z_{12} \cdot I_2$ $V_2 = z_{21} \cdot I_1 + z_{22} \cdot I_2$
Transmisión	$\begin{vmatrix} V_1 \\ I_1 \end{vmatrix} = \Gamma \begin{vmatrix} V_2 \\ I_2 \end{vmatrix}$	$ \Gamma = \begin{vmatrix} A & B \\ C & D \end{vmatrix}$	$V_1 = A \cdot V_2 + B \cdot I_2$ $I_1 = C \cdot V_2 + D \cdot I_2$
Transmisión inversa	$\begin{vmatrix} V_2 \\ I_2 \end{vmatrix} = \Gamma^{-1} \begin{vmatrix} V_1 \\ I_1 \end{vmatrix}$	$ \Gamma^{-1} = \begin{vmatrix} A' & B' \\ C' & D' \end{vmatrix}$	$V_2 = A' \cdot V_1 + B' \cdot I_1$ $I_2 = C' \cdot V_1 + D' \cdot I_1$
Híbridos h	$\begin{vmatrix} V_1 \\ I_2 \end{vmatrix} = H \begin{vmatrix} I_1 \\ V_2 \end{vmatrix}$	$ H = \begin{vmatrix} h_{11} & h_{12} \\ h_{21} & h_{22} \end{vmatrix}$	$V_1 = h_{11} \cdot I_1 + h_{12} \cdot V_2$ $I_2 = h_{21} \cdot I_1 + h_{22} \cdot V_2$
Híbridos g	$\begin{vmatrix} I_1 \\ V_2 \end{vmatrix} = G \begin{vmatrix} V_1 \\ I_2 \end{vmatrix}$	$ G = \begin{vmatrix} g_{11} & g_{12} \\ g_{21} & g_{22} \end{vmatrix}$	$I_1 = g_{11} \cdot V_1 + g_{12} \cdot I_2$ $V_2 = g_{21} \cdot V_1 + g_{22} \cdot I_2$

Cualquier juego de parámetros se puede hallar en función de los otros 5. Esto implica que hay 30 relaciones posibles entre juegos de parámetros. Para evitar el trabajo de conversión entre parámetros cada vez que se necesita, se puede utilizar la siguiente tabla de conversión.

Tabla 3.

Tabla de conversión de parámetros

	[Z]	[Y]	[Γ]	[Γ] ⁻¹	[H]	[G]
[Z]	$\begin{vmatrix} z_{11} & z_{12} \\ z_{21} & z_{22} \end{vmatrix}$	$\begin{vmatrix} y_{22} & -y_{12} \\ -y_{21} & y_{11} \end{vmatrix}$ 1/Δy	$\begin{vmatrix} A & \Delta\Gamma \\ 1 & D \end{vmatrix}$ 1/C	$\begin{vmatrix} D' & 1 \\ \Delta\Gamma^{-1} & A' \end{vmatrix}$ 1/C'	$\begin{vmatrix} \Delta h & h_{12} \\ -h_{21} & 1 \end{vmatrix}$ 1/h ₂₂	$\begin{vmatrix} 1 & -g_{12} \\ g_{21} & \Delta g \end{vmatrix}$ 1/g ₁₁
[Y]	$\begin{vmatrix} z_{22} & -z_{12} \\ -z_{21} & z_{11} \end{vmatrix}$ 1/Δz	$\begin{vmatrix} y_{11} & y_{12} \\ y_{21} & y_{22} \end{vmatrix}$	$\begin{vmatrix} D & -\Delta\Gamma \\ -1 & A \end{vmatrix}$ 1/B	$\begin{vmatrix} A' & -1 \\ -\Delta\Gamma^{-1} & D' \end{vmatrix}$ 1/B'	$\begin{vmatrix} 1 & -h_{12} \\ h_{21} & \Delta h \end{vmatrix}$ 1/h ₁₁	$\begin{vmatrix} \Delta g & g_{12} \\ -g_{21} & 1 \end{vmatrix}$ 1/g ₂₂
[Γ]	$\begin{vmatrix} z_{11} & \Delta z \\ 1 & z_{22} \end{vmatrix}$ 1/z ₂₁	$\begin{vmatrix} -y_{22} & -1 \\ -\Delta y & -y_{11} \end{vmatrix}$ 1/y ₂₁	$\begin{vmatrix} A & B \\ C & D \end{vmatrix}$	$\begin{vmatrix} D' & B' \\ C' & A' \end{vmatrix}$ 1/ΔG'	$\begin{vmatrix} -\Delta h & -h_{11} \\ -h_{22} & -1 \end{vmatrix}$ 1/h ₂₁	$\begin{vmatrix} 1 & g_{22} \\ g_{11} & \Delta g \end{vmatrix}$ 1/g ₂₁
[Γ] ⁻¹	$\begin{vmatrix} z_{22} & \Delta z \\ 1 & z_{11} \end{vmatrix}$ 1/z ₁₂	$\begin{vmatrix} -y_{11} & -1 \\ -\Delta y & -y_{22} \end{vmatrix}$ 1/y ₁₂	$\begin{vmatrix} D & -B \\ -C & A \end{vmatrix}$ 1/ΔΓ	$\begin{vmatrix} A' & B' \\ C' & D' \end{vmatrix}$	$\begin{vmatrix} 1 & h_{11} \\ h_{22} & \Delta h \end{vmatrix}$ 1/h ₁₂	$\begin{vmatrix} -\Delta g & -g_{22} \\ -g_{11} & -1 \end{vmatrix}$ 1/g ₁₂
[H]	$\begin{vmatrix} \Delta z & z_{12} \\ -z_{21} & 1 \end{vmatrix}$ 1/z ₂₂	$\begin{vmatrix} 1 & -y_{12} \\ y_{21} & \Delta y \end{vmatrix}$ 1/y ₁₁	$\begin{vmatrix} B & \Delta\Gamma \\ -1 & C \end{vmatrix}$ 1/D	$\begin{vmatrix} B' & 1 \\ -\Delta\Gamma^{-1} & C' \end{vmatrix}$ 1/A'	$\begin{vmatrix} h_{11} & h_{12} \\ h_{21} & h_{22} \end{vmatrix}$	$\begin{vmatrix} g_{22} & -g_{12} \\ -g_{21} & g_{11} \end{vmatrix}$ 1/Δg
[G]	$\begin{vmatrix} 1 & -z_{12} \\ z_{21} & \Delta z \end{vmatrix}$ 1/z ₁₁	$\begin{vmatrix} \Delta y & y_{12} \\ -y_{21} & 1 \end{vmatrix}$ 1/y ₂₂	$\begin{vmatrix} C & -\Delta\Gamma \\ 1 & B \end{vmatrix}$ 1/A	$\begin{vmatrix} C' & -1 \\ \Delta\Gamma^{-1} & B' \end{vmatrix}$ 1/D'	$\begin{vmatrix} h_{22} & -h_{12} \\ -h_{21} & h_{11} \end{vmatrix}$ 1/Δh	$\begin{vmatrix} g_{11} & g_{12} \\ g_{21} & g_{22} \end{vmatrix}$

1.4. Modelos circuitales de una línea de transmisión de energía eléctrica

El modelo con el cual se representa una línea de transmisión depende de su longitud, de acuerdo a esto, existe una clasificación de acuerdo con su longitud, es así, que se tienen líneas cortas, medias y largas. En la Tabla 4 se establecen los rangos de distancia que corresponden a cada una de éstas clasificaciones.

Retomando los conceptos estudiados en la sección 2.2.3.2 se inicia el análisis para determinar las expresiones de los parámetros para cada uno de los modelos de la línea. Partiendo del desarrollo en serie de Mclaurin de las funciones hiperbólicas:

$$\cosh(\gamma l) = 1 + \frac{(\gamma l)^2}{2!} + \frac{(\gamma l)^4}{4!} + \frac{(\gamma l)^6}{6!} + \dots \tag{2.61}$$

$$\sinh(\gamma l) = \gamma l + \frac{(\gamma l)^3}{3!} + \frac{(\gamma l)^5}{5!} + \frac{(\gamma l)^7}{7!} + \dots \tag{2.62}$$

1.4.1. Circuito equivalente de una línea media Puede notarse que para una línea con una longitud menor a los 300 km, se tiene que si el valor modular de γl esta entre $0,1 < |\gamma l| < 0,5$, se pueden reducir las ecuaciones del desarrollo en serie a sus dos primeros términos, aunque para el $\sinh(\gamma l)$ se puede despreciar el segundo término.

$$\cosh(\gamma l) \approx 1 + \frac{(\gamma l)^2}{2} \tag{2.63}$$

$$\sinh(\gamma l) = \gamma l \tag{2.64}$$

De modo tal que reemplazando las ecuaciones (2.63) y (2.64) en las ecuaciones hiperbólicas de la línea (2.47) y (2.48), en este caso para la tensión se obtiene lo siguiente:

$$\bar{V}_S = \left[1 + \frac{(\gamma l)^2}{2} \right] \bar{V}_R + \bar{Z}_C (\gamma l) \bar{I}_R \quad (2.65)$$

Teniendo en cuenta las siguientes consideraciones:

$$(\gamma l) = (\sqrt{zy} * l) = \sqrt{\bar{Z}\bar{Y}} \quad (2.66)$$

$$(\gamma l)^2 = (\sqrt{zy} * l)^2 = \bar{Z}\bar{Y} \quad (2.67)$$

$$Z_C = \sqrt{\frac{zl}{yl}} = \sqrt{\frac{\bar{Z}}{\bar{Y}}} \quad (2.68)$$

Se reemplazan las ecuaciones (2.66), (2.67) y (2.68) en (2.65), con el fin, de obtener la expresión (2.69) para \bar{V}_S en los nuevos términos.

$$\bar{V}_S = \left[1 + \frac{\bar{Z}\bar{Y}}{2} \right] \bar{V}_R + \sqrt{\frac{\bar{Z}}{\bar{Y}}} * \sqrt{\bar{Z}\bar{Y}} * \bar{I}_R \quad (2.69)$$

Simplificando la ecuación (2.69), se tiene:

$$\bar{V}_S = \bar{V}_R + \bar{Z} * \bar{V}_R * \frac{\bar{Y}}{2} + \bar{I}_R * \bar{Z}$$

$$\bar{V}_S = \left[1 + \frac{\bar{Z}\bar{Y}}{2} \right] \bar{V}_R + \sqrt{\frac{\bar{Z}}{\bar{Y}}} * \sqrt{\bar{Z}\bar{Y}} * \bar{I}_R \quad (2.70)$$

Esta expresión (2.70), se puede detallar circuitalmente como se observa en la Figura 6.

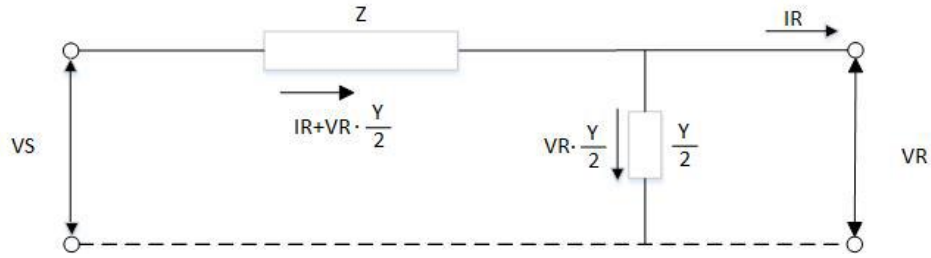


Figura 6. Modelo equivalente de la ecuación 2.70

Del mismo modo como se hizo con la tensión V_S ahora con la corriente I_S

$$\bar{I}_S = \frac{1}{Z_C}(\gamma l)V_R + \left(1 + \frac{(\gamma l)^2}{2}\right)\bar{I}_R \quad (2.71)$$

Se reemplazan las ecuaciones (2.66), (2.67) y (2.68) en (2.71), para obtener la expresión (2.72) para \bar{I}_S en los nuevos términos.

$$\bar{I}_S = \bar{V}_R * \frac{\sqrt{\bar{Z}\bar{Y}}}{\sqrt{\bar{Z}}} + \bar{I}_R * \left(1 + \frac{\bar{Z}\bar{Y}}{2}\right) \quad (2.72)$$

Simplificando la ecuación (2.72), se tiene:

$$\bar{I}_S = \bar{V}_R * \bar{Y} + \bar{I}_R + \bar{I}_R * \frac{\bar{Z}\bar{Y}}{2} \quad (2.73)$$

Y, del circuito de la Figura 6 se deduce que:

$$\bar{I}_R = \frac{\bar{V}_S - \bar{V}_R}{\bar{Z}} - \bar{V}_R * \frac{\bar{Y}}{2} \quad (2.74)$$

Reemplazando la expresión de I_R ecuación (2.74), en la ecuación (2.73), se tiene que:

$$\bar{I}_S = \bar{I}_R + \bar{V}_R * \bar{Y} + \left(\frac{\bar{V}_S - \bar{V}_R}{\bar{Z}} - \bar{V}_R * \frac{\bar{Y}}{2}\right) * \frac{\bar{Z}\bar{Y}}{2} \quad (2.75)$$

Simplificando la ecuación (2.75).

$$\bar{I}_S = \bar{I}_R + \bar{V}_R * \bar{Y} + \bar{V}_S * \frac{\bar{Y}}{2} - \bar{V}_R * \frac{\bar{Y}}{2} - \bar{V}_R * \frac{\bar{Z} * \bar{Y}^2}{4} \tag{2.76}$$

Observando que siendo ya de por sí “Y” un parámetro numéricamente pequeño, se puede realizar la siguiente aproximación.

$$\frac{\bar{Z} * \bar{Y}^2}{4} \approx 0 \tag{2.77}$$

Al tener en cuenta ésta aproximación se reescribe la ecuación (2.76), y se reduce a:

$$\bar{I}_S = \bar{I}_R + \bar{V}_R * \bar{Y} + \bar{V}_S * \frac{\bar{Y}}{2} - \bar{V}_R * \frac{\bar{Y}}{2}$$

$$\bar{I}_S = \bar{I}_R + \bar{V}_R * \bar{Y} + \bar{V}_S * \frac{\bar{Y}}{2} - \bar{V}_R * \frac{\bar{Y}}{2}$$

$$\bar{I}_S = \bar{I}_R + \bar{V}_R \left(\bar{Y} - \frac{\bar{Y}}{2} \right) + \bar{V}_S * \frac{\bar{Y}}{2} \tag{2.78}$$

Con esta última expresión ecuación (2.78), se puede completar el modelo circuital para una línea de longitud media (menor a 300 km), denominado modelo en π de líneas de media longitud, ver Figura7.

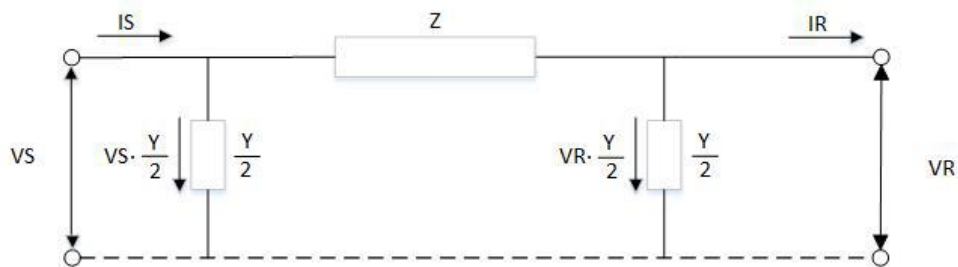


Figura 7. Modelo equivalente de una línea de longitud media

Las ecuaciones que modelan el anterior esquema son las siguientes

$$\bar{I}_S = \bar{I}_R + \bar{V}_R \left(\frac{\bar{Y}}{2} \right) + \bar{V}_S * \frac{\bar{Y}}{2} \quad (2.79)$$

$$\bar{V}_S = \bar{V}_R * \left[1 + \frac{\bar{Z}\bar{Y}}{2} \right] + \bar{Z}\bar{I}_R \quad (2.80)$$

Si se sustituye \bar{V}_S en \bar{I}_S se obtiene \bar{I}_S en relación a la tensión del receptor (\bar{V}_R).

$$\begin{aligned} \bar{I}_S &= \bar{I}_R + \bar{V}_R \left(\frac{\bar{Y}}{2} \right) + \left(\bar{V}_R * \left[1 + \frac{\bar{Z}\bar{Y}}{2} \right] + \bar{Z} * \bar{I}_R \right) * \frac{\bar{Y}}{2} \\ \bar{I}_S &= \bar{I}_R + \bar{V}_R \left(\frac{\bar{Y}}{2} \right) + \bar{V}_R * \frac{\bar{Y}}{2} + \bar{V}_R * \frac{\bar{Z}\bar{Y}^2}{4} + \bar{I}_R \frac{\bar{Z}\bar{Y}}{2} \\ \bar{I}_S &= \bar{V}_R \left(\bar{Y} + \frac{\bar{Z}\bar{Y}^2}{4} \right) + \bar{I}_R \left(1 + \frac{\bar{Z}\bar{Y}}{2} \right) \end{aligned} \quad (2.81)$$

En forma general las ecuaciones (2.80) y (2.81), se pueden representan por medio de las constantes generalizadas (A; B; C y D) del circuito de la línea de transmisión. De tal modo, las ecuaciones se reescriben como:

$$\bar{V}_S = A\bar{V}_R + B\bar{I}_R \quad (2.82)$$

$$\bar{I}_S = C\bar{V}_R + D\bar{I}_R \quad (2.83)$$

Donde:

$$\bar{A} = \bar{D} = 1 + \frac{\bar{Z}\bar{Y}}{2} \quad (2.84)$$

$$\bar{B} = \bar{Z} \quad (2.85)$$

$$\bar{C} = \bar{Y} + \frac{\bar{Z}\bar{Y}^2}{4} = \bar{Y} \left(1 + \frac{\bar{Z}\bar{Y}}{4} \right) \quad (2.86)$$

Y en forma matricial mediante las constantes (A; B; C y D) se expresan así:

$$\begin{bmatrix} \bar{V}_S \\ \bar{I}_S \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 + \frac{\bar{Z}Y}{2} & \bar{Z} \\ Y(1 + \frac{\bar{Z}Y}{4}) & 1 + \frac{\bar{Z}Y}{2} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \bar{V}_R \\ \bar{I}_R \end{bmatrix} \quad (2.87)$$

$$\begin{bmatrix} \bar{V}_S \\ \bar{I}_S \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \bar{A} & \bar{B} \\ \bar{C} & \bar{D} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \bar{V}_R \\ \bar{I}_R \end{bmatrix}$$

1.4.2. Circuito equivalente de una línea corta Para una línea con una longitud menor a los 100 km, se tiene que si el valor modular de γl es $|\gamma l| < 0,1$ se reducen las ecuaciones del desarrollo en serie a su primer término de cada una.

$$\cosh(\gamma l) = 1 \quad (2.88)$$

$$\sinh(\gamma l) = \gamma l \quad (2.89)$$

Con las nuevas simplificaciones de las expresiones hiperbólicas, y partiendo de la expresión de V_S

$$\bar{V}_S = \cosh(\gamma l)\bar{V}_R + \bar{Z}_C \sinh(\gamma l)\bar{I}_R \quad (2.90)$$

Se reemplaza las ecuaciones (2.88) y (2.89) en (2.90), obteniéndose la siguiente expresión (2.91):

$$\bar{V}_S = (1)\bar{V}_R + \bar{Z}_C(\gamma l)\bar{I}_R \quad (2.91)$$

Ahora se reemplaza en (2.91), las ecuaciones (2.66) y (2.68) en (2.91).

$$\bar{V}_S = \bar{V}_R + \sqrt{\frac{\bar{Z}}{\bar{Y}}} * \sqrt{\bar{Z}Y} * \bar{I}_R$$

$$\bar{V}_S = \bar{V}_R + \bar{I}_R * \bar{Z} \tag{2.92}$$

Con esta última expresión ecuación (2.92), se representa el modelo circuital como se ve en la Figura 8, el cual se conoce como el modelo de línea de corta longitud y es válido para una ($l < 100\text{km}$).

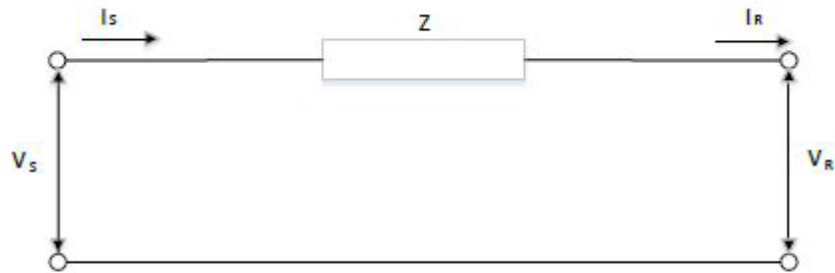


Figura 8. Modelo equivalente de una línea de longitud corta

Las ecuaciones que modelan el anterior esquema son las siguientes:

$$\bar{V}_S = \bar{V}_R + \bar{I}_R * \bar{Z} \tag{2.93}$$

$$\bar{I}_S = \bar{I}_R \tag{2.94}$$

Y en forma matricial se expresa de la siguiente forma:

$$\begin{bmatrix} \bar{V}_S \\ \bar{I}_S \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & \bar{Z} \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \bar{V}_R \\ \bar{I}_R \end{bmatrix} \tag{2.95}$$

$$\begin{bmatrix} \bar{V}_S \\ \bar{I}_S \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \bar{A} & \bar{B} \\ \bar{C} & \bar{D} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \bar{V}_R \\ \bar{I}_R \end{bmatrix}$$

1.4.3. Circuito equivalente de una línea larga. Para una $l > 300$ km, es necesario contar con un circuito equivalente, el cuál, se plantea utilizar uno en π como se ve en la Figura 9, el circuito equivalente de la línea media y larga se representan de la misma forma, sin embargo se denota de manera diferente, Z y $\frac{Y}{2}$ como Z' y $\frac{Y'}{2}$ respectivamente.

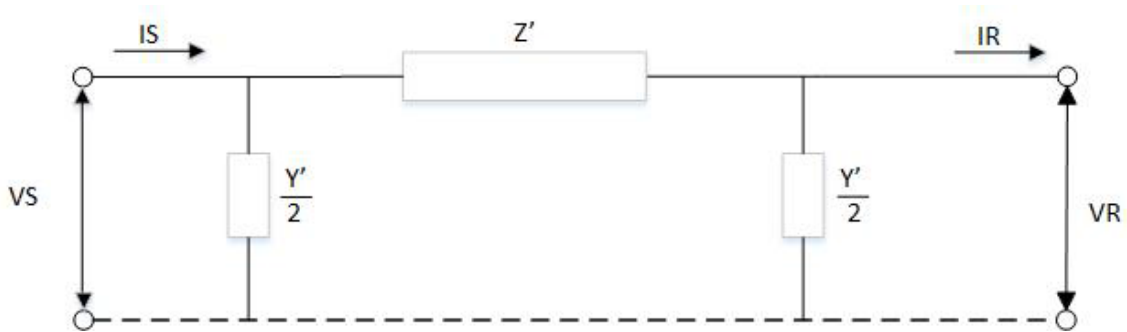


Figura 9: Modelo π equivalente de línea larga

Al sustituir ambos coeficientes Z y Y en la ecuación (2.80) por \bar{Z}' y \bar{Y}' se obtiene:

$$\bar{V}_S = \bar{V}_R * \left[1 + \frac{\bar{Z}'\bar{Y}'}{2} \right] + \bar{Z}'\bar{I}_R \quad (2.96)$$

La ecuación (2.96) debe ser equivalente a la siguiente expresión (2.97):

$$\bar{V}_S = \cosh(\gamma l)\bar{V}_R + \bar{Z}_C \sinh(\gamma l)\bar{I}_R \quad (2.97)$$

De donde se deduce la ecuación (2.98) y (2.99):

$$\cosh(\gamma l) = \left[1 + \frac{\bar{Z}'\bar{Y}'}{2} \right] \quad (2.98)$$

$$\bar{Z}' = \bar{Z}_C * \sinh(\gamma l) \quad (2.99)$$

Desarrollando la ecuación (2.99) y dejar \bar{Z}' en termino de \bar{Z} , se multiplica y se divide la ecuación por γl para que la ecuación no se altere.

$$\begin{aligned}\bar{Z}' &= \bar{Z}_C * \sinh(\gamma l) \\ \bar{Z}' &= \bar{Z}_C * \sinh(\gamma l) * \frac{\gamma l}{\gamma l} \\ \bar{Z}' &= \sqrt{\frac{\bar{Z}}{\bar{Y}}} * \frac{\sinh(\gamma l)}{\gamma l} * \sqrt{\bar{Z}\bar{Y}} \\ \bar{Z}' &= \bar{Z} * \frac{\sinh(\gamma l)}{\gamma l}\end{aligned}\tag{2.100}$$

”La expresión $\frac{\sinh(\gamma l)}{\gamma l}$ es el factor por el que hay que multiplicar la impedancia \bar{Z} del circuito nominal π , para convertirla en la del circuito equivalente en π de líneas largas. Para evaluar los ramales en paralelo del circuito equivalente en π , se igualan los coeficiente de V_R en las ecuaciones (2.47) y (2.96)” (Grainger and Stevenson, 1996, P.99), y se obtiene lo siguiente:

De igual forma con la ecuación (2.98), se quiere conocer la expresión para el ramal en paralelo se despeja $\frac{\bar{Y}'}{2}$ expresión (2.101):

$$\begin{aligned}\cosh(\gamma l) &= \left[1 + \frac{\bar{Z}'\bar{Y}'}{2} \right] \\ \frac{\bar{Y}'}{2} &= \frac{\cosh(\gamma l) - 1}{\bar{Z}'}\end{aligned}\tag{2.101}$$

Sustituyendo en (2.101), \bar{Z}' por $\bar{Z}_C * \sinh(\gamma l)$, se tiene la expresión (2.102):

$$\frac{\bar{Y}'}{2} = \frac{\cosh(\gamma l) - 1}{\bar{Z}_C * \sinh(\gamma l)} \quad (2.102)$$

Otra forma para representar la expresión de la admitancia en derivación del circuito equivalente, es sustituyendo en la ecuación (2.102) la siguiente identidad:

$$\tanh \frac{\gamma l}{2} = \frac{\cosh(\gamma l) - 1}{\sinh(\gamma l)} \quad (2.103)$$

Entonces

$$\frac{\bar{Y}'}{2} = \frac{1}{\bar{Z}_C} \tanh \frac{\gamma l}{2} \quad (2.104)$$

Al multiplicar y dividir la ecuación anterior, por $\frac{\gamma l}{2}$, se tiene:

$$\begin{aligned} \frac{\bar{Y}'}{2} &= \frac{1}{\bar{Z}_C} \tanh \left(\frac{\gamma l}{2} \right) * \frac{\frac{\gamma l}{2}}{\frac{\gamma l}{2}} \\ \frac{\bar{Y}'}{2} &= \frac{\tanh \left(\frac{\gamma l}{2} \right) \frac{\gamma l}{2}}{\frac{\gamma l}{2} \bar{Z}_C} = \frac{\tanh \left(\frac{\gamma l}{2} \right)}{\frac{\gamma l}{2}} * \frac{\frac{\sqrt{\bar{Z}\bar{Y}}}{2}}{\sqrt{\frac{\bar{Z}}{\bar{Y}}}} \\ \frac{\bar{Y}'}{2} &= \frac{\tanh \left(\frac{\gamma l}{2} \right)}{\frac{\gamma l}{2}} * \frac{\bar{Y}}{2} \end{aligned} \quad (2.105)$$

Con las anteriores expresiones se establece el modelo p, para una línea larga ver Figura 10, de igual modo éste modelo es válido para todo tipo de línea.

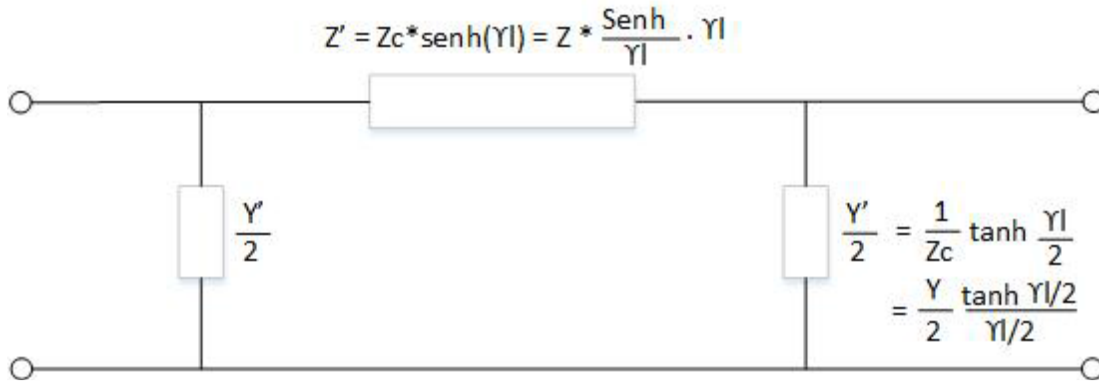


Figura 10. Modelo equivalente de una línea de longitud larga

Las ecuaciones que modelan el anterior esquema son las siguientes:

$$\bar{V}_S = \bar{V}_R * \left[1 + \frac{\bar{Z}'\bar{Y}'}{2} \right] + \bar{Z}'\bar{I}_R \tag{2.106}$$

$$\bar{I}_S = \bar{I}_R + \bar{V}_R \left(\frac{\bar{Y}'}{2} \right) + \bar{V}_S * \frac{\bar{Y}'}{2} \tag{2.107}$$

1.4.4. Circuito equivalente de una línea larga sin pérdidas “Cuando se hace el análisis de las líneas y se desprecian sus pérdidas , las expresiones para obtener los parametros de la línea y comprender los conceptos se hace más sencillo” Glover and Sarma (2003).

1.4.4.1. Cálculo de los parámetros A B C D Teniendo en cuenta las ecuaciones (2.52), (2.53) y (2.54), los parámetros A B C D para una línea sin pérdidas son:

$$\bar{A} = \bar{D} = \cosh(\gamma l) = \cosh(j\beta x)$$

$$= \frac{e^{j\beta x} + e^{-j\beta x}}{2} = \cos(\beta x) \text{ por unidad} \quad (2.108)$$

$$\sinh(\gamma x) = \sinh(j\beta x) = \frac{e^{j\beta x} - e^{-j\beta x}}{2} = j \sin(\beta x) \text{ por unidad} \quad (2.109)$$

De la ecuación 2.109 se reemplaza en las ecuaciones 2.110 y 2.111:

$$\bar{B} = \bar{Z}_C \sinh(\gamma x) = j\bar{Z}_C \sin(\beta x) \quad (2.110)$$

$$\bar{C} = \frac{1}{\bar{Z}_C} \sinh(\gamma x) = \frac{j \sin(\beta x)}{\bar{Z}_C} \quad (2.111)$$

- Los parámetros \bar{A} y \bar{D} son reales, \bar{B} y \bar{C} son imaginarios

Para una línea sin pérdidas, usando las ecuaciones (2.47) y (2.48) y teniendo en cuenta (2.108), (2.110) y (2.111) se redefinen las expresiones de tensión y corriente en el extremo emisor como se observa en (2.112) y (2.113):

$$\bar{V}_S = \cos(\beta x) \bar{V}_R + j\bar{Z}_C \sin(\beta x) \bar{I}_R = \cos(\beta x) \bar{V}_R + j\bar{Z}_C \sin(\beta x) \left(\frac{\bar{V}_R}{\bar{Z}_C} \right) \quad (2.112)$$

y

$$\bar{I}_S = j \frac{\sin(\beta x)}{\bar{Z}_C} \bar{V}_R + \cos(\beta x) \frac{\bar{V}_R}{\bar{Z}_C} \quad (2.113)$$

1.4.4.2. Longitud de onda Por las ecuaciones (2.112) y (2.113), V_S e I_S cambian de fase en 2π

radianes cuando $x = \frac{2\pi}{\beta}$. Denotando la longitud de onda por λ y usando:

$$\lambda = \frac{2\pi}{\beta} = \frac{2\pi}{\omega\sqrt{LC}} = \frac{1}{f\sqrt{LC}} \text{ m} \tag{2.114}$$

de donde:

$$f\lambda = \frac{1}{\sqrt{LC}} \tag{2.115}$$

El término de la ecuación (2.115) $\frac{1}{\sqrt{LC}}$, es la velocidad de propagación de las ondas de tensión

y corriente a lo largo de una línea sin pérdidas. Para las líneas aéreas, $\frac{1}{\sqrt{LC}} \approx 3 * 10^8 \frac{m}{s}$. Y para una frecuencia igual a 60 Hz, la ecuación (2.115) da:

$$\lambda = \frac{3 * 10^8}{60} = 5 * 10^6 \text{ m} = 5000 \text{ km} \tag{2.116}$$

A continuación se presenta un resumen de las constantes generalizadas A;B;C;D de las líneas de transmisión de energía eléctrica, ver Tabla 2.4 (Glover and Sarma, 2003, P.220).

