

**EXPLORACIÓN TOPOGRÁFICA DEL ROSTRO HUMANO A MÚLTIPLES
CAMPOS CON REGISTRO UNIFICADO TRIDIMENSIONAL**

LEIDY JOHANA ROJAS BOHÓRQUEZ

**UNIVERSIDAD INDUSTRIAL DE SANTANDER
FACULTAD DE CIENCIAS
ESCUELA DE FÍSICA
BUCARAMANGA
2012**

**EXPLORACIÓN TOPOGRÁFICA DEL ROSTRO HUMANO A MÚLTIPLES CAMPOS
CON REGISTRO UNIFICADO TRIDIMENSIONAL**

LEIDY JOHANA ROJAS BOHÓRQUEZ

**Trabajo de grado para optar al título de
Física**

Director

Ph.D JAIME ENRIQUE MENESES FONSECA

**UNIVERSIDAD INDUSTRIAL DE SANTANDER
FACULTAD DE CIENCIAS
ESCUELA DE FÍSICA
BUCARAMANGA
2012**

AGRADECIMIENTOS

A mis padres, por su amor incondicional, su ejemplo de laboriosidad, su constante apoyo y plena fé en mi trabajo.

A mis hermanas, por sus valiosos consejos que siempre han estado presentes en todas las facetas de mi vida.

Al Doctor Jaime Meneses, por su gran apoyo, paciencia y optimismo desde el primer día de iniciado este trabajo hasta su exitosa culminación.

A Laura y Fernando, por todo el cariño, paciencia y enseñanzas que me han brindado.

A mis amigos Diego Acevedo, Alfredo Blanco, Carlos Nieto, Oscar Pimentel, John Sandoval, Erika Sanchez y Mauricio Suárez, quienes han sido fieles compañeros desde el principio de mi carrera y siempre me alentaron a seguir adelante pese a las dificultades.

A todos los profesores y compañeros del Grupo de Óptica y Tratamiento de Señales.

A las personas que de alguna u otra forma han hecho muy grato mi paso por esta Universidad.

A todos muchas gracias.

CONTENIDO

INTRODUCCIÓN	11
1. RECONSTRUCCIÓN TRIDIMENSIONAL	14
1.1. RECONSTRUCCIÓN TRIDIMENSIONAL POR PROYECCIÓN DE FRANJAS	17
1.1.1. OBTENCIÓN DE LA FASE DE UN SISTEMA DE FRANJAS	20
1.1.2. ALGORITMOS DE CORRECCIÓN DE FASE	22
1.1.2.1. ALGORITMO CLÁSICO	22
1.1.2.2. ALGORITMO DE LA PRIMERA DERIVADA	23
2. PROCEDIMIENTO EXPERIMENTAL PARA LA OBTENCIÓN DE NUBES DE PUNTOS	25
2.1. CALIBRACIÓN	26
2.1.1. FASE ABSOLUTA	28
2.2. PROCEDIMIENTO DE RECONSTRUCCIÓN 3D	30
3. REGISTRO DE DATOS	37
3.1. MÉTODOS DE REGISTRO DE INFORMACIÓN	37
3.2. MÉTODOS DE CÓMPUTO DE PUNTOS CERCANOS	42
3.3. TRANSFORMACIÓN ENTRE NUBES DE DATOS	47
3.4. ITERATIVE CLOSESTS POINTS	49
3.4.1. DECLARACIÓN DEL ALGORITMO ICP	50
3.4.2. TEOREMA DE CONVERGENCIA	52
3.4.3. VARIANTES DEL ICP	53
3.5. ICP APLICADO AL REGISTRO DE DATOS DEL ROSTRO HUMANO	55
3.5.1. ACERCAMIENTO INICIAL CON SELECCIÓN MANUAL DE PUNTOS	55
CONCLUSIONES	65
PERSPECTIVAS	67
REFERENCIAS	68

LISTA DE FIGURAS

Figura 1.	Proceso de Reconstrucción 3D.	14
Figura 2.	Clasificación de los métodos de reconstrucción 3D.	15
Figura 3.	Rango de precisión según el tamaño del objeto para métodos de reconstrucción 3D de no contacto.	16
Figura 4.	Resolución mínima para métodos de reconstrucción 3D de no contacto.	16
Figura 5.	Montaje del método de reconstrucción 3D por proyección de franjas.	17
Figura 6.	Proyección de Franjas.	18
Figura 7.	Ejes coordenados para un sistema de Proyección de Franjas.	18
Figura 8.	Codificación de la altura en fase en un sistema de proyección de franjas telecéntrico.	20
Figura 9.	Esquema del Sistema de Reconstrucción 3D utilizado.	25
Figura 10.	Coeficientes de calibración del dispositivo de medida 3D implementado correspondientes a los coeficientes de la ecuación 16.	27
Figura 11.	Línea proyectada sobre el plano de referencia para $Z = -6\text{cm}$, para $Z = 0\text{cm}$ y para $Z = 6\text{cm}$.	28
Figura 12.	Extracción del centro geométrico de la línea proyectada.	29
Figura 13.	Interpolación de los parámetros de calibración obtenidos por medio de la triangulación lineal.	29
Figura 14.	Objeto a reconstruir.	30
Figura 15.	Proyección de franjas sobre el objeto y corrimiento de fase.	30
Figura 16.	Proyección de la franja central.	31
Figura 17.	Extracción del centro geométrico de la línea central.	31
Figura 18.	Extracción de la fase.	32
Figura 19.	Reconstrucción Tridimensional del objeto.	33
Figura 20.	Reconstrucción Tridimensional de diferentes vistas del objeto.	33
Figura 21.	Rostro humano a reconstruir.	34
Figura 22.	Fase continua con zonas conflictivas.	34
Figura 23.	Reconstrucción Tridimensional de una vista del rostro.	35

Figura 24.	Reconstrucción Tridimensional de diferentes vistas de un rostro humano.	36
Figura 25.	Algoritmo ICP.	38
Figura 26.	Método de Chen y Medioni.	38
Figura 27.	Registro de dos nubes de puntos por el método de Chen- Medioni.	39
Figura 28.	Estrategia de optimización global utilizada en el método de campos Gaussianos.	40
Figura 29.	Registro de dos nubes de puntos por el método de campos Gaussianos.	40
Figura 30.	Registro de tres nubes de puntos por el método de mínimos cuadrados.	41
Figura 31.	Dos nubes de puntos de forma y tamaño conocidos para iniciar su acercamiento.	50
Figura 32.	Resultado luego de aplicar el algoritmo ICP.	51
Figura 33.	Seguimiento de la función de error.	52
Figura 34.	Reconstrucciones 3D de diferentes vistas de un maniquí.	56
Figura 35.	Nube de puntos “modelo”.	56
Figura 36.	Nube de puntos “datos”.	57
Figura 37.	Nube de puntos “modelo” recortada.	57
Figura 38.	Nube de puntos “datos” recortada.	58
Figura 39.	Nube de puntos en un sistema coordenado único.	59
Figura 40.	Rotación de la nube de puntos “datos”.	59
Figura 41.	Nubes de puntos reducidas.	60
Figura 42.	Resultado del algoritmo ICP.	61
Figura 43.	Convergencia de la función de error.	62
Figura 44.	Registro completo de las nubes de puntos.	62
Figura 45.	Registro completo de las nubes de datos con reducción de puntos.	63
Figura 46.	Registro completo de las 4 nubes de datos del objeto reconstruido.	64

RESUMEN

TÍTULO: EXPLORACIÓN TOPOGRÁFICA DEL ROSTRO HUMANO A MÚLTIPLES CAMPOS CON REGISTRO UNIFICADO TRIDIMENSIONAL*

AUTOR: LEIDY JOHANA ROJAS BOHÓRQUEZ**

PALABRAS CLAVE: Reconstrucción tridimensional (3D), proyección de franjas, registro de información.

DESCRIPCIÓN:

En el presente trabajo se implementan y utilizan algoritmos de registro de datos tridimensionales del rostro humano para obtener información agrupada en un sistema coordenado único. Inicialmente es importante extraer información tridimensional (3D) a diferentes ángulos de observación, implementando un dispositivo de reconstrucción 3D por Proyección de Franjas a corrimiento de fase. Este dispositivo recuperará información 3D del objeto de estudio con respecto a un sistema coordenado fijo, unido al dispositivo de medida. Cualquier traslación del dispositivo no es medida por éste obteniéndose información 3D independiente por cada vista de observación. Es necesario hacer un proceso de registro para agrupar la información 3D en un sistema coordenado único.

La revisión bibliográfica nos indica que existen dos estrategias para registrar la información 3D del objeto a diferentes ángulos de observación: 1) Calculando con precisión la traslación y la rotación 3D introducidas al dispositivo; 2) Empleando algoritmos de registro de información 3D. En la primera opción se deben medir con precisión el desplazamiento y rotación del dispositivo para obtener las matrices de rotación y los vectores de traslación que permiten realizar la conversión a un sistema coordenado único. En la segunda opción se debe conocer de manera no muy exacta la traslación y la rotación del dispositivo, ésta información es utilizada por un algoritmo de optimización que minimiza una función de error para unificar las diferentes nubes de datos 3D a un sistema coordenado único. El presente trabajo de investigación se centra en la segunda opción, es decir en el desarrollo de estrategias de registro de información 3D de diversos objetos, pero con mayor detalle en el rostro humano.

*Proyecto de Grado.

**Facultad de Ciencias. Escuela de Física. Director: Ph.D Jaime Enrique Meneses Fonseca.

ABSTRACT

TITLE: TOPOGRAPHY SCANNING OF THE HUMAN FACE AT MULTIPLE FIELDS WITH A THREE-DIMENSIONAL UNIFIED REGISTRATION *

AUTHOR: LEIDY JOHANA ROJAS BOHÓRQUEZ.**

KEY WORDS: Three-dimensional reconstruction (3D), fringe projection, registration of information.

DESCRIPTION:

In this work, algorithms of three-dimensional data recording of the human face are implemented and used to obtain information grouped in a single coordinate system. Initially, it is important to extract the three-dimensional (3D) information at different angles of observation by implementing a 3D reconstruction device for fringe projection to phase shift. This device will recover information from the 3D object of study respect to a fixed coordinate system that is coupled to the measuring device. Any translation is not measured by this device, the information is obtained independently by each observation view. It is necessary to create a registration process for grouping 3D information in a single coordinate system.

The literature indicates that there are two strategies to record 3D information of the object at different angles of observation: 1) Calculating the exact 3D translation and rotation introduced to the device, 2) Using algorithms of 3D registration information. In the first option, it should accurately measure the displacement and rotation of the device in order to obtain the rotation matrices and translation vectors which allow the conversion to a single coordinate system. In the second option, it should be known so not very accurate translation and rotation of the device, this information is used by an optimization algorithm that minimizes an error function to unify the different clouds of 3D data to a single coordinate system. The present research focuses on the second option, by the development of strategies for register information from various 3D objects, but emphasizing in more detail in the human face.

*Degree Project

**Faculty of Sciences. School of Physics. Director: PhD. Jaime Enrique Meneses Fonseca.

INTRODUCCIÓN

La reconstrucción tridimensional (3D) se ha convertido en una herramienta útil para satisfacer la necesidad que surge en la industria y en la medicina de adquirir información topográfica o evaluar alteraciones en la forma de objetos. Desafortunadamente extraer información topográfica en ambientes industriales y/o médicos genera inconvenientes a las técnicas ópticas tradicionalmente empleadas en reconstrucción 3D. Básicamente las dificultades son generadas por superficies poco difusoras o altamente reflectoras, regiones ocultas a la observación o proyección y necesidad de extraer información de contornos completos del cuerpo. Incrementando la potencia luminosa se puede resolver el primer inconveniente. Para los otros casos se recurre a estrategias de desplazamientos relativos entre el dispositivo de medida 3D y el cuerpo, o de adquisición de información empleando múltiples dispositivos 3D. En cualquiera de los casos es necesario unificar la información 3D adquirida para cada posición de desplazamiento relativo o unificar la información 3D obtenida de cada dispositivo de medida 3D, empleándose en ambos casos información adicional tal como valores de desplazamiento introducidos o posiciones relativas entre los sistemas coordenados de cada dispositivo de medida 3D. En trabajos anteriores realizados al interior del Grupo de Óptica y Tratamiento de Señales (GOTS) se desarrollaron metodologías para unificar información 3D empleándose la primera estrategia: conocer con precisión y exactitud la traslación y la rotación entre diferentes ángulos de adquisición de información 3D. Adhiriendo patrones 2D codificados en intensidad al dispositivo de medida 3D, se puede extraer información de desplazamiento y rotación 3D introducido para capturar información topográfica del objeto a diferentes vistas de observación [8,10,11]. La información codificada en el patrón 2D es recuperada al realizarse un procesamiento digital de imágenes.

En este trabajo se emplea como estrategia de unificación el uso de algoritmos de registro de información 3D. El algoritmo Iterative Closest Points (ICP) es empleado como algoritmo de optimización que minimiza una función de error para llevar la información 3D de cada vista del objeto a un sistema coordenado único, utilizando información inicial de rotación y traslación del objeto o características invariantes de éste. La función de error se construye calculando la distancia entre puntos comunes a varias vistas. Con la necesidad de avanzar en el desarrollo de dos proyectos de investigación aprobados al interior del GOTS, se hace necesario desarrollar el presente trabajo de investigación. Por un lado la industria automotriz y las empresas aseguradoras se ven influenciadas por el robo de automotores, situación que fija un problema muy importante en el país. Trabajos de investigación anteriores han demostrado que la información 3D puede ser empleada para verificar alteraciones en el número de identificación vehicular, pudiéndose determinar si el automotor es robado o no [8,10,11]. Por otro lado, se deben desarrollar dispositivos de medida 3D que permitan evaluar de manera cuantitativa las alteraciones inducidas por procedimientos terapéuticos sobre el cuerpo humano, información necesaria para evaluar la efectividad de dichos procedimientos (Proyecto externo Colciencias 8186 Diseño y desarrollo de dispositivos de reconstrucción tridimensional aplicados a la exploración corporal 2011-2013). En ambas situaciones los objetos a explorar son extensos y poseen regiones de difícil acceso. Este trabajo plantea una estrategia para llevar nubes de datos obtenidos de diferentes vistas a un sistema coordenado único, procedimiento que en la literatura es llamado Registro de información 3D.

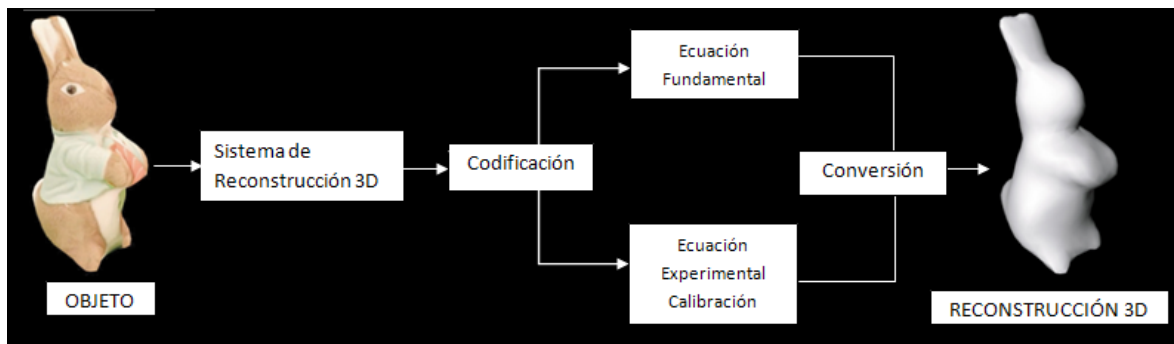
El documento se presenta de la siguiente manera: en cada capítulo se desarrolla la estructura teórica necesaria y su verificación experimental . Se presenta la teoría de la reconstrucción 3D y se realiza un montaje por proyección de franjas. Se describe la teoría de la recuperación de la fase y la calibración del sistema. Posteriormente se presenta la teoría del algoritmo de registro de información 3D implementado y su verificación experimental. El objetivo de este trabajo de grado

es implementar y validar una estrategia de unificación de información 3D en un sistema coordinado global. Aunque se realiza un sistema de reconstrucción 3D para extraer nubes de datos 3D, no se realiza el análisis de las características metrológicas del sistema: precisión, resolución, repetitividad, etc. El objetivo es desarrollar la estrategia de unificación que posteriormente servirá para realizar un dispositivo de reconstrucción 3D a manos libres para extraer información topográfica del rostro humano.

1. RECONSTRUCCIÓN TRIDIMENSIONAL

La reconstrucción tridimensional (3D) es el proceso de capturar la forma y apariencia de objetos reales, obteniendo sus coordenadas (X,Y,Z) de forma digital (Figura 1). Con esta información es posible obtener características del objeto útiles, por lo cual esta técnica se puede desarrollar en diversas aplicaciones.

