

Técnica heurística para determinar la resistencia a flexión en vigas de concreto auto-compactante
reforzado con fibras de acero

David Sebastián Cotes Prieto

Proyecto de investigación para optar por el título de Magister en Ingeniería Civil

Director

Luis Eduardo Zapata Orduz.

Ingeniero Civil, PhD.

Co-Director

Sergio Henrique Pialarissi Cavalaro

Ingeniero Civil, PhD.

Universidad Industrial de Santander

Facultad de ingenierías físico-mecánicas

Escuela de ingeniería civil

Maestría en ingeniería civil

Bucaramanga

2020

Dedicatoria

*A mi familia, Leonardo, Danery y Camilo,
quienes fueron fuente incondicional de
fortaleza durante muchos de los días de este
desafío.*

Agradecimientos

A mi familia, Leonardo, Danery y Camilo, quienes me apoyaron en más de una forma durante todo este camino. A Valeria, Aschly y Jhon por su excepcional apoyo en los procedimientos experimentales, sus grandes ideas y, su carisma y buena voluntad para hacer de los días de laboratorio más agradables. A Juan y Sergio por los espacios de debate sobre ciencia, los cuales impactaron sobre la calidad de este proyecto. A mi director, el profesor Luis y a mi codirector el profesor Sergio, por todo el apoyo académico y administrativo brindado durante la ejecución del proyecto. Al profesor Oscar Begambre por ser fuente de inspiración y un modelo a seguir. Gracias totales a todos, sin su apoyo este sueño no se hubiese materializado.

Contenido

	Pág.
Introducción	18
1. Pregunta de investigación	22
2. Hipótesis de investigación	22
3. Objetivos	23
3.1 Objetivo general	23
3.2 Objetivos específicos	23
4. Alcances	24
5. Descripción del documento.....	25
5. Marco Teórico.....	26
5.1 Generalidades y caracterización del CACRFA.....	26
5.1.1 Concreto auto-compactante	27
5.1.2 Concreto reforzado con fibras de acero	43
5.2 Modelos constitutivos del CACRFA	55
5.3 Modelado de elementos finitos de vigas de CACRFA	62
5.4 Redes neurales artificiales aplicadas a CACRFA.....	69
5.4.1 Generalidades de las redes neurales artificiales.....	69
5.4.2 Métodos de optimización para entrenamiento de redes neurales artificiales.....	78
5.4.3 Aplicación de redes neurales artificiales en ingeniería estructural y en CACRFA	82

6. Metodología	85
6.1 Primera fase: Diseño y ejecución de plan experimental	88
6.1.1 Diseño experimental estadístico	88
6.1.2 Selección y caracterización de los materiales para las mezclas de CACRFA.....	90
6.1.3 Diseños de mezclas de CACRFA	96
6.1.4 Ejecución y estudio en estado fresco de las mezclas y especímenes de CACRFA	99
6.1.5 Ejecución de ensayos en estado endurecido de especímenes de CACRFA.....	104
6.2 Segunda fase: Modelado constitutivo del CACRFA	110
6.2.1 Modelado constitutivo en compresión.....	110
6.2.2 Modelado constitutivo en tracción.....	112
6.2.3 Análisis estadístico para estimar modelos constitutivos característicos	120
6.3 Tercera fase: Modelado de elementos finitos del ensayo de flexión de cuatro puntos.....	123
6.3.1 Selección y calibración del modelo	123
6.3.2 Determinación de curvas esfuerzo-deformación unitaria para diferentes a/c y %F	132
6.3.3 Ejecución de simulaciones para entrenamiento de RNA.....	134
6.4 Red neural artificial para predicción del momento flector resistente	135
6.4.1 Programación de la red neural artificial.....	135
6.4.2 Entrenamiento de la red neural artificial.....	139
7. Resultados y Discusión.....	152
7.1 Ensayos en estado endurecido	152
7.1.1 Ensayo de compresión simple.....	153
7.1.2 Ensayo de doble punzonamiento Barcelona	157
7.1.3 Ensayo de flexión de cuatro puntos	164

7.2 Modelos constitutivos	171
7.2.1 Modelos constitutivos en compresión.....	171
7.2.2 Modelos constitutivos en tracción	175
7.3 Modelado numérico y superficies de respuesta	179
7.3.1 Modelos numéricos del ensayo de flexión de cuatro puntos calibrados	180
7.3.2 Superficies de respuesta.....	186
7.3.3 Modelado numérico para diferentes a/c y %F para entrenamiento de la RNA	193
7.4 Red neural artificial.....	196
8. Conclusiones.....	208
9. Recomendaciones para futuros estudios	212
Referencias Bibliográficas	214
Apéndices.....	233

Lista de Figuras

	Pág.
Figura 1 Ensayos de flujo de asentamiento y T_{500} a) Superficie plana para ensayos de flujo de asentamiento, T_{500} , b) Cono de Abrams y superficie plana, c) Ensayo de flujo de asentamiento.	32
Figura 2. Embudo en V (Todas las medidas en [mm])	34
Figura 3. Equipo para ensayo del anillo japonés a) Anillo japonés (Todas las medidas en [mm]), b) Ensayo de anillo japonés	36
Figura 4. Caja en L (Todas las medidas en [mm]).....	37
Figura 5. Modelo de fluido a) Modelo de flujo de cortante simple, (b) Descripción cinemática del flujo de cortante simple.....	39
Figura 6. Flujo en fluidos independientes del tiempo.....	41
Figura 7. Flujo en fluidos dependientes del tiempo.....	42
Figura 8. Diferentes tipos de fibras según su material.....	44
Figura 9. Especímenes fracturados de concreto reforzado con fibras.	45
Figura 10. Doblez de la fibra por orientación no perpendicular a la superficie agrietada.	46
Figura 11. Diferentes tipos de fibras según su geometría.....	47
Figura 12. Resultados carga-deformación típicos para CRFA utilizando ensayo a) Monotónico, b) Cíclico.....	48
Figura 13. a) Montaje para CID, b) Espécimen acondicionado para CID y c) Resultados de deformación con CID.....	49

Figura 14. Ensayos de tracción directa para probeta a) Prismática, b) No prismática	51
Figura 15. Ensayo Brasileró.....	52
Figura 16. Ensayos de flexión a) Tres puntos, b) Cuatro puntos	53
Figura 17. Ensayo Barcelona a) Montaje del ensayo Barcelona, b) Falla de espécimen	55
Figura 18. Panorama general de la mecánica de materiales	56
Figura 19. Esquema de curvas esfuerzo-deformación y esfuerzo-ancho de grieta.....	58
Figura 20. Aporte de las fibras y concreto en la respuesta post-agrietamiento	59
Figura 21. Ejemplos de elementos finitos.....	63
Figura 22. Ejemplos de viga modelada con MEF.....	64
Figura 23. Diagrama de flujo del modelado con elementos finitos	65
Figura 24. Modelo de grieta discreta.	67
Figura 25. Modelo de grieta distribuida.....	68
Figura 26. Arquitectura de a) RNA, b) Perceptrón.....	71
Figura 27. RNA-PMC completamente conectada.	72
Figura 28. Red neural artificial recurrente.....	73
Figura 29. Red neural artificial celular.	73
Figura 30. Funciones de activación a) Escalonada Heaviside, b) Sigmoidea, c) Tangente hiperbólica.....	75
Figura 31 . Gráfica Error vs. Iteración del entrenamiento de una RNA.	78
Figura 32. Esquema conceptual de la metodología	87
Figura 33. Diseño experimental estadístico para CACRFA	89
Figura 34. Cementantes utilizados a) Cemento Portland tipo I y equipo para ensayo de densidad b) Ceniza volante	91

Figura 35. Agregados utilizados	92
Figura 36. Curva granulométrica de agregado fino	93
Figura 37. Curva granulométrica de agregado grueso	93
Figura 38. Superplastificante utilizado	95
Figura 39. Fibras de acero utilizadas a) Especificaciones del fabricante b) Fibras con medidas	95
Figura 40. Proporciones volumétricas cualitativas para diseño de mezcla de concreto convencional y auto-compactante.....	96
Figura 41. Cono de Marsh y ensayo de cono de Marsh a fase líquida del CACRFA.....	97
Figura 42. Mezcladora y proceso de mezclado.....	100
Figura 43. Fabricación de CACRFA a) Control en estado fresco, b) Fundida de un cilindro, c) Fundida de una viga, d) Resultado de la fundida de un punto experimental	103
Figura 44. Especímenes en proceso de curado	104
Figura 45. Montaje para ensayo de compresión simple.....	105
Figura 46. Montaje para ensayo de doble punzonamiento Barcelona	106
Figura 47. Montaje vigas de estudio EFCP	108
Figura 48. Montaje experimental CID para EFCP.....	109
Figura 49. Cuña de falla del ensayo Barcelona.....	114
Figura 50. Esquemas de falla y porciones para equilibrio del ensayo Barcelona.....	116
Figura 51. Diagrama de cuerpo libre de bloque del cilindro para ensayo Barcelona fracturado	117
Figura 52. Modelado para CACRFA a) Material no lineal, b) Sección de elemento membrana	125
Figura 53. Geometría y enmallado del modelo de elementos finitos del EFCP a) Detalle, b) Vista en perspectiva.....	127

Figura 54. Discretizaciones para análisis de convergencia del enmallado del modelo de elementos finitos del EFCP a) Discretización 1, b) Discretización 2, c) Discretización 3..... 129

Figura 55. Curva carga-deflexión para análisis de convergencia del enmallado..... 130

Figura 56. Curva carga-deflexión para análisis de convergencia de los parámetros no lineales131

Figura 57. Esquema de la arquitectura de la RNA..... 136

Figura 58. a/c y $\%F$ vs. f_c promedio 154

Figura 59. Falla de cilindros en compresión para $a/c=0.50$ con a) $\%F=0.00\%$, b) $\%F=0.50\%$, c) $\%F=1.00\%$ 157

Figura 60. Curvas carga-desplazamiento del actuador para a) $a/c=0.40$, b) $a/c=0.43\%$, c) $a/c=0.50$, d) $a/c=0.57$, e) $a/c=0.60$ 158

Figura 61. a/c y $\%F$ vs. a) carga máxima del ensayo Barcelona, b) tenacidad del ensayo Barcelona 161

Figura 62. Falla de cilindros Barcelona para $a/c=0.43$ con a) $\%F=0.00\%$, b) $\%F=0.15\%$, c) $\%F=0.85\%$ 163

Figura 63. Cuñas de falla del ensayo Barcelona a) Evidencia de cuñas obtenidas, b) Ángulo de inclinación de cuña 164

Figura 64. Curvas carga-desplazamiento del actuador, carga-deflexión para a) y b) $a/c=0.40$, c) y d) $a/c=0.43$, e) y f) $a/c=0.50$, g) y h) $a/c=0.57$, i) y j) $a/c=0.60$ 165

Figura 65. a/c y $\%F$ vs. carga máxima del EFCP 168

Figura 66. Falla de vigas en EFCP para $a/c=0.50$ con a) $\%F=0.00\%$, b) $\%F=0.50\%$, c) $\%F=1.00\%$, 169

Figura 67. Curvas esfuerzo-deformación unitaria en compresión para a) $a/c=0.40$, b) $a/c=0.43$, c) $a/c=0.50$, d) $a/c=0.57$, e) $a/c=0.60$ 174

Figura 68. Curvas esfuerzo-deformación unitaria en tracción para a) $a/c=0.40$, b) $a/c=0.43$, c) $a/c=0.50$, d) $a/c=0.57$, e) $a/c=0.60$ 178

Figura 69. Resultados en último paso del análisis para viga con $a/c=0.50$ y $\%F=0.50\%$ a) Desplazamiento objetivo en [mm], b) Deformación unitaria máxima 180

Figura 70. Resultados de curvas carga-deflexión para vigas con ($a/c, \%F$) a) (0.50, 0.50), b) (0.43, 0.85), c) (0.50, 1.00), d) (0.57, 0.85), e) (0.50, 0.00), f) (0.57, 0.15), g) (0.40, 0.50), h) (0.60, 0.50), i) (0.43, 0.15)..... 183

Figura 71. Resultados de análisis de superficie de respuesta para f'_c a) Gráfica de superficie de respuesta, b) Diagrama de Pareto..... 187

Figura 72. Resultados de análisis de superficie de respuesta para f_{t1} a) Gráfica de superficie de respuesta, b) Diagrama de Pareto..... 188

Figura 73. Resultados de análisis de superficie de respuesta para f_{t2} a) Gráfica de superficie de respuesta, b) Diagrama de Pareto..... 189

Figura 74. Resultados de análisis de superficie de respuesta para f_{t3} a) Gráfica de superficie de respuesta, b) Diagrama de Pareto..... 189

Figura 75. Resultados de análisis de superficie de respuesta para f_{t4} a) Gráfica de superficie de respuesta, b) Diagrama de Pareto..... 190

Figura 76. Resultados de análisis de superficie de respuesta para f_{t5} a) Gráfica de superficie de respuesta, b) Diagrama de Pareto..... 191

Figura 77. Resultados de análisis de superficie de respuesta para $M^{SR}_{0.25}$ a) Gráfica de superficie de respuesta, b) Diagrama de Pareto..... 193

Figura 78. Resultados de $M_{0.25}$ para entrenamiento de la RNA 196

Figura 79. Resultados de entrenamiento de la RNA para una iteración con MBP a) HL=1 HN=2,
 b) HL=1 HN=20, c) HL=2 HN=2, d) HL=2 HN=20 197

Figura 80. Resultados de entrenamiento de la RNA para una iteración con PSO a) HL=1 HN=2,
 b) HL=1 HN=20, c) HL=2 HN=2, d) HL=2 HN=20 198

Figura 81. Resultados de entrenamiento de la RNA para una iteración con GSA a) HL=1 HN=2,
 b) HL=1 HN=20, c) HL=2 HN=2, d) HL=2 HN=20 199

Figura 82. Resultados de $M_{0.25}$ obtenidos con a) Experimentalmente, b) Modelo numérico de
 elementos finitos, c) Superficie de respuesta, d) Red neural artificial..... 207

Lista de Tablas

	Pág.
Tabla 1. Dosificaciones para mezclas de CACRFA	98
Tabla 2. Resultados de flujo de asentamiento y T_{500} a mezclas de CACRFA	101
Tabla 3. Resultados de tiempo de cómputo y error relativo para análisis de convergencia del enmallado	130
Tabla 4. Resultados de tiempo de cómputo y error relativo para análisis de convergencia de los parámetros no lineales	131
Tabla 5. Resultados de carga máxima en el ensayo de compresión simple para puntos experimentales	153
Tabla 6. Resultados de f'_c promedio en [MPa], en el ensayo de compresión simple para las diferentes dosificaciones empleadas	154
Tabla 7. Resultados promedio de carga máxima y tenacidad en el ensayo Barcelona para puntos experimentales	159
Tabla 8. Resultados de carga máxima promedio en [kN], en el ensayo Barcelona para las diferentes dosificaciones empleadas	160
Tabla 9. Resultados de tenacidad promedio en [J], en el ensayo Barcelona para las diferentes dosificaciones empleadas	160
Tabla 10. Resultados de carga máxima promedio en EFCP para los puntos experimentales ...	166

Tabla 11. Resultados de carga máxima promedio [kN] en el EFCP para las diferentes dosificaciones empleadas.....	167
Tabla 12. Resultados experimentales promedio de $M_{0.25}$ en [N·m] en el EFCP para las diferentes dosificaciones que hacen parte del diseño de experimentos.....	171
Tabla 13. Resultados de f_c con la distribución de Weibull y la distribución Normal.....	172
Tabla 14. Parámetros del modelo constitutivo en compresión de las dosificaciones del plan experimental.....	173
Tabla 15. Resultados del coeficiente de fricción cinética μ_k	175
Tabla 16. Resultados de valores de esfuerzos y deformaciones unitarias de tracción con la distribución de Weibull.....	177
Tabla 17. Resultados del modelo numérico para cada dosificación parte del diseño experimental.....	181
Tabla 18. Resultados numéricos de $M_{0.25}$ en [N·m] en el EFCP para las diferentes dosificaciones que hacen parte del diseño de experimentos.....	184
Tabla 19. Comparación de resultados experimentales y numéricos de $M_{0.25}$ en el EFCP.....	186
Tabla 20. Coeficientes de correlación y valores-P de la prueba de Anderson-Darling para modelos de superficie de respuesta.....	191
Tabla 21. Resultados para entrenamiento de RNA.....	194
Tabla 22. Cantidad de pesos a entrenar en cada RNA.....	197
Tabla 23. Resultados de entrenamiento, calibración y validación de las diferentes RNA.....	200
Tabla 24. Mejores resultados de las diferentes RNA.....	204
Tabla 25. Pesos de la mejor RNA con 1 capa oculta y 10 neuronas entrenada con el GSA.....	205
Tabla 26. Resultados de la mejor RNA para datos.....	205

Lista de Apéndices

	Pág.
Apéndice A. Resultados del ensayo de compresión simple.....	233
Apéndice B. Resultados del ensayo Barcelona.....	235
Apéndice C. Resultados de ensayo de flexión de cuatro puntos.....	240
Apéndice D. Código de MATLAB para cálculo de parámetros de Weibull	245
Apéndice E. Código de MATLAB para determinación de parámetros de la curva esfuerzo- deformación unitaria en tracción con base en el ensayo Barcelona.....	250
Apéndice F. Parámetros de los modelos constitutivos de las simulaciones de elementos finitos para entrenamiento de la red neural artificial	254
Apéndice G. Código en MATLAB para uso de la OAPI de SAP2000	263
Apéndice H. Código en MATLAB para arquitectura, cálculo del error y entrenamiento de red neural artificial	265
Apéndice I. Códigos en MATLAB para optimización utilizando propagación hacia atrás con momentum, optimización por enjambre de partículas y algoritmo de búsqueda gravitacional..	271

Resumen

Título: Técnica heurística para determinar la resistencia a flexión en vigas de concreto auto-compactante reforzado con fibras de acero*

Autor: David Sebastián Cotes Prieto**

Palabras clave: Concreto auto-compactante, fibras de acero, ensayo de doble punzonamiento Barcelona, modelo numérico de elementos finitos, métodos heurísticos, red neural artificial.

Descripción:

Este proyecto de investigación estimó la resistencia a momento flector de vigas fabricadas en concreto auto-compactante reforzado con fibras, ensayadas a flexión de cuatro puntos considerando como variables de entrada relaciones agua-cementante entre 0.40 - 0.60 y cantidad de fibras de acero terminadas en gancho, entre 0.00% - 1.00% del volumen total de concreto. Las fases del proyecto fueron: (i) ejecución de un plan experimental de ensayos de compresión simple, doble punzonamiento Barcelona y flexión cuatro puntos, para 17 dosificaciones, determinadas con base en un diseño de experimentos, (ii) cálculo de las curvas esfuerzo-deformación para todas las dosificaciones, utilizando modelos constitutivos propuestos en la literatura, calibrados con los resultados de los ensayos, (iii) relación de los modelos constitutivos con las variables de entrada implementando superficie de respuesta, (iv) cálculo de la resistencia a momento flector para 121 diferentes dosificaciones dentro del dominio de estudio, utilizando un modelo numérico de elementos finitos alimentado con los modelos constitutivos obtenidos de las superficies de respuesta (v) programación y entrenamiento de una red neural artificial, usando los datos del modelo numérico, para predecir el momento flector resistente en función de las variables de entrada. Los resultados obtenidos muestran que la metodología propuesta al entrenar la red neural artificial con un método heurístico permite obtener resultados adecuados ($R^2=0.99$) de la resistencia a momento flector de vigas de concreto auto-compactante reforzado con fibras de acero ensayados a flexión cuatro puntos, en función de la relación agua-cementante y la cantidad de fibras.

* Trabajo de grado de Maestría

** Facultad de ingenierías físico-mecánicas Escuela de ingeniería civil Maestría en ingeniería civil Director Luis Eduardo Zapata Orduz. Ingeniero Civil, PhD. Co-Director Sergio Henrique Pialarissi Cavalero Ingeniero Civil, PhD.

Abstract

Title: Heuristic technique to determine the flexural resistance of steel fiber reinforced self-compacting concrete beams*

Author: David Sebastián Cotes Prieto**

Key words: Self-compacting concrete, steel fibers, double punching Barcelona test, finite elements numerical modelling, heuristic methods, artificial neural network.

Description:

This research project estimated the flexural moment resistance of beams fabricated of steel fiber reinforce self-compacting concrete, tested to four-point bending considering as input variables water-binder ratios, between 0.40 - 0.60, and amount of hooked-end steel fibers between 0.00% - 1.00% of the total concrete volume. Project phases were: (i) execution of an experimental plan of simple compression tests, double punching Barcelona tests, and four-point bending test, for 17 dosages determined based on a design of experiments, (ii) calculus of stress-strain curves for all dosages using constitutive models from literature, calibrated based on the tests results, (iii) relation of constitutive models to the input variables, using the response surfaces, (iv) calculus of flexural moment resistance for the 121 dosages within the studied domain, using a finite elements numerical model, fed with the constitutive models obtained from the response surfaces and, (v) programming and training of an artificial neural network, using the numerical model data, to predict the flexural moment as function of the input variables. Obtained results show that proposed methodology when training the artificial neural network with an heuristic method, allows to obtain adequate results ($R^2=0.99$) of the flexural moment resistance of steel fiber self-compacting concrete beams tested to four-point bending, as a function the water-binder ratio and the amount of fibers.

* MSc. Thesis

** Facultad de ingenierías físico-mecánicas Escuela de ingeniería civil Maestría en ingeniería civil Director Luis Eduardo Zapata Orduz. Ingeniero Civil, PhD. Co-Director Sergio Henrique Pialarissi Cavalero Ingeniero Civil, PhD.

Introducción

En la industria de la construcción actual, el concreto reforzado (CR) es el material más utilizado con fines estructurales gracias a su funcionalidad, versatilidad, durabilidad y viabilidad económica (European concrete platform ASBL, 2009). Existen varios tipos de concreto actualmente disponibles para su uso en la industria como son el concreto convencional, concreto de alta resistencia o concreto auto-compactante, así como también son varios los materiales de refuerzo disponibles, siendo el más común el acero, el cual se suele emplear en forma de varillas, cables, perfiles o fibras. El tipo de CR más utilizado en la actualidad es el concreto convencional reforzado con varillas de acero, el cual presenta múltiples desventajas en su proceso constructivo, como son la baja calidad del armado de refuerzo en obra por error humano, movimiento del refuerzo durante el vaciado de concreto, presencia de vacíos irregulares (hormigueros) en las superficies de los elementos hechos con este material a causa de poca fluidez o congestiones de refuerzo, corrosión del refuerzo por insuficiente recubrimiento o la presencia de hormigueros, entre otros (Gómez & Palacios, 2011).

Un material alternativo que hace frente a estas problemáticas e incluso permite disminuir los tiempos de ejecución en obra es el concreto auto-compactante reforzado con fibras de acero (CACRFA) el cuál gracias a su cualidad auto-compactante en estado fresco, es capaz de fluir por su propio peso y llenar los moldes sin necesidad de vibrado mecánico (Ponikiewski & Golaszewski, 2013; Rao, 2010), y gracias a la incorporación de fibras de acero aleatoriamente distribuidas en la matriz de concreto, suprime la necesidad de armado de refuerzo con varillas sin

comprometer propiedades necesarias en estado endurecido como son las resistencias a compresión, tracción y cortante, la ductilidad y la tenacidad (American Concrete Institute, 2002; Pająk & Ponikiewski, 2013). Cabe resaltar que en la producción de CACRFA usualmente se emplean como reemplazo parcial del cemento, materiales residuos de otras industrias como son la ceniza volante, el humo de sílice o la escoria de alto horno, los cuales ayudan a mantener su estabilidad en estado fresco (Raharjo et al., 2013; Rao, 2010), por lo cual el uso de este material contribuye al desarrollo sostenible de la industria de la construcción. Las cualidades previamente descritas hacen del CACRFA un material ideal para su uso en estructuras, evidenciándose esto en los reportes de investigaciones a nivel internacional para su uso en diversas obras de infraestructura como son edificios, muros de contención, tuberías, losas de pavimentos (Fernandes et al., 2018; Mohamed et al., 2015; Oikonomou-mpegetis, 2013), y reportes de casos exitosos de su uso en la industria de la construcción (Ortiz et al., 2017; Yan & Yu, 2009).

El uso del CR (incluido el CACRFA) implica el análisis, diseño y descripción del proceso constructivo de las estructuras hechas con este material, por lo cual existen códigos y normativas de construcción las cuales, con base en los resultados de rigurosas labores de investigación tanto experimental como teórica, proporcionan modelos de cálculo y recomendaciones mínimas para su uso, con el fin de que los proyectistas estructurales y constructores puedan implementarlo de forma segura, práctica y económica (Banerjee, 2015). En el caso de Colombia, los códigos de construcción vigentes en la legislación estatal, reglamento de colombiano de construcciones sismo-resistentes (NSR-10) (Comisión asesora permanente para el régimen de construcciones sismo resistentes, 2010) y código colombiano para diseño de puentes (CCP-14) (Instituto Nacional de Vías, 2014), no proponen recomendaciones constructivas ni modelos detallados para el uso del CACRFA, exigiendo al constructor interesado en implementarlo, la ejecución de múltiples ensayos

especializados de laboratorio, reglamentados por normas colombianas de caracterización de materiales, los cuales suelen ser costosos en tiempo y recursos financieros. Ejemplos de este tipo de ensayos son los ensayos de carga monotónica de flexión a tres y cuatro puntos, usualmente utilizados para caracterizar el comportamiento mecánico del CACRFA. La ausencia de estas recomendaciones normativas sobre el CACRFA, causada en parte por la poca investigación rigurosa en el tema a nivel nacional (Gallo et al., 2013; Mendieta, 2017), y la necesidad de estos costosos ensayos cuando se desee implementar, constituyen una limitante que desincentiva su potencial uso en la industria nacional (Gallo et al., 2013).

Con base en lo previamente mencionado, se hace evidente la importancia del desarrollo de investigación nacional en las propiedades mecánicas del CACRFA y la respuesta estructural de elementos hechos en este material frente a sollicitaciones de carga axial, fuerza cortante, momento torsor y momento flector, siendo este último de especial interés por estar usualmente presente en elementos estructurales donde este material ha demostrado ser una solución viable (Belletti et al., 2008; Fernandes et al., 2018; Oikonomou-mpegetis, 2013). Con el fin de reducir la cantidad necesaria de experimentos, la investigación en el tema suele incluir modelos analíticos que describen el comportamiento mecánico de elementos de CACRFA, solucionados utilizando métodos numéricos, siendo el método de elementos finitos (MEF) el más utilizado. Si bien el uso de algunos experimentos, en conjunto con modelos analíticos resueltos a través del MEF, ha demostrado ser una excelente manera de abordar la investigación en el tema (Methods et al., 2019; Özcan et al., 2009a), el alto costo computacional y la necesidad de profesionales con capacitación teórico-aplicada específica en modelos analíticos y numéricos de CACRFA, se convierten en factores limitantes frente al uso masivo de este material en la industria de la construcción.

Teniendo en cuenta las necesidades contemporáneas que la industria y la sociedad demandan, se hace imperativo que la investigación en el ámbito del CACRFA incorpore, además del modelado numérico actualmente implementado, tecnologías disruptivas que, adicional a la capacidad de predicción del comportamiento mecánico, contribuyan a reducir tiempos, recursos y costos en su aplicación en la industria. Una tecnología que cumple con lo previamente expuesto es la inteligencia artificial (IA) (Gallo et al., 2013), esto debido a su capacidad de automatización, predicción, ahorro de recursos y calidad de los resultados que permite obtener (Charrington, 2017), evidencia de esto radica en que múltiples tipos de IA como son los sistemas difusos, los métodos de heurísticos de búsqueda y las redes neurales artificiales, se encuentran en la actualidad exitosamente empleadas en varias industrias (Shadabi & Sharma, 2008; Yusup et al., 2012). En cuanto a las ramas de la ciencia relacionadas con la industria de la construcción como son la ingeniería estructural y de materiales (como el CACRFA), los resultados satisfactorios que se han obtenido en investigaciones que integran la IA con estas disciplinas y el creciente interés y esfuerzos por vincularla a la industria de la construcción (Lu et al., 2012; Patil et al., 2017), evidencian la importancia de su implementación y la posicionan como una herramienta importante en el futuro de una ingeniería civil sostenible.

Con base en lo previamente expuesto, el proyecto de investigación aquí presentado busca contribuir a responder una de las preguntas que surge de relacionar la necesidad de investigación en el comportamiento mecánico del CACRFA y la importancia de incorporar inteligencia artificial en la investigación en el área de materiales y estructuras. En específico, este proyecto de investigación busca determinar, la resistencia a momento flector de vigas hechas en CACRFA para la condición de carga cuatro puntos a través de una técnica heurística que consiste en integrar un estudio experimental, modelado numérico de elementos finitos y un modelo de red neuronal

artificial. A continuación, se describen la pregunta de investigación, la hipótesis de investigación, los objetivos, los alcances, la descripción del cuerpo del documento y finalmente el cuerpo del documento.

1. Pregunta de investigación

A grandes rasgos, el problema planteado se puede resumir en la siguiente pregunta de investigación:

¿Cómo modelar la resistencia a momento flector de vigas de concreto auto-compactante reforzado con fibras de acero?

2. Hipótesis de investigación

La resistencia a momento flector de vigas de concreto auto-compactante reforzado con fibras de acero se puede modelar integrando los resultados de ensayos en el laboratorio, modelado numérico de elementos finitos y una red neuronal artificial.

3. Objetivos

3.1 Objetivo general

Desarrollar una técnica heurística para estimar la resistencia a flexión en vigas de concreto auto-compactante reforzado con fibras de acero, integrando un modelo constitutivo, modelamiento numérico de elementos finitos y un modelo de red neuronal artificial.

3.2 Objetivos específicos

- Determinar una relación esfuerzo-deformación para representar el comportamiento mecánico del concreto auto-compactante reforzado con fibras de acero mediante la adaptación de los resultados obtenidos en ensayos de flexión, tracción indirecta y compresión uniaxial, a un modelo constitutivo.
- Desarrollar simulaciones numéricas del comportamiento a flexión en vigas de concreto auto-compactante reforzado con fibras de acero a partir un modelo de elementos finitos y un modelo constitutivo de esfuerzo-deformación, calibrado mediante los resultados obtenidos a partir de ensayos de flexión en vigas de concreto auto-compactante reforzado con fibras de acero.
- Implementar un modelo de red neuronal artificial utilizando como suministro los resultados obtenidos a partir de las simulaciones del comportamiento a flexión en vigas de concreto

auto-compactante reforzado con fibras de acero, para estimar la resistencia a flexión en vigas de concreto auto-compactante reforzado con fibras de acero.

4. Alcances

El proyecto aquí presentado propone modelar la respuesta a flexión de vigas fabricadas en CACRFA teniendo en cuenta los siguientes alcances:

- El único refuerzo empleado son las fibras de acero, y las solicitaciones de carga y geometría son aquellas empleadas en los ensayos de laboratorio a ejecutar.
- El material por utilizar tendrá fines estructurales y se compondrá de concreto con una resistencia a la compresión de al menos 17 [MPa]. El límite inferior de 17 [MPa] se utilizará debido que este es el valor mínimo de resistencia a la compresión de un concreto estructural, según C.5.1 de la NSR-10.
- Las fibras de acero a utilizar serán terminadas en gancho de longitud 60 [mm] y relación de aspecto de 80.
- El estudio experimental se limitará a variar los factores: relación agua/ cementante (a/c) en el dominio 0.4 a 0.6 y cantidad de fibra medida en porcentaje respecto al volumen total de la mezcla (%F) en el dominio 0.00% a 1.00%.
- La incidencia de los factores de adherencia y distribución de fibras se realizará mediante análisis inverso de los resultados del modelo numérico desarrollado en el proyecto.

- El modelo a desarrollar se plantea como una idea preliminar para el análisis y diseño de estructuras fabricadas con CACRFA, con condiciones geométricas y de carga más complejas, donde la sollicitación principal es la flexión (como son placas y muros no estructurales) a partir de parámetros fácilmente medibles en la práctica de la ingeniería estructural (como la resistencia a la compresión y la cantidad de fibras), no obstante se aclara que para el estudio de dichas estructuras es necesario análisis más detallado e investigación especializada en el tema.

5. Descripción del documento

El contenido a continuación presentado se compone de 6 secciones, de la 7 a la 12, divididas cada una en subsecciones. En la sección 7 se presenta el marco teórico del proyecto, el cual presenta la información básica necesaria para familiarizarse con los temas de, generalidades y caracterización del concreto auto-compactante reforzado con fibras de acero, en estado fresco y endurecido, modelos constitutivos de dicho material en estado endurecido, diferentes técnicas de modelado de elementos finitos de vigas de este material, y redes neurales artificiales, sus bases conceptuales, relación con el proceso de optimización y aplicaciones en ingeniería estructural y de materiales. En la sección 8 se describe la metodología implementada en este proyecto, dividida en cuatro fases fundamentales, fase de diseño y ejecución de plan experimental, fase modelado constitutivo del material, fase de modelado numérico de vigas hechas con este material y finalmente programación y entrenamiento de una red neural artificial para estimar la resistencia a momento flector del material. En la sección 9 se presentan los resultados de cada una de las fases

de la metodología, y en la sección 10 las conclusiones y recomendaciones a las que se llegaron con base en el desarrollo de este proyecto. Para finalizar, las secciones 11 y 12 presentan las referencias utilizadas y los anexos al proyecto.

5. Marco Teórico

Con base en los objetivos planteados, para dar respuesta a la pregunta de investigación y concluir sobre la hipótesis, fue necesario realizar una revisión de literatura de las temáticas: (i) generalidades y caracterización del CACRFA, (ii) modelos constitutivos del CACRFA, (iii) modelado de elementos finitos de vigas de CACRFA y (iv) redes neurales artificiales aplicadas a CACRFA.

5.1 Generalidades y caracterización del CACRFA

Como ya se mencionó previamente en este documento, el CACRFA es un material compuesto, resultado de integrar las ventajas en estado fresco del concreto auto-compactante (CAC) y en estado endurecido del concreto reforzado con fibras de acero (CRFA). Estos dos tipos de concreto pueden ser vistos como los macro-componentes del CACRFA, por tanto, un punto de partida importante para entender este material radica en conocer por separado estos dos macro-componentes, con un enfoque especial al estado (fresco o endurecido) en el cual aportan ventajas al CACRFA.

5.1.1 Concreto auto-compactante

El CAC es un material compuesto desarrollado en Japón durante la década de 1980 gracias a los esfuerzos de investigadores de la universidad de Tokyo, la sociedad japonesa de ingenieros civiles y los investigadores Okamura, Ozawa y Maekawa (Okamura & Ouchi, 2003; Sfikas & Engineering, 2017), el cual en estado fresco tiene la capacidad de fluir y consolidar a causa de su propio peso manteniendo homogeneidad, de forma que puede llenar y adquirir fácilmente la forma de los encofrados en que se vierte, y atravesar obstáculos (como es el caso de barras de refuerzo) sin necesidad de vibrado mecánico y con muy poca necesidad de enrazado manual (El-dieb & Taha, 2012; Sonebi et al., 2016), de ahí su nombre “auto-compactante”. Cabe resaltar que se ha encontrado que las ventajas en estado fresco de este material conllevan a leves mejoras en las propiedades mecánicas en estado endurecido y propiedades de durabilidad (Persson, 2001)(Holschemacher, 2004), sin embargo, al igual que en concreto convencional se trata de un material cuasi frágil con poca resistencia a esfuerzos de tracción (Pająk & Ponikiewski, 2013).

Para obtener CAC son necesarios diseños de mezcla especiales que implican modificaciones significativas respecto al concreto convencional, tanto en la dosificación, es decir la cantidad de cada uno de sus componentes individuales, como en el tipo de componentes requeridos. Si bien hoy en día existen múltiples configuraciones de materiales que se pueden usar para obtener concreto auto-compactante, resaltan como componentes básicos los siguientes materiales (Brouwers & Radix, 2005; Okamura & Ouchi, 2003): (i) cementante, el cual suele ser cemento o una combinación de cemento con algún otro material fino, con o sin propiedades puzolánicas, (ii) agua, (iii) agregados pétreos, y (iv) aditivos reductores de agua súper-plastificantes, los cuales son polímeros que reaccionan con el cementante proporcionando fluidez

a la mezcla (El-gamal, 2012). Cabe resaltar que al sub-conjunto de componentes formado por el cementante, el agua y el súper-plastificante se le conoce como fase líquida o fase de mortero del CAC y al conjunto de agregados se le conoce como fase sólida (El-gamal, 2012).

Actualmente, la producción y uso de este material a nivel global se está extendiendo rápidamente, razón por la cual se han publicado gran cantidad de guías y recomendaciones para su fabricación, caracterización y puesta en obra, de las cuales se ha popularizado entre la comunidad científica y de la industria de la construcción, la propuesta “Recomendaciones europeas para el concreto auto-compactante” elaborada por la Federación Europea de especialistas en químicos de construcción y sistemas de concreto (EFNARC, por sus siglas en inglés) (The European Guidelines for Self-Compacting Concrete, 2005). A continuación, se describirá de forma específica el comportamiento en estado fresco del CAC.

Se conoce como estado fresco del CAC al periodo de tiempo comprendido entre el final de su proceso de mezclado y el tiempo de fraguado inicial (Ghoddousi et al., 2016), en este periodo el material está en estado plástico y cuenta con su cualidad auto-compactante. Garantizar un comportamiento satisfactorio del CAC en estado fresco implica tener conocimiento sobre las propiedades que lo describen, como caracterizarlas y que valores de dichas propiedades son adecuados. Las propiedades en estado fresco del CAC se pueden clasificar en: (i) propiedades de trabajabilidad, las cuales son parámetros cualitativos que suelen caracterizarse a través de ensayos empíricos, y (ii) propiedades reológicas, las cuales son parámetros cuantitativos que hacen parte de modelos constitutivos reológicos y suelen caracterizarse a través de ensayos reológicos del material.

Dentro de las propiedades de trabajabilidad del concreto auto-compactante en estado fresco destacan las mencionadas a continuación (The European Guidelines for Self-Compacting

Concrete, 2005), de forma adicional se describen algunos de los ensayos empíricos usados para su medición.

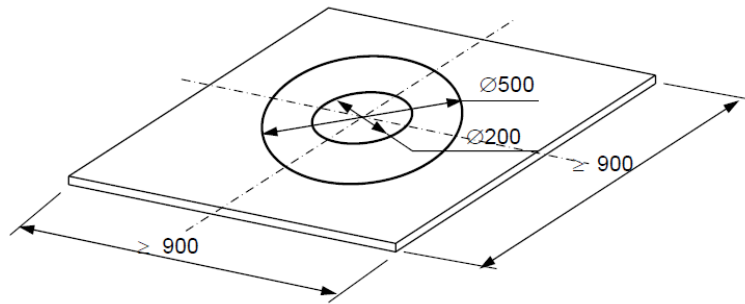
✓ **Fluidez (flowability, en inglés):** Se define como la facilidad que tiene el CAC para fluir en estado fresco. La fluidez se puede medir utilizando el ensayo de flujo de asentamiento (slump flow, en inglés), el cual consiste en verter CAC en estado fresco en un cono de Abrams con su base mayor apoyada sobre una superficie plana y lisa, mostrados en las

✓ a) y b), una vez lleno el cono se levanta permitiendo asentamiento y flujo del CAC, finalmente se mide el diámetro una vez se detiene el material, como muestra la

✓ c). El diámetro medido es un indicador de la fluidez del CAC, entre mayor sea el diámetro, más fluido se considera el material.