Tabla 4.

Resumen parámetros A;B;C;D de las líneas de transmisión de energía eléctrica

Parámetro	$\bar{A} = \bar{D}$	\bar{B}	\bar{C}
Unidades		Ω	S
Línea corta (menos de 80 km)	1	Z	0
Línea mediana (80 a 250 km)	$1 + \frac{\bar{ZY}}{2}$	Z	$\bar{Y} \left(1 + \frac{\bar{ZY}}{4} \right)$
Línea larga (más de 250 km)	$\cosh(\gamma l) = 1 + \frac{\bar{Z}'\bar{Y}'}{2}$	$\bar{Z}_C \sinh(\gamma l) = \bar{Z}'$	$\frac{1}{\bar{Z}_C} \sinh(\gamma l) = \bar{Y}' \left(1 + \frac{\bar{Z}'\bar{Y}'}{4} \right)$
Línea sin pérdidas (R = 0)	$\cos(\beta l)$	$j\bar{Z}_C \sin(\beta l) = \bar{Z}'$	$\frac{j \sin(\beta l)}{\bar{Z}_C}$

1.5. Cálculo mediante la aproximación de la línea corta, media y larga

Ahora se presentarán ejercicios relacionados con el cálculo de magnitudes de tensión y corriente a través de la línea de transmisión dependiendo del tipo de configuración ya sea una línea corta, media y larga.

Los ejemplos que se presentan a continuación fueron tomados de Zapata Centeno, (2012) y se desarrollaron bajo el concepto de Valores en Por Unidad. Para una mayor comprensión del tema remitirse al apéndice A. A su vez, el concepto de regulación de tensión se presenta en el capítulo 4 sección 4.1.

1.5.1. Línea de transmisión de longitud corta En las líneas de longitud corta los parámetros se consideran en forma concentrada, siendo de gran importancia únicamente la impedancia serie. A continuación el Ejemplo 2.5.1.1 muestra características principales que tienen los conductores como lo son: el tipo de conductor, diámetro y su resistencia que puede calcularse a diferentes temperaturas, además, permite calcular la inductancia del conductor y poner en práctica el cálculo de tensión bajo diferentes condiciones de factor de potencia.

1.5.1.1. Ejemplo 1. Una línea trifásica, de un circuito, 60Hz y 18 km se compone de conductores 26=7 ACSR. La línea entrega 2500 kW a 11 kV a una carga balanceada. Suponga una temperatura del conductor de 50C, resuelva considerando los valores base de 10 MVA, 11 kV y los datos mostrados en la figura 11.

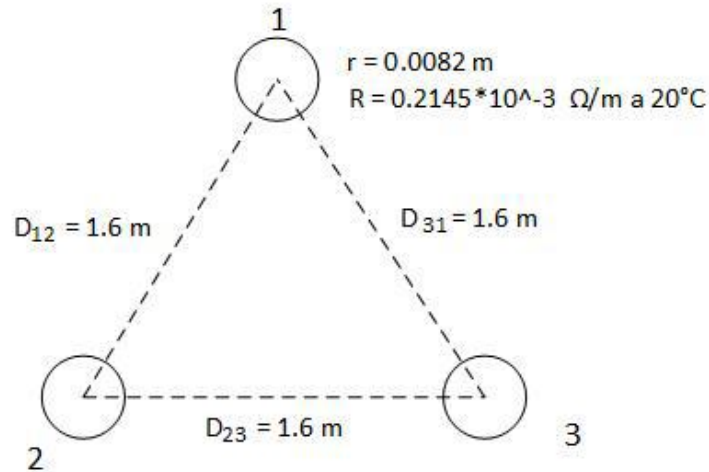


Figura 11. Línea trifásica con espaciamento equilátero.

A) Determinar la impedancia serie por fase de la línea.

B) Cuál debe ser la tensión en el extremo generador cuando el factor de potencia es:

- 80% en atraso
- La unidad
- 90% en adelanto

C) Determine el porcentaje de regulación de tensión de la línea a los factores de potencia anteriores.

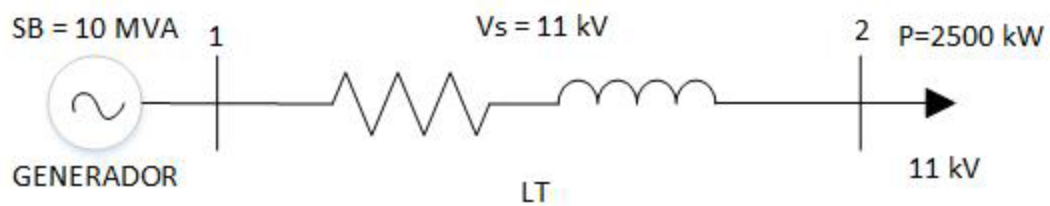


Figura 12. Diagrama unifilar de una línea de transmisión corta

$$U_R = 11 \text{ kV} \quad P_R = 2500 \text{ kW} \quad F = 60 \text{ Hz}$$

$$l = 18 \text{ km } t_2 = 50^\circ\text{C } t_1 = 20^\circ\text{C}$$

$$T = 228$$

Donde T= constante de temperatura, para aluminio estirado en frío

En la solución de problemas en valores por unidad es necesario establecer primero los valores base del sistema.

$$S_B = 10\text{MVA } V_B = 11 \text{ kV } Z_B = \frac{(V_B^2)}{S_B} = \frac{(11)^2}{(10)} = 12,1 \Omega$$

$$I_B = \frac{S_B}{\sqrt{3} * 11} = \frac{10}{\sqrt{3} * 11} = 524,8638 \text{ A}$$

Ya definiendo los valores base del sistema se puede resolver el ejercicio.

A) Impedancia serie por fase de línea.

”Experimentalmente se ha demostrado que la variación de la resistencia en función de la temperatura, corresponde a una relación lineal, esto para márgenes aceptables de operación” (Gonzalez-Longatt, 2007).

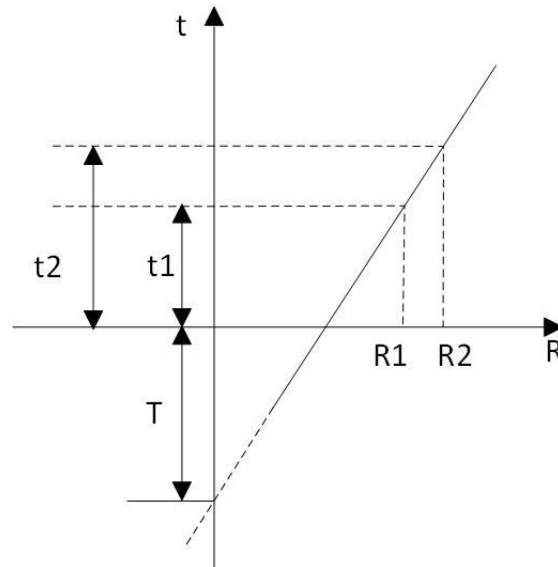


Figura 13. Relación resistencia versus temperatura

Basado en experiencias de laboratorio, se han elaborado gráficas del comportamiento de la resistencia ante variaciones de la temperatura para un mismo material, describiéndose el comportamiento a través de la recta:

$$R_2 = \frac{(T + t_2)(R_1)}{(T + t_1)} \tag{2.116}$$

Donde: R_2 y R_1 son las resistencias a las temperaturas t_2 y t_1 , respectivamente. El parámetro T , es un valor constante que depende del material, obtenido del hecho de extrapolar el valor de la resistencia hasta una temperatura de cero grados Celsius. Y se puede ver en la siguiente tabla 5.

Tabla 5.

Constante de temperatura T

Material	T
Cobre recocido	234,5
Cobre estirado en frío	241
Aluminio estirado en frío	228

Esta ecuación es igualmente válida para conductores trenzados de materiales diferentes.

La resistencia a cualquier temperatura se encuentra a partir de la ecuación (2.117)

$$R_2 = \frac{(T + t_2)(R_1)}{(T + t_1)} = \frac{(228 + 50)(0,2145 * 10^{-3})}{(228 + 20)} = 2,4045 * 10^{-4} \frac{\Omega}{m}$$

Debido a que la línea de transmisión es de un solo circuito, el RMG se obtiene de la Tabla 6.

Tabla 6.

Valores de radio medio geométrico

Radio medio geométrico a partir de su radio exterior (D_S)	
Alambre cilíndrico	0,779r
Cable de material único	
7 hilos	0,726r
19hilos	0,758r
37 hilos	0,768r
61 hilos	0,772r
91 hilos	0,774r
127 hilos	0,776r
Conductor ASCR	
30 hilos (2 capas)	0,826r
26 hilos (2 capas)	0,809r
54 hilos (2 capas)	0,810r
1 capa	0,55 a 0,70r

$$D_S = 0,809r = 0,809 * \frac{0,0163}{2} = 6,596 * 10^{-3} m$$

Para obtener la reactancia inductiva de la línea de transmisión es necesario determinar la inductancia de fase.

$$L' = 2 * 10^{-7} Ln \frac{\sqrt[n]{D_{12}D_{23}D_{31}}}{D_S} = 2 * 10^{-7} Ln \frac{\sqrt[3]{1,6 * 1,6 * 1,6}}{6,596 * 10^{-3}} = 1,098 \frac{\mu H}{m}$$

Por lo tanto, la reactancia por fase es:

$$X = (2\Pi * f)(L') = (2\Pi * 60) (1,098 * 10^{-6}) = 4,1393 * 10^{-4} \frac{\Omega}{m}$$

Finalmente la impedancia serie total \bar{Z} de la línea de trasmisión queda

$$\bar{Z} = (R + jX)(l) = (2,4045 * 10^{-4} + j4,1393 * 10^{-4})(18000) = 8,6166 \angle 59,8479^\circ \Omega \quad (2.118)$$

B) Tensión en el extremo generador.

Con factor de potencia en atraso del 80%

Las componentes de la potencia aparente (S_R) son:

$$|P_R| = S_R * \cos(\theta_R) \quad (2.119)$$

$$|Q_R| = S_R * \sin(\theta_R) \quad (2.120)$$

Donde: $FP = \cos(\theta_R)$ por lo tanto:

$$\theta_R = \cos^{-1} FP = \cos^{-1} (0,8) = \angle 36,8698^\circ$$

Al resolver para $|S_R|$ en la ecuación (2.119) se obtiene en magnitud lo siguiente:

$$|S_R| = \frac{P_R}{\cos(\theta_R)} = \frac{2500}{0,8} = 3125 \text{ kVA}$$

Mientras que para la potencia reactiva $|Q_R|$ de la ecuación (2.120) se tiene que

$$|Q_R| = S_R * \sin(\theta_R) = 3,125 * 10^3 * \sin(36,8698) = 1875 \text{ kVAr} \quad (2.121)$$

Al tener las potencias calculadas se puede calcular la corriente mediante la siguiente ecuación.

$$\bar{I}_R^* = \frac{P_R}{\sqrt{3} * U_R} + j \frac{Q_R}{\sqrt{3} * U_R} = \frac{2500 * 10^3}{\sqrt{3} * 11 * 10^3} + j \frac{1875 * 10^3}{\sqrt{3} * 11 * 10^3} = 131,2159 + j98,4117 \text{ A} \quad (2.122)$$

De tal modo que al conjugar la ecuación (2.122) se obtiene la corriente de carga \bar{I}_R

$$\bar{I}_R = 131,2159 - j98,4117 = 164,0197 \angle -36,8698^\circ \text{ A}$$

Se requiere determinar la tensión en el extremo generador en valores por unidad, por lo tanto

\bar{V}_R , \bar{I}_R y \bar{Z} en valores por unidad queda:

$$\bar{V}_R = 1 \angle 0^\circ \text{ Valor de referencia}$$

$$\bar{I}_{R_pu} = \frac{\bar{I}_R}{I_B} = \frac{164,0197}{524,8638} = 0,3124 \angle -36,8698^\circ$$

$$\bar{Z}_{pu} = \frac{\bar{Z}}{Z_B} = \frac{8,6166 \angle 59,8479^\circ}{12,1} = 0,7121 \angle 59,8478^\circ$$

De tal forma, la tensión en el extremo generador se calcula mediante la segunda ley de Kirchhoff en la Figura 8 es:

$$-\bar{V}_{S_pu} + \bar{I}_{R_pu} * \bar{Z}_{pu} + \bar{V}_{R_pu} = 0$$

$$\bar{V}_{S_pu} = (0,3124 \angle -36,8698^\circ)(0,7121 \angle 59,8479^\circ) + 1 \angle 0^\circ$$

$$\bar{V}_{S_pu} = 1,2048 + j0,0868 = 1,2079 \angle 4,1228^\circ$$

Para calcular el valor real se multiplica \bar{V}_{S_pu} por la tensión base.

$$\bar{V}_S = \bar{V}_{S_pu} * V_B = 1,2079 * 11 * 10^3 = 13287,2819 \angle 4,1228^\circ V$$

- Con factor de potencia unitario

Con el factor de potencia unitario se tiene que la potencia aparente S es igual a la potencia de la carga P_R debido a que no existe ángulo de desfaseamiento, de tal forma Q_R = 0 y por lo tanto la corriente de la carga I_R es.

$$|I_R| = \frac{P_R}{\sqrt{3} * U_R} = \frac{2500 kW}{\sqrt{3} * 11 kV} = 131,216 A$$

Expresando la I en valores por unidad queda:

$$\bar{I}_{R_pu} = \frac{\bar{I}_R}{I_B} = \frac{131,216 \angle 0^\circ}{524,8638} = 0,25 \angle 0^\circ$$

De igual forma como en el caso de solución anterior se calcula la tensión en el extremo generador se tiene:

$$-\bar{V}_{S_pu} + \bar{I}_{R_pu} * \bar{Z}_{pu} + \bar{V}_{R_pu} = 0$$

$$\bar{V}_{R_pu} = (0,25 \angle 0^\circ)(0,7121 \angle 59,8479^\circ) + 1 \angle 0^\circ$$

$$\bar{V}_{R_pu} = 1,0894 + j0,1539 = 1,1002 \angle 8,0428^\circ$$

Para calcular el valor real se multiplica \bar{V}_{S_pu} por la tensión base.

$$\bar{V}_S = \bar{V}_{S_pu} * |V_B| = 1,1002 * 11 * 10^3 = 12,103 * 10^3 \angle 8,0428^\circ V$$

- Con factor de potencia en adelanto del 90%

De las ecuaciones (2.119) y (2.120), se calcula $|S_R|$ y $|Q_R|$

$$|S_R| = 2,777,777 kVA \quad \theta_R = 25,8419^\circ$$

Mientras que la potencia reactiva Q_R es igual a

$$|Q_R| = (2777,777 kVA) * \text{sen}(25,8419^\circ) = 1,210,804 kVAR$$

Ya teniendo el valor de las potencia, se calcula la corriente conjugada I^* de la siguiente forma:

$$\bar{S}_R = \sqrt{3} * \bar{U}_R * \bar{I}_R^*$$

$$\bar{I}_R^* = \frac{\bar{S}}{\sqrt{3} * \bar{V}_R} = \frac{2,777,777 kVA \angle -25,8419^\circ}{\sqrt{3} * 11 * 10^3} = 131,216 - j63,5507 = 145,7955 \angle -25,8419^\circ A$$

$$\bar{I}_R = 131,216 + j63,5507 = 145,7955 \angle 25,8419^\circ A$$

Y en por unidad se tiene:

$$\bar{I}_{R_pu} = \frac{\bar{I}_R}{I_B} = \frac{145,7955 \angle 25,8419^\circ}{524,8638} = 0,2778 \angle 25,8419^\circ$$

Calcular la tensión en el extremo generador como se muestra a continuación:

$$-\bar{V}_{S_pu} + \bar{I}_{R_pu} * \bar{Z}_{pu} + \bar{V}_{R_pu} = 0$$

$$\bar{V}_{S_pu} = (0,2778 \angle 25,8419^\circ)(0,7121 \angle 59,8479^\circ) + 1 \angle 0^\circ$$

$$\bar{V}_{S_pu} = 1,0149 + j0,1973 = 1,0339 \angle 10,9995^\circ$$

C) Porcentaje de regulación de tensión:

Para un factor de potencia de 0,8 en atraso

$$RV \% = \frac{|V_{SC}| - |V_{PC}|}{|V_{PC}|} = \frac{1,2079 - 1}{1} * 100 = 20,79$$

- Para un factor de potencia la unidad

$$RV \% = \frac{|V_{SC}| - |V_{PC}|}{|V_{PC}|} = \frac{1,1002 - 1}{1} * 100 = 10,02$$

- Para un factor de potencia de 0,9 en adelante

$$RV \% = \frac{|V_{SC}| - |V_{PC}|}{|V_{PC}|} = \frac{1,0339 - 1}{1} * 100 = 3,39$$

1.5.2. Línea de transmisión de longitud media Las líneas de transmisión de longitud media son consideradas entre los 80 y 240 km de longitud, en las cuales el parámetro de capacitancia es de importancia para los cálculos. Al igual que la línea de longitud corta los parámetros de la línea de transmisión se consideran de forma concentrada.

El ejemplo 3.2 muestra los valores reales serie y paralelo de la línea de transmisión, de los cuales es posible obtener los parámetros de transmisión. Este ejemplo tiene como propósito poner en práctica mediante el cálculo en valores por unidad el uso de las constantes ABCD:

1.5.2.1. Ejemplo 2 Una línea trifásica de 60 Hz, 230 kV y 150 Km tiene una impedancia serie, $Z = 0,08 + j0,48 \frac{\Omega}{km}$ y una admitancia en derivación $Y = 3,333 * 10^{-6} \frac{S}{km}$ A plena carga, la línea entrega 250 MW con un factor de potencia de 0,99 a 220 kV. Usando el circuito π nominal.

Calcular:

- A) los parámetros ABCD
- B) la tensión y la corriente en el extremo emisor
- C) el porcentaje de regulación de la tensión.

Resuelva usando los valores base de 100 MW (trifásicos) y 230 kV (línea a línea).

Datos del sistema:

$$U_R = 220 \text{ kV} \quad P_R = 250 \text{ MW} \quad Z = 0,08 + j0,48 \frac{\Omega}{\text{km}} \quad Y = 3,333 * 10^{-6} \frac{\text{S}}{\text{km}}$$

$$l = 150 \text{ km} \quad FP = 0,99 \quad F = 60 \text{ Hz}$$

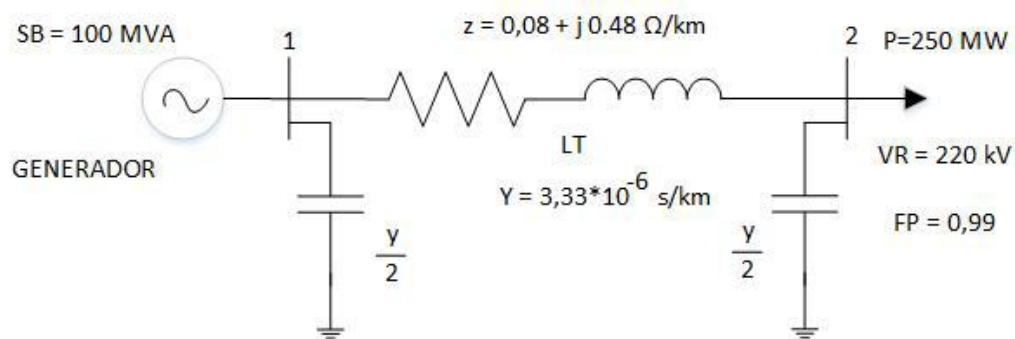


Figura 14. Diagrama unifilar de línea de transmisión media

En la solución de problemas en valores por unidad es necesario establecer primero los valores base del sistema.

$$S_B = 100 \text{ MVA} \quad V_B = 230 \text{ kV} \quad Z_B = \frac{(V_B^2)}{S_B} = \frac{(230)^2}{(100)} = 529 \Omega$$

$$I_B = \frac{S_B}{\sqrt{3} * 11} = \frac{100}{\sqrt{3} * 230} = 251,0219 \text{ A}$$

La impedancia serie y admitancia en derivación totales de la línea quedan:

$$\bar{Z} = zl = (0,08 + j0,48) (150) = 72,9932 \angle 80,5377^\circ \Omega$$

$$\bar{Y} = yl = \left(3,333 * 10^{-6}\right) (150) = 5 * 10^{-4} \angle 90^\circ S$$

Ahora estos valores en por unidad quedan:

$$\bar{Z}_{pu} = \frac{\bar{Z}}{|Z_B|} = \frac{72,9932 \angle 80,5377^\circ}{529} = 0,1380 \angle 80,5377^\circ$$

$$\bar{Y}_{pu} = \frac{\bar{Y}}{|Y_B|} = \frac{1}{\frac{1}{Z_B}} = \frac{5 * 10^{-4} \angle 90^\circ}{\frac{1}{529}} = j0,2645$$

A) Determinación de las constantes ABCD de las ecuaciones (2.84), (2.85) y (2.86).

$$\bar{A} = \bar{D} = 1 + \frac{\bar{Z}\bar{Y}}{2} = 1 + \left[\frac{(0,1380 \angle 80,5377^\circ) (j0,2645)}{2} \right] = 0,982 \angle 0,1751^\circ$$

$$\bar{B} = \bar{Z} = 0,1380 \angle 80,5377^\circ \Omega$$

$$\bar{C} = \bar{Y} + \frac{\bar{Z}^2 \bar{Y}}{4} = \bar{Y} \left(1 + \frac{\bar{Z}\bar{Y}}{4}\right) = j0,2645 \left[1 + \frac{(0,1380 \angle 80,5377^\circ) (j0,2645)}{4}\right] S$$

$$\bar{C} = j0,2645 (0,9910 + j0,0015) = -0,0004 + j0,2621 = 0,2621 \angle 90,0867^\circ S$$

B) Corriente y tensión en el extremo emisor.

De las ecuaciones (2.119) y (2.120), se calcula $|S_R|$ y $|Q_R|$

$$|S_R| = 252,5252 \text{ MVA } \theta_R = 8,1096^\circ$$

Mientras que la potencia reactiva $|Q_R|$ es igual a:

$$|Q_R| = (252,5252) * \text{sen}(8,1096^\circ) = 1,211 \text{ MVar}$$

Ya teniendo el valor de las potencia, se calcula la corriente conjugada \bar{I}_R^* de la siguiente forma:

$$\bar{S}_R = \sqrt{3} * \bar{U}_R * \bar{I}_R^*$$

$$\bar{I}_R^* = \frac{\bar{S}}{\sqrt{3} * \bar{U}_R} = \frac{252,5252 \angle 8,1096^\circ}{\sqrt{3} * 220 * 10^3} = 656,0797 + j93,4861 = 662,7068 \angle 8,1096^\circ \text{ A}$$

$$\bar{I}_R = 656,0797 - j93,4861 = 662,7068 \angle -8,1096^\circ \text{ A}$$

Y en por unidad se tiene:

$$\bar{I}_{R_pu} = \frac{\bar{I}_R}{|I_B|} = \frac{662,7068 \angle -8,1096}{251,0219} = 2,64 \angle -8,1096$$

Mientras que la tensión de carga \bar{V}_R en por unidad es:

$$\bar{V}_R = \frac{\bar{U}_R}{V_B} = \frac{220 \text{ kV}}{230 \text{ kV}} = 0,9565 \angle 0^\circ$$

Finalmente la tensión y la corriente en el extremo emisor se obtienen de las ecuaciones (2.80) y (2.81) respectivamente

$$\bar{V}_S = \bar{V}_R * \left[1 + \frac{\bar{ZY}}{2} \right] + \bar{ZI}_R$$

$$\bar{V}_{S_pu} = (0,9565 \angle 0^\circ) (0,982 \angle 0,1751^\circ) + (0,1380 \angle 80,5377^\circ) (2,64 \angle -8,1096)^\circ$$

$$\bar{V}_{S_pu} = 0,9393 + j0,0029 + 0,11 + j0,3473$$

$$\bar{V}_{S_pu} = 1,0493 + j0,3502 = 1,1062 \angle 18,4574$$

$$\bar{I}_S = V_R \left(\bar{Y} + \frac{\bar{ZY}^2}{4} \right) + \bar{I}_R \left(1 + \frac{\bar{ZY}}{2} \right)$$

$$\bar{I}_{S_pu} = (0,9565 \angle 0^\circ) (0,2621 \angle 90,0867^\circ) + (2,64 \angle -8,1096^\circ) (0,982 \angle 0,1751^\circ)$$

$$\bar{I}_{S_pu} = 2,5673 - j0,1072 = 2,5695 \angle -2,3904^\circ$$

C) el porcentaje de regulación de la tensión.

El porcentaje de regulación de tensión para líneas de transmisión de longitud media se determina a continuación.

$$V_R \% = \frac{\frac{|V_S|}{|A|} - |V_{pc}|}{|V_{pc}|} * 100$$

$$V_R \% = \frac{\frac{|1,1062|}{|0,982|} - |0,9565|}{|0,9565|} * 100 = 17,77$$

1.5.3. Línea de transmisión de longitud larga Las líneas de transmisión largas tienen longitudes superiores a las comprendidas en las líneas medias, la representación de línea de transmisión larga es muy similar a la de línea media, con la diferencia en que los parámetros de transmisión se considera de forma distribuida uniformemente a lo largo de toda la línea.

El ejemplo 3.3 permite calcular tensiones y corrientes mediante la aproximación de líneas medias y largas, con el propósito de comparar los datos obtenidos mediante estas dos aproximaciones.

1.5.3.1. Ejemplo 3 Una línea de transmisión trifásica de 60 Hz tiene una longitud de 281;6275 km. La línea tiene una impedancia serie total de $35 + j140 \Omega$; una admitancia en paralelo de $930 * 10^{-6} S$ Entrega 40 MW a 220 kV con 90% de factor de potencia en atraso. Encuentre la

tensión en el extremo generador mediante a) la aproximación del circuito π nominal, b) la ecuación de las líneas largas y c) la regulación de tensión de los incisos a, y b suponiendo que la tensión en el extremo generador permanece constante.

Realizar los cálculos en valores por unidad tomando una base de 100 MW y 220 kV.

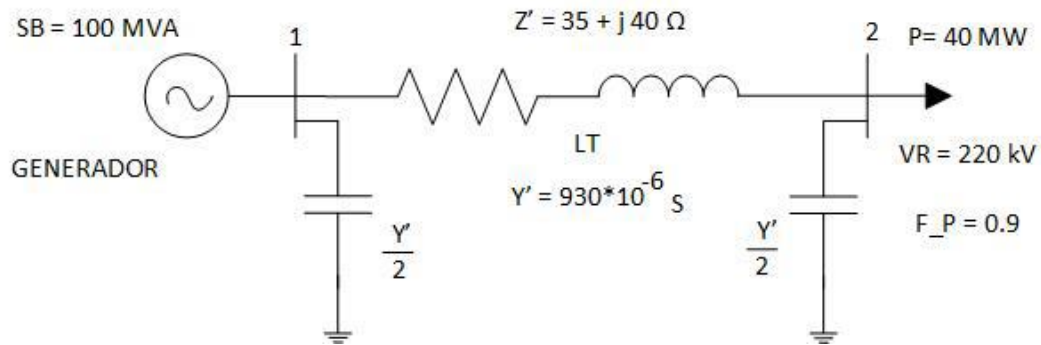


Figura 15. Diagrama unifilar de línea de transmisión larga

Datos del sistema:

$$U_R = 220 \text{ kV} \quad P_R = 40 \text{ MW} \quad Z = 35 + j40 \Omega \quad Y = j930 * 10^{-6} \text{ S}$$

$$FP = 0,9 \quad F = 60 \text{ Hz}$$

Los valores base del sistema son:

$$S_B = 100 \text{ MVA} \quad V_B = 220 \text{ kV} \quad Z_B = \frac{(V_B^2)}{S_B} = \frac{(220)^2}{(100)} = 484 \Omega$$

$$I_B = \frac{S_B}{\sqrt{3} * U_R} = \frac{100}{\sqrt{3} * 220} = 262,4319 \text{ A}$$

De las ecuaciones (2.119) y (2.120), se calcula $|S_R|$ y $|Q_R|$

$$|S_R| = 44,4445 \text{ MVA} \quad \theta_R = 25,8419^\circ$$

Mientras que la potencia reactiva $|Q_R|$ es igual a:

$$|Q_R| = (44,4445) * \text{sen}(25,8419^\circ) = 19,3729 \text{ kVAr}$$

Al calcular el valor de las potencias, se calcula la corriente conjugada I^* de la siguiente forma:

$$\overline{S_R} = \sqrt{3} * \overline{U_R} * I_R^*$$

$$\overline{I_R^*} = \frac{S_R}{\sqrt{3} * \overline{U_R}} = \frac{44,4445 \angle 25,8419^\circ}{\sqrt{3} * 220 * 10^3} = 104,9729 + j50,8406 = 116,6366 \angle 25,8419^\circ \text{ A}$$

$$\overline{I_R} = 104,9729 - j50,8406 = 116,6366 \angle -25,8419^\circ \text{ A}$$

Los valores reales expresados en por unidad quedan:

$$\overline{I_{R-pu}} = \frac{\overline{I_R}}{|I_B|} = \frac{116,6366 \angle -25,8419^\circ}{262,4319} = 0,4444 \angle -25,8419^\circ$$

$$\overline{Z_{pu}} = \frac{\overline{Z}}{Z_B} = \frac{35 + j140}{484} = 0,0723 + j0,2893 = 0,2982 \angle 75,9638^\circ$$

$$\overline{Y_{pu}} = \frac{Y}{|Y_B|} = \frac{Y}{\frac{1}{|Z_R|}} = \frac{930 * 10^{-6} * j}{\frac{1}{484}} = j0,4501$$

$$P_{R-pu} = \frac{|P_R|}{|S_B|} = \frac{40}{100} = 0,4$$

$$Q_{R-pu} = \frac{|Q_R|}{|S_B|} = \frac{19,3729}{100} = 0,19372$$

A) Solución mediante la aproximación de línea de longitud media.

