

**EVALUACIÓN TÉRMICA POR MÉTODOS COMPUTACIONALES DE UN
MODELO DE HORNILLA PANELERA**

EDXON STIVEN MENESES CHACÓN

**UNIVERSIDAD INDUSTRIAL DE SANTANDER
FACULTAD DE INGENIERÍAS FISICOMECÁNICAS
ESCUELA DE INGENIERÍA MECÁNICA
MAESTRÍA EN INGENIERÍA MECÁNICA
BUCARAMANGA**

2018

**EVALUACIÓN TÉRMICA POR MÉTODOS COMPUTACIONALES DE UN
MODELO DE HORNILLA PANELERA**

EDXON STIVEN MENESES CHACÓN

**Trabajo de investigación como requisito para optar al título de Magíster en
Ingeniería Mecánica**

Director: JULIAN ERNESTO JARAMILLO IBARRA.

Doctor en Ingeniería Térmica.

Co-Director: ELISABET MAS DE LES VALLS.

Doctora en Ingeniería Nuclear.

**UNIVERSIDAD INDUSTRIAL DE SANTANDER
FACULTAD DE INGENIERÍAS FISICOMECÁNICAS
ESCUELA DE INGENIERÍA MECÁNICA
MAESTRÍA EN INGENIERÍA MECÁNICA
BUCARAMANGA**

2018

CONTENIDO

Pág.

1 INTRODUCCIÓN	14
1.1 PLANTEAMIENTO DEL PROBLEMA.	14
1.2 JUSTIFICACIÓN.	15
1.3 OBJETIVOS.	15
1.3.1 Objetivo general.	15
1.3.2 Objetivos específicos.	16
1.4 METODOLOGÍA DE DESARROLLO.	16
2 ELABORACIÓN DE PANELA.	18
2.1 HORNILLA PANELERA.	18
2.2 PROCESO DE ELABORACIÓN	20
2.3 REVISIÓN BIBLIOGRÁFICA.	21
2.3.1 Mejoras en la hornilla.	22
2.3.2 Mejoras en los evaporadores.	24
2.3.3 Simulaciones numéricas.	25
3 DINÁMICA DE FLUIDOS COMPUTACIONAL.	27
3.1 ECUACIONES NAVIER-STOKES.	27
3.1.1 Principio de conservación de la masa.	27
3.1.2 Ley de la conservación de la cantidad de movimiento.	28
3.1.3 Ecuación de conservación de la energía.	28
3.2 MÉTODO DE VOLÚMENES FINITOS (MVF)	29
3.2.1 Malla ortogonal y “Body-fitted”.	29
3.2.2 Malla estructurada, no estructurada y estructurada en bloque.	30
3.2.3 Formas de celda.	31
3.2.4 Discretización numérica por el método de volúmenes finitos.	32
3.2.5 Esquemas de discretización	33

4	MODELAMIENTO DE LA TURBULENCIA.....	36
4.1	TRANSICIÓN A LA TURBULENCIA.....	36
4.2	APROXIMACIONES NUMÉRICAS.....	37
4.3	MODELOS DE TURBULENCIA RANS.....	39
4.3.1	Modelo $k - \epsilon$ estándar.....	39
4.3.2	Modelo $k - \omega$ estándar.....	40
4.3.3	Modelo $k - \omega$ SST.....	41
4.4	COMPORTAMIENTO CERCA A LAS PAREDES.....	42
4.4.1	Funciones de pared.....	42
4.4.2	Bajo número de Reynolds.....	43
5	MODELAMIENTO DE LA RADIACIÓN.....	44
5.1	MODELOS DE RADIACIÓN.....	45
5.1.1	Modelo de radiación P-1.....	45
5.1.2	Ecuaciones del modelo S2S.....	47
5.1.3	Modelo de radiación Rosseland.....	48
5.1.4	Modelo de transferencia de radiación discreto (DTRM).....	50
5.1.5	Modelo de las ordenadas discretas (DOM).....	51
5.1.6	Eligiendo un modelo de radiación.....	51
5.2	MODELOS DE PROPIEDADES RADIANTES EN LOS GASES.....	52
5.2.1	Emisividad y absortividad de gases y mezclas de ellos.....	53
6	SIMULACIÓN NUMÉRICA DE UNA HORNILLA INDUSTRIAL.....	57
6.1	METODOLOGÍA DE PREPARACIÓN.....	57
6.1.1	Casos Benchmark.....	57
6.2	ESTRUCTURA DEL CASO EN OPENFOAM.....	65
6.2.1	Descripción del directorio constant.....	66
6.2.2	Descripción del directorio system.....	74
6.2.3	Descripción del directorio 0 o temporal.....	84

6.3 MALLA Y CONDICIONES DE FRONTERA.	84
6.3.1 Condiciones de frontera.	85
6.3.2 Mallado.	88
6.4 RESULTADOS.	93
6.4.1 Caso simplificado.	93
6.4.2 Independencia de la malla.	96
6.4.3 Campos de flujo.	97
6.4.4 Distribución de temperaturas.	98
6.4.5 Opciones de mejora.	99
7 CONCLUSIONES.	106
8 OBSERVACIONES Y RECOMENDACIONES.	108
BIBLIOGRAFÍA	109
ANEXOS	112

LISTA DE FIGURAS

		Pág.
1	Hornilla panelera.	18
2	Tipos de evaporadores.	19
3	Hornillas paneleras por tipo de flujo.	19
4	Proceso de elaboración de panela.	20
5	Balance de energía en el ducto de humos.	21
6	Cámaras de combustión: (a) Ward-Cimpa (b) Plana-Cimpa.	23
7	Evaporadores tradicionales y modificados.	24
8	Terminología de malla.	29
9	Malla ortogonal y Body fitted.	30
10	Fenómeno Stair-stepping.	30
11	Malla estructurada en bloque.	31
12	Malla no estructurada.	31
13	Formas de celda.	32
14	Malla híbrida.	32
15	Mallado decalado (staggered grid).	33
16	Transferencia de calor por radiación.	44
17	Absortividad espectral del CO_2 a 830 K y 10 atm para una longitud de trayectoria de 38.8 cm.	53
18	Emisividades de los gases H_2O y CO_2 en una mezcla de gases no participantes a una presión total de 1 atm	54
19	Corrección $\Delta\epsilon$ de la emisividad para usarse en $\epsilon_g = \epsilon_w + \epsilon_c - \Delta\epsilon$	55
20	Diagrama de flujo de una aplicación CFD.	57
21	Esquema general del problema propuesto.	58
22	Distribución de ϕ para distintos valores de $Re_l = \rho/\Gamma$	59
23	Falsa difusión.	60

24	Condiciones de frontera de DHC.	60
25	Influencia del modelo de turbulencia.	61
26	Influencia del modelo de radiación.	61
27	Condiciones de frontera de DHC.	62
28	Número de Stanton para los modelos $k - \omega$ y $k - \omega$ SST.	63
29	Influencia del fenómeno y modelos de radiación.	63
30	Número de Stanton para el caso 3.	64
31	Overview de la estructura de OpenFOAM.	65
32	Solvers disponibles en OpenFOAM.	66
33	Estructura de los archivos de simulación en OpenFOAM 2.4.0.	66
34	Directorio polyMesh.	67
35	Componente normal del gradiente.	78
36	Esquema mostrando los nodos U, C y D para describir el efecto convectivo.	79
37	Isométrica del modelo.	84
38	Dimensiones del modelo en mm.	85
39	Nombre de cada frontera.	85
40	Condición de frontera convectiva.	87
41	Comando para construir la malla con extensión UNV.	89
42	Software SALOME: Algoritmo e hipótesis 3D.	90
43	Software SALOME: Algoritmo e hipótesis 2D.	90
44	Malla híbrida.	90
45	CheckMesh: Calidad de la malla híbrida.	91
46	Software SALOME: Algoritmo e hipótesis.	91
47	Software SALOME: Hipótesis y ejemplo de mallado.	92
48	CheckMesh: Calidad de la malla.	92
49	Asimetría estadística media.	92
50	Calidad ortogonal media.	93

51	Hornilla con un sola paila.	94
52	Dimensiones de hornilla con un sola paila en mm.	94
53	Perfiles de temperatura en el plano $y = 0$	95
54	Puntos de muestra.	96
55	Estudio de independencia de malla:(a) Punto 1. (b) Punto 2.	96
56	Hornilla base: Líneas de corriente.	97
57	Mapa de viscosidad turbulenta.	97
58	Contorno del campo de temperatura.	98
59	Valores de flujo de calor (a) y Número de Nusselt a lo largo del ducto (b).	98
60	Configuración geométrica de la opción 1.	99
61	Opción 1: Líneas de corriente.	100
62	Opción 1: Mapa de viscosidad turbulenta.	100
63	Opción 1: Mapa de temperatura (a) y Número de Nusselt (b).	101
64	Configuración geométrica de la opción 2.	101
65	Opción 2: Líneas de corriente.	102
66	Opción 2: Mapa de viscosidad turbulenta.	102
67	Opción 2: Mapa de temperatura y Número de Nusselt.	103
68	Configuración geométrica de la opción 3.	103
69	Opción 3: Líneas de corriente.	104
70	Opción 3: Mapa de viscosidad turbulenta.	104
71	Opción 3: Mapa de temperatura y Número de Nusselt.	104
72	Evolución del número de Nusselt para todos los ajustes.	105
73	Algoritmo PISO (Adaptado de Fernández [28]).	114

LISTA DE TABLAS

	Pág.
1	Valores típicos para inicio de transición turbulenta. 37
2	Longitud media del haz L para varias formas del volumen de gas. 55
3	Punto de reencuentro (X_r/H) 62
4	Condiciones de radiación térmica. 64
5	Punto de reencuentro (X_r/H) 65
6	Esquemas de interpolación. 78
7	Esquemas del gradiente normal a la superficie. 79
8	Comportamiento del esquema normal de la superficie en el término Laplaciano. 79
9	Comportamiento del esquema para el término Divergente. 80
10	Esquemas disponibles para el término temporal. 80
11	Valores de entrada para el método simple. 83
12	Condiciones de frontera: Velocidad, Temperatura y Presión. 86
13	Condiciones de frontera: Energía cinética y Disipación específica turbulenta. 86
14	Valores de y^+ 97

RESUMEN

TITULO: EVALUACIÓN TÉRMICA POR MÉTODOS COMPUTACIONALES DE UN MODELO DE HORNILLA PANELERA.*

AUTOR: EDXON STIVEN MENESES CHACÓN **

PALABRAS CLAVES: CFD, Transferencia de calor, Flujos turbulentos.

CONTENIDO:

La panela es un producto derivado de la caña de azúcar. Éste se prepara usando una hornilla tradicional diseñada especialmente para este propósito. Según estudios encontrados en la literatura, se identificó que la eficiencia térmica de las hornillas paneleras es en promedio 30%. Esta investigación tiene como objetivo contribuir en la búsqueda de nuevas soluciones para el mejoramiento de esta eficiencia, afectando principalmente el ducto de humos. El desarrollo de esta tesis es como sigue: primero, se realiza una evaluación de los modelos numéricos con casos benchmark. Se simuló dos casos muy conocidos, uno en convección natural y otro en convección forzada. Se hace énfasis en la importancia del fenómeno de radiación, el impacto del espesor óptico y el efecto de éste en los resultados. Luego, basado en la solución de los anteriores, se realiza una simulación en un caso simplificado. En éste se realiza un proceso de validación adicional siguiendo los lineamientos establecidos en la sección de los casos benchmark. Por último, se evalúan tres opciones de mejora. De estas, se resaltan dos con resultados bastante prometedores. Una de ellas emplea láminas rectangulares ubicadas paralelas a la dirección del flujo. Todas las simulaciones en esta investigación fueron realizadas con el código OpenFOAM.

*Tesis de grado en Maestría en ingeniería mecánica.

**Facultad: Fisicomecánicas. Escuela: Ingeniería Mecánica. Director: Dr. Julian Jaramillo. Codirector: Elisaber Mas de Les Valls.

ABSTRACT

HEAD TITLE: NUMERICAL ANALYSIS OF THE THERMAL AND FLUID DYNAMIC BEHAVIOUR OF A TRADITIONAL FURNACE FOR THE PANELA PRODUCTION.*

AUTHOR: EDXON STIVEN MENESES CHACÓN **

KEYWORDS: CFD, Heat transfer, Turbulent flows.

CONTENT:

Panela or Jaggery is a food product derived from the sugar cane juice. It is frequently used as a natural sweetener because of its nutritional properties (calcium, iron y phosphorus) and flavour. This product is prepared using a traditional furnace specially designed for this purpose. Numerical investigations have been carried out in order to enhance the energy efficiency on these systems (goes up to 30% in average). The current research seeks to contribute to the same goal with the evaluation of viable and construable design alternative. The development of this study is as follows: first, an assessment of the numerical models with a benchmark backward facing step is performed. Then, and based on the earlier results, an investigation of the radiation and optical thickness effect in a simplified furnace is realized. Lastly, a series of simulations with slight modifications in the base design for a real size furnace are analysed. The results showed that the radiation effect must be considered and even though the optical thickness is low, it has a relevant impact in the heat transfer process due to the high temperatures in the furnace. Additionally, an increase in energy efficiency using rectangular cuts placed vertical to the flow stream direction was found.

*Master thesis project.

**Faculty: Physical Mechanical Engineering. Program: Mechanical Engineering. Director: Dr. Julian Jaramillo. Codirector: Elisaber Mas de Les Valls.

1. INTRODUCCIÓN

Computational Fluid Dynamics (CFD) o Dinámica de Fluidos Computacional (DFC) es una rama de la Mecánica de Fluidos clásica que se enfoca en la solución numérica de ecuaciones diferenciales que gobiernan el transporte de masa, momento y energía en un fluido.

Básicamente son tres los tipos de problemas que se pueden resolver:

- Simulación de un equipo existente, con el fin de evaluar cambios en su operación o en su diseño (ahorro de energía, optimización en la calidad del producto, mejoras medioambientales), o para diagnosticar problemas operacionales.
- Mejoras en la construcción de equipos, pudiéndose evaluar varias opciones de diseño, incrementando las posibilidades de implementar nuevas innovaciones tecnológicas.
- Simulación de procesos, con o sin cambios de fase, interacciones sólido y fluido, etc.

El sector agroindustrial encargado de la elaboración de Panela está siendo sometido a rigurosos requisitos internacionales para garantizar la calidad del producto, al mismo tiempo está buscando una constante mejoría en la producción y competitividad del mismo. Es por esto que diferentes estudios tanto experimentales como numéricos se han llevado a cabo, buscando proporcionar alternativas de mejora en ciertas áreas del proceso, como por ejemplo la eficiencia energética.

La corporación Colombiana de Investigación Agropecuaria (Corpoica), por medio de su Centro de Investigación para el Mejoramiento de la Agroindustria Panelera (CIMPA), ha dedicado cerca de 20 años en estudios para su mejoramiento térmico. Estas investigaciones se han realizado de forma empírica, sin un conocimiento detallado de la forma en la que ocurre el flujo y la transferencia de energía de los gases de combustión al jugo.

El objetivo de este estudio es aportar una nueva metodología de mejoramiento por medio de la aplicación de CFD. Este proyecto propone un estudio multidimensional del flujo y transferencia de calor en el ducto de humos. Se busca caracterizar térmicamente el flujo para así contar con un modelo CFD, y de esta manera estudiar nuevas posibilidades de mejora.

1.1. PLANTEAMIENTO DEL PROBLEMA.

En Colombia el cultivo de caña de azúcar se destaca por ocupar el segundo lugar en extensión después del café; ocupa 171633Ha del territorio nacional, produciendo 20,3 millones de toneladas. De la caña de azúcar sembrada, más del 50% se destina para la producción de panela. Se estima que existen cerca de 70000 unidades agrícolas que cultivan la caña panelera [23].

La eficiencia energética de una hornilla (unidades agrícolas) puede expresarse como la energía requerida para el proceso de elaboración de la panela respecto a la energía suministrada por el combustible. Esta eficiencia está siendo afectada por distintos factores tales como: combustión incompleta, operaciones inadecuadas en

la hornilla, energía disipada a través de las superficies sin aislar e incorrecto mantenimiento y diseño de las pailas. Según investigaciones encontradas en la literatura, se identificó que la eficiencia térmica de las hornillas paneleras es en promedio 30%. Esta baja eficiencia perjudica económicamente el sector panelero debido a que afecta la capacidad de producción e inclusive, en algunas ocasiones, la calidad del producto. Por otro lado, involucra el uso de combustibles alternativos (siendo el bagazo el combustible primario) como la madera, carbón, caucho, etc. para suplir las deficiencias de combustible de los trapiches, generando daños medioambientales.

Además de estas bajas eficiencias, no se cuenta con un conocimiento claro del comportamiento térmico y fluido-dinámico de los gases de combustión en el ducto, retrasando o impidiendo la fácil intervención de mejoras apriori al diseño.

Por estas razones nace la necesidad de crear nuevas estrategias para mejorar estos sistemas térmicamente. Recientemente, se han realizado diferentes estudios referentes al mejoramiento de estas hornillas, aportando nuevas ideas en el diseño de las pailas, la cámara de combustión y los materiales de construcción. Para esta investigación se plantea una simulación empleando las herramientas de la dinámica de fluidos computacional con el fin de caracterizar el comportamiento térmico en el ducto, y así en estudios posteriores, proponer soluciones viables.

1.2. JUSTIFICACIÓN.

Es fundamental conocer cómo se mueven los gases de combustión en el interior de la hornilla. Con la caracterización de las condiciones fluido-dinámicas y térmicas, se podrán diagnosticar problemas, que pueden pasarse por alto en pruebas experimentales, también implementar nuevos arreglos posicionales de los evaporadores en la hornilla, o inclusive diagnosticar cual evaporador recibe mayor flujo de energía.

En la actualidad se están aplicando pocas herramientas ingenieriles en el mejoramiento de ciertas áreas agroindustriales. Con los avances tecnológicos recientes, más específicamente en computación, problemas de alta complejidad (situaciones que involucran fenómenos de radiación, turbulentos, multifásicos, etc.), ahora son más rápidos en resolver (simular). Este proyecto promueve el uso de herramientas computacionales (CFD) para la solución de problemas en los que la inversión económica es alta, debido a la necesidad de construir diferentes modelos físicos y el uso de instalaciones para el estudio. CFD ahorra todo este proceso, proporcionando resultados cercanos a los esperados con experimentos físicos siempre y cuando sean correctamente validados.

1.3. OBJETIVOS.

1.3.1. Objetivo general.

Caracterizar el comportamiento fluido-dinámico de los gases de combustión en una hornilla panelera tradicional con el uso de técnicas numéricas computacionales.

1.3.2. Objetivos específicos.

1. Evaluar y seleccionar los modelos matemáticos que satisfacen el caso de estudio.
2. Realizar simulaciones encontradas en la literatura (casos Benchmark) similares al proyecto propuesto.
3. Implementar un estudio CFD en una hornilla panelera, teniendo en cuenta los fenómenos de radiación y turbulencia.
4. Caracterizar térmicamente una hornilla panelera tradicional.
5. Proponer alternativas de mejoramiento sobre el tipo de hornilla modelado.

1.4. METODOLOGÍA DE DESARROLLO.

Se presenta a continuación el procedimiento utilizado para la realización de este proyecto. Se aclara que los items que se expondrán, no están todos incluidos en este documento. Aquellos que no se encuentran, fueron detallados en el plan de proyecto.

1. **Fase de investigación:** Se identificó el problema en base a estudios realizados previamente por otros investigadores. A partir de esto, se trazaron los objetivos y de acuerdo a los recursos, se definió el alcance de los mismos.
 - Identificación del problema.
 - Recopilación de la bibliografía (ver capítulo 2, sección 2.3).
 - Planteamiento de los objetivos.
 - Determinación de los recursos.
 - Definición de los alcances.
 - Estructura del cronograma.
2. **Fase de Estudio:** Para realizar un estudio CFD confiable, se deben adquirir conocimientos propios de los fenómenos físicos presentes en el caso aplicado, al igual que una base sólida de las herramientas numéricas empleadas en este campo. Paralelamente, se trabajó el código con casos simples pero similares al caso de estudio.
 - Estudio de modelos: Turbulencia y Radiación (ver capítulos 3, 4 y 5). En este item se cumple parte del objetivo específico 1.
 - Manejo de OpenFOAM y simulaciones básicas: Smith-Huttom (ver sección 6.1.1)
3. **Fase de Desarrollo:** Esta fase es detallada en el capítulo 6.
 - Simulaciones Benckmark. En este item se finaliza el objetivo específico 1 y se culmina el objetivo específico 2.
 - CAD y mallado de la hornilla.

- Simulación Radiación-turbulento hornilla simplificada. En este item se cumple el objetivo específico 3.
 - Simulación Radiación-turbulento hornilla tamaño real. En este item se cumple el objetivo específico 4.
4. **Fase final:** En esta fase se exponen los resultados de las simulaciones numéricas para la hornilla base, y aquellas opciones de mejora propuestas. Se da término final con las conclusiones.
- Análisis de resultados (ver sección 6.4).
 - Estudio de opciones de mejora (ver sección 6.4.5). En este item se cumple el objetivo específico 5.
 - Conclusiones (ver capítulo 7).

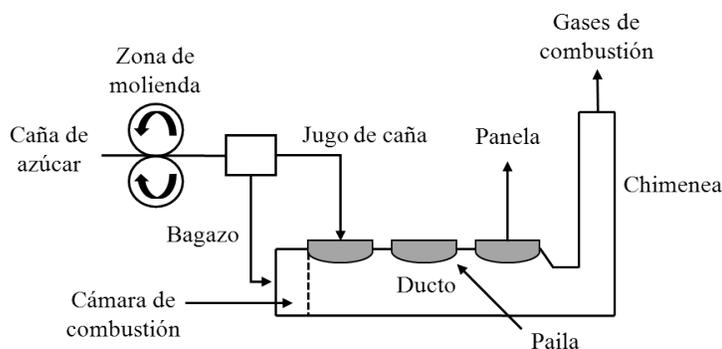
2. ELABORACIÓN DE PANELA.

A continuación se presenta una breve descripción del horno utilizado para el procesamiento de la caña de azúcar y los tipos de evaporadores que actualmente se utilizan. Posteriormente, se define el proceso de elaboración, teniendo en cuenta las diferentes etapas. Por último, se presenta una sección donde se exponen estudios realizados por investigadores alrededor del mundo relacionados con eficiencia térmica.

2.1. HORNILLA PANELERA.

El horno usado en la elaboración de panela, generalmente llamado hornilla panelera, es el sistema encargado de transformar la energía del bagazo en energía térmica y transferirla a los jugos para disminuir el agua contenida en los mismos hasta lograr la panela, el producto final (etapas de clarificación, evaporación y concentración) [12]. Estas hornillas están constituidas por una serie de pailas que sirven para contener el jugo y transferir el calor de los gases al mismo.

Figura 1: Hornilla panelera.

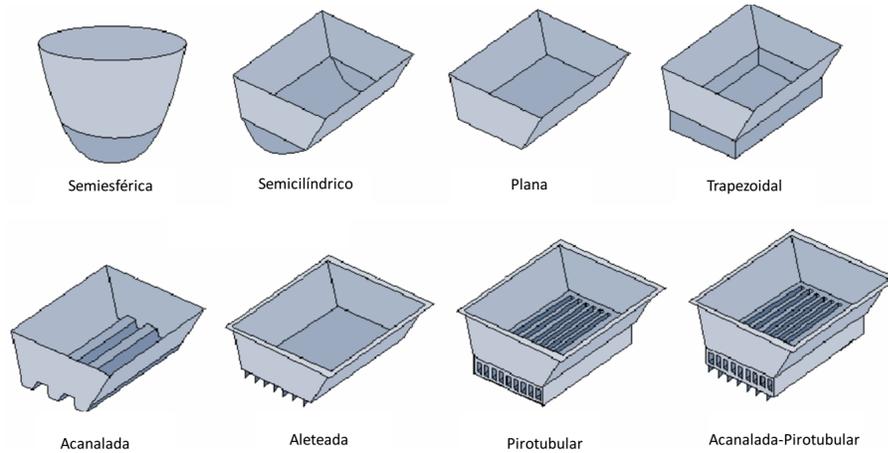


Las partes principales de una hornilla son la cámara de combustión, las pailas, el ducto de humos y la chimenea (ver figura 1).

- **Cámara de combustión:** Es un espacio confinado que se encuentra ubicado en la parte inicial de la hornilla, contraria a la chimenea, donde se realiza la quema del combustible (generalmente bagazo), consta de: cenicero, puerta de alimentación y parrilla.
- **Evaporadores ó pailas:** La energía generada en la cámara de combustión es aprovechada en la batería de concentración, la cual consiste en una serie de pailas (ver figura 2), fondos o tachos metálicos que operan en lotes (batch), a presión atmosférica y son calentados a fuego directo por exposición a los gases de combustión. En las pailas se transfiere la energía al jugo y/o miel, a través de mecanismos de convección y conducción.
- **Ducto de humos:** También recibe el nombre de buque. Las partes que constituyen el ducto son las paredes y muros de soporte, piso, arcos y pailas. Su función es guiar los gases de combustión y ponerlos en contacto con las pailas para transferir parte de su energía a los jugos.

- Chimenea: Es un conducto construido en ladrillo o en lámina de hierro, ubicado al final de la hornilla y empalmado directamente con el ducto de humos. Su forma puede ser cilíndrica, trapezoidal y cónica. Sus dimensiones dependen de su forma y el tamaño de la hornilla.

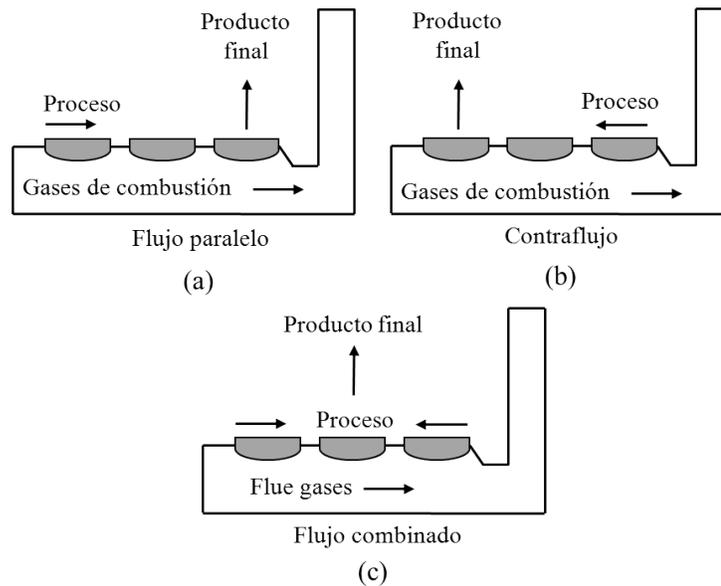
Figura 2: Tipos de evaporadores.



Fuente: Nieves y Valero [27].

Las hornillas paneleras pueden ser clasificadas de acuerdo con el número y las dimensiones de las pailas, pero su mayor diferencia radica en la dirección del movimiento del jugo respecto a los gases de combustión.

Figura 3: Hornillas paneleras por tipo de flujo.



Cuando ambos, el jugo y los gases fluyen en la misma dirección, se dice que es una hornilla en flujo paralelo (figura 3a). Cuando llevan dirección contraria se dice que está en contraflujo, y es cuando se recibe el jugo de

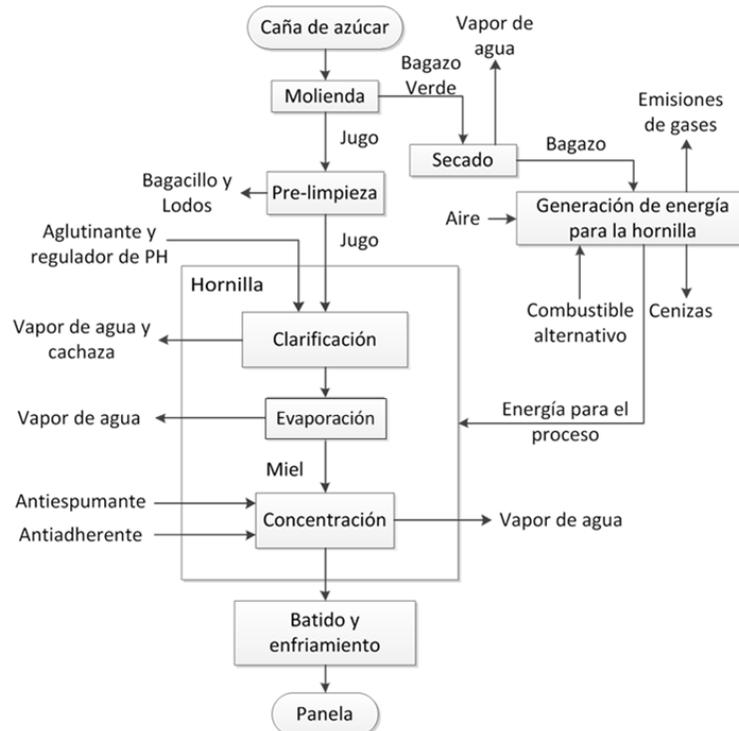
caña de azúcar en la paila más cercana a la chimenea y la panela se puntea cerca de la cámara de combustión (figura 3b). La mayor parte de las hornillas del país funcionan bajo el sistema de flujo combinado; inicialmente los jugos siguen la dirección opuesta al flujo de los gases y luego se mueven en el mismo sentido (figura 3c) [12].

Respecto a la calidad del producto, las hornillas en contraflujo y en flujo combinado presentan ventajas sobre las de flujo paralelo, debido a que la clarificación se realiza en el sector de menor temperatura de la hornilla, lo cual garantiza un mayor tiempo para la acción de los clarificantes en el proceso de retención de impurezas. Así mismo, la evaporación del agua y concentración de las mieles se hace en los puntos de mayor temperatura, logrando reducir el tiempo de residencia de las mieles en la hornilla, evitando la formación de azúcares reductores y la coloración oscura de la panela. En las hornillas en paralelo la clarificación se realiza en los puntos de mayor temperatura, lo cual obliga a manejar grandes volúmenes de jugo para lograr una clarificación adecuada. Como la concentración se hace en el sector de más baja temperatura, estas hornillas requieren un mayor número de pailas para esta parte final del proceso debido a la cantidad de jugo [12].

2.2. PROCESO DE ELABORACIÓN

Se distinguen 6 etapas principales: molienda, prelimpieza, clarificación, evaporación, concentración y empaque (ver figura 4). La molienda de la caña se realiza en molinos mecánicos de tres o cuatro mazas, alcanzando porcentajes de extracción de 60 % en peso [23]. El jugo obtenido en los molinos se conduce hacia un prelimpiador, el cual tiene un diseño especial para que las impurezas gruesas, tales como bagazo y tierra, se separen por diferencia de densidades.

Figura 4: Proceso de elaboración de panela.



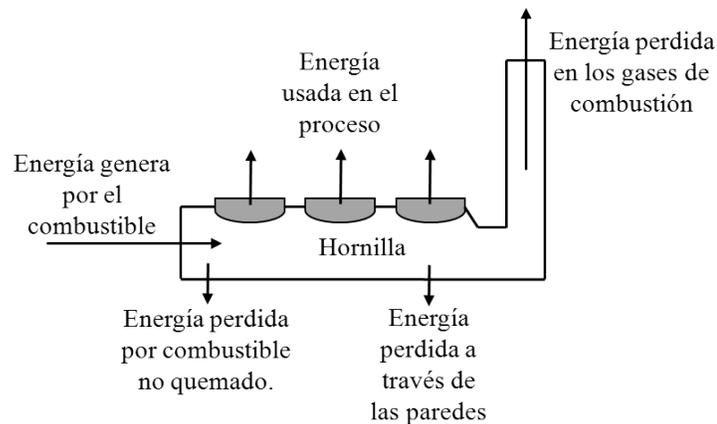
Del prelimpiador los jugos son transportados hacia la paila clarificadora, la cual está ubicada en el horno. En la etapa de clarificación se calienta el jugo hasta su punto de ebullición y se adiciona un aglutinante natural, como cadillo o balso, para eliminar las impurezas disueltas. El jugo clarificado se descarga, a la etapa de evaporación, constituida de una o más pailas y se concentran hasta 60 °B * punto en el cual cambian su nombre al de mieles. Mediante un cucharón, las mieles se transportan a la paila concentradora para alcanzar el punto de panela de 94 °B y en donde se le adiciona un agente antiadherente y antiespumante (aceite vegetal, aceite de higuierilla, manteca vegetal, entre otros), para evitar que se quemé y reducir la formación de espuma [10]. Finalmente el producto concentrado es batido, empacado y transportado a los centros de distribución.

2.3. REVISIÓN BIBLIOGRÁFICA.

Hay una característica no favorable en estas hornillas (tradicionales y también algunas modificadas) y es que su eficiencia energética es muy baja. Esto se debe, principalmente, a su diseño base y al manejo que se le da operacionalmente hablando. En esta sección se presenta una revisión bibliográfica del estado actual y de aquellas mejoras que se han aplicado al sistema. De aquellos estudios encontrados, se concluyó que en promedio la eficiencia energética oscila alrededor de un 30 %.

En el proceso de combustión, calor es liberado del bagazo y este es transportado a los evaporadores a través del ducto. Esta energía es transmitida a los evaporadores por medio del efecto convectivo y de radiación.

Figura 5: Balance de energía en el ducto de humos.



La energía que genera el combustible no es usada totalmente en el proceso de evaporación/concentración, algo de esta energía se pierde principalmente por (ver figura 5) [31]:

- Combustión incompleta.
- Los gases de escape.

*Grados Brix: determina el cociente total de materia seca disuelta en un líquido.

- A través de las paredes y de material no quemado.

La energía perdida por combustión incompleta se debe a la cantidad de carbono existente en el bagazo. La oxidación de parte de este, crea monóxido de carbono (CO). Se estima que con un 1 % de CO producido, la pérdida de energía en los gases de salida puede llegar a ser un 4.5 % [12]. Por otro lado, la energía perdida en los gases de combustión se estiman en un 57 % debido a las altas temperaturas (superiores a 700°C) y un exceso negativo de aire (insuficiente aire). Finalmente, las pérdidas de energía a través de las paredes y el bagazo no quemado son relativamente bajas, aproximadamente 15 % y se debe por lo general al sitio de operación (bajo tierra).

A continuación se expone una recopilación de las investigaciones realizadas en diferentes áreas del proceso. Se presentan aquellas mejoras en la hornilla, cámara de combustión y evaporadores.

2.3.1. Mejoras en la hornilla.

La combustión incompleta, y la energía perdida puede llevar a varias complicaciones tales como daños ambientales, mayor consumo de combustible o en algunos casos baja calidad del producto [11]. Los avances tecnológicos más recientes han sido realizados mayormente en la cámara de combustión, la chimenea y los evaporadores (pailas); todas estas modificaciones realizadas experimentalmente han sido aplicadas en sistemas que se encuentran en operación [23, 4, 2].

En 2003, Rao [30] realizó un estudio en un horno tradicional donde encontró un valor de eficiencia energética igual a 14.75 %. Como opción de mejora, recomienda emplear gasificadores para aumentar la eficiencia. En otro estudio realizado por Singh et al. [34], se reportó la comparación de una hornilla mejorada compuesta por dos evaporadores, con una tradicional de un sólo evaporador. Las mejoras consistieron en el precalentamiento del aire y la instalación de una rejilla escalonada. Como resultado del estudio, se alcanzó un 29 % de eficiencia en la hornilla mejorada.

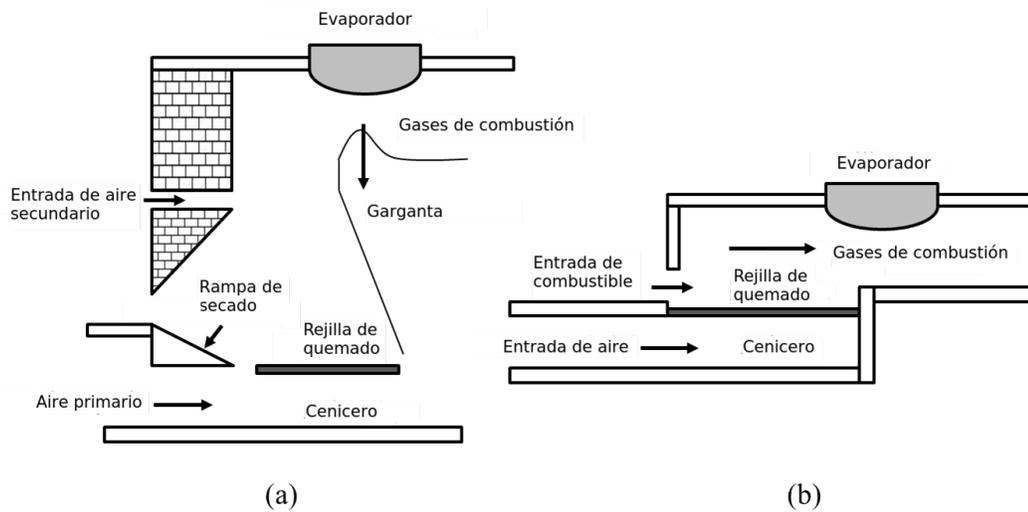
En una investigación llevada a cabo por Madam et al. [21] en 2004, se realizó una prueba de desempeño de dos hornillas, una tradicional y otra mejorada. La tradicional estaba construida con ladrillo ordinario, cementada con arcilla, con una chimenea de sección transversal rectangular y sin rejilla de quemado. La mejorada contaba con ladrillo refractario, cemento refractario, y una chimenea con una sección transversal circular para crear suficiente tiro. También se incluyó en la chimenea amortiguadores deslizantes para controlar el tiro, una plataforma para alimentar el bagazo más fácilmente y una rejilla para un mejor mezclado del aire con el combustible. El consumo de bagazo en la hornilla tradicional era de 2.24 kg/panela (kilogramo por panela producida) y con la mejorada se logró una reducción de 1.96 kg/panela.

