

Política de inventario integrada con precios para una cadena de suministro administrada por el vendedor y consolidación de envíos con flota heterogénea para productos sujetos a deterioro.

Lina Mayerly Lozano Suarez

Trabajo de grado para obtener el título de Magíster en Ingeniería Industrial

Director:

**Carlos Eduardo Díaz Bohórquez
Magíster en Ingeniería Industrial**

**Universidad Industrial de Santander
Facultad de Ingenierías Físico-Mecánicas
Escuela de Estudios Industriales y Empresariales
Maestría en Ingeniería Industrial
Bucaramanga
2020**

Agradecimientos

A Dios, por permitirme llegar a esta etapa en mi vida.

A mi madre Rosa, por ser el apoyo incondicional en cada uno de mis momentos
vividos y por su gran amor que le da sentido a mi vida todos los días.

A mi padre Cristóbal, por el gran esfuerzo que me ha ayudado a superar dificultades
a lo largo de este camino.

A mi hermana Deisy, por ser la motivación para superar las dificultades y por ser
una persona incondicional en todos los momentos.

A mis profesores de la Maestría que con sus orientaciones y aportes me han
enseñado grandes cosas a nivel académico y profesional

A mis amigos y compañeros de Opalo por su apoyo a lo largo del proyecto.

Al profesor Carlos Díaz por su orientación para el desarrollo
del proyecto y la confianza que depositó en mí.

Tabla de Contenido

Introducción	13
1. Revisión de literatura	16
1.1. Condiciones de operación VMI	16
1.2. Consolidación de envíos productos sujetos a deterioro	19
1.3. Discusión de la revisión (GAP)	20
2. Justificación y Planteamiento del problema.....	21
3. Objetivos	23
3.1. Objetivo general.....	23
3.2. Objetivos específicos	23
4. Hipótesis.....	24
5. Marco teórico.....	25
5.1. Cadena de suministro	25
5.2. Mecanismos de coordinación y colaboración en la cadena de suministro...	27
5.3. Inventario administrado por el vendedor (Vendor Managed Inventory, VMI)	

5.4.	Gestión de Inventarios de productos sujetos a deterioro.....	32
5.5.	Factores que afectan en las políticas de decisión de inventarios	34
5.6.	Políticas en las cadenas de suministro relacionadas	35
6.	Formulación del modelo matemático.....	38
6.1.	Descripción del problema.....	38
6.2.	Notación y supuestos	40
6.2.1.	<i>Supuestos</i>	40
6.2.2.	<i>Índices</i>	41
6.2.3.	<i>Parámetros</i>	42
6.2.4.	<i>Variables de decisión</i>	44
6.2.5.	<i>Variables relacionadas</i>	44
6.2.6.	<i>Funciones</i>	45
6.2.7.	<i>Nivel de Inventario de la cadena VMI</i>	47
6.3.	Modelo integrado para la cadena VMI.....	49
6.3.1.	<i>Utilidad del minorista j</i>	49
6.3.2.	<i>Utilidad total del fabricante</i>	52
6.3.3.	<i>Modelo de la cadena VMI</i>	60
7.	Algoritmo Optimización por Enjambre de partículas (PSO)	61

7.1.	Parámetros de entrada	63
7.2.	Representación de la solución	64
7.3.	Generación de la solución inicial.....	65
7.4.	Mecanismo de actualización de la posición de las partículas.....	66
7.5.	Evaluación de las partículas o proceso de decodificación	69
7.5.1.	<i>Demanda de cada minorista D_j</i>	69
7.5.2.	<i>Cantidad de pedido de cada minorista q_j</i>	71
7.5.3.	<i>Inventario promedio de cada minorista I_j</i>	71
7.5.4.	<i>Unidades deterioradas en cada minorista Ijd</i>	71
7.5.5.	<i>Demanda total del fabricante</i>	71
7.5.6.	<i>Tamaño de pedido de materia prima Q_m</i>	72
7.5.7.	<i>Inventario promedio I_m y IMp</i>	72
7.5.8.	<i>Unidades deterioradas IMdrm y IMdp</i>	73
8.	Generación de ejemplos numéricos	73
9.	Calibración del Algoritmo PSO.....	76
1.1.	Ejemplo 1: 3 minoristas y 2 tipos de vehículos	77
1.2.	Ejemplo 2: 10 minoristas y tres tipos de vehículos	79
10.	Comprobación de Hipótesis	80

11.	Resultados.....	81
11.1.	Ejemplo 1: 3 minoristas y 2 tipos de vehículos	81
11.2.	Ejemplo 2: 5 minoristas y 2 tipos de vehículos	85
11.3.	Ejemplo 3: 10 minoristas y 3 tipos de vehículos	89
12.	Discusión	94
13.	Conclusiones.....	95
14.	Recomendaciones	96
	Referencias Bibliográficas	97

Lista de Tablas

Tabla 1 Representación de la solución	65
Tabla 2 Parámetros iguales en los tres ejemplos.....	74
Tabla 3 Parámetros generados con distribuciones de probabilidad	75
Tabla 4 Composición de la flota según cantidad de minoristas	76
Tabla 5 Factores y Niveles del Diseño Taguchi.....	77
Tabla 6 Análisis de Varianza de Relaciones S/N para el ejemplo 1	78
Tabla 7 Análisis de Varianza de Relaciones S/N para el ejemplo 2	79
Tabla 8 Variables de decisión: ejemplo 1	82
Tabla 9 Ingresos de la cadena VMI: ejemplo 1.....	83
Tabla 10 Costos minoristas del ejemplo 1	84
Tabla 11 Variables de decisión: ejemplo 2.....	86
Tabla 12 Ingresos de la cadena VMI: ejemplo 2.....	87
Tabla 13 Costos minoristas del ejemplo 2	89
Tabla 14 Variables de decisión: ejemplo 3	90
Tabla 15 Ingresos de la cadena VMI: ejemplo 3.....	91

Lista de Figuras

Figura 1	Los procesos de la cadena de suministro	26
Figura 2	Transición entre negociaciones de mercado abierto a colaboración	29
Figura 3	Operaciones y costos de la cadena VMI.....	40
Figura 4	Comportamiento del inventario para el fabricante y minoristas	48
Figura 5	Estructura del PSO.....	62
Figura 6	Parámetros de entrada correspondientes a la Cadena VMI.....	63
Figura 7	Parámetros del Algoritmo PSO	64
Figura 8	Inicialización	66
Figura 9	Espaciado estándar.....	67
Figura 10	Espaciado ajustado.....	68
Figura 11	Precio y esfuerzo de promoción	69
Figura 12	Procedimiento para obtener la Utilidad total de la Cadena VMI	70
Figura 13	Ciclo de reposición común.....	71
Figura 14	Frecuencia de reposición de materia prima y producto terminado.....	72
Figura 15	Asignación de los vehículos	73
Figura 16	Gráfica de Efectos principales para el ejemplo 1	78

Figura 17 Gráfica de Efectos principales para el ejemplo 2	79
Figura 18 Gráfica de caja: 3 minoristas con flota heterogénea y homogénea	80
Figura 19 Gráfica de caja: 5 y 10 minoristas con flota heterogénea y homogénea.	81
Figura 20 Costos del fabricante con tres minoristas.....	85
Figura 21 Costos del fabricante con cinco minoristas	88
Figura 22 Costos del fabricante con cinco minoristas.....	92

Lista de Apéndices

(Ver apéndices adjuntos en el CD y pueden visualizarlos en la base de datos de la Universidad)

Apéndice A. Desarrollo de Ecuaciones del Modelo Matemático

Apéndice B. Descripción de las funciones de Matlab

Apéndice C. Código del Algoritmo PSO

Apéndice D. Ejemplos numéricos con Flota Homogénea

Apéndice E. Ejemplos numéricos con Flota Heterogénea

RESUMEN

Título: Política de inventario integrada con precios para una cadena de suministro administrada por el vendedor y consolidación de envíos con flota heterogénea para productos sujetos a deterioro ¹

Autor: Lina Mayerly Lozano Suarez**

Palabras clave: Deterioro, Inventario-producción, Inventario Administrado por el vendedor, Optimización por Enjambre de Partículas.

Descripción:

Actualmente la gestión de inventarios de productos perecederos es un factor fundamental en la economía mundial. El desperdicio y deterioro es un problema que está afectando a las cadenas de suministro alimentarias, en las que se pierde producto debido a la mala gestión de los inventarios y la falta de coordinación entre los miembros, donde es necesario realizar una adecuada asignación de vehículos para la entrega y que esto permita alcanzar beneficios a los miembros de la cadena. Para enfrentar esta situación se considera el mecanismo de colaboración Inventario Administrado por el Vendedor (VMI) y se incluye la decisión de asignación de vehículos considerando flota heterogénea, esta es común en consideraciones prácticas y permite una mayor flexibilidad en la planificación de la distribución, en la cadena de suministro comprendida entre un fabricante y varios minoristas. Esta investigación tiene como objetivo establecer un modelo matemático que integre decisiones de producción, inventario, distribución y mercadotecnia considerando el aprovisionamiento de materias primas y asignación de lotes de entrega a la flota heterogénea para maximizar la utilidad total de la cadena VMI. Dada su complejidad, se desarrolló un algoritmo de Optimización por Enjambre de Partículas para la solución del modelo. Para la validación se generaron ejemplos numéricos. Se encontró que la utilidad total de la cadena aumenta cuando se considera flota heterogénea en comparación a la homogénea, cuando el número de minoristas aumenta.

¹ Tesis de Maestría.

** Facultad de Ingenierías Físico Mecánicas. Escuela de Estudios Industriales y Empresariales.
Director Carlos Eduardo Díaz Bohórquez, Magíster en Ingeniería Industrial.

ABSTRACT

Título: Integrated inventory policy with prices for vendor managed inventory supply chain and

Política de inventario integrada con precios para una cadena de suministro administrada por el vendedor y consolidación de envíos con flota heterogénea para productos sujetos a deterioro ²

Autor: Lina Mayerly Lozano Suarez**

Palabras clave: Deterioration, Production-inventory, Vendor managed inventory, Particle swarm optimization, Heterogeneous fleet.

Descripción:

Nowadays inventory management of perishable products is a fundamental factor in the world economy. Waste and spoilage is a problem that is affecting food supply chains, in which the product is lost due to poor inventory management and lack of coordination among members, where necessary appropriate allocation of vehicles for delivery and that this would achieve benefits to members of chain. To address this situation is considered the collaborative mechanism Vendor Managed Inventory (VMI) and decision to assign vehicles is included considering a heterogeneous fleet, this is common in practical considerations and allows greater flexibility in distribution planning, in supply chain between a manufacturer and several retailers. This research aims to establish a mathematical model that integrates production, inventory, distribution and marketing decisions considering the supply of raw materials and allocation of delivery lots to heterogeneous fleet to maximize the total profit of VMI chain. Given its complexity, a particle swarm optimization algorithm was developed for the model solution. Numerical examples were generated for validation. It was found that the total utility of the chain increases when the heterogeneous fleet is considered compared to the homogeneous one, when the number of retailers increases.

² Master Thesis.

** Faculty of Physical-Mechanical Engineering. School of Industrial and Management Studies. Directed by: Carlos Eduardo Díaz Bohórquez, Master in Industrial Engineering.

Introducción

El manejo de inventario de cadenas de suministros con productos como: lácteos, pescado, frutas, vegetales y productos químicos se dañan, deterioran y desperdician fácilmente a medida que pasa el tiempo, donde estos procesos se conocen como deterioro. Esta es uno de los problemas de los miembros de la cadena que se encargan del proceso de transformación y distribución de estos productos dado que necesitan determinar cómo encontrar una compensación entre los costos de producción, mantenimiento de inventario, transporte y deterioro. Se ha demostrado que la eficiencia en el manejo de este tipo de inventarios depende de las acciones de colaboración entre vendedores y compradores porque un conflicto mutuo entre estas dos partes puede inducir fácilmente en un inventario sobrestimado debido al deterioro (Tat, Taleizadeh, y Esmaeili, 2015).

El mecanismo de colaboración de Inventario Administrado por el Vendedor (Vendor Managed Inventory, VMI) es una estrategia de la cadena de suministro para la gestión del inventario entre vendedor y comprador (es), donde el vendedor es responsable de tomar decisiones de reposición, es decir, cuánto y cuándo ordenar basado en la información que le suministran los compradores como: nivel de inventario y demanda. Por otro lado, cuando los miembros de la cadena quieren maximizar utilidades es necesario considerar parámetros de mercadotecnia como precio de venta y esfuerzo de promoción para estimular la demanda del producto.

Dado que el fabricante asume el costo de transporte es necesario considerar cómo se realiza este proceso para que estos se disminuyan ya que corresponden al 46.2% de los costos logísticos en el sector Industria (Departamento Nacional de Planeación, 2018). Los costos de transporte son función de la cantidad de unidades transportadas en diferentes vehículos y el uso de estos. En consideraciones prácticas los vehículos poseen diferentes capacidades y costos, esto permite una mayor flexibilidad en la planificación de la distribución.

En el presente trabajo se propone la definición de una política para la gestión de una cadena de suministro de un fabricante y varios minoristas de un único producto sujeto a deterioro basado en un modelo matemático de optimización que integre decisiones de producción, inventario, distribución y mercadotecnia considerando el aprovisionamiento de materias primas y asignación de lotes de entrega a la flota heterogénea para maximizar la utilidad total de la cadena y se dará solución mediante la metaheurística Optimización por Enjambre de Partículas (PSO).

El presente documento está organizado de la siguiente manera: en la sección 1 se encuentra la revisión de literatura sobre el tema de investigación, comenzando con cooperación/coordiación en la cadena de suministro, las condiciones de operación de las cadenas VMI que manejan producto sujeto a deterioro, cómo se hace a consolidación de envíos y la respectiva discusión, en la sección 2 se describe justificación y planteamiento del problema, para posteriormente en la sección 3 definir los objetivos, y en la sección 4 se plantea la hipótesis a corroborar. La sección 5 corresponde al marco teórico involucrado en la investigación, luego en la sección 6 se presenta la formulación de modelo matemático posteriormente en la sección 7 se presenta la descripción del Algoritmo de Optimización por

Enjambre de partículas. En la sección 8 se describe brevemente como se generaron los ejemplos numéricos y en la sección 9 se muestra la calibración del algoritmo instancias. Finalmente, las secciones 10, 11, 12 y 13 contienen, respectivamente, la comprobación de la hipótesis, resultados, discusión y conclusiones de la presente investigación.

1. Revisión de literatura

Las condiciones actuales de la globalización económica hacen que el mercado sea más exigente, los clientes quieren productos de alta calidad al mejor precio, y a su vez el aumento de la demanda hace que cumplir eficientemente con las necesidades de las cadenas de suministro sea un reto, siendo fundamental la sincronización del inventario y transporte entre los miembros de la cadena. Para las cadenas de suministros de productos sujetos a deterioro esto es una tarea compleja, dado a que estos productos requieren un manejo especial para conservar sus condiciones de uso, en los que se busca reducir el desperdicio en el fabricante y pérdidas en los minoristas. Para ello, han establecido mecanismos de coordinación del flujo de inventario entre fabricante y minorista como lo es el inventario administrado por el vendedor (Vendor Management Inventory, VMI) además de estrategias de consolidación de envíos para establecer las condiciones de transporte. En este apartado se muestran las condiciones de operación de las cadenas VMI (ver sección 1.1), luego cómo se hace la consolidación de envíos (ver sección 1.2) y finalmente la discusión de la revisión (ver sección 1.3).

1.1. Condiciones de operación VMI

La estrategia de coordinación VMI consiste en que el vendedor en este caso el fabricante se encarga de definir la política de reposición de los minoristas en la que se establecen diferentes condiciones de operación dependiendo de tipo de decisiones que se

involucren en la relación, los objetivos en común, costos correspondientes y las políticas de reposición.

Yu, Huang, Ren, y Liang (2003) y Yu, Huang, Hong, y Zhang (2011) presentan una cadena VMI donde el fabricante administra el inventario y no asume costos y se toman las decisiones de manera centralizada e incorporan decisiones de precio. El fabricante compra materia prima sin deterioro y entrega producto terminado sujeto a deterioro. El objetivo es determinar los precios minoristas, los ciclos de reposición del producto y la materia prima para maximizar la utilidad total del sistema asumiendo que el ciclo de reposición de materia prima es un múltiplo entero (n) del ciclo de reposición común C o “Política de radio entero” ($t_{rm}=nC$) y el ciclo de reposición es común por ejemplo una semana, entonces todos los Lunes el Minorista 1, todos los Martes el minorista 2, todos los Miércoles el minorista 3 y el inventario se transfiere inmediatamente después de que el fabricante produce la cantidad necesaria de cada minorista. Dado que es complejo resolverlo por el método analítico utilizaron un Algoritmo Híbrido que combina las ventajas del Método de Newton-Raphson y el Algoritmo Genético.

Yu, Wang, y Liang (2012) estudiaron una cadena VMI donde el fabricante administra el inventario, no asume costos y se toman las decisiones de manera centralizada. El fabricante compra materia prima sujeta a deterioro rápido para producir un producto terminado de deterioro lento. El objetivo es determinar el ciclo de reposición común de los minoristas y el número de veces que se repone la materia prima durante el tiempo de producción total y número de ordenes de tal manera que el costo total sea minimizado asumiendo que el tiempo de producción t_p es un múltiplo entero del ciclo de reposición de materia prima t_{rm} , $t_p =$

nt_{rm} , esta política permite mantener la frescura de la materia prima y evitar el deterioro en cada corrida de producción y ciclo de reposición común. Para su solución proponen un Algoritmo de Búsqueda Dorada.

Taleizadeh, Noori-Daryan, y Cárdenas-Barrón (2015) incorporan decisiones de precio en los minoristas por lo tanto buscan maximizar la utilidad total de la cadena VMI, esta es descentralizada. Modelan la cadena de suministro como un juego de *Stackelberg*, donde el fabricante al ser el líder primero calcula los ciclos de reposición del producto y el precio del producto terminado en los minoristas y a partir de ello determina su tasa de producción y ciclo de reposición de materia prima. Formulan la función de utilidad total con demanda generalizada sobre un horizonte de tiempo infinito para la cadena de suministro suponiendo que el tiempo de producción es un múltiplo entero del ciclo de reposición de materia prima y una política de ciclo de reposición común. Prueban la concavidad de la función de utilidad y desarrollan un algoritmo para obtener los valores óptimos de las variables de la decisión.

Akbari Kaasgari, Imani, y Mahmoodjanloo (2017) estudiaron una cadena VMI centralizada con descuento en los minoristas, el fabricante administra el inventario y no asume costos. Este descuento depende de la vida útil restante del producto, si el producto no es vendido después del tiempo crítico, es decir, el momento crítico es un momento en que el producto comienza a deteriorarse; en otras palabras, los efectos del deterioro son visibles. El objetivo es minimizar el costo total de la cadena de suministro.

Mohammadzadeh y Mirzazadeh (2018) estudian una cadena donde el fabricante administra el inventario y no asume costos y se toman las decisiones de manera centralizada.

El objetivo es maximizar la utilidad total de la cadena de suministro determinando número de veces que se repone la materia prima, ciclo de reposición de producto terminado, precio minorista, tasa de producción del fabricante asumiendo que el tiempo de producción es un múltiplo entero del ciclo de reposición de materia prima y una política de ciclo de reposición común. Desarrollan un procedimiento exacto para encontrar la solución óptima, dado que los parámetros de la demanda y las tasas de deterioro son números difusos usan Alpha-cut.

