

Evaluación de la salud estructural de puentes viga cajón empleando un indicador de daño basado
en el análisis fractal de las formas modales

Andrés Felipe Jaramillo Pabón

Trabajo de Grado para Optar al Título de Magíster en Ingeniería Civil

Director

Álvaro Viviescas Jaimes

Ph.D. en Ingeniería Estructural

Codirector

Carlos Alberto Riveros Jérez

Ph.D. en Ingeniería, Ingeniería Civil

Universidad Industrial de Santander

Facultad de Ingenierías Fisicomecánicas

Escuela de Ingeniería Civil

Maestría en Ingeniería Civil

Bucaramanga

2025

Dedicatoria

A Dios, por permitirme la oportunidad de estudiar, por brindarme fortaleza y sabiduría para tomar las mejores decisiones.

A mis padres, Alicia y Jesús, por su amor incondicional, guía y apoyo en cada etapa de mi proceso de aprendizaje.

Agradecimientos

A los directores del proyecto, Álvaro Viviescas y Carlos Riveros, por su constante orientación, motivación y gestión durante mis estudios de maestría.

A la Universidad Industrial de Santander y la Escuela de Ingeniería Civil por los recursos otorgados para el desarrollo de la investigación.

A los profesores, personal administrativo, compañeros y familiares cuyas sugerencias, consejos y retroalimentación permitieron enriquecer el proceso investigativo.

Tabla de Contenido

	Pág.
Introducción.....	13
1. Objetivos.....	17
1.1 Objetivo General	17
1.2 Objetivos Específicos	17
2. Pregunta de Investigación.....	18
3. Revisión Bibliográfica.....	18
3.1 Análisis Bibliométrico	18
3.2 Marco Teórico y Conceptual	23
3.2.1 Puentes Viga Cajón Segmentales	23
3.2.2 Dinámica Estructural	24
3.2.3 Modelación del Daño Estructural.....	26
3.2.4 Métodos Dinámicos en el Monitoreo de la Salud Estructural	28
3.2.5 Optimización en Métodos Dinámicos SHM	31
3.2.6 Teoría Fractal	32
3.3 Antecedentes	34
3.4 Hipótesis	41
4. Metodología	41
4.1 Indicador de Daño Estructural	41
4.1.1 Modified Compact Box Burning (MCBB)	41
4.1.2 Indicadores de Daño Tradicionales	43
4.1.3 Indicador de Daño basado en la Dimensión Fractal.....	44

4.2 Algoritmo de Evaluación de Daño Estructural	45
4.2.1 Análisis Dinámico FEM	45
4.2.2 Modelación del Daño Estructural.....	47
4.2.3 Algoritmo de Optimización Metaheurística	48
4.2.4 Acople del Algoritmo de Evaluación del Daño Estructural	55
4.3 Caso de Estudio.....	58
4.3.1 Descripción del Puente	58
4.3.2 Escenarios de Daño	65
5. Resultados y Discusión.....	69
6. Impacto	83
7. Conclusiones	84
Referencias Bibliográficas.....	87
Apéndices	107

Lista de Tablas

	Pág.
Tabla 1 <i>Ecuaciones de búsqueda.</i>	19
Tabla 2 <i>Información general de los documentos recopilados por ecuación de búsqueda.</i>	20
Tabla 3 <i>Fuentes con mayor impacto para la Combinación 1.</i>	22
Tabla 4 <i>Fuentes con mayor impacto para la Combinación 2.</i>	23
Tabla 5 <i>Fuentes con mayor impacto para la Combinación 3.</i>	23
Tabla 6 <i>Algoritmos Box-Covering. Adaptado de Kovács et. al. (2021).</i>	40
Tabla 7 <i>Pseudocódigo del SADE. Adaptado de Zheng et. al. (2013).</i>	50
Tabla 8 <i>Problemas de referencia. Adaptado de Plevris y Solórzano (2022).</i>	52
Tabla 9 <i>Parámetros de optimización para los problemas de referencia.</i>	54
Tabla 10 <i>Resultados de la validación preliminar del SADE.</i>	55
Tabla 11 <i>Propiedades mecánicas de los elementos del puente. Adaptado de Viviescas et. al. (2018).</i>	59
Tabla 12 <i>Frecuencias modales según cada método de cálculo.</i>	63
Tabla 13 <i>Frecuencias modales (Hz) para cada escenario de daño.</i>	67
Tabla 14 <i>Dimensión fractal de las formas modales de cada escenario de daño.</i>	69
Tabla 15 <i>Impactos esperados del proyecto de investigación.</i>	83
Tabla 16 <i>Frecuencias naturales de los primeros diez modos para diferentes discretizaciones.</i>	113
Tabla 17 <i>Error relativo porcentual de las frecuencias modales para diferentes discretizaciones.</i>	113

Lista de Figuras

	Pág.
Figura 1 <i>Número de documentos publicados por año para la Combinación 1</i>	21
Figura 2 <i>Número de documentos publicados por año para la Combinación 2</i>	21
Figura 3 <i>Número de documentos publicados por año para la Combinación 3</i>	22
Figura 4 <i>Ejemplo de aplicación del MCBB para $\delta = 50$ (No a escala)</i>	43
Figura 5 <i>Método de análisis dinámico en SAP2000 ®</i>	45
Figura 6 <i>Fuente de masa en SAP2000 ®</i>	45
Figura 7 <i>Comandos para el análisis dinámico en MATLAB. Adaptado de (Reza, 2024)</i>	46
Figura 8 <i>Modificación del módulo de elasticidad en SM Toolbox. Adaptado de (Reza, 2024)</i>	47
Figura 9 <i>Propiedades materiales de un elemento en SAP2000 ®</i>	47
Figura 10 <i>Función Ellipsoid en dos dimensiones</i>	52
Figura 11 <i>Función Alpine 1 en dos dimensiones</i>	53
Figura 12 <i>Función Bent Cigar en dos dimensiones</i>	53
Figura 13 <i>Algoritmo de evaluación del daño</i>	57
Figura 14 <i>Sección transversal típica del tablero del puente (No a escala). Adaptado de Viviescas et. al. (2018)</i>	59
Figura 15 <i>Vista 3D extruida del modelo del puente</i>	60
Figura 16 <i>Modelación de la sección transversal de la dovela cero (izquierda) y la dovela de cero (derecha)</i>	61
Figura 17 <i>Transición entre la dovela cero y la dovela de cierre</i>	62
Figura 18 <i>Análisis de convergencia de ω de los primeros ocho modos</i>	64

Figura 19 <i>Análisis de convergencia de ω del noveno y décimo modo.</i>	64
Figura 20 <i>Vista en alzado con numeración de elementos.</i>	65
Figura 21 <i>Escenarios de daño.</i>	66
Figura 22 <i>Formas modales del (a) modo 1, (b) modo 2 y (c) modo 8 del escenario sin daño.</i>	68
Figura 23 <i>Formas modales del (a) modo 1, (b) modo 2 y (c) modo 8 del primer escenario de daño.</i>	68
Figura 24 <i>Formas modales del (a) modo 1, (b) modo 2 y (c) modo 8 del segundo escenario de daño.</i>	68
Figura 25 <i>Formas modales del (a) modo 1, (b) modo 2 y (c) modo 8 del tercer escenario de daño.</i>	69
Figura 26 <i>Resultados de identificación del daño en el Escenario 1.</i>	71
Figura 27 <i>Resultados de identificación del daño en el Escenario 2.</i>	72
Figura 28 <i>Resultados de identificación del daño en el Escenario 3.</i>	75
Figura 29 <i>Resultados de identificación del daño en el Escenario 4.</i>	78
Figura 30 <i>Resultados de identificación del daño en el Escenario 5.</i>	79
Figura 31 <i>Curvas de convergencia para el indicador de daño R1.</i>	81
Figura 32 <i>Curvas de convergencia para el indicador de daño R2.</i>	82
Figura 33 <i>Curvas de convergencia para el indicador de daño R3.</i>	82
Figura 34 <i>Implementación en MATLAB del SADE.</i>	107
Figura 35 <i>Curva de convergencia de la mejor ejecución del SADE para Ellipsoid.</i>	108
Figura 36 <i>Curva de convergencia de la mejor ejecución del SADE para Alpine 1.</i>	108
Figura 37 <i>Curva de convergencia de la mejor ejecución del SADE para Bent Cigar.</i>	109
Figura 38 <i>Rutina principal de algoritmo de detección del daño.</i>	109

Figura 39 *Función objetivo de algoritmo de detección del daño.* 110

Lista de Apéndices

	pág.
Apéndice A. Implementación en MATLAB ® del SADE.....	107
Apéndice B. Curvas de convergencia de las mejores ejecuciones del SADE para problemas de referencia.	108
Apéndice C. Implementación en MATLAB ® del algoritmo de detección del daño.....	109
Apéndice D. Análisis de convergencia	112

Resumen

Título: Evaluación de la salud estructural de puentes viga cajón empleando un indicador de daño basado en el análisis fractal de las formas modales *

Autor: Andrés Felipe Jaramillo Pabón **

Palabras Clave: Monitoreo de la Salud Estructural, Daño Estructural, Puentes, Análisis Dinámico, Método de los Elementos Finitos, Dimensión Fractal, Optimización

Descripción: El monitoreo de la salud estructural de puentes viga cajón es fundamental para garantizar la estabilidad y un adecuado nivel de servicio. No obstante, las dificultades técnicas y presupuestales asociadas a la implementación de las estrategias de monitoreo existentes motivan al desarrollo de nuevos métodos. En la presente investigación, se propone un indicador de daño estructural fundamentado en la dimensión fractal de las formas modales como una alternativa novedosa para la detección del detrimento. El indicador se vincula a una rutina en MATLAB ® que calibra un modelo de elementos finitos en SAP2000 ® del puente con sospecha de daño a partir de la aplicación de un algoritmo de optimización metaheurística. El proceso minimiza el indicador mediante el cálculo del porcentaje de pérdida de rigidez de los elementos del puente según el comportamiento dinámico del sistema con daño. La herramienta se aplica en la identificación de cinco escenarios de daño sobre un caso de estudio sintético basado en el puente Gómez Ortiz, comparando el desempeño del indicador propuesto con otros dos basados en frecuencias y formas modales. Los resultados evidencian que el indicador propuesto presenta una sensibilidad alta al daño estructural, lo que permite un cálculo de mayor exactitud de la pérdida de rigidez sobre los elementos afectados y robustez ante el efecto del ruido. Sin embargo, también demuestra una tendencia a señalar falsos positivos y mayor gasto computacional. Por ende, aunque existen aspectos por refinar, el indicador propuesto evidencia una aplicabilidad promisoriosa en la detección del daño en puentes viga cajón.

* Trabajo de Grado

** Facultad de Ingenierías Fisicomecánicas. Escuela de Ingeniería Civil. Maestría en Ingeniería Civil. Director: Álvaro Viviescas Jaimes. Ph.D. en Ingeniería Estructural. Codirector: Carlos Alberto Riveros Jérez. Ph.D. en Ingeniería, Ingeniería Civil.

Abstract

Title: Assessment of the structural health of box girder bridges using a damage index based on the fractal analysis of mode shapes*

Author(s): Andrés Felipe Jaramillo Pabón**

Key Words: Structural Health Monitoring, Structural Damage, Bridges, Dynamic Analysis, Finite Element Method, Fractal Dimension, Optimization

Description: The structural health monitoring of box-girder bridges is essential to ensure stability and a satisfactory level of service. However, the technical difficulties and budget constraints that arise during the implementation of the existing monitoring strategies motivate the development of innovative approaches. In this study, a novel damage index based on the fractal dimension of the mode shapes is proposed for structural damage detection. The proposed index is embedded in a MATLAB® code that calibrates a finite element model in SAP2000® of a bridge with apparent damage using a metaheuristic optimization algorithm. The process minimizes the damage index by calculating the stiffness loss on each structural element per the dynamic behavior of the damaged system. The tool is applied in the identification of five damage scenarios on a synthetic case study based on Gómez Ortiz bridge, comparing the performance of the proposed damage index with the achieved by using two alternatives based on modal frequencies and mode shapes. The results show that the proposed index exhibits a high sensitivity to local damage, which allows a more accurate estimation of stiffness loss in affected structural elements and robustness against noise. Nevertheless, the index also exhibits a tendency to identify false positives and a greater computational cost. Therefore, although it can still be perfected, the proposed index showcases promising applicability in damage detection in box-girder bridges.

* Degree Work

**Faculty of Physical Mechanical Engineering. School of Civil Engineering. Advisor: Álvaro Viviescas Jaimes. Ph.D. in Structural Engineering. Co-advisor: Carlos Alberto Riveros Jérez. Ph.D. in Engineering, Civil Engineering.

Introducción

Las iniciativas gubernamentales de renovación de la malla vial en Colombia han implicado la construcción de vías de Cuarta Generación (4G) y puentes de grandes luces, principalmente de tipología viga cajón construidos por voladizos sucesivos y fundición in situ (Hernández-Sierra et al., 2021). Dichas aseveraciones se sustentan a partir del inventario de puentes y los datos abiertos presentados por el Instituto Nacional de Vías (INVIAS, 2016; INVIAS, 2020), dónde se observa una predominancia de los puentes viga cajón para cubrir luces entre los 80 y 200 metros. Esta abundancia les confiere a los puentes vigas cajón un papel clave en la dinámica del transporte terrestre. En efecto, velar por el buen desempeño de estas estructuras es deseable.

Sin embargo, la salud estructural y el nivel de servicio que estos puentes ofrecen puede verse comprometido por una serie de factores desfavorables. En primer lugar, el contexto geomorfológico de Colombia implica la ocurrencia frecuente de eventos ambientales extremos, como los sismos (Salgado et. al., 2010). En segunda instancia, el uso de códigos normativos obsoletos, prácticas constructivas inadecuadas o consideraciones incorrectas durante el diseño de los puentes (Alkayem et. al., 2018) tienen una repercusión negativa sobre la resistencia requerida de los elementos estructurales. En tercer lugar, el envejecimiento de los materiales implica la ocurrencia de un deterioro gradual (Di Matteo et. al., 2022). Finalmente, se ha identificado que los puentes viga cajón son propensos a sufrir de patologías por deflexiones excesivas en el centro de luz asociadas a los efectos diferidos (Hernández-Sierra et. al. 2021). Diversas iniciativas experimentales han identificado la subestimación de los valores de deflexión otorgados por los modelos empíricos tradicionales, lo cual evidencia un panorama de incertidumbre para predecir

fenómenos dependientes del tiempo como el flujo plástico y la retracción del concreto (Bazant et. al., 2010; Bazant et. al., 2011; Hernández-Sierra et. al., 2021).

Los factores mencionados evidencian la vulnerabilidad de los puentes viga cajón a sufrir un detrimento que podría comprometer su nivel de servicio o, en el peor escenario, generar un colapso con posibles pérdidas humanas e impactos socioeconómicos adversos. Por ende, el monitoreo de la salud estructural (SHM, por sus siglas en inglés) de los puentes es esencial para identificar patologías en etapas tempranas, evitar sobrecostos en actividades de reparación y mantenimiento, y garantizar la seguridad de los usuarios (Komarizadehasl et. al., 2022).

En los últimos años, la comunidad internacional ha propuesto múltiples tecnologías SHM que vinculan procedimientos experimentales robustos con métodos computacionales avanzados (Cury et. al., 2012; Kaveh & Dadras, 2018). No obstante, aún es posible identificar un rezago en la implementación de técnicas SHM modernas en Colombia a raíz de tres factores. Para empezar, el músculo financiero requerido para la adquisición de sensores, la ejecución de campañas de medición y el sustento energético (Carrión et. al., 1999; Sazonov et. al., 2009, Komarizadehasl et. al., 2022) se ve limitado considerando la restricción presupuestal. En segunda instancia, el Código Colombiano de Puentes (CCP-14) (INVIAS, 2015) refleja una carencia normativa a nivel de metodologías de monitoreo (Hernández-Sierra et. al., 2021). En tercer lugar, los entes de control optan por técnicas de inspección cualitativa que detectan el daño en etapas avanzadas (Muñoz et. al., 2005; Gastineau et. al., 2009; Hernández-Sierra et. al., 2021).

Inclusive, en adición a las dificultades asociadas a la coyuntura económica y legal de Colombia, se ha identificado que la eficiencia de las técnicas SHM existentes puede verse comprometida por ciertas limitaciones técnicas. Entre estas se encuentra la incapacidad para evaluar estructuras complejas o con puntos de difícil acceso, el costo computacional para el

procesamiento de datos, el desarrollo de inspecciones detalladas únicamente a nivel local o superficial, la necesidad de conocer la ubicación tentativa de las patologías previo a la ejecución de las campañas de monitoreo, y la dificultad en la detección del daño en condiciones ambientales variantes, con datos incompletos o contaminados de ruido (Perera & Torres, 2006; Begambre & Laier, 2009; Khaji et. al., 2009; Moradi et. al., 2011; Alkayem et. al., 2018; Luo et. al., 2022).

Todas estas circunstancias justifican el desarrollo de iniciativas de investigación que permitan perfeccionar o proponer mejores técnicas SHM para la inspección de puentes viga cajón, en particular a nivel de costos, confiabilidad, eficiencia y robustez. La presente investigación contribuye a la solución de la problemática mediante la propuesta de una técnica SHM computacional fundamentada en la caracterización de los parámetros modales de los puentes y el uso de optimización metaheurística. Cabe resaltar que los métodos basados en la respuesta dinámica han recibido un interés investigativo creciente dado que permiten superar varias de las limitaciones técnicas mencionadas (Begambre & Laier, 2009; Khaji et. al., 2009; Moradi et. al., 2011). Asimismo, la relevancia de la investigación radica en el uso de un indicador de daño novedoso que involucra el análisis de las propiedades fractales de las formas modales. En los últimos años, la teoría fractal ha sido empleada como una herramienta promisoría para la solución de diversos problemas en ingeniería (Lévy-Vehel & Lutton, 2005). Si bien existen algunos avances en la caracterización del daño estructural (Anwar & Adarsh, 2020), aún existen oportunidades de investigación para emplear la teoría fractal en la caracterización del detrimento en puentes viga cajón.

El documento se organiza en las siguientes partes. Primero, se presentan los objetivos y la pregunta de investigación. Luego, prosigue la revisión bibliográfica, enfatizando en el análisis bibliométrico, el marco teórico y conceptual, los antecedentes y la hipótesis. En tercer lugar, se

detalla la metodología, dónde se explica el indicador de daño propuesto, el algoritmo de detección del daño y las características del caso de estudio. Posteriormente, se presentan los principales resultados, análisis, impactos esperados del proyecto y conclusiones. Los resultados indican que el indicador de daño propuesto presenta una alta sensibilidad al daño estructural. En efecto, si bien permite una cuantificación más exacta de la pérdida de rigidez sobre los elementos afectados, también es propenso a señalar falsos positivos. Asimismo, el indicador evidencia una alta robustez ante el ruido experimental, pero requiere de un mayor costo computacional para la ejecución del algoritmo. Estos resultados señalan una aplicabilidad promisoriosa en el monitoreo de puentes viga cajón. Sin embargo, también sugieren puntos de mejora para perfeccionar el indicador en investigaciones futuras.

1. Objetivos

1.1 Objetivo General

Desarrollar una herramienta computacional para la evaluación del daño estructural en puentes viga cajón mediante el cálculo aproximado de la dimensión fractal de las formas modales y el uso de optimización metaheurística.

1.2 Objetivos Específicos

Proponer un indicador de daño estructural fundamentado en la estimación numérica de la dimensión fractal de las formas modales a partir de un algoritmo box-covering.

Implementar un algoritmo de optimización metaheurística para la evaluación del daño estructural en puentes viga cajón a partir del uso del indicador desarrollado y el método de elementos finitos.

Evaluar la efectividad de la herramienta propuesta mediante su aplicación a diferentes escenarios de daño estructural en un puente viga cajón disponible en la literatura científica y la comparación de los resultados con los obtenidos mediante el uso de dos indicadores de daño basados en parámetros modales.

2. Pregunta de Investigación

¿Cómo puede emplearse la dimensión fractal de las formas modales para la evaluación del daño estructural en puentes viga cajón?

3. Revisión Bibliográfica

3.1 Análisis Bibliométrico

La selección de fuentes de información se justifica mediante la aplicación de técnicas de bibliometría a partir del uso de la herramienta Bibliometrix (Aria & Cuccurullo, 2017) en R-Studio (Posit Team, 2023). En primera instancia, se define la base de datos Scopus® para la identificación de referencias bibliográficas. La decisión obedece a sus ventajas a nivel de cobertura de un espectro más amplio de revistas científicas indexadas, disponibilidad de una cantidad relevante de contenido de acceso abierto, métricas para el análisis de citas y para la evaluación del impacto de las fuentes de información (Falagas et. al., 2008).

La búsqueda se realiza mediante la construcción de tres ecuaciones booleanas que establecen la combinación de tres palabras base con palabras complementarias. Cada ecuación de búsqueda enfatiza en un área específica de estudio relacionada con el problema de investigación. En la Tabla 1 se presentan las ecuaciones booleanas, incluyendo el número de documentos en inglés publicados entre el año 1990 a 2023. Cabe resaltar que los documentos se identifican limitando la búsqueda de las palabras de interés en el título, resumen y palabras clave.

Tabla 1*Ecuaciones de búsqueda.*

Combinación 1	
Palabras base	“Structural Health Monitoring”, “Damage”, “Bridge”
Palabras complementarias	“Dynamic”, “Modal”
Ecuación	TITLE-ABS-KEY(“Structural Health Monitoring” OR “Damage”) AND TITLE-ABS-KEY(“Bridge”) AND TITLE-ABS-KEY(“Dynamic” OR “Modal”)
Número de documentos	7209
Combinación 2	
Palabras base	“Structural Health Monitoring”, “Damage”, “Bridge”
Palabras complementarias	“Fractal”
Ecuación	TITLE-ABS-KEY(“Structural Health Monitoring” OR “Damage”) AND TITLE-ABS-KEY(“Bridge”) AND TITLE-ABS-KEY(“Fractal”)
Número de documentos	72
Combinación 3	
Palabras base	“Structural Health Monitoring”, “Damage”, “Bridge”
Palabras complementarias	“Optimization”
Ecuación	TITLE-ABS-KEY(“Structural Health Monitoring” OR “Damage”) AND TITLE-ABS-KEY(“Bridge”) AND TITLE-ABS-KEY(“Optimization”)

Número de documentos 1306

Por su parte, el uso de la herramienta Bibliometrix permite extraer la información presentada en la Tabla 2. Tanto en la Tabla 1 como en la Tabla 2 se evidencia el vacío de información correspondiente a la aplicación del análisis fractal en el monitoreo de puentes viga cajón. La diferencia significativa en el número de documentos, autores y fuentes de información justifican el desarrollo de nuevos proyectos de investigación que permitan suplir la carencia de conocimiento en el tema. Adicionalmente, el porcentaje anual de crecimiento y el comportamiento en el número de documentos publicados por año (Figura 1, Figura 2 y Figura 3) evidencian un interés investigativo creciente.

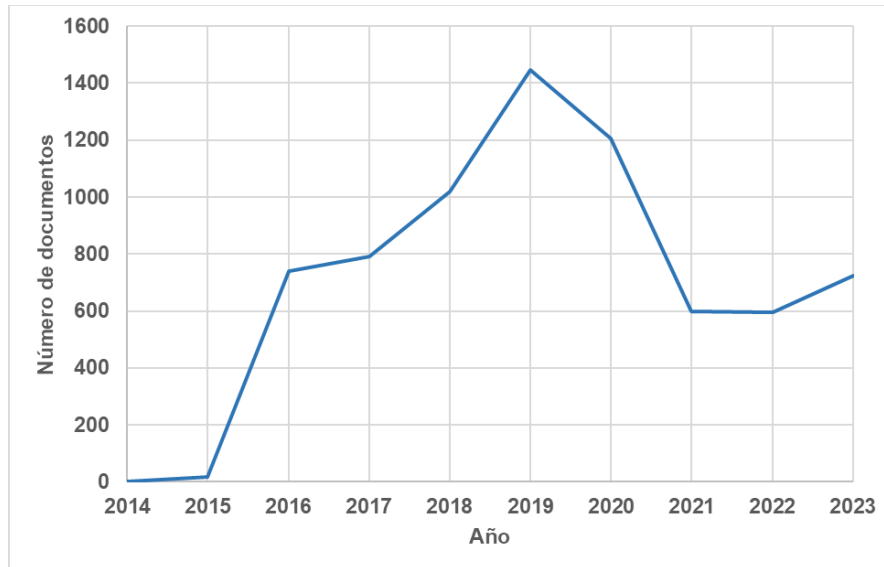
Tabla 2

Información general de los documentos recopilados por ecuación de búsqueda.

Ítem	Combinación 1	Combinación 2	Combinación 3
Número de autores	7068	205	2777
Número de fuentes	869	57	589
Porcentaje anual de crecimiento promedio	58.72%	7.18%	14.61%
Edad promedio de los documentos (Años)	4.69	7.53	8.31
Número de citas promedio por documento	12.04	9.18	12.62

Figura 1

Número de documentos publicados por año para la Combinación 1.

**Figura 2**

Número de documentos publicados por año para la Combinación 2.

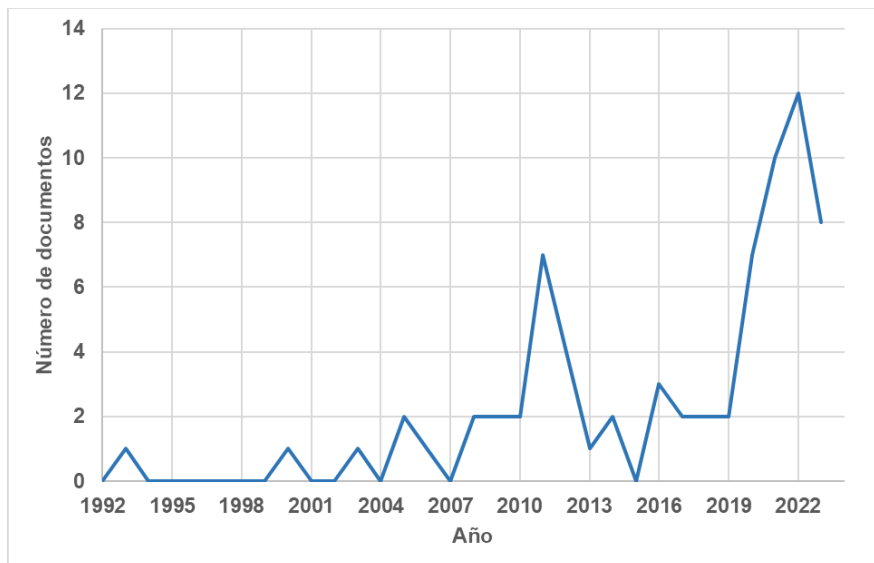
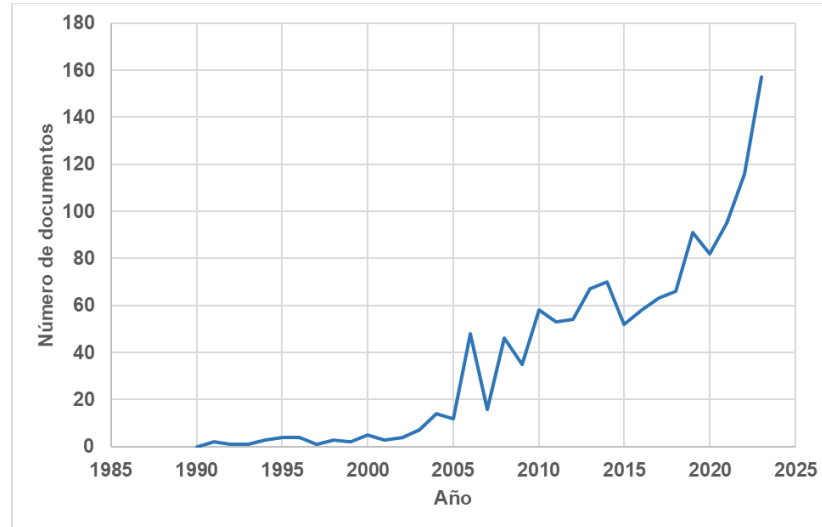


Figura 3

Número de documentos publicados por año para la Combinación 3.



Con el fin de orientar el proceso de selección de artículos, se identifican las fuentes bibliográficas de mayor impacto para cada combinación (Tabla 3, Tabla 4 y Tabla 5). Para este propósito, se determina el índice H (Hirsch, 2005) empleando Bibliometrix. El índice H combina el efecto de la cantidad de publicaciones de una fuente con su calidad, medida según el número de citas (Chacín-Bonilla, 2012). Como se observa, varias de las fuentes corresponden a revistas científicas indexadas de alto prestigio.

Tabla 3

Fuentes con mayor impacto para la Combinación 1.

Fuentes	Índice H
Engineering Structures	50
Mechanical Systems and Signal Processing	40
Journal of Bridge Engineering	38
Structural Control and Health Monitoring	33
Sensors (Switzerland)	28

Tabla 4*Fuentes con mayor impacto para la Combinación 2.*

Fuentes	Índice H
Construction and Building Materials	4
Measurement Science and Technology	2
Proceedings of SPIE – The International Society for Optical Engineering	2
Smart Materials and Structures	2
Structures	2

Tabla 5*Fuentes con mayor impacto para la Combinación 3.*

Fuentes	Índice H
Engineering Structures	18
Structural Control and Health Monitoring	11
Structure and Infrastructure Engineering	11
Journal of Bridge Engineering	10
Journal of Civil Structural Health Monitoring	10

3.2 Marco Teórico y Conceptual

3.2.1 Puentes Viga Cajón Segmentales

Los puentes viga cajón segmentales o por voladizos sucesivos corresponden a una tipología de puentes en concreto presforzado cuyo método constructivo se basa en la ejecución simétrica del tablero avanzando por dovelas o tramos sucesivos (Valle-Pascual et. al., 2017). Estos puentes se caracterizan por una sección transversal cerrada (cajón) dispuesta en una configuración unicelular o multicelular (Sennah y Kennedy, 2002). Asimismo, los puentes viga cajón se han constituido

como una solución económicamente viable en topografías montañosas donde se requieren grandes luces y pocos apoyos intermedios (Rincón et. al., 2019).