En el mismo año, se realizó una investigación donde se evaluó el consumo de energía en una hornilla panelera por medio de balances de masa, energía y con el uso de indicadores de desempeño [37]. En el estudio, ocho hornillas fueron valoradas, dos de ellas fueron tradicionales, cuatro con algunas modificaciones, y dos con un proceso diferente (empleo de vapor). Para diagnosticar el funcionamiento de las ocho hornillas, se definieron índices que dan cuenta de la forma en que emplean los recursos. Uno de ellos es un indicador de rendimiento del cultivo, otro es un índice que da cuenta del bagazo sobrante o faltante en los trapiches y uno muy importante es su eficiencia energética, que se define como el cociente entre la energía aprovechada

y la energía del combustible. Entre las conclusiones más importante del estudio sobresale: las pérdidas por paredes constituyen una fracción considerable de la energía empleada en el proceso. También se observó que a pesar de las mejoras tecnológicas, sigue existiendo un alto potencial energético en los gases de combustión debido a las altas temperaturas de los mismos en la chimenea. Por último se indica que el desempeño global de los trapiches se ve significativamente mejorado con el nivel de las modificaciones tecnológicas, a excepción del proceso con vapor que sacrifica la productividad por la calidad y exclusividad de su producto.

También en 2004, Soler y Gomez [38] realizaron un reporte donde explican los avances y las modificaciones aplicadas en las cámaras de combustión. Se muestran dos tipos diferentes de configuraciones, la Plana-Cimpa y Ward-Cimpa (ver figura 6)

Figura 6: Cámaras de combustión: (a) Ward-Cimpa (b) Plana-Cimpa.



Ambos soportan condiciones de humedad extrema de bagazo (55% de humedad) y cuentan con una rejilla de quemado en el fondo de la cámara. La tipo Plana-Cimpa puede llegar a temperaturas hasta de 900 °C y dependiendo de la cantidad de combustible puede llegar a producir 7% de CO y 12% de CO₂. En la Ward-Cimpa se pueden obtener temperaturas hasta de 1200 °C con una producción de CO más baja 3%. Una de las ventajas de las ventajas de este tipo Ward es su diseño. La rampa ayuda a eliminar la humedad con la energía que recibe por radiación de los gases incandescentes (ver figura 6 (a)).

En otra investigación realizada en el año 2009, se efectuó una comparación del desempeño de una hornilla con una cámara de combustión con flujo forzado con otra operando en convección natural [33]. Sus resultados presentaron un incremento en la eficiencia de la combustión de un 29.16% para el de tiro natural a un 31.70% para el forzado. Se ahorró un 8% en bagazo utilizando tiro inducido.

Sardeshpande [31] investigó una hornilla tradicional en India. Ellos aseguran que la energía teórica requerida para el proceso es sólo un 29% del total suplido por el combustible. En este estudio se resaltan cuatro observaciones referentes al desempeño de un horno de este tipo. La primera es que estos sistemas operan bajo tiro natural, por lo tanto el aire de combustión entra a la hornilla debido a la presión negativa creada por la chimenea. Es por esto que, la cantidad de aire entrante en la cámara es controlada por la altura de la

chimenea y la temperatura de los gases (cambios en la presión). La segunda observación habla de las altas temperaturas de salida de los gases, con lo que aseguran que, el medio principal de transferencia es el de radiación. El tercer punto es el color de los humos de salida, en algunos ciclos cambia de negro a gris pálido lo que indica, según ellos, que la combustión es completa. Y finalmente, en la cuarta observación afirman que las pérdidas de energía se presentan principalmente en los gases de combustión y en las paredes.

En una investigación dirigida por Shiralka [32] se encontraron formas de mejorar la eficiencia energética con modificaciones en el proceso de operación y en el diseño. Se llevó a cabo una comparación de la eficiencia energética de una hornilla de varios evaporadores con una compuesta por un sólo evaporador. Estas hornillas fueron seleccionadas por ser la más usada, y la menos eficiente. Los resultados obtenidos de este análisis mostraron que las eficiencias variaron de un 53 % a un 76 % para la construida con un evaporador, y de 50 % a 57 % para la de varios evaporadores. Del estudio se concluye que las mejores eficiencias se obtuvieron bloqueando algunas entradas de aire en la cámara de combustión. De esta manera, enfatizan que la cantidad de aire gobierna la eficiencia de quemado, es decir, afecta la temperatura interna de los gases.

En 2016, Jakkamputi [18] realizó un cálculo analítico para estudiar el desempeño de las hornillas empleando colectores y secadores solares. En la investigación se discute principalmente el empleo de energía solar en las primeras dos etapas del proceso de preparación. El jugo de caña se calienta hasta su temperatura de ebullición usando los colectores solares y luego es llevado al proceso de concentración. Adicionalmente, usando los secadores solares se puede usar aire precalentado para de esta manera mejorar la eficiencia de la combustión. Se estipula que la mayor cantidad de energía requerida para remover el agua es 39.22 % de la producida por el combustible. Como conclusión, se establece que se ahorraría 0.3 kg/panela (kilogramo de bagazo) si el jugo de caña fuera precalentado cerca a su temperatura de ebullición y se economizaría 0.122 kg/panela si la temperatura de entrada del aire fuera 150 °C.

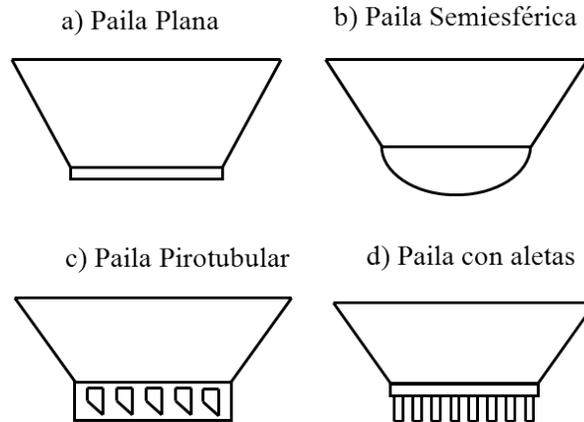
2.3.2. Mejoras en los evaporadores.

La energía generada en la cámara de combustión se utiliza en los evaporadores para realizar los procesos de limpieza y evaporación/concentración. Estos evaporadores pueden ser clasificados de acuerdo al diseño, tamaño y material de construcción. Su empleo depende de la capacidad tecnológica que tengan las hornillas y las costumbres regionales. Los materiales de construcción van desde cobre, aluminio, hierro colado y acero inoxidable. Sin embargo, las de mayor uso son las de acero inoxidable debido a que el producto es para el consumo humano.

En la figura 7, se muestran los evaporadores que más se emplean. Estos diseños pueden ser clasificados en convencionales y modificadas. Las convencionales son aquellas que han sido empleadas en el proceso y no han sido reformadas (semiesférica, semicilíndrica, plana o trapezoidal), contrario a las modificadas, que al menos se le ha hecho algún cambio notorio como por ejemplo el soldar aletas en el fondo (superficie de contacto con el ducto de humos) y la adición de tubos (pirotubulares).

Anwar [3] condujo una investigación realizando ensayos de desempeño de una hornilla con dos evaporadores, utilizando pailas con y sin aletas externas en fondo. Su estudio reporta un incremento en la eficiencia, de un 20 % a un 29 % con la inclusión de las aletas. Como consecuencia, el tiempo de ebullición se redujo 6 minutos.

Figura 7: Evaporadores tradicionales y modificados.



En otra investigación encabezada por Agalave [2], también se añadieron aletas en el fondo del evaporador paralelas al movimiento de los gases. La eficiencia energética aumentó un 9,44 %, lo que resultó en un ahorro de combustible de 31.34 %. Contrario a Anwar que trabajó con agua, Agalave realizó su estudio usando jugo de caña de azúcar. Dentro de sus recomendaciones propuso emplear sopladores de aire para una mejor combustión y añadió la viabilidad de realizar una simulación CFD.

2.3.3. Simulaciones numéricas.

La aplicación de la dinámica de fluidos computacional (CFD) en la industria agrícola se está convirtiendo en un tema de gran importancia. Ahora, se están realizando simulaciones de problemas ambientales, combustión de biomasa, flujo y transferencia de calor de gases de combustión. A medida que pasan los años, debido al incremento de la capacidad de cómputo y al desarrollo de nuevas técnicas numéricas, más fenómenos físicos se están teniendo en cuenta. En esta sección, se exponen algunas simulaciones numéricas en diferentes áreas de la hornilla en cuestión. Algunas son relacionadas con el flujo y transferencia de calor en el ducto, otros en el proceso de combustión del bagazo y otras especiales enfocados en el movimiento del jugo.

Hasta el momento, se han realizado estudios relacionados con la simulación de hornos utilizando códigos comerciales. En un trabajo realizado por Osorio [29] en 2010, se reportó un estudio numérico de una hornilla panelera. Los resultados indicaron que el modelo empleado es bastante estable y permite la predicción del comportamiento energético sin presentar cambios significantes con los datos experimentales. En el estudio, consideraron únicamente el comportamiento del fluido en el ducto, la chimenea y la superficie de contacto con las pailas. También se tuvieron en cuenta condiciones como: temperatura teórica en la entrada y salida, temperatura ambiente, conductividad, densidad y coeficiente de transferencia de calor del aire. Para el modelamiento de la turbulencia usaron el modelo $k - \epsilon$ (RNG) con una malla de 43509 elementos. Para esta simulación, se mostraron pérdidas del 29 % en las paredes y una eficiencia energética global del 30 %.

Medina [22] realizó una simulación 3D del proceso de transferencia de calor en una hornilla panelera. Se analizó principalmente el efecto de transferencia de calor por convección y radiación en cada evaporador. Adicionalmente, se encontraron relaciones de Reynolds y Nusselt para condiciones específicas del número de

Prandtl. De la investigación se concluyó que debido a la geometría, entre los evaporadores y las paredes, los gases cambian abruptamente de trayectoria. Por esto, se necesita un redondeo en estas interfaces para tener una mayor relación área/volumen. Por otro lado, y por el tipo de geometría simulada, la entrada de los gases de combustión debe ser suavizada debido a la recirculación presentada en esta sección. Para el modelamiento de la turbulencia, se empleó el modelo $k - \epsilon$ estándar con una malla de 8 millones de elementos. Como también se simuló el efecto de radiación, se usó el DOM (Discrete Ordinates Method).

Cortes [7] también realizó una simulación CFD en tres dimensiones del proceso de transferencia de calor en el interior del ducto usando evaporadores con aletas. El propósito principal fue estudiar el comportamiento de estos dispositivos y encontrar el número de Nusselt para mejorar el proceso. Se concluyó que el espacio óptimo entre cada aleta es 3.5 mm.

En Perú, La Madrid [20] realizó un estudio numérico del fenómeno de transferencia de calor de estas hornillas y lo comparó con datos experimentales. Él explica que un estudio de esta clase ofrece una capacidad de predicción bastante detallada de las características fluido-dinámicas y de transferencia de calor. Para el modelamiento de la turbulencia usó el modelo $k - \omega$ corregido de Wilcox al igual que el modelo $P - 1$ para la parte de radiación. Con el fin de calcular la emisividad y absorptividad de los gases de combustión se empleó el modelo WSGGM (Weighted Sum of Gray Gases). Para este estudio se usó el código comercial FLUENT. En el desarrollo de la simulación, el dominio se dividió en tres secciones, cada una simulada por aparte. Para el dominio número 2, se construyó una malla de 16 millones de volúmenes.

Adicional a estas investigaciones, y con el propósito de mejorar la calidad de la panela, se desarrolló un estudio computacional (empleando elementos finitos) del movimiento del jugo en un evaporador pirotubular [13]. La simulación del flujo se realiza para diferentes configuraciones geométricas de tubos buscando optimizar el evaporador. De aquellas testeadas, las tubulares semi-elípticas presentaron el mejor desempeño. El tipo de malla aplicada es no estructurada y encontraron que para un elemento menor a 0.6 cm no se encontraban cambios significativos. Del estudio se concluye que, el uso de las pailas pirotubulares debe restringirse a la etapa de evaporación del jugo de caña, donde ha sido demostrada la ganancia en eficiencia térmica y la disminución del tiempo de residencia de los jugos a altas temperaturas.

3. DINÁMICA DE FLUIDOS COMPUTACIONAL.

La Dinámica de Fluidos Computacional (CFD) tiene como objetivo la simulación del flujo de fluidos y los procesos de transferencia de calor. Se basa en la utilización de métodos numéricos para resolver las ecuaciones que describen la conservación de la masa, el momento y la energía en el seno de un fluido.

El punto de inicio de todo método numérico es el modelo matemático del fenómeno físico que se desea estudiar y que generalmente suele ser expresado en forma de ecuaciones diferenciales parciales o ecuaciones integro-diferenciales junto con las condiciones de contorno. En el caso de la dinámica de fluidos computacional se utilizan las ecuaciones de Navier-Stokes o simplificaciones de las mismas dependiendo de la aplicación.

3.1. ECUACIONES NAVIER-STOKES.

Las ecuaciones de la dinámica de fluidos se pueden construir usando el enfoque de Euler o el enfoque de Lagrange, cada uno de estos enfoques produce una ecuación para cada principio de conservación que, aunque parece diferente, puede ser transformada de tal manera que se llega al mismo resultado presentado por el otro enfoque. En el presente trabajo se usará el enfoque de Euler que determina las propiedades como la velocidad en un punto fijo en el espacio; las ecuaciones generadas al utilizar el enfoque de Euler se llaman ecuaciones conservativas. La formulación matemática que se presenta a continuación está basada en tres principios de conservación [†].

3.1.1. Principio de conservación de la masa.

La ecuación de conservación de la masa, o ecuación de continuidad, establece de forma general que el incremento de masa en el interior de un elemento de fluido es consecuencia del flujo neto de masa hacia dicho elemento. Es decir:

$$\begin{array}{rcccl} \text{Masa total que entra} & & \text{Masa total que sale} & & \text{Cambio neto durante } \Delta t \text{ en la} \\ \text{en el VC durante } \Delta t & - & \text{en el VC durante } \Delta t & = & \text{masa que este dentro de VC} \end{array}$$

Puesto que en general no puede crearse ni destruirse masa (salvo en casos donde haya involucradas reacciones nucleares), la expresión no estacionaria, tridimensional, en un punto para un fluido general es:

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho \vec{v}) = 0 \tag{1}$$

En el caso particular de flujo **incompresible** la densidad del fluido no varía temporal ni espacialmente en el dominio, por lo que la ecuación se reduce a que la divergencia de la velocidad deber ser nula: $\nabla \cdot \vec{v} = 0$

[†]Existen otros principios que no serán tenidos en cuenta para el desarrollo del presente proyecto.

3.1.2. Ley de la conservación de la cantidad de movimiento.

La expresión general de la ecuación de momento para un fluido newtoniano e incompresible es:

$$\rho \frac{\partial \vec{v}}{\partial t} + \rho (\vec{v} \cdot \nabla) \vec{v} = -\nabla p + \rho \vec{g} + \nabla (\mu \nabla \vec{v}) \quad (2)$$

Aprovechándose de las propiedades de los campos vectoriales, es relativamente fácil reformular el término convectivo según:

$$(\vec{v} \cdot \nabla) \vec{v} \equiv \vec{v} \cdot \nabla \vec{v} = \nabla \cdot (\vec{v} \cdot \vec{v}) - \vec{v} \cdot (\nabla \cdot \vec{v}) \quad (3)$$

Y teniendo en cuenta que al ser incompresible el flujo es adivergente ($\nabla \cdot \vec{v} = 0$), se obtiene directamente sustituyendo Ec. (3) en Ec. (2):

$$\frac{\partial (\rho \vec{v})}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho \vec{v} \cdot \vec{v}) = \nabla (\mu \nabla \vec{v}) - \nabla p + \rho \vec{g} \quad (4)$$

que es la ecuación en su forma conservativa. Una expresión similar se obtendría para el caso compresible, aunque con un poco más de álgebra. Como fenómeno de transporte relacionado con el término difusivo (difusión de cantidad de movimiento) se tiene en este caso la **viscosidad cinemática**, normalmente definida como $\nu = \mu/\rho$ con dimensiones L^2T^{-1} .

3.1.3. Ecuación de conservación de la energía.

A pesar de que la expresión de la ecuación de la energía es ciertamente laboriosa, no es muy difícil conseguir expresarla en términos conservativos. Para simplificar el procedimiento, se considerará flujo a baja velocidad, incompresible y se despreciará la disipación viscosa.

$$\frac{\partial (\rho C_p T)}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho C_p T \vec{v}) = \nabla (k \nabla T) - q_r \quad (5)$$

Donde k representa la conductividad térmica del fluido, T es la temperatura y q_r el término fuente debido a la radiación. Es práctica habitual relacionar la temperatura con la entalpía según $dh = C_p dT$ de modo que:

$$\frac{\partial (\rho h)}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho \vec{v} h) = \nabla \left(\frac{k}{C_p} \nabla h \right) - q_r \quad (6)$$

Como fenómeno de transporte relacionado con el término difusivo se tiene en este caso la **difusividad térmica**, normalmente denotada como α con dimensiones L^2T^{-1} , y que se define como: $\alpha = k/\rho C_p$.

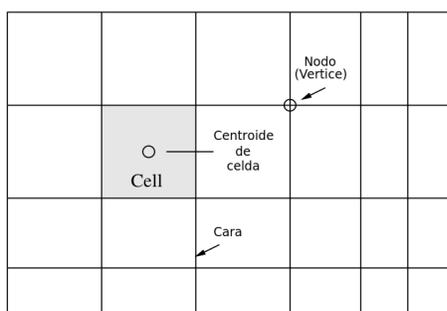
3.2. MÉTODO DE VOLÚMENES FINITOS (MVF)

El primer paso en la aplicación de la dinámica de fluidos computacional, consiste en la discretización espacial del dominio para posteriormente calcular sobre la misma la aproximación numérica de los flujos convectivos y difusivos, así como las fuentes. Existen muchos métodos para la discretización del problema. A groso modo, podemos clasificar los distintos esquemas de discretización en tres categorías principales: diferencias finitas, volúmenes finitos y elementos finitos. Todos estos métodos requieren una previa discretización geométrica (espacial) para poder realizar la discretización de las ecuaciones que gobiernan el fluido.

La ventaja principal del método de volúmenes finitos es que la discretización espacial se lleva a cabo directamente en el espacio físico del problema. Por lo tanto, no hay problemas con la transformación entre sistemas de coordenadas, como ocurre en el método de las diferencias finitas. Comparado con el método de las diferencias finitas, este método es muchísimo más flexible (puede implementarse en mallas estructuradas y no estructuradas); por este motivo, el método de los volúmenes finitos es el más empleado para la resolución de flujos con geometrías complejas. El método de los elementos finitos tiene una base matemática muy rígida, particularmente en problemas elípticos y parabólicos. Sin embargo, en ciertos casos, el método es matemáticamente equivalente al método de los volúmenes finitos, siendo el esfuerzo matemático mucho mayor. Esto explica porqué el método de los volúmenes finitos se ha hecho tan popular. Sin embargo, ambos métodos se combinan en ocasiones (normalmente en mallas estructuradas), como por ejemplo para el tratamiento de las condiciones de contorno y la discretización de los flujos viscosos.

La unidad fundamental de una malla es el volumen de control o elemento (a veces llamado celda). Asociado al elemento se encuentra el centroide del elemento junto con sus alrededores llamadas caras, la cuales se encuentran en los nodos o vértices (ver figura 8). En tres dimensiones, la cara es una superficie rodeada por bordes. En dos dimensiones, las caras y los bordes son los mismos. Una variedad de mallas pueden ser encontradas en la práctica:

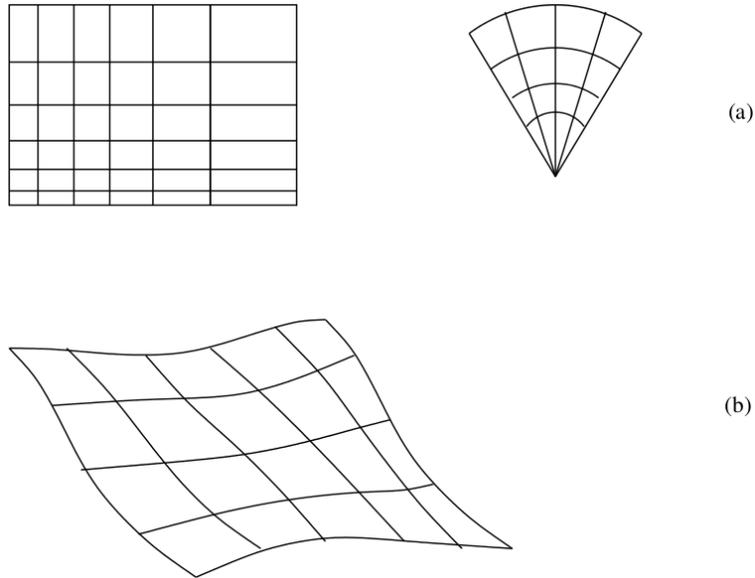
Figura 8: Terminología de malla.



3.2.1. Malla ortogonal y “Body-fitted”.

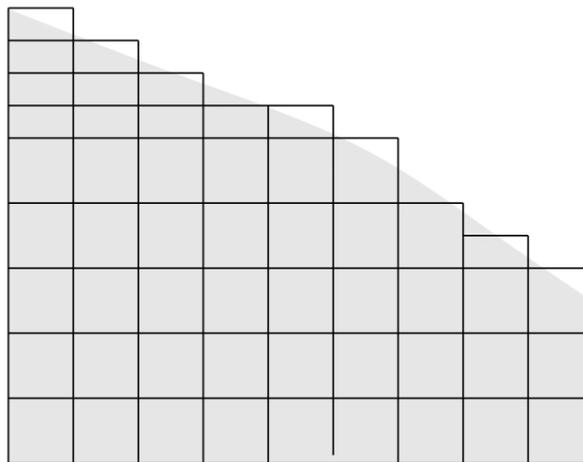
En muchos casos, el interés recae en analizar dominios con forma regular: rectángulos, cubos, cilindros, esferas. Estas formas pueden ser malladas con mallas ortogonales, como se muestra en la figura 9(a). Las líneas de la malla son ortogonales entre si, y conforman los límites del dominio. Estas mallas son algunas veces llamadas mallas ortogonales.

Figura 9: Malla ortogonal y Body fitted.



Sin embargo, para muchos problemas el dominio de interés posee forma irregular y una malla ortogonal puede no ser suficiente. Un ejemplo es mostrado en la figura 9(b). Aquí, las líneas de la malla no son necesariamente ortogonales entre sí, y curvan la forma irregular de la geometría. Si se usa malla regular en estas geometrías, ocurre un fenómeno conocido como “stair stepping” como se muestra en la figura 10. Cuando se posee una condición de frontera dominada por esfuerzos de pared, este fenómeno no es aceptable.

Figura 10: Fenómeno Stair-stepping.

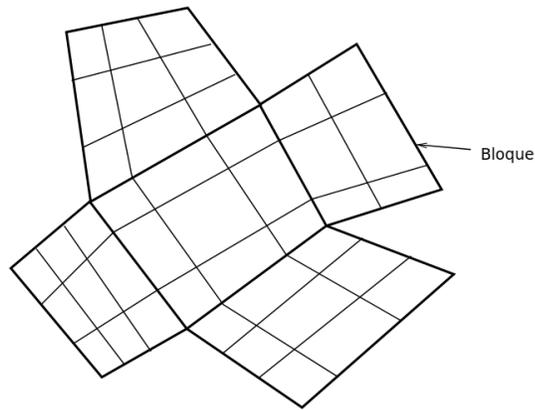


3.2.2. Malla estructurada, no estructurada y estructurada en bloque.

Las mallas mostradas en la figura 8 son ejemplos de mallas estructuradas. En estas, cada vértice interior en el dominio es conectado al mismo número de vértices vecinos. La figura 11 muestra una malla estructurada

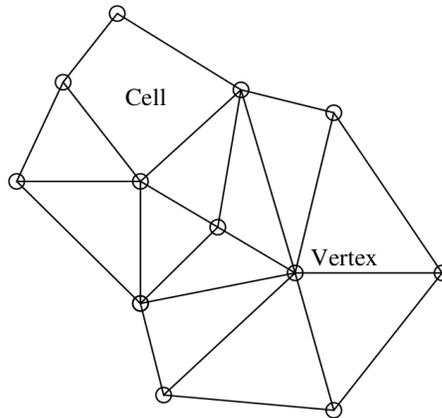
en bloque. En esta el dominio es dividido en bloques, y la malla es estructurada en cada bloque. Sin embargo, el arreglo en bloques no es necesariamente estructurado.

Figura 11: Malla estructurada en bloque.



La figura 12 muestra una malla no estructurada. Aquí, cada nodo es conectado a un número de nodos arbitrarios. Las mallas no estructuradas imponen menos restricciones topológicas al usuario, y como resultado, hace más fácil la creación de la malla en geometrías complejas.

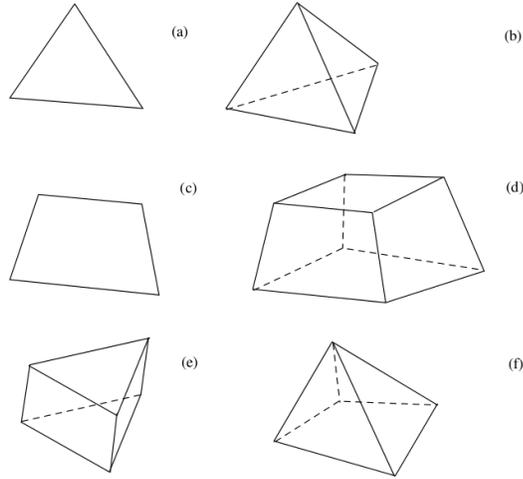
Figura 12: Malla no estructurada.



3.2.3. Formas de celda.

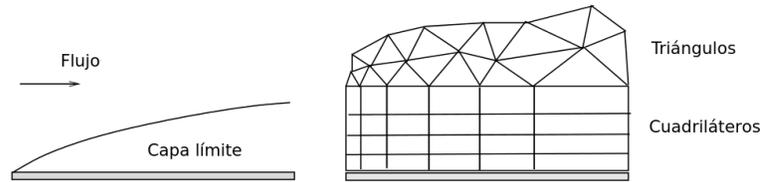
Las mallas pueden ser construidas usando una variedad de formas de celda. Las más usadas son las cuadriláteras y hexagonales (ver figura 13). Aunque las mallas estructuradas imponen restricciones, las cuadriláteras y hexagonales estructuradas son muy adecuadas para flujos con una dirección dominante, como los flujos en capa límite. Recientemente, y a medida que incrementa el uso de la dinámica de fluidos computacional en análisis de flujos industriales, incrementa el uso de mallas no estructuradas para manejar geometrías complejas sobresaliendo las celdas en forma de triángulos y tetraedros.

Figura 13: Formas de celda.



Otra tendencia es el uso de mallas híbridas. Por ejemplo, el uso de prismas en las capas límites, evolucionando a tetraedros en la zona de corriente libre.

Figura 14: Malla híbrida.



3.2.4. Discretización numérica por el método de volúmenes finitos.

Este método discretiza las ecuaciones en cada uno de los poliedros del dominio en los que previamente se realiza una discretización espacial. Las integrales de superficie que aparece en la ecuación de Navier-Stokes (en su forma integral, Ec. 7) son aproximadas por la suma de los flujos que atraviesan cada una de las caras del poliedro [28].

$$\frac{1}{\Delta t} \int_{\Delta t} \int_V \left(\frac{\partial \rho \phi}{\partial t} + \nabla \cdot (\vec{v} \rho \phi) - \nabla \cdot (\Gamma \nabla \phi) \right) dV dt = \frac{1}{\Delta t} \int_{\Delta t} \int_V S_\phi dV dt \quad (7)$$

- Término Temporal

$$T_p = \frac{1}{\Delta t} \int_{\Delta t} \int_V \frac{\partial (\rho \phi)}{\partial t} dV dt \quad \rightarrow \quad T_p = \frac{V_p}{\Delta t} [\rho \phi_p |^n - p_p \phi_p |^{n-1}]$$

- Término Convectivo

$$\int_{V_p} \nabla \cdot (\vec{v} \rho \phi dV) = - \int_{S_p} (\vec{v} \rho \phi) d\vec{S} \quad \rightarrow \quad \sum_{caras} \vec{v} \rho \phi \vec{n} A |_{cara}$$

- Término Difusivo

$$- \int_{V_p} \nabla \cdot (\Gamma \nabla \phi) dV = - \int_{S_p} (\Gamma \nabla \phi) d\vec{S} \quad \rightarrow \quad - \sum_{caras} \Gamma \nabla \phi \vec{n} A |_{cara}$$

- Término Fuente

$$\frac{1}{\Delta t} \int_{\Delta t} \int_V S_\phi dV dt \quad \rightarrow \quad V_p (S_c + S_p \phi_p)$$

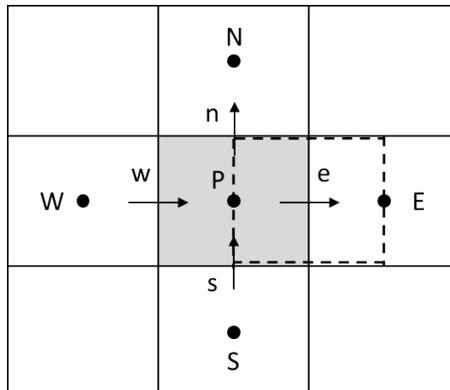
3.2.5. Esquemas de discretización

En algunos casos de estudio será necesario evaluar las propiedades y sus correspondientes gradientes en las caras del volumen de control, siendo necesario la utilización de esquemas de resolución que relacionen la variable en la cara del volumen de control con los valores de los nodos conocidos.

1. Métodos de discretización espacial.

Para la discretización del término convectivo se han desarrollado distintos esquemas tanto de primero y de segundo orden, como de órdenes superiores.

Figura 15: Mallado decalado (staggered grid).



- **Diferencias centradas (CDS):**

Aunque es un esquema de segundo orden, tiene una restricción en el número de Peclet. Nótese

que para un velocidad característica y propiedades físicas dadas, se puede satisfacer el criterio ($Peclet < 2$) si se reduce el tamaño de malla suficientemente. Sin embargo, en la mayoría de las situaciones esto requeriría de mallados extraordinariamente finos, con el consiguiente gasto computacional.

$$\rho_e \phi_e u_e A_e = \frac{\rho_P \phi_P |eE| - \rho_E \phi_E |Pe|}{|PE|} \quad (8)$$

La ecuación 8 muestra como se calcularía el valor de ϕ en la frontera e usando el método CDS. Los valores $|eE|$, $|Pe|$ y $|PE|$ son las distancias respectivas de los centroides y las caras (ver figura 15).

■ **Upwind (UDS):**

A pesar de que el esquema *upwind* garantiza que el sistema de ecuaciones será resoluble, resulta ser de primer orden, por lo que puede presentar problemas de difusión numérica (falsa difusión).

$$[\rho_P \phi_P u_e \theta - \rho_E \phi_E (-u_e) (1 - \theta)] A_e \quad \text{con} \quad \theta = \max(u_e/|u_e|, 0) \quad (9)$$

Para superar el problema que limita a los esquemas de primer orden, se han desarrollado otras formulaciones que, basadas en las características del *upwinding*, han ampliado el orden de truncamiento para incrementar la precisión.

$$\phi_e = \phi_P + \frac{1}{4} [(1 - k) (\phi_P - \phi_W) + (1 + k) (\phi_E - \phi_P)] \quad (10)$$

En función del valor del parámetro k se obtienen los siguientes esquemas de segundo orden:

- **Esquema centrado:** Si $k = 1$.
- **Esquema QUICK:** Si $k = 1/2$. Responde a las siglas *Quadratic Upwind Interpolation for Convective Kinetics* y plantea una corrección parabólica para la interpolación lineal de ϕ_e .
- **Esquema cúbico:** Si $k = 1/3$.

2. Método de discretización temporal.

De forma general se puede establecer que los flujos (y también los términos fuente) se pueden interpolar en función del instante en que son evaluados a partir de un factor f que varía entre 0 y 1. Por lo tanto:

$$\int_{\Delta t} \vec{J} \cdot \vec{A} dt = (f J^n + (1 - f)^{n-1}) A \Delta t \quad (11)$$

- Si se fija que $f = 0$, se obtiene el **esquema explícito**, en el que los flujos y los términos fuente se evalúan usando exclusivamente los valores al inicio del intervalo (es decir, los valores del paso temporal anterior). Esto implica las siguientes consideraciones:

- En el mejor de los casos son estables de forma condicional y presentan una limitación importante con respecto al tamaño máximo de paso temporal que se puede emplear (Δt_{max}).

- Normalmente, dicho paso temporal es bastante pequeño, especialmente en el caso de flujos con fenómenos de convección dominantes, en los que se establece que $\Delta t_{max} < CFL(\Delta x/c)$, siendo c el orden de la velocidad del sonido. Por ejemplo, para garantizar $CFL = 1$, en caso de que $\Delta x \sim 10^{-2}$ m y $c \approx 330$ m/s se necesitaría $\Delta t_{max} < 3 * 10^{-5}$ segundos.
 - El gasto computacional es reducido porque se puede evaluar en cada instante el valor de la variable ϕ en cada celda en función de los valores en el instante anterior: no se necesita por tanto resolver un sistema de ecuaciones acopladas ni es preciso realizar la inversión matricial.
 - Por el contrario, el exigente límite de estabilidad requerirá una gran número de iteraciones.
- Si se fija que $f = 1$, se obtiene el **esquema implícito**, en el que los flujos y los términos fuente se evalúan en el mismo instante en que se pretenden conocer las variables (es decir, los valores en el paso temporal actual). Ha de tenerse en cuenta que:
- A primera vista es evidente la complejidad que supone evaluar los flujos en función de los valores en las celdas contiguas, que pueden no estar aún disponibles en función del orden en que se vaya recorriendo el dominio a resolver.
 - Son generalmente estables de forma incondicional, por lo que se pueden emplear pasos temporales muy grandes (teóricamente, incluso tendiendo a infinito).
 - En la práctica, debido a las no linealidades de las ecuaciones de flujo, siempre aparecen restricciones sobre el tamaño del paso temporal. Además, la naturaleza no estacionaria (física) de un flujo puede incluso restringir aún más esta limitación (matemática).
 - De todas formas, el paso temporal resultante siempre será significativamente mayor que el necesario para el esquema explícito.
 - Consecuentemente, el gasto computacional por iteración será mucho mayor que en el esquema explícito, por cuanto es imprescindible efectuar la inversión matricial.
 - Un criterio muy útil para saber si el esquema implícito es más apropiado que el explícito es analizar la relación que existe entre el paso temporal máximo, Δt_{max} , admisible desde el punto de vista matemático y el paso temporal físico recomendable. De esta forma, si el paso temporal físico es del orden del paso temporal matemático, indudablemente se debe emplear el esquema explícito. Por el contrario, si el paso temporal físico es significativamente mayor que el matemático, entonces debe emplearse un método implícito. Ésta es precisamente la situación en el análisis de un flujo estacionario, donde $\Delta t_{físico} \rightarrow \infty$
 - Para problemas no lineales, es necesario emplear técnicas de linealización junto con el esquema implícito, lo cual puede restringir las condiciones de estabilidad.
- Si se fija que $f = 1/2$, se obtiene el **esquema Crank-Nicholson**, una situación intermedia en la que esencialmente se supone una variación lineal para ϕ_P entre los instantes $(n - 1)$ y n .

En resumen, la elección entre emplear un esquema explícito o uno implícito se debe tomar en función del valor del producto “coste computacional por paso temporal” por “número de pasos temporales”. Por tanto, se ha de equilibrar el paso temporal máximo admisible frente al mayor número de iteraciones necesarias para resolver el sistema implícito de ecuaciones algebraicas.