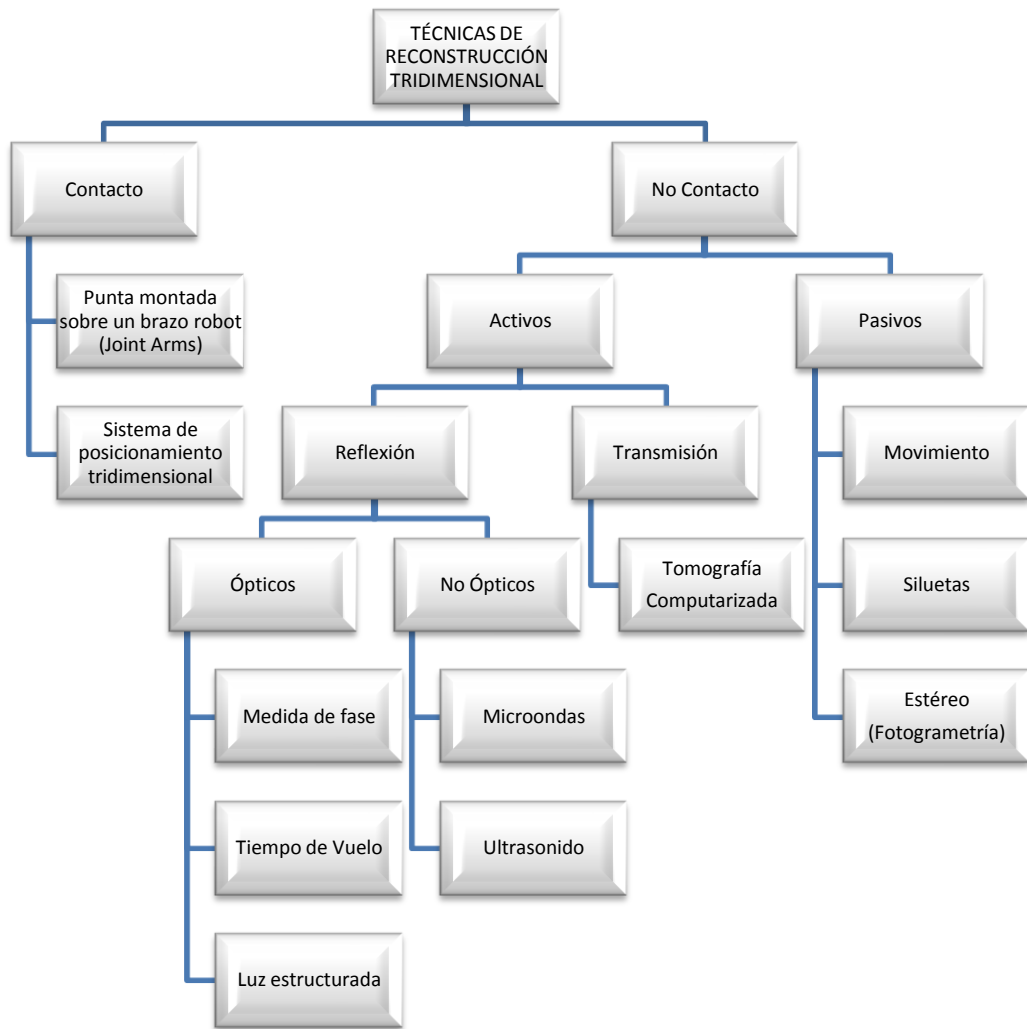
Figura 1. Proceso de Reconstrucción 3D



Fuente: Autor

Se pueden clasificar los métodos de reconstrucción 3D en métodos de contacto y de no contacto (Figura 2). Entre los métodos de no contacto existen dos formas para realizar la reconstrucción : métodos activos, los cuales funcionan bajo principios físicos definidos (tiempo de vuelo, triangulación, luz estructurada, interferometría) y métodos pasivos, en los cuales con una cámara CCD se observa el objeto bajo diferentes condiciones (movimiento y sombras)[17].

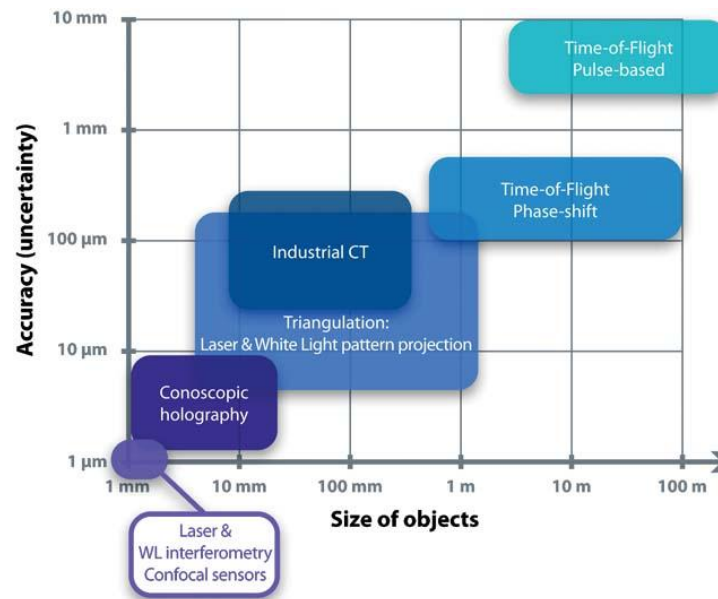
Figura 2. Clasificación de los métodos de reconstrucción 3D



Fuente: [17]

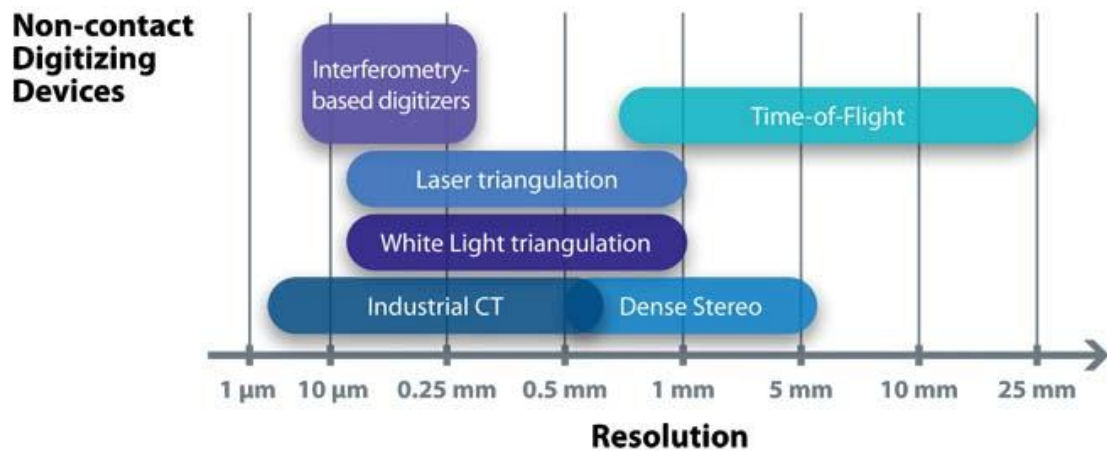
El método de reconstrucción apropiado para cada aplicación es definido por el tamaño del objeto a reconstruir, la resolución necesitada y por las condiciones en las cuales va a ser realizada la adquisición de datos. En la Figura 3 se observa el método de reconstrucción que puede ser utilizado dependiendo del tamaño del objeto, y la precisión de cada uno. En la Figura 4 se puede observar diferentes métodos de reconstrucción 3D y la resolución mínima con la cual es capaz cada método de reconstruir el objeto.

Figura 3. Rango de precisión según el tamaño del objeto para métodos de reconstrucción 3D de no contacto



Fuente: www.deskeng.com/articles/aaazje.htm

Figura 4. Resolución mínima para métodos de reconstrucción 3D de no contacto.



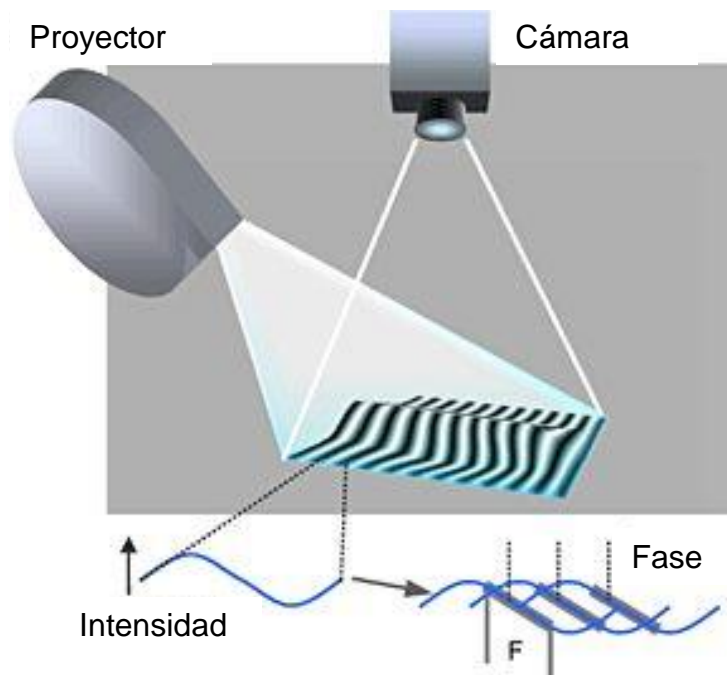
Fuente: www.deskeng.com/articles/aaazje.htm

1.1. RECONSTRUCCIÓN TRIDIMENSIONAL POR PROYECCIÓN DE FRANJAS

Con la técnica de proyección de franjas se proyectan dichas franjas con un paso definido sobre el objeto a reconstruir. Este método se basa en la deformación que sufren las franjas debido a la topografía del cuerpo .

En la Figura 5 se muestra un sistema óptico utilizado para realizar la reconstrucción por el método de proyección de franjas. Tradicionalmente se emplea un videoprojector para proyectar las franjas sobre la superficie del cuerpo y una cámara de adquisición de imágenes digitales CCD (por sus siglas en inglés Charge-Coupled Device). La intercepción del camino de proyección del proyector, el campo de observación de la cámara y las profundidades de campo definen el volumen de exploración 3D, donde se ubica el cuerpo.

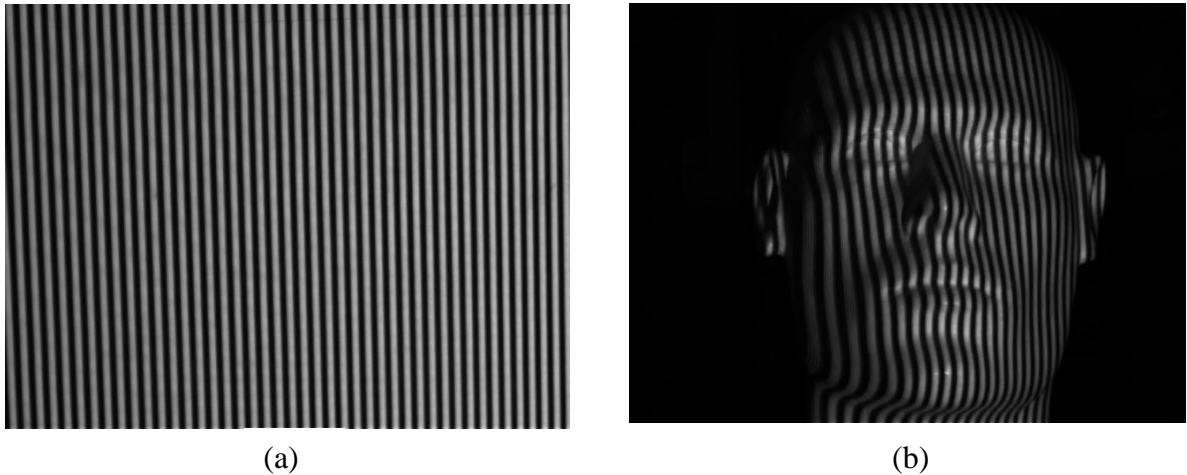
Figura 5. Montaje del método de reconstrucción 3D por proyección de franjas



Fuente: www.tec-search.net

Si la superficie del objeto es plana, las franjas no sufren deformación y su separación es constante (Figura 6a). Si el objeto no es plano, las franjas se deformarán de acuerdo a la topografía del objeto (Figura 6b).

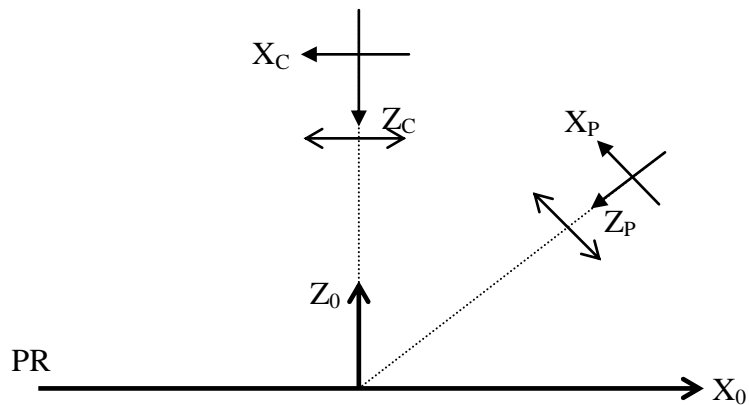
Figura 6. Proyección de Franjas (a) sobre una superficie plana, (b) sobre un objeto con topografía irregular.



Fuente: Autor

La Figura 7 muestra la disposición típica de los ejes coordenados para un sistema de proyección de franjas.

Figura 7. Ejes coordenados para un sistema de Proyección de Franjas



Fuente: [1]

(x_p, y_p, z_p) es el sistema coordenado del sistema de proyección. El origen se ubica en la pupila de salida del sistema óptico y el eje z_p es paralelo al eje óptico. Asumiendo que las franjas son sinusoidales y son proyectadas paralelas al eje y_p , la función de transmitancia de la matriz se puede especificar como:

$$T(x_p, y_p) = \frac{1}{2} \left(1 + \cos \left(\frac{2\pi x_p}{P} \right) \right), \quad (1)$$

donde P es el paso de la proyección. Sobre el plano de referencia o plano de proyección se define el sistema coordenado (x_o, y_o, z_o) . Debido a la no telecentricidad de los sistemas y el ángulo entre ejes de proyección y observación, la distribución de intensidad del sistema de franjas adquirido por la cámara CCD tiene la forma:

$$I(x_o, y_o) = I_0(x_o, y_o) + A(x_o, y_o) \cos(2\pi f_0 x_o + \varphi_0), \quad (2)$$

donde I_0 es la intensidad base, A es el contraste del patrón inicial de las franjas, f_0 es la frecuencia espacial media de las franjas y φ_0 es la fase inicial que define la deformación de las franjas causada por la no telecentricidad y aberración geométrica. Si se coloca un objeto en el plano de referencia, la ecuación (2) se altera según:

$$I(x_o, y_o) = I_0(x_o, y_o) + A(x_o, y_o) \cos(2\pi f_0 x_o + \varphi_0 + \Delta\varphi) \quad (3)$$

siendo $\Delta\varphi$ la fase introducida por la topografía del objeto que matemáticamente define las alteraciones locales del paso y orientación de las franjas. Definiendo $\varphi = 2\pi f_0 x_o + \varphi_0 + \Delta\varphi$ se tiene:

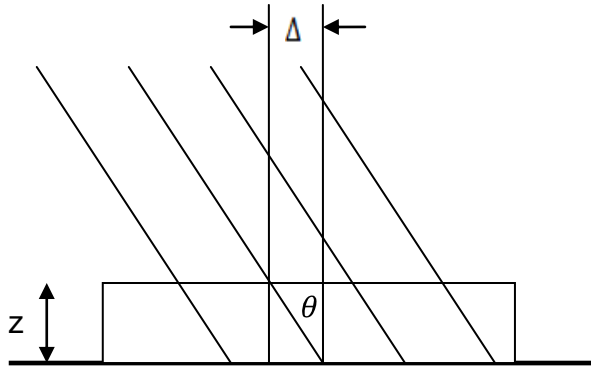
$$I(x_o, y_o) = I_0(x_o, y_o) + A(x_o, y_o) \cos\varphi, \quad (4)$$

donde φ es la fase del sistema de franjas, cualquier punto (x_o, y_o) ha sufrido un desplazamiento debido a la altura del cuerpo. Por esto, la información de la topografía del cuerpo está en función de φ , el objetivo del sistema de reconstrucción 3D es recuperar dicha función. La Figura 8 muestra como la altura es codificada en las variaciones de la fase para un sistema telecéntrico, debido a

la altura Z una franja se desplaza $\Delta = Z \tan \theta$ en el plano del sistema de observación. El valor de la fase se calcula de manera lineal, así:

$$\varphi = \frac{2\pi\Delta}{P_0} \text{ (rad)} \quad (5)$$

Figura 8. Codificación de la altura en fase en un sistema de proyección de franjas telecéntrico.



Fuente: [1]

1.1.1. Obtención de la fase de un sistema de franjas

En el sistema de reconstrucción tridimensional de proyección de franjas es necesario calcular la fase. Las técnicas más usadas son el método de transformada de Fourier y el de corrimiento de fase. Este último se basa en determinar la fase partiendo de N imágenes de franjas a las cuales se les ha introducido un corrimiento constante en un periodo de 2π .

De esta manera se tienen como incógnitas de (4): $I(x_0, y_0)$, $A(x_0, y_0)$ y $\varphi(x_0, y_0)$. Para calcular la fase $\varphi(x_0, y_0)$ en cada punto de la imagen se requieren por lo menos tres datos de intensidad linealmente independientes. Estos datos se obtienen experimentalmente desplazando las franjas con respecto al cuerpo en una fase adicional φ_i en un rango de 0 y 2π , definido por:

$$\varphi_i = \left(\frac{2\pi}{N}\right) (i - 1) \quad i = 1, 2, 3, \dots N. \quad (6)$$

Por tanto, la ecuación (4), puede ser escrita así:

$$I_i(x_0, y_0) = I_0(x_0, y_0) + A(x_0, y_0) \cos(\varphi - \varphi_i). \quad (7)$$

Utilizando las propiedades ortogonales de las funciones sinusoidales, se tiene:

$$\begin{aligned} \sum_{i=1}^N I_i \cos(\varphi_i) &= \frac{NA}{2} \cos \varphi, \\ \sum_{i=1}^N I_i \sin(\varphi_i) &= \frac{NA}{2} \sin \varphi, \\ \sum_{i=1}^N I_i &= NI_0, \end{aligned} \quad (8)$$

donde fácilmente se puede llegar a:

$$\tan \varphi = \frac{\sum_{i=1}^N I_i \sin(\varphi_i)}{\sum_{i=1}^N I_i \cos(\varphi_i)}, \quad (9)$$

$$\frac{NA}{2} = \sqrt{(\sum_{i=1}^N I_i \sin(\varphi_i))^2 + (\sum_{i=1}^N I_i \cos(\varphi_i))^2}.$$

De esta manera adquiriendo las N imágenes y usando las anteriores ecuaciones se calculan A y φ para cada punto (x_0, y_0) . El procedimiento más utilizado se realiza con 4 imágenes, lo cual implica un desplazamiento de franjas de $\pi/2$, equivalente a $1/4$ de la separación entre franjas, $P_0 = 1/f_0$.