En Colombia, el diseño, construcción y monitoreo de los puentes viga cajón se desarrolla según los lineamientos del Reglamento Colombiano de Construcción Sismo Resistente (NSR-10) (Ministerio de Ambiente, Vivienda y Desarrollo Territorial, 2010) y el CCP-14 (INVIAS, 2015). A nivel internacional, algunos de los estándares normativos asociados incluyen “The Manual for Bridge Evaluation (AASHTO, 2018), “LRFD Bridge Design Specifications” (AASHTO, 2020), “Loading Test on Road Bridges and Footbridges” (SÉTRA, 2003) y “Recomendaciones para la realización de pruebas de carga de recepción en puentes de carretera” (Dirección General de Carreteras, 1999).

Conforme al estudio desarrollado por Zhou et. al. (2023), el daño en tableros de puentes viga cajón debido a efectos del tráfico puede asociarse a las solicitaciones a momento flector o a cortante. Uno de los posibles escenarios de daño corresponde al agrietamiento del concreto en el centro de la luz por efectos de las deformaciones (Zhou et. al., 2023). Otro escenario corresponde a patologías debidas al cortante en cercanía de los apoyos del tablero, es decir, en las dovelas cercanas a las pilas (Zhou et. al., 2023).

3.2.2 Dinámica Estructural

La dinámica corresponde a un campo de estudio que analiza los efectos temporales sobre un sistema físico a raíz de la ocurrencia de perturbaciones que alteran su estado de reposo o movimiento (Botero, 2011). Cuando un cuerpo se desplaza de su posición de equilibrio estable, se materializan fuerzas que intentan restablecer la disposición original del cuerpo, generando así una velocidad y aceleración que propician la ocurrencia de oscilaciones o vibraciones mecánicas entorno al punto de equilibrio (García, 1998). Dichas oscilaciones se detienen una vez se consume

la energía del sistema en vibración (Botero, 2011). Las oscilaciones pueden representarse mediante funciones matemáticas que permiten entender la historia de las variables cinemáticas involucradas, es decir, el desplazamiento, la velocidad y la aceleración del sistema físico (Botero, 2011). En otras palabras, la dinámica se encarga de describir, mediante el uso de herramientas matemáticas, las variaciones de posición con respecto al tiempo de cualquier sistema físico (Botero, 2011).

La caracterización dinámica de una estructura requiere definir el número de grados de libertad. Este término se asocia al número mínimo de coordenadas independientes necesarias para definir la posición en el espacio y en el tiempo de todas las partículas que componen el sistema (García, 1998). Para un sistema de varios grados de libertad, la historia de los desplazamientos puede describirse a partir del siguiente sistema de ecuaciones diferenciales (Chopra, 2014):

$$m\ddot{u} + c\dot{u} + ku = p(t) \quad (1)$$

Dónde m es la matriz de masa del sistema, c la matriz de amortiguamiento, k la matriz de rigidez, p el vector de fuerzas externas, t el tiempo, u , \dot{u} , \ddot{u} los vectores de desplazamiento, velocidad y aceleración, respectivamente (Chopra, 2014). Esta ecuación matricial resume las ecuaciones de equilibrio de los grados de libertad de la estructura (García, 1998).

La Ecuación (1) evidencia las tres propiedades fundamentales para describir un sistema dinámico: las propiedades de inercia, de rigidez y de amortiguamiento (Botero, 2011). En una estructura, estas propiedades son las responsables de inducir fuerzas y momentos que permitan equilibrar las acciones externas (Botero, 2011). La componente inercial $m\ddot{u}$ se describe mediante el producto de la masa, es decir, la cantidad de materia que alberga la estructura, y la aceleración, es decir, la tasa de cambio de la velocidad de las partículas con respecto al tiempo (García, 1998). Por su parte, el amortiguamiento se refiere a los mecanismos intrínsecos a la estructura que inducen la disipación de la energía de oscilación (Chopra, 2014). Algunos fenómenos típicamente

asociados a esta disipación incluyen la fricción entre los elementos estructurales, no estructurales y las fisuras de una estructura, o la ocurrencia de efectos térmicos asociados al esfuerzo elástico repetitivo sobre el material (Chopra, 2014). En el contexto de la ingeniería estructural, el efecto del amortiguamiento suele idealizarse a partir de un modelo viscoso lineal ($c\dot{u}$) en función de la velocidad del sistema (Botero, 2011). Por último, el término de rigidez k establece la fuerza requerida para desarrollar un desplazamiento unitario sobre los elementos de la estructura (Botero, 2011). Para un sistema elástico lineal, se considera que dicha propiedad permanece constante (Botero, 2011).

Para el caso no amortiguado, el proceso de solución de la Ecuación (1) permite establecer un problema típico de valores y vectores propios (Chopra, 2014):

$$(\mathbf{k} - \omega_i^2 \mathbf{m})\boldsymbol{\phi}_i = 0 \quad i = 1, 2, \dots, n \quad (2)$$

Dónde ω_i representa la frecuencia natural circular asociada al modo i , n el número de modos de vibración de la estructura y $\boldsymbol{\phi}_i$ el vector de forma modal correspondiente a la frecuencia ω_i (Chopra, 2014). Un modo de vibración se define como el patrón de movimiento que sigue una estructura ante una excitación dinámica (Ewins, 2001). El patrón se caracteriza por una variación espacial de la amplitud de movimiento a lo largo de la estructura, denominado forma modal $\boldsymbol{\phi}_i$, y un tiempo de oscilación descrito por la frecuencia modal ω_i (Ewins, 2001). Tanto las formas como las frecuencias que caracterizan dichos modos se denominan los parámetros modales de la estructura. El modo fundamental de vibración es aquel cuya frecuencia ω_i adquiere el menor valor (García, 1998).

3.2.3 Modelación del Daño Estructural

El daño estructural corresponde a cualquier detrimento que afecta el desempeño o integridad de una estructura (Travis Central Appraisal District, 2024). El origen del daño puede

asociarse a factores internos, como errores en el diseño, prácticas constructivas inadecuadas o imperfecciones en los materiales, o externos, como la ocurrencia de eventos extremos y sobrecarga (Alkayem et. al., 2018). En general, la presencia de daño se asocia a una pérdida de la resistencia o rigidez de la estructura que puede implicar el riesgo de falla o colapso (Alkayem et. al., 2018; Travis Central Appraisal District, 2024).

Desde la teoría de la mecánica del medio continuo, uno de los modelos de daño estructural de mayor popularidad supone la reducción uniforme de la rigidez de los elementos afectados mediante un parámetro escalar α_j , denominado el índice de daño del elemento j , como se muestra en la siguiente ecuación (Alkayem et. al., 2018):

$$\mathbf{k}_{dj} = \mathbf{k}_{uj}(1 - \alpha_j) \quad j = 1, 2, \dots, n \quad (3)$$

Dónde \mathbf{k}_{dj} y \mathbf{k}_{uj} corresponden a la matriz de rigidez reducida y no reducida, respectivamente. El parámetro α_j oscila entre 0 y 1, dónde 0 representa un elemento en perfecto estado y 1 una condición de pérdida completa de la rigidez (Wei et. al., 2018). Cabe resaltar que la Ecuación (3) establece la suposición típica que las pérdidas de rigidez locales presentan pérdidas de masa despreciables (Wei et. al., 2018).

La Ecuación (3) puede reescribirse vinculando el módulo de elasticidad del elemento. En particular, se conoce que una pérdida de rigidez también puede modelarse como un decrecimiento porcentual del módulo de elasticidad (Li et. al., 2022). Por consiguiente, el parámetro α_j puede expresarse a partir del módulo de elasticidad como sigue (Li et. al., 2022):

$$E_{dj} = E_{uj}(1 - \alpha_j) \quad j = 1, 2, \dots, n \quad (4)$$

Dónde E_{dj} y E_{uj} corresponden al módulo de elasticidad posterior y anterior al daño, respectivamente. Sin embargo, múltiples investigadores han registrado que el módulo de

elasticidad y, por ende, los parámetros modales pueden verse afectados por las condiciones ambientales, incluyendo la temperatura (Xia et. al. 2012, Luo et. al., 2022). Por consiguiente, con el fin de evitar que los cambios sobre las condiciones ambientales sean confundidos como la ocurrencia de detrimento sobre los elementos estructurales, es recomendable considerar tales efectos en la modelación (Xia et. al. 2012, Luo et. al., 2022).

3.2.4 Métodos Dinámicos en el Monitoreo de la Salud Estructural

La detección del daño requiere de la implementación de técnicas de inspección que faciliten la recopilación periódica de datos del comportamiento mecánico de una estructura, el cálculo de parámetros sensibles al daño y el análisis estadístico de dichos parámetros para determinar el estado actual del sistema (Farrar & Worden, 2007). El proceso de implementación de estas técnicas se denomina SHM (Farrar & Worden, 2007). Las estrategias SHM pueden clasificarse en dos categorías principales: metodologías no destructivas y destructivas. En las primeras, se evalúa el comportamiento de los materiales sin afectar el desempeño de los elementos estructurales, mientras que en las segundas el desempeño es afectado (Helal et. al., 2015).

Si bien múltiples estrategias SHM han sido propuestas a lo largo de los años, en la presente investigación se enfatiza en el uso de técnicas basadas en el monitoreo de parámetros modales. Se ha identificado que la detección del daño puede fundamentarse en cambios sobre el comportamiento dinámico de los puentes, en la medida que las formas y frecuencias modales se encuentran intrínsecamente relacionadas con la masa, rigidez y el amortiguamiento del sistema (Ecuación (1) y (2)) (Neild, 2001; Cury et. al., 2012). En un evento de daño, tales propiedades sufren alteraciones, lo que implica cambios sobre los parámetros modales que pueden ser monitoreados (Neild, 2001). Dicho monitoreo requiere de la comparación de dos estados diferentes del sistema, uno de los cuáles usualmente representa el estado inicial de la estructura sin presencia

de daño, mientras que el otro representa la condición con sospecha de daño (Farrar & Worden, 2007). El estado de referencia también es conocido como la línea base (Viviescas et. al., 2018; Hernández-Sierra et. al., 2021; Luo et. al., 2022).

La caracterización matemática de ambos estados debe constituirse mediante la recopilación de información dinámica experimental extraída del puente. Para este propósito, se aprovecha la vibración inducida por diversas fuentes de excitación. Las campañas experimentales pueden clasificarse como pruebas de vibración ambiental (AVT) o de vibración forzada (FVT), dependiendo del origen de la excitación. En las pruebas AVT, la vibración es generada por perturbaciones ambientales, como los sismos, el viento o el oleaje (Carrión et. al., 1999; Gómez et. al., 2010). Por su parte, en las pruebas FVT, la vibración es inducida mediante mecanismos artificiales (Hernández-Sierra et. al., 2021). Algunos ejemplos de las técnicas FVT incluyen el uso de vibradores, la liberación súbita de cargas o la excitación por impacto (Carrión et. al., 1999). Los parámetros modales experimentales se emplean como insumo para la calibración de un modelo computacional que simula el comportamiento mecánico del puente tanto en la condición de referencia (línea base) como en la condición con presencia de daño (Huang et. al., 2019). En los últimos años, las técnicas predominantes para el desarrollo del modelo numérico involucran el método de los elementos finitos (FEM, por sus siglas en inglés) (Lee & Yhim, 2005; Pagnoncelli & Fadel Miguel, 2019; Song et. al., 2020) para la solución aproximada de las ecuaciones diferenciales que describen el comportamiento mecánico del puente (Reddy, 1993). En esencia, el FEM se fundamenta en la discretización de la estructura en pequeños elementos cuyo comportamiento se describe mediante funciones de interpolación definidas a partir de puntos con comportamiento mecánico conocido (Reddy, 1993). Una caracterización experimental rigurosa es

necesaria para garantizar que la simulación computacional del puente sea fiel al comportamiento mecánico de la estructura en condiciones de operación.

La disponibilidad de información modal experimental y la constitución de modelos FEM calibrados permite la comparación de las discrepancias entre la respuesta dinámica de la línea base con la respuesta asociada al sistema con sospecha de daño. Para este propósito, se debe formular un indicador de daño matemáticamente representado mediante una expresión residual sensible a la variación de los parámetros modales a raíz del detrimento (Luo et. al., 2022). En otras palabras, los indicadores de daño se expresan como ecuaciones que cuantifican la diferencia entre los parámetros modales del sistema de referencia y el sistema con sospecha de daño. Por ejemplo, para el caso de las formas modales, un mecanismo clásico de comparación involucra el *Modal Assurance Criterion* (MAC) definido según la siguiente ecuación (Pastor et. al., 2012):

$$MAC = \frac{|\phi_e^T \phi_n|^2}{(\phi_e^T \phi_e)(\phi_n^T \phi_n)} \quad (5)$$

Dónde ϕ_e y ϕ_n son el vector de forma modal correspondiente al sistema con sospecha de daño y de la línea base, respectivamente. El MAC puede tomar valores entre 0 y 1, dónde valores cercanos a 1 implican una correspondencia consistente entre los modos de vibración comparados (Pastor et. al., 2012).

Considerando la influencia del error experimental sobre la exactitud de los parámetros modales medidos en campo, diferentes investigaciones han optado por simularlo a partir de la contaminación artificial de dichos parámetros mediante el uso de números aleatorios (Wei et. al., 2018). La aproximación sugerida por Wei et. al. (2018) expresa las frecuencias $\overline{\omega_{ei}}$ y formas modales $\overline{\phi_{ei}}$ experimentales del modo de vibración i afectadas por el error mediante las siguientes ecuaciones:

$$\overline{\omega_{ei}} = \omega_{ei}(1 + \gamma_i^\omega \rho^\omega) \quad (6)$$

$$\overline{\phi_{eij}} = \phi_{eij} \left(1 + \gamma_{ij}^\phi \rho^\phi |\phi_{ej}|_{max} \right) \quad (7)$$

Dónde γ_i^ω y γ_{ij}^ϕ son números aleatorios entre -1 y 1 provenientes de una distribución uniforme, ρ^ω y ρ^ϕ el nivel de ruido experimental, ω_{ei} la frecuencia natural del modo i , ϕ_{eij} la componente del vector de formas modales del j -ésimo modo en el i -ésimo grado de libertad, $|\phi_{ej}|_{max}$ la componente de mayor valor del vector de formas modales del j -ésimo modo.

3.2.5 Optimización en Métodos Dinámicos SHM

La detección del daño estructural puede formularse como un problema inverso dónde la respuesta dinámica de la estructura es conocida y se desea cuantificar el grado de detrimento de los elementos afectados. El indicador de daño se utiliza para establecer una función objetivo como una expresión residual R que cuantifica la diferencia entre la respuesta dinámica caracterizada en campo y la estimada a partir del modelo FEM (Alkayem et. al., 2018). El problema de optimización restringida se ilustra en la siguiente ecuación (Alkayem et. al., 2018):

$$\min R, \text{ sujeto a } 0 \leq \alpha_j \leq 1, j = 1, 2, \dots, nel \quad (8)$$

En particular, se desea minimizar la expresión residual R , de manera que los índices de daño α_j , que en este caso asumen el rol de variables de decisión, reflejen el porcentaje de pérdida de rigidez de los elementos.

La solución del problema de optimización requiere de un algoritmo con excelente capacidad de búsqueda y convergencia (Luo et. al., 2022). Dependiendo de su naturaleza, los algoritmos existentes para abordar el problema pueden clasificarse en dos categorías: metodologías determinísticas y metaheurísticas. Las técnicas determinísticas corresponden a estrategias tradicionales de programación matemática que involucran derivadas y apuntan al cálculo de

soluciones óptimas o aproximadamente óptimas (Rao, 2009; Lin et. al., 2012). Por su parte, los algoritmos metaheurísticos se encuentran inspirados por fenómenos de la naturaleza, son de índole estocástica y brindan mayor flexibilidad, aunque no garantizan el cálculo de la solución óptima (Rao, 2009; Lin et. al., 2012). Inclusive, con el fin de mejorar las técnicas existentes, se han propuesto métodos híbridos que combinan diferentes algoritmos metaheurísticos o determinísticos (Begambre & Laier, 2009), métodos adaptativos que modifican sus procesos de búsqueda global y local durante su ejecución (Ghannadiasl & Ghaemifard, 2022), o multiobjetivo, dónde se involucran varios residuales como diferentes funciones a minimizar (Perera & Ruiz, 2008).

3.2.6 Teoría Fractal

Un fractal se define como una entidad matemática altamente irregular que evidencia autosimilitud geométrica (Mandelbrot, 1993). Esta propiedad sugiere que cualquier parte de un fractal exhibe similitud tanto con otras partes como con el todo, independiente de la escala de análisis (Falconer, 1990; Mandelbrot, 1993). La autosimilitud de un cuerpo fractal puede manifestarse de manera exacta o aproximada. En el primer caso, que únicamente es factible en un escenario teórico, corresponde a fractales que evidencian semejanza geométrica a nivel infinitesimal (Mandelbrot, 1977). Por su parte, la autosimilitud aproximada, que puede encontrarse en entornos naturales, implica que la semejanza geométrica se manifiesta hasta cierta escala de análisis (Mandelbrot, 1977).

Considerando la complejidad intrínseca de los fractales, su análisis no es posible desde la perspectiva tradicional de la geometría euclidiana. Por lo tanto, estos cuerpos se estudian involucrando la dimensión fractal, un parámetro no entero de naturaleza adimensional que comunica el grado de irregularidad y la manera como el objeto fractal llena el espacio (Falconer, 1990; Jian-Hua et. al., 2009). En particular, dado que el concepto de longitud no es viable, se

recurre al uso de conjuntos de diámetro δ o “coberturas” para encerrar el fractal y cuantificar su dimensión (Falconer, 1990). A lo largo de los años, se han propuesto diferentes definiciones, rigurosas desde una perspectiva matemática, para constituir el concepto de dimensión fractal, como por ejemplo la dimensión de Hausdorff (Falconer, 1990; Edgar, 2008). La definición formal de la dimensión de Hausdorff se resume en los siguientes párrafos a partir de lo explicado por Falconer (1990), Edgar (2008), Fernández-Martínez y Sánchez-Granero (2015) y Jaramillo (2020).

El diámetro $|U|$ de un subconjunto no vacío U de \mathbb{R}^n se define como la distancia máxima entre cualquier par de puntos (x, y) de U (Falconer, 1990):

$$|U| = \sup\{|x - y| : x, y \in U\} \quad (9)$$

Por su parte, una familia contable $\{U_i\}$ es una δ -cobertura de un subespacio F de \mathbb{R}^n si $F \subset \bigcup_{i=1}^{\infty} U_i$ con diámetros $0 < |U_i| \leq \delta$ para todo $i \in I$ (Fernández-Martínez & Sánchez-Granero, 2015). Para el subespacio F se define la cantidad $H_{\delta}^D(F)$, donde D es un número no negativo, mediante la siguiente expresión (Falconer, 1990):

$$H_{\delta}^D(F) = \inf \left\{ \sum_{i=1}^{\infty} |U_i|^D : \{U_i\} \text{ es una } \delta\text{-cobertura de } F \right\} \quad (10)$$

La medida D -dimensional de Hausdorff de F se define mediante el siguiente límite (Falconer, 1990):

$$H^D(F) = \lim_{\delta \rightarrow 0} H_{\delta}^D(F) \quad (11)$$

En el límite, $H^D(F)$ asume un valor de 0 o ∞ , siendo la dimensión de Hausdorff D_o el punto donde existe la transición en el valor de $H^D(F)$ (Fernández-Martínez & Sánchez-Granero, 2015):

$$D_o = \dim_{\text{H}} F = \inf\{D : H^D(F) = 0\} = \sup\{D : H^D(F) = \infty\} \quad (12)$$

Sin embargo, desde la perspectiva ingenieril, otras definiciones fácilmente implementables en herramientas computacionales han sido preferidas (Falconer, 1990). En particular, se hace alusión al concepto de dimensión fractal box-counting, que se encuentra asociada al número mínimo $M_\delta(F)$ de coberturas o “cajas” de tamaño δ necesarias para cubrir el fractal (Falconer, 1997). La autosimilitud de un fractal F implica que su medición $M_\delta(F)$ puede representarse a partir de una función potencia que involucra la escala de análisis δ y la dimensión fractal box-counting D como sigue (Falconer, 1990; Falconer, 1997):

$$M_\delta(F) \approx c * \delta^{-D} \quad (13)$$

Dónde c representa un coeficiente de proporcionalidad. La dimensión fractal box-counting puede obtenerse despejando D de la Ecuación (13). Sin embargo, en el sentido estricto, una caracterización exacta de la geometría del fractal se obtiene en el límite cuando δ tiende a cero (Falconer, 1990):

$$D = \lim_{\delta \rightarrow 0} \frac{\log M_\delta(F)}{-\log(\delta)} \quad (14)$$

La estimación numérica de la dimensión fractal box-counting usualmente se realiza mediante la implementación de algoritmos box-covering (Diao et. al., 2017). En resumen, estos algoritmos ejecutan procesos iterativos de cálculo del número mínimo de coberturas para diferentes escalas δ y el cómputo de D a partir de una regresión lineal en escala logarítmica (Falconer, 1997; Diao et. al., 2017).

3.3 Antecedentes

El objetivo del SHM corresponde a la implementación de técnicas de inspección que permitan detectar el daño sobre una estructura a partir de la identificación de comportamientos mecánicos anormales (Cury et. al., 2012). A lo largo de los años, la inspección en los puentes se

ha llevado a cabo mediante metodologías destructivas y no destructivas. Algunos ejemplos de las técnicas destructivas incluyen la evaluación del presfuerzo mediante el corte de hebras o cargas de descompresión (Bagge et. al., 2017), la aplicación progresiva de cargas hasta alcanzar la falla de los elementos y la extracción de especímenes para la evaluación en laboratorio (Zhang et. al., 2013; Shu et. al., 2020). Si bien las técnicas destructivas pueden ofrecer más información acerca de la calidad y resistencia de los materiales, suelen ser de difícil ejecución, de potencial riesgo a la estabilidad y pueden requerir reparaciones posteriores (Shu et. al., 2020; McGuire, 2020). En efecto, las técnicas SHM predominantes corresponden a metodologías no destructivas fundamentadas en el uso de sensores para la toma de datos. Desde la década de 1950, se han propuesto técnicas fundamentadas en sensores de termografía infrarroja (Ichi & Dorafshan, 2022), radares de penetración de tierra (GPR) (Jankú et. al., 2019), rayos X (Mazzatura et. al., 2023), técnicas de inspección visual (Graybeal et. al., 2002) y métodos acústicos (Baba & Kondoh, 2022). Posteriormente, a partir de los años 2000, se han propuesto alternativas que involucran el uso de drones y otros vehículos no tripulados (Ahmed et. al., 2020). Las principales limitaciones de las técnicas mencionadas se asocian al costo, exposición a la radiación, la dificultad para establecer el funcionamiento autónomo de los sensores y, en algunos casos, la identificación de daño únicamente a nivel local (IAEA, 2002; Ahmed et. al., 2020; Mazzatura et. al., 2023).

En las últimas décadas, el monitoreo de los parámetros modales ha sido relevante para el desarrollo de técnicas SHM (Begambre & Laier, 2009; Khaji et. al., 2009; Moradi et. al., 2011). Las ventajas asociadas a estas técnicas incluyen bajos costos de implementación, el carácter global de la evaluación del daño y su rapidez (Begambre & Laier, 2009; Moradi et. al., 2011). Ejemplos exitosos de aplicación de técnicas SHM basadas en el monitoreo de parámetros modales incluyen estudios en vigas (Moradi et. al., 2011; Moezi et. al., 2015; Chen et. al., 2023), cerchas (Nobahari

et. al., 2019) y pórticos (Pal & Banerjee, 2015). Con respecto a las aplicaciones en puentes, se han registrado metodologías que involucran pruebas AVT (Chang et. al., 2001; Brownjohn et. al., 2017) y FVT (Rahmatalla et. al., 2014) para obtener la información modal experimental. Las pruebas AVT, que son usualmente preferidas para puentes de grandes luces, presentan ventajas a nivel de costos y poca interferencia a la operación normal del puente (Carrión et. al., 1999). Por su parte, a modo de desventaja, la señal de excitación es desconocida (Carrión et. al., 1999). Las pruebas FVT, preferidas para puentes de menores longitudes, presentan altos costos, procesos de excitación difíciles de ejecutar en campo e interferencia al tráfico; no obstante, permiten conocer la señal de excitación y evidencian mayor versatilidad (Carrión et. al., 1999; Hernández-Sierra et. al., 2011).

Por su parte, la modelación computacional en técnicas SHM se ha establecido mediante diferentes aproximaciones. Para el caso de la modelación del daño, una primera alternativa involucra el uso de metodologías FEM avanzadas que simulan el inicio y propagación de las patologías a partir de la aplicación de los principios de la mecánica del medio continuo (De Maio et. al., 2022). Sin embargo, dado que la implementación de estos métodos requiere de enmallados con un alto costo computacional, su viabilidad en aplicaciones SHM es limitada (Mehrjoo et. al., 2014). Adicionalmente, se ha identificado que para una adecuada localización de elementos deteriorados basta con una caracterización precisa del comportamiento dinámico global, por lo que no se justifica detallar en la mecánica de las patologías a nivel local (Mehrjoo et. al., 2014). En efecto, se han propuesto técnicas alternativas fundamentadas en la deducción de nuevas matrices de rigidez que involucran el efecto del daño. Algunos ejemplos incluyen la reducción uniforme de la rigidez mediante índices de daño (Wei et. al., 2018), el uso de resortes rotacionales para modelar el daño como flexibilidades locales (Moezi et. al., 2015) y métodos de energía (Nahvi & Jabbari,

2005). Cabe resaltar que la reducción uniforme de la rigidez ha sido útil para la simulación de daño en puentes viga cajón por fisuración del concreto o corrosión de los tendones de presfuerzo (Walsh et. al., 2014). Asimismo, a nivel de técnicas de análisis dinámico vía modelación FEM, se han implementado enmallados para considerar cargas móviles (Lee & Yhim, 2005), los efectos torsionales en puentes curvos (Saaman et. al., 2007) y la interacción dinámica vehículo-puente (Pagnoncelli & Fadel Miguel, 2019). En este contexto, se ha identificado que la intensidad de las fuerzas de presfuerzo no presenta una incidencia significativa sobre los parámetros dinámicos de puentes en concreto, por lo que su modelación puede justificarse como prescindible (Hamed & Frostig, 2006). Un resumen de los principales métodos de análisis estructural en puentes viga cajón se presentan en el artículo de Sennah y Kennedy (2002).

La implementación de técnicas de simulación FEM y métodos confiables de análisis dinámico es esencial para la identificación de los elementos afectados de un puente sujeto a daño vía algoritmos de optimización. Estos algoritmos orientan la actualización de un modelo FEM de referencia minimizando las discrepancias entre la información modal recopilada en campo y la simulada en software variando el grado de daño de los elementos estructurales (Luo et. al., 2022). En particular, se desea que la función objetivo sea construida empleando un indicador que sea sensible a la presencia de daño, robusto al error experimental asociado a una caracterización dinámica en campo y cuya minimización permita localizar los elementos en detrimento (Luo et. al., 2022). Múltiples indicadores han sido propuestos a partir del índice MAC (Perera & Torres, 2006), las frecuencias modales (Wei et. al., 2018), la curvatura de las formas modales (Chandrashekar & Ganguli, 2009), la energía de deformación modal (Cha & Buyukozturk, 2015) y la flexibilidad modal (Du et. al., 2018). Diversas investigaciones han registrado las ventajas y desventajas de cada indicador con respecto a la sensibilidad al daño, la robustez ante el error

experimental y la capacidad de evidenciar un excelente desempeño a pesar de contar con información modal limitada (Luo et. al., 2022). Para el caso del índice MAC, se evidencia insensibilidad al daño si las formas modales no presentan un cambio significativo tras la ocurrencia del daño; sin embargo, permite una mejor caracterización local del daño (Mishra et. al., 2019; Huang et. al., 2019). Por su parte, si bien las frecuencias modales permiten una mejor caracterización de la salud estructural a nivel global, se ha registrado dificultad en la caracterización local del daño considerando que valores de frecuencia modal similares pueden implicar la identificación de escenarios de daño diferentes. (Mishra et. al., 2019; Huang et. al., 2019). En las últimas dos décadas se ha trabajado en la implementación de indicadores que combinen más de un criterio con el fin de superar las desventajas individuales de cada indicador (Perera & Ruiz, 2008; Huang et. al., 2019; Huang et. al., 2020).