4. MODELAMIENTO DE LA TURBULENCIA.

¿Que es turbulencia? La turbulencia es un estado caótico e irregular del movimiento de un fluido que se establece a partir de altos valores del número de Reynolds. En sentido físico estricto, la turbulencia se manifiesta con la aparición de regiones coherentes de vorticidad, aunque en realidad su descripción es mucho más intuitiva a partir de sus características fundamentales. Las propiedades más destacadas de los movimientos turbulentos son:

- **Irregularidad:** Un flujo turbulento es irregular y caótico compuesto de un espectro con diferentes escalas.
- **Difusividad:** En un flujo turbulento la difusividad aumenta. Un flujo en régimen turbulento incrementa el intercambio de momento, la resistencia (fricción de pared) y la transferencia de calor en flujo internos como canales o tuberías.
- **Tridimensional:** Los flujos turbulentos son siempre tridimensionales e inestables.
- **Grades números de Reynolds:** Los flujos turbulentos están presentes para altos números de Reynolds. Por ejemplo, la transición a flujo turbulento en tuberías ocurre cuando el Reynolds es mayor a 2300 y en capa límite a 500.000.
- **Continuo:** Aunque se tengan pequeñas escalas de turbulencia, en el flujo son mucho más grandes que las escalas moleculares, por lo tanto se puede tratar como un flujo continuo.
- **Disipativo:** Los flujos turbulentos son disipativos, lo que significa que la energía cinética en las escalas pequeñas es transformada en energía térmica.

4.1. TRANSICIÓN A LA TURBULENCIA.

La transición a la turbulencia puede seguir diferentes mecanismos. En todos ellos, sin embargo, comienza en un **punto de inestabilidad** que inicia el proceso de amplificación de inestabilidades que desemboca en la estructura caótica final. Además, dicha inestabilidad suele estar relacionada con la presencia de un punto de inflexión en el perfil de velocidades que desencadena el proceso de formación de vórtices.

La forma de la transición y el momento en que acontece depende, por tanto, del tipo de flujo. En la tabla 1 se muestra el valor típico para el cual se inicia la transición en diversas situaciones [28]. En el caso de estelas y chorros, se generan inestabilidades que producen enrollamiento de vórtices. y estructuras vorticales tridimensionales. En el caso de capas límites sobre superficies o en el interior de tuberías, la transición se asocia a brotes de turbulencia que rápidamente se expanden y cubren todo el dominio.

El número de Rayleigh (Ra) es el número adimensional asociado con la transferencia de calor en el interior del fluido y que permite discriminar cuándo la transferencia de calor se produce principalmente por conducción o cuándo se produce principalmente por convección. Así mismo, el número de Prandtl (Pr) es el número adimensional que compara la transferencia de calor producida por los efectos de arrastre del fluido (viscosidad) frente a los que se producen por la propia conductividad del fluido y que permite discernir cuál de ellos es dominante.

Tabla 1: Valores típicos para inicio de transición turbulenta.

Flujo externo (a lo largo de una superficie)	Flujo externo (a lo largo de un obstáculo)	Flujo interno	Convección natural
$Re = \frac{\rho U_x}{\mu} \geq 5 \cdot 10^5$	$Re = \frac{\rho U D}{\mu} \geq 2 \cdot 10^4$	$Re = \frac{\rho U D_h}{\mu} \geq 2300$	$Ra \geq 10^9 Pr$

4.2. APROXIMACIONES NUMÉRICAS.

La solución numérica para flujos turbulentos puede abordarse desde distintos niveles de aproximación, proporcionando así descripciones del flujo con mayor o menor detalle. Esto se consigue en función del número de escalas de la turbulencia que se quieran resolver en la simulación, o lo que es igual, en función de la cantidad de energía cinética turbulenta que se vaya a transportar en las ecuaciones constitutivas.

En general, se distinguen tres aproximaciones diferentes: la **simulación numérica directa (DNS)**, en la que se usa una malla extremadamente fina para poder resolver todas las escalas de la turbulencia (desde integrales hasta disipativas); la **simulación de vórtices grandes (LES)**, con mallas menos densas que permiten resolver sólo los torbellinos grandes que transportan entre el 50 y el 80 % de toda la energía cinética turbulenta; y finalmente la **simulación RANS** (ecuaciones Navier-Stokes promediadas por Reynolds) en la que todas las escalas se modelizan mediante el uso de modelos de turbulencia.

Aunque algunos fluidos sencillos se han resuelto utilizando simulación directa (DNS), no es posible emplearla de forma sistemática para resolver problemas industriales de interés práctico debido a su coste computacional. Por esta razón, se emplean habitualmente los métodos RANS y en ciertas ocasiones las técnicas LES.

Para muchas aplicaciones, una descripción detallada del campo turbulento no es necesaria. Por esto, Reynolds propuso unas reglas simples para promediar aquellas variables que oscilan alrededor de un valor específico.

■ Reynolds-Averaged Navier-Stokes Equation. (RANS)

Las ecuaciones de Navier-Stokes para fluido **incompresible** en su forma conservativa son:

$$\frac{\partial u_i}{\partial x_i} = 0 \quad (12)$$

$$\rho \frac{\partial u_i}{\partial t} + \rho \frac{\partial}{\partial x_j} (u_j u_i) = -\frac{\partial p}{\partial x_i} + \frac{\partial}{\partial x_j} (2\mu s_{ij}) \quad (13)$$

Donde el tensor de deformaciones s_{ij} esta dado por:

$$s_{ij} = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right) \quad (14)$$

Aplicando la ecuación (12), la ecuación de momento puede ser descrita como:

$$\rho \frac{\partial u_i}{\partial t} + \rho u_j \frac{\partial u_i}{\partial x_j} = -\frac{\partial p}{\partial x_i} + \mu \frac{\partial^2 u_i}{\partial x_i \partial x_j} + \rho g_i \quad (15)$$

Con el objetivo de modelar el efecto de flotabilidad, el término ρg_i puede ser reescrito de la siguiente manera:

$$\rho g_i = \rho_0 g_i [1 - \beta (T - T_0)]$$

Donde T_0 es una temperatura de referencia, ρ_0 la densidad de referencia y β el coeficiente de expansión térmica. Esta formulación es válida mientras los cambios en la densidad sean pequeños. En particular, mientras satisfagan que $\beta (T - T_0) \ll 1$. [28]. Esta expresión se conoce como la hipótesis de Boussinesq.

En flujos turbulentos, el campo de propiedades se comportan de manera fluctuante y aleatoria en espacio y tiempo. Entonces, las variables u_i y p deben ser expresadas como la suma de sus partes **media** y **fluctuante**:

$$u_i = U_i + u'_i, \quad p = P + p' \quad (16)$$

Donde las partes medias y fluctuantes satisfacen:

$$\overline{u_i} = U_i, \quad \overline{u'_i} = 0 \quad (17)$$

$$\overline{p} = P, \quad \overline{p'} = 0 \quad (18)$$

Con la barra denotando el promediado temporal de la variable. Si se inserta (16) en (12) y (13) y se toma el promedio se llega a las ecuaciones RANS:

$$\frac{\partial U_i}{\partial x_i} = 0 \quad (19)$$

$$\rho \frac{\partial U_i}{\partial t} + \rho \frac{\partial}{\partial x_j} (U_i U_j) = -\frac{\partial P}{\partial x_i} + \frac{\partial}{\partial x_j} (2\mu S_{ij} - \overline{\rho u'_i u'_j}) \quad (20)$$

Donde S_{ij} es el tensor de deformaciones medio

$$S_{ij} = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial U_i}{\partial x_j} + \frac{\partial U_j}{\partial x_i} \right) \quad (21)$$

La cantidad $\tau_{ij} = -\overline{u'_i u'_j}$ es conocida como el **tensor de esfuerzos de Reynolds**, el cual es simétrico, por tanto posee seis componentes. Si se aplica la ecuación (19), la ecuación (20) puede ser escrita como:

$$\frac{\partial U_i}{\partial t} + U_j \frac{\partial U_i}{\partial x_j} = -\frac{\partial P}{\partial x_i} + \nu \frac{\partial^2 U_i}{\partial x_i \partial x_j} - \frac{\partial \overline{u'_i u'_j}}{\partial x_j} \quad (22)$$

Por el hecho de descomponer las propiedades instantaneas en partes medias y fluctuantes, se han introducido tres cantidades desconocidas. Desafortunadamente, no se han añadido más ecuaciones. Esto significa que el sistema no ha sido aún **cerrado**. Para cerrarlo, se deben encontrar suficientes ecuaciones para resolver las cantidades desconocidas. En lo que sigue, se describen enfoques (**modelos de turbulencia**) para resolver las ecuaciones RANS.

4.3. MODELOS DE TURBULENCIA RANS.

En RANS existen tres niveles diferentes para evaluar los esfuerzos de Reynolds generados como consecuencia del proceso de promediado: i) Modelos diferenciales de Reynolds (DRSM, por sus siglas en inglés), ii) Modelos de Reynolds algebraicos (ARSM) y iii) Modelos Eddy Viscosity (EVM).

Los modelos EVM relacionan los esfuerzos turbulentos con ecuaciones RANS a través de una viscosidad turbulenta. En esta categoría se distinguen aquellos que son lineales y no lineales, su diferencia radica en la representación del tensor usado para el modelo. Aquellos llamados lineales asumen una relación de Boussinesq entre los esfuerzos turbulentos y el tensor de deformación por medio una viscosidad isotrópica. Los no lineales asumen una representación de mayor orden del tensor ya sea potenciando el gradiente del tensor de velocidades o combinando el tensor de deformaciones con el de vorticidad. Un método común emplea la aproximación de Boussinesq para relacionar los esfuerzos de Reynolds y los gradientes de la velocidad media:

$$-\overline{\rho u'_i u'_j} = \mu_t \left(\frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right) - \frac{2}{3} \left(\rho k + \mu_t \frac{\partial u_k}{\partial x_k} \right) \delta_{ij} \quad (23)$$

La aproximación de Boussinesq es usada en el modelo Spalart-Allmaras y en los modelos $k - \epsilon$ y $k - \omega$. La ventaja de este enfoque es su relativo bajo costo computacional asociado al cálculo de la viscosidad turbulenta. En el caso del modelo de Spalart-Allmaras, sólo una ecuación adicional es resuelta. En el caso de los $k - \omega$ y $k - \epsilon$, dos ecuaciones de transporte (una para la energía cinética turbulenta, k , y otra ya sea para la disipación turbulenta, ϵ , o la disipación específica, ω) son resueltas. La μ_t se computa como función de k y ϵ .

Los modelos principales construidos a partir de la formulación lineal e isotrópica utilizan distintas definiciones de la viscosidad turbulenta μ_t . Los más importantes y tratados en este proyecto son:

4.3.1. Modelo $k - \epsilon$ estándar.

Resuelve ecuaciones de transporte para la energía cinética turbulenta k y para la tasa específica de disipación viscosa ϵ que se relacionan con μ_t según una función:

$$\mu_t = f \left(\frac{\rho k^2}{\epsilon} \right) \quad (24)$$

El método simple más completo para simular la turbulencia es el que se basa en un modelo de dos ecuaciones, ya que permite la solución de las velocidades turbulentas y de las escalas de longitud de forma independiente. De entre toda la familia de modelo de dos ecuaciones, el modelo $k - \epsilon$ es el que más aceptación y utilización

ha tenido. Su robustez, economía y razonable precisión para resolver un gran número de flujos turbulentos explican su popularidad para simular flujos industriales y aplicaciones en transferencia de calor.

Debido a su masiva utilización durante las últimas décadas, han ido surgiendo diferentes variantes de la formulación original (denominada **estándar**) que trataban de mejorar algunos aspectos concretos de su comportamiento. En particular, destacan los modelos **RNG** $k - \epsilon$ y **Realizable** $k - \epsilon$.

El desarrollo de la ecuación sigue un proceso complicado que se puede leer en Wilcox (2010) en la sección 2.4. En esencia, se presenta la relación de la ecuación de tensiones de Reynolds:

$$\tau_{ii}^R = \overline{-u'_i u'_i} = -2k \quad (25)$$

De manera que se tiene:

$$\frac{\partial k}{\partial t} + U_j \frac{\partial k}{\partial x_j} = \tau_{ii}^R \frac{\partial U_i}{\partial x_j} - \epsilon + \frac{\partial}{\partial x_j} \left[\nu \frac{\partial k}{\partial x_j} - \frac{1}{2} \overline{u'_i u'_i u'_j} - \frac{1}{\rho} \overline{p' u'_j} \right] \quad (26)$$

Siendo épsilon:

$$\epsilon = \nu \frac{\overline{\partial u'_i \partial u'_i}}{\partial x_k \partial x_k} \quad (27)$$

La idea de este modelo es derivar la ecuación exacta. Utilizando la anterior definición y después de simplificar se llega a:

$$\frac{\partial \epsilon}{\partial t} + U_j \frac{\partial \epsilon}{\partial x_j} = C_{\epsilon 1} \frac{\epsilon}{k} \tau_{ii}^R \frac{\partial U_i}{\partial x_j} - C_{\epsilon 2} \frac{\epsilon^2}{k} + \frac{\partial}{\partial x_j} \left[\left(\nu + \frac{\nu_t}{\sigma_\epsilon} \right) \frac{\partial \epsilon}{\partial x_j} \right] \quad (28)$$

Donde la viscosidad cinética turbulenta es:

$$\nu_t = \frac{C_\mu k^2}{\epsilon} \quad (29)$$

Así, asignando una serie de valores predeterminados para las distintas constantes, que se han obtenido en experimentos con fluidos elementales (aire y agua) en condiciones de flujo turbulento con diversos tipos de capa de cortadura y turbulencia isótropa que decaen libremente, se obtiene la formulación completa del modelo:

$C_{\epsilon 1}$	$C_{\epsilon 2}$	C_μ	σ_k	σ_ϵ
1.44	1.92	0.09	1	1.3

4.3.2. Modelo $k - \omega$ estándar.

Resuelve ecuaciones de transporte para la energía cinética turbulenta k y para la tasa específica de disipación viscosa $\omega = \epsilon/k$ que se relaciona con μ_t según una función:

$$\mu_t = f\left(\frac{\rho k}{\omega}\right) \quad (30)$$

Este modelo se postuló por primera vez en 1942. Al principio, se deriva la ecuación para ω . Después de algunas mejoras el modelo se convirtió en [40]:

$$\frac{\partial k}{\partial t} + U_j \frac{\partial k}{\partial x_j} = \tau_{ii}^R \frac{\partial U_i}{\partial x_j} - \beta^* k \omega + \frac{\partial}{\partial x_j} \left[\left(\nu + \sigma^* \frac{k}{\omega} \right) \frac{\partial k}{\partial x_j} \right] \quad (31)$$

$$\frac{\partial \omega}{\partial t} + U_j \frac{\partial \omega}{\partial x_j} = -\alpha \frac{\omega}{k} \tau_{ii}^R \frac{\partial U_i}{\partial x_j} - \beta \omega^2 + \frac{\sigma_d}{\omega} \frac{\partial k}{\partial x_j} \frac{\partial \omega}{\partial x_j} + \frac{\partial}{\partial x_j} \left[\left(\nu + \sigma \frac{k}{\omega} \right) \frac{\partial \omega}{\partial x_j} \right] \quad (32)$$

La viscosidad turbulenta se calcula como:

$$\nu_t = \frac{k}{\omega} \quad \tilde{\omega} = \max \left\{ \omega, \frac{7}{8} \sqrt{\frac{2S_{ij}S_{ij}}{\beta^*}} \right\} \quad (33)$$

Los coeficientes de cierre son:

α	β	β^*	σ	σ^*	σ_{do}	σ_d
13/25	<i>Funcion</i>	9/100	1/2	3/5	1/8	<i>Funcion</i>

El modelo $k - \omega$ se puede utilizar directamente para el tratamiento de la capa límite. También proporciona una buena precisión para corte libre y flujos separados. Sin embargo, no funciona bien en condiciones de flujo libre y es muy sensible a un cambio en el valor ω de entrada.

4.3.3. Modelo $k - \omega$ SST.

Desarrollado en 1994. Este modelo combina los anteriores modelos. Funciona como $k - \omega$ en la zona cerca a la pared y como $k - \epsilon$ en la zona de flujo potencial. La ecuación para k es la misma que se usa en el modelo se define como:

$$\frac{\partial k}{\partial t} + U_j \frac{\partial k}{\partial x_j} = P_k - \beta^* k \omega + \frac{\partial}{\partial x_j} \left[\left(\nu + \sigma_k \nu_T \right) \frac{\partial k}{\partial x_j} \right] \quad (34)$$

$$\frac{\partial \omega}{\partial t} + U_j \frac{\partial \omega}{\partial x_j} = \alpha S^2 - \beta \omega^2 + \frac{\partial}{\partial x_j} \left[\left(\nu + \sigma_\omega \nu_T \right) \frac{\partial \omega}{\partial x_j} \right] + 2(1 + F_1) \sigma_{\omega 2} \frac{1}{\omega} \frac{\partial k}{\partial x_i} \frac{\partial \omega}{\partial x_i} \quad (35)$$

Con los coeficientes de cierre y relaciones auxiliares:

$$F_2 = \tanh \left[\left[\max \left(\frac{2\sqrt{k}}{\beta^* \omega y}, \frac{500\nu}{y^2 \omega} \right) \right]^2 \right] \quad P_k = \min \left(\tau_{ij} \frac{\partial U_i}{\partial x_j}, 10\beta^* k \omega \right)$$

$$F_1 = \tanh \left\{ \left\{ \min \left[\max \left(\frac{\sqrt{k}}{\beta^* \omega y}, \frac{500\nu}{y^2 \omega} \right), \frac{4\sigma_{\omega 2} k}{CD_{k\omega} y^2} \right] \right\}^4 \right\} \quad CD_{k\omega} = \max \left(2\rho\sigma_{\omega 2} \frac{1}{\omega} \frac{\partial k}{\partial x_i} \frac{\partial \omega}{\partial x_i}, 10^{-10} \right)$$

$$\phi = \phi_1 F_1 + \phi_2 (1 - F_1)$$

α_1	α_2	β_1	β_2	β^*	σ_{k1}	σ_{k2}	$\sigma_{\omega 1}$	$\sigma_{\omega 2}$
5/9	0.44	3/40	0.0828	9/100	0.85	1	0.5	0.856

F_1 es una función de mezcla que cambia de un modelo a otro. Este modelo es usado en simulaciones que necesitan precisión en la solución de la capa límite.

Para este modelo, la viscosidad turbulenta se define como:

$$\nu_t = \frac{k}{\omega}$$

4.4. COMPORTAMIENTO CERCA A LAS PAREDES.

Los modelos turbulentos nombrados anteriormente se denominan High Reynolds (excepto los modelos $k-\omega$), estos utilizan ecuaciones que sólo se pueden aplicar en condiciones completamente turbulentas. Al emplearlos, no se toman en cuenta los efectos en zonas de bajo número de Reynolds, como la capa límite por ejemplo. A continuación se explican dos maneras de abordar este problema.

4.4.1. Funciones de pared.

En este caso los efectos de bajo número de Reynolds no se calculan. Una celda en el límite de la pared se toma lo suficientemente gruesa como para asegurar que pueda asumir plenamente desarrolladas las condiciones de la capa límite turbulenta ($30 < y^+ < 200$ para el primer nodo). Este primer nodo de la malla se conoce como “punto de coincidencia” y utiliza la ley de la pared con un valor adecuado de C para relacionar el campo de velocidad a la tensión de cizallamiento y la superficie para lograr una correspondencia adecuada entre la viscosidad y los perfiles de velocidad logarítmicas.

$$U^+ = y^+ \quad (36)$$

$$U^+ = \frac{1}{k} \ln(y^+) + C \quad (37)$$

Los parámetros adimensionales U^+ y y^+ se define como U/u_T y $u_T y/\nu$ respectivamente. Una vez que se calcula la velocidad de fricción u_T se utilizan las funciones de pared para calcular los valores de k o ω .

$$u_T = \sqrt{\frac{\tau_w}{\rho}} \quad (38)$$

$$k = \frac{u_T^2}{\sqrt{\beta^*}}, \quad \omega = \frac{k^{1/2}}{(\beta^*)^{1/4} ky}, \quad \varepsilon = (\beta^*)^{3/4} \frac{k^{3/2}}{ky} \quad (39)$$

Donde τ_w es el esfuerzo de corte de pared, β^* es una constante y k la constante de Von Karman.

Este procedimiento sólo se aplica a la primera celda cerca de la pared. Los valores calculados de ϵ u ω se utilizan como condiciones de contorno. Las funciones de pared son una aproximación, las cuales funcionan bastante bien simulando flujos internos pero los resultados pierden precisión si se aplican a flujos externos o cálculos de transferencia de calor. Además, son muy sensibles a la ubicación del primer nodo de la malla cerca de la pared como se puede ver en la dependencia inversa en la coordenada y en las ecuaciones anteriores.

4.4.2. Bajo número de Reynolds.

Con el uso de estos modelos se resuelven los efectos de bajo número de Reynolds. Este enfoque se basa en la inserción un número suficiente de líneas de la malla cerca de la pared ($y^+ < 1$ para el primer nodo) de modo que la capa límite puede ser resuelta adecuadamente. Para ello, se realizan algunas modificaciones en las ecuaciones.

5. MODELAMIENTO DE LA RADIACIÓN.

La radiación es un fenómeno de transferencia de calor que tiene importancia en determinadas circunstancias, tales como el estudio de la estabilidad y turbulencia en llamas, calentamiento y enfriamiento de superficies radiantes, problemas de radiación solar en ventanas, fachadas ventiladas y, por supuesto, procesos de conformado de vidrio, coladas continuas de acero o sintetizado de cerámicas.

Como norma general, la radiación debe modelizarse si su potencia calorífica es del mismo orden (o mayor) que la transferencia de calor asociada a la convección y conducción. Dicha potencia viene expresada en función de la cuarta potencia de las temperaturas:

$$\dot{Q}_{rad} = \epsilon \cdot \sigma \cdot A \cdot T^4 \quad (40)$$

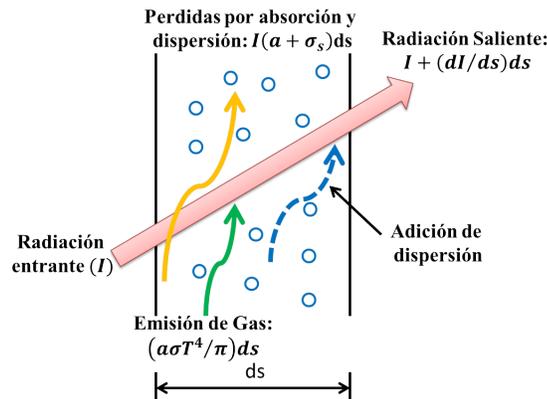
Donde σ representa la constante de Stefan-Boltzmann, de valor $5,67 \times 10^{-8} \text{W/m}^2 \text{K}^4$, ϵ es la emisividad que varía entre 0 y 1 para cuerpos grises (se denominan *cuerpos negros* a los que absorben toda la radiación, $\epsilon = 1$), A el área de la superficie radiante (m^2) y T la temperatura absoluta (K).

Para tener en cuenta la radiación en los modelos, es necesario resolver una ecuación de transporte para la intensidad de radiación, I , que se incorpora además como término fuente a la ecuación de la energía. La conexión entre esta ecuación de transporte y la ecuación de la energía se establece en la absorción local de radiación por el fluido y en los contornos.

La **intensidad de radiación** depende direccional y espacialmente de las fuentes y receptores. De esta forma, se establece que está influenciada por la absorción y la emisión local (fuente-sumidero de radiación), así como por la dispersión direccional (dispersión y concentración locales). La ecuación general viene expresada como:

$$\frac{dI(\vec{r}, \vec{s}')}{ds} + \underbrace{(a + \sigma_s) I(\vec{r}, \vec{s}')}_{\text{absorción}} = \underbrace{an^2 \frac{\sigma T^4}{\pi}}_{\text{emisión}} + \underbrace{\frac{\sigma_s}{\pi} \int_0^{4\pi} (\vec{r}, \vec{s}') \Phi(\vec{s} \cdot \vec{s}') d\Omega'}_{\text{dispersión}} \quad (41)$$

Figura 16: Transferencia de calor por radiación.



Donde la \vec{r} es el vector de posición, \vec{s} es el vector dirección, \vec{s}' es la dirección de dispersión (*scatter*), a es el coeficiente de absorción, n es un índice de refracción, σ_s es el coeficiente de dispersión, σ representa de nuevo la constante de Stefan-Boltzmann, T es la temperatura local, Φ es una función desfase y Ω' es un ángulo sólido. $(a + \sigma_s)s$ es el espesor óptico o la opacidad del medio. El índice de refracción n es importante cuando se considera un medio semi-transparente. En la figura 16 se ilustra el proceso de transferencia de calor por radiación.

5.1. MODELOS DE RADIACIÓN.

Existen cinco modelos principales para introducir la radiación en las ecuaciones:

- **Modelo de las ordenadas discretas (DOM).**
- **Modelos de transferencia de radiación discreto (DTRM).**
- **Modelo de radiación P-1.**
- **Rosseland.**
- **Modelo cara-a-cara**(*surface-to-surface*, S2S).

El modelo DTRM, P-1, DOM y Rosseland requieren el coeficiente de absorción a como entrada. El coeficiente de dispersión σ_s y a pueden ser constantes, a su vez a puede ser función también de las concentraciones locales H_2O y CO_2 , longitud de la trayectoria, y la presión total [36].

5.1.1. Modelo de radiación P-1.

En el modelo P-1, asume que la intensidad de radiación puede ser expresada como una serie de Fourier separada en variables, una en función y dependiente de las coordenadas y otra en la dirección:

$$I_v(\mathbf{r}, \hat{\mathbf{s}}) = \sum_{l=0}^{\infty} \sum_{m=-l}^l I_l^m(\mathbf{r}) Y_l^m(\hat{\mathbf{s}}) \quad (42)$$

Donde $I_l^m(\mathbf{r})$ corresponde a la posición de los coeficientes y $Y_l^m(\hat{\mathbf{s}})$ a los armónicos esféricos. Tomando el primer término de esta serie, se muestra que la intensidad de radiación puede ser relacionada con G , la radiación incidente, lo que se conoce como el modelo P-1:

$$q_r = \frac{1}{3(a + \sigma_s) - C\sigma_s} \nabla G \quad (43)$$

Donde a es el coeficiente de absorción, σ_s es el coeficiente de dispersión, G es la radiación incidente, y C es el coeficiente de la función de fase anisotrópico-lineal descrito más abajo. Después de introducir el parámetro

$$\Gamma = \frac{1}{3(a + \sigma_s) - C\sigma_s} \quad (44)$$

La ecuación (43) se simplifica a:

$$q_r = -\Gamma \nabla G \quad (45)$$

La ecuación de transporte para G es:

$$\nabla \cdot (\Gamma \nabla G) - aG + 4a\sigma T^4 = S_G \quad (46)$$

La variable S_G representa un término fuente de radiación establecido por el usuario. Combinando las ecuaciones (44) y (45), la siguiente ecuación es obtenida:

$$-\nabla \cdot q_r = S_G + aG - 4a\sigma T^4 \quad (47)$$

La expresión para $-\nabla \cdot q_r$ puede ser directamente sustituida en la ecuación de la energía como término fuente (o sumidero) debida a la radiación.

Tratamiento de las condiciones de frontera para el modelo P-1.

Para obtener las condiciones de frontera en la ecuación de radiación, el producto punto entre el vector normal saliente \vec{n} y la ecuación (45) es calculado:

$$q_r \cdot \vec{n} = -\Gamma \nabla G \cdot \vec{n} \quad (48)$$

$$q_{r,w} = -\Gamma \frac{\partial G}{\partial n} \quad (49)$$

Entonces el flujo de radiación incidente, G , en la pared es $q_{r,w}$. El flujo de calor por radiación en la pared es computado usando la siguiente condición de frontera:

$$I_w(\vec{r}', \vec{s}') = f_w(\vec{r}', \vec{s}') \quad (50)$$

$$f_w(\vec{r}', \vec{s}') = \varepsilon_w \frac{\sigma T_w^4}{\pi} + \rho_w I(\vec{r}', -\vec{s}') \quad (51)$$

Donde ρ_w es la reflectividad de pared. La condición de frontera de Marshak es usada para eliminar la dependencia angular [36]:

$$\int_0^{2\pi} I_w(\vec{r}, -\vec{s}) \vec{n} \cdot \vec{s} d\Omega = \int_0^{2\pi} f_w(\vec{r}, \vec{s}) \vec{n} \cdot \vec{s} d\Omega \quad (52)$$

Sustituyendo la ecuación (50) y (51) en (52) y realizando la integración genera:

$$q_{r,w} = -\frac{4\pi\varepsilon_w \frac{\sigma T_w^4}{\pi} - (1 - \rho_w) G_w}{2(1 + \rho_w)} \quad (53)$$

Si se asume que las paredes son superficies grises difusivas, entonces $\rho_w = 1 - \varepsilon_w$, y la ecuación (53) se convierte en:

$$q_{r,w} = -\frac{\varepsilon_w}{2(2 + \varepsilon_w)} (4\sigma T_w^4 - G_w) \quad (54)$$

La ecuación (54) es usada para resolver $q_{r,w}$ para la ecuación de la energía y para la ecuación de radiación en las fronteras.

5.1.2. Ecuaciones del modelo S2S.

El modelo cara-a-cara (o surface to surface) es básicamente un modelo para medios no participantes, por lo tanto solamente se tiene en cuenta la radiación entre superficies, independientemente del fluido que las separa. La energía intercambiada entre las dos superficies depende en parte de su tamaño, distancia de separación y orientación. Estos parámetros se contabilizan por una función geométrica llamada *factor de visión*. La suposición principal del modelo S2S es que cualquier emisión, absorción o dispersión de radiación puede ser ignorada, sólo se considera radiación entre cara-a-cara.

El flujo de energía de una superficie esta compuesto directamente por la energía que emite y la que refleja. El flujo reflejado es dependiente del flujo incidente de los alrededores, el cual puede ser expresado en términos del flujo de las demás superficies. La energía de la superficie k es

$$q_{out,k} = \varepsilon_k \sigma T_k^4 + \rho_k q_{in,k} \quad (55)$$

Donde $q_{out,k}$ es la energía que sale de la superficie, ε_k es la emisividad, σ es la constante de Boltzmann, y $q_{in,k}$ es el flujo de energía incidente en la superficie proveniente de los alrededores.

La cantidad de energía incidente de una superficie a otra es una función directa del factor de visión, F_{jk} . El factor de visión F_{jk} es la fracción de energía que sale de la superficie k e incide en la superficie j . El flujo de energía incidente $q_{in,k}$ puede ser expresado en términos del flujo de energía que sale de los alrededores como:

$$A_k q_{in,k} = \sum_{j=1}^N A_j q_{out,j} F_{jk} \quad (56)$$

Donde A_k es el área de la superficie k y F_{jk} es el factor de visión entre las superficies k y j . Para N superficies, la reciprocidad del factor de visión da:

$$A_j F_{jk} = A_k F_{kj} \quad \text{para } j = 1, 2, 3, \dots, N \quad (57)$$

Entonces,

$$q_{in,k} = \sum_{j=1}^N F_{jk} q_{out,j} \quad (58)$$

Por lo tanto,

$$q_{out,k} = \varepsilon_k \sigma T_k^4 + \rho_k \sum_{j=1}^N F_{kj} q_{out,j} \quad (59)$$

La ecuación (59) puede ser escrita como:

$$J_k = E_k + \rho_k \sum_{j=1}^N F_{kj} J_j \quad (60)$$

Donde J_k representa la energía que deja la superficie (radiosidad) de la superficie k , y E_k representa la potencia de emisión de k . La expresión (60) representa N ecuaciones, las cuales pueden ser organizadas en forma matricial como:

$$KJ = E \quad (61)$$

Donde K es una matriz $N \times N$, J es el vector radiosidad, y E es el vector potencia de emisión. La ecuación (61) es referida como la ecuación de la matriz radiosidad. El factor de visión entre dos superficies finitas i y j esta dada por:

$$F_{ij} = \frac{1}{A_i} \int_{A_i} \int_{A_j} \frac{\cos \theta_i \cos \theta_j}{\pi r^2} \delta_{ij} dA_i dA_j \quad (62)$$

Donde δ_{ij} es determinado por la visibilidad de dA_j a dA_i . $\delta_{ij} = 1$ si dA_j es visible a dA_i y 0 si no lo es.

5.1.3. Modelo de radiación Rosseland.

El modelo Rosseland o aproximación de difusión por radiación es valido cuando el medio es ópticamente grueso ($(a + \sigma_s) L \gg 1$), y es recomendado para espesores ópticos mayores a 3 [36]. Puede ser derivado del modelo P-1, con algunas aproximaciones.

Como en el modelo P-1, el vector de flujo de calor por radiación en un medio gris puede ser aproximado por la ecuación (45) donde Γ esta dada en (44). El modelo Rosseland difiere del modelo P-1 en que el Rosseland asume la intensidad de radiación como la de un cuerpo negro. (El modelo P-1 realmente calcula una ecuación de transporte para G .) Por lo tanto $G = 4\sigma n^2 T^4$, donde n es el índice de refracción. Sustituyendo este valor para G en la ecuación (45) produce:

$$q_r = -16\sigma\Gamma n^2 T^3 \nabla T \quad (63)$$

Como el flujo de calor por radiación tiene la misma forma de la ley de Fourier, es posible escribir

$$q = q_c + q_r \quad (64)$$

$$q = -(k + k_r) \nabla T \quad (65)$$

$$k_r = 16\sigma\Gamma n^2 T^3 \quad (66)$$

Donde k es la conductividad térmica y k_r es la conductividad por radiación. La ecuación (64) es usada en la ecuación de la energía para calcular el campo de temperatura.

Tratamiento de las condiciones de frontera para el modelo Rosseland.

Como la aproximación de difusión no es valida cerca a las paredes, es necesario usar una condición de contorno distinta. El flujo de calor por radiación en la pared, $q_{r,w}$, es definido usando un coeficiente de deslizamiento ψ :

$$q_{r,w} = -\frac{\sigma (T_w^4 - T_g^4)}{\psi} \quad (67)$$

Donde T_w es la temperatura en la pared, T_g es la temperatura del gas en la pared, y el coeficiente ψ es aproximado por una curva que se ajusta a una gráfica dada en [36]:

$$\psi = \begin{cases} 1/2 & N_w < 0.01 \\ \frac{2x^3 + 3x^2 - 12x + 7}{54} & 0.01 \leq N_w \leq 10 \\ 0 & N_w > 10 \end{cases} \quad (68)$$

Donde N_w es un parámetro por conducción en la pared:

$$N_w = \frac{k(a + \sigma_s)}{4\sigma T_w^3} \quad (69)$$

y $x = \log_{10} N_w$.

5.1.4. Modelo de transferencia de radiación discreto (DTRM).

La suposición principal de DTRM es que la radiación sale del elemento de superficie en un rango de ángulos solidos puede ser aproximada por un sólo rayo.

La ecuación para el cambio de intensidad radiante, dI , a lo largo de una trayectoria, ds , puede ser escrito como:

$$\frac{dI}{ds} + aI = \frac{a\sigma T^4}{\pi} \quad (70)$$

Donde

$$\begin{aligned} a &= \text{Coeficiente de absorcion de gas} \\ I &= \text{Intensidad} \\ T &= \text{Temperatura local del gas} \\ \sigma &= \text{Contante Stefan - Boltzmann } (5.672 \times 10^{-8} \text{W/m}^2 \text{k}^4) \end{aligned}$$

Aquí, el índice de refracción es asumido como unidad. El DTRM integra la ecuación (70) junto con una serie de rayos emanados de las caras. Si a es constante a lo largo del rayo, entonces $I(s)$ puede ser estimado como:

$$I(s) = \frac{\sigma T^4}{\pi} (1 - e^{-as}) + I_0 e^{-as} \quad (71)$$

Donde I_0 es la intensidad radiante al comienzo del incremento de la trayectoria, el cual es determinado por la respectiva condición de frontera. La fuente de energía en el fluido debida a la radiación es calculada sumando el cambio de intensidad a lo largo de la trayectoria de cada rayo identificado en el volumen de control.

La técnica de identificación de rayos (*ray tracing*), usada en el DTRM puede proveer una predicción del calor transferido entre las superficies sin cálculos explícitos del factor de visión.

Tratamiento de las condiciones de frontera para el modelo DTRM.

La intensidad de radiación acercándose a un punto en la superficie de la pared es integrada para producir el flujo de calor incidente, q_{in} , como

$$q_{in} = \int_{\vec{s} \cdot \vec{n} > 0} I_{in} \vec{s} \cdot \vec{n} d\Omega \quad (72)$$

Donde Ω es el ángulo sólido hemisférico, I_{in} la intensidad del rayo entrante, \vec{s} el vector dirección del rayo, y \vec{n} el vector apuntando hacia afuera del dominio. El flujo neto de calor por radiación de la superficie, q_{out} es calculado como una suma de porciones reflejadas de q_{in} y el poder emisor de la superficie.

$$q_{out} = (1 - \epsilon_w) q_{in} + \epsilon_w \sigma T_w^4 \quad (73)$$

Donde T_w es la temperatura en el punto P de la superficie y ϵ_w es la emisividad de la pared, la cual es una condición de contorno de entrada. La ecuación (73) también provee la condición de frontera para la intensidad I_0 del rayo emanante del punto P , como

$$I_0 = \frac{q_{out}}{\pi} \quad (74)$$

5.1.5. Modelo de las ordenadas discretas (DOM).

El modelo de ordenadas discretas resuelve la ecuación de transferencia de radiación (RTE) para un número discreto de ángulos sólidos, cada uno asociado a un vector de dirección \vec{s} que se ajusta al sistema global cartesiano (x, y, z) . La finura de la discretización angular es controlada por el usuario, análogo a escoger el número de rayos para el DTRM. Contrario al DTRM, el DOM no desempeña *ray tracing*. El modelo DOM transforma la ecuación (41) en una ecuación de transporte de intensidad de radiación en el espacio coordenado (x, y, z) . El modelo DOM resuelve tantas ecuaciones como vectores de dirección \vec{s} existen.