Chen (2018) estudia una cadena VMI centralizada donde el fabricante maneja el inventario de toda la cadena y asume todos los costos. Incorpora las decisiones de Mercadotecnia con factores como precio y promoción para influenciar en la demanda. Adicionalmente, el fabricante asume los costos de transporte, donde las operaciones de transporte las realiza una empresa logística de terceros (Third party Logistics, TPL), con un solo modo de transporte, es decir los envíos lo realizaron con una flota de vehículos homogéneos. El objetivo era determinar los ciclos de reposición de materia prima y producto terminado, el nivel de servicio, el precio y la promoción con el fin de maximizar la utilidad total del fabricante. Propusieron un Algoritmo de Optimización por Enjambre basado en el comportamiento cuántico, el cual está inspirado en la mecánica cuántica.

1.2.Consolidación de envíos productos sujetos a deterioro

Se encontró que la consolidación de envíos de productos sujetos a deterioro, en los trabajos investigados lo abordan de dos maneras. La primera es una estrategia basada en el tiempo y la segunda es basada en la cantidad. La estrategia basada en el tiempo significa que una entrega debe realizarse por unidad de tiempo T (por ejemplo, días) para satisfacer la demanda acumulada dentro de la unidad de tiempo T . La estrategia de entrega integrada

basada en la cantidad significa que la entrega debe hacerse solo cuando la demanda se acumula a la cantidad de entrega económica (asumida como Q).

Lan, Li, Liu, y Wang (2011) estudiaron las dos estrategias en una cadena VMI comprendida entre un fabricante, un vendedor y varios minoristas mediante un ejemplo numérico concluyen que el uso de una estrategia sobre la otra se deben analizar parámetros de la operación práctica. En las cadenas de suministro que no trabajan bajo la estrategia VMI y no incorporan materia prima se encontró que Gumasta, Chan, y Tiwari (2012) estudiaron una cadena comprendida entre un distribuidor y un minorista con estrategia basada en el tiempo para un producto sujeto a deterioro considerando flota heterogénea para el envío del producto, esta estrategia causó una reducción considerable en los costos del distribuidor.

Aunque no se refieren directamente a una política de consolidación basada en el tiempo, se puede inferir que la política de entrega sincronizada *Milk-Run* sigue la misma idea consolidar o agrupar pedidos de los clientes en un período T , siendo utilizada en el trabajo de Chen (2018) considerando flota homogénea.

1.3. Discusión de la revisión (GAP)

Si bien se ha incrementado la investigación en el campo de manejo de inventarios de productos sujetos a deterioro en la cadena de suministro de un fabricante y varios minoristas, considerando decisiones de producción, inventario, transporte y mercadotecnia, pocos incluyen los costos de transporte como un componente fijo /variable como el trabajo de Chen (2018) y no consideran decisiones directas de transporte. Con el fin de contribuir en este

aspecto, en el presente trabajo se considera la decisión de asignación de transporte con flota heterogénea, que tienen diferentes capacidades y costos, para poder encontrar una compensación entre los lotes de entrega y la frecuencia de reposición.

2. Justificación y Planteamiento del problema

A nivel Nacional los fabricantes del sector alimenticio se enfrentan a pérdidas en sus inventarios de materia prima y producto terminado. Así mismo, esto se traslada en sus minoristas pertenecientes a su cadena de suministro, incurriendo de esa manera en costos de deterioro. Esto se ve reflejado en las cifras de pérdida y desperdicio, donde el 22% por deterioro, en producción y almacenamiento y el 12% ocurre en la distribución y minoristas, totalizando 9.76 millones de toneladas para el 2016 (DANE, 2016). Esto se debe a la gestión de este tipo de inventarios, porque las decisiones de reposición se realizan sin considerar que existe una cantidad de inventario que se puede perder y también a la mala coordinación entre los miembros de la cadena de suministro, junto a las prácticas ineficientes de los minoristas.

Para esto es fundamental la colaboración que beneficie a ambos miembros de la cadena, los fabricantes y minoristas que les permitan ser competitivos, integrando de manera eficiente la gestión de inventarios y la planificación de la distribución. Dado que los costos de transporte son aproximadamente al 46.2% de los costos logísticos del sector Industria (Departamento Nacional de Planeación, 2018) es necesario la definición de una estrategia de consolidación de entregas que permita asignar un vehículo de acuerdo con las cantidades de

envío y capacidad de una flota heterogénea que permita aumentar la flexibilidad en términos de la planificación de la distribución y a su vez crear una sincronización entre la política de producción, inventario y distribución.

Por lo tanto, se propone la definición de una política para la gestión de una cadena de suministro de un fabricante y varios minoristas de un único producto sujeto a deterioro basado en un modelo matemático de optimización que integre decisiones de producción, inventario, distribución y mercadotecnia considerando el aprovisionamiento de materias primas y asignación de lotes de entrega a flota heterogénea para maximizar la utilidad total de la cadena.

Finalmente, el proyecto está orientado a la línea de investigación, Gestión de la cadena de suministro del grupo de investigación OPALO (Grupo de optimización de sistemas productivos, administrativos y logísticos) que permita aplicar estas investigaciones en el contexto regional.

3. Objetivos

3.1. Objetivo general

Diseñar una política de inventario integrada, considerando flota heterogénea para el envío de un producto sujeto a deterioro, teniendo en cuenta las decisiones de precio y promoción para una cadena de suministro de dos escalones administrada por el vendedor con el fin de maximizar la utilidad total de la cadena de suministro.

3.2. Objetivos específicos

- Identificar condiciones de operación de las cadenas VMI y consolidación de envíos en flota heterogénea para productos sujetos a deterioro con el fin de adaptarlo a la política de inventario integrada para una cadena de suministro de dos escalones administrada por el vendedor, a partir de una revisión de literatura.
- Formular un modelo matemático que integre las decisiones de inventario, precio, promoción y consolidación de envío con flota heterogénea de un producto sujetos a deterioro para una cadena de suministro de dos escalones.
- Diseñar un algoritmo que permita la solución del problema de inventario integrado con decisiones de precio, promoción y consolidación de envío con flota heterogénea de un producto sujetos a deterioro para una cadena de suministro de dos escalones administrada por el vendedor.
- Validar el algoritmo mediante instancias para verificar la coherencia de los resultados.

4. Hipótesis

Considerar flota heterogénea para el envío de un producto sujeto a deterioro, en una cadena de suministro de dos escalones administrada por el vendedor, en la política de inventario integrada mejora la utilidad de la cadena.

5. Marco teórico

5.1. Cadena de suministro

La cadena de suministro es una "Red de organizaciones que participan, a través de enlaces ascendentes y descendentes, en los diferentes procesos y actividades que producen valor en forma de productos y servicios en manos del consumidor final" (Oliver y Webber, 1982, p.95). De igual manera, Beamon (2002) la define como:

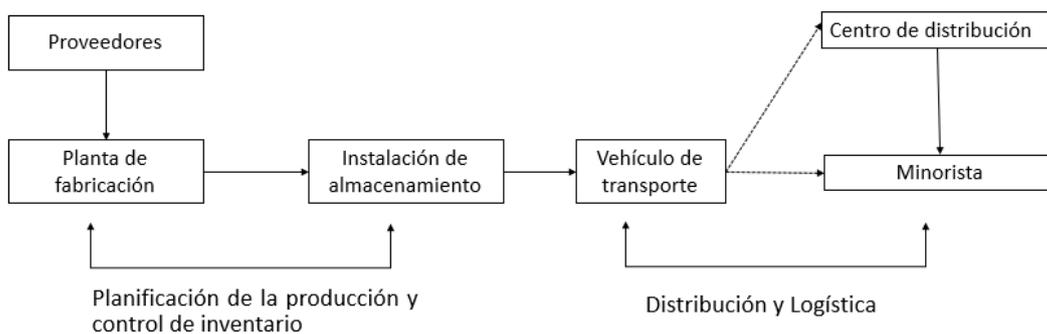
Un proceso integrado en el que un número de diversas entidades de negocios (es decir, proveedores, fabricantes, distribuidores y minoristas) trabajan juntos en un esfuerzo por: (1) adquirir materias primas, (2) convertir estas materias primas en productos finales especificados, y (3) entregar estos productos finales a los minoristas. Esta cadena se caracteriza tradicionalmente por un flujo de materiales hacia adelante y un flujo de información hacia atrás. (p. 281)

Los principales procesos de la cadena de suministro son: (1) Proceso de Planificación de Producción y Control de Inventario, y (2) Proceso de Distribución y Logística (Ver Figura 1 . El proceso de planificación de la producción comprende el diseño y la gestión de todo el proceso de fabricación (incluida la programación y adquisición de la materia prima, el diseño y la programación del proceso de fabricación y el diseño y control del manejo de materiales) y, el control de inventario describe el diseño y la administración de las políticas de almacenamiento y los procedimientos para la adquisición de las materias primas, los inventarios de procesos en proceso y, generalmente, los productos terminados. El proceso de

distribución y logística determina cómo se recuperan y transportan los productos del almacén a los minoristas. Estos productos pueden ser transportados directamente a los minoristas, o primero pueden trasladarse a las instalaciones de distribución, que, a su vez, transportan productos a los minoristas. Este proceso incluye la gestión de la recuperación de inventario, el transporte y la entrega del producto final Beamon (2002).

Figura 1

Los procesos de la cadena de suministro



Nota: Adaptado de Beamon, B. M. (2002). Supply chain design and analysis: Models and methods. *International Journal of Production Economics*, 55(3), 281–294. [https://doi.org/10.1016/s09255273\(98\)00079-](https://doi.org/10.1016/s09255273(98)00079-)

Por otro lado, las principales actividades operativas del sistema de la cadena de suministro incluyen:

- (1) Materias primas: previsión de ventas, planificación de inventario y compras, transporte entre proveedores y fabricantes,
- (2) Productos en proceso: procesamiento y gestión

eficiente de los inventarios de productos parcialmente completados dentro de las plantas de fabricación, (3) Productos terminados: almacenamiento de inventario de productos terminados, servicio a los clientes y transporte de materiales entre los mayoristas, minoristas y clientes. Estas partes reflejan el movimiento básico de bienes, servicios e información a través de un sistema integrado. (Wang y Sarker, 2006, p. 179)

5.2. Mecanismos de coordinación y colaboración en la cadena de suministro.

El instrumento popular para coordinar las operaciones de la cadena de suministro se conoce como Gestión de la cadena de Suministro, Supply chain Management (SCM) en inglés, abarca la gestión de información y flujos de materiales tanto en sentido ascendente como descendente en la cadena de suministro. De acuerdo con el Consejo de Profesionales de la Cadena de Suministro (Council of Supply Chain Management Professionals, CSCMP), la gestión de la cadena de suministro abarca:

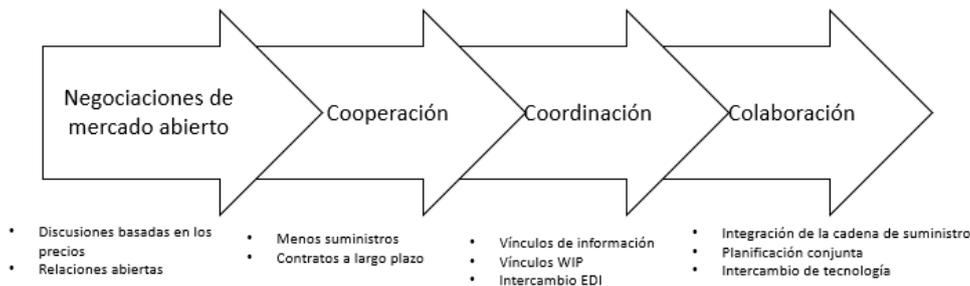
La planificación y la gestión de todas las actividades relacionadas con el aprovisionamiento y la adquisición, la conversión y todas las actividades de gestión logística. Es importante destacar que también incluye la coordinación y colaboración con los socios de canal, que pueden ser proveedores, intermediarios, proveedores de servicios de terceros y clientes. En esencia, la gestión de la cadena de suministro integra la gestión de la oferta y la demanda dentro y entre las empresas. (CSCMP, 2013, p. 187)

Por otro lado, la cadena de suministro tradicional o convencional se refiere a un sistema donde cada miembro toma sus propias decisiones con respecto al control de inventario y actividades de producción y distribución de pedidos basadas en sus ganancias,

sin considerar el impacto de otros miembros (Govindan, 2013). Dado que la gestión de la cadena de suministro ha cambiado el enfoque de la administración de conexiones internas a externas, las alianzas estratégicas entre compradores y proveedores son esenciales para una cadena de suministro efectiva.

Spekman, Jr, y Myhr (2006) en su investigación empírica de la gestión de la cadena de suministro establecen cómo las cadenas necesitan crear mecanismos de colaboración y para ello, necesitan hacer una transición de integración entre los miembros de la cadena, pasando desde una cadena de suministro tradicional a una colaborativa, que permita planear y ejecutar diferentes actividades compartiendo un objetivo común.

Para ello, establecen la transición desde negociaciones de mercado abierto (ver Figura 2) situación que se basa en lograr precios de compra más bajos, mientras garantiza el suministro y los socios son intercambiables. Luego pasar a la cooperación; es decir, enfatizar en la necesidad de extender lazos cooperativos entre compradores y proveedores que les permite intercambiar información e involucrarlos en contratos a largo plazo. El siguiente nivel es la coordinación, mediante la cual, existe flujo de material e información que se intercambian por sistemas como JIT, EDI y otros mecanismos. Por último, la colaboración implica relaciones a largo plazo donde comparten riesgos y beneficios.

Figura 2*Transición entre negociaciones de mercado abierto a colaboración*

Nota: La Figura representa el proceso que lleva una cadena de suministro hasta llegar a la colaboración. Spekman, R. E., Jr. J. W. K., & Myhr, N. (2006). An empirical investigation into supply chain management: a perspective on partnerships. *Supply Chain Management: An International Journal*. 3(2). 53–67

Los términos como integración, colaboración, cooperación y coordinación son complementarios entre sí y cuando se usan en el contexto de SC pueden considerarse fácilmente como parte de la Gestión de la cadena de suministro.

Existen dos facetas de la colaboración en SC: cooperación y coordinación. El primero puede entenderse como la búsqueda conjunta de objetivos acordados a través de una comprensión compartida de las contribuciones y los pagos, mientras que el segundo puede definirse como la alineación deliberada y ordenada de las acciones de los socios involucrados (Mateen y Chatterjee, 2015).

Dado que los miembros de las cadenas son entidades organizacionales independientes, se crean mecanismos de colaboración. Estos son planes operacionales para

coordinar las operaciones de miembros individuales de las cadenas de suministro y mejorar la utilidad del sistema. Cuando los miembros de las cadenas de suministro son entidades económicas separadas e independientes, el mecanismo debe incluir un esquema de incentivos para asignar los beneficios de la coordinación entre ellos para atraer su cooperación y alinear los objetivos de coordinación.

Existen diferentes tipos de integración: horizontal y vertical, divididas, a su vez, hacia atrás y hacia delante. La integración vertical se da cuando una empresa tiene más fases del proceso productivo: producción, transporte, distribución y proceso comercial; en cambio, como integración horizontal se suele hacer referencia a la fusión de dos o más empresas de un mismo sector, dedicadas a elaborar los mismo productos o servicios, o bien productos complementarios.

5.3. Inventario administrado por el vendedor (Vendor Managed Inventory, VMI)

Esta herramienta fue popularizada en los años 80 por compañías como Wal-Mart, Procter y Gamble. El inventario administrado por el vendedor (VMI), es un mecanismo de coordinación de la cadena suministro para la gestión de inventario, donde el vendedor es responsable de tomar decisiones de reposición, es decir, cuánto y cuándo ordenar. En un sistema VMI, además de la información tradicional de la cadena de suministro y los flujos de materiales, el vendedor controla el inventario del minorista para garantizar que se cumplan los niveles de servicio al cliente, este control se da porque se comparte información de la demanda y los niveles de inventario (Tat, Taleizadeh, y Esmaili, 2015).

Dos aspectos claves del VMI son intercambio de información y la transferencia de control. El intercambio de información es dado por la aplicación de tecnologías de información y comunicación, modernas para reducir los tiempos de comunicación y procesamiento de pedidos, el intercambio de pronósticos de demanda e información de costos, comunicaciones oportunas, niveles de responsabilidad establecidos, parámetros de riesgo compartido y el objetivo común de compartir beneficios entre el comprador y el vendedor (Kanda y Deshmukh, 2008). Por otro lado, la transferencia de control / política de control de inventario se manifiesta en quién toma las decisiones en la política de reposición de la cadena VMI, definiendo la cantidad y tiempo de reposición. En la relación VMI, el vendedor frecuentemente aparece como el fabricante y algunas veces como distribuidor o un vendedor. El comprador, puede ser un distribuidor, minorista o cliente final.

De acuerdo con Spekman et al.,(2006) un beneficio importante es la prevención de la suboptimización. En una cadena de suministro tradicional, el minorista toma las decisiones de tiempo y cantidad de reposición de manera independiente, donde las decisiones se basan en información propia como el inventario real del minorista y sus costos de manejo y no tienen en cuenta los costos de transporte y los costos para mantener la capacidad flexible del proveedor, esto resulta en decisiones subóptimas. En la cadena VMI el comprador proporciona toda la información al vendedor sobre los niveles de inventario y la demanda, y en la mayoría de los casos, todos los costos de la cadena de suministro, lo que le permite tomar mejores decisiones para toda la cadena de suministro, lo que resulta en un mayor margen general. En las cadenas de suministro aparece el efecto látigo, es decir, “el escenario donde las órdenes al vendedor tienden a tener mayores fluctuaciones que las ventas al

comprador y la distorsión se propaga en sentido ascendente en una forma amplificada” (Disney y Towill, 2003, p. 202) al ser una cadena suministro VMI que intercambia información permite la reducción del efecto látigo al eliminar dos factores de distorsión: el primero, eliminación de un nivel de toma de decisiones y el segundo, eliminación de algunos retrasos de información (Disney y Towill, 2003).

5.4. Gestión de Inventarios de productos sujetos a deterioro

Una suposición común de una gran cantidad de modelos de inventarios es que los productos almacenados en inventario tienen una vida útil infinita y utilidad inmutable, pero existe una clase muy grande de inventarios para los cuales este supuesto es incorrecto. Dada esta suposición, aparece la gestión de productos: deteriorados, perecederos, obsoletos.

En la literatura no ha habido un consenso en la definición de productos deteriorados, por tal motivo, se exponen las principales definiciones.

Los productos deteriorados son los que están sujetos a decaimiento, es decir que una fracción fija del inventario se pierde en cada período de planificación. Goyal y Giri (2001) y Bakker et al., (2012) lo definen como el daño (*damage*), desperdicio (*spoilage*), sequedad (*dryness*), *vaporización* (*vaporization*), descomposición (*decay*). Raafat (1991) da una definición más completa de *decay o deterioration*:

Es cualquier proceso que impida que un producto se use para su uso original previsto, como: (i) desperdicio (*spoilage*), como en alimentos perecederos, frutas y verduras; (ii) el agotamiento físico (*physical depletion*), como en el robo o la evaporación de líquidos volátiles como la gasolina y el alcohol; (iii) la descomposición (*decay*), como en las

sustancias radiactivas, la degradación, como en los componentes electrónicos, o la pérdida de potencia como en las películas fotográficas y los fármacos. (p. 27)

Teniendo en cuenta lo anterior, el deterioro puede ocurrir en diferentes formas, cambios físicos, químicos y biológicos.