De (9), se puede escribir:

$$\varphi = \tan^{-1} \frac{I_4 - I_2}{I_3 - I_1}. \quad (10)$$

Y el contraste de las franjas será:

$$2A(x, y) = \sqrt{(I_4 - I_2)^2 + (I_3 - I_1)^2}, \quad (11)$$

donde I_1 es la imagen correspondiente para un $\varphi_1 = 0$, I_2 a $\varphi_2 = \pi/2$, I_3 a $\varphi_3 = \pi$ e I_4 a $\varphi_4 = 3\pi/2$.

La técnica de corrimiento de fase posee una gran ventaja en comparación al método de Transformada de Fourier debido a su tratamiento independiente a la información de puntos vecinos.

Según la ecuación (10) la fase es hallada usando la función arcotangente, la cual es limitada en el rango de $-\pi$ a π . Esto impone la necesidad de realizar un procedimiento que elimine los puntos de discontinuidad, con el fin de obtener la fase $\varphi(x, y)$ continua. Como es claro, las discontinuidades de la fase dependen solamente de la función arcotangente y no de la forma del cuerpo (siempre y cuando este sea continuo y no presente zonas de ruido fuertes). Por tanto es necesario corregir estos saltos de $\pm 2\pi$ con un método de conversión a fase continua llamado *Unwrapping* [7]. Este método consiste en adicionar o restar valores apropiados de 2π necesarios para corregir la fase [7].

Logicamente para el proceso de corrección de fase es necesaria la comparación de vecinos para obtener la fase continua. En situaciones experimentales, la influencia de ruido, el bajo contraste y la presencia de discontinuidades en el objeto pueden generar alteraciones en la fase continua que afectarían la reconstrucción tridimensional. Los siguientes algoritmos enfrentan este tipo de problemas.

1.1.2. Algoritmos de corrección de fase

1.1.2.1. Algoritmo clásico

En este algoritmo los puntos de discontinuidad son identificados y corregidos a partir de valores de la fase discontinua φ_d de puntos vecinos. Así, para una imagen de $M \times N$ pixeles, se puede obtener la fase continua φ_c en dos etapas: una primera corrección en la dirección de las columnas:

$$si |\varphi_d(i, j + 1) - \varphi_d(i, j)| \geq 2\pi D \rightarrow \varphi_c(i, j + 1) = \varphi_d(i, j + 1) + 2\pi s, \quad (12)$$

donde D es definido experimentalmente y es usado como criterio para detectar saltos de fase originados por la función arcotangente y evitar saltos de fase causados por ruidos en la fase o discontinuidades del objeto. La variable s es una función entera que elimina la discontinuidad. El valor entero para una discontinuidad detectada se obtiene adicionando o restando 1 al valor entero encontrado en la discontinuidad anterior, dependiendo del sentido de la discontinuidad.

Posteriormente es necesario realizar una segunda corrección de filas:

$$si |\varphi_d(i + 1, j) - \varphi_d(i, j)| \geq 2\pi D \rightarrow \varphi_c(i + 1, j) = \varphi_d(i + 1, j) + 2\pi s. \quad (13)$$

Cuando el contraste A del sistema de franjas (ecuación 11) es bajo, es bastante probable que se presenten errores en la corrección de fase, por tanto es conveniente utilizarla como criterio de selección de áreas para realizar la corrección de la fase. Así, calculando el contraste de la fase $A(x_0, y_0)$ es posible obtener una máscara con valores binarios 1 ó 0 dependiendo del valor del contraste, comparado con un umbral, valores más bajos o iguales al umbral son considerados no válidos (valor igual a cero). De esta manera el procedimiento descrito en las ecuaciones 12 y 13 se realiza al interior de la máscara con pixeles válidos (valor igual a uno).

1.1.2.2. Algoritmo de la primera derivada

El algoritmo de la primera derivada corrige la fase discontinua de un sistema de franjas que presenta cierto nivel de ruido y un contraste bajo. Igualmente, una máscara de validación indica las regiones de interés. Como en la sección anterior, la fase es relativa a un punto dado. Así los puntos vecinos van a ser corregidos a partir de este y estos se convierten en puntos fuentes, es decir, si un punto p_1 es el punto fuente y el punto actual es p_2 al cual se le desea hallar la fase continua

$\varphi_c(p_2)$, esta dependerá del valor de la fase discontinua tanto en p_1 como en p_2 y de la fase continua en p_2 . Es decir:

$$\varphi_c(p_2) = \varphi_c(p_1) + G(p_2 - p_1), \quad (14)$$

$$G(p_2 - p_1) = W\{\varphi_d(p_2) - \varphi_d(p_1)\}, \quad (15)$$

donde $G(p_2 - p_1)$ es el gradiente local de módulo 2π y W es el operador de fase discontinua, tal que $W\{\varphi_c\} = \varphi_d$. Este procedimiento se aplica para cada punto de la región de interés. N representa el número de vecinos y M un valor entre 1 y N .

El algoritmo funciona de la siguiente forma:

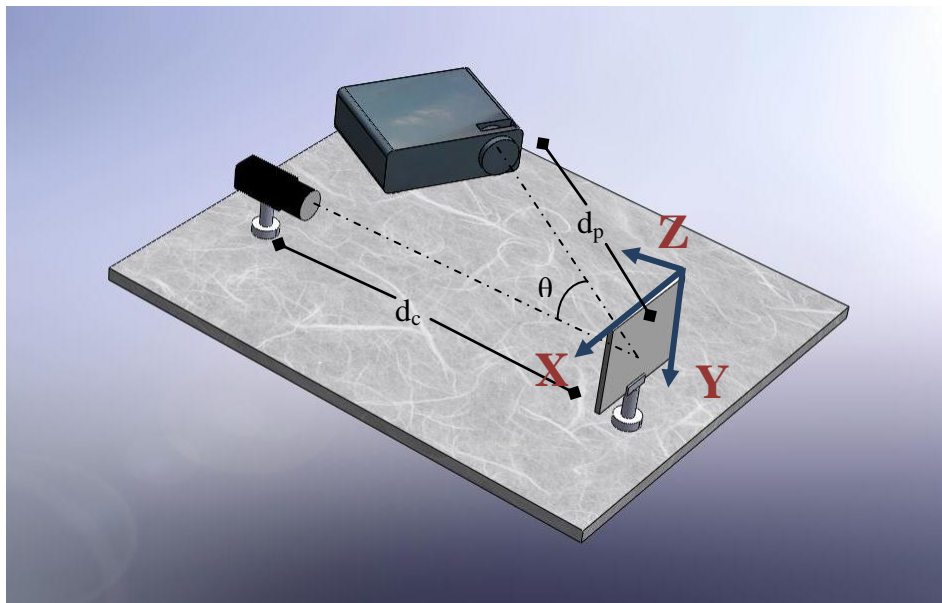
1. Selección de un punto inicial.
2. Los N puntos vecinos no corregidos de la región de interés son ordenados en función del gradiente local de módulo 2π . Los M primeros son corregidos y añadidos a una lista de control.
3. El primer punto de la lista de control se extrae. Si este es tratado, se convierte en un punto fuente, hasta que encuentre un punto no tratado, así intentando llegar al final de la lista. Al llegar al último elemento, se salta al ítem 5.
4. Volver al ítem 2.
5. Terminar.

El criterio para definir que algoritmo utilizar depende del tipo de objeto que se quiera reconstruir. Si es un cuerpo con topografía suave, es conveniente usar el algoritmo clásico debido a que su eficiencia de tiempo de procesamiento es superior; si el cuerpo posee posibles fuentes de error en el desdoblamiento, como es el caso de la piel, es conveniente utilizar el algoritmo basado en la primera derivada.

2. PROCEDIMIENTO EXPERIMENTAL PARA LA OBTENCIÓN DE NUBES DE PUNTOS

Una vez obtenida la fase continua es necesario convertirla en alturas del cuerpo. Esto se realiza empleando una ecuación de transformación que se obtiene de un proceso de calibración experimental. El montaje experimental utilizado es mostrado en la Figura 9. El sistema de observación es una cámara CCD con un número de pixeles efectivos de 640x480. El plano de focalización de la CCD es llamado plano de referencia. El sistema de proyección es un Videoprojector Mitsubishi SL4U con una pantalla de cristal líquido de 800x600 pixeles y un objetivo de proyección de focal $f= 23\text{-}27\text{mm}$. El ángulo entre los ejes ópticos es aproximadamente $\theta=30^\circ$.

Figura 9. Esquema del Sistema de Reconstrucción 3D utilizado.



Fuente: [1]

2.1. CALIBRACIÓN

Aunque en la mayoría de los sistemas de reconstrucción 3D se emplea la aproximación lineal expresada en la ecuación 5, los montajes reales tienen lentes no telecéntricos y sufren de aberraciones geométricas. De esta manera, con el fin de realizar la conversión de fase en altura para cada punto de la imagen, es necesario obtener una ecuación de conversión experimental, obtenida de un proceso de calibración del sistema de medida.

El proceso de calibración de la altura Z consiste en desplazar el plano de referencia a intervalos ΔZ conocidos, haciendo que cada punto del sistema de franjas se traslade de forma horizontal debido al movimiento del plano, es decir, al mover el plano de referencia en dirección al eje Z , las franjas en el plano imagen de la CCD se desplazan en dirección perpendicular a las franjas. Se calcula la fase del plano en cada posición para de esta forma relacionar las variaciones de fase con la altura introducida en términos de Z . Esta relación es llamada curva experimental de calibración.

Para la calibración se efectuaron desplazamientos controlados del plano de referencia a valores $\Delta Z=1\text{mm}$, haciendo un recorrido total desde -6cm hasta 6cm , tomando como $Z=0$ la posición de máximo enfoque de la cámara. Para cada posición en Z se proyectan y almacenan las cuatro imágenes de franjas sobre el plano, desfasadas un valor $\pi/2$. De esta manera, a cada posición Z se calcula la fase continua según la ecuación 10 y el algoritmo clásico de corrección de fase. Así, la calibración de la fase consiste en encontrar una relación entre la fase y Z para cada posición en el plano imagen de la cámara.

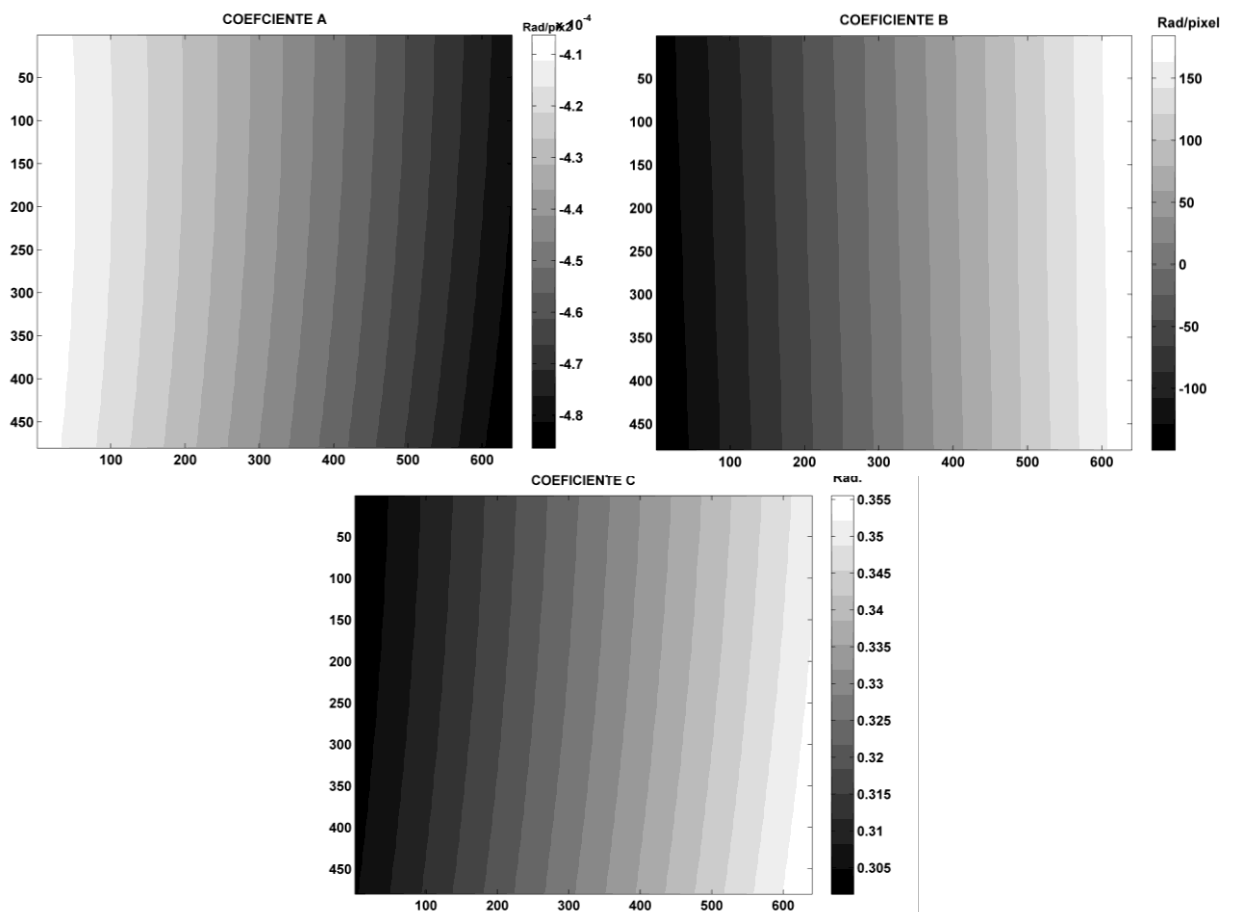
La fase es una variable relativa y para la calibración de esta se debe tener siempre en cuenta una fase de referencia, que en nuestro caso es la fase del sistema de franjas ubicado en $Z=0\text{mm}$. Restando esta fase a cada plano de calibración y haciendo una regresión polinomial por mínimos cuadrados del cambio de fase $\Delta\phi$

en cada posición en pixeles del plano imagen, con su respectivo valor de Z, se tiene:

$$\Delta\varphi(x,y) = \varphi_z(x,y) - \varphi_0(x,y) = A(x,y)Z^2 + B(x,y)Z + C(x,y), \quad (16)$$

donde $\varphi_z(x,y)$ es la fase continua para cada Z y $\varphi_0(x,y)$ es la fase continua del plano Z=0mm. Se puede afirmar que con la anterior ecuación se puede calcular la altura Z que posee un punto si se conoce cuanto cambia la fase en el mismo punto con respecto a su correspondiente valor en la fase $\varphi_0(x,y)$. El hecho de realizar la resta $\varphi_z - \varphi_0$ elimina las distorsiones iniciales de las franjas antes de ubicar el objeto. La figura 10 muestra los coeficientes A,B y C para cada pixel de la cámara encontrados con el montaje realizado.

Figura 10. Coeficientes de calibración del dispositivo de medida 3D implementado correspondientes a los coeficientes de la ecuación 16.

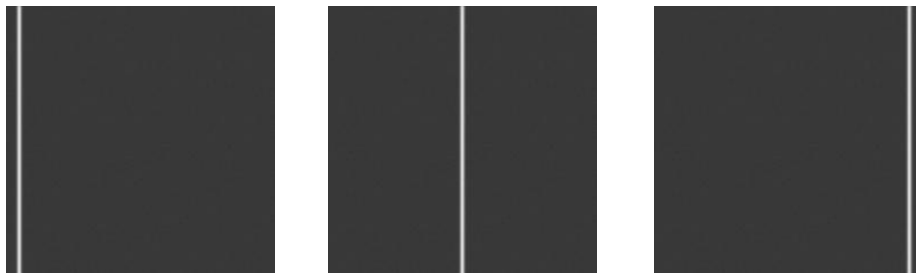


Fuente: Autor

2.1.1. Fase absoluta

En el proceso de calibración se observa que al desplazar el plano de referencia en la dirección del eje Z, las franjas se desplazan paralelamente en dirección del eje X. También se observa que para una posición Z y para $Z + \delta Z$ las franjas se superponen, coincidiendo sus fases, lo cual implica una incertidumbre de 2π . Según esto la fase $\Delta\varphi$ calculada tiene una incertidumbre de $\pm N2\pi$, lo cual afecta la ecuación 16 para obtener el valor correcto de Z, debido al término cuadrático. Una alternativa para determinar el valor correcto de la fase consiste en calcular de manera aproximada la altura de un punto sobre el cuerpo. Conociendo el valor de Z, la ecuación 16 se emplea para calcular $\Delta\varphi$, que al ser comparado con el valor encontrado, se pueda determinar el valor de $N2\pi$ necesario para minimizar la diferencia de valores. Este valor es adicionado a todos los valores de fase encontrados para obtener la fase absoluta del cuerpo. Un procedimiento de triangulación lineal es empleado para hallar la altura de un punto del cuerpo. La técnica de triangulación lineal tiene los principios básicos que la triangulación láser lineal, la diferencia es que en lugar de utilizar como fuente de iluminación un láser se utiliza otra fuente, en este caso un videoprojector. Se proyecta una línea blanca de un pixel de ancho (Figura 11).

Figura 11. Línea proyectada sobre el plano de referencia para $Z = -6\text{cm}$, para $Z = 0\text{cm}$ y para $Z = 6\text{cm}$



Fuente: Autor

El proceso de calibración experimental se efectúa al mismo tiempo que la calibración de fase con la altura Z. Sobre el mismo plano de referencia se proyecta la línea para cada posición en Z y a cada una se le extrae su centro geométrico, como se muestra en la Figura 12.