Figura 1

Ensayos de flujo de asentamiento y T_{500} a) Superficie plana para ensayos de flujo de asentamiento, T_{500} , b) Cono de Abrams y superficie plana, c) Ensayo de flujo de asentamiento.



a)



b)



c)

Nota. Adaptado de (Bravo Sobrino, 2004; The European Guidelines for Self-Compacting Concrete, 2005)

✓ **Viscosidad (viscosity, en inglés):** Se define como la resistencia del CAC a fluir una vez ha empezado el movimiento. La viscosidad se puede medir utilizando los ensayos T_{500} y embudo en V (V-funnel, en inglés). El ensayo de T_{500} tiene un procedimiento similar al del ensayo de flujo de asentamiento con la diferencia que el valor medido es el tiempo que le toma al material alcanzar

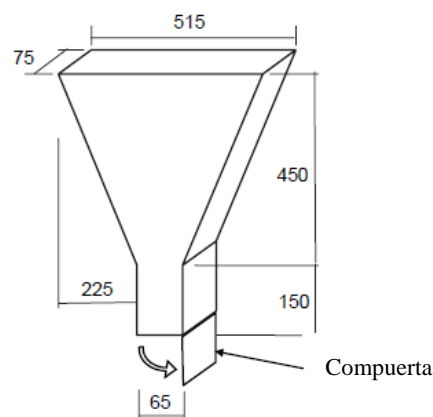
un diámetro de 500 [mm] para lo cual se suele utilizar como superficie de apoyo del cono de Abrams una tabla como la mostrada en la Figura 1, la cual cuenta con dos círculos concéntricos marcados, uno del mismo diámetro de la base mayor del cono para su ubicación y otro con diámetro de 500 [mm], mostrado en la

✓ . El diámetro medido es un indicador de la viscosidad del CAC, entre mayor sea el tiempo, más viscoso es el material.

El ensayo de embudo en V consiste en verter CAC en un cono de sección rectangular no prismática, mostrado en la **¡Error! No se encuentra el origen de la referencia..** Una vez llenado el cono se abre una compuerta en su parte inferior la cual permite el flujo del material, se mide el tiempo que tarda el CAC en vaciar el embudo. El tiempo medido es un indicador de la viscosidad del CAC, entre mayor sea el tiempo, más viscoso es el material.

Figura 2.

Embudo en V (Todas las medidas en [mm])



Nota: Adaptado de (The European Guidelines for Self-Compacting Concrete, 2005)

✓ **Estabilidad (stability, en inglés):** Se refiere a la cualidad del material para mantenerse homogéneo en estado estático o en movimiento, de manera que no se presenten fenómenos como la segregación, la cual hace referencia a la incapacidad de la fase líquida para soportar el peso de la fase sólida ocasionando una separación entre ambas (Tregger et al., 2012) o el sangrado (también

llamado exudación), el cual hace referencia a la separación del agua del resto de los componentes del CAC (Ben et al., 2017; Portugal Barriga, 2003).

La estabilidad se puede medir utilizando el ensayo de tamiz de segregación (segregation sieve, en inglés) en el cual se deja en reposo una mezcla de CAC durante quince minutos, a continuación, se vierte la mezcla en un recipiente pasándola a través de un tamiz con aberturas de 5 [mm], se deja reposar en el tamiz durante dos minutos y finalmente se mide la masa de material que atravesó el tamiz. El porcentaje de masa que atraviesa el tamiz es un indicador de la estabilidad del CAC, entre mayor sea el porcentaje de masa, menos estable es el material. Cabe aclarar que a través de inspección visual durante los ensayos de flujo de asentamiento y T_{500} se evidencia si existe homogeneidad del CAC, por lo cual la inspección visual durante estos ensayos puede ayudar a emitir conclusiones, desde un punto de vista cualitativo, sobre la estabilidad del material.

✓ **Capacidad de paso (passing ability, en inglés):** Se refiere a la capacidad del material para fluir a través de aberturas estrechas como es el caso de los espacios entre barras de refuerzo. La capacidad de paso se puede medir utilizando los ensayos de anillo japones (J-ring, en inglés y también conocido como anillo de barras) o el ensayo de caja en L (L-box, en inglés).

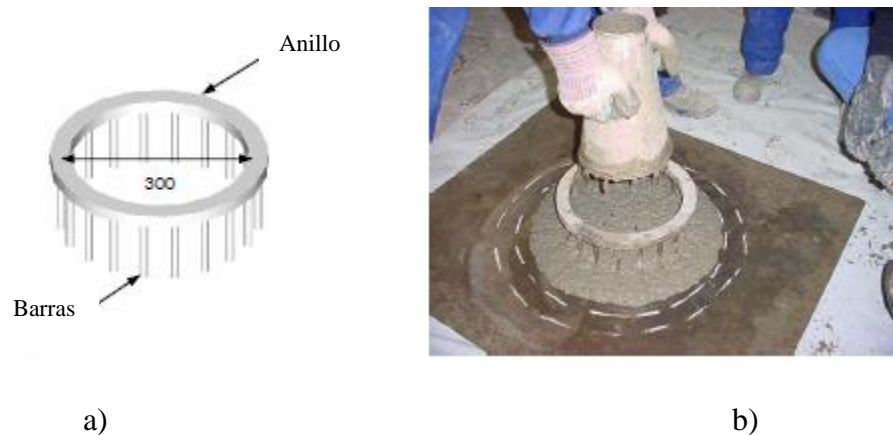
El ensayo de anillo japonés consiste en dejar fluir el material radialmente a través de un anillo de 300 [mm] de diámetro, el cual cuenta con unas barras verticales de altura entre 100 [mm] y 120 [mm], mostrado en la **¡Error! No se encuentra el origen de la referencia.** a). El procedimiento es similar al de los ensayos de flujo de asentamiento y T_{500} con la excepción que alrededor del cono de Abrams y antes de permitir flujo del CAC, se ubica el anillo, una vez levantado el cono, como muestra la **¡Error! No se encuentra el origen de la referencia.** b) y en el instante en que el CAC deja de fluir, se miden las alturas del material dentro y fuera del anillo.

La diferencia de alturas es un indicador de la capacidad de paso, entre mayor sea la diferencia de alturas, menor es la capacidad de paso.

Figura 3.

Equipo para ensayo del anillo japonés a) Anillo japonés (Todas las medidas en [mm]), b)

Ensayo de anillo japonés

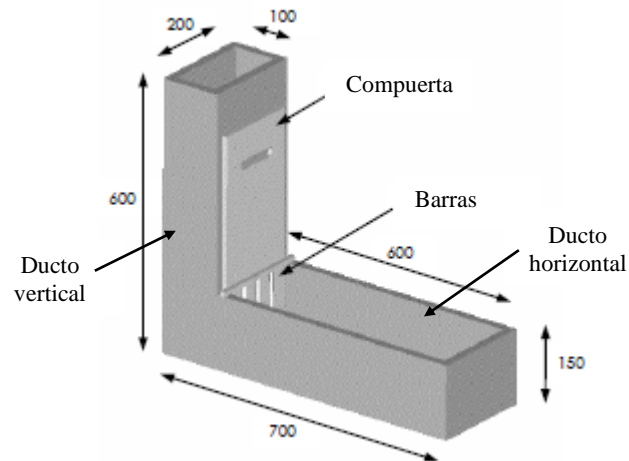


Nota. Tomado de: (Bravo Sobrino, 2004)

El ensayo de caja en L consiste en dejar fluir el material a través del interior de una caja con forma de L como la mostrada en la **¡Error! No se encuentra el origen de la referencia.**, la cual, en la intersección entre su ducto vertical y horizontal, cuenta con barras de acero verticales. El procedimiento consiste en verter el concreto dentro del ducto vertical de la caja, una vez vertido todo el CAC se abre una compuerta que da paso al material hacia el ducto horizontal ocasionando que fluya a través de las barras de acero, una vez el material recorre todo el ducto horizontal y detiene su flujo se mide la altura del CAC en el final del ducto horizontal y la altura de CAC remanente en el ducto vertical. La razón entre ambas alturas es un indicador de la capacidad de paso, entre mayor sea la razón entre alturas, mayor es la capacidad de paso.

Figura 4.

Caja en L (Todas las medidas en [mm])



Nota. Tomado de: (Bravo Sobrino, 2004)

✓ **Capacidad de llenado (filling ability, en inglés):** Se refiere a la capacidad del material para llenar todos los espacios del molde o formaleta en el que se vierte por acción única de su propio peso. La capacidad de llenado se puede medir utilizando el ensayo de flujo de asentamiento, previamente descrito. El diámetro medido del ensayo de flujo de asentamiento es un indicador de la capacidad de llenado del CAC, entre mayor sea el diámetro, mayor capacidad de llenado se considera que tiene el material.

Previo a la descripción de las propiedades reológicas del CAC, es necesario introducir el concepto de reología y como se relaciona con este material, con el fin de entender que parámetros caracterizar, como caracterizarlos y porqué son importantes para el estudio del estado fresco del CAC. La reología, término acuñado en 1920 por el profesor Eugene Bingham de la universidad de Indiana, USA, es la ciencia derivada de la mecánica de fluidos, que se encarga de estudiar la deformación y flujo de la materia (Irgens, 2014; Portugal Barriga, 2003). Es importante resaltar

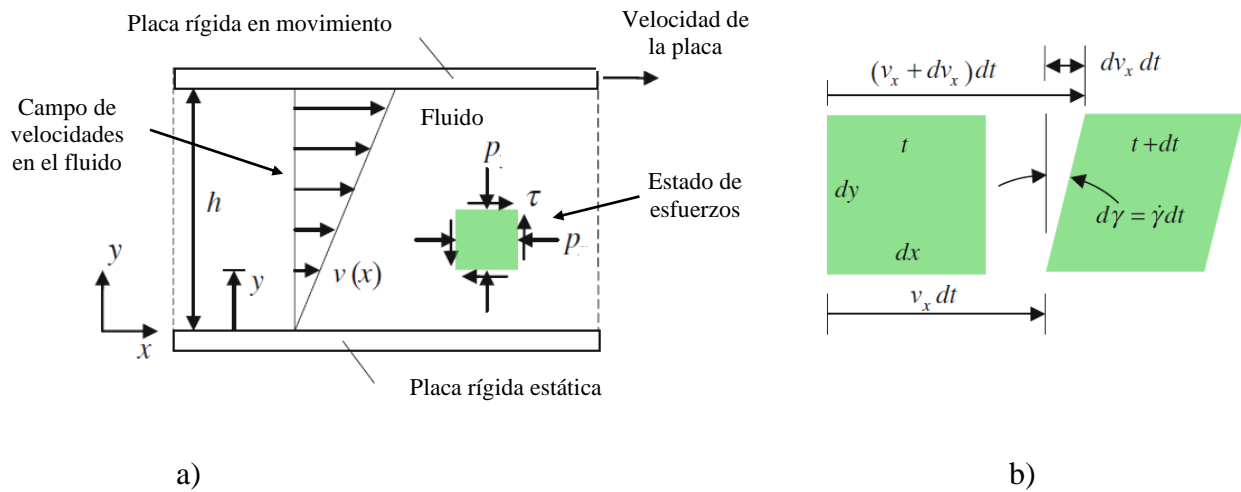
que, en sentido riguroso, fluido se refiere a un modelo macro-mecánico de cualquier material que se deforma continuamente (respecto al tiempo) al verse sometido a estados de esfuerzo anisótropos, por lo cual la reología no está limitada a su aplicación únicamente en líquidos y gases, convirtiéndose también en una herramienta valiosa para el estudio de algunos fenómenos en los sólidos, como es el caso del modelado del fenómeno de deformación por fluencia lenta.

Como muchas de las ramas derivadas de la mecánica clásica, la reología relaciona las causas y efectos del movimiento a través de modelos constitutivos, considerando como causa al estado de esfuerzos en cada punto del fluido y efecto a la variación del estado de deformaciones unitarias respecto al tiempo, conocida como tasa de deformación. Matemáticamente es posible demostrar que la tasa de deformación está relacionada con el gradiente del estado de velocidad del fluido, el cual representa la variación de la velocidad del fluido respecto al espacio.

Un modelado riguroso del comportamiento reológico de los materiales implica el estudio tridimensional de las relaciones existentes entre los estados de esfuerzo y tasa de deformación, sin embargo, en muchos casos prácticos relacionados con la caracterización de materiales, es suficiente considerar que el material está sometido únicamente a un flujo de cortante simple, de manera que el problema tridimensional se convierte en un problema unidimensional. La **¡Error! No se encuentra el origen de la referencia.** muestra un modelo de fluido sometido a un flujo de cortante simple, donde el movimiento de la placa superior, induce un campo de velocidad ($v(x)$), ocasiona un esfuerzo cortante (τ) el cual produce movimiento del fluido, representado como tasa de deformación ($\dot{\gamma}$) (Deshpande, 2010; Irgens, 2014).

Figura 5.

Modelo de fluido a) Modelo de flujo de cortante simple, (b) Descripción cinemática del flujo de cortante simple



Nota. Adaptado de (Irgens, 2014)

Con base en el modelo previamente presentado, se puede plantear una relación matemática sencilla para describir el movimiento de un fluido sometido a flujo cortante simple. Teniendo en cuenta que en general, para que se presente variación de la tasa de deformación es necesario que exista en primer lugar alguna deformación unitaria, este modelo se puede ver como la superposición de dos modelos constitutivos, uno que relaciona los esfuerzos con las deformaciones, conocido como modelo elástico, presentado en la ecuación (1) y uno que relaciona los esfuerzos con la tasa de deformación, conocido como modelo viscoso, presentado en la ecuación (2), cuya representación gráfica se conoce como curva de flujo. La expresión matemática completa del modelo reológico para flujo de cortante simple se presenta en la ecuación (3).

$$\tau = G * \gamma \tag{1}$$

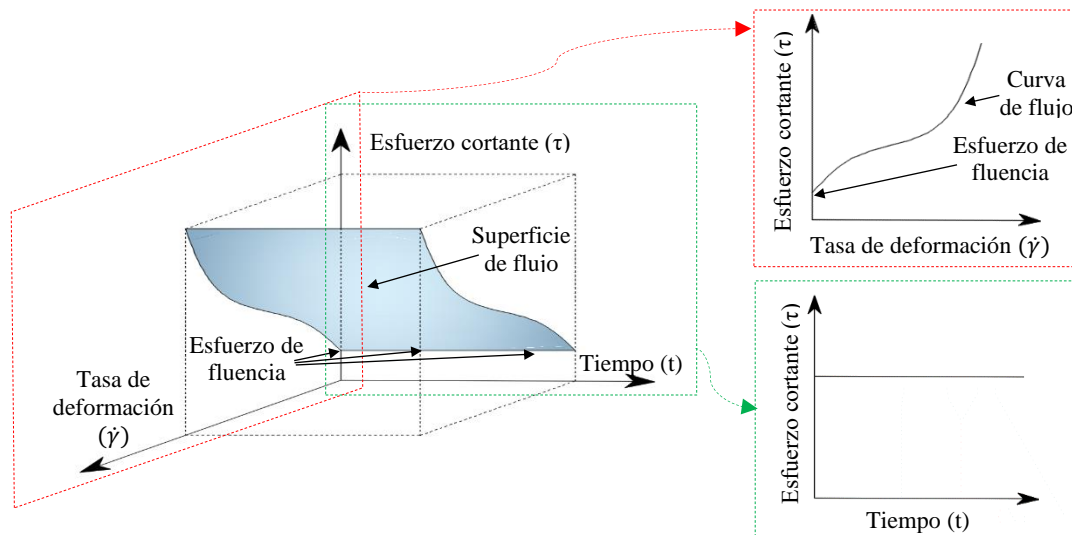
$$\tau = \mu * \dot{\gamma} \tag{2}$$

$$\tau = G * \gamma + \mu * \dot{\gamma} \quad (3)$$

El parámetro "G" presentado en la ecuación (1) se conoce como módulo de elasticidad transversal o módulo de rigidez, es la relación entre el esfuerzo y la deformación, y tiene unidades de esfuerzo. El parámetro "μ" se conoce como viscosidad, es la relación entre el esfuerzo y la tasa de deformación, y tiene unidades de esfuerzo por tiempo. Modelar satisfactoriamente el comportamiento reológico implica determinar experimentalmente dichos parámetros, los cuales, dependiendo del material en estudio, pueden adoptar la forma de constantes o funciones en el dominio del espacio, tasa de deformación y/o tiempo. Según la forma de estos parámetros que mejor represente el flujo, los fluidos se clasifican en: (i) fluidos independientes del tiempo, (ii) fluidos dependientes del tiempo, o (iii) fluidos visco-elásticos (Deshpande, 2010; Irgens, 2014).

✓ **Fluidos independientes del tiempo:** Son aquellos en los cuales la viscosidad se mantiene constante en el dominio del tiempo, sin embargo, puede variar en función de la tasa de deformación. En estos fluidos la componente de esfuerzo del modelo elástico se asume como nula, debido que suele ser considerablemente menor a la del modelo viscoso, por lo cual este modelo se suele emplear en líquidos. Estos fluidos se pueden clasificar en (i) fluidos visco-plásticos, en los cuales, para que se inicie el fenómeno de flujo, es necesario aplicar cierta magnitud de esfuerzo inicial al fluido, este esfuerzo se conoce como esfuerzo de fluencia, y (ii) fluidos puramente viscosos, en los cuales se puede presentar flujo sin necesidad de esfuerzo inicial, es decir, el esfuerzo de fluencia es nulo. La

✓ es una representación gráfica del comportamiento reológico de fluidos independientes del tiempo

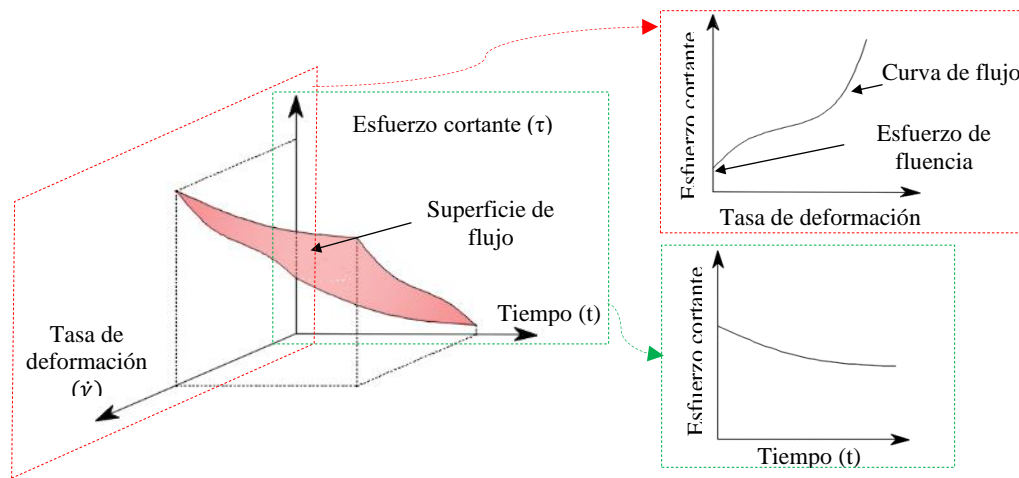
Figura 6.*Flujo en fluidos independientes del tiempo*

Nota: Adaptado de (Irgens, 2014)

✓ **Fluidos dependientes del tiempo:** Son aquellos en los cuales la viscosidad varía en función del tiempo, y/o tiempo y tasa de deformación. En estos fluidos la componente de esfuerzo del modelo elástico se asume como nula, debido que suele ser considerablemente menor a la del modelo viscoso, por lo cual este modelo se suele emplear en líquidos. Estos fluidos se pueden clasificar en (i) fluidos tixotrópicos, en los cuales, al mantener constante la tasa de deformación respecto al tiempo, el esfuerzo decrece, y (ii) fluidos reopéticos, en los cuales, al mantener constante la tasa de deformación respecto al tiempo, el esfuerzo aumenta. La **¡Error! No se encuentra el origen de la referencia.** es una representación gráfica del comportamiento reológico de fluidos dependientes del tiempo, específicamente, de los fluidos tixotrópicos.

Figura 7.

Flujo en fluidos dependientes del tiempo



Nota: Adaptado de (Irgens, 2014)

✓ **Fluidos viscoelásticos:** En estos fluidos la componente de esfuerzo aportada por el modelo elástico no es despreciable respecto a la del modelo reológico, por lo cual se debe tener en cuenta. En general, todos los materiales exhiben un comportamiento viscoelástico, sin embargo, este modelo se emplea en su mayoría en materiales en estado sólido, debido que, al verse solicitados a esfuerzos presentan deformaciones, conocidas como deformaciones instantáneas, y al mantener constantes esos esfuerzos en el tiempo, presentan tasas de deformación que conllevan a deformaciones iguales o mayores a las deformaciones instantáneas, conocidas como deformaciones diferidas o de largo plazo.

Con base en los anteriormente descrito, se hace evidente la necesidad de monitorear experimentalmente la relación existente entre las variables tiempo, tasa de deformación y esfuerzo, con el fin de caracterizar el comportamiento reológico de los materiales y seleccionar el modelo de fluido que mejor represente su comportamiento reológico. En la actualidad existen diferentes

dispositivos para monitorear el comportamiento reológico de los materiales, entre los cuales destaca el reómetro.

La evidencia experimental ha demostrado que el CAC en estado fresco, exhibe un comportamiento de fluido dependiente del tiempo, el cual se puede modelar considerando los resultados de experimentos que monitoreen el esfuerzo en función del tiempo, manteniendo constante la tasa de deformación, en conjunto con los resultados experimentales de curvas de flujo para varios instantes de tiempo (Qian & Kawashima, 2018).

5.1.2 Concreto reforzado con fibras de acero

El CRFA es un material compuesto que hace parte de los concretos reforzados con fibras, los cuales son materiales dónde, durante el proceso de mezclado, se incorporan en la matriz de concreto convencional pequeños elementos alargados de sección transversal circular o rectangular, hechos de algún material que conlleve a mejoras en sus propiedades en estado endurecido. Típicamente se utilizan diferentes tipos de fibras, distribuidas aleatoriamente en la matriz de concreto, como muestran las Figuras 8 y 9, entre las cuales se reconocen como las más utilizadas las fibras orgánicas, también conocidas como fibras naturales, hechas de materiales como el fique, coco, bambú, entre otros, y las fibras hechas de materiales inorgánicos como son el vidrio, polímeros o acero (American Concrete Institute, 2002)(Fernandes et al., 2018), siendo estas últimas el foco de la presente investigación. En general el uso de fibras implica mejoras en las propiedades mecánicas en estado endurecido relacionadas con el fenómeno de tracción, y propiedades de durabilidad en el concreto, dónde la magnitud en que mejoran las propiedades depende del tipo y cantidad de fibras utilizadas (American Concrete Institute, 2002), no obstante,

es pertinente aclarar que una desventaja de la incorporación de fibras en la matriz de concreto consiste en la disminución de su fluidez en estado fresco, lo cual para concretos poco fluidos se traduce en la posible aparición de discontinuidades (hormigueros) en los elementos una vez vaciado y endurecido el material, por cual el no garantizar suficiente fluidez puede ser perjudicial para la resistencia a compresión del material e incluso comprometer su durabilidad (Ortiz et al., 2017).

Figura 8.

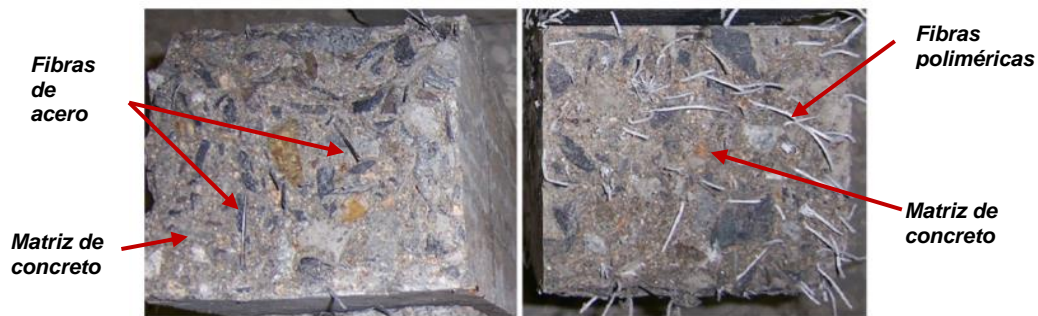
Diferentes tipos de fibras según su material.



Nota. Adaptado de (Fernandes et al., 2018)

Figura 9.

Especímenes fracturados de concreto reforzado con fibras.



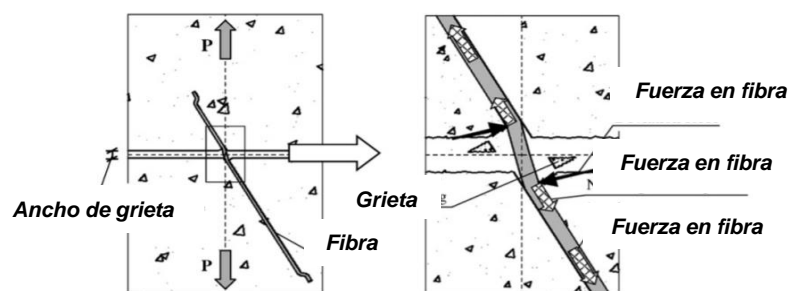
Nota. Adaptado de (Ding et al., 2019)

En el caso particular del CRFA la incorporación de fibras de acero en la matriz de concreto se realiza con el fin de mejorar su resistencia a esfuerzos de tracción, capacidad de deformación en el rango inelástico, conocida como ductilidad y capacidad de disipar energía, conocida como tenacidad, de forma que los elementos fabricados con este material estén en capacidad de soportar mayores magnitudes de carga y disipar mayor cantidad de energía en comparación al concreto convencional; y de disminuir la propagación y ancho de las grietas formadas en el concreto una vez alcanzada su resistencia máxima a la tracción (Altun et al., 2007); todo esto sin comprometer su capacidad en otras propiedades en estado endurecido como es la resistencia a la compresión. Las fibras de acero usualmente empleadas en la industria tienen longitudes que oscilan entre 6.4 y 76 mm, diámetros de sección transversal entre 0.45 y 1 mm, y están hechas con acero protegido contra la corrosión con resistencias a máximas a tracción entre 500 y 2000 [MPa], y deformación unitaria última entre 0.5 y 3.5% (American Concrete Institute, 2002)(Fernandes et al., 2018). Para caracterizar la geométrica de las fibras es usual utilizar un parámetro conocido como la relación de aspecto (AR) la cual se calcula como la razón entre la longitud de la fibra y el diámetro de su sección transversal.

En el CRFA, las fibras empiezan a trabajar una vez la matriz de concreto se agrieta por excedencia de esfuerzos de tracción, los cuales pueden ser inducidos por carga axial de tracción, por momento flector, o esfuerzos de tracción diagonal inducidos por fuerza cortante o momento torsor. Una vez agrietado el material, las fibras actúan como puentes entre las porciones no agrietadas de concreto, funcionando como barras a carga axial solicitadas principalmente a esfuerzos de tracción, por lo cual usualmente una mayor cantidad de fibras en la superficie agrietada representa un mayor incremento en las propiedades mecánicas del material. Cuando la inclinación de la fibra respecto a la superficie agrietada no es perpendicular, las fuerzas inducidas en ella no serán puramente axiales, y dada su baja rigidez a flexión las mismas tenderán a flectarse, buscando que su eje quede perpendicular a la superficie agrietada, como muestra la Figura 10, reduciendo su aporte a la resistencia global del material, razón por la cual la orientación original de las fibras respecto a la superficie agrietada es un parámetro importante que condiciona las propiedades del CRFA (Li et al., 2018).

Figura 10.

Doblez de la fibra por orientación no perpendicular a la superficie agrietada.

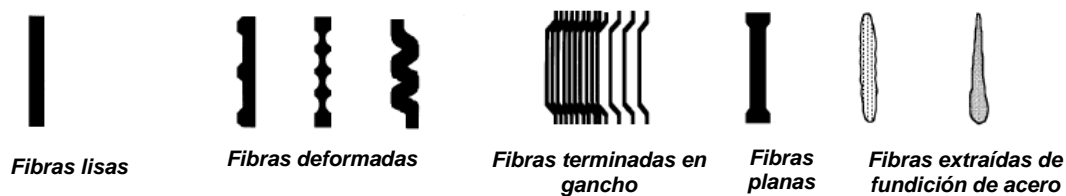


Nota. Adaptado de (F. Laranjeira et al., 2010)

Para permitir la transferencia de esfuerzos entre fibras y concreto se debe garantizar que exista adherencia suficiente entre las fibras y la matriz de concreto para minimizar desplazamientos relativos entre ambas partes y así evitar fallas tempranas por pérdida de adherencia (pull-out, en inglés) (Cunha et al., 2010). La adecuada adherencia se obtiene fabricando las fibras con geometrías específicas que permitan transferir los esfuerzos por fricción en la longitud de la fibra u otros mecanismos como pequeños esfuerzos normales en partes deformadas de las fibras como son los ganchos o rugosidades en su longitud (Amin, 2015), es por esto que las fibras tienen altas AR (entre 20 y 100) y usualmente cuentan con pequeñas discontinuidades a lo largo de su longitud (American Concrete Institute, 2002). En función de su geometría, las fibras de acero se pueden clasificar en fibras lisas, fibras deformadas, fibras terminadas en gancho, fibras planas y fibras extraídas de la fundición del acero, como muestra la Figura 11.

Figura 11.

Diferentes tipos de fibras según su geometría.



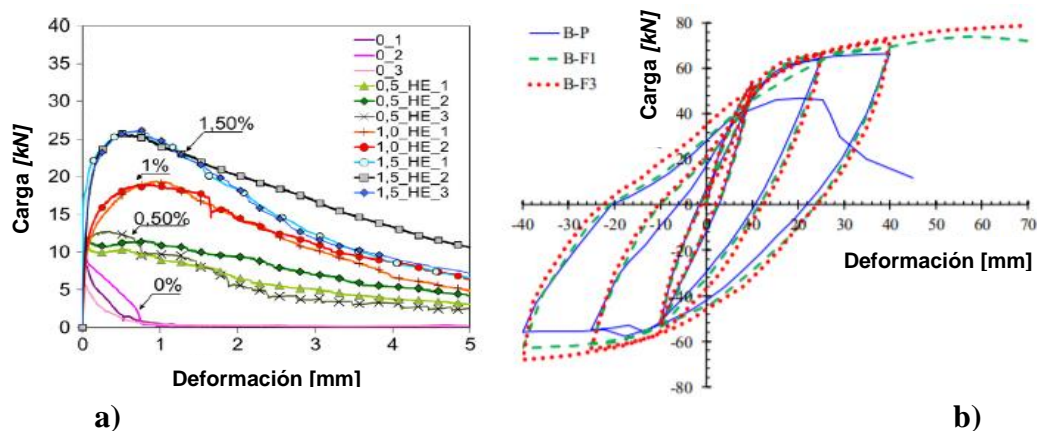
Nota. Adaptado de (American Concrete Institute, 2002)

De lo anterior se puede resumir que la incorporación de fibras afecta principalmente las propiedades mecánicas del CRFA relacionadas con el fenómeno de tracción (esfuerzos y deformaciones) después del agrietamiento de la matriz de concreto, sin comprometer propiedades como la resistencia a la compresión; y que la mejora en las primeras dependerá del tipo de fibras

empleada, su dosificación (cantidad de fibras empleadas), propiedades geométricas y materiales de la fibra, y orientación de la fibra en la matriz de concreto. La caracterización del CRFA implica la ejecución de pruebas experimentales en especímenes hechos de este material y su posterior relación con modelos matemáticos calibrados y validados para obtener las propiedades del material. Dado que el aporte de las fibras se relaciona con la tracción, es usual que la caracterización se centre en este fenómeno, sin embargo, cabe resaltar que es usual monitorear que la resistencia a compresión no se vea comprometida, a través del ensayo de compresión simple en cilindros (Gallo et al., 2013). En lo referente a ensayos para caracterizar la tracción, la carga (fuerzas) o desplazamiento relativo (deformación) aplicados, ambas medidas del movimiento del elemento o espécimen, pueden ser de magnitud incremental (ensayos monotónicos) o con sentido y magnitud variable (ensayos cíclicos); para ambos casos usualmente se utilizan maquinas eléctricas basadas en actuadores hidráulicos que permiten la adquisición de datos de carga y deformación aplicados al espécimen en cada instante del ensayo, como muestran la Figura 12.

Figura 12.

Resultados carga-deformación típicos para CRFA utilizando ensayo a) Monotónico, b) Cíclico.

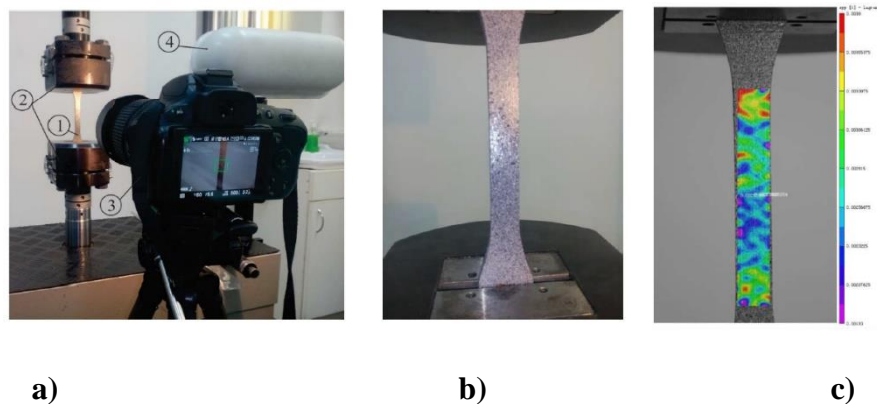


Nota. Adaptadas de (Chalioris et al., 2019; Pająk & Ponikiewski, 2013)

Cabe resaltar que no todas las máquinas de ensayo cuentan con dispositivos confiables para la medición de deformación, por lo cual es usual instrumentar las probetas con dispositivos para medir esta variable como son las galgas de deformación, transformadores diferenciales de variación lineal (LVDT, por sus siglas en inglés) o clips de medición. Los dispositivos previamente mencionados presentan desventajas ya que son usualmente costosos y permiten mediciones de movimiento únicamente en el punto donde son ubicados en la probeta. Una técnica de medición no destructiva que hace frente a estas debilidades dado que es de bajo costo y permite la medida de campos de deformación, es la correlación de imágenes digitales (CID) la cual, integrando fotografías del espécimen antes y después de deformado, y procedimientos numéricos, permite caracterizar desplazamientos y deformaciones (Cerbu et al., 2018). La Figura 13 ilustra el montaje y resultados típicos de CID.

Figura 13.

a) Montaje para CID, b) Espécimen acondicionado para CID y c) Resultados de deformación con CID.



Nota. Adaptado de (Cerbu et al., 2018)

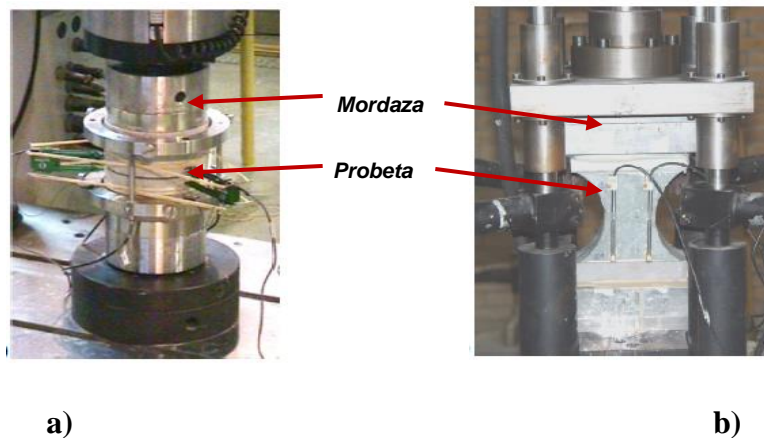
Dado que el proyecto acá desarrollado se enfocó en el comportamiento monotónico del material, a continuación, se presenta un resumen de algunos de los ensayos monotónicos más utilizados para caracterizar el comportamiento a tracción del material durante todo su recorrido (antes y después del agrietamiento). Cabe resaltar que para el caso del CACRFA los ensayos a continuación presentados son también los más comúnmente empleados, dado que como se aclaró previamente, el comportamiento del CACRFA en estado endurecido se ve principalmente condicionado por el aporte de las fibras.

✓ **Ensayo de tracción directa (Direct tensile test, en inglés)**

Ensayo en el cual se somete una probeta, prismática o no prismática, a una condición de carga axial de tracción pura, sujetándola a través de mordazas en sus extremos conectadas a un actuador hidráulico, como lo ilustra la Figura 14. Como medida de deformación de este ensayo usualmente se obtiene la deformación axial de la probeta. Si bien este ensayo proporciona los resultados más confiables de resistencia a tracción y otros parámetros importantes, los altos costos, y dificultades en manufactura, alineación y control de ensayo, asociados a su implementación, desincentivan su uso, convirtiéndolo en uno de los ensayos menos empleados para la caracterización del CACRFA (Filipe Laranjeira, 2010).

Figura 14.

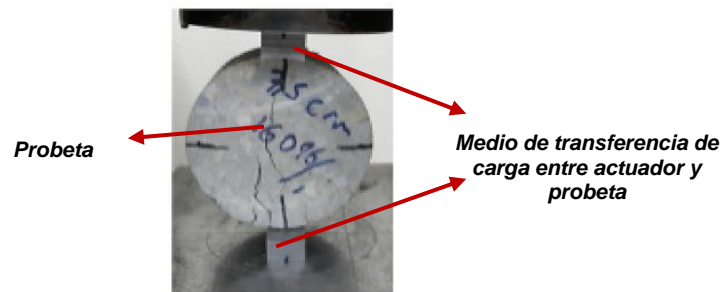
Ensayos de tracción directa para probeta a) Prismática, b) No prismática



Nota. Adaptado de (Filipe Laranjeira, 2010)

✓ **Ensayo de tracción Brasilerero (Brazilian tensile test or splitting test, en inglés)**

Ensayo de tracción indirecta en el cual se somete una probeta cilíndrica a una condición de carga de compresión diametral, como muestra la Figura 15, induciendo estados de esfuerzos principales de tracción a lo largo del diámetro de las caras del cilindro, los cuales para determinado nivel de carga producen fractura del material. Como medida de deformación de este ensayo usualmente se obtiene la deformación de la línea vertical u horizontal del diámetro de la probeta. Este ensayo es particularmente útil para medir resistencias a tracción del material y su ventaja radica en que el tamaño requerido de los especímenes es pequeño en comparación a otros ensayos y su montaje es relativamente sencillo, sin embargo, como desventaja se debe mencionar el hecho que a respuesta obtenida en este ensayo es muy sensible a condiciones propias difíciles de controlar en el mismo como el tipo de medio de transferencia de carga entre actuador y probeta y las pequeñas excentricidades en las cargas de compresión inducidas con el actuador (García et al., 2017).