Cabe resaltar la siguiente clasificación para productos sujetos a deterioro según Raafat (1991) con respecto a su valor o utilidad como función del tiempo: (i) Utilidad constante: sufren decaimiento y no enfrentan una disminución apreciable en valor durante su vida útil, por ejemplo, medicamentos recetados. (ii) Utilidad decreciente: pierden valor a lo largo de su vida, por ejemplo, productos frescos o frutas. (iii) Utilidad creciente: aumentan en valor, por ejemplo, algunos vinos o antigüedades que se aprecian en valor.

En términos de clasificación Torres y Pérez (2014) los distingue entre los de tasa de deterioro constante y tasa de deterioro variable. La primera es cuando el nivel del inventario se ve afectado por una tasa constante y la segunda es cuando el nivel de inventario en cada período está afectado por una tasa de deterioro que está en función del tiempo.

Se distinguen dos tipos de productos deteriorados: (a) producto deteriorado reparable: estos productos pueden ser remanufacturados por el productor y entregado a los compradores, y (b) producto deteriorado no-reparable: estos productos no pueden ser remanufacturados y por eso es son desechados (Wu y Sarker, 2013).

Cuando se consideran tasas de deterioro lo abordan de varias maneras: (1) decrece la cantidad (*quantity decrease*): la cantidad se agota durante el tiempo de almacenamiento, o una fracción del inventario desaparece con el tiempo, (2) decrece la calidad (*quality*

decrease), cuando los clientes son sensibles a los cambios de calidad del producto, (3) pérdida de valor (*value loss*): pérdida de utilidad, (4) decrece la calidad y cantidad (*quality loss and quantity decrease*)(Fauza, Prasetyo, Dania, y Amanto, 2018).

Por otro lado, los productos perecederos que están sujetos a perecebilidad, significa que el producto tiene una utilidad constante hasta una fecha de vencimiento o vida útil máxima, la cual puede ser conocida o incierta, momento en el cual la utilidad cae a cero, esto incluye muchos tipos de alimentos envasados, como leche, queso, carnes procesadas y productos enlatados (Nahmias, 2011). Para más información ver revisión (Janssen, Claus, y Sauer, 2016).

5.5. Factores que afectan en las políticas de decisión de inventarios

De acuerdo con el libro “Principles of Inventory Management” Muckstadt y Shapra (2010) al momento de construir modelos matemáticos que quieran responder a preguntas como: ¿Cuánto se debe pedir? Y ¿Cuándo se debe hacer un pedido? se deben tener en cuenta varios factores que afectan las decisiones de políticas de Inventario, estos son:

- 1) **Estructura del Sistema:** La estructura indica la manera en que fluyen tanto el material como la información en un sistema de cadena de suministro. Este sistema puede constar de muchas etapas o escalones.
- 2) **Los productos:** La naturaleza de los productos que son almacenados en la cadena de suministro y en un lugar particular. El número de productos que son almacenados y sus interacciones son importantes cuando se establecen políticas de almacenamiento.

- 3) **Características del mercado:** Tasas de demanda.
- 4) **Tiempos de entrega:** Los plazos de entrega existen en las cadenas de suministro, estos miden el retraso entre la colocación de un pedido y su recepción.
- 5) **Costos:** Diferentes modelos para la planificación de inventario considera costos de varios tipos. Estos incluyen costos de: compra, mantenimiento, desabastecimiento y obsolescencia. En otros modelos se consideran los costos de recibir, ordenar, procesamiento y cumplir con los pedidos de los clientes
- 6) **Medidas de rendimiento:** Las estrategias de inventario utilizadas se basan en alguna forma de modelo, este puede ser simplista o bastante complejo. La complejidad es una función de los componentes del modelo elegidos para describir la demanda, los costos, las restricciones y las complejidades de la cadena de suministro. Independientemente de la complejidad del modelo, hay un objetivo que se debe lograr mediante la aplicación del modelo, puede ser maximizar utilidad o minimizar costos.

Finalmente, la política óptima depende de los diferentes supuestos en el modelo.

5.6. Políticas en las cadenas de suministro relacionadas

Para una adecuada gestión de inventarios, se necesitan establecer políticas de inventarios que consisten en estrategias relacionadas con qué comprar o fabricar, en qué cantidades y cuándo actuar. Donde la parte más difícil de la gestión de inventario es la implementación de una buena política de inventario.

Políticas de inventario en la cadena de suministro: En los productos perecederos en común encontrar las siguientes políticas: revisión continua, revisión periódica, cantidad económica a ordenar (EOQ) o cantidad económica a producir (EPQ), política de inventario administrado por el vendedor (VMI).

Políticas de Inventario del Fabricante: Él debe distinguir entre las políticas para la adquisición de materias primas, el mantenimiento de niveles de inventario de productos en proceso y terminado

Política de Inventario del minorista: El minorista establece cuánto ordenar y cuándo ordenar. La política (R, S) es una política de revisión periódica, en donde una vez transcurre un tiempo constante (R) se debe revisar el inventario a pedir. El punto máximo o inventario objetivo (S) es el que garantiza que se pida y se tenga el inventario suficiente para cumplir con la demanda durante el período de revisión (R) y el tiempo de entrega (L).

Política de consolidación de envíos: La consolidación de envíos significa que los pedidos de los clientes se combinan entre sí y hacen un pedido más grande. Los envíos se consolidan para reducir el costo de envío por unidad, pero causan aumento en los costos de mantenimiento de inventario. Por esta razón, las decisiones de reposición y consolidación de envíos deben realizarse simultáneamente.

Existen dos políticas: La primera, política de consolidación basada en el tiempo en el que los pedidos acumulados de los clientes se envían cada ciclo. La segunda, política de consolidación de envío basado en la cantidad cuando las órdenes acumuladas alcanzan una cantidad de despacho económica.

- La política de consolidación basada en el tiempo: los envíos son consolidados al final del período T el cual es el tiempo entre dos entregas consecutivas.
- La política de consolidación basada en la cantidad: la entrega es realizada solo cuando se acumula demanda para una cantidad económica de entrega.

Política de promoción: Esto implica que los minoristas deben tomar acciones para persuadir a los clientes con estrategias promocionales del equipo de ventas que a su vez afecta la política de reposición. Este esfuerzo promocional consiste en descuentos de precios, exhibiciones, productos complementarios, cupones (Tsao y Sheen, 2008) empaques, servicios especiales y publicidad, entre otros. (Cárdenas-Barrón y Sana, 2014) incluyeron demanda dependiente del esfuerzo de promoción en el modelo de producción e inventario para una cadena de suministro comprendida entre un fabricante y un minorista. (Salas Navarro et al., 2020) extendieron el trabajo propuesto por (Cárdenas-Barrón y Sana, 2014) a una cadena de suministro de tres escalones con múltiples miembros en cada escalón para múltiples productos.

6. Formulación del modelo matemático

Esta sección se presenta la definición del problema, notación, supuestos, y el modelo matemático.

6.1.Descripción del problema

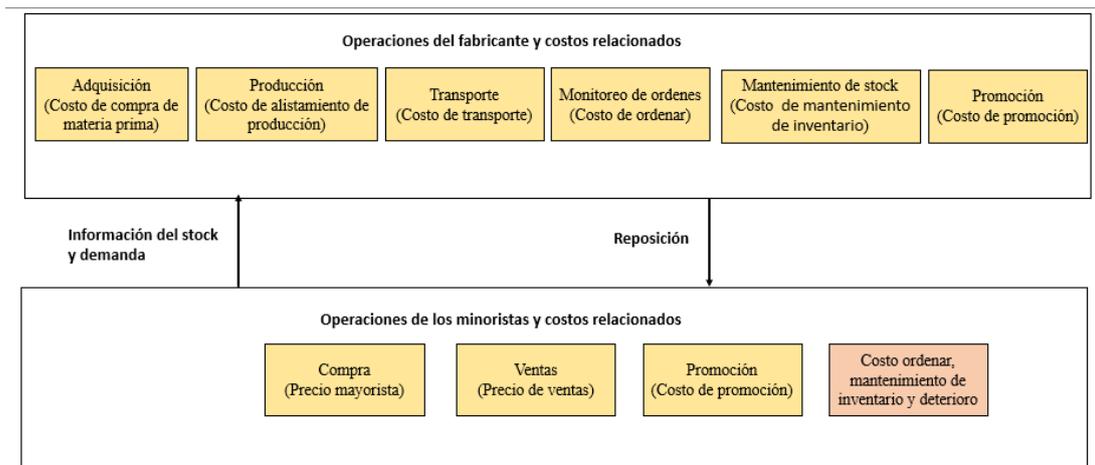
La cadena de suministro considerada es de un fabricante y varios minoristas que manejan un solo tipo de producto, este está sujeto a deterioro. El fabricante compra materia prima de un proveedor externo para procesarla y producir en un único alistamiento y múltiples entregas la cantidad necesaria para suministrarla a todos los minoristas mediante la política de entrega sincronizada, es decir, repone a todos los minoristas el mismo tiempo para satisfacer la demanda de los clientes finales. Con el fin de aumentar la demanda se interviene el precio y se hace promoción al producto en los minoristas.

Dado que las ordenes de los compradores se entregan en cantidades pequeñas en varias entregas, la cantidad total a llevar puede ser menor a una capacidad dada. Con el fin de aprovechar la capacidad y obtener una mayor utilización de los vehículos se considera que existe una flota de vehículos heterogéneos con capacidad limitada para la entrega y el número de vehículos también es limitado. En este estudio, se asume que los vehículos son alquilados de un tercer proveedor de servicios logísticos (3PL) que pone a disposición una flota de $k=1,..K$ diferentes tipos de vehículos, cada uno con una capacidad diferente que no se puede exceder. En este trabajo se asume que el costo de transporte es la suma de dos costos

diferentes, costo fijo y costo variable. Es decir, el costo variable depende del tipo de vehículo y la cantidad de producto transportado y el costo fijo depende del tipo de vehículo utilizado.

La cadena de suministro es centralizada y se comparte la información de la demanda de todos los minoristas mediante un sistema EDI que permite transmitir la información automática e instantáneamente. En esta investigación se asume que el fabricante monitorea, maneja y repone el inventario de toda la cadena, dada la necesidad de mover el producto a los minoristas se incluye decisiones relacionadas con la distribución de los lotes de producto. El objetivo común de la cadena es maximizar la utilidad total, es decir, la suma de la utilidad de los minoristas y la del fabricante.

Teniendo en cuenta las condiciones de operación identificadas en la revisión de la literatura se explica la cadena de suministro tiene las siguientes. (1) se decide incluir decisiones de producción, inventario, transporte y mercadotecnia, (2) el fabricante administra el inventario pero no asume costos (ver Figura 3) y el objetivo en común es maximizar la utilidad total de la cadena, (3) la política de reposición de materia prima es que el tiempo de producción T_1 , del ciclo de producción T_M , es un múltiplo entero del ciclo de reposición de materia prima, T_{rm} , siendo $T_1 = n_{rm} T_{rm}$ y la política de reposición de producto terminado es sincronizada, es decir, consiste en determinar un T que sea común a todos los minoristas para entregarlos a tiempo esta política implica que se mantenga cierta cantidad de inventario en el almacén del fabricante mientras se produce el siguiente envío. También se asume que el ciclo de producción T_M es un múltiplo entero del ciclo de reposición de cualquier minorista $T_M = nT$

Figura 3*Operaciones y costos de la cadena VMI*

Nota: El gráfico representa las operaciones y costos que asumen el fabricante y cada uno de los minoristas de la Cadena VMI.

6.2. Notación y supuestos

Se establecen las siguientes notaciones y supuestos establecidos para el modelo matemático.

6.2.1. Supuestos

1. Las tasas de deterioro de la materia prima y del producto terminado son fijas y conocidas. El número de unidades que se consumen por deterioro siguen una distribución exponencial.

2. La demanda de los minoristas es determinística, depende del precio y el esfuerzo de promoción. Los minoristas son independientes uno al otro por lo tanto la competencia entre los mismos es omitida.

3. La tasa de producción es finita y mayor a la suma de la demanda de los minoristas ($P > \sum D_j$, esto evita la escasez).

4. El deterioro se considera solo después de que el producto se haya recibido en el inventario y no hay reemplazo de unidades deterioradas y, los costos de mantenimiento aplican solo a las unidades buenas.

6. No se permite escasez en la cadena de suministro.

7. Política de precio mayorista constante, el fabricante cobra el mismo precio mayorista por unidad a cada uno de sus minoristas.

8. Existe restricción en el número y cantidad de vehículos de transporte.

9. El costo de transporte es una función lineal de las cantidades enviadas a un costo fijo.

6.2.2. Índices

j: índice para la cantidad de minoristas ($j=1, \dots, J$)

k: índice para la cantidad de vehículos disponibles ($k=1, \dots, K$)

l: índice para el tipo de vehículos disponibles ($l=1, \dots, L$)

6.2.3. Parámetros

J: Número total de minoristas

L: Número total de tipo de vehículos

K: Número total de vehículos disponibles

P: Tasa de producción del fabricante (unidades/mes)

W: Precio mayorista del fabricante a los minoristas (\$/unidad)

A_{rm} : Costo de ordenar materia prima del proveedor (\$/orden)

C_{rm} : Costo de compra de materia prima (\$/unidad)

H_{rm} : Costo de mantener una unidad de materia prima en el mes (\$/unidad/mes)

Z: unidades de materia prima necesarias para producir una unidad de producto terminado (unidades)

θ_{rm} : Tasa de deterioro de materia prima $0 \leq \theta_{rm} < 1$ (porcentaje/unidad/mes)

A_M : Costo de alistamiento del fabricante por corrida/lote de producción (\$/lote)

H_M : Costo de mantener una unidad de producto terminado en el fabricante en el mes (\$/unidad/mes)

θ_M : Tasa de deterioro del producto terminado del fabricante $0 \leq \theta_M < 1$ (porcentaje/unidad/mes).

c_M^d : Costo de deterioro en el fabricante (\$/unidad)

F_k : Costo fijo del tipo de vehículo k (\$ vehículo por corrida)

V_k : Costo variable por transportar una unidad de producto en el tipo de vehículo k (\$/unidad)

Cap_k : Capacidad del tipo de vehículo k (unidades)

θ_T : Tasa de deterioro del producto terminado durante el transporte del fabricante a los minoristas $0 \leq \theta_T < 1$ (porcentaje/unidad/mes)

A_j : Costo de ordenar del minorista j (\$/orden)

H_j : Costo de mantener una unidad de producto terminado en el minorista j en el mes ($j=1, 2, \dots, J$) (\$/unidad/mes)

θ_R : Tasa de deterioro del producto terminado en los minoristas $0 \leq \theta_R < 1$ (porcentaje/unidad/mes)

c_j^d : Costo de deterioro en el minorista j (\$/unidad)

a_j : Factor de escala de la demanda de mercado para el minorista j ($a_j > 0$) (unidades)

b_j : Coeficiente de elasticidad del precio de la demanda del minorista j ($b_j > 0$) (unidades/precio)

m : Parámetro de elasticidad relacionado con el costo de promoción

k : Costo de promoción por unidad de esfuerzo (\$/unidad)

Φ : Fracción de costo de promoción compartido por el fabricante ($0 \leq \Phi < 1$)

6.2.4. Variables de decisión

n_{rm} : Número de pedidos de materia prima durante el tiempo de producción T_1 (veces)

n : Número de pedidos de todos los minoristas durante el ciclo de producción (veces)

T : Duración del ciclo de reposición común de producto terminado de los minoristas (mes)

p_j : Precio del minorista j (\$/unidad)

ρ_j : Nivel de esfuerzo de promoción del minorista j (puntos)

$Y_{j,k}$: { 1 si el minorista j es asignado al vehículo k , 0 lo contrario }

6.2.5. Variables relacionadas

Estas variables son derivadas de las variables de decisión.

T_{rm} : Duración del ciclo de reposición de materia prima del fabricante (mes)

T_M : Duración del ciclo de producción del fabricante, $T_M = T_1 + T_2$ (mes)

T_1 : Duración del tiempo de producción en el ciclo de producción, $T_1 = \frac{QE}{P}$ (mes)

T_2 : Duración del tiempo de no-producción en el ciclo de producción, $T_2 = T_M - T_1$

q_j : Pedido del minorista j

q_k : Cantidad entregada por el vehículo k

Q_{rm} : Tamaño de pedido de materia prima (unidades)

QS: Tamaño de lote de producción de salida del fabricante (unidades)

QE: Tamaño de lote de producción de entrada del fabricante (unidades)

τ_j : Unidades de demanda adicionales que varía dependiendo de la demanda de cada minorista j , es decir, $\tau_j = 0.5 * D_j(p_j)$

6.2.6. Funciones

$D_j(p_j, \rho_j)$: Tasa de demanda del minorista j ($j=1, 2, \dots, J$), que es una función del precio p_j y el esfuerzo de promoción ρ_j (unidad/mes)

$I_{rm}(t)$: Nivel de Inventario de materia prima del fabricante cuando t está entre 0 y $\frac{T_1}{n_{rm}}$

$I_M(t)$: Nivel de inventario del producto terminado del fabricante

$I_{M1}(t_1)$: Nivel de Inventario de producto terminado del sistema cuando t_1 está entre 0 y T_1

$I_{M2}(t_2)$: Nivel de Inventario de producto terminado del sistema cuando t_2 está entre 0 y T_2

$I_j(t)$: Nivel de Inventario de producto terminado del minorista cuando t está entre 0 y T

TC_{rm} : Costo total de Materia prima por unidad de tiempo T_M para el fabricante

TC_M : Función de costo total de transporte por T para el fabricante.

C_M^T : Costo total por unidad de Tiempo T_M para el fabricante.

C_j^T : Costo total por unidad de tiempo T para el minorista j

TI_M : Ingreso total para el fabricante

TI_j : Ingreso total para el minorista j

TP_M : Utilidad total para el fabricante

TP_j : Utilidad total del minorista j

TP_{VMI} : Utilidad total de la cadena VMI

I_{rm} : Inventario promedio de materia prima en el ciclo de reposición de materia prima

I_M^{drm} :Unidades deterioradas de materia prima.

I_M^p : Inventario promedio de producto terminado del fabricante en el ciclo de producción.

I_{M1}^p : Inventario promedio de producto terminado en el tiempo de producción T_1 del ciclo de producción

I_{M2}^p : Inventario promedio de producto terminado en el tiempo de no- producción T_2 del ciclo de producción

I_M^{dp} : Unidades deterioradas de producto terminado.