En adición a la función objetivo, una selección adecuada del algoritmo de optimización es clave para identificar los elementos en detrimento. En el contexto SHM, se han propuesto algoritmos determinísticos tradicionales y técnicas metaheurísticas de naturaleza estocástica. Dado que la efectividad de los métodos clásicos se ve afectada por la calidad de las soluciones iniciales o por la incompletitud de información modal experimental, se ha identificado que los algoritmos metaheurísticos son preferibles para la evaluación del daño estructural (Mehrjoo et. al., 2014; Liu, 2021). Algunos ejemplos de aplicaciones SHM exitosas incluyen el uso de algoritmos genéticos (Perera & Torres, 2006), búsqueda armónica (Miguel et. al., 2012), algoritmo de optimización cuco (Moezi et. al., 2015), enjambre de partículas (Wei et. al., 2018), optimización hormiga león (Mishra et. al., 2019) y optimización lobo gris (Ghannadiasl & Ghaemifard, 2022). Sin embargo, se ha identificado que el desempeño de las técnicas metaheurísticas puede verse limitado por el costo computacional, la dificultad en el proceso de calibración de sus parámetros de

funcionamiento o el estancamiento en mínimos locales (Rao, 2009; Pornsing et. al., 2016; Taheri et. al., 2022). Para superar estas limitaciones, se han propuesto diversos algoritmos mejorados. La primera alternativa corresponde a los algoritmos híbridos que combinan diferentes técnicas determinísticas y metaheurísticas (Begambre & Laier, 2009; Huang et. al., 2019; Ding et. al., 2020). La segunda se asocia a estrategias adaptativas que modifican la capacidad de exploración y explotación del algoritmo durante el transcurso de las iteraciones (Ghannadiasl & Ghaemifard, 2022). En tercer lugar, se han presentado técnicas multiobjetivo dónde se minimizan, simultáneamente, varios indicadores de daño (Perera & Ruiz, 2008; Cha & Buyukozturk, 2015).

Como se mencionaba previamente, las limitaciones técnicas inherentes a las técnicas SHM existentes impulsan el desarrollo de iniciativas de investigación que vinculen nuevas aproximaciones al problema de detección del daño. Dentro del contexto ingenieril, el análisis fractal se ha convertido en una técnica de popularidad creciente. Algunas aplicaciones exitosas incluyen su uso para el diseño de mezclas de concreto (Xue & Chen, 2016), el estudio de la precipitación (Medina-Cobo et. al., 2017), el análisis de redes de tuberías a presión (Jaramillo, 2020; Jaramillo & Saldarriaga, 2023) y la caracterización de la microestructura de los materiales (Gan et. al., 2023). Inclusive, en el contexto SHM se han presentado avances para la identificación de fisuras (Hadjileontiadis et. al., 2005; Cao et. al., 2006; Hadjileontiadis & Douka, 2007; Ebrahimkhanlou et. al., 2019) y para la evaluación del daño estructural (Li et. al., 2011; Yang et. al., 2016; Huang et. al., 2018). Estas aplicaciones se fundamentan en las propiedades fractales asociadas a la geometría de las formas modales o de la irregularidad de las fisuras (Cao et. al., 2006; Li et. al., 2011). Se ha demostrado que los métodos de detección del daño fundamentados en el análisis fractal muestran robustez cuando los datos experimentales se encuentran contaminados con ruido (Li et. al., 2011).

Las metodologías fundamentadas en el análisis fractal generalmente vinculan la dimensión fractal como parámetros clave para la detección del daño. Algunos métodos numéricos que permiten estimar la dimensión fractal incluyen los métodos box-covering, variograma, espectro potencial, slit-island y del estimador Hall-Wood (Gneiting et. al., 2012; Anwar & Adarsh, 2020). Sin embargo, en aplicaciones SHM, los algoritmos box-covering han sido preferidos por su simplicidad en el proceso de cálculo (Anwar & Adarsh, 2020). En la Tabla 6 se presenta un resumen de las principales técnicas box-covering propuestas en la literatura, principalmente aplicadas para estimar la dimensión fractal de un grafo. En la mayoría de los casos, las técnicas box-covering asumen métodos voraces para el cálculo del número mínimo de cajas (Kóvacs et. al., 2021). El análisis comparativo de los métodos presentado por Kóvacs et. al. (2021) permite identificar que las técnicas metaheurísticas consumen una cantidad de tiempo significativa, mientras que varias de las metodologías clásicas resultan inexactas a pesar de que el tiempo de computación requerido es menor. En particular, Kovács et. al. (2021) establecen que los algoritmos tipo burning evidencian mejores resultados a nivel de rapidez y exactitud.

Tabla 6

Algoritmos Box-Covering. Adaptado de Kovács et. al. (2021).

Tipo	Algoritmo	Referencia
Clásico	Random Sequential (RS)	Kim et. al. (2007)
	Greedy Coloring (GC)	Song et. al. (2007)
	Merge Algorithm (MA)	Locci et. al. (2010)
Burning	Compact Box Burning (CBB)	Song et. al. (2007)
	Modified Box Counting (MBC)	Kitsak et. al. (2007)
	Max-Excluded Mass Burning (MEMB)	Song et. al. (2007)
	Ratio of Excluded Mass to Closeness Centrality (REMCC)	Zheng et. al. (2016)

	MCWR Algorithm	Liao et. al. (2019)
Metaheurístico	Edge-Covering with Simulated Annealing (ECSA)	Zhou et. al. (2007)
	Simulated Annealing (SA)	Locci et. al. (2010)
	Differential Evolution (DE)	Kuang et. al. (2014)
	Particle Swarm Optimization (PSO)	Kuang et. al. (2015)
	Max-min Ant Colony Optimization (ACO)	Li et. al. (2017)
Superposición	Fuzzy Box-Covering	Zhang et. al. (2014)
	Overlapping Box Covering Algorithm (OBCA)	Sun & Zhao (2014)
	Improved Overlapping Box Covering (IOB)	Zheng et. al. (2020)
Muestreo	Minimal-Value Burning (MVB)	Schneider et. al. (2012)
	Sampling-Based Method (SM)	Wei et. al. (2019)
Ponderado	Coulomb's Law Based Box-Covering (CL)	Zhang et. al. (2016)
	Deterministic Box-Covering Algorithm (DBCA)	Gong et. al. (2020)

3.4 Hipótesis

La dimensión fractal de las formas modales de un puente viga cajón permite obtener una evaluación del daño de mayor exactitud a la obtenida mediante indicadores de daño tradicionales basados en parámetros modales.

4. Metodología

4.1 Indicador de Daño Estructural

4.1.1 Modified Compact Box Burning (MCBB)

El cálculo de la dimensión fractal de las formas modales se realiza a partir de una versión adaptada del algoritmo Modified Compact Box Burning (MCBB) presentado por Kitsak et. al. (2007). El método MCBB corresponde a una metodología heurística box-covering tipo burning que se fundamenta en el algoritmo Compact Box Burning (CBB) propuesto por Song et. al. (2007)

y que propone una aproximación de menor costo computacional para la estimación numérica de la dimensión fractal. En esencia, el método MCBB realiza una estimación aproximada del número mínimo de “cajas” o coberturas $M_\delta(F)$ para diferentes tamaños de “caja” δ con el fin de determinar la dimensión fractal aproximada conforme al modelo potencial estipulado en la Ecuación (13).

Las formas modales del puente se modelan como grafos abiertos cuyos vértices coinciden con los nodos del modelo FEM y las aristas corresponden a los elementos estructurales entre nodos. En los siguientes pasos se detalla la versión adaptada del algoritmo MCBB empleada en el presente estudio y en la Figura 4 se presenta un ejemplo de aplicación:

- 1) Se escoge aquel nodo cuya suma de los desplazamientos a lo largo del eje x (U_x), y (U_y) y z (U_z) sea máxima. Con el fin de evitar que los desplazamientos se anulen entre sí en caso de presentar signos opuestos, se plantea el criterio de selección del nodo central según la siguiente ecuación:

$$\max \Delta = \max(|U_x| + |U_y| + |U_z|) \quad (15)$$

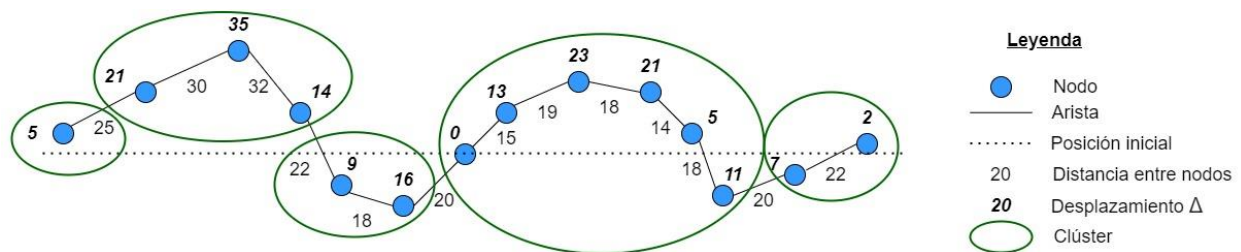
- 2) Se define un clúster o “caja” de radio δ centrada en el nodo definido en el paso anterior. Todos los nodos no pertenecientes a una “caja” se consideran incluidos dentro del clúster siempre y cuando se localicen a una distancia menor o igual a δ del nodo central. La distancia entre dos nodos se calcula a partir de los desplazamientos a lo largo de cada eje del nodo inicial (U_{x0} , U_{y0} y U_{z0}) y final (U_{xf} , U_{yf} y U_{zf}) y la distancia original entre los nodos (L) según la siguiente ecuación:

$$\Delta L = \sqrt{(L + U_{xf} - U_{x0})^2 + (U_{yf} - U_{y0})^2 + (U_{zf} - U_{z0})^2} \quad (16)$$

- 3) Se repiten los dos pasos anteriores hasta que todos los nodos de la forma modal pertenezcan a una caja. El número total de cajas conformadas corresponde a $M_\delta(F)$ para el tamaño de caja δ .
- 4) Se repiten los tres pasos anteriores para diferentes valores de δ . Para el presente estudio, se asumen diez tamaños δ igualmente espaciados pertenecientes al intervalo cerrado $[1.5 * \min(\Delta L), \max(\Delta L)]$. Tal decisión permite evitar resultados triviales que impactan el desempeño del algoritmo; por ejemplo, encerrar todos los nodos de la forma modal en una única caja o agrupar un único nodo por caja.
- 5) Se calcula una regresión lineal sobre la serie de datos $\log M_\delta(F)$ vs $\log \delta$. La dimensión fractal D se define como el negativo de la pendiente de la recta de mejor ajuste. Este proceso se fundamenta en la linealización del modelo potencial expuesto en la Ecuación (13).

Figura 4

Ejemplo de aplicación del MCBB para $\delta = 50$ (No a escala).



4.1.2 Indicadores de Daño Tradicionales

Múltiples indicadores de daño fundamentados en parámetros modales han sido propuestos en estudios anteriores. En la presente investigación, se proponen dos indicadores que han generado resultados satisfactorios. Estos indicadores se emplean como referencia para valorar el desempeño

del indicador de daño basado en la dimensión fractal. El primer indicador corresponde a una expresión residual basada en las frecuencias modales (Huang et. al., 2019):

$$R_1 = \sum_{i=1}^n \left(\frac{\omega_{ni} - \omega_{ei}}{\omega_{ei}} \right)^2 \quad (17)$$

Dónde ω_{ni} y ω_{ei} representan las frecuencias modales numéricas y experimentales asociadas al modo i , respectivamente, y n el número de modos a analizar. El segundo indicador corresponde a una expresión residual que involucra el índice MAC (Huang et. al., 2019):

$$R_2 = \sum_{i=1}^n \left(\frac{1 - \sqrt{MAC_i}}{MAC_i} \right)^2 \quad (18)$$

En este caso, el índice MAC_i compara los vectores de forma modal del modo i numéricos ϕ_{ni} y experimentales ϕ_{ei} . Cabe resaltar que ambos indicadores fueron empleados exitosamente por Huang et. al. (2019).

4.1.3 Indicador de Daño basado en la Dimensión Fractal

El indicador propuesto aprovecha la combinación de funciones objetivo empleada por Huang et. al. (2019) con el fin de mejorar la detección del daño a nivel local. En efecto, el indicador se establece como la suma de dos expresiones residuales igualmente ponderadas: una involucrando la diferencia de las dimensiones fractales y la otra las frecuencias modales. El indicador se presenta a continuación:

$$R_3 = \sum_{i=1}^n \left(\frac{D_{ni} - D_{ei}}{D_{ei}} \right)^2 + \sum_{i=1}^n \left(\frac{\omega_{ni} - \omega_{ei}}{\omega_{ei}} \right)^2 \quad (19)$$

Dónde D_{ni} y D_{ei} representan la dimensión fractal de la forma modal numérica y del puente real asociada al modo i , respectivamente, y n el número de modos a analizar.

4.2 Algoritmo de Evaluación de Daño Estructural

4.2.1 Análisis Dinámico FEM

El cálculo de las frecuencias y formas modales se realiza a partir del software de elementos finitos SAP2000 ® (Versión 25.0.0). Los elementos estructurales se modelan como objetos tipo “frame” y su análisis estructural considera los efectos de flexión biaxial, deformación axial, torsión y deformaciones por cortante biaxiales conforme a la teoría presentada por Bathe y Wilson (1976) (CSI, 2016). El análisis modal se realiza a partir del método de eigenvectores ofrecido por SAP2000 ® (ver Figura 5) para sistemas no amortiguados sometidos a vibración libre conforme a la Ecuación (2) (CSI, 2016). Asimismo, la fuente de masa considera el peso propio de elementos estructurales y algunos no estructurales (capa de rodadura, baranda y parapeto) según el caso de carga muerta (ver Figura 6).

Figura 5

Método de análisis dinámico en SAP2000 ®.

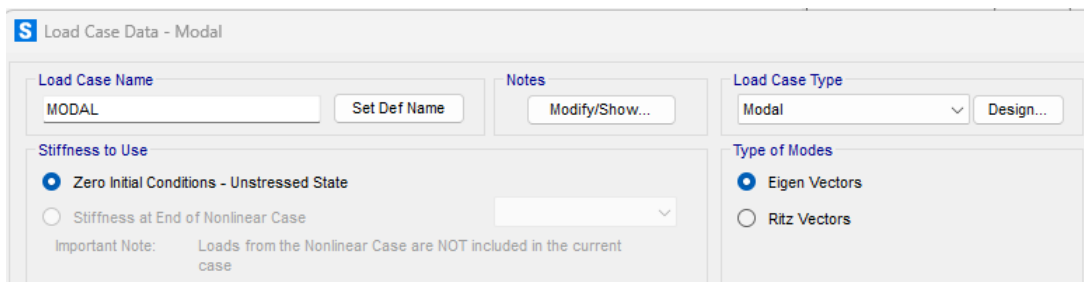
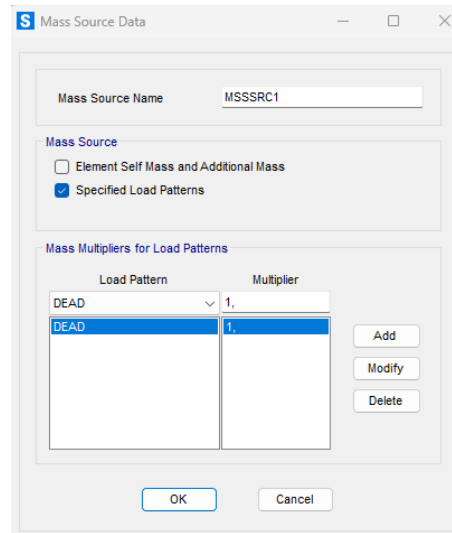


Figura 6

Fuente de masa en SAP2000 ®.



El vínculo entre SAP2000 ® y MATLAB ® se realiza empleando la librería SM Toolbox desarrollada por Reza (2024). La librería aprovecha la herramienta CSI OAPI que ofrece CSI para enlazar SAP2000 ® con diversos lenguajes de programación (Reza, 2024). En particular, SM Toolbox almacena funciones en MATLAB ® que emulan los comandos disponibles en CSI OAPI (Reza, 2024). En la Figura 7 se ilustran los comandos para el análisis dinámico de una estructura en MATLAB ®.

Figura 7

Comandos para el análisis dinámico en MATLAB. Adaptado de (Reza, 2024).

```
% 9. Ejecutar el análisis dinámico
ret = SM.Analyze.RunAnalysis;

% 10. Deseleccionar todos los casos y combos de análisis
ret = SM.Results.Setup.DeselectAllCasesAndCombosForOutput;

% 11. Seleccionar los casos y combos asociados al análisis modal
ret = SM.Results.Setup.SetCaseSelectedForOutput('MODAL');

% 12. Extracción de frecuencias modales
[ret, NumberResults, LoadCase, ...
StepType, StepNum, Period, ...
Frequency, CircFreq, EigenValue]=...
SM.Results.ModalPeriod();

% 12. Extracción de formas modales

[ret, NumberResults, Obj, Elm, LoadCase, StepType, StepNum, U1, U2, U3, R1, R2, R3]=...
SM.Results.ModeShape('ALL', SM.eItemTypeElm.GroupElm);
```

4.2.2 Modelación del Daño Estructural

La modelación del detrimento se realiza mediante la aproximación simplificada estipulada en la Ecuación (4). El cálculo del módulo de elasticidad del elemento j se realiza en MATLAB® a partir del módulo original sin el efecto del daño y el parámetro α_j según la Ecuación (4). Luego, el valor del módulo de elasticidad se ingresa en SAP2000® con SM Toolbox mediante el comando que se evidencia en la Figura 8 (Reza, 2024). Dicha modificación se efectúa sobre las propiedades materiales isotrópicas del elemento en SAP2000® como se observa en la Figura 9. Adicionalmente, se asumirá que la temperatura permanecerá constante, por lo que no se considerará el efecto de los cambios térmicos sobre el módulo de elasticidad.

Figura 8

Modificación del módulo de elasticidad en SM Toolbox. Adaptado de (Reza, 2024).

```
ret = SM.PropMaterial.SetMPIsotropic('ConcretoPilas', Edj, Poisson, CoefTermico);
```

Figura 9

Propiedades materiales de un elemento en SAP2000®.

The screenshot shows the 'Material Property Data' dialog box in SAP2000. The 'Isotropic Property Data' section is highlighted with a green box, showing the 'Modulus Of Elasticity, E' field set to 23072000. Other fields in this section include Poisson, U (0.2), Coefficient Of Thermal Expansion, A (9.900E-06), and Shear Modulus, G (9613333). The 'General Data' section shows 'Material Name and Display Color' as 'ConcretoPilas' and 'Material Type' as 'Concrete'. The 'Weight and Mass' section shows 'Weight per Unit Volume' as 24 and 'Mass per Unit Volume' as 2.4473. The 'Other Properties For Concrete Materials' section shows 'Specified Concrete Compressive Strength, Fc' and 'Expected Concrete Compressive Strength' both set to 28000. There is a checkbox for 'Lightweight Concrete' which is unchecked. At the bottom, there is a checkbox for 'Switch To Advanced Property Display' which is unchecked, and 'OK' and 'Cancel' buttons.

4.2.3 Algoritmo de Optimización Metaheurística

La solución del problema inverso planteado en la Ecuación (8) se realizará mediante un algoritmo de optimización metaheurística. En la presente investigación, se recurre al algoritmo de evolución diferencial adaptativa (SADE) propuesta por Zheng et. al. (2013). En resumen, el SADE corresponde a un algoritmo poblacional de búsqueda estocástica (Zheng et. al., 2013). El algoritmo consta de cuatro pasos fundamentales: inicialización, mutación, recombinación y selección (Zheng et. al., 2013). A diferencia de su versión tradicional, el SADE asigna a cada individuo un valor de factor ponderado de mutación F y de tasa de recombinación CR , que son actualizados a medida que transcurre el algoritmo, con el objetivo de mejorar la capacidad de exploración (Zheng et. al. 2013). Cada paso del algoritmo se explica a detalle en los siguientes párrafos conforme a lo estipulado por Zheng et. al. (2013).

En primer lugar, se genera una población inicial de N individuos aleatorios con sus valores iniciales correspondientes de los parámetros ($F_{i,0}$ y $CR_{i,0}$). El proceso se realiza mediante la aplicación de las siguientes ecuaciones:

$$x_{i,0}^j = x_{min}^j + r_1(x_{max}^j - x_{min}^j) \quad i = 1, 2, \dots, N \quad j = 1, 2, \dots, D \quad (20)$$

$$F_{i,0} = F_L + r_2(F_u - F_L) \quad i = 1, 2, \dots, N \quad (21)$$

$$CR_{i,0} = CR_L + r_3(CR_u - CR_L) \quad i = 1, 2, \dots, N \quad (22)$$

Dónde $x_{i,0}^j$ corresponde a la j -ésima componente del i -ésimo individuo del vector de población inicial $X_{i,0} = \{x_{i,0}^1, x_{i,0}^2, \dots, x_{i,0}^D\}$, x_{min}^j y x_{max}^j los límites inferior y superior de la j -ésima componente de un individuo, F_L y F_u los límites inferior y superior del factor ponderado de mutación, CR_L y CR_u los límites inferior y superior de la tasa de recombinación, r_1 , r_2 y r_3 números aleatorios independientes entre 0 y 1 provenientes de una distribución de probabilidad uniforme.

En segundo lugar, se aplica el proceso de mutación. Para cada individuo de la población de la iteración actual $X_{i,G}$, se genera un vector mutante $V_{i,G} = \{v_{i,G}^1, v_{i,G}^2, \dots, v_{i,G}^D\}$ constituido a partir de la siguiente ecuación:

$$V_{i,G} = X_{a,G} + F_{i,G}(X_{b,G} - X_{c,G}) \quad i = 1, 2, \dots, N \quad (23)$$

Dónde $X_{a,G}$, $X_{b,G}$ y $X_{c,G}$ son tres individuos diferentes aleatoriamente seleccionados de la generación actual G , y $F_{i,G}$ el factor ponderado de mutación del individuo i en la generación actual G . Posteriormente, se realiza la recombinación. En este paso, se generan vectores de prueba $U_{i,G} = \{u_{i,G}^1, u_{i,G}^2, \dots, u_{i,G}^D\}$ mediante la selección de componentes de los vectores mutantes $V_{i,G}$ o de sus individuos correspondientes $X_{i,G}$. El valor de $u_{i,G}^j$ se determina mediante la siguiente ecuación:

$$u_{i,G}^j = \begin{cases} v_{i,G}^j, & r_4 \leq CR_{i,G} \\ x_{i,G}^j, & r_4 > CR_{i,G} \end{cases} \quad i = 1, 2, \dots, N \quad j = 1, 2, \dots, D \quad (24)$$

Dónde r_4 es un número aleatorio entre 0 y 1 proveniente de una distribución de probabilidad uniforme y $CR_{i,G}$ la tasa de recombinación del i -ésimo individuo en la generación actual G . Finalmente, el proceso de selección implica comparar cada individuo de la generación actual G con el vector de prueba correspondiente. De esta manera, se desea seleccionar el mejor de los dos en términos de la función objetivo para la siguiente generación de individuos ($G + 1$). El proceso de selección se describe matemáticamente como sigue:

$$X_{i,G+1} = \begin{cases} U_{i,G}, & f(U_{i,G}) \leq f(X_{i,G}) \\ X_{i,G}, & f(U_{i,G}) > f(X_{i,G}) \end{cases} \quad i = 1, 2, \dots, N \quad (25)$$

Dónde f representa la función objetivo de un problema de minimización. Cabe resaltar que el proceso de selección requiere la aplicación de un principio similar sobre los parámetros F y CR . Si la búsqueda orientada por $F_{i,G}$ y $CR_{i,G}$ permite obtener una mejor solución $U_{i,G}$, estos valores se

heredan a la siguiente generación. De lo contrario, se recalculan nuevamente a partir de números aleatorios. El proceso de selección para los parámetros F y CR se ilustra en las siguientes ecuaciones:

$$F_{i,G+1} = \begin{cases} F_{i,G}, & f(U_{i,G}) \leq f(X_{i,G}) \\ F_L + r_5(F_u - F_L), & f(U_{i,G}) > f(X_{i,G}) \end{cases} \quad i = 1, 2, \dots, N \quad (26)$$

$$CR_{i,G+1} = \begin{cases} CR_{i,G}, & f(U_{i,G}) \leq f(X_{i,G}) \\ CR_L + r_6(CR_u - CR_L), & f(U_{i,G}) > f(X_{i,G}) \end{cases} \quad i = 1, 2, \dots, N \quad (27)$$

Dónde $F_{i,G+1}$ corresponde al factor ponderado de mutación del individuo i para la generación $G + 1$, $CR_{i,G+1}$ representa la tasa de recombinación del individuo i en la generación $G + 1$, r_5 y r_6 números aleatorios entre 0 y 1 provenientes de una distribución de probabilidad uniforme. Los procesos de mutación, recombinación y selección se repiten hasta que el criterio de parada sea alcanzado. En el presente estudio se emplea el número máximo de iteraciones como criterio de parada. En la Tabla 7 se presenta el pseudocódigo del algoritmo, mientras que la implementación en MATLAB® se evidencia en el Apéndice A.

Tabla 7

Pseudocódigo del SADE. Adaptado de Zheng et. al. (2013).

Algoritmo 1: SADE	
<hr/>	
Parámetros de entrada	
N : Tamaño de la población	D : Número de variables de decisión
x_{min} : Vector de valores mínimos de x	x_{max} : Vector de valores máximos de x
F_L : Valor mínimo de F	F_u : Valor máximo de F
CR_L : Valor mínimo de CR	CR_u : Valor máximo de CR
f : Función objetivo	$Itmax$: Número máximo de iteraciones
<hr/>	
1) Inicializar aleatoriamente el vector de población $X_{i,G} = \{x_{i,G}^1, x_{i,G}^2, \dots, x_{i,G}^D\} \quad i = 1, 2, \dots, N$	
2) Inicializar aleatoriamente el vector $F = \{F_{1,G}, F_{2,G}, \dots, F_{N,G}\}$	

-
- 3) **Inicializar** aleatoriamente el vector $CR = \{CR_{1,G}, CR_{2,G}, \dots, CR_{N,G}\}$
 - 4) **Evaluar** $f(X_{i,G})$ $i = 1, 2, \dots, N$
 - 5) **Para** k desde 1 hasta $Itmax$ **hacer**
 - 6) **Seleccionar** aleatoriamente $X_{a,G}$, $X_{b,G}$ y $X_{c,G}$
 - 7) **Inicializar** vector mutante $V_{i,G} = \{v_{i,G}^1, v_{i,G}^2, \dots, v_{i,G}^D\}$ $i = 1, 2, \dots, N$
 - 8) $V_{i,G} = X_{a,G} + F_{i,G}(X_{b,G} - X_{c,G})$ $i = 1, 2, \dots, N$
 - 9) **Inicializar** vectores de prueba $U_{i,G} = \{u_{i,G}^1, u_{i,G}^2, \dots, u_{i,G}^D\}$ $i = 1, 2, \dots, N$
 - 10) **Para** i desde 1 hasta N **hacer**
 - 11) **Si** $r_4 \leq CR_{i,G}$ **entonces**
 - 12) $u_{i,G}^j = v_{i,G}^j$ $j = 1, 2, \dots, D$
 - 13) **Sino**
 - 14) $u_{i,G}^j = x_{i,G}^j$ $j = 1, 2, \dots, D$
 - 15) **Fin Si**
 - 16) **Fin Para**
 - 17) **Evaluar** $f(U_{i,G})$ $i = 1, 2, \dots, N$
 - 18) **Si** $f(U_{i,G}) < f(X_{i,G})$ **entonces**
 - 19) $X_{i,G+1} = U_{i,G}$
 - 20) $F_{i,G+1} = F_{i,G}$
 - 21) $CR_{i,G+1} = CR_{i,G}$
 - 22) **Sino**
 - 23) $X_{i,G+1} = X_{i,G}$
 - 24) $F_{i,G+1} = F_L + r(F_u - F_L)$
 - 25) $CR_{i,G+1} = CR_L + r(CR_u - CR_L)$
 - 26) **Fin Si**
 - 27) **Fin Para**
-

Con el fin de garantizar un buen desempeño, se decide realizar una validación preliminar del algoritmo empleando tres problemas de referencia, es decir, problemas cuya solución óptima

es conocida. Las especificaciones de cada problema se presentan en la Tabla 8 conforme lo estipulado por Plevris y Solórzano (2022). Asimismo, en los tres casos, el mínimo global se localiza en $x_{min} = \mathbf{0}$, dónde se alcanza un valor óptimo de la función objetivo de $f_{min} = 0$. La morfología del espacio de soluciones para cada uno de los problemas de referencia se visualiza, para la versión bidimensional de los problemas, en la Figura 10, Figura 11 y Figura 12. El algoritmo se ejecuta diez veces para la solución de cada problema.

Tabla 8

Problemas de referencia. Adaptado de Plevris y Solórzano (2022).

Nombre	Función Objetivo	Región factible	D
Ellipsoid	$f = \sum_{i=1}^D i * x_i^2$	$[-100,100]^D$	10
Alpine 1	$f = \sum_{i=1}^D x_i \sin(x_i) + 0.1x_i $	$[-10,10]^D$	10
Bent Cigar	$f = x_1^2 + 10^6 \sum_{i=2}^D x_i^2$	$[-100,100]^D$	10

Figura 10

Función Ellipsoid en dos dimensiones.