Figura 15.*Ensayo Brasiler*

Nota. Adaptado de (García et al., 2017)

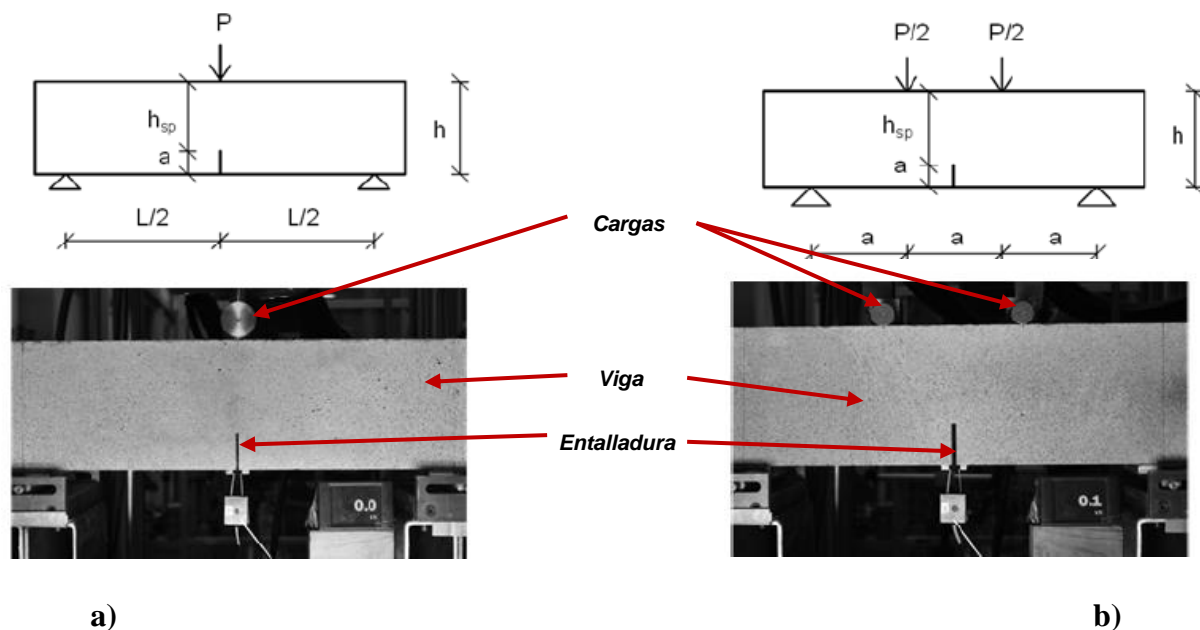
✓ Ensayos de flexión (Bending tests, en inglés)

Ensayos de tracción indirecta en los cuales se someten vigas simplemente apoyadas a cargas puntuales que inducen momento flector, como muestra la Figura 16. El momento flector induce esfuerzos de tracción y compresión en el elemento que pueden ser calculados a partir de modelos como el modelo de viga de Euler-Bernoulli. En el caso del CACRFA son los esfuerzos de tracción los que condicionan la falla de los especímenes, y adicionalmente resalta el hecho que, debido a su configuración, el ensayo permite medir fácilmente las deformaciones en la viga por lo cual son muy utilizados para medir no solo resistencia sino también ductilidad y tenacidad del material (Pajak & Ponikiewski, 2013), permitiendo una caracterización del comportamiento antes y después del agrietamiento. Los ensayos de flexión más utilizados son: (i) el ensayo de flexión de tres puntos (EFTP), mostrado en la Figura 16a, en el cual se somete la viga a una única carga en el centro de su luz, de forma que la sección media queda solicitada al máximo momento flector y fuerza cortante y, (ii) el ensayo de cuatro puntos (EFCP), mostrado en la Figura 16b, en el cual se somete la viga a dos cargas puntuales de igual magnitud en los tercios medios de la luz entre apoyos, de manera que el tercio medio de la viga queda sometida a flexión pura (Podstawka et al.,

2015). Cabe resaltar que en ambos ensayos es usual crear una entalladura en el centro de luz de la viga para condicionar la sección de falla, sin embargo, el hecho que en el EFCP la sección media esté sometida a flexión pura (ausencia de fuerza cortante), en contraste con el EFTP, el EFCP es una alternativa que permite obtener resultados de trayectoria de grieta más estables permitiendo una mejor caracterización del material (Bencardino, 2013; Finazzi et al., 2014). La principal desventaja de este ensayo radica en que el tamaño del espécimen a utilizar es considerablemente mayor en comparación a otros ensayos de tracción indirecta. Finalmente se aclara que como medida de deformación en ambos usualmente se obtiene la deflexión vertical en el centro de luz o el cambio en la abertura en de la entalladura (CMOD, por sus siglas en inglés).

Figura 16.

Ensayos de flexión a) Tres puntos, b) Cuatro puntos



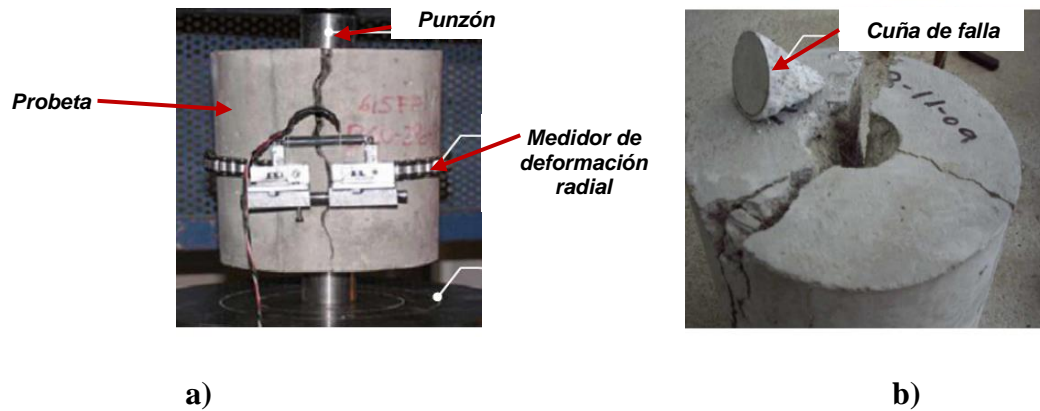
Nota. Adaptado de (Finazzi et al., 2014)

✓ **Ensayos de doble punzonamiento Barcelona (Barcelona double punching test, en inglés)**

Ensayo de tracción indirecta en el cual se somete una probeta cilíndrica a una condición de carga de compresión a través de unos punzones de diámetro menor al de la probeta, en sus caras circulares, como muestra la Figura 17 a). Esta condición de carga induce estados de esfuerzo de tracción radiales en el espécimen los cuales llevan a la aparición de una cuña de falla e inducen agrietamiento del material, dividiendo el espécimen entre 2 a 4 partes, como muestra la Figura 17 b). Como medida de deformación en este ensayo se obtiene el desplazamiento vertical relativo entre punzones o el cambio en el diámetro del cilindro. Este ensayo propuesto por (Molins et al., 2009) permite medir no solo el comportamiento antes del agrietamiento si no también después de formada la grieta, ya que las fibras impiden la separación abrupta entre partes y adicionalmente presenta múltiples ventajas como son la necesidad de probetas de menor tamaño en comparación a los ensayos de flexión, montaje más sencillo y estable en comparación a los ensayos previamente descritos y una menor dispersión estadística de los resultados (Galeote et al., 2017). La principal desventaja del ensayo radica en que, al ser un ensayo relativamente reciente, la investigación en desarrollo de modelos para su análisis es aún reducida, sin embargo, resaltan los esfuerzos de los investigadores en los últimos años para el desarrollo de modelos relacionados con el mismo (Blanco et al., 2014; Pujadas, Blanco, Cavalaro, De La Fuente, et al., 2013).

Figura 17.

Ensayo Barcelona a) Montaje del ensayo Barcelona, b) Falla de espécimen



Nota. Adaptado de (Pujadas, Blanco, Cavalaro, De La Fuente, et al., 2013)

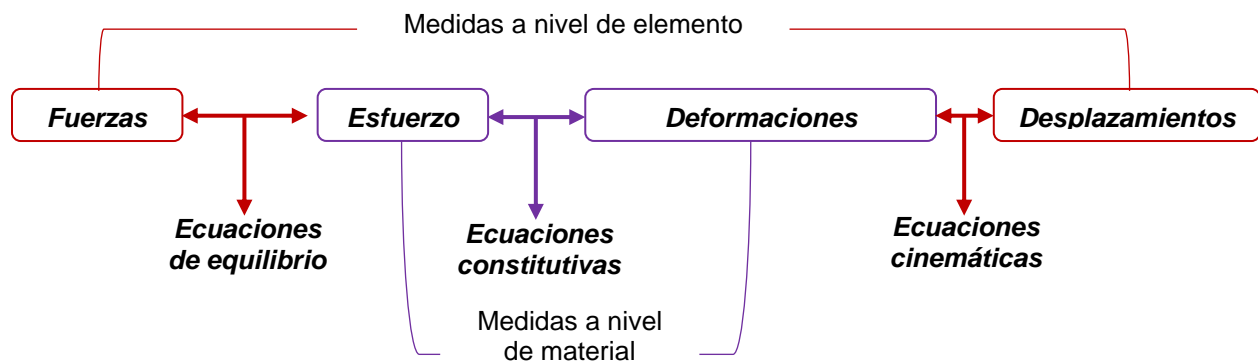
5.2 Modelos constitutivos del CACRFA

En la sección previa se mencionó sobre los ensayos más comunes empleados en la caracterización del CACRFA tanto en estado fresco como endurecido, no obstante y en lo referente al estado endurecido, que es el foco principal de este proyecto, es importante notar que los resultados de los ensayos proporcionan información sobre la mecánica de los elementos (probetas) más no directamente sobre la mecánica del material, por lo cual son necesarios modelos que permitan saltar del subnivel de estudio elemento al subnivel de estudio material, de forma que a través de procesos de derivación o integración matemática sea posible implementar la mecánica del material a elementos con configuraciones geométricas diferentes a aquellas de las probetas y por ende utilizarlos para análisis y diseño en ingeniería. Las relaciones que permiten pasar de un subnivel de estudio al otro (en este caso de elemento a material) están implícitas en el panorama general del estudio de la mecánica de materiales, presentado en la Figura 18, dónde se evidencia

que las medidas a nivel de elemento, fuerzas y desplazamientos se pueden relacionar con las medidas a nivel de material, esfuerzos y deformaciones unitarias, a través de ecuaciones de equilibrio y ecuaciones cinemáticas (Hartsuijker & Welleman, 2007).

Figura 18.

Panorama general de la mecánica de materiales



Nota. Adaptado de (Hartsuijker & Welleman, 2007)

De un análisis rápido a la Figura 18 resulta evidente que si se conocen las ecuaciones de equilibrio de un problema es posible convertir los valores de fuerza a esfuerzos y si se conocen las ecuaciones cinemáticas es posible convertir los valores de desplazamientos a deformaciones unitarias. Es importante resaltar que las ecuaciones de equilibrio y ecuaciones cinemáticas se deducen a partir de principios generales de la mecánica, como lo son las leyes del movimiento de Newton, sin embargo, la relación directa entre esfuerzos y deformaciones no puede ser deducida a partir de principios generales de la mecánica si no que surge a partir de modelos matemáticos cuyos parámetros se calibran con los resultados experimentales de esfuerzos y deformaciones unitarias, indirectamente obtenidos mediante el procedimiento ya mencionado. Este proceso de calibración indirecta de parámetros se conoce como análisis inverso y al conjunto de ecuaciones

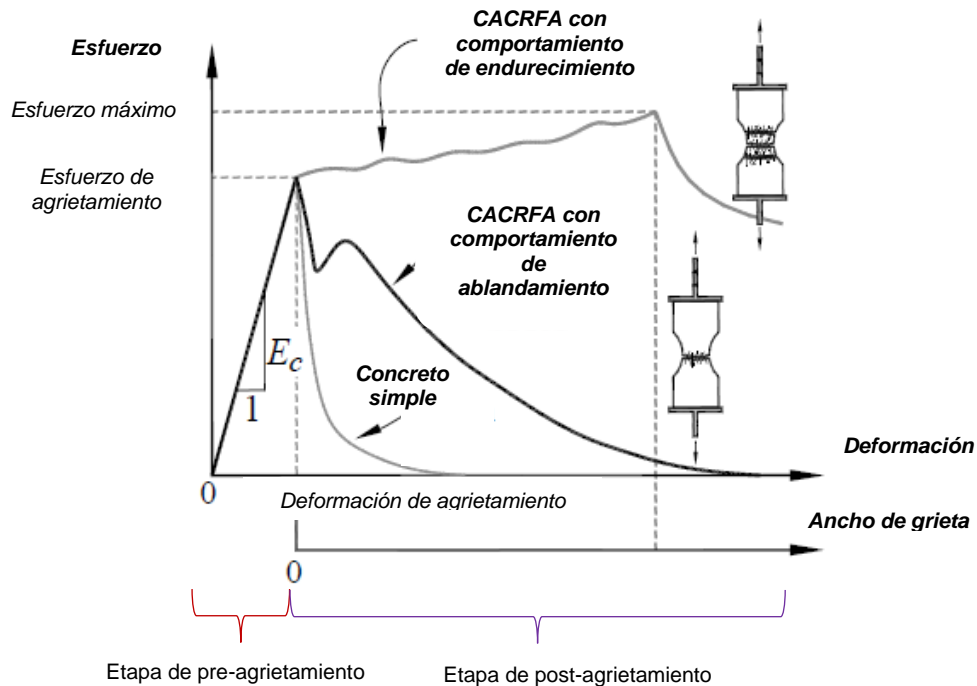
que representa la relación entre esfuerzos y deformaciones unitarias de un material se le conoce como modelo constitutivo del material y es uno de los pilares fundamentales de la mecánica (Lai et al., 1999).

El modelado constitutivo de CACRFA es una de las etapas más importantes en el análisis y diseño de este material y representa un desafío debido a que se trata de un material que exhibe no linealidad en la relación matemática entre esfuerzos y deformaciones unitarias (conocida como no linealidad material), heterogeneidad, anisotropía producto de la aleatoriedad de las fibras, anisotropía intrínseca del concreto y gran cantidad de variables que condicionan su respuesta mecánica. Dado que el principal aporte de las fibras en el material se da en su respuesta a la tracción, los párrafos subsecuentes se enfocan en este fenómeno.

Para entender el modelado constitutivo para esfuerzos y deformaciones unitarias de tracción del CACRFA es importante entender la física asociada a este fenómeno. El comportamiento esfuerzo-deformación unitaria del CACRFA se puede dividir en dos grandes etapas, (i) pre-agrietamiento y (ii) post-agrietamiento, ilustradas en términos de la relación esfuerzo deformación en la Figura 19.

Figura 19.

Esquema de curvas esfuerzo-deformación y esfuerzo-ancho de grieta



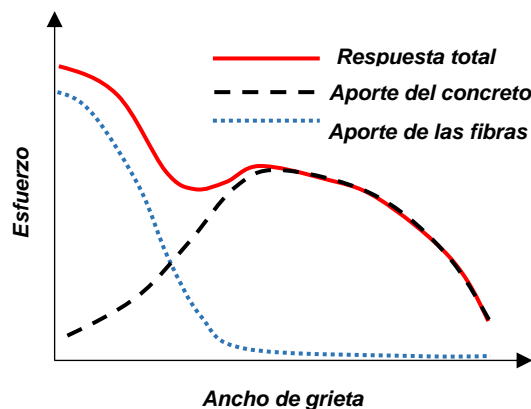
Nota. Adaptada de (Amin, 2015).

✓ **Etapa de pre-agrietamiento:** Durante esta etapa, dado que la matriz de concreto no se ha agrietado, el aporte de las fibras es prácticamente nulo, por lo cual la relación esfuerzo-deformación unitaria está principalmente condicionada por la respuesta del concreto, la cual sigue una relación aproximadamente lineal, siguiendo el modelo de Hooke (Amin, 2015). Resalta en esta etapa que, dado que el material no se ha agrietado, no existen discontinuidades en el dominio de estudio, por lo cual los principios de la mecánica del medio continuo para materiales elástico-lineales aplican en su totalidad. El final de esta etapa ocurre cuando el material alcanza un nivel de esfuerzos de tracción tal que la matriz de concreto se agrieta.

Etapa de post-agrietamiento: Durante esta etapa, conocida también como etapa de capacidad residual, la matriz de concreto se ha agrietado por lo cual las fibras empiezan a jugar un papel importante, siendo las principales responsables transferir los esfuerzos de tracción entre partes no agrietadas del material, por lo cual, variables como la orientación de las fibras respecto al plano de grieta, cantidad y tipo de fibra, condicionan la respuesta del material. Resalta que si bien, las fibras son las principales responsables de transferir los esfuerzos, la matriz de concreto debido a fenómenos cohesivos como la fricción y traba entre agregados, es capaz de soportar cierta cantidad de esfuerzo, conocido esto como capacidad residual del concreto (Filipe Laranjeira, 2010), como lo ilustra la Figura 20.

Figura 20.

Aporte de las fibras y concreto en la respuesta post-agrietamiento



Nota. Adaptada de (Filipe Laranjeira, 2010)

En esta etapa el CACRFA evidencia no linealidad material y en función de las variables previamente mencionadas, el comportamiento se puede clasificar en (i) endurecimiento, lo que implica un aumento en la capacidad de soportar esfuerzos a medida que aumenta la deformación

unitaria, conseguido gracias a una gran cantidad de fibras y adecuada adherencia entre las fibras y la matriz de concreto (ii) ablandamiento, que implica una disminución en la capacidad de soportar esfuerzos a medida que aumenta la deformación unitaria, usualmente debido a bajas cantidades de fibra o insuficiente adherencia entre la matriz de concreto y las fibras (Amin, 2015; J. A. O. Barros et al., 2005). Dado que el material en esta etapa presenta discontinuidades (grietas) en la matriz de concreto, los principios de la mecánica del medio continuo no aplican en su totalidad por lo cual su modelado se debe realizar o bien determinando propiedades para un modelo continuo equivalente o implementando los principios de la mecánica de la fractura, dónde esta última implica utilizar como medida de deformación a nivel de material, el ancho de las grietas (Amin, 2015). El final de esta etapa ocurre cuando los esfuerzos en el material no son suficientes para mantener el equilibrio con las cargas externas, esto debido una combinación entre pérdida de adherencia en la interfaz fibra-concreto y fractura de las fibras, lo que implica su fractura completa.

Con base en las ideas previamente expuestas, se evidencia que el mayor problema en el modelado constitutivo del CACRFA radica su comportamiento post-agrietamiento. Existen múltiples modelos constitutivos del CACRFA propuestos por investigadores los cuales usualmente se pueden clasificar en macro-modelos y micro-modelos donde los primeros buscan modelar el material con base en promedios fenomenológicos de sus propiedades, de forma que su comportamiento se asume como homogéneo e isótropo (Luccioni et al., 2012). Para su implementación en la industria del análisis y diseño de estructuras es frecuente que se implementen macro-modelos basados en relaciones esfuerzo-deformación, dado que por su practicidad incentivan el uso del material, dichos modelos se pueden clasificar: a) según el tipo de relaciones matemáticas utilizadas para describir el dominio completo de deformación, en (i) modelos continuos, aquellos que utilizan una única ecuación continua en todo el dominio y (ii) modelos

discontinuos, aquellos que utilizan ecuaciones por partes, dónde usualmente las ecuaciones de cada parte del dominio corresponden a funciones lineales; y b) según la medida de deformación implementada en (i) modelos esfuerzo-deformación unitaria y (ii) modelos esfuerzo-ancho de grieta (Filipe Laranjeira, 2010). Dado que parte del fin de este trabajo consiste en incentivar el uso práctico de este material, la revisión de literatura presentada a continuación se centró en macro-modelos.

Como trabajo preliminar relacionado con el macro-modelado de capacidad residual en concretos destaca el trabajo de (Lubliner et al., 1989), donde se propone un modelo de ablandamiento continuo con base en energía de fractura. Posteriormente en (Lin & Li, 1997) se propone un modelo para concreto reforzado con fibras multilínea de funciones no lineales que permite representar el comportamiento de endurecimiento, contempla como parámetros la cantidad de fibras en el material y la energía de fractura, y en su deducción contempla los esfuerzos de adherencia existentes en la interfaz fibra-concreto incluye el análisis macro-modelado. En años posteriores se ve avance en el modelado implementando funciones no lineales, ejemplo de esto son los trabajos de (M. K. Lee & Barr, 2004) donde proponen un modelo exponencial continuo de cuatro parámetros, los cuales se calibran a partir de resultados de EFTP, los trabajos de (S. C. Lee et al., 2013; Moradi et al., 2019) donde se proponen un modelos discontinuos donde los parámetros se calibran a partir de ensayos de flexión y de tracción directa. Los trabajos anteriormente mencionados destacan por el uso de funciones no lineales para representar el comportamiento del material, sin embargo, trabajos como los presentados en (J. A. O. Barros et al., 2005; J. A. O. Barros & Figueiras, 1999) incentivaron el uso de las funciones multilíneas con el fin de aplicarlas en el análisis y diseño, evidencia de esto se encuentra en los trabajos (Buttigol et al., 2018; Elsaigh et al., 2012; Woo et al., 2014) y en la recopilación de macro-modelos

constitutivos presentada en (Blanco et al., 2013) donde se presentan resumidos cinco modelos diferentes, encontrados en códigos de diseño europeos, donde los parámetros requeridos para cuantificar los modelos son niveles específicos de esfuerzos y deformaciones unitarias, y energías de fractura; calculados todos a partir de ensayos de flexión en vigas. Finalmente resalta que todos los modelos anteriormente presentados basaron la calibración de sus parámetros en los resultados de flexión y/o tracción directa, por lo cual, el trabajo presentado por (Blanco et al., 2014) donde se propone un modelo constitutivo continuo calibrado a partir del ensayo Barcelona y una simplificación multilineal del mismo, es uno de los aportes más significativos en años recientes.

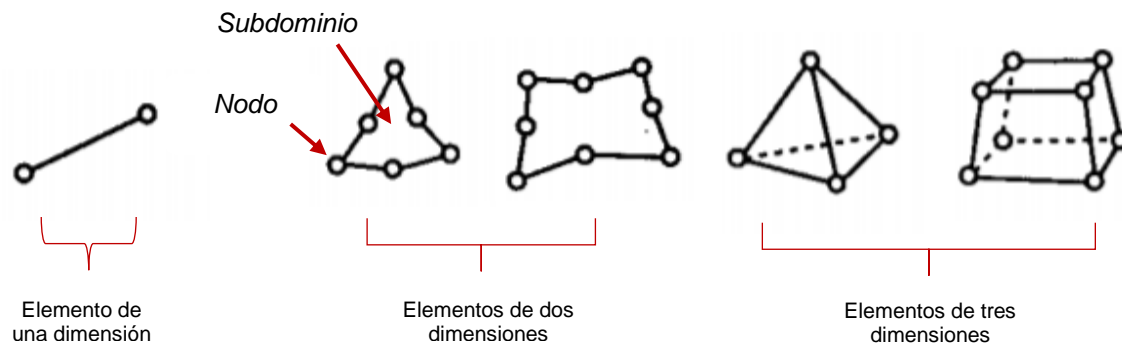
5.3 Modelado de elementos finitos de vigas de CACRFA

Desde sus inicios, con los trabajos de Argyris (Argyris & Kelsey, 1954) y Clough (Clough, 1960), el método de elementos finitos (MEF) se ha convertido en uno de los métodos numéricos más utilizados para la solución de ecuaciones diferenciales en ingeniería estructural y de materiales, dada su fácil implementación computacional, efectividad y capacidad de generalización (Bathe, 1996). El método de elementos finitos permite resolver el sistema de ecuaciones diferenciales parciales que modela analíticamente un problema físico (conocidas como ecuaciones de gobierno) a partir de: (i) división del dominio global del problema en subdominios con una geometría específica, proceso conocido como discretización o enmallado, (ii) reducción del problema a un sistema de ecuaciones polinomiales más simples asumiendo la tendencia de la solución a través de funciones conocidas como funciones de interpolación nodal, donde la selección de estas funciones de interpolación juega un papel clave, (iii) incorporación de condiciones específicas de resultados esperados en los nodos, conocidas como condiciones de

contorno y (iv) solución del sistema de ecuaciones (Bathe, 1996; Jagota et al., 2013). El conjunto de ecuaciones en cada subdominio depende a la geometría específica y la función de interpolación implementada en cada subdominio, siendo este conjunto, geometría-ecuaciones de interpolación, lo que se conoce como el elemento finito de donde el método recibe su nombre. Algunas geometrías típicas de elementos finitos se presentan en la Figura 21.

Figura 21.

Ejemplos de elementos finitos



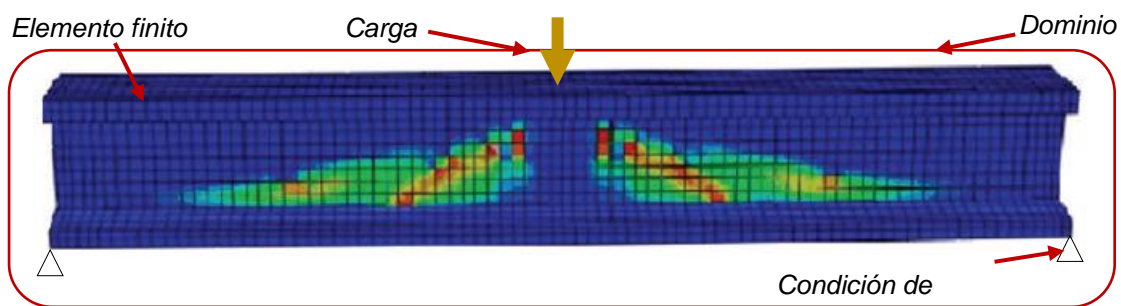
Nota. Adaptada de (Moaveni, 1999)

Como en todo método numérico es necesario realizar un análisis de convergencia del MEF, esto implica revisar que la solución para un determinado número de subdominios n , sea similar a la solución para determinado número de subdominios $n+1$. La diferencia entre ambas soluciones se conoce como error relativo y una vez el error relativo ha alcanzado un valor suficientemente pequeño (a criterio de quien implemente el método) se dice que la respuesta ha convergido y se puede considerar como la solución obtenida por el método, en caso de no cumplir con el criterio se debe refinar el enmallado hasta cumplir esta condición. Dado que el método propone soluciones numéricas a modelos analíticos es necesario revisar que la solución se aproxime a la solución del

problema real lo cual, es solo posible comparando la solución obtenida con la solución analítica, con la cual no siempre se cuenta, o comparando con resultados experimentales. En caso que la solución no se aproxime a la solución real se debe revisar si los valores utilizados para los parámetros son adecuados, cambiar el tipo de elemento finito utilizado o, en casos extremos, cambiar el modelo analítico que se pretende resolver (Bathe, 1996). En relación con el modelado del CACRFA el sistema de ecuaciones a resolver son las ecuaciones de equilibrio, constitutivas y cinemáticas, el dominio corresponde a la geometría del elemento analizado y las condiciones de contorno a las cargas y condiciones de apoyo y continuidad específicas del elemento a estudiar, y usualmente lo que se pretende calcular son desplazamientos y fuerzas en los diferentes nodos del elemento. La Figura 22 ilustra un modelo MEF típico de un elemento de CACRFA, los mapas de colores visualizados en la Figura 22 son la forma en que usualmente se representa la magnitud de las variables de respuesta en cada elemento, por ejemplo, esfuerzo normal.

Figura 22.

Ejemplos de viga modelada con MEF



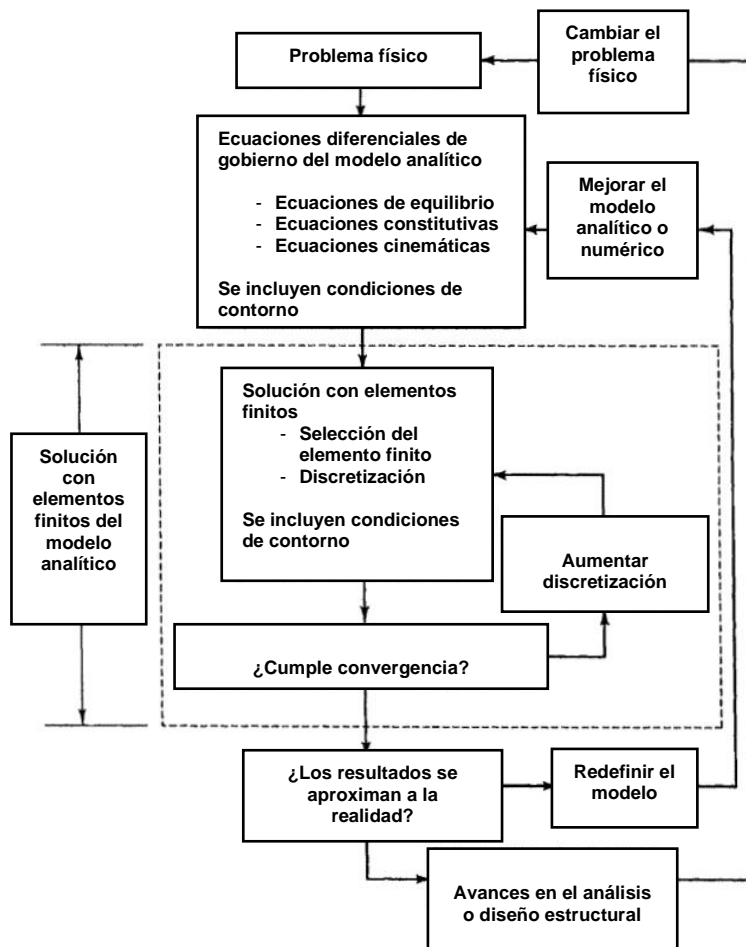
Nota. Adaptada de (Hussein & Amleh, 2018)

Cabe resaltar que debido a la no linealidad material del CACRFA, el sistema de ecuaciones polinomiales a resolver obtenido del MEF es un sistema de ecuaciones no lineales, por lo cual es

necesario implementar otro método numérico para su solución, siendo el método de Newton-Raphson el más empleado. La selección de este método numérico constituye un paso importante a la hora de implementar el MEF en problemas con no linealidad material. La Figura 23 presenta un diagrama de flujo que detalla la idea general del MEF aplicado a la solución del problema de CACRFA.

Figura 23.

Diagrama de flujo del modelado con elementos finitos



Nota. Adaptada de (Bathe, 1996)

Actualmente la implementación del MEF se suele realizar a través de paquetes computacionales comerciales que incluyen el método aplicado a problemas físicos específicos. Algunos de los más utilizados para resolver problemas de mecánica son SAP2000, ANSYS, ABAQUS, OPENSEES, ATENA o DIANA. En cuanto al modelado de CACRFA, una práctica muy extendida en la comunidad científica consiste en la comparación de resultados de modelado de vigas en EFTP y EFCP de CACRFA implementando MEF, contra resultados experimentales, usualmente en términos de los resultados de las curvas carga vs. desplazamiento o momento vs. curvatura, con el fin de evaluar la validez de los modelos constitutivos adoptados, tal como evidencia (J. A. O. Barros et al., 2005; Bencardino, 2013; Buttigol et al., 2018; M. K. Lee & Barr, 2004; Luccioni et al., 2012; Podstawka et al., 2015).

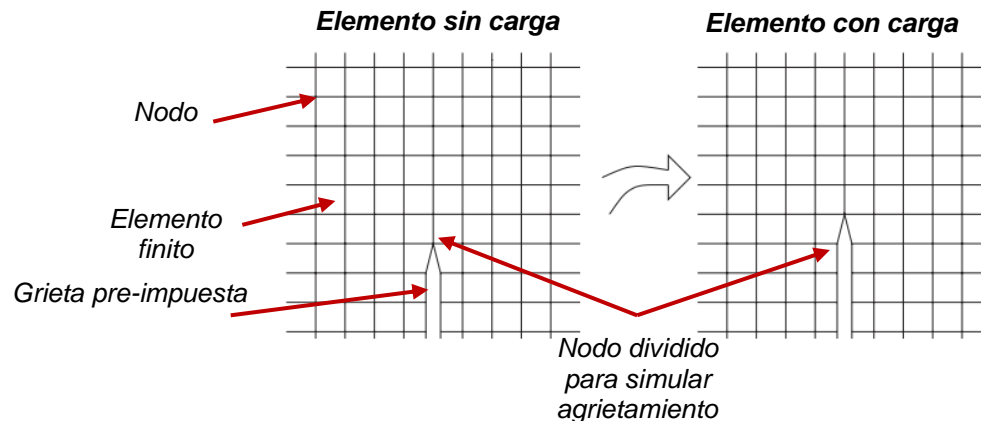
El análisis con base en MEF de elementos de CACRFA se puede clasificar en (i) modelos de grieta discreta, (ii) modelos de grieta distribuida, (iii) modelos de daño continuo y (iv) modelos continuos basados en curvas esfuerzo-deformación (Luccioni et al., 2012) donde los dos primeros son enfoques basados en los parámetros de la mecánica de la fractura mientras que los dos últimos utilizan abordajes basados en la mecánica del medio continuo. Todos los tipos de modelado pueden considerar heterogeneidad u homogeneidad en el dominio, siendo más implementada la segunda alternativa debido a su menor costo computacional. A continuación, se realiza una breve descripción de los tipos de modelos mencionados.

a) Modelos de grieta discreta: En este tipo de modelos la grieta se introduce como una discontinuidad pre-impuesta en la geometría del elemento. Una vez la magnitud de esfuerzo normal máximo o energía de fractura es alcanzada en determinado elemento (Baetu, 2015), el mismo es dividido en dos nodos simulando la propagación de la grieta. Este tipo de modelos tiene las desventajas de exigir al usuario exhaustivo conocimiento previo de las trayectorias de grieta

para su posicionamiento inicial, y requerir enmallado adaptativo (variable en cada paso de carga) para evitar sesgos en la tendencia del agrietamiento por la geometría de la malla (de Borst et al., 2004). Debido a estas desventajas y a su alto costo computacional, los modelos de grieta discreta no son muy empleados en el análisis de CACRFA. La Figura 24 ilustra el funcionamiento de los modelos de grieta discreta.

Figura 24.

Modelo de grieta discreta.



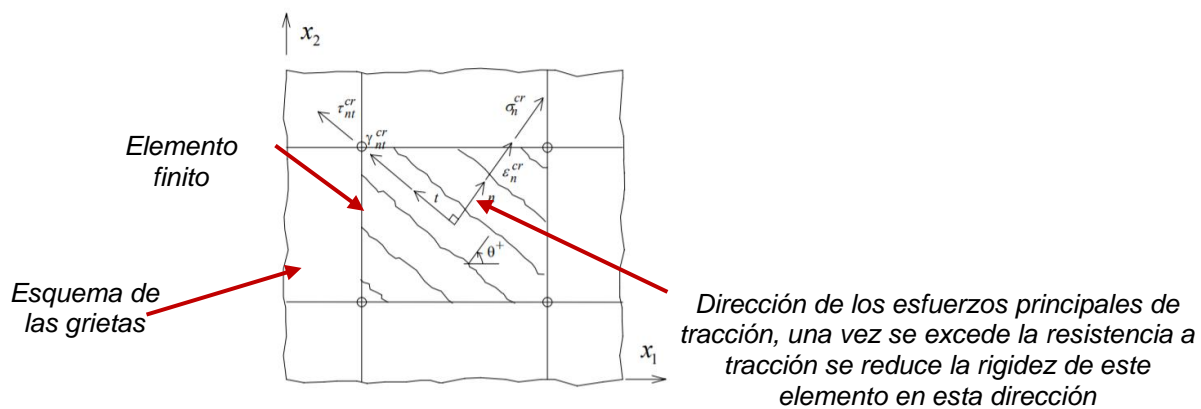
Nota. Adaptada de (de Borst et al., 2004)

b) Modelos de grieta distribuida: En este tipo de modelos el agrietamiento se simula como un promedio fenomenológico a través de una degradación de la rigidez en la dirección paralela a aquella en que se encuentra el esfuerzo principal de tracción de los elementos. Esta reducción se realiza cuando dicho esfuerzo alcanza la resistencia máxima a la tracción o la energía del elemento alcanza la energía de fractura. En ese sentido el elemento pasa a modelarse como un elemento hecho de material anisótropo con menor rigidez en la dirección paralela al esfuerzo principal de tracción, donde la rigidez se reduce con base en la rigidez residual obtenida de las

curvas esfuerzo-deformación del material (J. Barros et al., 2004; de Borst et al., 2004). La desventaja de este modelo radica en que su respuesta es muy sensible a la forma de la malla (Mosler & Meschke, 2004), sin embargo, avances se han hecho para solventar esta problemática (de Borst et al., 2004), razón por la cual es uno de los modelos más utilizados actualmente para abordar el problema del CACRFA. La Figura 25 ilustra el funcionamiento del modelo de grieta distribuida. Ejemplos de la aplicación de este modelo en el problema de las vigas de CACRFA se pueden encontrar en (Araújo et al., 2010; J. Barros et al., 2004; Hokes et al., 2015; Özcan et al., 2009b).

Figura 25.

Modelo de grieta distribuida.



Nota. Adaptada de (de Borst et al., 2004)

c) Modelos de daño continuo: En este tipo de modelos el agrietamiento se simula como una degradación total de la rigidez en todas las direcciones, manteniendo la isotropía del material, siendo esta la principal diferencia con los modelos de grieta distribuida (Oliver et al., 1990). En cada paso de carga la matriz de rigidez material se multiplica por un coeficiente de daño menor a la unidad, el cual se calcula a partir de una ley de degradación que varía según el criterio de daño

adoptado. Este modelo implica costos computacionales considerablemente inferiores a los previamente mencionados, por lo cual, actualmente es ampliamente implementado para simular problemas de concretos. Ejemplos de este tipo de modelos aplicados al CACRFA se encuentran en (Mihai et al., 2016; Peng & Meyer, 2000).

d) Modelos continuos basados en curvas esfuerzo deformación: Este tipo de modelos no pretenden modelar específicamente el proceso de agrietamiento en los elementos por lo cual no implementan parámetros asociados a la mecánica de fractura como son las energías de fractura, sino que resuelve el problema no lineal con base en la matriz de rigidez tangente en cada paso de carga, considerando la reducción en su rigidez inherente a las ecuaciones de los modelos constitutivos de esfuerzo-deformación unitaria empleados (Dorninger, 1991; Hokes et al., 2015; Rojas et al., 2019) permite captar el efecto del agrietamiento en respuestas globales como las curvas carga-desplazamiento. Su principal ventaja es que permite obtener respuestas utilizando, como único parámetro del material, las curvas esfuerzo-deformación unitaria. Ejemplos de este tipo de modelos aplicados al CACRFA se encuentran en (Campione & Letizia Mangiavillano, 2008; Hafedh & Hassan, 2019).

5.4 Redes neurales artificiales aplicadas a CACRFA

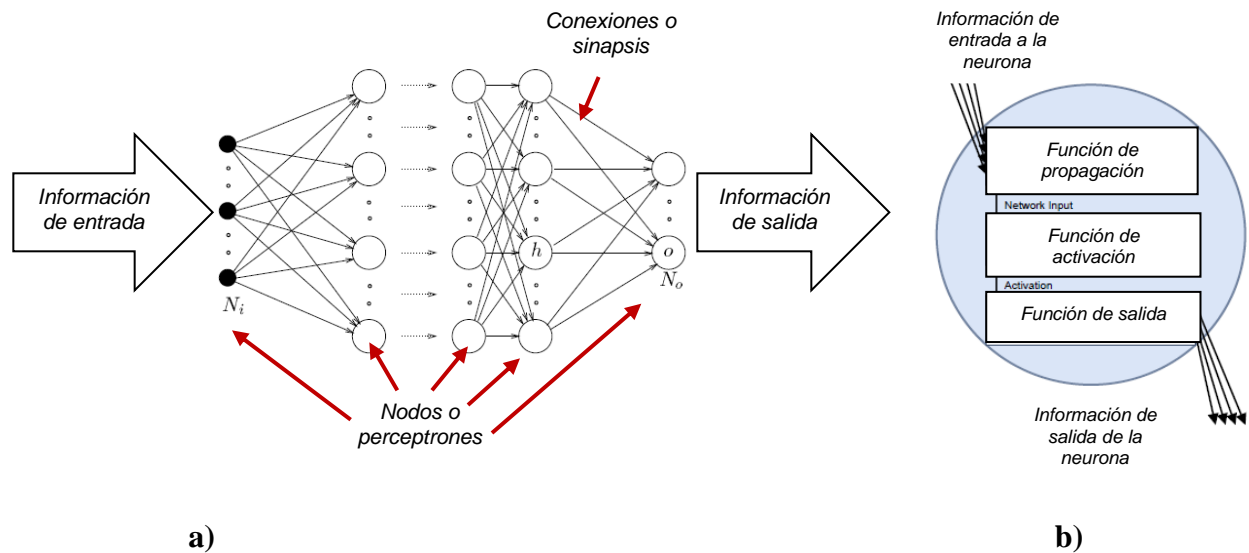
5.4.1 Generalidades de las redes neurales artificiales

Si bien los inicios de la idea del modelo computacional de redes neurales artificiales (RNA) datan de la década de 1940 con los trabajos de McCulloch y Pitts (Du, 2014), no fue hasta la aparición de los trabajos de Hopfield en la década de 1980, quien propuso soluciones satisfactorias

a problemas de optimización utilizando RNA, que el uso de estos modelos fue acogido por la comunidad científica como una alternativa fiable para la solución de problemas relacionados con predicción, reconocimiento, clasificación u optimización (Kriesel, 2005). En el contexto de la solución de problemas, dónde a partir de cierta información de entrada se pretende obtener información de salida que dé respuesta al problema, es posible definir las RNA como modelos numéricos inspirados en el funcionamiento del cerebro humano para la solución de problemas, donde la información de entrada pasa por puntos conocidos como nodos, neuronas artificiales (de ahí el nombre del modelo) o perceptrones, los cuales son el modelo matemático que simula las neuronas del cerebro humano, donde en cada neurona la información es modificada a través de funciones matemáticas, conocidas como funciones de propagación, activación y salida. La información es transferida de una neurona a otra a través de conexiones que simulan el proceso biológico de sinapsis, donde cada conexión tiene un valor asociado que multiplica a la información, conocido como peso. Una vez la información termina su viaje por nodos y conexiones se obtiene un valor de salida, el cual representa la respuesta al problema (Kriesel, 2005). La Figura 26 muestra la arquitectura típica de una RNA y de un perceptrón.