El modelo DOM considera la ecuación RTE en la dirección \vec{s} como una ecuación de campo. Por lo tanto, la ecuación (41) puede ser escrita como:

$$\nabla \cdot (I(\vec{r}, \vec{s}) \vec{s}) + (a - \sigma_s) I(\vec{r}, \vec{s}) = an^2 \frac{\sigma T^4}{\pi} + \frac{\sigma_s}{4\pi} \int_0^{4\pi} I(\vec{r}, \vec{s}') \Phi(\vec{s} \cdot \vec{s}') d\Omega' \quad (75)$$

Este método no hace parte de los objetivos de este proyecto. Se recomienda al lector acudir a la bibliografía especializada para consultar un desarrollo más detallado.

5.1.6. Eligiendo un modelo de radiación.

Para ciertos problemas un modelo de radiación puede ser más apropiado que otro. Cuando se esta decidiendo que modelo usar, se debe considerar lo siguiente [36]:

1. **Espesor óptico:** El espesor óptico aL es un buen indicador de cual modelo usar en el problema. Aquí, L es una escala de longitud apropiada por el dominio. Para flujo en un combustor, por ejemplo, L es el diámetro de la cámara del combustor. Si $aL \gg 1$, las mejores alternativas son los modelos P-1 y Rosseland. El modelo P-1 debería ser usado típicamente para espesores > 1 . Para espesores > 3 , el es más apropiado y más eficiente. Para casos con altos espesores, un esquema de discretización de segundo

orden DO es recomendado. El DTRM y el DOM trabajan a través de todos los rangos de espesores, pero son sustancialmente más costosos de usar. Consecuentemente, para problemas ópticamente delgados ($aL < 1$), los modelos DTRM y DOM son los más apropiados.

2. **Dispersión y emisividad:** Los modelos P-1, Rosseland, y DOM tienen en cuenta la dispersión, mientras que DTRM no. Dado que el modelo Rosseland utiliza una condición de deslizamiento de temperatura en las paredes, es insensible a la emisividad de la pared.
3. **Efectos de partículas:** Sólo los modelos P-1 y DOM tienen en cuenta el intercambio de radiación entre el gas y las partículas.
4. **Paredes semi-transparentes (interior y exterior):** Sólo los modelos DOM permiten modelar paredes semi-transparentes de varios tipos (vidrio, por ejemplo).
5. **Paredes de espejo:** Sólo el modelo DOM permite reflexión especular (por ejemplo, espejo limpio).
6. **Pared de espejo parciales:** Sólo el modelo DOM permite reflexión especular (por ejemplo, espejo con polvo).
7. **Radiación no-gris:** Los modelos DOM y S2S permiten calcular radiación no-gris usando un modelo de banda gris.
8. **Fuente de calor localizada:** En fuentes de calor localizadas, el modelo P-1 puede sobrepredecir flujo de radiación. El modelo DOM es probablemente el más apropiado para calcular la radiación en este caso, aunque el DTRM, con un número suficiente de rayos también es aceptable.
9. **Transferencia de radiación en recintos con no-participación del medio:** El método cara-a-cara (S2S) es el más apropiado. Los modelos de radiación usados en medio participante, en principio, pueden ser usados para calcular radiación cara-a-cara, pero no siempre son eficientes.

5.2. MODELOS DE PROPIEDADES RADIANTES EN LOS GASES.

Los gases con moléculas asimétricas, como el H_2O , CO_2 , CO , SO_2 y los hidrocarburos H_nC_m , pueden ser que participen en el proceso de radiación por absorción, a temperaturas moderadas y por absorción y emisión a temperaturas elevadas como las que se encuentran en las cámaras de combustión. Por lo tanto, el aire o cualquier otro medio que contenga ese tipo de gases con moléculas asimétricas en concentraciones suficientes debe tratarse como un medio participante en los cálculos relativos a la radiación. Por ejemplo, los gases de la combustión en un horno o una cámara de combustión contienen cantidades suficientes de H_2O y CO_2 y, por consiguiente, debe tomarse en consideración la emisión y la absorción de los gases en los hornos. La presencia de un medio participante complica de manera considerable el análisis relativo a la radiación por varias razones:

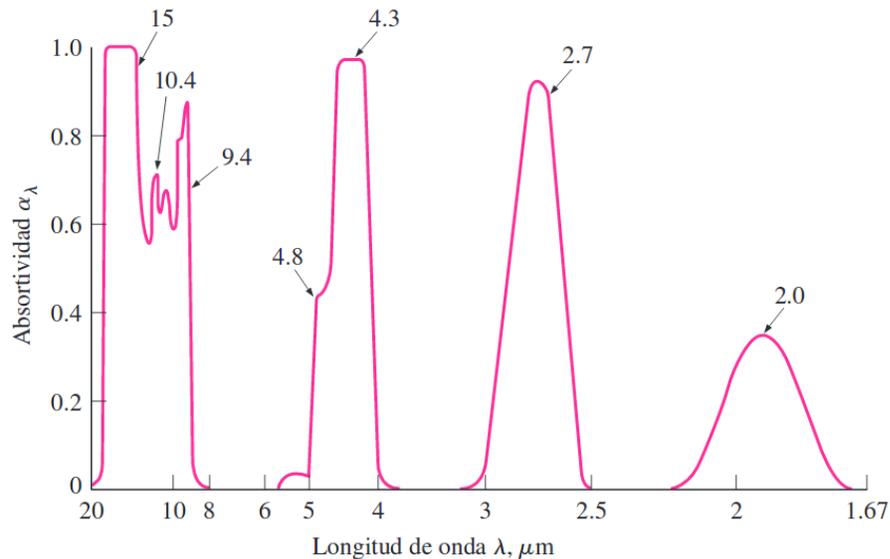
1. Un medio participante emite y absorbe radiación en todo su volumen. Es decir, la radiación gaseosa es un fenómeno volumétrico y, por tanto, depende del tamaño y de la forma del cuerpo. Éste es el caso incluso si la temperatura es uniforme en todo el medio.

2. Los gases emiten y absorben radiación en **varias bandas angostas de longitudes de onda**. Esto contrasta con los sólidos, los cuales emiten y absorben radiación sobre todo el espectro. Por lo tanto, la hipótesis de ser gris no siempre puede ser apropiada para un gas, incluso cuando las superficies circundantes sean grises.
3. Las características de emisión y absorción de los constituyentes de una mezcla de gases también dependen de la temperatura, presión y composición de esa mezcla. Por lo tanto, la presencia de otros gases participantes afecta las características de radiación de un gas en particular.

5.2.1. Emisividad y absorptividad de gases y mezclas de ellos

En la figura 17 se presenta un esquema de la absorptividad espectral del CO_2 en función de la longitud de onda. Los diversos picos y valles en la figura, junto con las discontinuidades, muestran con claridad la naturaleza de las bandas de absorción y las fuertes características de no gris. La forma y ancho de las bandas de absorción varían con la temperatura y la presión, pero la magnitud de la absorptividad también varía con el espesor de la capa de gas. Por lo tanto, los valores de la absorptividad sin espesor y presión especificados no tienen significado.

Figura 17: Absorptividad espectral del CO_2 a 830 K y 10 atm para una longitud de trayectoria de 38.8 cm.



Fuente: Cengel [6].

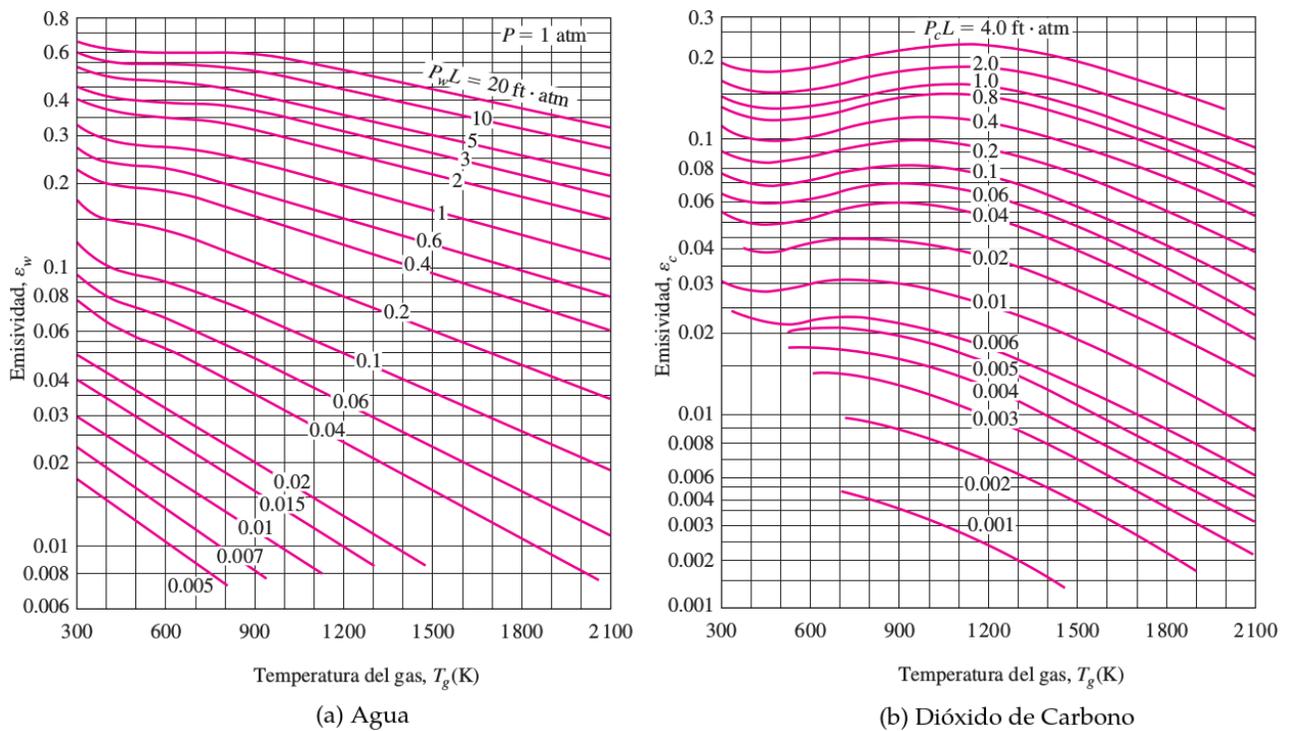
Para obtener mayor exactitud, debe considerarse la naturaleza no gris de las propiedades en los cálculos relativos a la radiación. Esto se puede llevar a cabo empleando un modelo de bandas y, de este modo, realizar los cálculos para cada banda de absorción.

Por otro lado, se pueden obtener resultados satisfactorios suponiendo que el gas es gris, usando una absorptividad y una emisividad total efectiva, determinadas por algún proceso en el que se establezca un promedio. Hottel (1954) presentó por primera vez diagramas para las emisividades totales de gases que se han venido

usando regularmente en los cálculos referentes a la radiación con exactitud razonable. Por su sencillez, en este texto presentamos el enfoque de Hottel. Incluso con la hipótesis de ser gris, la emisividad y absorptividad totales de un gas dependen de la configuración geométrica de su masa, así como de la temperatura, presión y composición. Los gases que participan en el intercambio de radiación, como el CO_2 y el H_2O , típicamente coexisten con gases no participantes, como el N_2 y el O_2 , y por consiguiente suelen darse los datos de las propiedades relativas a la radiación para una mezcla en lugar de para el gas puro. La emisividad y la absorptividad de un componente gaseoso en una mezcla dependen principalmente de su densidad, la cual es función de la temperatura y de la presión parcial de ese gas [6].

En la figura 18(a) se muestra la gráfica de la emisividad del vapor de H_2O en una mezcla de gases no participantes, para una presión total de $P = 1$ atm, como función de la temperatura T_g del gas para un rango de valores de $P_w L$, en donde P_w es la presión parcial del vapor de agua y L es la distancia media recorrida por el haz de radiación.

Figura 18: Emisividades de los gases H_2O y CO_2 en una mezcla de gases no participantes a una presión total de 1 atm



Fuente: Cengel [6].

Ahora la pregunta que viene a la mente es qué sucederá si los gases CO_2 y H_2O existen juntos en una mezcla con gases no participantes. Se puede determinar la emisividad de cada gas participante, como se explicó con anterioridad, usando su presión parcial, pero no es posible calcular la emisividad efectiva de la mezcla sumando sencillamente las emisividades de cada uno de los gases (aun cuando éste sería el caso si los diferentes gases emitieran a longitudes de onda diferentes). En lugar de ello, se debe determinar a partir de

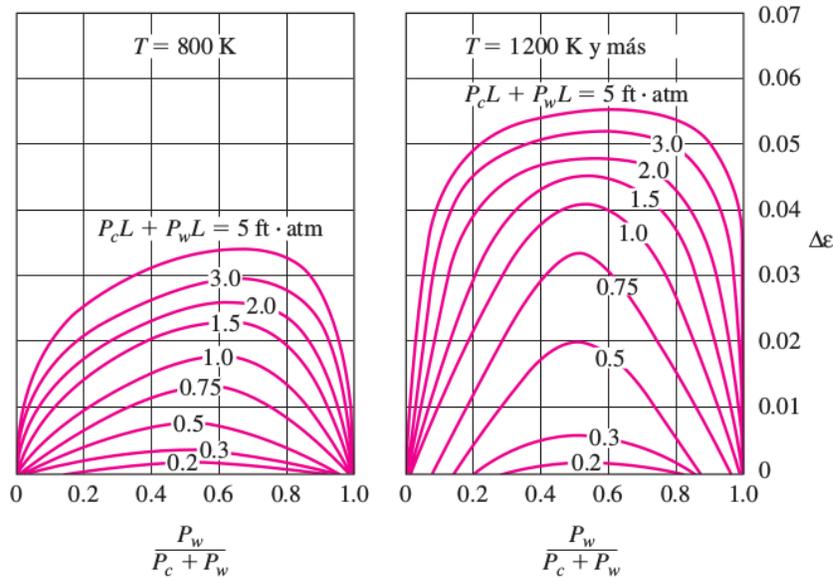
$$\epsilon_g = \epsilon_c + \epsilon_w - \Delta\epsilon \quad (76)$$

en donde $\Delta\epsilon$ es el factor de corrección de la emisividad, el cual toma en cuenta el traslape de las bandas de emisión. En la figura 19 se tiene la gráfica de $\Delta\epsilon$ para una mezcla que contiene tanto CO_2 como H_2O gaseosos.

La emisividad de un gas también depende de la longitud media que un haz de radiación emitida recorre en el gas antes de alcanzar una superficie límite y, de este modo, de la forma y el tamaño de la masa gaseosa que interviene. Durante sus experimentos en la década de 1930 Hottel y sus colaboradores consideraron la emisión de radiación desde una masa hemisférica de gas hacia un pequeño elemento de superficie ubicado en el centro de la base del hemisferio.

Es evidente que resulta conveniente extender los datos de la emisividad de los que se informó hacia masas de gases de otras configuraciones geométricas y esto se lleva a cabo mediante la introducción del concepto de longitud media del haz L , la cual representa al radio de un hemisferio equivalente. En la tabla 2 se da una lista de longitudes medias del haz para varias configuraciones geométricas del gas. En la literatura [Hottel (1954) y Siegel y Howell (1992)], se encuentran listas más extensas. Las emisividades asociadas con estas configuraciones geométricas se pueden determinar mediante las figuras 18 a 19 utilizando la longitud media apropiada del haz.

Figura 19: Corrección $\Delta\epsilon$ de la emisividad para usarse en $\epsilon_g = \epsilon_w + \epsilon_c - \Delta\epsilon$.



Fuente: Cengel [6].

Tabla 2: Longitud media del haz L para varias formas del volumen de gas.

Configuración geométrica del volumen de gas (a lo largo de una superficie)	L
Hemisferio de radio R irradiando hacia el centro de su base	R
Esfera de diámetro D irradiando hacia su superficie	$0.65D$
Cilindro circular semiinfinito de diámetro D irradiando hacia su base	$0.65D$
Cubo de longitud L por lado irradiando hacia cualquiera de las caras	$0.66L$
Forma arbitraria de volumen V y área superficial A_s irradiando hacia la superficie	$3.6V/A_s$

Siguiendo un procedimiento recomendado por Hottel, la absorptividad de un gas que contiene los gases CO_2 y H_2O , para la radiación emitida por una fuente a la temperatura T_s , se puede determinar de manera semejante a partir de:

$$\alpha_g = \alpha_c + \alpha_w - \Delta\alpha \quad (77)$$

en donde $\Delta\alpha = \Delta\epsilon$ y se determina con base en la figura 19 a la temperatura T_s de la fuente. Las absorptividades del CO_2 y el H_2O se pueden determinar a partir de los diagramas de emisividad (figura 18) como:

$$CO_2 : \quad \alpha_c = C_c \cdot (T_g/T_s)^{0.65} \cdot \epsilon_c(T_s, P_c L T_s/T_g) \quad (78)$$

$$H_2O : \quad \alpha_w = C_w \cdot (T_g/T_s)^{0.45} \cdot \epsilon_w(T_s, P_w L T_s/T_g) \quad (79)$$

La notación indica que las emisividades deben evaluarse usando T_s en lugar de T_g (en K o en R), $P_c L T_s/T_g$ en lugar de $P_c L$ y $P_w L T_s/T_g$ en lugar de $P_w L$. Note que la absorptividad del gas depende de la temperatura de la fuente T_s así como de la temperatura del gas, T_g . Asimismo, $\alpha_g \epsilon$ cuando $T_s = T_g$, como era de esperarse. Los factores de corrección C_c y C_w se evalúan usando $P_c L$ y $P_w L$, como en los cálculos de la emisividad.

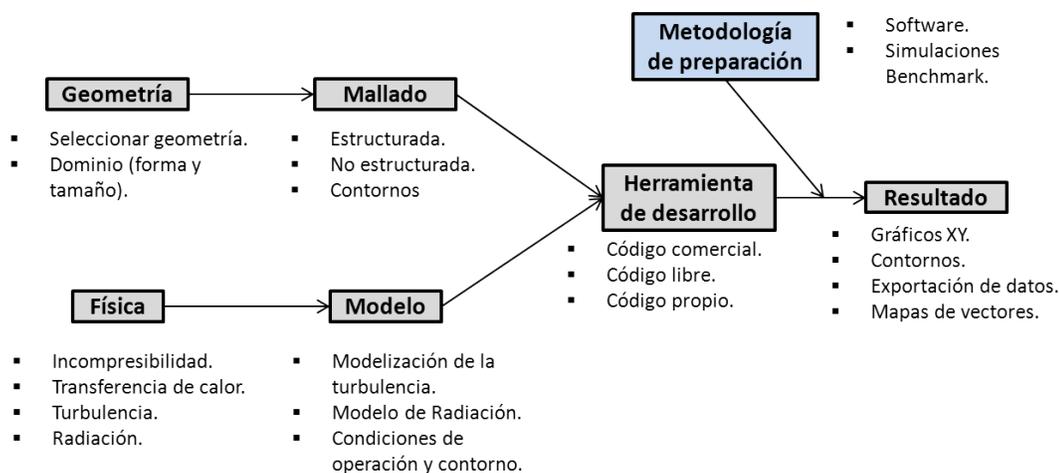
6. SIMULACIÓN NUMÉRICA DE UNA HORNILLA INDUSTRIAL.

En el plan de proyecto, se planteó una metodología para el desarrollo de un estudio CFD. Es por esto que antes de tratar el tema principal de la simulación de la hornilla, se presenta una sección donde se habla de algunos estudios previos.

6.1. METODOLOGÍA DE PREPARACIÓN.

Con el fin de fortalecer las competencias necesarias en CFD, se impuso como punto de partida una metodología de preparación en la cual se realizan estudios del modelo matemático (ecuaciones gobernantes), exploración del código de solución (OpenFOAM) y modelamiento de casos Benchmark similares al problema a resolver.

Figura 20: Diagrama de flujo de una aplicación CFD.



6.1.1. Casos Benchmark.

En esta sección se desean demostrar las capacidades que tiene el código, junto con la exactitud numérica de los modelos implementados en el mismo. Simultáneamente, con la realización de estos estudios se adquirió experiencia en el manejo de OpenFOAM, aplicando los conceptos de CFD, turbulencia y radiación. A continuación se exponen los casos benchmark realizados.

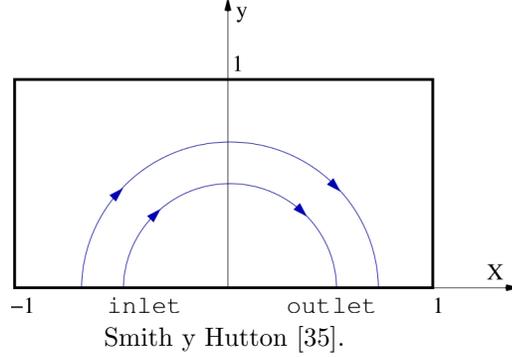
- **Smith-Hutton**

El problema propuesto por Smith-Hutton [35] es uno de los más utilizados en estudios numéricos para evaluar esquemas de difusión-convección. El objetivo es hallar la solución de estado estable de la ecuación de difusión-convección en una región rectangular.

La solución encontrada para la variable ϕ depende de la relación ρ/Γ , su valor indica que fenómeno influye más el difusivo o el convectivo (donde ρ = densidad y Γ = conductividad térmica del fluido).

El campo de velocidad está dado por la función de corriente $\psi = (1 - x^2)(1 - y^2)$, con esta, es posible determinar las componentes de la velocidad en dirección x y y .

Figura 21: Esquema general del problema propuesto.



$$u(x, y) = -\frac{\partial\psi}{\partial y} = 2y(1 - x^2) \quad (80)$$

$$v(x, y) = -\frac{\partial\psi}{\partial x} = -2x(1 - y^2) \quad (81)$$

Todas las condiciones de frontera del dominio son de tipo Dirichlet, a excepción de la frontera de salida de flujo, allí se tiene una condición de tipo Neumann. Los valores son los siguientes:

$$\phi = 1 + \tanh(\alpha(2x + 1)); \quad y = 0; \quad -1 < x < 0 \quad (\text{Flujo de entrada})$$

$$\frac{\partial\phi}{\partial y} = 0; \quad y = 0; \quad -1 < x < 0 \quad (\text{Flujo de salida})$$

$$\phi = 1 + \tanh(\alpha); \quad (\text{Demás fronteras})$$

Donde α es un parámetro ajustable que controla el perfil de la variable ϕ en la frontera de entrada. En este caso se toma $\alpha = 10$. La solución encontrada para la variable ϕ depende de la relación ρ/Γ , su valor indica que fenómeno influye más el difusivo o el convectivo.

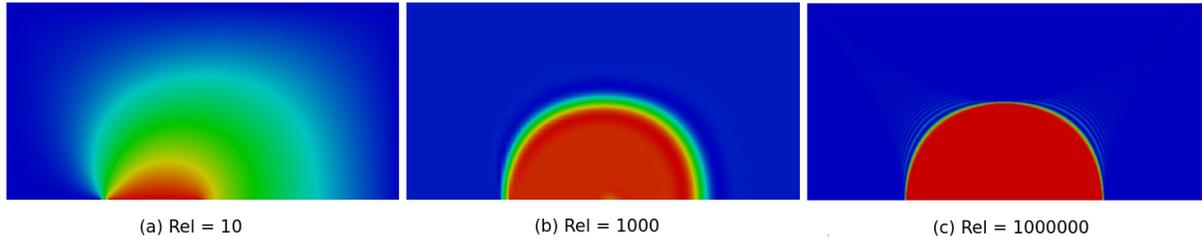
Discusión y Resultados:

Como primera actividad se realiza el proceso de independencia de la malla. Para este estudio se evaluaron tres esquemas de discretización: Lineal, Upwind y Cubic, a los cuales se les aplicó el refinamiento respectivo. Posterior a la independencia de malla, se varía la relación $\rho/\Gamma = 10$, $\rho/\Gamma = 10^3$ y $\rho/\Gamma = 10^6$ para cada esquema. Luego se comparan los resultados con los experimentales. Se pretende observar el comportamiento de los esquemas de discretización, el refinamiento de la malla, y problemas de convergencia.

La mayor variación de los resultados se presentó con el esquema Upwind. El comportamiento de la simulación con este esquema para un mallado grueso, no predice resultados cercanos a los experimentales. Contrario a los demás esquemas. Con un valor de $\rho/\Gamma = 10^3$, se puede observar que al aumentar la densidad de la malla no asegura resultados más precisos en el esquema Cubic. La variación de los

resultados del esquema lineal con diferente densidad de la malla es del orden del 2, lo que muestra casi una independencia de los resultados con diferente número de celdas.

Figura 22: Distribución de ϕ para distintos valores de $Re_l = \rho/\Gamma$.



Conocimientos adquiridos del caso:

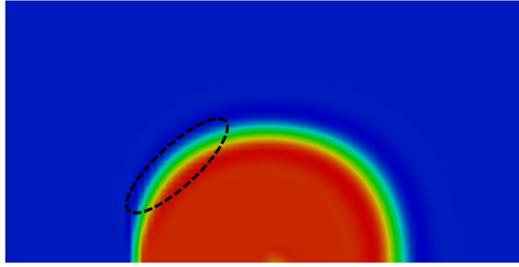
Cuando se exponga el caso de estudio aplicado, se hablará de aquellos archivos y requerimientos de entrada necesarios para la realización de una simulación en OpenFOAM. Cabe resaltar que el conocimiento y la experiencia que se adquirió para dicho estudio, proviene de la realización de estos casos benchmark. A continuación se listan algunos conceptos importantes:

1. **Manejo de OpenFOAM:** Se destaca el uso de una herramienta (ToolBox) de OpenFOAM llamada SWAK4FOAM, la cual facilita el ingreso de un campo de velocidades en el dominio. Esta a su vez permite la aplicación de otros tipos de condiciones de frontera. Por otro lado, se estudia los términos que maneja OpenFOAM para referirse a: esquemas de interpolación, solvers, y control de convergencia.
2. **Densidad de malla:** Una malla de baja calidad o mala resolución puede dar lugar a una solución incorrecta. Por lo tanto, es importante probar si la solución es **independiente de la malla**. El método estándar para probar la independencia es incrementar la resolución (en un factor de 2 en todas las direcciones si es posible) y repetir la simulación. Si los resultados no cambian de manera considerable, es probable que la malla original sea adecuada. Se debe tener en cuenta que al aumentar el número de celdas en una simulación 2D, el tiempo de cálculo se incrementa en aproximadamente un factor de $2^2 = 4$ y para flujos tridimensionales en un factor de $2^3 = 8$.
3. **Esquemas de discretización:** Cuando se habla de problemas difusivos-convectivos, se necesita interpolar el valor de la variable ϕ en las caras. Existen diferentes métodos para esta tarea, sobresaliendo: Esquema de Interpolación Lineal (CDS), Esquema de Diferenciación Upwind (UDS), Interpolación Cuadrática Upwind (QUICK).

El esquema de diferencias centradas, a pesar de ser de segundo orden, presenta el grave inconveniente de que es susceptible a presentar coeficientes negativos. Por tanto de forma general, el esquema CDS presenta un comportamiento estable para números de Peclet menores que 2.

El esquema de interpolación aguas arriba (Upwind) garantiza que los coeficientes nunca son negativos, por lo que se asegura que el valor de ϕ_p quede acotado siempre por los valores vecinos; sin embargo es de bajo orden de precisión e introduce una falsa difusión (ver figura 23), lo cual conlleva a errores significativos en la solución encontrada, principalmente cuando el problema de estudio se caracteriza por tener una gran influencia del término convectivo.

Figura 23: Falsa difusión.

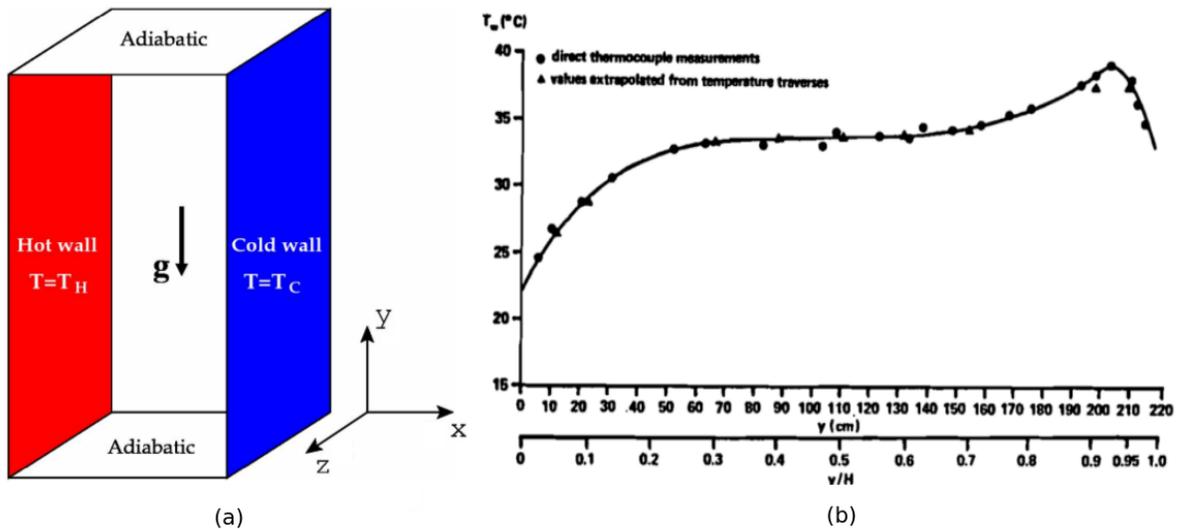


El QUICK es una especie de corrección parabólica. Este establece que el valor en la cara depende del valor en los nodos adyacentes y del nodo dos veces aguas arriba. Además disminuye la falsa difusión que producen los otros esquemas.

Los dos casos siguientes fueron seleccionados teniendo en cuenta los fenómenos físicos presentes en el horno, estos son radiación y turbulencia. Cada caso explicará sus condiciones y consideraciones.

- Differentially Heated Cavity.** Este caso es una cavidad de 28.6:1 de relación de aspecto llena con aire y estudiada experimentalmente por Dafa'Alla y Betts [8]. En el experimento, un flujo constante fue interpuesto en la pared de mayor temperatura dando como resultado un perfil no uniforme. Entonces, en la superficie vertical izquierda se impone el perfil de temperatura mostrado en 24(b) y un valor constante en la superficie vertical derecha. Para este caso, el espesor óptico (τ_H) es 1.

Figura 24: Condiciones de frontera de DHC.

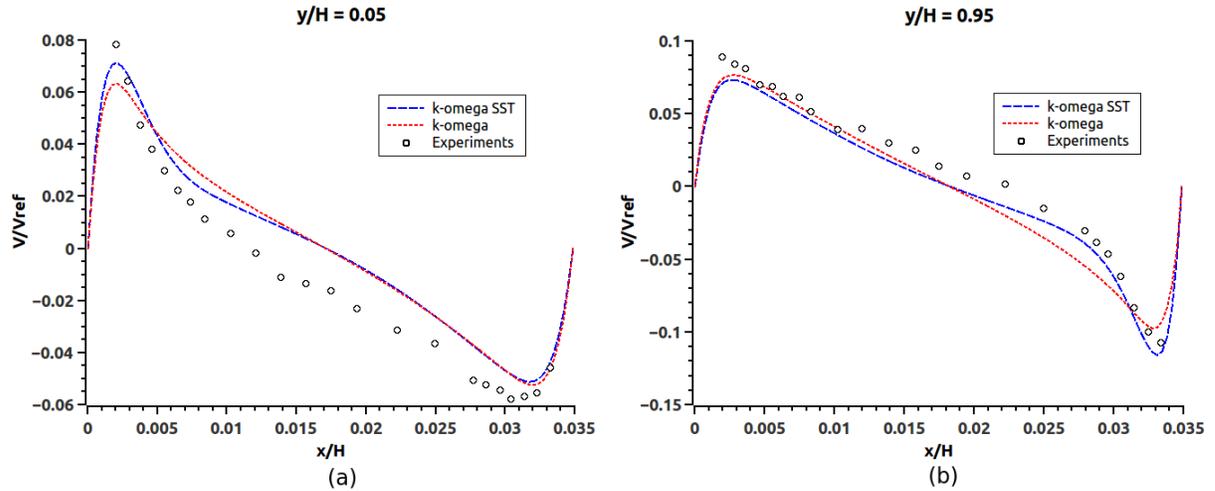


En el proceso de verificación, los resultados se mostraron independientes de la malla con una compuesta por 150x100 volúmenes de control. El proceso de evaluación se realizó tomando diferentes medidas en la cavidad, estas son: $Y/H = 0.05$, $Y/H = 0.5$ y $Y/H = 0.95$, siendo Y la coordenada vertical y H la altura de la cavidad.

En la figura 25 se ilustra que los dos modelos de turbulencia se comportan muy similares. Sin embargo,

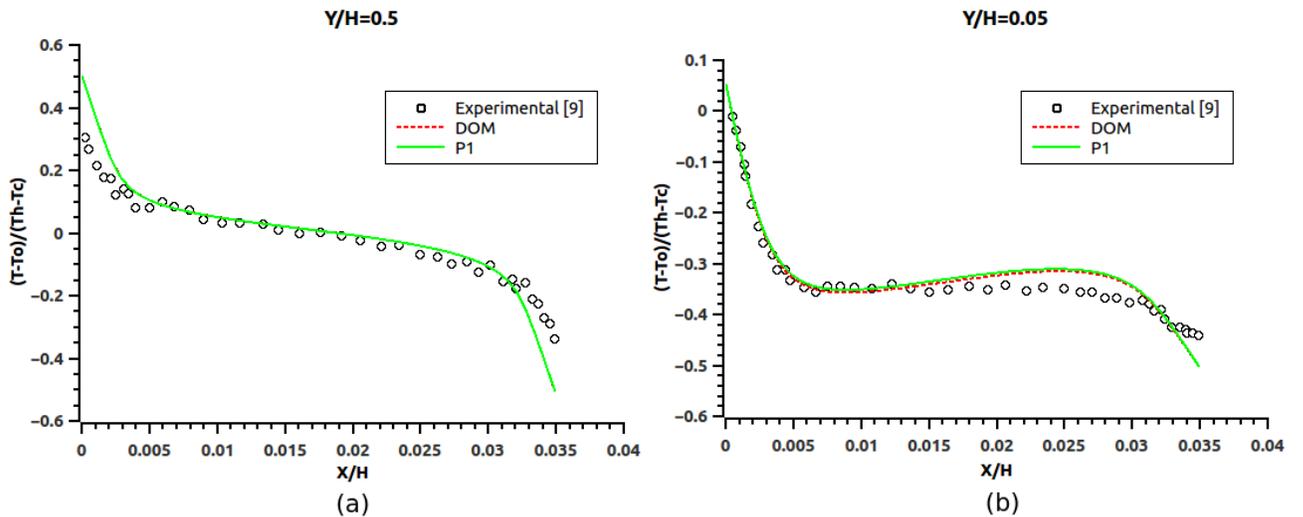
el modelo $k - \omega$ SST tiende a reproducir con mayor precisión los datos experimentales, especialmente en las zonas cercanas a las paredes. Por esta razón, la influencia del modelo de radiación se realizó empleando $k - \omega$ SST.

Figura 25: Influencia del modelo de turbulencia.



Para el caso de radiación, la Figura 26 muestra la comparación entre los modelos DOM y P-1. Se aprecia que los resultados numéricos concuerdan con los experimentales y a su vez, se puede notar que las diferencias entre los mismos son insignificantes.

Figura 26: Influencia del modelo de radiación.



De este estudio se pudo concluir que:

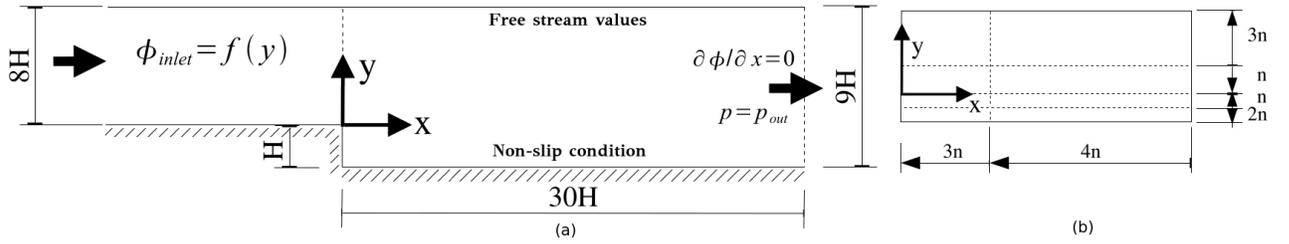
- Los dos modelos de turbulencia reproducen el fenómeno físico del caso. Si se desea ahorrar tiempo de computacional, el modelo $k - \omega$ estándar puede ser usado.

