

**MODELAMIENTO NUMERICO DE LA DISMINUCION DE LA APERTURA DE
FRACTURA EN YACIMIENTOS NATURALMENTE FRACTURADOS USANDO
MODELOS SEUDO-ACOPLADOS DE FLUJO Y DEFORMACION**

ENUS ZAMBRANO VARGAS



**UNIVERSIDAD INDUSTRIAL DE SANTANDER
FACULTAD DE INGENIERÍA FISCOQUÍMICAS
ESCUELA DE INGENIERÍA DE PETRÓLEOS
MAESTRIA EN INGENIERIA DE PETRÓLEOS
BUCARAMANGA**

2013

**MODELAMIENTO NUMERICO DE LA DISMINUCION DE LA APERTURA DE
FRACTURA EN YACIMIENTOS NATURALMENTE FRACTURADOS USANDO
MODELOS SEUDO-ACOPLADOS DE FLUJO Y DEFORMACION**

ENUS ZAMBRANO VARGAS

**Proyecto de grado presentado como requisito parcial
para optar al título de: Magíster en Ingeniería de Hidrocarburos**

**Director:
Zuly H. Calderón Carrillo; Ph.D.**

**UNIVERSIDAD INDUSTRIAL DE SANTANDER
FACULTAD DE INGENIERÍA FISCOQUÍMICAS
ESCUELA DE INGENIERÍA DE PETRÓLEOS
MAESTRIA EN INGENIERIA DE PETRÓLEOS
BUCARAMANGA**

2013

DEDICATORIA

A Dios y a la Virgen, que a pesar de las dificultades presentadas para cumplir este objetivo siempre me dieron las fuerzas para no desistir.

A mi familia por todo el amor brindado y sus consejos de motivación para seguir adelante.

Al Sr. Noel Chaverra (q.e.p.d) quien siempre creyó en mí y fue gran amigo y consejero.

AGRADECIMIENTOS

Agradezco principalmente mi directora de tesis, la Dra. Zuly Calderón, por su apoyo incondicional y valiosa colaboración para llevar a cabo este proyecto.

Al director de Posgrados, MSc. Samuel Muñoz por sus contribuciones valiosas y orientación para la definición del alcance de este proyecto de investigación.

A los ingenieros, Dr. Carlos Piedrahíta y MSc. Elkin Santafé, por el excelente apoyo técnico brindado y disposición para colaborar.

A mis amigas y antiguas compañeras de trabajo, Ángela Ramírez y Luz Helena Rueda; por su compañerismo y la colaboración brindada durante la realización y culminación de la maestría.

A mis amigos y compañeros de maestría, Fernando Londoño y Ana Milena Montañez, por la amistad brindada y los buenos momentos compartidos en esta etapa.

CONTENIDO

INTRODUCCIÓN	14
1. COMPORTAMIENTO MECÁNICO DE LAS FRACTURAS.....	17
1.1 ESFUERZO DE CIZALLA - DESPLAZAMIENTO DE CIZALLA.....	17
1.2 ESFUERZO DE CORTE - ESFUERZO NORMAL.....	18
1.3 ESFUERZO NORMAL - DESPLAZAMIENTO NORMAL	20
2. MODELOS DE CONDUCTIVIDAD DE FRACTURA	23
2.1 MODELO DE PLATOS PARALELOS.....	24
2.2 MODELO DE SNOW	26
2.3 MODELO DE ODA	28
3. ESTADO DEL ARTE MODELOS DE FLUJO Y DEFORMACIÓN PARA YACIMIENTOS NATURALMENTE FRACTURADOS.....	32
3.1 MODELOS CONTINUOS	32
3.1.1 Modelos de Única Porosidad.....	33
3.1.2 Modelos de Superposición de Continuos	34
3.2 MODELOS DISCRETOS.....	37
4. MODELO DE FLUJO DE FLUIDOS Y DEFORMACIÓN	40
4.1 MODELO DE FLUJO	41
4.1.1 Ecuación de Continuidad	41
4.1.2 Ecuación de conservación de cantidad de movimiento.....	44
4.1.3 Ecuación de estado	49
4.1.4 Deducción del modelo de flujo	50
4.2 MODELO GEOMECÁNICO	51
4.2.1 Ecuaciones de equilibrio de esfuerzos	51
4.2.2 Relaciones Esfuerzo-Deformación (Ley de Hooke).....	53
4.2.3 Relaciones Deformación-Desplazamiento.....	54

4.2.4 Ecuaciones constitutivas del modelo de deformación geomecánica	55
4.3 MODELO SEUDO-ACOPLADO DE FLUJO- DEFORMACIÓN	56
5. RESULTADOS.....	61
6. CONCLUSIONES	79
BIBLIOGRAFIA.....	80

TABLA DE FIGURAS

Figura 1. Curva esfuerzo de cizalla (τ) – desplazamiento de cizalla (ut) para una fractura sometida a un esfuerzo normal constante.	18
Figura 2. Curva esfuerzo de cizalla (τ) – esfuerzo normal (σn) para una fractura.	19
Figura 3. Curva esfuerzo normal- desplazamiento normal para una fractura sometida a varios ciclos de compresión-descompresión.	22
Figura 4. Representación física de las fracturas en el Modelo de Platos Paralelos.	26
Figura 5. Representación física de las fracturas en el Modelo de Snow.	28
Figura 6. Representación física de las fracturas en el Modelo de Oda.	30
Figura 7. Representación física del yacimiento en los Modelos de Única Porosidad.	34
Figura 8. Representación física del yacimiento en los Modelos de Superposición de Continuos.	37
Figura 9. Representación física del yacimiento fracturado en los tipos de Modelos Discretos más importantes: DE (Distint Element Method) y DFN (Discrete Fracture Network).	39
Figura 10. Volumen de control usado para la deducción de la Ecuación de Continuidad.	43
Figura 11. Modelo físico para describir el flujo de fluidos en la fracturas.	49
Figura 12. Flujo de trabajo planteado en este trabajo para abordar el problema de Flujo de Fluidos y Deformación en Yacimientos Naturalmente Fracturados Tipo 1.	59
Figura 13. Malla rectangular con nodos distribuidos que representa el yacimiento naturalmente fracturado Tipo 1 en este trabajo.	60

Figura 14. Interface para la entrada de datos en el archivo Excel SCODE-YNF.xls para el modelo teórico 2D de un yacimiento naturalmente fracturado Tipo 1 simulado en este trabajo.	66
Figura 15. Datos de entrada en el archivo Excel SCODE-YNof.xls usados para la aplicación del modelo teórico 2D de un yacimiento naturalmente fracturado Tipo 1.	68
Figura 16. Comportamiento de la presión del sistema asumiendo los bloques de matriz con litología Granito con respecto al Caso Inicial.	70
Figura 17. Comportamiento de la apertura de fractura en el sistema asumiendo los bloques de matriz con litología Granito con respecto al Caso Inicial no deformado.	71
Figura 18. Comportamiento de la apertura de fractura en el sistema para el Caso Granito a menor escala.	71
Figura 19. Comportamiento de la presión del sistema asumiendo menor modulo normal de la fractura; K_n , con respecto al Caso Inicial.	73
Figura 20. Comportamiento de la apertura de fractura en el sistema asumiendo menor modulo normal de la fractura; K_n , con respecto al Caso Inicial.	73
Figura 21. Comportamiento de la apertura de fractura en el sistema para el Caso Inicial, a menor escala.	74
Figura 22. Comportamiento de la apertura de fractura en el sistema para el Caso menor módulo normal de la fractura, a menor escala.	74
Figura 23. Comportamiento de la presión del sistema cuando se incrementa el caudal de producción con respecto al Caso Inicial.	76
Figura 24. Comportamiento de la apertura de fractura cuando se incrementa el caudal de producción con respecto al Caso Inicial.	76
Figura 25. Comportamiento de la apertura de fractura en el sistema para el Caso Inicial, a menor escala.	77
Figura 26. Comportamiento de la apertura de fractura en el sistema para el Caso 50 BOPD, a menor escala.	77

Figura 27. Comportamiento de la apertura de fractura en el sistema para el Caso 500 BOPD, a menor escala.78

RESUMEN

TITULO

MODELAMIENTO NUMERICO DE LA DISMINUCION DE LA APERTURA DE FRACTURA EN YACIMIENTOS NATURALMENTE FRACTURADOS USANDO MODELOS SEUDO-ACOPLADOS DE FLUJO Y DEFORMACION*

AUTOR

ENUS ZAMBRANO VARGAS**

PALABRAS CLAVES

FRACTURAS NATURALES, FLUJO DE FLUIDOS, ESFUERZOS, DEFORMACIÓN, MODELAMIENTO NUMÉRICO, CIERRE DE FRACTURAS, SEUDO-ACOPLADO.

DESCRIPCIÓN

Diversas investigaciones han evidenciado que la ocurrencia de fenómenos dinámicos como el cierre de las fracturas naturales afecta el flujo de fluido y los perfiles de producción en Yacimientos Naturalmente Fracturados. En este sentido, en este trabajo, se llevó a cabo un modelamiento seudo-acoplado de flujo y deformación para un yacimiento de sólo fracturas, donde la matriz es impermeable y no porosa.

Este modelamiento consistió en solucionar independientemente mediante diferencias finitas los modelos matemáticos de flujo y deformación e integrarlos entre sí mediante un parámetro o variable en común para ambos modelos, que para este caso fue la apertura de la fractura. La principal ventaja de este enfoque seudo-acoplado usado en este trabajo es que permite la representación de las fracturas naturales como una red ortogonal discreta. Finalmente se realizó la aplicación sobre un modelo de yacimiento teórico y se obtuvo la distribución de presiones y la variación de la apertura de fractura.

Además se simularon otros escenarios sobre este modelo teórico, para analizar las diferentes respuestas del modelo, al modificar las propiedades mecánicas de la matriz y de las fracturas, el número de fracturas naturales y el caudal de producción. Es importante tener en cuenta que estos resultados no son extrapolables a cualquier yacimiento naturalmente fracturado con flujo y deformación, pero permitieron entender cuales factores podrían afectar su comportamiento.

* Trabajo de Investigación

** Escuela de Ingeniería de Petróleos. Universidad Industrial de Santander.

Director: Dra. Zuly Himelda Calderón Carrillo

SUMMARY

TITLE

NUMERICAL MODELING OF FRACTURE CLOSURE PHENOMENA IN NATURALLY FRACTURED RESERVOIRS USING A NO FULLY COUPLED APPROACH*

AUTHOR

ENUS ZAMBRANO VARGAS**

KEYWORDS

NATURAL FRACTURES, FLUID FLOW, STRESSES, DEFORMATION, NUMERICAL MODELING, FRACTURE CLOSURE, NO FULLY COUPLED.

DESCRIPTION

Several works have demonstrated that fracture closure phenomena have an important effect in flow fluid and production profiles in naturally fractured reservoirs. This issue has been approached in this work as a “no fully coupled” flow and deformation problem for a naturally fracture reservoir, made of only conductive fractures and non-porous impermeable matrix.

In this approach, fluid flow and deformation models were solved separately by using finite differences. Then, both independent solutions are integrated using a common variable, the fracture aperture. The main advantages of this “no fully coupled” approach is not only the possibility of using an orthogonal discrete network of fractures over a continuous model; but also, it takes into account stress-displacement behavior of fractures by using constitutive equations developed from experimental measurements. Finally, the pressure distribution and fracture aperture variation were obtained from several simulations made in a hypothetical reservoir model.

Also, were simulated other hypothetical scenarios in this reservoir model, by varying mechanical properties of matrix and fractures, as well as the number of natural fractures and production rate. The results obtained from this analysis should not be extrapolated to other types of naturally fracture reservoirs; although, are useful to understand which parameter have more impact on them.

* Master's Thesis

** Petroleum Engineering School. Industrial University of Santander.

Thesis Director: PhD. Zuly Himelda Calderón Carrillo

INTRODUCCIÓN

El flujo de fluidos y la deformación en un yacimiento naturalmente fracturado se describen generalmente mediante modelos matemáticos que asumen el yacimiento como la superposición de dos medios continuos equivalentes, denominados matriz y fracturas. El medio matriz se representa por sus propiedades petrofísicas porosidad y la permeabilidad, y por las propiedades mecánicas equivalentes a un medio elástico que obedece la ley de Hooke. Con respecto a las fracturas, estas por lo general no se modelan individualmente mediante sus atributos geométricos, en especial la apertura de fractura que es el atributo que controla el flujo en este tipo de yacimientos. En los modelos continuos para fracturas, sus atributos geométricos son representados también mediante sus propiedades petrofísicas equivalentes como porosidad de fractura y permeabilidad de fractura, y el comportamiento mecánico del medio continuo que representa las fracturas se describe también mediante la ley de Hooke. Por último, en este tipo de yacimientos, la variación de la porosidad y permeabilidad de fractura cuando hay cambio del estado de esfuerzo debido a la producción/inyección de fluidos se lleva a cabo usando modelos empíricos.

Otros modelos existentes para simular el flujo de fluidos y la deformación en yacimientos naturalmente fracturados son los modelos discretos. En este tipo de modelos, las fracturas y los bloques de matriz si pueden ser representados mediante sus atributos geométricos. A diferencia de los modelos continuos, en estos modelos la deformación de las fracturas y los bloques de matriz no se resuelve como un todo, sino individualmente para cada uno de ellos. En estos modelos la deformación de las fracturas se rige de acuerdo a las ecuaciones constitutivas de deformación en fracturas y la deformación de la matriz se describe mediante la ley de Hooke. Con respecto al flujo de fluidos, el cálculo de los caudales de flujo se realiza también individualmente por fractura y las expresiones

matemáticas para su cálculo tienen en cuenta el efecto de la deformación de los bloques de matriz y las fracturas sobre la apertura de fractura. A pesar de las ventajas de los modelos discretos, estos demandan grandes costos computacionales y requieren una descripción muy detallada del sistema fracturado. Hay que tener en cuenta, que las fracturas naturales presentan un fenómeno dinámico importante que es el cierre de las fracturas. El cierre en las fracturas es causado por el aumento del esfuerzo efectivo en las fracturas con el tiempo cuando el yacimiento está sometido a producción de fluidos. La consideración de este fenómeno en la simulación de yacimientos naturalmente fracturados es importante debido a que controla el desempeño del yacimiento. Tal fenómeno es recomendable que sea simulado mediante modelos discretos de fracturas.

En este trabajo se plantea una simulación del flujo de fluidos y deformación de un modelo sencillo de un yacimiento naturalmente fracturado Tipo 1 (solo fracturas)¹ con presencia de una red de fracturas ortogonales, para obtener una aproximación preliminar teórica del comportamiento de la presión y la variación de la apertura de fractura en el tiempo. Esto se lleva a cabo mediante una metodología basada en el uso de modelos pseudo-acoplados (no fully coupled approach²). El paso inicial de esta metodología consiste en obtener las distribuciones de presiones a través de un yacimiento fracturado representado como un medio continuo no deformable usando únicamente el modelo de flujo de fluidos y la apertura de fractura para el cálculo de la transmisibilidad del sistema. Posteriormente, se deforma un yacimiento fracturado equivalente pero con fracturas discretas ante los esfuerzos in situ y la nueva distribución de presiones. La deformación del yacimiento conlleva a la variación de la apertura de fractura. Como el modelo de flujo de fluidos en las fracturas está en función de la apertura

¹ NELSON, R. Geologic analysis of naturally fractured reservoirs. 2 ed. Houston: Gulf Professional Publishing, 2001. 332 p.

² BAGHERI, M and SETTARI, A. Modeling of geomechanics in naturally fractured reservoirs. En: SPE RESERVOIR SIMULATION SYMPOSIUM. (2005: The Woodlands). SPE 93083. The Woodlands: Society of Petroleum Engineers, 2005. 12 p.

de fractura, se calcula nuevamente la distribución de presiones dentro del yacimiento y posteriormente se deforma; repitiéndose varias veces el ciclo hasta que se alcance el tiempo de simulación. La diferencia este trabajo con respecto a las investigaciones existentes en la literatura de flujo y deformación en yacimientos naturalmente fracturados, es que el flujo de fluidos en esos trabajos se modela por lo general a través de un medios continuos deformables (matriz y fracturas) equivalente donde no se pueden representar discretamente los atributos geométricos de las fracturas, mientras que en este trabajo el flujo de fluidos y la deformación se modela mediante una malla de simulación que representa dos sets de fracturas ortogonales. A pesar de no ser un enfoque discreto, este trabajo tiene en cuenta algunas de sus ventajas, ya que se pueden representar geoméricamente las fracturas aunque con cierta limitación. Posteriores investigaciones podrían extender la aplicación de este trabajo a yacimientos naturalmente fracturados de única o doble porosidad constituidos por varios sets de fracturas de diferente orientación.

1. COMPORTAMIENTO MECÁNICO DE LAS FRACTURAS

A continuación se describe el comportamiento mecánico de las fracturas cuando son sometidas a esfuerzos compresivos y de cizalla. Estos comportamientos se basan en resultados obtenidos en laboratorio³.

1.1 ESFUERZO DE CIZALLA - DESPLAZAMIENTO DE CIZALLA

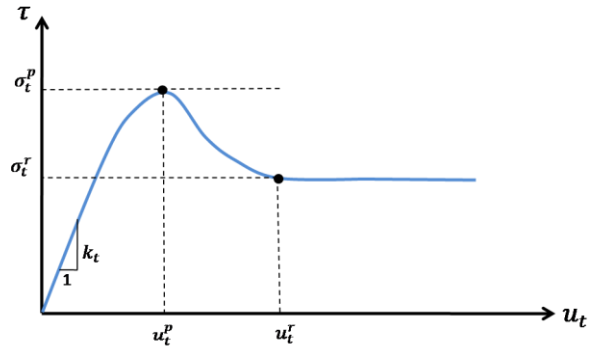
El comportamiento mecánico esfuerzo de cizalla (τ) – desplazamiento de cizalla (u_t) para una fractura sometida a un esfuerzo normal constante (σ_n), se muestra en la Figura 1. Inicialmente, la fractura se comporta elásticamente y el esfuerzo de cizalla se incrementa linealmente con el desplazamiento. A medida que se vence la fuerza de resistencia al movimiento de la fractura, la curva se aleja de la linealidad hasta alcanzar la resistencia máxima de cizalla de la fractura. A partir de entonces, el esfuerzo requerido para mover la fractura decrece hasta alcanzar un valor constante que se denota como la resistencia de cizalla residual⁴. Como se muestra en la Figura 1, esta curva se puede caracterizar mediante cinco parámetros⁵: la rigidez de cizalla, k_t , que corresponde a la pendiente de la parte lineal de la curva, el esfuerzo máximo de cizalla, σ_t^p , el esfuerzo de cizalla residual, σ_t^r , el desplazamiento de cizalla correspondiente al esfuerzo máximo de cizalla, u_t^p y el desplazamiento de cizalla cuando el esfuerzo de cizalla es igual al esfuerzo residual, u_t^r . También se define el ángulo de fricción residual, φ_r , como el cociente σ_t^r / σ_n .