Figura 26.

Arquitectura de a) RNA, b) Perceptrón



Nota. Adaptado de (Kriesel, 2005; Kröse & Van der Smagt, 1996)

En cuanto a su arquitectura, es decir, cantidad y posición de los nodos y cantidad de conexiones, las redes neurales se pueden clasificar en redes (Du, 2014): (i) prealimentadas, (ii) recurrentes y (iii) celulares. A continuación, se presenta una breve descripción de estas arquitecturas.

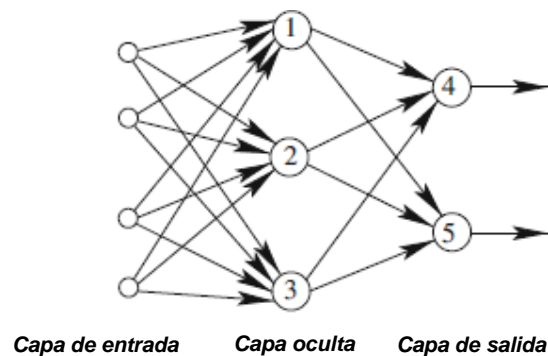
a) Redes neurales artificiales prealimentadas (Feedforward Artificial Neural Networks, en inglés)

En las redes neurales artificiales prealimentadas los perceptrones están organizados en forma de capas, dónde la primera capa, donde ingresa la información, se conoce como capa de entrada, la capa final, donde sale la respuesta del problema, se conoce como capa de salida, y las capas intermedias como capas ocultas. Por lo general las conexiones solo se dan entre perceptrones de diferentes capas y no entre perceptrones de una misma capa, sin embargo, modelos existen

modelos más complejos donde perceptrones de una misma capa se relacionan. Este modelo de RNA se conoce más comúnmente como red neural artificial de perceptrón multicapa (RNA-PMC). Cuando las conexiones entre neuronas son todas las posibles, el modelo se conoce como RNA-PMC completamente conectado (Du, 2014; Kriesel, 2005). La Figura 27 muestra un modelo de RNA-PMC completamente conectado con una única capa oculta.

Figura 27.

RNA-PMC completamente conectada.



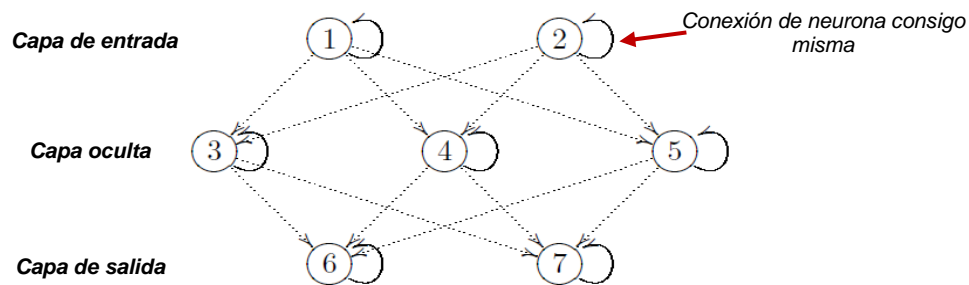
Nota. Adaptado de (Du, 2014)

b) Redes neurales artificiales recurrentes (Recurrent Artificial Neural Networks, en inglés)

En las redes neurales artificiales recurrentes la organización se similar a las RNA-PMC con la excepción de que al menos una neurona está relacionada consigo misma. La Figura 28 muestra un modelo de red neural artificial recurrente.

Figura 28.

Red neural artificial recurrente.



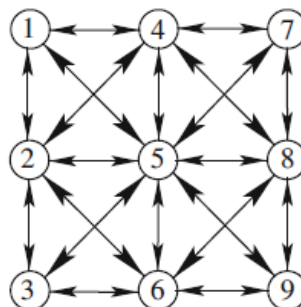
Nota. Adaptado de (Kriesel, 2005)

c) Redes neuronales artificiales celulares (Cellular Artificial Neural Networks, en inglés)

En las redes neuronales artificiales celulares los perceptrones se encuentran igualmente espaciados y solo se conectan con aquellas neuronas en su vecindad, esta organización les permite resolver problemas de optimización mucho más complejos (Du, 2014). La Figura 29 muestra un modelo de red neural artificial celular.

Figura 29.

Red neural artificial celular.



Nota. Adaptado de (Du, 2014)

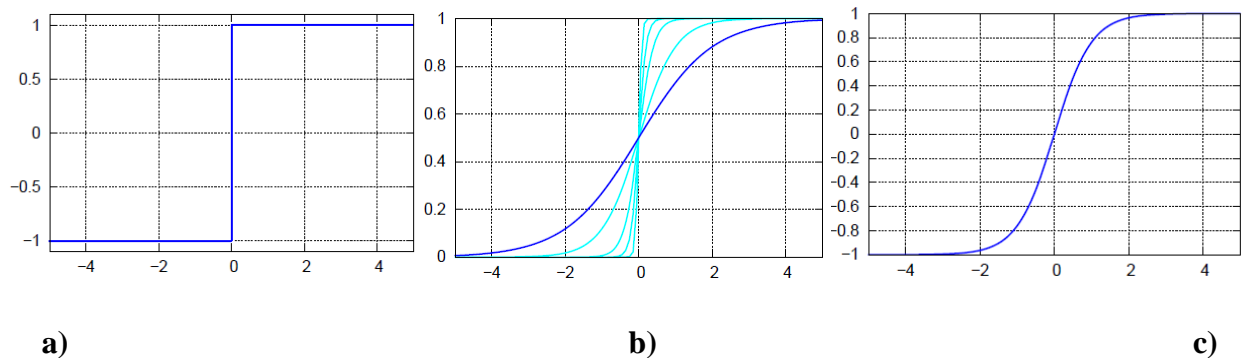
Como se mencionó previamente, tres funciones fundamentales componen el modelo del perceptrón, propagación, activación y salida. A continuación, se describen brevemente cada una (Du, 2014; Kriesel, 2005; Kröse & Van der Smagt, 1996).

d) Función de propagación: Se encarga de convertir los valores de salida de otros perceptrones en un valor de entrada para el perceptrón del cual esta función hace parte. Usualmente la función corresponde simplemente a la suma de los valores que entran a la neurona, recordando que, dado que estos valores previamente pasaron por una conexión, son valores multiplicados por los pesos de las conexiones (Du, 2014).

e) Función de activación: Se encarga de modelar el nivel de “activación” en que se encuentra la neurona una vez recibe los resultados de la función de propagación. Usualmente se trata de funciones con un rango entre -1 y 1, que reciben como valor de entrada el resultado obtenido de la función de propagación, y las cuales a partir de cierto umbral son muy sensibles, de manera que “prenden o apagan”. Esto permite que para determinados valores de entrada solo una parte de las neuronas aporte significativamente a los resultados (Kriesel, 2005). Dado que las funciones de activación manejan rangos entre -1 y 1 o 0 y 1, una práctica muy usual en la programación de redes neurales es trabajar con datos de entrada normalizados y esperar resultados de salida también normalizados. Entre las funciones de activación más utilizadas se encuentran la función escalón de Heaviside, la función sigmoidea (la cuál es un caso particular de la función logística) la y la función tangente hiperbólica (Kriesel, 2005). Para ilustrar el funcionamiento de las funciones de activación, las gráficas de las previamente mencionadas se presentan en la Figura 30.

Figura 30.

Funciones de activación a) Escalonada Heaviside, b) Sigmoidea, c) Tangente hiperbólica



Nota. Adaptado de (Kriesel, 2005)

f) Función de salida: Se encarga de calcular el valor de salida del perceptrón, es usual que la función empleada sea la función identidad ya que, con los procesos de propagación y activación, y la normalización de los datos, es suficiente para obtener buenos resultados (Kriesel, 2005).

La selección de arquitectura de red y funciones del perceptrón hacen parte fundamental del modelado RNA y usualmente se recomienda realizar con base en recomendaciones de la literatura para problemas similares al que se desee modelar. El proceso de funcionamiento hasta ahora descrito del funcionamiento de una RNA se puede resumir de la siguiente forma:

1. Se selecciona la arquitectura de la RNA.
2. Se seleccionan los pesos de las conexiones y funciones de propagación, activación y salida de los perceptrones.
3. Se normalizan los datos de entrada del problema.
4. Se ingresan los datos de entrada normalizados a la capa de entrada de la RNA.
5. Se multiplican los datos de entrada por los pesos de las conexiones.

6. Se ingresan y computan los datos obtenidos en el paso 4 en la siguiente capa de neuronas, usando las funciones de propagación, activación y salida.

7. Se repiten los pasos 4 y 5 hasta llegar a la capa de salida.

8. Se comparan los resultados obtenidos en la capa de salida con los resultados reales del problema.

9. Se repiten los pasos 5 a 8, variando los valores de los pesos hasta que los resultados de la capa de salida sean similares a los resultados reales esperados.

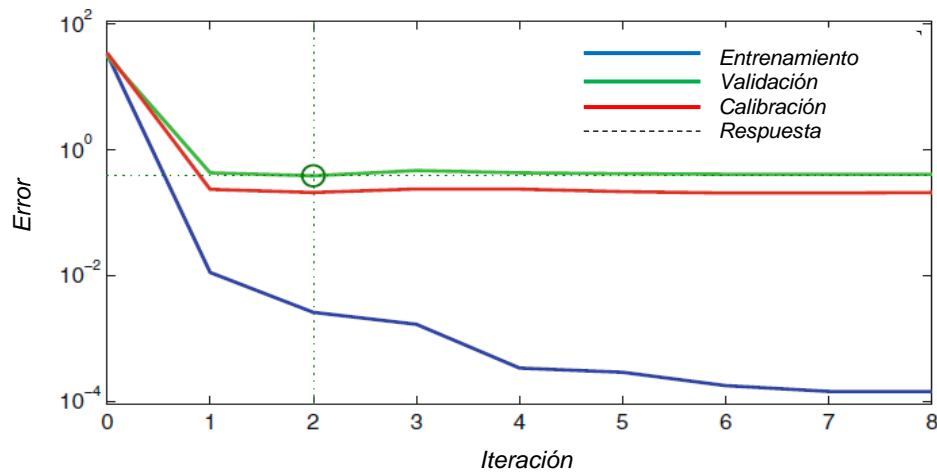
Hasta el momento no se evidencia procedimiento alguno para tratar de ajustar el modelo de forma que los resultados obtenidos con la RNA sean similares a los resultados del problema real. Sí bien se puede abordar el modelado con redes neurales desde esta perspectiva que es equivalente a suponer que no se conocen los resultados reales del problema, estrategia conocida como aprendizaje no supervisado y utilizada en su mayoría para problemas de clasificación, para problemas de predicción es común considerar que, al ser las RNA una simulación de la manera en que el cerebro humano aprende a resolver problemas, se requiere pasar por una etapa de aprendizaje la cual consiste en repetir los pasos 5, 6, 7 y 8 con diferentes valores de los pesos de las conexiones hasta que la solución propuesta por la red sea cercana a resultados de antemano conocidos para el problema real. Este proceso se conoce como aprendizaje supervisado e implica un entrenamiento de la RNA el cuál en esencia consiste en un problema de optimización, dónde lo que se busca minimizar es el error calculado entre la respuesta de la RNA y la respuesta real al problema.

Un riesgo del aprendizaje supervisado radica en la posible pérdida de la capacidad de generalización de la RNA, esto significa que la RNA puede funcionar satisfactoriamente únicamente para los datos de entrenamiento, sin embargo, al enfrentarse a un conjunto de datos

diferentes puede no proporcionar resultados favorables, esto se conoce como como sobreajuste de una red y se puede entender como un proceso de memorización, más no aprendizaje, por parte de la red (Du, 2014). Para evitar el sobreajuste en el aprendizaje supervisado, el grupo de datos se debe dividir en tres subgrupos, conocidos como datos de entrenamiento, datos de calibración y datos de validación, dónde el porcentaje de estos datos respecto a los datos totales varía según cada problema físico, sin embargo, se recomienda como generalidad que el subgrupo de entrenamiento este compuesto de al menos el 70% de los datos totales (Kriesel, 2005). El proceso de minimización del error se realiza únicamente con los datos de entrenamiento, mientras para cada paso se van evaluando también las respuestas obtenidas para los datos de calibración. A medida que se van modificando los pesos, los errores obtenidos de evaluar la red con los datos de entrenamiento y calibración van tendiendo a disminuir, no obstante, si ocurre sobreajuste, la respuesta del error calculado con los datos de entrenamiento y calibración van tendiendo a divergir, aumentando el error en los datos de calibración, si esto ocurre es necesario cambiar el método de entrenamiento utilizado para la red. Los pesos para los cuales se obtienen resultados satisfactorios para datos de entrenamiento y calibración se consideran como los pesos finales de la RNA, y su desempeño real se evalúa con el error obtenido para datos de validación (Du, 2014). La Figura 31 ilustra los resultados típicos de un proceso de entrenamiento a través de aprendizaje supervisado de una RNA, donde el eje vertical representa el error calculado de la diferencia entre los datos predichos por la red y los datos experimentales.

Figura 31 .

Gráfica Error vs. Iteración del entrenamiento de una RNA.



Nota. Adaptado de (Du, 2014)

5.4.2 Métodos de optimización para entrenamiento de redes neurales artificiales

La minimización del error en RNA es el procedimiento fundamental que permite determinar los valores de los pesos de sus conexiones con el fin de desarrollar su capacidad de predicción, es decir proporcionar respuestas cercanas a la realidad. Dado que la minimización del error consiste en un problema de optimización una breve descripción sobre este concepto es necesaria para contextualizar.

La optimización es un proceso sistemático el cuál a través del cual se pretende encontrar el mejor resultado posible a un problema, utilizando herramientas matemáticas. Dado que la optimización es un proceso matemático es necesario identificar las variables y parámetros con base en los cuales se va a representar el problema real. Un problema de optimización está compuesto por variables de entrada, variables de salida, funciones objetivo y restricciones. Las variables de entrada o variables de decisión son los datos de ingreso al modelo del problema real, las variables

de salida son los resultados obtenidos de modelar el problema, las funciones objetivo son ecuaciones que relacionan las variables de entrada con las variables de salida y las restricciones son condiciones que deben cumplir las variables de entrada para considerarse válidas, típicamente escritas como inequaciones, por lo cual, se considera al espacio de variables de entrada que cumplen las restricciones como el dominio factible del problema (Cavazzuti, 2013). El problema de optimización se puede resumir como el procedimiento que permite encontrar los valores de ingreso que proporcionan la mejor respuesta de las variables de salida, donde usualmente la mejor respuesta corresponda a un valor máximo o mínimo, por ejemplo, en el diseño de un edificio encontrar las dimensiones y propiedades de materiales (variables de entrada) que cumplan todas las condiciones de resistencia y funcionalidad (restricciones) para las cuales el costo financiero sea el menor posible (variable de salida). Dado que ambas variables se relacionan a través de las funciones objetivo, el problema se reduce a su maximización o minimización. Los problemas de optimización se pueden clasificar según (Cavazzuti, 2013; Liberti, 2008):

1. La cantidad de variables de entrada:

- Optimización de una dimensión: Cuando se considera una única variable de entrada.
- Optimización multidimensional: Cuando se consideran múltiples variables de entrada.

2. La cantidad de variables de salida:

- Optimización de un objetivo: Cuando se considera una única variable de salida.
- Optimización multi objetivo: Cuando se consideran múltiples variables de salida.

Cabe resaltar que por cada variable de salida se tendrá una función objetivo, por lo cual la clasificación también se puede ver como cantidad de funciones objetivo.

3. La existencia de restricciones

- Optimización no restringida: Cuando no se tienen restricciones.

- Optimización restringida: Cuando se tienen restricciones.

4. La naturaleza de las funciones implicadas

- Optimización lineal: Cuando las funciones objetivo y/o las restricciones son lineales.
- Optimización no lineal: Cuando las funciones objetivo y/o las restricciones son no

lineales.

La solución del problema de optimización se puede abordar de dos formas generales, analítica y numérica. La optimización analítica corresponde a implementar cálculo diferencial para obtener las primeras derivadas de la función objetivo e igualar a cero dichas derivadas para obtener un sistema de ecuaciones que permita calcular los valores de las variables de entrada para los cuales la función optimiza (Forst & Hoffmann, 2010; Liberti, 2008). Dos desventajas destacan del procedimiento previamente descrito que dificultan el uso de la optimización analítica son que, en primer lugar, las funciones objetivo y de restricción deben ser diferenciables y en segundo lugar, el sistema de ecuaciones obtenido debe ser fácilmente solucionable a través de procedimientos analíticos, factores que poco se cumplen en problemas reales.

Por otra parte, la optimización numérica propone solucionar el problema a través de algoritmos basados en procesos iterativos, los cuales, a partir de ciertas reglas propias de cada algoritmo, actualizan en cada paso los valores de las variables de entrada obteniéndose en cada iteración un mejor valor de las variables de salida (Nocedal & Wright, 2006). En general estos procedimientos realizarán el proceso de iteración hasta que se cumplan criterios de parada, los cuales usualmente son que se alcance un determinado número de iteraciones o que el método converja, dónde la convergencia se evalúa comparando el error relativo (diferencia entre los resultados actuales y los resultados de la iteración inmediatamente anterior, de las funciones

objetivo) (Liberti, 2008; Snyman, 2005). La optimización numérica se puede clasificar en dos grandes grupos, métodos determinísticos y métodos heurísticos (Cavazzuti, 2013).

a) Métodos determinísticos de optimización numérica:

También conocidos como métodos de optimización clásicos, son métodos basados principalmente en la idea de gradientes de funciones, por lo cual se fundamentan en los conceptos del álgebra lineal y el cálculo diferencial, donde el algoritmo usualmente depende de las derivadas de las funciones objetivo. Al ser métodos determinísticos, es decir que no incorporan en el algoritmo factores aleatorios, sus respuestas son completamente replicables. Estos métodos tienen la ventaja de ser algoritmos de rápida convergencia, es decir emplean menos pasos y por ende menos tiempo en la solución del problema de optimización, sin embargo, tienen las desventajas de que, al ser métodos basados en derivación, su finalidad es localizar puntos estacionarios (aquellos donde las derivadas son igual a cero) por lo cual es usual que la respuesta obtenida corresponda a un óptimo local, mas no global de la función. Ejemplos de estos métodos son los algoritmos simplex, Newton-Raphson, gradiente descendiente, propagación hacia atrás con gradiente descendiente o el algoritmo Levenberg-Marquadt.

b) Métodos heurísticos de optimización numérica:

También conocidos como métodos de optimización estocásticos, se trata de algoritmos basados en poblaciones, donde estas poblaciones consisten inicialmente en una serie de valores aleatorios para las variables de entrada conocidas como individuos o soluciones candidatas. Estas soluciones candidatas se van modificando en cada iteración a través de procedimientos matemáticos simples que no implican cálculo diferencial, donde estos se inspiran en las reglas que rigen el comportamiento biológico, físico, químico, sociológico, entre otros, de los sistemas naturales. El éxito de estos algoritmos en el proceso de optimización implica un balance entre la

capacidad de exploración, la cual implica la habilidad de este de evaluar múltiples soluciones candidatas en el dominio de búsqueda, y la capacidad de convergencia, para lo cual se valen de factores estocásticos los cuales son números aleatorios que condicionan cada una de estas capacidades. El hecho que utilicen factores aleatorios implica que los resultados son difícilmente replicables. Ventajas de estos métodos radican en su sencillez matemática y su capacidad de exploración, lo cual permite localizar más fácilmente mínimos globales en comparación a los métodos clásicos. No obstante, la desventaja de estos métodos consiste en el alto costo computacional asociado a su uso, ya que para su buen funcionamiento usualmente se requiere de poblaciones iniciales con numerosa cantidad de individuos. Ejemplos de estos métodos son los algoritmos genéticos, la optimización por enjambre de partículas o el recocido simulado.

5.4.3 Aplicación de redes neurales artificiales en ingeniería estructural y en CACRFA

La aplicación de RNA en temas relacionados con ingeniería estructural y de materiales data de finales de la década de 1980 y principios de 1990 donde aparecen los primeros trabajos publicados que buscaban evaluar la capacidad de predicción de redes neurales prealimentadas con aprendizaje supervisado, dónde la minimización del error se realizaba a través del método clásico de propagación hacia atrás con gradiente descendiente, en problemas sencillos con respuesta analítica bien conocida, como la determinación de estados biaxiales de esfuerzo plano en concretos, momentos flectores de sollicitación en placas o capacidad resistente a momento flector de secciones transversales de vigas de concreto reforzado y diseño de estructuras sencillas de armadura (Adeli, 2001; Kang & Yoon, 1994; Vanluchene & Sun, 1990). Los resultados obtenidos de dichos trabajos demostraron la utilidad del uso de modelos de RNA para la ingeniería estructural

e incentivaron su uso en problemas más complejos. Ejemplos de esto es su uso actual en problemas de predicción de la resistencia a compresión y/o tracción de concretos convencionales, de alta resistencia y modificados con nanopartículas (Neeraja & Swaroop, 2017; Trtnik et al., 2009; Yeh, 1998; Zapata et al., 2019) e ingeniería estructural avanzada en temas como diseño sísmico basado en desempeño y detección de daño (Bakhary et al., 2007; Möller et al., 2009). De lo evidenciado en la bibliografía destaca una amplia exploración del entrenamiento de las RNA utilizando métodos de optimización clásicos, siendo menos explorados los métodos estocásticos, sin embargo, investigaciones en ingeniería estructural y de materiales como las realizadas por (Baron, 2017; Jiang et al., 2003; Remacle et al., 2012) han mostrado la eficiencia de entrenar las RNA con métodos estocásticos, incluso obteniéndose mejores resultados que con métodos clásicos.

En lo relacionado con CACRFA existen múltiples investigaciones que implementan las RNA en la descripción del comportamiento mecánico de este material. En su mayoría las investigaciones se enfocan en la predicción de las propiedades mecánicas de dichos materiales utilizando como datos de entrenamiento, calibración y validación aquellos obtenidos de experimentación hecha por los mismos autores o recopilada de la literatura. La investigación en este tema ha demostrado que el uso de RNA prealimentadas con una o dos capas ocultas y entrenadas con algoritmos de optimización clásicos son alternativas que llevan a resultados satisfactorios, dónde usualmente se utilizan muestras de datos totales entre 70 y 980, siendo las más típicas muestras alrededor de los 100 datos. Usualmente los resultados del modelo de RNA se comparan con resultados de modelos predictivos más sencillos como son regresiones lineales, multilineales o superficies de respuesta. Los parámetros de entrada varían según cada investigación, pero por lo general se relacionan con la cantidad de fibras medidas en volumen, tipo de fibras y resistencia a la compresión del concreto convencional. Las respuestas predichas por las

RNA son usualmente resistencias a nivel de material como son la resistencia a compresión, tracción, cortante, resistencias a nivel de sección como son resistencias a momento flector, fuerza cortante o parámetros relacionados con la capacidad del material como son ductilidades o tenacidades.

Ejemplos de modelos exitosos reportados en la literatura que incluyen estos parámetros son los trabajos de (Adhikary & Mutsuyoshi, 2006; Altun et al., 2008; Behnood et al., 2015; Karahan et al., 2008; Kumar & Barai, 2010) donde en todos los casos se utilizaron algoritmos de entrenamientos clásicos. Una muestra de la robustez del método de RNA aplicado a CACRFA son el trabajo de (Adhikary & Mutsuyoshi, 2006) quienes utilizando una RNA con dos capas ocultas con 5 y 6 neuronas por capa y entrenada con 70 datos, fueron capaces de predecir la curva constitutiva en compresión de CACRFA con varias dosificaciones de fibras, con una precisión de 99%, y el trabajo de (Adhikary & Mutsuyoshi, 2006), quienes con una RNA con una capa oculta con 10 neuronas, entrenada con 133 datos, fueron capaces de predecir las proporciones de mezcla del CACRFA requeridas para obtener determinados valores de resistencia máxima a la compresión con una precisión del 95%.

Si bien la mayoría de modelos previamente mencionados utilizaron métodos clásicos para la minimización del error, los trabajos de (Awolusi et al., 2019; Mashhadban et al., 2016) presentan evidencia del buen desempeño de los métodos heurísticos algoritmo genético y optimización por enjambre de partículas, siendo el trabajo de Awolusi particularmente interesante al presentar una comparación de varios métodos de minimización, obteniéndose mejores capacidades predictivas con los métodos heurísticos.

6. Metodología

Para responder a la pregunta de investigación, la metodología desarrollada en este proyecto pretendió lograr estimar la resistencia a momento flector del CACRFA integrando resultados de experimentos en laboratorio, modelado numérico MEF y una RNA. La metodología se dividió en cuatro fases generales, cada una con sus respectivas actividades.

En primer lugar, se diseñó y ejecutó un programa experimental en el cual se realizaron y ensayaron probetas para ensayos de compresión simple, doble punzonamiento Barcelona y EFCP, esto para diferentes dosificaciones de fibras y relaciones a/c en los dominios planteados en la propuesta de investigación.

En segunda instancia se determinaron las curvas constitutivas del CACRFA para las diferentes dosificaciones utilizando los resultados de ensayos de compresión simple para curvas de compresión, ensayos Barcelona para curvas de tracción y análisis estadístico.

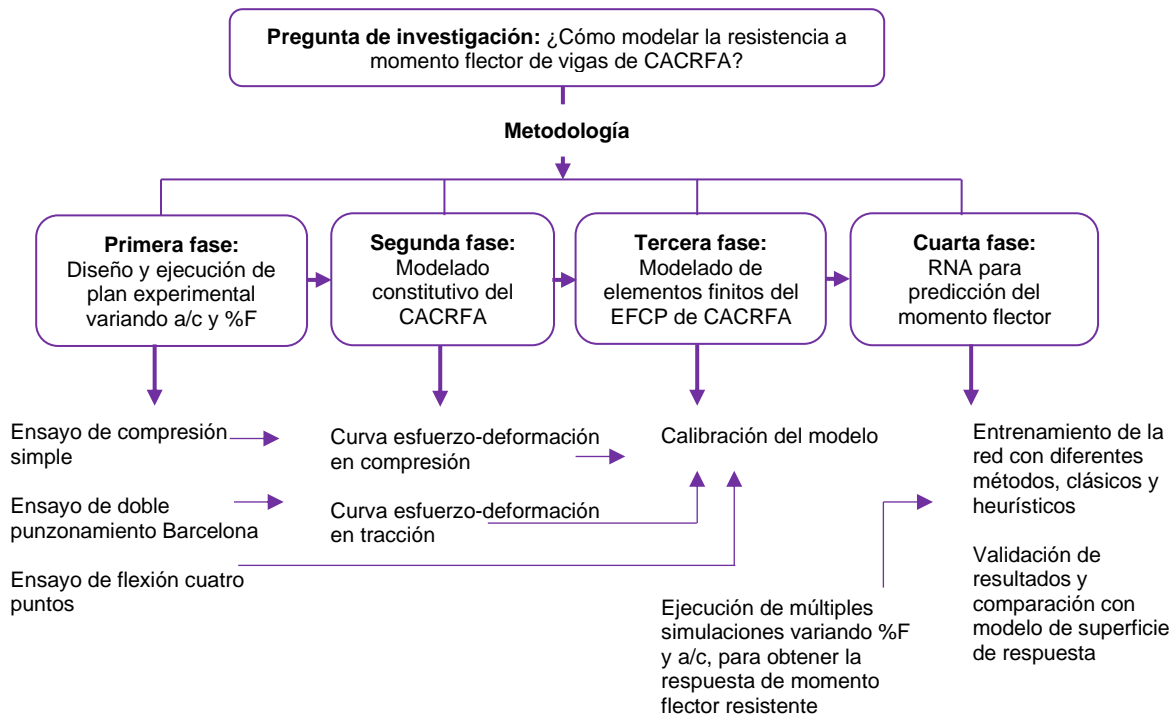
La tercera fase consistió en modelar la respuesta carga – deflexión del EFCP, de la cual se puede obtener la resistencia a momento flector, utilizando software de elementos finitos. Los parámetros de entrada para dicho modelo fueron las curvas constitutivas del material y la geometría de las vigas del EFCP. Dichos modelos se calibraron con base en los resultados de los ensayos de flexión de cuatro puntos obtenidos en la primera fase. Una vez calibrado y validado el modelo se realizaron múltiples simulaciones de elementos finitos del EFCP con diferentes valores de dosificaciones de fibras (%F) y relaciones agua/material cementante (a/c) diferentes a los utilizados en el plan experimental, pero dentro de los dominios de estudio, con el fin de obtener

suficientes datos para entrenar la RNA. Esta medida se adoptó debido a que financieramente no era viable obtener suficientes resultados netamente experimentales para alimentar la RNA.

Finalmente, en la cuarta fase se programó, entrenó, calibró y validó una RNA prealimentada con aprendizaje supervisado, donde los datos de entrenamiento fueron las simulaciones previamente mencionadas. Los datos de entrada para la red fueron %F y a/c y el dato de salida la resistencia a momento flector. Para entrenar la RNA se utilizaron métodos clásicos y heurísticos, y finalmente se compararon los resultados obtenidos no solo con los valores esperados si no con aquellos obtenidos de un análisis de superficie de respuesta, para discutir sobre la capacidad de predicción de la RNA. La Figura 32 resume en un esquema la metodología implementada.

Figura 32.

Esquema conceptual de la metodología



Como se puede observar en la metodología, para responder a la pregunta de investigación se harán uso de modelos no matemáticamente rigurosos en algunas fases como son los métodos de optimización heurísticos o regresiones estadísticas. Por esta razón el título de esta investigación se seleccionó como “*Técnica heurística para determinar la resistencia a flexión en vigas de concreto auto-compactante reforzado con fibras de acero*”. A continuación, se presenta una descripción detallada del proceso metodológico y las actividades desarrolladas en cada fase.

6.1 Primera fase: Diseño y ejecución de plan experimental

Las actividades generales ejecutadas para cumplir con esta fase fueron (i) diseño experimental estadístico, (ii) selección y caracterización de los materiales para las mezclas de CACRFA, (iii) diseño de las mezclas de CACRFA, (iv) ejecución y estudio en estado fresco de las mezclas y especímenes de CACRFA y (v) ejecución de ensayos en estado endurecido de especímenes de CACRFA. A continuación, se detallan las actividades.

6.1.1 Diseño experimental estadístico

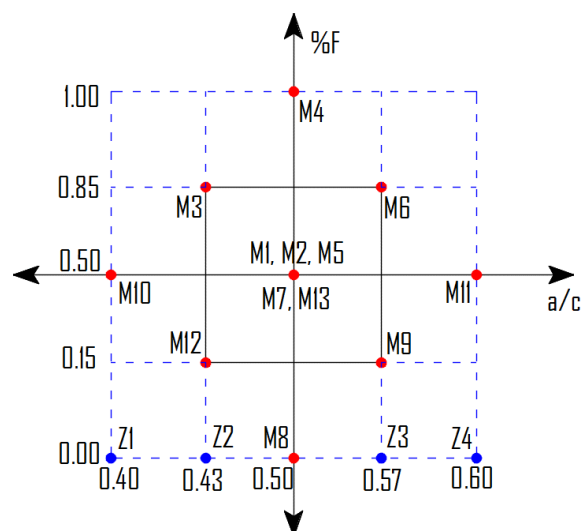
Para la ejecución del plan experimental las variables a considerar fueron la cantidad de fibras de acero medidas como fracción del volumen total de mezcla %F y la relación agua/material cementante a/c , debido a que son los parámetros que según la literatura más condicionan las resistencias a la tracción y compresión del CACRFA (Cihan et al., 2013; Pająk & Ponikiewski, 2013). Los dominios de estudio de estas variables fueron 0% a 1% para el %F y 0.40 a 0.60 para a/c , seleccionados ya que corresponden a dominios típicamente utilizados en la industria en Colombia. Con el fin de determinar el mínimo número de muestras requeridas para poder analizar de forma válida desde un punto de vista estadístico, los dominios de %F y a/c , se realizó un diseño experimental central compuesto basado en un factorial 2^k con punto al centro desde puntos axiales (Montgomery & George C. Runger, 2011). Esta metodología no solo permitió determinar el número de puntos experimentales y sus valores de %F y a/c , para desarrollar en el plan experimental, sino que también permitió implementar en fases posteriores, la metodología de superficie de respuesta, la cual corresponde a un modelo predictivo de regresión no lineal de

segundo orden para la cual las variables de entrada fueron %F y a/c y la variable de salida varió dependiendo del ensayo considerado, compresión simple, doble punzonamiento Barcelona o EFCP.

El diseño experimental se realizó en el software Minitab V.16[®] (Minitab LLC, 2016) para el cual se obtuvieron 13 puntos experimentales a ejecutar en orden aleatorio. Los puntos se denominaron del M1 al M13 según el orden aleatorio obtenido en el software, dónde se considera 1 réplica para cada punto excepto para el punto central del dominio, el cual cuenta con 5 réplicas. Adicional a los puntos del diseño experimental se consideraron puntos de control los cuales corresponden a todas las cantidades de a/c obtenidas del diseño experimental, pero en ausencia de fibras de acero, los cuales son necesarios para monitorear el aporte de las fibras a cada una de las dosificaciones, estos puntos se nombraron del Z1 al Z4. La Figura 33 muestra la malla experimental, la cuál es la representación gráfica del diseño de mezclas obtenido, dónde el eje horizontal representa la cantidad de a/c y el eje vertical la cantidad de %F.

Figura 33.

Diseño experimental estadístico para CACRFA



6.1.2 Selección y caracterización de los materiales para las mezclas de CACRFA

Los componentes de las mezclas de CACRFA fueron cemento, ceniza volante, agua, agregado fino, agregado grueso, superplastificante y fibras de acero terminadas en gancho. Dado que, para adquirir su capacidad auto-compactante, el CACRFA debe tener altas cantidades de material cementante, se implementó ceniza volante como reemplazo parcial del cemento, la cual es un material puzolánico que tiene las ventajas de ser un residuo de la industria metalúrgica, no comprometer la resistencia a la compresión del concreto y mejorar su durabilidad, y contribuir a la estabilidad de la mezcla en estado fresco, ayudando a controlar el fenómeno de segregación (Gencel et al., 2011; Persson, 2001). El uso de superplastificante fue necesario para proporcionar la fluidez requerida al material en estado fresco para garantizar su comportamiento auto-compactante. Finalmente, las fibras utilizadas fueron de un único tipo, proporcionadas por un proveedor local y seleccionadas por ser las más comercializadas en Bucaramanga-Colombia según reportes del mismo proveedor. Las propiedades de los materiales requeridas para el posterior diseño de mezcla se determinaron a través de ensayos ejecutados en el laboratorio de caracterización materiales de la Universidad Industrial de Santander, siguiendo los lineamientos de la Sociedad Americana de Pruebas y Materiales (ASTM por sus siglas en inglés). A continuación, se presentan las propiedades obtenidas de los materiales.

a) Cemento

El cemento utilizado fue Portland tipo I (uso general), obtenido de proveedores de materiales locales. Su gravedad específica fue de 3.03 obtenida siguiendo el procedimiento de la ASTM C188-17 (American Society for Testing and Materials, 2017). Evidencia del material utilizado y el equipo para su ensayo se muestra en la Figura 34 a).

b) Ceniza volante

La ceniza volante utilizada se obtuvo de la hidroeléctrica Termotasajero ubicada en Norte de Santander-Colombia. Su gravedad específica fue de 2.22 obtenida siguiendo el procedimiento de la ASTM C311-18 (American Society for Testing and Materials, 2018b). La ceniza utilizada se muestra en la Figura 34 b).

Figura 34.

Cementantes utilizados a) Cemento Portland tipo I y equipo para ensayo de densidad b) Ceniza volante

**a)****b)****c) Agregado fino**

El agregado fino utilizado fue obtenido de proveedores de materiales locales y se muestra en la Figura 35. Su gravedad específica en condición saturada superficialmente seca fue de 2.59, su capacidad de absorción 1.85% y su contenido de humedad 8.41%, obtenidos siguiendo los procedimientos de la ASTM C128-15 (American Society for Testing and Materials, 2015b). Su curva granulométrica fue la mostrada en la Figura 36 y su módulo de finura fue de 2.01, ambos

calculados siguiendo los procedimientos de la ASTM C136-14 (American Society for Testing and Materials, 2014).

d) Agregado grueso

El agregado grueso utilizado fue obtenido de proveedores de materiales locales y se muestra en la Figura 35. En condición compactada saturada superficialmente seca su peso unitario fue de 1462.69 [kg/m³], su gravedad específica de 2.61, su capacidad de absorción 0.30% y su contenido de humedad 0.55%, obtenidos siguiendo los procedimientos de la ASTM C127-15 (American Society for Testing and Materials, 2015a). Su curva granulométrica fue la mostrada en la Figura 37 y su tamaño máximo nominal fue de 3/8" (9.53 [mm]), ambos calculados siguiendo los procedimientos de la ASTM C136-14 (American Society for Testing and Materials, 2014).

Figura 35.

Agregados utilizados



Figura 36.

Curva granulométrica de agregado fino

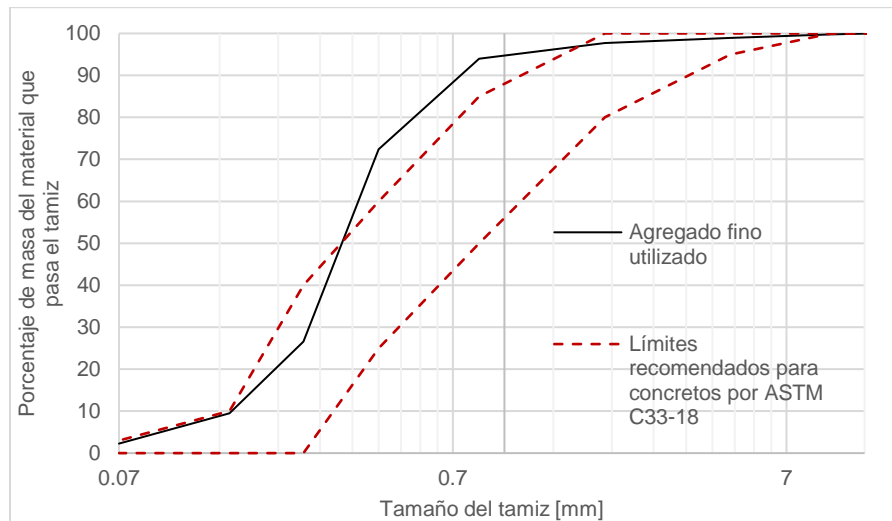
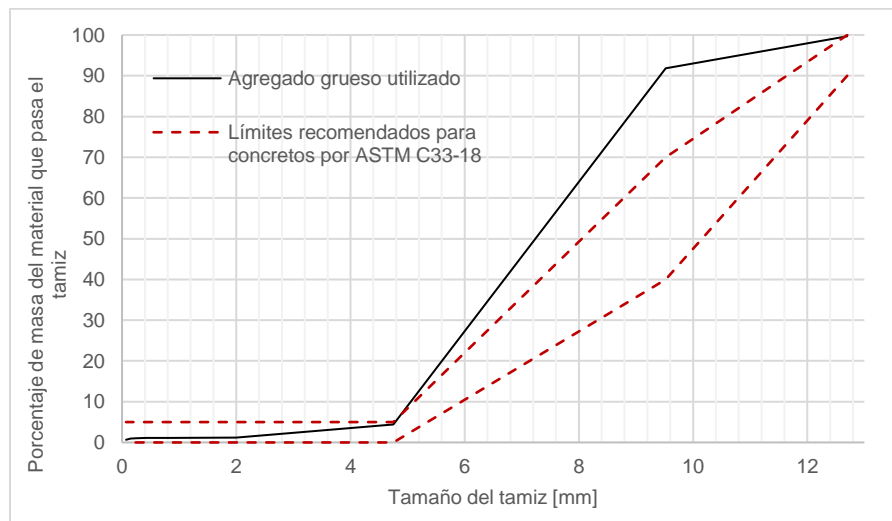


Figura 37.