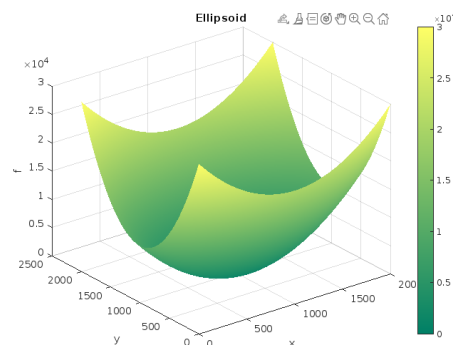
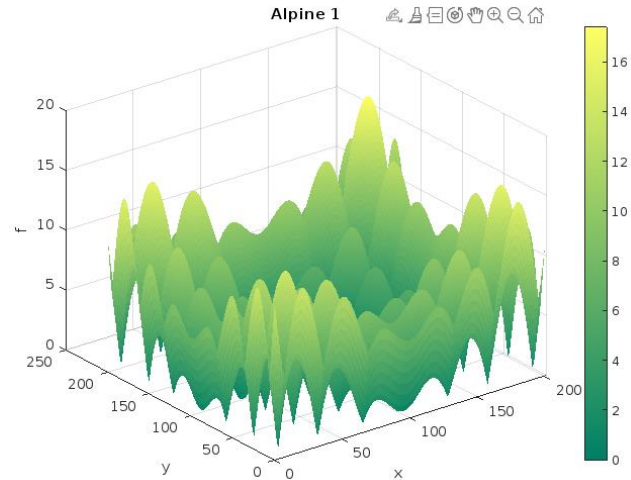
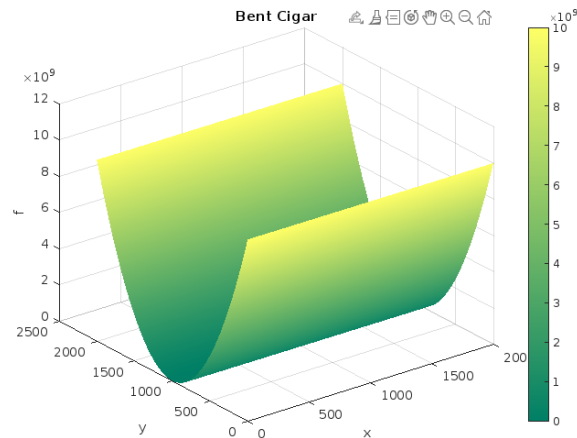


Figura 11

Función Alpine 1 en dos dimensiones.

**Figura 12**

Función Bent Cigar en dos dimensiones.



En la Tabla 9 se presentan los parámetros propuestos para la resolución de cada problema de referencia. Para el caso de la función Ellipsoid y Bent Cigar, se asumen los límites sugeridos por la literatura para restringir la variación del factor de mutación y la tasa de recombinación (Zheng et. al., 2013). Por su parte, para el caso de Alpine 1 se decidió reducir el rango de valores de la tasa de recombinación, ampliar el del factor de mutación e incrementar el número de

iteraciones con el fin de contribuir a la capacidad de búsqueda del algoritmo. Dicha decisión obedece a la morfología de la función Alpine 1 (Figura 11), dónde se observan múltiples óptimos locales que propician el estancamiento del algoritmo.

Tabla 9

Parámetros de optimización para los problemas de referencia.

Nombre	N	$Itmax$	F_L	F_u	CR_L	CR_u
Ellipsoid	500	1000	0.5	1.0	0.8	1.0
Alpine 1	1000	5000	0.8	1.0	0.1	0.3
Bent Cigar	500	1000	0.5	1.0	0.8	1.0

Los resultados de la validación preliminar del SADE se presentan en la Tabla 10. Los mejores (f_{Best}) y peores (f_{Worst}) valores de la función objetivo evidencian la cercanía de los resultados al óptimo global. Asimismo, el valor promedio (\bar{f}) de la función objetivo muestra que en las diez ejecuciones del SADE se alcanzan valores cercanos al resultado deseado. Estos resultados muestran la capacidad del algoritmo de minimizar funciones objetivo de problemas de alta complejidad, que inclusive evidencien la presencia de múltiples óptimos locales. Resultados similares se encuentran en el valor promedio de las variables de decisión en la mejor (\bar{x}_{Best}) y peor (\bar{x}_{Worst}) ejecución del algoritmo en cada problema. Adicionalmente, la baja magnitud de la desviación estándar muestral (S_f) de la función objetivo sugiere la baja variabilidad de los resultados en cada una de las ejecuciones. En efecto, el SADE muestra capacidad de alcanzar resultados semejantes independiente del número de veces que se ejecute el algoritmo.

Tabla 10*Resultados de la validación preliminar del SADE.*

Nombre	f_{Best}	f_{Worst}	\bar{f}	S_f	\bar{x}_{Best}	\bar{x}_{Worst}
Ellipsoid	3.57×10^{-14}	1.81×10^{-13}	8.54×10^{-14}	4.99×10^{-14}	2.64×10^{-7}	-3.26×10^{-7}
Alpine 1	0.00	0.00	0.00	0.00	-0.10	-0.10
Bent Cigar	8.68×10^{-10}	3.09×10^{-9}	1.87×10^{-9}	7.57×10^{-10}	-6.37×10^{-6}	-1.14×10^{-5}

Asimismo, las mejores ejecuciones del SADE para cada problema de referencia evidencian una rápida convergencia hacia el resultado deseado. En particular, el valor óptimo de la función objetivo fue alcanzado en menos de 200 iteraciones. Las curvas de convergencia de las mejores ejecuciones para los tres problemas de referencia se encuentran en el Apéndice B. Estos resultados, en conjunto con los previamente discutidos, son acordes a lo encontrado por Zheng et. al. (2013), quienes encontraron que el SADE se encuentra en capacidad de alcanzar resultados de alta calidad en un número prudente de iteraciones. Por ende, se justifica el uso del SADE en aplicaciones de detección del daño estructural, considerando su capacidad de encontrar resultados bastante cercanos al óptimo sin demandar un esfuerzo computacional elevado.

4.2.4 Acople del Algoritmo de Evaluación del Daño Estructural

El algoritmo de evaluación del daño estructural se constituye de una rutina principal y dos funciones. La rutina principal (AlgoritmoDeteccion.m) abre el modelo en SAP2000®, recibe los parámetros de entrada del algoritmo de optimización y las propiedades materiales del puente (módulo de elasticidad). Cabe resaltar que el valor máximo de los coeficientes α_j se restringe a 0.50 con el fin de evitar la inestabilidad del algoritmo. En efecto, para la presente investigación se estudia la capacidad del algoritmo para detectar escenarios de daño en etapas tempranas, es decir, cuando la pérdida de rigidez de algún elemento no sobrepase el 50%. Asimismo, se asume $N = 20$,

$Itmax = 200$, $F_L = 0.5$, $F_u = 1.0$, $CR_L = 0.8$ y $CR_u = 1.0$. Los valores de F_L , F_u , CR_L y CR_u se asumen según lo recomendado por Zheng et. al. (2013). Adicionalmente, la rutina principal llama una función que ejecuta el algoritmo de optimización (SADE.m) a partir de los parámetros de entrada.

Como se explicaba previamente, el objetivo del algoritmo de optimización corresponde a la calibración del modelo numérico de manera que los parámetros modales calculados coincidan con la información dinámica real recopilada del puente. Esta calibración implica variar los valores α_j de cada elemento de manera que el indicador de daño sea minimizado. En la función (SADE.m) el algoritmo ejecuta los cuatro procesos principales del SADE: inicialización, mutación, recombinación y selección. En los procesos de inicialización y selección se calculan nuevas generaciones de los valores α_j , lo cual implica líneas de código para calcular los módulos de elasticidad reducidos conforme a la Ecuación (4) y la aplicación del comando estipulado en la Figura 8 para actualizar dichos valores en el modelo en SAP2000 ®. Adicionalmente, el algoritmo de optimización llama a la función objetivo (funopt.m) dónde se desarrolla el cálculo de los indicadores de daño.

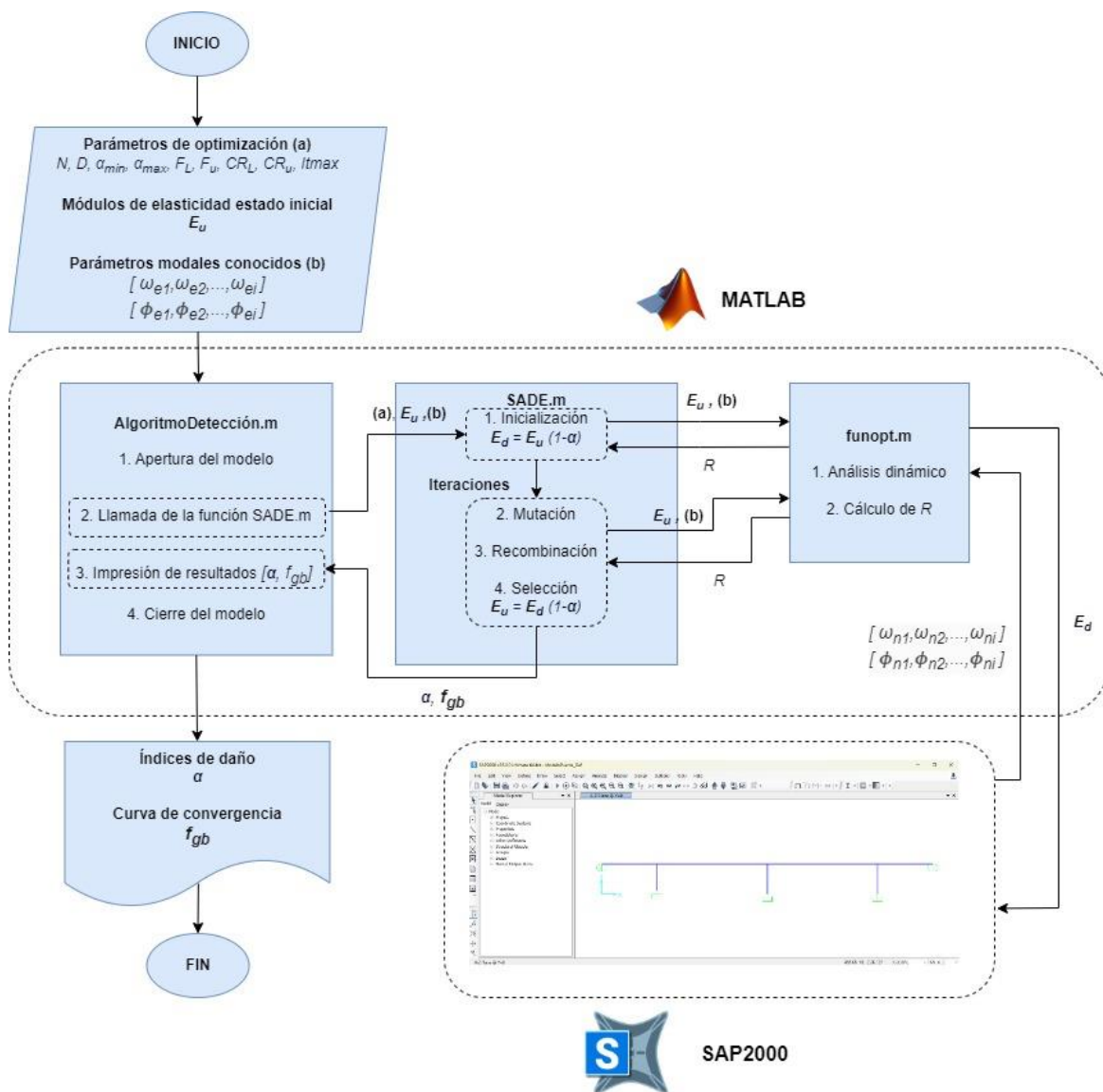
Al interior de la función objetivo (funopt.m) se almacena la información modal del puente proveniente de la caracterización dinámica en campo. Considerando que la recopilación de datos experimentales no se encuentra dentro del alcance de la investigación, las frecuencias y formas modales se asumen según los datos disponibles en la literatura para el puente analizado. Por otra parte, dado que el cómputo de los indicadores de daño requiere de la estimación de los parámetros modales del modelo en SAP2000 ®, dentro de la rutina de la función objetivo también se ejecuta el análisis dinámico mediante los comandos presentados en la Figura 7. Una vez se calcula el indicador de daño, se retroalimenta el SADE para continuar con las iteraciones. Por último, al

finalizar las iteraciones, el SADE retorna los valores calibrados de α_j y la evolución de los valores de la función objetivo (f_{gb} o indicador de daño) para la construcción de la curva de convergencia.

En la Figura 13 se resume el proceso del algoritmo acoplado, mientras que la implementación en MATLAB® se presenta en el Apéndice C.

Figura 13

Algoritmo de evaluación del daño.



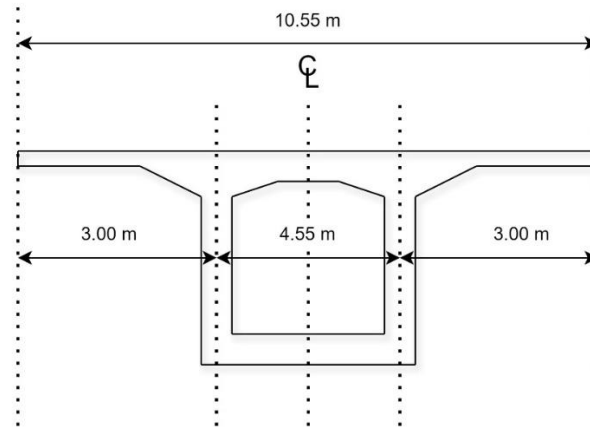
4.3 Caso de Estudio

4.3.1 Descripción del Puente

La aplicación del algoritmo de detección de daño se realiza sobre un caso de estudio sintético basado en el puente Gómez Ortiz, una obra localizada a 42 kilómetros de Bucaramanga sobre la vía que conduce de Girón a Zapatoca, Colombia (Viviescas et. al., 2018). El puente se cataloga dentro de la tipología viga cajón en concreto postensado por voladizos sucesivos (Viviescas et. al., 2018). Asimismo, cuenta con tres pilas, dos de ellas de 47 metros y la tercera de 42 metros, y cuatro luces, las dos centrales de 170 metros y las dos externas de 85 metros. Las principales características de la sección transversal se muestran en la Figura 14. A partir de la información proporcionada por Viviescas et. al. (2018) conforme a los planos “as-built” de la Secretaría de Infraestructura de Santander, se conoce la resistencia a la compresión ($f'c$) y el módulo de elasticidad (E) del tablero y las pilas. Sin embargo, considerando la caracterización dinámica desarrollada por Viviescas et. al. (2018), se cuenta con valores ajustados del módulo de elasticidad conforme el comportamiento mecánico registrado en campo. Los autores atribuyen estos valores de E para toda la longitud del tablero y las pilas conforme a la calibración desarrollada del modelo FEM según la información modal experimental (Viviescas et. al. 2018). En efecto, en el presente estudio se considera dicha suposición para atribuir los valores ajustados E a toda la longitud del tablero y pila. El módulo de Poisson se asume como 0.2 conforme al Título C de la NSR-10 (2010). Los materiales se asumen isotrópicos. Todos estos valores se resumen en la Tabla 11.

Figura 14

Sección transversal típica del tablero del puente (No a escala). Adaptado de Viviescas et. al. (2018).

**Tabla 11**

Propiedades mecánicas de los elementos del puente. Adaptado de Viviescas et. al. (2018).

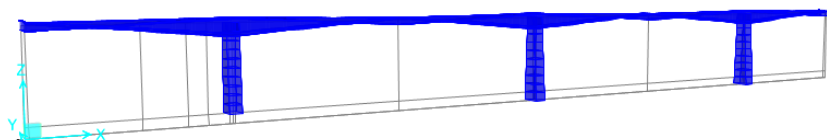
Elemento	$f'c$ [MPa]	$E_{Inicial}$ [MPa]	$E_{Ajustado}$ [MPa]	ν [-]
Tablero	35	23377	27300	0.2
Pilas	28	20637	23072	0.2

El modelo se construye en el software SAP2000 ® (Versión 25.0.0) a partir de la información brindada por el modelo en MIDAS Civil ® desarrollado por Viviescas et. al. (2018). En particular, conforme al alcance planteado para la presente investigación, tanto las pilas como el tablero se modelan con elementos tipo línea que contemplan deformaciones por cortante, empotramientos para simular la cimentación de las pilas y apoyos simples en los estribos (Viviescas et. al., 2018). La elección de los empotramientos en la base corresponde a una suposición asociada a la limitación del alcance a no considerar la interacción dinámica suelo-estructura. Por su parte, los apoyos en estribos permiten la traslación longitudinal considerando la

presencia de apoyos deslizantes en neopreno tipo Slide-Flon, restringe el desplazamiento en dirección transversal dada la presencia de topes sísmicos en ambos costados y evita el movimiento vertical por la presencia de cables de presfuerzo. Únicamente se considera el peso propio de elementos estructurales y no estructurales (baranda, parapeto y carpeta de rodamiento) como cargas. Las cargas del presfuerzo no fueron modeladas conforme a su poca incidencia sobre los parámetros modales (Hamed & Frostig, 2006). La elección de los elementos tipo línea (elementos “frame” en SAP2000 ® cómo se explica en la metodología) es coherente con el tipo de elemento empleado por Viviescas et. al. (2018) para la modelación del puente en MIDAS Civil ®. Estos elementos resultan suficientes para la caracterizar el comportamiento dinámico global de la estructura. Asimismo, la elección de elementos “frame” permite la reducción del esfuerzo computacional al momento de desarrollar el proceso iterativo. Considerando que el recurso computacional necesario para la evaluación del daño estructural mediante métodos iterativos puede ser importante, el uso de aproximaciones de modelación simplificadas ayuda a reducir el esfuerzo que supone el uso de elementos finitos más refinados. Esto es congruente a lo argumentado por Mehrjoo et. al. (2014), quienes justifican que enmallados simplificados de elementos finitos pueden resultar más beneficiosos en la medida que reducen el esfuerzo computacional necesario y aun así permiten identificar las zonas con presencia de daño. El modelo construido se ilustra en la Figura 15.

Figura 15

Vista 3D extruida del modelo del puente.



El carácter variable de la sección transversal del tablero a lo largo de su longitud implicó el uso de elementos tipo “frame” no prismáticos que representaron la transición de la sección transversal desde la dovela cero hasta la dovela de cierre. Las secciones transversales de la dovela cero y la de cierre se modelaron a partir de la herramienta “Section Designer” como se observa en la Figura 16. Las dimensiones se definen conforme a lo presentado por Viviescas et. al. (2018) en su modelo en MIDAS Civil ®. La transición entre ambos tipos de dovela se realizó considerando una variación lineal del momento de inercia I (Figura 17), asemejándose a la transición propuesta en el modelo de Viviescas et. al. (2018). La transición supone una variación de la rigidez a flexión EI de una dovela a la siguiente a raíz del cambio en el momento de inercia. Cabe resaltar que, previo al inicio de las iteraciones, a cada dovela se le asigna el módulo de elasticidad ajustado E calculado por Viviescas et. al. (2018) (Tabla 11) para elementos del tablero a partir de los resultados de la caracterización en campo. Por su parte, las pilas se modelaron como elementos prismáticos tipo “frame” según las dimensiones propuestas en el modelo de Viviescas et. al. (2018) y el módulo de elasticidad ajustado E registrado en la Tabla 11.

Figura 16

Modelación de la sección transversal de la dovela cero (izquierda) y la dovela de cero (derecha).

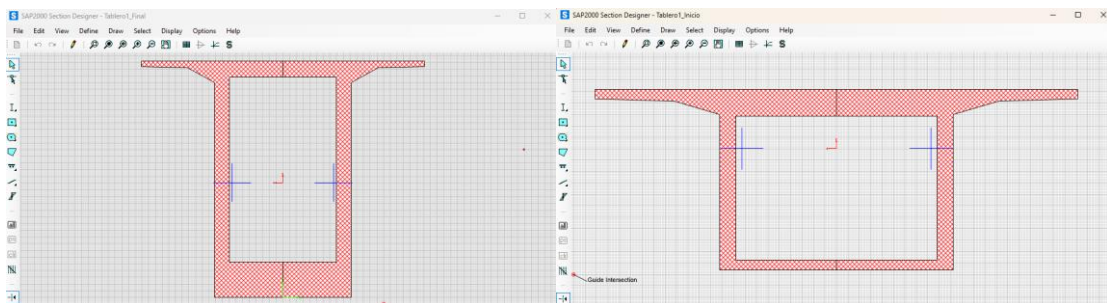
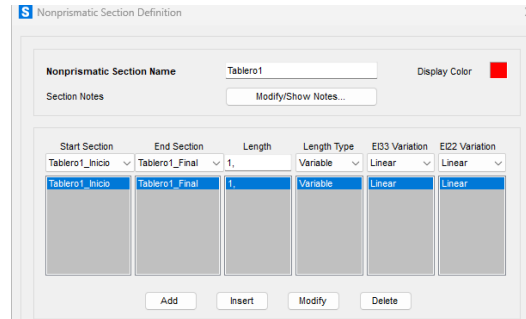


Figura 17

Transición entre la dovela cero y la dovela de cierre.



Conforme a la caracterización dinámica del puente Gómez Ortiz desarrollada por Viviescas et. al. (2018) y por Viviescas et. al. (2019), fue posible identificar tres modos de vibración asociados a la traslación del tablero en el sentido transversal (modo fundamental, segundo y octavo modo). En la Tabla 12 se presentan las frecuencias modales experimentales y las calculadas en ambos modelos FEM del puente: el modelo en MIDAS Civil ® desarrollado por Viviescas et. al. (2018) y el modelo en SAP2000 ® desarrollado en la presente investigación. La Tabla 12 permite determinar una diferencia del 0.62%, 5.05% y 0.08% para las frecuencias del primer, segundo y octavo modo, respectivamente, calculadas mediante el modelo en MIDAS Civil ® y SAP2000 ®. Por consiguiente, se demuestra que el análisis dinámico en el modelo desarrollado en la presente investigación genera una estimación de las frecuencias modales de interés casi coincidente con la estimación calculada por el modelo calibrado por Viviescas et. al. (2018). Las pequeñas discrepancias pueden atribuirse a la discretización abordada en ambos modelos y a la formulación de los elementos finitos propias de cada software. Si se comparan los valores experimentales con los calculados por el modelo en SAP2000 ®, se encuentra una diferencia del 18.30%, 13.10% y 4.54% para las frecuencias del primer, segundo y octavo modo, respectivamente. Considerando el criterio de calibración utilizado para el modelo FEM de Viviescas et. al. (2018), estas discrepancias

pueden atribuirse a la incertidumbre asociada al módulo de elasticidad del concreto asumido para el tablero y las pilas. El módulo de elasticidad determinado por Viviescas et. al. (2018) corresponde a un valor ajustado (Tabla 11) que difiere de la información “as-built” proporcionada por la Secretaría de Infraestructura de Santander. La necesidad de este ajuste puede explicarse a raíz del uso de concretos acelerados a 2 o 3 días que implicaron el alcance de una resistencia superior a la esperada según las propiedades materiales especificadas en los planos (Viviescas et. al. 2018).

Tabla 12

Frecuencias modales según cada método de cálculo.

Método de cálculo	Modo 1	Modo 2	Modo 8
Experimental	0.6850	0.7230	1.2730
MIDAS Civil ®	0.5631	0.5981	1.3318
SAP2000 ®	0.5596	0.6283	1.3308

Cada pila se discretizó en 5 elementos y el tablero en 32 elementos para un total de 47 elementos tipo línea. El proceso de discretización obedeció a un análisis de convergencia de las frecuencias naturales ω de los primeros diez modos. En particular, conforme a la Figura 18 y Figura 19, se observa que el error relativo porcentual es cercano a cero cuando cada elemento estructural del puente se discretiza en 5 subelementos. Los valores específicos de frecuencias naturales y errores relativos porcentuales se presentan en el Apéndice D. Adicionalmente, esta discretización permitió obtener valores de frecuencias modales muy semejantes a las obtenidas por el modelo propuesto por Viviescas et. al. (2018) como se observa en la Tabla 11. En efecto, la discretización propuesta en el modelo en SAP2000 ® permite representar el comportamiento dinámico expuesto en el modelo calibrado por Viviescas et. al. (2018). La numeración de elementos se presenta en la Figura 20.

Figura 18

Análisis de convergencia de ω de los primeros ocho modos.

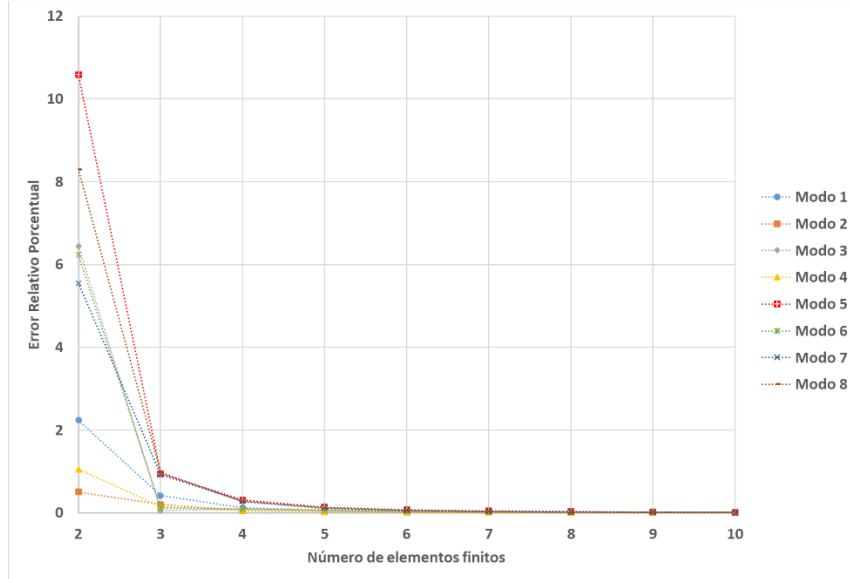


Figura 19

Análisis de convergencia de ω del noveno y décimo modo.

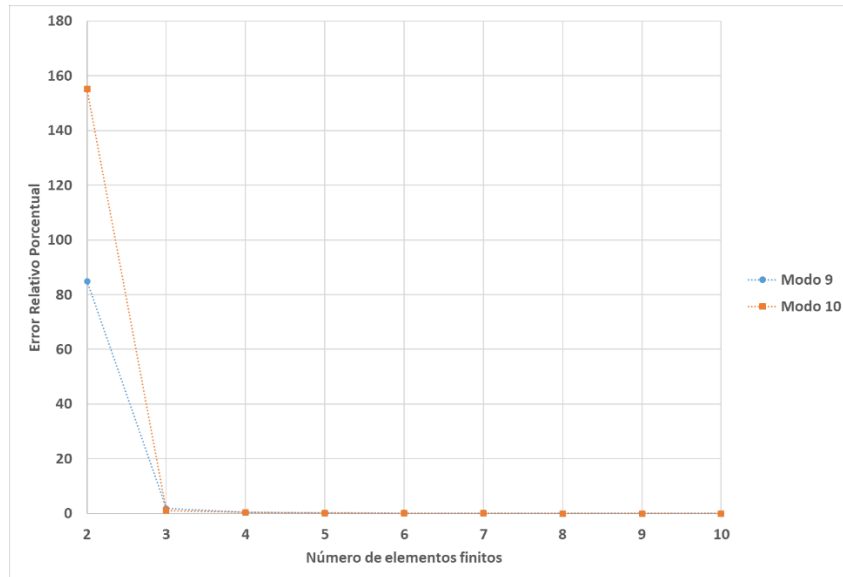
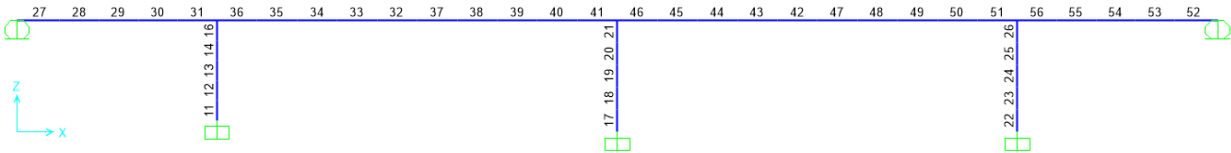


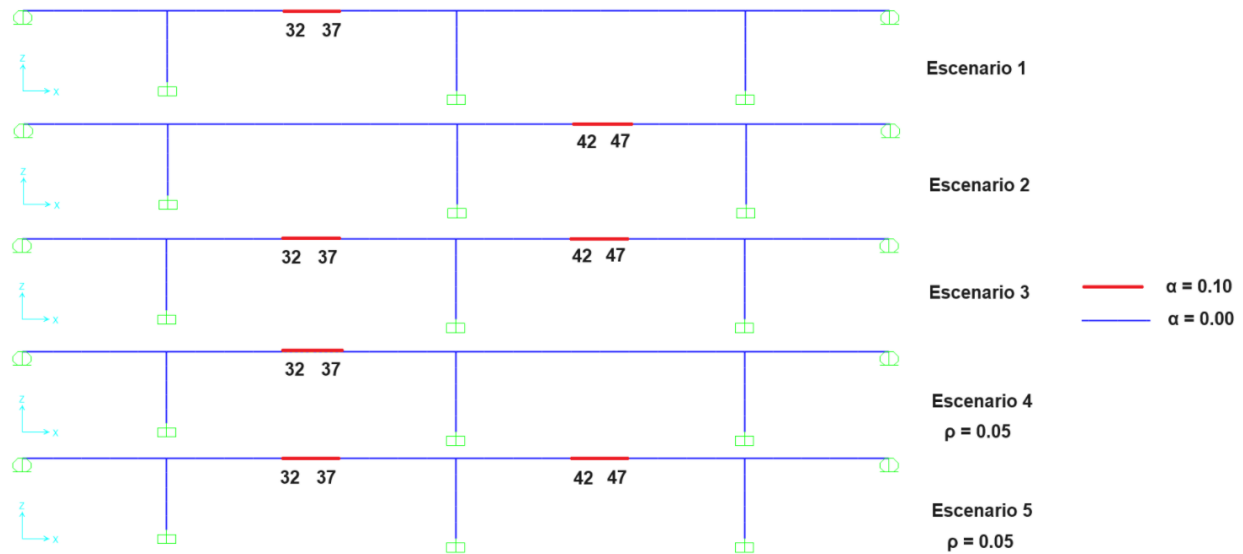
Figura 20

Vista en alzado con numeración de elementos.