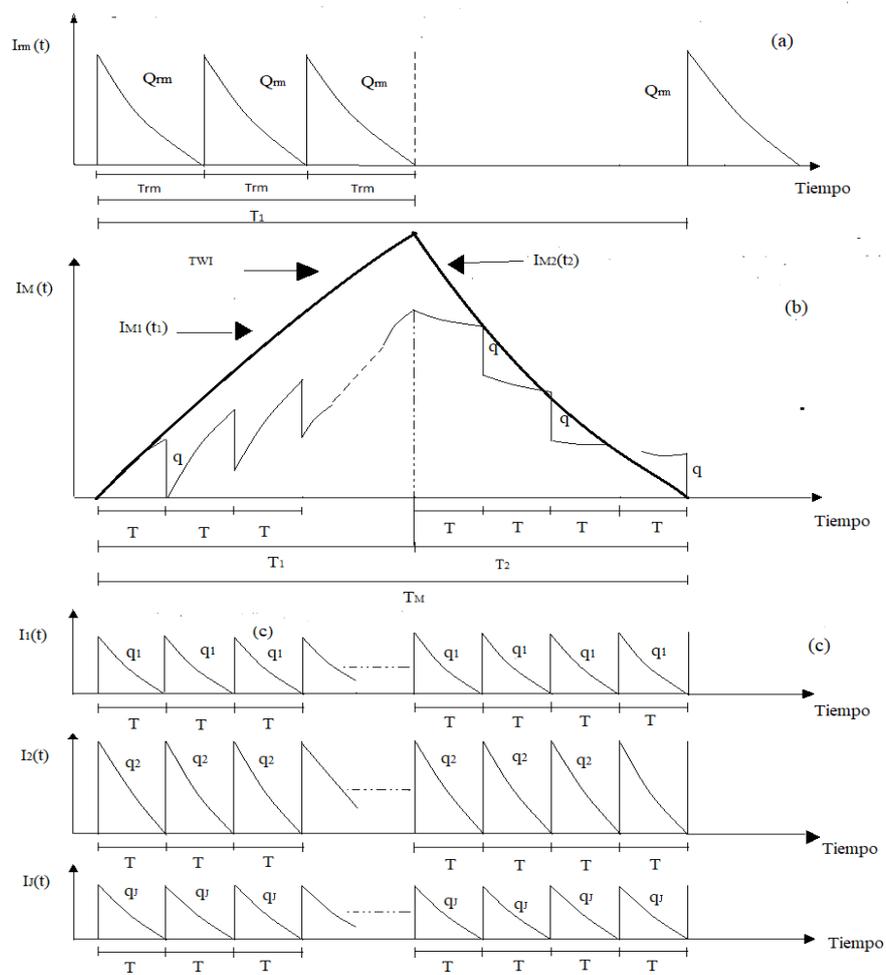
I_j : Inventario promedio de producto terminado del minorista j en el ciclo de reposición T

I_j^d : Unidades deterioradas en el minorista j

I_{ret}^{accum} : Inventario acumulado consumido por los minoristas.

6.2.7. Nivel de Inventario de la cadena VMI

En la Figura 4 (a) se muestra el nivel de inventario de materia prima, $I_{rm}(t)$. En la Figura 4 (b) se muestra el nivel de inventario de producto terminado del sistema, $I_M(t)$ y el inventario promedio de producto terminado I_{M1}^p y I_{M2}^p . En la Figura 4 (c) el nivel de inventario de los minoristas. En cada ciclo de producción T_M se distinguen dos tiempos: tiempo de producción (T_1) y tiempo no-producción (T_2). En T_1 el inventario se acumula debido a la producción, y, se decrementa debido al deterioro y los pedidos de los clientes. Por otro lado, en T_2 decrece debido al deterioro y los pedidos de los clientes. El lote de entrega del fabricante en cada envío en el horizonte de planificación es el mismo, este equivale a $\sum_{j=1}^J q_j$. Donde en cada intervalo T , el fabricante envía un lote de entrega a los minoristas usando vehículos heterogéneos con diferentes capacidades Cap_k . Dependiendo de la cantidad a entregar se asigna a un vehículo o más y esta asignación permanecerá igual en todas las n veces que se repone a los minoristas.

Figura 4*Comportamiento del inventario para el fabricante y minoristas*

Nota: La figura representa el comportamiento del inventario involucrado en el sistema durante el Ciclo de Producción, T_M . (a) y (b) nivel de inventario de materia prima y producto terminado en el fabricante, (c) nivel de inventario de producto terminado en los minoristas

6.3. Modelo integrado para la cadena VMI

Para mostrar el modelo VMI integrado la descripción de las partes de la función objetivo del modelo en la sección 6.3.1 se muestra la utilidad del minorista j y en la 6.3.2 la utilidad del fabricante. Por último, en la sección 6.3.3 se muestra el modelo de decisión para la cadena VMI.

6.3.1. Utilidad del minorista j

En cada ciclo de reposición común T , el inventario del minorista j decrece debido al deterioro y demanda del consumidor final (Ver Figura 4 c). La ecuación (1) representa el cambio en el inventario en el minorista j , $I_j(t)$, es una función de t en cada ciclo de reposición común T .

$$\frac{dI_j(t)}{dt} = -\theta_R I_j(t) - D_j(p_j, \rho_j) \quad 0 \leq t \leq T \quad (1)$$

Con la condición de contorno $I_j(T)=0$. Resolviendo la ecuación (1) con la condición de contorno (ver Apéndice A) se obtiene:

$$I_j(t) = \frac{D_j(p_j, \rho_j)}{\theta_R} (e^{\theta_R(T-t)} - 1) \quad (2)$$

En $t=0$, el nivel máximo de inventario del minorista j , I_j^{max} (es decir, la cantidad la ordenar del minorista j), donde, $I_j^{max} = q_j$

$$q_j = I_j(0) = \frac{D_j(p_j, \rho_j)}{\theta_R} (e^{\theta_R T} - 1) \quad (3)$$

El inventario promedio para el minorista j es el área total bajo la curva del minorista (Yu et al., 2012). Por lo tanto, al integrar la Ecuación (2), el inventario promedio I_j se calcula integrando $I_j(t)$ en el intervalo de 0 y T se obtiene:

$$I_j = \int_0^T I_j(t) dt = \int_0^T \frac{D_j(p_j, \rho_j)}{\theta_R} (e^{\theta_R(T-t)} - 1) dt = \frac{D_j(p_j, \rho_j)}{\theta_R^2} (e^{\theta_R T} - \theta_R T - 1) \quad (4)$$

Las unidades deterioradas de producto terminado I_j^d por ciclo de reposición T, es igual a la cantidad de pedido del minorista j menos la tasa de demanda.

$$I_j^d = q_j - D_j(p_j, \rho_j)T \quad (5)$$

El costo por unidad de tiempo para el minorista j C_j^T comprende los siguientes elementos: costo de ordenar OC_j , costo de mantenimiento de inventario HC_j , costo de deterioro DC_j y costo del esfuerzo de promoción PC_j .

Costo de ordenar, OC_j : El costo fijo de ordenar es dividir el costo fijo de ordenar A_j por el ciclo de reposición de los minoristas T.

$$OC_j = \frac{A_j}{T} \quad (6)$$

Costo de mantenimiento de inventario, HC_j . El costo de mantener inventario de producto terminado es multiplicar el costo de mantenimiento de producto terminado de cada minorista H_j (\$/unidad/mes) por las unidades de inventario acumulado en el ciclo de reposición I_j dividido por la duración del ciclo común de los minoristas T.

$$HC_j = \frac{H_j I_j}{T} \quad (7)$$

Costo de deterioro, DC_j . El costo de deterioro es multiplicar las unidades deterioradas de producto terminado I_j^d en el ciclo de producción T por el costo de deterioro por unidad c_j^d (\$/unidad).

$$HC_j = c_j^d I_j^d \quad (8)$$

Costo de promoción, PC_j . El costo de promoción es multiplicar el costo de promoción k por el nivel de esfuerzo ρ_j^m , siendo m un parámetro de elasticidad (Cárdenas-Barrón y Sana, 2014).

$$PC_j = k \rho_j^m \quad (9)$$

Si la fracción de costo de promoción compartido por el fabricante Φ entonces la del minorista es $(1 - \Phi)$. El costo total por unidad de tiempo para el minorista j:

$$C_j^T = OC_j + HC_j + DC_j + (1 - \Phi) PC_j \quad (10)$$

La demanda, $D_j(p_j, \rho_j)$ es función del precio p_j y el esfuerzo de promoción ρ_j . La demanda es aditiva en el precio y promoción, disminuye con el precio de venta y aumenta con el esfuerzo de promoción. La función de demanda lineal en el precio es:

$$D_j(p_j) = a_j - b_j p_j \quad (11)$$

Donde a_j es la demanda inicial sin fluctuación del precio (es decir, el factor de escala del mercado del minorista), y b_j es la elasticidad del precio del minorista j. Esta función de demanda supone que cada dólar de cambio de precio produce el mismo incremento en la demanda.

Por otro lado, la demanda dependiente de la promoción ayuda a aumentar las ventas en unidades de demanda τ_j ((Cárdenas-Barrón y Sana, 2014); . (Salas Navarro et al., 2020)). Para calcular τ_j se multiplica la demanda dependiente solo del precio, $D_j(p_j)$ por 0.5 para cada minorista j , $\tau_j = 0.5 * D_j(p_j)$. Entonces la función de demanda dependiente del precio y promoción sería:

$$D_j(p_j, \rho_j) = D_j(p_j) + \tau_j \left(1 - \frac{1}{(1 + \rho_j)}\right) \quad (12)$$

El ingreso total del minorista j es multiplicar la demanda D_j por la diferencia entre el precio minorista p_j y el precio mayorista W .

$$TI_j = (p_j - w) * D_j(p_j, \rho_j) \quad (13)$$

Por lo tanto, la utilidad total del minorista j por unidad de tiempo es

$$TP_j = TI_j - C_j^T \quad (14)$$

6.3.2. Utilidad total del fabricante

El costo total del fabricante se puede distinguir: (1) costo de materia prima, (2) costo de inventario y producción de producto terminado y (3) costo de transporte.

La dinámica de la materia prima del fabricante, como se ve en la Figura 4 (a), puede ser descrita mediante la ecuación (15) como en los trabajos de :P.C. Yang y Wee (2003); Huang y Yao (2006): Chen (2018).

$$\frac{I_{rm}(t)}{dt} = -\theta_{rm}I_{rm}(t) - ZP, \quad 0 \leq t \leq \frac{T_1}{n_{rm}} \quad (15)$$

Donde n_{rm} es el número de entregas de materia prima del proveedor al fabricante en T_1 , siendo $T_s = \frac{T_1}{n_{rm}}$. La tasa de uso de materia prima por unidad de producto terminado es Z y la tasa de producción de producto terminado es P , de tal manera que la tasa de demanda de la materia prima es ZP . Con la siguiente condición de contorno: $I_{rm}(T_1/n_{rm})$. Resolviendo la ecuación (15) con la condición de contorno se obtiene (ver Apéndice A).

$$I_{rm}(t) = \frac{ZP}{\theta_{rm}} \left[e^{\theta_{rm}(\frac{T_1}{n_{rm}} - t)} - 1 \right], \quad 0 \leq t \leq \frac{T_1}{n_{rm}} \quad (16)$$

$I_{rm}(0) = Q_{rm}$, por lo tanto, la cantidad a ordenar de materia prima es:

$$Q_{rm} = \frac{ZP}{\theta_{rm}} \left[e^{\theta_{rm}(\frac{T_1}{n_{rm}})} - 1 \right] \quad (17)$$

El inventario promedio de materia prima se obtiene al integrar la ecuación (16) en los límites 0 y $\frac{T_1}{n_{rm}}$ se obtiene:

$$I_{rm} = \int_0^{\frac{T_1}{n_{rm}}} I_{rm}(t) dt = \frac{ZP}{\theta_{rm}} \left[e^{\theta_{rm}(\frac{T_1}{n_{rm}} - t)} - 1 \right] \quad (18)$$

Las unidades deterioradas de Materia prima I_M^{drm} por ciclo de producción T_M , es igual a la cantidad ordenada de materia prima menos la cantidad demandada para el tiempo de producción T_1 , cabe resaltar que el tiempo de no-producción T_2 no se almacena materia prima.

$$I_M^{drm} = n_{rm} \left(Q_{rm} - ZP \frac{T_1}{n_{rm}} \right) \quad (19)$$

En cada período de envío T el lote de entrega del fabricante es q , el cual es la cantidad total entregada por todos los vehículos a los minoristas.

$$q = \sum_{j=1}^J \sum_{k=1}^K q_{jk} \quad (20)$$

El lote de producción de salida del fabricante, QS .

$$QS = \frac{1}{1 - \theta_T} n * q \quad (21)$$

El lote de producción de entrada del fabricante, QE .

$$QE = \frac{\left(\frac{1}{1 - \theta_T} n * q \right)}{(1 - \theta_M)} \quad (22)$$

Dado que existe una tasa de deterioro del inventario de producto terminado en el fabricante θ_M , el tamaño de lote de producción de entrada QE es diferente al tamaño de lote de producción de salida QS , se muestra en la siguiente relación.

$$QE = \frac{QS}{(1 - \theta_M)} \quad (23)$$

Dado que $T_1 = \frac{QE}{P}$, reemplazando QE se tiene:

$$T_1 = \frac{\sum_{j=1}^J \sum_{k=1}^K q_{jk}}{(1 - \theta_T)(1 - \theta_M)P} \quad (24)$$

Se utiliza el concepto de inventario ponderado en el tiempo (time-weighted inventory, TWI) para representar el cambio del inventario en el fabricante $I_M(t)$. La ecuación (25) representa el cambio del inventario de 0 al tiempo de producción T_1 .

$$\frac{dI_{M1}(t_1)}{dt_1} = P - \theta_M I_{M1}(t_1) \quad 0 \leq t_1 \leq T_1 \quad (25)$$

La ecuación (26) representa el cambio del inventario en el fabricante, $I_{M2}(t_2)$, es una función de t_2 en el tiempo de producción T_2 .

$$\frac{dI_{M2}(t_2)}{dt_2} = -\theta_M I_{M2}(t_2) \quad 0 \leq t_2 \leq T_2 \quad (26)$$

Resolviendo las ecuaciones (25) y (26) con las condiciones de contorno $I_{M1}(0) = 0$ y $I_{M2}(T_1) = QS$ se obtiene:

$$I_{M1}(t_1) = \frac{P}{\theta_M} (1 - e^{-\theta_M t_1}) \quad 0 \leq t_1 \leq T_1 \quad (27)$$

$$I_{M2}(t_2) = \left(\frac{n}{1 - \theta_T} \sum_{j=1}^J \sum_{k=1}^K q_{jk} \right) e^{\theta_M (T_2 - t_2)} \quad 0 \leq t_2 \leq T_2 \quad (28)$$

El inventario promedio de producto terminado en el fabricante I_M^p , es la suma del inventario acumulado en el tiempo de producción, I_{M1}^p y no-producción, I_{M2}^p menos el inventario promedio de todos los minoristas, I_{ret}^{acum} .

$$I_M^p = \int_0^{T_1} I_{M1}(t_1) dt_1 + \int_0^{T_2} I_{M2}(t_2) dt_2 - T \frac{n}{(1 - \theta_T)} \left(\sum_{j=1}^J \sum_{k=1}^K q_{jk} + 2 * \sum_{j=1}^J \sum_{k=1}^K q_{jk} + \dots, (n-1) * \sum_{j=1}^J \sum_{k=1}^K q_{jk} \right) \quad (29)$$

Primero se calcula el inventario acumulado en T_1 y T_2 como se muestra a continuación

$$I_{M1}^p = \int_0^{T_1} I_{M1}(t_1) dt_1 = \int_0^{T_1} \frac{P}{\theta_M} (1 - e^{-\theta_M t_1}) dt_1 = \frac{P}{\theta_M} \left(T_1 + \frac{e^{-\theta_M T_1} - 1}{\theta_M} \right) \quad (30)$$

$$I_{M2}^p = \int_0^{T_2} I_{M2}(t_2) dt_2 = \left(\frac{1}{1 - \theta_T} \sum_{j=1}^J \sum_{k=1}^K q_{jk} \right) \int_0^{T_2} e^{\theta_M(T_d - t_2)} = \frac{n}{(1 - \theta_T)(\theta_M)} \sum_{j=1}^J \sum_{k=1}^K q_{jk} (e^{-\theta_M T_2} - 1) \quad (31)$$

Dependiendo del número de entregas y los lotes de entrega el inventario promedio de los minoristas se puede expresar de la siguiente manera:

$$I_{ret}^{accum} = T \frac{n * (n - 1) * \sum_{j=1}^J \sum_{k=1}^K q_{jk}}{2 * (1 - \theta_T)} \quad (32)$$

Las unidades deterioradas de producto terminado I_M^{dp} por ciclo de producción T_M , es igual a la cantidad producida en el tiempo de producción menos el lote de producción de salida QS .

$$I_M^{dp} = PT_1 - QS = PT_1 - \frac{1}{1 - \theta_T} n * q \quad (33)$$

Los valores de la variable X_{jk} indica si se asignó el vehículo k al minorista j . Luego, de acuerdo con esta asignación se calcula la carga de cada uno de los vehículos q_k .

$$q_k = \sum_{j=1}^J q_{jk} \quad (34)$$

El costo total del fabricante por unidad de tiempo comprende: (1) el costo de materia prima, (2) costo de inventario y producción de producto terminado y (3) costo de transporte.

A continuación, se muestra como calcular cada uno de los costos por unidad de tiempo.

El costo de materia prima por unidad de tiempo TC_{rm} es la suma del costo de ordenar, OC_{rm} , costo de mantener inventario de materia prima, HC_{rm} y costo de deterioro, DC_{rm} .

Costo de ordenar, OC_{rm} : El costo total de ordenar materia prima es multiplicar el costo fijo de ordenar A_{rm} por el número de veces que se repone la materia prima n_{rm} y para calcular el costo por unidad de tiempo se divide en la duración del ciclo de producción, nT .

$$OC_{rm} = \frac{A_{rm} n_{rm}}{nT} \quad (35)$$

Costo de mantenimiento de inventario, HC_{rm} : El costo total de mantener inventario de materia prima es multiplicar el costo de mantenimiento de materia prima H_{rm} (\$/unidad/mes) por las unidades de inventario acumulado en el ciclo de reposición de materia prima I_{rm} por el número de veces que se repite este y para calcular el costo por unidad de tiempo se divide en la duración del ciclo de producción, nT .

$$HC_{rm} = \frac{n_{rm} H_{rm} I_{rm}}{nT} \quad (36)$$

Costo de deterioro, DC_{rm} : El costo de deterioro es multiplicar las unidades deterioradas de materia prima en el tiempo de producción del ciclo de producción T_1 por el costo de compra de materia prima (\$/unidad).

$$DC_{rm} = C_{rm} I_M^{drm} \quad (37)$$

El costo total de producción e inventario por unidad de tiempo TC_p es igual a la suma de: costo de alistamiento, SC_M , costo de mantenimiento de producto terminado, HC_M y costo de deterioro durante la producción, DC_M .

Costo de alistamiento de producción, SC_M . El costo total de alistamiento de producción es igual al costo de alistamiento del fabricante por corrida/lote de producción (\$/lote), A_p y para calcular el costo por unidad de tiempo se divide en la duración del ciclo de producción $T_M = nT$.

$$SC_M = \frac{A_M}{nT} \quad (38)$$

Costo de mantenimiento de producto terminado, HC_M . El costo total de mantener inventario de producto terminado es multiplicar el costo de mantenimiento de producto terminado (\$/unidad/mes) por el inventario promedio en el ciclo de producción y para calcular el costo por unidad de tiempo se divide en la duración del ciclo de producción $T_M = nT$.

$$HC_M = \frac{H_m I_M^P}{nT} \quad (39)$$

Costo de deterioro durante la producción, DC_M . El costo total de deterioro es multiplicar las unidades deterioradas de producto terminado I_M^{dp} en el ciclo de producción T_M por el costo de compra de materia prima (\$/unidad).

$$DC_M = c_M^d I_M^{dp} \quad (40)$$

Costo total de transporte, TC_M . El costo total de transporte por unidad de tiempo, TC_M es obtenido dividiendo el costo de transporte total por la duración del ciclo de producción. El costo de transporte total es la suma de los costos fijo total y variable total generados de todas las entregas.