Curva granulométrica de agregado grueso



Los resultados de las curvas granulométricas para ambos agregados se compararon con los límites propuestos por ASTM para concretos, en la especificación ASTM C33-18 (American

Society for Testing and Materials, 2018c) presentados en la Figuras 36 y 37. Cabe resaltar que las gradaciones límites propuestas en dicha norma son estrictamente para concreto convencional por lo cual se usaron lo a manera de guía para evaluar los agregados para el CACRFA. De la Figura 36 se observa que si bien la curva granulométrica no se encuentra en el rango esperado, es cercana al límite máximo por lo cual el agregado fino se consideró como adecuado. De la Figura 37 se observa que el agregado grueso se encuentra marcadamente por encima del límite superior, no obstante esto no se considera problemático para la fabricación de CACRFA debido a que en primer lugar el hecho que se encuentre por encima indica que el material es un poco más fino de lo esperado, lo que es beneficioso para el CACRFA y en segundo lugar, como se verá posteriormente, la cantidad de agregado grueso necesaria para el CACRFA es considerablemente menor que para el concreto convencional, por lo cual su impacto sobre las propiedades del material son menores.

e) Superplastificante

El superplastificante se seleccionó a partir de pruebas preliminares de estabilidad en mezclas de CACRFA, implementando varias marcas comerciales. El material finalmente seleccionado fue un superplastificante de tercera generación, es decir basado en policarboxilatos, en presentación líquida, como se puede ver en la Figura 38. El contenido de sólidos del material obtenido de ensayos de laboratorio fue 35% respecto a la masa total y su gravedad específica 1.08 obtenida de la ficha técnica del proveedor.

Figura 38.

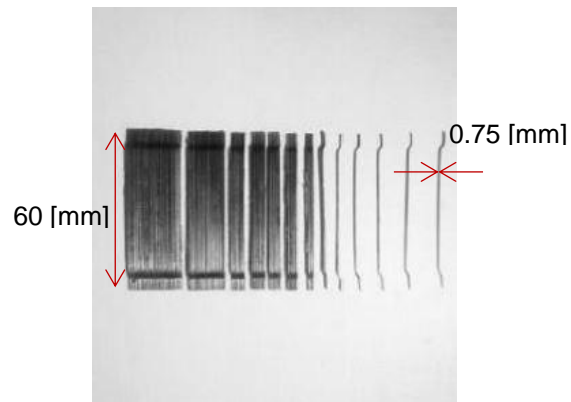
Superplastificante utilizado

**f) Fibras de acero**

Las fibras de acero utilizadas fueron tipo terminadas en gancho, con longitud total de 60 [mm], diámetro de 0.75 [mm], relación de aspecto de 80, resistencia a la tracción de 1200 [MPa] y gravedad específica de 7.85, valores obtenidos todos de la ficha técnica proporcionada por el proveedor. La Figura 39 muestra las fibras implementadas en esta investigación.

Figura 39.

Fibras de acero utilizadas a) Especificaciones del fabricante b) Fibras con medidas

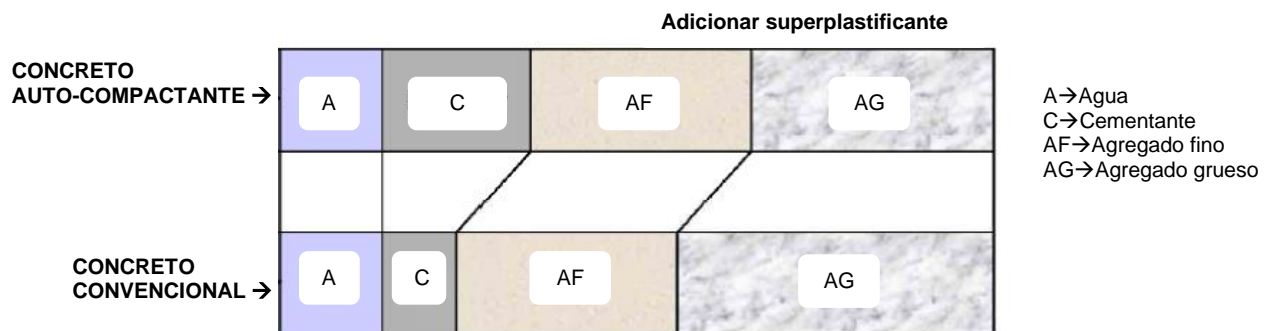
**a)****b)**

6.1.3 Diseños de mezclas de CACRFA

Como una aproximación inicial, los diseños de mezclas de CACRFA se basaron en las recomendaciones del método propuesto por el Instituto Americano del Concreto (ACI por sus siglas en inglés) en el documento ACI 211.1 (American Concrete Institute, 1991), sin embargo, los diseños obtenidos se adaptaron con base en las recomendaciones de Okamura (Okamura & Ouchi, 2003), las cuales son: (i) utilizar superplastificante suficiente para garantizar fluidez de la mezcla, (ii) utilizar una cantidad volumétrica total de cementante de alrededor de 20% del volumen total de mezcla y, (iii) limitar la cantidad volumétrica total de agregados a menos del 60% del volumen total de la mezcla. El uso de estas modificaciones conlleva a variaciones en las proporciones volumétricas del diseño de mezcla como muestra la Figura 40. Adicional a estas modificaciones se agregaron las fibras de acero como porcentaje del volumen de mezcla según lo requerido de cada dosificación de acuerdo a los resultados del diseño de experimentos.

Figura 40.

Proporciones volumétricas cualitativas para diseño de mezcla de concreto convencional y auto-compactante



Nota. Adaptado de (Okamura & Ouchi, 2003)

Las modificaciones implementadas sobre el diseño convencional fueron las siguientes:

a) Para garantizar la fluidez de la mezcla, pero sin incurrir en fenómenos de inestabilidad en estado fresco, se determinó el rango viable a agregar de superplastificante realizando un análisis de compatibilidad de la fase líquida de la mezcla (cementante, agua y superplastificante) utilizando el cono de Marsh mostrado en la Figura 41. Los resultados de esta investigación realizada con la participación del autor se pueden encontrar en (S. Ruiz et al., 2019). En dicha investigación se encontró que el rango viable a utilizar de este superplastificante con los materiales cementantes propuestos yace entre 0.15% y 0.60%, medido como porcentaje de la masa total del material cementante.

Figura 41.

Cono de Marsh y ensayo de cono de Marsh a fase líquida del CACRFA



b) Para proporcionar la cantidad volumétrica recomendada de cementante a la mezcla, la cual medida en masa está alrededor de los 500 [kg/m³], fue necesario reemplazar parte del cemento con un material puzolánico, en este caso ceniza volante. Según lo encontrado en literatura se recomienda que este reemplazo esté entre valores del 12% al 30% de la masa total del cementante (Koehler & Fowler, 2007; Rao, 2010). La cantidad exacta de ceniza volante requerida que no

comprometiera la fluidez de la mezcla se determinó con el mismo estudio de compatibilidad de la fase líquida previamente mencionado (S. Ruiz et al., 2019). Se encontró que una cantidad de 15% era suficiente para garantizar el adecuado comportamiento del CACFRA en estado fresco.

c) Finalmente, una investigación previa sobre el comportamiento reológico de CACRFA en la que participó el autor, publicada en (Cotes et al., 2019), realizada con materiales similares, demostró que utilizar una mayor proporción de agregado fino respecto al agregado grueso contribuía a la fluidez de la mezcla al aportar mayor cantidad de material fino a la misma, por lo cual en este proyecto se mantuvo una relación 30% agregado grueso, 70% agregado fino, medidos respecto a la masa del total de agregados.

Las dosificaciones de materiales por metro cúbico de CACRFA, determinadas del diseño de mezcla implementando las modificaciones mencionadas al método ACI 211.1, para cada uno de los puntos experimentales M1 a M13 y Z1 a Z4, de la Figura 33, se presentan en la Tabla 1.

Tabla 1.

Dosificaciones para mezclas de CACRFA

Mezcla (a/c-%F)	Cemento [kg/m³]	Ceniza Grueso [kg/m³]	Fino [kg/m³]	Agua [kg/m³]	Fibras [kg/m³]	Superplastificante %	
M1 (0.50 - 0.50)	459.13	68.87	412.39	958.38	264	39.00	0.38
M2 (0.50 - 0.50)	459.13	68.87	412.39	958.38	264	39.00	0.38
M3 (0.43 - 0.85)	506.74	76.01	404.43	943.66	250	66.61	0.45
M4 (0.50 - 1.00)	459.13	68.87	407.24	950.22	264	78.00	0.38
M5 (0.50 - 0.50)	459.13	68.87	412.39	958.38	264	39.00	0.38
M6 (0.57 - 0.85)	411.18	61.68	418.45	979.97	270	66.61	0.29
M7 (0.50 - 0.50)	459.13	68.87	412.39	958.38	264	39.00	0.38
M8 (0.50 - 0.00)	459.13	68.87	415.25	968.92	264	0.00	0.38
M9 (0.57 - 0.15)	411.18	61.68	425.20	992.10	270	11.39	0.26
M10 (0.40 - 0.50)	526.09	78.91	406.90	949.42	242	39.00	0.49
M11 (0.60 - 0.50)	400.00	60.00	421.62	980.68	276	39.00	0.28
M12 (0.43 - 0.15)	506.74	76.01	410.52	956.48	250	11.39	0.36

Mezcla (a/c-%F)	Cemento [kg/m ³]	Ceniza Grueso [kg/m ³]	Fino [kg/m ³]	Agua [kg/m ³]	Fibras [kg/m ³]	Superplastificante %	
M13 (0.50 - 0.50)	459.13	68.87	412.39	958.38	264	39.00	0.23
Z1 (0.40 - 0.00)	526.09	78.91	410.91	958.78	242	0.00	0.56
Z2 (0.43 - 0.00)	506.74	76.01	410.16	960.79	250	0.00	0.48
Z3 (0.57 - 0.00)	411.18	61.68	426.37	994.84	270	0.00	0.26
Z4 (0.60 - 0.00)	400.00	60.00	424.71	990.99	276	0.00	0.17

6.1.4 Ejecución y estudio en estado fresco de las mezclas y especímenes de CACRFA

Una vez diseñadas las mezclas de CACRFA se procedió a su ejecución siguiendo el orden obtenido en el diseño experimental. Las mezclas fueron ejecutadas en una mezcladora de potencia 150 [W] y capacidad 120 [kg] (aproximadamente 50 [l] de concreto). Por cada punto experimental fue necesario mezclar 70 [l] para posteriormente fundir 8 cilindros de diámetro 75 [mm] y longitud 150 [mm], 4 cilindros de diámetro 150 [mm] y longitud 150 [mm] y 4 vigas de sección transversal de 150x150 [mm] con longitud de 500 [mm], contemplando desperdicio, para un total aproximado de 1.26 [m³] mezclados de CACRFA, no obstante se aclara que el total real mezclado fue mucho mayor, esto debido a que hubo ocasiones en que las mezclas no cumplieron los ensayos de control en estado fresco por lo cual fue necesario repetirlos. Cada punto experimental se ejecutó en tres sesiones de mezclado, esto debido a que, si bien la capacidad de la mezcladora permitía hacerlo en dos sesiones, realizarlo de esta forma aumentaba el desperdicio de material. La Figura 42 muestra la mezcladora utilizada y evidencia del proceso de mezclado.

Figura 42.

Mezcladora y proceso de mezclado



La secuencia de mezclado utilizada surgió de lo propuesto en (Basheerudeen & Anandan, 2015) con modificaciones implementadas por el autor con base en la experiencia adquirida en el desarrollo de este y otros proyectos relacionados con CACRFA. A continuación, se describe la secuencia de mezclado implementada:

1. Humedecer con agua el interior del cilindro de la mezcladora
2. Mezclar el agregado fino y grueso durante 1 minuto
3. Incorporar a la mezcla el cemento y la ceniza volante y mezclar todo durante 1 minuto
4. Incorporar a la mezcla las fibras de acero y el 40% del superplastificante diluido en el 70% del agua de la mezcla y mezclar todo durante 2 minutos
5. Diluir el 60% restante del superplastificante en el 30% restante del agua y dividir todo en tres partes iguales
6. Incorporar la primera parte de la mezcla de superplastificante y agua, y mezclar todo durante 1 minuto
7. Incorporar la segunda parte de la mezcla de superplastificante y agua, y mezclar todo durante 1 minuto

8. Incorporar la tercera parte de la mezcla de superplastificante y agua, y mezclar todo durante 5 minutos

Inmediatamente ejecutada cada mezcla se procedió a realizar ensayos de control para evaluar el desempeño en estado fresco de las mismas y garantizar su comportamiento auto-compactante. Los ensayos realizados fueron el ensayo de flujo de asentamiento y el T_{500} , para los cuales se utilizaron 5.50 [l] de mezcla de cada sesión. Para ejecutar los ensayos se siguieron los protocolos establecidos por EFNARC (The European Guidelines for Self-Compacting Concrete, 2005). Con base en los límites de conformidad del material presentados en dicho documento, se consideró que las mezclas eran satisfactorias si su resultado de flujo de asentamiento se encontraba entre 520 [mm] y 900 [mm]; y si su valor de T_{500} era inferior a 10 [s]. La Tabla 2 presenta los resultados promedios y desviaciones estándar obtenidos de los ensayos de control en estado fresco, para las tres sesiones de mezclado realizadas para cada punto experimental, de los cuales es posible deducir que las mezclas ejecutadas exhibieron el comportamiento auto-compactante deseado.

Tabla 2.

Resultados de flujo de asentamiento y T_{500} a mezclas de CACRFA

Mezcla (a/c-%F)	Flujo de asentamiento [mm]	T_{500} [s]
M1 (0.50 - 0.50)	793.33 (43.67)*	1.00 (0.00)*
M2 (0.50 - 0.50)	691.67 (62.10)*	1.14 (0.24)*
M3 (0.43 - 0.85)	576.67 (49.26)*	6.93 (0.98)*
M4 (0.50 - 1.00)	705.00 (133.98)*	1.62 (0.97)*
M5 (0.50 - 0.50)	650.00 (27.57)*	1.13 (0.15)*
M6 (0.57 - 0.85)	621.67 (123.84)*	2.10 (0.97)*
M7 (0.50 - 0.50)	583.33 (78.66)*	1.91 (1.17)*
M8 (0.50 - 0.00)	575.00 (18.71)*	1.12 (0.21)*
M9 (0.57 - 0.15)	645.00 (12.25)*	1.00 (0.00)*
M10 (0.40 - 0.50)	716.67 (21.60)*	3.10 (1.11)*

Mezcla (a/c-%F)	Flujo de asentamiento [mm]	T ₅₀₀ [s]
M11 (0.60 - 0.50)	701.67 (39.71)*	1.00 (0.00)*
M12 (0.43 - 0.15)	626.67 (45.02)*	2.43 (0.71)*
M13 (0.50 - 0.50)	656.67 (85.71)*	1.21 (0.37)*
Z1 (0.40 - 0.00)	695.00 (62.85)*	3.31 (2.53)*
Z2 (0.43 - 0.00)	673.33 (112.37)*	3.27 (3.21)*
Z3 (0.57 - 0.00)	556.67 (28.75)*	1.00 (0.00)*
Z4 (0.60 - 0.00)	556.67 (29.44)*	1.00 (0.00)*

Nota. *Desviación estándar

Una vez ejecutadas las mezclas y verificado su comportamiento auto-compactante se procedió a realizar el proceso de fabricación de los especímenes conforme a las recomendaciones de ASTM C1758-15 (American Society for Testing and Materials, 2012b). Se utilizaron moldes de policloruro de vinilo para los cilindros y moldes desarmables de acero para las vigas. En todos los casos se aplicó grasa como desmoldante en la superficie interna del molde antes de verter el concreto para evitar que el CACRFA se adhiriese y dificultara el proceso de desmoldaje. La Figura 43 muestra evidencia de los ensayos de control en estado fresco, la fundición de los especímenes y el resultado de la fabricación completa de un punto experimental.

Figura 43.

Fabricación de CACRFA a) Control en estado fresco, b) Fundida de un cilindro, c) Fundida de una viga, d) Resultado de la fundida de un punto experimental

**a)****b)****c)****d)**

Los especímenes se desmoldaron 24 horas después de fabricados, se marcaron en su superficie con el código del punto experimental al que pertenecían y se procedió inmediatamente al proceso de curado, todo lo anterior siguiendo lo expuesto en la ASTM C192-18 (American Society for Testing and Materials, 2018a). Los especímenes permanecieron en curado sumergidos en una pileta con agua a 23 ± 2 [°C] hasta el día de su ensayo como ilustra la Figura 44.

Figura 44.

Especímenes en proceso de curado



6.1.5 Ejecución de ensayos en estado endurecido de especímenes de CACRFA

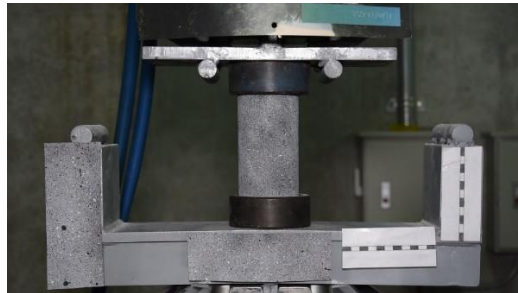
Los especímenes elaborados permanecieron en proceso de curado hasta el día de ejecución de los ensayos, 147 días después de fabricados. Antes de ensayar los especímenes, se tomaron medidas de su geometría, utilizando un calibrador pie de rey para los cilindros y un flexómetro para las vigas. Todos los especímenes se ensayaron en condición de carga monotónica en una máquina servo hidráulica de marca MTS (Material Testing Machine) modelo 318.5 con capacidad de 500 [kN] con un LVDT interno instalado en su actuador, lo que permitió extraer curvas carga-desplazamiento del actuador. En todos los casos se utilizaron protocolos de carga controlados por desplazamiento según las normas especificadas en la descripción de cada ensayo. Cabe aclarar que inicialmente se plantearon ensayos de tracción indirecta Brasilerio como parte de la investigación, sin embargo, los resultados de estos no fueron finalmente utilizados por lo cual no se describen en el presente proyecto. A continuación, se describen los protocolos de carga para cada uno de los ensayos.

✓ Ensayos de compresión simple

Para los ensayos de compresión simple se utilizaron 4 cilindros de CACRFA por punto experimental, con medidas de 75 [mm] de diámetro y 150 [mm] de longitud, y se utilizó una velocidad de 1.50 [mm/min] hasta obtener un desplazamiento del actuador de aproximadamente 6 [mm], todo lo anterior como establece la ASTM C39-18 (American Society for Testing and Materials, 2018d). El tiempo de ensayo de cada cilindro fue de aproximadamente 12 minutos. Los datos obtenidos de este ensayo se utilizaron para estimar las curvas constitutivas en compresión del CACRFA. La Figura 45 muestra el montaje de uno de los ensayos de compresión simple.

Figura 45.

Montaje para ensayo de compresión simple



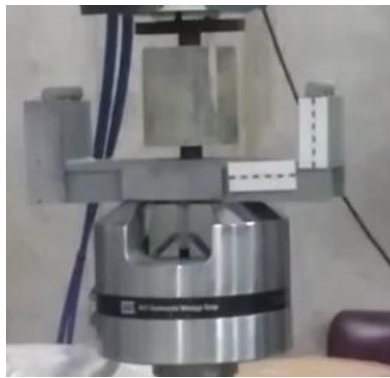
✓ Ensayos de doble punzonamiento Barcelona

Para los ensayos de doble punzonamiento Barcelona se utilizaron 4 cilindros de CACRFA por punto experimental, con medidas de 150 [mm] de diámetro y 150 [mm] de longitud, punzones de diámetro 37.5 [mm] hechos en acero y se utilizó una velocidad de 0.50 [mm/min] hasta obtener un desplazamiento del actuador de aproximadamente 6 [mm]. Las especificaciones para estos ensayos se establecieron siguiendo las recomendaciones de la norma técnica Española UNE-83515 debido que era el único documento con procedimientos estandarizados para este tipo de ensayo.

La UNE utilizada fue UNE-83515 (Asociación Española de Normalización, 2010). El tiempo de ensayo de cada cilindro de aproximadamente 30 minutos. Los datos obtenidos de este ensayo se utilizaron para estimar las curvas constitutivas en tracción del CACRFA. La Figura 46 muestra el montaje de uno de los ensayos de doble punzonamiento Barcelona.

Figura 46.

Montaje para ensayo de doble punzonamiento Barcelona



✓ **Ensayos de flexión de cuatro puntos**

Para los ensayos de flexión se seleccionó el montaje de EFCEP debido a las ventajas expuestas en el marco teórico. Para cada punto experimental se utilizaron 4 especímenes de CACRFA con medidas de sección transversal de 150x150 [mm] y 500 [mm] de longitud total, 450 [mm] de longitud libre al momento del ensayo, y dos cargas ubicadas cada 150 [mm] en la longitud libre, según recomienda la ASTM C1609-12 (American Society for Testing and Materials, 2012a). Adicionalmente antes de cada ensayo y para condicionar la aparición de la primera grieta en el centro de la luz, se realizó una entalladura en dicha zona. La entalladura tuvo una profundidad aproximada de 22 [mm], un ancho aproximado de 0.4 [mm] y se realizó en una de las caras laterales (según su previa posición dentro de la formaleta) 3 horas antes de realizar el ensayo, utilizando

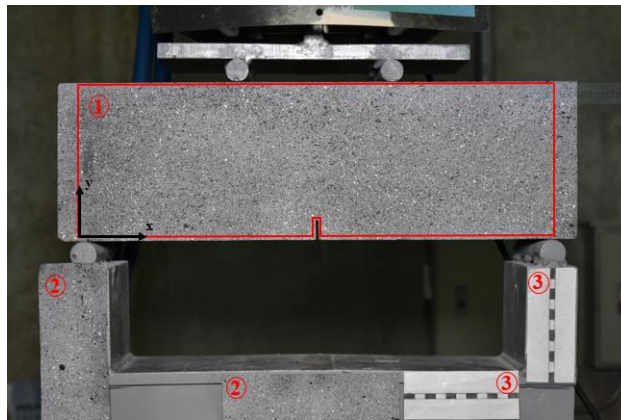
una sierra disco de diamante de acuerdo con las recomendaciones presentadas por La Unión Internacional de Laboratorios y Expertos en Materiales de Construcción, Sistemas y Estructuras (RILEM por sus siglas en francés) en el documento RILEM TC162-TDF (RILEM TC 162-TDF, 2003). El protocolo de carga fue monotónico con velocidades variables a lo largo del ensayo, determinadas con base en las dos normas previamente presentadas, esto con el fin de minimizar el tiempo requerido para los ensayos dada la necesidad de ejecutarlos secuencialmente con la menor diferencia de tiempo posible, sin comprometer la calidad de los resultados. Las velocidades adaptadas según el desplazamiento en el centro de luz fueron: (i) 0.2 [mm/min] para desplazamientos entre 0 y 1 [mm], (ii) 0.25 [mm/min] para desplazamientos entre 1 y 5 [mm] y (iii) 0.7 [mm/min] para desplazamientos entre 5 y 10 [mm]. Alcanzado el desplazamiento de 10 [mm] en el centro de luz se dio por terminado el ensayo. La duración aproximada de cada ensayo fue de 45 minutos.

Debido a que se requería la curva carga-deflexión en el centro de luz, para posteriormente validar el modelo numérico, y la medida de desplazamiento del actuador no coincide con la deflexión en el centro de luz, como se expone en (Bernard, 2009), fue necesario utilizar una técnica para medir la deflexión en el centro de luz. Se optó por la técnica de CID debido a las ventajas inherentes a esta, expuestas en el marco teórico. Para implementar CID se capturaron imágenes de las vigas durante el ensayo, las cuales posteriormente se procesaron en el software libre de CID Ncorr v1.2 (Blader & Antoniou, 2015), el cual funciona como una extensión del software MATLAB® (MathWorks, 2020). Para que el software reconociera las imágenes fue necesario preparar la superficie de las vigas con una distribución aleatoria de grises conocida como patrón estocástico, para conseguir esto se pintaron las vigas 2 horas antes de cada ensayo con pintura gris y adicionalmente se agregaron puntos aleatorios de pintura negra y blanca con ayuda de un cepillo

dental común. La calibración del modelo de CID se hizo comparando las medidas de movimiento del actuador y el movimiento de un patrón de referencia ubicado en la base de la platina de apoyo para el EFCP, detalles específicos sobre el montaje y análisis de CID se pueden encontrar en el trabajo (Quiceno et al., 2020) en el cual se utilizaron los mismos especímenes de este proyecto y contó con la participación del autor. Las curvas carga-deflexión se midieron hasta una deflexión aproximada de 3.0 [mm], medida en el centro de la luz, como recomienda la ASTM C1609-12 (American Society for Testing and Materials, 2012a). La Figura 47 muestra el montaje de la viga para el EFCP.

Figura 47.

Montaje vigas de estudio EFCP



(1) Región de medida de los desplazamientos en la viga (2) Patrón de referencia (3) Escala de referencia.

Nota. Tomada de (Quiceno et al., 2020)

Las imágenes se tomaron con una cámara réflex digital NIKON D5600 apoyada sobre un trípode para mantenerla estática durante todo el ensayo. La cámara contaba con un lente de

distancia focal de 18-55 [mm], resolución espacial de 1920 x 1080 píxeles, y se ubicó a una distancia de 1.4 [m] del espécimen con el fin de respetar los protocolos de seguridad del laboratorio de materiales de la Universidad Industrial de Santander, resultando esto en una resolución efectiva sobre la región de la viga de 1235 x 421 píxeles aproximadamente. Adicionalmente se utilizó una luz LED Yn-300 III Youngnuo para procurar mantener una iluminación uniforme sobre el espécimen. Debido a que se contó con una única cámara y luz LED fue posible tomar únicamente 2 de los 4 ensayos posibles por punto experimental debido a las capacidades de los dispositivos implementados. El montaje completo del ensayo se presenta en la Figura 48.

Figura 48.

Montaje experimental CID para EFCP



(1) Espécimen de estudio (2) Maquina de ensayos (3) Luz (4) Cámara (5) Trípode.

Nota. Tomada de (Quiceno et al., 2020)

6.2 Segunda fase: Modelado constitutivo del CACRFA

Para esta investigación se implementaron modelos constitutivos homogéneos no lineales de esfuerzo vs. deformación unitaria del CACRFA para compresión y tracción. Se realizó este proceso para cada uno de los especímenes estudiados y posteriormente a través de análisis estadístico se determinaron curvas representativas para cada punto experimental. Las actividades generales ejecutadas para cumplir con esta fase fueron (i) modelado constitutivo en compresión, (ii) modelado constitutivo en tracción, y (iii) análisis estadístico para estimar modelos constitutivos característicos. A continuación, se describen en detalle cada una de las actividades.

6.2.1 Modelado constitutivo en compresión

El modelado constitutivo en compresión de todas las dosificaciones de CACRFA se realizó con base en modelos constitutivos propuestos en la literatura calibrados con los resultados de resistencias máximas a la compresión f'_c , calculadas dividiendo el valor de carga máxima obtenido en cada ensayo de compresión simple entre área de la sección transversal del cilindro. De la búsqueda literaria se encontró que, si bien existe un pequeño aporte de las fibras a la capacidad en compresión del CACRFA, en términos de su tenacidad (Manoharan & Anandan, 2014; G. Ruiz et al., 2018), un análisis conservador permite despreciar dicho aporte. Se probaron varios modelos disponibles en la literatura, para ambas condiciones, incluyendo y sin incluir el aporte de las fibras de acero, y finalmente se seleccionó la alternativa que llevó a los resultados del modelo numérico de elementos finitos que mejor representaba el comportamiento obtenido en los ensayos experimentales del EFCP. El modelo finalmente implementado contempló el aporte de las fibras

a la compresión y resultó de integrar los modelos propuestos por (De Oliveira Júnior et al., 2010; Wang et al., 2011), dónde del modelo propuesto por Wang se tomó la ecuación que describía la curva esfuerzo-deformación unitaria y del modelo de De Oliveira la deformación unitaria asociada al valor de resistencia máxima a la compresión. Estos modelos se seleccionaron debido a que en su estudio experimental se utilizaron materiales similares a los usados en esa investigación, se obtuvieron resistencias máximas a la compresión similares a las de este proyecto, la cantidad de fibras máxima utilizada estuvo en el dominio propuesto en este proyecto. Los parámetros de entrada del modelo finalmente implementado fueron la resistencia máxima a la compresión f'_c y la cantidad de fibras medida como fracción del volumen de la mezcla %F. El modelo constitutivo corresponde a una ecuación por partes descrita matemáticamente por la ecuación (4) propuesta en (Wang et al., 2011), dónde f_c es el esfuerzo en el material en [MPa], ϵ_c es la deformación unitaria en [mm/mm], ϵ'_c es la deformación unitaria asociada al valor de f'_c en [mm], y α_a y α_d son factores de forma adimensionales.

$$f_c = \begin{cases} f'_c * \left(\alpha_a * \frac{\epsilon_c}{\epsilon'_c} + (3 - 2 * \alpha_a) * \left(\frac{\epsilon_c}{\epsilon'_c} \right)^2 + (\alpha_a - 2) * \left(\frac{\epsilon_c}{\epsilon'_c} \right)^3 \right) & \epsilon_c < \epsilon'_c \\ f'_c * \frac{\epsilon_c}{\epsilon'_c} * \frac{1}{\alpha_d * \left(\frac{\epsilon_c}{\epsilon'_c} - 1 \right)^2 + \frac{\epsilon_c}{\epsilon'_c}} & \epsilon_c \geq \epsilon'_c \end{cases} \quad (4)$$

Para cada punto experimental, el valor de ϵ'_c se calculó con base en la ecuación (5), obtenida de (De Oliveira Júnior et al., 2010), dónde el valor de f'_c está en [MPa] y el valor de %F en porcentaje.

$$\epsilon'_c = (0.00048 + 0.0001886 * \%F) * \ln(f'_c) \quad (5)$$

Los valores de α_a y α_d se obtuvieron de un análisis de regresión lineal con base en los factores empíricos calculados por (Wang et al., 2011) para dosificaciones de fibras entre 0.00% y 1.00%. Las ecuaciones resultantes son la ecuación (6) y la ecuación (7), dónde el valor de %F está en porcentaje.

$$\alpha_a = 0.2 * \%F + 1.5 \quad (6)$$

$$\alpha_d = -3.9 * \%F + 5.4 \quad (7)$$

Debido que para el modelo constitutivo en tracción es necesario determinar un módulo de elasticidad E_c como parámetro de entrada, se calculó el módulo de elasticidad tangente inicial con base en el modelo constitutivo aquí presente, el cual corresponde a la derivada de la primera parte de la ecuación (4) respecto a la deformación unitaria y evaluada para cuando esta variable es igual a cero. A continuación, se presenta dicho procedimiento resultando la ecuación (8) a través de la cual se estimó el módulo de elasticidad.

$$\frac{\partial f_c}{\partial \epsilon_c} = f'_c * \left(\alpha_a * \frac{1}{\epsilon'_c} + (6 - 4 * \alpha_a) * \frac{\epsilon_c}{\epsilon'_c} + (3 * \alpha_a - 6) * \left(\frac{\epsilon_c}{\epsilon'_c} \right)^2 \right)$$

$$E_c = \frac{\partial f_c}{\partial \epsilon_c} (\epsilon_c = 0)$$

$$E_c = \frac{f'_c * \alpha_a}{\epsilon'_c} \quad (8)$$

Finalmente, debido a que este modelo se utilizó como insumo para el modelo de numérico del EFCP, el cual como se explicará más adelante no permite ingresar funciones continuas si no que recibe puntos específicos de la curva esfuerzo-deformación, se utilizaron 8 puntos calculados, 4 antes del esfuerzo máximo de compresión y 4 después, hasta alcanzar una deformación unitaria máxima de 0.006.

6.2.2 Modelado constitutivo en tracción

El modelado constitutivo en tracción de todas las dosificaciones de CACRFA se realizó con base en los resultados del ensayo de doble punzonamiento Barcelona y el modelo constitutivo propuesto por (Blanco et al., 2014) implementando ciertas modificaciones. Se determinó la

respuesta en tracción utilizando este ensayo y no los EFCP debido a las ventajas expuestas en la metodología y con el fin de incentivar su uso. El modelo constitutivo se seleccionó debido a que relaciona directamente la respuesta carga-desplazamiento del actuador, con la curva esfuerzo-deformación unitaria del material, a través de relaciones de equilibrio y cinemáticas, con las cuales se aproxima la capacidad desde la carga para la cual ocurre el agrietamiento, y la capacidad residual o post pico. La relación esfuerzo-deformación unitaria antes del pico de carga se evalúa con base en el modelo de elasticidad lineal uniaxial de Hooke, por lo cual es necesario un valor de módulo de elasticidad como parámetro de entrada. Los resultados obtenidos en (Blanco et al., 2014) evidencian que el modelo es una buena aproximación, sin embargo, subestima de forma marcada el esfuerzo de agrietamiento del material, y subestima ligeramente el esfuerzo residual del mismo, tal cual ellos reportan, lo cual resulta beneficioso en términos de diseño pues está del lado de la seguridad, no obstante, para aproximarse más al comportamiento real del material fue necesario implementar modificaciones en sus ecuaciones de equilibrio. A continuación, se describen las ecuaciones de equilibrio y cinemáticas utilizadas.

a) Ecuaciones de equilibrio

Las ecuaciones de equilibrio originales que relacionan la carga con el esfuerzo de tracción que se experimenta en la zona agrietada del cilindro se presentan en la ecuación (8), donde f_t es el esfuerzo de tracción en el material en [MPa], P es la carga obtenida en cada instante del ensayo en [N], A es el área de la superficie en tracción en [mm²], zona donde se encuentran trabajando en su mayoría las fibras una vez agrietado el material, β es el ángulo de inclinación de la cuña de falla en grados, calculado experimentalmente como muestra la Figura 49 y μ_k es el coeficiente de fricción cinética entre la cuña y las partes agrietadas del concreto, el cual es adimensional.

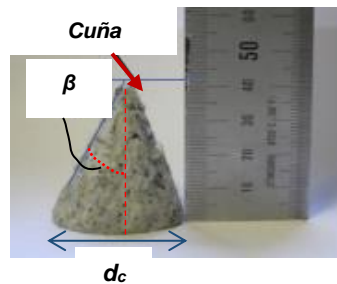
$$f_t = \frac{P}{2*\pi*A} * \frac{\cos(\beta) - \mu_k * \text{sen}(\beta)}{\text{sen}(\beta) + \mu_k * \cos(\beta)} \quad (8)$$

El área A se calcula como muestra la ecuación (9), donde d es el diámetro del cilindro, h la altura del cilindro y d_c el diámetro de la cuña de falla, mostrado en la Figura 49.

$$A = \frac{d \cdot h}{4} - \frac{d_c^2}{8 \cdot \tan(\beta)} \quad (9)$$

Figura 49.

Cuña de falla del ensayo Barcelona



Nota. Adaptada de (Blanco et al., 2014)

Las dos modificaciones implementadas en el modelo fueron:

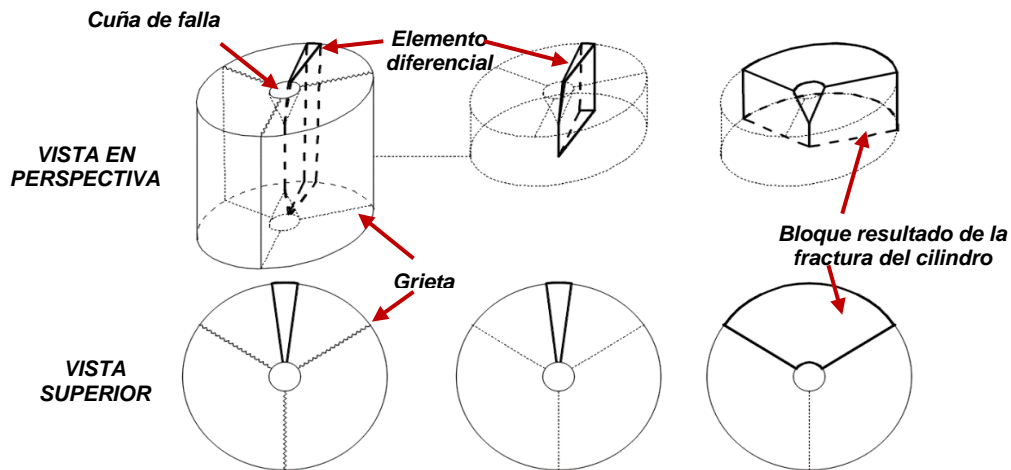
1. Para obtener una estimación del esfuerzo de agrietamiento que permitiera modelar de forma más precisa la respuesta del material, se evaluaron los resultados obtenidos en la tercera fase implementando estimaciones de este esfuerzo propuestas por varios autores y se compararon los resultados con los resultados experimentales del EFCP. Finalmente, se seleccionó el criterio propuesto por (Bortolotti, 1988), el cual corresponde a una aplicación del criterio del conocido criterio de falla de Mohr-Coulomb a concretos ensayados en doble punzonamiento. La relación propuesta por (Bortolotti, 1988), utilizada para calcular el esfuerzo de agrietamiento, asociado a la carga máxima o carga de agrietamiento, se muestra en la ecuación (10), donde f_r corresponde al esfuerzo de agrietamiento del material en [MPa], P_r a la carga pico o carga de agrietamiento en [N], y los parámetros d , h y d_c son los mismos de la ecuación (9)

$$f_r = \frac{P_r}{\pi * \left(\frac{d * h}{2} - \frac{d_c^2}{4 * \tan(\beta)} \right)} \quad (9)$$

2. Para obtener una estimación del esfuerzo post-agrietamiento que permitiera modelar de forma más precisa la respuesta del material, se modificó la ecuación de equilibrio. Inicialmente los autores del modelo en (Blanco et al., 2014) propusieron realizar el equilibrio sobre un elemento diferencial del cilindro y asumir una distribución de esfuerzos uniforme sobre la superficie interna del mismo, no obstante y como ellos reportan, esta suposición es conservadora. En esa investigación se encontró que una alternativa que proporciona resultados mayores de esfuerzo residual consiste en realizar el equilibrio sobre uno de los bloques que resultan de la fractura del cilindro. Esto tiene un sentido físico, ya que en realidad son estas porciones las que se deben mantener en equilibrio por el efecto de puente que ejercen las fibras entre partes fracturadas, además es una forma de evaluar las ecuaciones de equilibrio consistente con el problema general dado que como se mencionará más adelante, la deducción cinemática propuesta por los autores no se realizó sobre elementos diferenciales sino sobre uno de estos bloques. Cabe aclarar que en la deducción a continuación presentada se mantuvo la idea original de (Blanco et al., 2014) de realizar el equilibrio sobre media porción vertical del cilindro debido a su simetría y la suposición original que los bloques en que se divide el cilindro son exactamente iguales, es decir, hay simetría radial de las grietas. La Figura 50 ilustra lo previamente descrito.

Figura 50.