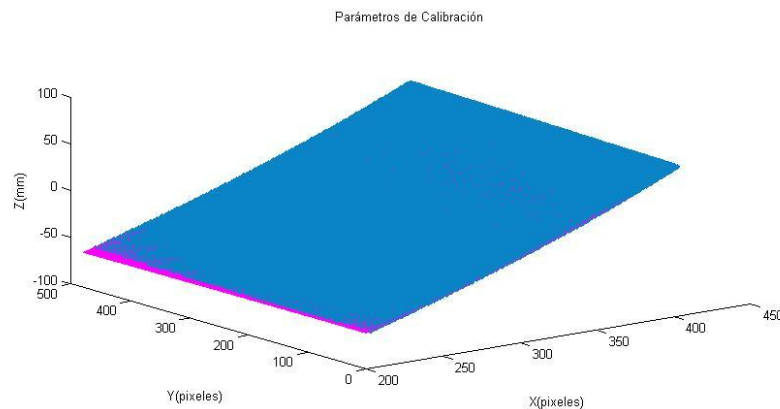
Figura 12. Extracción del centro geométrico de la línea proyectada.



Fuente: Autor.

La matriz de calibración consiste en asociar un valor Z correspondiente para cada línea según los desplazamientos; si se realiza un ajuste cuadrático bidimensional sobre esta matriz (Figura 13), se encuentra la matriz óptima para relacionar cada posición (X_c, Y_c) en píxeles con su respectivo valor en altura Z.

Figura 13. Interpolación de los parámetros de calibración obtenidos por medio de la triangulación lineal.



Fuente: Autor

2.2. PROCEDIMIENTO DE RECONSTRUCCIÓN 3D

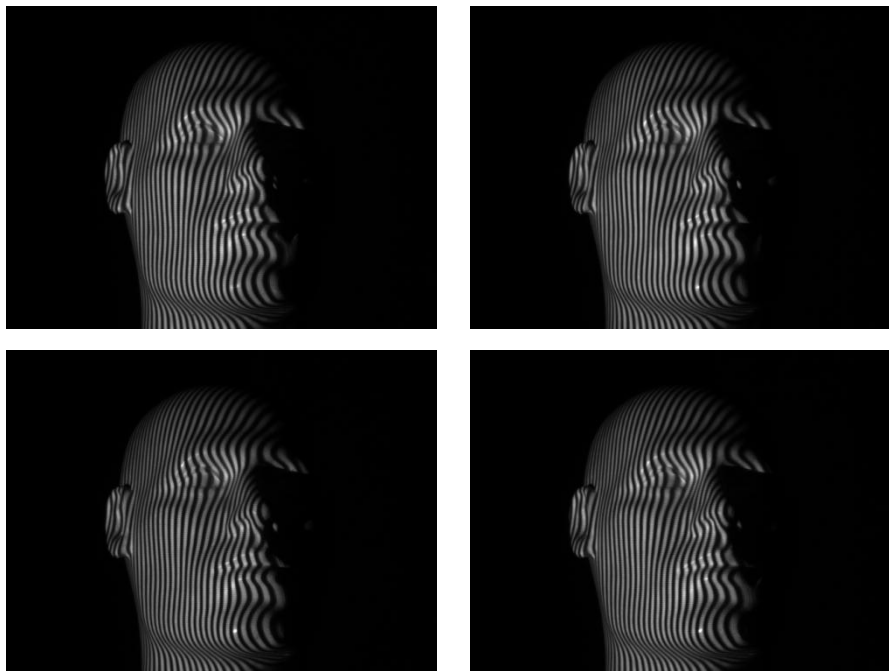
El objeto a reconstruir (Figura 14) es ubicado en la zona de calibración.

Figura 14. Objeto a reconstruir



Fuente: Autor

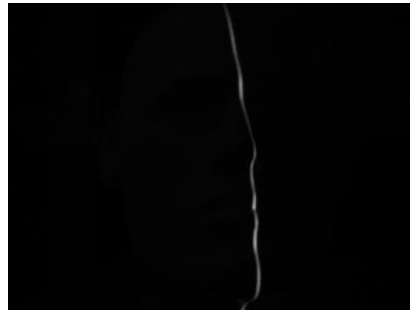
Figura 15. Proyección de franjas sobre el objeto y corrimiento de fase



Fuente: Autor

Las franjas son proyectadas y se realiza un corrimiento de $\frac{\pi}{2}$ entre franjas para cada imagen tomada (Figura 15). Se toma una última imagen con la proyección de la línea central (Figura 16).

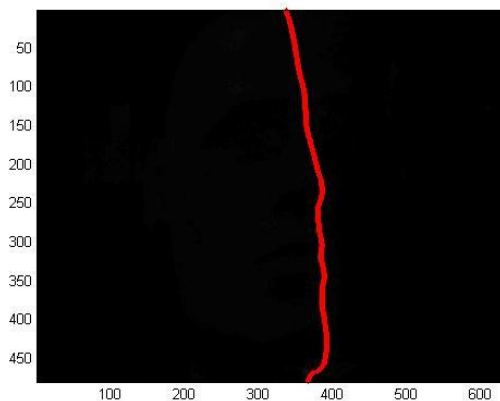
Figura 16. Proyección de la franja central.



Fuente: Autor

A la imagen de la línea central se le extrae su centro geométrico (Figura 17) y éste se compara con la curva de calibración de la coordenada Z por triangulación lineal, obteniéndose un perfil en altura de la topografía del cuerpo. Es decir, para cada posición en pixeles de los puntos centrales de la línea proyectada se le conoce su coordenada Z sobre el cuerpo; cualquiera de estas posiciones se empleará como punto de referencia para la corrección de la fase absoluta.

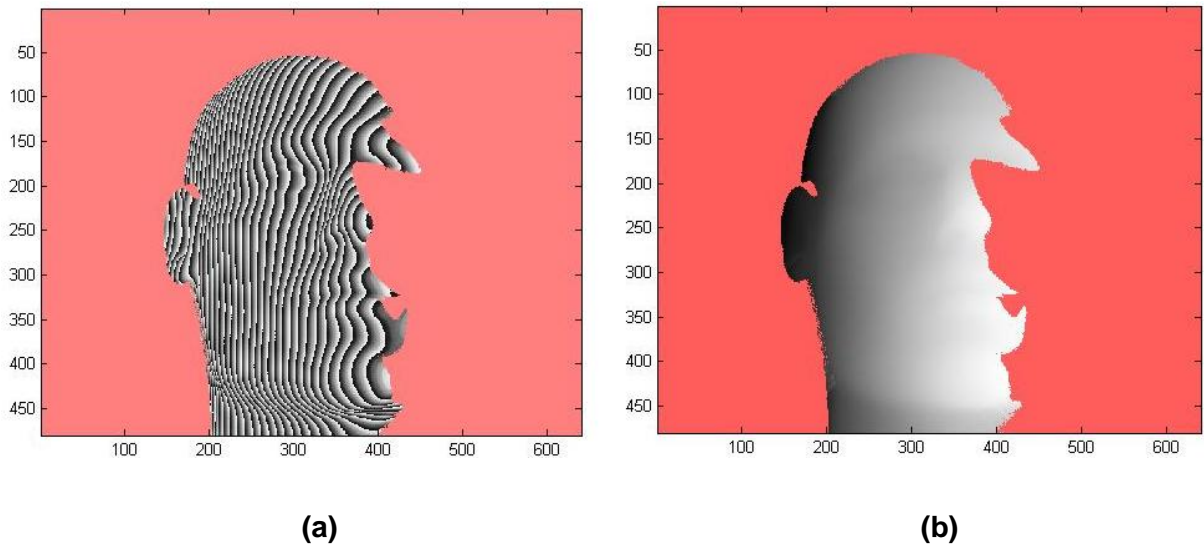
Figura 17. Extracción del centro geométrico de la línea central.



Fuente: Autor

Las cuatro imágenes mostradas en la Figura 15 son utilizadas para extraer la fase discontinua (Figura 18a) como se mencionó en la sección 1.1.1 y su respectiva fase continua (Figura 18b), la cual es hallada por el algoritmo de corrección de fase basado en la primera derivada (sección 1.1.2.2). Las coordenadas Z de los puntos de la línea central proyectada se usan para calcular φ_z de la ecuación 16, ya que se conoce A, B, C, Z y φ_0 para cada punto. Estos valores de fase se comparan con las fases encontradas empleando la ecuación 10, encontrándose el valor de $\pm N2\pi$ que hace que las fases sean iguales. Este valor es adicionado a todo el mapa de fases. Finalmente, usando la ecuación 16 se calcula Z para cada punto válido del objeto.

Figura 18. Extracción de la fase. (a) Fase Discontinua. (b) Fase Continua.

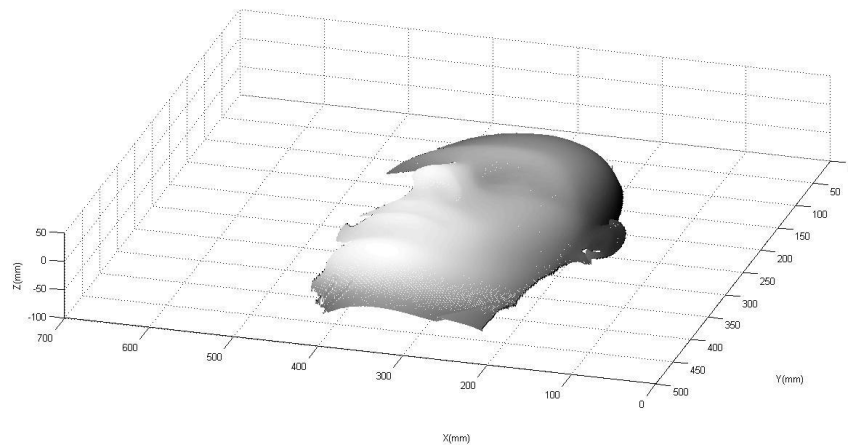


Fuente: Autor

Todo el procedimiento de calibración y reconstrucción anterior se ha referenciado a un sistema coordenado (X,Y,Z) donde (X,Y) tiene como unidades pixeles de la cámara y Z milímetros. Para la reconstrucción tridimensional final es necesario convertir las unidades de pixeles a milímetros sobre el plano de referencia. Esto se realiza empleando una cuadrícula de tamaño conocido y ubicada en el plano de

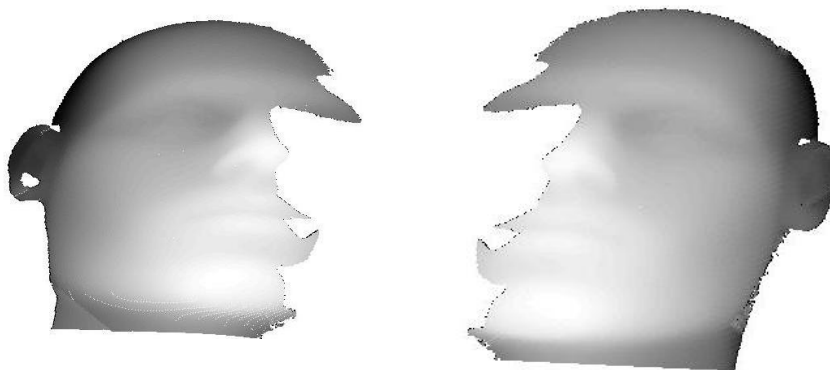
referencia. Debido a la calidad de las lentes empleadas, la influencia de las aberraciones geométricas en la imagen de la cuadrícula no afectan la distribución regular de los cuadrados, pudiéndose obtener una relación de mm/pixel horizontal y vertical: $F_x = 0.4040 \text{ mm/pixel}$ para la coordenada X y $F_y = 0.4060 \text{ mm/pixel}$ para la coordenada Y. La Figura 19 muestra una sección de un maniquí reconstruida empleando el procedimiento anterior. Con el fin de obtener información topográfica completa se toman varias vistas del objeto (Figura 20).

Figura 19. Reconstrucción Tridimensional del objeto.



Fuente: Autor

Figura 20. Reconstrucción Tridimensional de diferentes vistas del objeto.



Fuente: Autor

De igual forma se reconstruye un rostro humano (Figura 21) calculan varias vistas de la cara de una persona.

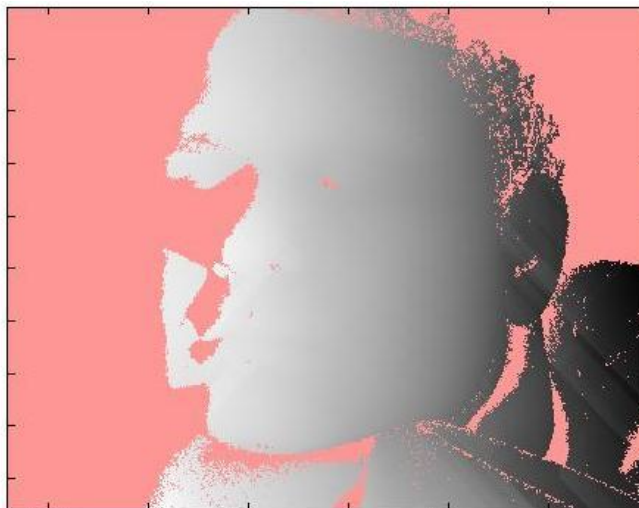
Figura 21. Rostro humano a reconstruir



Fuente: Autor

Debido a la presencia de manchas, regiones brillantes y cabellos, la fase continua se ve afectada (Figura 22), por tanto es necesario optimizar el desarrollo de la máscara de tal manera que elimine la influencia de estas regiones.

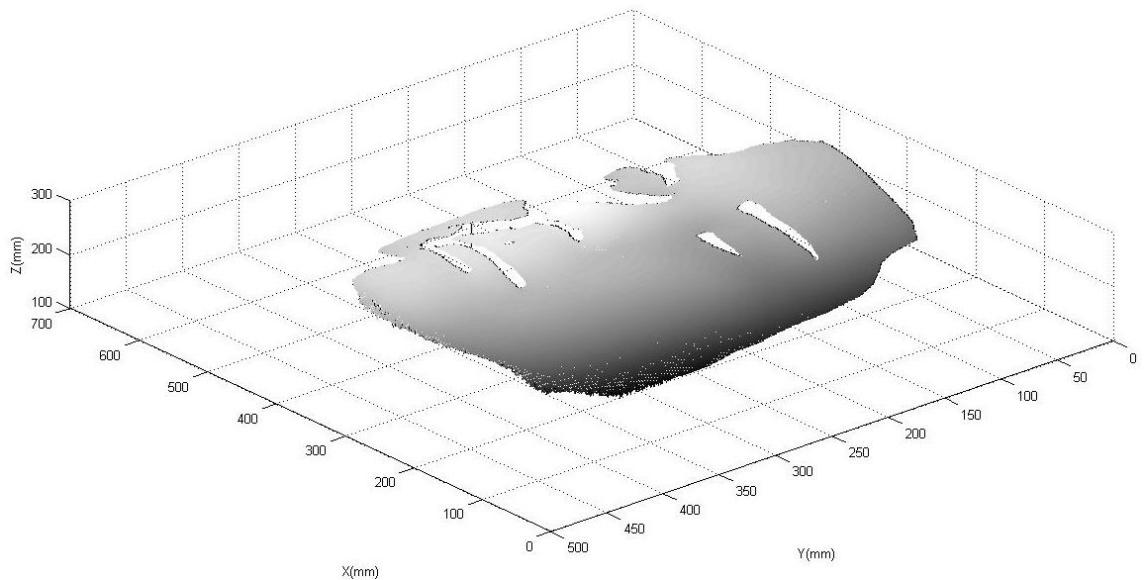
Figura 22. Fase continua con zonas conflictivas.



Fuente: Autor

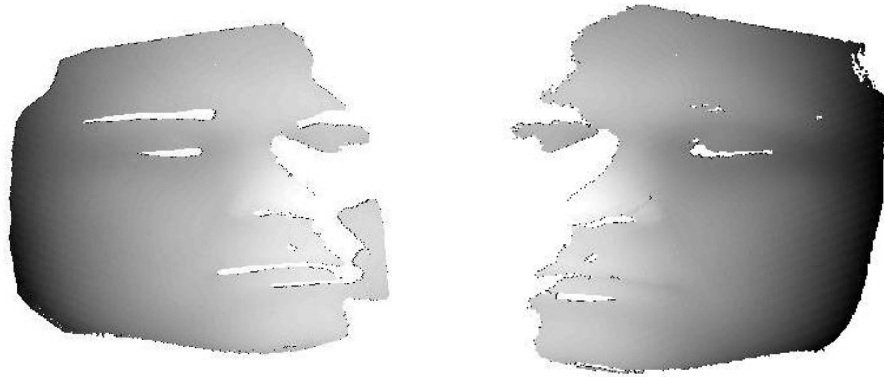
La máscara de validación empleada en el proceso de corrección de fase se construyó empleando el término A (contraste de franjas) de la ecuación 7 y calculada según la ecuación 11. Esta función establece que si A es muy bajo las franjas tienen un contraste bajo o no existen, y si tiene un valor alto las franjas tienen muy buen contraste, lográndose un buen cálculo de la fase. De esta manera se busca un umbral que binarice las zonas útiles con franjas y elimine las zonas conflictivas. La Figura 23 muestra la reconstrucción 3D de una vista de un rostro humano y la Figura 24 muestra dos secciones reconstruidas después de diseñar la máscara apropiada.

Figura 23. Reconstrucción Tridimensional de una vista del rostro.



Fuente: Autor

Figura 24. Reconstrucción Tridimensional de diferentes vistas de un rostro humano.



Fuente: Autor

En las reconstrucciones 3D obtenidas, se observan zonas que el sistema fue incapaz de reconstruir por la presencia de sombras o regiones ocultas a la cámara, por lo tanto es necesario emplear una técnica que nos permita registrar los datos obtenidos para obtener la reconstrucción del rostro humano completo.

En la siguiente sección se revisará el algoritmo comunmente utilizado en el registro de información 3D.