Mientras que la tensión de carga en $\overline{V_R}$ por unidad es:

$$\bar{V}_R = \frac{\bar{U}_R}{V_B} = \frac{220\angle 0^\circ}{220} = 1\angle 0^\circ$$

Determinación de las constantes ABCD de las ecuaciones (2.84), (2.85) y (2.86).

$$\bar{A} = \bar{D} = 1 + \frac{\bar{Z}\bar{Y}}{2} = 1 + \left[\frac{(0,2982\angle 75,9638^\circ)(j0,4501)}{2} \right] = 0,9355\angle 0,9974^\circ$$

$$\bar{B} = \bar{Z} = 0,2982\angle 75,9638^\circ \Omega$$

$$\bar{C} = \bar{Y} + \frac{\bar{Z}\bar{Y}^2}{4} = \bar{Y}\left(1 + \frac{\bar{Z}\bar{Y}}{4}\right) = j0,4501 \left[1 + \frac{(0,2982\angle 75,9638^\circ)(j0,4501)}{4} \right] S$$

$$\bar{C} = -0,0037 + j0,4354 = 0,4355\angle 90,4820^\circ S$$

Finalmente la tensión y la corriente en el extremo emisor se obtienen de las ecuaciones (2.80)

y (2.81) respectivamente:

$$\bar{V}_S = \bar{V}_R * \left[1 + \frac{\bar{Z}\bar{Y}}{2} \right] + \bar{Z}\bar{I}_R$$

$$\bar{V}_S = \bar{A}\bar{V}_R + \bar{B}\bar{I}_R$$

$$\bar{V}_{S_pu} = (1\angle 0^\circ)(0,9355\angle 0,9974^\circ) + (0,2982\angle 75,9638^\circ)(0,4444\angle -25,8419^\circ)$$

$$\bar{V}_{S_pu} = 1,0203 + j0,1172 = 1,027\angle 6,5528^\circ$$

$$\bar{I}_S = \bar{V}_R\left(\bar{Y} + \frac{\bar{Z}\bar{Y}^2}{4}\right) + \bar{I}_R\left(1 + \frac{\bar{Z}\bar{Y}}{2}\right)$$

$$\bar{I}_{S_pu} = (1\angle 0^\circ)(0,4459\angle 90,4705^\circ) + (0,4444\angle -25,8419^\circ)(0,9815\angle 0,9499^\circ)$$

$$\bar{I}_{S_pu} = 0,392 - j0,2623 = 0,4717\angle 33,7873^\circ$$

Para calcular el valor real se multiplica \bar{V}_{S-pu} e \bar{I}_{S-pu} por sus valores base.

$$\bar{I}_S = \bar{I}_{S-pu} * I_B = (0,4717 \angle 33,7873^\circ) * (251,0219) = 118,3961 \angle 33,7873^\circ \text{ A}$$

$$\bar{V}_S = \bar{V}_{S-pu} * V_B = (1,027 \angle 6,5528^\circ) * (220 \text{ kV}) = 225,950 \angle 6,5528^\circ \text{ V}$$

El porcentaje de regulación de tensión para líneas de transmisión de longitud media se determina a continuación:

$$\%RV = \frac{\frac{|V_S|}{|A|} - |V_{RPC}|}{|V_{RPC}|} * 100$$

$$\%RV = \frac{\frac{|1,027|}{|0,9355|} - |1|}{|1|} * 100 = 9,78$$

B) Solución mediante las ecuaciones de líneas de longitud larga.

Para iniciar los cálculos se tienen que tener en cuenta las ecuaciones (2.66) y (2.68)

$$(\gamma l) = (\sqrt{zy} * l) = \sqrt{|Z||Y|} \angle \frac{\theta_Z + \theta_Y}{2}$$

$$\gamma l = \sqrt{(144,3087)(930 * 10^{-6})} = \sqrt{0,1342} \angle \frac{75,9638^\circ + 90^\circ}{2}$$

$$\gamma l = \alpha + j\beta = 0,0448 + j0,3636 = 0,3663 \angle 82,9819^\circ$$

Donde

- $\alpha = 0,0448$
- $\beta = 0,3636$
- $0,3636 \text{ rd} = \angle 20,8327^\circ$

$$\bar{Z}_C = \sqrt{\frac{zl}{yl}} = \sqrt{\frac{|Z|}{|Y|}} \angle \frac{\theta_Z - \theta_Y}{2}$$

$$\bar{Z}_C = \sqrt{\frac{(144,3087)}{(930 * 10^{-6})}} \angle \frac{75,9638^\circ - 90^\circ}{2}$$

$$\bar{Z}_C = 393,9171 \angle -7,0181^\circ \Omega$$

Que expresada \bar{Z}_C en valores por unidad queda

$$\bar{Z}_{C_pu} = \frac{\bar{Z}_C}{Z_B} = \frac{393,9171 \angle -7,0181^\circ}{484} = 0,8139 \angle -7,0181^\circ$$

$$\cosh(\gamma l) = \cosh(\alpha + j\beta) = \frac{e^\alpha e^{j\beta} + e^{-\alpha} e^{-j\beta}}{2} = \frac{1}{2} (e^\alpha \angle \beta + e^{-\alpha} \angle -\beta)$$

$$\cosh(\gamma l) = \frac{1}{2} [e^{0,0448} \angle 20,8327^\circ + e^{-0,0448} \angle -20,8327^\circ]$$

$$\cosh(\gamma l) = 0,9356 + j0,0159 = 0,9357 \angle 0,9760^\circ$$

$$\sinh(\gamma l) = \sinh(\alpha + j\beta) = \frac{e^\alpha e^{j\beta} - e^{-\alpha} e^{-j\beta}}{2} = \frac{1}{2} (e^\alpha \angle \beta - e^{-\alpha} \angle -\beta)$$

$$\sinh(\gamma l) = \frac{1}{2} [e^{0,0448} \angle 20,8327^\circ - e^{-0,0448} \angle -20,8327^\circ]$$

$$\sinh(\gamma l) = 0,0419 + j0,3560 = 0,3585 \angle 83,2897^\circ$$

La tensión y corriente en el extremo generador se obtienen mediante las ecuaciones (2.47) y (2.48).

$$\bar{V}_S = \cosh(\gamma l) \bar{V}_R + \bar{Z}_C \sinh(\gamma l) \bar{I}_R$$

$$\bar{V}_{S_pu} = \cosh(\gamma l) \bar{V}_{R_pu} + \bar{Z}_{C_pu} \sinh(\gamma l) \bar{I}_{R_pu}$$

$$\bar{V}_{S_pu} = (0,9357 \angle 0,9760^\circ) (1 \angle 0^\circ) + (0,8139 \angle -7,0181^\circ) (0,3585 \angle 83,2897^\circ) (0,4444 \angle -25,8419^\circ)$$

$$\bar{V}_{S_pu} = 1,0182 + j0,1159 = 1,0247 \angle 6,4937^\circ$$

$$\bar{I}_S = \frac{1}{Z_C} \sinh(\gamma z) V_R + \cosh(\gamma z) I_R$$

$$\bar{I}_{S_pu} = \frac{1}{Z_{C_pu}} \sinh(\gamma z) V_{R_pu} + \cosh(\gamma z) I_{R_pu}$$

$$\bar{I}_{S_pu} = \frac{1}{0,8139 \angle -7,0181^\circ} (0,3585 \angle 83,2897^\circ) (1 \angle 0^\circ) + (0,9357 \angle 0,9760^\circ) (0,4444 \angle -25,8419^\circ)$$

$$\bar{I}_{S_pu} = 0,3749 + j0,2656 = 0,4595 \angle 35,3165^\circ$$

Por último, la regulación de tensión se determina mediante la siguiente ecuación usando $\bar{A} = \cosh(\gamma l)$

$$\%RV = \frac{\frac{|V_S|}{|A|} - |V_{RPC}|}{|V_{RPC}|} * 100$$

$$\%RV = \frac{\frac{|1,0247|}{|0,9357|} - |1|}{|1|} * 100 = 9,51$$

Finalmente se comprueba mediante estas dos aproximaciones, que donde la exactitud sea un requisito se opta por el método de líneas largas.

2. Condiciones eléctricas en los extremos de una línea

Las magnitudes a calcular en una línea de transmisión básicamente son: las tensiones y las potencias en el extremo emisor y receptor. Pero para realizar dichos cálculos se tiene que tener en cuenta las condiciones de operación de la línea; por lo general, en los cálculos se supone conocida la tensión y potencia activa en uno de sus extremos (emisor o receptor). Existirán como mínimo tres casos, cuyo cálculo se explica a continuación, pero antes de realizar dichos cálculos tener en cuenta que:

- El método empleado, será el de las constantes auxiliares, ya que permite el estudio de líneas eléctricas sin importar su longitud.
- Siempre suponer sistemas conectados en estrella, o convertidos de triángulo a estrella. $(U)^1$, son $\sqrt{3}$ veces mayores que las de fase (entre fase y neutro) $(V)^2$
- Las variables U ; I ; P al inicio de línea (extremo emisor) se simbolizan con el subíndice (S), mientras que al del final de la línea (extremo receptor) se hace con el subíndice (R).

A continuación, se presentan los 3 casos posibles que se plantean para conocer las condiciones de operación de la línea en los extremos ya sea en el extremo emisor o receptor, cada uno de estos presentan condiciones de operación diferentes; se pueden conocer los valores completos en cada uno de los extremos o puede aparecer el caso en el cuál se conocen variables en ambos extremos de la línea.

¹ Valor de la tensión de línea, se toma como referencia (este valor es el nominal de la línea)

² Representa la tensión fase

- Primer caso: conocido $P_R, U_R, \theta_R, A, B, C, D$
- segundo caso: conocido $P_S, U_S, I_S, A, B, C, D$
- tercer caso: conocido $P_R, U_S, \theta_R, A, B, C, D$

La información que se presenta a continuación fue tomada del siguiente texto)Rosas, 2002, P.54).

2.1. Caso 1: Conocidas las condiciones de operación en el extremo receptor ($P_R, U_R, \theta_R, A, B, C, D$)

Conocidas las condiciones al final de la línea, se pueden hallar las condiciones al principio de la línea como se presenta a continuación, con el fin, de tener definido los parámetros de la línea tanto en el extremo emisor como en el extremo receptor, para ello, se tiene en cuenta las relaciones de potencias, tensión y corriente:

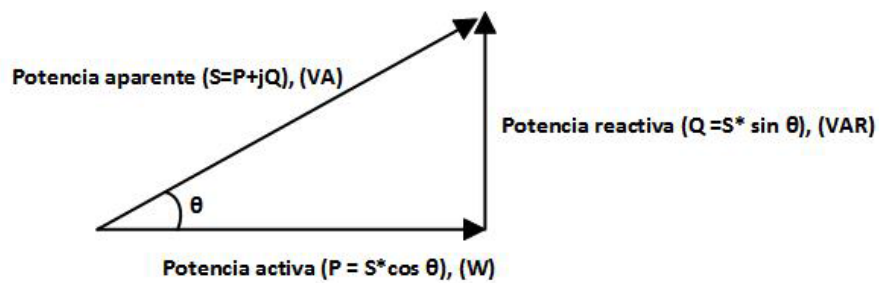


Figura 16. Triángulo de potencias de un sistema eléctrico

Así:

$$P = S * \cos \theta \quad Q = S * \sin \theta = P * \tan \theta \quad S = \frac{P}{\cos \theta} = \frac{Q}{\sin \theta} \quad Q = P \tan \theta$$

Las expresiones para la potencia del sistema trifásico en el extremo receptor vienen determinadas por las siguientes ecuaciones (3.1):

$$P_R = U_R * I_R * \sqrt{3} * \cos \theta_R = S_R * \cos(\theta_R) \quad Q_R = U_R * I_R * \sqrt{3} * \sin \theta_2 = S_R * \sin(\theta_R) \quad \bar{S}_R = P_R + jQ_R$$

$$\bar{S}_R = \sqrt{P^2 + Q^2} \angle \theta_R = \bar{U}_R * \bar{I}_R^* * \sqrt{3} \quad (3.1)$$

El ángulo de la potencia aparente es el ángulo total, el cual, se obtiene mediante la siguiente ecuación (3.2):

$$\theta_R = \theta_{U_R} - \theta_{I_R} \quad (3.2)$$

Con las expresiones (3.1) y (3.2), se tienen las condiciones para iniciar los cálculos de las magnitudes eléctricas faltantes en el extremo emisor y receptor.

1. Conocidos P_R y θ_R , se calculan las potencia aparente y reactiva, es decir, (S_R y Q_R)

$$|S_R| = \frac{P_R}{\cos(\theta_R)} \quad |Q_R| = S_R * \sin(\theta_R)$$

1. La magnitud de tensión al final de la línea es normalmente conocida, pero no su ángulo. Pero para simplificar los cálculos se puede asignar un valor de referencia de cero ($\theta_{U_R} = 0$).

2. Para calcular \bar{I}_R , hace uso de la siguiente ecuación (3.3).

$$\bar{I}_R = \frac{S_R}{\sqrt{3} * \bar{U}_R} \angle (\theta_{U_R} - \theta_2) \quad (3.3)$$

3. Conocidas la tensión y corriente al final de la línea, se aplican las expresiones características de la línea como se detalla en las siguientes ecuaciones (3.4), con el fin, de obtener la tensión y la corriente al principio de la misma.

$$\begin{aligned} \bar{V}_S &= \bar{V}_R * \bar{A} + \bar{I}_R * \bar{B} \\ \bar{I}_S &= \bar{V}_R * \bar{C} + \bar{I}_R * \bar{D} \end{aligned} \tag{3.4}$$

En forma matricial la ecuación (3.4) se representa como se ve a continuación:

$$\begin{bmatrix} \bar{V}_S \\ \bar{I}_S \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \bar{A} & \bar{B} \\ \bar{C} & \bar{D} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \bar{V}_R \\ \bar{I}_R \end{bmatrix}$$

Teniendo en cuenta: $\bar{V}_R = \frac{\bar{U}_R}{\sqrt{3}}$

4. Conocidas la tensión y corriente de fase en el extremo emisor de línea, se procede a calcular los valores de línea, y se hace de la siguiente manera teniendo en cuenta las siguientes expresiones (3.5):

$$\bar{I}'_S = \bar{I}_S \quad \bar{U}_S = \bar{V}_S * \sqrt{3} \quad \theta_S = \theta_{U_S} - \theta_{I_S} \tag{3.5}$$

5. Ahora se procede a calcular las potencias activa, reactiva y aparente, en el extremo emisor teniendo en cuenta las siguientes ecuaciones (3.6):

$$\begin{aligned} P_S &= U_S * I_S * \sqrt{3} * \cos \theta_S \quad Q_S = U_S * I_S * \sqrt{3} * \sin \theta_S \quad \bar{S}_S = P_S + jQ_S \\ \bar{S}_S &= \sqrt{P_S^2 + Q_S^2} \angle \theta_S = \bar{U}_S * \bar{I}'_S * \sqrt{3} \end{aligned} \tag{3.6}$$

6. Finalmente, se presenta a modo de resumen el paso a paso de como se deben realizar los cálculos; y así, obtener las condiciones de operación de la línea como se ve a continuación:

$$\left. \begin{matrix} P_R \\ \theta_R \\ \bar{U}_R \end{matrix} \right\} \rightarrow \begin{matrix} Q_R \\ \bar{S}_R \end{matrix} \rightarrow \bar{I}_R = \frac{S_R}{\sqrt{3} * U_R} \angle (\theta_{U_R} - \theta_R) \rightarrow \begin{matrix} \bar{V}_S = \bar{V}_R * \bar{A} + \bar{I}_R * \bar{B} \\ \bar{I}_S = \bar{V}_R * \bar{C} + \bar{I}_R * \bar{D} \end{matrix} \rightarrow \left. \begin{matrix} \bar{U}_S \\ \bar{I}_S \\ \theta_S \\ P_S \\ Q_S \\ \bar{S}_S \end{matrix} \right\}$$

2.2. Caso 2: Conocidas las condiciones de operación en el extremo emisor
 ($P_S, \theta_S, U_S, A, B, C, D$)

Conocidas las condiciones al inicio de la línea, se pueden hallar las condiciones al final de la línea como se presenta a continuación, con el fin, de tener definido los parámetros de la línea tanto en el extremo emisor como en el extremo receptor, para ello, se tiene en cuenta las relaciones de potencias, tensión y corriente:

A continuación se describen los pasos para determinar las variables faltantes en el extremo receptor y emisor:

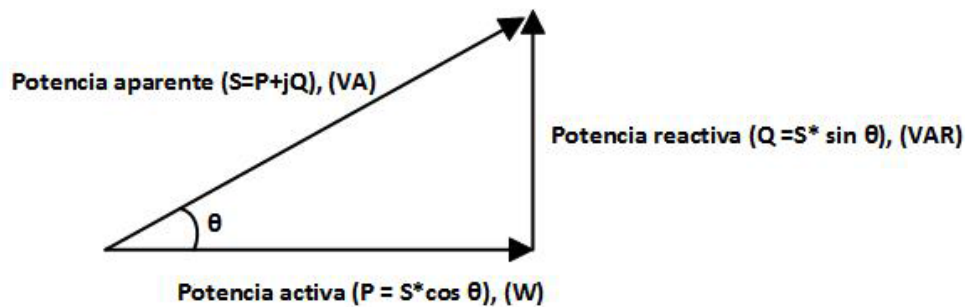


Figura 17. Triángulo de potencias

Así:

$$P = S * \cos \theta \quad Q = S * \sin \theta = P * \tan \theta \quad S = \frac{P}{\cos \theta} = \frac{Q}{\sin \theta} \quad Q = P \tan \theta$$

Las expresiones para la potencia del sistema trifásico en el extremo emisor vienen determinadas por las siguientes ecuaciones (3.7):

$$P_S = U_S * I_S * \sqrt{3} * \cos \theta_S = S_S * \cos(\theta_S) \quad Q_S = U_S * I_S * \sqrt{3} * \sin \theta_S = S_S * \sin(\theta_S) \quad \bar{S}_S = P_S + jQ_S$$

$$\bar{S}_S = \sqrt{P_S^2 + Q_S^2} \angle \theta_S = \bar{U}_S * \bar{I}_S^* * \sqrt{3} \tag{3.7}$$

El ángulo de la potencia aparente es el ángulo total, el cual, se obtiene mediante la siguiente expresión (3.8):

$$\theta_S = \theta_{U_S} - \theta_{I_S} \quad (3.8)$$

Con las expresiones anteriores (3.7) y (3.8), se tienen las condiciones para iniciar los cálculos de las magnitudes eléctricas faltantes en el extremo emisor y receptor.

1. Conocidos P_S y θ_S se calculan las potencia aparente y reactiva, es decir, (S_S y Q_S)

$$|S_S| = \frac{P_S}{\cos(\theta_S)} \quad |Q_S| = S_S * \sin(\theta_S)$$

1. En este caso, debe ser conocido no sólo el módulo de la tensión al principio de línea, sino también su ángulo, ya que ahora este no puede considerarse nulo.

2. Para calcular (\bar{I}_S) se tiene en cuenta la siguiente expresión (3.9) :

$$\bar{I}_S = \frac{S_S}{\sqrt{3} * U_S} \angle(\theta_{U_S} - \theta_S) \quad (3.9)$$

3. Aplicando las ecuaciones (3.10) del método de las constantes auxiliares, y conocidos los valores en el extremo emisor de la línea; se determina la tensión y la corriente en el extremo receptor de la misma:

$$\begin{aligned} V_R &= \bar{V}_S * \bar{A} - \bar{I}_S * \bar{B} \\ \bar{I}_R &= -\bar{V}_S * \bar{C} + \bar{I}_S * \bar{D} \end{aligned} \quad (3.10)$$

En forma matricial la ecuación (3.10) se tiene:

$$\begin{bmatrix} V_R \\ I_R \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \bar{A} & -\bar{B} \\ -\bar{C} & \bar{D} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_S \\ I_S \end{bmatrix}$$

Teniendo en cuenta: $\bar{V}_S = \frac{\bar{U}_S}{\sqrt{3}}$

4. Conocidas la tensión y corriente de fase en el extremo receptor de la línea, se procede a calcular los valores de línea, y se hace de la siguiente manera teniendo en cuenta las siguientes expresiones (3.11):

$$\bar{I}_R = \bar{I}_R \quad \bar{U}_R = \bar{V}_R * \sqrt{3} \quad \theta_R = \theta_{U_R} - \theta_{I_R} \quad (3.11)$$

5. Ahora se procede a calcular las potencias activa, reactiva y aparente, en el extremo receptor de la línea teniendo en cuenta las siguientes ecuaciones (3.12).

$$P_R = U_R * I_R * \sqrt{3} * \cos \theta_R \quad Q_R = U_R * I_R * \sqrt{3} * \sin \theta_R \quad \bar{S}_R = P_R + jQ_R$$

$$\bar{S}_R = \sqrt{P_R^2 + Q_R^2} \angle \theta_R = \bar{U}_R * \bar{I}_R^* * \sqrt{3} \quad (3.12)$$

6. Finalmente, se presenta a modo de resumen el paso a paso de como se deben realizar los cálculos; y así, obtener las condiciones de operación de la línea como se ve a continuación:

$$\left. \begin{matrix} P_S \\ \theta_S \\ \bar{U}_S \end{matrix} \right\} \rightarrow \begin{matrix} Q_S \\ \bar{S}_S \end{matrix} \rightarrow I_S = \frac{S_S}{\sqrt{3} * U_S} \angle (\theta_{U_S} - \theta_S) \rightarrow \begin{matrix} \bar{V}_R = \bar{V}_S * \bar{D} - \bar{I}_S * \bar{B} \\ \bar{I}_R = -\bar{V}_S * \bar{C} + \bar{I}_S * \bar{A} \end{matrix} \rightarrow \left\{ \begin{matrix} \bar{U}_R \\ \bar{I}_R \\ \theta_R \\ P_R \\ Q_R \\ \bar{S}_R \end{matrix} \right.$$

2.3. Caso 3: Conocidas las condiciones de operación en forma combinada (P_R, U_S, θ_R, A, B, C, D)

El cálculo de las magnitudes eléctricas en este caso de operación es más complejo, ya que en los casos anteriores se conocía las variables necesarias en uno de los extremos de la línea; para definir completamente la operación de la línea en los dos extremos. Sin embargo, en este caso se tienen

algunas magnitudes del extremo emisor y receptor, resultando inoperantes las fórmulas utilizadas en los casos anteriores.

Para este caso de estudio se parte inicialmente de la ecuación de tensión de una línea corta, con el fin, de obtener una formula general que permita realizar el cálculo para líneas de cualquier longitud.

La ecuación de la tensión en una línea corta es la correspondiente a un circuito formado por la impedancia serie total de la línea, la corriente y las tensiones en los extremos. Este modelo de líneas cortas se encuentra en la Figura 8 y de ésta se deduce la siguiente expresión (3.13):

$$-\bar{V}_S + \bar{Z}\bar{I}_R + \bar{V}_R = 0$$

$$\bar{V}_R = \bar{V}_S - \bar{Z} * \bar{I}_R = \bar{V}_S - (R + jX)\bar{I}_R \quad (3.13)$$

Se toma la tensión de fase en el extremo receptor de la línea, como valor de referencia:

$$\bar{V}_R = V_R \angle 0^\circ$$

Se utiliza la ecuación (3.14), la cual, representa la potencia trifásica con valores de fase, y se comprueba que se cumple la siguiente igualdad:

$$\bar{I}_R = \left(\frac{\bar{S}_R}{3 * \bar{V}_R} \right)^* = \left(\frac{\sqrt{3} * \bar{U}_R * \bar{I}_R^*}{3 * \bar{V}_R} \right)^* = \left(\frac{\sqrt{3} * \bar{V}_R * \sqrt{3} * \bar{I}_R^*}{3 * \bar{V}_R} \right)^* = (\bar{I}_R^*)^* = \bar{I}_R \quad (3.14)$$

La potencia aparente conjugada puede expresarse también como se observa en la siguiente ecuación (3.15):

$$\bar{S}_R^* = P_R - jQ_R \quad (3.15)$$

Bajo éstas consideraciones en las ecuaciones (3.14) y (3.15), se reemplazan en la ecuación (3.13) obteniéndose la expresión (3.16), la cual, representa la tensión en el extremo emisor de la línea en los nuevos terminos.

$$\bar{V}_S = \bar{V}_R + \bar{Z} * \bar{I}_R = \bar{V}_R + (R + jX) \left(\frac{\bar{S}_R}{3 * \bar{V}_R} \right)^*$$

$$\bar{V}_S = \bar{V}_R + (R + jX) \left(\frac{P_R + jQ_R}{3 * \bar{V}_R} \right)^* = \bar{V}_R + (R + jX) \left(\frac{P_R - jQ_R}{3 * \bar{V}_R} \right) \quad (3.16)$$

Al separar las partes reales y las imaginarias de la ecuación (3.16), se obtiene la siguiente expresión (3.17)

$$\bar{V}_S = \left(\bar{V}_R + \frac{R * P_R + X * Q_R}{3 * \bar{V}_R} \right) + j \left(\frac{X * P_R - R * Q_R}{3 * \bar{V}_R} \right) \quad (3.17)$$

A continuación se convierte las tensiones de fase, en tensiones de línea, y se divide todos los términos de la ecuación (3.17) por $\sqrt{3}$, y se obtiene la ecuación (3.18) que se presenta a continuación:

$$\frac{\bar{U}_S}{\sqrt{3} * \sqrt{3}} = \left(\frac{\bar{U}_R}{\sqrt{3} * \sqrt{3}} + \frac{R * P_R + X * Q_R}{3 * \bar{U}_R} * \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{3}} \right) + j \left(\frac{X * P_R - R * Q_R}{3 * \bar{U}_R} * \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{3}} \right) \quad (3.18)$$

Simplificando la ecuación (3.18), se obtiene la ecuación (3.19) que permite deducir tanto la caída de tensión aproximada de una línea, como la fórmula para obtener la tensión en el extremo emisor bajo las condiciones consideradas.

$$\bar{U}_S = \left(\bar{U}_R + \frac{R * P_R + X * Q_R}{\bar{U}_R} \right) + j \left(\frac{X * P_R - R * Q_R}{\bar{U}_R} \right) \quad (3.19)$$

Al multiplicar ambos lados de la ecuación (3.19) por su conjugado complejo, y considerando que la tensión en el extremo receptor de la línea es un vector sin ángulo de desfase (con 0°), se puede considerar la tensión como un escalar.

$$\bar{U}_S * \bar{U}_S^* = [(A + jB)(A - jB)] = [A^2 - jAB + jAB + B^2] = A^2 + B^2 \quad (3.20)$$

Si se considera la propiedad (3.20) y al aplicarla a la ecuación (3.19) de \overline{U}_S , se obtiene la ecuación (3.21):

$$U_S^2 = \left[U_R^2 + \left(\frac{R * P_R + X * Q_R}{U_R} \right)^2 + 2 * \left(U_R * \frac{R * P_R + X * Q_R}{U_R} \right) \right] + \left[\frac{(P_R * X)^2 + (Q_R * R)^2 - 2 * P_R * X * Q_R * R}{U_R^2} \right] \quad (3.21)$$

Operando y eliminando los términos comunes de la expresión (3.21) se tiene la ecuación (3.22):

$$U_S^2 = U_R^2 + \frac{(R * P_R)^2 + (X * Q_R)^2 + 2 * (R * P_R * X * Q_R)}{U_R^2} + 2(R * P_R + X * Q_R) + \frac{(P_R * X)^2 + (Q_R * R)^2 - 2 * P_R * X * Q_R * R}{U_R^2} \quad (3.22)$$

Agrupando términos de la ecuación (3.22), se obtiene la siguiente expresión (3.23):

$$U_S^2 = U_R^2 + 2(R * P_R + X * Q_R) + \frac{(R * P_R)^2 + (X * Q_R)^2 + (X * P_R)^2 + (R * Q_R)^2}{U_R^2} \quad (3.23)$$

Y teniendo en cuenta la siguiente propiedad:

$$(|\overline{S}| \cdot |\overline{Z}|)^2 = |\overline{S}|^2 \cdot |\overline{Z}|^2 = (P^2 + Q^2)(R^2 + X^2) = (PR)^2 + (PX)^2 + (QR)^2 + (QX)^2 \quad (3.24)$$

Y al aplicar la expresión (3.24) en la ecuación (3.23) para U_S^2 se tiene:

$$U_S^2 = U_R^2 + \frac{(Z * S_R)^2}{U_R^2} + 2(R * P_R + X * Q_R) \quad (3.25)$$

Siendo (Z) , y (S_R) , los módulos respectivos de la impedancia de línea y de la potencia aparente del extremo receptor de la línea.

De este modo se obtiene la siguiente ecuación (3.26) para líneas cortas:

$$U_R^4 + [2(R * P_R + X * Q_R) - U_S^2] * U_R^2 + (Z * S_R)^2 = 0 \tag{3.26}$$

En esta ecuación todos los términos son conocidos, excepto (U_R) aunque se puede obtener fácilmente su magnitud pero no su ángulo, pero se le puede asignar un valor de 0° por ser la tensión al final de la línea. y así, tener una ecuación generalizada para cualquier tipo de línea.

A partir de la ecuación de la tensión al principio de la línea para líneas cortas se tiene:

$$\bar{V}_S = \bar{V}_R + \bar{Z} * \bar{I}_R \tag{3.27}$$

Si se compara con la misma ecuación (3.27), pero ahora dada para líneas largas (método de las constantes auxiliares) ecuación (3.28):

$$\bar{V}_S = \bar{V}_R * \bar{A} + \bar{I}_R * \bar{B} \tag{3.28}$$

Y al dividir toda la expresión (3.28) en A, se tiene la ecuación (3.29):

$$\frac{\bar{V}_S}{\bar{A}} = \bar{V}_R + \frac{\bar{B}}{\bar{A}} * \bar{I}_R \tag{3.29}$$

Esta ecuación representa la tensión en el circuito equivalente de Thevenin de la línea, visto desde el extremo receptor, la cual se puede demostrar de la siguiente forma:

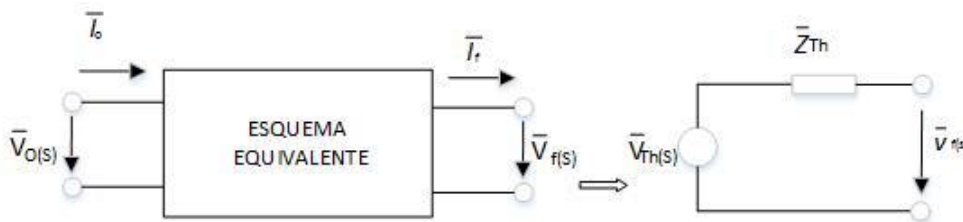


Figura 18. Equivalente de thevenin de una línea visto desde el extremo receptor

Donde

$$\bar{V}_{STh} = \bar{V}_R + \bar{Z}_{Th} * \bar{I}_R$$

Siendo

$$\bar{U}_{STh} = \frac{\bar{U}_S}{A} \quad Y \quad \bar{Z}_{Th} = \frac{\bar{B}}{A} = (R_{Th} + X_{Th}) \quad (3.30)$$

El cálculo de la tensión al final de línea puede realizarse a partir de la ecuación (3.26) obtenida para líneas cortas, pero ahora, se sustituye en ésta los últimos términos dados por las expresiones (3.30) para obtener la siguiente ecuación (3.31):

$$U_R^4 + [2(R_{Th} * P_R + X_{Th} * Q_R) - U_{STh}^2] * U_R^2 + (Z_{Th} * S_R)^2 = 0 \quad (3.31)$$

Ésta ecuación permite obtener la tensión de línea en el extremo receptor, sin importar el tipo de línea y su longitud.

Con estos requisitos el problema se convierte en el resuelto para el caso de la sección 3.1:

$(\bar{U}_S, \bar{U}_R, P_R, \theta_R)$. Y a modo de resumen se tiene:

$$\left. \begin{array}{l} P_R \\ \theta_R \\ \bar{U}_R = U_R \angle 0^\circ \end{array} \right\} \rightarrow \begin{array}{l} Q_R \\ \bar{S}_R \end{array} \rightarrow \begin{array}{l} \bar{V}_S = \bar{V}_R * \bar{A} + \bar{I}_R * \bar{B} \\ \bar{I}_S = \bar{V}_R * \bar{C} + \bar{I}_R * \bar{D} \end{array} \rightarrow \left\{ \begin{array}{l} \bar{U}_1 \\ \bar{I}_1 \\ \theta_S \\ P_S \\ Q_S \\ \bar{S}_S \end{array} \right.$$

3. Evaluación del desempeño y operación de una línea

Las líneas de transmisión de energía eléctrica deben cumplir en su operación con tres requisitos básicos los cuales son: seguridad, calidad y confiabilidad. La seguridad tiene que ver con la protección de los diferentes elementos que componen un sistema de potencia, está debe ir encaminada principalmente a evitar situaciones de riesgo que pongan en peligro la pérdida de vidas humanas. Así, la seguridad del sistema estará encaminada a evitar cualquier incidente con personal que trabaje en el sistema eléctrico bajo cualquier condición de operación. En cuanto a la calidad, existen una serie de limitaciones técnicas que condicionarán cualquier instalación; por ejemplo, los aislantes sólo pueden soportar unas tensiones determinadas; así mismo, la corriente que circula por las líneas no debe sobrepasar valores preestablecidos por el diámetro del conductor que se utiliza para la transmisión, etc. Finalmente, la operación deberá cumplir con la confiabilidad, esta se define como la probabilidad de funcionamiento a pesar de situaciones adversas en la operación del sistema, una situación posible es que a pesar que un circuito salga de operación, el sistema debe seguir en normal funcionamiento a pesar de la contingencia.