³ JING, Lanru and STEPHANSSON, Ove. Fundamentals of discrete element methods for rock engineering: theory and application. The Netherlands: Elsevier, 2007. p. 47.

⁴ WYLLIE, Duncan and MAH, Christopher. Rock slope engineering: civil and mining. 4 ed. Abingdon: Spon Press, 2004. p. 80.

⁵ JING and STEPHANSSON, Op. cit., p. 49.

Figura 1. Curva esfuerzo de cizalla (τ) – desplazamiento de cizalla (u_t) para una fractura sometida a un esfuerzo normal constante.



Fuente: Tomado de JING and STEPHANSSON, 2007.

1.2 ESFUERZO DE CORTE - ESFUERZO NORMAL

Cuando se grafican los valores de esfuerzo máximo de cizalla σ_t^p obtenidos a diferentes pruebas donde cambia el esfuerzo normal se obtiene aproximadamente una línea recta⁶, como se muestra en la Figura 2. La pendiente de esta curva es igual al ángulo de fricción de la superficie de roca y la intersección de la línea con el eje y (esfuerzo de cizalla) representa la cohesión del material cementante en la fractura. Para una fractura lisa sin material cementante, la cohesión es cero. La expresión matemática que describe este comportamiento es:

$$\tau = C + \sigma_n \tan \varphi \quad \text{Ec. 1}$$

donde:

τ = esfuerzo de cizalla

C = cohesión del material cementante en la fractura

σ_n = esfuerzo normal al plano de fractura

⁶ WYLLIE and MAH, Op. cit., p. 80.

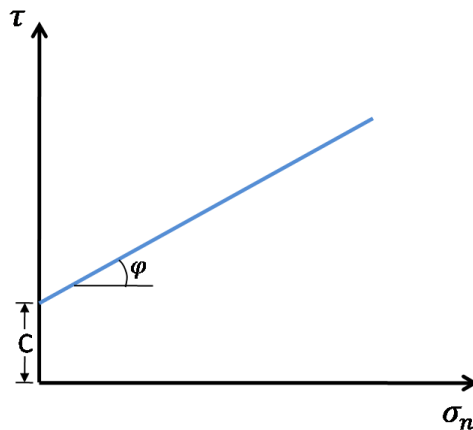
φ = ángulo de fricción de la superficie de roca

Cuando existe fluido en la fractura, la ecuación 1 se expresa así:

$$\tau = C + (\sigma_n - P)\tan\varphi \quad \text{Ec. 2}$$

donde P es la presión que ejerce el fluido en la fractura.

Figura 2. Curva esfuerzo de cizalla (τ) – esfuerzo normal (σ_n) para una fractura.



Fuente: Tomado de Jing and Stephansson, 2007.

Cuando en una fractura en el yacimiento el esfuerzo de corte es igual o mayor al valor dado por las expresiones 1 ó 2 se dice que la fractura se ha reactivado o en otras palabras que la fractura se encuentra bajo un estado crítico de esfuerzos⁷. Esto significa que los planos de fracturas tienen movimiento y que la fractura se dilata en dirección normal a las superficies de fracturas. La magnitud de la dilatación depende principalmente de la rugosidad de las superficies de fractura.

⁷ BARTON, C A., ZOBACK, M D. and MOSS, D. Fluid flow along potentially active faults in crystalline rock. En: Geology. Vol. 23, 8 (1995); p. 683 -686.

En la literatura se presentan diversos modelos empíricos para representar este fenómeno, pero el más aceptado es el siguiente⁸:

$$(du_n)_d = \tan(\alpha) du_t (0 \leq u_t \leq u_t^r) \quad \text{Ec. 3}$$

$$(du_n)_d = 0 \quad u_t^r < u_t \quad \text{Ec. 4}$$

donde:

$(du_n)_d$ = incremento en el desplazamiento normal de los planos de fracturas debido a la dilatación

α = ángulo de dilatación

du_t = incremento en el desplazamiento tangencial

u_t^r = desplazamiento de cizalla correspondiente al esfuerzo máximo de cizalla

Aunque esta es una aproximación muy informal, es muy usada en la literatura debido a su simplicidad, a pesar de la incertidumbre en los valores del ángulo de dilatación.

1.3 ESFUERZO NORMAL - DESPLAZAMIENTO NORMAL

El comportamiento de una fractura sometida a un ciclo de compresión – descompresión se muestra en la Figura 3. La parte ascendente de la curva corresponde a la compresión o compactación de la fractura, mientras que la parte descendente corresponde a la descompresión. A medida que se van repitiendo los ciclos sobre la fractura, la curva esfuerzo normal- deformación normal se desplaza hacia la derecha debido al daño acumulado en las rugosidades de las fracturas

⁸ JING and STEPHANSSON, Op. cit., p. 49-50.

durante las pruebas⁹. Se observa también el efecto de histéresis en el primer ciclo, que va disminuyendo en ciclos posteriores. De acuerdo a Bagheri y Settari¹⁰, se puede demostrar que la fractura sometida a grandes esfuerzos in –situ en el yacimiento ya ha estado sometida a varios ciclos de carga y descarga; por ende el efecto de histéresis es despreciable. El cierre de la fractura es un fenómeno de gran interés en los problemas de flujo asociados a fracturas. En la literatura se encuentran muchos modelos empíricos para representarlo, pero el más importante es el modelo propuesto por Bandis y otros¹¹:

$$\sigma_n = \frac{u_n}{a - bu_n} = k_{n0} \left(\frac{u_n}{1 - u_n/u_n^m} \right) \quad \text{Ec. 5}$$

en esta expresión se cumple que:

$$k_{n0} = 1/a \quad \text{Ec. 6}$$

$$u_n^m = a/b \quad \text{Ec. 7}$$

donde:

σ_n = esfuerzo normal al plano de fractura

u_n = desplazamiento normal de la fractura

k_{n0} = rigidez normal inicial de la fractura

a, b = constantes experimentales

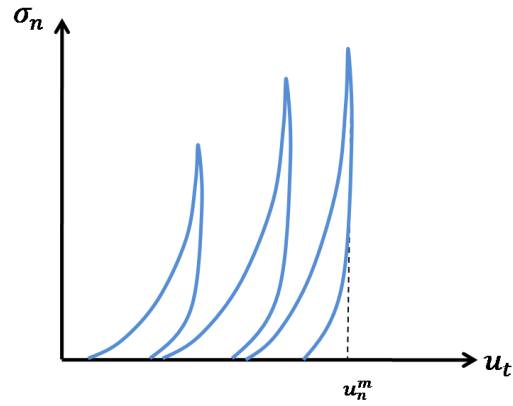
u_n^m = desplazamiento máximo normal (cierre) de la fractura

⁹ JING and STEPHANSSON, Op. cit., p. 48.

¹⁰ BAGHERI and SETTARI, Op. cit.

¹¹ BANDIS, S C., LUMSDEN, A C. and BARTON, N R. Fundamentals of rock joint deformation. En: Int. J. Rock Mech. Min. Sci. & Geomech. Abstr. Vol. 20, (1983); p. 249-268.

Figura 3. Curva esfuerzo normal- desplazamiento normal para una fractura sometida a varios ciclos de compresión-descompresión.



Fuente: Tomado de Jing and Stephansson, 2007.

2. MODELOS DE CONDUCTIVIDAD DE FRACTURA

Existen diversos enfoques para el modelamiento de la permeabilidad de fractura en Yacimientos Naturalmente Fracturados, dentro de los cuales se destacan: (1) modelo de fracturas paralelas, y (2) modelos probabilísticos. Ambos modelos se caracterizan por representar las fracturas naturales como canales de flujo con apertura constante. En la actualidad, los modelos probabilísticos son los más usados, los cuales son expresiones para la permeabilidad en función de la información estadística de los atributos geométricos de las fracturas (apertura, orientación y espaciamiento de fractura). Sin embargo, la experiencia demuestra que el éxito de las simulaciones en Yacimientos Naturalmente Fracturados no se asegura completamente con el uso de estos modelos de permeabilidad de fractura. Por ende, es necesario evaluar las debilidades de los modelos existentes para proponer ajustes o adicionarles nuevos componentes, como también se requiere la implementación de nuevas metodologías para la simulación de este tipo de yacimientos.

El primer modelo para la evaluación de la permeabilidad de fractura fue el de platos paralelos¹². Este modelo presenta el medio fracturado como un sistema de fracturas paralelas finitas de igual apertura y espaciamiento donde el régimen de flujo es laminar, el fluido a través de las fracturas es incompresible y el valor de la conductividad de fractura es proporcional al cubo de la apertura de la fractura. El principal aporte de este modelo es que sus suposiciones teóricas representan la base de los posteriores modelos probabilísticos desarrollados. A continuación otros autores como Snow¹³ y Oda¹⁴ proponen modelos que consideran las

¹² SNOW, D T. Rock fracture spacings, openings and porosities. En: Proc. Amer. Soc Civil Eng, J Soil Mech Found Div. Vol. 94, No. SM1 (1968); p. 73 - 94.

¹³ SNOW, D T. Anisotropic permeability of fractured media. En: Water Resources Research. Vol. 5, No.6 (1969); p. 1273 - 1289.

¹⁴ ODA, M. Permeability tensor for Discontinuous Rock Masses. En: Geotechnique. Vol. 35, (1984); p. 483-495.

fracturas con diferentes orientaciones, aperturas y espaciamiento, teniendo como base el modelo de platos paralelos. En ambos modelos, la asignación de los valores correspondiente a los atributos geométricos de las fracturas dentro del modelo matemático de permeabilidad se realiza mediante simulación estocástica. La diferencia entre los dos modelos radica en las correcciones por extensión finita de fractura y por conectividad entre fracturas que adiciona el modelo de Oda. Además el modelo de Oda presenta los atributos geométricos en función de su peso o probabilidad dentro de la población de fracturas.

A continuación se presentan una breve descripción de las suposiciones teóricas de estos modelos más importantes existentes en la literatura para la predicción de la conductividad de fractura.

2.1 MODELO DE PLATOS PARALELOS

Este modelo es una solución particular a las ecuaciones de conservación del momento lineal de Navier – Stokes para el flujo entre platos paralelos¹⁵. Los modelos posteriores para el cálculo de la permeabilidad están basados en esta solución. También se denomina la “ley cúbica”.

Las suposiciones teóricas más importantes para la deducción de esta ecuación son las siguientes:

- Fracturas representadas por el espacio vacío entre dos platos paralelos.
- Estado Estable
- Fluido Incompresible
- Flujo Laminar

¹⁵ SNOW, D T. Rock fracture spacings, openings and porosities, Op. cit.

- Fracturas de extensión finita
- El caudal es proporcional al cubo de la apertura de la fractura.

En este modelo, la conductividad de la fractura se expresa así:

$$k = \frac{\rho_f g a^3}{12\mu} \quad \text{Ec.8}$$

donde:

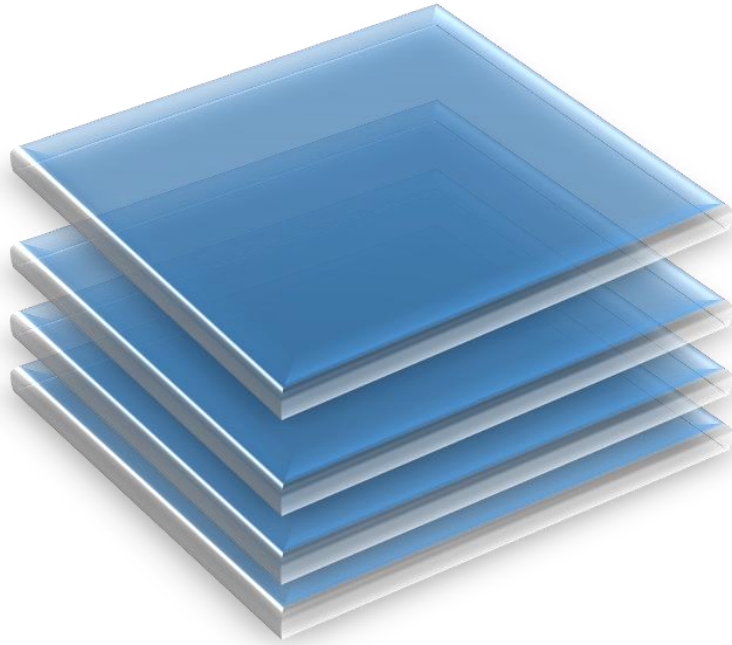
ρ_f = densidad del fluido

g = gravedad

a = apertura de fractura

μ = viscosidad del fluido

Figura 4. Representación física de las fracturas en el Modelo de Platos Paralelos.



Fuente: Modificado de Snow, 1968.

2.2 MODELO DE SNOW

Las suposiciones teóricas para el modelo de Snow son las siguientes¹⁶:

- Sets de fracturas infinitas de orientación y aperturas variable.
- Se consideran nulas las pérdidas de energía en las intersecciones de las fracturas.
- El caudal es proporcional al cubo de la apertura de la fractura.
- Fluido Incompresible.
- Estado estable.

¹⁶ SNOW, D T. Anisotropic permeability of fractured media, Op. cit.

- Flujo Laminar.

El tensor de conductividad para un set de fractura de orientación n_i está dado por la siguiente expresión:

$$k_{ij} = \frac{1}{12} \frac{g}{\nu} \sum \frac{a^3}{|n_i D_i|} (\delta_{ij} - n_i n_j) \quad \text{Ec. 9}$$

donde:

g = gravedad

ν = viscosidad cinemática

a = apertura de fractura

n = vector normal al plano de fractura

D = línea de muestreo de fracturas

La sumatoria se lleva a cabo sobre todos los miembros de un set de fracturas que está siendo interceptado por una línea de muestreo D_i . Todas las fracturas en el set presentan una apertura a y orientación n_i constante.

Como se puede observar, el modelo de Snow supera al modelo de Platos Paralelos al considerar que las fracturas presentan orientación y aperturas variables. Sin embargo, para obtener la conductividad del sistema de fracturas usando este modelo es necesario tener una caracterización detallada del sistema de fracturas en términos de sus atributos geométricos.

Figura 5. Representación física de las fracturas en el Modelo de Snow.



Fuente: Modificado de Snow, 1969.

2.3 MODELO DE ODA

Este es el modelo más usado por algunos simuladores para el cálculo de la conductividad de un sistema de fracturas. En este modelo se asumen que las fracturas tienen forma elíptica. Las correcciones más importantes de este modelo con respecto a los modelos anteriores son las siguientes¹⁷:

- Corrección al modelo de Snow al considerar fracturas de extensión finita.
- Descripción de la geometría del sistema fracturado mediante funciones de densidad de probabilidad de los atributos geométricos de las fracturas.
- Inclusión de un término de corrección por conectividad de fractura.

El tensor de conductividad para una distribución aleatoria de fracturas de forma elíptica con diámetro r , apertura a y orientación n se expresa así:

¹⁷ ODA, Op. cit.

$$k_{ij} = \left(\frac{\lambda g}{\nu} \right) \left\{ \left(\frac{\pi \rho}{4} \right) \int_0^{a_m} \int_0^{r_m} \int_{\Omega} r^2 a^3 (\delta_{ij} - n_i n_j) \cdot E(n, r, a) d\Omega dr da \right\} \quad \text{Ec. 10}$$

$$\lambda = \begin{cases} \frac{1}{12}, & \text{si hay conectividad} \\ < \frac{1}{12}, & \text{no hay conectividad} \end{cases} \quad \text{Ec. 11}$$

donde:

λ = escalar adimensional que describe la conectividad entre fracturas

ν = viscosidad cinemática

r = diámetro de la fractura

r_m = diámetro máximo de las fracturas

a = apertura de fractura

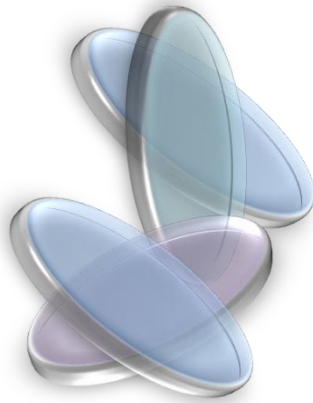
a_m = apertura máxima de las fracturas

n = vector normal al plano de fractura

$E(n, r, a)$ = función de densidad de probabilidad

El término $E(n, r, a) d\Omega dr da$ describe la probabilidad de que existan fracturas de orientación n , diámetro r y apertura a .

Figura 6. Representación física de las fracturas en el Modelo de Oda.



Fuente: Modificado de Oda, 1984.

Como se puede observar en las expresiones anteriores, la apertura es el parámetro geométrico que define la conductividad de fractura. De acuerdo con Pine y Cundal¹⁸ y posteriormente Harper y Last¹⁹, en una fractura la apertura hidráulica es la suma de tres componentes:

$$a = a_r - a_e + a_d \quad \text{Ec. 12}$$

donde a_r es la apertura residual, a_e es la reducción de la apertura debido a la deformación elástica de la matriz y que aplica únicamente cuando el esfuerzo compresivo efectivo es menor al esfuerzo de cierre de la fractura y a_d es la apertura adicional debida a la dilatación de la fractura cuando ocurre reactivación por cizalla. Cuando la fractura está sometida a grandes esfuerzos compresivos la apertura hidráulica es igual a la apertura residual y no ocurre dilatación por cizalla.