- Se puede notar que los modelos de radiación no presentan diferencias notorias. En cuanto al costo computacional, si se emplea el modelo $P-1$ se podría ahorrar hasta un 70 % en tiempo de ejecución.

■ **Backward Facing Step.**

Es un ajuste experimental empleado por Vogel y Eaton [39] para un número de Reynolds, basado en la altura del escalón, de $Re_H = 28000$. La geometría y las condiciones de frontera son impuestas de acuerdo a [15].

Figura 27: Condiciones de frontera de DHC.



En este estudio se evaluaron tres casos esencialmente:

1. Evaluación numérica de los modelos de turbulencia $k-\omega$ estándar y $k-\omega$ SST. Ambos con valores de $y^+ < 1$ (low reynolds).
2. Para este caso no se tienen datos experimentales teniendo en cuenta el efecto de radiación. Sin embargo, para considerar y cuantificar el fenómeno, se añaden nuevos parámetros tales como la emisividad de las paredes y espesor óptico (medio participante).
3. Luego de comprobar que los resultados arrojados en el punto 2 son razonables, se procede a evaluar el efecto de radiación usando el espesor óptico calculado para el caso de la hornilla. Se pretende evaluar si es necesario hacer una simulación del horno cuantificando este efecto. Para calcular el efecto turbulento en las fronteras sólidas se emplean funciones de pared.

Caso 1.

En el proceso de verificación, los resultados numéricos mostraron que son independientes de la malla para un valor de n igual a 35 (ver Figura 27(b)). Los resultados de ambos modelos son presentados en la tabla 3 y en la figura 28.

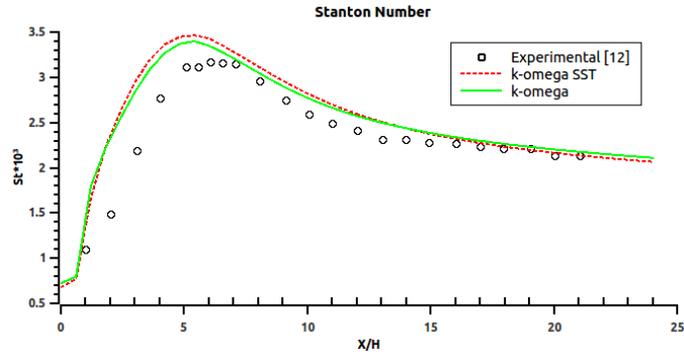
Tabla 3: Punto de reencuentro (X_r/H).

Modelos	(X_r/H)	D. Relativa (%)
Vogel [12]	6.67	-
$k-\omega$	5.82	12.7
$k-\omega$ SST	6.21	6.9

Comparando los resultados numéricos y experimentales, se puede observar que los modelos $k-\omega$ and $k-\omega$ SST coinciden con los datos experimentales (Figura 28), aunque el punto de reencuentro de la capa límite es un poco diferente de un modelo a otro. En la figura 28 se observa que el modelo $k-\omega$ SST

sobre predice un poco el número de Stanton, aunque su diferencia relativa del punto de reencuentro es bastante baja.

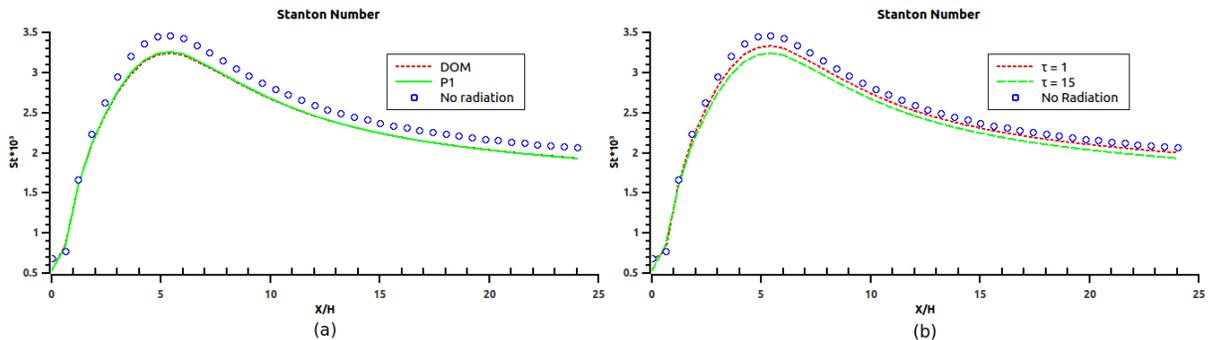
Figura 28: Número de Stanton para los modelos $k - \omega$ y $k - \omega$ SST.



Caso 2.

Como no existen resultados experimentales para los casos en los que el efecto de radiación es tenido en cuenta, es decir, considerando los gases como medio participante, se decidió resolver este fenómeno usando las mismas condiciones de Vogel añadiendo las características de radiación como la emisividad de la pared $\epsilon_w = 1.0$, un espesor óptico τ de 15 y un coeficiente albedo ω de 0.5. Para realizar esta comparación de modelos de radiación, se empleó el modelo $k - \omega$ estándar.

Figura 29: Influencia del fenómeno y modelos de radiación.



En la figura 29 se ilustra el efecto de radiación junto con la comparación entre ambos modelos. Se puede concluir que las diferencias entre los modelos DOM y P-1 son insignificantes y el efecto del espesor óptico es como se espera [5, 1]. La razón por la cual el número de Stanton disminuye, es debido al espesor óptico. Este parámetro es la capacidad del medio para absorber radiación. Por esto, la diferencia de temperatura dentro del flujo disminuye y eso causa una reducción en el número de Stanton (ver figura 29(b)).

Caso 3.

Como se mencionó anteriormente, se realizó una simulación adicional empleando los mismo parámetros pero con un espesor óptico diferente. También se usaron funciones de pared para calcular los efectos turbulentos en estas zonas (high reynolds). En este tercer estudio se busca:

- Replicar el mismo caso y evaluar el comportamiento de las funciones de pared.
- Analizar si el efecto de radiación térmica es relevante en el caso aplicado de la hornilla.

De acuerdo con [20], las fracciones másicas de los gases de combustión en una hornilla tradicional son:

- $Y_{CO} = 0.0001$.
- $Y_{H_2O} = 0.037$.
- $Y_{O_2} = 0.1472$.
- $Y_{CO_2} = 0.0509$.
- $Y_{N_2} = 0.7648$.

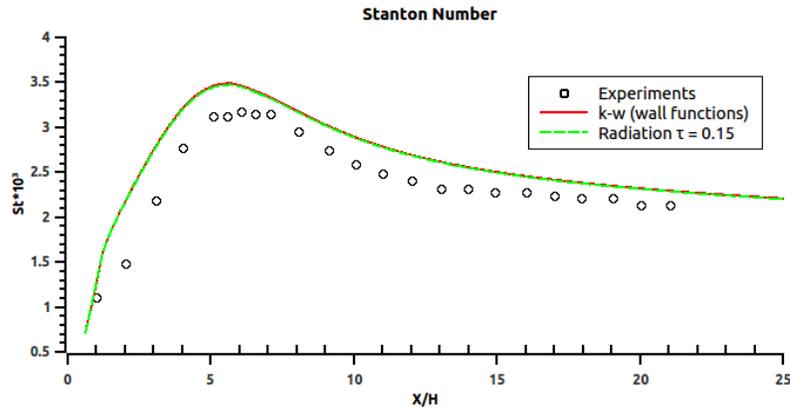
Algunos de estos gases puede que no cooperen en el intercambio de energía por radiación. Gases que consisten de moléculas monoatómicas como el A_r y el H_e y las moléculas diatómicas simétricas como el N_2 y O_2 son esencialmente transparentes a la radiación. Por otro lado, gases con moléculas asimétricas como el H_2O , CO_2 , CO , SO_2 e hidrocarburos H_mC_m pueden participar en el proceso de radiación absorbiendo a moderadas temperaturas, y absorbiendo y/o emitiendo a altas temperaturas como en las cámaras de combustión [6]. Por esta razón, para el cálculo del espesor óptico sólo se tuvieron en cuenta los gases H_2O y CO_2 (el efecto del CO es insignificante debido a su baja concentración en la mezcla). El espesor óptico se estimó siguiendo el procedimiento expuesto por Cengel [6].

Tabla 4: Condiciones de radiación térmica.

Parámetro	Valor
L	$3.6V/A_s = 0.46$
Presión de operación	$P = 1$ [atm]
Coefficiente de absorción	$k_\lambda = 0.33$
Espesor óptico τ	$k_\lambda * L = 0.15$
Coefficiente albedo	$\omega = 0$

El efecto de dispersión de radiación no se tiene en cuenta debido a que las moléculas de los gases de combustión son mucho más pequeños que la longitud de onda de interés (teoría de Rayleigh) [24, 16]. Por esta razón, el coeficiente de albedo es $\omega = 0$.

Figura 30: Número de Stanton para el caso 3.



La caracterización del flujo de calor se hace de nuevo con el número de Stanton calculado en la parte inferior del ducto (ver figura 30). Los perfiles numéricos estimados por el modelo se encuentra en buen acuerdo con los datos experimentales, inclusive con el punto de reattachment (ver tabla 5). También se puede ver que el flujo de calor teniendo en cuenta el efecto de radiación es casi imperceptible (bajo espesor óptico).

Tabla 5: Punto de reencuentro (X_r/H).

Models	(X_r/H)	D. Relativa (%)
Vogel [12]	6.67	-
$k - \omega$	6	10.0

6.2. ESTRUCTURA DEL CASO EN OPENFOAM.

OpenFOAM® (Open Field Operation And Manipulation) es una herramienta de simulación numérica basada en esquemas de volúmenes finitos (básicamente, se trata de una biblioteca de utilidades para implementar un esquema de volúmenes finitos) especialmente orientada para la simulación numérica en mecánica de fluidos (CFD). Es un código de software libre (con acceso, por tanto, al código fuente) programado en C++ y producido por opencfd ltd. OpenFOAM es capaz de resolver tanto flujos sencillos como complejos (incluyendo flujos turbulentos, fenómenos de transferencia de calor y reacciones químicas), así como problemas en otros campos (como problemas electromagnéticos).

Una de las principales ventajas, al margen de su flexibilidad, es su capacidad para ser ejecutado en paralelo. La implementación del cálculo distribuido (basada en el uso de mpi y directamente explotable por parte de procesadores multinúcleo, clúster o redes de ordenadores) no añade ninguna dificultad al usuario, por lo que la capacidad de cálculo del código está únicamente limitada por el hardware disponible.

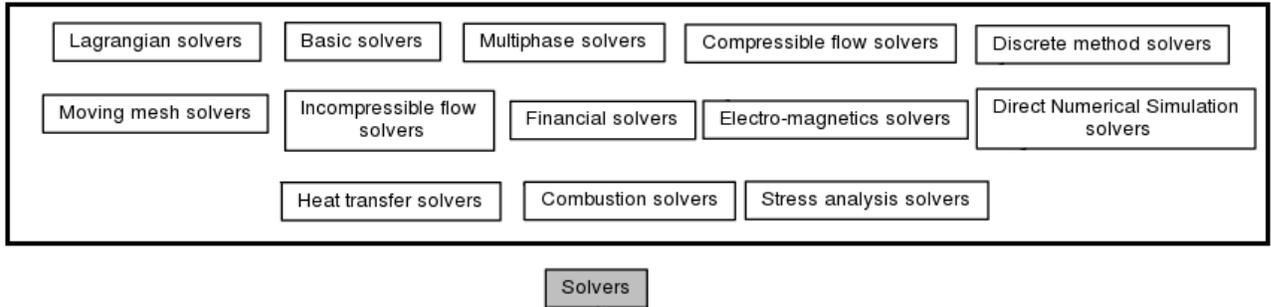
Figura 31: Overview de la estructura de OpenFOAM.



Para realizar una simulación usando OpenFOAM, se debe primero establecer el tipo de análisis que se va a desarrollar con el fin de definir el punto de partida del simulador, es decir, se debe situar el análisis en alguno de los siguientes casos de la figura 32. Para este proyecto, se empleó un solver transitorio para flujo

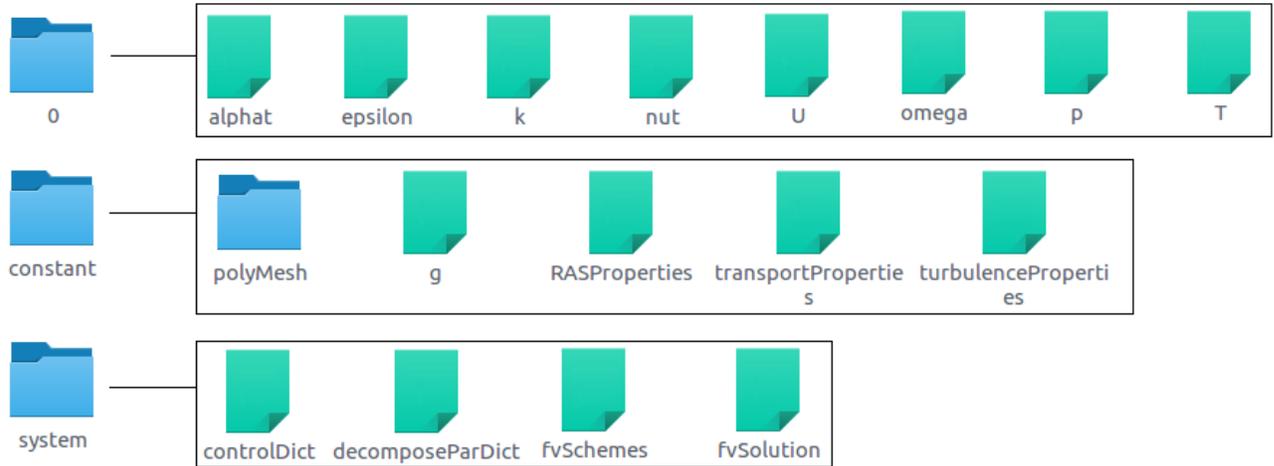
incompresible del grupo “Heat Transfer” por sus características de resolución (apto para flujos en régimen turbulento y resolución de la ecuación de la energía) llamado `buoyantBoussinesqPimpleFoam`[‡].

Figura 32: Solvers disponibles en OpenFOAM.



Al conjunto conformado por carpetas y archivos que definen un problema ingenieril específico y a los parámetros ingresados a la aplicación utilizada, se le denomina caso (ver figura 33). Se deben crear tres carpetas base: `constant`, `system` y una carpeta temporal. Esta última no necesariamente debe ser de tiempo cero, también puede usarse una solución obtenida de otra simulación.

Figura 33: Estructura de los archivos de simulación en OpenFOAM 2.4.0.



6.2.1. Descripción del directorio `constant`.

En el directorio `constant` se localiza una carpeta llamada `polyMesh`, donde se ubica toda la información de la malla. También, se encuentran algunos archivos adicionales que proporcionan información de las propiedades físicas del fluido y el modelo de turbulencia. Dependiendo del tipo de aplicación, se necesitará una mayor o menor cantidad de archivos auxiliares.

[‡]La explicación del algoritmo puede ser encontrada en los Anexos


```

3 (
4     #neighbour of face1
5     #neighbour of face2
6 )

```

El listado 7 muestra un ejemplo del archivo neighbours.

Listado 7: Ejemplo del archivo neighbours.

```

1
2 FoamFile
3 {
4     version      2.0;
5     format       ascii;
6     class        labelList;
7     note         "nPoints: 199171 nCells: 966462 nFaces: 2003683
8                 nInternalFaces: 1862165";
9     location     "constant/polyMesh";
10    object       neighbour;
11 }
12 // * * * * * //
13
14
15 1862165
16 (
17     1
18     114949
19     317420
20     320846
21     75
22     41414
23     ...
24 )

```

- **boundary:** Este archivo lista las fronteras del dominio con las caras de cada tipo de frontera y su nombre asignado. El tipo de cada frontera es declarado con el número de caras y la cara inicial, la cual se refiere al índice de la primera cara. En el listado se muestra el formato del archivo boundary.

Listado 8: Formato del archivo boundary.

```

1
2 #boundary patch name
3 {
4     type #patchtype;

```

```

5     nFaces #number of face in patch set;
6     startFace #starting face index for patch;
7 }

```

Un ejemplo de un tipo de frontera wall es mostrado en el listado 9. Este archivo se debe modificar cada vez que una nueva malla es creada. También, es aquí donde se define si la simulación es 2D o 3D.

Listado 9: Ejemplo del archivo boundary.

```

1
2 ground
3 {
4     type            wall;
5     nFaces          23586;
6     startFace       1897209;
7 }

```

- **RASProperties:** En este archivo se establece el modelo de turbulencia. Para esta investigación, se utilizaron los modelos $k - \omega$ estándar y el $k - \omega$ SST. El modelo a utilizar se especifica en la entrada RASModel (ver listado 10).

Listado 10: Ejemplo del archivo RASProperties.

```

1
2 FoamFile
3 {
4     version         2.0;
5     format          ascii;
6     class           dictionary;
7     location        "constant";
8     object          RASProperties;
9 }
10 // *****
11
12 RASModel           kOmega;
13
14 turbulence         on;
15
16 printCoeffs       on;
17
18 // *****

```

- **thermophysicalProperties:** Se establecen los modelos concernientes a la energía y propiedades termodinámicas del fluido. Este archivo es leído por el solver que usa la librería thermophysical. OpenFOAM ofrece una serie de combinaciones de modelos en los que las propiedades del fluido varían con

la temperatura. En el listado 11 se muestra un ejemplo del archivo `thermophysicalProperties`. Allí se pueden encontrar entradas como `mixture`, `transport`, `thermo`, etc. donde se establece un modelo junto con los coeficientes del mismo en la parte inferior.

Listado 11: Ejemplo del archivo `thermophysicalProperties`.

```

1
2 thermoType
3 {
4     type            heRhoThermo;
5     mixture         pureMixture;
6     transport       polynomial;
7     thermo          hPolynomial;
8     equationOfState icoPolynomial;
9     specie          specie;
10    energy          sensibleInternalEnergy;
11 }
12
13 pRef                100000;
14
15 mixture
16 {
17     specie
18     {
19         nMoles      1;
20         molWeight   16.0428;
21     }
22     thermodynamics
23     {
24         Hf          0;
25         Sf          0;
26         CpCoeffs<8> (948.76 0.39 -0.00095999 1.39e-06 -6.20e-10 0 0 0);
27     }
28     transport
29     {
30         muCoeffs<8> (1.5061e-06 6.16e-08 -1.819e-11 0 0 0 0 0);
31         kappaCoeffs<8> (0.0025219 8.506e-05 -1.312e-08 0 0 0 0 0);
32     }
33     equationOfState
34     {
35         rhoCoeffs<8> (4.0 -0.016954 3.30e-05 -3.00e-08 1.02e-11 0 0 0);
36     }
37 }
38 // ***** //
```

-
- **transportProperties:** Se especifica el modelo de transporte (en este caso se usó el modelo Newtoniano, éste asume ν constante) junto con las propiedades del fluido, tales como: la viscosidad laminar ν (entrada `nu` en listado 12), el número de Prandtl Pr (entrada `Pr`), el coeficiente de expansión térmica β (entrada `beta`), entre otros.

Listado 12: Ejemplo del archivo RASProperties.

```
1
2 FoamFile
3 {
4     version      2.0;
5     format       ascii;
6     class        dictionary;
7     object       transportProperties;
8 }
9
10 // * * * * * //
11
12 transportModel Newtonian;
13
14 // Laminar viscosity
15 nu          nu [0 2 -1 0 0 0 0] 15.89e-06;
16
17 // Thermal expansion coefficient
18 beta        beta [0 0 0 -1 0 0 0] 3e-03;
19
20 // Reference temperature
21 TRef        TRef [0 0 0 1 0 0 0] 300;
22
23 // Laminar Prandtl number
24 Pr          Pr [0 0 0 0 0 0 0] 0.71;
25
26 // Turbulent Prandtl number
27 Prt         Prt [0 0 0 0 0 0 0] 0.85;
28
29 // Reference density
30 rhoRef      rhoRef [1 -3 0 0 0 0 0] 1.1614;
31
32 // Reference Cp
33 CpRef       CpRef [0 2 -2 -1 0 0 0] 1007;
34
35
```

- **g**: Archivo donde se especifica el efecto de gravedad.

6.2.2. Descripción del directorio **system**.

En `system` se incluyen archivos relacionados con el proceso de resolución. Como mínimo hay tres: `controlDict`, `fvSchemes` y `fvSolution`. El primero establece parámetros relacionados con la ejecución. Por ejemplo, el tiempo de comienzo, el incremento de tiempo o cada cuantas iteraciones se desea guardar resultados. El segundo se ocupa de elegir cuales van a ser los esquemas numéricos utilizados para resolver las ecuaciones que aparecen en la aplicación. Por ejemplo, si hay que realizar una interpolación, se puede elegir si se desea que sea lineal, cubica, centrada. El archivo `fvSolution` determina que esquema del solucionador de ecuaciones va a utilizar para cada una de las variables a calcular. Entre las opciones aparecen algoritmos de resolución de esquemas numéricos.

- **ControlDict**: Aquí se especifican parámetros esenciales para la creación de la base de datos de cada solución. También se relaciona el modo de lectura y escritura de los datos en cada simulación. En el listado 13 se muestra un ejemplo del archivo `ControlDict`.

Listado 13: Ejemplo de archivo `ControlDict`

```

1
2 application      icoFoam;
3 startFrom       startTime;
4 startTime       0;
5 stopAt          endTime;
6 endTime         0.5;
7 deltaT          0.005;
8 writeControl    timeStep;
9 writeInterval   20;
10 purgeWrite     0;
11 writeFormat    ascii;
12 writePrecision  6;
13 writeCompression off;
14 timeFormat     general;
15 timePrecision  6;
16 runTimeModifiable true;
17
18 // ***** //
```

Controles de tiempo:

- **startFrom**: Controla el tiempo de inicio de la simulación.
`firstTime`: Inicia del menor tiempo escrito del conjunto directorios.

`startTime`: Tiempo especificado del keyword `startTime`.

`latestTime`: Inicia desde el directorio de tiempo más reciente.

- **startTime**: Indica el directorio temporal del cual se desea iniciar la simulación.
- **stopAt**: Controla la finalización de cada simulación.
 - `endTime`: Tiempo especificado en `endTime` para finalizar la simulación.
 - `writeNow`: Detiene la simulación y escribe el paso de tiempo que resuelve actualmente.
 - `noWriteNow`: Detiene la simulación, pero no escribe el paso de tiempo que resuelve actualmente.
 - `nextWrite`: Detiene la simulación cuando termine el siguiente paso de tiempo.
- **endTime**: Detiene la simulación cuando se cumple el tiempo especificado aquí.
- **deltaT**: Paso de tiempo.

Escritura de datos:

- **writeControl**: Controla el tiempo de escritura de los directorios temporales.
 - `timeStep`: Escribe datos cada paso de tiempo por `writeInterval`.
 - `runTime`: Escribe datos cada `writeInterval` segundos.
 - `adjustableRunTime`: Escribe los datos cada `writeInterval` segundos de simulación, ajusta el paso de tiempo para que coincida con `writeInterval`. Usar en caso de tener ajuste de tiempo automático.
 - `cpuTime`: Escribe cada `writeInterval` segundos de tiempo en CPU.
 - `clockTime`: Escribe cada `writeInterval` segundos de tiempo real.
- **writeInterval**: Valor escalar usado en conjunto con `writeControl`.
- **purgeWrite**: Valor entero que representa el límite en el número de directorios que son escritos. Por ejemplo, si la simulación empieza con $t = 5s$ y $\Delta t = 1s$, y con un valor `purgeWrite` de 2; primero se escriben los directorios 6 y 7, cuando 8 es escrito el directorio 6 es borrado y así sucesivamente. Es decir, sólo dos directorios existirán en cada tiempo. Para deshabilitar esta opción, el valor debe permanecer con un valor 0.
- **writeFormat**: Especifica el formato de los datos.
 - `ascii` (default): Formato ASCII, escribe teniendo en cuenta `writePrecision`.
 - `binary`: Formato binario.
- **writePrecision**: Entero usado en conjunto con el `writeFormat` descrito anteriormente.
- **writeCompression**: Cambiar si se desea que los archivos sean comprimidos en `gzip`: on/off (yes/no, true/false)
- **timeFormat**: Choice of format of the naming of the time directories.
 - `fixed`: $\pm m.d\text{d}\text{d}\text{d}\text{d}$ donde el número de `ds` es ajustado en `timePrecision`.
 - `scientific`: $\pm m.d\text{d}\text{d}\text{d}\text{d} \pm xx$ donde el número de `ds` es ajustado en `timePrecision`.
 - `general` (default): Especifica el formato científico si el exponente es menor a -4 o mayor igual que el especificado en `timePrecision`.
- **timePrecision**: Entero usado en conjunto con `timeFormat` descrito anteriormente. 6 es el valor por defecto.

Otros ajustes:

- **adjustTimeStep**: Switcher usado por algunos solvers para ajustar el paso de tiempo durante la simulación, usualmente de acuerdo con el `maxCo`.
 - **maxCo**: Máximo número de Courant, por ejemplo. 0.5.
 - **runTimeModifiable**: Switcher para activar la lectura de, por ejemplo `controlDict`, en cada paso de tiempo. De esta manera se pueden cambiar los parámetros en tiempo real de simulación.
 - **libs**: Lista de librerías adicionales, ejemplo: “libgroovyBC.so”, “libsimpleFunctionObjects.so”.
 - **functions**: Directorio de funciones. En general son librerías que pueden ser usada en casi cualquier solver, sin tener que recompilar el solver, ejemplo: cálculo de coeficientes de arrastre.
- **fvSchemes**: El diccionario `fvSchemes` ajusta los esquemas numéricos para los términos, tales como las derivadas de las ecuaciones, que son calculadas durante la simulación.

Listado 14: Ejemplo de archivo `fvSchemes`

```

1
2 ddtSchemes
3 {
4     default          Euler ;
5 }
6 gradSchemes
7 {
8     default          Gauss linear ;
9 }
10 divSchemes
11 {
12     default          none ;
13     div(phi,U)       bounded Gauss linearUpwind grad(U);
14     div(phi,k)       bounded Gauss upwind;
15     div(phi,epsilon) bounded Gauss upwind;
16     div(phi,R)       bounded Gauss upwind;
17     div(R)           Gauss linear ;
18     div((nuEff*dev(T(grad(U)))) Gauss linear ;
19     div(Ji,Ii_h)     bounded Gauss upwind;
20 }
21 laplacianSchemes
22 {
23     default          Gauss linear uncorrected;
24 }
25 interpolationSchemes
26 {
27     default          linear ;
28 }
29 snGradSchemes

```

```

30 {
31     default          uncorrected;
32 }
33 fluxRequired
34 {
35     default          no;
36     p_rgh;
37 }
38
39 // ***** //

```

En el listado 14 se puede observar un ejemplo del archivo `fvSchemes`. El conjunto de términos, para el cual se deben especificar los esquemas numéricos, pueden ser divididos en las siguientes categorías:

$$\underbrace{\frac{\partial(\rho\phi)}{\partial t}}_{(1)} + \underbrace{\nabla \cdot (\rho u \phi)}_{(2)} = \underbrace{\nabla \cdot (\Gamma \nabla \phi)}_{(3)} + \underbrace{S_\phi}_{(4)} \quad (82)$$

1. `timeScheme`: Primera y segundas derivadas de tiempo, por ejemplo: $\partial/\partial t$, $\partial^2/\partial^2 t$.
2. `divSchemes`: Divergencia $\nabla \cdot$.
3. `laplacianSchemes`: Laplaciano ∇^2 .
4. `gradSchemes`: Gradiente ∇ .

$$\int_a \nabla p dv = \int_s d\mathbf{S} \cdot p = \sum_a \mathbf{S} \cdot \underbrace{p_f}_{(5)} \quad (83)$$

5. `interpolationSchemes`: Interpolación de los valores entre la celda y la cara.
6. `snGradSchemes`: Componente del gradiente normal a la cara.
7. `fluxRequired`: Campos que necesitan la generación de un flujo.

Si alguna de las categorías se especifican como `default`, este valor será asignado a los términos pertenecientes a la misma. Por ejemplo, si en `gradSchemes` se utiliza el esquema `default`, todos los términos gradientes de la aplicación (∇p y ∇U) serán ajustados al valor `Gauss linear` (ver listado 14). Si el usuario no desea usar para todos los términos el valor ajustado en `default`, puede establecer individualmente el esquema que desea usar, éste sobre escribe el valor de `default`. Por otro lado, el usuario tiene la opción de especificar a `default` con un valor de `none`, de esta manera se debe especificar para cada término su tipo de discretización. Por ejemplo, en el subdirectorio `divSchemes` del listado 14, se puede ver que el valor de `default` es `none`, lo que obliga a definir cada término por separado.

A continuación se describen las opciones de esquemas para cada categoría descrita.

Esquemas de interpolación:

Este subdirectorio contiene términos que son interpolados típicamente del centro de la celda al centro de la cara. En OpenFOAM existen cuatro categorías: 1 categoría de esquemas en general, y tres usadas

principalmente en conjunto con la discretización Gaussiana de los términos convectivos en el fluido. En la tabla 6 se muestran los esquemas disponibles en OpenFOAM.

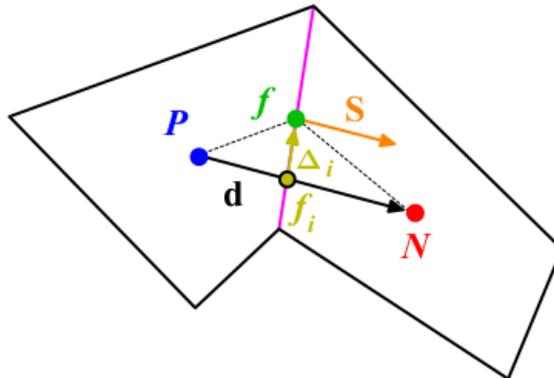
Tabla 6: Esquemas de interpolación.

Esquemas centrados	
linear	Interpolación lineal (Diferencias centradas).
cubicCorrection	Esquema cúbico.
midPoint	Interpolación lineal con peso simétrico.
Esquemas convectivos upwind	
upwind	Diferenciación aguas arriba.
linearUpwind	Diferenciación lineal aguas arriba.
skewLinear	Lineal con corrección de simetría.
Esquemas TVD	
limitedLinear	Diferenciación lineal limitada.
vanLeer	limitador van Leer.
MUSCL	Limitador MUSCL.
limitedCubic	Limitador cúbico.
Esquemas NVD	
SFCD	Self-filtered central differencing.
Gamma Γ	Diferenciación Gamma.

Esquemas del gradiente normal a la superficie:

Es el componente normal de los valores del gradiente en el centro de dos celdas que comparten una misma cara. Un gradiente de superficie normal se puede especificar por si mismo y se requiere evaluar el término Laplaciano usando la integración Gaussiana [§].

Figura 35: Componente normal del gradiente.



Los esquemas disponibles están descritos en la tabla 7.

[§]Este método se basa en muestrear el integrando de la función cuya integral se desea encontrar, a valores que representan raíces de polinomios ortogonales. Los más populares de éstos son los polinomios de Legendre

Tabla 7: Esquemas del gradiente normal a la superficie.

Esquema	Descripción
corrected	Corrección explícita no ortogonal.
uncorrected	Sin corrección no ortogonal.
limited ψ	Corrección limitada no ortogonal.
bounded	Interpolación lineal con peso simétrico.
fourth	Interpolación lineal con peso simétrico.

Esquemas para el término difusivo:

El subdirectorio Laplaciano es aquel que contiene los términos del efecto difusivo. Requiere de la imposición de un esquema de interpolación para el coeficiente de difusión, ν por ejemplo, y esquema del gradiente normal de la superficie, ∇U por ejemplo. En resumen la entrada para este término debe ser:

```
Gauss <interpolationScheme><snGradScheme>
```

El esquema de interpolación es seleccionado de la tabla 6 y generalmente se usa el `linear`. El esquema del gradiente normal se selecciona de la tabla 8. La selección del esquema determina el comportamiento numérico. Una entrada típica para el término laplaciano es:

```
Laplacian(nu, U) Gauss linear corrected;
```

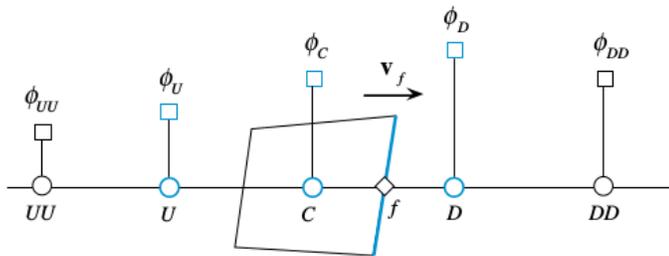
Tabla 8: Comportamiento del esquema normal de la superficie en el término Laplaciano.

Esquema	Comportamiento numérico
corrected	Segundo orden, conservativo, no limitado .
uncorrected	Limitado, primer orden, no conservativo.
limited ψ	Combinación entre <code>corrected</code> y <code>uncorrected</code> .
bounded	Primer orden para escalares limitados.
fourth	No limitado, cuarto orden, conservativo.

Esquemas para el término de divergencia:

En este término se trata el esquema convectivo de la ecuación de transporte $\nabla \cdot (\rho U U)$. En OpenFOAM este término se identifica como `div (phi, U)`, donde `phi` hace referencia al flujo $\phi = \rho U$.

Figura 36: Esquema mostrando los nodos U, C y D para describir el efecto convectivo.



El esquema de Gauss es la única opción de discretización y requiere la selección de un esquema de interpolación para el campo dependiente, \mathbf{v}_f por ejemplo.

Gauss <interpolationScheme>

El esquema de interpolación se selecciona del rango de opciones de la tabla 6. En la tabla 9 se establece el comportamiento numérico de los esquemas. Una entrada típica sería:

```
div(phi, U) Gauss upwind;
```

Tabla 9: Comportamiento del esquema para el término Divergente.

Esquema	Comportamiento numérico
linear	Segundo orden, no limitado.
skewLinear	Segundo orden, corrección de asimetría, no limitado.
cubicCorrected	Cuarto orden, no limitado.
upwind	Primer orden, limitado.
linearUpwind	Primer/Segundo orden, limitado.
QUICK	Primer/Segundo orden, limitado.
Esquemas TVD	Primer/Segundo orden, limitado.
SFCD	Segundo orden, limitado.
MUSCL	Primer/Segundo orden, limitado.

Los esquemas que más se emplean son (ver figura 36):

- Upwind: $\phi_f = \phi_C$.
- Diferencias centradas: $\phi_f = \frac{1}{2}(\phi_C + \phi_D)$.
- Segundo orden upwind: $\phi_f = \frac{3}{2}\phi_C - \frac{1}{2}\phi_U$.
- QUICK: $\phi_f = \frac{3}{8}\phi_D + \frac{3}{4}\phi_C - \frac{1}{8}\phi_U$.

Esquemas para el término Temporal:

Los términos de la primera derivada ($\partial/\partial t$) son especificados en el subdirectorio `ddtSchemes`. El esquema de discretización para cada término puede ser seleccionado de la tabla 10. Se debe tener en cuenta que una aplicación diseñada para problemas transitorios no necesariamente correrá como `steadyState` y viceversa. Por ejemplo, la solución no converge si se aplica en la derivada de tiempo el esquema `steadyState` para el solver `icoFoam` (transitorio, laminar e incompresible), contrario a si se usa el solver `simpleFoam` (estacionario, incompresible).

Tabla 10: Esquemas disponibles para el término temporal.

Esquema	Descripción
Euler	Primer orden, restringido, implícito.
localEuler	paso de tiempo local, primer orden, restringido, implícito.
CrankNicholson ψ	Segundo orden, restringido, implícito.
backward	Segundo orden, implícito.
steadyState	No resuelve las derivadas de tiempo.

Para cualquier derivada de segundo orden ($\partial^2/\partial t^2$) su esquema se determina en el subdirectorio `d2dt2Schemes`. Para este término sólo el esquema Euler puede ser usado.

■ **fvSolution:**

En este diccionario se controla la tolerancia, los algoritmos y los solvers de las ecuaciones. En el listado 15 se muestra un ejemplo de las entradas requeridas para el solver `icoFoam`.

Listado 15: Ejemplo de archivo `fvSolution`

```
1
2 solvers
3 {
4     p
5     {
6         solver          PCG;
7         preconditioner  DIC;
8         tolerance       1e-06;
9         relTol           0.05;
10    }
11
12    pFinal
13    {
14        $p;
15        relTol           0;
16    }
17
18    U
19    {
20        solver           smoothSolver;
21        smoother         symGaussSeidel;
22        tolerance        1e-05;
23        relTol            0;
24    }
25 }
26
27 PIMPLE
28 {
29     nOuterCorrectors 1;
30     nCorrectors      2;
31     nNonOrthogonalCorrectors 0;
32 }
33
34 // ***** //
```

En `fvSolution` se encuentran subdirectorios que son establecidos para un solver en particular. Sin embargo, existe un pequeño grupo de subdirectorios que cubren la mayor parte de estos solvers. Estos subdirectorios son: `solvers`, `PISO` y `SIMPLE` los cuales serán descritos a continuación.