3. REGISTRO DE DATOS

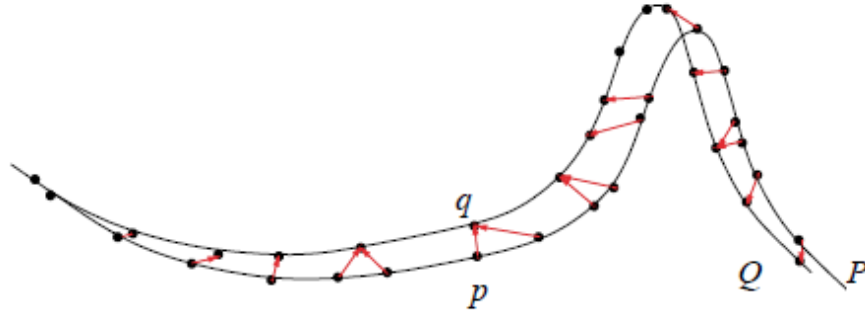
Dadas dos o más imágenes de la misma escena, tomadas desde puntos de vista diferentes, el problema es encontrar un conjunto de puntos en una imagen, los cuales puedan ser identificados como los mismos puntos en la otra imagen. El procedimiento con el cual estos datos son transformados en un sistema común de coordenadas es llamado Registro de nubes de puntos. [1]

3.1. MÉTODOS DE REGISTRO DE INFORMACIÓN

El registro de información posee de entrada dos nubes de datos: la primera nube es la nube modelo sobre la cual se debe acercar la segunda nube o nube de datos medidos. La estrategia de registro de información se basa en dos etapas importantes: determinar la transformación (rotación y traslación) que se debe realizar a la nube de datos para acercarla a la nube modelo, y determinar los puntos de control o puntos correspondientes entre las dos nubes de datos para evaluar la función de error. Este procedimiento fue propuesto por Bels y Mckay [13]. La función de error fue definida basados en la distancia euclideana entre puntos comunes en las dos nubes de datos. Estos puntos comunes los obtenían basados en la distancia más corta, así el punto p de la nube P de la Figura 25 tiene como punto homólogo el punto q de la nube Q , ya que es el que se encuentra más cerca.

En la literatura aparecen otras estrategias para encontrar los puntos comunes en las nubes, como el propuesto por Chen y Medioni [16], mostrado en la Figura 26. Dadas dos vistas del objeto P y Q (Figura 27) y un conjunto de N puntos llamados los puntos de control, Chen y Medioni usaron la siguiente función para estimar la transformación $\mathcal{T} = (\alpha, \beta, \gamma, t_x, t_y, t_z)$ que iterativamente minimice las distancias desde los puntos de control a la superficie Q .

Figura 25. Algoritmo ICP, la coincidencia entre puntos es definida basándose en la distancia Euclídeana más corta.

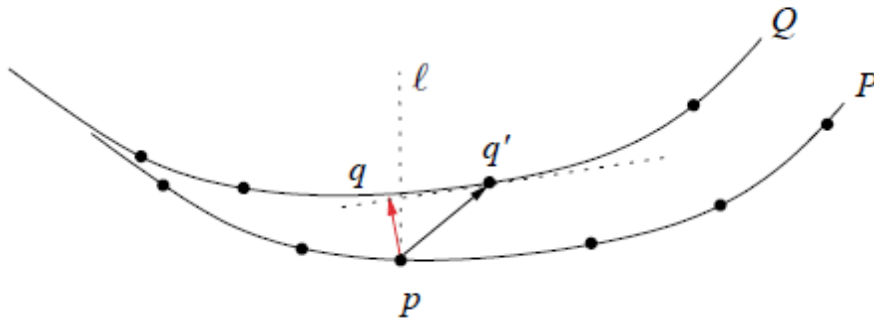


Fuente: [16]

$$e^k = \sum_{i=1}^N d_s^2(\mathcal{T}^k p_i, S_i^k) \quad N \geq 3, \quad (17)$$

donde \mathcal{T}^k es la transformación 3D aplicada al punto de control $p_i \in P$ a la k -ésima iteración, $l_i = \{a | (p_i - a) \times n_{p_i} = 0\}$ es la línea normal a P en p_i , $q_i^k = (\mathcal{T}^k l_i) \cap Q$ es el punto de intersección con la línea transformada $\mathcal{T}^k l_i$, $n_{q_i^k}$ es la normal a Q en q_i^k , $S_i^k = \{s | n_{q_i^k} \cdot (q_i^k - s) = 0\}$ es el plano tangente a Q en q_i^k y d_s es la distancia desde un punto al plano.

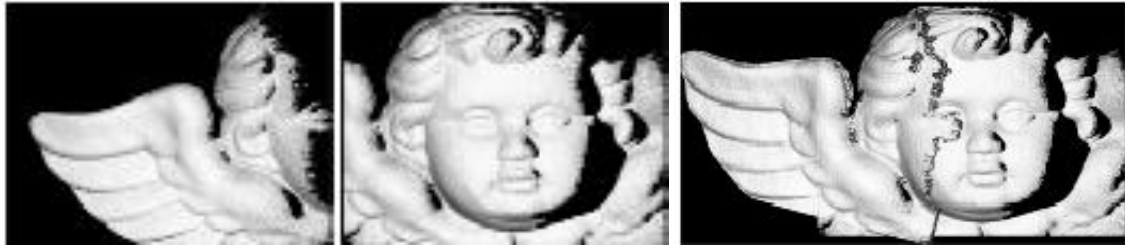
Figura 26. Método de Chen y Medioni, un par de puntos coincidentes es creado entre un punto de control p sobre P y el punto q más cercano sobre el plano tangente a Q en q'. q' es el punto muestreado sobre Q más cercano a la intersección con la línea l perpendicular a P en p.



Fuente: [16]

El algoritmo de registro encuentra una transformación \mathcal{T} que iterativamente minimiza e^k utilizando un método de mínimos cuadrados. El plano tangente S_i^k sirve como una aproximación lineal local a la superficie Q en el punto q_i . El punto de intersección q_i^k es una aproximación al punto correspondiente actual q_i el cual es desconocido en cada iteración k . Una transformación inicial \mathcal{T}^0 que registra dos vistas de forma aproximada es utilizada para comenzar el proceso iterativo. Minimizando la distancia de un punto a un plano, solo la dirección a lo largo de la cual la distancia puede ser reducida es una ligadura. La convergencia del proceso puede ser establecida verificando que la diferencia entre el error e^k en dos iteraciones consecutivas es menor que un umbral predeterminado.

Figura 27. Registro de dos nubes de puntos por el método de Chen- Medioni.



Fuente:[16]

Otra estrategia para el registro es la basada en campos Gaussianos [6]. La idea central de este método es usar un campo Gaussiano (Figura 28) para medir la proximidad espacial y la similitud visual de dos puntos pertenecientes a dos conjuntos de puntos $M = \{(P_i, S(P_i))\}_{i=1, \dots, N_M}$ and $D = \{(Q_j, S(Q_j))\}_{j=1, \dots, N_D}$ con sus vectores de atributos asociados. La medida Gaussiana de proximidad y similitud entre dos puntos P_i y Q_j está dada por:

$$F(P_i, Q_j) = \exp\left(-\frac{d^2(P_i, Q_j)}{\sigma^2} - (S(P_i) - S(Q_j))^T \Sigma^{-1} \times (S(P_i) - S(Q_j))\right), \quad (18)$$

donde $d(P_i, Q_j)$ es la distancia Euclídeana entre los puntos. La ecuación (18) puede ser interpretada como un campo de fuerza cuyas fuentes son localizadas en un punto y decaen con la distancia en el espacio Euclídeano y de atributos. El

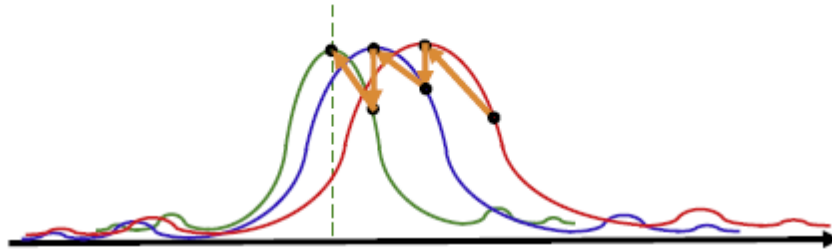
parámetro σ controla el decaimiento con la distancia al mismo tiempo que Σ , una matriz diagonal con pequeños componentes, castiga la diferencia de los atributos.

Se define un criterio que mide el registro de M y D como

$$E(Tr) = \sum_{\substack{i=1,\dots,N_M \\ j=1,\dots,N_D}} \exp\left(-\frac{d^2(P_i, Tr(Q_j))}{\sigma^2} - \left(S(P_i) - S(Tr(Q_j))\right)^T \Sigma^{-1} \times (S(P_i) - S(Tr(Q_j)))\right), \quad (19)$$

donde Tr es la transformación de registro de los dos conjuntos de puntos. Son de principal interés las rotaciones rígidas R y las traslaciones t , tal que $Tr(Q_j) = RQ_j + t$. Como atributos visuales se usan momentos 3D los cuales son invariantes a transformaciones rígidas. En la Figura 29 se observa el registro de dos imágenes.

Figura 28. Estrategia de optimización global utilizada en el método de campos Gaussianos



Fuente:[6]

Figura 29. Registro de dos nubes de puntos por el método de campos Gaussianos.

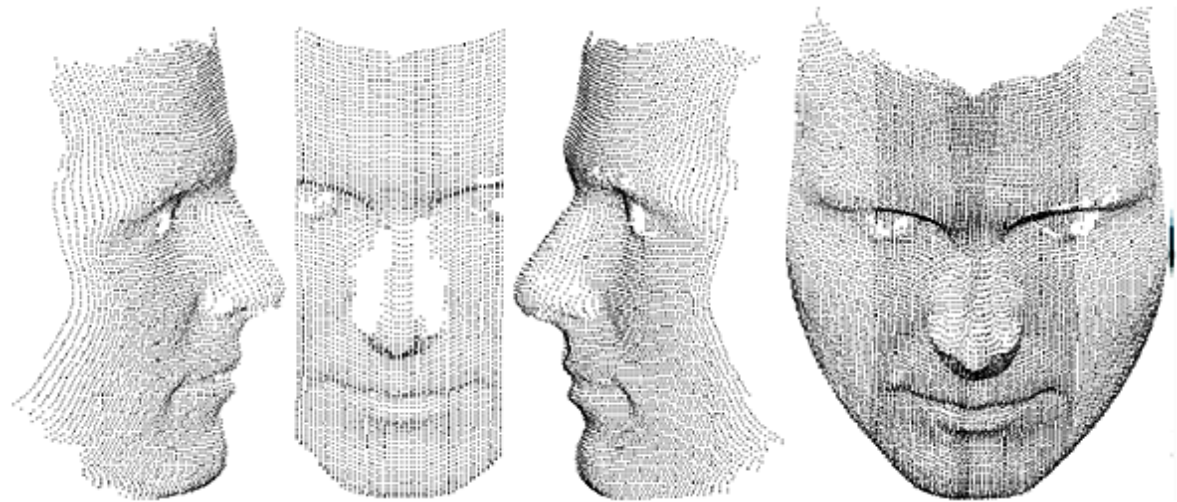


Fuente:[6]

Gruen y Akca [6] proponen un tratamiento por mínimos cuadrados. Plantean el problema de encontrar la parte correspondiente a la superficie *plantilla* $f(x, y, z)$ sobre la superficie de *búsqueda* $g(x, y, z)$, tal que $f(x, y, z) = g(x, y, z)$ (Figura 30). De acuerdo a esto, cada elemento de la superficie $f(x, y, z)$ tiene un elemento de

superficie correspondiente exacto sobre $g(x,y,z)$, si las dos superficies son continuas. Para expresar la relación geométrica entre el conjugado de las superficies se introduce un parámetro de similitud para la transformación 3D. Dependiendo de la deformación entre las dos superficies, la deformación geométrica es definida usando parámetros de afinación, un parámetro tri-lineal, o una familia de transformaciones cuadráticas. Luego de plantear los parámetros se obtiene un sistema de ecuaciones lineales para realizar la estimación por mínimos cuadrados. Los parámetros desconocidos de similitud para la transformación 3D son tratados como cantidades estocásticas usando pesos adecuados. Esta extensión da ventajas de control sobre la estimación de parámetros. En el caso de aproximaciones iniciales escasas o puntos 3D mal distribuidos a lo largo del eje de componentes principales, se converge a una solución equivocada.

Figura 30. Registro de tres nubes de puntos por el método de mínimos cuadrados.



Fuente:[13]

En términos de la entrada de datos, los métodos de registro pueden ser clasificados en dos categorías: una es el registro de dos nubes de puntos escaneados de lugares diferentes [15], el otro método es el registro simultáneo de múltiples nubes de puntos. La mayoría de los algoritmos de registro utilizan un

algoritmo iterativo que, idealmente, converge al mejor conjunto de datos de registro. Muchos algoritmos solo convergen a una buena solución si la posición inicial relativa que se plantea es suficientemente cercana al registro óptimo [9].

En términos de la estrategia de optimización, se pueden clasificar los métodos de registro existentes en métodos basados en aproximaciones iterativas por distancias [2,5] y métodos basados en características. Los primeros se basan en el ICP original, buscándose la matriz de rotación y el vector de traslación que minimiza la distancia de las dos nubes de datos. En los segundos el método de aproximación de las nubes se centra en encontrar un conjunto de características invariantes a transformaciones, información geométrica o radiométrica, como curvatura geométrica.

3.2. MÉTODOS DE CÓMPUTO DE PUNTOS CERCANOS

Con el fin de determinar la distancia entre una nube de datos y un punto, es importante hacer una representación matemática local de la nube. Esta representación puede ser implícita o paramétrica y se puede descomponer en puntos, segmentos de línea, curvas, triángulos o superficies. Antes de definir la función de error empleada en el algoritmo ICP, es importante revisar los métodos de cómputo de puntos cercanos.

i. Distancia mínima entre dos puntos

La distancia Euclídea $d(\vec{r}_1, \vec{r}_2)$ entre los dos puntos $\vec{r}_1 = (x_1, y_1, z_1)$ y $\vec{r}_2 = (x_2, y_2, z_2)$ es $d(\vec{r}_1, \vec{r}_2) = \|\vec{r}_1 - \vec{r}_2\| = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2 + (z_2 - z_1)^2}$. Decimos que A es un conjunto con N_a puntos llamado \vec{a}_i : $A = \{\vec{a}_i\}$ para $i = 1, \dots, N_a$. La distancia entre el punto \vec{p} y el conjunto A es

$$d(\vec{p}, A) = \min_{i \in \{1, \dots, N_a\}} d(\vec{p}, \vec{a}_i). \quad (20)$$

El punto más cercano \vec{a}_j de A satisface la igualdad $d(\vec{p}, \vec{a}_j) = d(\vec{p}, A)$.

ii. Distancia mínima entre un punto y un segmento de línea

Se define l como el segmento de línea que conecta los dos puntos \vec{r}_1 y \vec{r}_2 . La distancia entre el punto \vec{p} y el segmento de línea l es

$$d(\vec{p}, l) = \min_{u+v=1} \|u\vec{r}_1 + v\vec{r}_2 - \vec{p}\|, \quad (21)$$

donde $u \in [0,1]$ y $v \in [0,1]$. L es el conjunto de N_l segmentos de línea denotando l_i y $L = \{l_i\}$ para $i = 1, \dots, N_l$. La distancia entre el punto \vec{p} y el conjunto de segmentos de línea L es

$$d(\vec{p}, L) = \min_{i \in \{1, \dots, N_l\}} d(\vec{p}, l_i). \quad (22)$$

El punto más cercano \vec{y}_i sobre el conjunto de segmentos de línea L satisface la igualdad $d(\vec{p}, \vec{y}_j) = d(\vec{p}, L)$.

iii. Distancia mínima entre un punto y un triángulo

Se define t como el triángulo definido por los tres puntos $\vec{r}_1 = (x_1, y_1, z_1)$, $\vec{r}_2 = (x_2, y_2, z_2)$ y $\vec{r}_3 = (x_3, y_3, z_3)$. La distancia entre el punto \vec{p} y el triángulo t es

$$d(\vec{p}, t) = \min_{u+v+w=1} \|u\vec{r}_1 + v\vec{r}_2 + w\vec{r}_3 - \vec{p}\|, \quad (23)$$

donde $u \in [0,1]$, $v \in [0,1]$, $w \in [0,1]$. Se define T como el conjunto de N_t triángulos denotados t_i , donde $T = \{t_i\}$ para $i = 1, \dots, N_t$. La distancia entre el punto \vec{p} y el conjunto de triángulos T está dado por

$$d(\vec{p}, T) = \min_{i \in \{1, \dots, N_t\}} d(\vec{p}, t_i). \quad (24)$$

El punto más cercano \vec{y}_j sobre el conjunto de triángulos T satisface la igualdad $d(\vec{p}, \vec{y}_j) = d(\vec{p}, T)$.

iv. Distancia de un punto a una curva paramétrica

En esta sección, una curva paramétrica y una superficie paramétrica son tratadas como una sola entidad paramétrica $\vec{r}(\vec{u})$ donde $\vec{u} = u \in R^1$ debe ser sustituido por curvas paramétricas, y $\vec{u} = (u, v) \in R^2$ debe ser sustituido por superficies paramétricas. El dominio de evaluación para una curva es un intervalo, pero el

dominio de evaluación para una superficie puede ser alguna región cerrada arbitraria en el plano.

La distancia desde un punto dado \vec{p} a una entidad paramétrica E es

$$d(\vec{p}, E) = \min_{\vec{r}(\vec{u}) \in E} d(\vec{p}, \vec{r}(\vec{u})). \quad (25)$$

Definimos F como el conjunto de N_e entidades paramétricas denotadas E_i , donde $F = \{E_i\}$ para $i = 1, \dots, N_e$. La distancia entre un punto \vec{p} y el conjunto de entidades paramétricas F es

$$d(\vec{p}, F) = \min_{i \in \{1, \dots, N_e\}} d(\vec{p}, \vec{E}_i). \quad (26)$$

El punto más cercano \vec{y}_j sobre el conjunto de entidades paramétricas F satisface la igualdad $d(\vec{p}, \vec{y}_j) = d(\vec{p}, F)$.

El primer paso para calcular la distancia de un punto a una entidad paramétrica es creando una aproximación de base simple (segmentos de línea o triángulos). Para un espacio curvo paramétrico $C = \{\vec{r}(u)\}$ se puede calcular un polinomio lineal $L(C, \delta)$ tal que la aproximación lineal por tramos nunca se desvíe del espacio curvo mas que una distancia δ predefinida. Etiquetando cada punto del polinomio con su correspondiente valor del argumento de la curva paramétrica u , se puede obtener un estimado del valor del argumento del punto más cercano u_a desde el conjunto de segmentos de línea.