Puesto que las líneas de transmisión hacen parte del sistema eléctrico de potencia, y éstas a su vez, deben cumplir con las tres condiciones expuestas anteriormente, existen diversos conceptos que buscan limitar la operación de la línea en rangos confiables y seguros de operación, muchos de estos conceptos son tenidos en cuenta a la hora de desarrollar el diseño de la línea, un ejemplo es la regulación de tensión y la eficiencia, la regulación de tensión tiene que ver con el rango de operación de los niveles de tensión, la eficiencia de potencia, considera el correcto

aprovechamiento de la potencia activa que se transmite, a estos conceptos se suman la cargabilidad, el SIL, los perfiles de tensión, el factor de potencia entre otros, todos éstos permiten establecer las condiciones y limitaciones con las cuales puede operar la línea.

Una de las mayores dificultades en la operación de un sistema eléctrico de potencia es mantener un nivel de tensión similar en los distintos nodos. Una solución a esta dificultad se implementa mediante la utilización de la compensación en las líneas, para éste capítulo se presentan dos ejemplos con el fin de introducir los conceptos de compensación tradicional en paralelo y serie con inductores y capacitores respectivamente. Finalmente se referencia acerca de los FACTS (Sistemas Flexibles de Transmisión de AC, siglas en inglés), que son los dispositivos tecnológicos que permiten hacer compensación de una manera eficiencia y automática.

3.1. Regulación de tensión

La variación de la tensión de la línea se puede presentar mediante la utilización de las constantes generalizadas (A; B; CyD), en tal caso, la regulación de tensión utiliza estas constantes cuyo cálculo consiste en hallar el porcentaje de las caídas de tensión a lo largo de la línea en el extremo receptor causado por la variación en la carga.

La importancia de la regulación de tensión radica en que éste es un parámetro utilizado a la hora de diseñar una línea de transmisión para un valor tensión de operación conocido, así, el cálculo de la regulación de tensión se obtiene como se ve en la siguiente ecuación (4.1):

$$\%RV = \frac{|V_{RV} - V_{RPC}|}{|V_{RPC}|} * 100 \quad (4.1)$$

%RV=Regulación de tensión en porcentaje.

$|V_{RV}|$ = Magnitud de la tensión en vacío en el receptor.

$|V_{RPC}|$ = Magnitud de la tensión en plena carga en el receptor.

“Los parámetros A; B; C y D, se pueden usar para describir la variación de la tensión en la línea con la carga en ésta. La regulación de tensión, es el cambio en la tensión en el extremo receptor de la línea cuando la carga varía de vacío hasta una carga plena identificada con un factor de potencia especificado, mientras la tensión en el extremo emisor se mantiene constante. Y ésta se expresa como un porcentaje de la tensión a plena carga” (Glover and Sarma, 2003, P.211).

Para condiciones de vacío y conociendo el parámetro A de la línea, se expresa la regulación de tensión en vacío como se muestra en la siguiente ecuación (4.2):

$$V_{RV} = \frac{V_S}{A} \tag{4.2}$$

La ecuación (4.2) se puede analizar de acuerdo al tipo de línea (corta, media o larga), es así que:

- línea corta: De acuerdo a la Figura 2.8 se observa que en condiciones de vacío en la rama serie del modelo no circula flujo de corriente por tal motivo en la impedancia serie no se produce una caída de tensión, de tal modo, la tensión del extremo emisor y receptor son iguales. Es así que en esta situación se obtiene que el parámetro $A = 1$, como se explica en la sección 2.4.2, y el cálculo de regulación de tensión para una línea corta se demuestra en la ecuación (4.3).

$$\%RV = \frac{\left| \frac{V_S}{1} - V_{RPC} \right|}{|V_{RPC}|} * 100 \tag{4.3}$$

- Línea media: Teniendo en cuenta la Figura 7, cuando la línea se encuentra en vacío la configuración del modelo de la línea permite observar que a pesar no tener carga en el extremo receptor, existen corrientes de fuga que ocasionan caídas de tensión en la línea. De acuerdo a la

ecuación (4.2) se obtiene que, $V_{RV} = \frac{V_S}{A} = \frac{V_S}{1 + \frac{\overline{ZY}}{2}}$. Y el cálculo de regulación de tensión para una línea media se demuestra en la ecuación (4.4).

$$\%RV = \frac{\left| \frac{V_S}{1 + \frac{\overline{ZY}}{2}} - V_{RPC} \right|}{|V_{RPC}|} * 100 \quad (4.4)$$

- Línea larga: Partiendo de la Figura 2.10, se observa que al igual que en las líneas medias existen corrientes a través de las impedancias que ocasionan caídas de tensión en la línea, en tal

caso partiendo de la ecuación (4.2) se tiene que: $V_{RV} = \frac{V_S}{A} = \frac{V_S}{\cosh(\gamma l)}$

obteniendo de esta manera una regulación de tensión como se ve en la ecuación (4.5):

$$\%RV = \frac{\left| \frac{V_S}{\cosh(\gamma l)} - V_{RPC} \right|}{|V_{RPC}|} * 100 \quad (4.5)$$

Esta se pueden confrontar de la formula general para calcular VS (tensión de la fuente, tensión de generación) con los parámetros A; B; C y D, de la línea. Dado que en vacío el circuito se encuentra abierto $I_R = 0$, no circula corriente a través del extremo receptor.

- Las tensiones no deben ser inferiores al 90% ni superiores al 110% del valor nominal. Para 500 kV la tensión máximo es de 105 (CREG, P.83).
- La potencia reactiva de igual manera en las unidades generadoras deberá estar dentro de los límites de régimen permanentes declarados.
- Para el control de las tensiones se podrán emplear todos los elementos disponibles: condensadores, reactores y taps bajo carga.

El control de tensión se puede ejercer desde los dos puntos de una línea de transmisión, así mismo dentro de un sistema de potencia existen elementos que se caracterizan por absorber o entregar potencia reactiva, que es una de las causante de la variación en la tensión.

- Elementos que absorben potencia reactiva y bajan la tensión en el sistema:

1. Generadores.
2. Reactores: Absorven potencia reactiva del sistema, disminuyen las tensiones en el punto de instalación.

3. compensadores estáticos

4. Circuitos muy cargados.

5. Transformadores.

6. Motores de inducción.

- Elementos que entregan potencia reactiva y suben la tensión del sistema:

1. Generadores.

2. Condensadores (capacitores): Generan potencia Reactiva al sistema, aumentan las tensiones en el punto de instalación.

3. Compensadores estáticos.

4. Circuitos descargados.

5. Cables.

3.2. Eficiencia

Conocer la potencia que realmente el sistema se encuentra consumiendo permite establecer si se está operando en condiciones normales, es decir, si la potencia activa que se genera es equivalente

al valor de la potencia que se consume en el extremo receptor, se puede hablar que el sistema tiene una eficiencia del 100%, puesto que no se presentan pérdidas en el sistema. Esta situación se presenta bajo condiciones ideales (sin pérdidas), pero en condiciones normales el sistema presenta pérdidas de potencia, las cuales ocasionan que el valor de la eficiencia no sea el 100%. Si la línea se encuentra operando en condiciones aceptables se espera que las pérdidas de potencia no deben sobrepasar el 3% por cada 100 km de línea. Una buena eficiencia presenta valores entre el 90% y 100%.

La eficiencia se mide bajo la siguiente ecuación (4.6):

$$\eta = \frac{P_R}{P_S} * 100 \quad (4.6)$$

$P_R =$ Potencia activa receptor

$P_S =$ Potencia activa emisor

$\eta =$ Eficiencia.

3.3. Factor de potencia

Es un cálculo que indica el adecuado aprovechamiento de la energía eléctrica, en un sentido más amplio, es la cantidad de energía que se ha convertido en trabajo. El factor de potencia tiene un rango de valores que va desde 0 a 1, el valor ideal de operación sería 1, este valor indica que toda la energía consumida ha sido transformada en trabajo. Por el contrario, valores menores a la unidad indican que el consumo de energía necesaria para producir el mismo trabajo útil se ha incrementado. Un factor de potencia adecuado oscila entre 0.9 y 1. Para Colombia según la Resolución CREG 009 de 1996 artículo 3, se han mantenido los mismos límites al consumo de

energía reactiva. Es decir existe penalización para el usuario en el caso en que este presente un factor de potencia inferior a 0.9 inductivo.

Conociendo la potencia activa correspondiente al triángulo de potencia Figura 16 y teniendo en cuenta que:

$$P_S = U_S * I_S * \cos(\theta_{U_S} - \theta_{I_S}) \quad W$$

Potencia en el emisor. En el mismo sentido se puede

aplicar a los valores de tensión y corriente en el extremo receptor.

Al término, $\cos(\theta_{U_S} - \theta_{I_S}) = \cos(\theta_S)$ se le llama factor de potencia. Los ángulos corresponden a los fasores de tensión y de corriente. Este valor depende directamente de la carga conectada pues de acuerdo a ello los ángulos o la diferencia entre estos se ve afectada. Para cargas inductivas, la corriente va atrás de la tensión, lo cual significa que θ_{I_S} es menor que θ_{U_S} se dice que el factor de potencia es atrasado. Para las cargas capacitivas, la corriente va adelante de la tensión, lo cual significa que θ_{I_S} es mayor que θ_{U_S} , y se dice que el factor de potencia es adelantado. Por convención el factor de potencia $\cos(\theta_{U_S} - \theta_{I_S})$ es positivo si $|\theta_{U_S} - \theta_{I_S}|$ es mayor de 90° , entonces puede invertirse la dirección de referencia para la corriente, lo que genera un valor positivo de $\cos(\theta_{U_S} - \theta_{I_S})$. Y el factor de potencia se calcula mediante la siguiente ecuación (4.7).

$$FP = \cos(\theta_{U_S} - \theta_{I_S}) \quad (4.7)$$

La potencia reactiva, es necesaria para producir el flujo electromagnético que pone en funcionamiento elementos como: motores, transformadores, lámparas fluorescentes, equipos de refrigeración, entre otros. Cuando la cantidad de estos equipos es apreciable, se presenta un alto consumo de energía reactiva, la cual, afecta el aprovechamiento de la potencia útil.

Entre las principales consecuencias de un bajo factor de potencia se tiene:

- Aumento en la corriente: ocasiona mayores pérdidas.

- Aumento en la caída de tensión, resultando un insuficiencia suministro de potencia.

3.4. Carga natural (SIL)

La carga de la impedancia característica (*surge impedance loading; SIL*) corresponde a la cantidad de potencia enviada a través de una línea de transmisión sin pérdidas a una carga resistiva correspondiente al mismo valor de la impedancia característica $Z_c = \sqrt{\frac{L}{C}}$. En la Figura 19, se observa una línea sin pérdidas para la cuál se tiene conectada una carga resistiva equivalente al valor de la impedancia característica (Glover and Sarma, 2003, P.226).

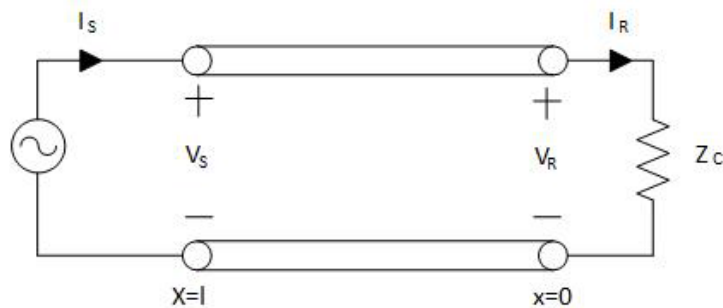


Figura 19. Línea sin pérdidas cargada al SIL.

Del capítulo 2 sección 2.4.4.1 se tiene las ecuaciones de tensión y corriente para una línea sin pérdidas en el extremo emisor (4.8) y (4.10).

$$\bar{V}(x) = \cos(\beta x) \bar{V}_R + j\bar{Z}_C \sin(\beta x) \bar{I}_R = \cos(\beta x) \bar{V}_R + j\bar{Z}_C \sin(\beta x) \left(\frac{\bar{V}_R}{\bar{Z}_C} \right) \quad (4.8)$$

$$\bar{V}(x) = (\cos(\beta x) + j \sin(\beta x)) \bar{V}_R = \left(e^{j\beta x} \right) \bar{V}_R [V] \quad (4.9)$$

$$\bar{I}(x) = j \frac{\sin(\beta x)}{\bar{Z}_C} \bar{V}_R + \cos(\beta x) \frac{\bar{V}_R}{\bar{Z}_C} \quad (4.10)$$

$$\bar{I}(x) = (\cos(\beta x) + j \sin(\beta x)) \frac{\bar{V}_R}{\bar{Z}_C} = \left(e^{j\beta x} \right) \frac{\bar{V}_R}{\bar{Z}_C} \quad [A] \quad (4.11)$$

La potencia compleja a lo largo de la línea se calcula teniendo en cuenta las ecuaciones (4.9) y (4.11) como se ve en (4.12):

$$\begin{aligned} \bar{S}(x) &= P(x) + jQ(x) = \bar{V}(x)\bar{I}(x)^* \\ S(x) &= \left(\left(e^{j\beta x} \right) \bar{V}_R \right) \left(\left(e^{j\beta x} \right) \frac{\bar{V}_R}{\bar{Z}_C} \right)^* = \frac{|V_R|^2}{|Z_C|} \end{aligned} \quad (4.12)$$

De la ecuación (4.12), el flujo de potencia real a lo largo de la línea al SIL permanece constante. El flujo de potencia reactivo es cero, lo que indica, que la potencia reactiva producida por efecto capacitivo es consumida en la inductancia serie de la propia línea.

A tensión nominal, la potencia real suministrada ó SIL será como se presenta en la ecuación (4.13):

$$SIL = \left| \frac{V_{nom}^2}{Z_C} \right| \quad [W] \quad (4.13)$$

donde

V_{nom} =tensión de línea línea para potencia 3Φ

La Tabla 7 presenta los rangos posibles de potencia SIL que se puede obtener, de acuerdo, a niveles de tensión y valores de impedancia característica.

Tabla 7.

Valores típicos de impedancia característica y de la carga SIL para líneas aéreas

$V_{nominal}$ [kV]	$Z_C = \sqrt{\frac{L}{C}}$ [Ω]	carga SIL = $\frac{V_{Nominal}^2}{Z_C}$ [MW]
69	366-400	12-13
138	366-405	47-52
230	365-395	134-145
345	280-366	325-425
500	233-294	850-1075
765	254-266	2200-2300

3.5. Límite de estabilidad en estado estable

Representa el límite teórico de estabilidad en estado estacionario de una línea sin pérdidas. Una situación inconveniente cuando se sobrepasa este límite ocasiona que la máquina síncrona en el extremo emisor pierda sincronismo. Para determinar este límite se procede a continuación:

Se supone que \bar{V}_S y \bar{V}_R se mantienen constantes. sea δ el ángulo de fase entre \bar{V}_S y \bar{V}_R . Para la

Figura 20 (Glover and Sarma, 2003, P.229).

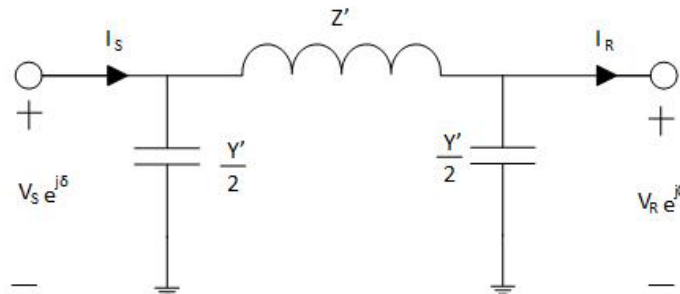


Figura 20. Modelo Línea Pi

Aplicando la ley de corrientes de Kirchoff se obtiene la expresión (4.14):

$$\bar{I}_R = \frac{\bar{V}_S - \bar{V}_R}{\bar{Z}'} - \frac{\bar{Y}'}{2} \bar{V}_R \quad (4.14)$$

$$= \frac{V_S e^{j\delta} - V_R}{jX'} - \frac{j\omega C'}{2} V_R \quad (4.15)$$

La potencia suministrada a la carga ecuación (4.16), se obtiene teniendo cuenta (4.15) y la tensión V_R :

$$\begin{aligned} \bar{S}_R &= \bar{V}_R \bar{I}_R^* = V_R \left(\frac{V_S e^{j\delta} - V_R}{jX'} \right)^* - \frac{j\omega C'}{2} V_R^2 \\ &= V_R \left(\frac{V_S e^{-j\delta} - V_R}{-jX'} \right) + \frac{j\omega C'}{2} V_R^2 \\ &= \frac{jV_R V_S \cos(\delta) + V_R V_S \sin(\delta) - jV_R^2}{X'} + \frac{j\omega C'}{2} V_R^2 \end{aligned} \quad (4.16)$$

De la ecuación (4.16) se tiene que la potencia real ecuación (4.18) será:

$$P = P_S = P_R = Re \{S_R\} = \frac{V_R V_S}{X'} \sin(\delta) \quad [W] \quad (4.17)$$

De la ecuación (4.17) se observa que para obtener la potencia máxima el ángulo δ debe ser igual a 90° , por tanto se tiene:

$$P_{max} = \frac{V_S V_R}{X'} \quad [W] \quad (4.18)$$

P_{max} ecuación (4.18) es el límite de estabilidad en estado estable. En la Figura 21, se observa la variación de la potencia de acuerdo al ángulo δ a su vez se identifica que en $\frac{\pi}{2}$ se tiene el máximo valor de potencia en una línea de transmisión sin pérdidas.

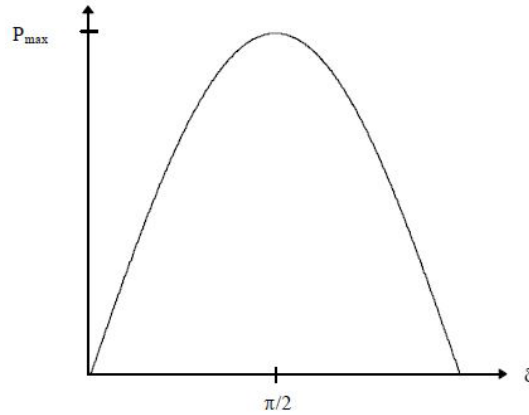


Figura 21. Curva potencia-ángulo.

Conociendo que: $Z' = B = jZ_C \sin(\beta l) = jX' \Omega$; $\beta = \frac{2\pi}{\lambda}$ ecuaciones (2.110) y (2.114)

respectivamente.

Sustituyendo en la ecuación (4.17), Z' y β se tiene (4.19):

$$P = \frac{V_S V_R \sin(\delta)}{Z_C \sin(\beta l)} = \left(\frac{V_S V_R}{Z_C} \right) \frac{\sin(\delta)}{\sin\left(\frac{2\pi l}{\lambda}\right)} \quad (4.19)$$

Expresando en pu la ecuación (4.19) tomando como tensión base ($V_B = V_{nominal}$) de la línea se tiene (4.21).

$$P = \left(\frac{V_S}{V_{nominal}} \right) \left(\frac{V_R}{V_{nominal}} \right) \left(\frac{V_{nominal}^2}{Z_C} \right) \frac{\sin \delta}{\sin\left(\frac{2\pi l}{\lambda}\right)} \quad (4.20)$$

En (4.20) se observa que los termino $\left(\frac{V_S}{V_{nominal}}\right)$ y $\left(\frac{V_R}{V_{nominal}}\right)$ corresponden a los valores en por unidad de V_S y V_R .

$$= V_{Spu}V_{Rpu}(SIL) \frac{\sin(\delta)}{\sin\left(\frac{2\pi l}{\lambda}\right)} \quad (4.21)$$

Para $\delta = 90^\circ$, límite teórico de estabilidad en estado estable:

$$P_{max} = \frac{V_{Spu}V_{Rpu}(SIL)}{\sin\left(\frac{2\pi l}{\lambda}\right)} [W] \quad (4.22)$$

Las ecuaciones (4.18) a (4.22) revela dos aspectos acerca del límite de estabilidad en estado estable:

- Se incrementa con el cuadrado de la tensión de línea.
- Decrece con la longitud de la línea (debido a que aumenta x').

l es la longitud de la línea.

3.6. Flujo de potencia máxima teórica.

Es la máxima cantidad de potencia que se puede obtener de una línea considerando sus pérdidas. También se conoce como potencia real máxima suministrada. A continuación se presenta el desarrollo teórico para obtener una ecuación que la representa:

Teniendo en cuenta la siguiente notación vista en la ecuaciones (4.23) y (4.24) para las constantes generalizadas vistas en la sección 2.2.2 y estableciendo los valores de tensión en los extremos emisor y receptor ecuación (4.25) de la línea se tiene:

$$A = \cosh(\gamma l) = A \angle \alpha \quad (4.23)$$

$$B = Z' = Z' \angle \beta \quad (4.24)$$

$$V_S = V_S \angle \delta \quad V_R = V_R \angle 0^\circ \quad (4.25)$$

Se sabe de (2.51) que $V_S = AV_R + BI_R$, y por tanto se tiene que:

$$I_R = \frac{V_S - AV_R}{B} = \frac{V_S e^{j\delta} - AV_R e^{j\alpha}}{Z' e^{j\beta}} \quad (4.26)$$

De la ecuación (4.26) y reemplazandola en (4.27) se obtiene la potencia compleja en el extremo receptor como se observa en (4.28):

$$\bar{S}_R = \bar{V}_R \bar{I}_R^* = P_R + jQ_R \quad (4.27)$$

$$S_R = V_R \left[\frac{V_S e^{j(\delta-\beta)} - AV_R e^{j(\alpha-\beta)}}{Z'} \right]^* = \frac{V_R V_S}{Z'} e^{j(\beta-\delta)} - \frac{AV_R^2}{Z'} e^{j(\beta-\alpha)} \quad (4.28)$$

Las ecuaciones (4.29) y (4.30) corresponden a la potencia activa y reactiva respectivamente obtenidas de 4.28.

$$P_R = \text{Re} \{S_R\} = \frac{V_R V_S}{Z'} \cos(\beta - \delta) - \frac{AV_R^2}{Z'} \cos(\beta - \alpha) \quad (4.29)$$

$$Q_R = \text{Im} \{S_R\} = \frac{V_R V_S}{Z'} \sin(\beta - \delta) - \frac{AV_R^2}{Z'} \sin(\beta - \alpha) \quad (4.30)$$

Para la línea sin pérdidas: $\alpha = 0^\circ$, $B = Z' = jX'$, $\beta = 90^\circ$ se puede simplificar la expresión para P_R :

$$P_R = \frac{V_R V_S}{X'} \sin \delta \quad (\text{dado que } \cos(90^\circ - \delta) = \sin \delta) \quad (4.31)$$

Esta última expresión (4.31) coincide con la obtenida anteriormente, en la ecuación (4.17).

La potencia real máxima suministrada (límite de estabilidad en estado estable) ocurre para $\delta=\beta$ en la ecuación (4.29), en la figura 4.4 se detalla la curva de la potencia teórica de estabilidad en estado estacionario.

$$\bar{S}_R = P_R + jQ_R = \frac{V_R V_S}{Z'} \cos(\beta - \delta) - \frac{AV_R^2}{Z'} \cos(\beta - \alpha) + \frac{V_R V_S}{Z'} \sin(\beta - \delta) - \frac{AV_R^2}{Z'} \sin(\beta - \alpha) \quad (4.32)$$

$$\bar{S}_R = P_R + jQ_R = \frac{V_R V_S}{Z'} - \frac{AV_R^2}{Z'} \cos(\beta - \alpha) + 0 - \frac{AV_R^2}{Z'} \sin(\beta - \alpha)$$

Z' corresponde a la impedancia del modelo Pi de línea larga.

Comparando el valor obtenido con la ecuación (4.18) se observa que el valor de flujo de potencia máximo es inferior dado que en este caso se considera Z' y este valor es superior a X' además la ecuación (4.32) tiene un segundo término que además hace más pequeño la potencia final resultante.

3.7. Límite térmico

El límite térmico de un conductor se determina por las características físicas de material del cual está fabricado dicho conductor y corresponde a la máxima corriente que puede circular sin que éste sufra cambios por el aumento de la temperatura. El límite térmico se determina al utilizar los métodos de balance de calor. Dentro de las variables que se requieren para calcular el límite se debe tener en cuenta: efecto de temperatura ambiente, la velocidad y dirección del viento, la emisión y la altura sobre el nivel de mar (Rafael, 2014, 272).

Las consecuencias que se pueden presentar en un conductor al alcanzar el límite térmico son las siguientes: envejecimiento prematuro del conductor, pérdida de sus propiedades mecánicas (de forma irreversible y acumulativa). Estos daños dependen de la temperatura que se logre alcanza y

el tiempo de duración de la eventualidad. De acuerdo a la práctica internacional se ha adoptado como temperatura máxima admisible (en régimen permanente) entre 75°C a 90°C, en este rango de temperatura el conductor no sufrirá ninguna pérdida significativa de sus propiedades (Mara ví Reátegui, 2011, P.13).

En la literatura existe un método sencillo que permite determinar el límite térmico utilizando la siguiente ecuación 4.33. Tomado de (Rosas, 2002, P 212). En la figura 4.4 se aprecia la curva del límite térmico.

$$Límitetérmico = P_{max} = N * n * \sqrt{3} * V_n * I_{max/cond} * f_p \quad (4.33)$$

P_{max} = Potencia máxima a transportar sin sobrepasar los límites térmicos, en MW

V_n = Tensión nominal de la línea, en kV

I_{max} = Corriente máxima que soporta el conductor y se puede hallar directamente por tabla.

N = Número de conductores/circuito

n = Numero de circuitos

f_p = Factor de potencia de la línea en el extremo receptor

En las líneas de transmisión los conductores tipo ACSR (Aluminum Conductor Steel Reinforced), son los más usados para el transporte de energía, estos conductores están diseñados para funcionar con una temperatura máxima de 100°C. Algunos de los parámetros inherentes a la capacidad de transmisión (límite térmico) son:

- Características constructivas del alambre, diámetro, número de hebras, y diametro de las mismas.
- Resistencia del material utilizado que a su vez se ve afectado por la temperatura del mismo.
- Condiciones superficiales del conductor.
- Condiciones atmosféricas donde se instala la línea de transmisión.

3.8. Límite de capacidad practica de carga de la línea

En la práctica las líneas de transmisión en su operación no trabajan en niveles de maxima potencia, esto con el fin, de evitar eventos donde el sistema pierda la estabilidad a causa de perturbaciones transitorias; para mantener dicha estabilidad se restringue el angulo de la tensión del emisor (δ) en un rango de 30 - 35 grados. En la figura 22 se representa la curva de capacidad practica de una línea la cual esta por debajo de la curva del límite teórico de estabilidad en estado estacionario.

$$\bar{S}_R = P_R + jQ_R = \frac{V_R V_S}{Z'} \cos(\beta - \delta) - \frac{AV_R^2}{Z'} \cos(\beta - \alpha) + \frac{V_R V_S}{Z'} \sin(\beta - \delta) - \frac{AV_R^2}{Z'} \sin(\beta - \alpha)$$

3.9. Cargabilidad

En los sistemas eléctricos se hace necesario controlar el parámetro de tensión ya que este valor guarda una relación inversa con la corriente que circula a través del sistema, registrar incrementos considerables en la corriente ocasionan caídas en los niveles de tensión y simultáneamente, aumentos importantes en las pérdidas del sistema.

Debido a estos problemas y a otros como la estabilidad del sistema que es una temática que tiene que ver con las perturbaciones en las líneas, se hace uso de la regulación de tensión pues este valor permite formular cambios al sistema que ocasionen mantener los niveles de tensión en valores adecuados de manera similar mantener dichos niveles genera que los límites de potencia sean confiables pues estos valores dependen de las tensiones en los extremos de la línea (Gutman et al., 1979).

En la práctica las líneas no se diseñan para operar en los valores de potencia máxima (potencia máxima teórica con desplazamiento angular igual a 90° a través de la línea), una manera de

establecer un límite de potencia consiste en garantizar que la línea opere ante situaciones de perturbaciones transitorias sin perder estabilidad, en este caso, al desplazamiento angular se le restringe a un valor máximo que se puede encontrar en un rango entre el 30° y 35° (Glover and Sarma, 2003).

La cargabilidad de una línea de transmisión indica la capacidad de potencia que puede fluir por la línea bajo condiciones de operación aceptables. La cargabilidad de la línea se encuentra relacionada directamente con el calibre del conductor y la longitud de la línea, para el cálculo de la cargabilidad las tensiones en los extremos de la línea (recepción y emisión) deben encontrarse en condiciones óptimas para conocer su comportamiento se consideran condiciones aceptables de operación, en tal caso, las tensiones que se deben medir en cada extremo deben ser de 1 p.u: tanto en el nodo de envío como recepción. En la Figura 22 se muestran las curvas de cargabilidad de líneas de transmisión no compensadas (Glover and Sarma, 2003, P.234).

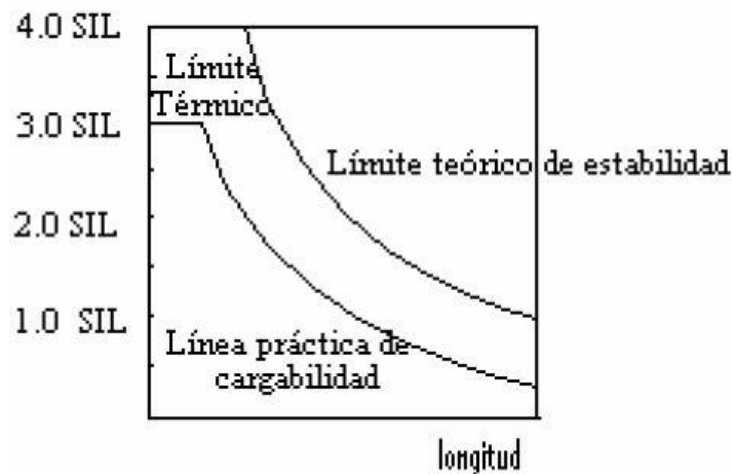


Figura 22. Curvas de cargabilidad. Adaptado de Glover, J Duncan and Sarma (2003).

3.10. Perfiles de tensión

Bajo el funcionamiento normal no es común que en el extremo receptor se presente una carga igual a la impedancia característica, por el contrario, las cargas que aparecen pueden variar en un amplio rango, así, pueden aparecer cargas de una fracción de SIL hasta múltiplos de la propia carga SIL. En el análisis de los perfiles de tensión se presenta el caso para el cual la carga en el extremo receptor no corresponde a la impedancia característica, bajo estas circunstancias, el perfil de la tensión no es plano. En la figura 4.5 se observan los perfiles de la tensión de las líneas con una magnitud de tensión fija en el extremo emisor V_s , es así que se presentan los perfiles de tensión en: a) vacío, b) Carga SIL, c) Cortocircuito, d) Plena carga. (Glover and Sarma, 2003, P228).