4.3.2 Escenarios de Daño

En el presente estudio, se plantean cinco escenarios de daño para la aplicación del algoritmo desarrollado. Para este propósito, se toma como referencia la ocurrencia del agrietamiento del concreto en el centro de luz por efectos de fatiga y deformaciones similar a lo registrado por Zhou et. al. (2020), Tu et. al. (2021), Zhou et. al. (2023) y Wang y Jia (2024). En particular, a partir del estudio de Zhou et. al. (2023), la ocurrencia de este daño puede atribuirse a las solicitaciones continuas a momento flector por efecto del tráfico. Dos de los escenarios evidencian daño en el centro de una única luz, mientras que el tercero se asocia a daño simultáneo en el centro de las dos luces centrales. Con el fin de simular un proceso de detección temprana del daño, se considera una pérdida de rigidez del 10 % ($\alpha_j = 0.10$) sobre los elementos afectados. El cuarto y quinto escenario consideran el efecto del error experimental con un nivel de ruido del 5% ($\rho^\omega = \rho^\phi = 0.05$) sobre el Escenario 1 y 3. La presencia del ruido y la naturaleza aleatoria del SADE pueden implicar que $\alpha_j \neq 0$ a pesar de que el elemento estructural se encuentre intacto. Por ende, conforme a lo sugerido por Liu y Li (2019), únicamente se considera un elemento con presencia de daño si $\alpha_j \geq 0.05$. En la Figura 21 se detallan dichos escenarios enfatizando en los elementos afectados. Cabe resaltar que los escenarios propuestos son hipotéticos conforme a la naturaleza sintética del caso de estudio.

Figura 21*Escenarios de daño.*

Las frecuencias modales para cada escenario de daño según lo calculado por el modelo numérico en SAP2000® se presentan en la Tabla 13, mientras que las formas modales se ilustran de la Figura 22 a la Figura 25. Por su parte, la dimensión fractal de las formas modales con su correspondiente coeficiente de determinación R^2 se muestran en la Tabla 14. Considerando que los datos experimentales del puente corresponden a un estado en un tiempo lejano al de inauguración, es probable que la información modal recopilada corresponda un estado con presencia de detrimento en algún elemento estructural. Dado que el alcance de la presente investigación se limita a un enfoque exclusivamente numérico sin la ejecución de pruebas de caracterización dinámica en campo, se asumirá que la información modal experimental corresponde al estado de referencia (línea base) del puente sin daño. Por esta razón, se enfatiza en el carácter sintético del caso de estudio en la medida que el modelo FEM de referencia no necesariamente constituye una caracterización fiel del comportamiento dinámico del puente sin la presencia de daño estructural. El uso de casos de estudio sintéticos o hipotéticos para la evaluación

de técnicas de detección del daño es una aproximación metodológica frecuente en la literatura que no impide la evaluación de nuevos métodos SHM. Algunos ejemplos pueden encontrarse en los estudios de Au et. al. (2003), Kim et. al. (2003), Li et. al. (2006), Cha y Buyukozturk (2015), Du et. al. (2017), Wei et. al. (2018), Mishra et. al. (2019) y Liu y Li (2019).

Por otra parte, con el fin de incrementar la sensibilidad del algoritmo al daño estructural, se incrementan los desplazamientos modales por un factor de 10^5 para incrementar las diferencias de la dimensión fractal de diferentes escenarios de daño. El proceso iterativo se ejecuta en un computador HP Laptop con procesador 12th Gen Intel(R) Core(TM) i7-1255U 1.70 GHz y RAM de 12 GB. En total, cada escenario se evalúa cinco veces con cada indicador. Por ende, se ejecuta un total de 75 simulaciones, 25 con cada indicador.

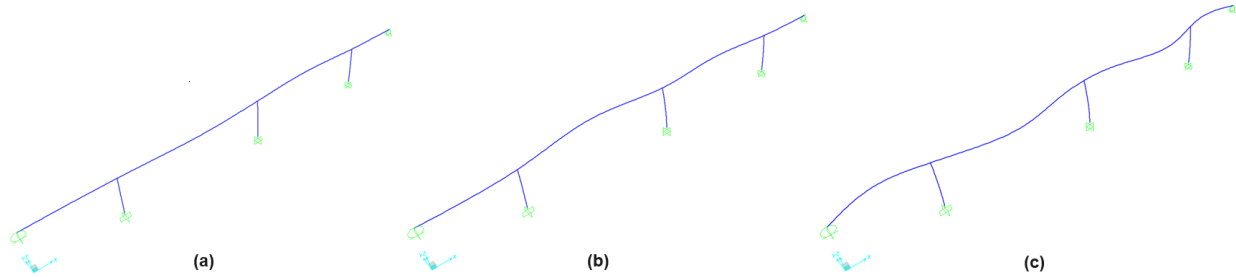
Tabla 13

Frecuencias modales (Hz) para cada escenario de daño.

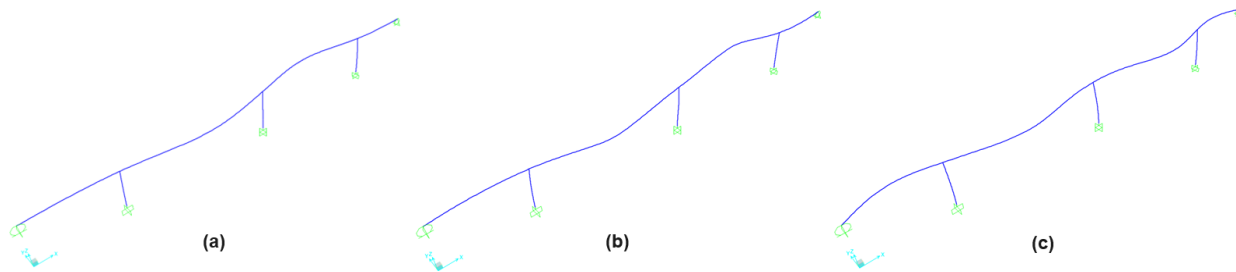
Escenario	Modo 1	Modo 2	Modo 8
Sin Daño	0.5596	0.6283	1.3308
1	0.5568	0.6254	1.3281
2	0.5554	0.6273	1.3287
3	0.5528	0.6242	1.3259
4	0.5673	0.6082	1.2865
5	0.5355	0.6356	1.2729

Figura 22

Formas modales del (a) modo 1, (b) modo 2 y (c) modo 8 del escenario sin daño.

**Figura 23**

Formas modales del (a) modo 1, (b) modo 2 y (c) modo 8 del primer escenario de daño.

**Figura 24**

Formas modales del (a) modo 1, (b) modo 2 y (c) modo 8 del segundo escenario de daño.

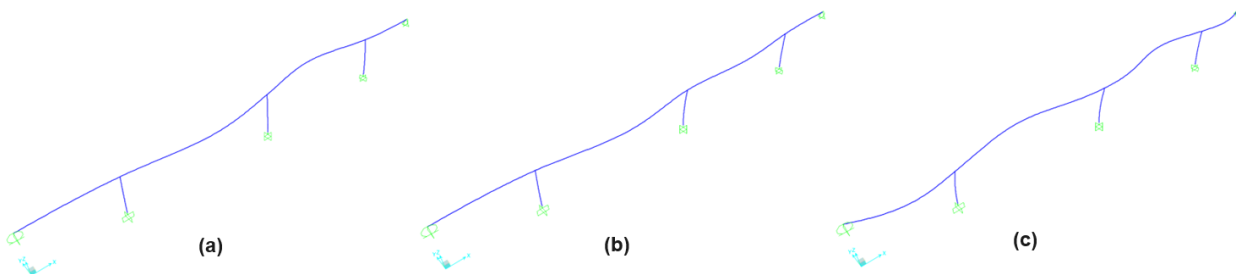
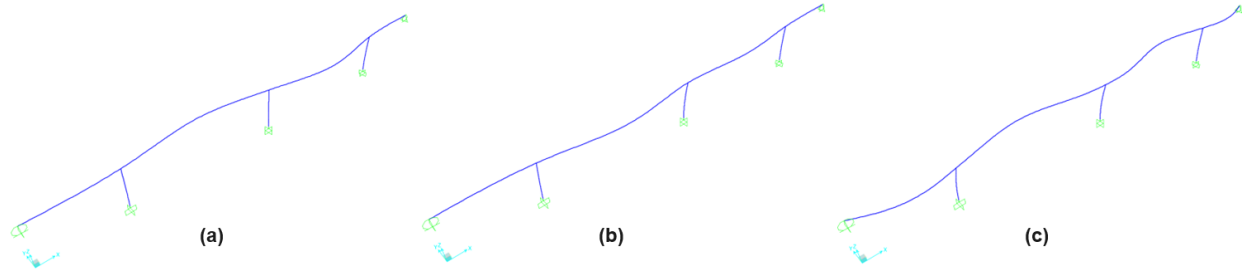


Figura 25

Formas modales del (a) modo 1, (b) modo 2 y (c) modo 8 del tercer escenario de daño.

**Tabla 14**

Dimensión fractal de las formas modales de cada escenario de daño.

Escenario	Modo 1		Modo 2		Modo 8	
	D	R ²	D	R ²	D	R ²
Sin Daño	0.9464	0.99	0.8949	0.96	1.1638	0.96
1	0.9432	0.97	0.9621	0.98	1.1606	0.96
2	0.9931	0.98	0.8765	0.96	1.1596	0.96
3	1.0153	0.97	0.9106	0.96	1.1619	0.96
4	0.9432	0.97	0.9636	0.98	1.1606	0.96
5	1.0146	0.98	0.9106	0.96	1.1620	0.96

5. Resultados y Discusión

Los resultados de la identificación del daño para cada escenario se presentan en la Figura 26, Figura 27, Figura 28, Figura 29 y Figura 30. En los Escenarios 1 y 2 (Figura 26 y Figura 27, respectivamente), dónde el daño corresponde a un detrimento en el centro de una única luz, se observa una capacidad parcial para identificar la posición y estimar la magnitud del daño. Los indicadores R_2 y R_3 logran identificar la posición del detrimento en uno de los dos elementos

afectados, mientras que R_1 atribuye el deterioro de uno de los elementos afectados a uno de los elementos colindantes. En general, se observa que los indicadores R_2 y R_3 presentan una tendencia a alertar falsos positivos, en la medida que se atribuyen pérdidas de rigidez a algunos elementos circundantes a los afectados y otras zonas usualmente ubicadas en cercanía de los estribos y conexiones tablero-pila. Por su parte, el indicador R_1 presenta menor sensibilidad considerando que un número menor de elementos supera el límite $\alpha_j = 0.05$. Inclusive, la baja sensibilidad de R_1 puede indicar proclividad a falsos negativos, cómo se observa en su incapacidad para ubicar el daño en uno de los dos elementos afectados. Según Yan et. al. (2007), la baja sensibilidad al daño de R_1 es acorde a lo encontrado en estudios anteriores. Inclusive, Yan et. al. (2007) recalcan que este comportamiento es típico en condiciones de daño similares a las expuestas en los escenarios propuestos, es decir, en situaciones tempranas de detrimento dónde α_j es cercano a cero. Con respecto al desempeño de R_2 y R_3 , los resultados concuerdan con lo explicado por Kim et. al. (2003), quienes manifiestan que involucrar formas modales implica una mayor sensibilidad al daño estructural.

Figura 26

Resultados de identificación del daño en el Escenario 1.

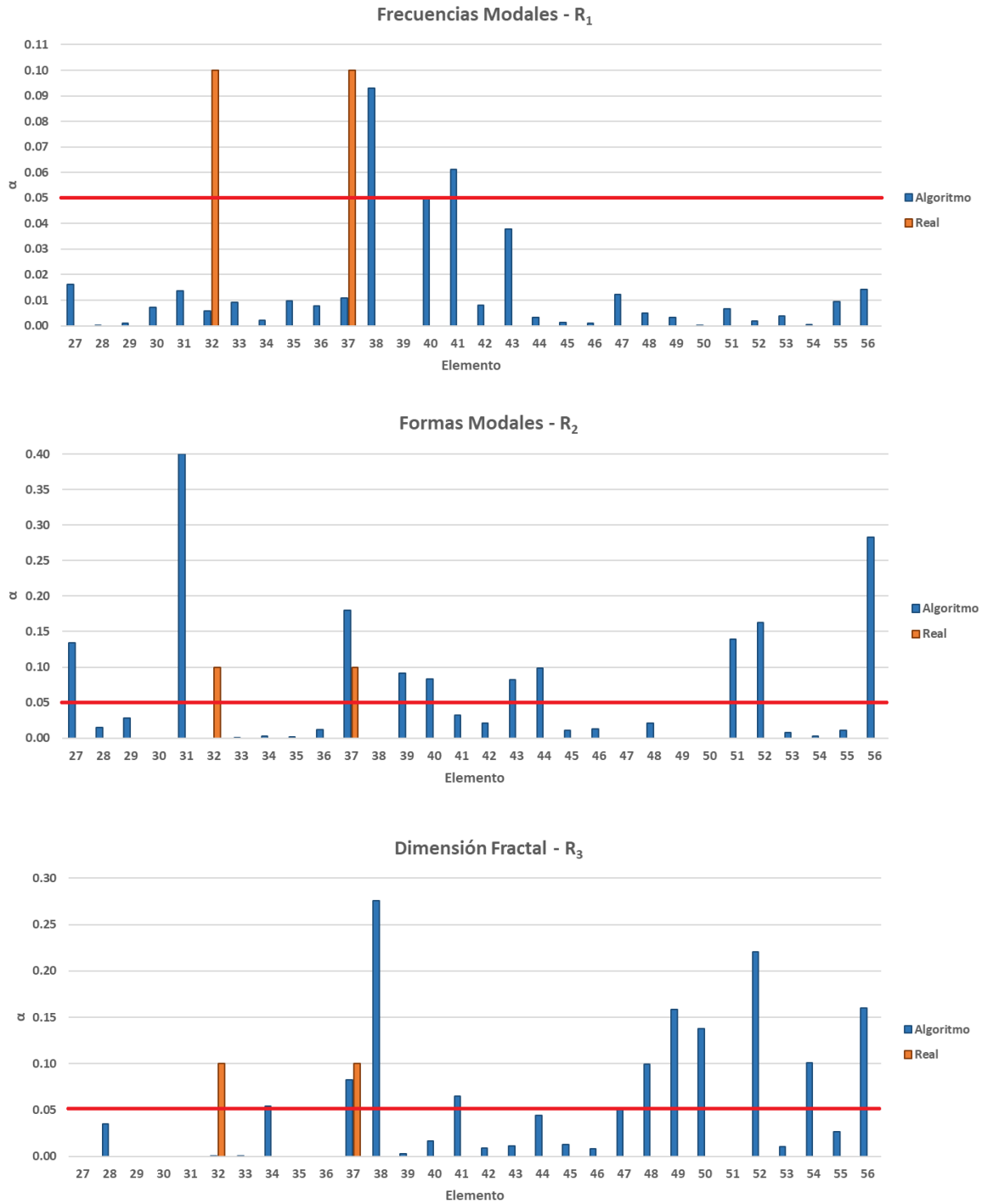
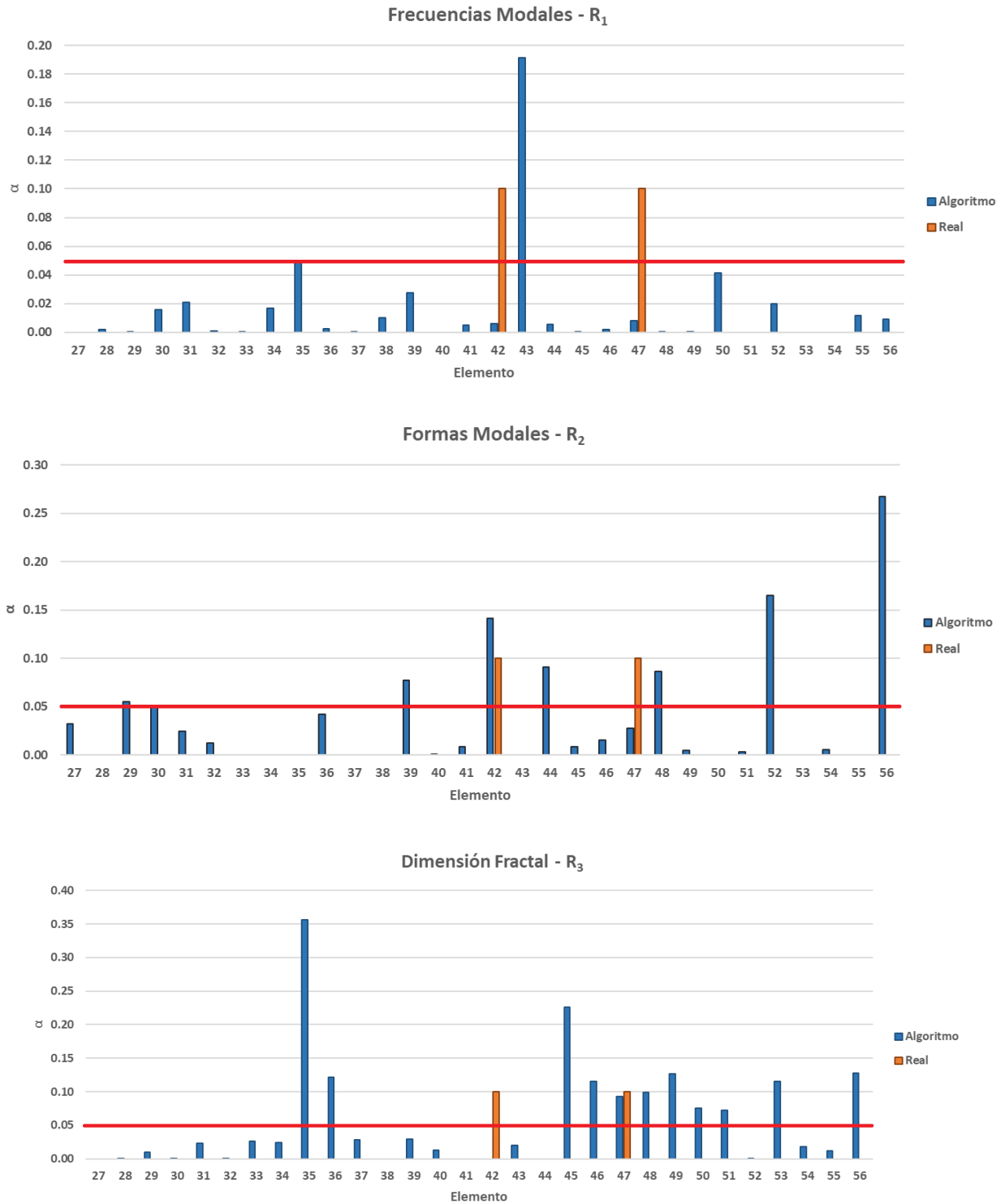


Figura 27

Resultados de identificación del daño en el Escenario 2.



Si se analizan únicamente los elementos deteriorados, se encuentra que el indicador R_3 logra calcular los valores correspondientes de α_j con mayor exactitud. En el Escenario 1, R_1 no permite identificar ninguno de los dos elementos afectados. Por su parte, aunque R_2 y R_3 logran identificar la posición del detrimento en uno de los dos elementos afectados, R_3 atribuye un valor de α_j con una diferencia del 17.7% con respecto al valor real, mientras que con el uso de R_2 la diferencia es del 80.2%. Con respecto al Escenario 2, se encuentra una situación similar. Al involucrar R_1 no se detecta ninguno de los dos elementos afectados; en cambio, R_2 y R_3 señalan daño estructural en uno de los elementos afectados. Sin embargo, en este caso, la diferencia del parámetro α_j obtenido con respecto al valor real es del 41.3% y 6.8% si se involucra el indicador R_2 y R_3 , respectivamente. La superioridad del indicador R_3 puede atribuirse a dos factores. En primera instancia, el uso de la dimensión fractal ofrece un mecanismo efectivo de cuantificación de la pérdida de rigidez sobre los elementos con detrimento. Si bien se han encontrado resultados similares empleando otras aproximaciones de la dimensión fractal, investigaciones previas sugieren que el uso del análisis fractal es efectivo para escenarios dónde el daño ocurre en uno o múltiples puntos de la estructura (Li et. al. 2011). En segundo lugar, la combinación de expresiones residuales con diferentes criterios de búsqueda (uno basado en las frecuencias modales y el otro en la dimensión fractal) permiten aprovechar las ventajas intrínsecas a cada criterio (Huang et. al., 2019).

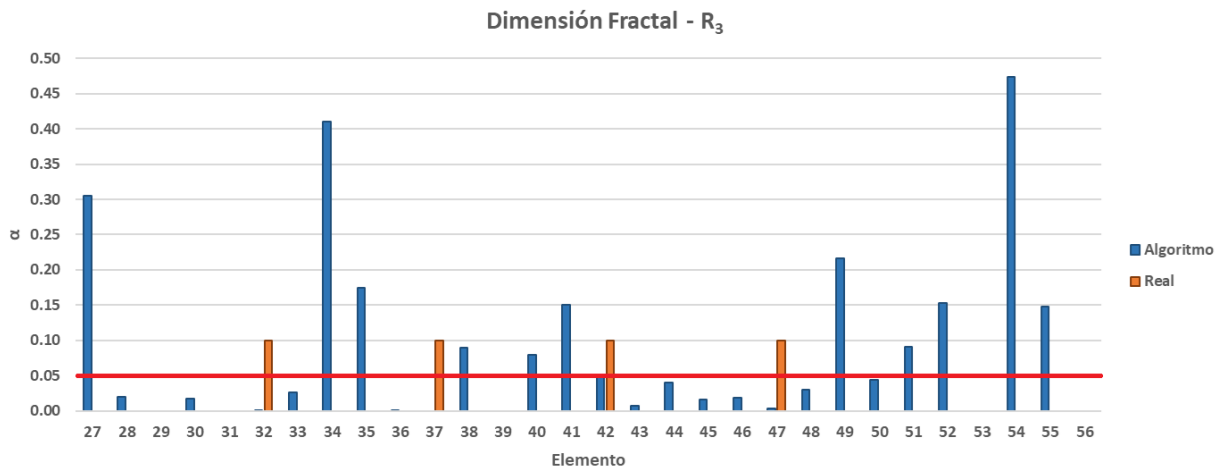
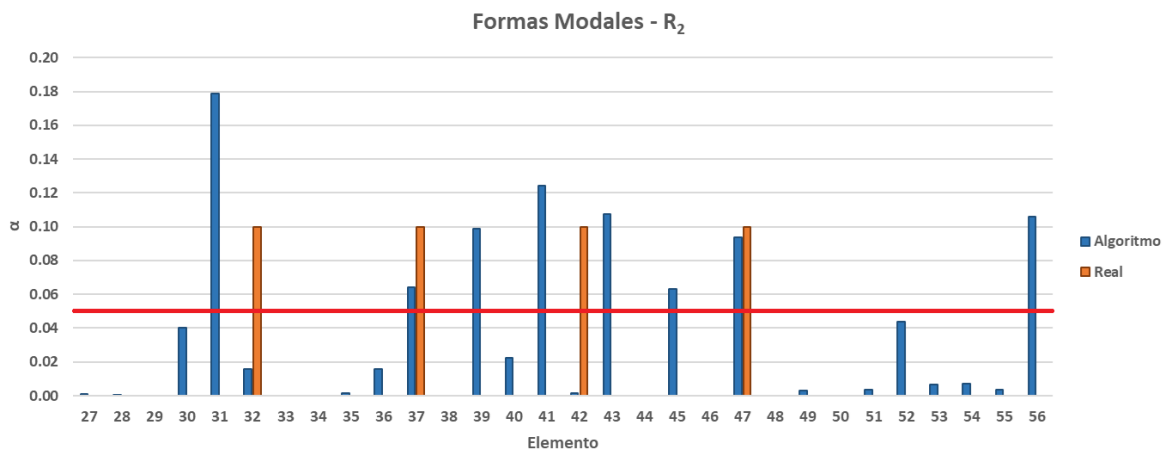
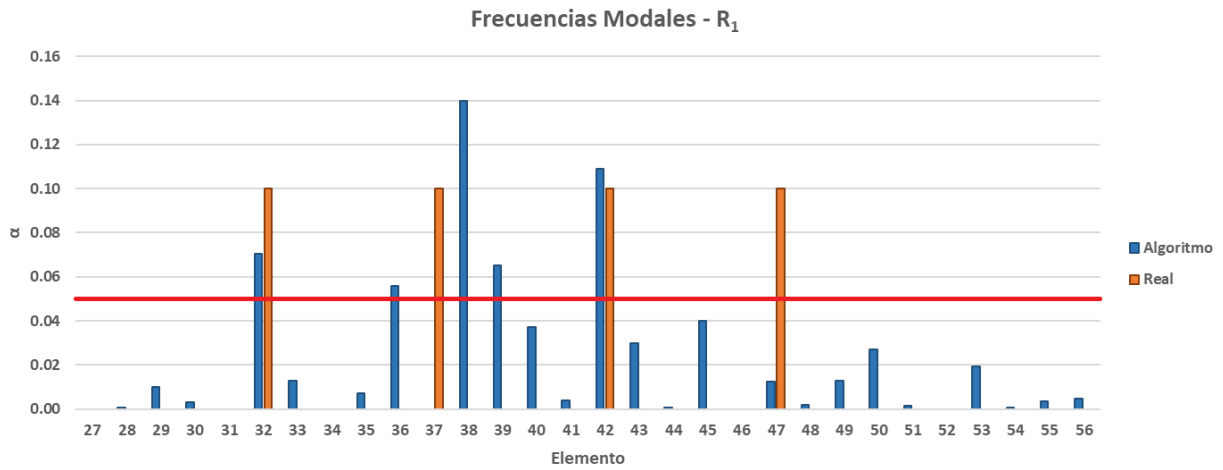
Los resultados registrados en la Figura 28 (Escenario 3) evidencian un comportamiento similar. Tanto R_2 como R_3 continúan manifestando una alta sensibilidad al daño, lo que implica el reporte de múltiples falsos negativos. Si bien R_2 logra identificar la pérdida de rigidez en dos de los cuatro elementos afectados, R_3 no logra identificarla en ninguno. Este comportamiento

representa una desmejora con respecto al desempeño evidenciado en los primeros dos escenarios. El declive en el desempeño puede atribuirse a la presencia de más elementos con daño simultáneo, factor que dificulta el proceso de búsqueda por parte del SADE. Sin embargo, a comparación de lo observado en el Escenario 1 y 2, R_1 logra identificar la posición del daño en dos de los cuatro elementos afectados. Con respecto a los dos elementos restantes, R_1 no logra ubicar el detrimento en uno de los elementos afectados, mientras que en el restante se ubica en uno de los elementos colindantes. Contrario a lo observado en R_2 y R_3 , R_1 demuestra una mejoría a pesar del incremento en la complejidad del problema de identificación del daño. Estos resultados reflejan la necesidad de evaluar nuevos escenarios en investigaciones futuras con el fin de garantizar que el desempeño de R_3 sea satisfactorio en casos de mayor complejidad.

Dentro del contexto SHM, el desempeño de cada indicador supone ciertas ventajas y desventajas. Para el caso de R_1 , la baja sensibilidad al daño permite evitar el reporte de falsas alarmas, lo que implica una reducción de costos asociados a inspecciones preventivas sobre las zonas del puente presuntamente afectadas. No obstante, en el caso de un detrimento real en etapas tempranas, es posible que R_1 no identifique la ocurrencia de daño. Por ende, la no detección de los elementos afectados puede conllevar al empeoramiento del daño y comprometer la estabilidad del puente. Por otro lado, la tendencia de R_2 y R_3 al reporte de falsos positivos puede implicar sobrecostos en campañas de inspección sobre elementos sanos. Sin embargo, a modo de ventaja, existe una mayor probabilidad de detectar el daño, inclusive en etapas tempranas.

Figura 28

Resultados de identificación del daño en el Escenario 3.



La Figura 29 y Figura 30 evidencian los resultados para el Escenario 4 y 5 respectivamente, es decir, para aquellos escenarios con simulación artificial de ruido experimental. Los resultados indican una desmejora en el desempeño del indicador R_1 que se materializa en la detección de daño en elementos incorrectos, mientras que los que exhiben un daño real son clasificados como sanos. En efecto, la presencia del ruido exagera la proclividad de R_1 a identificar falsos negativos, comportamiento que fue identificado en escenarios previos. En cambio, tanto R_2 como R_3 logran reconocer la existencia de daño en la mayoría de los elementos afectados. La superioridad en el desempeño de R_2 sobre R_1 resulta contraria a lo expuesto por Maity y Tripathy (2005), quienes argumentan que el error experimental tiene una incidencia menor sobre procesos de monitoreo fundamentados en frecuencias modales. No obstante, los hallazgos exhiben mayor similitud con lo mencionado por Mishra et. al. (2019) considerando que la presencia de pequeñas variaciones en las frecuencias modales a raíz del ruido simulado ocasionó cambios significativos en el escenario de daño detectado. Por su parte, la superioridad del indicador R_3 con respecto a R_1 es acorde al comportamiento identificado por Au et. al. (2003), dónde la combinación de expresiones residuales para conformar una única función objetivo mejora la capacidad de detección del daño en presencia de ruido experimental. En este caso, R_3 propone un criterio de búsqueda que aprovecha la sensibilidad al daño característica de un indicador fundamentado en la dimensión fractal, lo que permite superar algunas de las dificultades asociadas a emplear únicamente las frecuencias modales (R_1) como criterio SHM. Sin embargo, la tendencia de R_2 y R_3 a identificar falsos positivos es congruente con los resultados previamente discutidos. A pesar de la presencia del ruido, el desempeño de R_2 y R_3 exhibe un comportamiento semejante a lo observado en los demás escenarios.