El costo fijo total se calcula multiplicando la cantidad de vehículos k utilizados N_k por su correspondiente costo fijo F_k . El costo variable total se calcula multiplicando las unidades transportadas por cada tipo de vehículo q_k por su correspondiente costo variable por unidad V_k .

$$TC_M = \frac{1}{nT} \left(n \sum_{k=1}^K F_k Y_{jk} + n \sum_{k=1}^K V_k q_k \right) \quad (41)$$

Costo de promoción, PC_M . El costo total de promoción se calcula primero el costo que le corresponde en cada minorista, ΦPC_j y luego se suma en todos los minoristas

$$PC_M = \sum_{j=1}^j \Phi PC_j \quad (42)$$

Entonces el costo por unidad de tiempo para el fabricante.

$$C_M^T = OC_{rm} + HC_{rm} + DC_{rm} + SC_M + HC_M + DC_M + TC_M + PC_M \quad (43)$$

Los ingresos totales del fabricante equivalen al costo total de compra de los minoristas. Es decir, es el producto entre el precio mayorista w y la demanda total de los minoristas

$$TI_M = w \sum_{j=1}^J D_j(p_j, \rho_j) \quad (44)$$

Por lo tanto, la utilidad total del fabricante por unidad de tiempo es

$$TP_M = TI_M - C_M^T \quad (45)$$

6.3.3. Modelo de la cadena VMI

La función objetivo a maximizar sería:

$$Z(Max) = TP_{VMI} = \sum_{j=1}^J TP_j + TP_M \quad (46)$$

$$\sum_{j=1}^J D_j(p_j, \rho_j) \leq P \quad (47)$$

$$\sum_{j=1}^J q_{jk} \leq Cap_k \quad \text{para } k = 1, \dots, K \quad (48)$$

$$D(p_j) > 0 \quad w < p_j < \frac{a_j}{b_j} \quad \text{para } j = 1, \dots, J \quad (49)$$

$$n_{rm} \geq 1, n \geq 1, \quad \text{son enteros} \quad (50)$$

$$0 < T \leq 1 \quad (51)$$

$$\rho_j \in \{1,2,3\} \quad \text{para } j = 1, \dots, J \quad (52)$$

La función objetivo (46) es la utilidad total por unidad de tiempo que equivale a la suma de las utilidades de los minoristas (14) y la utilidad del fabricante (45). El modelo es un modelo de programación no lineal entera mixta (porque hay 0-1, 1,2,3 variables de decisión y variables de decisión continua). La restricción (47) establece que la suma de las demandas debe ser menor a la capacidad de producción del fabricante. La restricción (48) se refiere a que cada vehículo tiene una capacidad limitada. Restricción (49) la demanda debe ser positiva para esto, el precio debe ser inferior a $\frac{a_j}{b_j}$ y también el precio debe ser mayor

al precio mayorista w . Restricciones (50), (51) y (52) del dominio de las variables están definidas

Donde

$$D_j(p_j, \rho_j) = D_j(p_j) + \tau_j \left(1 - \frac{1}{(1 + \rho_j)}\right)$$

$$q_j = \frac{D_j}{\theta_R} (e^{\theta_R T} - 1), T_1 = \frac{\sum_{j=1}^J \sum_{k=1}^K \sum_{t=1}^{n_1 T} q_{jkt}}{(1 - \theta_T)(1 - \theta_M)P}, T_2 = nT - T_1$$

7. Algoritmo Optimización por Enjambre de partículas (PSO)

El algoritmo PSO fue adaptado de tal manera que generara soluciones factibles. La estructura principal del Algoritmo PSO es mostrada en la Figura 5. La implementación del algoritmo se llevó a cabo en el Software Matlab 2019b, en el cual se diseñó una función principal llamada PSO_VMI compuesta por varias funciones. La función principal contiene cada uno de los componentes del algoritmo y guarda los resultados en un archivo xlsx. La descripción de las funciones principales y los scripts de las funciones se encuentran en el Apéndice B y C respectivamente. El algoritmo se ejecutó en un computador con procesador AMD Ryzen 3 2200U con Radeon Vega Mobile Gfx 2.50 GHz y 8.00 GB RAM bajo un sistema operativo de 64-bits.

Figura 5**Estructura del PSO**

<p>Procedimiento: Algoritmo PSO</p> <p>Inicio</p> <p>Paso 1 Inicialización de parámetros: número de partículas, np; número máximo de iteraciones, maxiter; coeficientes cognitivos c_1 y c_4; coeficientes sociales c_2 y c_3; pesos de inercia w_{\min} y w_{\max}; número de variables o dimensión del vector d (d_1 variables continuas y d_2 variables discretas)</p> <p>Paso 2 Generar la solución inicial:</p> <p>Establecer $t=1$, generar la posición inicial de cada partícula, X_i^1 y calcular la función fitness de acuerdo con la ecuación 49.</p> <p>(a) Encontrar la mejor posición individual de cada partícula i, $X_{pbesti}^1 = X_i$ con $F(X_{pbesti}^1) = F(X_i)$</p> <p>(b) Encontrar la mejor posición de todas las partículas $X_{gbesti}^1 = \max(F(X_{pbesti}^1))$</p> <p>Mientras ($t \leq \text{maxiter}$)</p> <p>Paso 3 Actualizar la posición de las partículas</p> <p>(a) Actualizar posición de las variables continuas d_1</p> $w = ((w_{\max} - 0.4) * (\text{maxite} - t) / \text{maxite}) + 0.4$ $V_i^{t+1} = wV_i^t + c_1r_1(X_{pbesti}^t - X_i^t) + c_2r_2(X_{gbesti}^t - X_i^t)$ $X_i^{t+1} = X_i^t + V_i^{t+1}$ <p>(b) Actualizar posición de las variables discretas d_2</p> <p>Repetir hasta que $i = d_2$</p> $\lambda_{id} = \frac{\Omega_d}{ \Omega_d }$ $\lambda'_{id}[k] = c_3\lambda_{id} \text{ y } \lambda'_{id}[l] = c_4\lambda_{id}$ $\lambda'_{id}[j] = \frac{\lambda'_{id}[j]}{\sum_{j=1}^{ \Omega_d } \lambda'_{id}[j]}, (j = 1, 2, \dots, \Omega_d , \text{excepto } k \text{ y } l)$ <p>Aleatorio [0,1]. Este número caerá en uno de los intervalos, el valor derecho de este intervalo es definido como X_d^{t+1}</p> <p>Fin Repetir</p> X_i^t <p>Paso 4 Evaluar la función Fitness de la nueva solución, encontrar la mejor posición individual de cada partícula y la mejor posición global de toda la población.</p> <p>Fin Mientras</p> <p>Fin</p>
--

7.1. Parámetros de entrada

Los parámetros de entrada del Algoritmo PSO que caracterizan la cadena de suministro VMI se muestran en la Figura 6 y los del Algoritmo en la Figura 7.

Figura 6

Parámetros de entrada correspondientes a la Cadena VMI

Parámetros de la Cadena VMI
Cant_minoristas: Número de minoristas
tipos_vehiculos: Número total de tipo de vehículos
Cantdisp_cadatipo: Número de vehículos disponibles de cada tipo de vehículo
aj: demanda inicial sin fluctuación del precio.
bj: Elasticidad del precio
k: Costo de promoción por unidad de esfuerzo
me: parámetro de elasticidad
Arm: Costo de ordenar materia prima
P: Tasa de producción del fabricante
Z: Unidades de materia prima necesarias para producir una unidad de producto terminado
Am: Costo de alistamiento del fabricante por corrida/lote
W: precio mayorista
Aj: Costo de ordenar para el minorista j
Hrm: Costo de mantener una unidad de materia prima en el mes
Hm: Costo de mantener una unidad de producto terminado en el mes en el fabricante
Hj: Costo de mantener una unidad de producto terminado en el mes en el minorista j
Crm: Costo de compra por unidad de materia prima }
Cv: Costo de deterioro por unidad en el fabricante
Cjd: Costo de deterioro por unidad en el minorista j
Orm: Tasa de deterioro de materia prima
Om: Tasa de deterioro de producto terminado en el fabricante
Ot: Tasa de deterioro de producto terminado en el proceso de transporte
Or: Tasa de deterioro de producto terminado en el minorista
Capacidad_cadavehiculo: Capacidad de vehículo en unidades
Costofijo_cadavehiculo: Costo fijo de transporte del vehículo tipo k
Costovariable_cadavehiculo: Costo de transporte por producto en el tipo de vehículo k
LB: Vector de los límites inferiores de las variables de decisión
UB: Vector de los límites superiores de las variables de decisión

Figura 7*Parámetros del Algoritmo PSO*

Parámetros del Algoritmo PSO
wmax: Peso de Inercia inicial
wmin: Peso de Inercia final
Maxite: Número máximo de iteraciones
Np: Número de partículas
c1: Parámetro cognitivo de las variables continuas
c2: Parámetro social de las variables continuas
c3: Parámetro social de las variables discretas
c4: Parámetro cognitivo de las variables discretas
r1: valor aleatorio distribuido entre [0,1]
r2: valor aleatorio distribuido entre [0,1]

7.2.Representación de la solución

Cada solución en el espacio de búsqueda está representada por un vector $X_i^t = [X_{i,1}^t, X_{i,2}^t, \dots, X_{i,d}^t]$ de tamaño $d = 3 + 3 * J$ los primeros tres elementos del vector (ver Tabla 1) representan tres variables de decisión relacionadas con las políticas de inventario: (1) número de veces que se repone la materia prima en el fabricante en el tiempo de producción, n_{rm} , (2) número de veces que se repone el producto terminado a los minoristas en el ciclo de producción, n , (3) ciclo de reposición común de los minoristas, T , y la segunda parte corresponde a 3 variables de decisión asociadas con los minoristas; precio, p_j , esfuerzo promocional, ρ_j , asignación del vehículo k al minorista j Y_{kj} . Por ejemplo, {21,11,12} permite identificar cual vehículo de cada tipo ha sido asignado y el orden en que aparece identifica al minorista. Es decir, el primer vehículo del tipo 2 se asigna al minorista 1, el primer vehículo del vehículo tipo 1 se asigna al minorista 2 y el segundo vehículo de tipo 1 se asigna al minorista 3.

Tabla 1*Representación de la solución*

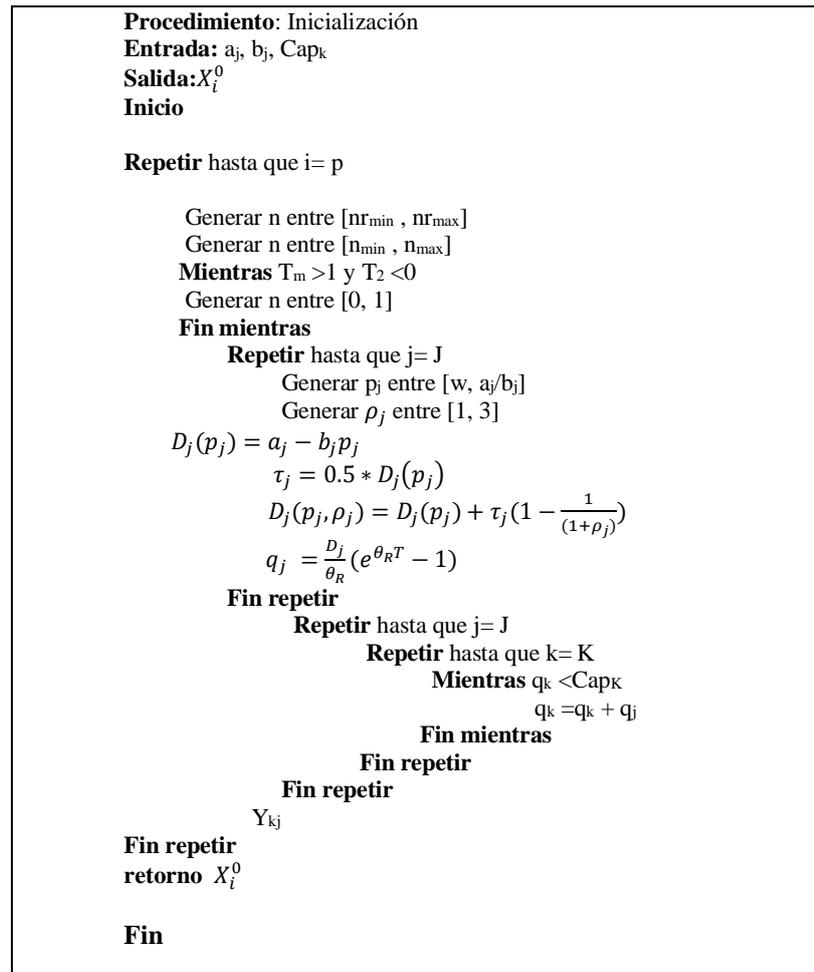
Dimensión j												
Variable	n_{rm}	n	T	p_1	p_2	p_3	ρ_1	ρ_2	ρ_3	Y_{21}	Y_{12}	Y_{13}
X_i^t	3	5	0.0465	104.61	172.50	157.19	3	2	3	21	11	12

7.3. Generación de la solución inicial

El proceso de generación de la posición de las partículas iniciales X_i^0 es secuencial (ver Figura 8) y cumple con los límites de las variables y se garantizan que sean factibles. Primero, se genera el valor de n_{rm} . Segundo, el valor de n. Tercero, el valor de T el cual debe ser adecuado para no generar valores del ciclo de producción, T_M mayores a 1 y valores negativos del tiempo de no producción, T2. Cuarto, se establece el precio para cada minorista p_j , este valor debe estar comprendido entre el precio mayorista W y la relación a_j/b_j para conservar la relación lineal entre el precio y la demanda. Quinto, se genera el nivel de esfuerzo de promoción para cada minorista ρ_j . Finalmente se realiza la asignación de los pedidos a los vehículos heterogéneos dada una combinación de tipos de vehículos que difieren en capacidad y costos. Esta asignación verifica que se cumpla con la restricción de capacidad de cada tipo de vehículo k, Y_{jk} se activa si $q_{jk} > 0$. Si la cantidad de pedido asignado a un tipo de vehículo excede su capacidad se activa el otro vehículo del mismo tipo para que asuma este pedido, donde no se permite fraccionar el pedido de cada minorista.

Figura 8

Inicialización



7.4. Mecanismo de actualización de la posición de las partículas

Dado que el PSO original está diseñado para variables continuas- se muestra el proceso para calcular la posición en las variables discretas. Como consecuencia se tienen dos mecanismos de actualización para cada partícula. La posición de las variables discretas n_{rm} ,

n, ρ_j es actualizada basado en el enfoque propuesto por (Sun y Gao, 2019) que consiste en los siguientes pasos:

- (1) Determinar el número de todos los valores posibles para la dimensión d , por ejemplo, si $1 \leq X_{i,d}^t \leq 4$, luego $\Omega_d = \{1,2,3,4\}$ y $|\Omega_d| = 4$.
- (2) Calcular el espacio estándar para cada valor posible. $\lambda_{id} = \frac{1}{|\Omega_d|}$
- (3) Si la solución global de la dimensión d se iguala al elemento k del conjunto Ω_d , luego ajusta el espacio de $\Omega_d[k]$ a $\lambda'_{id}[k] = c_3 \lambda_{id}$, donde c_3 es el coeficiente social. Si la solución de la solución local de la dimensión d se iguala al elemento k del conjunto Ω_d , luego ajusta el espacio de $\Omega_d[l]$ a $\lambda'_{id}[l] = c_4 \lambda_{id}$, es el coeficiente cognitivo.

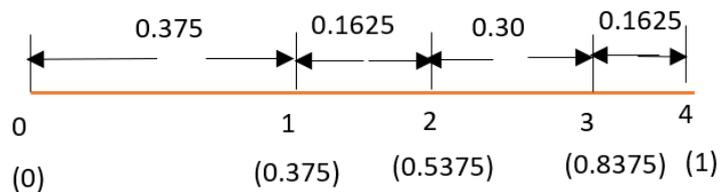
Después de ajustar los espacios se usa el método de normalización y se re-escala los otros valores de espaciado de ajuste a través de la siguiente ecuación:

$$\lambda'_{id}[j] = \frac{\lambda_{id}[j]}{\sum_{j=1}^{|\Omega_d|} \lambda_{id}[j]}, (j = 1,2,\dots, |\Omega_d|, \text{excepto } k \text{ y } l) \tag{53}$$

Siguiendo con el ejemplo de las variables que tiene 4 valores posibles. El espacio estándar (ver Figura 9) :

Figura 9

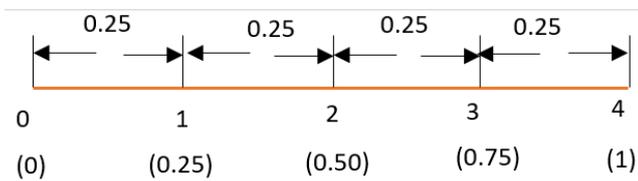
Espaciado estándar



Suponiendo que la solución global es 1 y la local es 3, el espacio ajustado sería tal como se muestra en la Figura 10:

Figura 10

Espaciado ajustado



- (4) Se genera un número aleatorio uniformemente distribuido entre 0 y 1. Este número caerá en uno de los intervalos, el valor derecho de este intervalo es definido como $X_{i,d}^{t+1}$. Para el ejemplo, si el número aleatorio es 0.625, caerá en el intervalo [0.5375, 0.8375] y entonces $X_{i,d}^{t+1} = 3$

Se repite este proceso hasta que la sección del vector de variables discretas es obtenida X_i^t . Por último, la sección de la partícula correspondiente a la asignación de los vehículos se actualiza.

La actualización de la posición de las variables continuas p_j y ρ_j se actualiza de la siguiente manera. Primero, el peso de inercia se actualiza en la iteración t mediante la siguiente ecuación:

$$w = ((w_{max} - 0.4) * (maxite - t)/maxite) + 0.4 \quad (54)$$

La velocidad y posición se actualiza con las ecuaciones (56) y (57) respectivamente.

$$V_i^{t+1} = wV_i^t + c_1r_1(X_{pbesti}^t - X_i^t) + c_2r_2(X_{gbesti}^t - X_i^t) \quad (55)$$

$$X_i^{t+1} = X_i^t + V_i^{t+1} \quad (56)$$

Cabe resaltar que la variable Y_{ij} se genera a partir de las cinco primeras variables de decisión mostradas en la Tabla 1 por lo tanto la posición se actualiza automáticamente.

7.5. Evaluación de las partículas o proceso de decodificación

La función *fitness* es la utilidad total de la cadena VMI para cada partícula está constituida por la función objetivo del modelo del sistema VMI. Para calcular la función *fitness* de cada partícula se realizan los pasos como se muestra en la Figura 12.

7.5.1. Demanda de cada minorista D_j

Se extrae de X_i^t el valor de las siguientes variables: p_j, ρ_j (ver Figura 11). A partir de p_j y ρ_j se calcula la demanda de cada minorista $D_j(p_j, \rho_j)$ con la ecuación (14) presentada en la sección 6.3.1.