¹⁸ PINE, R J. and CUNDALL, P A. Applications of the fluid-rock interaction program (FRIP) to the modeling of hot dry rock Geothermal Energy Systems. En: Fundamentals of Rock Joints. Lulea: Centek Publishers, 1985. p. 293-301. Citado por: LAST, N C. and HARPER, T R. Response of fractured rock subject to fluid injection Part 1. Development of a numerical model. En: Tectonophysics. Vol. 172, (1990); p. 13.

¹⁹ HARPER, T R. and LAST, N C. Interpretation by numerical modeling of changes of fractured system hydraulic conductivity induced by fluid injection. En: Géotechnique. Vol. 39, No.1 (1989); p. 1-11. Citado por: JING, Lanru and STEPHANSSON, Ove. Fundamentals of discrete element methods for rock engineering: theory and application. The Netherlands: Elsevier, 2007. p. 132.

Por consiguiente, para tener en cuenta la variación de la apertura con los esfuerzos efectivos en los modelos de conductividad de fractura, en la literatura se proponen expresiones empíricas en función del esfuerzo efectivo normal sobre la fractura para calcular el término a_e . Dentro de estas expresiones se destacan los trabajos de Tsang y Witherspoon²⁰ y Bandis y otros²¹. Estos últimos autores también proponen una expresión empírica para el cálculo de la dilatación de fractura cuando ocurre reactivación por cizalla.

²⁰ TSANG, Y W and WITHERSPOON, P A. Hydromechanical behavior of a deformable rock fracture subject to normal stress. En: Journal of Geophysical Research: Solid Earth. Vol. 86, No. B10 (1981); p. 9287-9298. Citado por: JING, Lanru and STEPHANSSON, Ove. Fundamentals of discrete element methods for rock engineering: theory and application. The Netherlands: Elsevier, 2007. p. 121.

²¹ BANDIS et al, Op. cit.

3. ESTADO DEL ARTE MODELOS DE FLUJO Y DEFORMACIÓN PARA YACIMIENTOS NATURALMENTE FRACTURADOS

Los modelos matemáticos que representan el flujo en yacimientos fracturados deformables se pueden clasificar en Modelos Continuos y Modelos Discretos²².

Modelos Continuos: El yacimiento fracturado se representa mediante un medio poroso análogo donde las propiedades petrofísicas y mecánicas están distribuidas uniformemente en él.

Modelos Discretos: Representan explícitamente la configuración geométrica del yacimiento. Las propiedades petrofísicas y mecánicas se caracterizan individualmente para los bloques de matriz y las fracturas.

A continuación se describe el funcionamiento general de estos modelos mencionando los trabajos de investigación más importantes asociados a ellos.

3.1 MODELOS CONTINUOS

Los modelos continuos se expresan mediante ecuaciones matemáticas²³ que permiten obtener la distribución de presiones y desplazamientos (deformación) en el medio fracturado. Su deducción se realiza acoplado una ecuación de balance de materia, una ecuación de cantidad de movimiento, una ecuación de estado y un modelo de deformación.

Los modelos continuos se clasifican en modelos de única porosidad o modelos de superposición de continuos.

²² JING and STEPHANSSON, Op. cit., p. 7-14.

²³ Ibid., p. 7.

3.1.1 Modelos de Única Porosidad

Estos modelos se desarrollan para el flujo a través de un medio poroso, ya sea la matriz o el sistema de fracturas. Por ende, las propiedades petrofísicas y mecánicas del medio continuo representan las propiedades del medio poroso. No obstante, en el caso de que exista flujo a través de ambos medios porosos, el uso de los modelos de única porosidad se plantea al dividir el medio continuo en regiones que corresponden a cualquiera de los dos medios porosos. Para cada una de estas regiones se definen las propiedades petrofísicas y mecánicas dependiendo del medio poroso que representan. Sin embargo, teniendo en cuenta de que en los Yacimientos Naturalmente Fracturados de doble porosidad siempre existe transferencia de masa desde la matriz hacia la fracturas, esta aproximación usando modelos de única porosidad puede no ser válida²⁴.

Los modelos de única porosidad que acoplan flujo y deformación más representativos en la literatura fueron propuestos por Geertsma²⁵, Verruijt²⁶, Chen y otros²⁷, Zhang y otros²⁸. De los modelos anteriores, Zhang y otros aplicaron el modelo para un medio de doble porosidad donde las fracturas presentaban dilatación debida a la reactivación por cizalla.

²⁴ PENUELA, Gherson. Modeling interporosity flow for improved simulation of naturally fractured reservoirs. Norman, 2002, 149 p. Trabajo de grado (Doctor of Philosophy). University of Oklahoma. Mewbourne School of Petroleum and Geological Engineering.

²⁵ GEERTSMA, J. The effect of fluid pressure decline on volumetric changes of porous rocks. En: Trans. Am. Inst. Min. Metall. Pet. Eng. Vol. 210, (1957); p. 331-340. Citado por: CHEN, Her Yuan and TEUFEL, Lawrence. Coupling fluid-flow and geomechanics in dual-porosity modeling of naturally fractured reservoirs. En: SPE ANNUAL TECHNICAL CONFERENCE AND EXHIBITION. (1997: San Antonio). SPE 38884. San Antonio: Society of Petroleum Engineers, 1997. 15 p.

²⁶ VERRUIJT, A. Elastic storage in aquifers. En: Flow through porous media, edited by De Wiest, R.J.M. New York: Academic Press, 1969. p. 331-376. Citado por: CHEN, Her Yuan and TEUFEL, Lawrence. Coupling fluid-flow and geomechanics in dual-porosity modeling of naturally fractured reservoirs. En: SPE ANNUAL TECHNICAL CONFERENCE AND EXHIBITION. (1997: San Antonio). SPE 38884. San Antonio: Society of Petroleum Engineers, 1997. 15 p.

²⁷ CHEN, H Y., TEUFEL, L. and LEE, R L. Coupled fluid flow and geomechanics in reservoir study: 1. Theory and governing equations. En: SPE ANNUAL TECHNICAL CONFERENCE AND EXHIBITION. (1995: Dallas). SPE 30752. Dallas: Society of Petroleum Engineers, 1995. 13 p.

²⁸ ZHANG, X., KOUTSABELOULIS, N. and HEFFER, K. Hydromechanical modeling of critically stressed and faulted reservoirs. En: AAPG Bulletin. Vol. 91, No. 1 (2007); p. 31-50.

Figura 7. Representación física del yacimiento en los Modelos de Única Porosidad.



Fuente: El autor. Universidad Industrial de Santander, 2012.

3.1.2 Modelos de Superposición de Continuos

Modelos propuestos para yacimientos de doble porosidad. En este tipo de modelos se asume la superposición de dos medios continuos sobre un mismo volumen de yacimiento. Un medio continuo representa la matriz, mientras que el otro medio representa el sistema de fracturas. Cada medio continuo está caracterizado por sus propiedades petrofísicas y mecánicas. La interacción de los dos medios continuos se describe mediante una función de transferencia de masa matriz-fractura. De acuerdo a Chen y Teufel²⁹ los diversos modelos existentes en la literatura que acoplan el flujo de fluidos y la deformación geomecánica en Yacimientos Naturalmente Fracturados se diferencian en la forma como definen los cambios volumétricos de la roca ante el cambio en el estado de esfuerzos, su simplificación a un modelo de única porosidad y la interpretación física de los parámetros que involucran. Los modelos de superposición de continuos que se encuentran en la literatura son los siguientes:

²⁹ CHEN, Her Yuan and TEUFEL, Lawrence. Coupling fluid-flow and geomechanics in dual-porosity modeling of naturally fractured reservoirs: model description and comparison. En: SPE INTERNATIONAL PETROLEUM CONFERENCE AND EXHIBITION. (2000: Villahermosa). SPE 59043. Villahermosa: Society of Petroleum Engineers, 2000. 10 p.

Duguid y Lee³⁰: asumen que la roca es incompresible y que las compresibilidades de los medios porosos matriz y fractura se representan mediante la compresibilidad del fluido.

Valliappan y Khalili-Naghadeh³¹: usan los mismos coeficientes de esfuerzo efectivo para describir los cambios del volumen total y de los medios matriz y fracturas respectivamente.

Bai et al³²: asumen que la compresibilidad del volumen total para un medio de única porosidad es igual que la de un medio de doble porosidad.

Ghafouri y Lewis³³: en su formulación asumen que la compresibilidad del medio continuo fractura no afecta la compresibilidad total de la roca e ignoran el efecto de la presión en la fractura en la deformación total.

Chen y Teufel³⁴: presentan una buena descripción de los cambios volumétricos tanto del volumen total como de los medios continuos matriz y de las fracturas al

³⁰ DUGUID, J O and LEE, P C Y. Flow in fractured porous media. En: Water Resources Research. Vol. 13, (1977); p. 558-566. Citado por: CHEN, Her Yuan and TEUFEL, Lawrence. Coupling fluid-flow and geomechanics in dual-porosity modeling of naturally fractured reservoirs. En: SPE ANNUAL TECHNICAL CONFERENCE AND EXHIBITION. (1997: San Antonio). SPE 38884. San Antonio: Society of Petroleum Engineers, 1997. 15 p.

³¹ VALLIAPPAN, S and KHALILI-NAGHADEH, N. Flow through fissured porous media with deformable matrix. En: Int. J. Numer. Methods Eng. Sci. Vol. 29, (1990); p. 1079-1094. Citado por: CHEN, Her Yuan and TEUFEL, Lawrence. Coupling fluid-flow and geomechanics in dual-porosity modeling of naturally fractured reservoirs: model description and comparison. En: SPE INTERNATIONAL PETROLEUM CONFERENCE AND EXHIBITION. (2000: Villahermosa). SPE 59043. Villahermosa: Society of Petroleum Engineers, 2000. 10 p.

³² BAI, M., ELSWORTH, D. and ROEGIERS, J C. Multiporosity/Multipermeability approach to the simulation of naturally-fractured reservoirs. En: Water Resources Research. Vol. 29, No.6 (1993); p. 1621-1633. Citado por: CHEN, Her Yuan and TEUFEL, Lawrence. Coupling fluid-flow and geomechanics in dual-porosity modeling of naturally fractured reservoirs: model description and comparison. En: SPE INTERNATIONAL PETROLEUM CONFERENCE AND EXHIBITION. (2000: Villahermosa). SPE 59043. Villahermosa: Society of Petroleum Engineers, 2000. 10 p.

³³ GHAFOURI, H R y LEWIS, R W. A finite element double porosity model for heterogeneous deformable porous media. En: Int. J. Num. Anal. Meth. Geomech. Vol. 20, (1996); p. 831-844. Citado por: BAGHERI, M and SETTARI, A. Modeling of geomechanics in naturally fractured reservoirs. En: SPE RESERVOIR SIMULATION SYMPOSIUM. (2005: The Woodlands). SPE 93083. The Woodlands: Society of Petroleum Engineers, 2005. 12 p.

³⁴ CHEN, Her Yuan and TEUFEL, Lawrence. Coupling fluid-flow and geomechanics in dual-porosity modeling of naturally fractured reservoirs. En: SPE ANNUAL TECHNICAL CONFERENCE AND EXHIBITION. (1997: San Antonio). SPE 38884. San Antonio: Society of Petroleum Engineers, 1997. 15 p.

proponer una nueva formulación de la teoría poroelástica de Biot extendida a medios de doble porosidad. La continuidad entre los sistemas de doble porosidad y única porosidad es consistente.

Bagheri y Settari³⁵: tienen en cuenta la teoría de la deformación en fracturas para el medio continuo que representa al sistema de fracturas. En este modelo se pueden considerar múltiples sets de fracturas de diferente orientación y las propiedades petrofísicas de las fracturas se definen en función de la deformación de las fracturas; es decir, que no se asumen estáticas como en los otros modelos. Para llevarlo a cabo plantearon un enfoque totalmente no acoplado (no fully coupled). Más adelante se describirá a detalle este tipo de enfoque.

Ninguno de los modelos anteriores a excepción del trabajo realizado por Bagheri y Settari³⁶ tiene en cuenta el comportamiento mecánico de las fracturas, por ende, no se puede visualizar el efecto real de la deformación del yacimiento sobre la porosidad y la permeabilidad de las fracturas. Generalmente los modelos acoplados de doble porosidad presentados anteriormente utilizan relaciones empíricas para modelar el efecto de la deformación sobre las propiedades petrofísicas del medio fracturado. Por otro lado, estos modelos tampoco permiten la simulación de la reactivación por cizalla de las fracturas.

³⁵ BAGHERI and SETTARI, Op. cit.

³⁶ Ibid.

Figura 8. Representación física del yacimiento en los Modelos de Superposición de Continuos.



Fuente: El autor. Universidad Industrial de Santander, 2012.

3.2 MODELOS DISCRETOS

Los modelos discretos consisten en la representación geométrica del sistema fracturado mediante un número finito de componentes o elementos. Estos componentes son los bloques de matriz y las fracturas. La geometría de los bloques de matriz se describe usando polígonos mientras que las fracturas se representan geoméricamente como los puntos o planos de contacto entre los bloques de matriz. El comportamiento mecánico de los bloques se describe individualmente mediante ecuaciones gobernantes para el movimiento del cuerpo rígido y ecuaciones constitutivas para deformación. El comportamiento mecánico global de los bloques de matriz se obtiene mediante técnicas de correlación basadas en el comportamiento mecánico en los puntos de intersección ó contacto geométrico entre bloques³⁷.

Finalmente, para acoplar el flujo de fluidos y la deformación en el sistema fracturado, los modelos discretos usan los siguientes criterios de interacción entre los bloques de matriz y las fracturas³⁸:

³⁷ JING and STEPHANSSON, Op. cit., p. 7, 11.

³⁸ Ibid, p. 128.

- Los cambios en la presión del fluido en las superficies o planos borde de los bloques de matriz conlleva al movimiento y la deformación de los bloques y por ende la apertura de la fractura se ve afectada.
- El cambio de la apertura de las fracturas afecta su transmisibilidad, la tasa de flujo y la distribución de la presión a lo largo de las superficies o planos de fractura; es decir, afecta las fuerzas que actúan en los bordes de los bloques de matriz, lo cual genera movimiento y deformación en los bloques.

Los métodos numéricos más representativos basados en modelos discretos son el método DE (Distinct Element Method) y el método DFN (Discrete Fracture Network). La diferencia principal entre los dos métodos es que en el DFN sólo se representa el sistema de fracturas; es decir, los bloques de matriz son excluidos, como se muestra en la Figura 9. Debido a esta limitación, la deformación del sistema no se puede representar adecuadamente. Este método es útil para la simulación de sistemas fracturados en rocas duras cristalinas³⁹, o para obtener el tensor de permeabilidad para un medio continuo equivalente⁴⁰. En la literatura, los programas más representativos basados en el método DE son los códigos UDEC⁴¹ y 3DEC⁴², para modelar flujo de fluidos acoplado a deformación en sistemas de fracturas 2D o 3D respectivamente. Por otra parte, los códigos basados en el método DFN más usados son FRACMAN/MAFIC⁴³ y NAPSAC⁴⁴.

³⁹ Ibid, p. 16.

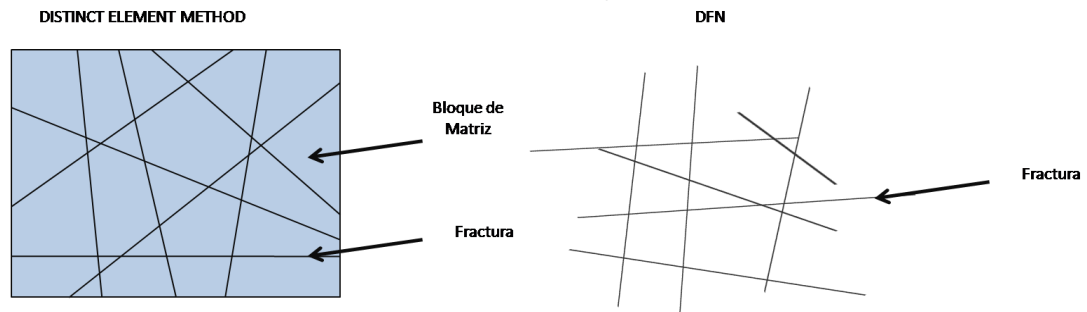
⁴⁰ Ibid, p. 366.

⁴¹ ITASCA. User manual of UDEC code. Minneapolis: ITASCA CONSULTING GROUP Ltd, 2000.(a). Citado por: JING, Lanru and STEPHANSSON, Ove. Fundamentals of discrete element methods for rock engineering: theory and application. The Netherlands: Elsevier, 2007, p. 15.

⁴² ITASCA. User manual of 3DEC code. Minneapolis: ITASCA CONSULTING GROUP Ltd, 2000.(b). Citado por: JING, Lanru and STEPHANSSON, Ove. Fundamentals of discrete element methods for rock engineering: theory and application. The Netherlands: Elsevier, 2007, p. 15.

⁴³ DERSHOWITZ *et al.* User documentation: FracMan discrete feature data analysis, geometric modelling and exploration simulations. Seattle: Golder Associates, 1993. Citado por: JING, Lanru and STEPHANSSON, Ove. Fundamentals of discrete element methods for rock engineering: theory and application. The Netherlands: Elsevier, 2007, p. 366.

Figura 9. Representación física del yacimiento fracturado en los tipos de Modelos Discretos más importantes: DE (Distint Element Method) y DFN (Discrete Fracture Network).



Fuente: Tomado de Jing and Stephansson, 2007.

⁴⁴ HERBERT, A W. NAPSAC (Release 3.0) summary document. Harwell: AEA Technology, 1994. (AEA D&C 0271). Citado: por JING, Lanru and STEPHANSSON, Ove. Fundamentals of discrete element methods for rock engineering: theory and application. The Netherlands: Elsevier, 2007, p. 366.