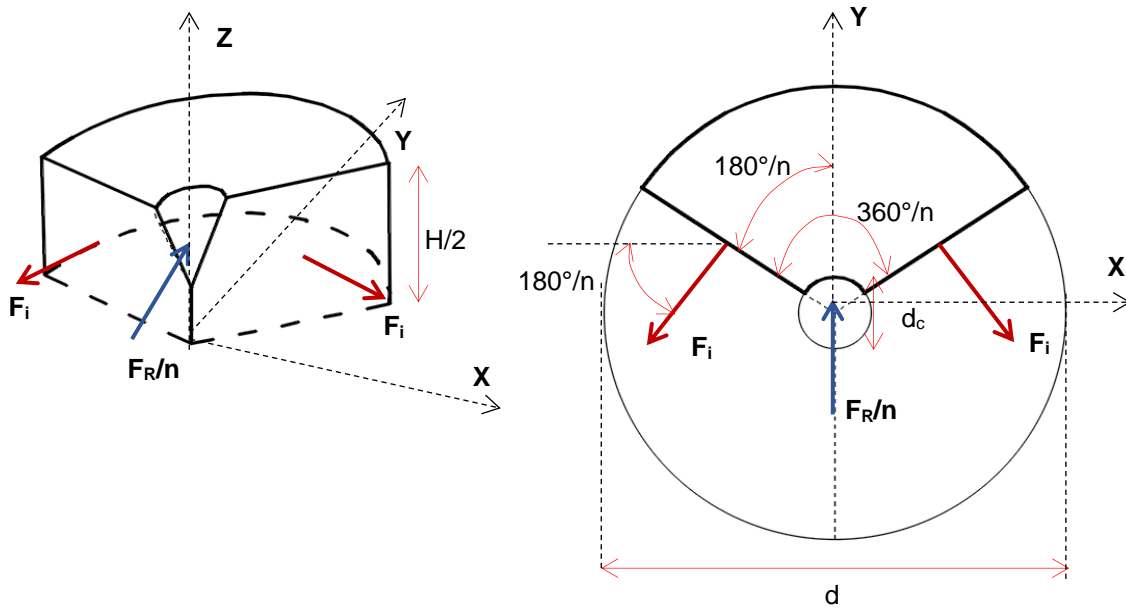
Esquemas de falla y porciones para equilibrio del ensayo Barcelona



El equilibrio propuesto se basa en un diagrama de cuerpo libre de media porción del bloque resultante de la fractura del cilindro en el cual se consideran las mismas fuerzas inicialmente propuestas por los autores del modelo. El diagrama de cuerpo libre se muestra en la Figura 51. Las variables geométricas en la Figura 50 ya se han mencionado todas a excepción de n la cual corresponde al número de bloques en que se divide el cilindro una vez fracturado. En la misma figura se evidencia que las fuerzas que actúan sobre la porción considerada se encuentran en el plano XY y son las fuerzas internas F_i , las cuales se asumen perpendiculares a las superficies de fractura debido a que aparecen gracias al aporte de las fibras en el material y la fuerza F_R , la cual como explican los autores del modelo, es una fuerza radial resultante del contacto cuña de falla-bloque fracturado. En el diagrama de cuerpo libre se ha dividido F_R entre n debido a que F_R corresponde a la resultante para todo el cilindro, y en su deducción se asume como uniformemente distribuida, por lo cual es cálculo de que cada bloque recibirá F_R/n es válido.

Figura 51.

Diagrama de cuerpo libre de bloque del cilindro para ensayo Barcelona fracturado



Haciendo equilibrio de fuerzas en dirección Y es posible demostrar la ecuación (10).

$$-2 * F_i * \text{sen} \left(\frac{180^\circ}{n} \right) + \frac{F_R}{n} = 0 \quad (10)$$

Dónde F_R corresponde se calcula como ilustra la ecuación (11) tal cual reportan (Blanco et al., 2014). Los parámetros de esta ecuación son los mismos de la ecuación (8)

$$F_R = P * \frac{\cos(\beta) - \mu_k * \text{sen}(\beta)}{\text{sen}(\beta) + \mu_k * \cos(\beta)} \quad (11)$$

Integrando los resultados de las ecuaciones (10) y (11) es posible determinar el valor de la fuerza F_i , como muestra la ecuación (12)

$$F_i = \frac{P}{2 * n * \text{sen} \left(\frac{180^\circ}{n} \right)} * \frac{\cos(\beta) - \mu_k * \text{sen}(\beta)}{\text{sen}(\beta) + \mu_k * \cos(\beta)} \quad (12)$$

Finalmente se adopta la asunción hecha por los autores del modelo, suponiendo distribución uniforme de esfuerzos en la superficie interna en que actúa, cuya área se calcula con

base en la ecuación (9), se divide la ecuación (12) en la ecuación (9) y se obtiene el esfuerzo en el material. La ecuación (13) muestra la relación final mediante la cual se calcularon los esfuerzos de tracción post-agrietamiento en el CACFRA con base en los parámetros obtenidos del ensayo Barcelona.

$$f_t = \frac{P}{2 * n * \text{sen}\left(\frac{180^\circ}{n}\right) * \left(\frac{d * h}{4} - \frac{d_c^2}{8 * \tan(\beta)}\right)} * \frac{\cos(\beta) - \mu_k * \text{sen}(\beta)}{\text{sen}(\beta) + \mu_k * \cos(\beta)} \quad (13)$$

Nótese que la única diferencia entre el modelo original, presentado en las ecuaciones (8) y (9) y el modelo con la modificación propuesta por el autor de este proyecto, presentado en la ecuación (13) es un término en el denominador. En el modelo original el término es el número π , mientras que en el módulo propuesto por el autor de este proyecto es $n * \text{sen}\left(\frac{180^\circ}{n}\right)$. Nótese que cuando n tiende a infinito, lo cual es equivalente a realizar equilibrio sobre un diferencial, el valor de dicho término tiende a π , sin embargo, entre menor el valor de n , menor el valor de $n * \text{sen}\left(\frac{180^\circ}{n}\right)$ por lo que resulta en una magnitud mayor de los esfuerzos, que es lo que se buscó modelar.

La ecuación (14) presenta un resumen del modelo que relaciona esfuerzo y cargas del actuador utilizado en este proyecto, incluyendo capacidades antes del agrietamiento, al instante del agrietamiento y después del mismo.

$$f_t = \begin{cases} \frac{P}{\pi * \left(\frac{d * h}{2} - \frac{d_c^2}{4 * \tan(\beta)}\right)} & \text{Esfuerzo de agrietamiento} \\ \frac{P}{n * \text{sen}\left(\frac{180^\circ}{n}\right) * \left(\frac{d * h}{2} - \frac{d_c^2}{4 * \tan(\beta)}\right)} * \frac{\cos(\beta) - \mu_k * \text{sen}(\beta)}{\text{sen}(\beta) + \mu_k * \cos(\beta)} & \text{Esfuerzo post - agrietamiento} \end{cases} \quad (14)$$

b) Ecuaciones cinemáticas

Se mantuvieron las ecuaciones cinemáticas propuestas en el modelo original. Antes del agrietamiento se utilizó el modelo de elasticidad lineal de Hooke y después del mismo se

desarrollaron ecuaciones con base en el movimiento del cilindro agrietado. La ecuación (15) presenta un resumen de las ecuaciones cinemáticas, cuya deducción completa se puede encontrar en (Blanco et al., 2014). Las variables de la ecuación corresponden a las mismas descritas previamente, agregando dos nuevos términos que son Δ_a el cual corresponde al desplazamiento registrado por el actuador durante el ensayo y ϵ_t el cual corresponde a la deformación unitaria del material en cada instante del ensayo.

$$\epsilon_t = \begin{cases} \frac{f_r}{E_c} & \text{Deformación de agrietamiento} \\ \frac{n*\Delta_a}{\pi*(\frac{d}{2})} * \tan(\beta) * \text{sen}\left(\frac{180^\circ}{n}\right) & \text{Deformación post - agrietamiento} \end{cases} \quad (15)$$

El conjunto de ecuaciones (14) y (15) componen el modelo constitutivo, el cual permite estimar esfuerzos y deformaciones unitarias en tracción del CACRFA para cada dato de carga y desplazamiento del actuador, registrado en el ensayo. Ya se ha descrito como estimar todos los otros parámetros utilizados para el modelo excepto el coeficiente de fricción cinético μ_k . Sobre este parámetro no existe mucha información en la literatura, como exponen los autores del modelo, sin embargo, declaran que el uso de los coeficientes de fricción estática para concretos, presentados por la Federación Internacional para Concreto Estructural (fib por sus siglas en inglés) en el documento Código de Modelado para Concretos (Model Code for Concrete) (International Federation for Structural Concrete, 2010), son una buena aproximación. Siguiendo las recomendaciones del Model Code, en este proyecto se utilizaron valores de μ_k entre 0.5 y 1.4 determinados iterativamente de forma que se ajustaran a los resultados experimentales de EFCP.

Finalmente, debido a que este modelo se utilizó como insumo para el modelo de numérico del EFCP, el cual como se explicará más adelante, no permite ingresar funciones continuas si no que recibe puntos específicos de la curva esfuerzo-deformación, se requirió utilizar puntos específicos de la curva esfuerzo deformación. En su modelo (Blanco et al., 2014) proponen utilizar

un modelo cuatrilíneo considerando las deformaciones unitarias (i) de agrietamiento, (ii) de agrietamiento+0.0001, (iii) 0.004 y (iv) 0.02, y los valores de esfuerzo asociados a estos, no obstante en el presente proyecto fue necesario modificar estos valores debido a que no todos los especímenes alcanzaron la deformación unitaria de 0.02 y utilizando estos puntos se presentaron problemas de convergencia en el modelo numérico. Después de realizar pruebas con varias alternativas, se decidió trabajar con un modelo pentalíneo donde los valores de deformación unitaria seleccionados para el modelo fueron (i) de agrietamiento, (ii) de agrietamiento+0.0002, (iii) 0.0005, (iv) 0.0075 y (v) 0.015.

6.2.3 Análisis estadístico para estimar modelos constitutivos característicos

Para cada punto experimental se estimaron los resultados de curvas esfuerzo-deformación unitaria utilizando los resultados experimentales y los modelos constitutivos previamente descritos, no obstante, resulta evidente que, al existir 4 especímenes por punto experimental, a pesar de que la dosificación en cada uno de ellos era igual, los resultados obtenidos de esfuerzo-deformación unitaria para cada uno resultó diferente. Como ya se explicó en el marco teórico, esto era esperado y se debió a los ligeros cambios en condiciones ambientales al momento de los ensayos, ligeras diferencias en el proceso de mezclado, diferentes cantidades y orientaciones de las fibras en las superficies de fractura del material, entre otros, lo que conlleva a una anisotropía y heterogeneidad inherente del CACRFA. Teniendo en cuenta que el proyecto aquí propuesto buscó caracterizar las propiedades en función de a/c y %F únicamente, para tener en cuenta esas variaciones dentro de un mismo punto experimental, se estudió el problema de las curvas esfuerzo-deformación unitaria a través de inferencia estadística, ajustando los resultados a una función de

distribución de probabilidad y tomando como resultado representativo los valores característicos de dicha distribución.

La distribución de probabilidad implementada para determinar los valores característicos de esfuerzo-deformación unitaria para cada punto experimental M1 a M13 y Z1 a Z4, de la Figura 33 fue la distribución de probabilidad de Weibull dos parámetros, esto debido a que la investigación ha demostrado que esta permite estimar adecuadamente el comportamiento de materiales pseudo-frágiles como es el caso del concreto (Deng et al., 2018; Nguyen et al., 2019; Portilla & Vesga, 2019). La función de distribución de densidad de probabilidad de Weibull dos parámetros se describe por la ecuación (16), y la función de distribución de probabilidad acumulada por la ecuación (17), donde f_W es la densidad de probabilidad, F_W es la densidad de probabilidad acumulada, x es la variable estudiada, que en este caso correspondió a los esfuerzos, deformaciones unitarias y módulos de elasticidad obtenidos de los modelos multilineales de cada uno de los puntos experimentales, β_W es el parámetro de escala, el cual físicamente representa el valor característico de la variable estudiada, es decir aquel asociado a la mayor densidad de probabilidad, y λ_W representa el parámetro de forma, el cual representa la dispersión de los datos. Como analogía para entender la distribución se puede comparar β_W con la media y λ_W con la desviación estándar, de una distribución de probabilidad normal (Tumidajski et al., 2006).

$$f_W = \frac{\lambda_W}{\beta_W} \left(\frac{x}{\beta_W} \right)^{\lambda_W - 1} * e^{-\left(\frac{x}{\beta_W} \right)^{\lambda_W}} \quad (16)$$

$$F_W = 1 - e^{-\left(\frac{x}{\beta_W} \right)^{\lambda_W}} \quad (17)$$

Debido que se cuenta con resultados experimentales de cada una de las diferentes variables de esfuerzo-deformación unitaria, que son resultados de una muestra de la población y a que la función de densidad de probabilidad busca representar una población, fue necesario determinar los

parámetros β_w y λ_w para cada una de las variables estudiadas. Para desarrollar esta tarea se utilizó el software MATLAB (MathWorks, 2020) el cual permite estimar los parámetros de Weibull de una población a partir de los resultados de una muestra, utilizando el método de máxima verosimilitud (MLM, por sus siglas en inglés) el cuál determina el par de parámetros que maximiza la función de verosimilitud, la cual describe la mayor probabilidad de obtener los datos experimentales de las variables. Las variables a las cuales se les determinaron los parámetros de Weibull fueron f'_c , el cual describe el modelo constitutivo en compresión y cada uno de los cinco f_i que describen los modelos constitutivos de tracción.

Para evaluar el ajuste de los resultados se utilizó la prueba de bondad de ajuste de Anderson-Darling, seleccionada debido a su buen desempeño para estudiar funciones de distribución de probabilidad en materiales compuestos, como es el caso del CACRFA (Zapata-Ordúz et al., 2014). La prueba se implementó utilizando MATLAB, el cual determina el estadístico de Anderson-Darling AD^2 , calculado con base en la ecuación (18), dónde N es el número de datos total de la muestra, i se refiere al i -ésimo dato de la muestra, ordenados de forma ascendente, x se refiere a los datos de la muestra y F_w es la función de probabilidad acumulada de Weibull dos parámetros dónde los parámetros son los β_w y λ_w previamente determinados.

$$AD^2 = -N - \sum_{i=1}^N \frac{2*i-1}{N} * [\ln(F_w(x_i)) + \ln(1 - F_w(x_{N+1-i}))] \quad (18)$$

Una vez se determina el estadístico, el programa calcula el valor-P asociado a ese estadístico. La hipótesis nula de la prueba es *se acepta que los datos de la muestra hacen parte de la población descrita por la distribución de Weibull dos parámetros*. El resultado del valor-P se compara con el nivel de significancia estadística α y, si $valor-P > \alpha$ se acepta la hipótesis nula. En este proyecto el nivel de significancia α fue igual a 0.10 como se recomienda para concretos según (Deng et al., 2018; Zapata-Ordúz et al., 2014).

Estimados todos los parámetros de Weibull para cada uno de los puntos experimentales y evaluada la prueba de bondad de ajuste, se procedió a utilizar los resultados de valores característicos en las ecuaciones de modelos constitutivos previamente descritas, para estimar los modelos constitutivos característicos de cada dosificación de CACRFA. El resultado obtenido fueron 18 modelos constitutivos los cuales representan el comportamiento del CACRFA para cada una de las dosificaciones propuestas en el plan experimental, M1 a M13 y Z1 a Z4, de la Figura 33. Estos resultados fueron el insumo para el modelado numérico de elementos finitos.

6.3 Tercera fase: Modelado de elementos finitos del ensayo de flexión de cuatro puntos

Las actividades generales ejecutadas para cumplir con esta fase fueron (i) selección y calibración del modelo, (ii) determinación de curvas esfuerzo-deformación unitaria para diferentes a/c y %F, (iii) ejecución de simulaciones para entrenamiento de RNA. A continuación, se detallan las actividades.

6.3.1 Selección y calibración del modelo

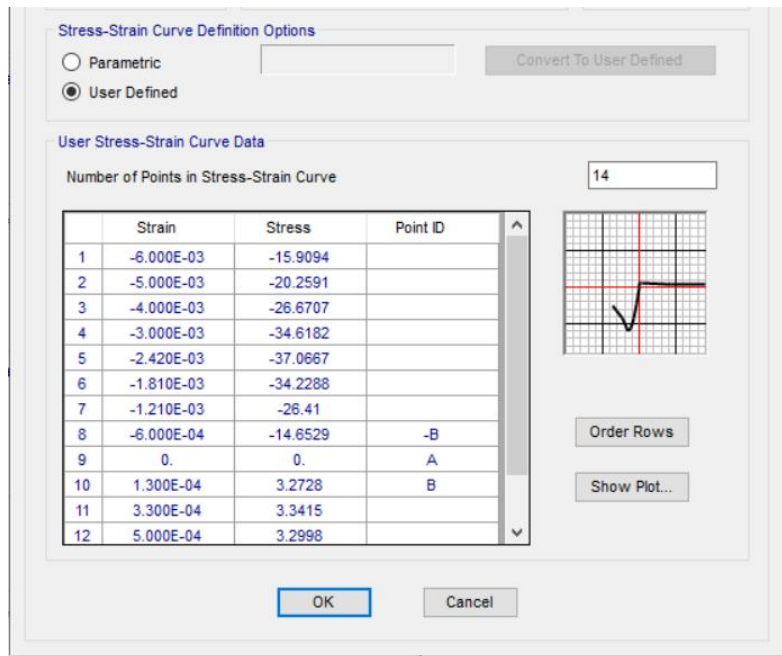
Para el modelado de los EFCP se utilizó un modelo de elementos finitos, continuo con base en curvas de esfuerzo-deformación unitaria, implementado a través del software comercial SAP2000 V.22[®] (Computers & Structures Inc, 2020). Inicialmente se evaluó la posibilidad de realizar el modelo en softwares de elementos finitos más robustos, como ANSYS, sin embargo, los evaluados no permitían ingresar curvas multilineales, sino que incorporaban modelos

constitutivos predeterminados de los materiales dónde los parámetros requeridos no fueron medidos en el laboratorio en esta investigación, por lo cual se descartó su uso.

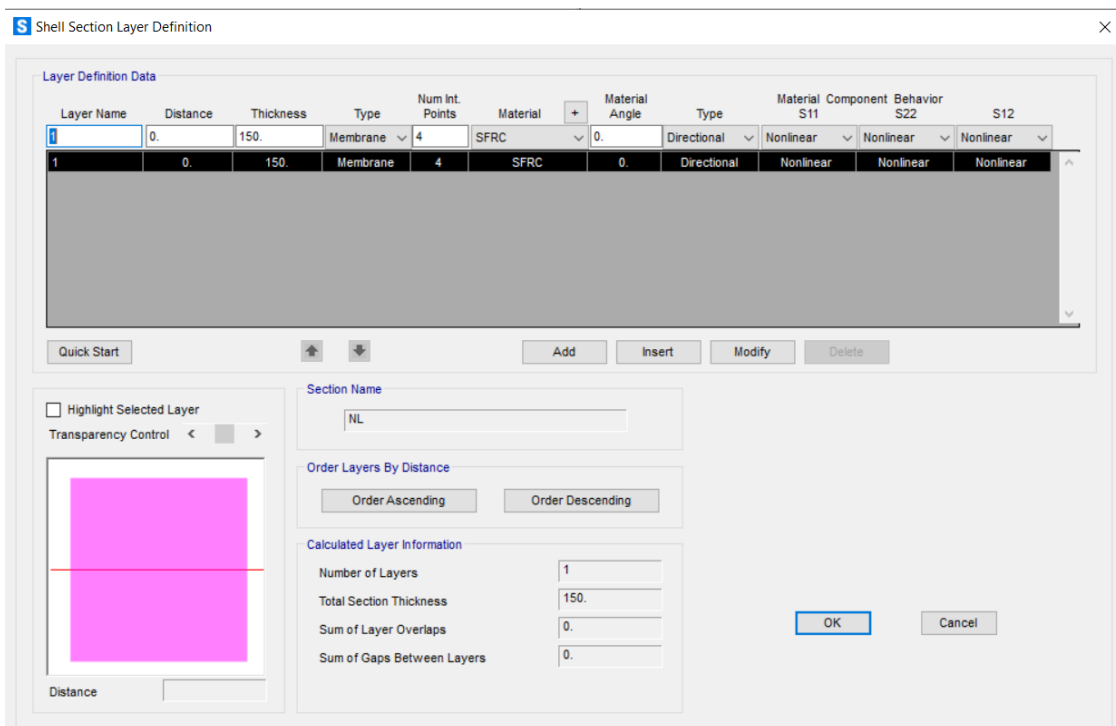
El modelo implementado utilizó elementos finitos no lineales tipo membrana de 4 nodos con formulación de esfuerzo plano, y 4 puntos internos para interpolación de los desplazamientos (Computers & Structures Inc, 2019). El material se consideró como homogéneo y su no linealidad se incorporó a través de las curvas constitutivas características de tracción y compresión del material, determinadas previamente. Adicional a esto se contempló un coeficiente de Poisson de 0.20 como recomienda el Model Code (International Federation for Structural Concrete, 2010). Las Figuras 52 a) y b) muestran evidencia de la creación de los materiales no lineales y la sección de elemento finito tipo membrana no lineal. Finalmente se aclara que todos los análisis numéricos ejecutados en este proyecto, incluyendo el posterior entrenamiento de la RNA, se realizaron en un computador portátil ASUS N550J con procesador Intel® Core™ i7, cuatro núcleos y 16 [GB] de memoria RAM.

Figura 52.

Modelado para CACRFA a) Material no lineal, b) Sección de elemento membrana



a)

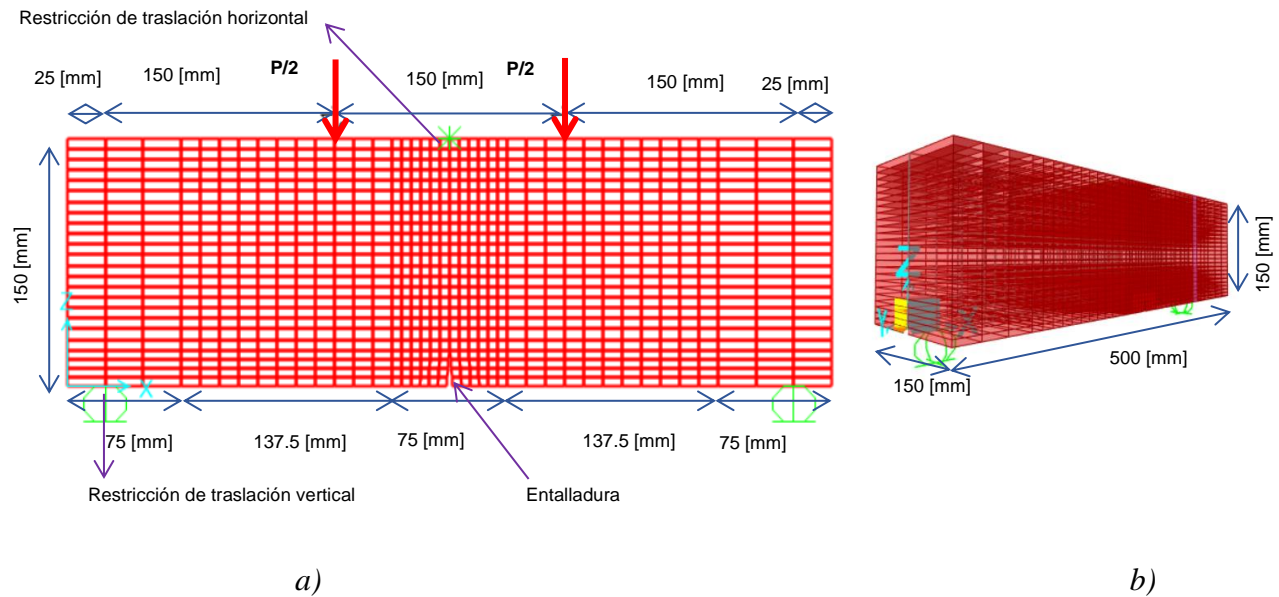


b)

La selección del tamaño del enmallado se realizó con base en recomendaciones de la literatura (Bolic et al., 2014; Hokes et al., 2015; Hussein & Amleh, 2018; Podstawka et al., 2015), en la cual se encontró que valores entre 3 [mm] y 20 [mm] son suficientes para representar el comportamiento del EFCP de vigas hechas con CACRFA, procurando mantener una relación de aspecto (longitud mayor/longitud menor) máxima del elemento finito de 5 y una relación de aspecto cercana a 1 en las zonas donde se espera alta no linealidad. Adicionalmente, se implementó la recomendación de (Bolic et al., 2014) quienes proponen disminuir la relación de aspecto del elemento finito utilizado a medida que se encuentra más cerca del centro de luz, debido a que esta es la zona donde se espera la mayor no linealidad al ser la zona por donde se induce el agrietamiento, pues allí ocurre el mayor momento flector y adicional a ello existe concentración de esfuerzos existente debido a la entalladura. Durante la ejecución del modelo se intentó modelar las zonas alejadas de la zona de agrietamiento con material lineal, sin embargo, se encontró que esto no tenía impacto en los tiempos de cálculo por lo cual se modelaron todos los elementos finitos de la viga con material no lineal. La Figura 53 muestra las características del modelo de elementos finitos utilizado, donde se puede apreciar que en términos del enmallado se dividió la viga en cinco secciones: (i) dos secciones en los costados de los apoyos cada una de longitud 75 [mm], donde la relación de aspecto del elemento finito fue de 4.5, (ii) dos secciones en la luz entre apoyos pero sin tomar el centro de luz, cada una de longitud 137.5 [mm], donde la relación de aspecto del elemento finito fue de aproximadamente 2.3, y (iii) una zona en el centro de luz, de longitud 75 [mm], donde la relación de aspecto fue aproximadamente 1.0. El tamaño de los elementos finitos en altura de la sección transversal varió entre 5.5[mm] y 6.4 [mm]. Finalmente, se aclara que la entalladura modelada tuvo una profundidad de 22 [mm] como evidenciaron las medidas tomadas de los especímenes reales, presentadas en los ANEXOS I, II y III.

Figura 53.

Geometría y enmallado del modelo de elementos finitos del EFCP a) Detalle, b) Vista en perspectiva



El modelo numérico propuesto simula un ensayo monotónico, dónde la carga P , dividida en las cargas $P/2$ que se observan en la Figura 53, va incrementando su magnitud hasta que haya inestabilidad del sistema o se alcance un desplazamiento objetivo en uno de los nodos de los elementos finitos, establecido por el usuario, llamado nodo de control. A esta forma de análisis se le conoce como control por desplazamientos. El nodo de control seleccionado fue la punta superior de la entalladura, ya que este es el punto dónde ocurre la deflexión máxima y en el cual se midió el desplazamiento experimentalmente con la CID. La respuesta principal obtenida de este análisis es la curva carga-deflexión en el centro de luz, de las vigas en el EFCP, además de ser posible monitorear esfuerzos y deformaciones unitarias en el material en cada instante.

Durante su ejecución, en cada paso de carga el software plantea y resuelve las ecuaciones de equilibrio a través del método numérico de Newton-Raphson, dónde el desplazamiento se va

incrementando desde cero hasta llegar a un valor objetivo. Debido a esto, además del desplazamiento objetivo el programa solicita el valor del incremento de desplazamientos, a través de un valor de pasos mínimos a ejecutar, donde, el tamaño del paso lo calculará como el desplazamiento objetivo dividido en el número de pasos mínimos; y también solicita el valor del error relativo permitido de la solución de las ecuaciones de equilibrio obtenidas con Newton-Raphson.

Se debe tener en cuenta que hay pasos en que no se encuentra solución de las ecuaciones de equilibrio, es decir el método diverge para un determinado número de desplazamientos, esto se debe puede deber a: (i) posible pérdida de estabilidad, lo cual el programa denomina como un paso nulo y usualmente marca el fin del análisis (ii) a la ocurrencia de lo que los creadores del programa denominan como eventos, los cuales suelen ser cambios abruptos en la rigidez (por ocurrencia del agrietamiento, por ejemplo) que ocurren entre paso y paso, por lo cual como parámetro adicional también se solicita un tamaño mínimo de sub-pasos con el cual el programa empezará a iterar entre pasos buscando una solución que satisfaga las ecuaciones de equilibrio (Computers & Structures Inc, 2019). En esta investigación se utilizaron como parámetros no lineales los listados a continuación:

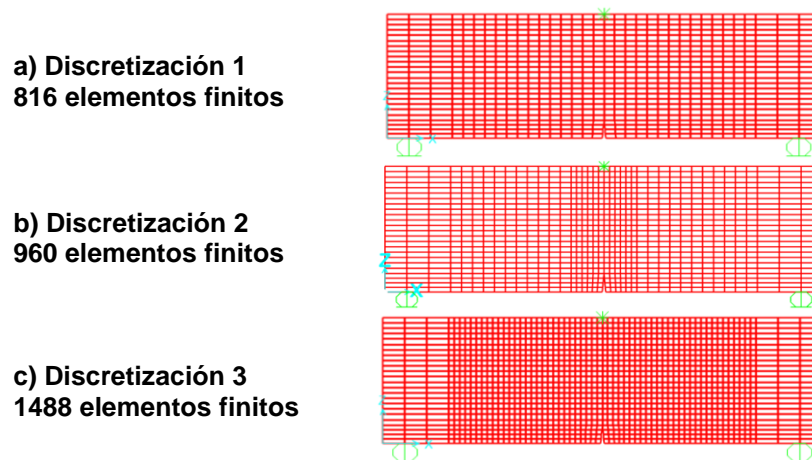
- a) Número mínimo de pasos de 500
- b) Número máximo de pasos de 1000
- c) Error relativo permitido por el método Newton Raphson de 1%
- d) Desplazamiento objetivo de 0.25 [mm], el cual fue necesario seleccionar debido a que,

como se discute en la sección de resultados, solo fue monitorear el desplazamiento hasta este punto debido a las limitaciones trazadas por los resultados del ensayo Barcelona y la capacidad del modelo numérico.

Para corroborar el buen desempeño del enmallado y de los parámetros no lineales, se realizaron análisis de convergencia para ambos casos. En primer lugar, la convergencia de la discretización del enmallado se evaluó siguiendo la misma metodología utilizada en (Hussein & Amleh, 2018) comparando los resultados de carga máxima, que es el objetivo de este proyecto, para tres diferentes enmallados, uno con menos y otro con más elementos finitos respecto al seleccionado en la Figura 53. Los enmallados evaluados se pueden visualizar en la Figura 54, donde el denominado Discretización 2, corresponde al seleccionado para este proyecto.

Figura 54.

Discretizaciones para análisis de convergencia del enmallado del modelo de elementos finitos del EFCP a) Discretización 1, b) Discretización 2, c) Discretización 3



Para evaluar esto se utilizaron los resultados del modelo constitutivo característico M4 debido a implicar menor tiempo de cálculo y por ende permitir obtener conclusiones más rápidamente. Los resultados de este análisis de convergencia del enmallado se evidencian en la Tabla 3 y la curva carga vs. deflexión en el centro de luz mostrada en la Figura 55, donde se puede observar que el error relativo entre la discretización 2 y 3 es de 0.05%, por lo cual se puede decir

que el método ha convergido. También resalta que el tiempo de cómputo de la Discretización 2 es considerablemente menor al de la Discretización 3, por lo cual se seleccionó la Discretización 2 para este proyecto.

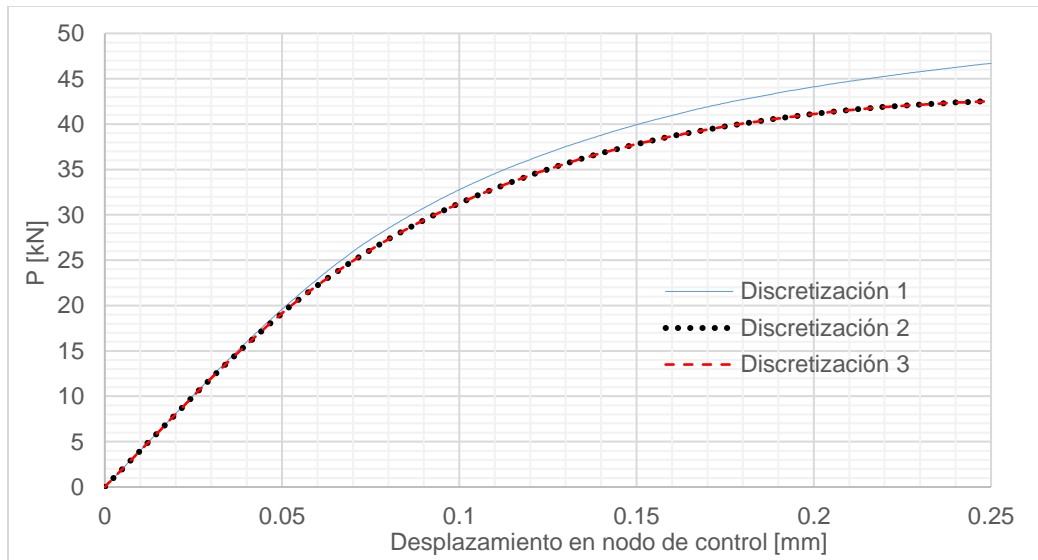
Tabla 3.

Resultados de tiempo de cómputo y error relativo para análisis de convergencia del enmallado

Discretización	Carga máxima [kN]	Tiempo de cómputo [min]	Error relativo respecto al anterior %
1	46.68	7.45	-
2	42.53	8.48	9.78
3	42.51	12.84	0.05

Figura 55.

Curva carga-deflexión para análisis de convergencia del enmallado



En segundo lugar, se evaluó la convergencia de los parámetros no lineales, para esto se mantuvo constante la relación pasos máximos sobre pasos mínimos y se varió la cantidad de pasos

mínimos. La Figura 56 y en la Tabla 4 presentan los resultados obtenidos para una cantidad de pasos mínimos de 500 y de 1000, como se evidencia el error relativo de carga máxima entre ambos es de 0.49%, seleccionándose para este proyecto los 500 pasos debido a implicar menor tiempo de cómputo.

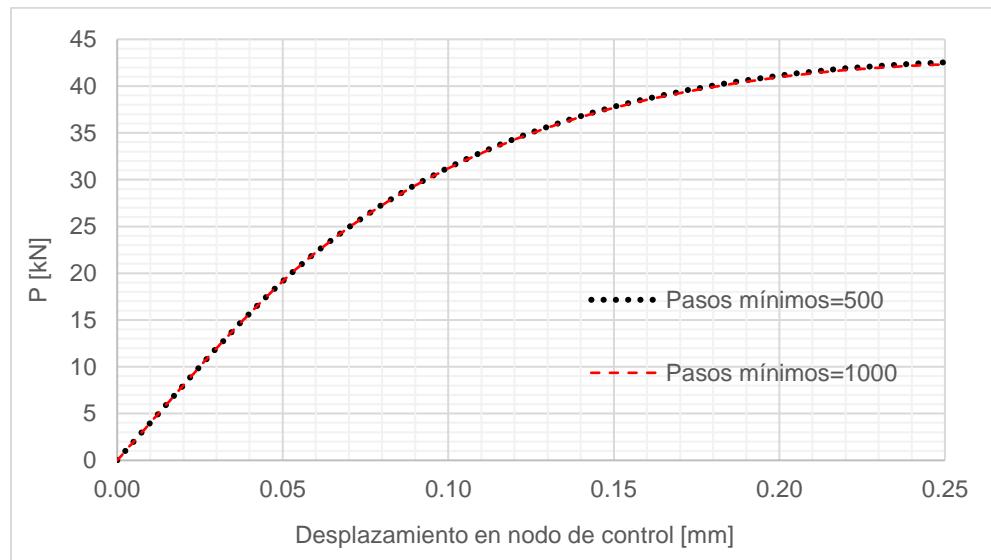
Tabla 4.

Resultados de tiempo de cómputo y error relativo para análisis de convergencia de los parámetros no lineales

Pasos	Carga máxima [kN]	Tiempo de cómputo [min]	Error relativo respecto al anterior %
500	42.53	8.48	-
1000	42.32	15.40	0.49

Figura 56.

Curva carga-deflexión para análisis de convergencia de los parámetros no lineales



Una vez evaluada la convergencia se procedió a determinar las curvas carga-deflexión en el centro de luz con el modelo numérico y compararlas con los resultados experimentales obtenidos del EFCP y la CID. La respuesta utilizada para calibrar los modelos fue el momento flector resistente, el cual se relaciona con la carga máxima a través de la ecuación (19) donde M_{max} es el momento flector máximo que es capaz de resistir la viga en condición de EFCP hecha de CACRFA, P_{max} es la carga máxima y L es la distancia entre apoyos. Dicha ecuación resulta de determinar el momento flector máximo del EFCP con un análisis estático de fuerzas internas en la viga.

$$M_{max} = \frac{P_{max} * L}{6} \quad (19)$$

La calibración de los modelos para cada uno de los puntos experimentales se realizó a través de un proceso iterativo variando el parámetro μ_k hasta que el error relativo entre los resultados numéricos y experimentales de M_{max} fuese aceptable. Los resultados obtenidos fueron los modelos constitutivos característicos definitivos y la resistencia a momento flector según el modelo numérico de las vigas de CACRFA, para los puntos experimentales M1 a M13 y Z1 a Z4 de la Figura 33. Las simulaciones tomaron entre 5 y 30 minutos, dependiendo del punto experimental considerado.

6.3.2 Determinación de curvas esfuerzo-deformación unitaria para diferentes a/c y %F

Una vez estimados los modelos constitutivos definitivos que llevaron a las resistencias a momento flector de M1 a M13 y Z1 a Z4, de la Figura 33, donde cabe recordar que cada punto está asociado a un par a/c, %F, se requirió realizar simulaciones que permitieran estimar el

momento flector resistente para pares diferentes de a/c y $\%F$, esto con el fin de generar datos suficientes para posteriormente alimentar la RNA.

Debido a que fundamentalmente el modelo numérico utilizado para estimar la resistencia a momento flector dependía de los modelos constitutivos característicos, fue necesario relacionar estos modelos con las cantidades a/c y $\%F$ para poder estimar los modelos constitutivos para cantidades diferentes a las utilizadas en los experimentos. Para lograr esto se utilizó la metodología de superficie de respuesta, a través de la cual fue posible estimar modelos de regresión de hasta segundo orden que relacionaron cada una de las variables de los modelos constitutivos, f'_c para compresión y los cinco f_t para tracción. Adicionalmente y para su posterior comparación con los resultados de la RNA, se realizó un modelo de superficie de respuesta para el momento flector máximo. Para obtener todas las superficies de respuesta se utilizó como base el diseño experimental y el software Minitab V.16[®] (Minitab LLC, 2016). La ecuación (20) presenta la formulación general de los métodos de superficie de respuesta aplicados a esta investigación, donde Y es la respuesta que se está modelando (f'_c , f_t o M_{max}), y los valores α_i son los coeficientes obtenidos de la regresión.

$$Y = \alpha_1 * \%F^2 + \alpha_2 * \left(\frac{a}{c}\right)^2 + \alpha_3 * \%F * \frac{a}{c} + \alpha_4 * \%F + \alpha_5 * \frac{a}{c} + \alpha_6 \quad (20)$$

La formulación presentada en la ecuación (20) también se conoce como modelo no depurado, pues se tienen en cuenta los 6 posibles términos de la regresión, no obstante, la metodología permite también evaluar que tan sensible es la respuesta a cada uno de los términos de la regresión. El programa realiza esta comprobación a través de una prueba de análisis de varianza (ANOVA), en la cual calcula un valor-P asociado a cada uno de los coeficientes, donde la hipótesis nula es “El término del coeficiente α_i es diferente de cero”, si $\text{valor-P} > \alpha$ se considera que la respuesta es estadísticamente significativa y el término debe mantenerse en la ecuación, de

lo contrario se puede eliminar el término de la regresión. El modelo obtenido de eliminar los términos no significativos se conoce como superficie de respuesta depurada y es una mejor aproximación debido a que ayuda a evitar el fenómeno de sobreajuste, como se expone en (Smucker et al., 2020), por lo cual para este proyecto todos los modelos fueron depurados. Finalmente, debido a que la metodología de superficie de respuesta trabaja en conjunto con ANOVA, se debe chequear que los datos con los que se elaboró la superficie de respuesta se puedan asumir como normalmente distribuidos, para validar esta suposición se realizó la prueba de Anderson-Darling. No se debe confundir esta suposición con la adoptada en la determinación de los valores característicos, dado que en este caso la muestra son los resultados de valores característicos de todos los puntos experimentales y no los resultados de varios especímenes de un mismo punto experimental.