Figura 11

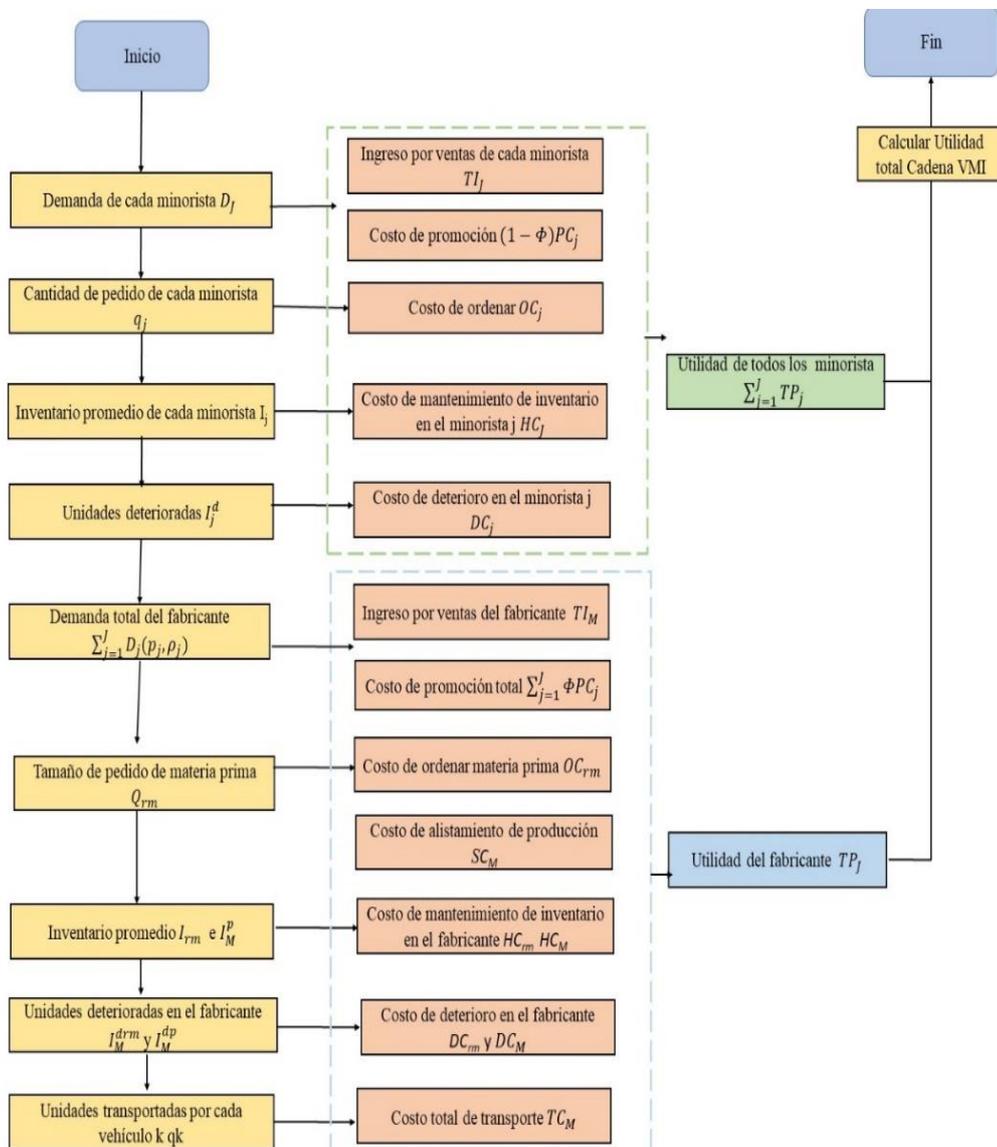
Precio y esfuerzo de promoción

Variable	n_{rm}	n	T	p_1	p_2	p_3	ρ_1	ρ_2	ρ_3	Y_{21}	Y_{12}	Y_{13}
X_i^t	3	5	0.0465	104.61	172.50	157.19	3	2	3	21	11	12

Luego se calcula el ingreso por ventas de cada minorista TI_j con (13). A partir del valor de ρ_j se calcula el costo de promoción PC_j con (9).

Figura 12

Procedimiento para obtener la Utilidad total de la Cadena VMI



7.5.2. Cantidad de pedido de cada minorista q_j

Se extrae de X_i^t el valor de T (ver y se calcula la cantidad de pedido de cada minorista con la ecuación (5) presentada en la sección 6.3.1.

Figura 13

Ciclo de reposición común

Variable	n_{rm}	n	T	p_1	p_2	p_3	ρ_1	ρ_2	ρ_3	Y_{21}	Y_{12}	Y_{13}
X_i^t	3	5	0.0465	104.61	172.50	157.19	3	2	3	21	11	12

Luego se indaga por el costo de ordenar OC_j con (6).

7.5.3. Inventario promedio de cada minorista I_j

A partir de la demanda $D_j(p_j, \rho_j)$, T se calcula el inventario promedio de cada minorista I_j , mediante la ecuación (4) y su correspondiente costo de mantenimiento de inventario, HC_j con (7)..

7.5.4. Unidades deterioradas en cada minorista I_j^d

A partir de la $D_j(p_j, \rho_j)$, T y q_j se calculan las unidades deterioradas del minorista I_j^d a partir de la ecuación (5) y su correspondiente costo de deterioro DC_j con (8).

7.5.5. Demanda total del fabricante

Se determina la demanda total del fabricante que es equivalente a la suma de las demandas de todos los minoristas $\sum_{j=1}^J D_j(p_j, \rho_j)$. Luego se calcula el ingreso por ventas con

la ecuación (44). Por último, dependiendo de la fracción de costo de promoción asumida por el fabricante Φ se calcula el costo de promoción total $\sum_{j=1}^J (1 - \Phi) PC_j$.

7.5.6. *Tamaño de pedido de materia prima Q_{rm}*

Se extrae de X_i^t el valor de las siguientes variables: n_{rm} , n y T . (ver Figura 14).

Figura 14

Frecuencia de reposición de materia prima y producto terminado

Variable	n_{rm}	n	T	p_1	p_2	p_3	ρ_1	ρ_2	ρ_3	Y_{21}	Y_{12}	Y_{13}
X_i^t	3	5	0.0465	104.61	172.50	157.19	3	2	3	21	11	12

Primero se calcula el ciclo de producción $T_M = nT$. Luego se suman los pedidos de todos los minoristas q obtenidos en la sección 7.5.2 y se calcula el lote de producción de salida Q_S y entrada Q_E con las ecuaciones (21) y (22). Posteriormente se calcula el tiempo necesario T_1 para producir la cantidad Q_E y de acuerdo con la relación $T_2 = T_M - T_1$ se halla T_2 . Después se halla el pedido de materia prima con la ecuación (17) y el correspondiente costo de ordenar OC_{rm} con la ecuación (35).

7.5.7. *Inventario promedio I_{rm} y I_M^p*

A partir de los valores de T_1 y n_{rm} se calcula el inventario promedio de materia prima I_{rm} , y el inventario promedio de producto terminado I_M^p , con las ecuaciones (16) y (29) respectivamente y el costo de mantenimiento de inventario, HC_{rm} y HC_M con (36) y (39).

7.5.8. Unidades deterioradas I_M^{drm} y I_M^{dp}

A partir de los valores de T_1 , n_{rm} y Q_{rm} , se calculan las unidades de materia prima deterioradas I_M^{drm} y de producto terminado I_M^{dp} , con las ecuaciones (19) y (33) respectivamente, seguidamente los costos de deterioro, DC_{rm} y DC_M con (37) y (40).

7.5.9. Unidades transportadas por cada vehículo

Se extrae de X_i^t la sección de asignación de vehículos Y_k (ver Figura 15).

Figura 15

Asignación de los vehículos

Variable	n_{rm}	n	T	p_1	p_2	p_3	ρ_1	ρ_2	ρ_3	Y_{21}	Y_{12}	Y_{13}
X_i^t	3	5	0.0465	104.61	172.50	157.19	3	2	3	21	11	12

Se identifican que vehículos se utilizaron con los correspondientes pedidos asignados a cada vehículo k y se calcula el costo de transporte total, TC_M con la ecuación (41).

8. Generación de ejemplos numéricos

Con el fin de comprobar el comportamiento del algoritmo y cómo cambian las políticas de inventario a medida que el número de minoristas aumenta se generaron ejemplos numéricos a partir de datos encontrados en la revisión de literatura de acuerdo con las

condiciones de operaciones VMI con producto sujeto a deterioro (ver apéndice C y D). La unidad de tiempo es en mes y la unidad monetaria es el dólar americano.

En primer lugar, varios parámetros permanecieron igual al ejemplo expuesto en el trabajo de Chen (2018) para todos los ejemplos (ver Tabla 2).

Tabla 2

Parámetros iguales en los tres ejemplos

Notaciones	Valores	Unidad
W	100	\$/unidad
A_{rm}	300	\$/orden
C_{rm}	10	\$/unidad
H_{rm}	5	\$/unidad/mes
Z	2	Unidades
θ_{rm}	0.03	porcentaje/ unidad/mes
A_M	250	\$/lote
H_M	15	\$/unidad/mes
θ_M	0.04	porcentaje/ unidad/mes
c_M^d	20	\$/unidad
θ_T	0.05	porcentaje/ unidad/mes
θ_R	0.06	porcentaje/ unidad/mes
k	1500	\$/unidad
m	1	-
Φ	0,5	porcentaje

En segundo lugar, se generaron los parámetros de los minoristas de acuerdo con distribuciones de probabilidad con base en el estudio de Chen (2018). Por otro lado, la

capacidad de producción se ajustó de tal manera que sea mayor a las máximas demandas de los minoristas para ejemplo numérico (ver Tabla 3).

En tercer lugar, la cantidad de tipo de vehículos y la composición de la flota varía con el aumento de la cantidad de minoristas (ver Tabla 4). Los datos de la capacidad de la flota heterogénea fueron basados en el estudio de (Gumasta et al., 2012). Por último, el costo fijo y costo variable se estimó mediante una función lineal basado en los datos expuestos por Chen (2018) en el contexto de productos sujetos a deterioro. Se asume que el costo fijo incrementa con el incremento de la capacidad y el costo variable decrece con el incremento de la capacidad.

Tabla 3

Parámetros generados con distribuciones de probabilidad

Notación	Distribución/fórmula	Unidad
a_j	$U[2000,3000]$	Unidades
b_j	$U[10,15]$	Unidades/\$
A_j	$U[100,150]$	\$/orden
H_j	$H_m + U[2,5]$	\$/unidad/mes
C_{jd}	$U[10,25]$	\$/unidad
P	$\sum_{i=1}^J D_j(w, \max(\rho_j))$	Unidades/mes

Tabla 4*Composición de la flota según cantidad de minoristas*

Cantidad de minoristas J	Composición de la flota L	Cantidad disponible K	Capacidad Cap _k	Costo Fijo F _k	Costo variable V _k
3	Tipo 1	1	150	187.5	3.5
	Tipo 2	2	200	250	2.5
5	Tipo 1	1	150	187.5	3.5
	Tipo 2	2	200	250	2.5
	Tipo 1	2	150	187.5	3.5
10	Tipo 2	1	200	250	2.5
	Tipo 3	20	250	312.5	1.5

9. Calibración del Algoritmo PSO

Para analizar el comportamiento del PSO se seleccionó el Diseño de Experimentos Taguchi, este se implementó en dos ejemplos numéricos de 3 y 10 minoristas. El algoritmo se desarrolló en Matlab ® versión 2019b y el diseño de experimentos se ejecutó en el software estadístico Minitab ® 18. El arreglo ortogonal $L_{27}(3)^6$, es decir, 27 experimentos 6 factores con tres niveles cada uno. Los parámetros y sus niveles se muestran en la Tabla 5 Cada combinación se corre 5 veces.

Tabla 5*Factores y Niveles del Diseño Taguchi*

Factores	Nivel		
	1	2	3
Iter	10	30	50
Part	20	50	100
C1	1	1.5	2.0
C2	1	1.5	2.0
C3	1	1.5	2.0
C4	1	1.5	2.0

El método Taguchi utiliza la relación señal /ruido (S/N) como variable respuesta.

Dado que se busca maximizar la utilidad de la cadena VMI, se utiliza una relación entre más alto mejor usando la ecuación (57).

$$\frac{S}{N} = -10 \log \left[\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \frac{1}{y_i^2} \right] \quad (57)$$

En las secciones siguientes se muestra el análisis de varianza y gráficas de efectos principales de relaciones S/N para la utilidad de la cadena VMI. Para todas las instancias se corrió el algoritmo con $\Phi = 0.5$, fracción de costo de promoción compartido por el fabricante.

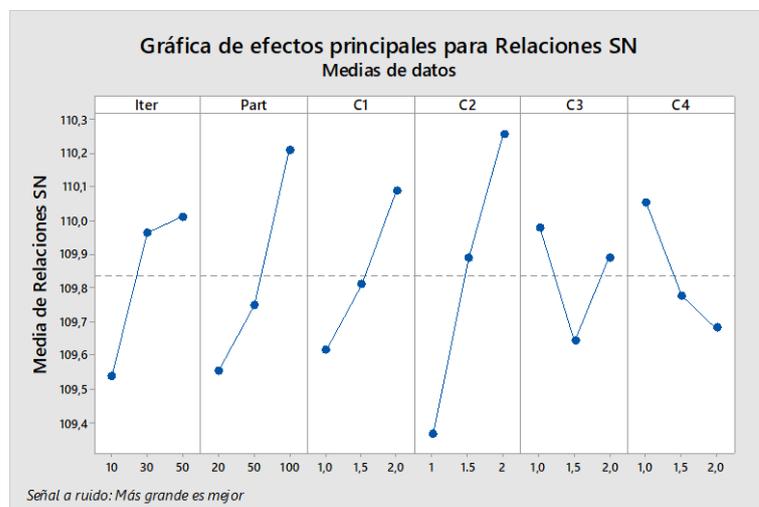
1.1.Ejemplo 1: 3 minoristas y 2 tipos de vehículos

Para este ejemplo los factores que tienen un efecto significativo sobre la relación S/N son el número de partículas (part) y coeficiente social variable continua (C2) con valores de p de 0.034 y 0.005 respectivamente (ver Tabla 6).

Tabla 6*Análisis de Varianza de Relaciones S/N para el ejemplo 1*

Fuente	GL	SC Sec.	SC Ajust.	MC Ajust.	F	P
Iter	2	1.2278	1.2278	0.6139	2.62	0.108
Part	2	2.0352	2.0352	1.0176	4.34	0.034
C1	2	1.0130	1.0130	0.5065	2.16	0.152
C2	2	3.6253	3.6253	1.8127	7.73	0.005
C3	2	0.5471	0.5471	0.2735	1.17	0.340
C4	2	0.6749	0.6749	0.3375	1.44	0.270
Error residual	14	3.2849	3.2849	0.2346		
Total	26	12.4082				

Como se ve en la Figura 16 el número de partículas es el parámetro que produce mayor variabilidad. Seguido del número de iteraciones (iter). coeficiente social variable continua (C1). Entonces los valores que maximizan S/N son: 50 iteraciones. 100 partículas. C1=2. C2=2. C3=2 y C4=1.

Figura 16*Gráfica de Efectos principales para el ejemplo 1*

1.2.Ejemplo 2: 10 minoristas y tres tipos de vehículos

Para esta instancia los factores que tienen un efecto significativo sobre la relación S/N son el número de iteraciones (iter). el número de partículas (part). coeficiente cognitivo variable continua (C1). coeficiente social variable continua (C2) (ver Tabla 7) .

Tabla 7

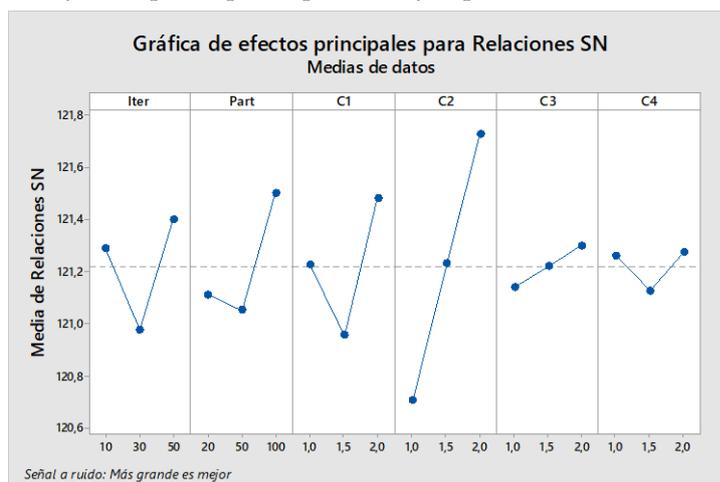
Análisis de Varianza de Relaciones S/N para el ejemplo 2

Fuente	GL	SC Sec.	SC Ajust.	MC Ajust.	F	P
Iter	2	0.8607	0.8607	0.43037	4.10	0.040
Part	2	1.0567	1.0567	0.52837	5.03	0.023
C1	2	1.2569	1.2569	0.62847	5.98	0.013
C2	2	4.6792	4.6792	2.33962	22.27	0.000
C3	2	0.1106	0.1106	0.05532	0.53	0.602
C4	2	0.1180	0.1180	0.05900	0.56	0.583
Error residual	14	1.4709	1.4709	0.10507		
Total	26	9.5533				

De acuerdo con la gráfica de efectos principales (ver Figura 17) la mejor combinación sería 50 iteraciones.100partículas. C1=2. C2=2. C3=2 y C4=2.

Figura 17

Gráfica de Efectos principales para el ejemplo 2



10. Comprobación de Hipótesis

Para comprobar la hipótesis planteada. “Considerar flota heterogénea para el envío de un producto sujeto a deterioro en una cadena de suministro de dos escalones administrada por el vendedor. en la política de inventario integrada mejora la utilidad de la cadena”. se utilizaron tres ejemplos numéricos y se realizó mediante una prueba estadística t-student. prueba la hipótesis alternativa $Utilidad_{Heter} > Utilidad_{Homo}$ con un nivel de significancia de 0.05 con 10 corridas para cada caso.

Para el ejemplo de 3 minoristas el valor de p es 0.503 que indica que la Hipótesis nula no se puede rechazar. por lo que la utilidad de la cadena VMI permanece igual cuando se considera flota heterogénea con un nivel de confianza del 95%. esto se evidencia en la Figura 18. Caso contrario ocurre para los ejemplos de 5 minoristas y 10 minoristas. los valores p son 0.013 y 0.000 indican que la Hipótesis nula es rechazada. por lo que la utilidad de la cadena VMI es mayor cuando se considera flota heterogénea con un nivel de confianza del 95% esto se evidencia en la Figura 19.

Figura 18

Gráfica de caja: 3 minoristas con flota heterogénea y homogénea

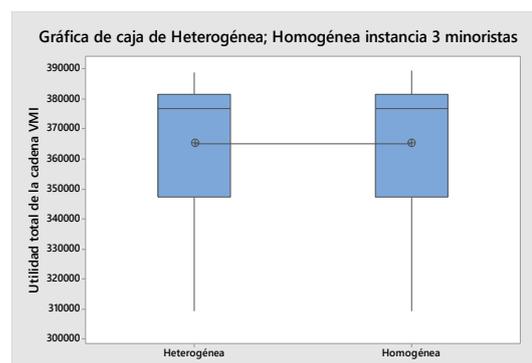
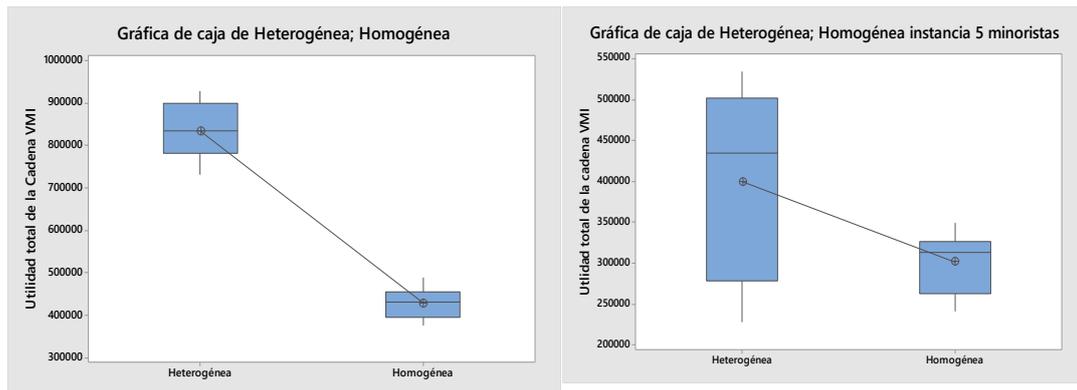


Figura 19

Gráfica de caja los ejemplos 5 y10 minoristas con flota heterogénea y homogénea



11. Resultados

En esta sección se presentan los resultados para tres ejemplos: 3, 5 y 10 minoristas con la fracción de costo de promoción compartido para el fabricante de $\Phi=0.5$. Los parámetros del Algoritmo PSO utilizados: 50 iteraciones, 100 partículas, $C1=2$, $C2=2$, $C3=2$, $C4=2$.