Un argumento adicional que explica la superioridad de R_3 con respecto a R_1 corresponde al uso de la dimensión fractal. Conforme a lo sustentado por Li et. al. (2011), el uso de la dimensión fractal en aplicaciones SHM permite incrementar la robustez ante el ruido experimental. Como se observa en los resultados, a pesar de involucrar cierta contaminación aleatoria a los datos de entrada, el desempeño de R_3 no presenta cambios apreciables con respecto a los escenarios anteriores. No obstante, R_1 evidencia una desmejora perceptible. Estos resultados sustentan la capacidad de la dimensión fractal de las formas modales de aportar una evaluación del daño con resultados semejantes cuando el nivel de ruido es bajo. Si se compara con R_2 , el uso de la dimensión fractal (R_3) permite un cálculo de mayor exactitud de los parámetros α_j de los elementos afectados. En el Escenario 4, R_3 identifica el daño en uno de los dos elementos afectados, evidenciando una discrepancia del 28% con respecto al valor real de α_j . Por su parte, si bien R_2 también logra identificar el daño en uno de los dos elementos, atribuye un valor de α_j un 105% superior al esperado. En el Escenario 5, R_3 logra identificar el daño en tres de los cuatro elementos con detrimento, mientras que R_2 únicamente en dos. En efecto, el uso de la dimensión fractal en conjunto con las frecuencias modales ofrecen la identificación de escenarios de daño más cercanos a los reales a comparación de utilizar las formas modales como único criterio de búsqueda. Nuevamente se evidencia congruencia con lo reportado por Au et. al. (2003) y Li et. al. (2011), quienes argumentan que el uso de la dimensión fractal y su combinación con otro criterio de detección permiten ofrecer procesos de monitoreo de mayor exactitud y robustez ante el ruido experimental. Investigaciones futuras pueden incrementar los niveles de ruido ρ^ω y ρ^ϕ con el fin de evaluar el desempeño de R_3 cuando la incidencia del ruido es superior.

Figura 29

Resultados de identificación del daño en el Escenario 4.

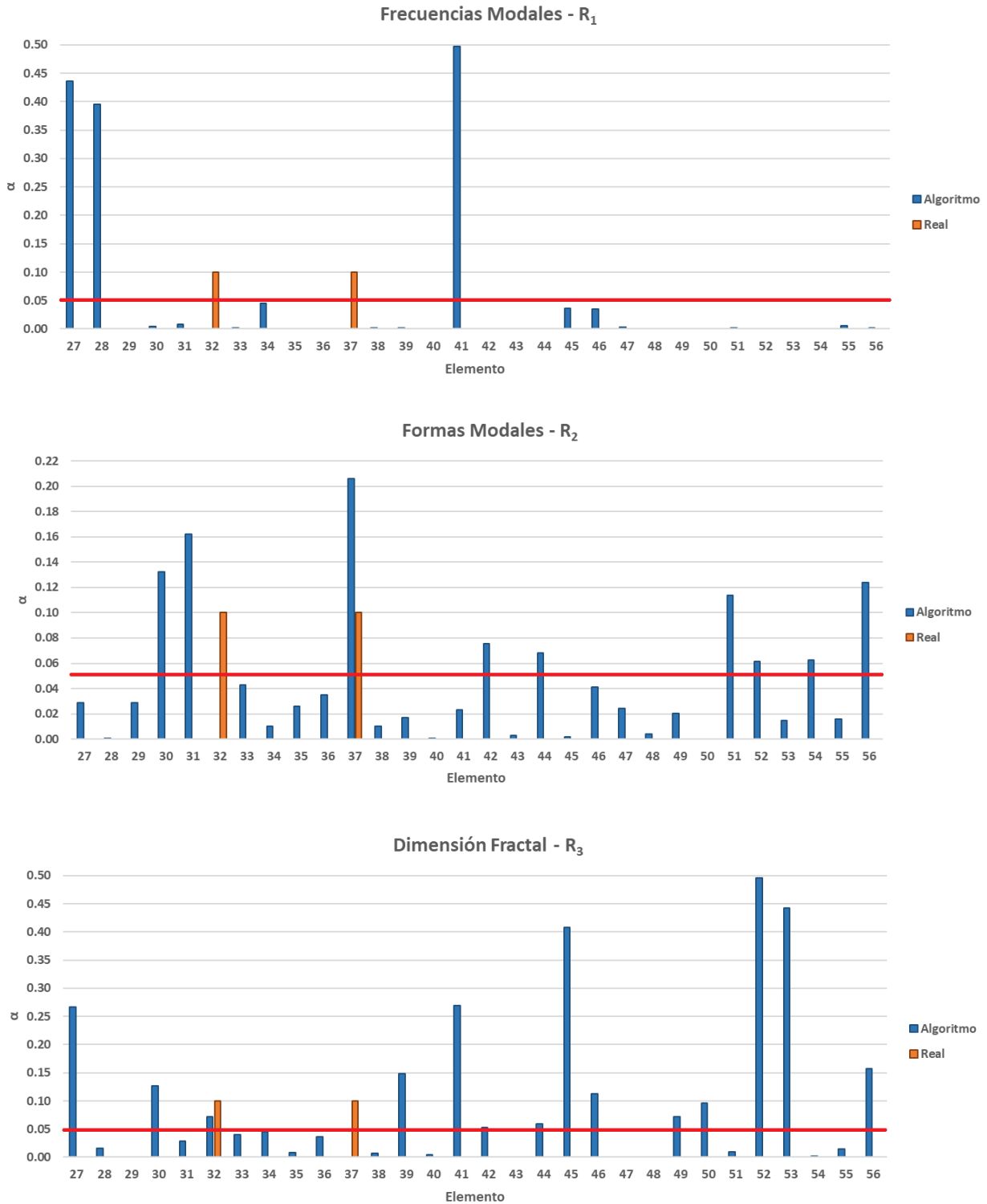
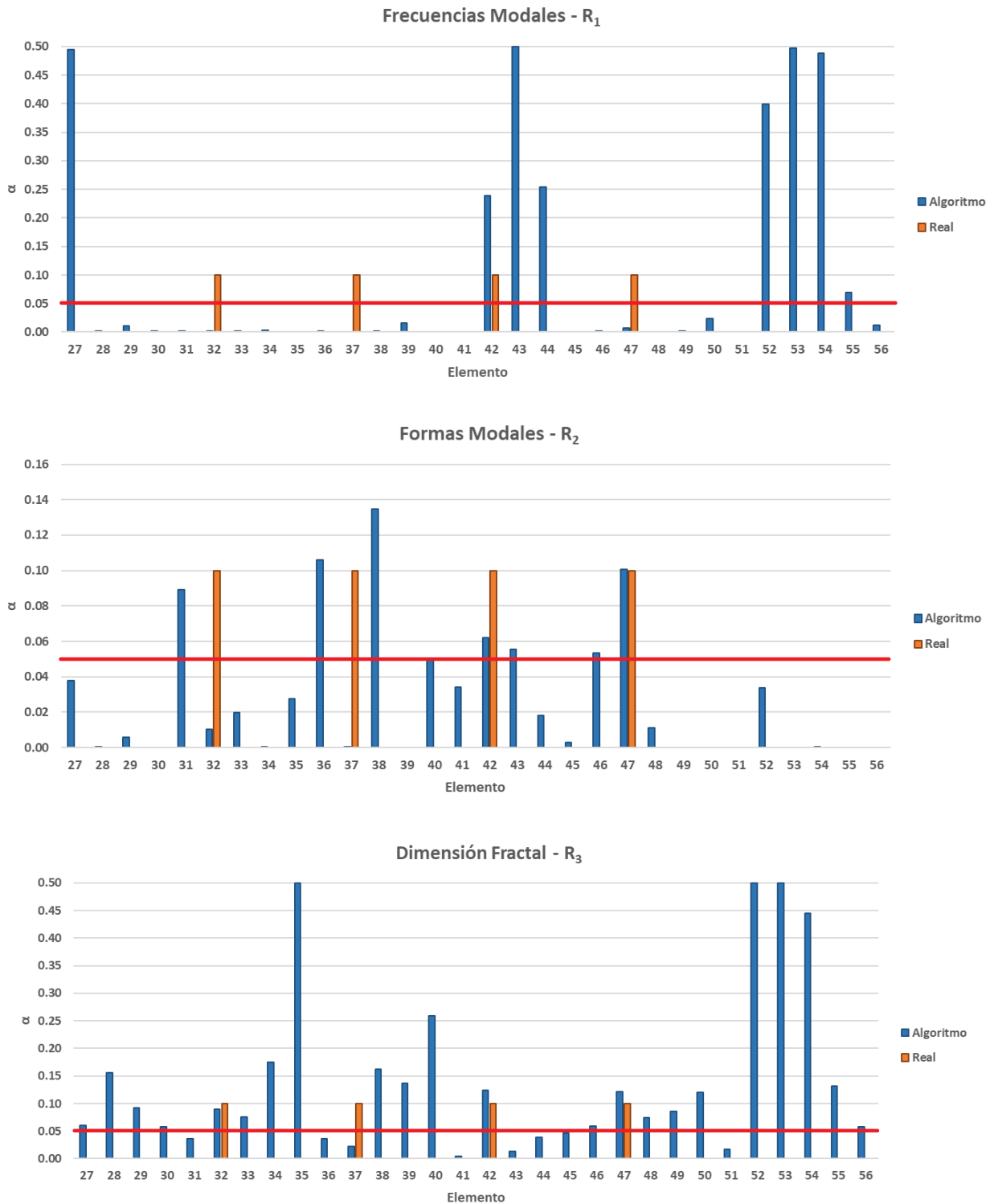


Figura 30

Resultados de identificación del daño en el Escenario 5.



Cabe resaltar que, a pesar de la capacidad de los indicadores para ubicar la posición de los elementos afectados, se encontró dificultad en estimar los valores exactos de α_j , independiente del escenario de daño. Para el caso de los Escenarios 4 y 5, las discrepancias pueden atribuirse al ruido experimental. Considerando que ante la presencia del ruido los parámetros modales sufren cierto porcentaje de distorsión, es razonable que el SADE converja hacia un escenario de daño irreal que también minimiza los indicadores correspondientes. Este comportamiento es congruente con lo reportado por Perera y Torres (2006) y Wei et. al. (2018), dónde la presencia del ruido indujo discrepancias sobre los valores reales de los parámetros α_j calculados. En segundo lugar, es probable que el desempeño del SADE se vea afectado a raíz de la ocurrencia de convergencia prematura. Esta observación se soporta en los hallazgos presentados por Wei et. al. (2018), dónde la capacidad de identificación del daño de un algoritmo metaheurístico puede verse comprometida a raíz del estancamiento en óptimos locales. Con el fin de mejorar la calidad de los resultados, se recomienda reevaluar con rangos ajustados del factor ponderado de mutación (F) y de la tasa de recombinación (CR), así como involucrar técnicas alternativas de optimización metaheurística.

Por otra parte, las curvas de convergencia para las mejores simulaciones empleando cada indicador se visualizan en la Figura 31, Figura 32 y Figura 33. Como se observa en las figuras, en aproximadamente 80 iteraciones se detienen los cambios significativos en la magnitud de R_1 y R_2 . Por su parte, el indicador R_3 requiere de aproximadamente 160 iteraciones para que el decrecimiento en su magnitud sea imperceptible. Estos hallazgos evidencian una convergencia más rápida en los indicadores R_1 y R_2 con respecto al indicador R_3 , independiente del escenario de daño. En efecto, considerando que el indicador R_3 necesita de un número mayor de iteraciones para alcanzar la convergencia del SADE, se observa la necesidad de invertir un tiempo de cómputo superior para la identificación del daño. Dado que R_3 se conforma a partir de la combinación de

dos expresiones residuales que deben ser minimizadas (una a partir de la dimensión fractal y la otra a partir de las frecuencias modales), es razonable que el algoritmo de optimización requiera de un número superior de iteraciones para encontrar aquel escenario de daño que reduzca ambas expresiones al mínimo. Por ende, en términos de velocidad, los indicadores R_1 y R_2 exhiben un desempeño superior a R_3 en la medida que permiten evaluar el daño en un tiempo de simulación inferior. Estas observaciones son acordes a lo registrado por Jung y Kim (2013), cuyos resultados indican una convergencia más rápida en los indicadores de daño individuales a comparación de funciones objetivo que combinan dos o más criterios. Estos resultados evidencian una condición que puede dificultar la aplicación del indicador cuando los modelos FEM empleados impliquen una discretización de mayor complejidad o la metodología de análisis dinámico sea de una mayor exigencia computacional.

Figura 31

Curvas de convergencia para el indicador de daño R_1 .

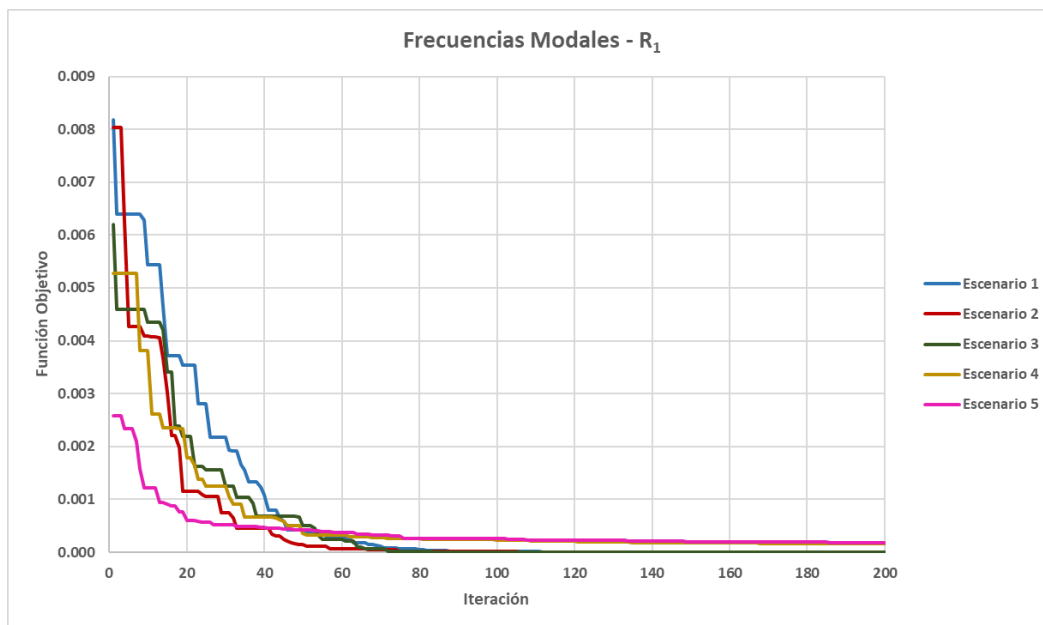


Figura 32

Curvas de convergencia para el indicador de daño R_2 .

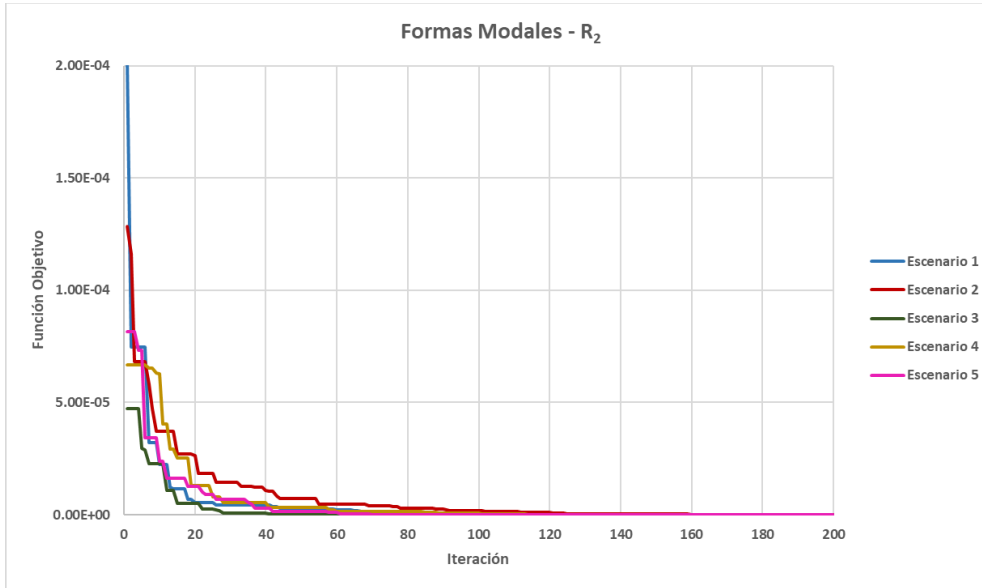
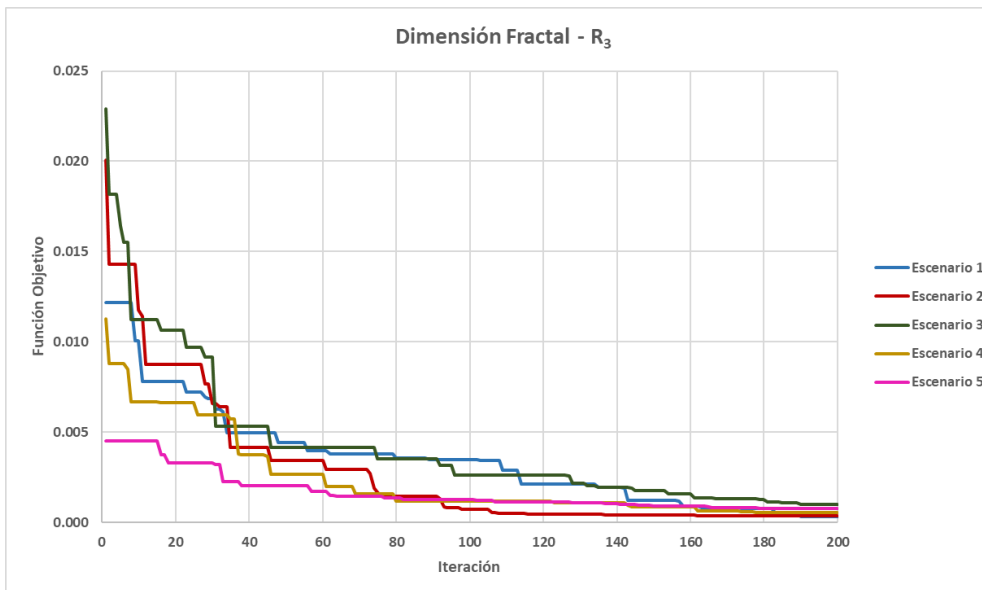


Figura 33

Curvas de convergencia para el indicador de daño R_3 .



6. Impacto

El análisis de impactos contemplados del proyecto se presenta en la Tabla 15. Cada impacto se presenta con un plazo esperado e indicadores de medición. El plazo indica el número de años, después de finalizado el proyecto, en los que se proyecta materializar el impacto (corto de 1 a 4, mediano de 5 a 9, largo 10 o más). Por su parte, los indicadores de medición establecen mecanismos cuantitativos y cualitativos para valorar la significancia del impacto.

Tabla 15

Impactos esperados del proyecto de investigación.

Impacto 1	
Descripción	Divulgar el conocimiento científico producido en el grupo de investigación INME.
Plazo	Corto
Indicadores	<ul style="list-style-type: none"> • Publicación de una ponencia en congreso académico. • Publicación de informe final en repositorio de la Universidad Industrial de Santander. • Número de citas de los productos de divulgación en la literatura científica.
Impacto 2	
Descripción	Promover el desarrollo de nuevos proyectos de investigación a nivel institucional, nacional o internacional relacionados con la evaluación del daño en puentes viga cajón.
Plazo	Mediano
Indicador	<ul style="list-style-type: none"> • Número de proyectos de investigación en el área de estudio que citen los productos de divulgación.

Impacto 3	
Descripción	Aplicación de la herramienta computacional desarrollada, que se cataloga dentro del marco de tecnologías convergentes e industrias 4.0, en el sector de la ingeniería de puentes nacional o internacional.
Plazo	Largo
Indicador	<ul style="list-style-type: none"> • Número de proyectos de monitoreo de puentes viga cajón que involucren la herramienta desarrollada.
Impacto 4	
Descripción	Contribuir a las iniciativas gubernamentales de fortalecimiento de la Ciencia, Tecnología e Innovación (CTeI) en instituciones públicas de educación superior en pro de los Objetivos de Desarrollo Sostenible (ODS). Se aporta en el noveno objetivo (Industria, Innovación e Infraestructuras).
Plazo	Corto
Indicador	<ul style="list-style-type: none"> • Publicación de una ponencia en congreso académico.

7. Conclusiones

El monitoreo de la salud estructural (SHM) de puentes viga cajón es de crucial importancia para salvaguardar la vida humana y garantizar un nivel de servicio adecuado. No obstante, la coyuntura legal, económica y las dificultades técnicas para implementar exitosamente técnicas SHM en Colombia evidencian la necesidad de iniciativas de investigación para la propuesta de metodologías superiores. La presente investigación propone el uso del análisis fractal como una aproximación novedosa para el monitoreo del daño estructural en puentes viga cajón. En particular, se propone un indicador de daño que combina una expresión residual fundamentada en la

dimensión fractal de las formas modales, calculadas a partir del método MCBB, y las frecuencias modales. En resumen, se implementa un código en MATLAB® que recibe los parámetros modales de un puente viga cajón con sospecha de daño y ejecuta la calibración de un modelo FEM en SAP2000® mediante el algoritmo de optimización SADE. La calibración se realiza mediante la minimización de un indicador de daño variando el porcentaje de pérdida uniforme de rigidez (α_j) de los elementos estructurales. El desempeño del indicador propuesto se compara con el de dos indicadores tradicionales, uno basado únicamente en las frecuencias modales y el otro en las formas modales. La metodología se emplea para la evaluación de un caso de estudio sintético basado en el puente Gómez Ortiz, localizado en Santander, Colombia. Para este propósito, se proponen cinco escenarios de daño, dos de ellos con contaminación artificial de los parámetros modales con ruido experimental.

Los resultados evidencian que el uso del indicador propuesto puede ofrecer una cuantificación de la pérdida de rigidez de mayor exactitud únicamente sobre los elementos afectados. No obstante, la alta sensibilidad al daño también implica una tendencia a señalar falsos positivos sobre elementos sanos. Estos factores conllevan a una validación parcial de la hipótesis de investigación. Si bien la caracterización del daño es más exacta sobre los elementos con detrimento, el indicador propuesto no debería señalar elementos sanos como dañados. En efecto, aunque el uso del indicador desarrollado conlleva a posibles sobrecostos en campañas de monitoreo en sitio por la alerta sobre elementos sin daño, su uso también demuestra mayor seguridad al evitar pasar por alto el reporte de elementos con detrimento. Cabe resaltar que estos resultados se obtienen en la evaluación de escenarios de daño en etapas tempranas, es decir, con valores de α_j del 10%. Por consiguiente, futuras investigaciones pueden evaluar el desempeño del indicador propuesto sobre escenarios con porcentajes de pérdida de rigidez superiores o una mayor

cantidad de elementos afectados. Con respecto a la incidencia del ruido experimental, el uso de la dimensión fractal permite ofrecer el mismo desempeño en la caracterización del daño a pesar de la contaminación de los datos de entrada. Sin embargo, considerando que se empleó un nivel de ruido del 5%, amerita el desarrollo de nuevas iniciativas de investigación que evalúen el desempeño del indicador con niveles de ruido más altos. Adicionalmente, los resultados demuestran que el indicador propuesto requiere de una mayor cantidad de iteraciones para el alcance de la convergencia, lo que implica tiempos de cómputo superiores. Futuros estudios pueden enfatizar en este aspecto y ampliar en la evaluación de modelos FEM con discretizaciones de mayor complejidad. Por último, considerando el carácter exclusivamente numérico de la investigación desarrollada, futuras iniciativas pueden vincular el desarrollo de pruebas experimentales para la obtención de la información modal.

Referencias Bibliográficas

- AASHTO. (2018). *The Manual for Bridge Evaluation* (3rd Ed.). Washington, D.C.
- AASHTO. (2020). *LRFD Bridge Design Specifications*. Washington, D.C.
- Ahmed, H., Manh La, H. & Gucunski, N. (2020). Review of Non-Destructive Civil Infrastructure Evaluation for Bridges: State-of-the-Art Robotic Platforms, Sensors and Algorithms. *Sensors*, 20(14), 3954. <https://doi.org/10.3390/s20143954>
- Alkayem, N.F., Cao, M., Zhang, Y., Bayat, M. & Su, Z. (2018). Structural damage detection using finite element model updating with evolutionary algorithms: a survey. *Neural Computing and Applications*, 30, 389-411. <https://doi.org/10.1007/s00521-017-3284-1>
- Anwar, A. & Adarsh, S. (2020). A Review on Fractal Analysis and its Applications in Structural Engineering. *International Conference on Materials, Mechanics and Structures 2020 (ICMMS2020)*, Calicut.
- Aria, M. & Cuccurullo, C. (2017). Bibliometrix: An R-tool for comprehensive science mapping analysis. *Journal of Informetrics*, 11(4), 959-975. <https://doi.org/10.1016/j.joi.2017.08.007>
- Au, F.T.K., Cheng, Y.S., Tham, L.G. & Bai, Z.Z. (2003). Structural Damage Detection Based on a Micro-Genetic Algorithm Using Incomplete and Noisy Modal Test Data. *Journal of Sound and Vibration*, 259(5), 1081-1094. <https://doi.org/10.1006/jsvi.2002.5116>
- Baba, S. & Kondoh, J. (2022). Damage evaluation of fixed beams at both ends for bridge health monitoring using a combination of a vibration sensor and a surface acoustic wave device. *Engineering Structures*, 262, 114323. <https://doi.org/10.1016/j.engstruct.2022.114323>

- Bagge, N., Nilimaa, J. & Elfgren, L. (2017). In-situ methods to determine residual prestress forces in concrete bridges. *Engineering Structures*, 135, 41-52.
<https://doi.org/10.1016/j.engstruct.2016.12.059>
- Bathe, K.J. & Wilson, E.L. (1976). *Numerical Methods in Finite Element Analysis*. Prentice Hall: Upper Saddle River.
- Bazant, Z.P., Hübner, M.H. & Yu, Q. (2011). Excessive Creep Deflections: An Awakening. *ACI Concrete International*, 33(8), 44-46
- Bazant, Z.P., Yu, G., Li, G.H., Klein, G.J. & Krístek, V. (2010). Excessive Deflections of Record-Span Prestressed Box Girder. *ACI Concrete International*, 32(6), 44-52.
- Begambre, O. & Laier, J.E. (2009). A hybrid Particle Swarm Optimization – Simplex algorithm (PSOS) for structural damage identification. *Advances in Engineering Software*, 40(9), 883-891. <https://doi.org/10.1016/j.advengsoft.2009.01.004>
- Botero, J.C. (2011). *Dinámica de estructuras: Sistemas de un grado de libertad*. Fondo Editorial Universidad EAFIT.
- Brest, J., Greiner, S., Boskovic, B., Mernik, M. & Zumer, V. (2006). Self-Adapting Control Parameters in Differential Evolution: A comparative Study on Numerical Benchmark Problems. *IEEE Transactions on Evolutionary Computation*, 10(6), 646-657.
<https://doi.org/10.1109/TEVC.2006.872133>
- Brownjohn, J., Au, S.K., Li, B. & Bassitt, J. (2017). Optimised ambient vibration testing of long span bridges. *Procedia Engineering*, 199, 38-47.
<https://doi.org/10.1016/j.proeng.2017.09.147>

- Cao, M., Ren, Q. & Qiao, P. (2006). Nondestructive Assessment of Reinforced Concrete Structures Based on Fractal Damage Characteristic Factors. *Journal of Engineering Mechanics*, 132(9), 924-931. [https://doi.org/10.1061/\(ASCE\)0733-9399\(2006\)132:9\(924\)](https://doi.org/10.1061/(ASCE)0733-9399(2006)132:9(924))
- Carrión, F.J., Lozano, A., Fabela, M.J., Vásquez, D. & Romero, J.A. (1999). Evaluación de puentes mediante el análisis de vibraciones: Investigaciones recientes. Instituto Mexicano del Transporte, Publicación Técnica No. 132.
- Cha, Y.J. & Buyukozturk, O. (2015). Structural Damage Detection Using Modal Strain Energy and Hybrid Multiobjective Optimization. *Computer-Aided Civil and Infrastructure Engineering*, 30(5), 347-358. <https://doi.org/10.1111/mice.12122>
- Chacín-Bonilla, L. (2012). Índice h: nuevo indicador bibliométrico. *Investigación Clínica*, 53(2), 219-222.
- Chandrashekar, M. & Ganguli, R. (2009). Damage assessment of structures with uncertainty by using mode-shape curvatures and fuzzy logic. *Journal of Sound and Vibration*, 326(3-5), 939-957. <https://doi.org/10.1016/j.jsv.2009.05.030>
- Chang, C.C., Chang, T.Y.P. & Zhang, Q.W. (2001). Ambient Vibration of Long-Span Cable-Stayed Bridge. *Journal of Bridge Engineering*, 6(1), 46-53. [https://doi.org/10.1061/\(ASCE\)1084-0702\(2001\)6:1\(46\)](https://doi.org/10.1061/(ASCE)1084-0702(2001)6:1(46))
- Chen, Z., Liu, Q. & Pan, C. (2023). Structural damage detection based on modal strain energy assurance criterion using adaptive region shrinkage assisted IGOA. *Structures*, 58, 105458. <https://doi.org/10.1016/j.istruc.2023.105458>
- Chopra, A.K. (2014). *Dinámica de estructuras* (4ta ed.). Pearson.
- CSI Spain. (2023). SAP2000 (Versión 25.0.0). [Software] Recuperado de <https://www.csiespana.com/software-versions/2/sap2000#>