Se sabe de la ecuación (2.51) que $V = \cos(\beta x)V_{RNL} + Z_C \text{sen}(\beta x)I_{RNL}$ y de la ecuaciones (2.108) y (2.110) se reemplaza A y B y se obtiene las ecuaciones (4.34) y (4.35), donde los valores V_{RNL} y I_{RNL} están en condiciones de vacío, (No Load).

$$V = \cos(\beta x)V_{RNL} + Z_C \text{sen}(\beta x)I_{RNL} \quad (4.34)$$

$$V = \cos(\beta x)V_{RSC} + Z_C \text{sen}(\beta x)I_{RSC} \quad (4.35)$$

La Figura 23 proporciona los perfiles de tensión, para el caso de una tensión de envío fijo de magnitud V_s desde $x = 0$ y $x = l = \lambda/4$ Se presentan cuatro condiciones:

1. En vacío, $I_{RNL} = 0$ y teniendo que: $V_{SNL}(x) = \cos(\beta x)V_{RNL}$. De la ecuación se ve que la tensión se incrementa en el lado de envío de $V_{SNL} = \cos(\beta l)V_{RNL}$; en el lado de envío, a V_{RNL} en el lado de recepción.

2. El perfil de tensión con el SIL se observa que el perfil de tensión es plano, ya que no existen pérdidas, esto quiere decir, que la tensión en magnitud en el extremo emisor es igual a la tensión en el extremo receptor en magnitud.

3. El perfil de tensión a plena carga depende de la corriente a plena carga IFL; y está por debajo del perfil del SIL.

Los sub-índices estudiados en la presente sección corresponde a:

RNL =Receptor sin carga (no load).

RSIL =Receptor SIL (SIL en la recepción)

RFL =Receptor plena carga (full load)

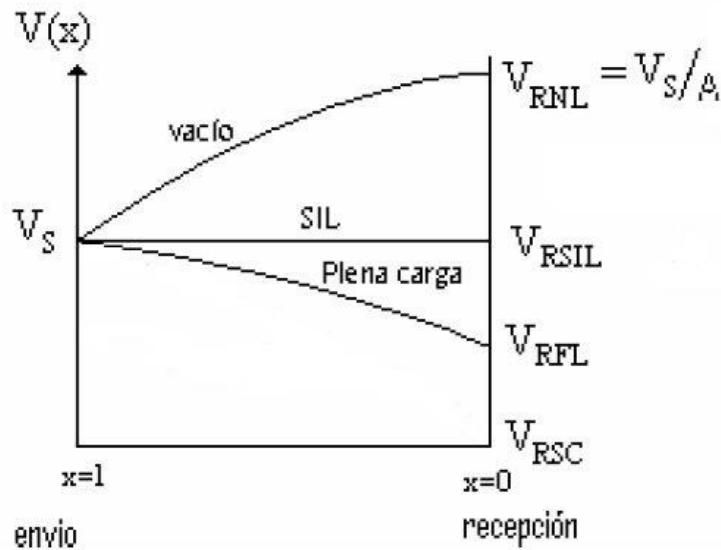


Figura 23: Perfiles de tensión. Adaptado de Glover, J Duncan and Sarma (2003).

3.11. Diagrama circular de potencia

Es uno de los procedimientos gráficos que se utiliza para realizar el análisis de los sistemas eléctricos éste consiste en observar la variación de los valores de la potencia activa y reactiva de acuerdo a las condiciones de trabajo de la línea de transmisión, en la actualidad existen diversos software que permiten visualizar este tipo de diagramas. el diagrama circular inicialmente se consibe como el lugar geométrico de las corrientes de un sistema eléctrico, si bien básicamente se trata de un diagra de corrientes, al multiplicar por las tensiones se transforma en un diagra en el cual se observan las potencias activa y reactiva del sistema.

3.11.1. Diagrama circular de potencias en el extremo receptor

- El círculo de potencia permite ver las variaciones del ángulo, inicialmente con datos operativos reales y luego, manteniendo la tensión primaria constante, su disminución o incremento. Por supuesto no puede ser menor que cero para la transmisión de potencia, por esto R_2 es el límite teórico para $\delta = 0$.

- El incremento del ángulo de potencia δ , si bien permite transferir mayor potencia activa, puede dar lugar a situaciones de estabilidad insostenibles o simplemente inestabilidad.

3.11.2. Construcción del diagrama circular de potencia

1. Establecer los valores de β , α y δ

2. calcular $|U_S|$ y $|B|$ así como $|D|$ que es igual que $|A|$

3. calcular y graficar los valores de los vectores componentes N_2

los vectores de componentes de N_2 son los siguientes:

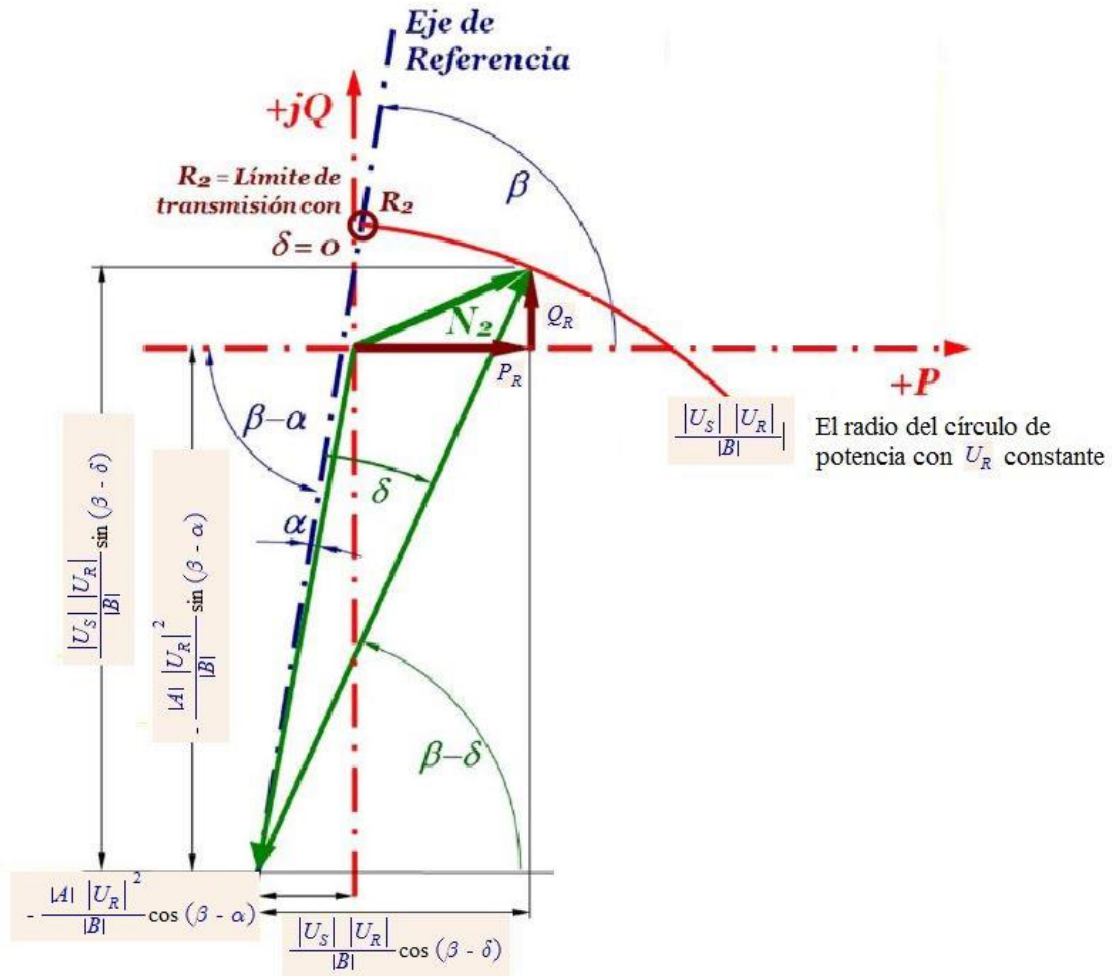


Figura 24. Diagrama circular en el extremo receptor

Las siguientes magnitudes de los vectores corresponden a las distancias señaladas en la Figura

24

$$-\frac{|A| |U_R|^2}{|B|} \cos(\beta - \alpha)$$

$$-\frac{|A||U_R|^2}{|B|} \sin(\beta - \alpha)$$

$$\frac{|U_S||U_R|}{|B|} \cos(\beta - \delta)$$

$$\frac{|U_S||U_R|}{|B|} \sin(\beta - \delta)$$

El radio (R) del círculo de potencia ecuación (4.36) con U_R constante:

$$R = \frac{|U_S||U_R|}{|B|} \quad (4.36)$$

Se parte de la siguiente ecuación (2.51) para realizar los cálculos:

$$U_S = AU_R + BI_R$$

Al despejar I_R se tiene:

$$I_R = \frac{U_S - AU_R}{B} \quad (4.37)$$

Reemplazando los valores de (4.38) en (4.45):

$$\bar{A} = |A| \angle \alpha \quad \bar{B} = |B| \angle \beta \quad \bar{U}_R = |U_R| \angle 0^\circ \quad \bar{U}_S = |U_S| \angle \delta \quad (4.38)$$

Se obtiene:

$$I_R = \frac{|U_S|}{|B|} \angle \delta - \beta - \frac{|A||U_R|}{|B|} \angle \alpha - \beta \quad (4.39)$$

calculando la conjugada de (4.39), se tiene (4.40):

$$\bar{I}_R^* = \frac{|U_S|}{|B|} \angle \beta - \delta - \frac{|A||U_R|}{|B|} \angle \beta - \alpha \quad (4.40)$$

De la potencia compleja (4.41), se obtiene las ecuaciones de la potencia activa (4.41) y reactiva (4.41) en el extremo receptor:

$$S = \frac{|U_S||U_R|}{|B|} \angle \beta - \delta - \frac{|A||U_R|^2}{|B|} \cos \angle \beta - \alpha \quad (4.41)$$

$$P_R + jQ_R = \frac{|U_S||U_R|}{|B|} \angle \beta - \delta - \frac{|A||U_R|^2}{|B|} \angle \beta - \alpha$$

$$P_R = \frac{|U_S||U_R|}{|B|} \cos(\beta - \delta) - \frac{|A||U_R|^2}{|B|} \cos \angle \beta - \alpha \quad (4.42)$$

$$Q_R = \frac{|U_S||U_R|}{|B|} \sin(\beta - \delta) - \frac{|A||U_R|^2}{|B|} \sin \angle \beta - \alpha \quad (4.43)$$

La Figura 4.7, presenta el dibujo de un diagrama circular utilizando la herramienta computacional que se explica en el capítulo 5 del presente documento.

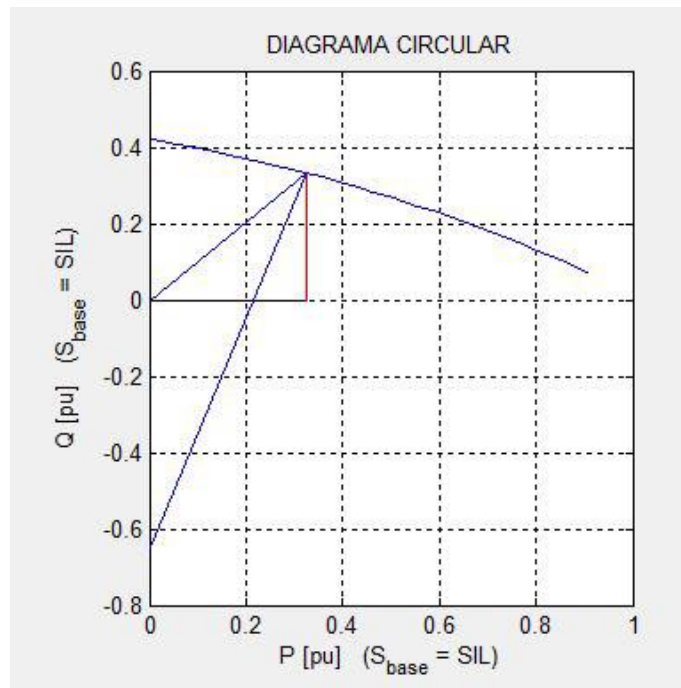


Figura 25. Diagrama circular de potencias en el extremo receptor

Las potencias activa y reactiva, en el extremo del receptor, son P_R y Q_R . Como se puede apreciar, la potencia compleja se expresa como la combinación de dos fasores en forma polar. Estos dos vectores se pueden representar en el plano complejo, la coordenada horizontal y vertical están en unidades de potencia, es decir, en MW y en MVar.

La aplicación de los dos diagramas circulares de potencia, para el transmisor y para el receptor, permite determinar la relación de potencias reactivas y principalmente las pérdidas de potencia activa con las variaciones previsible en el ángulo de potencia.

3.12. Compensación tradicional de una línea de transmisión

De acuerdo a lo expuesto en la sección 4.4 se sabe que si una línea de transmisión está cargada con una resistencia de valor igual a su Impedancia Característica ésta línea no presenta flujo de potencia reactiva neta por tanto presenta un perfil de tensión plano esto sin tener en cuenta la longitud de la línea. En líneas de transmisión largas, bajas cargas en el extremo receptor, ligeramente inferiores al SIL, resultan en un incremento de tensión en el extremo final de la línea (receptor). Por el contrario cargas altas en el extremo receptor, apreciablemente superiores al SIL, producen una considerable caída en el nivel de tensión. La Figura 23 muestra el perfil de tensión de acuerdo a la carga conectada en el extremo receptor y el nivel de tensión que se obtiene (Saadat, 1999, P.165).

En estado estacionario las tensiones en las barras de 115kV, 110kV y 220kV, 230kV no deben ser inferiores al 90 ni superiores al 110 del valor nominal.-Para la red de 500kV la tensión mínima permitida es del 90 y el máximo es del 105 del valor nominal (CREG, P.83).

Los inductores en paralelo son usados para controlar los altos niveles de tensión ocasionados por bajas cargas si el sistema de transmisión está altamente cargado, capacitores en shunt, controladores variables estáticos y condensadores síncronos son usados para mejorar los niveles de tensión bajas.

Si bien la compensación tradicional funciona en los sistema de potencia, estos no son la única forma de efectuar la compensación en las líneas, de acuerdo a esto, y con el fin de ampliar los conocimientos relacionados con la compensación de líneas de transmisión, el Apéndice B comprende la temática relacionada con los Sistemas de Transmisión Flexible AC (FACTS), que son unos dispositivos que se instalan en las líneas de transmisión y realizan la compensación de manera automática.

3.12.1. Compensación serie En la compensación serie con frecuencia se utilizan bancos de capacitores que son conectados en serie con la línea y usualmente se localizan en los extremos de la misma, este tipo de compensación es utilizada para reducir la reactancia en serie entre la carga, la línea y el punto de generación.

Es así, como se mejora la estabilidad y la regulación de tensión, además de disminuir las pérdidas en el sistema. Los capacitores en serie tienen la característica que su potencia reactiva varía conforme la carga de la línea cambia. Incluso adicionando capacitores en serie en sistemas de extra alta tensión se puede duplicar el límite de estabilidad de la carga, evitando que se tenga que construir una nueva línea de transmisión (Saadat, 1999, P.168).

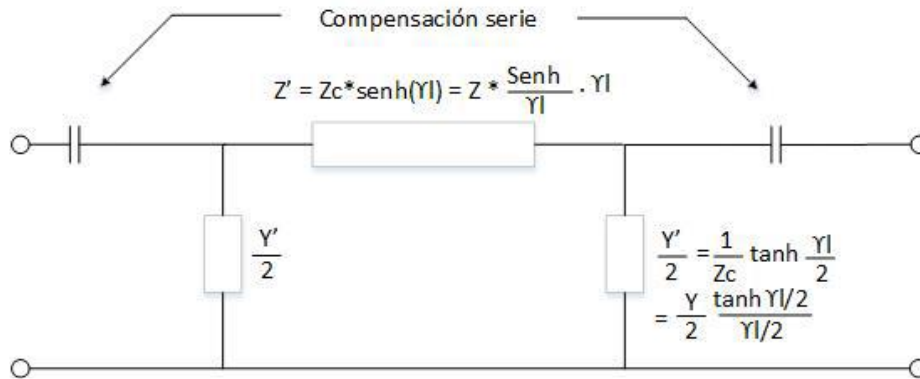


Figura 26: Compensación serie

La Figura 26, se presenta un esquema en el cual se aprecian los capacitores en cada extremo de la línea.

La compensación serie considera disminuir la reactancia propia de la línea en un porcentaje que se encuentra entre el 25 - 75%, la siguiente ecuación permite obtener la reactancia que se debe instalar en cada extremo de la línea (Saadat, 1999, P-168):

$$X_{Equivalente} = - \left(X_{Linea} * \frac{N_C}{100} \right) * 0,5i \tag{4.44}$$

Donde:

N_C : Porcentaje de compensación en serie que varía en un rango de 25 □ 75.

X_{Linea} : Reactancia propia de la línea.

$X_{Equivalente}$: Reactancia a instalar en cada extremo de la línea.

El siguiente ejercicio sirve de apoyo para desarrollar una compensación serie teniendo en cuenta los conceptos vistos en la sección 2.3 de redes bipuerto.

3.12.1.1. *Ejemplo 4* Ejemplo tomado del libro (Glover and Sarma, 2003, P.242). Para una línea de 300 km instalan capacitores idénticos en serie, en cada fase, en los dos extremos de la línea, como se ven en la Figura 4.8 con los que se proporciona 30 de compensación. Datos iniciales:

$$z = 0,0165 + j0,03306 = 0,3310 \angle 87,14^\circ \Omega/\text{km}$$

$$y = 4,674 * 10^{-6} \text{S}/\text{km}$$

Teniendo (z;y) se puede calcular Z_C y γl de acuerdo a las ecuaciones (2.66) y (2.68):

$$(\gamma l) = (\sqrt{zy} * l) = \left(\sqrt{|z| * |y|} * l \right) \angle \frac{\theta_Z + \theta_Y}{2}$$

$$\gamma l = \sqrt{(0,3310)(4,674 * 10^{-6})} * 300 = 0,3731 \angle \frac{87,14^\circ + 90^\circ}{2}$$

$$\gamma l = \alpha + j\beta = 0,0091 + j0,373 = 0,3731 \angle 88,57^\circ \text{ p.u.}$$

$$\bar{Z}_C = \sqrt{\frac{zl}{yl}} = \sqrt{\frac{|z|}{|y|}} \angle \frac{\theta_Z - \theta_Y}{2}$$

$$\bar{Z}_C = \sqrt{\frac{(0,3310)}{(4,674 * 10^{-6})}} \angle \frac{87,14^\circ - 90^\circ}{2}$$

Las constantes generalizadas A; B; C; D se calculan de acuerdo con las ecuaciones (2.59) y (2.60):

$$\bar{Z}_C = 266,1 \angle -1,43^\circ \Omega$$

$$\bar{A} = \bar{D} = \cosh(\gamma l) = 0,9313 \angle 0,209^\circ \text{ p.u.}$$

$$\bar{B} = \bar{Z}_C \sinh(\gamma l) = 97,0 \angle 87,2^\circ \Omega$$

$$\bar{C} = \frac{1}{Z_C} \sinh(\gamma l) = 1,37 * 10^{-3} \angle 90,06 \text{ S}$$

$$\bar{Z}' = B = 97,0 \angle 87,2 \text{ } \Omega$$

$$\bar{Y}' = 7,4 * 10^{-7} + j14,188 * 10^{-4} \text{ S}$$

$$|A| = 0,9313 \quad \theta_A = 0,209^\circ$$

$$|B| = Z' = 97,0 \text{ } \Omega \quad \theta_Z = 87,2^\circ$$

De estos valores se puede calcular el valor de la potencia máxima en el extremo receptor sin hacer compensación, teniendo en cuenta $V_S = V_R = 765kV$ y la ecuación (4.32):

$$P_{Rmax} = \frac{V_R V_S}{Z'} - \frac{AV_R^2}{Z'} \cos(\beta - \alpha)$$

$$P_{Rm\acute{a}x} = \frac{(765)^2}{97} - \frac{(0,9313)(765)^2}{97} \cos(87,2^\circ - 0,209^\circ)$$

$$P_{Rm\acute{a}x} = 6033 - 295 = 5738 \text{ MW}$$

De Z' se puede obtener la reactancia equivalente de la línea.

$$X_{L\acute{i}nea} = |B| \sin(\theta_Z)$$

$$X_{L\acute{i}nea} = 97,0 \sin(87,2^\circ) = 96,88 \text{ } \Omega$$

Se desea hacer compensación serie (equivalente al 30) de la reactancia de la línea $X_{L\acute{i}nea}$. En la línea se conoce que en cada extremo se instala un capacitor que compensará la reactancia como se observa en la Figura 4.8 y el valor de la reactancia equivalente es igual a:

$$X_{Equivalente} = - \left(X_{Linea} * \frac{N_C}{100} \right) * 0,5i$$

$$Z_{CAP} = -jX_{Equivalente} = - (96,88) \left(\frac{30}{100} \right) * 0,5i = -j14,53\Omega$$

La Figura 27 se puede considerar como un circuito equivalente de tres redes bipuerto conectadas en cascada.:

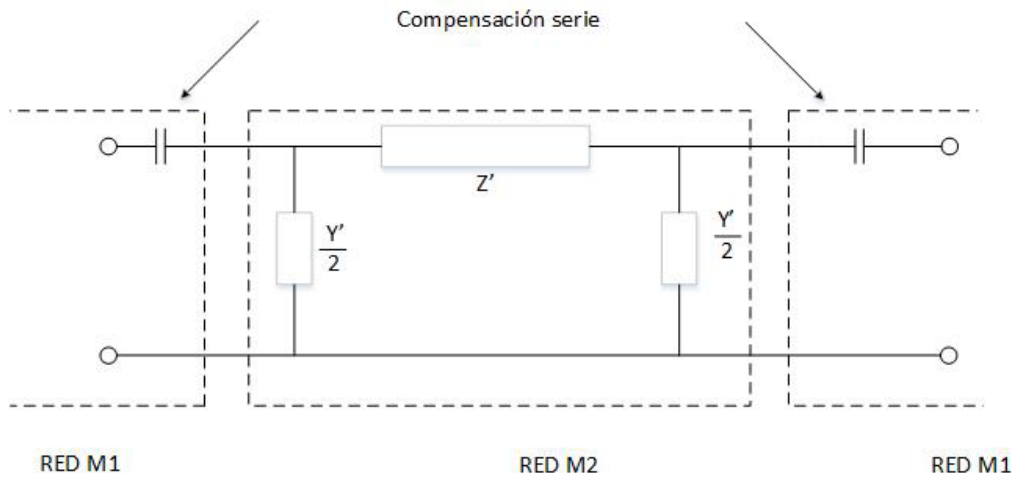


Figura 27. Configuración de una línea compensada en redes bipuerto en cascada

$$M1 = \begin{bmatrix} 1 & -j14,53 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \text{ red capacitor}$$

$$M2 = \begin{bmatrix} 0,9313\angle 0,209 & 97,0\angle 87,2 \\ 1,37 * 10^{-3}\angle 90,06 & 0,9313\angle 0,209 \end{bmatrix} \text{ Red general del sistema}$$

Identificado el circuito como un conjunto de redes bipuerto conectadas en cascada, se pueden obtener las nuevas constantes generalizadas equivalentes de la línea de transmisión en compensación como se observa a continuación:

$$\begin{bmatrix} A_{EQ} & B_{EQ} \\ C_{EQ} & D_{EQ} \end{bmatrix} = M1 * M2 * M1$$

$$\begin{bmatrix} A_{EQ} & B_{EQ} \\ C_{EQ} & D_{EQ} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0,9512\angle 0,205^\circ & 69,7\angle 86,02^\circ \\ 1,37 * 10^{-3}\angle 90,06^\circ & 0,9512\angle 0,205^\circ \end{bmatrix}$$

Conociendo que:

$$V_S \text{ y } V_R = 765kV$$

y,

$$\bar{Z}' = \bar{B} = 69,7\angle 86,02^\circ$$

Teniendo en cuenta la ecuación (4.32)

$$P_{Rm\acute{a}x} = \frac{V_R V_S}{Z'} - \frac{A V_R^2}{Z'} \cos(\theta_Z - \theta_A)$$

$$P_{Rm\acute{a}x} = \frac{(765)^2}{69,7} - \frac{(0,9512)(765)^2}{69,7} \cos(86,02 - 0,205)$$

$$P_{Rm\acute{a}x} = 8396 - 583 = 7813 \text{ MW}$$

Lo cual es un 36,2% mayor que el valor de 5738MW cuando no se ha hecho compensación. Por tanto este resultado evidencia que la compensación en serie permite mejorar el flujo de potencia por la línea.

3.12.2. Compensación paralelo

”La compensación en paralelo utiliza inductores conectados en shunt los cuáles son aplicados para compensar efectos indeseables de tensión asociados con líneas capacitivas. La cantidad de compensación necesario en la línea para mantener los niveles de tensión en los valores deseados, pueden ser obtenidos de la siguiente manera” (Saadat, 1999, P.165).

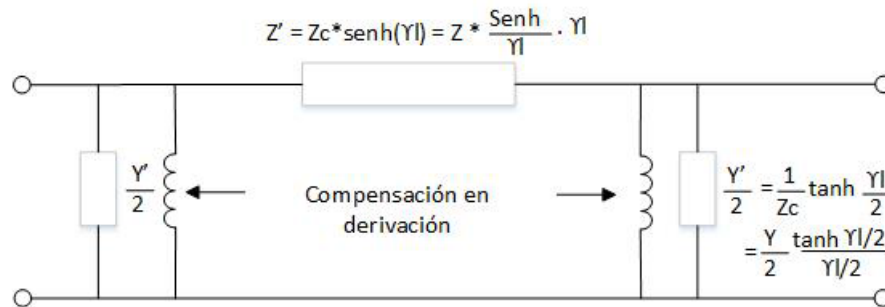


Figura 28. Compensación en paralelo

Los siguientes cálculos se desarrollan con operación en vacío, considerando la inductancia conectada en derivación, jX_L , conectado en el extremo receptor y emisor:

Puesto que la compensación en paralelo afecta directamente a la admitancia $\frac{Y'}{2}$ el modelo que se aprecia en la Figura 28 corresponde al modelo para línea larga se tiene entonces que luego de hallar el valor de la impedancia $\frac{Y'}{2}$ se compensará con una impedancia inductiva en paralelo la cual origina que el valor inicial de la impedancia equivalente del sistema disminuya en su parte imaginaria y por tanto se vea afectada la potencia reactiva del sistema, lo cuál, se demuestra en la ecuación (4.45).

$$Y'_{eq} = jY' * \left(1 - \frac{\%Y'}{100}\right) \quad (4.45)$$

En la ecuación (4.45) donde %Y' corresponde a un valor entre (0-100) con el cual se compensa la línea. A manera de ejemplo se expone el siguiente ejercicio:

3.12.2.1. Ejemplo 5 Ejemplo basado del libro (Glover and Sarma, 2003, P.240).

Se conectan reactores (inductores), idénticos en derivación, desde cada conductor de fase hacia el neutro, en ambos extremos de la línea de 300 km. durante condiciones de carga baja con lo que se suministra 75% de compensación, los inductores se eliminan en condiciones de carga pesada.

La carga plena es de 1.90 kA con un f.p. igual a la unidad y a 730kV, suponiendo que la tensión en el extremo emisor es constante, determine lo siguiente:

1. Porcentaje de la regulación de la tensión de la línea no compensada.
2. La admitancia en derivación y la impedancia en serie equivalentes de la línea compensada.
3. El porcentaje de regulación de la tensión de la línea compensada.

Teniendo en cuenta que los parámetros de la línea son:

$$z = 0,0165 + j0,03306 = 0,3310 \angle 87,14^\circ \Omega/\text{km}$$

$$y = 4,674 * 10^{-6} \text{S}/\text{km}$$

Y las constantes generalizadas se calculan de igual forma como se hizo en la compensación serie, por tanto, se tiene:

$$A = D = \cosh(\gamma l) = 0,9313 \angle 0,209^\circ \text{ por unidad.}$$

$$B = 97,0 \angle 87,2 \ \Omega$$

$$C = 1,37 * 10^{-3} \angle 90,06 \ S$$

$$V_R = V_{RPC} \text{ Tensión en plena carga}$$

$$I_R = I_{RPC} = 1,9 \angle 0^\circ \text{ Corriente en plena carga.}$$

Solución

$$V_S = AV_{RPC} + BI_{RPC}$$

$$= (0,9313 \angle 0,209^\circ) \left(\frac{730}{\sqrt{3}} \angle 0^\circ \right) + (97,0 \angle 87,2^\circ) (1,9 \angle 0^\circ)$$

$$V_S = 442,3 \angle 24,8^\circ \text{ kV Valores de fase}$$

$$V_S = 442,3 \sqrt{3} \angle 24,8^\circ = 766,0 \angle 24,8^\circ \text{ kV Valores de línea}$$

La tensión en vacío en el extremo receptor es, por la ecuación (4.2),

$$V_{RV} = \frac{V_S}{A} = \frac{766,0}{0,9313} = 822,6 \text{ kV}$$

Bajo esta situación la regulación de tensión en la línea no compensada se obtiene con la ecuación (4.1):

$$\%RV = \frac{822,6 - 730}{730} * 100 = 12,68 \%$$

Del ejemplo 4.12.1.1, se tiene la admitancia en derivación del circuito π sin compensación, es:

$$Y' = 7,4 * 10^{-7} + j14,188 * 10^{-4} \text{ S}$$

Dado que se quiere hacer una compensación de un 75% en derivación, la admitancia equivalente utilizando la ecuación (4.45) se obtiene el valor de:

$$Y_{eq} = 7,4 * 10^{-7} + j14,188 * 10^{-4} \left(1 - \frac{75}{100} \right)$$

$$Y_{eq} = 3,547 * 10^{-4} \angle 89,88^\circ \text{ S}$$

Dado que no existe una compensación en serie, la impedancia en serie no se ve afectada y se mantiene constante:

$$Z_{eq} = Z' = 97,0 \angle 87,2 \text{ } \Omega$$

El parámetro A para la línea compensada es:

$$A = 1 + \frac{Y_{eq}Z_{eq}}{2}$$

$$A_{eq} = 0,9828 \angle 0,05 \text{ por unidad}$$

De nuevo utilizando la ecuación (4.2):

$$V_{REV} = \frac{766,0}{0,9828} = 779,4 \text{ kV}$$

Ya que bajo condiciones de plena carga no se hace necesario el uso de reactores en derivación, se tiene que la tensión $V_{RPC} = 730 \text{ kV}$ es la misma que sin compensación. Así, utilizando la ecuación (4.1) se tiene,

$$\%RV = \frac{779,4 - 730}{730} * 100 = 6,77 \%$$

En este caso se observa que ésta línea luego de implementar inductores en paralelo ha mejorado la regulación de tensión, pues se disminuye desde un valor igual a 12;68 hasta un 6;77.

4. Implementación en Matlab, análisis en líneas de transmisión.

En este capítulo se presenta una explicación detallada del código de Matlab que se desarrolló como producto final del trabajo de grado. Las fórmulas y conceptos que se utilizan para crear el código se encuentran referenciadas con la teoría del libro (documento final), la programación despliega resultados acompañado de gráficas las cuales complementan la temática desarrollada, tanto resultados como gráficas son explicadas paso a paso en la presente sección. Como información anexa y con el objetivo de realizar una herramienta comoda de interfaz de usuario el Apéndice C documenta un entorno guide que se realizó para el primer caso del capítulo 3.

4.1. Diagrama de flujo

La Figura 29 muestra de manera general el diagrama de flujo que sigue el programa para calcular las diferentes variables y parámetros de la línea.