El resultado final obtenido de esta actividad fueron 6 modelos de superficie de respuesta depurados, los cuales relacionan las variables de entrada, a/c y %F, con cada una de las variables de respuesta que confirman a los modelos constitutivos, f'_c , f_t y la respuesta de momento flector máximo M_{max} . A partir de las superficies de respuesta para f'_c y f_t se estimaron los modelos constitutivos para diferentes cantidades de a/c y %F dentro del dominio de estudio, los cuales se utilizaron para alimentar el modelo numérico y obtener resultados de M_{max} , con los cuales se entrenó, calibró y validó la RNA.

6.3.3 Ejecución de simulaciones para entrenamiento de RNA

Una vez se relacionaron los modelos constitutivos con a/c y %F a través de las superficies de respuesta, se realizaron múltiples simulaciones utilizando el modelo numérico del EFCP. En

total se realizaron 121 simulaciones obtenidas de variar a/c entre 0.40 y 0.60 en pasos de 0.02, y $\%F$ entre 0.00% y 1.00% en pasos de 0.1%. El número de simulaciones se estimó con base en las recomendaciones de literatura para entrenamiento de RNA en problemas similares, según se reportó en el marco teórico.

Debido al gran volumen de simulaciones que se debieron ejecutar y con el fin de disminuir su tiempo de ejecución, se enlazaron los programas SAP2000 y MATLAB través de la función OAPI (Open Application Programming Interface, en inglés) la cual permitió automatizar la ejecución de las simulaciones mediante código escrito por el autor. Finalmente se enlazaron los software MATLAB y Microsoft Excel (Microsoft Corporation, 2019) de manera que los resultados se trasladaran automáticamente a dicho software. De forma automática en el código de MATLAB se determinó el M_{max} para cada una de las simulaciones, obteniéndose 121 simulaciones cuyos valores de entrada fueron a/c y $\%F$ y su valor de salida M_{max} .

6.4 Red neural artificial para predicción del momento flector resistente

Las actividades generales ejecutadas para cumplir con esta fase fueron (i) programación de la RNA, (ii) Entrenamiento de la RNA.

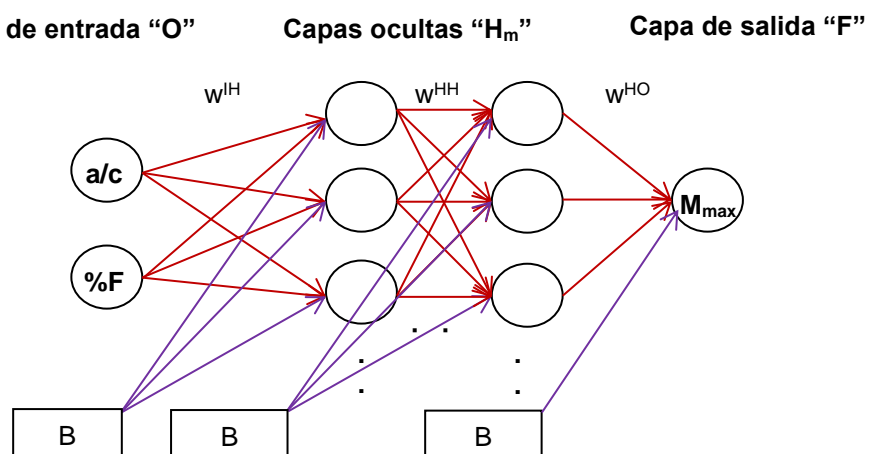
6.4.1 Programación de la red neural artificial

El tipo de RNA seleccionada fue prealimentada con conexiones completas y entrenada bajo la estrategia de aprendizaje supervisado. La RNA se programó en el software MATLAB, considerando una capa de entrada con dos neuronas en las cuales se ingresaron a/c y $\%F$, cantidad

variable de capas ocultas con cantidad variable de neuronas por capa oculta, asumiendo que todas las neuronas de las capas ocultas tienen la misma cantidad de neuronas, y una capa de salida con una única neurona donde se obtiene el valor de M_{max} . La Figura 57 muestra la arquitectura básica de la RNA utilizada, donde se aprecia que pueden existir hasta m capas ocultas con cualquier número de neuronas, y que las neuronas de las diferentes capas se relacionan entre ellas a través de pesos w cuyos superíndices indican que capas se están relacionando, donde vale la pena recordar que los pesos son cualquier número real. Adicional a las neuronas de las capas de entrada, ocultas y salida, se agregan neuronas B , conocidas como neuronas de sesgo, las cuales siempre tienen un valor de 1, y en su conexión con las neuronas de las capas ocultas también existen pesos. El uso de estos valores de sesgo ayuda a mejorar el comportamiento de la RNA, como reporta la literatura (Kriesel, 2005). A continuación, se explica la matemática utilizada para la programación de la RNA, obtenida de (Du, 2014; Kriesel, 2005; Kröse & Van der Smagt, 1996).

Figura 57.

Esquema de la arquitectura de la RNA



Los datos que entran a cada una de las neuronas de la capa oculta desde la capa de entrada se pueden calcular utilizando la función de propagación mostrada en la ecuación (21), donde i es la cantidad de neuronas en la capa de entrada (en este caso dos: a/c y %F), j a la neurona considerada en la primera capa oculta, O_i al dato de la i -ésima neurona de la capa de entrada, I_j^{OH} el dato que ingresa a la j -ésima neurona de la primera capa oculta, w_{ij}^{IH} al peso que relaciona a la i -ésima neurona de la capa de entrada incluyendo la neurona de sesgo con la j -ésima neurona de la capa oculta, y f_{prop} a la función de propagación. El total de pesos que relaciona estas dos capas se puede calcular como el producto entre el número de neuronas de la capa de entrada y el número de neuronas de la primera capa oculta sumado al número de neuronas en la primera capa oculta

$$I_j^{OH} = f_{prop}(O_i, w_{ij}^{IH}, w_j^B) = \sum_{i=1}^n (w_{ij}^{IH} \cdot O_i) \quad (21)$$

Una vez el valor ingresa a la neurona de la primera capa oculta, pasa por una función de activación, la cual definirá el grado de aporte de la neurona al proceso general. La función de activación recibe como argumento el dato que entra a la neurona de la capa oculta y entrega como resultado el dato que sale de la capa oculta. Como ya se mencionó, existen múltiples alternativas para esta función de activación. En este proyecto se realizaron pruebas con varias funciones de activación, seleccionándose finalmente la función tangente hiperbólica, mostrada en la ecuación (22), donde f_{act} es la función de activación, en este caso tangente hiperbólica, I_j es el dato que ingresa a la j -ésima neurona de la primera capa oculta y A_j el dato que sale de la j -ésima neurona de la primera capa oculta. Cabe resaltar que como muestra la ecuación (22), se puede entender que la función de activación es función de la función de propagación.

$$A_j = f_{act}(f_{prop}(O_i, w_{ij}^{IH})) = f_{act}(I_j) = \tanh(I_j) = \frac{e^{2 \cdot I_j} - 1}{e^{2 \cdot I_j} + 1} \quad (22)$$

Obtenidos todos los datos de salida de las neuronas de la primera capa oculta, se procede a operarlos para determinar los datos que ingresan a la siguiente capa oculta utilizando un

procedimiento similar al realizado entre capa de entrada y primera capa oculta. La ecuación (23) muestra la función de propagación implementada para obtener los datos que ingresan a la siguiente capa oculta, dónde j es la cantidad de neuronas en la primera capa oculta incluyendo la neurona de sesgo, k a la cantidad de neuronas en la siguiente capa oculta, A_j al dato de salida de la j -ésima neurona de la primera capa oculta incluyendo la neurona de sesgo, I_k^{HH} el dato que ingresa a la k -ésima neurona de la segunda capa oculta y w_{jk}^{HH} al peso que relaciona a la j -ésima neurona de la primera capa oculta incluyendo la neurona de sesgo, con la k -ésima neurona de la segunda capa oculta. El total de pesos que relaciona estas dos capas se puede calcular como el producto entre el número de neuronas de ambas capas ocultas sumado al número de neuronas en la segunda capa oculta.

$$I_k^{HH} = f_{prop}(A_j, w_{jk}^{HH}) = \sum_{k=1}^n (w_{jk}^{HH} \cdot A_j) \quad (23)$$

Los datos se ingresan a las neuronas de la segunda capa oculta y se operan con la función de activación. El proceso se repite con la cantidad de capas ocultas que existan en la RNA. Finalmente, los datos de salida de la última capa oculta se operan con los pesos, ingresan a la neurona de salida y se operan una última vez con la función de activación, obteniéndose los resultados finales de la red. Cabe resaltar que con base en lo previamente presentado se puede demostrar que la cantidad total de pesos de la red se puede calcular según la ecuación (24), dónde Nw es la cantidad de pesos, O la cantidad de neuronas en la capa de entrada, H la cantidad de neuronas en las capas ocultas, m la cantidad de capas ocultas y F la cantidad de neuronas en la capa de salida.

$$Nw = O \cdot H + (m - 1) * H^2 + H \cdot F + m \cdot H + F \quad (24)$$

Una vez terminado el proceso de la RNA se calcula el error entre el resultado obtenido de M_{max} con la RNA, con el resultado obtenido del modelo numérico. En este proyecto se utilizó como

función la suma total de las mitades del error medio cuadrado, esto con el fin de implementar fácilmente en la siguiente etapa el algoritmo de propagación hacia atrás con gradiente descendente. La función de error se muestra en la ecuación (25), donde err es el error promedio, err_p es el error asociado a cada uno de los pares a/c, %F, p define al par a/c, %F, el cual toma valores entre 0 y P , dónde P corresponde a la cantidad de datos totales con los que se evalúa la RNA, M_p^{FEM} es el momento flector obtenido con el modelo de elementos finitos para el p-ésimo par a/c, %F y M_p^{RNA} es el momento flector obtenido con el modelo de elementos finitos para el p-ésimo par a/c, %F.

$$err = \sum_{p=1}^P err_p = \sum_{p=1}^P \frac{1}{2} \cdot (M_p^{FEM} - M_p^{RNA})^2 \quad (25)$$

6.4.2 Entrenamiento de la red neural artificial

El proceso de entrenamiento de la RNA consiste en un proceso de optimización dónde se busca minimizar la función de error, mostrada en la ecuación (25), considerando como variables de entrada, los pesos de la red, de forma que el problema general de optimización por resolver está representado por la ecuación (26), dónde la función de error err es la función objetivo, el conjunto de los pesos de la RNA W son las variables de optimización, y lo que se busca es encontrar los valores de w que minimicen a err . Dado que los pesos de la red pueden tomar cualquier valor real y a que existen Nw pesos se trata de un proceso de optimización multidimensional de un objetivo no restringida.

$$\min [err(W)] \quad (26)$$

Para el entrenamiento y en general el funcionamiento de la RNA se recomienda normalizar los datos de entrada (a/c, %F) y de salida M^{FEM} . La función de normalización implementada en este proyecto fue la misma para todos los datos de entrada y de salida, y es la mostrada en la

ecuación (27), donde D_n es el dato normalizado, D es el dato sin normalizar, D_{min} es el mínimo de los datos sin normalizar y D_{max} es el máximo de los datos sin normalizar.

$$D_n = \frac{D - D_{min}}{D_{max} - D_{min}} \quad (27)$$

Para el entrenamiento de la RNA se ordenaron los 121 datos mediante una permutación aleatoria y se dividieron en tres subgrupos, un grupo para entrenamiento compuesto por 84 datos, lo cual corresponde aproximadamente al 70% de los datos, 24 datos para calibración, lo cual corresponde aproximadamente al 20% de los datos, y 13 datos para validación lo cual corresponde aproximadamente al 10% de los datos. El entrenamiento de la RNA se realizó utilizando el método clásico de propagación hacia atrás del error con momentum (MBP, por sus siglas en inglés) y los métodos heurísticos optimización por enjambre de partículas (PSO, por sus siglas en inglés) y algoritmo de búsqueda gravitacional (GSA, por sus siglas en inglés). En el caso del MBP y el PSO, se decidió implementarlos porque varios investigadores han reportado su buen desempeño en el entrenamiento de RNA aplicadas a concretos (Açikgenç et al., 2015; Awolusi et al., 2019; Mashhadban et al., 2016), en especial respecto al segundo que ha demostrado ser una alternativa más eficiente que el primero (Gudise & Venayagamoorthy, 2003). En el caso del GSA se decidió implementarlo debido a que, si bien existen casos de aplicación en ingeniería estructural (Khajehzadeh et al., 2012), el autor no encontró casos de aplicación reportados en la literatura sobre el problema particular de CACRFA en conjunto con RNA, por lo cual a través de este proyecto se quiso explorar su desempeño en este problema. Todos los métodos se programaron en MATLAB. En pruebas preliminares desarrolladas con la RNA se evaluó también la posibilidad de utilizar los algoritmos heurísticos búsqueda de armonía y algoritmo genético, sin embargo, su desempeño fue significativamente inferior al del MBP, PSO y GSA, como también reportaron ocurrió en (Braik et al., 2008; Khajehzadeh et al., 2012), por lo cual se decidió finalmente no

implementarlos. Los parámetros de todos los métodos fueron determinados con base en pruebas preliminares y recomendaciones de la literatura (Kriesel, 2005; Marini & Walczak, 2015), hasta encontrar valores que resultaran en un buen desempeño de la RNA. A continuación, se describen cada uno de los métodos de entrenamiento implementados.

a) Propagación hacia atrás del error con momentum (MBP)

La descripción del método acá presentada corresponde a lo encontrado en (Kriesel, 2005). El MBP incorpora una pequeña modificación sobre el método de propagación hacia atrás del error (BP, por sus siglas en inglés) por lo cual es primero necesario entender el BP. El BP es un algoritmo basado en la idea del gradiente descendiente, la cual en cada iteración modifica los valores de las variables de optimización, en este caso los pesos, en la dirección descendiente (es decir, negativa) del gradiente de la función a optimizar. Dado que cada uno de los pesos se va a modificar proporcional a su relación con el gradiente, el cual corresponde a la derivada parcial de la función de error respecto a dicho peso, se dice que este método “reparte” el error entre los diferentes pesos. Ya que este procedimiento implica el uso de derivadas parciales, un requisito implícito es que las funciones que hacen parte de la RNA sean diferenciales, por lo cual la función de activación f_{act} utilizada debe ser diferenciable. La ecuación (28) representa la idea general del método y la ecuación (29) la idea general, pero relacionando el cambio en cada peso con su derivada parcial. En las ecuaciones ΔW es vector que representa el cambio del conjunto de pesos en cada paso, i es el peso considerado, el cual va desde 0 hasta N_w , Δw_{ij} es el cambio del peso que relaciona la i -ésima neurona de la capa anterior con la j -ésima neurona de la capa siguiente, ∇ es el operador Nabla, y LR es una constante de proporcionalidad conocida como razón de aprendizaje la cuál es un parámetro del método y define la magnitud de cambio que tendrá ΔW . Este factor de inercia se puede tomar como diferente para cada conjunto de pesos que relacionan diferentes capas. El signo

negativo en las ecuaciones representa el descenso del gradiente. Es importante resaltar que, como ilustran las ecuaciones, el cambio en los pesos es directamente proporcional al error.

$$\Delta W = -LR \cdot \nabla err(W) \quad (28)$$

$$\Delta w_{ij} = -LR \cdot \frac{\partial err(W)}{\partial w_{ij}} = \sum_{i=1}^P -LR \cdot \frac{\partial err_i^p(W)}{\partial w_{ij}} \quad (29)$$

Conocidas las ecuaciones generales, la esencia del método radica ahora en determinar la derivada parcial del error respecto a cada peso. La deducción de la derivada parcial depende del tipo de neurona según su ubicación en la arquitectura de la RNA, neuronas internas las cuales son aquellas precedidas y seguidas por otra neurona, es decir las ubicadas en las capas ocultas y neuronas externas a las cuales no sigue ninguna neurona, es decir las ubicadas en la capa de salida.

En el cálculo de los valores de salida de las neuronas externas están involucradas dos funciones, las cuales son la función de activación y la función de propagación que involucra los pesos inmediatamente anteriores, de esta forma y utilizando la regla de la cadena, se llega a que la derivada parcial se puede escribir como muestra la ecuación (30)

$$\frac{\partial err^p(W)}{\partial w_{ij}^{HF}} = \frac{\partial err_i^p(W)}{\partial f_{act}(f_{prop}(A_i, w_{ij}^{HF}))} \cdot \frac{\partial f_{act}(f_{prop}(A_i, w_{ij}^{HF}))}{\partial f_{prop}(A_i, w_{ij}^{HF})} \cdot \frac{\partial f_{prop}(A_i, w_{ij}^{HF}, w_j^B)}{\partial w_{ij}^{HF}} \quad (30)$$

Para la última capa, la función de activación en función de la función de propagación se puede escribir como muestra la ecuación (31), lo que resulta útil para visualizar más fácilmente la deducción de las derivadas.

$$M^{RNA} = f_{act}(f_{prop}(A_i, w_{ij}^{HF})) \quad (31)$$

De esta forma, considerando las ecuaciones (22), (23), (25) y (31), la solución de la ecuación (30) queda como muestra la ecuación (32). Dónde para aclarar la notación i se refiere a i -ésima neurona de la última capa oculta, j a la j -ésima neurona de la capa de salida, A_i al resultado que sale de las neuronas de la última capa oculta, M^{FEM} a la respuesta teórica, es decir al resultado

de momento obtenido con el modelo numérico, M^{RNA} al resultado de momento obtenido con la RNA, w_{ij}^{HF} al peso que relaciona a la i -ésima neurona de la capa oculta con la j -ésima neurona de la capa de salida,

$$\frac{\partial err^p(W)}{\partial fact(f_{prop}(w_{ij}^{HF}))} = -(M^{FEM} - M^{RNA}) \cdot (1 - \tanh^2(\sum_{i=1}^n (w_{ij}^{HF} \cdot A_i))) \cdot A_i \quad (32)$$

Para simplificar la ecuación (32) es usual escribir el producto de los dos primeros términos de su lado derecho como un factor delta δ_j , como muestra la ecuación (33)

$$\delta_j = -(M^{FEM} - M^{RNA}) \cdot (1 - \tanh^2(\sum_{i=1}^n (w_{ij}^{HF} \cdot A_i))) \quad (33)$$

Reemplazando las ecuaciones (32) y (33) en la ecuación (29) se llega a qué el cambio en los pesos que relacionan a la capa de salida con la última capa oculta se puede calcular como muestra la ecuación (34)

$$\Delta w_{ij} = \sum_{p=1}^P LR \cdot \delta_j \cdot A_i \quad (34)$$

A través de un procedimiento similar se puede demostrar que en el caso de las neuronas internas el término que cambia es δ_j se computa como muestra la ecuación (35), dónde i es la i -ésima neurona de la capa oculta en estudio, j es la j -ésima neurona de la capa oculta siguiente a la estudiada, k es la k -ésima neurona de la capa oculta o capa de salida que siguen a la capa oculta j . Nótese que el término presentado en dicha ecuación depende de los factores delta de capas siguientes, es decir, para estimar el cambio de w_{ij}^{HH} es necesario haber resultado primero el problema entre las dos capas siguientes, de aquí es de donde el método recibe su nombre de propagación hacia atrás del error. Una vez calculada la ecuación (35) el cambio en los pesos que relacionan neuronas internas se estima con la ecuación (34).

$$\delta_j = [\sum_{k=1}^n (\delta_k \cdot w_{jk})] \cdot (1 - \tanh^2(\sum_{i=1}^n (w_{ij}^{HH} \cdot A_i))) \quad (35)$$

En el método BP tradicional se repite el procedimiento un determinado número de iteraciones it hasta cumplir algún criterio de parada de los mencionados en el marco teórico, sin

embargo, para mejorar la capacidad de minimización de este método, el método MBP incorpora una sencilla modificación al cálculo del cambio entre los pesos, sumando un factor conocido como *momentum* (Kriesel, 2005) el cual depende de un parámetro conocido como factor de inercia. Este factor permite controlar el tamaño del cambio en los pesos en función del cambio de pesos del paso anterior, simulando la inercia de un sistema físico, entre mayor el paso anterior (y por ende mayor el error) mayor la necesidad que la magnitud del siguiente paso sea relativamente grande. La ecuación (36) presenta la ecuación fundamental del método MBP, donde todos los términos corresponden a los previamente descritos excepto el factor de inercia α

$$\Delta w_{ij}(it) = \sum_{p=1}^P (LR \cdot \delta_j \cdot A_i) + \alpha \cdot \Delta w_{ij}(it - 1) \quad (34)$$

En este proyecto de investigación los criterios de parada utilizados para el MBP fueron la cantidad máxima de iteraciones y la convergencia del error relativo de la función objetivo, medido como la diferencia porcentual entre el resultado de la iteración y la iteración inmediatamente anterior. A continuación, se presenta el pseudo-código del método MBP

Pseudo-código del MBP

1. Establecer la variable contadora del número de iteraciones it , número máximo de iteraciones it_{max} , el mínimo error relativo permitido de la función objetivo e_{min} , la razón de aprendizaje LR y el factor de inercia α
2. Establecer aleatoriamente los valores de las variables de optimización, en este caso los pesos w_{ij} de la RNA
3. Calcular el valor de la función objetivo $err(w_{ij})$
4. Determinar el valor de cambio de los pesos Δw_{ij} utilizando la ecuación (34)
5. Calcular y almacenar los pesos para la siguiente iteración como $w_{ij} = w_{ij} + \Delta w_{ij}$
6. Calcular y almacenar el valor de $err(w_{ij})$ con los pesos actualizados

7. Realizar $it=it+1$ y calcular el error relativo de la función objetivo respecto a la iteración anterior e .

8. Repetir los pasos 3 a 7 si $it < it_{max}$, y $e > e_{min}$

9. Reportar los resultados de w_{ij} para los cuales $err(w_{ij})$ tuvo el menor valor.

Los parámetros utilizados para el MBP en este proyecto fueron $LR=rand$, $\alpha=0.9$, $it_{max}=10000$ y $e_{min}=1 \times 10^{-15}$.

b) Optimización por enjambre de partículas (PSO)

La descripción del método acá presentada se basó en (Kennedy & Eberhart, 1995; Shi & Eberhart, 1998). El PSO es un método heurístico de optimización basado en poblaciones, inspirado en el comportamiento social de enjambres. El método simula la búsqueda que realiza una población, aquí llamada enjambre, para encontrar algún recurso indispensable para su supervivencia (por ejemplo, comida) donde todos los miembros de la población, aquí llamados partículas, tienen capacidad de buscar en el espacio y una vez encuentran indicios del recurso que necesitan, alertan a los demás miembros para que se aproximen al lugar, sin embargo, los otros miembros siguen teniendo cierta independencia y no se dirigen exactamente a dicho punto si no a sus vecindades.

Haciendo analogía con la minimización del error de RNA, los miembros de la población son las soluciones candidatas planteadas inicialmente, por lo general de forma aleatoria, donde la cantidad de soluciones candidatas es seleccionada por el usuario del método. La posición de cada solución está representada por los valores que tienen las variables de optimización, en este caso los pesos w de la red, y el fin último es encontrar el recurso necesario para la supervivencia, en este caso representado por el mínimo valor de la función objetivo, la cual es el error err . En cada iteración it las partículas se irán “desplazando”, es decir cambiando sus valores de w , este cambio

de posición se conoce como velocidad y su dirección está definida por tres condiciones: (i) hacia la partícula mejor posicionada, es decir aquella que en la actual iteración tenga el menor valor de *err*, conocido esto como comportamiento grupal, (ii) hacia la mejor posición que tuvo ella en sus iteraciones pasadas, conocido esto como comportamiento individual y (iii) mantenerse en la dirección actual que lleva, conocido como comportamiento inercial. Dos cosas destacan de lo previamente descrito las cuales son: (i) tener en cuenta los comportamientos individual, grupal e inercial otorga al método una gran capacidad de exploración y evita caer rápidamente en mínimos locales, (ii) la existencia de esos comportamientos dota al método de memoria, esto debido a que para poder realizar siguientes iteraciones se debe almacenar información referente a las mejores posiciones individuales y grupales del enjambre.

Las ecuaciones (35) y (36) son la descripción matemática fundamental del PSO a través de las cuales se calcula el cambio de posición de cada partícula y se actualiza la posición, donde Δw es la velocidad, que acá hace referencia al cambio en los pesos de la partícula considerada, w es la posición actual de la partícula, que acá hace referencia a los valores de los pesos de la RNA, w_{GB} hace referencia a la mejor posición del enjambre, es decir aquella que proporciona el menor valor de *err*, w_{PB} es la mejor posición individual de cada partícula, *rand* son números aleatorios entre 0 y 1, y finalmente c_1 , c_2 y c_3 son los parámetros de comportamiento grupal, individual e inercial, respectivamente. Como se puede ver en la ecuación 35 se requiere de valores iniciales para Δw , por lo cual antes de iniciar la primera iteración se definen los primeros Δw de forma aleatoria.

$$\Delta w(it + 1) = c_1 \cdot rand \cdot (w_{GB} - w(it)) + c_2 \cdot rand \cdot (w_{PB} - w(it)) + c_3 \cdot \Delta w(it) \quad (35)$$

$$w(it + 1) = w(it) + \Delta w(it + 1) \quad (36)$$

Los factores c_1 y c_2 buscan balancear el comportamiento individual y grupal de las partículas, en los experimentos realizados por los autores del método se encontró que un valor de 2 para ambas cantidades proporciona resultados satisfactorios. El factor c_3 , conocido como factor de inercia, es una cantidad que puede ser constante o una función decreciente, lineal o no lineal, de las iteraciones. Los autores recomiendan valores de c_3 entre 0.0 y 1.4 si va a existir variación y valores cercanos a 0.9 si no va a existir variación. En este proyecto de investigación se implementó una función de variación lineal valores máximos y mínimos de c_3 previamente establecidos.

En cada iteración el método va actualizando la posición de las partículas, su mejor posición individual y mejor posición global del enjambre, el factor de inercia. El método realiza iteraciones hasta cumplir un criterio de parada. En este proyecto de investigación los criterios de parada utilizados para el PSO fueron la cantidad máxima de iteraciones y la desviación estándar de la posición de las partículas, esto debido a que si las partículas se concentran en una misma posición, se pierde la capacidad exploratoria del método. A continuación, se presenta el pseudo-código del método PSO.

Pseudo-código del PSO

1. Establecer la variable contadora del número de iteraciones it , cantidad de partículas n número máximo de iteraciones it_{max} , la mínima desviación estándar entre partículas permitida sd_{min} los valores de c_1 , c_2 y los valores máximos y mínimos de c_3
2. Establecer aleatoriamente los valores de las variables de optimización, en este caso los pesos w de la RNA
3. Establecer aleatoriamente los valores de primeras velocidades Δw
4. Calcular valores de la función objetivo para todas las partículas $err(w)$
5. Determinar y almacenar la mejor posición global del enjambre

6. Determinar el valor de velocidad Δw utilizando la ecuación (35)
7. Calcular la posición actualizada de las partículas utilizando la ecuación (36)
8. Calcular $err(w)$ con las posiciones actualizadas
9. Determinar y almacenar las mejores posiciones individuales de las partículas y la mejor posición global del enjambre
10. Calcular el factor c_3
11. Realizar $it=it+1$, calcular el error relativo de la función objetivo respecto a la iteración anterior e y calcular la desviación estándar de las partículas sd .
12. Repetir los pasos 6 a 11 si $it < it_{max}$, y $e > e_{min}$ y $sd > sd_{min}$
13. Reportar los resultados de w para los cuales $err(w)$ tuvo el menor valor.

Los parámetros utilizados para el PSO en este proyecto fueron $c_1=c_2=2$, $c_{3max}=0.9$, $c_{3min}=0.4$, $n=500$, $it_{max}=1000$ y $sd=1 \times 10^{-15}$

c) Algoritmo de búsqueda gravitacional (GSA)

La descripción del método acá presentada se basó en (Rashedi et al., 2009). El GSA es un método heurístico de optimización basado en poblaciones inspirado en el movimiento planetario, el cual se rige por las leyes de la gravitación universal y las leyes del movimiento de Newton. El método simula como los planetas, aquí llamados agentes, tienden a moverse los unos hacia los otros, teniendo en cuenta los agentes de menor masa tenderán a ser atraídos y por ende a moverse hacia los agentes más masivos. Los agentes son las soluciones candidatas donde su posición está definida por los valores de las variables de optimización, aquí pesos w de la RNA, donde la masa de los agentes se relaciona con el valor de la función objetivo, aquí el error err . Para problemas de minimización, entre menor valor tenga la función objetivo mayor será la masa del agente. En cada iteración aquí llamada era (age, en inglés) el valor de la posición y la masa de cada agente se va

modificando. La masa M de cada agente en cada era se calcula con la ecuación (37), dónde err es el valor de la función objetivo, en este caso el error, de cada agente, err_{max} es el mayor valor de la función objetivo comparando todos los agentes, el cual corresponde a la peor posición, y err_{min} es el menor valor de la función objetivo comparando todos los agentes, el cual corresponde a la mejor posición.

$$M(age) = \frac{err - err_{max}}{err_{min} - err_{max}} \quad (37)$$

La posición de cada agente en cada era se actualiza conforme a las ecuaciones (38), (39) y (40), dónde la ecuación (38) está inspirada en la segunda ley del movimiento de Newton y las ecuaciones (39) y (40) en la cinemática de partículas. En dichas ecuaciones a es la aceleración que experimenta cada agente, Δw es la velocidad que experimenta cada agente, que acá hace referencia al cambio en los pesos del agente considerado, w es la posición del agente, que acá hace referencia a los valores de los pesos de la RNA, $rand$ son números aleatorios entre 0 y 1, y F es la fuerza resultante en el agente considerado por efecto de su interacción gravitacional con otros agentes. Nótese que se necesitan valores aleatorios preliminares de Δw para iniciar las iteraciones.

$$a(age) = \frac{F(age)}{M(age)} \quad (38)$$

$$\Delta w(age + 1) = rand * \Delta w * (age) + a(age) \quad (39)$$

$$w(age + 1) = w(age) + \Delta w(age + 1) \quad (40)$$

La fuerza F es fundamental para la ejecución y se calcula con base en la ecuación (41), inspirada en la ley de la gravitación universal de Newton. En dicha ecuación i se refiere al agente que experimenta la fuerza, j a todos los otros agentes, los cuales ejercen fuerza sobre él, N a la cantidad total de agentes, F_i a la fuerza que experimenta el agente i , G a la constante gravitacional, R_{ij} a la distancia euclidiana entre los dos agentes i, j considerados, y ε a una constante de pequeño

valor, la cual existe para evitar valores matemáticamente indeterminados en caso que dos agentes coincidan con estar en la misma posición.

$$F_i(age) = \sum_{j=1, j \neq i}^N [rand_j * G(age) * \frac{M_i * M_j}{R_{ij} + \epsilon} * (w_i - w_j)] \quad (41)$$

La constante gravitacional G se reduce exponencialmente a medida que pasan las eras siguiendo la ecuación (42), dónde G_o es la constante gravitacional inicial, α es un parámetro de forma y age_{max} es el número máximo de eras definido por el usuario. Los creadores del método (Rashedi et al., 2009) recomiendan iniciar con $G_o=100$ y $\alpha=20$, pero teniendo en cuenta que estos valores varían según el problema de optimización trabajado.

$$G(age) = G_o * e^{\alpha * \frac{age}{age_{max}}} \quad (42)$$

Para mejorar la capacidad de exploración y minimización del método, los autores proponen reducir el número de agentes N que contribuyen a la fuerza F a medida que pasan las eras, denominando a los agentes que contribuyen agentes efectivos, la disminución de la cantidad de agentes se hace de forma lineal desde N hasta 1. Para la primera era el número de agentes efectivos será igual al número de agentes.

En cada era el método va actualizando la posición de los agentes, el agente con mejor posición y el agente con peor posición, la constante gravitacional y el número de agentes efectivos. El método ejecuta eras hasta cumplir un criterio de parada. En este proyecto de investigación los criterios de parada utilizados para el GSA fueron la cantidad máxima de iteraciones y la convergencia del error relativo de la función objetivo, medido como la diferencia porcentual entre el resultado de la iteración y la iteración inmediatamente anterior. A continuación, se presenta el pseudo-código del método GSA

Pseudo-código del GSA

1. Establecer la variable contadora del número de eras age , cantidad de agentes N número máximo de eras age_{max} , el mínimo error relativo permitido de la función objetivo e_{min} , la constante gravitacional inicial G_o y el parámetro de forma α .

2. Establecer aleatoriamente los valores de las variables de optimización, en este caso los pesos w de la RNA

3. Establecer aleatoriamente los valores de primeras velocidades Δw

4. Calcular valores de la función objetivo para todas las partículas $err(w)$

5. Determinar la mejor y peor posición de w y sus $err(w)$

6. Determinar las masas de los agentes

7. Determinar los agentes efectivos

8. Calcular la constante gravitacional con la ecuación (42)

9. Determinar las fuerzas y aceleraciones que actúan sobre los agentes efectivos utilizando las ecuaciones (38) y (41)

10. Determinar el valor de velocidad Δw utilizando la ecuación (39)

11. Calcular la posición actualizada de los agentes utilizando la ecuación (40)

12. Calcular $err(w)$ con las posiciones actualizadas

13. Realizar $age=age+1$ y calcular el error relativo e de la función objetivo respecto a la iteración anterior

14. Repetir los pasos 5 a 13 si $it < it_{max}$, y $e > e_{min}$ y $sd > sd_{min}$

15. Reportar los resultados de w para los cuales $err(w)$ tuvo el menor valor

Los parámetros utilizados para el GSA en este proyecto fueron $G_o=\alpha=1$, $n=500$, $it_{max}=1000$ y $e_{min}=1 \times 10^{-15}$.

Una vez programados los métodos se procedió a realizar el entrenamiento de la RNA. Se evaluaron RNA con 1 y 2 capas ocultas y 2, 5, 10 y 20 neuronas por capa oculta, dominios obtenidos de la literatura para problemas similares (Adhikary & Mutsuyoshi, 2006; Altun et al., 2008; Behnood et al., 2015; Karahan et al., 2008; Mashhadban et al., 2016; Yeh, 1998; Zapata et al., 2019). Cada RNA se entrenó 5 veces con cada uno de los algoritmos y adicional al *err* obtenido se calculó el factor de correlación R^2 . Finalmente se compararon los resultados de la mejor RNA con los obtenidos por la metodología superficie de respuesta y experimentalmente.

7. Resultados y Discusión

Los resultados se presentan siguiendo la secuencia planteada en la metodología, en la primera parte se presentarán los resultados obtenidos para los ensayos en estado endurecido, en la segunda los resultados de modelos constitutivos, en la tercera los resultados del modelado numérico y las superficies de respuesta, y finalmente en la cuarta fase los resultados de la RNA.

7.1 Ensayos en estado endurecido

A continuación, se presentan los resultados obtenidos para los ensayos de compresión simple, Barcelona y EFCP. Todos los resultados se analizaron a través de estadística descriptiva.

7.1.1 Ensayo de compresión simple

Todos los resultados de carga máxima obtenida de los ensayos de compresión simple se presentan en el ANEXO I. Las Tablas 5 y 6 presentan los resultados de esfuerzo máximo a la compresión promedio (f'_c promedio) y en la Figura 58 los resultados de a/c y %F vs. la carga máxima promedio.

Tabla 5.

Resultados de carga máxima en el ensayo de compresión simple para puntos experimentales

Mezcla (a/c-%F)	f'_c promedio [MPa]
M1 (0.50 - 0.50)	36.46 (0.05)*
M2 (0.50 - 0.50)	45.15 (0.02)*
M3 (0.43 - 0.85)	39.99 (0.11)*
M4 (0.50 - 1.00)	35.10 (0.15)*
M5 (0.50 - 0.50)	34.59 (0.06)*
M6 (0.57 - 0.85)	30.17 (0.01)*
M7 (0.50 - 0.50)	35.30 (0.04)*
M8 (0.50 - 0.00)	36.37 (0.04)*
M9 (0.57 - 0.15)	23.96 (0.03)*
M10 (0.40 - 0.50)	41.90 (0.03)*
M11 (0.60 - 0.50)	22.87 (0.10)*
M12 (0.43 - 0.15)	46.99 (0.04)*
M13 (0.50 - 0.50)	27.56 (0.03)*
Z1 (0.40 - 0.00)	47.31 (0.06)*
Z2 (0.43 - 0.00)	48.53 (0.03)*
Z3 (0.57 - 0.00)	30.82 (0.09)*
Z4 (0.60 - 0.00)	24.67 (0.02)*

*Coeficiente de variación

Tabla 6.

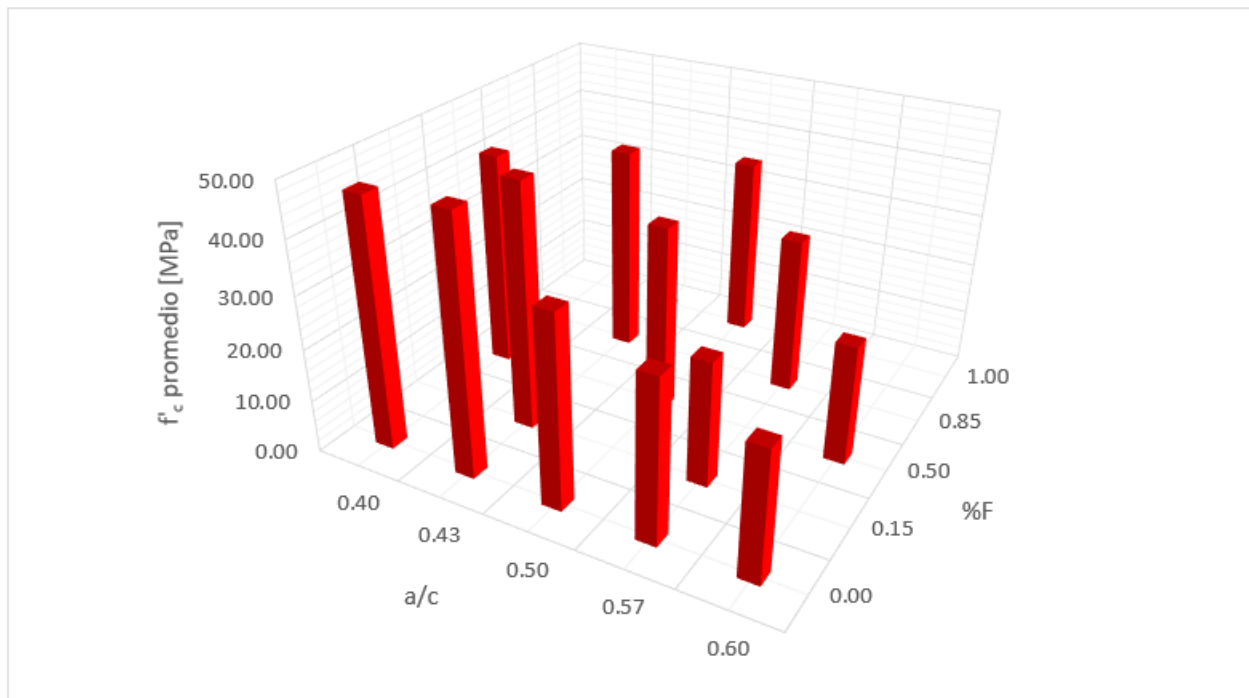
Resultados de f'_c promedio en [MPa], en el ensayo de compresión simple para las diferentes dosificaciones empleadas.

	a/c				
	0.40	0.43	0.50	0.57	0.60
0.00	47.31 (0.06)*	48.53 (0.03)*	36.37 (0.04)*	30.82 (0.09)*	24.67 (0.02)*
0.15	-	46.99 (0.04)*	-	23.96 (0.03)*	-
%F 0.50	41.90 (0.03)*	-	35.81 (0.11)*	-	22.87 (0.10)*
0.85	-	39.99 (0.11)*	-	30.17 (0.01)*	-
1.00	-	-	35.1 (0.15)*	-	-

*Coeficiente de variación

Figura 58.

a/c y %F vs. f'_c promedio



Como se observa en la Tabla 6, en general los coeficientes de variación tienden a aumentar conforme aumenta el %F, mostrando esto la gran dispersión estadística que implica la adición de fibras. Los resultados de %F<1.00 tienen coeficientes de variación inferiores a 14%, por lo cual según reporta el comité 214 del ACI 214 (American Concrete Institute, 2002), se puede considerar que el promedio es un valor representativo para sacar conclusiones, sin embargo, para %F=1.00, se obtuvo con coeficiente de variación de 15%, si bien este valor está cerca al límite propuesto, esta razón contribuyó a que en la fase de modelos constitutivos, se implementará la distribución de Weibull para estimar la resistencia característica. Todos los valores de f'_c promedio se encontraron entre 22.87 y 48.53 [MPa] por lo cual el material se puede considerar como concreto para uso estructural, al tener valores de $f'_c > 17$ [MPa], según exige el artículo C.5.1 de la NSR-10 (Comisión asesora permanente para el régimen de construcciones sismo resistentes, 2010). De los resultados se puede observar que existe una tendencia general de f'_c promedio a incrementarse a medida que se reduce a/c, como se espera en este tipo de materiales (Trtnik et al., 2009). No obstante, resalta también que para la mayoría de a/c existe una disminución de f'_c promedio entre 3.17% y 11.43% cuando se comparan dosificaciones con fibras y dosificaciones de control, como se reporta en (Gencil et al., 2011; Larsen & Thorstensen, 2020; Pająk & Ponikiewski, 2013), es esperado que ocurran estas reducciones inferiores o cercanas al 10%, cuando se utilizan %F de hasta 1.5% empleando fibras con longitudes superiores a 30 [mm], siendo en este caso de 60 [mm], ya que esto contribuye a la formación de discontinuidades más marcadas en la matriz del material, irrumpiendo su homogeneidad y por ende generando zonas de debilidad a compresión que disminuyen f'_c promedio. Para las dosificaciones M3 y M9 se encontraron reducciones en f'_c promedio, entre 17% y 23%. Si bien estas reducciones son relativamente altas, no están fuera de lo encontrado por otros investigadores según (Pająk & Ponikiewski, 2013), quienes reportan que

se han presentado reducciones de hasta 25%. En el caso de M3 ($a/c=0.43, \%F=0.85\%$), al compararla con las mezclas con la misma a/c , es decir M12 ($a/c=0.43, \%F=0.15\%$), y Z2 ($a/c=0.43, \%F=0.00\%$), se evidencia que su coeficiente de variación es el mayor de las tres, lo cual puede estar asociado a la gran cantidad de fibras que tiene y lo que evidencia que determinar el valor característico del material con base en una idea diferente al promedio puede resultar más adecuado.