Similarmente, para una superficie paramétrica $S = \{\vec{r}(u, v)\}$, se puede calcular un conjunto de triángulos $T(S, \delta)$ tal que la aproximación triangular por tramos nunca se desvíe de la superficie más que una distancia δ predefinida. Etiquetando cada vértice de triángulo con su correspondiente valor del argumento de la superficie paramétrica (u, v) , se puede obtener un estimado del valor del argumento del punto mas cercano (u_a, v_a) desde el conjunto de triángulos. Como un resultado de estos procedimientos para la curva y la superficie paramétrica, se puede asumir que un valor inicial \vec{u}_a es posible tal que $\vec{r}(\vec{u}_a)$ es muy cercano al punto más cercano sobre la entidad paramétrica.

El problema de la distancia a un punto sobre una entidad paramétrica es ideal para emplear una minimización por aproximación de Newton cuando un punto de inicio elegido \vec{u}_a es posible. La función escalar a ser minimizada es

$$f(\vec{u}) = \|\vec{r}(\vec{u}) - \vec{p}\|^2. \quad (27)$$

El mínimo ocurre cuando $\nabla f = 0$ donde $\nabla = [\partial/\partial\vec{u}]^t$ es el operador gradiente (donde t implica el transpuesto del vector). Cuando la entidad paramétrica es una superficie, el vector gradiente 2D es $\nabla f = [f_u, f_v]^t$, y la matriz Hessiana es

$$\nabla\nabla^t(f) = \begin{bmatrix} f_{uu} & f_{uv} \\ f_{uv} & f_{vv} \end{bmatrix}, \quad (28)$$

donde las derivadas parciales de la función objetivo están dadas por

$$f_u(\vec{u}) = 2\vec{r}_u^t(\vec{u})(\vec{r}(\vec{u}) - \vec{p}), \quad (29)$$

$$f_v(\vec{u}) = 2\vec{r}_v^t(\vec{u})(\vec{r}(\vec{u}) - \vec{p}), \quad (30)$$

$$f_{uu}(\vec{u}) = 2\vec{r}_{uu}^t(\vec{u})(\vec{r}(\vec{u}) - \vec{p}) + 2\vec{r}_u^t(\vec{u})\vec{r}_u(\vec{u}), \quad (31)$$

$$f_{vv}(\vec{u}) = 2\vec{r}_{vv}^t(\vec{u})(\vec{r}(\vec{u}) - \vec{p}) + 2\vec{r}_v^t(\vec{u})\vec{r}_v(\vec{u}), \quad (32)$$

$$f_{uv}(\vec{u}) = 2\vec{r}_{uv}^t(\vec{u})(\vec{r}(\vec{u}) - \vec{p}) + 2\vec{r}_u^t(\vec{u})\vec{r}_v(\vec{u}). \quad (33)$$

El caso de la curva paramétrica requiere solo el cómputo de f_u y f_{uu} . La fórmula de Newton para cualquier entidad paramétrica es

$$\vec{u}_{k+1} = \vec{u}_k - [\nabla\nabla^t(f)(\vec{u}_k)]^{-1}\nabla f(\vec{u}_k), \quad (34)$$

donde $\vec{u}_0 = \vec{u}_a$. Cuando se usa el método de selección de un punto inicial descrito antes basado en una sencilla aproximación con un δ razonablemente pequeño, el método de Newton para el cálculo del punto más cercano generalmente converge entre una y cinco iteraciones y típicamente en tres. El costo computacional del método de Newton es muy bajo en contraste con encontrar buenos puntos iniciales.

v. Distancia de un punto a una curva implícita

Una entidad implícita geométrica es definida como el conjunto de ceros de una posible función multivariable $\vec{g}(\vec{r}) = 0$. La distancia de un punto dado \vec{p} a una entidad implícita I es

$$d(\vec{p}, I) = \min_{\vec{g}(\vec{r})=0} d(\vec{p}, \vec{r}) = \min_{\vec{g}(\vec{r})=0} \|\vec{r} - \vec{p}\|. \quad (35)$$

Los conjuntos de entidades implícitas son directos una vez se ha implementado la distancia métrica para una entidad individual. Definimos J como el conjunto de N_I entidades paramétricas denotado I_k y $J = \{I_k\}$ para $k = 1, \dots, N_I$. La distancia entre un punto \vec{p} y el conjunto de entidades implícitas J es

$$d(\vec{p}, I) = \min_{k \in \{1, \dots, N_I\}} d(\vec{p}, \vec{I}_k). \quad (36)$$

El punto más cercano \vec{y}_j a la entidad implícita I_j satisface la igualdad $d(\vec{p}, \vec{y}_j) = d(\vec{p}, J)$.

El primer paso para calcular la distancia desde un punto a una entidad implícita es creando una aproximación (segmentos de línea o triángulos) como fue hecho para las entidades paramétricas. Calculando el conjunto punto a línea o el conjunto punto a triángulo, se mantiene un punto aproximado más cercano \vec{r}_a , el cual puede ser usado para calcular la distancia exacta.

El problema de la distancia a una entidad implícita es totalmente diferente al caso de la entidad paramétrica, caso en el cual la optimización sin restricciones es suficiente. Para encontrar el punto más cercano sobre una entidad implícita definida por $\vec{g}(\vec{r}) = 0$ a un punto dado \vec{p} , se debe resolver el problema de una optimización restringida para minimizar una función cuadrática sujeta a una restricción no lineal. Problema: minimizar $f(\vec{r}) = \|\vec{r} - \vec{p}\|^2$ donde $\vec{g}(\vec{r}) = 0$.

Una aproximación a este problema es formar el sistema de ecuaciones aumentado de los multiplicadores de Lagrange

$$\begin{aligned} \nabla f(\vec{r}) + \vec{\lambda}^t \nabla \vec{g}(\vec{r}) &= 0, \\ \vec{g}(\vec{r}) &= 0, \end{aligned} \quad (37)$$

y resolver este sistema de ecuaciones no lineales por métodos numéricos. El número de ecuaciones e incógnitas para el sistema no lineal es tres para curvas planas, cuatro para superficies y cinco para espacios curvos definidos implícitamente. Los métodos de a continuación pueden ser usados para resolver este problema para entidades algebraicas inclusive sin un buen punto inicial, pero un buen punto inicial permite el uso de métodos más rápidos. Desde un punto de

vista numérico, los métodos paramétricos son mucho más fáciles de manejar. Desde un punto de vista aplicativo, los sistemas de diseño adquirido por computadora, CAD por sus siglas en inglés (Computer Aided Design), almacenan curvas o superficies de forma libre en forma implícita. Por esta razón, las superficies implícitas de interés se pueden tratar de dos formas, la primera es la vía para casos matemáticos especiales (por ejemplo esferas), la segunda es por la vía de las formas paramétricas.

3.3. TRANSFORMACIÓN ENTRE NUBES DE DATOS.

Una vez se han determinado los puntos comunes entre las dos nubes de datos, se evalúa la función de error y se realiza la operación de transformación de la nube de datos para acercarla a la nube modelo. Esta transformación consiste en la determinación de la matriz de Rotación y el vector de Traslación necesarios para minimizar la función de error. Un procedimiento necesario para la obtención de la rotación y la traslación es revisado. Para nuestro propósito, el algoritmo basado en cuaterniones es preferido sobre el método de descomposición en valores singulares (SVD, por sus siglas en inglés). La aproximación SVD está basada en la matriz de covarianza de dos distribuciones de puntos y puede ser generalizada a n dimensiones.

La unidad del cuaternión es un cuadri-vector $\vec{q}_R = [q_0 q_1 q_2 q_3]^t$, donde $q_0 \geq 0$, y $q_0^2 + q_1^2 + q_2^2 + q_3^2 = 1$. La matriz de rotación 3×3 generada por un cuaternión unidad de rotación se muestra a continuación:

$$R = \begin{bmatrix} q_0^2 + q_1^2 - q_2^2 - q_3^2 & 2(q_1 q_2 - q_0 q_3) & 2(q_1 q_3 + q_0 q_2) \\ 2(q_1 q_2 + q_0 q_3) & q_0^2 + q_2^2 - q_1^2 - q_3^2 & 2(q_2 q_3 - q_0 q_1) \\ 2(q_1 q_3 - q_0 q_2) & 2(q_2 q_3 + q_0 q_1) & q_0^2 + q_3^2 - q_1^2 - q_2^2 \end{bmatrix}.$$

Se define $\vec{q}_T = [q_4 q_5 q_6]^t$ como un vector de traslación. El registro completo del vector de estado \vec{q} se denota $\vec{q} = [\vec{q}_R | \vec{q}_T]^t$. Se define $P = \{\vec{p}_i\}$ como un conjunto de puntos medidos para ser alineados con un conjunto de puntos modelo $X = \{\vec{x}_i\}$,

donde $N_x = N_p$ y donde cada punto \vec{p}_i corresponde al punto \vec{x}_i con el mismo índice. La función principal a ser minimizada es

$$f(\vec{q}) = \frac{1}{N_p} \sum_{i=1}^{N_p} \|\vec{x}_i - R(\vec{q}_R)\vec{p}_i - \vec{q}_T\|^2 . \quad (38)$$

El “centro de masa” $\vec{\mu}_p$ del conjunto de puntos medido P y el centro de masa $\vec{\mu}_x$ para el conjunto de puntos X están dados por

$$\vec{\mu}_p = \frac{1}{N_p} \sum_{i=1}^{N_p} \vec{p}_i, \quad (39)$$

$$\vec{\mu}_x = \frac{1}{N_x} \sum_{i=1}^{N_x} \vec{x}_i. \quad (40)$$

La matriz de covarianza cruzada Σ_{px} de los conjuntos P y X está dada por

$$\Sigma_{px} = \frac{1}{N_p} \sum_{i=1}^{N_p} [(\vec{p}_i - \vec{\mu}_p)(\vec{x}_i - \vec{\mu}_x)^t] = \frac{1}{N_p} \sum_{i=1}^{N_p} [\vec{p}_i \vec{x}_i^t] - \vec{\mu}_p \vec{\mu}_x^t. \quad (41)$$

Los componentes cíclicos de la matriz antisimétrica $A_{ij} = (\Sigma_{px} - \Sigma_{px}^T)_{ij}$ son usados para formar el vector columna $\Delta = [A_{23} \ A_{31} \ A_{12}]^T$. Este vector es usado para formar la matriz simétrica 4x4 $Q(\Sigma_{px})$

$$Q(\Sigma_{px}) = \begin{bmatrix} tr(\Sigma_{px}) & \Delta^T \\ \Delta & \Sigma_{px} + \Sigma_{px}^T - tr(\Sigma_{px})I_3 \end{bmatrix}, \quad (42)$$

donde I_3 es la matriz identidad 3x3. El vector propio unitario $\vec{q}_R = [q_0 \ q_1 \ q_2 \ q_3]^t$ correspondiente al máximo valor propio de la matriz $Q(\Sigma_{px})$ es seleccionado como la rotación óptima. El vector de traslación óptimo está dado por

$$\vec{q}_T = \vec{\mu}_x - R(\vec{q}_R)\vec{\mu}_p. \quad (43)$$

Esta operación de mínimos cuadrados es $O(N_p)$ y se denota como

$$(\vec{q}, d_{ms}) = Q(P, X), \quad (44)$$

donde d_{ms} es el error cuadrático medio de coincidencia de puntos. La notación $\vec{q}(P)$ es usada para denotar el conjunto de puntos P después de la transformación por el vector de registro \vec{q} .

3.4. ITERATIVE CLOSEST POINT (ICP)

Luego de mostrar algunos métodos para calcular el punto más cercano desde una forma geométrica a un punto dado, se puede describir el algoritmo ICP en términos de una forma geométrica abstracta X cuya representación interna debe ser conocida para ejecutar el algoritmo, la cual puede ser un conjunto de 1) puntos, 2) segmentos de líneas, 3) curvas paramétricas, 4) curvas implícitas, 5) triángulos, 6) superficies paramétricas, 7) superficies implícitas.

En la descripción del algoritmo, una forma “datos” P es movida (registrada, posicionada) para estar en el mejor alineamiento con la forma “modelo” X . Las formas utilizadas deben estar descritas por alguna de las representaciones internas permitidas. Para nuestro propósito, la forma datos debe ser descompuesta en una serie de puntos si es que no lo está. Afortunadamente esto es fácil; los puntos que pueden ser usados son los vértices de los triángulos o los extremos de los segmentos de línea, y si la forma datos es una superficie o una curva, se utilizan los vértices o extremos de línea de la aproximación de triángulos y líneas, descrita anteriormente. El número de puntos en la forma datos es llamado N_p . N_x será el número de puntos, segmentos de línea o triángulos involucrados en la forma modelo.

La distancia métrica d entre un punto \vec{p} de data y una forma modelo X se denota

$$d(\vec{p}, X) = \min_{\vec{x} \in X} \|\vec{x} - \vec{p}\|. \quad (45)$$

El punto más cercano en X que mantiene la distancia mínima se denota \vec{y} tal que $d(\vec{p}, \vec{y}) = d(\vec{p}, X)$, donde $\vec{y} \in X$. El costo de calcular el punto más cercano es $O(N_x)$, en el peor de los casos el costo esperado es $\log(N_x)$. Cuando el cálculo del punto más cercano (desde \vec{p} a X) es presentado para cada punto en P , tal proceso es el peor caso $O(N_p N_x)$. Definimos Y como el conjunto de puntos más cercanos resultante, y \mathcal{C} como el operador del punto más cercano:

$$Y = \mathcal{C}(P, X). \quad (46)$$

Dado el conjunto de puntos correspondiente Y , el registro de mínimos cuadrados es calculado como se describe anteriormente:

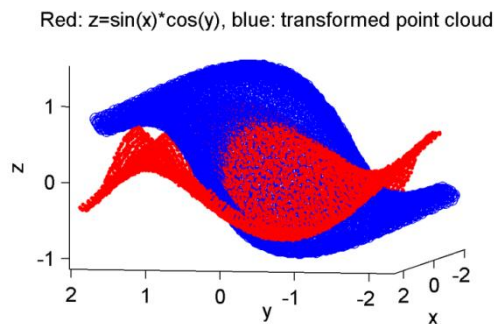
$$(\vec{q}, d) = Q(P, Y). \quad (47)$$

Las posiciones de los puntos de la forma datos son actualizados por medio de $P = \vec{q}(P)$.

3.4.1. Declaración del algoritmo icp

- Son dados el conjunto de puntos P con N_p puntos $\{\vec{p}_i\}$ de la forma datos y la forma modelo X (Figura 31) con N_x primitivas geométricas (puntos, líneas o triángulos)

Figura 31. Dos nubes de puntos de forma y tamaño conocidos para iniciar su acercamiento.

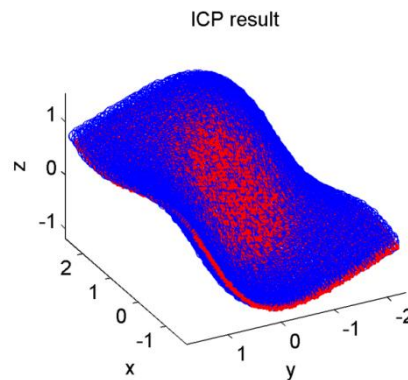


Fuente: Autor

- La iteración es iniciada tradicionalmente con el ajuste $P_0 = P$, $\vec{q}_0 = [1, 0, 0, 0, 0, 0]^t$ y $k = 0$. Los vectores de registro son definidos relativos al conjunto inicial P_0 tal que el registro final represente la transformación completa. Los pasos 1, 2, 3 y 4 son aplicados hasta converger en una tolerancia τ . En cada paso se aclara su respectivo costo computacional.

1. Calcular los puntos más cercanos: $Y_k = \mathcal{C}(P_k, X)$. Costo: $O(N_p N_x)$ en el peor de los casos, $O(N_p \log N_x)$ en promedio.
2. Calcular el registro: $(\vec{q}_k, d_k) = \mathcal{Q}(P_0, Y_k)$. Costo: $O(N_p)$.
3. Aplicar el registro: $P_{k+1} = \vec{q}_k(P_0)$. Costo: $O(N_p)$.
4. Se termina la iteración (Figura 32) cuando el cambio en el error cuadrático medio sea menor que un umbral preestablecido $\tau > 0$ especificando la precisión deseada del registro: $d_k - d_{k+1} < \tau$ (Figura 33).

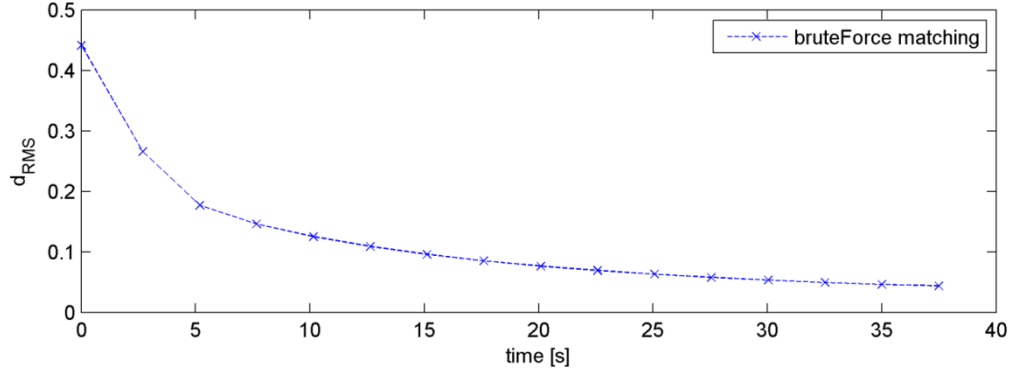
Figura 32. Resultado luego de aplicar el algoritmo ICP.