La sintaxis para cada entrada dentro del “solvers” usa una palabra clave que está relacionada a la variable a ser resuelta en la ecuación particular, e.g. para la velocidad U se utiliza la palabra clave “U”. La palabra clave es seguida de un diccionario particular que contiene el tipo de solver y los parámetros que el solver usa. El solver es seleccionado a través de la “keyword” ofrecida por OpenFOAM, en la presente investigación se definió para la presión el solver “PCG” (Preconditioned conjugate gradient) con el preconditionador “DIC” (Diagonal-based incomplete Cholesky) esto con el fin de acelerar el proceso de convergencia. Existen investigaciones en la que estudian las ventajas de usar esta combinación solver-preconditionador [19]. Para la “Velocidad”, “Temperatura” y demás variables turbulentas se seleccionó el solver “PBiCG” (Preconditioned bi-conjugate gradient) con el preconditionador “DILU” (Diagonal-based incomplete LU). Los solvers seleccionados de las matrices son iterativos, i.e. las que se basan en reducir el residuo de la ecuación sobre una sucesión de soluciones. El residuo es una medida del error en la solución y se evalúa al sustituir la solución presente dentro de la ecuación y toma la magnitud de la diferencia entre los lados izquierdo y derecho; por esto se normaliza para hacerlo independiente a la escala del problema que está siendo analizado. El solver se detiene si se cumplen algunas de las siguientes condiciones:

- El residuo cae por debajo de la tolerancia del solver, la cual se especifica como “tolerance” en el subdirectorio.
- La razón entre el residuo dentro de una misma iteración temporal y el inicial cae por debajo de la tolerancia relativa del solver, i.e. “relTol”.
- El número de iteraciones excede un máximo número de iteraciones, “maxIter”.

La tolerancia del solver, “tolerance”, representa el valor máximo permitido del residuo absoluto para el solver detener el proceso de iteración. El “relTol” es la tolerancia relativa entre el residuo inicial y final. Para la presión se definió una tolerancia de 1e-7 y un “relTol” de 0.01 en todas las variables.

El diccionario que controla el algoritmo de solución es identificado por su mismo nombre. En el caso del listado 15 el algoritmo empleado es el PIMPLE (combinación entre el algoritmo SIMPLE y PISO). Nótese que este diccionario está escrito en letras mayúsculas a diferencia de los demás. Si en la entrada nOuterCorrectors se especifica 0 o 1 el sistema se resuelve usando el algoritmo PISO (ver listado 16)

Listado 16: Constructor de pimpleControl en pimpleControl.C

```

1
2 Foam::pimpleControl::pimpleControl(fvMesh & mesh):
3   solutionControl(mesh, "PIMPLE"),
4   nCorrPIMPLE_(0),
5   nCorrPISO_(0),
6   ...
7   {
8       read();
9       if ( nCorrPIMPLE_ > 1)
10        {
11            /* Codigo removido para mayor claridad */

```

```

12     }
13     else
14     {
15         Info << nl << algorithmName_ <<
16             ":Operating solver in PISO mode" << nl << endl;
17     }
18 }

```

En el método `read()` de la lista 16, se leen las entradas del diccionario PISO. El valor del keyword `nCorrectors` es pasado a la variable `nCorrPISO` del listado 16. Esta controla cuantas veces el algoritmo PISO [¶] se debe correr (es decir, el ciclo corrector). Es posible corregir el efecto de no ortogonalidad de la malla incrementando los `nNonOrthogonalCorrectors`, aunque en la práctica, estos errores contribuyen significativamente cuando el ángulo del vector normal de la cara y el centroide de la celda es superior a 70 u 80 grados (ver sección 6.3.2).

■ **decomposePar:**

Cuando se desea realizar una simulación en paralelo, la malla y los campos son descompuestos usando la utilidad `decomposePar`. El objetivo principal es partir el dominio con el mínimo de esfuerzo pero garantizando una solución más económica. La geometría y los campos son divididos de acuerdo a unos parámetros especificados en un diccionario llamado `decomposeParDict` el cual debe estar localizado en la carpeta `system`. Un ejemplo del diccionario se puede ver en el listado 17.

Listado 17: Ejemplo de archivo `decomposeParDict`

```

1 numberOfSubdomains 32;
2 method             simple;
3 simpleCoeffs
4 {
5     n                (8 1 4);
6     delta            0.001;
7 }
8 // ***** //

```

El usuario tiene cuatro opciones de descomposición, para el caso del presente proyecto se eligió el método `simple`. Para cada método de división se deben definir ciertos parámetros, en la tabla 11 se muestran los necesarios para el método `simple`.

Tabla 11: Valores de entrada para el método `simple`.

Entradas de <code>simpleCoeffs</code>		
<code>n</code>	Número de subdominios en x, y, z	$(n_x n_y n_z)$
<code>delta</code>	Factor de desviación de la celda	Típicamente 10^{-3}

Con este, el dominio computacional es dividido en pedazos de acuerdo a los ejes coordenados, por ejemplo, 8 pedazos en el eje x , 1 en la dirección y y 4 en la dirección z (ver listado 17). De acuerdo a

[¶]En el anexo 8 se da una breve explicación del algoritmo.

los parámetros establecidos en `simpleCoeffs`, se crearán un número fijo de dominios, esta cantidad debe ser establecida en la entrada `numberOfSubdomains`. Para el ejemplo del listado 17 se crearán 32 particiones del dominio.

6.2.3. Descripción del directorio 0 o temporal.

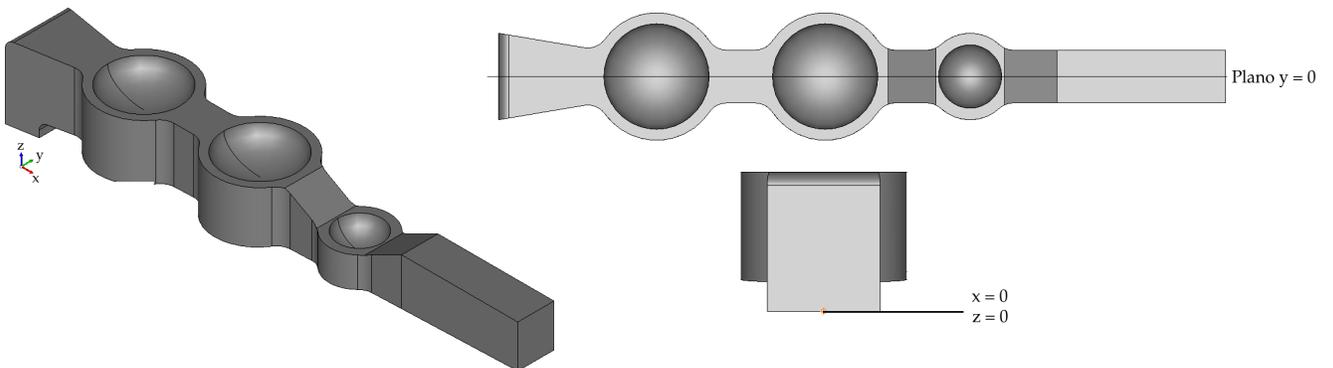
Como se mencionó antes para realizar la simulación, es necesario en la carpeta del caso tener una carpeta temporal inicial en la que se establezcan las condiciones iniciales de las variables de interés. Dentro de ella debe haber tantos archivos como variables que vayan a ser calculadas durante la simulación. Por ejemplo, en el caso de un flujo incompresible e isotérmico, las variables serían la velocidad y la presión, por lo que la primera carpeta temporal contendrá dos archivos fijando los valores de éstas variables en el instante inicial. De todos modos, en el caso de que la variable sea un vector como en el caso de la velocidad, se puede definir su estado mediante un archivo para cada una de sus componentes, definidas como valores escalares. En definitiva se trata de definir las condiciones iniciales y de contorno del problema en cuestión.

Al iniciar el proceso de cálculo, según el incremento temporal establecido se crean nuevos valores iniciales, los cuales se empezarán a guardar en carpetas temporales que se denominan de acuerdo al instante temporal al que pertenecen. Dependiendo del tipo de problema y la aplicación que se esté utilizando el contenido de estas carpetas puede variar. Generalmente contendrá archivos con nuevos valores de las variables y una carpeta llamada `uniform` que contiene un archivo que indica el instante al que pertenecen los valores.

6.3. MALLA Y CONDICIONES DE FRONTERA.

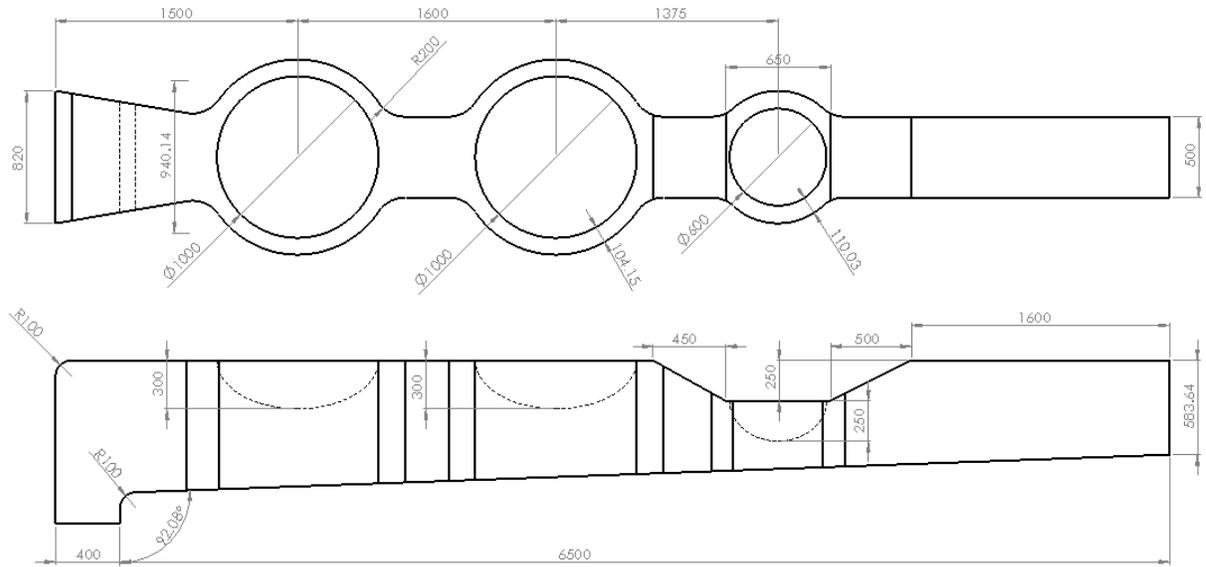
Un modelo de geometría sencilla se muestra en la figura 37. Como el enfoque del proyecto se centra en simular y proponer mejoras, sólo se tuvieron en cuenta tres evaporadores (es decir, si con este número de evaporadores podemos demostrar que el proceso se puede mejorar, el añadir más pailas no afecta la veracidad del estudio, pero si involucra más tiempo de cálculo), se recomienda extender el estudio a un sistema con mayor número de evaporadores.

Figura 37: Isométrica del modelo.



Las dimensiones de la hornilla podrán ser encontradas en el manual para el diseño y operación de hornillas paneleras [12]. Para este caso se simuló un modelo con capacidad de 50 kg/hora (ver figura 38). El propósito de este estudio es cuantificar la transferencia de calor y el comportamiento fluido-dinámico en general.

Figura 38: Dimensiones del modelo en mm.



6.3.1. Condiciones de frontera.

Para esta simulación, se empleó presión atmosférica, la temperatura de los gases de combustión a la entrada del ducto y una velocidad calculada para la capacidad de la hornilla de estudio (estos valores de frontera también pueden encontrados en [12]). Las tablas 12 y 13 muestran las condiciones de contorno para la temperatura, velocidad, presión y variables turbulentas en las respectivas fronteras o patches (ver figura 39).

Figura 39: Nombre de cada frontera.

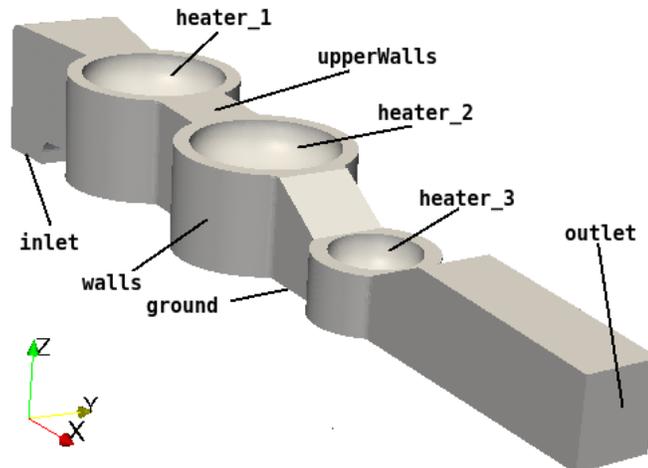


Tabla 12: Condiciones de frontera: Velocidad, Temperatura y Presión.

Patch	Velocidad [m/s]	Temperatura [°C]	Presión (P/ρ) [m ² /s ²]
inlet	V _x : 0, V _y : 0, V _z : 6	T: 970	zeroGradient
output	zeroGradient	zeroGradient	P = 0
heaters	$\vec{u} = 0$	T: 100	zeroGradient
upperWalls	$\vec{u} = 0$	groovyBC (mixed)	zeroGradient
ground	$\vec{u} = 0$	groovyBC (perfil lineal)	zeroGradient
walls	$\vec{u} = 0$	groovyBC (perfil lineal)	zeroGradient

Tabla 13: Condiciones de frontera: Energía cinética y Disipación específica turbulenta.

Patch	Energía turbulenta [m ² /s ²]	Disipación específica [1/s]
inlet	$k = \frac{3}{2} (U I)^2$	$\omega = \sqrt{k}/l$
output	zeroGradient	zeroGradient
heaters	kqRWallFunction	omegaWallFunction
upperWalls	kqRWallFunction	omegaWallFunction
ground	kqRWallFunction	omegaWallFunction
walls	kqRWallFunction	omegaWallFunction

Se aplica condición de no deslizamiento en todas las fronteras sólidas. Para la temperatura se establece un perfil con el objetivo de tener en cuenta la pérdida de energía en los patch wall y ground [20]. En cuanto a las variables turbulentas, se emplean funciones de pared en todos los contornos sólidos. Se asume una intensidad turbulenta (I) a la entrada de 5% y una longitud característica $l = 0.07 * L$. (siendo L el diámetro hidráulico). Para la parte superior de la hornilla se establece una condición de frontera teniendo en cuenta la conducción del ladrillo y el efecto convectivo del aire ambiente (U).

OpenFOAM a parte de las condiciones de frontera comunes Dirichlet y Neumann llamadas `fixedValue` y `fixedGradient` respectivamente, ofrece otra muy conveniente llamada `mixed`, usada para situaciones en las que se desea cambiar entre una valor `fixedValue` y `fixedGradient`. Este tipo de condición se encuentra implementada en la librería `swak4foam`. Con esta, es posible definir variables y funciones en las fronteras calculadas cada paso de tiempo. Si se busca el código fuente de la condición de frontera `mixed`, se puede ver cómo se calcula el valor en la superficie:

$$\phi_{cara} = f \cdot valueExpr + (1 - f)(\phi_{centro} + gradExpr \cdot \delta) \quad (84)$$

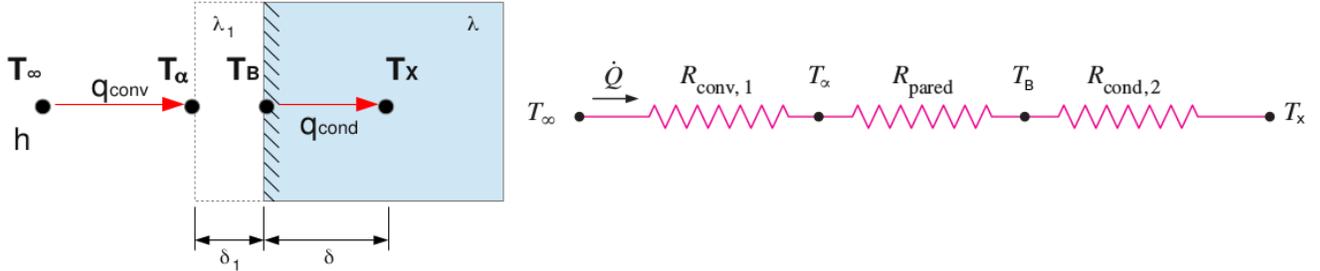
Para el caso de interés tenemos (ver figura 40):

$$q_{conv} = q_{cond1} = q_{cond2}$$

Lo que se traduce en:

$$\frac{q}{A} = h \cdot (T_\infty - T_\alpha) = \frac{\lambda_1}{\delta_1} \cdot (T_{\alpha_2} - T_B) = \frac{\lambda_2}{\delta} \cdot (T_B - T_x) \quad (85)$$

Figura 40: Condición de frontera convectiva.



Se debe reescribir la ecuación 85 de la forma en que lo expone la ecuación 84. Por lo tanto, reorganizando la ecuación 85 se tiene:

$$T_\infty - T_B = \frac{\lambda_2}{\delta} \cdot \frac{\lambda_1 + h \cdot \delta_1}{\lambda_1 \cdot h} \cdot (T_B - T_x) \quad (86)$$

Entonces,

$$T_\infty - T_B = \beta \cdot (T_B - T_x) \quad \rightarrow \quad T_B \cdot (1 + \beta) = T_\infty + \beta \cdot T_x \quad \rightarrow \quad T_B = \frac{1}{1 + \beta} \cdot T_\infty + \frac{\beta}{1 + \beta} \cdot T_x$$

Donde los valores de f y β son:

$$f = \frac{1}{1 + \beta} \quad \beta = \frac{\lambda_2}{\delta} \cdot \frac{\lambda_1 + h \cdot \delta_1}{\lambda_1 \cdot h}$$

Implementado en OpenFOAM sería como lo muestra el listado 18.

Listado 18: Implementación de la condición de frontera en OpenFOAM.

```

1
2 upperWalls
3 {
4     type                groovyBC;
5     variables            "k_aire=0.0257;U_to=1/(1/18+0.1/0.8);
6                         Tinf=298;f=1/(1+k_aire/(U_to*mag(delta ())))";
7     valueExpression      "Tinf";
8     gradientExpression   "0";

```

```
9     fractionExpression "f";
10    value                uniform 273;
11 }
```

Para los patches `ground` y `walls` se aplicó una condición de frontera con un perfil asumido. Para este tipo de condición también se emplea la librería `swak4Foam`. Se debe establecer como lo muestra el listado 19, la cual representa una variación lineal de 298 °C hasta 191 °C, estos datos fueron tomados de [20]:

Listado 19: Implementación de la condición de frontera en OpenFOAM.

```
1
2 walls
3 {
4     type                groovyBC;
5     valueExpression    "-57.41*pos().x+770.014";
6     value                uniform 273;
7 }
```

6.3.2. Mallado.

El proceso de mallado consiste en dividir el dominio físico en un número finito de regiones discretas llamadas volúmenes de control o celdas en las cuales la solución es buscada. La generación de la malla es uno de los pasos más importantes de los casos CFD. Fundamentalmente, la calidad de una simulación numérica es directamente afectada por el tipo de malla.

Genéricamente hablando, cuando se desea generar una malla se siguen tres pasos:

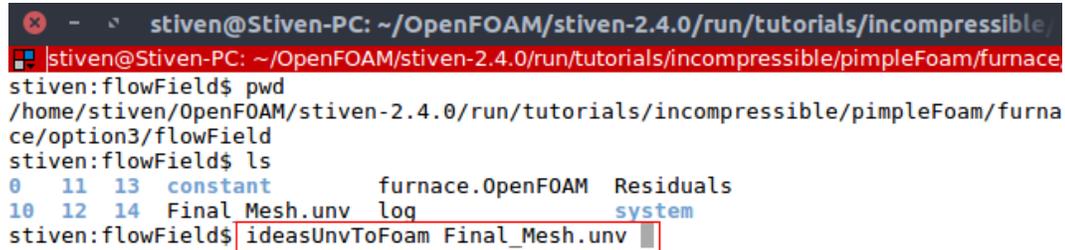
- **Generación de la geometría:** Primero se crea la geometría que será alimentada al mallador (ver figura 37).
- **Generación de la malla:** La generación de la malla puede ser interna o externa. También se definen regiones superficiales y volumétricas de refinamiento. Durante el proceso de creación de la malla, también se debe revisar su calidad.
- **Definición de las fronteras:** En este paso se definen las superficies físicas donde se establecen las condiciones de frontera.

Para este caso se empleó un software libre llamado SALOME versión 7.7.1. Éste, tiene la capacidad de producir varios tipos de elementos, desde tetraedros, hexaedros hasta mallas con prismas. Si la geometría no se realiza en el módulo `geometry`, se puede importar el modelo guardado con las extensiones ACIS, BREP, IGES y STEP.

Como paso previo a generar la malla, se divide el dominio en dos (gracias a su simetría) para de esta manera crear menor número de volúmenes y así ahorrar tiempo de cálculo. Luego, se procede a la selección del

algoritmo que se asocia al tipo de malla a desarrollar. Al terminar con el proceso, se exporta la malla en formato UNV.

Figura 41: Comando para construir la malla con extensión UNV.



```
stiven@Stiven-PC: ~/OpenFOAM/stiven-2.4.0/run/tutorials/incompressible/
stiven@Stiven-PC: ~/OpenFOAM/stiven-2.4.0/run/tutorials/incompressible/pimpleFoam/furnace
stiven:flowField$ pwd
/home/stiven/OpenFOAM/stiven-2.4.0/run/tutorials/incompressible/pimpleFoam/furnace/option3/flowField
stiven:flowField$ ls
0 11 13 constant furnace.OpenFOAM Residuals
10 12 14 Final Mesh.unv log system
stiven:flowField$ ideasUnvToFoam Final_Mesh.unv
```

Para que OpenFOAM pueda leer la información de la malla, se utiliza una herramienta llamada `ideasUnvToFoam` (ver figura 41), ésta crea las carpetas descritas en la sección 6.2.1 de `polyMesh`, necesarias para la simulación.

La calidad de la malla tiene un impacto considerable en el análisis computacional de la solución. Por lo tanto, cada vez que se crea una malla nueva se deben evaluar aspectos importantes como [9]:

- Ortogonalidad, asimetría y relación de aspecto.
- El cambio del tamaño de las celdas, éste debe ser suave.
- Ubicación de las zonas de refinamiento. Una sola celda puede causar que el caso no converja o que arroje resultados imprecisos.

OpenFOAM ofrece una utilidad llamada `checkMesh`, con la cual se puede evaluar la calidad de la malla teniendo en cuenta algunos de los parámetros anteriormente nombrados.

Para esta investigación se emplearon diferentes tipos de configuraciones, en esencia se probaron dos clases:

- **Una malla híbrida:** Como los tetraedros son poco efectivos en las capas límites próximas a los objetos sólidos, se creó una malla híbrida mediante una capa de hexaedros adosada al contorno. El resto del dominio se rellenó con tetraedros. Esta combinación tet-hex permite obtener resultados de elevada calidad en la capa límite.

En el proceso de creación se establece una nueva malla, para lo cual se abre la ventana mostrada en la figura 42(a). Aquí y en la pestaña 3D, se selecciona el algoritmo `Tetrahedron`, al cual se le debe añadir una hipótesis para crear los primas en la sección que se indique (para cada algoritmo siempre se debe añadir una hipótesis). En este caso se usa la hipótesis `viscous layers`. En la figura 42(b) se muestran los parámetros necesarios para la creación de la misma (espesor, número de capas, factor de estiramiento, etc).

Para terminar con la creación, se procede con la pestaña 2D (ver figura 43(a)) donde se ajustan los valores de acuerdo a que tan gruesa o fina se desea la malla. El detalle de estos ajustes se exponen en el siguiente ítem.

En la figura 44 se muestra el ejemplo de una configuración creada en SALOME. Aunque se cambiaron los diferentes parámetros de construcción, desafortunadamente no fue posible crear una malla óptima para el caso debido a errores en su construcción (por la forma del dominio).

Figura 42: Software SALOME: Algoritmo e hipótesis 3D.

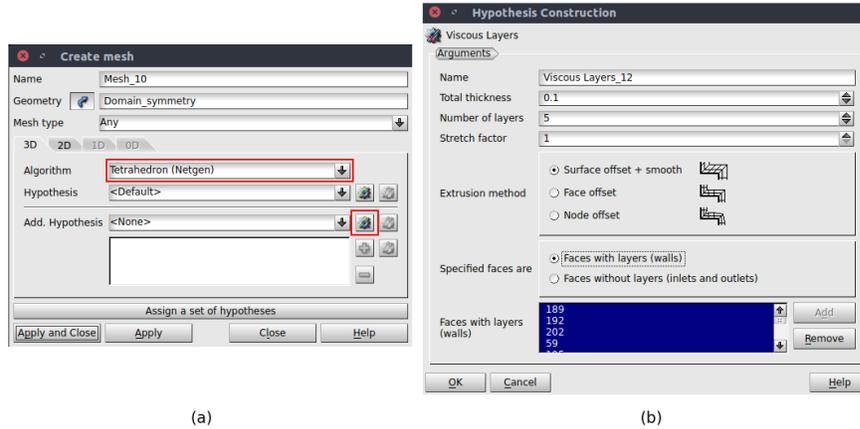
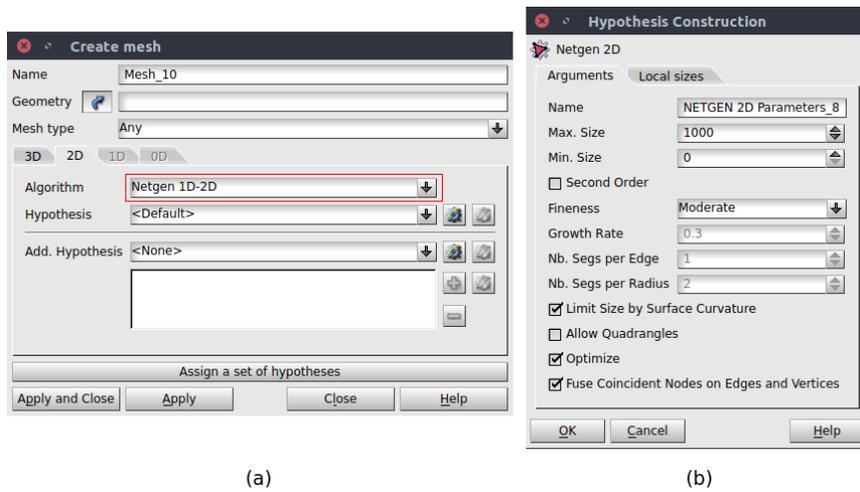


Figura 43: Software SALOME: Algoritmo e hipótesis 2D.



También se evaluó con checkMesh y aunque la herramienta muestra que la malla es aceptable, se presentan errores por ortogonalidad (ver figura 45). Debido a esto, se optó por la aplicación de una malla completa con tetraedros.

Figura 44: Malla híbrida.

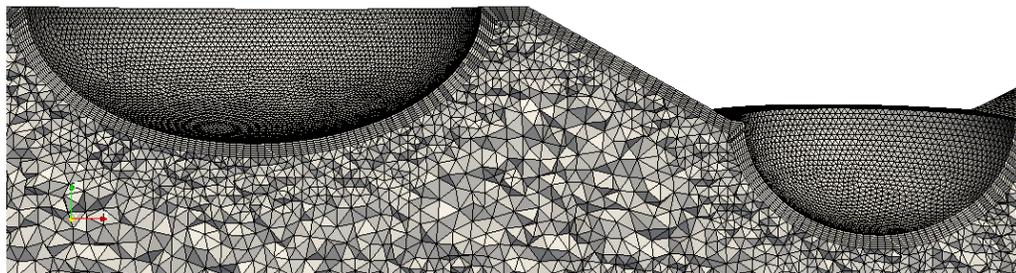


Figura 45: CheckMesh: Calidad de la malla híbrida.

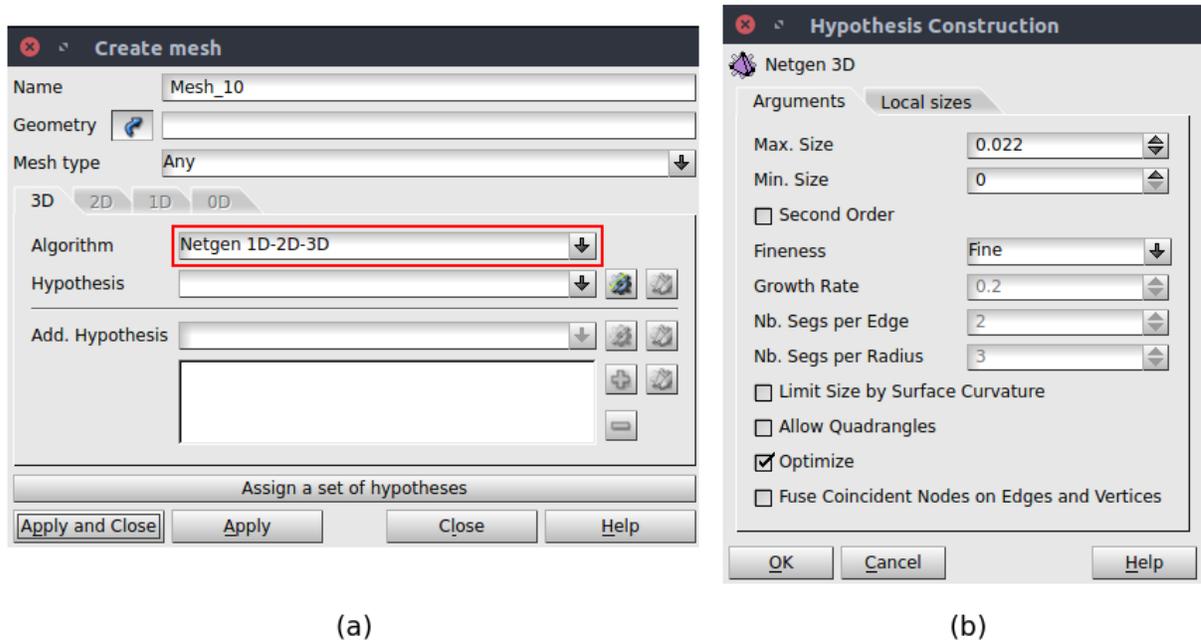
```
Checking geometry...
Overall domain bounding box (-1.38778e-17 -0.604152 -1.01) (6.9 0.604152 1.38778e-17)
Mesh (non-empty, non-wedge) directions (1 1 1)
Mesh (non-empty) directions (1 1 1)
Boundary openness (-2.04285e-16 8.29711e-17 2.66898e-15) OK.
Max cell openness = 3.18026e-16 OK.
Max aspect ratio = 15.0774 OK.
Minimum face area = 2.39686e-06. Maximum face area = 0.00146236. Face area magnitudes OK.
Min volume = 3.50392e-09. Max volume = 1.80392e-05. Total volume = 3.02819. Cell volumes OK.
Mesh non-orthogonality Max: 84.3434 average: 14.8545
*Number of severely non-orthogonal (> 70 degrees) faces: 21.
Non-orthogonality check OK.
<<Writing 21 non-orthogonal faces to set nonOrthoFaces
Face pyramids OK.
Max skewness = 2.99593 OK.
Coupled point location match (average 0) OK.

Mesh OK.

End
```

- **Una malla sólo con tetraedros:** Las mallas no estructuradas parten de distribuciones de puntos que cumplen una serie de propiedades dadas, la mayoría de ellas relacionadas con una distribución lo más uniforme posible dentro del contorno. En aplicaciones de interés industrial, la geometría de la superficie puede ser muy complicada e irregular, lo que dificulta la generación de una malla estructurada. Por esta razón y dado los cambios abruptos que presenta la geometría de la hornilla, se opta por emplear una malla no estructura con refinamiento en las secciones sólidas o de frontera.

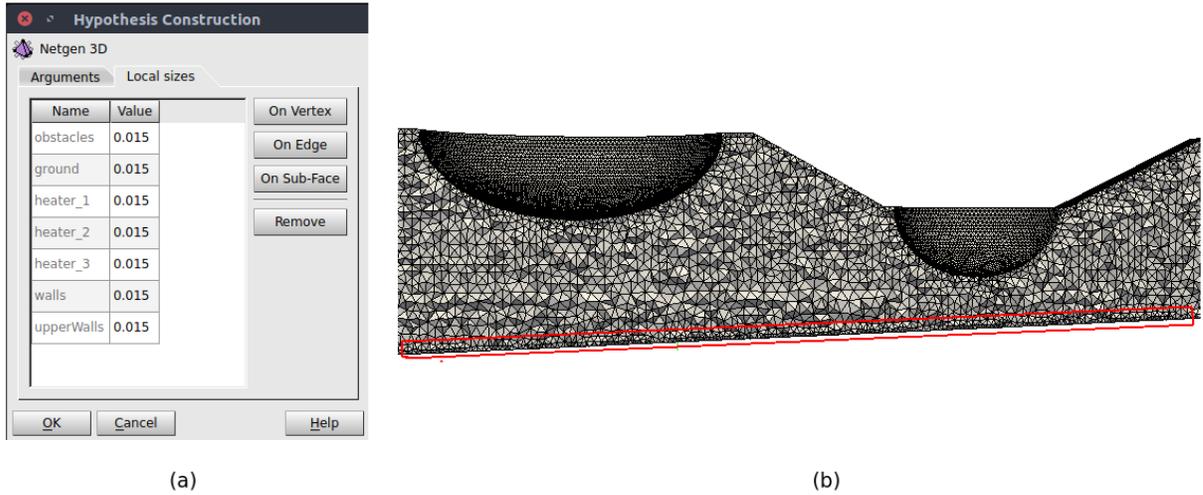
Figura 46: Software SALOME: Algoritmo e hipótesis.



Para la generación de la malla se usa el algoritmo Netgen 1D-2D-3D con una valor de Max. Size variable dependiendo de si se desea una malla fina o gruesa (ver figura 46). La hipótesis seleccionada nos permite refinar en las fronteras, dando click en la pestaña local sizes (ver figura 47(a)). En la casilla Fineness (ver

figura 46(b)), se puede elegir la opción custom, la cual permite variar de forma manual la proporción de crecimiento, el número de segmentos por arista y el número de segmentos por radio. La figura 47(b) muestra una de las mallas empleadas con refinamiento en las partes sólidas (paredes y evaporadores).

Figura 47: Software SALOME: Hipótesis y ejemplo de mallado.



En la figura 48 se muestra el resultado de la evaluación de calidad de la malla.

Figura 48: CheckMesh: Calidad de la malla.

```

Checking geometry...
Overall domain bounding box (-1.38778e-17 -1.11054e-16 -1.01) (6.9 0.604152 1.38778e-17)
Mesh (non-empty, non-wedge) directions (1 1 1)
Mesh (non-empty) directions (1 1 1)
Boundary openness (-1.97062e-16 -2.07689e-15 -2.1916e-16) OK.
Max cell openness = 2.92544e-16 OK.
Max aspect ratio = 6.37223 OK.
Minimum face area = 4.37749e-05. Maximum face area = 0.0017401. Face area magnitudes OK.
Min volume = 1.16963e-07. Max volume = 1.63387e-05. Total volume = 1.51772. Cell volumes OK.
Mesh non-orthogonality Max: 56.7559 average: 15.6491
Non-orthogonality check OK.
Face pyramids OK.
Max skewness = 0.831685 OK.
Coupled point location match (average 0) OK.

Mesh OK.

End
    
```

Aunque checkMesh indica cuando se exceden los límites en cada parámetro, en la literatura se encuentran los valores recomendados para decidir si una malla es apta o no para el estudio . Estos valores son [9]:

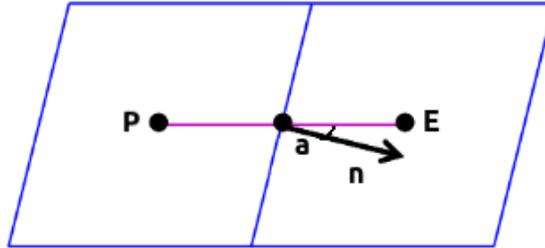
- **Asimetría estadística media (skewness):** Para malla tetraédricas, el valor debe ser menor a 0.9.

Figura 49: Asimetría estadística media.

Excellent	Very good	Good	Acceptable	Bad	Unacceptable
0-0.25	0.25-0.50	0.50-0.80	0.80-0.94	0.95-0.97	0.98-1.00

- **Razón de aspecto medio (aspect ratio):** Debe ser menor que 10, pero depende de las características del flujo.
- **Calidad ortogonal media (non-orthogonality) :** Presenta errores significativos cuando el ángulo entre el vector normal a la cara y el vector distancia entre centros de celda es mayor a 70.

Figura 50: Calidad ortogonal media.



Aunque los valores obtenidos en la evaluación de la malla son bastante acordes a los especificados en la literatura, se aplicaron correcciones por los efectos de asimetría y no ortogonalidad. En el archivo `fvSchemes` del directorio `system`, se añadió en los esquemas convectivos el atributo `skewCorrected` para menguar el efecto que puede generar el valor actual de asimetría. En cuanto a la no ortogonalidad, se asigna un valor de 2 en la entrada `nNonOrthogonalCorrectors` del diccionario `fvSolution`^{||}.