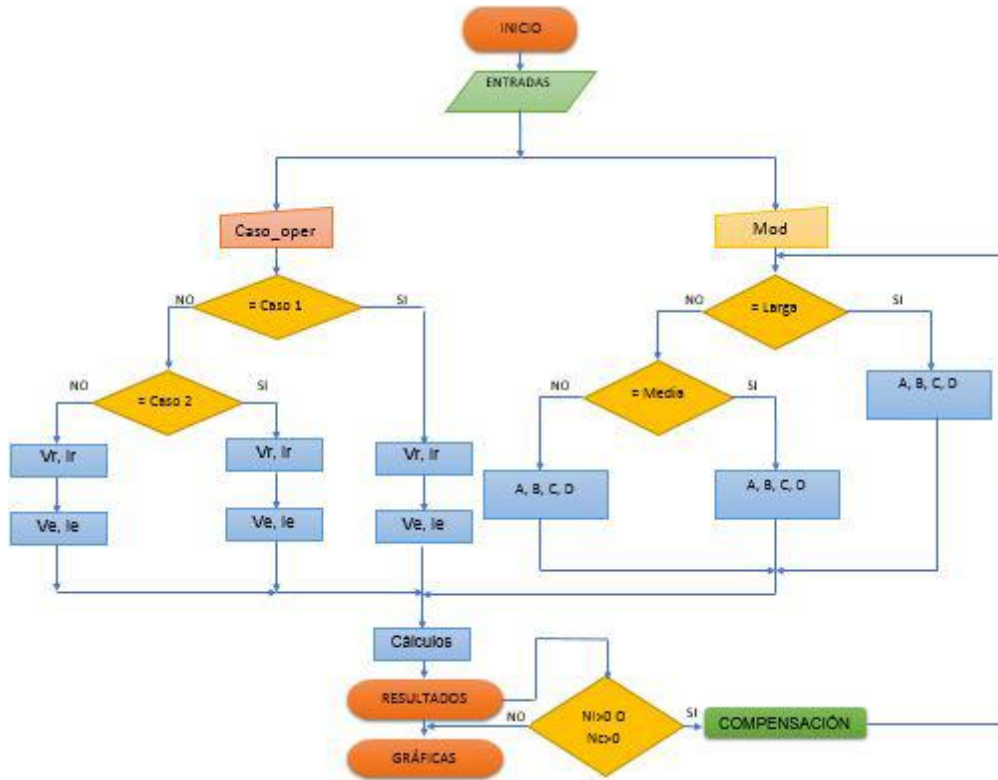


Figura 29. Diagrama de Flujo, Resumen General Implementación de la Herramienta

4.2. Datos de entrada

Para el ingreso de los datos se hace uso de la sentencia ‘function’ de Matlab para construir una función que contenga todos los datos necesarios para los cálculos del análisis de las líneas, dentro de estos datos, cabe resaltar la importancia de las variables D1 (Valor de tensión), D2 (Valor de potencia) y D3 (Valor de factor de potencia), ya que estas variables identifican el caso de estudio que se trabajó, es decir, identifica cuál de los tres casos presentados en el capítulo 3 se trabaja. D1, D2 y D3 pueden ser valores que corresponden al extremo emisor, al extremo receptor o una mezcla de datos en los dos extremos.

En la ventana “datosdeentrada” del código de Matlab se encuentra montados dos casos de ejemplo, la programación permite optar por cualquiera de estos y utiliza la sentencia strcmp para tal fin. Estos ejemplos corresponden a datos de una línea media y una línea larga respectivamente.

```

if strcmp('5.1', ejemplo) == 1
    %ejemplo (5.1)
    f = 60 ;
    z = 0.032 + 0.35i ;
    y = 4.2e-6*1i ;
    L = 200 ;
    I_max = 1800;
    Vn = 345e3 ;
    D3 = 0.99 ;% dato de fp, extremo de la línea (receptor o emisor)
    Tfp = 'adelanto'; %atraso (Sr angulo(+)),adelanto Sr angulo(S(-))
    N = 1 ;
    n = 1 ;
    D1 = 0.95*Vn ; %% dato de tensión en extremo de la línea
    D2 = 700e6 ; %% dato de potencia en extremo de la línea
%ejemplo 5.2
elseif strcmp('5.2', ejemplo) == 1
    f = 60 ;
    z = 0.0165 + 0.3306i ;
    y = 4.674e-6*1i ;
    L = 300 ;
    I_max = 3600;
    Vn = 765e3 ;
    D3 = 1 ;% dato de fp, extremo de la línea (receptor o emisor)
    Tfp = 'adelanto';
    N = 1 ;
    n = 1 ;
    D1 = 730e3 ; %% dato de tensión en extremo de la línea
    D2 = 2.378e9 ; %% dato de potencia en extremo de la línea
end
end

```

La condición que permite identificar cuál de los dos ejemplos se va a utilizar es la variable de entrada (ejemplo), la siguiente línea de código permite diferenciar el ejemplo que se desea utilizar para la simulación.

```

if strcmp('5.1', ejemplo) == 1 ;

```

Entre comillas se escribe el número del ejemplo a utilizar primer ejemplo corresponde a ‘5;1’.

Definición sentencia Strcmp (S1;S2): es una función que compara los valores S1;S2 y devuelve un 1 lógico si son idénticos y devuelve 0 lógico en caso contrario.

La siguiente tabla identifica cada una de las variables del código.

Tabla 8.

Explicación datos de entrada

Dato de entrada	Significado
Frecuencia (f)	Frecuencia en la cuál se encuentra trabajando la línea
# de circuitos (n)	Cantidad de Circuitos por torre
# de conductores (N)	Cantidad de conductores por Haz
Impedancia (z)	Impedancia de la línea por unidad de longitud
Admitancia (y)	Admitancia de la línea por unidad de longitud
Tensión nominal (V_n)	Tensión de la línea en el extremo Receptor
Potencia ($D2$)	Potencia de la línea en el extremo (Receptor o Emisor)
Tensión ($D1$)	Tensión de la línea en el extremo (Receptor o Emisor)
Corriente maxima (I_{max})	Corriente maxima/conductor
Longitud (L)	Longitud total de la línea
Factor de potencia ($D3$)	Factor de potencia extremo (Receptor o Emisor)

4.3. Modelos de la línea

En esta sección se crea una función utilizando nuevamente ‘function’, con la cual, los argumentos de salida corresponden a las constantes generalizadas de la línea (A; B; C; D) y los argumentos de entrada, corresponden a algunos datos propios de la línea (z; y; x), además de cálculos determinados utilizando los datos de entrada (Zc, Gamma y mod). La variable ‘mod’ se utiliza con el fin de identificar el modelo que se desea utilizar de la línea (corta; media; larga).

```
function [A, B, C, D] = modelos(z, y, x, Zc, Gamma, mod)
```

```

Z = z*x ; % Impedancia total de la línea
Y = y*x ; % Admitancia total de la línea

if strcmp('Corta', mod) == 1 ;

    A = ones(1 , length(x)) ;
    B = Z ;
    C = zeros(1 , length(x)) ;
    D = A ;

elseif strcmp('Media', mod) == 1 ;

    A = 1 + Z.*Y/2 ;
    B = Z ;
    C = Y.*(1 + Z.*Y/4) ;
    D = A ;

elseif strcmp('Larga', mod) == 1 ;

    Gamma = sqrt(z*y) ;
    Zc     = sqrt(z/y) ;

    A = cosh(Gamma*x) ;
    B = Zc*sinh(Gamma*x) ;
    C = 1/Zc*sinh(Gamma*x) ;
    D = A ;
end
end

```

El cálculo de las constantes generalizadas (A;B;C;D) se presenta en el capítulo 2 sección 2.2.3,, también se presenta un resumen de las constantes para cada modelo de línea en la tabla 8.

4.4. Maestro

```

clc    % Limpia ventana de comandos
clear % Borra las variables en el espacio de trabajo

```

Desde esta ventana se llaman las variables de entrada y modelos de las líneas con el fin de establecer el escenario de funcionamiento del programa.

Las siguientes variables especifican el estado de funcionamiento de la línea de transmisión, ya que identifican: El ejemplo que se va a trabajar (ejemplo), el modelo de la línea que se utilizan (mod) y determina cual caso (caso_oper) se quiere analizar.

```
ejemplo = '5.2' ; % Ejemplo ('5.1', '5.2')
mod = 'Larga' ; % Modelo de la línea ('Corta', 'Media', 'Larga')
caso_oper = 'caso1_pi'; %Caso de operacion ('caso1_pi', 'caso2_pi_inv', 'caso3')
```

Al definir las condiciones de trabajo mencionadas anteriormente, se determinan algunas variables que se presentan en la sección 4.4, con las cuales se dará el punto de partida para los cálculos del desempeño y operación de la línea, Así:

```
[f, z, y, L, I_max, Vn, D1, D2, D3, Tfp, N, n] = datos_entrada(ejemplo);

Zc = sqrt(imag(z)/imag(y)) ;%Impedancia caracteristica propia de la línea
Gamma = sqrt(z*y) ;% Constante de propagación de la línea
x = L : -1 : 0 ; % Longitud de la línea expresada como vector donde L
% es la longitud de la línea (km), con un
% decremento en 1 hasta cero.

SIL =Vn^2/abs(Zc) ;
```

Además, en esta sección de código se encuentran las variables que permiten mejorar las condiciones de operación de la línea, ya sea, para mejorar el flujo de potencia con la variable Nc o para mejorar la regulación de tensión haciendo uso de la variable NI. En caso de querer una regulación específica se hace uso de la variable NI \square auto \square regv, la cual, establece el porcentaje en compensación en derivación que se tiene que inyectar a la línea mediante la variable NI, estas tres variables harán parte de la explicación en la sección que tiene que ver con compensación, sección (4.12.2, 4.12.1, 5.4.7).

```
NI = 0 ; % porcentaje compensación derivación
Nc = 0 ; % porcentaje compensación en serie
NI_auto_regulada = 0 ; % Porcentaje de regulación deseada
```

Para hacer uso de las constantes generalizadas (A, B, C, D) en la ventana ‘maestro’ se llama la función modelos, con esto se puede utilizar dichos valores para los diferentes cálculos, que se describen a continuación.

```

% Cálculo de las constantes (A, B, C, D)

[A, B, C, D] = modelos(z, y, x, Zc, Gamma, mod) ;
    
```

4.4.1. Casos de operación (redes bipuerto) El punto de partida para especificar la red (caso de operación) de la cuál se hará uso, inicia con establecer el valor en la variable casoOper = 0 caso1’pi0, luego de esto el programa se sitúa en el código establecido para tal red y como datos de salida se obtendrán las condiciones de tensión y corriente siempre en el extremo receptor.

- Para caso_oper existen tres posibilidades caso1_pi, caso_pi_inv o caso3, como ejemplo se tiene caso_oper =0 caso1_pi’, el código que se va a tener en cuenta corresponde a las siguientes líneas de programación.

```

if strcmp('caso1_pi', caso_oper) == 1 % caso de operación 1, sección (3.1).
    % Modelo con referencia en el receptor
    E1 = D1 ;
    E2 = D2/(sqrt(3)*D1*D3)*cos(acos(D3))+(D2/(sqrt(3)*D1*D3)*sin(acos(D3)))*1i ;
    Vr_1 = E1 ;
    Ir = E2 ;
    fp = D3 ;
elseif strcmp('caso2_pi_inv', caso_oper) == 1 % caso de operación 2, sección (3.2).
    % Modelo con referencia en el emisor
    E1 = D1 ;
    E2 = D2/(sqrt(3)*D1*D3)*cos(acos(D3))-(D2/(sqrt(3)*D1*D3)*sin(acos(D3)))*1i ;
    fp = angle(E1)-angle(E2) ;
    Pi_inv = inv([ A(1) B(1) ;
                  C(1) D(1) ]) ;
    Vr_1 = (Pi_inv(1, 1)*E1/sqrt(3) + Pi_inv(1, 2)*E2)*sqrt(3) ;
    % Tensión/fase receptor
    Ir = Pi_inv(2, 1)*E1/sqrt(3) + Pi_inv(2, 2)*E2 ;
    % Corriente/fase receptor
    
```

```

elseif strcmp('caso3', caso_oper) == 1 %caso de operación 3, sección (3.3).
    % caso combinado

    Ve_th = abs(D1/A(1)) ;
    Z_th = B(1)/A(1) ;
    Z_th_mag = abs(B(1)/A(1)) ;
    R_th = real(Z_th) ;
    X_th = imag(Z_th) ;
    Qr = D2/D3*sin(acos(D3));
    Srr = D2/D3 ;
    D4 = [1 0 (2*(R_th*D2+X_th*Qr)-Ve_th^2) 0 (Z_th_mag*Srr)^2];
    MM = roots(D4);
    E2 = D2/(sqrt(3)*MM(3,1)*D3)*cos(acos(D3))...
        -(D2/(sqrt(3)*MM(3,1)*D3)*sin(acos(D3)))*1i ;
    Vr_l = MM(3,1) ;
    Ir = E2 ;
    fp = D3 ;
end

```

De igual manera ocurre si se seleccionan cualquiera de los otros dos casos.

4.4.2. Cálculo de tensión y corriente en el emisor Para los cálculos de tensión y corriente en el extremo emisor, se tienen como datos de entrada la tensión y corriente de la sección 5.4.1, estos cálculos se consideran valores por fase.

```

% Cálculo de tensión y corriente en el extremo receptor

Vr_f = Vr_l/sqrt(3) ; % Tensión de fase en el receptor
Ir = conj(Sr/(sqrt(3)*Vr_l)) ; % Corriente de de fase en el receptor

```

El cálculo de la tensión y corriente en el emisor se logra mediante el método de las constantes generalizadas, su desarrollo y cálculo se encuentra en la sección 2.2.2.

```

% Cálculo de tensión y corriente en el extremo emisor

Ve_f = A*Vr_f + B*Ir ; % Tensión de fase en el emisor
Ie = C*Vr_f + D*Ir ; % Corriente de fase en el emisor

Ve_l = Ve_f*sqrt(3) ; % Tensión de línea en el emisor
Se = sqrt(3)*Ve_l.*conj(Ie) ; % Potencia aparente en el emisor

```

Para el cálculo de los valores de tensión en vacío en el receptor se considera la ecuación (4.2) sección 4.1 que se desprende de la ecuación (2.49). Para su cálculo se debe tener en cuenta que la tensión en el emisor y la constante generalizada A están en vector, teniendo en cuenta esto, se toma la primera posición de dichos vectores donde la longitud de la línea es máxima.

```

% Tensión en vacío en el receptor

```

```

Vr_1_vacio = abs(Ve_1(1)/A(1).*A) ; % Tensión en vacío en el receptor donde
% A depende del tipo de modelo de la
% línea.

```

Para el análisis de la regulación de tensión, sección 4.1; se debe calcular en el extremo receptor donde las condiciones son más críticas ya que se pasa de plena carga a vacío, Del vector calculado anteriormente Vr_1_vacio se toma el punto final que corresponde a la posición de extremo receptor Vr_1_vacio(end).

```

% Regulación de tensión

```

```

Rv = (abs(Vr_1_vacio(end))-Vr_1)/Vr_1*100 ; % Regulación de tensión en el
% extremo receptor

```

Este cálculo de eficiencia, sección 4.2; se obtiene con los valores de potencia real en cada uno de los extremos de la línea. Donde Se(1) es la primera posición del vector de potencia aparente en el emisor y Sr es la potencia aparente en el receptor.

```

% Eficiencia

```

```

Eficiencia = real(Sr)/real(Se(1))*100 ;

```

4.4.3. Cálculo límites de potencia Los siguientes cálculos se obtienen como vector, ya que al final se graficarán con el fin de identificar los diferentes límites de potencia que tiene una línea de transmisión cuando opera en estado estable.

4.4.3.1. Límite térmico El concepto de límite térmico sección 4.7, es un valor constante que no depende de la longitud, pero ya que necesita ser graficado se multiplica por un vector de unos de tamaño igual a la longitud de la línea.

```
limite_termico = N*n*sqrt(3)*Vn*I_max*fp*ones(1 , L + 1) ;
% Límite de potencia térmica
```

4.4.3.2. Límite de potencia máxima (Sección 4.6)

```
% Se tiene la potencia real máxima teórica entregada
% o límite de estab en estado transit cuando delta=angle(Ve_1)=angulo(B)

%lim_potencia_maxima = abs(Ve_1)*Vr_1./abs(B).*cos(angle(B)-delta)
% - abs(A)*Vr_1^2./abs(B).*cos(angle(B)-angle(A)) + ...
% abs(Ve_1)*Vr_1./abs(B).*sin(angle(B)-delta)
% -abs(A)*Vr_1^2./abs(B).*sin(angle(B)-angle(A))*1i ;

Lim_potencia_maxima = abs(Ve_1).*Vr_1./abs(B)...
- abs(A).*Vr_1^2./abs(B).*cos(angle(B)-angle(A)) + ...
0 ...
- abs(A).*Vr_1^2./abs(B).*sin(angle(B)-angle(A))*1i ;
```

4.4.3.3 Límite de capacidad práctica (Sección 4.8)

```
% Límite de capacidad de carga (desplazamiento angular maximo de (30°)
% con el fin de mantener la estabilidad durante las perturba transitorias

Lim_cap_practica = abs(Ve_1).*Vr_1./abs(B).*cos(angle(B)-30*pi/180)...
- abs(A).*Vr_1^2./abs(B).*cos(angle(B)-angle(A)) + ...
(abs(Ve_1).*Vr_1./abs(B).*sin(angle(B)-30*pi/180)...
- abs(A).*Vr_1^2./abs(B).*sin(angle(B)-angle(A)))*1i ;
```

Estos límites se calculan teniendo en cuenta la potencia aparente de la línea bajo las ecuaciones de la potencia máxima. Por tanto, los datos que se utilizan corresponden a la magnitud de la potencia aparente a lo largo del recorrido de la línea. En el código aparece la sentencia (abs) la cual permite obtener el valor absoluto de un fasor en nuestro caso las tensiones, corrientes y constantes generalizadas, de igual forma, aparece la sentencia (angle) la cual permite extraer el ángulo de un fasor. Cabe resaltar que tanto V_{e-1} , A, B son fasores que varían a lo largo de la línea, por tanto, se hace necesario utilizar el punto antes de cada operación para que se calculen punto a punto.

4.4.4 Circulo de potencia (Sección 4.11.1) Para los cálculos del circulo de potencia se toma el límite de capacidad práctica haciendo un barrido del ángulo delta con un incremento de 10° partiendo desde 0 hasta 360° . En este caso, se toma la primera posición de cada uno de los vectores con los cuales se calcula la potencia aparente en el extremo receptor.

```
%% Circulo de potencia

delta = (0: 10 : 360)*pi/180 ;

S_total = abs(Ve_1(1))*Vr_1/abs(B(1)).*cos(angle(B(1)) - delta) ...
- abs(A(1)).*Vr_1^2./abs(B(1)).*cos(angle(B(1))-angle(A(1))) + ...
(abs(Ve_1(1))*Vr_1/abs(B(1)).*sin(angle(B(1)) - delta) ...
- abs(A(1)).*Vr_1^2./abs(B(1)).*sin(angle(B(1))-angle(A(1))))*1i ;
```

4.4.5 Compensación paralelo (Sección 4.12.2) La compensación en paralelo consiste en introducir inductores en paralelo con lo cual se busca disminuir la suceptancia total de la línea de transmisión y esta operación finalmente permite mejorar la regulación de tensión en la línea.

La variable N1 corresponde al valor del porcentaje con el cual se disminuye la admitancia del sistema, posteriormente, se calcula la nueva admitancia del sistema compensado y de esta manera calcular unas nuevas constantes generalizadas que permitan determinar el valor de tensión y

corriente en el extremo emisor, finalmente se hace un nuevo cálculo de regulación de tensión la cual permite ver los cambios en el perfil de tensión de la línea.

```

%% Compensación en paralelo

Y_equivalente = real(y) + imag(y)*(1 - NI/100)*1i ;
%
[A_I, B_I, C_I, D_I] = modelos(z, Y_equivalente, x, Zc, Gamma, mod) ;

Ve_f_comp_para = A_I*Vr_f + B_I*Ir ;
Ie_comp_para   = C_I*Vr_f + D_I*Ir ;

Ve_l_comp_para = Ve_f_comp_para*sqrt(3) ;
Se_comp_para   = sqrt(3)*Ve_f_comp_para.*conj(Ie_comp_para) ;

%Tensión en vacio en el extremo receptor
Vr_l_vacio_comp = abs(Ve_l(1)/A_I(1).*A_I) ;

% Regulación de tensión
Rv_comp = (abs(Vr_l_vacio_comp(end)) - Vr_l) / Vr_l * 100
    
```

4.4.6 Compensación serie (Sección 4.12.1) La compensación en serie aplica los conceptos de redes bipuerto en este caso redes en cascada, con lo cual, permite de una manera clara efectuar los cambios en los parámetros del sistema utilizando matrices.

- Al hacer compensación en paralelo se introduce una reactancia capacitiva en cada extremo de la línea, la cual se calcula como el producto N_c (porcentaje a compensar) por la parte imaginaria de la impedancia propia. Con esto, al utilizar el concepto de redes la reactancia se identifica como una red con una sola impedancia en serie.

- Al introducir reactores capacitivos al sistema este se identifica como una configuración de tres redes en cascada las cuales finalmente dan como resultado la matriz equivalente.

M_{comp} : esta corresponde a la red que se crean debido a las reactancias introducidas. M_{para} : Corresponde a la red de impedancias original de la línea. $M_{equivalente}$: resultado final de la operación de las tres redes bipuerto

```

%% Compensación serie
for k = 1 : L + 1 ;%Vector k con el cual se evalua cada posición de la línea

X_equivalente = -imag(B(k))*(Nc/100)*(0.5i) ;
Matriz_comp = [1 X_equivalente ; 0 1] ;% Corresponde a las dos redes
% bipuerto que se crean debido a las reactivas introducidas en cada
%extremo de la línea

Matriz_param = [A(k) B(k); C(k) D(k)] ;
Matriz_equiv = Matriz_comp*Matriz_param*Matriz_comp ;

A_equiv(k) = Matriz_equiv(1,1) ;
B_equiv(k) = Matriz_equiv(1,2) ;
C_equiv(k) = Matriz_equiv(2,1) ;
D_equiv(k) = Matriz_equiv(2,2) ;

Ve_f_comp_c = A_equiv(k)*Vr_f + B_equiv(k)*Ir ;
Ve_l_comp_c = Ve_f_comp_c*sqrt(3) ;
Ie_comp_c = C_equiv(k)*Vr_f + D_equiv(k)*Ir ;
Se_comp_c = 3*Ve_f_comp_c*conj(Ie_comp_c) ;

end

% Límite de potencia maxima con compensación serie

Lim_potencia_maxima_comp = abs(Ve_l).*Vr_l./abs(B_equiv)...
- abs(A_equiv).*Vr_l^2./abs(B_equiv).*cos(angle(B_equiv)-angle(A_equiv)) + ...
0-abs(A_equiv).*Vr_l^2./abs(B_equiv).*sin(angle(B_equiv)-angle(A_equiv))*1i ;

% Límite de capacidad de carga con compensación serie

Lim_cap_practica_comp=abs(Ve_l).*Vr_l./abs(B_equiv).*cos(angle(B_equiv)-30*pi/180)...
- abs(A_equiv).*Vr_l^2./abs(B_equiv).*cos(angle(B_equiv)-angle(A_equiv)) + ...
(abs(Ve_l).*Vr_l./abs(B_equiv).*sin(angle(B_equiv)-30*pi/180)...
- abs(A_equiv).*Vr_l^2./abs(B_equiv).*sin(angle(B_equiv)-angle(A_equiv)))*1i ;

```

4.4.7. Cálculo regulación automática Para el cálculo de la regulación automática se utiliza una sentencia “for” que busca comparar dos valores (Rv–auto, NI–auto–regv) de regulación de tensión con el fin de generar un bucle que se rompe en el momento en que la diferencia de estos valores es menor al porcentaje de error establecido equivalente a 0,01.

Nl–auto–regy: Corresponde al valor de regulación de tensión requerida. Rv–auto: Corresponde al valor de regulación de tensión que se calcula.

```

%% Cálculo de la regulación automática

for k=0:0.01:3

    y_equi_automatica = real(y) + imag(y)*(1 - k)*1i ;
    [A_1_auto, B_1_auto, C_1_auto, D_1_auto] = modelos(z, y_equi_automatica,...
                                                    L, Zc, Gamma, mod) ;

    Vr_1_vacio_auto = abs(Ve_1(1) ./A_1_auto) ;
    Rv_auto = (abs(Vr_1_vacio_auto(end)) - Vr_1)/Vr_1*100 ;

    if abs(Rv_auto - Nl_auto_regulada) < 0.01
        break
    end
end

Nl_auto = k*100 % Porcentaje necesario para cumplir con la regulación
% establecida
    
```

4.5 Gráficas

En ésta sección se presentan los resultados gráficos de la temática utilizada para el análisis del desempeño y operación de las líneas. De está manera, se presenta gráficamente conceptos tales: Perfiles de tensión, circulo de potencia, límites de potencia, con los cuáles se hace una comprensión visual del comportamiento de la línea, a continuación se describe cada una de estás gráficas.

4.5.1. Gráfica perfil de tensión La gráfica de perfil de tensión presenta la variación de tensión a lo largo de la línea, vista desde cada uno de los extremos de la misma en condiciones de plena carga y de vacío. La gráfica muestra resultados bajo dos situaciones: compensada y sin compensación. Inicialmente aparece el perfil de tensión en una línea continua para las dos

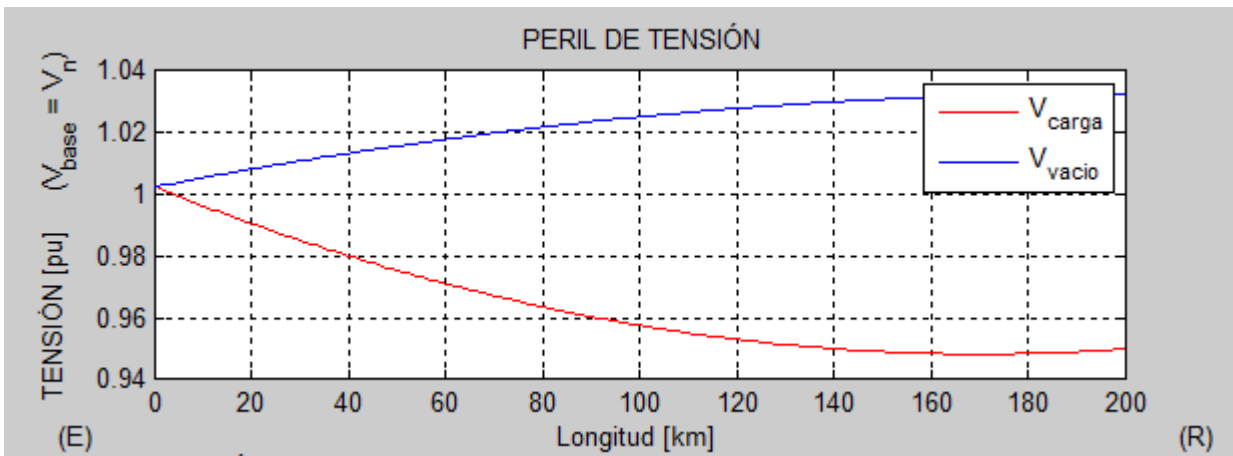
situaciones (plena carga y vacío), al momento que se aplica la compensación de la línea se observa simultáneamente como el perfil de tensión mejorar bajo esta situación, pues se presenta el perfil de tensión corregido el cual aparece en la gráfica con una línea discontinua.

```

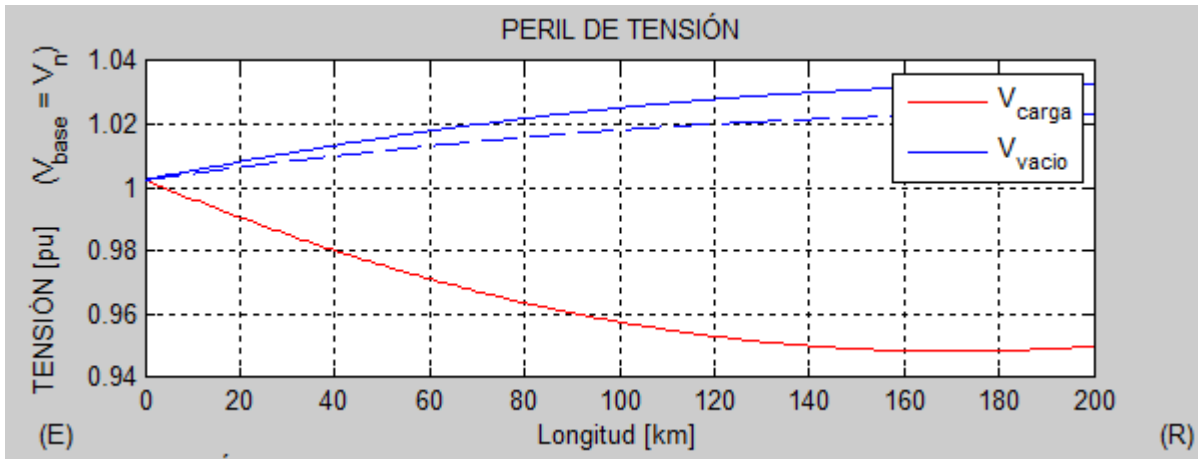
%% Graficas perfil de tensión
subplot(2, 1, 1)
plot(x(end:-1:1), abs(Ve_l/Vn), 'r', ... % Tensión a plena carga
      x(end:-1:1), Vr_l_vacio/Vn, 'b',...% Tensión de vacío en el receptor
      x(end:-1:1), Vr_l_vacio_comp/Vn, '--b')% Tensión de vacío compensada
legend('V{carga}', ...
       'V{vacío}', ...
       'V{vacío}_{comp}') ;

title(' PERIL DE TENSIÓN')
xlabel('(E) Longitud [km] (R)')
ylabel('TENSIÓN [pu] (V_{base} = V_n)')
legend('V_{carga}', 'V_{vacío}')
grid on
    
```

Sin compensación



Con compensación



4.5.2 Gráficas de cargabilidad La gráfica de Cargabilidad presenta los límites de potencia de la línea los cuáles restringen el flujo de potencia para tener un funcionamiento estable. La gráfica muestra resultados bajo dos situaciones: compensada y sin compensación, en tal caso la gráfica facilita observar como los límites de potencia mejoran en el momento en que se aplica la compensación, esto se ve ya que simultaneamente se observa las curvas de los límites compensados (línea discontinua) y sin compensar (línea continua).

```

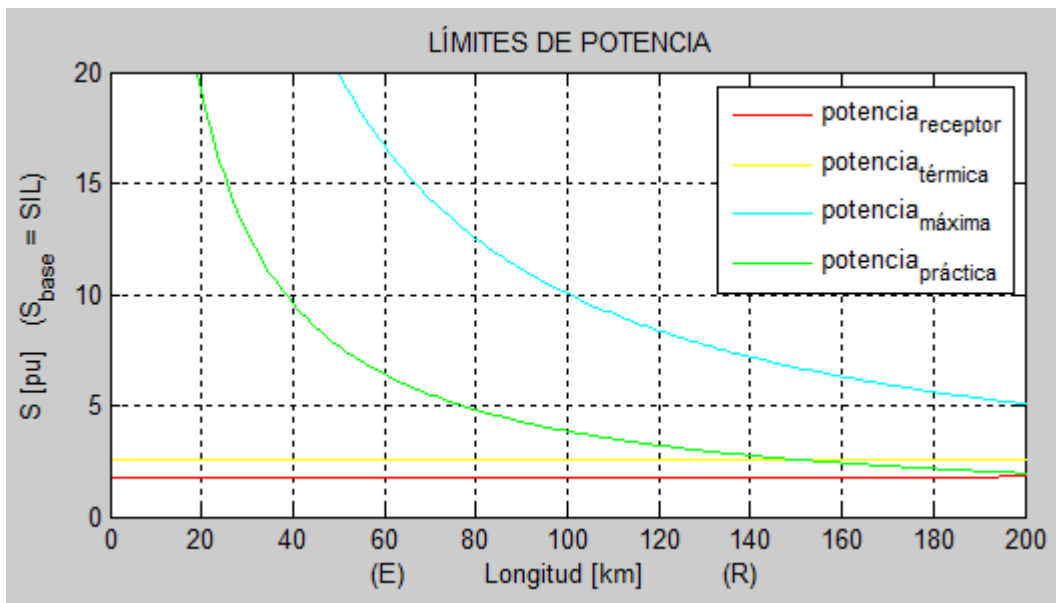
% Graficas de cargabilidad
if Nc > 0 % condición cuando se hace compensación
subplot(2,2,3)
plot(x, abs(Se)/SIL, 'r', ... % Potencia en el emisor
      x, limite_termico/SIL, 'y', ...
      x, abs(Lim_potencia_maxima/SIL), 'c', ...
      x, abs(Lim_potencia_maxima_comp/SIL), '--c', ...
      x, abs(Lim_cap_practica/SIL), 'g', ...
      x, abs(Lim_cap_practica_comp/SIL), '--g')

legend('pot_{receptor}', ...
      'pot_{térmica}', ...
      'pot_{máxima}', ...
      'pot_{práctica}', ...
      'pot_{máx_comp}', ...
      'pot_{pract_comp}')
else
subplot(2,2,3)
plot(x, abs(Se)/SIL, 'r', ...
      x, limite_termico/SIL, 'y', ...
      x, abs(Lim_potencia_maxima/SIL), 'c', ...
      x, abs(Lim_cap_practica/SIL), 'g')

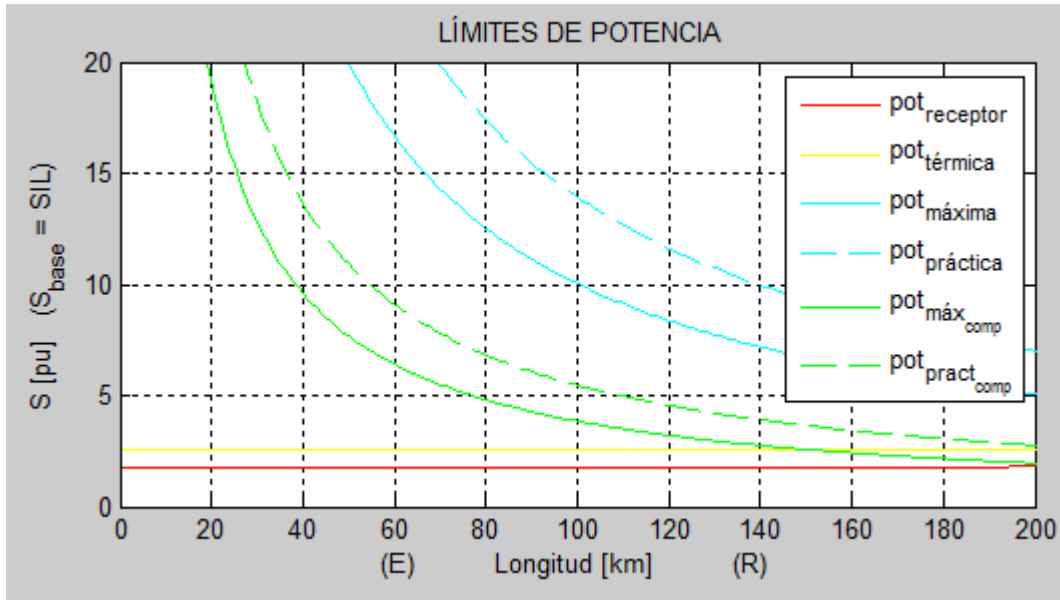
legend('potencia_{receptor}', ...
      'potencia_{térmica}', ...
      'potencia_{máxima}', ...
      'potencia_{práctica}')
end

```

Sin compensación



Con compensación



4.5.3 Gráfica círculo de potencia En el esquema del círculo de potencia, se aprecia fácilmente el triángulo de potencia, el cuál permite ver como varía la potencia activa respecto a la reactiva cuando se varía el factor de potencia, a su vez, los límites de potencia se encuentran graficados como en la sección anterior, con lo cuál se permite observar los cambios que estos tienen cuando se aplica compensación en la línea de transmisión mejorando cada uno de estos límites.