- CSI. (2016). SAP2000 ® Version 19: CSI Analysis Reference Manual. Berkeley, USA.
Recuperado de <https://docs.csiamerica.com/manuals/sap2000/CSiRefer.pdf>
- Cury, A., Cremona, C. & Dumoulin, J. (2012). Long-term monitoring of a PSC box girder bridge: Operational modal analysis, data normalization and structural modification assessment. *Mechanical Systems and Signal Processing*, 33, 13-37.
<https://doi.org/10.1016/j.ymsp.2012.07.005>
- De Maio, U., Greco, F., Leonetti, L., Blasi, P.N. & Pranno, A. (2022). A cohesive fracture model for predicting crack spacing and crack width in reinforced concrete structures. *Engineering Failure Analysis*, 139, 106452. <https://doi.org/10.1016/j.engfailanal.2022.106452>
- Di Matteo, A., Fiandaca, D. & Pirrotta, A. (2022) Smartphone-based bridge monitoring through vehicle-bridge interaction: analysis and experimental assessment. *Journal of Civil Structural Health Monitoring*, 12,1329-1342. <https://doi.org/10.1007/s13349-022-00593-1>
- Diao, K., Butler, D. & Ulanicki, B. (2017). Fractality in water distribution networks. En 15th Computing and Control for the Water Industry (CCWI), Sheffield, England.
- Ding, Z., Li, J. & Hao, H. (2020). Non-probabilistic method to consider uncertainties in structural damage identification based on Hybrid Jaya and Tree Seeds Algorithm. *Engineering Structures*, 220, 110925. <https://doi.org/10.1016/j.engstruct.2020.110925>
- Dirección General de Carreteras. (1999). Recomendaciones para la realización de pruebas de carga de recepción en puentes de carretera. Centro de Publicaciones.
- Du, D.C., Vinh, H.H., Trung, V.D., Hong Quyen, N.T. & Trung, N.T. (2017). Efficiency of Jaya algorithm for solving the optimization-based structural damage identification problem based on a hybrid objective function. *Engineering Optimization*, 50(8), 1233-1251.
<https://doi.org/10.1080/0305215X.2017.1367392>

- Ebrahimkhanlou, A., Athanasiou, A., Hrynyk, T.D., Bayrak, O. & Salamone, S. (2019). Fractal and Multifractal Analysis of Crack Patterns in Prestressed Concrete Girders. *Journal of Bridge Engineering*, 24(7), 04019059. [https://doi.org/10.1061/\(ASCE\)BE.1943-5592.0001427](https://doi.org/10.1061/(ASCE)BE.1943-5592.0001427)
- Edgar, G. (2008). *Measure, topology and fractal geometry*. Springer.
- Ewins, D.J. (2001). *Encyclopedia of Vibration*. Elsevier. <https://www.sciencedirect.com/referencework/9780122270857/encyclopedia-of-vibration>
- Falagas, M.E., Pitsouni, E.I., Malietzis, G.A. & Pappas, G. (2008). Comparison of PubMed, Scopus, Web of Science, and Google Scholar: strengths and weaknesses. *The FASEB Journal*, 22(2), 338-342. <https://doi.org/10.1096/fj.07-9492LSF>
- Falconer, K. (1990). *Fractal Geometry: Mathematical foundations and applications*. Wiley.
- Falconer, K. (1997). *Techniques in fractal geometry*. Wiley.
- Farrar, C.R. & Worden, K. (2007). An introduction to structural health monitoring. *Philosophical Transactions of the Royal Society A*, 365(1851), 303-315. <https://doi.org/10.1098/rsta.2006.1928>
- Fernández-Martínez, M. & Sánchez-Granero, M.A. (2015). How to calculate the Hausdorff dimension using fractal structures. *Applied Mathematics and Computation*, 264, 116-131. <https://doi.org/10.1016/j.amc.2015.04.059>
- Gan, L., Xu, W., Shen, Z., Xu, L., Zhang, W., Zhang, H., Abbas, A. & Chen, G. (2023). Experimental and numerical investigations on damage evolution of concrete under sulfate attack and freeze-thaw cycles. *Journal of Building Engineering*, 71, 106469. <https://doi.org/10.1016/j.job.2023.106469>
- García, L.E. (1998). *Dinámica Estructural Aplicada al Diseño Sísmico*. Universidad de los Andes.

- Gastineau, A., Johnson, T. & Shultz, A. (2009). Bridge Health Monitoring and Inspections – A Survey of Methods. Minnesota Department of Transportation.
- Ghannadiasl, A. & Ghaemifard, S. (2022). Crack detection of the cantilever beam using new triple hybrid algorithms based on Particle Swarm Optimization. *Frontiers of Structural and Civil Engineering*, 16, 1127-1140. <https://doi.org/10.1007/s11709-022-0838-9>
- Gneiting, T., Sevcikova, H. & Percival, D.B. (2012). Estimators of Fractal Dimension: Assessing the Roughness of Time Series and Spatial Data. *Statistical Science*, 27(2), 247-277. <https://doi.org/10.48550/arXiv.1101.1444>
- Gómez, I., Maldonado, E. & Chio, G. (2010). Pruebas de Vibración Ambiental en Puentes. *UIS Ingenierías*, 9(1), 55-68.
- Gong, F., Li, Y., Zhao, D. & Zhang, L. (2020). A Deterministic Box-covering Algorithm for Fractal Dimension Calculation of Complex Networks. En 2020 IEEE 9th Data Driven Control and Learning Systems Conference (DDCLS), Liuzhou, China. <https://doi.org/10.1109/DDCLS49620.2020.9275236>
- Graybeal, B.A., Phares, B.M., Rolander, D.D., Moore, M. & Washer, G. (2002). Visual Inspection of Highway Bridges. *Journal of Nondestructive Evaluation*, 21, 67-83. <https://doi.org/10.1023/A:1022508121821>
- Hadjileontiadis, L.J. & Douka, E. (2007). Crack detection in plates using fractal dimension. *Engineering Structures*, 29(7), 1612-1625. <https://doi.org/10.1016/j.engstruct.2006.09.016>
- Hadjileontiadis, L.J., Douka, E. & Trochidis, A. (2005). Fractal dimension analysis for crack identification in beam structures. *Mechanical Systems and Signal Processing*, 19(3), 659-674. <https://doi.org/10.1016/j.ymsp.2004.03.005>

- Hamed, E. & Frostig, Y. (2006). Natural frequencies of bonded and unbonded prestressed beams- prestress force effects. *Journal of Sound and Vibration*, 295(1-2), 28-39.
<https://doi.org/10.1016/j.jsv.2005.11.032>
- Helal, J., Sofi, M. & Mendis, P. (2015). Non-Destructive Testing of Concrete: A Review of Methods. *Electronic Journal of Structural Engineering*, 14(1), 97-105.
<https://doi.org/10.56748/ejse.141931>
- Hernández-Sierra, W.A., Viviescas, A. & Riveros-Jerez, C.A. (2021). Caracterización dinámica de puentes de grandes luces de sección viga cajón construidos por voladizos sucesivos. *Scientia et Technica*, 26 (3), 354-370. <https://doi.org/10.22517/23447214.24311>
- Hirsch, J. (2005). An index to quantify an individual's scientific research output. *PNAS*, 102(46), 16569-16572. <https://doi.org/10.1073/pnas.0507655102>.
- Huang, M., Lei, Y. & Cheng, S. (2019). Damage identification of bridge structure considering temperature variations based on particle swarm optimization – cuckoo search algorithm. *Advances in Structural Engineering*, 22(15), 3263-3276.
<https://doi.org/10.1177/1369433219861728>
- Huang, M., Lei, Y., Li, X. & Gu, J. (2020). Damage Identification of Bridge Structures Considering Temperature Variations-Based SVM and MFO. *Journal of Aerospace Engineering*, 34(2), 04020113. [https://doi.org/10.1061/\(ASCE\)AS.1943-5525.0001225](https://doi.org/10.1061/(ASCE)AS.1943-5525.0001225)
- Huang, Y., Li, H., Wu, S. & Yang, Y. (2018). Fractal dimensión based damage identification incorporating multi-task sparse Bayesian learning. *Smart Materials and Structures*, 27, 075020. <https://doi.org/10.1088/1361-665X/aac248>
- IAEA. (2002). Guidebook on non-destructive testing of concrete structures. Vienna, Austria.

- Ichi, E. & Dorafshan, S. (2022). Effectiveness of infrared thermography for delamination detection in reinforced concrete bridge decks. *Automation in Construction*, 142, 104523. <https://doi.org/10.1016/j.autcon.2022.104523>
- INVIAS (Diciembre 16 de 2016). Puentes. Plataforma Nacional de Datos Abiertos en Colombia. https://www.datos.gov.co/Transporte/Puentes/qynb-gxuq/about_data
- INVIAS (Septiembre 28 de 2020). Inventario de Puentes – Red Nacional de Carreteras. INVIAS. <https://www.invias.gov.co/index.php/inventario-de-puentes-red-nacional-de-carreteras>
- INVIAS. (2015). Norma Colombiana de Diseño de Puentes CCP-14. Ministerio de Transporte.
- Jankú, M., Cikrle, P., Grosek, J., Anton, O. & Stryk, J. (2019). Comparison of infrared thermography, ground-penetrating radar and ultrasonic pulse echo for detecting delaminations in concrete bridges. *Construction and Building Materials*, 225, 1098-1111. <https://doi.org/10.1016/j.conbuildmat.2019.07.320>
- Jaramillo, A. & Saldarriaga, J. (2023). Fractal Analysis of the Optimal Hydraulic Gradient Surface in Water Distribution Networks. *Journal of Water Resources Planning and Management*, 149(1), 04022074. [https://doi.org/10.1061/\(ASCE\)WR.1943-5452.0001608](https://doi.org/10.1061/(ASCE)WR.1943-5452.0001608)
- Jaramillo, A. (2020). Análisis de la geometría fractal de la superficie óptima de presiones en el diseño optimizado de redes de distribución de agua potable. Universidad de los Andes.
- Jaramillo, A. (2023). Evaluación de la salud estructural de puentes viga cajón empleando un indicador de daño basado en el análisis fractal de las formas modales. Propuesta de Investigación, Universidad Industrial de Santander.
- Jian-Hua, L., Bo-Ming, Y. & Ming-Qing, Z. (2009). A Model for Fractal Dimension of Rough Surfaces. *Chinese Physics Letters*, 26(11), 116101. <https://doi.org/10.1088/0256-307X/26/11/116101>

- Jung, D.-S. & Kim, C.-Y. (2013). Finite element model updating on small-scale bridge model using the hybrid genetic algorithm. *Structure and Infrastructure Engineering*, 9(5), 481-495. <https://doi.org/10.1080/15732479.2011.564635>
- Kaveh, A. & Dadras, A. (2018). Structural damage identification using an enhanced thermal exchange optimization algorithm. *Engineering Optimization*, 50(3), 430-451. <https://doi.org/10.1080/0305215X.2017.1318872>
- Khaji, N., Shafiei, M. & Jalalpour, M. (2009). Closed-form solutions for crack detection problem of Timoshenko beams with various boundary conditions. *International Journal of Mechanical Sciences*, 51(9-10), 667-681. <https://doi.org/10.1016/j.ijmecsci.2009.07.004>
- Kim, J.S., Goh, K.I., Kahng, B. & Kim, D. (2007). A box-covering algorithm for fractal scaling in scale-free networks. *Chaos*, 17(2), 026116. <https://doi.org/10.1063/1.2737827>
- Kim, J.-T., Ryu, Y.-S., Cho, H.-M. & Stubbs, N. (2003). Damage identification in beam-type structures: frequency-based method vs mode-shape-based method. *Engineering Structures*, 25(1), 57-67. [https://doi.org/10.1016/S0141-0296\(02\)00118-9](https://doi.org/10.1016/S0141-0296(02)00118-9)
- Kitsak, M., Havlin, S., Paul, G., Riccaboni, M., Pammolli, F. & Stanley, H.E. (2007). Betweenness centrality of fractal and nonfractal scale-free model networks and tests on real networks. *Physical Review E*, 75(5), 056115. <https://doi.org/10.1103/PhysRevE.75.056115>
- Komarizadehasl, S., Lozano, F., Lozano-Galant, J.A., Ramos, G. & Turmo, J. (2022). Low-Cost Wireless Structural Health Monitoring of Bridges. *Sensors*, 22(15), 5725. <https://doi.org/10.3390/s22155725>
- Kóvacs, P.T., Nagy, M. & Molontay, R. (2021). Comparative analysis of box-covering algorithms for fractal networks. *Applied Network Science*, 6, 73. <https://doi.org/10.1007/s41109-021-00410-6>

- Kuang, L., Wang, F., Li, Y., Mao, H. & Yu, F. (2015). A discrete particle swarm optimization box-covering algorithm for fractal dimension on complex networks. En 2015 IEEE Congress on Evolutionary Computation (CEC), Sendai, Japan. <https://doi.org/10.1109/CEC.2015.7257051>
- Kuang, L., Zhao, Z., Wang, F., Li, Y., Yu, F. & Li, Z. (2014). A differential evolution box-covering algorithm for fractal dimension on complex networks. En 2014 IEEE Congress on Evolutionary Computation. <https://doi.org/10.1109/CEC.2014.6900383>
- Lee, S.Y. & Yhim, S.S. (2005). Dynamic behavior of long-span box girder bridges subjected to moving loads: Numerical analysis and experimental verification. *International Journal of Solids and Structures*, 42(18-19), 5021-5035. <https://doi.org/10.1016/j.ijsolstr.2005.02.020>
- Lévy-Véhel, J. & Lutton, E. (2005). *Fractals in Engineering: New Trends in Theory and Applications*. Springer-Verlag London. <https://doi.org/10.1007/b137729>
- Li, D., Wang, X. & Huang, P. (2017). A Max-Min ant colony algorithm for fractal dimension of complex networks. *International Journal of Computer Mathematics*, 95(10), 1927-1936. <https://doi.org/10.1080/00207160.2017.1364370>
- Li, H., Huang, Y., Ou, J. & Bao, Y. (2011). Fractal Dimension-Based Damage Detection Method for Beams with a Uniform Cross-Section. *Computer-Aided Civil and Infrastructure Engineering*, 26(3), 190-206. <https://doi.org/10.1111/j.1467-8667.2010.00686.x>
- Li, H., Yang, H. & James Hu, S.-L. (2006). Modal strain Energy Descomposition Method for Damage Localization in 3D Frame Structures. *Journal of Engineering Mechanics*, 132(9), 907-1035. [https://doi.org/10.1061/\(ASCE\)0733-9399\(2006\)132:9\(941\)](https://doi.org/10.1061/(ASCE)0733-9399(2006)132:9(941))
- Li, X., Serra, R. & Olivier, J. (2022). A two-stage approach for structural damage detection using a damage localization indicator vector and cluster particle swarm optimization.

- Engineering Optimization, 55 (7), 1207-1225.
<https://doi.org/10.1080/0305215X.2022.2065483>
- Liao, H., Wu, X., Wang, B.H., Wu, X. & Zhou, M. (2019). Solving the speed and accuracy of box-covering problem in complex networks. *Physica A: Statistical Mechanics and its Applications*, 523, 954-963. <https://doi.org/10.1016/j.physa.2019.04.242>
- Lin, M.H., Tsai, J.F. & Yu, C.S. (2012). A Review of Deterministic Optimization Methods in Engineering and Management. *Mathematical Problems in Engineering*, 756023. <https://doi.org/10.1155/2012/756023>
- Liu, H. & Li, Z. (2019). An improved generalized flexibility matrix approach for structural damage detection. *Inverse Problems in Science and Engineering*, 28(6), 877-893. <https://doi.org/10.1080/17415977.2019.1683174>
- Liu, Y. (2021). *Deterministic and statistical methods for inverse problems with partial data*. Michigan Technological University.
- Locci, M., Concas, G., Tonelli, R. & Turnu, I. (2010). Three Algorithms for Analyzing Fractal Software Networks. *WSEAS Transactions on Information Science and Applications*, 7(3), 371-380.
- Luo, J., Huang, M. & Lei, Y. (2022). Temperature Effect on Vibration Properties and Vibration-Based Damage Identification of Bridge Structures: A Literature Review. *Buildings*, 12(8), 1209. <https://doi.org/10.3390/buildings12081209>
- Maity, D. & Tripathy, R.R. (2005). Damage assessment of structures from changes in natural frequencies using genetic algorithm. *Structural Engineering and Mechanics*, 19(1), 21-42. <https://doi.org/10.12989/sem.2005.19.1.021>
- Mandelbrot, B. (1977). *Fractals: Form, chance and dimension*. W.H. Freeman and Company.

- Mandelbrot, B. (1993). Los objetos fractales. Metatemas 13.
- Mazzatura, I., Salvatore, W., Caprili, S., Celati, S., Mori, M. & Gammino, M. (2023). Damage detection, localization, and quantification for steel cables of post-tensioned bridge decks. *Structures*, 57, 105314. <https://doi.org/10.1016/j.istruc.2023.105314>
- McGuire, S. (Mayo 29 de 2020). Preventing Infrastructure Failure: Six Methods for Modern Bridge Inspection to Avoid Damage and Deterioration. GIATEC. Recuperado de <https://www.giatecscientific.com/education/bridge-inspection-technologies/>
- Medina-Cobo, M.T., García-Marín, A.P., Estévez, J., Jiménez-Hornero, F.J. & Ayuso-Muñoz, J.L. (2017). Obtaining Homogeneous Regions by Determining the Generalized Fractal Dimensions of Validated Daily Rainfall Data Sets. *Water Resources Management*, 31, 2333-2348. <https://doi.org/10.1007/s11269-017-1653-2>
- Mehrjoo, M., Khaji, N. & Ghafory-Ashtiany, M. (2014). New Timoshenko-cracked beam element and crack detection in beam-like structures using genetic algorithm. *Inverse Problems in Science and Engineering*, 22(3), 359-382. <https://doi.org/10.1080/17415977.2013.788170>
- Miguel, L.F.F., Miguel, L.F.F., Kaminski Jr., J. & Riera, J.D. (2012). Damage detection under ambient vibration by harmony search algorithm. *Expert Systems with Applications*, 39(10), 9704-9714. <https://doi.org/10.1016/j.eswa.2012.02.147>
- Ministerio de Ambiente, Vivienda y Desarrollo Territorial. (2010). Reglamento Colombiano de Construcción Sismo Resistente: Título C – Concreto Estructural. Bogotá, D.C.
- Mishra, M., Barman, S.K., Maity, D. & Maiti, D.K. (2019). Ant lion optimization algorithm for structural damage detection using vibration data. *Journal of Civil Structural Health Monitoring*, 9, 117-136. <https://doi.org/10.1007/s13349-018-0318-z>

- Moezi, S.A., Zakeri, E., Zare, A. & Nedaei, M. (2015). On the application of modified cuckoo optimization algorithm to the crack detection problem of cantilever Euler-Bernoulli beam. *Computers and Structures*, 157, 42-50. <https://doi.org/10.1016/j.compstruc.2015.05.008>
- Moradi, S., Razi, P. & Fatahi, L. (2011). On the application of bees algorithm to the problem of crack detection of beam-type structures. *Computers and Structures*, 89(23-24), 2169-2175. <https://doi.org/10.1016/j.compstruc.2011.08.020>
- Muñoz, E., Hernández, R., Valbuena, L., Trujillo, L. & Santacruz, L. (2005). Rehabilitación de los puentes de la Red de carreteras de Colombia, basados en inspecciones visuales, estudios especializados y estrategias de reparación. *Revista Ingeniería de Construcción*, 20(1).
- Nahvi, H. & Jabbari, M. (2005). Crack detection in beams using experimental modal data and finite element model. *International Journal of Mechanical Sciences*, 47(10), 1477-1497. <https://doi.org/10.1016/j.ijmecsci.2005.06.008>
- Neild, S.A. (2001). *Using Non-Linear Vibration Techniques to Detect Damage in Concrete Bridges*. Department of Engineering Science, University of Oxford.
- Nobahari, M., Ghasemi, M.R. & Shabakhty, N. (2019). A fast and robust method for damage detection of truss structures. *Applied Mathematical Modelling*, 68, 368-382. <https://doi.org/10.1016/j.apm.2018.11.025>
- Pagnoncelli, A.P. & Fadel Miguel, L.F. (2019). Methodology to Obtain Dynamic Response of Road Bridges Considering Bridge-Vehicle Interactions. *Practice Periodical on Structural Design and Construction*, 24(3), 04019010. [https://doi.org/10.1061/\(ASCE\)SC.1943-5576.0000430](https://doi.org/10.1061/(ASCE)SC.1943-5576.0000430)

- Pal, J. & Banerjee, S. (2015). A combined modal strain energy and particle swarm optimization for health monitoring of structures. *Journal of Civil Structural Health Monitoring*, 5, 353-363. <https://doi.org/10.1007/s13349-015-0106-y>
- Pastor, M., Binda, M. & Harcarik, T. (2012). Modal Assurance Criterion. *Procedia Engineering*, 48, 543-548. <https://doi.org/10.1016/j.proeng.2012.09.551>
- Perera, R. & Ruiz, A. (2008). A multistage FE updating procedure for damage identification in large-scale structures based on multiobjective evolutionary optimization. *Mechanical Systems and Signal Processing*, 22(4), 970-991. <https://doi.org/10.1016/j.ymssp.2007.10.004>
- Perera, R. & Torres, R. (2006). Structural Damage Detection via Modal Data with Genetic Algorithms. *Journal of Structural Engineering*, 132(9), 1491-1501. [https://doi.org/10.1061/\(ASCE\)0733-9445\(2006\)132:9\(1491\)](https://doi.org/10.1061/(ASCE)0733-9445(2006)132:9(1491))
- Pornsing, C., Sodhi, M.S. & Lamond, B.F. (2016). Novel self-adaptive particle swarm optimization methods. *Soft Computing*, 20, 3579-3593. <https://doi.org/10.1007/s00500-015-1716-3>
- Posit Team. (2023). RStudio: Integrated Development Environment for R. [Software] Posit Software, Boston. Recuperado de <http://www.posit.co/>
- Rahmatalla, S., Hudson, K., Liu, Y. & Eun, H.C. (2014). Finite element modal analysis and vibration-waveforms in health inspection of old bridges. *Finite Elements in Analysis and Design*, 78, 40-46. <https://doi.org/10.1016/j.finel.2013.09.006>
- Rao, S.S. (2009). *Engineering Optimization: Theory and Practice* (4th ed.). John Wiley & Sons, Inc.
- Reddy, J.N. (1993). *An Introduction to the Finite Element Method* (2da ed.). McGraw-Hill, Inc.

- Reza. (Marzo 9 de 2024). SAP+MATLAB (Versión 7.0.2). [Software] Recuperado de https://la.mathworks.com/matlabcentral/fileexchange/79271-sap-matlab?s_tid=prof_contriblnk
- Reza. (Marzo 9 de 2024). SM Toolbox Instruction Examples (Versión V7.0.0). [Software] Recuperado de https://la.mathworks.com/matlabcentral/fileexchange/86193-sm-toolbox-instruction-examples?s_tid=prof_contriblnk
- Rincón, L.F., Viviescas, A., Chio, G., Osorio, E. & Riveros, C.A. (2019). Análisis del comportamiento a largo plazo de un puente viga cajón construido por voladizos sucesivos en Colombia a partir de deflexiones medidas en campo. En E. Serna (Ed.), *Desarrollo e Innovación en Ingeniería* (pp. 203-210). Editorial IAI. <https://dialnet.unirioja.es/servlet/articulo?codigo=8717566>
- Saaman, M., Kennedy, J.B. & Sennah, K. (2007). Dynamic Analysis of Curved Continuous Multiple-Box Girder Bridges. *Journal of Bridge Engineering*, 12(2), 184-193. [https://doi.org/10.1061/\(ASCE\)1084-0702\(2007\)12:2\(184\)](https://doi.org/10.1061/(ASCE)1084-0702(2007)12:2(184))
- Salgado, M.A., Bernal, G.A., Yamín, L.E. & Cardona, O.D. (2010). Evaluación de la amenaza sísmica de Colombia. Actualización y uso en las nuevas normas colombianas de diseño sísmo resistente NSR-10. *Revista de Ingeniería*, 1 (32), 28-37. <https://doi.org/10.16924/revinge.32.3>
- Sazonov, E., Li, H., Curry, D. & Pillay, P. (2009). Self-Powered Sensors for Monitoring Highway Bridges. *IEEE Sensors Journal*, 9(11), 1422-1429. <https://doi.org/10.1109/JSEN.2009.2019333>

- Schneider, C.M., Kesselring, T.A., Andrade Jr., J.S. & Herrmann, H.J. (2012). Box-covering algorithm for fractal dimension of complex networks. *Physical Review E*, 86, 016707. <https://doi.org/10.1103/PhysRevE.86.016707>
- Sennah, K.M. & Kennedy, J.B. (2002). Literature Review in Analysis of Box-Girder Bridges. *Journal of Bridge Engineering*, 7(2), 134-143. [https://doi.org/10.1061/\(ASCE\)1084-0702\(2002\)7:2\(134\)](https://doi.org/10.1061/(ASCE)1084-0702(2002)7:2(134))
- SÉTRA. (2003). Loading Test on Road Bridges and Footbridges. République Francaise.
- Shu, J., Bagge, N. & Nilimaa, J. (2020). Field Destructive Testing of a Reinforced Concrete Bridge Deck Slab. *Journal of Bridge Engineering*, 25(9), 04020067. [https://doi.org/10.1061/\(ASCE\)BE.1943-5592.0001604](https://doi.org/10.1061/(ASCE)BE.1943-5592.0001604)
- Song, C., Gallos, L.K., Havlin, S. & Makse, H.A. (2007). How to calculate the fractal dimension of a complex network: the box covering algorithm. *Journal of Statistical Mechanics: Theory and Experiment*, 2007(3), P03006. <https://doi.org/10.1088/1742-5468/2007/03/P03006>
- Song, T., Yang, W., Scott, D.W., Shen, Y. & G. Li. (2020). Novel Finite Element Analysis of Curved Concrete Box Girders Using Hybrid Box Elements. *Journal of Structural Engineering*, 147(1), 04020284. [https://doi.org/10.1061/\(ASCE\)ST.1943-541X.000283](https://doi.org/10.1061/(ASCE)ST.1943-541X.000283)
- Sun, Y. & Zhao, Y. (2014). Overlapping-box-covering method for the fractal dimension of complex networks. *Physical Review E*, 89, 042809. <https://doi.org/10.1103/PhysRevE.89.042809>
- Taheri, A., Makarian, E., Manaman, N.S., Ju, H., Kim, T.H., Geem, Z.W. & RahimiZadeh, K. (2022). A Fully-Self-Adaptive Harmony Search GMDH-Type Neural Network Algorithm

- to Estimate Shear-Wave Velocity in Porous Media. *Applied Sciences*, 12(13), 6339. <https://doi.org/10.3390/app12136339>
- Travis Central Appraisal District. (2024). Non-Structural and Structural Damage. Recuperado de <https://traviscad.org/disasters/non-structural-and-structural-damage/#:~:text=Structural%20damage%20includes%20any%20damage,danger%20of%20collapse%20or%20failure.>
- Tu, B., Cai, S. & Liu, H. (2021). Fatigue assessment of a full-scale composite box-girder with corrugated-steel-webs and concrete-filled-tubular flange. *Journal of Constructional Steel Research*, 183, 106768. <https://doi.org/10.1016/j.jcsr.2021.106768>
- Valle-Pascual, R., Carvajal-Monsalve, N. & Botero-Palacio, J.C. (2017). Evolución de los parámetros geométricos de diseño en puentes construidos con voladizos sucesivos in situ. *Revista UIS Ingenierías*, 16(1), 85-100. <https://doi.org/10.18273/revuin.v16n1-2017009>
- Viviescas, A., Carrillo, J. & Vargas, L.A. (2018). Línea base para el monitoreo de salud estructural del puente Gómez Ortiz a partir de pruebas de vibración ambiental. *INGE CUC*, 14(1), 52-65. <https://doi.org/10.18273/revuin.v18n2-2019003>
- Viviescas, A., Vargas, L.A. & Riveros, C. (2019). Identificación modal de un puente viga cajón usando mediciones óptimamente seleccionadas de ensayos de excitación ambiental. *Revista UIS Ingenierías*, 18(2), 31-40. <https://doi.org/10.17981/ingecuc.14.1.2018.05>
- Walsh, K.K., Kelly, B.T. & Steinberg, E.P. (2014). Damage Identification for Prestressed Adjacent Box-Beam Bridges. *Advances in Civil Engineering*, 540363. <https://doi.org/10.1155/2014/540363>