6.4. RESULTADOS.

En este apartado, serán mostrados los resultados de la simulación correspondiente al dominio explicado en la sección 6.3. Adicionalmente, se discutirá su comportamiento térmico mediante análisis cuantitativos a diferentes configuraciones geométricas. Se expondrá todo el proceso, desde encontrar una solución independiente de la malla hasta los mapas de flujo. Todo el pos-proceso se realizó en Paraview.

Para esta investigación se emplearon dos solvers de OpenFOAM. En primer lugar y para resolver el campo de flujo, se usó `pimpleFoam` con el algoritmo PISO. Luego de contar con una solución convergida, se procedió con `buoyantBoussinesqPimpleFoam` para resolver la ecuación de la energía utilizando la solución anterior como condición inicial. Se hizo de esta manera porque si se iniciaba con `buoyantBoussinesqPimpleFoam` la simulación divergía.

6.4.1. Caso simplificado.

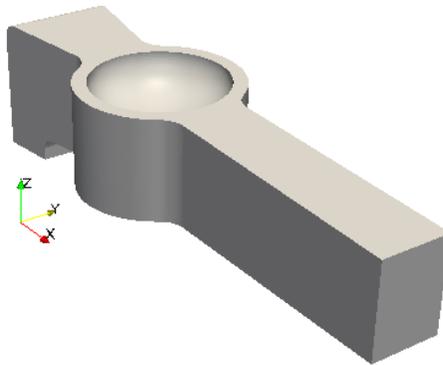
Antes de revisar los resultados obtenidos con la hornilla industrial, se desea mostrar un caso especial en el que se evalúa el comportamiento de los gases para una hornilla con una sola paila. Se buscó comprobar si la solución obtenida por el benchmark cumple para un caso similar y simplificado del sistema. Aunque en el caso benchmark los resultados no difieren entre tener y no tener en cuenta el efecto de radiación, se resalta

^{||}Para mayor claridad del proceso de corrección, el lector puede consultar el estudio de Moraes et al. [26]

el hecho de que los valores de temperatura son mucho más altos en el caso industrial y esto podría afectar los resultados del estudio.

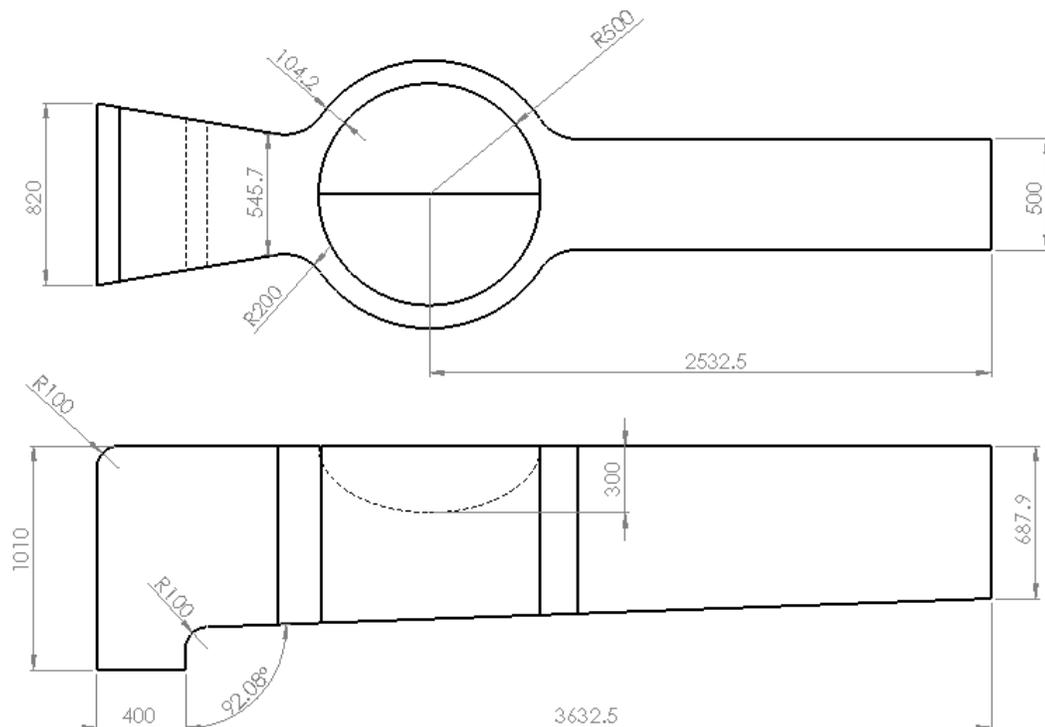
Es importante tener en cuenta que, para simular el efecto de radiación térmica se debe usar el dominio completo. Se desconoce si es un error en el código, pero se presentan problemas cuando se impone una condición de simetría. Por esta razón y para disminuir el número de volúmenes, el dominio es establecido como lo muestra la figura 51.

Figura 51: Hornilla con un sola paila.



Las dimensiones están basadas en la hornilla completa, aún así, en la figura 52 se muestran sus medidas en milímetros.

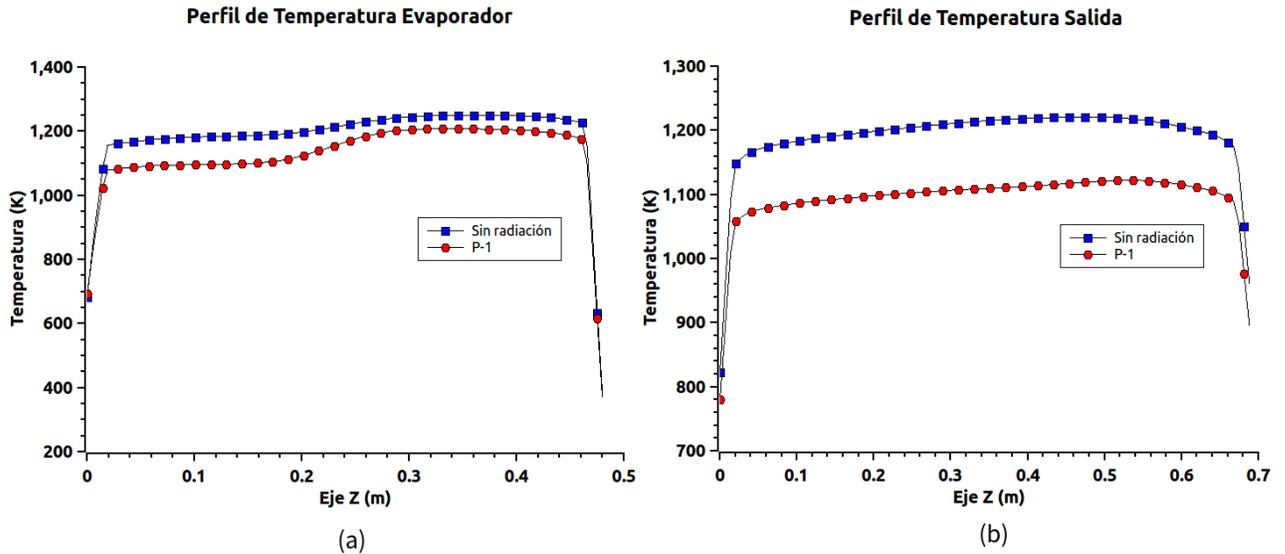
Figura 52: Dimensiones de hornilla con un sola paila en mm.



Para este caso se realizaron dos simulaciones:

- **Sin radiación (SR):** La primera simulación se realiza sin tener en cuenta el efecto de radiación. Las condiciones de frontera aplicadas son las explicadas en las tablas 12 y 13 de la sección 6.3.1.
- **Con radiación (CR):** La segunda básicamente utiliza las mismas condiciones de frontera, pero se tiene en cuenta el efecto de radiación. Para ello se agrega en la carpeta `constant` un archivo llamado `radiationProperties`, en el que se especifica el modelo de radiación y los parámetros que relacionan el fenómeno como tal. Debido al tiempo de cálculo que tomaría la simulación usando el modelo DOM, se decidió utilizar el modelo P-1, buscando agilizar la solución del caso. Adicional al archivo en `constant`, se añade en la carpeta temporal un archivo llamado `G`, en este se establece una condición para el campo de radiación incidente y los valores de emisividad en las fronteras. Los valores de emisividad utilizados son: pailas (acero inoxidable) = 0.4 y paredes (ladrillo refractario) = 0.94.

Figura 53: Perfiles de temperatura en el plano $y = 0$.



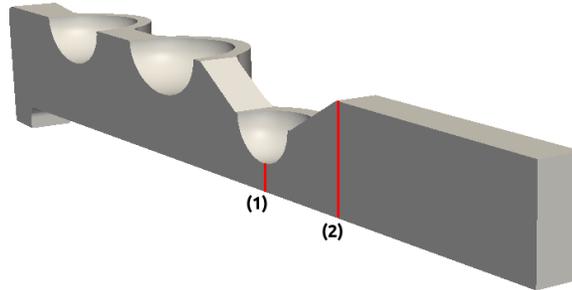
Luego de realizar el estudio de independencia de la malla, se elijen dos secciones del dominio donde se toman y contrastan los valores de temperatura con aquellos obtenidos sin el efecto de radiación (Evaporador: $x = 1.5$ [m] y Salida $x = 4.032$ [m]). Esta comparación se puede apreciar en la figura 53. Se observan cambios significativos, sobre todo en la salida del ducto.

Aunque algunos investigadores aconsejan no emplear el P-1 para espesores ópticos tan bajos [25], en la literatura se encuentran estudios donde se usa este modelo [20, 14] (aunque en ninguno de ellos se evalúa el espesor óptico). De acuerdo a estos resultados, y a las evidencias bibliográficas, se decide realizar las simulaciones empleando el modelo P-1.

6.4.2. Independencia de la malla.

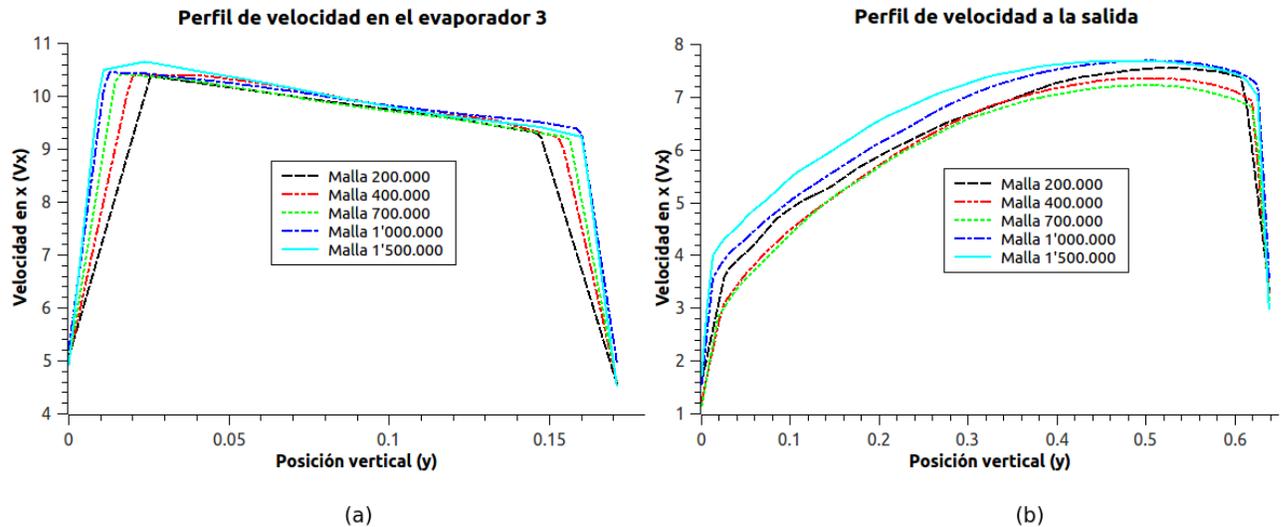
Como primer paso para el desarrollo de esta investigación, se realizó el estudio de independencia de la solución con la malla. En la figura 54 se muestran las secciones donde se toman las medidas de velocidad, la primera está en la parte inferior del evaporador 3 (punto 1: $x = 4.475$ [m]) y la otra se encuentra casi en la salida de la hornilla (punto 2: $x = 5.4$ [m]).

Figura 54: Puntos de muestra.



Se aplicaron cinco refinamientos, iniciando con una malla muy gruesa de 200.000 volúmenes hasta una de 1'500.000. La comparación de los perfiles de velocidad se pueden ver en la figura 55.

Figura 55: Estudio de independencia de malla:(a) Punto 1. (b) Punto 2.



Se alcanzó esta densidad debido a que después de la malla de 700.000 volúmenes, se presentan resultados algo alejados de lo esperado (se observa mayor variación en los valores de velocidad de una malla a la otra). Por eso, cuando se realizó el estudio de la malla de 1 millón, se refinó aún más para constatar si se presentaba el mismo comportamiento. Como sucedió algo semejante, se analizó el perfil en el punto 2 dando el mismo resultado. Se pensó que, esto se debía a un posible paso de un modelo con funciones de pared a uno low reynolds. Por eso en la tabla 14 se muestran los valores de y^+ en cada frontera.

Tabla 14: Valores de y^+ .

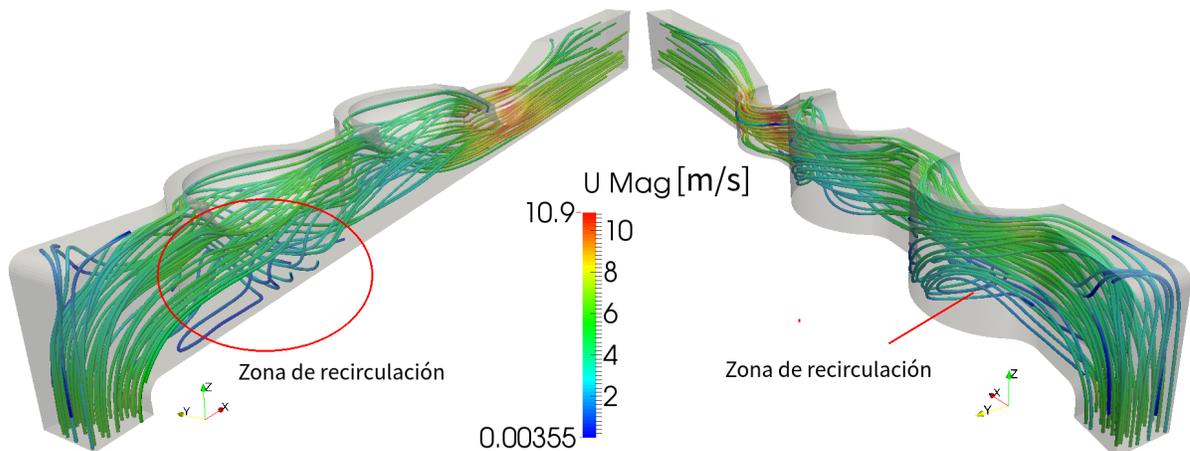
Fronteras	heater_1	heater_2	heater_3	ground	upperWalls	walls
Valores	44.87	54.13	133.6	41.96	47.35	48.7

Los valores de la tabla 14 son acordes a lo esperado para un modelo high reynolds. Por ende y como conclusión al estudio, las simulaciones se realizaron usando la malla de 700.000 volúmenes.

6.4.3. Campos de flujo.

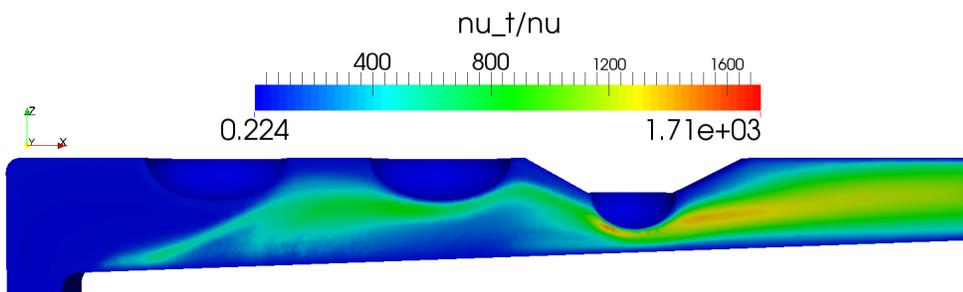
La figura 56 muestra en forma de líneas de corriente la velocidad de los gases producto de la combustión dentro del ducto de humos. Se aprecia que inmediatamente después del cambio de trayectoria ubicado al inicio del ducto, se genera una zona de recirculación de baja velocidad.

Figura 56: Hornilla base: Líneas de corriente.



También se observa que las trayectorias de los gases en la parte superior contornean las superficies exteriores de las pailas, cuyas velocidades son aumentadas en la región entrante a la paila tres, esto como resultado de una reducción del área transversal del ducto de humos, alcanzado su velocidad máxima justo en la parte inferior de esta. Finalmente, los gases son desacelerados debido al incremento progresivo de la sección transversal, generándose una pequeña recirculación en la región próxima a la salida del dominio.

Figura 57: Mapa de viscosidad turbulenta.

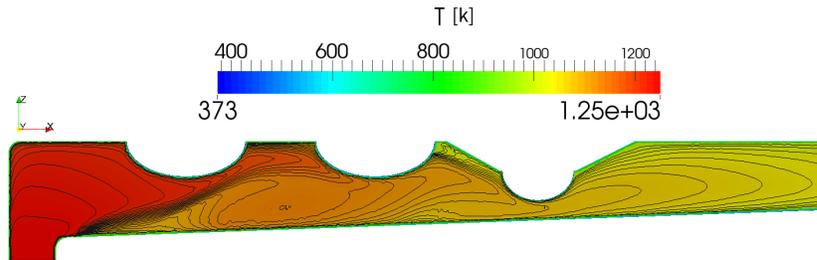


En la figura 57 se muestra el campo de solución de la viscosidad turbulenta (ν_t/ν). Se observan valores altos en la zona del ducto donde se encuentra el evaporador número 3. La reducción repentina del área hace que se generen grandes gradientes y por tanto más energía y difusión de este efecto. En este campo se puede observar los desprendimientos de capa límite que ocurren al inicio (donde se forman las recirculaciones), en el evaporador número dos y por supuesto en el número tres. En la salida del ducto casi se mantienen los valores de viscosidad, aunque la energía de los vórtices empieza a disminuir (velocidad disminuye).

6.4.4. Distribución de temperaturas.

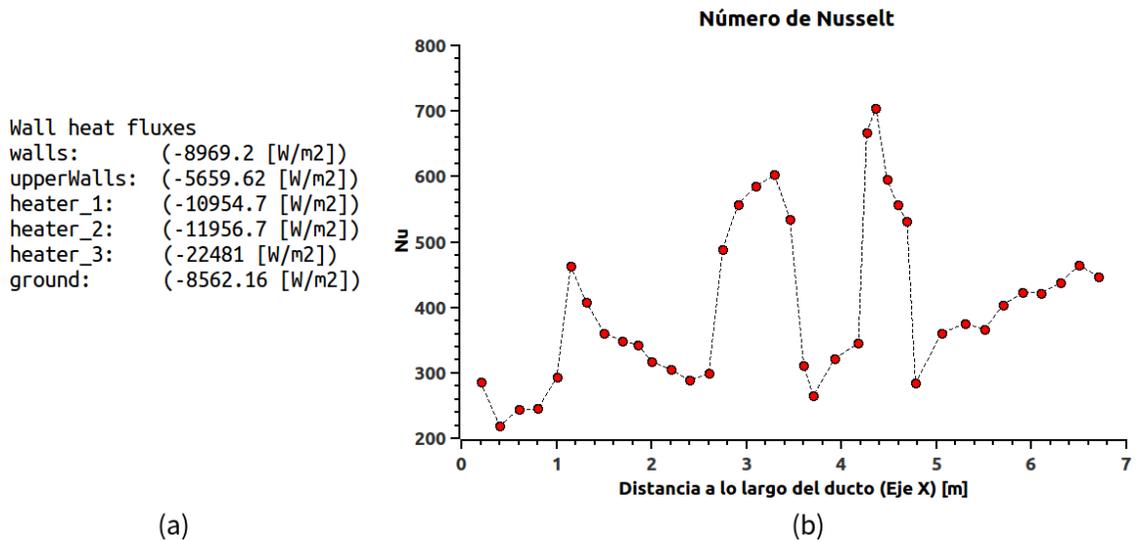
El flujo de los gases de combustión en el interior del ducto de humos lleva como resultado a una reducción en su temperatura como consecuencia del traspaso de cierta cantidad de energía térmica hacia la base externa de las pailas y hacia las paredes del ducto.

Figura 58: Contorno del campo de temperatura.



La Figura 58 muestra los perfiles de temperatura de los gases dentro del ducto de humos. A simple vista, se puede notar que la temperatura de salida de los gases aún es muy alta, de hecho esta por el orden de los 1000 K.

Figura 59: Valores de flujo de calor (a) y Número de Nusselt a lo largo del ducto (b).



En la figura 59, se muestran los valores de flujo de calor en cada una de las fronteras junto con el número de Nusselt evaluado en la pared superior y en cada evaporador (plano $y = 0$). Este fue calculado de acuerdo a las expresiones mostradas en 87:

$$Nu = \frac{hL}{k_f} \quad h = \frac{\dot{Q}_w}{T_w - T_\infty} \quad L = \frac{4 * A_{\text{transversal}}}{\text{Perímetro}} \quad (87)$$

Donde T_w es la temperatura de la pared, T_∞ la temperatura promedio en el interior del ducto, \dot{Q}_w el flujo de calor en la pared (ver figura 59(a)) y k_f la conductividad térmica del gas.

El número de Nusselt mide el aumento de la transmisión de calor desde una superficie por la que un fluido discurre, si este es grande, indica que la transferencia de calor por convección es mayor a que si ocurriera por conducción. Como se observa, el número de Nusselt es mayor en el evaporador 3 debido a la velocidad que toman los gases cuando pasan por el mismo. Adicionalmente y teniendo en cuenta los valores de flujo de calor mostrados en la figura 59(a), se calcula un valor de eficiencia térmica aproximado de 6.3% ** (energía que se transmite a los tres evaporadores), una medida de eficiencia bastante baja.

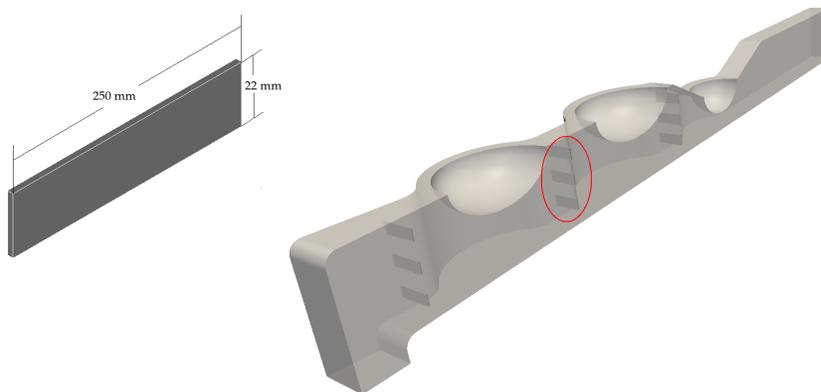
6.4.5. Opciones de mejora.

En esta sección se plantean una serie de simulaciones adicionales donde se modifican o adicionan nuevos elementos en el ducto de humos. Se busca mejorar el proceso de transferencia de calor de los gases de combustión hacia los evaporadores. El objetivo final es sugerir un ajuste que pueda implementarse junto con las demás soluciones disponibles actualmente. Al finalizar las tres simulaciones presentadas, se realizará una comparativa que permita ver la evolución general. Se efectuará el mismo estudio de variables aunque con más brevedad.

■ Opción 1.

Se propone la instalación de láminas cortas y delgadas puestas perpendicularmente al flujo. Se emplearon 3 alineadas e instaladas verticalmente 35 cm antes de cada evaporador (ver figura 60).

Figura 60: Configuración geométrica de la opción 1.

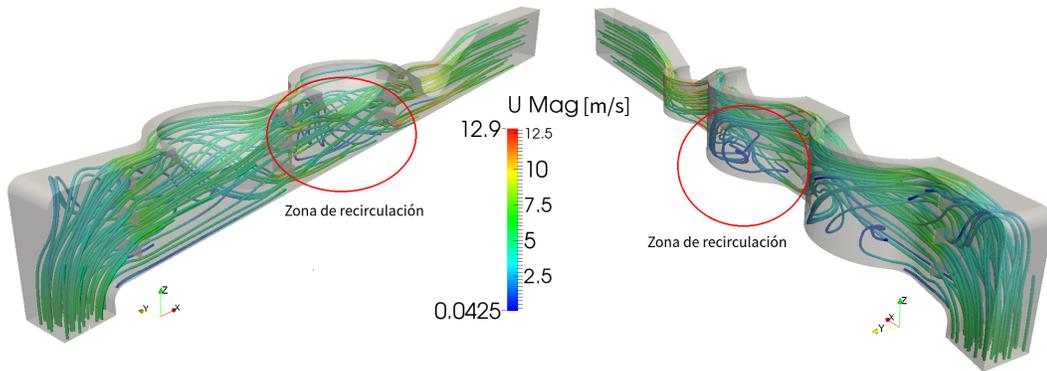


**Este valor se obtiene con los flujos de calor mostrados en la figura 59(a) y el cálculo de un valor de energético de los gases a la entrada (flujo másico por su entalpía).

El objetivo del deflector es primero, guiar el flujo de aire que pasa por la parte inferior de los evaporadores, y segundo, que exista una mayor intensidad de contacto entre los gases de combustión y los evaporadores.

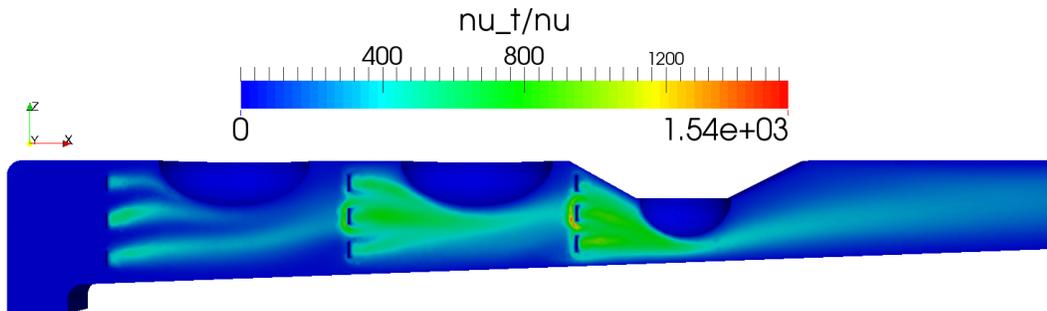
La figura 61 muestra las líneas de corriente de los gases de combustión coloreadas con la velocidad dentro del ducto de humos. Se puede observar que la recirculación presentada al inicio del ducto no es tan evidente, aunque si se presentan algunas en zonas cercanas al evaporador 2. Con esta configuración se logra una distribución de flujo más uniforme.

Figura 61: Opción 1: Líneas de corriente.



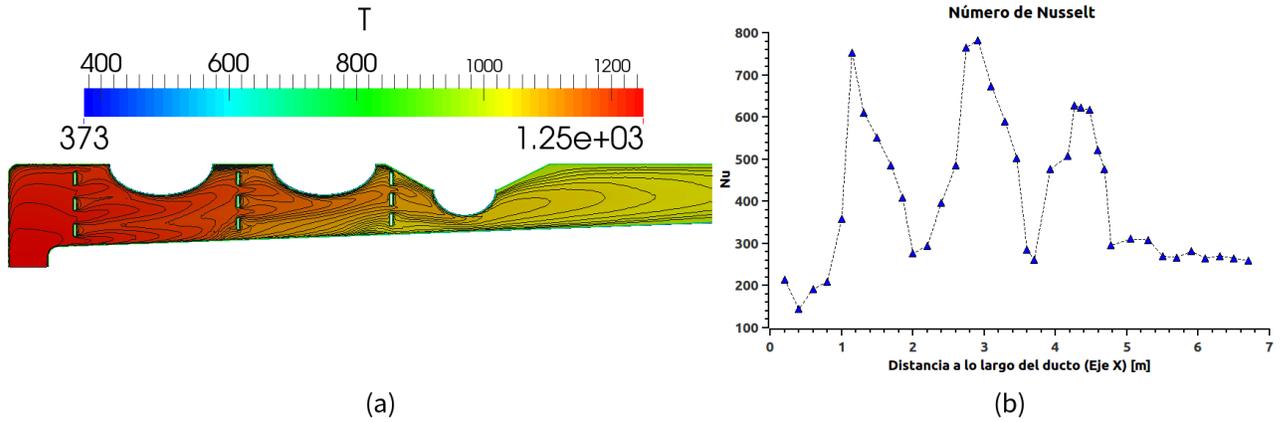
En la figura 62 se muestra el mapa de la viscosidad turbulenta (ν_t/ν). Se exhiben altos valores de energía cinética turbulenta aguas abajo de la zona donde están instalados los deflectores. Esto es debido a la aceleración generada en los gases cuando pasan por los mismos. En cuanto al campo viscoso turbulento y a diferencia del presentado en la hornilla base, se puede notar que disminuye en la zona cercana al evaporador 3 y a la salida del ducto. Esto puede deberse principalmente a que el flujo en esta zona se tiende a volver laminar por la poca energía que contienen los vórtices.

Figura 62: Opción 1: Mapa de viscosidad turbulenta.



El mapa de temperatura dentro del dominio computacional obtenido durante la simulación se muestra en la figura 63 junto con el cálculo del número de Nusselt. Como la velocidad de los gases aumenta luego de pasar por los deflectores, se observa que el Nusselt también lo hace, especialmente en los primeros dos evaporadores, y se mantiene casi constante en el evaporador 3 (comparado con la hornilla base). La eficiencia térmica aumenta ligeramente a un valor aproximado de 7.7%.

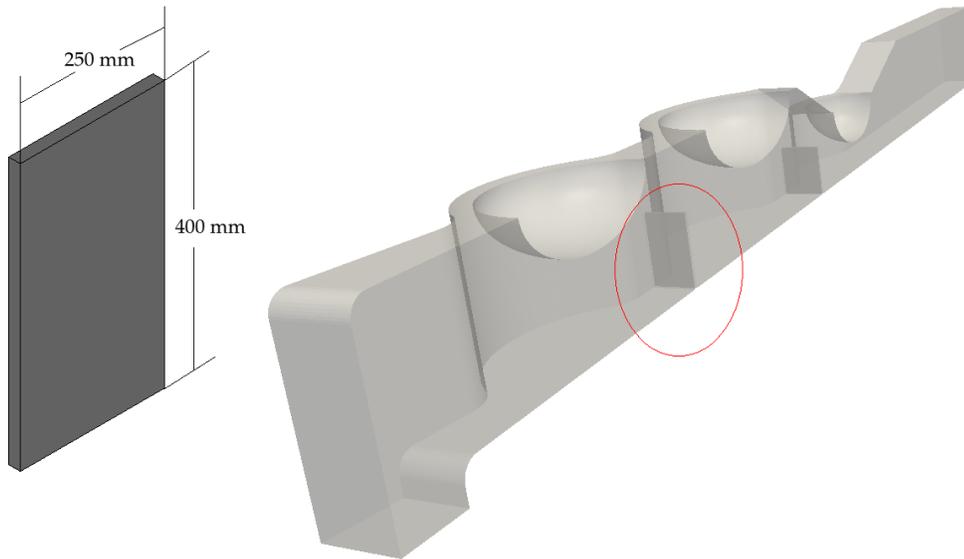
Figura 63: Opción 1: Mapa de temperatura (a) y Número de Nusselt (b).



■ **Opción 2.**

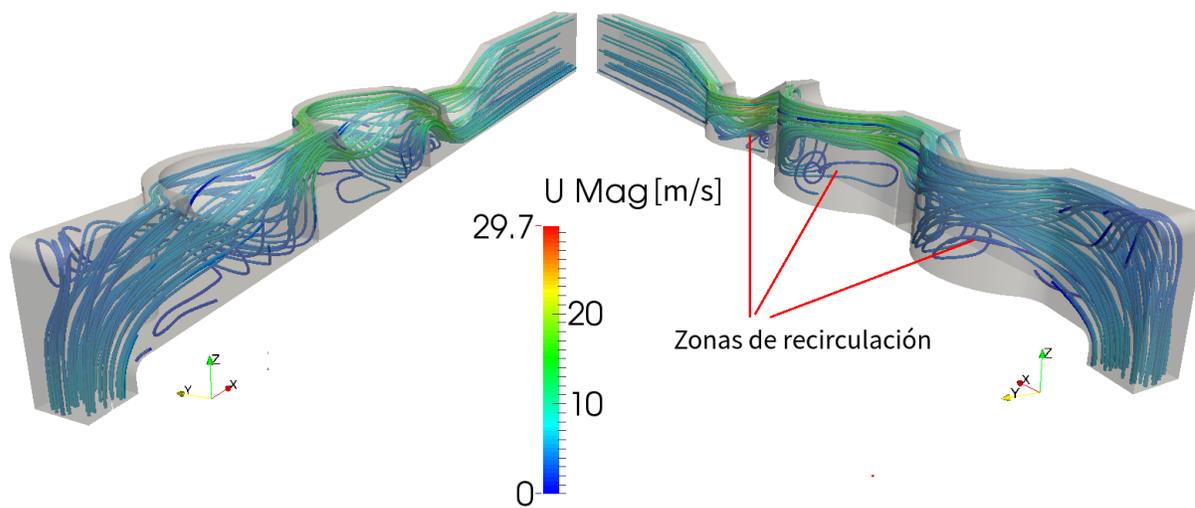
La figura 64 muestra la configuración geométrica de la segunda alternativa estudiada. Se trata básicamente de posicionar dos paneles en la parte inferior del ducto. El primero de ellos se ubica en la zona intermedia entre evaporador 1 y 2, y el segundo entre el evaporador 2 y 3. Se desea generar mayor desorden de flujo para comprobar si de esta manera se mejora el intercambio de energía a los evaporadores.

Figura 64: Configuración geométrica de la opción 2.



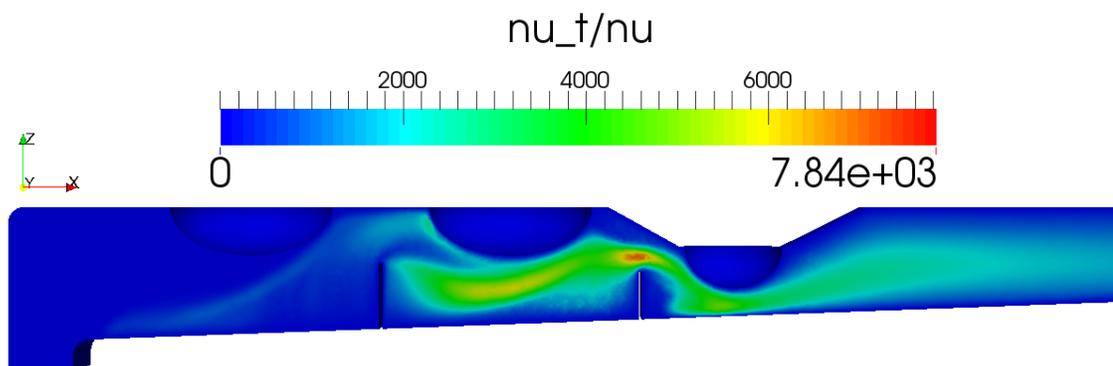
En la figura 65 se muestran las líneas de corriente del flujo para la segunda opción. A diferencia de los estudios anteriores se observan más zonas de recirculación ubicadas después del paso por los paneles. Como se aprecia en la figura, luego de que el fluido impacta en cada panel, se presenta mayor interacción y contacto de los gases de combustión y la superficie de las pailas 2 y 3.

Figura 65: Opción 2: Líneas de corriente.



En la figura 66 se muestra el mapa de la viscosidad turbulenta. Como era de esperarse, los gases de combustión fluyen más cercanos a los evaporadores y con mayor grado de turbulencia. Se observan altas cantidades de energía turbulenta en las zonas de contacto, sobretodo en los evaporadores 2 y 3. También se puede analizar que, a la salida se mantiene aún el efecto de difusión turbulenta (es decir, se presenta mayor transporte de momento y energía térmica debido al movimiento caótico del fluido.) casi en doble proporción comparado con los dos estudios anteriores.

Figura 66: Opción 2: Mapa de viscosidad turbulenta.