4. MODELO DE FLUJO DE FLUIDOS Y DEFORMACIÓN

El modelo de flujo de fluidos en este trabajo se deduce a partir de una ecuación de continuidad, una ecuación de conservación de cantidad de movimiento y una ecuación de estado. Por otra parte, el modelo geomecánico usado para describir la deformación de la matriz es la ley de Hooke para medios elásticos; mientras que para las fracturas, se usa un modelo constitutivo para deformación normal de la fractura asumiendo constante el módulo de rigidez normal y que se describe mediante la siguiente expresión matemática:

$$\sigma_n = k_n u_n \quad \text{Ec. 13}$$

$$\text{si } u_n = u_n^m; \text{ no existe deformación en la fractura} \quad \text{Ec. 14}$$

donde:

σ_n = esfuerzo normal al plano de fractura

u_n = desplazamiento normal de la fractura

k_n = rigidez normal de la fractura

u_n^m = desplazamiento máximo normal (cierre) de la fractura

Esta es una expresión simplificada del modelo propuesto por Bandis y otros⁴⁵ para la deformación normal en la fractura.

La dilatación debida a la reactivación por cizalla se asume despreciable en este trabajo. La solución numérica del problema planteado en este trabajo del flujo de fluidos y deformación para un Yacimiento Naturalmente Fracturado Tipo I⁴⁶ con un

⁴⁵ BANDIS et al, Op. cit.

⁴⁶ Nelson, Op cit.

set de fracturas ortogonales, se lleva a cabo mediante en el uso de modelos pseudo-acoplados, que se describen más adelante.

4.1 MODELO DE FLUJO

La deducción del Modelo de Flujo de Fluidos se basa en el Modelo de Platos Paralelos⁴⁷. Estas son las suposiciones principales:

- El flujo de fluidos es únicamente a través de la fracturas. La matriz es impermeable.
- El fluido a través de la fracturas es ligeramente compresible.
- La dilatación de la fractura ocasionada por la reactivación por cizalla es despreciable con respecto a las dimensiones del modelo fracturado.

4.1.1 Ecuación de Continuidad

A continuación se deduce la expresión matemática que describe la conservación de la masa del fluido en dirección del flujo en un volumen de control que representa a una fractura:

El balance de materia a través de la fractura $\Delta x \Delta y L$ de la Figura 10 que presenta flujo en dirección x está dado por⁴⁸:

$$\begin{aligned} & \{ \text{entrada de masa} \} - \{ \text{salida de masa} \} \pm \left\{ \begin{array}{l} \text{fuentes o} \\ \text{sumideros} \end{array} \right\} \\ & = \{ \text{acumulación de masa} \} \end{aligned} \qquad \text{Ec. 15}$$

⁴⁷ Snow, Op. Cit.

⁴⁸ BIRD, R B., STEWART, W E. y LIGHTFOOT, E N. Fenómenos de Transporte. Barcelona: Reverte S.A, 1992. 841 p.

El volumen del fluido, V_f está dado por la siguiente expresión:

$$V_f = A_T \Delta t \vartheta_f \quad \text{Ec. 16}$$

Teniendo en cuenta la definición para el volumen de fluido dada por la ecuación 16, posteriormente se obtienen cada uno de los componentes de la ecuación de balance de materia:

$$\text{Masa que entra a través de la superficie } x |_{\Delta t}: \Delta y \Delta z \Delta t (\vartheta_{fx} \rho_f) \Big|_x \quad \text{Ec. 17}$$

$$\text{Masa que sale a través de la superficie } x+\Delta x |_{\Delta t}: \Delta y \Delta z \Delta t (\vartheta_{fx} \rho_f) \Big|_{x+\Delta x} \quad \text{Ec. 18}$$

$$\text{Masa que entra a través de la superficie } y |_{\Delta t}: \Delta x \Delta z \Delta t (\vartheta_{fy} \rho_f) \Big|_y \quad \text{Ec. 19}$$

$$\text{Masa que sale a través de la superficie } y+\Delta y |_{\Delta t}: \Delta x \Delta z \Delta t (\vartheta_{fy} \rho_f) \Big|_{y+\Delta y} \quad \text{Ec. 20}$$

$$\text{Masa que entra a través de la superficie } z |_{\Delta t}: \Delta x \Delta y \Delta t (\vartheta_{fz} \rho_f) \Big|_z \quad \text{Ec. 21}$$

$$\text{Masa que sale a través de la superficie } z+\Delta z |_{\Delta t}: \Delta x \Delta y \Delta t (\vartheta_{fz} \rho_f) \Big|_{z+\Delta z} \quad \text{Ec. 22}$$

$$\text{Masa debida a fuentes o sumideros } |_{\Delta t}: \tilde{q}_f V_T \Delta t \quad \text{Ec. 23}$$

$$\text{Acumulación de masa } |_{\Delta t}: (V_T \rho_f) \Big|_{t+\Delta t} - (V_T \rho_f) \Big|_t \quad \text{Ec. 24}$$

En las expresiones anteriores:

ρ_f = densidad del fluido

\tilde{q}_f = flujo másico debido a fuentes o sumideros por unidad de volumen total

V_T = volumen total

Sustituyendo las ecuaciones 17 a 24 en la ecuación de balance de materia 15 se tiene:

$$\begin{aligned} & \Delta y \Delta z \Delta t (\vartheta_{fx} \rho_f) \Big|_x - \Delta y \Delta z \Delta t (\vartheta_{fx} \rho_f) \Big|_{x+\Delta x} + \Delta x \Delta z \Delta t (\vartheta_{fy} \rho_f) \Big|_y - \Delta x \Delta z \Delta t (\vartheta_{fy} \rho_f) \Big|_{y+\Delta y} \\ & + \Delta x \Delta y \Delta t (\vartheta_{fz} \rho_f) \Big|_z - \Delta x \Delta y \Delta t (\vartheta_{fz} \rho_f) \Big|_{z+\Delta z} \pm \tilde{q}_f V_T \Delta t \\ & = (V_T \rho_f) \Big|_{t+\Delta t} - (V_T \rho_f) \Big|_t \end{aligned} \quad \text{Ec. 25}$$

Dividiendo la ecuación 25 por $(\Delta x \Delta y \Delta z \Delta t)$ y tomando límites cuando estos incrementos tienden a cero se obtiene:

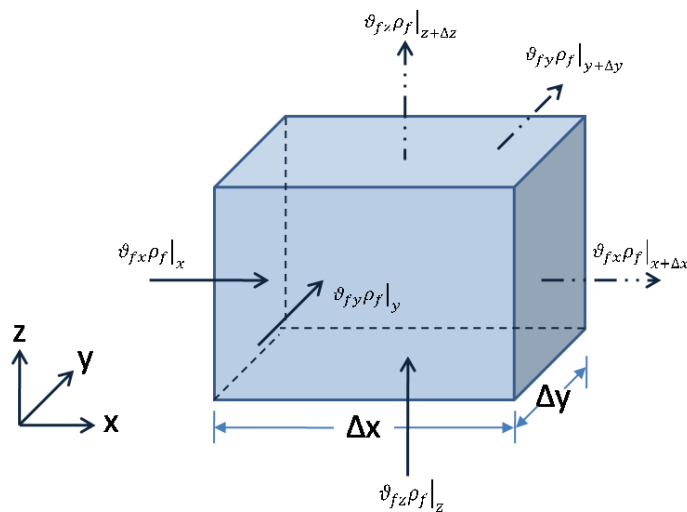
$$-\left(\frac{\partial}{\partial x}(\vartheta_{fx}\rho_f) + \frac{\partial}{\partial y}(\vartheta_{fy}\rho_f) + \frac{\partial}{\partial z}(\vartheta_{fz}\rho_f)\right) = \frac{\partial}{\partial t}(\rho_f) \pm \tilde{q}_f \quad \text{Ec. 26}$$

ó

$$-\nabla \cdot (\vartheta_f \rho_f) = \frac{\partial}{\partial t}(\rho_f) \pm \tilde{q}_f \quad \text{Ec. 27}$$

Esta es la ecuación de continuidad usada en este trabajo para el planteamiento del modelo de flujo en una fractura.

Figura 10. Volumen de control usado para la deducción de la Ecuación de Continuidad.



Fuente: Modificado de Bird, 1992.

4.1.2 Ecuación de conservación de cantidad de movimiento

La deducción de esta ecuación se presenta detalladamente a continuación.

Suposiciones:

- Fluido newtoniano
- Existe únicamente gradiente de presión en la dirección x, por ende existe flujo de fluido en el plano xy.
- La fuerza de gravedad aplica únicamente en dirección z.
- No hay perturbación del flujo en la entrada y salida de la fractura, es decir

$$\frac{\partial \vartheta_{fx}}{\partial x} = 0.$$

El balance de cantidad de movimiento a través de la fractura con dimensiones del sistema $\Delta x \Delta y L$ que se muestra en la Figura 11 está dado por:

$$\left\{ \begin{array}{l} \text{velocidad de entrada} \\ \text{de cantidad de} \\ \text{movimiento} \end{array} \right\} - \left\{ \begin{array}{l} \text{velocidad de salida} \\ \text{de cantidad de} \\ \text{movimiento} \end{array} \right\} + \left\{ \begin{array}{l} \text{suma de fuerzas} \\ \text{sobre el sistema} \end{array} \right\} \\ = \left\{ \begin{array}{l} \text{velocidad de acumulación} \\ \text{de cantidad de movimiento} \end{array} \right\} \quad \text{Ec. 28}$$

Los componentes de la ecuación de balance de cantidad de movimiento para la fractura de la Figura 11 teniendo en cuenta las suposiciones anteriores son:

$$\begin{array}{l} \text{Velocidad de entrada de cantidad de movimiento } x \\ \text{a través de la superficie } y \end{array} : \Delta x L (\tau_{yx}) \Big|_y \quad \text{Ec. 29}$$

$$\begin{array}{l} \text{Velocidad de salida de cantidad de movimiento } x \\ \text{a través de la superficie } y + \Delta y \end{array} : \Delta x L (\tau_{yx}) \Big|_{y + \Delta y} \quad \text{Ec. 30}$$

$$\begin{array}{l} \text{Velocidad de entrada de cantidad de movimiento } x \\ \text{a través de la superficie } x \end{array} : \Delta y L \vartheta_x (\rho_f \vartheta_{fx}) \Big|_x \quad \text{Ec. 31}$$

Velocidad de salida de cantidad de movimiento x a través de la superficie $x+\Delta x$: $\Delta y L \vartheta_x (\rho_f \vartheta_{fx})|_{x+\Delta x}$ Ec. 32

Velocidad de entrada de cantidad de movimiento y a través de la superficie x : $\Delta y L (\tau_{xy})|_x$ Ec. 33

Velocidad de salida de cantidad de movimiento y a través de la superficie $x+\Delta x$: $\Delta y L (\tau_{xy})|_{x+\Delta x}$ Ec. 34

Velocidad de acumulación de cantidad de movimiento x en el elemento : 0 Ec. 35

Fuerza de presión que actúa sobre la superficie x : $\Delta y L P|_x$ Ec. 36

Fuerza de presión que actúa sobre la superficie $x+\Delta x$: $-\Delta y L P|_{x+\Delta x}$ Ec. 37

Sustituyendo cada una de las contribuciones dadas por las expresiones 29 a 37 en la ecuación de balance de cantidad de movimiento se tiene:

Componente x :

$$\Delta x L (\tau_{yx})|_y - \Delta x L (\tau_{yx})|_{y+\Delta y} + \Delta y L \vartheta_x (\rho_f \vartheta_{fx})|_x - \Delta y L \vartheta_x (\rho_f \vartheta_{fx})|_{x+\Delta x} + \Delta y L P|_x - \Delta y L P|_{x+\Delta x} = 0$$
 Ec. 38

Componente y :

$$\Delta y L (\tau_{xy})|_x + \Delta y L (\tau_{xy})|_{x+\Delta x} = 0$$
 Ec. 39

Dividiendo las ecuaciones 38 y 39 entre $\Delta x \Delta y L \Delta t$ y tomando límites cuando $\Delta x, \Delta y, \Delta t$ tienden a cero, se obtiene:

Componente x:

$$\lim_{\Delta y \rightarrow 0} \frac{(\tau_{yx})|_y - (\tau_{yx})|_{y+\Delta y}}{\Delta y} + \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{\vartheta_x \left((\rho_f \vartheta_{fx})|_x - (\rho_f \vartheta_{fx})|_{x+\Delta x} \right)}{\Delta x} + \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{P|_x - P|_{x+\Delta x}}{\Delta x} = 0 \quad \text{Ec. 40}$$

ó

$$\frac{\partial \tau_{yx}}{\partial y} + \frac{\partial (\rho_f \vartheta_{fx})}{\partial x} \vartheta_{fx} + \frac{\partial P}{\partial x} = 0 \quad \text{Ec. 41}$$

Componente y:

$$\lim_{\Delta y \rightarrow 0} \frac{(\tau_{xy})|_x + (\tau_{xy})|_{x+\Delta x}}{\Delta x} = 0 \quad \text{Ec. 42}$$

ó

$$\frac{\partial \tau_{xy}}{\partial x} = 0 \quad \text{Ec. 43}$$

Teniendo en cuenta que para un fluido newtoniano, se cumple que:

$$\tau_{yx} = \tau_{xy} = -\mu \frac{\partial \vartheta_{fx}}{\partial y} \quad \text{Ec. 44}$$

Reemplazando la ecuación 44 en las componentes x, y dados por las ecuaciones 41 y 43 se tiene:

Componente x:

$$\mu \left(\frac{\partial^2 \vartheta_{fx}}{\partial y^2} \right) + \frac{\partial (\rho_f \vartheta_{fx})}{\partial x} \vartheta_{fx} + \frac{\partial P}{\partial x} = 0 \quad \text{Ec. 45}$$

Componente y:

$$\frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{\partial \vartheta_{fx}}{\partial y} \right) = 0 \quad \text{Ec. 46}$$

De la ecuación 46 se deduce que ϑ_{fx} es independiente de x , por ende:

$$\frac{\partial \vartheta_{fx}}{\partial x} = 0 \quad \text{Ec. 47}$$

Reemplazando la expresión 47 en la ecuación 45 se obtiene:

$$\mu \left(\frac{\partial^2 \vartheta_{fx}}{\partial y^2} \right) + \frac{\partial P}{\partial x} = 0 \quad \text{Ec. 48}$$

Para que se cumpla la igualdad 48, ambos lados de la ecuación deben ser igual a una constante:

$$\frac{\partial P}{\partial x} = k = \mu \left(\frac{d^2 \vartheta_x}{dy^2} \right) \quad \text{Ec. 49}$$

ó

$$\mu \left(\frac{d^2 \vartheta_x}{dy^2} \right) = k \quad \text{Ec. 50}$$

Resolviendo la ecuación 50 para obtener $\vartheta_x(y)$ se tiene la siguiente expresión:

$$\vartheta_x(y) = \frac{k}{2\mu} y^2 + C_1 y + C_2 \quad \text{Ec. 51}$$

C_1 y C_2 son constantes de integración. Para obtener los valores correspondientes a estas constantes se aplican las siguientes condiciones de frontera.

$$\text{CF1: Para } y = 0; \vartheta_x(y) = 0 \quad \text{Ec. 52}$$

$$\text{CF2: Para } y = a; \vartheta_x(y) = 0 \quad \text{Ec. 53}$$

donde a es la apertura de la fractura.

Reemplazando las condiciones de frontera en la ecuación 51 y resolviendo para las constantes de integración se obtiene:

$$C_1 = - \left(\frac{k}{2\mu} a \right) \quad \text{Ec. 54}$$

$$C_2 = 0 \quad \text{Ec. 55}$$

Sustituyendo las constantes de integración dadas por las expresiones 54 y 55 dentro de la ecuación 51, se obtiene finalmente la expresión para el perfil de velocidad dentro de la fractura:

$$\vartheta_x(y) = \frac{k}{2\mu}y^2 - \left(\frac{k}{2\mu}a\right)y \quad \text{Ec. 56}$$

Para la deducción del modelo de flujo, el término de conservación de cantidad de movimiento de la cantidad de movimiento se expresa en función de la velocidad media. La velocidad media se obtiene mediante la siguiente expresión:

$$\vartheta_x = \frac{\int_0^w \int_0^a \vartheta_x dy dz}{\int_0^w \int_0^a dy dz} \quad \text{Ec. 57}$$

$$\vartheta_x = -\frac{k}{12\mu}a^2 \quad \text{Ec. 58}$$

Recordando de la ecuación 49 que:

$$k = \frac{\partial P}{\partial x} \quad \text{Ec. 59}$$

Finalmente se obtiene la expresión para la velocidad media del fluido en la fractura:

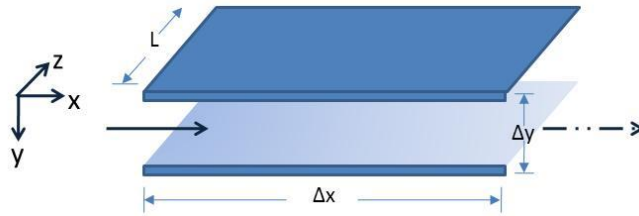
$$\vartheta_x = -\frac{a^2}{12\mu} \frac{dP}{dx} \quad \text{Ec. 60}$$

Escribiendo la expresión 60 en forma general usando notación vectorial, finalmente se obtiene:

$$\vartheta = -\frac{a^2}{12\mu} \nabla P \quad \text{Ec. 61}$$

Esta es la expresión que se plantea en este trabajo para la conservación de la cantidad de movimiento para el flujo de fluidos en una fractura.

Figura 11. Modelo físico para describir el flujo de fluidos en la fracturas.



Fuente: El autor. Universidad Industrial de Santander, 2012.

4.1.3 Ecuación de estado

La ecuación de estado describe la variación de la densidad del fluido con la presión del sistema y por ende con el tiempo. Para el caso de un fluido ligeramente compresible, la formulación de la ecuación de estado estará dada por la siguiente expresión:

En función de la variación de densidad con la presión:

$$c_f = \frac{1}{\rho_f} \frac{\partial \rho_f}{\partial P} \quad \text{Ec. 62}$$

donde:

c_f = compresibilidad del fluido

ρ_f = densidad del fluido

P = presión del sistema

También se puede expresar en función de la variación de densidad y la presión con el tiempo:

$$c_f \frac{\partial P}{\partial t} = \frac{1}{\rho_f} \frac{\partial \rho_f}{\partial t} \quad \text{Ec. 63}$$

Para el caso de un fluido incompresible, la densidad se mantiene constante y por ende las expresiones 62 y 63 se igualan a cero.