Fuente: Autor

- Si se desea un umbral adimensional, se puede reemplazar τ por $\tau \sqrt{\text{tr}(\Sigma_x)}$, donde la raíz cuadrada de la traza de la covarianza de la forma modelo indica su tamaño bruto.

Figura 33. Seguimiento de la función de error calculada a través del tiempo con cada iteración del algoritmo ICP. Se observa la convergencia a un valor mínimo.



Fuente: Autor

3.4.2. Teorema de convergencia

Teorema: el algoritmo ICP siempre converge monótonamente a un mínimo local con respecto a la media cuadrática de la función distancia.

Prueba: dados $P_k = \{\vec{p}_{ik}\} = \vec{q}_k(P_0)$ y X , calcular el conjunto de puntos más cercanos $Y_k = \{\vec{y}_{ik}\}$. El error cuadrático medio e_k de tal correspondencia está dado por

$$e_k = \frac{1}{N_p} \sum_{i=1}^{N_p} \|\vec{y}_{ik} - \vec{p}_{ik}\|^2. \quad (48)$$

El operador Q es aplicado para obtener \vec{q}_k y d_k desde esta correspondencia:

$$d_k = \frac{1}{N_p} \sum_{i=1}^{N_p} \|\vec{y}_{ik} - R(\vec{q}_{kR})\vec{p}_{i0} - \vec{q}_{kT}\|^2. \quad (49)$$

Este es siempre el caso para $d_k \leq e_k$. Suponemos que $d_k > e_k$. Si esto fuera así, entonces la transformación identidad sobre el conjunto de puntos daría un error cuadrático medio menor que el registro de mínimos cuadrados, lo cual no puede

ser. Luego, el registro por mínimos cuadrados \vec{q}_k es aplicado al conjunto de puntos P_0 , dando el conjunto de puntos P_{k+1} . Si la correspondencia previa al conjunto de puntos Y_k fuera mantenida, entonces el error medio cuadrático es todavía d_k , que es

$$d_k = \frac{1}{N_p} \sum_{i=1}^{N_p} \|\vec{y}_{ik} - \vec{p}_{i,k+1}\|^2. \quad (50)$$

Sin embargo, durante la aplicación del subsecuente operador del punto más cercano, un nuevo conjunto de puntos Y_{k+1} es obtenido: $Y_{k+1} = \mathcal{C}(P_{k+1}, X)$. Está claro que

$$\|\vec{y}_{i,k+1} - \vec{p}_{i,k+1}\| \leq \|\vec{y}_{ik} - \vec{p}_{i,k+1}\|, \quad i = 1, N_p \quad (51)$$

porque el punto \vec{y}_{ik} fué el punto más cercano previo a la transformación por \vec{q}_k y reside a alguna nueva distancia relativa de $\vec{p}_{i,k+1}$. Si $\vec{y}_{i,k+1}$ fuera más lejano desde $\vec{p}_{i,k+1}$ que \vec{y}_{ik} , sería contradictorio con la operación básica realizada por el operador del punto más cercano \mathcal{C} . Por lo tanto, los errores cuadráticos medios e_k y d_k deben obedecer la siguiente desigualdad:

$$0 \leq d_{k+1} \leq e_{k+1} \leq d_k \leq e_k, \quad (52)$$

El límite inferior ocurre debido a la condición que los errores cuadráticos medios no pueden ser negativos. Debido a que la secuencia del error cuadrático medio es decreciente y está acotada inferiormente, el algoritmo, como se indica arriba, deben converger monótonamente a un valor mínimo. Q.E.D.

3.4.3. Variantes del icp

Zhang (1994) reportó una variante del ICP utilizando varios umbrales para la distancia entre un conjunto de puntos correspondiente a cada iteración. Msuda y Yodoka (1995) propusieron un método de muestreo aleatorio para el ICP e introdujeron el ajuste LMedS (Least Median of Squares) al ICP. Turk y Levoy (1994) introdujeron una variante del ICP para el registro de dos mallados

triangulando nubes de puntos, llamado registro de mallas poligonales comprimidas. Sharp (2002) propuso un método basado en características invariantes Euclidianas: curvatura, momentos de segundo orden y armónicos esféricos.

Las variantes del ICP pueden ser resumidas así [15]:

- Usando todos los puntos disponibles de la nube de puntos.
- Submuestreo uniforme de los puntos disponibles.
- Submuestreo aleatorio usando diferentes puntos en cada iteración.
- Usando los puntos con mayor gradiente de intensidad alrededor de sus vecindades.

Además, las siguientes son propuestas para encontrar posibles puntos correspondientes entre dos nubes de puntos:

- Encontrar el punto más cercano en la otra nube de puntos.
- Encontrar el punto de intersección entre el rayo originado en un punto en la dirección del vector normal a la superficie del punto.
- Proyectar los puntos medidos desde un escáner laser en las coordenadas de otro escáner laser.
- Utilizar un valor umbral para evitar la selección incorrecta de puntos correspondientes, como distancia umbral, ángulo entre los vectores normales a la superficie o diferencia entre intensidad o color.

Existen tres limitaciones de los métodos existentes para el registro de nubes de puntos parcialmente superpuestas [13,16]:

- Los métodos existentes no pueden asegurar una solución correcta incluso para casos con poco ruido.
- Se requiere un buen estimado inicial de la transformación rígida entre los dos conjuntos de datos.
- Pueden ser usados solo si los conjuntos de datos contienen suficientes características locales.

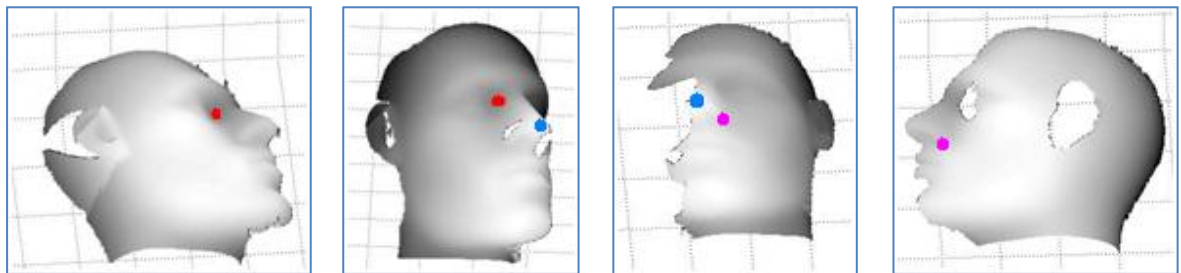
3.5. ICP APLICADO AL REGISTRO DE DATOS DEL ROSTRO HUMANO

El algoritmo ICP es utilizado de una forma muy interesante en el alineamiento de formas 3D para su uso en biometría [10], y aunque tiene un alto costo computacional, la búsqueda de puntos comunes entre diferentes vistas puede ser una manera de disminuir este costo. Debido a las características particulares del rostro humano, se pueden encontrar puntos en cada vista reconstruida, previamente al registro, para utilizarlos como puntos comunes y con esto facilitar el acercamiento de las nubes de puntos.

3.5.1. Acercamiento inicial con selección manual de puntos

Rusinkiewicz y Levoy [15] indican que tanto el ICP como el método de Chen y Medioni trabajan exitosamente si es provisto un buen alineamiento a priori, pero en el caso de nubes de puntos desorganizadas y sin un buen alineamiento inicial, es muy difícil que estos métodos encuentren la correspondencia entre las nubes de puntos. Por esto es necesario buscar puntos comunes entre las nubes de datos a ser registradas. En esta parte serán registradas las reconstrucciones de varias vistas del rostro humano construidas en el capítulo 2 (Figura 34), aplicando el algoritmo ICP básico e introduciendo como valores iniciales para el acercamiento puntos sobresalientes en cada nube de puntos que sean comunes a las dos nubes a acercar, los cuales son seleccionados manualmente. Para implementar el algoritmo ICP es necesario utilizar dos nubes de datos con regiones comunes entre si y cuyas representaciones internas sean conocidas. En este caso se utilizaron dos nubes de puntos, una nube “modelo” (Figura 35) y una nube “datos” (Figura 36). En las dos figuras se observa en negro el punto común seleccionado manualmente para realizar el ajuste inicial entre nubes.

Figura 34. Reconstrucciones 3D de diferentes vistas de un maniquí y sus respectivos puntos en común.



(a)

(b)

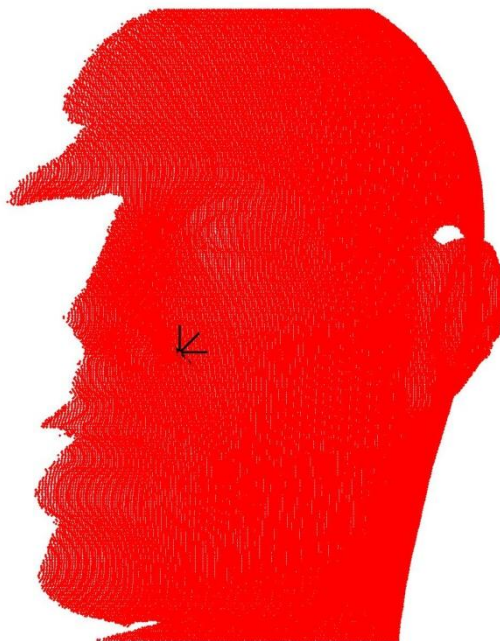
(c)

(d)

Fuente: Autor

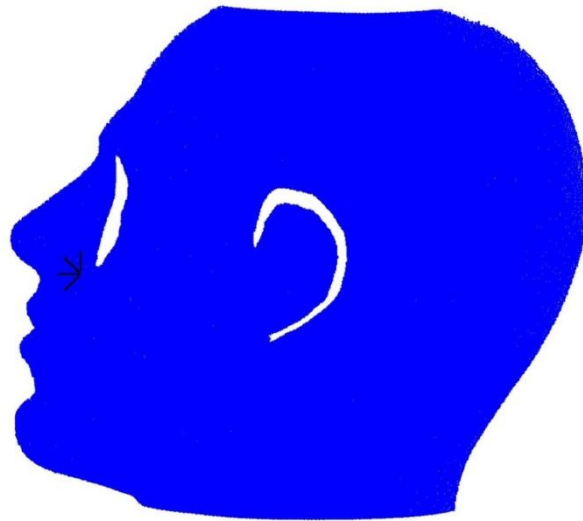
En la Figura 36 se observan regiones ocultas al sistema de reconstrucción tridimensional, debido al ángulo relativo entre el sistema y el objeto, pero en la Figura 35 estas regiones son visibles, es decir, se posee la información tridimensional. El registro de las nubes de datos completa las regiones entre si para obtener una nube con información 3D completa del objeto.

Figura 35. Nube de puntos “modelo”.



Fuente: Autor

Figura 36. Nube de puntos “datos”.



Fuente: Autor

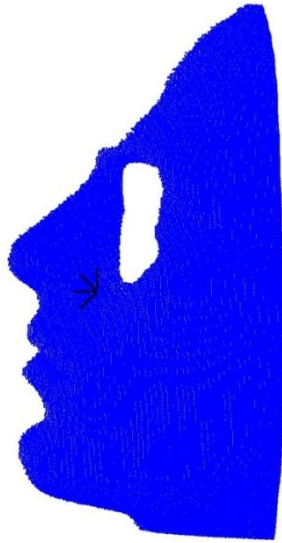
Para disminuir el tiempo que tarda el algoritmo en realizar el alineamiento y reducir la influencia de errores en los bordes, se utilizan en el proceso solamente las regiones de las nubes que son comunes entre si, como se muestra en las figuras 37 y 38.

Figura 37. Nube de puntos “modelo” recortada.



Fuente: Autor

Figura 38. Nube de puntos “datos” recortada.



Fuente: Autor

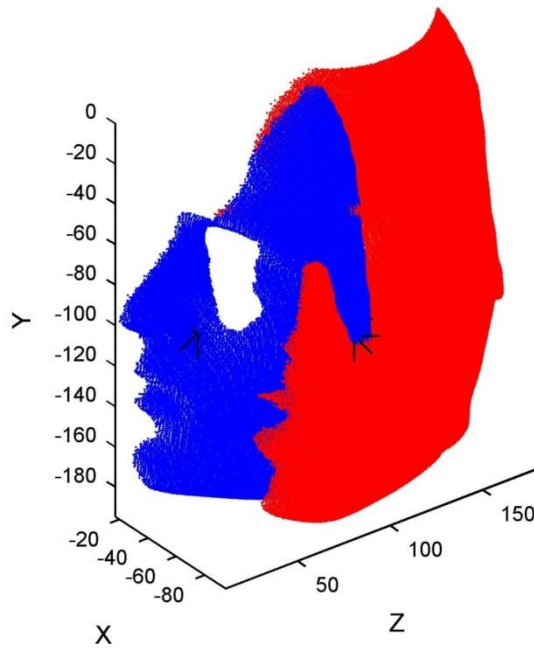
Una etapa del proceso de registro consiste en llevar las dos nubes de puntos a un sistema coordinado único (Figura 39), en el cual se puedan realizar las transformaciones necesarias para su alineamiento inicial, con el fin de garantizar la convergencia a una nube unificada. En la Figura 39 se observa que existe una rotación entorno al eje Y entre las dos nubes de datos 3D. Esta rotación es debida a la rotación realizada al objeto para adquirir información de cada una de sus secciones por medio del dispositivo de reconstrucción 3D.

El ángulo de rotación fue calculado de manera aproximada empleando el ángulo entre las dos líneas formadas por el punto medio de cada nube con su punto común marcado en negro en la Figura 39. Con este ángulo se determina la matriz de rotación inicial para acercar las dos nubes:

$$R = \begin{pmatrix} 0.7071 & 0 & -0.7071 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0.7071 & 0 & 0.7071 \end{pmatrix}. \quad (53)$$

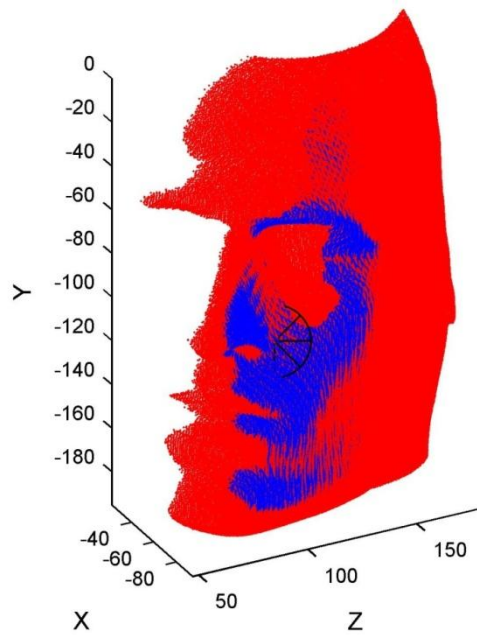
Posteriormente se aplica una traslación para hacer coincidir los dos puntos comunes. La Figura 40 muestra el acercamiento inicial entre las dos nubes de datos empleadas en el registro.

Figura 39. Nubes de puntos en un sistema coordenado único.



Fuente: Autor

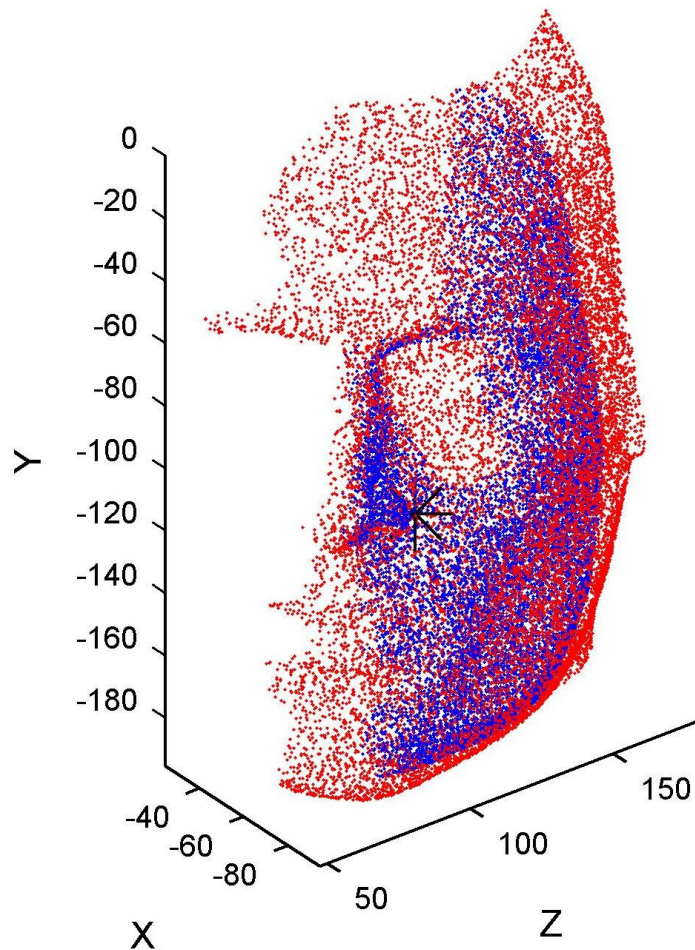
Figura 40. Rotación de la nube de puntos “datos”.



Fuente: Autor

En las figuras 35 a 40 se observa una alta densidad de los puntos en cada nube, por lo cual, si se introducen estas nubes al algoritmo ICP, serán muchos los puntos que se deban tomar en cada iteración, por esto se reduce de forma aleatoria los puntos a 1/8 de su número original, obteniéndose nubes de puntos menos saturadas (Figura 41) pero aún así con los puntos suficientes para aplicar el algoritmo ICP.

Figura 41. Nubes de puntos reducidas.