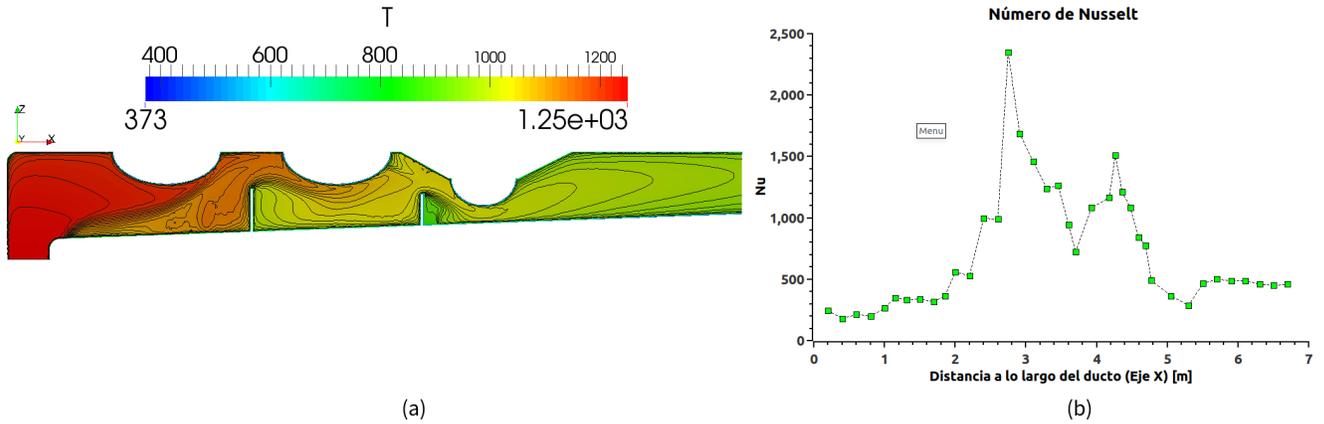


La figura 67 exhibe el mapa de temperatura para este caso. Se puede notar que la temperatura de salida de los gases de combustión disminuye en comparación con los estudios previos, indicando que gracias al movimiento caótico de los gases, mayor flujo de calor esta siendo transferido a los evaporadores. Esto se puede observar en la distribución del número de Nusselt. Como se ve, los valores en el evaporador 2 y 3 son altos, sobrepasando a los máximos de la hornilla base y la opción 1. Para este caso, la eficiencia térmica alcanzada es de 13%.

Analizando los resultados, se puede sugerir esta alternativa como una solución viable para el mejoramiento de la eficiencia térmica, sin embargo la implementación de estos paneles depende de la forma en

la que fue construida la hornilla. Se debe tener en cuenta si esta permite desmontar los evaporadores para hacer un proceso de limpieza en las zonas donde los residuos del bagazo pueden quedar estancados.

Figura 67: Opción 2: Mapa de temperatura y Número de Nusselt.

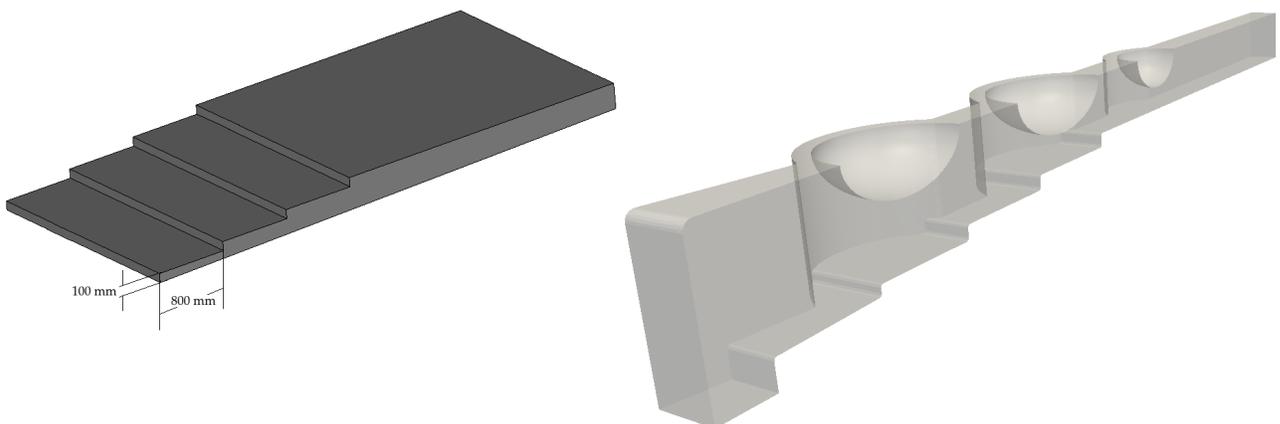


■ Opción 3.

Como última alternativa de estudio se propuso instalar, a lo largo del ducto de humos, una serie de reducciones escalonadas con las cuales se busca generar mayor grado de turbulencia y a su vez superar el problema de la segunda opción, es decir, que permita realizar un proceso de limpieza sin necesidad de remover los evaporadores.

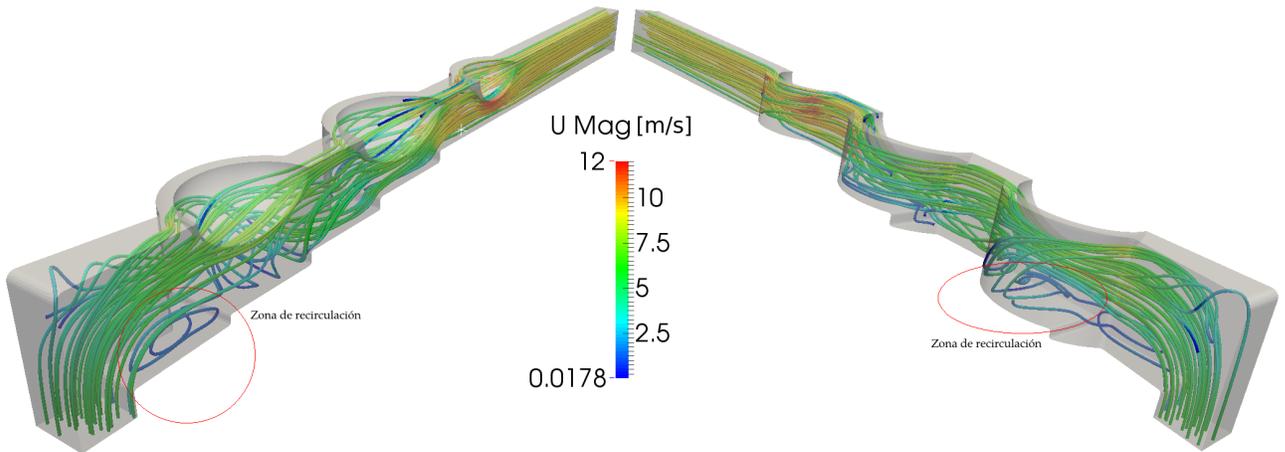
La dimensión de los escalones y el dominio computacional se muestran en la figura 68. Se debe tener en cuenta que la posición del evaporador 3 cambia respecto a las otras alternativas, este se ubica al mismo nivel de los demás evaporadores, aún así, la reducción mínima del área transversal en este se conserva.

Figura 68: Configuración geométrica de la opción 3.



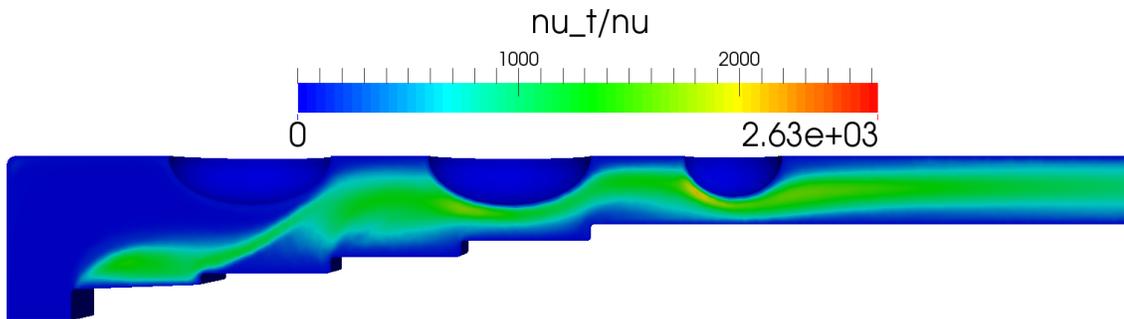
La figura 69 muestra en forma de líneas de corriente el comportamiento del flujo a lo largo del ducto. Se aprecia la generación de una zona de recirculación a baja velocidad inmediatamente después de la entrada, algo similar a lo presentado en la hornilla base.

Figura 69: Opción 3: Líneas de corriente.



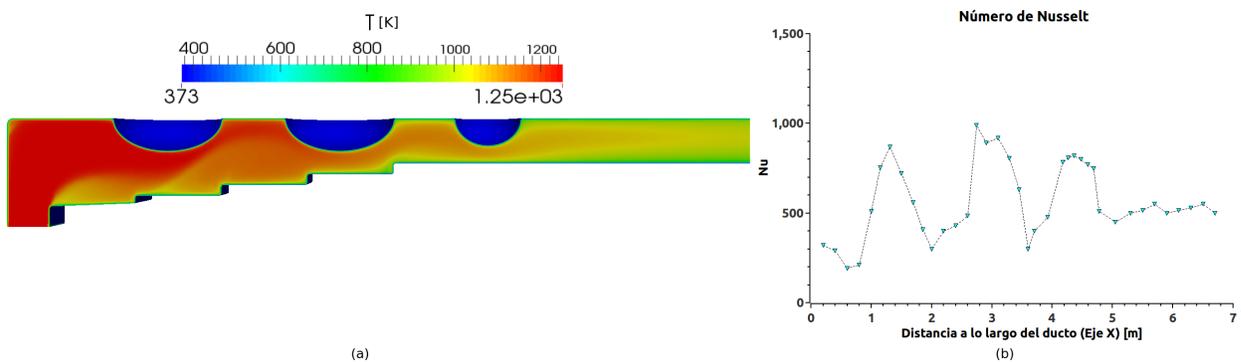
En la figura 70 se puede apreciar el efecto turbulento generado con este ajuste. Comparado con la hornilla base, los valores de viscosidad son más altos, lo que favorece el paso de energía térmica a los evaporadores.

Figura 70: Opción 3: Mapa de viscosidad turbulenta.



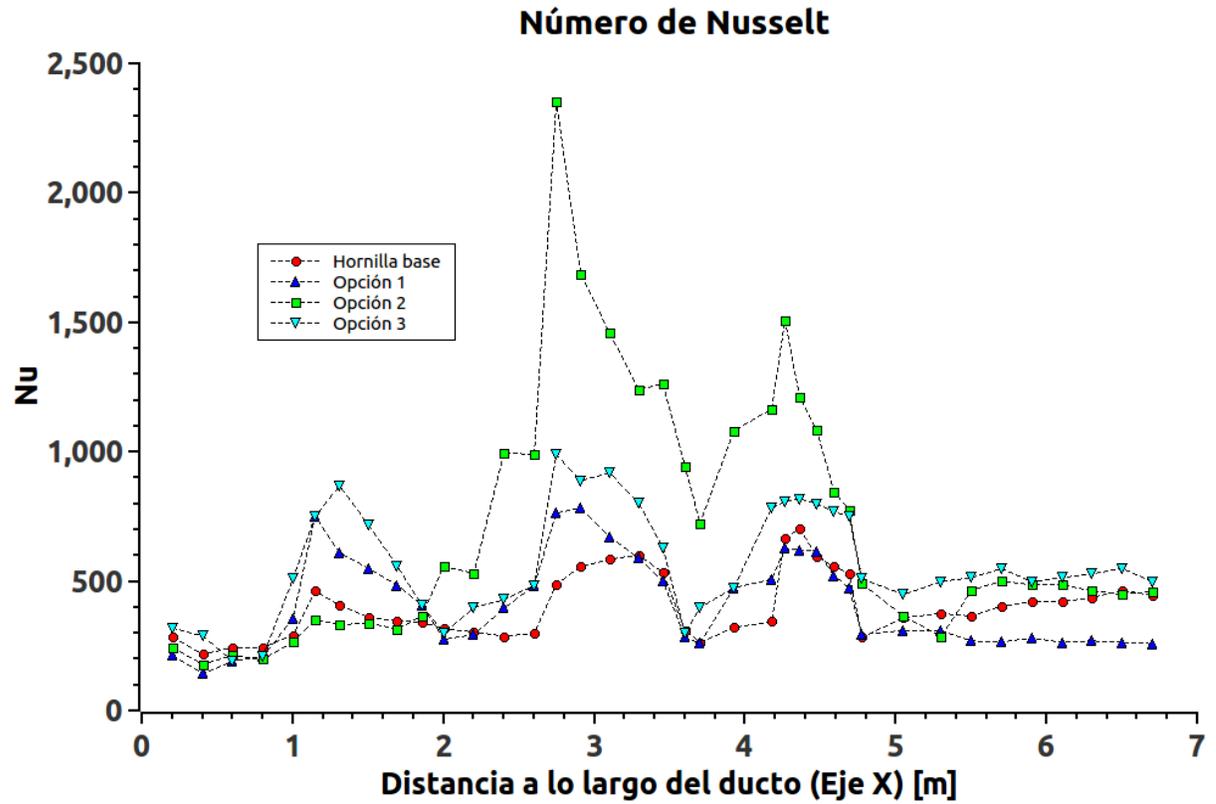
A diferencia de la hornilla base, se observa que el flujo es ligeramente más caótico en los evaporadores 2 y 3. Esto se ve reflejado en el número de Nusselt (ver figura 71(b)), el cual aumenta aproximadamente un 10 % en estos evaporadores. Con esta configuración se obtiene un valor de eficiencia térmica de 9 %.

Figura 71: Opción 3: Mapa de temperatura y Número de Nusselt.



En la figura 72 se muestra el comportamiento del Nusselt en todas las configuraciones.

Figura 72: Evolución del número de Nusselt para todos los ajustes.



De la figura se puede establecer que, el evaporador que menos energía recibe es el número 1. Para los evaporadores 2 y 3, las mejores alternativas de mejoramiento son la 2 y 3.

7. CONCLUSIONES.

Con el uso de herramientas y técnicas de la dinámica de los fluidos computacional, se determinó el proceso transferencia de calor en un modelo de hornilla utilizada para la elaboración de panela. Se resalta el empleo de esta técnica en la búsqueda de obtener mayor nivel de sofisticación y precisión de los parámetros que involucran el proceso de transferencia de energía térmica.

Se consiguió cuantificar el proceso de transferencia de calor en términos del número de Nusselt en el ducto de humos para las diversas alternativas de mejoramiento. Se concluye que, en definitiva es posible desarrollar nuevas configuraciones que produzcan cambios significativos en el proceso de intercambio de energía con el empleo de objetos simples. El efecto del fenómeno turbulento juega un rol preponderante en la transferencia de la energía térmica total. Se pudo observar que a mayor generación de este fenómeno, mayor paso de energía térmica se presenta en los evaporadores.

Se estudiaron tres alternativas distintas de geometría de ducto con el fin de encontrar cuál de ellas ofrece mejores resultados con respecto a la transmisión de energía hacia los evaporadores. De los estudios se puede concluir:

- La configuración número uno, aunque es un arreglo bastante sencillo, no proporciona mayor impacto el intercambio de energía térmica entre los humos y las pailas. Este establece una distribución de número de Nusselt baja, pero más uniforme en los primeros dos evaporadores.
- La configuración número dos, proporciona cambios evidentes y favorables en el proceso (aparte de ser una propuesta económica). Se encontró que con esta, se obtienen mejores resultados en el proceso de transferencia de calor para los dos últimos evaporadores. Su único contratiempo es el posible estancamiento de ceniza en los paneles. El Nusselt en el evaporador 1 podría mejorarse si se adiciona un panel inmediatamente después de la entrada.
- La configuración número tres es una propuesta bastante aceptable en caso tal que la opción dos no se pueda realizar. Como se observó en la figura 72, los valores de energía son más altos si se compara con la opción 1 y la hornilla base (excepto en el evaporador 1).

Numéricamente hablando, se evidencia que los modelos de turbulencia, ya sean High Reynolds o Low Reynolds, presentan resultados bastante acordes a los datos experimentales. El modelo $k - \omega$ aunque no fue diseñado para ser integrado hasta la pared, proporciona soluciones bastante aceptables con o sin funciones de pared. Cuando se hizo la comparación del modelo $k - \omega$ y el $k - \omega$ SST, se observó que su comportamiento con respecto a los experimentos es casi el mismo, pero con una diferencia en tiempo de computo de aproximadamente 10%. El modelo $k - \epsilon$ implementado en OpenFOAM es bastante sensible, cuando se empleó en el caso BFS, no se lograron resultados aceptables en el estudio de independencia de la malla, los cambios de una malla a la otra fueron bastante amplios.

Aunque algunos investigadores aluden que el efecto de radiación es muy importante cuando se trata de este tipo de hornos, se debe tener en cuenta que, cuando se desea evaluar numéricamente estos sistemas, un parámetro importante es el espesor óptico. En la literatura se establece que el modelo $P-1$ no puede ser usado

si existe un valor de espesor menor a 1. Se constató que el modelo $P - 1$ ofrece resultados muy semejantes a los del modelo DOM (para los casos benchmark). La diferencia en tiempo de computo es alrededor de un 70%, algo muy buscado, sobretodo para simulaciones de este tipo y en tres dimensiones.

Del estudio realizado con el dominio simplificado se pueden resaltar dos aspectos importantes:

- La comparación realizada de los modelos de radiación, sólo es útil en el análisis de su efecto como tal (estudio de emisividades en las paredes, espesor óptico, coeficiente de dispersión, etc.). De éste, no se puede deducir si se debe incluir o no en un estudio con las características térmicas del proyecto.
- Cuando se tiene en cuenta el fenómeno de radiación y el medio es participante, la temperatura de los gases disminuye. Esto se debe principalmente al término de emisión de la ecuación 41. Éste, favorece la ganancia de energía del rayo incidente T^4 veces más que los demás términos. Esta energía ganada por la radiación incidente es perdida por el medio.

8. OBSERVACIONES Y RECOMENDACIONES.

Este proyecto promueve el uso de herramientas computacionales libres y disponibles de forma gratuita en la web (OpenFOAM, ParaView, Salome, QtiPlot y G3Data Graph Analyzer). Parte de su impacto se ve reflejado en la capacidad de resolución a problemas industriales utilizando este tipo de herramientas.

La base de este trabajo reposa fundamentalmente en el área de las ciencias térmicas, campo donde es vital poseer un claro conocimiento de como se desarrolla el proceso de transferencia de calor. Por lo tanto, y teniendo en cuenta los fenómenos físicos abordados en esta investigación, se puede destacar que los métodos, modelos y procedimientos aplicados para el desarrollo de este estudio no están restringidos sólo a este tipo de hornillas. Existen sistemas donde es imperativo identificar factores como: gradientes locales de temperatura, uniformidad en la cocción de materiales, minimización en el uso de energía y maximización en capacidad de producción. Estos aspectos son trascendentales en sistemas usados para la cocción de ladrillos y tejas (hornos colmena) o lingotes de metales industriales, por ejemplo.

Se recomienda firmemente la realización de una simulación utilizando el modelo DOM. Bastaría con tomar la hornilla simplificada y ajustar el archivo `radiationProperties` en la carpeta `constant`. Se requiere de un excelente equipo de computo (cluster) con buena capacidad de almacenamiento.

Por último, se espera que esta tesis sea una guía para realizar futuras investigaciones utilizando OpenFOAM. Como el lector pudo notar, no sólo se especifican detalles del fenómeno físico, también se puntualizan conceptos de malla y uso del código.

BIBLIOGRAFÍA

- [1] a.B. Ansari and Nassab, S. G. (2013). Combined gas radiation and laminar forced convection flow adjacent to a forward facing step in a duct. *International Journal of Numerical Methods for Heat & Fluid Flow*, 23(2):320–335.
- [2] Agalave, G. B. (2015). Performance improvement of a single pan traditional Jaggery making furnace by using fins and baffle. *International Journal of Advance Research In Science And Engineering*, 8354(4):85–89.
- [3] Anwar, S. I. (2010). Fuel and energy saving in open pan furnace used in jaggery making through modified juice boiling/concentrating pans. *Energy Conversion and Management*, 51(2):360–364.
- [4] Arya, P., Jaiswal, U., and Kumar, S. (2013). “Design based improvement in a three pan Jaggery making plant for rural India”. *International Journal of Engineering Research*, Vol. No.2(Issue No.3):pp:264–268.
- [5] Asghari, A., Abdolreza, S., and Nassab, G. (2013). Turbulent Forced Convection of Radiative Gas Flow in a Duct with Separation. 2013(September):94–100.
- [6] Çengel, Y. (2007). *Heat and mass transfer: a practical approach*. McGraw-Hill series in mechanical and aerospace engineering. McGraw-Hill.
- [7] Cortés, J. (2016). *Estudio computacional de la transferencia de calor por convección en hornillas con pailas aleteadas de la industria panelera*. PhD thesis, Universidad de los Andes.
- [8] Dafa’alla, A. A. and Betts, P. L. (1996). Experimental study of turbulent natural convection in a tall air cavity. pages 165–194.
- [9] Fluent, A. (2009). 12.0 user’s guide, ansys. *Inc., Northbrook, IL*.
- [10] García, H., Toscana, A., Santana, N., and Insuasty, O. (2007). *Guía tecnológica para el manejo integral del sistema productivo de caña panelera*. Ministerio de Agricultura y Desarrollo Rural; Corpoica, Bogotá, Colombia.
- [11] González, K. (2010). *Determinación de pérdidas energéticas y sus puntos críticos, en hornillas paneleras Ward-Cimpa en la hoya del río Suárez*. PhD thesis, UNIVERSIDAD INDUSTRIAL DE SANTANDER.
- [12] Gordillo, G. and García, H. (1992). *Manual para el diseño y operación de hornillas paneleras. Convenio de investigación y divulgación para el mejoramiento de la industria panelera*. Barbosa.
- [13] Gordillo, G. and Jaramillo, R. (2000). Simulación del movimiento del jugo en un intercambiador Piro-tubular para la industria panelera. *Revista de Ingeniería #12*, pages 36–42.
- [14] Hachem, E., Jannoun, G., Veysset, J., Henri, M., Pierrot, R., Poitraul, I., Massoni, E., and Coupez, T. (2013). Modeling of heat transfer and turbulent flows inside industrial furnaces. *Simulation Modelling Practice and Theory*, 30:35–53.
- [15] Heyerichs, K. and Pollard, A. (1996). Heat transfer in separated and impinging turbulent flows. *International Journal of Heat and Mass Transfer*, 39(12):2385–2400.

- [16] Ingegneria, F., Sergio, E., Di, D., In, R., and Tecnologie, E. E. (2008). Development and Validation of an Object Oriented CFD Solver for Heat Transfer and Combustion Modeling in Turbomachinery Applications. *Thesis*, Doctor of:261.
- [17] Issa, R. (1986). Solution of the implicitly discretised fluid flow equations by operator-splitting. *Journal of Computational Physics*, 62(1):40–65.
- [18] Jakkamputi, L. P. and Mandapati, M. J. K. (2016). Improving the performance of jaggery making unit using solar energy. *Perspectives in Science*.
- [19] Kennedy, K. R., Howle, V. E., Juan, L., and Casadonte, D. J. (2012). Implementing Conjugate Gradients with Incomplete Cholesky Preconditioning in Playa Dean of the Graduate School.
- [20] La Madrid, R., Marcelo, D., Orbegoso, E. M., and Saavedra, R. (2016). Heat transfer study on open heat exchangers used in jaggery production modules – Computational Fluid Dynamics simulation and field data assessment. *Energy Conversion and Management*, 125:107–120.
- [21] Madan, H., Jaiswal, U. K., Kumar, J. S., and Khanna, S. K. (2004). Improvement in gur (jaggery) making plant for rural areas. *Journal of Rural Technology*, 4:194–196.
- [22] Medina, R. (2016). *Estudio computacional de la transferencia de calor en una paila panelera tipo semi-esférica*. PhD thesis, Universidad de los andes.
- [23] Mendieta, O. (2012). Desarrollo de un modelo experimental para el coeficiente de transferencia de calor en el proceso de evaporación del jugo de caña de azúcar en un arreglo de película delgada. Technical report, Universidad Industrial de Santander.
- [24] Modest, M. F. (2013a). *Radiative Heat Transfer*. Elsevier.
- [25] Modest, M. F. (2013b). *Radiative Heat Transfer*. Academic Press.
- [26] Moraes, A. d. O. S., Lage, P. L. d. C., Cunha, G. C., and da Silva, L. R. (2013). Analysis of the Non-Orthogonality Correction of Finite Volume Discretization on Unstructured Meshes. *22nd International Congress of Mechanical Engineering*, DI(Cobem):3519–3530.
- [27] Nieves, J. and Valero, E. (2011). Determinación De Geometría Y Longitud De Evaporadores Para Concentración De Jugos De Caña De Azúcar. *Universidad Industrial de Santander*, page 60.
- [28] Oro, J. M. F. (2012). *Técnicas numéricas en ingeniería de fluidos: Introducción a la dinámica de fluidos computacional (CFD) por el método de volúmenes finitos*. Editorial Reverté, S.A.
- [29] Osorio, J., Ciro, H., and Espinosa, A. (2010). Evaluación Térmica y Validación de un Modelo por Métodos Computacionales para la Hornilla Panelera GP150. *Dyna*, 77:237–247.
- [30] Rao, K. S. S., Sampathrajan, A., and Ramjani, S. A. (2003). Efficiency of traditional jaggery making furnace. *Madras Agric.*, J. 90 (1-3:184–185).
- [31] Sardeshpande, V. R., Shendage, D. J., and Pillai, I. R. (2010). Thermal performance evaluation of a four pan jaggery processing furnace for improvement in energy utilization. *Energy*, 35(12):4740–4747.

- [32] Shiralkar, K. Y., Kancharla, S. K., Shah, N. G., and Mahajani, S. M. (2014). Energy improvements in jaggery making process. *Energy for Sustainable Development*, 18(1):36–48.
- [33] Singh, R. D., Baboo, B., and Singh, a. K. (2008). Performance Evaluation of Two Pan Furnace with Forced Draft Combustion for Jaggery Making. *Journal of the Institution of Engineers (India): Agricultural Engineering Division*, 90(JUNE):27–30.
- [34] Singh, R. D., Baboo, B., Singh, a. K., and Anwar, S. I. (2009). Performance Evaluation of Two Pan Furnace with Forced Draft Combustion for Jaggery Making. *Journal of the Institution of Engineers (India): Agricultural Engineering Division*, 90(JUNE):27–30.
- [35] Smith, R. and Hutton, A. (1982). the Numerical Treatment of Advection : a Performance Comparison of Current Methods. *Numerical Heat Transfer*, 5(4):439–461.
- [36] User manual Fluent (2005). Fluent user’s guide. *Fluent Inc, Lebanon*.
- [37] Velásquez, H., Chejne, F., and Agudelo, A. (2004). Diagn{ó}stico energ{é}tico de los procesos productivos de la panela en Colombia. page 14.
- [38] Villamizar., J. P. S. and Gómez, F. H. (2004). Determinación De Los Parámetros De Diseño Y Operación De Cámaras De Combustión Tipo Ward-Cimpa Y Plana-Cimpa En Hornillas Ward-Cimpa Y Plana-Cimpa En Hornillas. *Universidad Industrial de Santander*, pages 1–183.
- [39] Vogel, J. C. and Eaton, J. K. (1985). Combined Heat Transfer and Fluid Dynamic Measurements Downstream of a Backward-Facing Step. 107(November 1985).
- [40] Wilcox, D. (1998). *Turbulence modeling for CFD*. DCW Industries, Inc., La Cañada, California.

ANEXOS

ALGORITMO PISO.

El acrónimo PISO responde a *Pressure Implicit with Splitting of Operators* introducido por Issa [17] en 1986. Este algoritmo es un procedimiento para el cálculo de los campos de presión y velocidad que comprende un paso predictivo y dos pasos correctores, por lo que resulta ser una extensión mejorada del algoritmo SIMPLE con un paso corrector adicional [28].

1. Paso predictivo.

La ecuación de momento discretizada según 88 y 89 se resuelve para un campo tentativo p^* , obteniéndose así unos campos de velocidad aproximados u^* y v^* . Este primer paso es el mismo que se emplea en el algoritmo SIMPLE.

$$a_P u_P^* = \sum_{c.v.} a_{c.v.} u_{c.v.}^* + (p_w^* - p_e^*) \Delta y + b \quad (88)$$

$$a_P v_P^* = \sum_{c.v.} a_{c.v.} v_{c.v.}^* + (p_s^* - p_n^*) \Delta x + b \quad (89)$$

2. Paso Corrector 1.

Como ya es sabido, los campos u^* y v^* no satisfacen la continuidad si la suposición inicial para la presión p^* no es correcta. Como solución a este problema, se resuelve una ecuación para la corrección de la presión que, una vez obtenida, proporciona el campo de velocidades corregidas 90 y 91.

$$u_e = u_e^* + d_e (p'_P - p'_E) \Delta y \quad (90)$$

$$v_e = v_e^* + d_n (p'_P - p'_N) \Delta x \quad (91)$$

En este caso se denotan como u^{**} y v^{**} las velocidades corregidas ya que más adelante se aplica un nuevo paso corrector. Nótese que hasta este punto se está reproduciendo exactamente la misma secuencia que en el SIMPLE. Así, se llega a:

$$u_e^{**} = u_e^* + d_e (p'_P - p'_E) \Delta y \quad (92)$$

$$v_n^{**} = v_n^* + d_n (p'_P - p'_N) \Delta x \quad (93)$$

La corrección de la presión también se debe realizar como en el SIMPLE, de acuerdo con la ecuación 94, si bien con la nueva notación (doble estrella) $p^{**} = p^* + p'$.

$$p = p^* + p' \quad u = u^* + u' \quad v = v^* + v' \quad (94)$$

3. Paso corrector 2.

El aporte clave del algoritmo PISO es la inclusión de un nuevo paso corrector. Así, para obtener una nueva ecuación de corrección para la presión, se plantea la resolución del campo de velocidad u^{**} y v^{**} con la ecuación de momento y se le resta un tercer campo de velocidad (doblemente corregido) denotando como u^{***} y v^{***} , resultando:

$$u_e^{***} = u_e^{**} + \frac{\sum_{c.v.} a_{c.v.} (u_{c.v.}^{***} - u_{c.v.}^*)}{a_e} + d_e (p_P'' - p_E'') \quad (95)$$

$$v_e^{***} = v_e^{**} + \frac{\sum_{c.v.} a_{c.v.} (v_{c.v.}^{***} - v_{c.v.}^*)}{a_n} + d_e (p_P'' - p_N'') \quad (96)$$

Donde p'' es la segunda corrección de la presión, de forma que se cumple $p^{***} = p^{**} + p''$.

La sustitución de u^{***} y v^{***} en la ecuación de continuidad proporciona la segunda ecuación algebraica para la corrección de la presión:

$$a_P p_P'' = \sum_{c.v.} a_{c.v.} p_{c.v.}'' + b \quad (97)$$

Siendo $a_E = \rho_e d_e \Delta y$, $a_W = \rho_w d_w \Delta y$, $a_N = \rho_n d_n \Delta x$, $a_S = \rho_s d_s \Delta x$ y donde el término no fuente comprende los flujos máscicos de la diferencia entre los campos de velocidad corregidos en el primer paso y los campos iniciales sin corregir:

$$b = \frac{\rho \Delta y}{a_P} \sum_{c.v.} a_{c.v.} (u_e^{**} - u_e^*) - \frac{\rho \Delta y}{a_P} \sum_{c.v.} a_{c.v.} (u_w^{**} - u_w^*) + \frac{\rho \Delta x}{a_P} \sum_{c.v.} a_{c.v.} (v_n^{**} - v_n^*) - \frac{\rho \Delta x}{a_P} \sum_{c.v.} a_{c.v.} (v_s^{**} - v_s^*)$$

En definitiva, el algoritmo PISO se compone de los siguientes pasos (ver figura 73):

- Estimar un campo tentativo para la presión, p^* .
- Resolver la ecuación de momento 98 y 99 con p^* , obteniendo así los campos de velocidad aproximados u^* y v^* . En este caso $u_P = u^*$, $v_P = v^*$. $v_P^{(n-1)}$ y $u_P^{(n-1)}$ representan los valores de la iteración anterior. Los valores α_u y α_v hacen referencia a los valores de relajación.

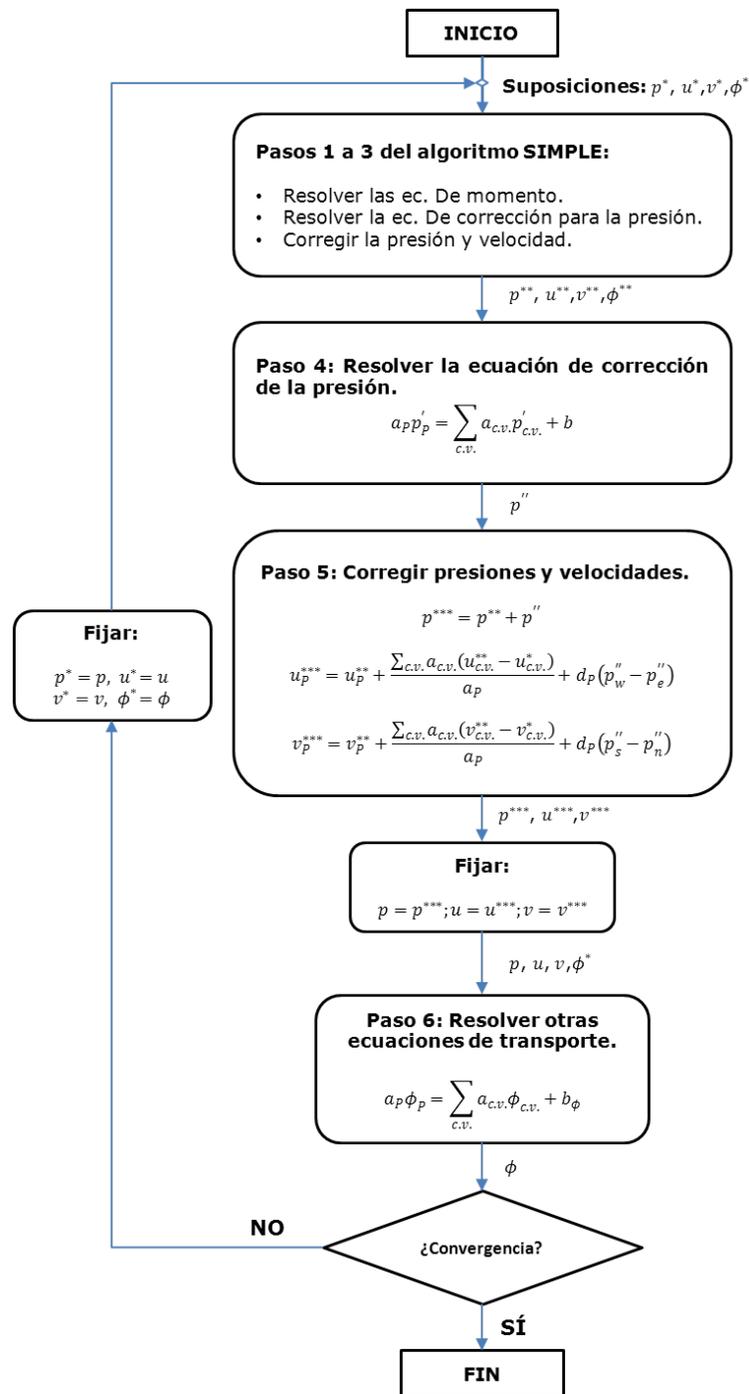
$$\frac{a_P}{\alpha_u} u_P = \sum_{c.v.} a_{c.v.} u_{c.v.} + (p_w - p_e) \Delta y + b + \frac{(1 - \alpha_u) a_P}{\alpha_u} u_P^{(n-1)} \quad (98)$$

$$\frac{a_P}{\alpha_v} v_P = \sum_{c.v.} a_{c.v.} v_{c.v.} + (p_s - p_n) \Delta x + b + \frac{(1 - \alpha_v) a_P}{\alpha_v} v_P^{(n-1)} \quad (99)$$

- Calcular los flujos máscicos F^* y resolver la ecuación 100 para obtener la corrección p' .

$$a_P p_P' = \sum_{c.v.} a_{c.v.} p_{c.v.}' + b \quad (100)$$

Figura 73: Algoritmo PISO (Adaptado de Fernández [28]).



d) Calcular la corrección para la velocidad u' y v' mediante 101 y 102 y obtener los campos de velocidad corregidos u^{**} y v^{**} (que satisfacen la continuidad) mediante 94.

$$a_P u'_P \approx (p'_w - p'_e) \Delta y \quad (101)$$

$$a_P v'_P \approx (p'_s - p'_n) \Delta x \quad (102)$$

- e) Calcular el término fuente de la segunda ecuación para la corrección de la presión a partir de u^{**} , v^{**} y u^* , v^* y resolver dicha ecuación 97 para obtener la ecuación p' .
- f) Corregir las presiones y las velocidades. Para la presión se utiliza la suma de todas las correcciones, de forma $p^{***} = p^* + p' + p''$. Para las velocidades se utilizan las ecuaciones 95 y 96.
- g) Resolver el resto de las ecuaciones (turbulencia, transporte escalares, etc.) usando los campos de velocidad ya corregidos en el punto f .
- h) Si la solución no ha convergido, volver al punto b con la presión corregida de la iteración previa. Si ha convergido, detener el proceso.

Nótese que, al emplear una doble corrección para la presión, este método requiere de almacenamiento adicional para retener los campos de velocidad, corregidos y sin corregir, que se utilizan en el término fuente de la ecuación 97. Además, es necesario introducir subrelajación para estabilizar el procedimiento iterativo (ver ecuaciones 98 y 99).