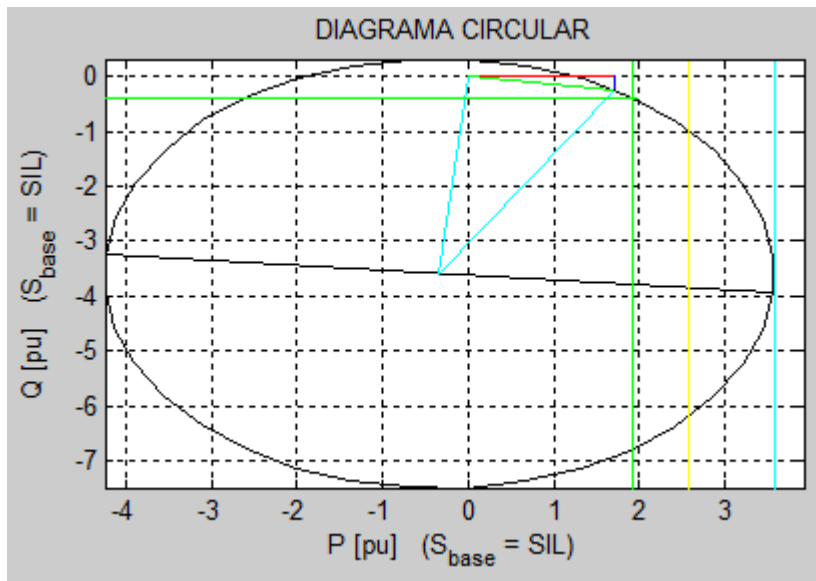
```

%% Gráfica círculo de potencia extremo receptor
Centro = 0.5*(S_total(10) + S_total(28))/SIL ;

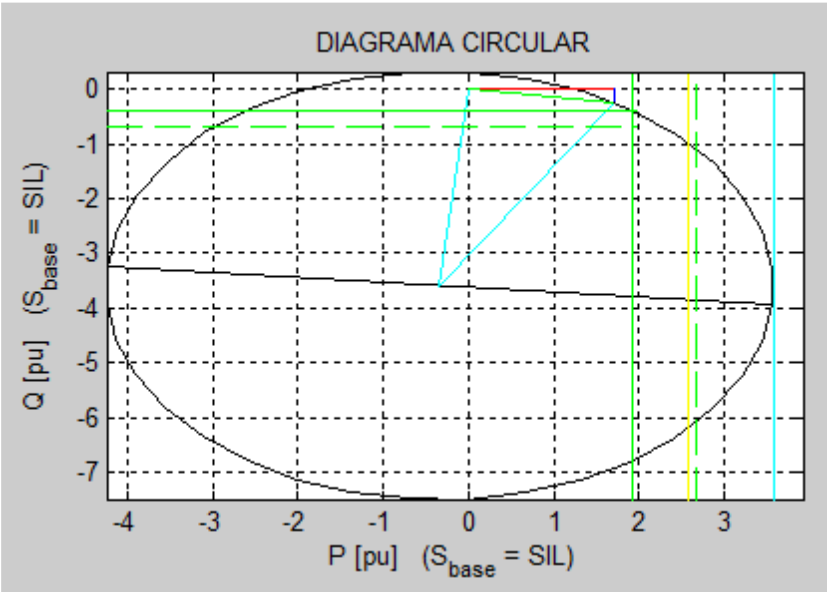
subplot(2,2,4)
plot(real(S_total)/SIL, imag(S_total)/SIL, 'k', ...
      [0 real(Sr)]/SIL, [0 0], 'r',...           % Potencia activa
      [real(Sr) real(Sr)]/SIL, [0 imag(Sr)]/SIL, 'b', ... % Potencia reactiva
      [0 real(Sr)]/SIL, [0 imag(Sr)]/SIL, 'g', ...   % Potencia aparente
      real([S_total(10) S_total(28)]/SIL), imag([S_total(10) S_total(28)]/SIL), 'k', ...
      [real(Centro) 0], [imag(Centro) 0], 'c', ...
      [real(Centro) real(Sr)/SIL], [imag(Centro) imag(Sr)/SIL], 'c', ...
      [limite_termico(1) limite_termico(1)]/SIL, [-8 2], 'y', ...
      [Lim_potencia_maxima(1) Lim_potencia_maxima(1)]/SIL, [-8 2], 'c', ...
      [Lim_potencia_maxima_comp(1) Lim_potencia_maxima_comp(1)]/SIL, [-8 2], '--c', ...
      real([Lim_cap_practica(1) Lim_cap_practica(1)]/SIL, [-8 2], 'g', ...
      real([Lim_cap_practica_comp(1) Lim_cap_practica_comp(1)]/SIL, [-8 2], '--g', ...
      [-8 2], imag([Lim_cap_practica(1) Lim_cap_practica(1)]/SIL, 'g', ...
      [-8 2], imag([Lim_cap_practica_comp(1) Lim_cap_practica_comp(1)]/SIL, '--g')
      axis([min(real(S_total)) 1.1*max(real(S_total))
           min(imag(S_total)) max(imag(S_total))]/SIL)
grid on
title('DIAGRAMA CIRCULAR')
xlabel('P [pu] (S_base = SIL)')
ylabel('Q [pu] (S_base = SIL)')

```

Sin compensación



Con compensación



5. Conclusiones

En este trabajo de grado se propuso desarrollar una herramienta de consulta que contenga la temática del modelado de líneas de transmisión. Por un lado, se documentó completamente todo el desarrollo matemático que permite definir los modelos de las líneas de transmisión y analizar el comportamiento de la línea, cuando se conocen las condiciones de operación ya sea en el extremo receptor o emisor y en el caso de tener datos de ambos lados de la línea. Simultáneamente se desarrolló una herramienta computacional que permite visualizar los diferentes modelos de las líneas para los tres casos de estudio presentados en el tercer capítulo.

Con la ayuda de la herramienta computacional se puede contrastar cual es el comportamiento de las líneas de transmisión cuando están sin compensación y cuando se compensa la línea ya sea con compensación serie o en derivación. Se estudiaron éstos dos métodos, los cuales cada uno tiene gran importancia en el comportamiento de la línea, el primer método controla y mejora el flujo de potencia por la línea y el segundo método, mejora la regulación y el perfil de tensión de la línea, para que se encuentre en los límites establecidos por norma.

Tener los conceptos claros y los criterios del desempeño de la línea de transmisión bajo los conceptos de regulación de tensión, eficiencia, cargabilidad, SIL, entre otros, permiten establecer las condiciones en las cuales la línea estará en un estado razonable de funcionamiento, y se establecen los límites bajo los cuales se debe llevar a cabo el transporte de energía eléctrica, y así cumplir con los criterios de calidad en el servicio.

Como resultado de la consulta bibliográfica, se logró condensar la información concerniente al modelado de líneas de transmisión en un sólo documento de consulta, que a su vez, sirve de herramienta educativa. De esta manera, en el documento se presenta la información de forma detallada, los modelos matemáticos necesarios para definir las ecuaciones y desarrollar los modelos de las líneas de transmisión. En general, se cumple con el objetivo de tener un documento de apoyo en el aprendizaje de la teoría concerniente al modelado de líneas de transmisión, todo esto bajo los conceptos de ecuaciones características y constantes generalizadas de la línea.

6. Observaciones

La elaboración del documento final, tiene por objetivo servir de herramienta de consulta a los estudiantes de líneas de transmisión. Esta herramienta educativa contiene gran parte de la temática relacionada con los modelos de la línea y los parámetros de la misma, se hizo necesario esta recopilación de información ya que pese a que en la literatura se encuentra consignada la temática, existe el problema que no todos los libros presentan la información completa, sino, que cada uno de ellos tiene un enfoque independiente que dificulta la comprensión al momento de abordar el tema, lo cual dificulta tener un texto guía en la materia , pues la información en general se encuentra muy dispersa.

Referencias Bibliográficas

Alexandre. X. X. (s.f.) Líneas de transmisión.

Brokering W., Palma,R. and Vargas. L (12008) Los sistemas eléctricos de potencia. Publicación del Departamento de Ingeniería Eléctrica de la Universidad Católica de Chile,(Sept. 1975),

Castellanos-Bustamante R. (2014) Determinación de límites de transmisión en sistemas eléctricos de potencia. Ingeniería, investigación y tecnología, 15(2):271–286.

Checa. L. M. (1998) Líneas de transporte de energía. Marcombo.

Cheng D. K. (1998)Fundamentos de electromagnetismo para ingeniería. Pearson Educación,

CREG C d. Resolución creg-025 de 1995. CÓDIGO DE OPERACIÓN.

Duncan Glover J and Mulukutla S Sarma. (2003) Sistemas de potencia: análisis y diseño. Cengage Learning Editores,.

Gonzalez-Longatt. F. (s.f.) Elementos de líneas de transmisión aéreas. línea]. Disponible: http://fglongatt.org/OLD/Archivos/LT_1.html.

Grainger J. J and Stevenson W. D. (1996) Análisis de sistemas de potencia. McGraw-Hill,.

Gutman R., Marchenko PP, and Dunlop RD. (1979) Analytical development of loadability characteristics for ehv and uhv transmission lines. IEEE Transactions on Power Apparatus and Systems, (2):606–617.

Maraví Reátegui. A. (2011) Análisis de la capacidad de transmisión en estado estable de las líneas de transmisión en el Perú por los métodos IEEE, IEC y AWCO.

Mora J. F. (2008) Máquinas eléctricas, volume 5. McGraw-Hill.

Mujal Rosas R. M. (2002). Cálculo de líneas y redes eléctricas, volume 75. Univ. Politèc. de Catalunya,

Saadat. H. (1999) Power system analysis. McGraw-Hill.

Zapata Centeno. J. C. (2012) Análisis de líneas de transmisión en estado permanente

Apéndices

Apéndice A Representación de valores en por unidad

”Las magnitudes físicas se pueden expresar en función de sus unidades o en comparación con una referencia denominada magnitud de fase. se dice que una magnitud se expresa en por unidad cuando se divide su valor por la magnitud base, que debe tener la misma dimensión. Por medio de esta operación, conocida con el nombre de normalización, las magnitudes carecen de dimensiones y sus valores por unidad son a menudo más significativos que sus valores absolutos” (Mora, 2008, P.791) .

El cálculo por unidad tiene la ventaja de simplificar los cálculos, representa los resultados reales en un valor mucho más pequeño (cerca de 1) que generalmente se expresan en decimales o porcentuales en forma adimensional. Los valores en por unidad corresponden simplemente en un cambio de escala de las dimensiones de V, I, Z y S a partir de un valor base o de referencia elegido convenientemente, de tal manera se define que el valor en por unidad (p.u), es la relación entre el valor real y el valor base elegido. Sistema monofásico:

$$I_B = \frac{S_B}{V_{B Ln}} \quad Z_B = \frac{V_{B Ln}}{I_B} = \frac{(V_{B Ln})^2}{S_{B 1\phi}}$$

Sistema trifásico:

$$I_B = \frac{S_{B 3\phi}}{V_{B LL}} \quad Z_B = \frac{(V_{B LL})^2}{S_{B 3\phi}}$$

$$p.u. = \frac{\text{valor real}}{\text{valor base}} \text{ adimensional}$$

- Para el cálculo de los valores en por unidad se debe de considerar lo siguiente, usar tensiones de línea a línea ($V_{B_{LL}}$) con la potencia trifásica ($S_{B_{3\phi}}$)
- Usar tensiones de línea a neutro ($V_{B_{Ln}}$) con la potencia monofásica ($S_{B_{1\phi}}$)

En sistemas trifásicos es una práctica común realizar los cálculos en función de una sola fase, que se supone balanceada, así la potencia de fase es $\left(\frac{S_{B_{3\phi}}}{3}\right)$ y su tensión $\left(\frac{V_{B_{LL}}}{\sqrt{3}}\right)$.

En algunas ocasiones surge la necesidad de realizar un cambio de base dentro del sistema, el cual se consigue mediante,

$$Z_{nueva p.u} = Z_{dada p.u} \left(\frac{V_{Bdada}}{V_{Bnueva}}\right)^2 \left(\frac{S_{Bnueva}}{S_{Bdada}}\right)$$

“La aplicación de la ecuación anterior consiste en cambiar el valor de la impedancia en por unidad de cualquier componente que se da sobre una base en particular a otra base nueva” (Grainger and Stevenson, 1996).

Apéndice B Implementación de los modelos de líneas de Transmisión

La presente herramienta computacional busca servir de apoyo para poder visualizar el comportamiento de las líneas de transmisión en estado estable, para esto, se tienen en cuenta diversos conceptos que permiten establecer las condiciones adecuadas en las cuales una línea de transmisión puede o debe funcionar, el entorno gráfico permite visualizar la respuesta del sistema a condiciones iniciales establecidas en el extremo receptor de la línea, a su vez, estas condiciones se pueden variar y el programa permite observar la respuesta a estos cambios.

Un concepto importante que la herramienta permite visualizar, es la compensación de las líneas. Esto se desarrolló utilizando la teoría de la compensación tradicional en serie y paralelo, cada una proporciona mejoras en las condiciones de operación de la línea, en el caso de la compensación serie, mejora el rendimiento de la línea aumentando el flujo de potencia activa. Y la compensación paralelo, permite mejorar la regulación de tensión. El programa está en condiciones de permitir la variación de la regulación de tensión de dos formas, una es automática, se obtiene ingresando los datos en la entrada del sistema, la otra es establecer en el programa una regulación de tensión deseada que se encuentre dentro de los límites establecidos por norma, el programa proporcionará el porcentaje de compensación que se requiere para obtener dicho valor de regulación.

En el presente capítulo se explica el entorno gráfico que presenta el programa y el uso que se pueda dar al mismo.

B.1. Diagrama de flujo

En la Figura B.1 se visualiza la ventana principal del programa, ésta presenta los datos de entrada, las variables calculadas, gráficas y los modelos de las líneas, cada una de éstas partes se explicará en las siguientes secciones.

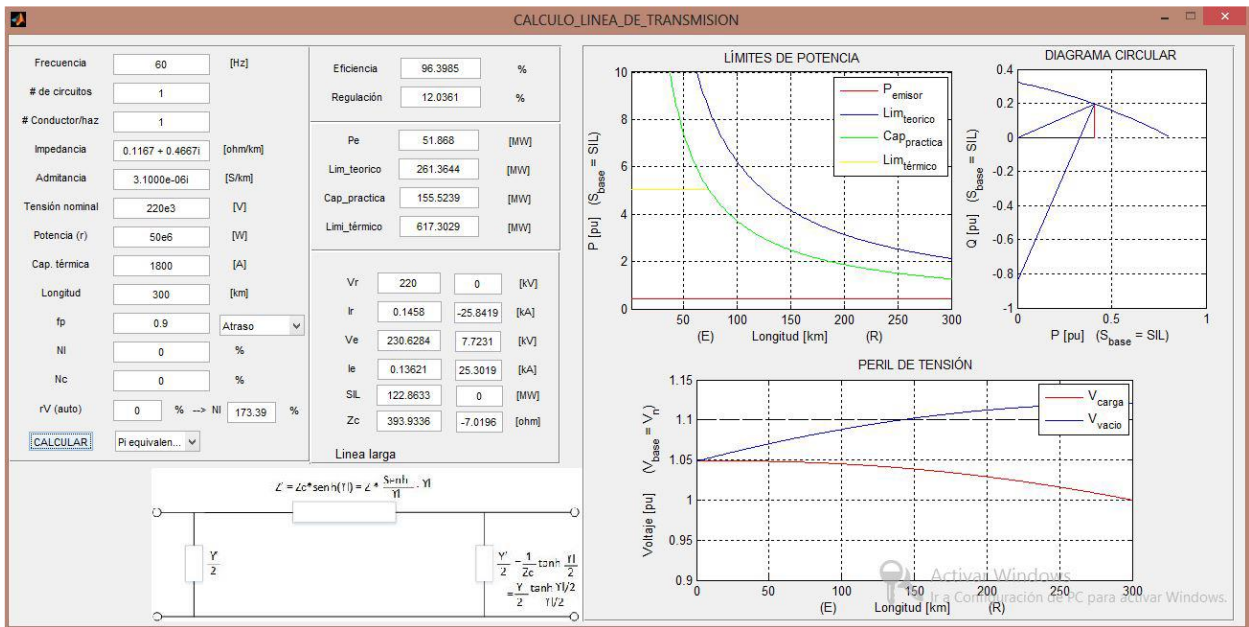


Figura B.1: Ventana principal entorno gráfico guide

B.2. Datos de entrada

La herramienta computacional ha sido diseñada para que se pueda hacer un análisis de las líneas de transmisión en casos donde se conocen las condiciones de operación del extremo receptor, de modo que es necesario conocer datos de tensión nominal, factor de potencia y potencia activa en recepción. Datos como la frecuencia, la longitud de la línea, impedancia y admitancia que son propias de la línea.

La herramienta presenta un entorno gráfico que permite interactuar fácilmente entre usuario y máquina, en la Figura B.2 se puede observar el entorno utilizado para el ingreso de todos los datos que se presentan, además, en esta sección se despliegan algunos menus que dan las condiciones

bajo las cuales se puede operar el sistema. La Tabla B.1 presenta un resumen de los datos de entrada y lo que significan para el sistema.

Frecuencia	<input type="text" value="60"/>	[Hz]
# de circuitos	<input type="text" value="1"/>	
# Conductor/haz	<input type="text" value="1"/>	
Impedancia	<input type="text" value="0.1167 + 0.4667i"/>	[ohm/km]
Admitancia	<input type="text" value="3.1000e-06i"/>	[S/km]
Tensión nominal	<input type="text" value="220e3"/>	[V]
Potencia (r)	<input type="text" value="40e6"/>	[W]
Cap. térmica	<input type="text" value="1800"/>	[A]
Longitud	<input type="text" value="300"/>	[km]
fp	<input type="text" value="0.7"/>	Adelanto <input type="button" value="v"/>

Figura B.2: Datos de entrada al sistema

Dato de entrada	Significado
Frecuencia	Frecuencia en la cuál se encuentra trabajando la línea
# de circuitos	Cantidad de Circuitos por torre
# de conductores	Cantidad de conductores por Haz
Impedancia	Impedancia de la línea por unidad de longitud
Admitancia	Admitancia de la línea por unidad de longitud
Tensión nominal	Tensión de la línea en el extremo Receptor
Potencia (R)	Potencia activa de la línea en el extremo Receptor
Capacidad térmica	Capacidad térmica del conductor
Longitud	Longitud total de la línea
fp	Factor de potencia

Tabla B.1: Explicación datos de entrada

B.3. Modelos de las líneas

Esta sección, permite hacer uso de los tres modelos de línea de transmisión (cortas medias y largas) Figura B.3, la manera de utilizar es desplegar el menú y elegir cual de estos modelos se desea utilizar. Internamente el programa calcula los parámetros propios de la línea a su vez al elegir el modelo se visualiza gráficamente como se vé el modelo.

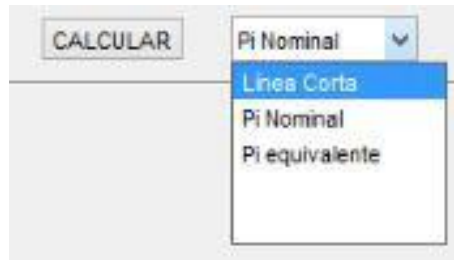


Figura B.3: Vista del menú de los modelos y dibujo del modelo línea larga.

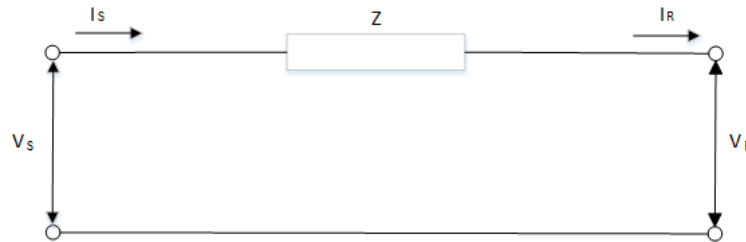


Figura B.4: Modelo línea corta

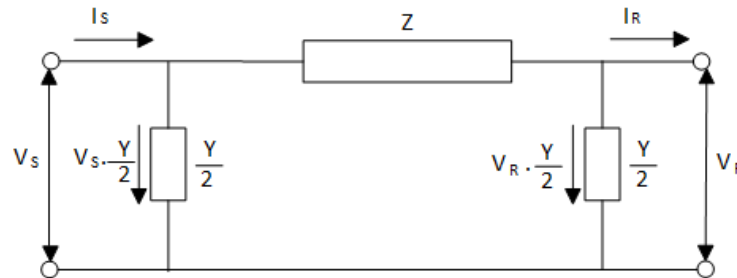


figura B.5: Modelo pi nominal (Línea Media)

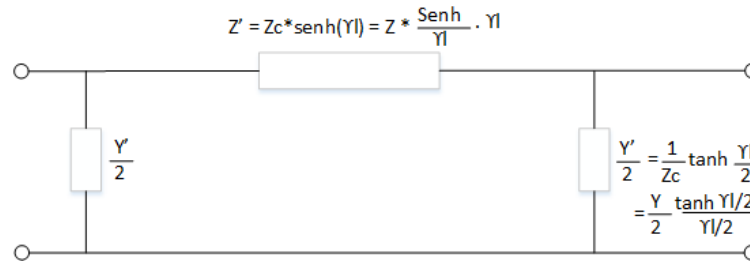


Figura B.6: Modelo pi equivalente (Línea Larga)

B.4. Compensación de la línea

Este tipo de operación en los sistemas eléctricos busca mejorar las limitaciones que presenta un sistema de transmisión de energía eléctrica. La herramienta computacional se ha diseñado con el fin de observar gráficamente cómo la compensación mejora las características de una línea de transmisión, específicamente en el mejoramiento del perfil de tensión y la capacidad de transmisión de potencia activa.

B.4.1. Compensación paralelo

El reactor Shunt, suministra energía inductiva al sistema para compensar la energía capacitiva de las redes, compensando así las variaciones de tensión en la línea. Este dispositivo puede estar conectado al sistema a través del terciario de un transformador.

La instalación de este dispositivo busca básicamente dos cosas:

1. Mejorar los perfiles de tensión en la línea de transmisión.
2. Mantener la regulación de tensión en los rangos establecidos.

Bajo esta posibilidad de modificar las condiciones de operación de la línea y poder obtener una mejora bajo esta operación, se hace uso de los datos del Ejemplo 4.12.2.1 para observar como la regulación de tensión se modifica buscando obtener valores adecuados todo esto utilizando la herramienta.

Frecuencia	<input type="text" value="60"/>	[Hz]
# de circuitos	<input type="text" value="1"/>	
# Conductor/haz	<input type="text" value="1"/>	
Impedancia	<input type="text" value="0.0165+0.3306i"/>	[ohm/km]
Admitancia	<input type="text" value="4.674e-06i"/>	[S/km]
Tensión nominal	<input type="text" value="730e3"/>	[V]
Potencia (r)	<input type="text" value="2.402e9"/>	[W]
Cap. térmica	<input type="text" value="6200"/>	[A]
Longitud	<input type="text" value="300"/>	[km]
fp	<input type="text" value="1"/>	Adelanto <input type="button" value="v"/>

Figura B.7: Datos entrada compensación paralelo

Bajo los anteriores datos de entrada Figura B.7, en una línea de transmisión sin pérdidas, se obtiene una regulación de tensión total igual a 12.6779 % Figura B.8 y un perfil tensión (curva azul) Figura B.11, sin aplicar compensación. El modelo bajo el cual se aprecia el análisis es el de línea larga, aunque cabe destacar que la herramienta permite hacer este análisis para cada uno de los modelos de línea: corta, media y larga.

Eficiencia	<input type="text" value="97.846"/>	%
Regulación	<input type="text" value="12.6779"/>	%

Figura B.8: Regulación y eficiencia ejemplo 4

Para ejemplificar la mejora en la regulación de tensión en el ejercicio se le va a exigir al sistema un valor equivalente al 6 % Figura B.9, de esta manera, el programa calcula cual es el porcentaje de compensación que se debe aplicar a la línea para obtener el valor deseado.

fp	<input type="text" value="1"/>	Atraso	▼
NI	<input type="text" value="85.38"/>	%	
Nc	<input type="text" value="0"/>	%	
rV (auto)	<input type="text" value="6"/>	% --> NI	<input type="text" value="85.38"/>
	<input type="button" value="CALCULAR"/>	Pi equivalen...	▼

Figura B.9: Regulación exigida al programa de 6 %

Para este caso se observa que el modelo utilizado es Pi equivalente (modelo línea larga), y al hacer cálculos para una regulación de tensión igual al 6 % se observa que el porcentaje de compensación requerido en paralelo es igual al 85.38 % Figura B.9, de esta manera aplicando este valor en NI (compensación paralelo), efectivamente se obtiene la regulación deseada Figura B.10.

Eficiencia	<input type="text" value="97.846"/>	%
Regulación	<input type="text" value="6.0096"/>	%

Figura B.10: regulación de tensión corregida

De acuerdo a la gráfica B.11 se observa como el perfil de tensión mejora (línea discontinua) al aplicar una compensación en paralelo equivalente al 85.38 % de la reactancia en paralelo, con lo cual la línea de transmisión operará dentro de los límites de tensión establecidos.

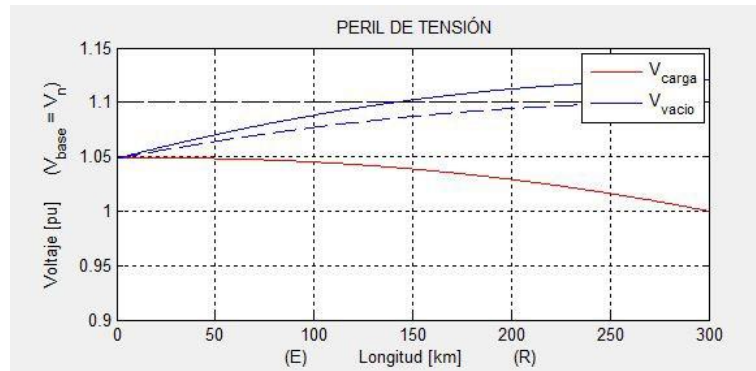


Figura B.11: Compensación paralelo, mejoramiento del perfil de tensión

B.4.2. Compensación serie

La compensación en serie busca mejorar la reactancia equivalente de la línea. Puesto que, para la compensación en serie se instalan capacitores, estos tienen una reactancia negativa $X_C = 1/(j\omega C)$. Que compensa la reactancia de la línea $X_L = j\omega L$, de esta manera se tiene que la potencia reactiva consumida por la línea es igual a $Q = I^2 * X_L$ y la potencia reactiva generada por el capacitor es igual a $Q = I^2 * X_C$, así la compensación serie funciona modificando la caída de tensión inductiva en la línea, es decir, reducen la reactancia eficaz de la línea de transmisión. Mejora la estabilidad y la capacidad de carga de las redes de transmisión.

Puesto que la compensación serie disminuye la reactancia equivalente de la línea esto genera que el transporte de energía reactiva disminuya por tanto el transporte de potencia activa mejora. El siguiente ejemplo 4.12.1.1 muestra el cambio y mejora en la capacidad de carga de la red, tomando los datos de entrada de la Figura B.2, se hace el análisis de la compensación serie en la línea.

Pe	2454.8769	[MW]
Lim_teorico	5225.1927	[MW]
Cap_practica	2707.1025	[MW]
Limi_tOrmico	7839.262	[MW]

Figura B.12: Potencia práctica

Bajo esta situación se observa que el valor de la potencia en el extremo emisor (generación) es inferior a los límites teórico y práctico de esta manera se concluye que la línea está operando en los límites adecuados de potencia. Pero la línea no tiene ninguna compensación por lo tanto la capacidad de carga se puede mejorar aplicando compensación serie.