- Wang, S. & Jia, J. (2024). Study on Fatigue Life of PC Composite Box Girder Bridge with Corrugated Steel Webs under the Combined Action of Temperature and Static Wind Loads. *Applied Sciences*, 14(8), 3165. <https://doi.org/10.3390/app14083165>
- Wei, Z., Liu, J. & Lu, Z. (2018). Structural damage detection using improved particle swarm optimization. *Inverse Problems in Science and Engineering*, 26(6), 792-810. <https://doi.org/10.1080/17415977.2017.1347168>
- Wei, Z.W., Wang, B.H., Wu, X.T., He, Y., Liao, H. & Zhou, M.Y. (2019). Sampling-based box-covering algorithm for renormalization of networks. *Chaos*, 29(6), 063122. <https://doi.org/10.1063/1.5093174>
- Xia, Y., Chen, B., Weng, S., Ni, Y.-Q. & Xu, Y.-L. (2012). Temperature effect on vibration properties of civil structures: a literature review and case studies. *Journal of Civil Structural Health Monitoring*, 2, 29-46. <https://doi.org/10.1007/s13349-011-0015-7>
- Xue, W. & Chen, J. (2016). Effect of Fractal Dimension of Fine Aggregates on Concrete Chloride Resistance. En 5th International Conference on Durability of Concrete Structures, Shenzhen.
- Yan, Y.J., Cheng, L., Wu, Z.Y. & Yam, L.H. (2007). Development in vibration-based structural damage detection technique. *Mechanical Systems and Signal Processing*, 21(5), 2198-2211. <https://doi.org/10.1016/j.ymssp.2006.10.002>
- Yang, C., Zhao, X., Yao, Y. & Zhang, Z. (2016). Application of fractal theory in brick-concrete structural health monitoring. *Engineering*, 8(9), 646-656. <https://doi.org/10.4236/eng.2016.89058>

- Zhang, H., Hu, Y., Lan, X., Mahadevan, S. & Deng, Y. (2014). Fuzzy fractal dimension of complex networks. *Applied Soft Computing*, 25, 514-518. <https://doi.org/10.1016/j.asoc.2014.08.019>
- Zhang, H., Wei, D., Hu, Y., Lan, X. & Deng, Y. (2016). Modeling the self-similarity in complex networks based on Coulomb's law. *Communications in Nonlinear Science and Numerical Simulation*, 35, 97-104. <https://doi.org/10.1016/j.cnsns.2015.10.017>
- Zhang, J., Peng, H. & Cai, C.S. (2013). Destructive Testing of a Decommissioned Reinforced Concrete Bridge. *Journal of Bridge Engineering*, 18(6), 564-569. [https://doi.org/10.1061/\(ASCE\)BE.1943-5592.0000408](https://doi.org/10.1061/(ASCE)BE.1943-5592.0000408)
- Zheng, F., Zecchin, A.C. & Simpson, A.R. (2013). Self-Adaptive Differential Evolution Algorithm Applied to Water Distribution System Optimization. *Journal of Computing in Civil Engineering*, 27(2), 148-158. [https://doi.org/10.1061/\(ASCE\)CP.1943-5487.0000208](https://doi.org/10.1061/(ASCE)CP.1943-5487.0000208)
- Zheng, W., Pan, Q., Sun, C., Deng, Y.F., Zhao, X.K. & Kang, Z. (2016). Fractal Analysis of Mobile Social Networks. *Chinese Physics Letters*, 33(3), 038901. <https://doi.org/10.1088/0256-307X/33/3/038901>
- Zheng, W., You, Q., Liu, F., Yang, F. & Fan, X. (2020). Fractal Analysis of Overlapping Box Covering Algorithm for Complex Networks. *IEEE Access*, 8, 53274-53280. <https://doi.org/10.1109/ACCESS.2020.2981044>
- Zhou, B., Hiu, Y. & Zheng, X. (2023). Damage Analysis of Box Girder Based on a Vehicle-Bridge Interaction System. *Buildings*, 13(2), 547. <https://doi.org/10.3390/buildings13020547>

- Zhou, H., Ma, Q., Yuan, H. & Zhou, Y. (2020). Study on Fatigue Performance of Pre-Stressed Concrete Box Girder. IOP Conf. Series: Earth and Environmental Sciences, 455, 012096. <https://doi.org/10.1088/1755-1315/455/1/012096>
- Zhou, W.X., Jiang, Z.Q. & Sornette, D. (2007). Exploring self-similarity of complex cellular networks: The edge-covering method with simulated annealing and log-periodic sampling. *Physica A: Statistical Mechanics and its Applications*, 375(2), 741-752. <https://doi.org/10.1016/j.physa.2006.10.025>

Apéndices

Apéndice A. Implementación en MATLAB ® del SADE

Figura 34

Implementación en MATLAB del SADE.

```

function [Xans,fgb] = SADE(N,D,xmin,xmax,F1,Fu,CR1,CRu, Itmax)

%Self-Adaptive Differential Evolution (SADE)

% Adaptado de:
% Zheng, F., Zecchin, A.C. & Simpson, A.R. (2013). Self-Adaptive Differential
% Evolution Algorithm Applied to Water Distribution System Optimization.
% Journal of Computing in Civil Engineering, 27(2), 148-158.
% https://doi.org/10.1061/(ASCE)CP.1943-5487.0000208

% Parámetros de entrada

% N - Tamaño de la población
% D - Número de variables de decisión
% xmin - Valores mínimos de variables de decisión
% xmax - Valores máximos de variables de decisión
% F1 - Valor mínimo de factor ponderado de mutación
% Fu - Valor máximo de factor ponderado de mutación
% CR1 - Valor mínimo de tasa de recombinación
% CRu - Valor máximo de tasa de recombinación
% Itmax - Número máximo de iteraciones

% 1. Inicialización

x = xmin+rand(N,D).*(xmax-xmin); % Vector de población
F = F1+rand(N,1).*(Fu-F1); % Vector de factor ponderado de mutación
CR = CR1+rand(N,1).*(CRu-CR1); % Vector de tasa de recombinación

f=zeros(N,1); % Vector de almacenamiento de valores de función objetivo
for i=1:N
    f(i) = funopt(x(i,:)); % Evaluación de la función objetivo
end

fgb=zeros(Itmax,1);

% Inicio de iteraciones

for i=1:Itmax
    % 2. Mutación
    [r,R] = sort(rand(N,N),2); % Matriz de números aleatorios
    R(:,N) = [];

    Xa=zeros(N,D); % Individuos de la población actual seleccionados
    Xb=Xa; % aleatoriamente
    Xc=Xb;

    for j=1:N
        Xa(j,:)=x(R(j,1),:);
        Xb(j,:)=x(R(j,2),:);
        Xc(j,:)=x(R(j,3),:);
    end

    V = Xa+F.*(Xb-Xc); % Vector mutante

    V(V<xmin(1))=xmin(1); % Redondear elementos si no cumplen limites
    V(V>xmax(1))=xmax(1);

    % 3. Recombinación
    U=x; % Vector de prueba

    R=rand(N,D); % Vector de números aleatorios

    for j=1:N
        for k=1:D
            if R(j,k)<=CR(j)
                U(j,k)=V(j,k); % Conformación de vector de prueba
            end
        end
    end

    % 4. Selección

    for j=1:N
        fu=funopt(U(j,:)); % Evaluación de función objetivo
        if fu<f(j)
            x(j,:)=U(j,:); % Reemplazo de individuo si hay mejoría
            f(j)=fu;
        else
            F(j)=F1+rand().*(Fu-F1); % Recalculo de parámetros si no hay
            CR(j)=CR1+rand().*(CRu-CR1); % mejoría
        end
    end

    fgb(i)=min(f); % Almacenamiento de mejor valor de función objetivo

end

Xans=min(x);

end

```

Apéndice B. Curvas de convergencia de las mejores ejecuciones del SADE para problemas de referencia.

Figura 35

Curva de convergencia de la mejor ejecución del SADE para Ellipsoid.

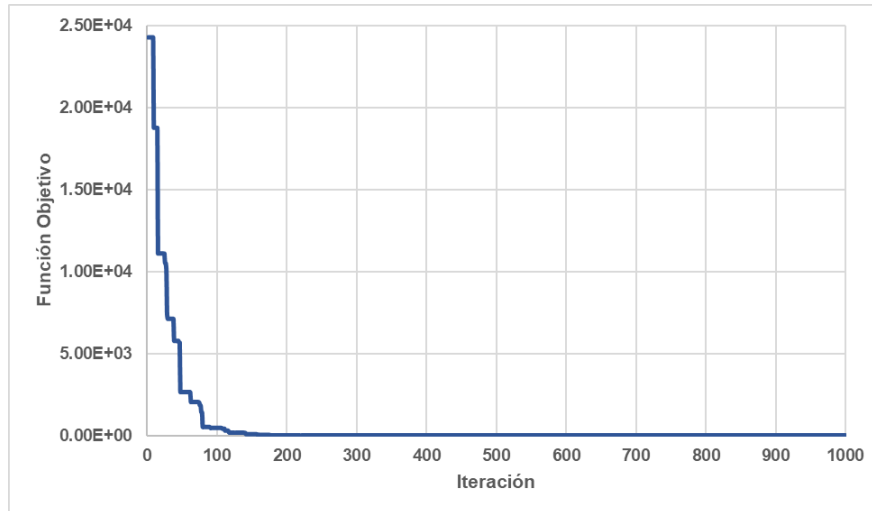


Figura 36

Curva de convergencia de la mejor ejecución del SADE para Alpine 1.

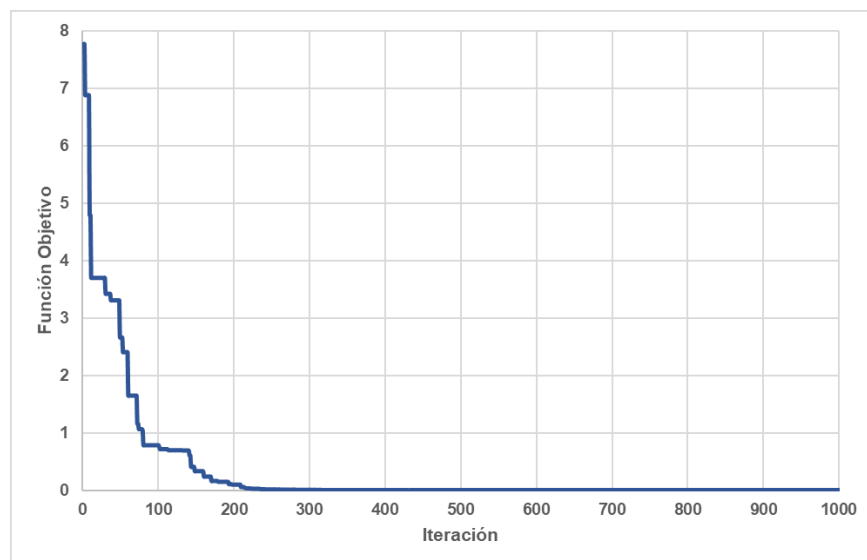
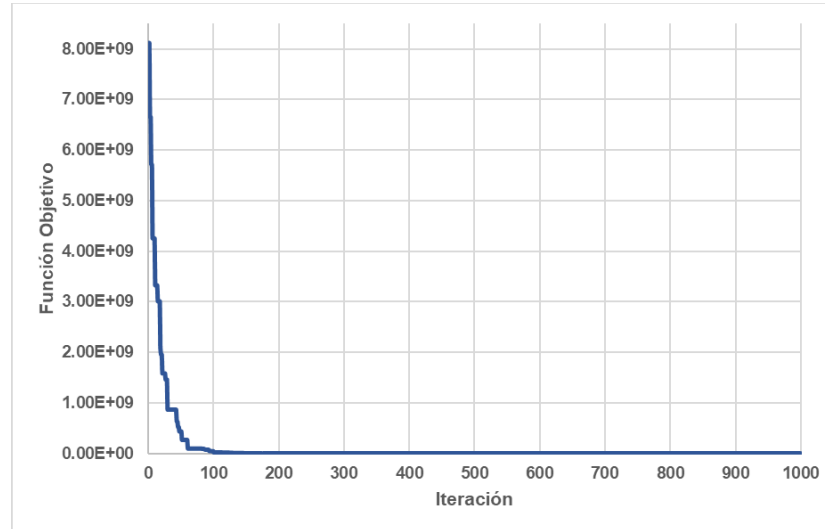


Figura 37

Curva de convergencia de la mejor ejecución del SADE para Bent Cigar.



Apéndice C. Implementación en MATLAB ® del algoritmo de detección del daño

Figura 38

Rutina principal de algoritmo de detección del daño.

```

% 1. Limpieza del espacio de trabajo

clc;
clear;

% 2. Determinar el tipo de aplicación y su versión

SM.App( 'sap' );
SM.Ver( '25' );

% 3. Creación del objeto SAP2000

APIDLLPath = 'C:\Program Files\Computers and Structures\SAP2000 25\SAP2000v1.dll';
ProgramPath = 'C:\Program Files\Computers and Structures\SAP2000 25\SAP2000.exe';
[ Sobj ] = SM.Helper.CreateObject( ProgramPath,APIDLLPath );

% 4. Creación del objeto SAPMODEL

[ Smdl ]=SM.SapModel();

% 5. Iniciar SAP2000

SM.ApplicationStart;

% 6. Inicializar el modelo

ret = SM.InitializeNewModel;

% 7. Abrir un modelo existente

ModelName = 'ModeloPuente_Def.sdb';
ModelPath = fullfile(pwd,ModelName);
ret = SM.File.OpenFile(ModelPath);

```

```

% 8. Ingreso de parámetros de algoritmo de optimización

N=20;
D=30;
xmin=0;
xmax=0.50;
Fl=0.5;
Fu=1.0;
CRl=0.8;
CRu=1.0;
Itmax=15;

% 9. Ingreso de propiedades materiales

Etab = 27300000;

% 10. Aplicación de algoritmo de optimización

[alpha, fgb] = SADE(N,D,xmin,xmax,Fl,Fu,CRl,CRu, Itmax, Etab);

% 11. Cerrar SAP2000

SM.ApplicationExit (false);

```

Figura 39

Función objetivo de algoritmo de detección del daño.

```

function [R] = funopt()

% 1. Ingreso de parámetros modales "experimentales"

% Frecuencias modales
%wexp = [0.5567833088613, 0.625385518203512, 1.3280635046177]; % Escenario
%wexp = [0.555438435687586, 0.627264808275278, 1.32865132471941]; % Escenari
%wexp = [0.552775956188158, 0.624219451896754, 1.32590377081766]; % Escenari
%wexp = [0.567296941282376, 0.608247090602637, 1.28651742402952]; % Escenari
%wexp = [0.5354865301264, 0.635612047009756, 1.272948003309986]; % Escenario

% Formas modales

% Escenario 1
%M1e=[0 0 0 0 0 0 4.44057259073486e-15 0.00164290462660850 -2.2
%M2e=[0 0 0 0 0 0 -2.15591377798311e-15 0.00228078772715915 1.00
%M8e=[0 0 0 0 0 0 -1.71244473873679e-13 -0.00821364442651015

% Escenario 2
%M1e=[0 0 0 0 0 0 -4.35597985796613e-15 -0.00150706851651816
%M2e=[0 0 0 0 0 0 3.62205691928686e-15 -0.00243443585511119
%M8e=[0 0 0 0 0 0 6.01193457814019e-14 -0.00826470166131721

% Escenario 3
%M1e=[0 0 0 0 0 0 3.96944789794825e-15 0.00156793100282101 -2.1
%M2e=[0 0 0 0 0 0 2.84855437081039e-15 -0.00233190755636287
%M8e=[0 0 0 0 0 0 -2.71708935770804e-14 -0.00833586324825588

% Escenario 4
%M1e=[0 0 0 0 0 0 4.44387E-15 0.001643506 -2.0088E-14 -5.94805E-05
%M2e=[0 0 0 0 0 0 -2.15728E-15 0.002279817 1.08595E-13 -8.64293
%M8e=[0.00E+00 0 0 0 0 0 -1.71338E-13 -0.008214728 -5.3058E

% Escenario 5
%M1e=[0 0 0 0 0 0 3.97106E-15 0.00156763 -2.15574E-14 -5.6681
%M2e=[0 0 0 0 0 0 2.8467E-15 -0.002333123 -1.03733E-13 8.8
%M8e=[0 0 0 0 0 0 -2.71845E-14 -0.008334638 -5.28319E-12

% Dimensiones fractales

% Escenario 1
%D1e=0.943241334101822;
%D2e=0.962117864980851;
%D8e=1.160643825742850;

% Escenario 2
%D1e=0.993140748340765;
%D2e=0.876536199807558;
%D8e=1.159578171071764;

% Escenario 3
%D1e=1.015301138457508;
%D2e=0.910577669801322;
%D8e=1.161919368509873;

% Escenario 4
%D1e=0.943161186287083;
%D2e=0.963618914869524;
%D8e=1.160639491179327;

% Escenario 5
%D1e=1.014554823468083;
%D2e=0.910611109100664;
%D8e=1.162043750802126;

```

```

% 2. Ejecutar el análisis dinámico
ret = SM.Analyze.RunAnalysis;

% 3. Deseleccionar todos los casos y combos de análisis
ret = SM.Results.Setup.DeselectAllCasesAndCombosForOutput;

% 4. Seleccionar los casos y combos asociados al análisis modal
ret = SM.Results.Setup.SetCaseSelectedForOutput('MODAL');

% 5. Extracción de frecuencias modales
[ret, NumberResults, LoadCase, ...
 StepType, StepNum, Period, ...
 Frequency, CircFreq, EigenValue]=...
SM.Results.ModalPeriod();

wnum = [CircFreq(1), CircFreq(2), CircFreq(8)]/(2*pi);

% 6. Extracción de formas modales
[ret, NumberResults, Obj, Elm, LoadCase, StepType, StepNum, U1, U2, U3, R1, R2, R3]=...
SM.Results.ModeShape('ALL', SM.ElementTypeIm.GroupElm);

% 7. Cálculo de indicador de daño

% Frecuencias modales - R1
% Huang, M., Lei, Y. & Cheng, S. (2019). Damage identification of bridge
% structure considering temperature variations based on particle swarm
% optimization - cuckoo search algorithm. Advances in Structural Engineering,
% 22(15), 3263-3276. https://doi.org/10.1177/1369433219861728

% R=((wnum(1)-wexp(1))^2/wexp(1))+((wnum(2)-wexp(2))^2/wexp(2))+...
% ((wnum(3)-wexp(3))^2/wexp(3));

L_M1=zeros(30,1);
L_M2=zeros(30,1);
L_M8=zeros(30,1);

l=[83.5,83.5,83.5,83.5,83.5,...
 85,85,85,85,85,85,85,85,85,85,...
 85,85,85,85,85,85,85,85,85,85,...
 83.5,83.5,83.5,83.5,83.5];

U1o_M1=U1o_M1*10^5;
U2o_M1=U2o_M1*10^5;
U3o_M1=U3o_M1*10^5;

U1o_M2=U1o_M2*10^5;
U2o_M2=U2o_M2*10^5;
U3o_M2=U3o_M2*10^5;

U1o_M8=U1o_M8*10^5;
U2o_M8=U2o_M8*10^5;
U3o_M8=U3o_M8*10^5;

for w=1:30
    L_M1(w)=sqrt((1(w)+U1o_M1(w+1)-U1o_M1(w))^2+(U2o_M1(w+1)-U2o_M1(w))^2+(U3o_M1(w+1)-U3o_M1(w))^2);
    L_M2(w)=sqrt((1(w)+U1o_M2(w+1)-U1o_M2(w))^2+(U2o_M2(w+1)-U2o_M2(w))^2+(U3o_M2(w+1)-U3o_M2(w))^2);
    L_M8(w)=sqrt((1(w)+U1o_M8(w+1)-U1o_M8(w))^2+(U2o_M8(w+1)-U2o_M8(w))^2+(U3o_M8(w+1)-U3o_M8(w))^2);
end

desp_M1=zeros(31,2);
desp_M2=zeros(31,2);
desp_M8=zeros(31,2);

for w=1:31
    desp_M1(w,1)=abs(U1o_M1(w))+abs(U2o_M1(w))+abs(U3o_M1(w));
    desp_M2(w,1)=abs(U1o_M2(w))+abs(U2o_M2(w))+abs(U3o_M2(w));
    desp_M8(w,1)=abs(U1o_M8(w))+abs(U2o_M8(w))+abs(U3o_M8(w));
end

% Formas modales - R2
% Huang, M., Lei, Y. & Cheng, S. (2019). Damage identification of bridge
% structure considering temperature variations based on particle swarm
% optimization - cuckoo search algorithm. Advances in Structural Engineering,
% 22(15), 3263-3276. https://doi.org/10.1177/1369433219861728

% M1_Matrix=[U1(1:48),U2(1:48),U3(1:48),R1(1:48),R2(1:48),R3(1:48)];
% M2_Matrix=[U1(49:96),U2(49:96),U3(49:96),R1(49:96),R2(49:96),R3(49:96)];
% M8_Matrix=[U1(337:384),U2(337:384),U3(337:384),R1(337:384),R2(337:384),R3(337:384)];
%
% M1=reshape(M1_Matrix',1,[]);
% M2=reshape(M2_Matrix',1,[]);
% M8=reshape(M8_Matrix',1,[]);
%
% MAC1 = (abs(dot(transpose(M1e),M1))^2)/(dot(transpose(M1e),M1e)*dot(transpo
% MAC2 = (abs(dot(transpose(M2e),M2))^2)/(dot(transpose(M2e),M2e)*dot(transpo
% MAC8 = (abs(dot(transpose(M8e),M8))^2)/(dot(transpose(M8e),M8e)*dot(transpo
%
% R=((1-sqrt(MAC1))/MAC1)^2+((1-sqrt(MAC2))/MAC2)^2+((1-sqrt(MAC8))/MAC8)^2;

% Dimensión Fractal - R3
% Kitsak, M., Havlin, S., Paul, G., Riccaboni, M., Pammolli, F. & Stanley,
% H.E. (2007). Betweenness centrality of fractal and nonfractal scale-free
% model networks and tests on real networks. Physical Review E, 75(5),
% 056115. https://doi.org/10.1103/PhysRevE.75.056115

U1_M1=U1(1:48);
U1_M2=U1(49:96);
U1_M8=U1(337:384);

U2_M1=U2(1:48);
U2_M2=U2(49:96);
U2_M8=U2(337:384);

U3_M1=U3(1:48);
U3_M2=U3(49:96);
U3_M8=U3(337:384);

desp_M1(:,2)=zeros(31,1);
desp_M2(:,2)=zeros(31,1);
desp_M8(:,2)=zeros(31,1);

desp_M1_it=desp_M1;
desp_M2_it=desp_M2;
desp_M8_it=desp_M8;

lb_M1=linspace(1.5*min(L_M1),max(L_M1),10);
lb_M2=linspace(1.5*min(L_M2),max(L_M2),10);
lb_M8=linspace(1.5*min(L_M8),max(L_M8),10);

Nb_M1=zeros(10,1);
Nb_M2=zeros(10,1);
Nb_M8=zeros(10,1);

for w=1:10
    it=0;
    iti=0;
    while ismember(0,desp_M1_it(:,2)) == true && it < 100
        it=it+1;
        [~,indmax]=max(desp_M1_it(:,1));
        lb=0;
        z=indmax+1;
        while iti<100
            iti=iti+1;
            if z <= 30
                if ismember(z,desp_M1_it(:,2))==false && lb+i_M1(z)<=lb_M1(w)
                    lb=lb+i_M1(z);
                    desp_M1_it(z,2) = z;
                    desp_M1_it(z,1) = 0;
                    Nb_M1(w)=Nb_M1(w)+1;
                end
            else
                break
            end
            z=z+1;
        end
    end
end
    
```

```

end
itl=0;
z=indmax-1;
while itl<100
    itl=itl+1;
    if z >= 1
        if ismember(z,desp_M1_it(:,2))==false && lb+l_M1(z)<=lb_M1(w)
            lb=l_M1(z);
            desp_M1_it(z,2) = z;
            desp_M1_it(z,1) = 0;
            Nb_M1(w)=Nb_M1(w)+1;
        end
    else
        break
    end
    z=z-1;
end
end
desp_M1_it=desp_M1;

it=0;
itl=0;
while ismember(0,desp_M2_it(:,2)) == true && it < 100
    it=it+1;
    [-,indmax]=max(desp_M2_it(:,1));
    lb=0;
    z=indmax+1;
    while itl<100
        itl=itl+1;
        if z <= 30
            if ismember(z,desp_M2_it(:,2))==false && lb+l_M2(z)<=lb_M2(w)
                lb=l_M2(z);
                desp_M2_it(z,2) = z;
                desp_M2_it(z,1) = 0;
                Nb_M2(w)=Nb_M2(w)+1;
            end
        else
            break
        end
    end
end
end

```

```

z=z+1;
end
itl=0;
z=indmax-1;
while itl<100
    itl=itl+1;
    if z >= 1
        if ismember(z,desp_M2_it(:,2))==false && lb+l_M2(z)<=lb_M2(w)
            lb=l_M2(z);
            desp_M2_it(z,2) = z;
            desp_M2_it(z,1) = 0;
            Nb_M2(w)=Nb_M2(w)+1;
        end
    else
        break
    end
    z=z-1;
end
end
desp_M2_it=desp_M2;

it=0;
itl=0;
while ismember(0,desp_M8_it(:,2)) == true && it < 100
    it=it+1;
    [-,indmax]=max(desp_M8_it(:,1));
    lb=0;
    z=indmax+1;
    while itl<100
        itl=itl+1;
        if z <= 30
            if ismember(z,desp_M8_it(:,2))==false && lb+l_M8(z)<=lb_M8(w)
                lb=l_M8(z);
                desp_M8_it(z,2) = z;
                desp_M8_it(z,1) = 0;
                Nb_M8(w)=Nb_M8(w)+1;
            end
        else
            break
        end
    end
end
end

```

```

z=z+1;
end
itl=0;
z=indmax-1;
while itl<100
    itl=itl+1;
    if z >= 1
        if ismember(z,desp_M8_it(:,2))==false && lb+l_M8(z)<=lb_M8(w)
            lb=l_M8(z);
            desp_M8_it(z,2) = z;
            desp_M8_it(z,1) = 0;
            Nb_M8(w)=Nb_M8(w)+1;
        end
    else
        break
    end
    z=z-1;
end
end
desp_M8_it=desp_M8;
end

loglb_M1=log(lb_M1);
loglb_M2=log(lb_M2);
loglb_M8=log(lb_M8);

logNb_M1=log(Nb_M1);
logNb_M2=log(Nb_M2);
logNb_M8=log(Nb_M8);

mdl_M1=fitln(loglb_M1,logNb_M1,'poly1');
D_M1=mdl_M1.Coefficients.Estimate(2);
mdl_M2=fitln(loglb_M2,logNb_M2,'poly1');
D_M2=mdl_M2.Coefficients.Estimate(2);
mdl_M8=fitln(loglb_M8,logNb_M8,'poly1');
D_M8=mdl_M8.Coefficients.Estimate(2);

R=((D_M1-D1e)/D1e)^2+((D_M2-D2e)/D2e)^2+((D_M8-D8e)/D8e)^2+((wnum(1)-wexp(1))^2/wexp(1))+((wnum(2)-wexp(2))^2/wexp(2))+...
((wnum(3)-wexp(3))^2/wexp(3));

% 8. Desbloquear el modelo
ret = SM.SetModelIsLocked(false);
end

```

Apéndice D. Análisis de convergencia

Tabla 16*Frecuencias naturales de los primeros diez modos para diferentes discretizaciones.*

Número de subelementos	Frecuencia Natural (Hz)									
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
1	0.5755	0.6332	0.7347	0.8166	0.9191	0.9825	1.1021	1.2037	2.9303	5.3387
2	0.5629	0.6300	0.7853	0.8253	1.0280	1.0478	1.1669	1.3127	1.5850	2.0924
3	0.5606	0.6287	0.7849	0.8265	1.0378	1.0491	1.1778	1.3256	1.6149	2.1155
4	0.5599	0.6284	0.7842	0.8269	1.0410	1.0481	1.1812	1.3292	1.6217	2.1235
5	0.5596	0.6282	0.7837	0.8271	1.0425	1.0474	1.1827	1.3308	1.6241	2.1268
6	0.5594	0.6281	0.7835	0.8272	1.0432	1.0470	1.1835	1.3315	1.6252	2.1284
7	0.5593	0.6281	0.7833	0.8273	1.0437	1.0467	1.1840	1.3320	1.6258	2.1293
8	0.5592	0.6281	0.7832	0.8273	1.0440	1.0465	1.1843	1.3323	1.6261	2.1298
9	0.5592	0.6280	0.7831	0.8273	1.0442	1.0464	1.1845	1.3325	1.6263	2.1301
10	0.5591	0.6280	0.7830	0.8273	1.0444	1.0463	1.1847	1.3326	1.6264	2.1303

Tabla 17*Error relativo porcentual de las frecuencias modales para diferentes discretizaciones.*

Número de subelementos	Error Relativo Porcentual (%)									
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
2	2.2418	0.5057	6.4489	1.0537	10.5924	6.2344	5.5524	8.3018	84.8767	155.1483
3	0.4159	0.2022	0.0551	0.1515	0.9449	0.1233	0.9261	0.9723	1.8560	1.0944
4	0.1266	0.0567	0.0909	0.0492	0.3090	0.0942	0.2911	0.2725	0.4180	0.3751
5	0.0559	0.0238	0.0555	0.0220	0.1387	0.0659	0.1285	0.1141	0.1485	0.1565
6	0.0304	0.0127	0.0343	0.0116	0.0742	0.0419	0.0680	0.0584	0.0663	0.0755
7	0.0186	0.0078	0.0223	0.0068	0.0444	0.0274	0.0404	0.0339	0.0342	0.0408
8	0.0122	0.0051	0.0152	0.0043	0.0287	0.0187	0.0260	0.0214	0.0196	0.0240
9	0.0085	0.0036	0.0108	0.0029	0.0196	0.0133	0.0177	0.0144	0.0122	0.0152
10	0.0062	0.0026	0.0079	0.0021	0.0140	0.0097	0.0126	0.0101	0.0080	0.0101