4.1.4 Deducción del modelo de flujo

Teniendo en cuenta las expresiones anteriores para la Conservación de la Masa, la Conservación de la Cantidad de Movimiento y la Ecuación de Estado, finalmente se obtiene el Modelo de Flujo en fracturas usado en este trabajo, que se presenta a continuación. La deducción de este modelo se presenta a continuación.

Reemplazando la expresión 61 para la conservación de cantidad de movimiento y la ecuación de estado dada por la expresión 53 dentro de la ecuación 27 de continuidad se obtiene:

$$-\nabla \cdot \left(\left(-\frac{a^2}{12\mu} \nabla P \right) \rho_f \right) = c_f \rho_f \frac{\partial}{\partial t} (P) + \tilde{q}_f \quad \text{Ec. 64}$$

ó

$$\nabla \cdot \left(\frac{a^2}{12\mu} \rho_f \nabla P \right) = c_f \rho_f \frac{\partial}{\partial t} (P) + \tilde{q}_f \quad \text{Ec. 65}$$

Este es el modelo de flujo de fluido planteado en este trabajo para simular el flujo de fluido a través de fracturas. La solución de esta ecuación se lleva a cabo mediante diferencias finitas.

4.2 MODELO GEOMECÁNICO

El modelo geomecánico para la matriz se constituye a partir de las ecuaciones de equilibrio de esfuerzo, las relaciones esfuerzo- deformación y deformación-desplazamiento. En este trabajo se asume que los bloques de matriz tienen un comportamiento elástico lineal; es decir que la relación esfuerzo-deformación está dada por la ley de Hooke. Por otro lado, para describir la compactación de las fracturas se usa un modelo constitutivo de deformación de fracturas descrito al inicio de este capítulo.

A continuación se presentan las ecuaciones de equilibrio de esfuerzo, las relaciones esfuerzo- deformación y deformación-desplazamiento utilizadas para finalmente obtener las ecuaciones constitutivas del modelo de deformación geomecánica en la matriz.

4.2.1 Ecuaciones de equilibrio de esfuerzos

Además de las fuerzas que actúan en la superficie de un cuerpo, existen las fuerzas de cuerpo, que actúan en todo el volumen de él. Entre estas fuerzas encontramos la fuerza de la gravedad. Las fuerzas de cuerpo generalmente aumentan los gradientes de esfuerzos, por ejemplo un elemento en una formación no está sujeto solo a la fuerza de gravedad, sino que también carga el peso de la formación de encima, así el esfuerzo total aumenta con la profundidad. Para que un cuerpo sometido a esfuerzos se mantenga en equilibrio, se requiere que todas las fuerzas que actúan sobre él se cancelen, esto produce un conjunto de requerimientos de simetría para las componentes de cizalla del tensor de esfuerzos ($\tau_{xy} = \tau_{yx}$, $\tau_{yz} = \tau_{zy}$, $\tau_{xz} = \tau_{zx}$) y también un conjunto de ecuaciones

para los gradientes de esfuerzos que se denominan las ecuaciones de equilibrio⁴⁹.

Si $f(x)$ es una función continua y diferenciable, la función $f(x + \Delta x)$ puede ser expresada de la siguiente forma:

$$f(x + \Delta x) \cong f(x) + \frac{\partial f}{\partial x} \Delta x \quad \text{Ec. 66}$$

Considerando un elemento infinitesimal de volumen en cuyas caras actúan esfuerzos normales y de cizalla y suponiendo que las componentes de la fuerza gravitacional (fuerzas de cuerpo), g , que actúan sobre el elemento están dadas por g_x, g_y, g_z en las direcciones x, y, z respectivamente; las fuerzas que actúan sobre el cuerpo en la dirección x son:

Fuerzas normales:

$$\sigma_x \Delta y \Delta z - \left(\sigma_x + \frac{\partial \sigma_x}{\partial x} \Delta x \right) \Delta y \Delta z - P \Delta y \Delta z + \left(P + \frac{\partial P}{\partial x} \Delta x \right) \Delta y \Delta z \quad \text{Ec. 67}$$

Fuerzas de cizalla:

$$\tau_{yx} \Delta x \Delta z - \left(\tau_{yx} + \frac{\partial \tau_{yx}}{\partial y} \Delta y \right) \Delta x \Delta z + \tau_{zx} \Delta x \Delta z - \left(\tau_{zx} + \frac{\partial \tau_{zx}}{\partial z} \Delta z \right) \Delta x \Delta y \quad \text{Ec. 68}$$

Fuerzas de cuerpo:

$$\rho g_x \Delta x \Delta y \Delta z \quad \text{Ec. 69}$$

Sumando las ecuaciones 67, 68 y 69 y dividiendo entre $\Delta x \Delta y \Delta z$ se obtiene:

$$\frac{\partial \sigma_x}{\partial x} - \frac{\partial P}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{yx}}{\partial y} + \frac{\partial \tau_{zx}}{\partial z} + \rho g_x = 0 \quad \text{Ec. 70}$$

⁴⁹ FJAER et al. Petroleum related rock mechanics. The Netherlands: Elsevier, 1992. 338 p.

Haciendo un proceso similar al anterior, se encuentran los balances de fuerzas en las direcciones y, z:

$$\frac{\partial \tau_{xy}}{\partial x} + \frac{\partial \sigma_y}{\partial y} - \frac{\partial P}{\partial y} + \frac{\partial \tau_{zy}}{\partial z} + \rho g_y = 0 \quad \text{Ec. 71}$$

$$\frac{\partial \tau_{xz}}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{yz}}{\partial y} + \frac{\partial \sigma_z}{\partial z} - \frac{\partial P}{\partial z} + \rho g_z = 0 \quad \text{Ec. 72}$$

Las ecuaciones 70 a 72 son las ecuaciones de equilibrio en términos de esfuerzos. Hay que tener en cuenta que la presión del fluido en la fractura se asume en este trabajo como un esfuerzo normal que actúa las tres direcciones ortogonales.

4.2.2 Relaciones Esfuerzo-Deformación (Ley de Hooke)

La ley de Hooke generalizada describe el comportamiento mecánico para materiales perfectamente elásticos. Esta ley afirma que las componentes del tensor esfuerzo en un punto dado de un sólido son funciones lineales y homogéneas de las componentes del tensor deformación en el mismo punto⁵⁰. Lo anterior puede ser expresado así:

$$[\sigma] = [C] * [\varepsilon] \quad \text{Ec. 73}$$

donde:

$[\sigma]$ = tensor de esfuerzos

$[C]$ = tensor de deformación

$[\varepsilon]$ = matriz de módulos elásticos

Generalizando para cualquier dirección, las relaciones esfuerzo-deformación para un material isotrópico quedan de la siguiente forma:

⁵⁰ JAEGER, J, COOK, N G W. and ZIMMERMAN, R. Fundamentals of rock mechanics. 4 ed. Oxford: Blackwell Publishing, 2007. 475 p.

$$\sigma_x = (\lambda + 2G)\varepsilon_x + \lambda\varepsilon_y + \lambda\varepsilon_z \quad \text{Ec. 74}$$

$$\sigma_y = \lambda\varepsilon_x + (\lambda + 2G)\varepsilon_y + \lambda\varepsilon_z \quad \text{Ec. 75}$$

$$\sigma_z = \lambda\varepsilon_x + \lambda\varepsilon_y + (\lambda + 2G)\varepsilon_z \quad \text{Ec. 76}$$

$$\tau_{xy} = 2G\Gamma_{xy} \quad \text{Ec. 77}$$

$$\tau_{zx} = 2G\Gamma_{zx} \quad \text{Ec. 78}$$

$$\tau_{yz} = 2G\Gamma_{yz} \quad \text{Ec. 79}$$

En estas ecuaciones los términos $\varepsilon_x, \varepsilon_y, \varepsilon_z$ son las componentes normales del tensor deformación y $\Gamma_{xy}, \Gamma_{zx}, \Gamma_{yz}$ son las componentes de cizalla. Las constantes G y λ son los módulos elásticos conocidos como las constantes de Lamé. Estas se pueden calcular a partir de otros módulos elásticos conocidos como el módulo de Young, E y la relación de Poisson, ν .

4.2.3 Relaciones Deformación-Desplazamiento

Las deformaciones normales y de cizalla en función de los desplazamientos en los planos perpendiculares a los ejes x, y, z quedan de la siguiente forma:

$$\varepsilon_x = \frac{\partial u_x}{\partial x} \quad \text{Ec. 80}$$

$$\varepsilon_y = \frac{\partial u_y}{\partial y} \quad \text{Ec. 81}$$

$$\varepsilon_z = \frac{\partial u_z}{\partial z} \quad \text{Ec. 82}$$

$$\Gamma_{xy} = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial u_x}{\partial y} + \frac{\partial u_y}{\partial x} \right) \quad \text{Ec. 83}$$

$$\Gamma_{yz} = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial u_y}{\partial z} + \frac{\partial u_z}{\partial y} \right) \quad \text{Ec. 84}$$

$$\Gamma_{xz} = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial u_x}{\partial z} + \frac{\partial u_z}{\partial x} \right) \quad \text{Ec. 85}$$

donde u_x, u_y, u_z son las componentes del vector desplazamiento.

4.2.4 Ecuaciones constitutivas del modelo de deformación geomecánica

El acople de las ecuaciones de equilibrio de esfuerzos, deformación - desplazamiento y esfuerzo - deformación generan las ecuaciones constitutivas del modelo de deformación geomecánica:

Componente x:

$$2 \frac{\partial}{\partial x} \left(G \frac{\partial u_x}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(G \frac{\partial u_x}{\partial y} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left(G \frac{\partial u_x}{\partial z} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(G \frac{\partial u_y}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left(G \frac{\partial u_z}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial x} \left(\lambda \frac{\partial u_x}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial x} \left(\lambda \frac{\partial u_y}{\partial y} \right) + \frac{\partial}{\partial x} \left(\lambda \frac{\partial u_z}{\partial z} \right) - \frac{\partial P}{\partial x} + \rho g_x = 0 \quad \text{Ec. 86}$$

ó

$$\nabla \cdot (G \nabla u_x) + \nabla \cdot \left(G \frac{\partial u}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial x} (\lambda \nabla \cdot u) - \frac{\partial P}{\partial x} + \rho g_x = 0 \quad \text{Ec. 87}$$

Componente y:

$$\frac{\partial}{\partial x} \left(G \frac{\partial u_y}{\partial x} \right) + 2 \frac{\partial}{\partial y} \left(G \frac{\partial u_y}{\partial y} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left(G \frac{\partial u_y}{\partial z} \right) + \frac{\partial}{\partial x} \left(G \frac{\partial u_x}{\partial y} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left(G \frac{\partial u_z}{\partial y} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(\lambda \frac{\partial u_x}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(\lambda \frac{\partial u_y}{\partial y} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(\lambda \frac{\partial u_z}{\partial z} \right) - \frac{\partial P}{\partial y} + \rho g_y = 0 \quad \text{Ec. 88}$$

ó

$$\nabla \cdot (G \nabla u_y) + \nabla \cdot \left(G \frac{\partial u}{\partial y} \right) + \frac{\partial}{\partial y} (\lambda \nabla \cdot u) - \frac{\partial P}{\partial y} + \rho g_y = 0 \quad \text{Ec. 89}$$

Componente z:

$$\frac{\partial}{\partial x} \left(G \frac{\partial u_z}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(G \frac{\partial u_z}{\partial y} \right) + 2 \frac{\partial}{\partial z} \left(G \frac{\partial u_z}{\partial z} \right) + \frac{\partial}{\partial x} \left(G \frac{\partial u_x}{\partial z} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(G \frac{\partial u_y}{\partial z} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left(\lambda \frac{\partial u_x}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left(\lambda \frac{\partial u_y}{\partial y} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left(\lambda \frac{\partial u_z}{\partial z} \right) - \frac{\partial P}{\partial z} + \rho g_z = 0 \quad \text{Ec. 90}$$

ó

$$\nabla \cdot (G \nabla u_z) + \nabla \cdot \left(G \frac{\partial u}{\partial z} \right) + \frac{\partial}{\partial z} (\lambda \nabla \cdot u) - \frac{\partial P}{\partial z} + \rho g_z = 0 \quad \text{Ec. 91}$$

La solución obtenida de este sistema de tres ecuaciones que constituye el modelo de deformación geomecánica son los desplazamientos en las tres direcciones cartesianas. Al igual que el modelo de flujo de fluidos, el modelo de deformación geomecánica está conformado por ecuaciones diferenciales parciales de segundo orden, no lineales y no homogéneas que requieren de solución numérica.

4.3 MODELO SEUDO-ACOPLADO DE FLUJO- DEFORMACIÓN

Para resolver el problema de flujo y deformación en yacimientos naturalmente fracturados planteado en este trabajo, se requiere la solución numérica tanto del modelo matemático del flujo en fracturas, dado por la expresión 65 como del modelo de deformación matriz y fracturas definido por las ecuaciones 86 a 91 y la ecuación 13, respectivamente. Las soluciones a ambos modelos matemáticos se puede obtener numéricamente de forma simultánea; es decir, que tanto las presiones en el sistema (solución obtenida del modelo de flujo) como los desplazamientos (solución obtenida del modelo de deformación) se resuelven como si fuesen un sistema único de ecuaciones. En este contexto, se tendría que definir un término de interdependencia que acople tanto el modelo de flujo como el modelo de deformación. Este término para este tipo de modelamiento de flujo y deformación es el módulo de deformación volumétrica⁵¹; es decir el cambio de volumen ante el cambio de los esfuerzos efectivos. Como los esfuerzos efectivos se encuentran en función de la presión del sistema, en este caso el yacimiento, y la deformación es dependiente del cambio de esfuerzos efectivos, la deformación volumétrica es para este tipo de solución, el término más apropiado para acoplar ambos modelos matemáticos. Este enfoque de solución es definido por los

⁵¹ Chen and Teufel, Op. cit.

investigadores Bagheri y Settari⁵² como solución totalmente acoplada (fully coupled approach) y es el utilizado para el planteamiento matemático de los modelos de superposición de continuos explicados anteriormente en el Capítulo 3.

Existe otro tipo de aproximación que consiste en la solución independiente de los modelos de flujo y deformación respectivamente y se denomina por los autores Bagheri y Settari⁵³ como solución pseudo-acoplada (no fully coupled approach). En este enfoque se soluciona inicialmente el modelo de flujo para resolver la distribución de presiones en el sistema y luego se resuelve únicamente el modelo de deformación para calcular los desplazamientos pero usando las presiones obtenidas de la solución del modelo de flujo para el cálculo de los esfuerzos efectivos. Este tipo de enfoque es el usado para la solución del problema de flujo y deformación en los modelos discretos aunque también puede usarse para medios continuos, mientras que el enfoque totalmente acoplado (fully coupled approach) es únicamente aplicable para medios continuos.

En este trabajo se usó un enfoque pseudo-acoplado (no fully coupled approach) para poder usar las ventajas de los modelos discretos, ya que usando este enfoque el sistema de fracturas si puede representarse mediante algunos de sus atributos geométricos. La aplicación de este enfoque de solución sobre los modelos de flujo y deformación presentados en este trabajo requiere el diseño de una metodología de trabajo, la cual se describe detalladamente en la Figura 12. Este flujo de trabajo se puede dividir en dos etapas denominadas Análisis de Flujo y Análisis de Deformación, respectivamente. La primera etapa consiste en evaluar la respuesta de la presión del sistema de fracturas cuando se perturba el estado de equilibrio debido a la producción de fluidos, mediante la aplicación del modelo de flujo sobre un sistema de fracturas ortogonales. El sistema de fracturas ortogonales se resuelve como un problema de flujo de fluidos en un medio discreto

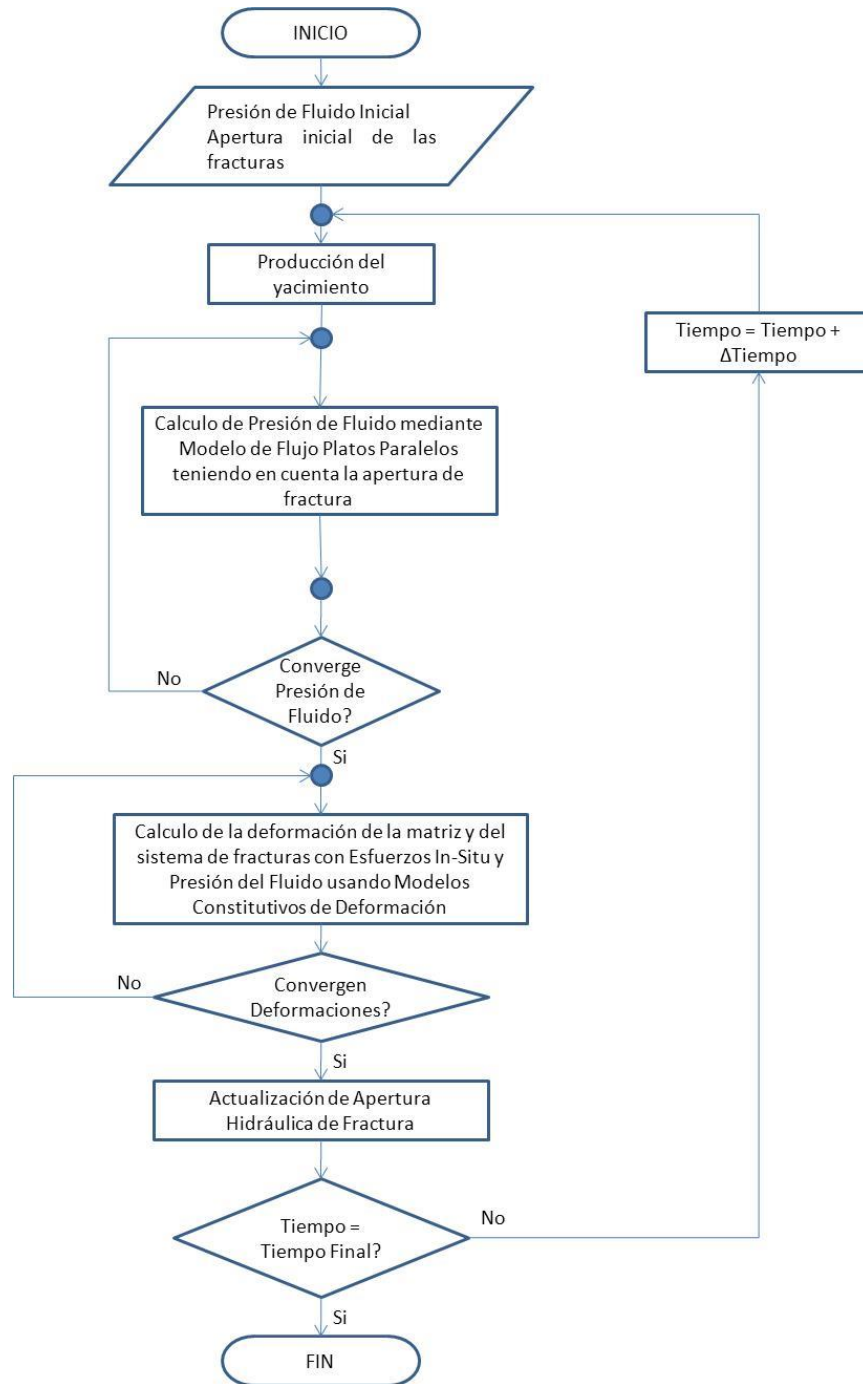
⁵² Bagheri and Settari, Op. cit.