11.1. Ejemplo 1: 3 minoristas y 2 tipos de vehículos

En la Tabla 8 se muestran las mejores soluciones para el ejemplo de 3 minoristas con flota heterogénea vs flota homogénea con un tiempo computacional de 3181.56 y 3360.09 segundos respectivamente.

Tabla 8*Variables de decisión: ejemplo 1*

Flota	Minorista j/Fabricante	n_{rm}	n	Variables				Objetivo
				$T/T_M/T_1$	p_j	ρ_j	Y_{jk}	$TP_j / TP_M / TP_{VMI}$
Heterogénea	1	/	5	0.0471	132.11	2	$Y_{13}=1$	39426.27
	2	/	5		142.39	2	$Y_{23}=1$	28608.31
	3	/	5		154.34	3	$Y_{33}=1$	43698.22
	F	8	/	0.2355 0.2232				269589.25
	Cadena VMI							381322.05
Homogénea	1	/	8	0.0637	152.97	3	$Y_{11}=1$	47012.10
	2	/	8		139.47	3	$Y_{21}=1$	28553.24
	3	/	8		159.89	3	$Y_{31}=1$	43625.77
	F	3	/	0.5096 0.4162				232093.24
	Cadena VMI							351264.35

Nota: F: Fabricante, 1 2 3: Minoristas, Cadena VMI: incluye el Fabricante y los tres minoristas. Las columnas representan las variables de decisión directas y relacionadas: n_{rm} : número de pedidos de materia prima, n: número de pedidos de los minoristas, T: ciclo de reposición común, T_M : duración del ciclo de producción, T_1 : Tiempo de producción en el ciclo de producción, p_j : precio del minorista j, ρ_j : nivel de esfuerzo de promoción del minorista j, Y_{jk} : si el minorista j es asignado al vehículo k, TP_j : Utilidad del minorista j, TP_M : Utilidad del fabricante y TP_{VMI} : Utilidad total de la cadena VMI.

Basados en los resultados de la Tabla 8, la política de Inventario integrada considerando flota heterogénea sería realizar 8 pedidos de materia prima durante el tiempo de producción $T_1=0.2232$ meses y reponer 5 veces el producto terminado a todos los minoristas cada 0.0471 meses durante el ciclo de producción $T_M=0.2355$, en cada reposición los pedidos serán llevados por el tipo de vehículo $k=3$. Para el caso de flota homogénea la política de inventario integrada sería realizar 3 pedidos de materia prima durante el tiempo

de producción $T_1=0.4162$ meses y reponer 8 veces el producto terminado a todos los minoristas cada 0.0637 meses durante el ciclo de producción $T_M=0.5096$, en cada reposición los pedidos serán llevados por el tipo de vehículo $k=1$.

Por otro lado, en términos de Ingresos de la cadena VMI son mayores los Ingresos del Fabricante, TP_M con Flota Heterogénea dado que la demanda total es mayor causado un mayor esfuerzo de promoción (ver Tabla 9).

Tabla 9

Ingresos de la cadena VMI: ejemplo 1

TI_j / TP_M	Flota Heterogénea		Flota Homogénea		
	$(p_j-w)/w$	$D_j(p_j, \rho_j)$	TI_j	$(p_j-w)/w$	$D_j(p_j, \rho_j)$
43601.51	32.11	1357.8	51380.30	52.97	969.99
32560.53	42.39	768.13	32850.92	39.47	832.29
48410.96	54.34	890.89	47871.18	59.89	799.32
301679.54	100	3013.82	260154.31	100	2601.60

Nota: p_j : precio del minorista j , w : precio mayorista, Y_{jk} : si el minorista j es asignado al vehículo k , TP_j : Utilidad del minorista j , TP_M : Utilidad del fabricante, TP_{VMI} : Utilidad total de la cadena VMI, $D_j(p_j, \rho_j)$ Demanda dependiente del precio p_j y nivel de esfuerzo de promoción ρ_j .

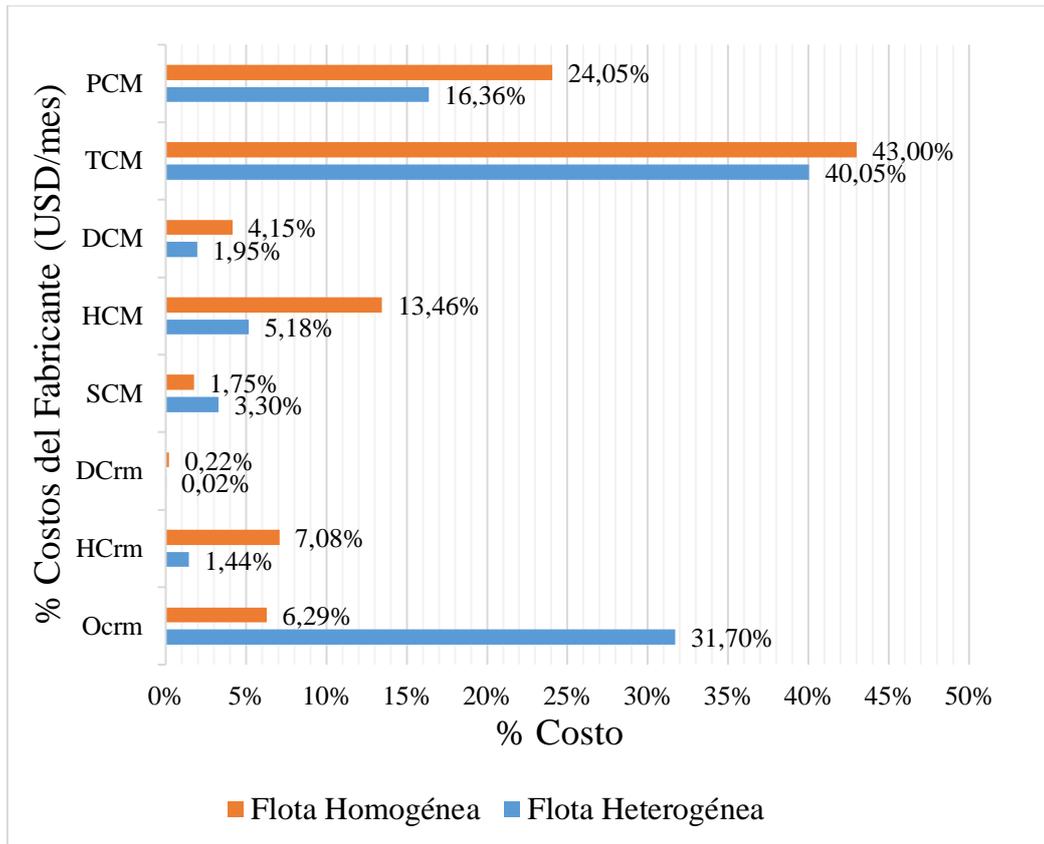
A partir de la Tabla 10 se puede evidenciar varias diferencias en los costos de los minoristas. Los costos de ordenar OC_j son mayores cuando se utiliza flota heterogénea. dado que se reponen los minoristas con más frecuencia. Por otro lado, los costos de deterioro DC_j y costos de promoción PC_j son mayores con flota homogénea. este último se debe a que los minoristas incurrieron en el nivel máximo de esfuerzo de promoción.

Tabla 10*Costos minoristas del ejemplo 1*

Flota	Minorista j	OC_j	HC_j	DC_j	$0.5*PC_j$	C_j^T
Heterogénea	1	2119.27	545.07	10.89	1500	4175.24
	2	2119.27	326.53	6.42	1500	3952.23
	3	2119.27	336.62	6.85	2250	4172.74
Homogénea	1	1569.54	525.96	22.71	2250	4368.20
	2	1569.54	477.84	20.30	2250	4317.68
	3	1569.54	407.94	17.93	2250	4245.41

Nota: OC_j : Costo de ordenar del minorista j, HC_j : Costo de mantener una unidad de producto terminado en el minorista j, $0.5*PC_j$: Costo de promoción del minorista j y C_j^T : Costo total del minorista j

Revisando con más detalle los costos del fabricante en la Figura 20 el costo de transporte TC_M representa el 40.05% y el 43 % del costo total del fabricante C_M^T con flota heterogénea y homogénea respectivamente. Los costos de mantenimiento de inventario de materia prima HC_{rm} y producto terminado HC_M son más bajos con flota heterogénea en comparación con la flota homogénea. debido a que el ciclo de producción es mayor. El mismo comportamiento se evidencia en los costos de deterioro de materia prima DC_{rm} y producto terminado DC_M . dado que se repone con más frecuencia la materia prima durante el tiempo de producción.

Figura 20*Costos del fabricante con tres minoristas*

Nota: El eje X representa el porcentaje de costo que representa cada componente sobre el costo total del Fabricante, C_M^T .

11.2.Ejemplo 2: 5 minoristas y 2 tipos de vehículos

En la Tabla 11 se muestran las mejores soluciones para el ejemplo de 5 minoristas con flota heterogénea vs flota homogénea con un tiempo computacional de 3176.07 y 3424.25 segundos respectivamente.

Tabla 11*Variables de decisión: ejemplo 2*

Flota	Minorista j/Fabricante	n _{rm}	n	Variables				Objetivo
				T/T _M /T ₁	p _j	ρ _j	Y _{jk}	TP _j / TP _M / TP _{VMI}
Heterogénea	1	/	5	0.0413	134.86	2	Y ₁₃ =1	24477.021
	2	/	5		119.92	2	Y ₂₃ =1	10840.90
	3	/	5		156.42	1	Y ₃₃ =1	53281.09
	4	/	5		112.35	1	Y ₄₃ =1	8043.50
	5	/	5		102.24	3	Y ₅₃ =1	-2712.36
	F	2	/	0.2062 0.1466				439990.61
Homogénea	Cadena VMI							533920.75
	1	/	8	0.0411	144.30	2	Y ₁₁ =1	24122.07
	2	/	8		136.81	3	Y ₂₁ =1	11701.07
	3	/	8		162.06	1	Y ₃₁ =1	53758.36
	4	/	8		146.65	1	Y ₄₁ =1	12428.99
	5	/	8		144.82	1	Y ₅₁ =1	8463.45
F	3	/	0.3288 0.1309				236838.47	
	Cadena VMI							347312.42

Nota: F: Fabricante, 1 2 3: Minoristas, Cadena VMI: incluye el Fabricante y los tres minoristas. Las columnas representan las variables de decisión directas y relacionadas: n_{rm}: número de pedidos de materia prima, n: número de pedidos de los minoristas, T: ciclo de reposición común, T_M: duración del ciclo de producción, T₁: Tiempo de producción en el ciclo de producción, p_j: precio del minorista j, ρ_j: nivel de esfuerzo de promoción del minorista j, Y_{jk}: si el minorista j es asignado al vehículo k, TP_j: Utilidad del minorista j, TP_M: Utilidad del fabricante y TP_{VMI}: Utilidad total de la cadena VMI.

Basados en los resultados de la Tabla 11, la política de Inventario integrada considerando flota heterogénea sería realizar 2 pedidos de materia prima durante el tiempo de producción T₁=0.2062 meses y reponer 5 veces el producto terminado a todos los minoristas cada 0.0413 meses durante el ciclo de producción T_M=0.2062, en cada reposición los pedidos serán llevados por el tipo de vehículo k=3. Para el caso de flota homogénea la política de inventario integrada sería realizar 3 pedidos de materia prima durante el tiempo

de producción $T_1=0.1309$ y reponer 8 veces el producto terminado a todos los minoristas cada 0.0411 meses durante el ciclo de producción $T_M=0.3288$, en cada reposición los vehículos serán llevados por el tipo de vehículo $k=1$.

Por otro lado, en términos de Ingresos de la cadena VMI son mayores los Ingresos del Fabricante, TP_M con Flota Heterogénea dado que la demanda total es mayor causado un mayor esfuerzo de promoción (ver Tabla 12).

Tabla 12

Ingresos de la cadena VMI: ejemplo 2

Flota Heterogénea			Flota Homogénea		
TI_j / TP_M	$(p_j-w)/w$	$D_j(p_j, \rho_j)$	TI_j	$(p_j-w) /w$	$D_j(p_j, \rho_j)$
29380.75	34.87	842.70	28971.47	44.30	653.94
15836.53	19.92	794.86	17353.19	36.81	471.44
57193.96	56.43	1013.61	57659.94	62.06	929.06
12307.34	12.36	995.75	16457.26	46.65	352.76
2495.05	2.24	1111.80	11904.57	44.82	265.59
475872.04	100.00	4758.72	267278.64	100.00	2672.79

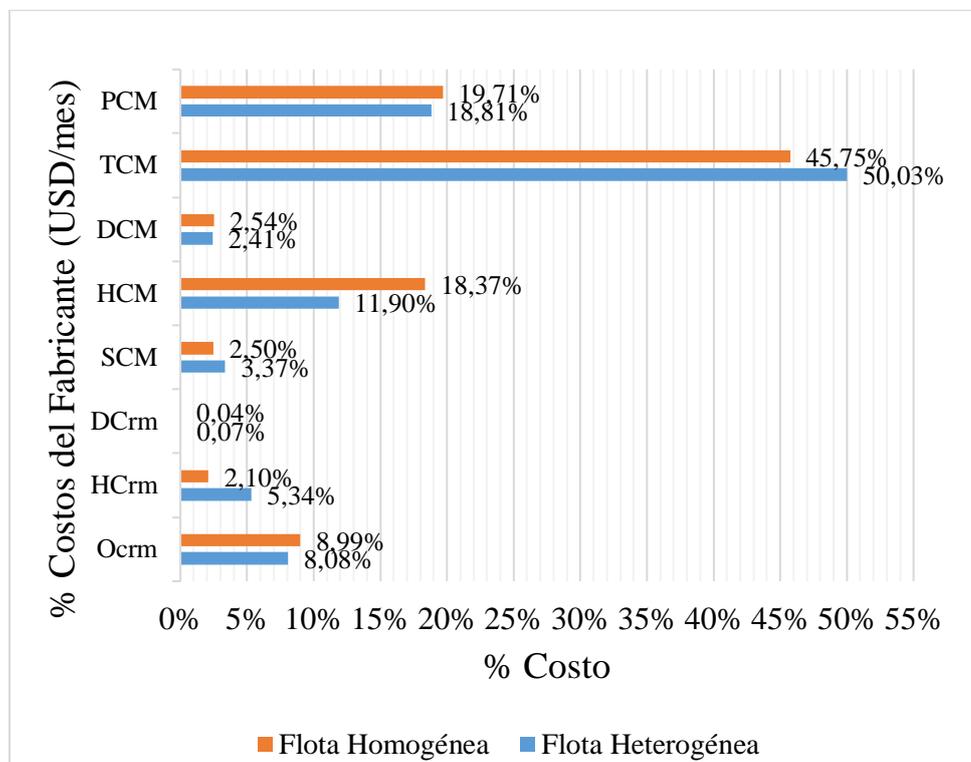
Nota: p_j : precio del minorista j , w : precio mayorista, Y_{jk} : si el minorista j es asignado al vehículo k , TP_j : Utilidad del minorista j , TP_M : Utilidad del fabricante, TP_{VMI} : Utilidad total de la cadena VMI, $D_j(p_j, \rho_j)$ Demanda dependiente del precio p_j y nivel de esfuerzo de promoción ρ_j .

De acuerdo con los resultados presentados en la Figura 21 el costo de transporte TC_M con flota heterogénea representa un 50.03 % comparado con el de flota homogénea que representa un 45.73 %. Los costos de mantenimiento de inventario de materia prima HC_{rm} y

costos de deterioro de materia prima DC_{rm} son mayores con flota Heterogénea. caso contrario ocurre con los costos de mantenimiento de inventario de producto terminado HC_M y costo de deterioro DC_M . El costo total de promoción es similar en ambos casos.

Figura 21

Costos del fabricante con cinco minoristas



Nota: El eje X representa el porcentaje de costo que representa cada componente sobre el costo total del Fabricante, C_M^T .

A partir de la Tabla 13 se puede evidenciar que los costos de los minoristas son similares.

Tabla 13*Costos minoristas del ejemplo 2*

Flota	Minorista j	OC_j	HC_j	DC_j	$0.5*PC_j$	C_j^T
Heterogénea	1	3067.69	331.70	4.34	1500	4903.73
	2	3212.62	279.94	3.07	1500	4995.63
	3	2801.99	356.98	3.91	750	3912.88
	4	3116.00	391.95	5.89	750	4263.84
	5	2584.59	368.53	4.29	2250	5207.41
Homogénea	1	3088.42	255.67	5.31	1500	4849.4
	2	3234.32	164.92	2.87	2250	5652.11
	3	2820.92	325.00	5.66	750	3901.58
	4	3137.05	137.92	3.30	750	4028.27
	5	2602.05	87.44	1.62	750	3441.11

Nota: OC_j : Costo de ordenar del minorista j, HC_j : Costo de mantener una unidad de producto terminado en el minorista j, $0.5*PC_j$: Costo de promoción del minorista j y C_j^T : Costo total del minorista j

11.3.Ejemplo 3: 10 minoristas y 3 tipos de vehículos

En la Tabla 14 se muestran las mejores soluciones para el ejemplo de 10 minoristas con flota heterogénea vs flota homogénea con un tiempo computacional de 3087.58 y 3238.31 segundos respectivamente.

A partir de la Tabla 14 se evidencia que la política de Inventario integrada considerando flota heterogénea sería realizar 2 pedidos de materia prima durante el tiempo de producción $T_1=0.021$ meses y reponer 4 veces el producto terminado a todos los minoristas cada 0.0126 meses durante el ciclo de producción $T_M=0.2876$, en cada reposición realizar la siguiente asignación de pedidos: Minorista 6 y 9 ($k=1$), Minorista 2 y 8 ($k=2$), Minorista 10 ($k=3$), Minorista 1 y 7 ($k=4$), Minorista 3, 4 y 5 ($k=5$). Para el caso de flota homogénea la política de inventario integrada sería realizar 5 pedidos de materia prima durante el tiempo de producción $T_1=0.071$ meses y reponer 12 veces el producto terminado a todos los

minoristas cada 0.0254 meses durante el ciclo de producción $T_M=0.23048$, en cada reposición realizar la siguiente asignación de pedidos de los minoristas al tipo de vehículo $k=3$.