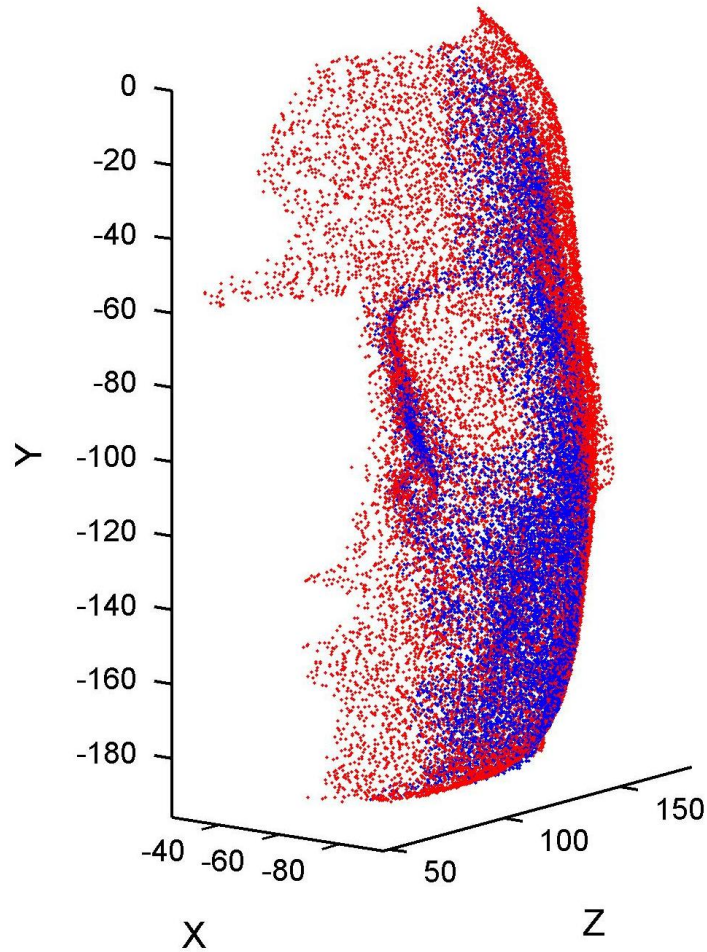


Fuente: Autor

Teniendo la alineación inicial, se puede aplicar el algoritmo ICP. Este algoritmo iterativo se detendrá cuando se cumpla un número de 104 iteraciones, o cuando el

umbral de error sea igual a 10^{-5} . En la Figura 42 se visualiza la superposición de nubes luego de ser aplicado el algoritmo.

Figura 42. Resultado del algoritmo ICP.

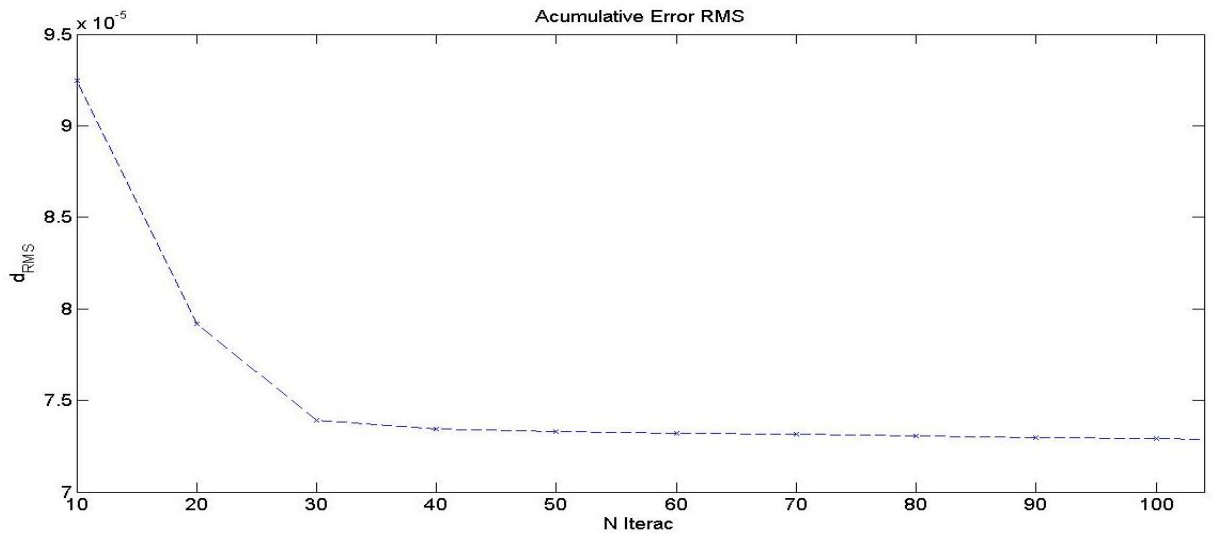


Fuente: Autor

Durante el proceso de aplicación del algoritmo, se realiza un seguimiento a la función de error para visualizar su evolución (Figura 43).

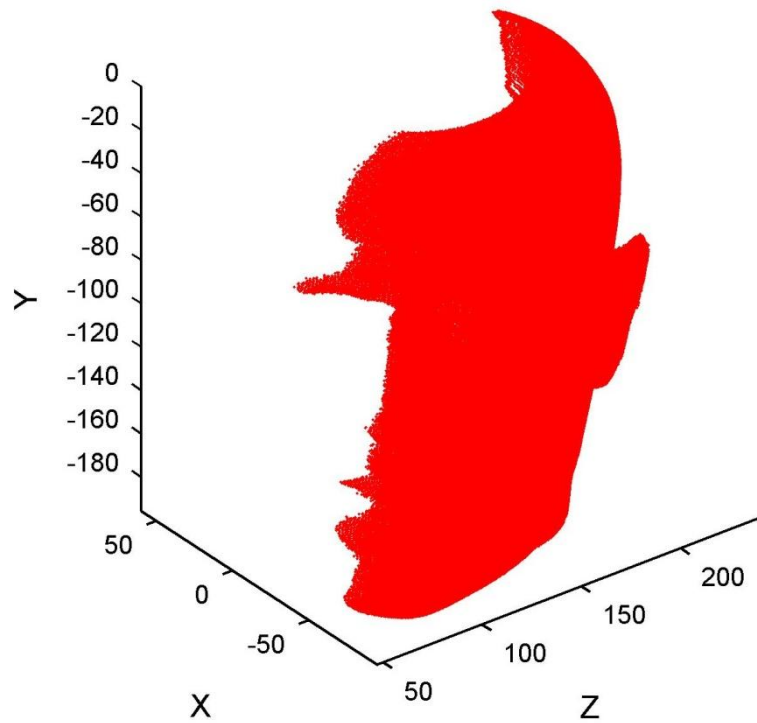
Luego de alinear correctamente las nubes de puntos, se puede llevar las nubes a su tamaño original, para observar como una nube se complementa con la otra, obteniendo una reconstrucción tridimensional parcial del objeto (Figura 44).

Figura 43. Convergencia de la función de error.



Fuente: Autor

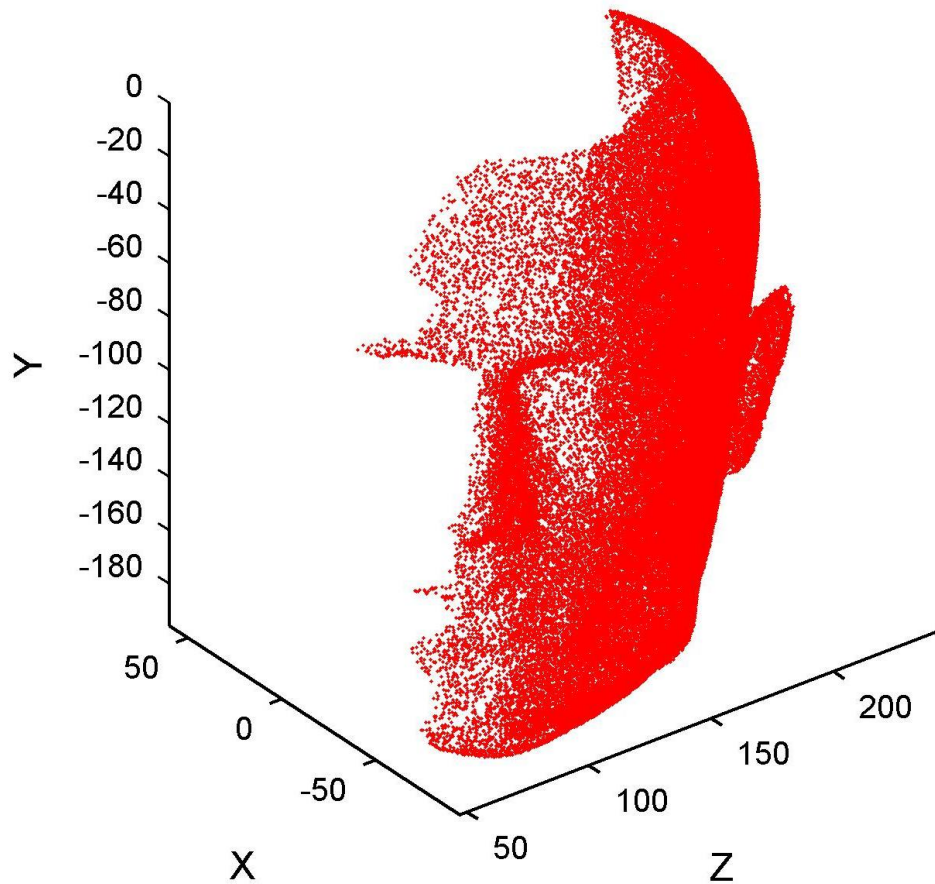
Figura 44. Registro completo de las nubes de puntos.



Fuente: Autor

En la Figura 45 se observa el objeto luego del registro de dos nubes de datos, habiendo reducido los puntos para una mejor visualización.

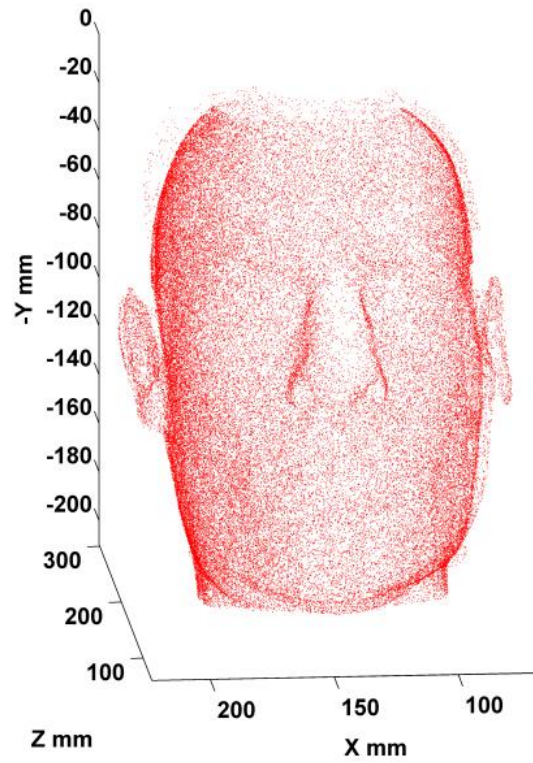
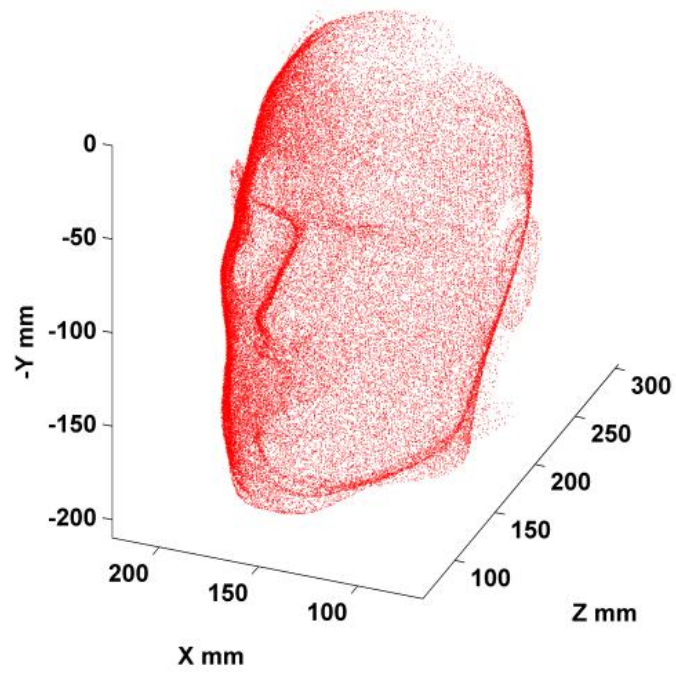
Figura 45. Registro completo de las nubes de datos con reducción de puntos.



Fuente: Autor.

Ahora esta nube está lista para ser alineada con otra nube con la cual tenga regiones en común. El proceso se repite hasta obtener el registro del objeto completo, mostrado en la Figura 46.

Figura 46. Registro completo de las 4 nubes de datos del objeto reconstruido.



Fuente: Autor.

CONCLUSIONES

- Se implementó un dispositivo de reconstrucción tridimensional del rostro humano por proyección de franjas a corrimiento de fase para recuperar nubes de datos de un modelo del rostro humano.
- Se desarrollaron los algoritmos de adquisición, calibración y reconstrucción tridimensional.
- Se adquirió información tridimensional a diferentes ángulos de observación de un modelo de rostro humano y de un rostro humano real.
- Se realizó una revisión bibliográfica de los métodos de registro de datos tridimensionales.
- Se implementó un algoritmo de registro de información basado en el algoritmo ICP, usando como criterio de acercamiento la distancia entre puntos y una función de error basada en la distancia euclideana mínima entre nubes. Las iteraciones del algoritmo se controlaron introduciendo un valor máximo de 104 iteraciones y un umbral de error de 10^{-5} . El algoritmo se detenía cuando alguno de estos valores era alcanzado.
- Se implementó una estrategia de alineamiento inicial especial para el rostro humano, basado en las características geométricas particulares que este posee, usando puntos comunes sobresalientes elegidos de forma manual y un valor aproximado del ángulo de rotación entre nubes. Este ángulo de

rotación corresponde al ángulo que fue rotado el objeto en el proceso de adquisición de imágenes para su reconstrucción tridimensional.

- Se verificó experimentalmente el procedimiento completo de adquisición y registro de información 3D de un modelo del rostro humano.

PERSPECTIVAS

El trabajo desarrollado constituye la etapa de registro, la cual será utilizada en un sistema de reconstrucción tridimensional a manos libres para la extracción de nubes de puntos a partir de un sistema calibrado y analizado metrológicamente. La implementación de un sistema de posicionamiento global, permitirá encontrar los valores de rotación y traslación del objeto para realizar el alineamiento inicial de las nubes de datos. Esta etapa de registro abre paso a la etapa de integración de datos, en la cual se hace una reducción de puntos en la nube para realizar un mallado 3D que permita el posterior modelamiento de la nube de datos.

Se propone para un trabajo posterior, utilizar un método de extracción de características locales del rostro [3,4], para así encontrar puntos comunes entre nubes de forma automática, lo cual podría reemplazar o complementar el sistema de posicionamiento global.

REFERENCIAS

- [1] A. Gomez. "Dispositivo óptico para la reconstrucción tridimensional de la piel humana por el método de proyección de franjas". Trabajo de Física. Universidad del Cauca. 2009.
- [2] A. Gruen, D. Akca. "Least squares 3D surface and curve matching". Journal of Photogrammetry and Remote Sensing. Volumen 59. 2005.
- [3] A. Moreno, A. Sanchez. "Three-dimensional facial surface modeling applied to recognition". Engineering Applications of Artificial Intelligence. Volumen 22. 2009.
- [4] C. Chua, R. Jarvis. "Point Signatures: A New Representation for 3D Object Recognition". International Journal of Computer Vision. Vol. 25. 1997.
- [5] F. Bernardini, H. Rushmeier. "The 3D Model Acquisition Pipeline". Computer graphics *forum*. Vol. 21, number 2 pp. 149–172, 2002.
- [6] F. Boughorbel, M. Mercimek, A. Koschan, M. Abidi. "A new method for the registration of 3D point sets: The Gaussian Fields framework". Image and Vision Computing. Volumen 28. 2010.
- [7] J. Meneses, T. Gharbi, P. Humbert. "Phase-unwrapping algorithm for images with high noise content based on a local histogram". Applied Optics. Vol. 44. 2005.
- [8] J. Meneses, T. Gharbi, M. Suárez, N. Arias. "3D localization of a labeled target by means of a stereo vision configuration with subvoxel resolution". Optics Express. Vol. 18. 2010.
- [9] M. Rodrigues, R. Fisher, Y. Liu. "Special issue on registration and fusion of range images". Comput. Vis. Image Underst. 87,1/2/3 1–7.2, 2002.

- [10] N. Arias, N. Meneses, J. Meneses, T. Gharbi. "A hand-held 3D laser scanning with global positioning system of subvoxel precision". Journal of Physics: Conference Series 274, 2011.
- [11] N. Arias, L. Romero, J. Meneses. "Sistema de reconstrucción tridimensional a referencia global: parte I". Revista Colombiana De Física. Vol. 38. 2006.
- [12] N. Gelfan, L. Ikemoto, S. Rusinkiewicz, M. Levoy. "Geometrically Stable Sampling for the ICP Algorithm," Fourth International Conference on 3-D Digital Imaging and Modeling, p.260, 2003.
- [13] P. Besl, N. McKay. "A Method for Registration of 3-D Shapes," IEEE Trans. On Pattern Analysis and Machine Intel., vol.14, no.2, pp.239-256, 1992.
- [14] P. Yang, K. Bowyer. "A fast algorithm for ICP-based 3D shape biometrics". Computer Vision and Image Understanding. 2006.
- [15] S. Rusinkiewicz, M. Levoy. "Efficient Variants of the ICP Algorithm" Third International Conference on 3-D Digital Imaging and Modeling, p. 145, 2001.
- [16] Y. Chen, G. Medioni. "Object Modeling by Registration of Multiple Range Images" Proc. Of the 1992 IEEE Intl. Conf. on Robotics and Automation, pp.2724-2729, 1991.
- [17] Z.M. Bi, L. Wang. " Advances in 3D data acquisition and processing for industrial applications ", Robotics and Computer-Integrated Manufacturing, Vol. 26, pp.403-413, 2010.
- [18] Z. Zhang. "Iterative Point Matching for Registration of Free-Form Curves, "IRA Rapports de Recherche, Programme 4 :Robotique, Image et Vision, no.1658, 1992.