⁵³ Ibid.

donde la transmisibilidad del sistema está en función de la apertura promedio del sistema ortogonal de fracturas. Ya teniendo la nueva distribución de presiones en el sistema de fracturas, se procede a la etapa de Análisis de Deformación. En esta etapa se evalúa la deformación tanto la matriz como el sistema fracturado ante los esfuerzos in-situ y las presiones del sistema obtenidas anteriormente. El sistema fracturado para esta etapa se asume un medio continuo donde son consideradas las propiedades mecánicas tanto para la matriz como para las fracturas. Como ya se ha mencionado, en este trabajo la deformación de la matriz se rige mediante la Ley de Hooke para medios elásticos y la deformación de la fractura se describe mediante un modelo constitutivo para cierre de fractura. Teniendo en cuenta que la deformación del yacimiento conlleva a la variación de la apertura de la fractura y que el modelo de flujo a través del sistema de fracturas se encuentra en función de la apertura, para el siguiente intervalo de simulación se calcula nuevamente la distribución de presiones en el sistema de fracturas ya deformado; es decir, para el nuevo sistema donde ya ha habido disminución de la apertura de fractura. Este ciclo se repite varias veces hasta alcanzar el tiempo de simulación.

Considerando que las ecuaciones matemáticas usadas en este trabajo que describen tanto el flujo de fluidos como la deformación son de tipo diferencial no lineal, se plantea su solución numérica mediante el método de diferencias finitas. Para ello se utiliza una malla rectangular con nodos distribuidos donde se representa un set de fracturas ortogonales como se muestra en la Figura 13. Para esta malla, ocurre únicamente flujo en los nodos asociados al sistema de fracturas (nodos fracturas) y la deformación ocurre para todo el sistema matriz-fracturas. Con respecto al tipo de aproximación numérica para las derivadas, se utiliza aproximación central para las derivadas espaciales y aproximaciones progresivas para las derivadas temporales.

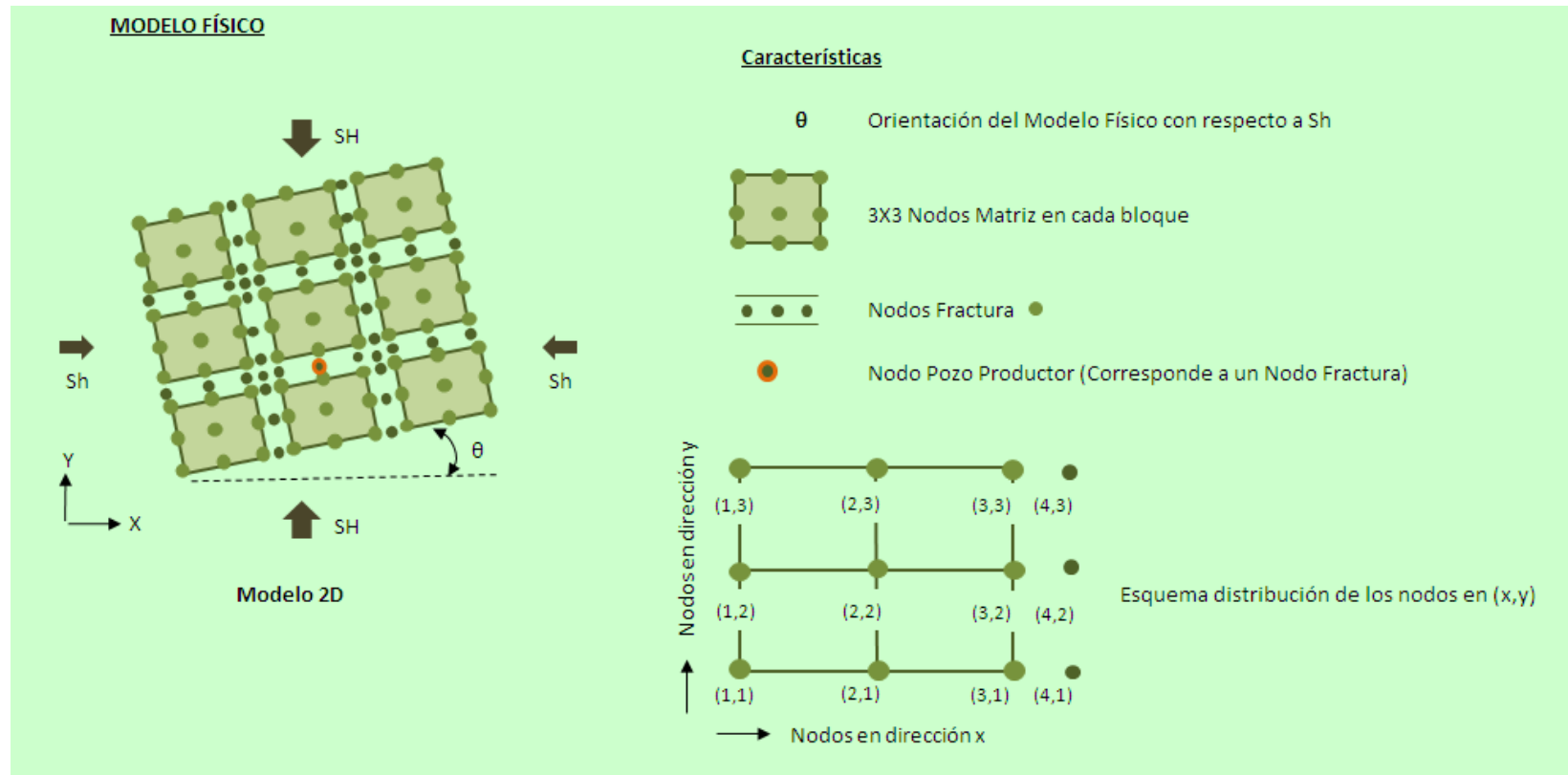
Figura 12. Flujo de trabajo planteado en este trabajo para abordar el problema de Flujo de Fluidos y Deformación en Yacimientos Naturalmente Fracturados Tipo 1⁵⁴.



Fuente: El autor. Universidad Industrial de Santander, 2012.

⁵⁴ Nelson, Op. cit.

Figura 13. Malla rectangular con nodos distribuidos que representa el yacimiento naturalmente fracturado Tipo 1⁵⁵ en este trabajo.



Fuente: El autor. Universidad Industrial de Santander, 2012.

⁵⁵ Ibid.

5. RESULTADOS

El modelamiento numérico de flujo y deformación en un pequeño modelo 2D de un yacimiento naturalmente fracturado Tipo 1⁵⁶ se llevó a cabo usando el software **Matlab®** para la programación de estas ecuaciones matemáticas. Para llevar a cabo la aplicación se simuló un yacimiento teórico bajo las siguientes suposiciones:

- Yacimiento de dos dimensiones.
- Una sola fase en el yacimiento (aceite).
- Fluido que se comporta como Aceite Negro (Black Oil)
- Presión del yacimiento por encima de la presión de burbuja.
- Modelo físico constituido por bloques impermeables de matriz y un sets de fracturas naturales ortogonales.
- Flujo de fluidos únicamente a través del sistema de fracturas naturales.
- Un pozo productor con dos posibles esquemas de producción (caudal qo constante ó presión de fondo fluyente pwf constante) que drena cierta área establecida al iniciar la simulación.
- Un estrato productor.
- Deformación elástica de los bloques de matriz y del sistema de fractura naturales.

⁵⁶ Ibid.

Los datos de entradas y de salida de la aplicación fueron manejados en un archivo Excel denominado SCODE-YNF.xls. Los datos de entrada que se ingresan en el archivo Excel se clasifican así:

Malla: Datos referentes a la geometría de la malla de simulación, la cual está constituida por los bloques de matriz y el número de fracturas en coordenadas (x,y) que presenta el yacimiento. Se asume igual número de fracturas en ambas coordenadas. Los datos asociados a la entrada Malla son los siguientes:

- Área (acres): Área del yacimiento a simular.
- Orientación fracturas respecto a Sh (grados): Orientación de la malla de simulación respecto al Esfuerzo Mínimo Horizontal.
- No. Fracturas (x,y): Numero de fracturas en coordenadas (x,y) que atraviesan al yacimiento. El modelo asume el mismo número de fracturas en ambas direcciones.
- Apertura Inicial de Fractura (mm).
- Apertura Mínima de Fractura (mm): Por debajo de la apertura mínima de la fractura se asume que no existe flujo de fluidos.
- Tope Estrato (ft): Tope del estrato productor.
- Base Estrato (ft): Base del estrato productor.

Fluido: Son los datos que describen las propiedades fisicoquímicas de fluido en el yacimiento (aceite). Se asume para este modelo que el fluido se comporta como un Aceite Negro. Los datos asociados a la entrada Fluido son los siguientes:

- Gravedad API (@Cond.Est): Gravedad API del crudo a condiciones de superficie.
- Densidad Gas (lb/ft³) (@Cond.Est): Densidad del gas en solución a condiciones de superficie.
- Factor Volumétrico de Formación @ Pburbuja (RB/STB): Factor volumétrico de formación del fluido a la presión de burbuja.

- Pendiente Factor Volumétrico de Formación Bajosaturado (RB/STB/PSI) (-): Pendiente que describe la disminución del factor volumétrico de formación del fluido antes de alcanzar la presión de burbuja.
- Solubilidad del Gas @ Pburbuja (SCF/STB): Solubilidad del gas del fluido a la presión de burbuja.
- Viscosidad @ Pburbuja (cp): Viscosidad del fluido a la presión de burbuja.
- Pendiente Viscosidad Bajosaturado (cp/PSI): Pendiente que describe el incremento de la viscosidad del fluido antes de alcanzar la presión de burbuja.
- Compresibilidad Fluido(PSI-1): Compresibilidad del fluido.
- Presión de Burbuja (PSI): Presión de burbuja del fluido.
- Temperatura Yto (°F): Temperatura del yacimiento, la cual se asume siempre constante.

Geomecánica: Información referente a la magnitud de los esfuerzos in-situ y las propiedades mecánicas de la roca matriz y de las fracturas. Los datos asociados a la entrada Geomecánica son los siguientes:

- Esf. Máx. Horizontal SH (PSI): Magnitud del Esfuerzo Máximo Horizontal que actúa en el yacimiento.
- Esf. Mín. Horizontal Sh(PSI):Magnitud del Esfuerzo Mínimo Horizontal que actúa en el yacimiento.
- Mód. de Young E (Matriz)(PSI): Modulo de Young para los bloques matriz.
- Mód. de Poisson v (Matriz) (PSI): Modulo de Poisson para los bloques matriz.
- Rigidez Normal Kn (Fractura) (PSI): Modulo de Rigidez Normal de la fractura.
- Rigidez Cizalla Ks (Fractura) (PSI): Modulo de Rigidez de Cizalla de la fractura.

Tasas: Datos que describen la ubicación del pozo productor dentro de la malla de simulación y la definición del esquema de producción del pozo; es decir a tasa constante o a presión de fondo fluyente constante. Los datos asociados a la entrada Tasas son los siguientes:

- Nodo X (Pozo): Coordenada x del nodo productor.
- Nodo Y (Pozo): Coordenada y del nodo productor.
- Tipo de Performance (1,-1): Esquema de producción del pozo; 1. tasa constante, -1. presión de fondo fluyente constante.
- Tasa de producción q_0 (BOPD): Tasa de producción del pozo. Se debe ingresar este valor únicamente cuando el pozo produce a tasa constante.
- Índice de Productividad (BOPD/PSI): Índice de productividad del pozo.
- Presión de fondo fluyente P_{wf} (PSI): Presión de fondo fluyente en el pozo la cual se debe ingresar únicamente cuando el pozo produce a presión de fondo fluyente constante.

Numérico/Inicialización: Asignación de valores inicial de presión y desplazamiento (deformación) para la solución numérica de los modelos matemáticos de flujo y deformación. También se establece la tolerancia para la solución numérica obtenida, el número máximo de iteraciones permitidas, el intervalo de tiempo de simulación y la duración de la simulación. Los datos asociados a la entrada Numérico/Inicialización son los siguientes:

No. Máx. Iteraciones: Número máximo de iteraciones permitidas para alcanzar cierta tolerancia pre-establecida durante la solución de los modelos de flujo (presiones) y deformación (desplazamiento).

Tolerancia: Tolerancia mínima requerida para las soluciones de presión y desplazamiento en cada intervalo de tiempo de simulación.

Valor inicial de Presión (PSI): Asignación inicial de presión para cada uno de los nodos del modelo, que corresponde a la presión inicial en el yacimiento.

Valor inicial de desplazamiento (ft): Asignación inicial de desplazamiento para cada uno de los nodos del modelo, que por lo general se asume nula.

Intervalo de Tiempo Inicial (días): Intervalo de tiempo en el que se divide el tiempo total de la simulación para obtener la solución de los modelos de flujo (presiones) y deformación (desplazamientos). Se debe ingresar un intervalo de tiempo óptimo para que el sistema sea estable numéricamente.

Tiempo máx de simulación (días): Duración máxima de la simulación. La simulación se detiene antes de alcanzar el tiempo máximo cuando no existe ninguna variación de presión en todos los nodos del sistema o cuando la presión del sistema ha alcanzado la presión de burbuja.

En la Figura 14 se muestra una visualización de la interface de los datos de entrada en el archivo Excel para el modelo simulado.

Figura 14. Interface para la entrada de datos en el archivo Excel SCODE-YNF.xls para el modelo teórico 2D de un yacimiento naturalmente fracturado Tipo 1⁵⁷ simulado en este trabajo.

MALLA	Área (Acres)	Orientación respecto a Sh (grados)	No. Fracturas (x,y)	Apertura Inicial de Fractura (mm)	Apertura Mínima de Fractura (mm)	Tope Estrato (ft)	Base Estrato (ft)

FLUIDO	Gravedad API (@Cond.Est)	Densidad Gas (lb/ft3) (@Cond.Est)	Factor Volumétrico de Formación @ Pburbuja (RB/STB)	Pendiente Factor Volumétrico de Formación Bajosaturado (RB/STB/PSI) (-)	Solubilidad del Gas @ Pburbuja (SCF/STB)	Viscosidad @ Pburbuja (cp)	Pendiente Viscosidad Bajosaturado (cp/PSI)	Compresibilidad Fluido (PSI-1)	Presión de Burbuja (PSI)	Temperatura Yto (°F)

GEOMECÁNICA	Esf. Máx. Horizontal SH (PSI)	Esf. Mín. Horizontal Sh (PSI)	Mód. de Young E (Matriz) (PSI)	Mód. de Poisson v (Matriz) (PSI)	Rigidez Normal Kn (Fractura) (PSI)	Rigidez Cizalla Ks (Fractura) (PSI)

TASAS	Nodo X (Pozo)	Nodo Y (Pozo)	Tipo de Performance	Tasa de producción qo (BOPD)	Índice de Productividad (BOPD/PSI)	Presión de fondo fluyente Pwf (PSI)

>>

NUMERICO / INICIALIZACIÓN	No. Máx. Iteraciones	Tolerancia	Valor inicial de Presión (PSI)	Valor inicial de desplazamiento (ft)	Intervalo de Tiempo Inicial (días)	Tiempo máx de simulación (días)

Fuente: El autor. Universidad Industrial de Santander, 2012.

⁵⁷ Ibid.

Por otro lado, los datos de salida para el archivo Excel SCODE-YNF.xls generados de la simulación en Matlab® son:

- Coordenadas nodos Malla Inicial
- Coordenadas nodos Malla deformada
- Presión actual en cada uno de los nodos
- Apertura inicial y final de fractura.

La aplicación de este trabajo se llevó a cabo para un modelo teórico de un pozo productor con determinada área de drenaje y tasa de producción constante. Se usaron los datos PVT para un aceite negro subsaturado referenciado por McCain⁵⁸. Las propiedades mecánicas para los bloques de matriz se asumieron similares a una Arenisca mientras que los valores de apertura inicial y final del set de fracturas ortogonales y de las propiedades mecánicas de las fracturas fueron asumidos. En la Figura 15 se muestra la interface del archivo de datos en Excel SCODE-YNF.xls con los datos de entrada usados en esta aplicación.

⁵⁸ MCCAIN, W D. The properties of petroleum fluids. 2 ed. Tulsa: PennWell Publishing Company, 1990. 548 p.

Figura 15. Datos de entrada en el archivo Excel SCODE-YNoF.xls usados para la aplicación del modelo teórico 2D de un yacimiento naturalmente fracturado Tipo 1⁵⁹.