Bajo esta situación se aplica una compensación de 30 % Figura B.13 en serie utilizando el modelo de línea larga y se observa que ocurre con los límites de capacidad de carga.

fp	1	Atraso		
Nl	0	%		
Nc	30	%		
rV (auto)	0	% --> Nl	0	%
CALCULAR		Pi equivalen...		

Figura B.13: Compensación serie 30 % en la herramienta computacional

Ya aplicada la compensación se obtiene nuevos valores de límite teórico y capacidad práctica observable en la Figura B.14 y comparables con la Figura B.12. De igual manera en la Figura

B.15 se pueden comparar las curvas de cuando se encuentra sin compensación el sistema (líneas continuas azul y verde) y cuando se ha operado con compensación (líneas discontinuas azul y verde).

Pe	2454.8769	[MW]
Lim_teorico	7115.7658	[MW]
Cap_practica	3742.1748	[MW]
Limi_tOrmico	4551.8295	[MW]

Figura B.14: Mejora en los límites de capacidad de transporte de potencia (compensación serie)

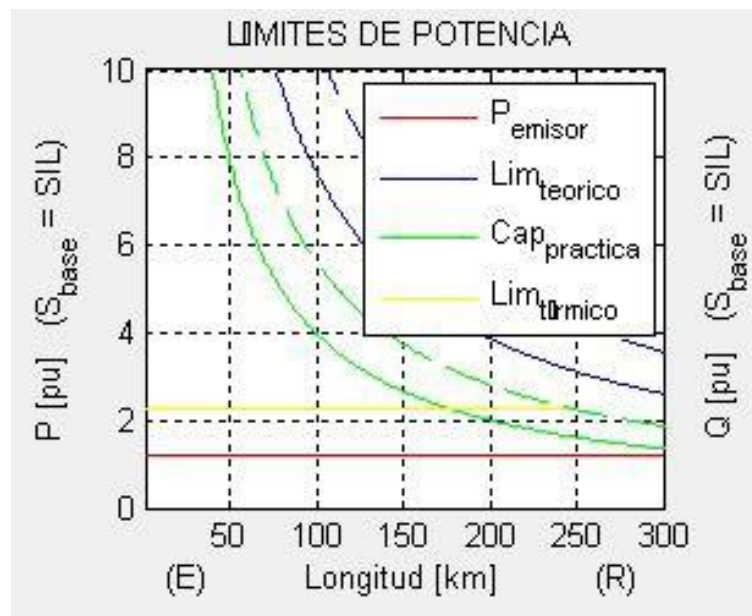


Figura B.15: Compensación serie, mejoramiento de la capacidad de carga

B.5. Análisis gráfico

La herramienta permite visualizar en tres ventanas diferentes, los perfiles de tensión del sistema, los límites de potencia existentes en la línea y el diagrama circular Figura B.16. De esta forma se observan las características de operación del sistema y cuales son las restricciones que existen en la operación.

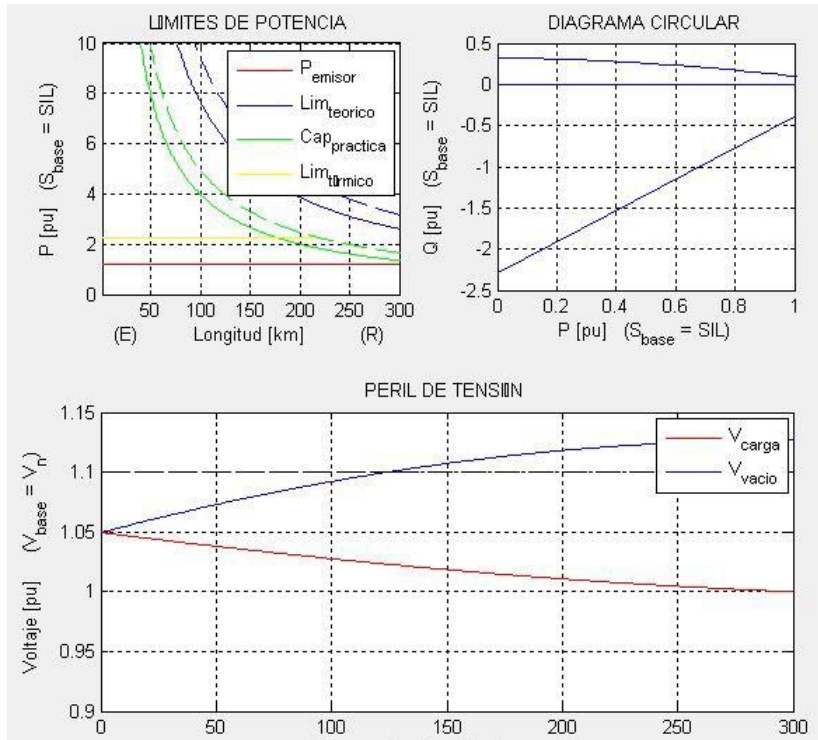


Figura B.16: Gráficas herramienta computacional

B.5.1. Límites de potencia

En la Figura B.16 se presente tres conceptos importantes que permiten establecer el límite de transporte de potencia activa de la línea, se observa la potencia activa que el emisor entrega al sistema (curva color rojo), en simultáneo se observan la capacidad práctica (curva color verde) que tiene la línea y la cual varía de acuerdo a la longitud de la línea y se observa que para cortas distancias este valor es bastante elevado. Finalmente el límite teórico (curva color morado) muestra hasta que valores se puede llegar a cargar la línea sin tener problemas, es decir muestra los valores de potencia admicibles que no saturan la línea.

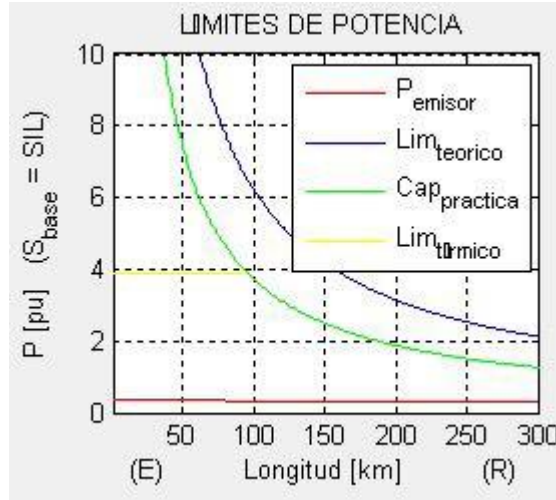


Figura B.17: Límite de potencia

B.5.2. Perfil de tensión

La Figura B.18 permite observar las restricciones en nivel de tensión que presenta la línea de acuerdo a la longitud de la misma. cuando se compensa la línea aparece como una línea discontinua el nuevo perfil de tensión. Además se muestran la tensión en vacío y bajo carga.

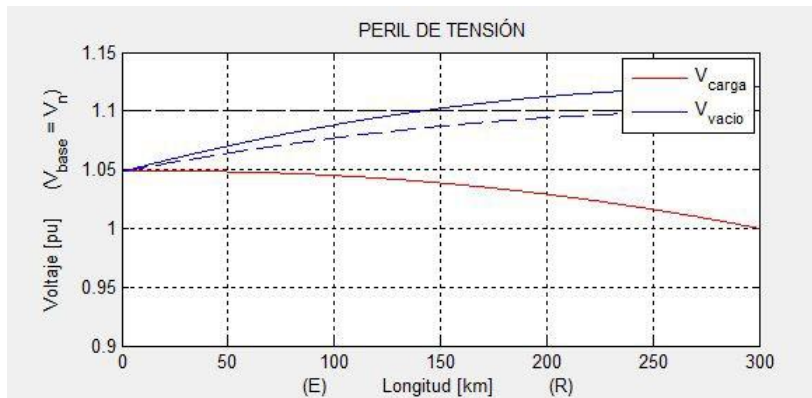


Figura B.18: Perfil de tensión con compensación, gráfica discontinua

B.5.3. Diagrama circular

La Figura B.19, permite observar el diagrama circular de potencia en el extremo receptor de la línea, este diagrama comprende las potencias activa y reactiva en por unidad las cuales conforman lo que se conoce como triángulo de potencia, este tipo de diagrama permite analizar cuál es la variación de la potencia reactiva respecto al factor de potencia, a su vez este cambio en el factor de potencia proporciona cambios en la regulación de tensión y la eficiencia de la línea.

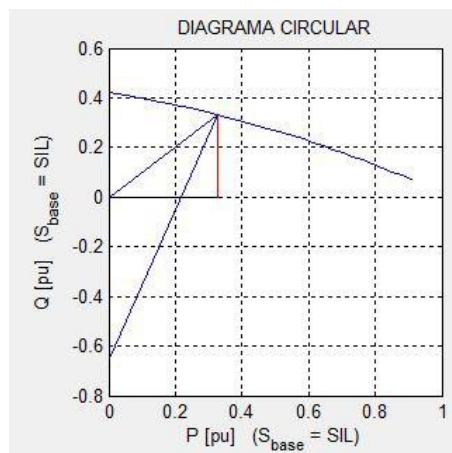


Figura B.19: Diagrama circular de potencia

B.6. Compensación automática con FACTS

El uso de tecnologías encaminadas a convertir los sistemas de potencia en sistemas robustos, que funcionen bajo cualquier situación ha impulsado el uso de FACTS (Flexible Alternating Current Transmission Systems), esta situación ha sido aprovechada por la actual situación de los sistemas eléctricos de potencia, pues estos ven en la necesidad de transportar una mayor cantidad de potencia utilizando la infraestructura actual, por tanto, se requiere que el transporte de la energía sea más eficiencia y permita aumentar los flujos de potencia sin tener de cambiar la infraestructura.

Los FACTS son dispositivos basados en electrónica de potencia, que permiten controlar el flujo de potencia y/o variar características de la red, esto permite básicamente dos beneficios en los SEP:

- Incrementar la capacidad de transferencia de potencia.
- Mantener el flujo en trayectorias establecidas, de acuerdo a las condiciones de operación del sistema.

En vista que la demanda de energía, día a día se incrementa estos dispositivos brinda la posibilidad que las redes existentes puedan ser más eficientes, ya que aumentan la capacidad útil de la misma.

B.6.1. Compensación paralelo con FACTS

La compensación en paralelo consiste en suministrar potencia reactiva a la línea, para aumentar la transferencia de potencia activa, manteniendo los niveles de tensión dentro de los rangos aceptables de seguridad. La ecuación B.1 se generaliza para expresar la transferencia de potencia activa desde cualquier barra.

$$P_{ij} = \frac{V_i V_j \sin(\delta_i - \delta_j)}{X_{ij}}$$

Se aprecia que variar cualquiera de las tensiones V_i o V_j ocasiona un cambio en la potencia transmitida de la línea, estos cambios pueden ser originados directamente por equipos de compensación conectados en las barras del sistema.

Una forma de llevar al límite la transmisión, suponiendo que las tensiones en las barras extremas ya alcanzaron el valor máximo aceptable, es instalar compensadores adicionales en la mitad de la línea, como se muestra en la Figura ???. Este compensador, que se supondrá sin pérdidas óhmicas, se trata de llevar la tensión en el punto medio de la línea al valor $V_M = V_R = V_{máx}$ se puede apreciar en la Figura ??.

Para lograr esta condición de operación se requiere inyectar potencia reactiva en el punto medio de la línea de transmisión del sistema ($jQ_M = V_M I_M^*$) de manera que las corrientes complejas I_1 y I_2 que se establezcan respondan al diagrama fasorial de la Figura B.20. A partir de este análisis se pueden definir las siguientes relaciones:

$$P_{SM} = P_{MR} = \frac{V_S V_M \sin(\delta - \delta_M)}{X/2} = \frac{2V^2 \sin(\delta/2)}{X}$$

$$\bar{I}_1 + \bar{I}_M = \bar{I}_2$$

$$I_M \angle \delta/2 = I_2 \angle \delta/4 - I_1 \angle 3\delta/4$$

$$I_1 X/4 = V \sin(\delta/4)$$

$$I_1 = I_2 = I = \frac{4V \sin(\delta/4)}{X}$$

$$I_M \angle \frac{\delta}{2} = I \angle \delta/4 - I \angle 3\delta/4 = 2I \sin(\delta/4) \angle (-90^\circ + \delta/2)$$

$$jQ_M = \bar{V}_M \bar{I}_M^* = V \angle \delta/2 * \frac{8V \sin^2(\delta/4)}{X} \angle 90^\circ - \delta/2$$

$$Q_M = \frac{8V^2 \sin^2(\delta/4)}{X} = \frac{4V^2(1 - \cos(\delta/2))}{X}$$

Las potencias activas transmitidas ecuación (B.2) y compensación correspondiente ecuación (B.3) pueden ser representadas gráficamente, para distintos ángulos de desfase entre la barra receptora y emisora.

Se aprecia que mediante la compensación en derivación es posible incrementar la transferencia de potencia activa PS al sistema, alcanzándose un máximo equivalente a $2V^2/X$ para $\delta = 180^\circ$. En esta situación se requiere un nivel de compensación equivalente a $Q_m = 4V^2/X$.

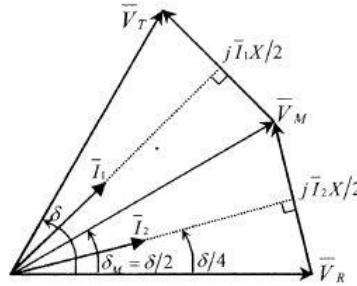


Figura B.20: Diagrama fasorial

B.6.1.1. Reactor controlado por tiristores (TCR)

El TCR consiste en un reactor paralelo, de inductancia fija, en serie con un interruptor bidireccional con tiristores. Mediante el control del ángulo de disparo de los tiristores se puede modificar la impedancia equivalente del reactor, controlando de esta forma la corriente de compensación. Los TCR controlan y compen-

san la tensión local (por ejemplo en casos de inestabilidad de la tensión, sobretensiones transitorias etc.) en forma continua absorbiendo la potencia reactiva inductiva de cero al máximo, dependiendo de los requisitos y además reduciendo oscilaciones en el sistema. Cada rama del TCR (conexión Y o Δ), consta de una reactancia conectada en serie con un par de tiristores en conexión antiparalelo para controlar la corriente alterna a través de la reactancia. El conjunto reactor-tiristores está conectado a una barra en la cual será controlada la tensión o la potencia reactiva. de acuerdo a la Figura B.21.

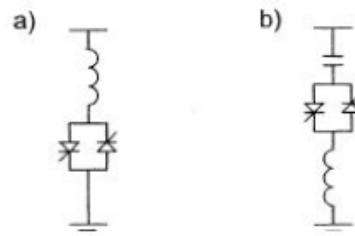


Figura B.21: a) TCR b) TSC

B.6.1.2. Condensador conmutado por tiristores (TSC)

Consiste en un condensador paralelo de capacidad fija en serie con un interruptor bidireccional con tiristores y una inductancia pequeña para limitar sobrecorrientes. Controlando el ciclo de trabajo de los tiristores se puede variar la corriente compensadora inyectada en la línea. En principio, tiene como objetivo realizar las mismas funciones del TCR, es decir, pueden controlar de una forma moderada los cambios que se presentan en la carga, puede llegar a corregir el factor de potencia inductivo de las cargas que se tienen conectadas. La conexión de igual forma al TCR puede ser en (conexión Y o Δ) y esta conexión cuenta de un conjunto de capacitor-tiristor está conectada a una barra principal en la cuál se puede llevar a cabo el control de la tensión o de la potencia reactiva. La Figura B.21 presenta el diagrama de un TSC. El TSC no genera armónicos, para apagar un TSC, los pulsos en la puerta están bloqueados y los tiristores se apagan cuando la corriente a través de

ellos cae.

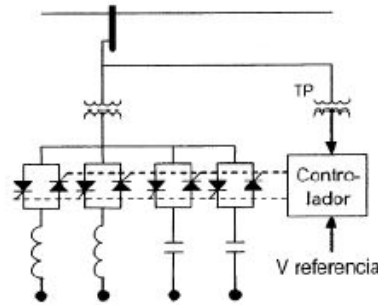


Figura B.22: Compensación en paralelo

B.6.1.3. Compensador estático de reactivos (SVC o CER)

Consiste en un arreglo de compensadores en paralelo, usualmente tanto TCR como TSC, esta configuración proporciona que se pueda hacer compensación capacitiva o inductiva según las condiciones de operación del sistema de potencia. Los compensadores operan coordinados por un sistema de control, cuya estrategia más común es mantener la tensión en el punto de conexión en un valor fijo específico. Puesto que el SVC está basado en TCR y TSC podría ser diseñado en una gran variedad de maneras, de esta manera, se podría satisfacer gran cantidad de criterios y requerimientos de operación en el sistema. La Figura B.22 presenta una configuración típica de un FACTS SVC.

B.6.1.4. Compensador estático de reactivos avanzado (STATCOM)

A diferencia de los anteriores compensadores, este FACTS no se basa en dispositivos de conmutación, su funcionamiento se basa en la inyección de corriente, que se obtiene con la ayuda de un condensador en corriente continua, conectado a la línea de transmisión mediante un vertidor con fuente de tensión y un transformador en paralelo. Controlando la magnitud relativa entre la tensión de línea y la de salida del inversor, el STATCOM puede proporcionar compensación capacitiva o inductiva, según sea la necesidad, la Figura B.23 presente el diagrama de conexión de un STATCOM.

Este equipo se comporta como un compensador síncrono, permitiendo un control continuo de la potencia reactiva, y ofrece una mayor velocidad de respuesta, mayor estabilidad y mejor manejo de perturbaciones dinámicas que un SVC, aunque a un mayor costo.

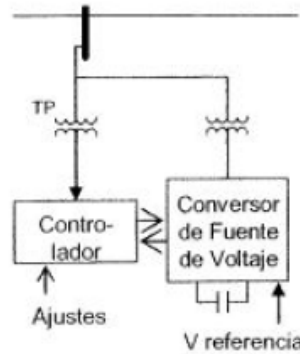


Figura B.23: STATCOM

B.6.2. Compensación serie FACTS

La compensación en serie consiste en controlar la corriente en la línea de transmisión ecuación (4.1), ya sea mediante un cambio en la reactancia de la línea, o bien mediante la inyección de una tensión en serie con la línea. Un compensador serie ideal puede ser representado como una fuente de tensión conectada en la mitad de la línea de transmisión. Figura B.24.

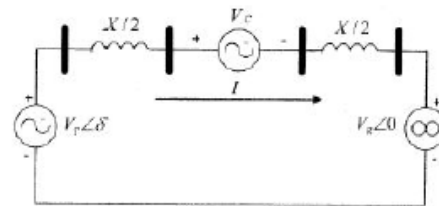


Figura B.24: Compensador serie ideal

$$I = \frac{\bar{V}_S - \bar{V}_R - \bar{V}_C}{jX} \text{ corriente que circula} \tag{B.4}$$

De acuerdo a la teoría V_c corresponde a una fuente de tensión, si ésta tensión inyectada está en cuadratura respecto de la corriente de la línea, entonces la fuente puede ser reemplaza por una impedancia reactiva, que puede ser inductiva o capacitiva.

En este caso, la impedancia total equivalente de la línea de transmisión se aprecia en la ecuación (B.5) y corresponde a:

$$X_{eq} = X - X_{Comp} = X(1 - \lambda) \quad (B.5)$$

$$X_{Comp} = \lambda X$$

$\lambda = \frac{X_{Comp}}{X}$ es el grado de compensación serie. Este valor varía entre 0 y 1, y si signo es positivo para compensación capacitiva y negativo para compensación inductiva. De esta manera la corriente se puede calcular bajo la siguiente ecuación:

$\bar{I} = \frac{\bar{V}_S - \bar{V}_R}{jX(1 - \lambda)}$ En tal caso la potencia activa y reactiva ecuaciones (B.6) y (B.7) de la línea es igual a:

$$P_G = \frac{V_S V_R}{X_C(1 - \lambda)} \sin(\delta) \quad (B.6)$$

$Q_C = I^2 X_{comp}$, utilizando las ecuaciones de corriente y de impedancia equivalente se tiene:

$$Q_C = (V_S^2 + V_R^2 - 2V_S V_R \cos(\delta)) \frac{\lambda}{X(1 - \lambda)^2} \text{ para el caso donde } V_S = V_R = V \text{ se tiene}$$

$$Q_C = \frac{2\lambda V^2(1 - \cos(\delta))}{X(1 - \lambda)^2} \quad (B.7)$$

B.6.2.1. Condensador serie conmutado por tiristores (TSSC)

En este dispositivo se disponen condensadores en serie con la línea, cada uno con un interruptor en paralelo, de manera que el grado de compensación varía solo entre valores discretos. La capacitancia equivalente se controla con el número de interruptores cerrados. La figura B.25 presenta en el numeral (a) la configuración del dispositivo, en este se observa como el tiristor es encendido o apagado con el fin de permitir la conexión o desconexión del capacitor, este tipo de compensación no difiere mucho con la compensación tradicional por lo tanto no es una configuración usualmente utilizada.

B.6.2.2. Condensador serie controlado por tiristores (TCSC)

La configuración de este compensador consiste en un condensador en serie con la línea y en paralelo con un reactor controlado por un tiristor figura B.25 numeral (b). Controlando el ángulo de encendido del tiristor se modifica la impedancia efectiva del reactor en paralelo. De esta forma, a diferencia del TSSC, se puede obtener un rango continuo de variación para el grado de compensación. Este dispositivo puede controlar el flujo de potencia, y disminuir las oscilaciones y resonancia en el sistema.

B.6.2.3. Condensador serie controlado por conmutación forzada (FCSC)

Que consiste en un condensador en serie de capacidad fija en paralelo con un interruptor de conmutación forzada. Controlando el ángulo de disparo del interruptor se puede modificar la tensión del condensador, obteniéndose de esta forma el equivalente a un condensador de capacidad variable.

B.6.2.4. Compensador de reactivos serie estático (SSVC)

Consiste en un arreglo de compensadores en serie con la línea (TSSC, TCSC o FCSC) manejados por un controlador con una estrategia de control específica, como por ejemplo: mantener un flujo determinado de potencia activa por una línea.

B.6.2.5. Compensador serie sincrónico estático (SSSC)

El compensador serie sincrónico estático (SSSC) es un dispositivo de compensación que como su nombre lo indica se dispone en serie en el sistema eléctrico que se desea controlar, no utiliza dispositivos de conmutación para controlar la circulación de corriente del elemento de compensación (condensador, reactor). Este FACT puede ser visto como un tipo avanzado de compensación serie controlada, quizás como un STATCOM. El grado de compensación se controla modificando la tensión de salida del convertidor, pudiendo incluso invertirse la fase, obteniéndose así compensación inductiva. El SSSC puede entregar una tensión de salida independiente de la corriente de

línea, por lo que su impedancia es esencialmente cero en la frecuencia fundamental.

En los sistemas de control, tanto del SSSC como del SSSC, se requiere de señales de muestreo de la tensión y corriente de línea, obtenidos mediante transformadores de medida (transformadores de corriente TC y de transformador de potencial TP). La figura B.25 numeral (e) presenta la configuración de este dispositivo.

Un SSSC tiene varias ventajas sobre los TCSC como:

- Mejora características técnicas.
- Eliminación de grandes componentes pasivos (capacitores e inductores).
- Compensación inductiva y capacitiva.
- Brinda la posibilidad de conectar una fuente de energía en DC para intercambiar energía con la red.

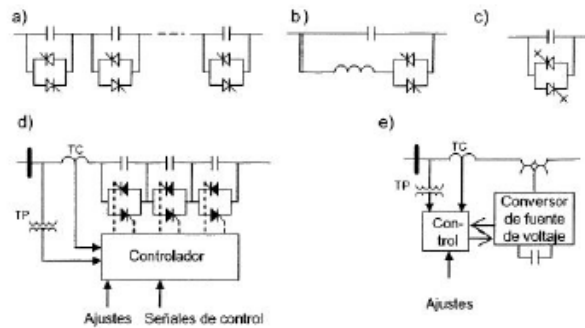


Figura B.25: Dispositivos FACTS para compensación Serie: a) TSSC. b) TCSC. c) FCSC. d) SSSC. e) SSSC

B.6.3. Compensadores por ángulo de fase

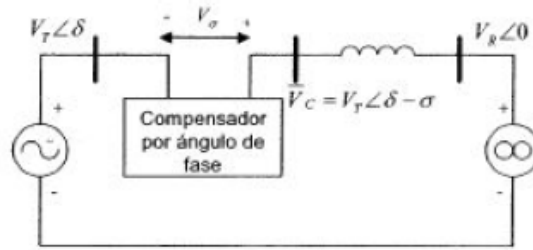


Figura B.26: Compensador por fase

Los compensadores por ángulo buscan controlar la tensión suministrada en magnitud y fase. La compensación por ángulo en un tipo especial de compensación en serie, pese a utilizarse para cambiar la fase en la tensión, el objetivo principal es asegurar que el flujo de potencia sea correcto, esto no quiere decir que aumenten la transferencia de potencia, por tanto no son utilizados en líneas larga, dado a la gran cantidad de pérdidas y caída de tensión que originan las líneas largas. En general son conocidos como Static Phase Shifting Transformers (SPST), transformadores de cambio de fase.

Teniendo en cuenta la Figura B.26 la tensión efectiva de transmisión es la suma de la tensión originada por el compensador más la tensión de generación. En tal caso si se varía el ángulo σ entre $|\bar{V}_C| = |\bar{V}_T|$, esto indica que se puede controlar la potencia transmitida como se ve en la ecuación (B.9) y (B.8), con ayuda del ángulo σ .

$$P_S = P_R = \frac{V_R V_S \sin(\delta - \sigma)}{X} \tag{B.8}$$

$$Q_S = \frac{V_T (V_T - V_R \cos(\delta - \sigma))}{X} \tag{B.9}$$

En general se ha utilizado Compensadores en Cuadratura (QB, Quadrature Booster) que, inyectan una tensión variable V_C en un ángulo fijo $\sigma = 90^\circ$, puesto que es difícil o no es posible mantener la relación $|\bar{V}_C| = |\bar{V}_T|$.

La implementación de este tipo de compensador consta de un transformador conectado en paralelo con la línea de transmisión y desfasado en 90° respecto de la tensión de la línea. Este transformador transfiere la potencia hacia un transformador conectado en serie con la línea, que inyecta la tensión en cuadratura. El módulo de la tensión inyectada se controla mediante un arreglo de tiristores entre ambos transformadores (cambiador de derivación basado en tiristores). Existen distintas disposiciones de tiristores que dan lugar a cambiadores de derivación continuos, discretos, de paso constante o en progresión geométrica, etc. A todos estos compensadores se les también se les conoce como: TCPAR (Thyristor Controlled Phase Angle Regulator), Figura B.27.

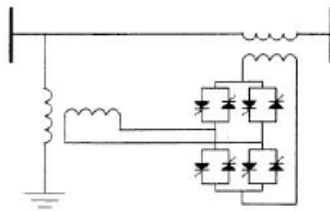


Figura B.27: Estructura de un TCPAR

B.6.4. Modelos UPFC

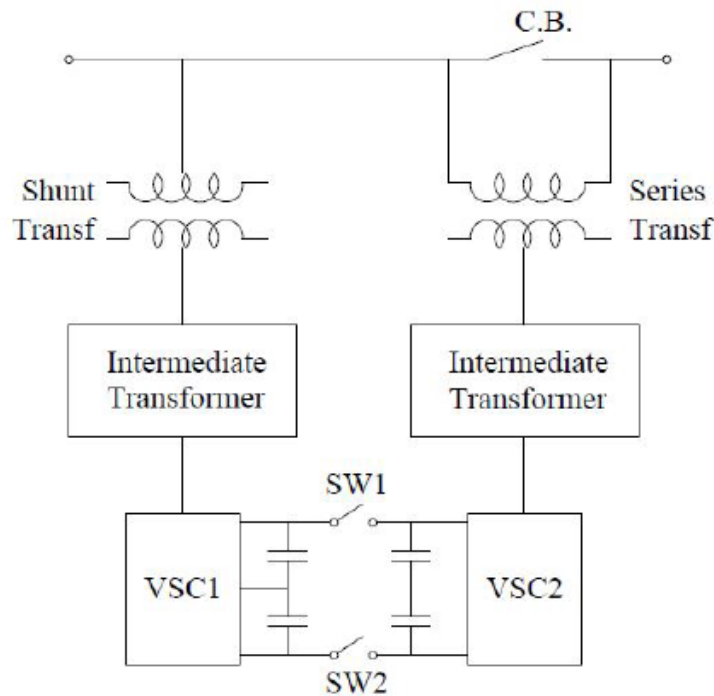


Figura B.28: Estructura FACT UPFC

Los FACTS UPFC (Unified Power Flow Controllers), básicamente corresponden a una combinación entre FACTS tipo STATCOM y SSSC, esto se debe a la operación del mismo, ya que su funcionamiento consiste en dos fuentes convertidoras de voltaje, voltage source converters (VSC), cada uno de estos se conectan en serie y shunt respectivamente se pueden generalizar como un compensador síncrono conectado en serie, implementado bajo un inversor DC a AC que parte desde una fuente de almacenamiento, el funcionamiento es básico ya que se inyecta tensión en la línea mediante un transformador. La Figura B.28 presenta la conexión de un UPFC.

Modelos básicos:

- Fuente de tensión en serie con la línea de transmisión.
- Transformador ideal de razón de transformación y desfase variables.

- Fuentes de corriente sin impedancias.
- Fuentes de corriente con impedancia serie.
- Fuentes de inyección con impedancia serie.
- Fuentes de inyección con impedancia serie y en derivación.

B.6.5. Aplicaciones de equipos FACTS

Los FACTS son dispositivos desarrollados en base a la electrónica de potencia, y su uso busca solucionar problemas de flujos de cargas y niveles de tensión, esto en base a que su uso proporciona un control autónomo y que actúa en tiempo real de acuerdo a las condiciones que se presentan en el sistema, en tal caso a pesar de sus ventajas, para cada uno de los problemas que solucionan los FACTS siempre existe una solución tradicional y por tanto más económica para controlar la situación de contingencia, a su vez se sabe que los FACTS tienen la ventaja de presentar una mayor controlabilidad y rapidez en su respuesta.

De acuerdo a esta situación la siguiente tabla presenta diversas contingencias que se pueden presentar en un sistema interconectado y se muestran que acción y que tipo FACTS puede ayudar con la solución de cada una de estas eventualidades. La Tabla B.2 permite observar las diferentes contingencias que se pueden llegar a presentar en un sistema de transmisión interconectado en estado estable y como los FACTS pueden actuar para cada una de las contingencias.

Tabla B.2: Aplicaciones de FACTS en régimen permanente.

Tema	Problema	Acción correctiva	Controlador FACTS
Límites de tensión	Baja tensión debido a gran consumo	Suministrar potencia reactiva	STATCOM, SVC
	Alta tensión debido a consumo ligero	Absorber potencia reactiva	STATCOM, SVC, TCR
	Alta tensión luego de una contingencia	Absorber potencia reactiva, prevenir sobrecarga	STATCOM, SVC, TCR
	Baja Tensión luego de una contingencia	Suministrar potencia reactiva	STATCOM, SVC
Límite térmico	Circuito de transmisión sobrecargado	Reducir sobrecarga	TCSC, SSSC, UPFC, IPFC, TCPAR
	Desconexión de un circuito paralelo	Limitar carga de circuitos restantes	TCSC, SSSC, UPFC, IPFC, TCPAR
Flujos circuitales	Reparto de carga en líneas paralelas	Ajustar reactancia serie	IPFC, SSSC, UPFC, TCSC, TCPAR
	Reparto de flujos de potencia post-falla	Reordenar red	IPFC, SSSC, UPFC, TCSC, ,TCPAR
	Inversión de sentido de flujo de potencia	Ajustar ángulo de fase	IPFC, SSSC, UPFC, IPFC, TCPAR