Tabla 14

Variables de decisión: ejemplo 3:

Flota	Minorista j/Fabricante	Variables						Objetivo
		n_{rm}	n	$T/T_M/T_1$	p_j	ρ_j	Y_{jk}	
Heterogénea	1	/	4	0.0126	206.22	3	$Y_{14}=1$	115607.44
	2	/	4		119.84	1	$Y_{22}=1$	-3065.053
	3	/	4		149.54	3	$Y_{35}=1$	35984.36
	4	/	4		154.58	1	$Y_{45}=1$	30211.45
	5	/	4		165.89	2	$Y_{55}=1$	66361.04
	6	/	4		118.46	2	$Y_{61}=1$	-530.49
	7	/	4		128.92	1	$Y_{74}=1$	-6230.13
	8	/	4		133.10	3	$Y_{82}=1$	13900.09
	9	/	4		157.66	3	$Y_{91}=1$	38461.04
	10	/	4		149.58	3	$Y_{103}=1$	23358.07
	F	2	/	0.0504 0.021				614024.36
Homogénea	Cadena VMI							928082.18
	1	/	12	0.0254	223.11	2	$Y_{13}=1$	61997.25
	2	/	12		100.00	1	$Y_{23}=1$	-44573.55
	3	/	12		176.40	2	$Y_{33}=1$	4192.22
	4	/	12		178.63	1	$Y_{43}=1$	3686.37
	5	/	12		201.02	1	$Y_{53}=1$	23873.30
	6	/	12		144.83	1	$Y_{63}=1$	6773.73
	7	/	12		135.74	1	$Y_{73}=1$	-6102.51
	8	/	12		172.28	1	$Y_{83}=1$	-6669.53-
	9	/	12		184.31	2	$Y_{93}=1$	6820.57
	10	/	12		182.29	1	$Y_{103}=1$	1930.94
F	5	/	0.3048 0.071				449946.68	
Cadena VMI							4883528.03	

Nota: F: Fabricante, 1 2 3: Minoristas, Cadena VMI: incluye el Fabricante y los tres minoristas. Las columnas representan las variables de decisión directas y relacionadas: n_{rm} : número de pedidos de materia prima, n : número de pedidos de los minoristas, T : ciclo de reposición común, T_M : duración del ciclo de producción, T_1 : Tiempo de producción en el ciclo de producción, p_j : precio del minorista j , ρ_j : nivel de esfuerzo de promoción del minorista j , Y_{jk} : si el minorista j es asignado al vehículo k , TP_j : Utilidad del minorista j , TP_M : Utilidad del fabricante y TP_{VMI} : Utilidad total de la cadena VMI.

Por otro lado, en términos de Ingresos de la cadena VMI son mayores los Ingresos del Fabricante, TP_M con Flota Heterogénea dado que la demanda total es mayor causado un mayor esfuerzo de promoción (ver Tabla 15).

Tabla 15

Ingresos de la cadena VMI: ejemplo 3

Flota Heterogénea			Flota Homogénea		
TI_j / TP_M	$(p_j - w) / w$	$D_j(p_j, \rho_j)$	TI_j	$(p_j - w) / w$	$D_j(p_j, \rho_j)$
126451.58	106.22	1190.44	114391.17	123.11	929.15
7921.00	19.84	399.33	0.00	0.00	771.25
46244.61	49.54	933.40	28112.26	76.40	367.95
41473.05	54.58	759.89	26654.78	78.63	338.99
78041.47	65.89	1184.48	58942.74	101.02	583.49
11469.36	18.46	621.41	6902.64	44.83	153.96
4489.58	28.92	155.24	980.73	35.74	27.44
27147.70	33.10	820.26	841.68	72.28	11.64
51090.55	57.66	885.99	31401.44	84.31	372.45
35804.17	49.58	722.16	21736.17	82.29	264.14
767261.21	100.00	7672.61	382047.94	100.00	3820.48

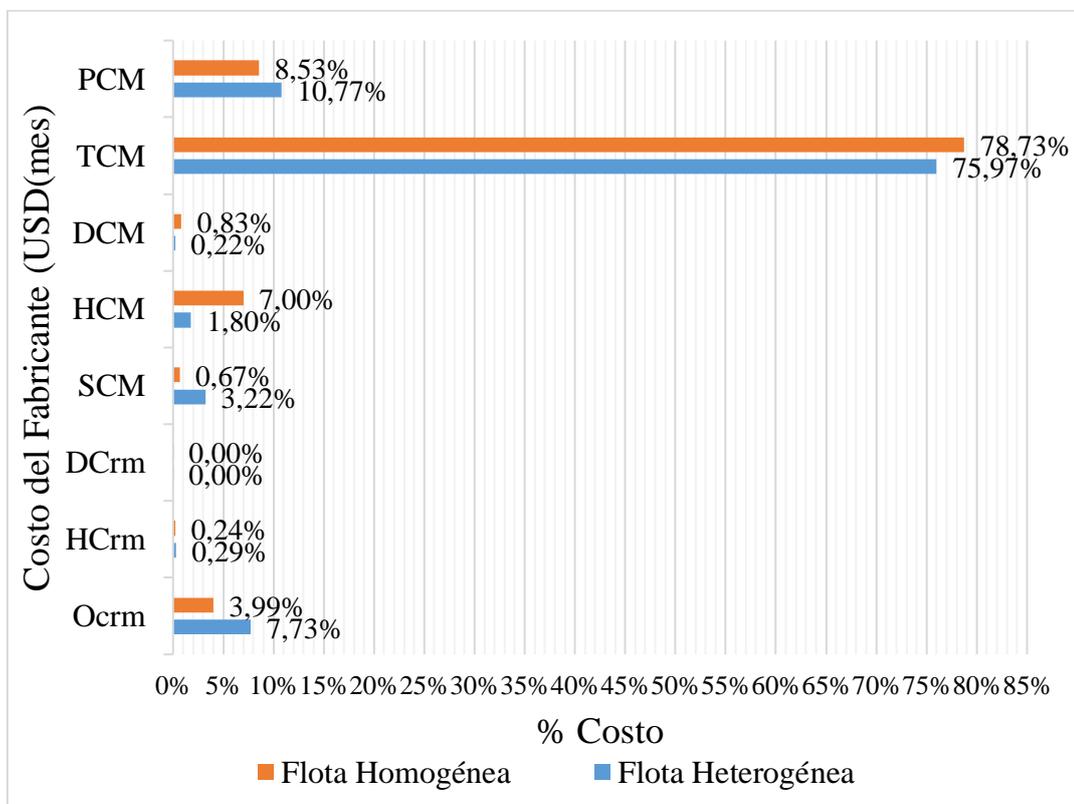
Nota: p_j : precio del minorista j , w : precio mayorista, Y_{jk} : si el minorista j es asignado al vehículo k , TP_j : Utilidad del minorista j , TP_M : Utilidad del fabricante, TP_{VMI} : Utilidad total de la cadena VMI, $D_j(p_j, \rho_j)$ Demanda dependiente del precio p_j y nivel de esfuerzo de promoción ρ_j .

En la Figura 22 el costo de transporte TC_M con flota heterogénea representa un 75.97 % comparado con el de flota homogénea que representa un 78.73 %. Los costos de mantenimiento de inventario de materia prima HC_{rm} y costos de deterioro de materia prima DC_{rm} son insignificantes. Caso contrario ocurre con los costos de mantenimiento de

inventario de producto terminado HC_M . El costo total de promoción es similar en ambos casos.

Figura 22

Costos del fabricante con cinco minoristas



En la Tabla 15 se puede evidenciar que el costo total de cada minorista C_j^T considerando flota heterogénea es mayor dado que tienen mayor costo de ordenar. Cabe resaltar que los costos de deterioro son insignificantes.

Tabla 14*Costos minoristas del ejemplo 3*

Flota	Minorista j	OC_j	HC_j	DC_j	$0.5*PC_j$	C_j^T
Heterogénea	1	8450.43	143.23	0.48	2250	10844.15
	2	10187.91	48.05	0.10	750	10986.05
	3	7897.60	112.31	0.34	2250	10260.25
	4	10424.83	86.62	0.15	750	11261.60
	5	10029.95	150.02	0.46	1500	11680.43
	6	10424.83	74.77	0.25	1500	11999.85
	7	9950.98	18.68	0.05	750	10719.71
	8	10898.69	98.69	0.22	2250	13247.60
	9	10266.88	112.21	0.41	2250	12629.50
	10	10108.93	86.89	0.28	2250	12446.10
Homogénea	1	4207.24	224.60	4.55	1500	5936.39
	2	5072.28	186.43	2.34	750	6011.05
	3	3932.00	88.94	1.63	1500	5522.57
	4	5190.24	77.63	0.79	750	6018.66
	5	4993.64	148.47	2.72	750	5894.83
	6	5190.24	37.22	0.75	750	5978.21
	7	4954.32	6.63	0.12	750	5711.07
	8	5426.16	2.81	0.04	1500	6929.01
	9	5111.60	94.77	2.08	750	5958.45
	10	5032.96	63.85	1.23	1500	6598.04

Nota: OC_j : Costo de ordenar del minorista j, HC_j : Costo de mantener una unidad de producto terminado en el minorista j, $0.5*PC_j$: Costo de promoción del minorista j y C_j^T : Costo total del minorista j

12. Discusión

La inclusión de la decisión de transporte considerando flota heterogénea permite una mayor flexibilidad al fabricante al momento de decidir la política de reposición dado que se dispone de una flota con diferentes capacidades y costos. A partir de los resultados se puede evidenciar como esto afecta a los miembros de la cadena, la utilidad total de la cadena aumenta de manera significativa en los ejemplos de 5 y 10 minoristas, caso contrario ocurre en el ejemplo de tres minoristas donde no hay una diferencia notoria de la utilidad. En cambio, para los minoristas el impacto en la utilidad varía de minorista a minorista. El aumento de la utilidad en el fabricante se debe a un aumento de los ingresos porque existe una mayor demanda en los minoristas causada por un menor precio combinado con un mayor esfuerzo de promoción.

El hecho de poder tomar decisiones respecto al precio y el nivel de esfuerzo de promoción para influenciar en la demanda asumiendo costo compartido de promoción le permite a la cadena VMI vender más producto en el mercado y de esta manera obtener mayores utilidades.

Los costos de deterioro de materia prima son insignificantes debido a que se asume una política donde el tiempo de producción es un múltiplo entero del tiempo de reposición de materia prima. de manera similar ocurre con el costo de deterioro de producto terminado con un porcentaje entre 0.00% y 5%. Caso contrario es el costo de mantenimiento de

inventario de producto terminado que representa entre 5 % y 18%, esto se da porque existe una estrategia de consolidación de envíos basado en el tiempo. determinando un valor de T. por lo tanto se debe conservar inventario hasta el próximo envío.

13. Conclusiones

De los antecedentes se identificaron las condiciones de operación de las cadenas VMI comprendidas entre un fabricante y varios minoristas para un producto sujeto a deterioro, porque dependiendo de las condiciones se pueden obtener los beneficios. Las condiciones dependen del tipo de decisiones que se involucren en la relación, los objetivos en común y correspondientes costos y las políticas de reposición de materia prima -producto terminado.

El Algoritmo PSO requiere un alto esfuerzo computacional al incluir la decisión de asignación de vehículos porque debe garantizar que se cumpla la restricción de capacidad, además de que no se permiten pedidos fraccionados.

La hipótesis planteada dice “Considerar flota heterogénea para el envío de un producto sujeto a deterioro en una cadena de suministro de dos escalones administrada por el vendedor. en la política de inventario integrada mejora la utilidad de la cadena. Para probar esta afirmación se propone la definición de una política de gestión de inventario integrada basado en un modelo matemático de optimización que integre decisiones de producción. inventario. distribución y mercadotecnia considerando el aprovisionamiento de materias

primas y asignación de lotes de entrega a flota heterogénea encontrando que la utilidad es mayor cuando el fabricante atiende un mayor número de minoristas. aceptando la Hipótesis.

La política de inventario integrada para la cadena de un fabricante y múltiples minorista con flota heterogénea afecta principalmente los costos de mantenimiento de inventario, costos de deterioro tanto de materia prima como producto terminado. Así mismo el costo de transporte es el de mayor porcentaje del costo total del fabricante.

14. Recomendaciones

Con el fin de poder adaptar el modelo propuesto a otros tipos de productos donde la calidad es un factor importante para la compra del consumidor final, se recomienda incorporar en el modelo decremento de calidad junto con el decremento de cantidad expuesto en esta investigación.

Se recomienda incorporar otros factores que influyan en la demanda como nivel de inventario, tiempo, descuentos a partir de la vida útil restante entre otros con el fin de extender la función de demanda y ver como esto afecta la utilidad de la cadena de suministro.

Se recomienda evaluar el Algoritmo aumentando los parámetros con el fin de establecer una mayor eficiencia en tiempo computacional y calidad de solución. De igual manera proponer otros métodos de solución con el fin de comparar el rendimiento.

Referencias Bibliográficas

- kbari Kaasgari. M., Imani. D. M., y Mahmoodjanloo. M. (2017). Optimizing a vendor managed inventory (VMI) supply chain for perishable products by considering discount: Two calibrated meta-heuristic algorithms. *Computers and Industrial Engineering*. <https://doi.org/10.1016/j.cie.2016.11.013>
- Bakker. M., Riezebos. J., y Teunter. R. H. (2012). Review of inventory systems with deterioration since 2001. *European Journal of Operational Research*. 221(2). 275–284. <https://doi.org/10.1016/j.ejor.2012.03.004>
- Beamon. B. M. (2002). Supply chain design and analysis: Models and methods. *International Journal of Production Economics*. 55(3). 281–294. [https://doi.org/10.1016/s0925-5273\(98\)00079-6](https://doi.org/10.1016/s0925-5273(98)00079-6)
- Cárdenas-Barrón. L. E., y Sana. S. S. (2014). A production-inventory model for a two-echelon supply chain when demand is dependent on sales teams' initiatives. *International Journal of Production Economics*. 155. 249–258. <https://doi.org/10.1016/j.ijpe.2014.03.007>
- Chen. Z. (2018). Optimization of Production Inventory With Pricing and Promotion Effort. *International Journal of Production Economics*. 49(1). 88–91. <https://doi.org/10.1016/j.ijpe.2018.06.002>
- DANE. (2016). Departamento Administrativo Nacional de Estadísticas.
- Departamento Nacional de Planeación. (2018). *Encuesta Nacional Logística 2018*. <https://doi.org/10.1017/CBO9781107415324.004>
- Disney. S. M., y Towill. D. R. (2003). The effect of vendor managed inventory (VMI) dynamics on the Bullwhip Effect in supply chains. *Intern. Journal of Production Economics*. 85. 199–215. [https://doi.org/10.1016/S0925-5273\(03\)00110-5](https://doi.org/10.1016/S0925-5273(03)00110-5)
- Fauza. G., Prasetyo. H., Dania. N. K., y Amanto. B. S. (2018). Development of food inventory model in an integrated vendor-buyer system: Case study in food industry. In *AIP Conference Proceedings* (Vol. 1977). <https://doi.org/10.1063/1.5042909>
- Govindan. K. (2013). Vendor-managed inventory: A review based on dimensions. *International Journal of Production Research*. 51(13). 3808–3835. <https://doi.org/10.1080/00207543.2012.751511>
- Goyal. S. K., y Giri. B. C. (2001). Recent trends in modeling of deteriorating inventory. *European Journal of Operational Research*. 134(1). 1–16.

[https://doi.org/10.1016/S0377-2217\(00\)00248-4](https://doi.org/10.1016/S0377-2217(00)00248-4)

- Gumasta, K., Chan, F. T. S., y Tiwari, M. K. (2012). An incorporated inventory transport system with two types of customers for multiple perishable goods. *International Journal of Production Economics*, 139(2), 678–686. <https://doi.org/10.1016/j.ijpe.2012.06.020>
- Kanda, A., y Deshmukh, S. G. Ñ. (2008). Supply chain coordination: Perspectives . empirical studies and research directions. *International Journal of Production Economics*, 115, 316–335. <https://doi.org/10.1016/j.ijpe.2008.05.011>
- Lan, H., Li, R., Liu, Z., y Wang, R. (2011). Study on the inventory control of deteriorating items under VMI model based on bi-level programming. *Expert Systems with Applications*, 38(8), 9287–9295. <https://doi.org/10.1016/j.eswa.2011.01.034>
- Mateen, A., y Chatterjee, A. K. (2015). Vendor managed inventory for single-vendor multi-retailer supply chains. *Decision Support Systems*, 70, 31–41. <https://doi.org/10.1016/j.dss.2014.12.002>
- Mohammadzadeh, M., y Mirzazadeh, A. (2018). A production-inventory model in vendor managed inventory system with deteriorating items and pricing in fuzzy environment. *International Journal of Logistics Systems and Management*, 29(3), 296–326. <https://doi.org/10.1504/IJLSM.2018.089789>
- Muckstadt, J. A., y Sapra, A. (2010). *Principles of Inventory Management*.
- Nahmias, S. (2011). *Perishable Inventory Systems*. Springer, Boston, MA.
- Raafat, F. (1991). Survey of Literature on Continuously Deteriorating Inventory Models. *The Journal of the Operational Research Society*, 42(1), 27–37. <https://doi.org/10.2307/2583795>
- Salas Navarro, K. ... Sankar Sana, S. (2020). A collaborative EPQ inventory model for a three-echelon supply chain with multiple products considering the effect of marketing effort on demand. *Journal of Industrial y Management Optimization*, 16(4), 1613–1633. <https://doi.org/10.3934/jimo.2019020>
- Spekman, R. E., Jr. J. W. K., y Myhr, N. (2006). An empirical investigation into supply chain management: a perspective on partnerships. *Supply Chain Management: An International Journal*, 3(2), 53–67.
- Taleizadeh, A. A., Noori-Daryan, M., y Cárdenas-Barrón, L. E. (2015). Joint optimization of price, replenishment frequency, replenishment cycle and production rate in vendor managed inventory system with deteriorating items. *International Journal of Production Economics*, 159, 285–295. <https://doi.org/10.1016/j.ijpe.2014.09.009>
- Tat, R., Taleizadeh, A. A., y Esmaili, M. (2015). Developing economic order quantity model for non-instantaneous deteriorating items in vendor-managed inventory (VMI) system. *International Journal of Systems Science*, 46(7), 1257–1268. <https://doi.org/10.1080/00207721.2013.815827>

- Torres, F., y Pérez, F. (2014). Modelos de inventarios con productos perecederos : revisión de literatura. *Ingeniería*. 19(2). 11–12.
- Tsao, Y., y Sheen, G. (2008). Dynamic pricing , promotion and replenishment policies for a deteriorating item under permissible delay in payments. *Computers y Operations Research*. 35. 3562–3580. <https://doi.org/10.1016/j.cor.2007.01.024>
- Wang, S., y Sarker, B. R. (2006). Optimal models for a multi-stage supply chain system controlled by kanban under just-in-time philosophy. *European Journal of Operational Research*. 172(1). 179–200. <https://doi.org/10.1016/j.ejor.2004.10.001>
- Wu, B., y Sarker, B. R. (2013). Optimal manufacturing and delivery schedules in a supply chain system of deteriorating items. *International Journal of Production Research*. 51(3). 798–812. <https://doi.org/10.1080/00207543.2012.674650>
- Yu, Y., Huang, G. Q., Hong, Z., y Zhang, X. (2011). An integrated pricing and deteriorating model and a hybrid algorithm for a VMI. *IEEE Transactions on Automation Science and Engineering*. 8(4). 673–682.
- Yu, Y., Huang, G. Q., Ren, Z., y Liang, L. (2003). An Integrated Lot-size Model of Deteriorating Item for one Vendor and Multiple Retailers Considering Market Pricing Using Genetic Algorithm. In *The 3rd International Conference on Electronic Business (ICEB 2003)* (Vol. 1, pp. 565–574).
- Yu, Y., Wang, Z., y Liang, L. (2012). A vendor managed inventory supply chain with deteriorating raw materials and products. *International Journal of Production Economics*. 136(2). 266–274. <https://doi.org/10.1016/j.ijpe.2011.11.029>