MALLA	Área (Acres)	Orientación fracturas respecto a Sh (grados)	No. Fracturas (x,y)	Apertura Inicial de Fractura (mm)	Apertura Mínima de Fractura (mm)	Tope Estrato (ft)	Base Estrato (ft)
	30	0	20	0.001	0.00025	8600	8670.52

FLUIDO	Gravedad API (@Cond.Est)	Densidad Gas (lb/ft3) (@Cond.Est)	Factor Volumétrico de Formación @ Pburbuja (RB/STB)	Pendiente Factor Volumétrico de Formación Bajosaturado (RB/STB/PSI) (-)	Solubilidad del Gas @ Pburbuja (SCF/STB)	Viscosidad @ Pburbuja (cp)	Pendiente Viscosidad Bajosaturado (cp/PSI)	Compresibilidad Fluido (PSI-1)	Presión de Burbuja (PSI)	Temperatura Yto (°F)
	40.7	0.105	1.474	-0.00002	854	0.373	0.00003	1.35E-05	2620	220

**Datos PVT tomados para un aceite negro subsaturado. Caso Good Oil Company. Well No. 4.

GEOMECÁNICA	Esf. Máx. Horizontal SH (PSI)	Esf. Mín. Horizontal Sh (PSI)	Mód. de Young E (Matriz) (PSI)	Mód. de Poisson v (Matriz) (PSI)	Rigidez Normal Kn (Fractura) (PSI)	Rigidez Cizalla Ks (Fractura) (PSI)
	7000	5500	4500000	0.2	4500000	2100000

TASAS	Nodo X (Pozo)	Nodo Y (Pozo)	Tipo de Performance	Tasa de producción qo (BOPD)	Índice de Productividad (BOPD/PSI)	Presión de fondo fluvente Pwf (PSI)
	40	40	1	5	0.05	NA

>>

NUMERICO / INICIALIZACIÓN	No. Máx. Iteraciones	Tolerancia	Valor inicial de Presión (PSI)	Valor inicial de desplazamiento (ft)	Intervalo de Tiempo Inicial (días)	Tiempo máx de simulación (días)
	5000	0.000001	4010	0	0.05	360

Fuente: El autor. Universidad Industrial de Santander, 2012.

⁵⁹ Nelson, Op. cit.

A continuación se presenta la discusión de los resultados obtenidos en la aplicación. Los diferentes escenarios simulados sobre el modelo teórico si bien no son extrapolables a cualquier yacimiento naturalmente fracturado deformable con flujo de fluidos a través de las fracturas, permiten tener una visualización general y confiable de que factores pueden afectar el comportamiento de las presiones y la apertura de fractura; esta última una medida indirecta de la transmisibilidad del sistema.

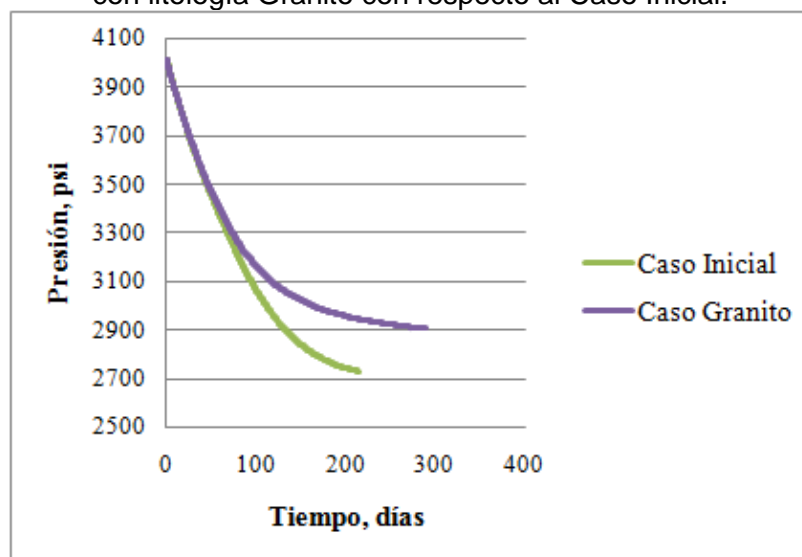
Se simuló numéricamente varios escenarios en Matlab® usando como el caso de referencia para comparar los resultados obtenidos, el presentado por los datos de entrada de la Figura 15. A este escenario se le denominó Caso Inicial. En él se simula un pozo productor de 5 BOPD localizado en el centro de un área de drenaje de 30 acres y que está siendo interceptado por un set de 20X20 fracturas ortogonales. El pozo produce únicamente aceite de gravedad API 40.7° y la presión del yacimiento es de 4010 psi. Con respecto a los datos geomecánicos, las magnitudes del esfuerzo máximo y mínimo horizontal son de 7000 psi y 5500 psi respectivamente, y las propiedades mecánicas de los bloques de matriz corresponden a una arenisca apretada de muy baja porosidad y permeabilidad. Para la simulación se define un pequeño intervalo de tiempo (72 minutos) para que la solución sea numéricamente estable. El tiempo máximo de simulación definido es de 360 días; sin embargo, en el caso de que el sistema simulado alcance la presión de burbuja o se estabilice la presión en el sistema (por encima de la presión de burbuja) antes del tiempo máximo de simulación, esta se finaliza automáticamente; ya que el modelamiento permite una sola fase en el sistema.

Los escenarios simulados con respecto al Caso Inicial son los siguientes:

- **Caso asumiendo litología Granito de los bloques de matriz:** Para este escenario simulado se asumió que los bloques de matriz están constituidos por un material mecánicamente similar al granito (Módulo de Young = 8.5×10^6 psi, Relación de Poisson = 0.2). El comportamiento de la presión con el tiempo para este escenario comparado con el caso inicial se presenta en la Figura 16. Cabe

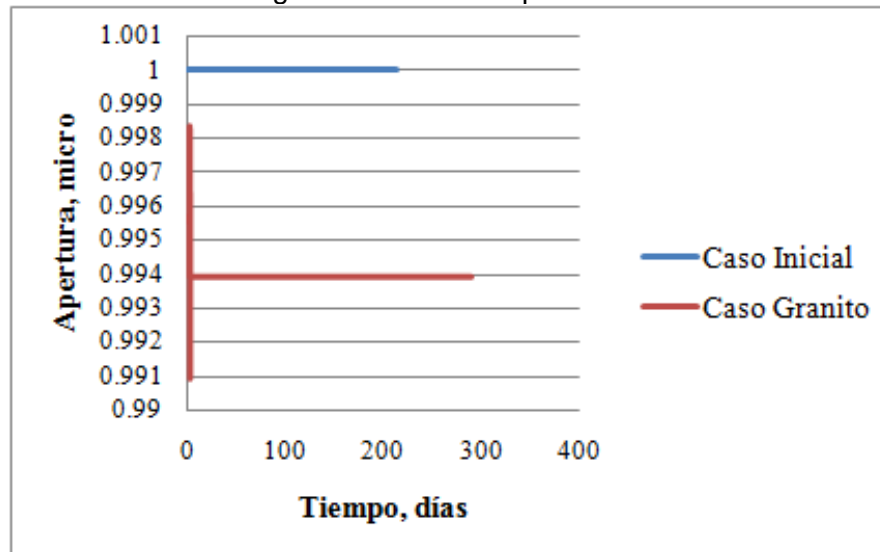
aclarar que el caso inicial para este escenario no está sometido a esfuerzos horizontales, para efectos de comparación. De la Figura 16 se puede observar que la declinación de la presión es más rápida en el caso inicial con respecto al caso granito, y que para ambos caso la presión del sistema se estabiliza por encima de la presión de burbuja. El tiempo de estabilización de la presión fue de 214.5 días para el caso inicial y de 290.45 días para el caso granito. La variación de la apertura de la fractura en el caso granito, se muestra en la Figura 17. En este escenario se observa para el caso granito una disminución de la apertura de la fractura en un 0.84% al alcanzar la estabilización de la presión. En el caso base la apertura no tuvo variación debido a que se asumieron nulos los esfuerzos horizontales, tal como se mencionó anteriormente. La variación de la apertura de fractura para el caso granito se visualiza más detalladamente (a menor escala) en la Figura 18. En este gráfico se puede observar que para el caso Granito, la apertura de la fractura no ha alcanzado su estabilización en el tiempo. Todos estos resultados indican que el comportamiento del flujo de fluidos en el modelo planteado es dependiente de las propiedades mecánicas de la matriz, aún en rocas de baja deformabilidad como es el caso del granito.

Figura 16. Comportamiento de la presión del sistema asumiendo los bloques de matriz con litología Granito con respecto al Caso Inicial.



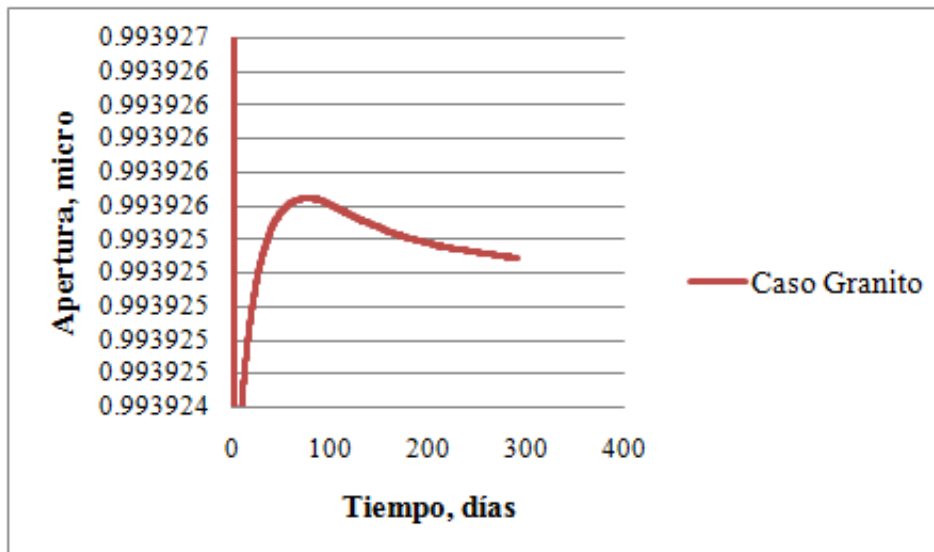
Fuente: El autor. Universidad Industrial de Santander, 2012.

Figura 17. Comportamiento de la apertura de fractura en el sistema asumiendo los bloques de matriz con litología Granito con respecto al Caso Inicial no deformado.



Fuente: El autor. Universidad Industrial de Santander, 2012.

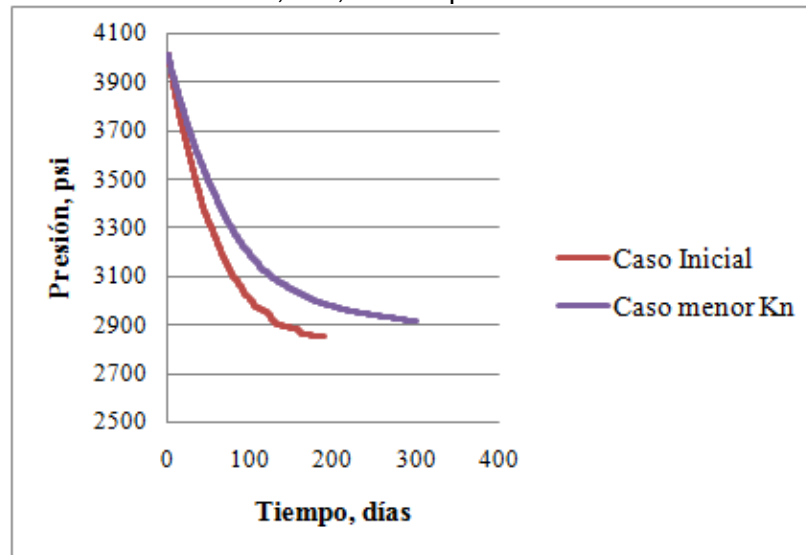
Figura 18. Comportamiento de la apertura de fractura en el sistema para el Caso Granito a menor escala.



Fuente: El autor. Universidad Industrial de Santander, 2012.

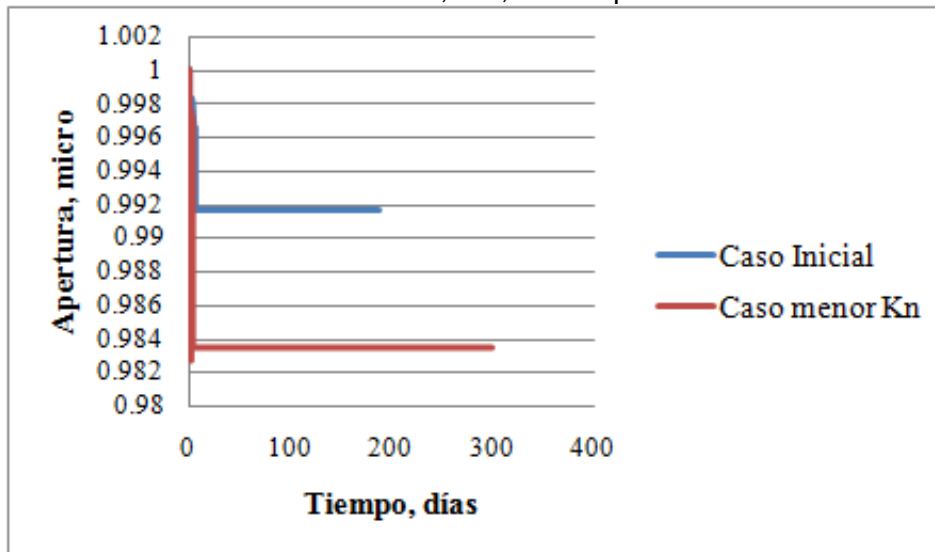
- **Caso asumiendo menor modulo normal de la fractura:** En este caso, se simuló la situación donde el módulo normal de la fractura, K_n (2500000 psi) se asume menor con respecto al considerado en el caso inicial (4500000 psi). En este escenario, para efectos de comparación, el caso inicial también está sometido a los mismos esfuerzos compresivos del caso menor K_n . El comportamiento de la presión indica que la declinación de la presión es más rápida para el caso inicial con respecto al caso menor K_n , como se observa en la Figura 19. El tiempo de estabilización de la presión fue de 189 días para el caso inicial y de 300.3 días para el caso menor K_n . Por otra parte, la variación de la apertura de la fractura tanto para el caso inicial, como para el caso menor K_n se muestra en la Figura 20. Para el sistema con menor K_n , se tiene una disminución de la apertura de fractura del 1.66% con respecto al valor inicial de la apertura cuando el sistema alcanza la presión estabilizada; mientras que para el caso inicial la disminución de la apertura fue del 0.83% con respecto al valor inicial de la apertura. El comportamiento detallado (a menor escala) de la variación de la apertura de fractura para ambos escenarios, se puede visualizar en las Figura 21 y Figura 22, para los casos inicial y menor K_n ; respectivamente. De los resultados obtenidos se puede concluir que la estabilización de la apertura de fractura es más rápida para el caso menor K_n , con respecto al caso inicial. Es decir, que las fracturas naturales con menor modulo normal de fractura, son más sensibles a la deformación. Este fenómeno ayudaría en cierta medida a la disminución de la declinación de la presión en el sistema en el tiempo, causada por la producción de fluidos.

Figura 19. Comportamiento de la presión del sistema asumiendo menor modulo normal de la fractura; K_n , con respecto al Caso Inicial.



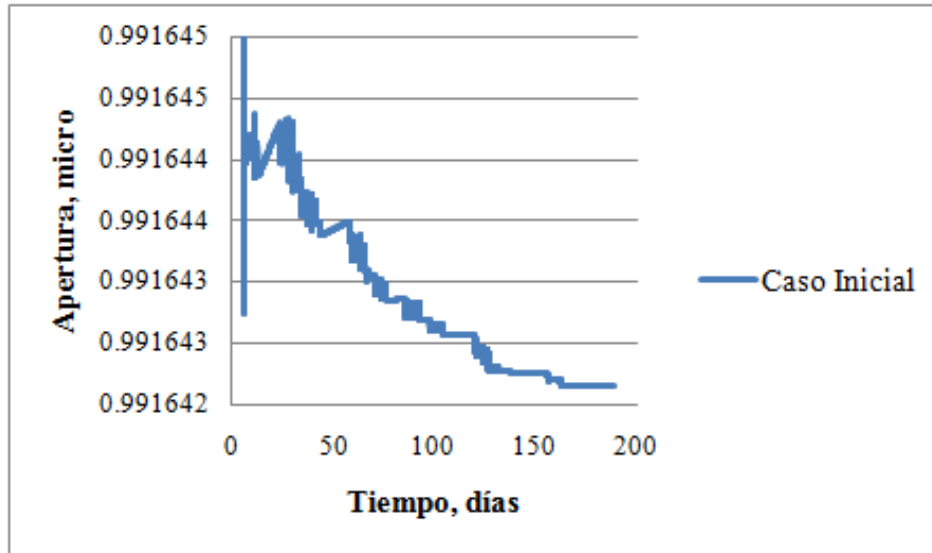
Fuente: El autor. Universidad Industrial de Santander, 2012.

Figura 20. Comportamiento de la apertura de fractura en el sistema asumiendo menor modulo normal de la fractura; K_n , con respecto al Caso Inicial.



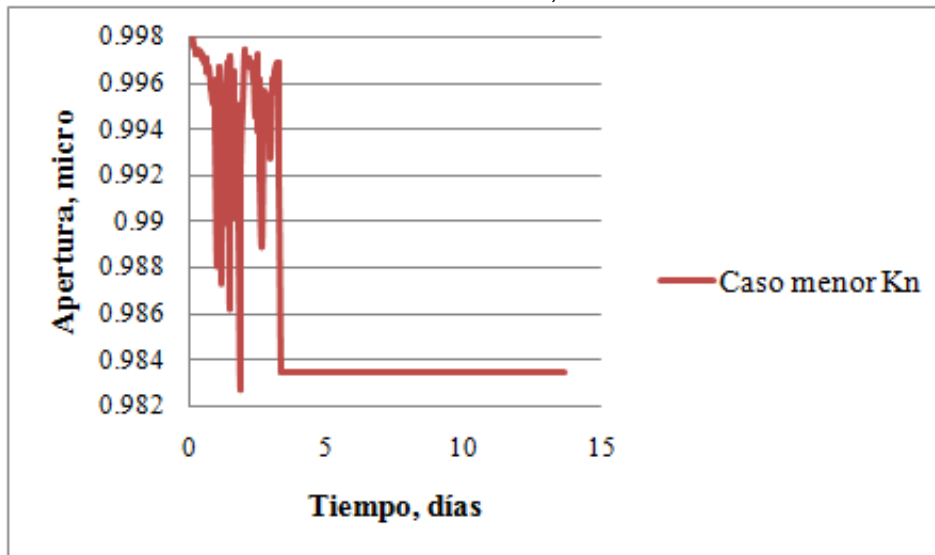
Fuente: El autor. Universidad Industrial de Santander, 2012.

Figura 21. Comportamiento de la apertura de fractura en el sistema para el Caso Inicial, a menor escala.



Fuente: El autor. Universidad Industrial de Santander, 2012.

Figura 22. Comportamiento de la apertura de fractura en el sistema para el Caso menor módulo normal de la fractura, a menor escala.

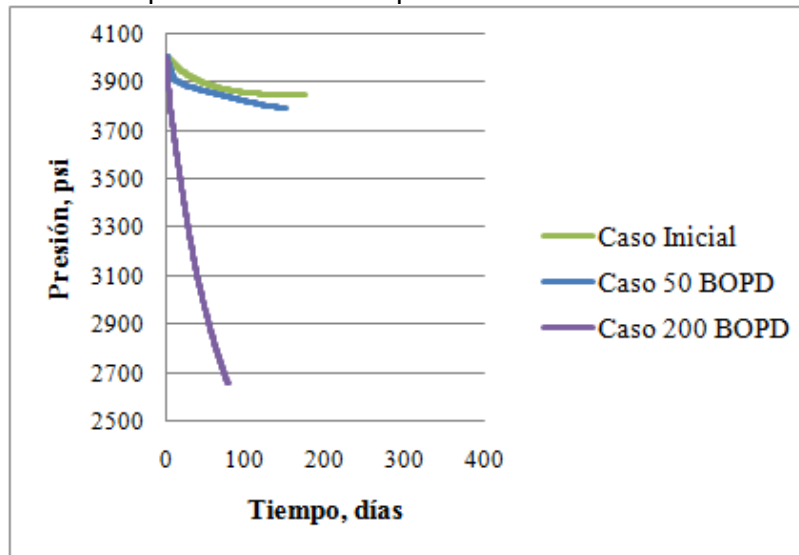


Fuente: El autor. Universidad Industrial de Santander, 2012.

- **Caso asumiendo mayor caudal de producción:** Finalmente, se simuló un escenario donde se incrementó la tasa de producción con respecto al caso inicial; y además se consideró un índice de productividad mayor para todos los

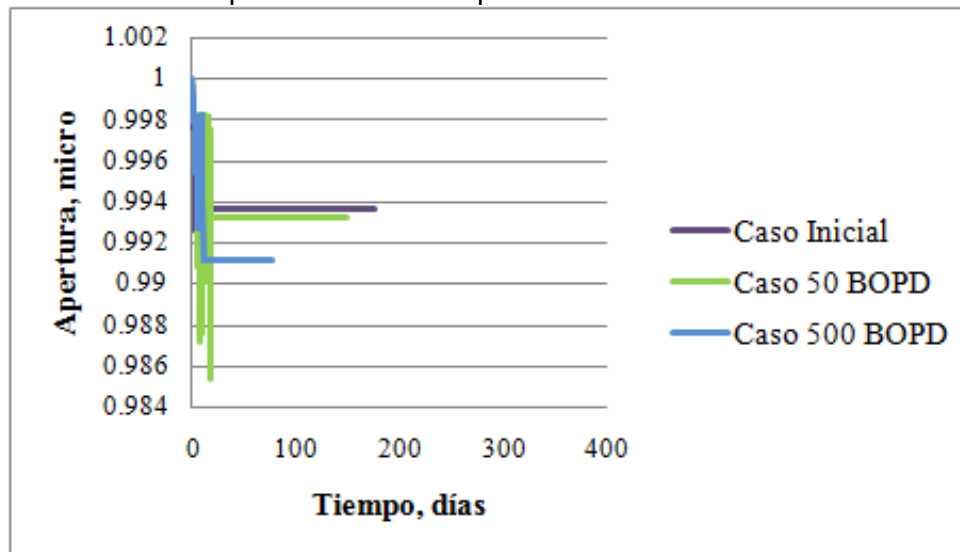
escenarios, incluyendo el caso inicial; con respecto a los casos anteriormente analizados. Se usaron los caudales de 5 BOPD (caso inicial), 50 BOPD y 200 BOPD. Para los dos primeros casos, la declinación de la presión fue muy similar, mientras que en el último escenario, donde el caudal de producción es considerablemente mayor con respecto a los demás, se observa una mayor declinación de la presión con el tiempo. De hecho, en este último escenario no se alcanza la estabilización de la presión en el tiempo y ésta decae rápidamente hasta alcanzar la presión de burbuja. En los dos primeros escenarios la estabilización de la presión del sistema está por encima de la presión de burbuja. El comportamiento de la presión para los tres escenarios se puede observar en la Figura 23. La declinación de la presión en el escenario de 200 BOPD es considerablemente mayor, debido a que a altos caudales se requiere un mayor drawdown en el sistema. El comportamiento de la reducción de la apertura de fractura fue similar al de la presión. En los dos primeros escenarios la reducción de la apertura de fractura fue similar, 0.63% para el caso de 5 BOPD (caso inicial) y 0.68% para el caso de 50 BOPD. Para el caso de 200 BOPD la disminución de la apertura fue del 0.9%. Estos resultados se presentan en la Figura 24. El comportamiento detallado (a menor escala) de la variación de la apertura de fractura para los tres escenarios, se puede visualizar en las Figura 25, Figura 26 y Figura 27. Se puede visualizar en ellas que a medida que se incrementa el caudal de producción, la apertura de la fractura demora en alcanzar su estabilización en el tiempo. De los tres escenarios evaluados, el caso base (5 BOPD), es el único que alcanza la estabilización de la apertura de fractura, como se muestra en la Figura 25. Teniendo en cuenta los resultados obtenidos para los escenarios evaluados con diferentes caudales, se puede deducir que la apertura de fractura disminuye al incrementar considerablemente el caudal de producción en el sistema, y demora más tiempo en estabilizarse. Además, el efecto de un alto drawdown disipa en cierta medida el mecanismo de reducción de la declinación de presión causado por la estabilización de la deformación de la fractura.

Figura 23. Comportamiento de la presión del sistema cuando se incrementa el caudal de producción con respecto al Caso Inicial.



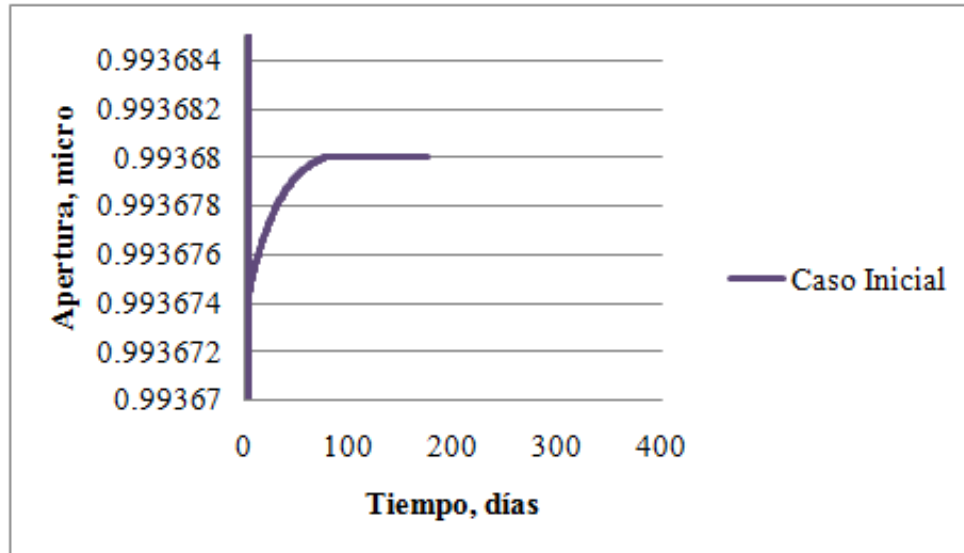
Fuente: El autor. Universidad Industrial de Santander, 2012.

Figura 24. Comportamiento de la apertura de fractura cuando se incrementa el caudal de producción con respecto al Caso Inicial.



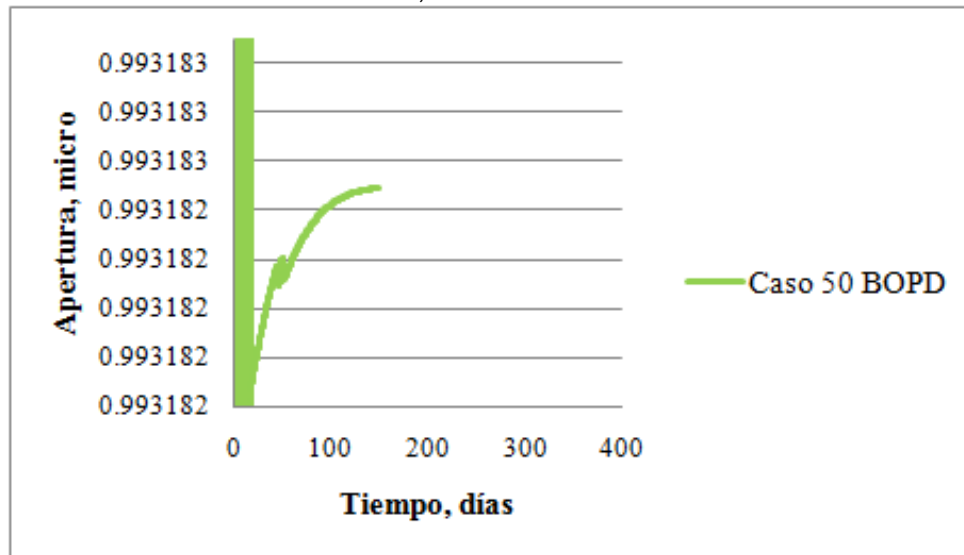
Fuente: El autor. Universidad Industrial de Santander, 2012.

Figura 25. Comportamiento de la apertura de fractura en el sistema para el Caso Inicial, a menor escala.



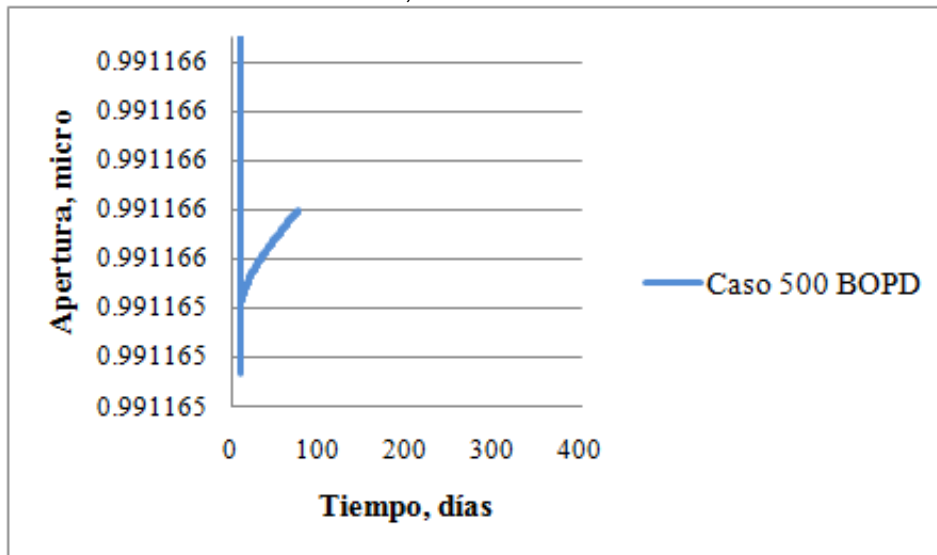
Fuente: El autor. Universidad Industrial de Santander, 2012.

Figura 26. Comportamiento de la apertura de fractura en el sistema para el Caso 50 BOPD, a menor escala.



Fuente: El autor. Universidad Industrial de Santander, 2012.

Figura 27. Comportamiento de la apertura de fractura en el sistema para el Caso 500 BOPD, a menor escala.



Fuente: El autor. Universidad Industrial de Santander, 2012.

Se puede observar en los casos teóricos simulados con bajos caudales de producción, que la presión en el área de drenaje se estabiliza por encima de la presión de burbuja. Finalmente, la perturbación de la presión debida a la producción, se propaga más rápidamente en la red de fracturas naturales interconectadas; por ende, la declinación de la presión será más rápida con respecto a un yacimiento no fracturado.

6. CONCLUSIONES

El enfoque pseudo-acoplado de flujo y deformación usado en este trabajo para abordar el problema de flujo y deformación en un yacimiento naturalmente fracturado permite usar las ventajas de los modelos discretos, ya que se pueden representar geoméricamente las fracturas como un sistema ortogonal de fracturas. En esta investigación usando este enfoque pseudo-acoplado, se pudo modelar teóricamente el flujo de fluidos a través de un set de fracturas ortogonales, para un área de drenaje con un pozo productor, en un yacimiento naturalmente fracturado Tipo1 (flujo únicamente a través de la fracturas). Próximas investigaciones permitirían extender el uso de este enfoque de simulación a distribuciones geométricas de fracturas más detalladas. Las conclusiones obtenidas de la simulación de algunos escenarios sobre el modelo teórico se presentan a continuación. Es importante mencionar que estas conclusiones no son extrapolables, pero pueden tenerse como punto de referencia para entender el comportamiento de este tipo de yacimientos:

- El comportamiento del flujo de fluidos en el sistema es sensible a las propiedades mecánicas tanto de la matriz, como de la red de fracturas.
- La deformación de la fractura actuaría como mecanismo de disminución de la declinación de la presión en el sistema en el tiempo, causada por la producción de fluidos. Sin embargo, este efecto se enmascara a altas tasas de producción, debido al alto drawdown.
- La apertura de fractura disminuye al incrementar considerablemente el caudal de producción.
- Para bajos caudales de producción, la presión en el área de drenaje se estabiliza por encima de la presión de burbuja.

BIBLIOGRAFIA

BAGHERI, M and SETTARI, A. Modeling of geomechanics in naturally fractured reservoirs. En: SPE RESERVOIR SIMULATION SYMPOSIUM. (2005: The Woodlands). SPE 93083. The Woodlands: Society of Petroleum Engineers, 2005. 12 p.

BANDIS, S C., LUMSDEN, A C. and BARTON, N R. Fundamentals of rock joint deformation. En: Int. J. Rock Mech. Min. Sci. & Geomech. Abstr. Vol. 20, (1983); p. 249-268.

BARTON, C A., ZOBACK, M D. and MOSS, D. Fluid flow along potentially active faults in crystalline rock. En: Geology. Vol. 23, 8 (1995); p. 683 -686.

BIRD, R B., STEWART, W E. y LIGHTFOOT, E N. Fenómenos de Transporte. Barcelona: Reverte S.A, 1992. 841 p.

CHEN, H Y., TEUFEL, L. and LEE, R L. Coupled fluid flow and geomechanics in reservoir study: 1. Theory and governing equations. En: SPE ANNUAL TECHNICAL CONFERENCE AND EXHIBITION. (1995: Dallas). SPE 30752. Dallas: Society of Petroleum Engineers, 1995. 13 p.

CHEN, Her Yuan and TEUFEL, Lawrence. Coupling fluid-flow and geomechanics in dual-porosity modeling of naturally fractured reservoirs. En: SPE ANNUAL TECHNICAL CONFERENCE AND EXHIBITION. (1997: San Antonio). SPE 38884. San Antonio: Society of Petroleum Engineers, 1997. 15 p.

CHEN, Her Yuan and TEUFEL, Lawrence. Coupling fluid-flow and geomechanics in dual-porosity modeling of naturally fractured reservoirs: model description and

comparison. En: SPE INTERNATIONAL PETROLEUM CONFERENCE AND EXHIBITION. (2000: Villahermosa). SPE 59043. Villahermosa: Society of Petroleum Engineers, 2000. 10 p.

FJAER et al. Petroleum related rock mechanics. The Netherlands: Elsevier, 1992. 338 p.

JAEGER, J., COOK, N G W. and ZIMMERMAN, R. Fundamentals of rock mechanics. 4 ed. Oxford: Blackwell Publishing, 2007. 475 p.

JING, Lanru and STEPHANSSON, Ove. Fundamentals of discrete element methods for rock engineering: theory and application. The Netherlands: Elsevier, 2007. 562 p.

LAST, N C and HARPER, T R. Response of fractured rock subject to fluid injection Part 1. Development of a numerical model. En: Tectonophysics. Vol. 172, (1990); p. 1-31.

MCCAIN, W D. The properties of petroleum fluids. 2 ed. Tulsa: PennWell Publishing Company, 1990. 548 p.

NELSON, R. Geologic analysis of naturally fractured reservoirs. 2 ed. Houston: Gulf Professional Publishing, 2001. 332 p.

ODA, M. Permeability tensor for Discontinuous Rock Masses. En: Geotechnique. Vol. 35, (1984); p. 483-495.

PENUELA, Gherson. Modeling interporosity flow for improved simulation of naturally fractured reservoirs. Norman, 2002, 149 p. Trabajo de grado (Doctor of

Philosophy). University of Oklahoma. Mewbourne School of Petroleum and Geological Engineering.

SNOW, D T. Rock fracture spacings, openings and porosities. En: Proc. Amer. Soc Civil Eng, J Soil Mech Found Div. Vol. 94, No. SM1 (1968); p. 73 - 94.

SNOW, D T. Anisotropic permeability of fractured media. En: Water Resources Research. Vol. 5, No.6 (1969); p. 1273 - 1289.

WYLLIE, Duncan and MAH, Christopher. Rock slope engineering: civil and mining. 4 ed. Abingdon: Spon Press, 2004. 431 p.

ZHANG, X., KOUTSABELOULIS, N. and HEFFER, K. Hydromechanical modeling of critically stressed and faulted reservoirs. En: AAPG Bulletin. Vol. 91, No. 1 (2007); p. 31-50.