Finalmente, la Figura 59 ilustra el modo de falla de los cilindros en función de $\%F$ utilizando como ejemplo $a/c=0.50$ y $\%F$ de 0.00, 0.50 y 1.00%. Como se aprecia en dicha figura, a medida que se incrementa el $\%F$, el tamaño de las grietas en el material se va reduciendo y menos es el daño en el espécimen, lo cual es evidencia cualitativa del aporte post resistencia máxima de compresión que conlleva la adición de fibras (De Oliveira Júnior et al., 2010). Fue imposible presentar evidencia cuantitativa de este hecho debido a que los desplazamientos obtenidos de las curvas carga-desplazamiento del actuador para compresión, no son representativas del material.

Figura 59.

Falla de cilindros en compresión para $a/c=0.50$ con a) $\%F=0.00\%$, b) $\%F=0.50\%$, c)

$\%F=1.00\%$



a)



b)



c)

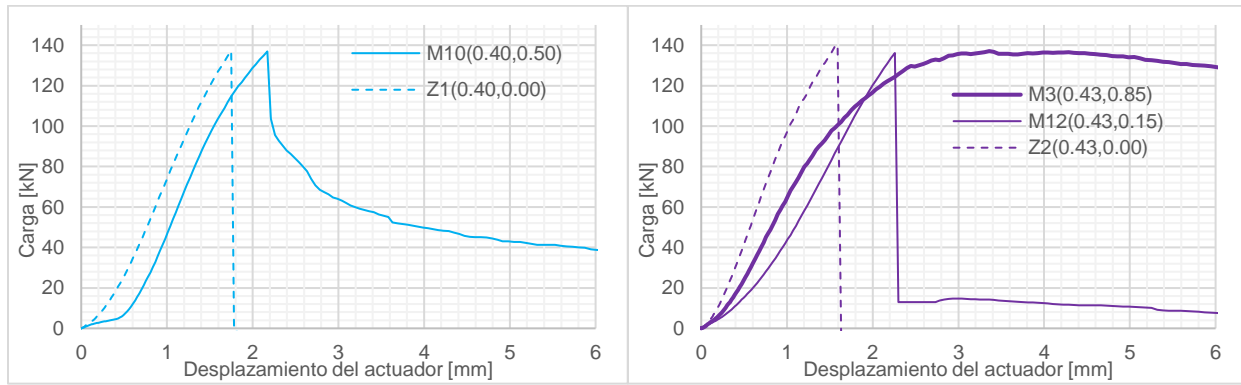
7.1.2 Ensayo de doble punzonamiento Barcelona

En el ANEXO II se presentan las curvas carga-desplazamiento del actuador obtenidas para todos los ensayos Barcelona realizados. En las Figuras 60 a) hasta e) se presentan los resultados de las curvas carga-desplazamiento del actuador para un espécimen de cada una de las dosificaciones utilizadas en este proyecto.

Figura 60.

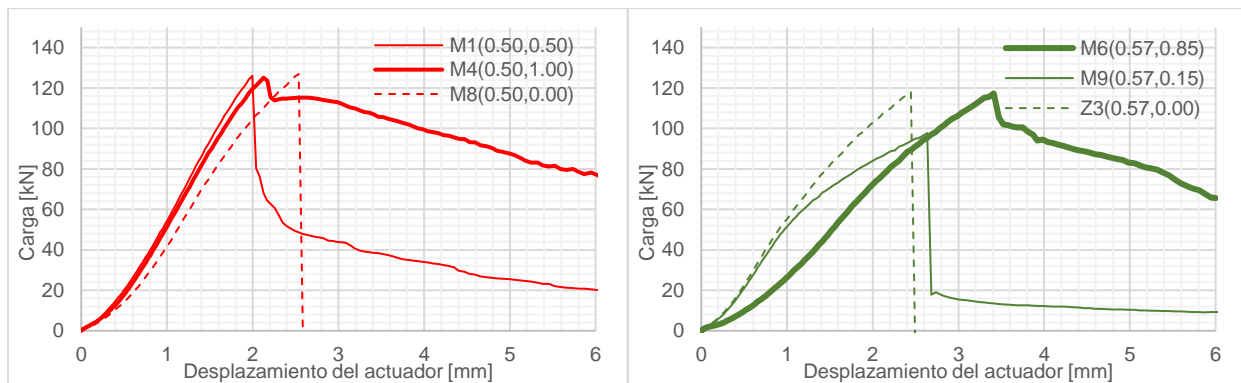
Curvas carga-desplazamiento del actuador para a) $a/c=0.40$, b) $a/c=0.43\%$, c) $a/c=0.50$, d)

$a/c=0.57$, e) $a/c=0.60$



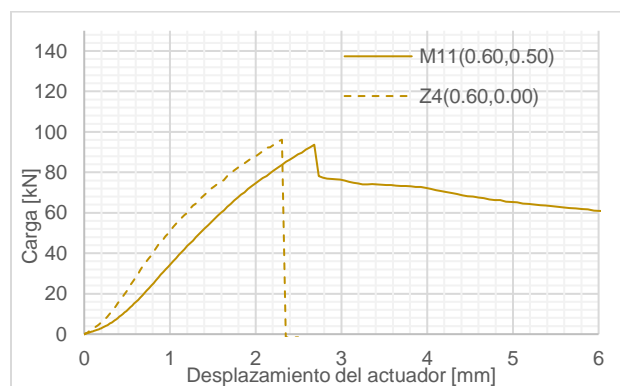
a)

b)



c)

d)



e)

En las Tablas 7, 8 y 9 se presentan los resultados de carga máxima promedio y tenacidad promedio para cada punto experimental. Esta última es una medida que representa la cantidad de energía que es capaz de disipar el material, en este caso cuando la sollicitación principal es de esfuerzos de tracción y se calcula como el área bajo la curva carga-desplazamiento del actuador obtenida en cada ensayo. Es importante resaltar que esto es posible dado que por la cinemática del espécimen en este ensayo, contrario al ensayo de compresión simple, los datos de la curva mencionada si permiten sacar conclusiones sobre el material (Pujadas, Blanco, Cavalaro, De la Fuente, et al., 2013). En la Figura 61 a) se presentan los resultados de a/c y %F vs. la carga máxima promedio y en la Figura 61 b) se presentan los resultados de a/c y %F vs. la tenacidad promedio.

Tabla 7.

Resultados promedio de carga máxima y tenacidad en el ensayo Barcelona para puntos experimentales

Mezcla (a/c-%F)	Carga máxima [kN]	Tenacidad [J]
M1 (0.50 - 0.50)	129.19 (0.03)*	255.21 (0.28)*
M2 (0.50 - 0.50)	142.29 (0.04)*	357.63 (0.39)*
M3 (0.43 - 0.85)	115.52 (0.14)*	426.99 (0.12)*
M4 (0.50 - 1.00)	117.15 (0.15)*	504.07 (0.23)*
M5 (0.50 - 0.50)	116.10 (0.05)*	333.53 (0.16)*
M6 (0.57 - 0.85)	119.85 (0.07)*	508.93 (0.31)*
M7 (0.50 - 0.50)	125.46 (0.09)*	384.05 (0.46)*
M8 (0.50 - 0.00)	119.56 (0.08)*	132.52 (0.17)*
M9 (0.57 - 0.15)	91.87 (0.05)*	167.33 (0.10)*
M10 (0.40 - 0.50)	132.69 (0.09)*	370.65 (0.08)*
M11 (0.60 - 0.50)	91.42 (0.02)*	323.79 (0.17)*
M12 (0.43 - 0.15)	135.29 (0.05)*	202.19 (0.16)*
M13 (0.50 - 0.50)	106.86 (0.15)*	329.94 (0.20)*
Z1 (0.40 - 0.00)	130.09 (0.07)*	111.01 (0.12)*
Z2 (0.43 - 0.00)	149.64 (0.06)*	134.22 (0.17)*
Z3 (0.57 - 0.00)	112.28 (0.10)*	139.40 (0.18)*
Z4 (0.60 - 0.00)	96.54 (0.04)*	128.19 (0.12)*

*Coeficiente de variación

Tabla 8.

Resultados de carga máxima promedio en [kN], en el ensayo Barcelona para las diferentes dosificaciones empleadas

	a/c				
	0.40	0.43	0.50	0.57	0.60
0.00	130.09 (0.07)*	149.64 (0.06)*	119.56 (0.08)*	112.28 (0.10)*	96.54 (0.04)*
0.15	-	135.29 (0.05)*	-	91.87 (0.05)*	-
%F 0.50	132.69 (0.09)*	-	123.98 (0.06)*	-	91.42 (0.02)*
0.85	-	115.52 (0.14)*	-	119.85 (0.07)*	-
1.00	-	-	117.15 (0.15)*	-	-

*Coeficiente de variación

Tabla 9.

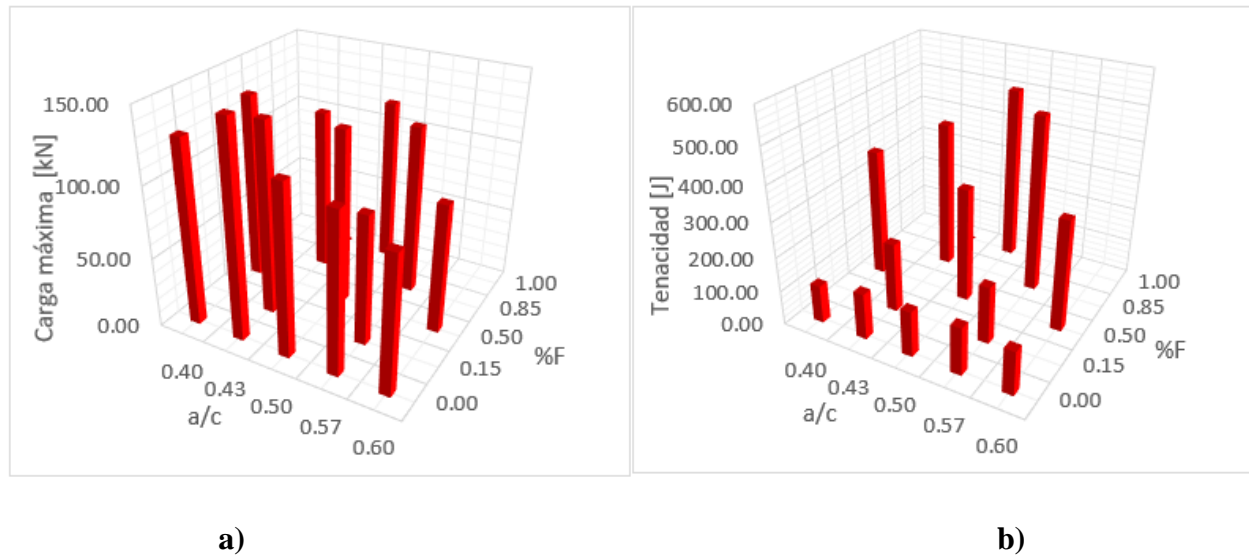
Resultados de tenacidad promedio en [J], en el ensayo Barcelona para las diferentes dosificaciones empleadas

	a/c				
	0.40	0.43	0.50	0.57	0.60
0.00	111.01 (0.12)*	134.22 (0.17)*	132.52 (0.17)*	139.40 (0.18)*	128.19 (0.12)*
0.15	-	202.19 (0.16)*	-	167.33 (0.10)*	-
%F 0.50	370.65 (0.08)*	-	332.07 (0.09)*	-	323.79 (0.17)*
0.85	-	426.99 (0.12)*	-	508.93 (0.31)*	-
1.00	-	-	504.07 (0.23)*	-	-

*Coeficiente de variación

Figura 61.

a/c y %F vs. a) carga máxima del ensayo Barcelona, b) tenacidad del ensayo Barcelona



Para todos los especímenes una vez se alcanzó la carga máxima el espécimen se agrietó y dividió en 2, 3 o 4 partes. Como se observa en la Tablas 7 y 8, en general los coeficientes de variación para carga máxima, similar al caso de f'_c promedio, tienden a estar cercanos a 14%, incrementándose a medida que aumenta el %F, sin embargo una comparación entre los resultados de compresión y carga máxima de Barcelona muestra que la dispersión en el ensayo Barcelona tiende a ser mayor, esto debido a la mayor dispersión de los resultados relacionados con esfuerzos de tracción en concretos lo cual implica que en su caracterización es más adecuado utilizar distribuciones estadísticas como la de Weibull (Zapata-Ordúz et al., 2014). Las Tablas 7 y 9 muestran que los coeficientes de variación de la tenacidad para las diferentes dosificaciones oscilan entre 8% y 31%, lo que evidencia la alta variación estadística del fenómeno de post-agrietamiento en CACRFA, la cual como se justificó en el marco teórico, se relaciona con la aleatoriedad de la distribución de las fibras en la matriz de concreto. En las Figuras 60 y 61 a) se puede observar que

menores valores de la relación a/c , implican aumento en la carga máxima, comportamiento esperado y reportado en la literatura (Rai & Satish, 2019), también se evidencia que la carga máxima no se ve muy afectada por el %F, resultados similares a los obtenidos en (Molins et al., 2009) y se debe a que en este ensayo el aporte de las fibras inicia al agrietarse la matriz de concreto, sin embargo, destaca que para los puntos con $a/c=0.57$ y $a/c=0.60$, la adición de fibras resultó perjudicial para la resistencia, esto puede deberse a que estos concretos tienden a ser más porosos que concretos con a/c menores, por lo cual es más fácil que las condiciones del medio en que se encuentran afecten las fibras. Exposición continua a un medio abrasivo puede llevar a que la adición de pocas fibras resulte perjudicial, como reportan (Carrillo et al., 2017), y debido a que los especímenes estuvieron sumergidos 147 días, puede que el ambiente fuese agresivo para dichas muestras, ocasionado este efecto. En las Figuras 60 y 61 b) se puede evidenciar que el mayor aporte de las fibras ocurre una vez agrietada la matriz de concreto y radica en el aumento de la tenacidad del material, la cual incrementa entre 20% y 280% respecto a las mezclas de control, a medida que aumenta la %F. Este hecho resulta evidente al comparar las curvas de dosificaciones que incluyen fibras (línea sostenida) contra aquellas que no (línea discontinua), en las segundas una vez alcanzada la carga de agrietamiento hay una caída abrupta de la capacidad de carga reflejándose el comportamiento frágil del concreto sin fibras, mientras que en las primeras, existe una capacidad residual de carga una vez alcanzado el pico, la cual es mayor entre mayor la cantidad de fibras y evidencia la ductilidad inducida por las mismas, llegando a incluso a mostrar que es posible que exista mucha más capacidad para desplazamientos del actuador mayores a 6 [mm] cuando se adiciona $\%F > 0.50\%$. Esto se explica debido al mecanismo de puente que ejercen las fibras en la matriz agrietada, permitiendo transferencia de esfuerzos después de alcanzada la carga de agrietamiento y por ende convirtiendo el comportamiento del material de frágil a dúctil

(American Concrete Institute, 2002). Lo previamente descrito se refleja en los modos de falla de los especímenes presentados en la Figura 62, donde en ausencia de fibras existe una separación completa del espécimen y para una cantidad $\%F=0.85$ a penas y es posible percibir las grietas.

Figura 62.

Falla de cilindros Barcelona para $a/c=0.43$ con a) $\%F=0.00\%$, b) $\%F=0.15\%$, c) $\%F=0.85\%$



a)

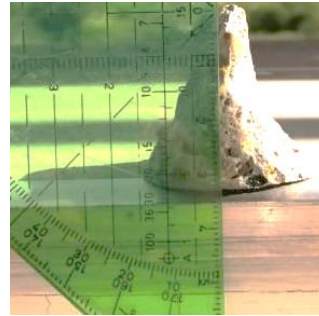
b)

c)

Una medida importante a capturar de los ensayos era el ángulo de inclinación de la cuña de falla. Dicho valor solo fue posible obtenerlo de algunos especímenes debido a que no todos fracturaban por completo para desplazamientos inferiores a 6 [mm]. La Figura 63 muestra evidencia de la toma de medidas en algunas de las cuñas obtenidas. En todos los casos el valor fue cercano a 25° , consistente con lo reportado en (Blanco et al., 2014), por lo cual para el modelado constitutivo se trabajó con este valor.

Figura 63.

Cuñas de falla del ensayo Barcelona a) Evidencia de cuñas obtenidas, b) Ángulo de inclinación de cuña

**a)****b)**

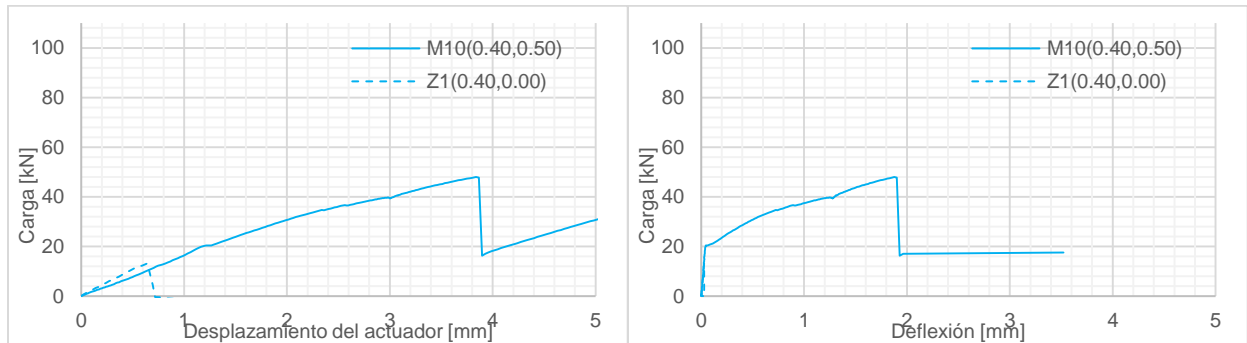
7.1.3 Ensayo de flexión de cuatro puntos

En el ANEXO III se presentan las curvas carga-desplazamiento del actuador obtenidas para todos los EFCP realizados y las curvas carga-deflexión obtenidas con apoyo de la técnica CID. En las Figuras 64 a) hasta j) se presentan los resultados de las curvas carga-desplazamiento del actuador y carga-deflexión para un espécimen de cada una de las dosificaciones utilizadas en este proyecto.

Figura 64.

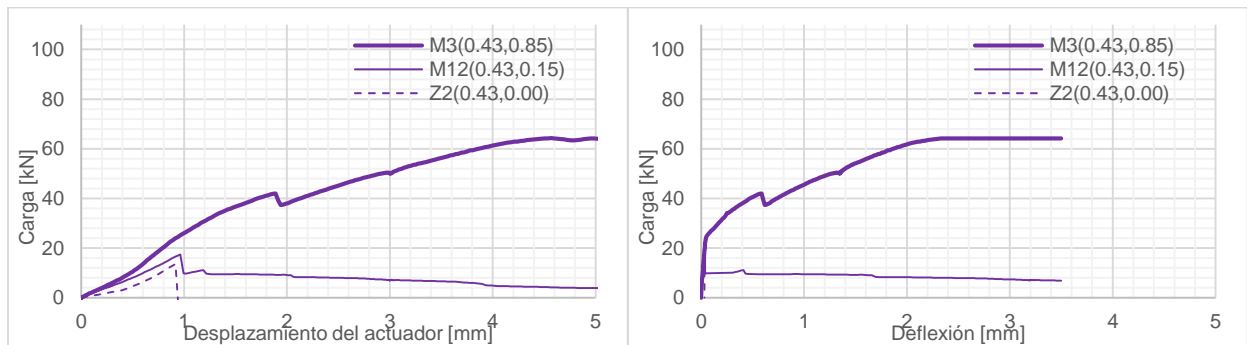
Curvas carga-desplazamiento del actuador, carga-deflexión para a) y b) $a/c=0.40$, c) y d)

$a/c=0.43$, e) y f) $a/c=0.50$, g) y h) $a/c=0.57$, i) y j) $a/c=0.60$



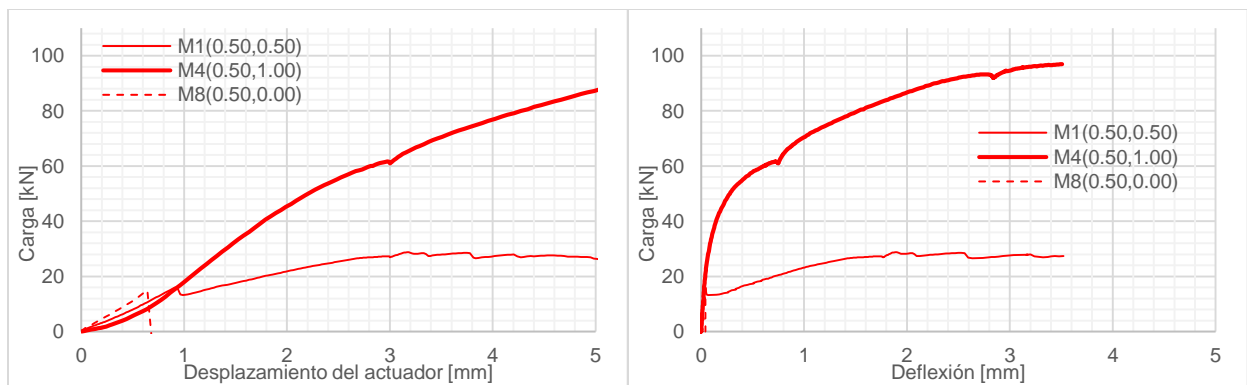
a)

b)



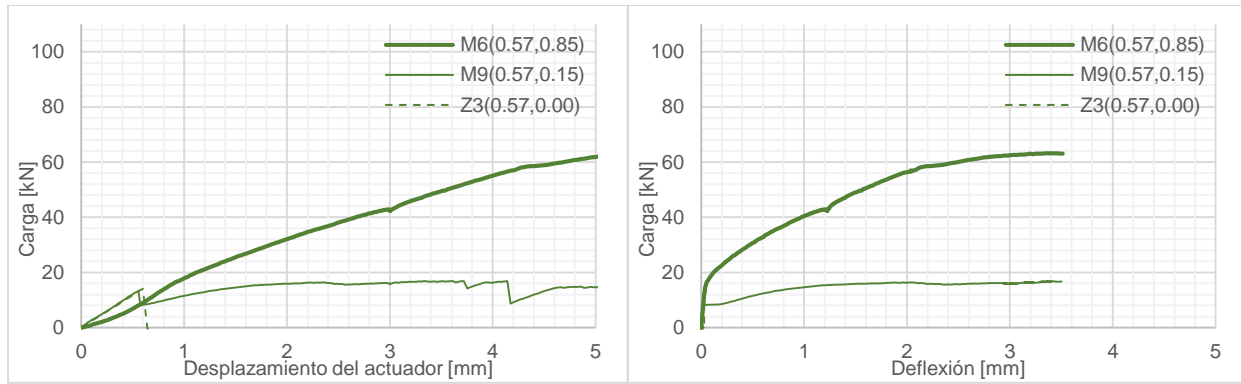
c)

d)



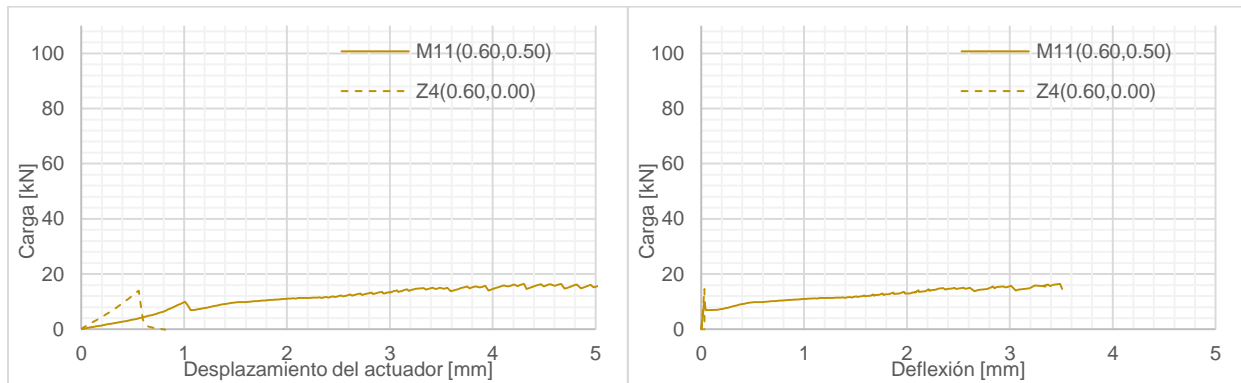
e)

f)



g)

h)



i)

j)

En las Tablas 10 y 11 se presentan los resultados de carga máxima para cada punto experimental y en la Figura 65 se presentan los resultados de a/c y %F vs. la carga máxima promedio.

Tabla 10.

Resultados de carga máxima promedio en EFCP para los puntos experimentales

Mezcla (a/c-%F)	Carga máxima [kN]
M1 (0.50 - 0.50)	39.18 (0.08)*
M2 (0.50 - 0.50)	54.96 (0.19)*
M3 (0.43 - 0.85)	67.20 (0.09)*
M4 (0.50 - 1.00)	77.30 (0.25)*
M5 (0.50 - 0.50)	51.95 (0.38)*

Mezcla (a/c-%F)	Carga máxima [kN]
M6 (0.57 - 0.85)	60.06 (0.25)*
M7 (0.50 - 0.50)	50.05 (0.24)*
M8 (0.50 - 0.00)	15.75 (0.15)*
M9 (0.57 - 0.15)	15.61 (0.34)*
M10 (0.40 - 0.50)	44.94 (0.07)*
M11 (0.60 - 0.50)	28.54 (0.53)*
M12 (0.43 - 0.15)	25.64 (0.29)*
M13 (0.50 - 0.50)	54.26 (0.34)*
Z1 (0.40 - 0.00)	13.13 (0.02)*
Z2 (0.43 - 0.00)	14.27 (0.09)*
Z3 (0.57 - 0.00)	13.22 (0.10)*
Z4 (0.60 - 0.00)	11.84 (0.20)*

*Coeficiente de variación

Tabla 11.

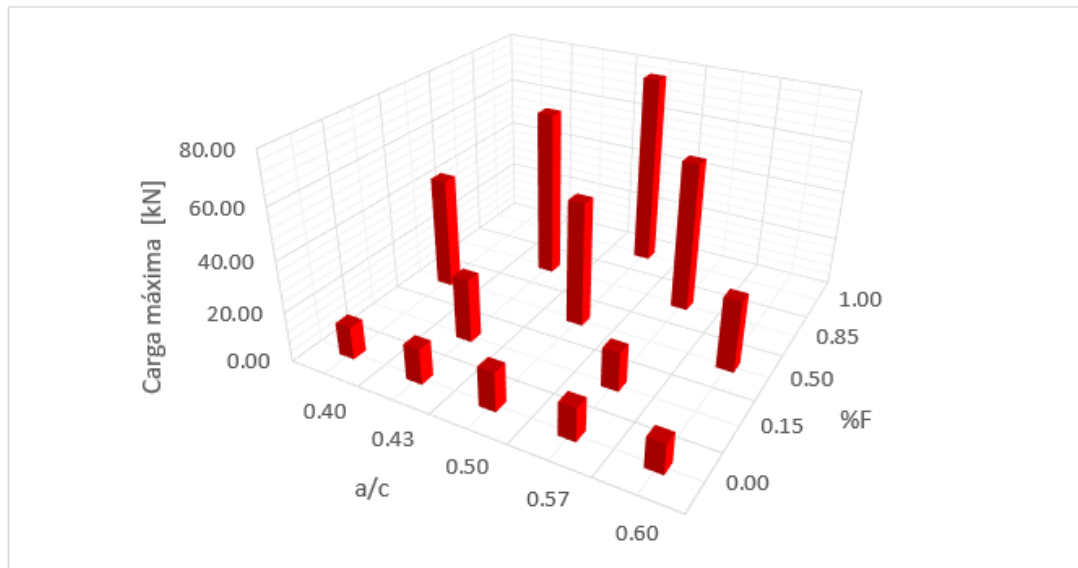
Resultados de carga máxima promedio [kN] en el EFCP para las diferentes dosificaciones empleadas

	a/c				
	0.40	0.43	0.50	0.57	0.60
0.00	13.13 (0.02)*	14.27 (0.09)*	15.75 (0.15)*	13.22 (0.10)*	11.84 (0.20)*
0.15	-	25.64 (0.29)*	-	15.61 (0.34)*	-
%F 0.50	44.94 (0.07)*	-	50.08 (0.48)*	-	28.54 (0.53)*
0.85	-	67.2 (0.09)*	-	60.06 (0.25)*	-
1.00	-	-	77.3 (0.25)*	-	-

*Coeficiente de variación

Figura 65.

a/c y %F vs. carga máxima del EFCP

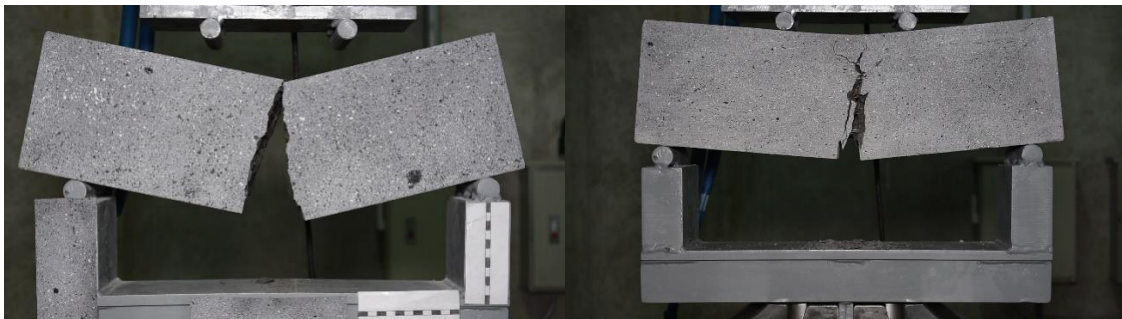


Como se observa en la Tablas 10 y 11, los coeficientes de variación para carga máxima, asociados a este ensayo, se encuentran entre 2% y 48%, y la mayoría de dosificaciones superan el valor de 14%, esto evidencia la alta dispersión asociada al EFCP, por lo cual se recomienda utilizar el ensayo Barcelona para la caracterización del material, tal como reportan en (Galeote et al., 2017). En todos los casos la carga máxima se incrementó significativamente con la adición de las fibras, como ilustra la Figura 65, evidenciando incrementos entre 18% y 390%, respecto a las dosificaciones de control. La mayor carga máxima obtenida fue para la dosificación $\%F=1.00\%$, evidencia que, para el dominio estudiado, entre mayor cantidad de fibras, mayor aumento de la resistencia a flexión, lo que coincide con lo encontrado por otros investigadores (Campione & Letizia Mangiavillano, 2008; Pająk & Ponikiewski, 2013). También destaca un aumento en la capacidad de deformación de las vigas, debido a que las vigas sin fibras alcanzaron deflexiones entre 0.028 y 0.037 [mm] mientras que todas las vigas con fibras fueron capaces de superar la

deflexión de 3.00 [mm], manteniendo niveles de carga siempre superiores a las vigas sin fibras. Esto evidencia la contribución de las fibras a la ductilidad y tenacidad de elementos sometidos al fenómeno de flexión y se explica debido a que la resistencia y capacidad de deformación en flexión se incrementan por la capacidad residual a tracción del CACRFA, como reporta (J. A. O. Barros et al., 2005). Resalta también interesante ver que a medida que se aumenta el contenido de fibras, menor la pérdida de rigidez del elemento, la cual se puede ver como la pendiente tangente a la curva carga-deflexión, lo cual indica que mayor cantidad de fibras ayuda a controlar el agrietamiento. Esto se evidencia comparando los resultados de las curvas para $\%F < 1.00$ y la curva con $\%F = 0.00$, dónde en las primeras, si bien existe capacidad residual, se visualiza un cambio abrupto de la pendiente de la curva, lo cual indica el agrietamiento de la matriz de concreto, mientras que en la segunda no se visualiza ese cambio abrupto lo que indica que el agrietamiento se va dando como un proceso controlado. Lo previamente descrito se puede ver también en la Figura 66, donde se ve el impacto de las fibras en el modo de falla de las vigas, pasando de una falla frágil cuando no hay fibras, a una falla dúctil con agrietamiento controlado.

Figura 66.

Falla de vigas en EFCP para $a/c = 0.50$ con a) $\%F = 0.00\%$, b) $\%F = 0.50\%$, c) $\%F = 1.00\%$,



a)

b)



c)

Como se puede visualizar en la Figura 64 el desplazamiento registrado por el actuador es del orden de 1 a 2 [mm] mayor a la deflexión en el centro de luz, esto coincide con lo reportado por (Bernard, 2009) y es la razón por la cual no se recomienda extraer conclusiones soportadas en parámetros que impliquen desplazamientos (ductilidad, tenacidad etc.) utilizando los datos de la curva carga-desplazamiento del actuador. En este proyecto no se cuantificaron ductilidades o tenacidades promedio debido a que solo fue posible capturar con CID 2 de los 4 especímenes por punto experimental y emitir conclusiones con 2 datos no es representativo debido a la gran dispersión inherente al EFCP.

Finalmente, como se mencionó previamente y se explicará en detalle en la sección de resultados de modelado numérico, integrando los resultados del ensayo Barcelona para el modelado constitutivo en tracción y el tipo de modelo numérico usado, solo fue posible obtener resultados de resistencia hasta una deflexión aproximada de 0.25 [mm], lo cual corresponde aproximadamente a la resistencia a flexión en estado límite de servicio para el CACFRA según (Buttigol et al., 2018).

En la Tabla 12 se muestran los resultados del momento flector resistente hasta una deflexión de 0.25 [mm], $M_{0.25}$, el cual se calculó utilizando la ecuación (19) estimando el valor de carga máxima alcanzada hasta dicha deflexión. Los resultados acá obtenidos corresponden a

aquellos puntos que pertenecen al diseño de experimentos de la Figura 33, con los cuales se calibró el modelo numérico.

Tabla 12.

Resultados experimentales promedio de $M_{0.25}$ en [N·m] en el EFCP para las diferentes dosificaciones que hacen parte del diseño de experimentos.

	0.40	0.43	a/c 0.50	0.57	0.60
0.00	-	-	1181.11 (0.13)*	-	-
0.15	-	1245.62 (0.08)*	-	856.77 (0.13)*	-
%F 0.50	1857.93 (0.18)*	-	1492.45 (0.33)*	-	1037.68 (0.27)*
0.85	-	2063.68 (0.14)*	-	1986.93 (0.24)*	-
1.00	-	-	3020.57 (0.17)*	-	-

*Coeficiente de variación

7.2 Modelos constitutivos

A continuación, se presentan los resultados obtenidos de los modelos constitutivos para compresión y tracción para cada punto experimental considerando análisis estadístico con la distribución de Weibull.

7.2.1 Modelos constitutivos en compresión

El parámetro requerido para el modelado constitutivo del CACRFA fue la resistencia a la compresión característica f'_c . Para todas las dosificaciones esta resistencia se determinó como el valor característico de la distribución de probabilidad de Weibull obtenida considerando los

resultados experimentales por cada dosificación. Para evaluar el ajuste de los resultados a la distribución de Weibull se calculó el valor-P para la prueba de Anderson-Darling. El código en MATLAB utilizado para realizar este proceso se muestra en el ANEXO IV. Para comparar la validez de los resultados en contraste con asumir una distribución normal, se compararon los resultados de la prueba de Anderson-Darling suponiendo que los datos siguen una distribución normal. En la Tabla 13 se muestran los resultados de la resistencia característica de la distribución de Weibull y valor-P y los mismos valores asumiendo una distribución normal.

Tabla 13.

Resultados de f'_c con la distribución de Weibull y la distribución Normal

a/c	%F	Distribución de Weibull		Distribución de Normal	
		f'_c [MPa]	valor-P	f'_c promedio [MPa]	valor-P
0.50	0.50	38.30	0.52	35.81	0.54
0.43	0.85	41.88	0.77	39.99	0.24
0.50	1.00	37.07	0.98	35.10	0.77
0.57	0.85	30.28	0.89	30.17	0.21
0.50	0.00	36.89	0.79	36.37	0.14
0.57	0.15	24.24	0.86	23.96	0.36
0.40	0.50	42.46	0.78	41.90	0.27
0.60	0.50	23.70	0.38	22.87	0.01
0.43	0.15	47.76	0.74	46.99	0.10

Los resultados muestran que en todos los casos la resistencia característica f'_c estimada con la distribución de Weibull resultó entre 0.35% y 6.50% mayor que la estimada con el promedio, esto coincide con lo reportado en (Tumidajski et al., 2006), no obstante, si bien la diferencia porcentual es pequeña, existe una diferencia importante en la validez estadística de los resultados debido a que en la dosificación de a/c=0.60, %F=0.50 para la distribución normal, valor-P<0.10 por lo cual se rechaza la hipótesis nula y no se puede considerar que la muestra pertenece a una

distribución normal, mientras que para todos los casos de la distribución de Weibull, valor- $P > 0.10$ por lo cual se cumple la hipótesis nula.

Una vez determinadas las resistencias características f'_c con la distribución de Weibull, se estimaron los parámetros del modelo constitutivo, deformación unitaria asociada al valor de ϵ'_c y factores de forma adimensionales α_a y α_d , y el módulo de elasticidad del material E_c , todo siguiendo el proceso descrito en la metodología. En la Tabla 14 se muestran los resultados previamente mencionados.

Tabla 14.

Parámetros del modelo constitutivo en compresión de las dosificaciones del plan experimental

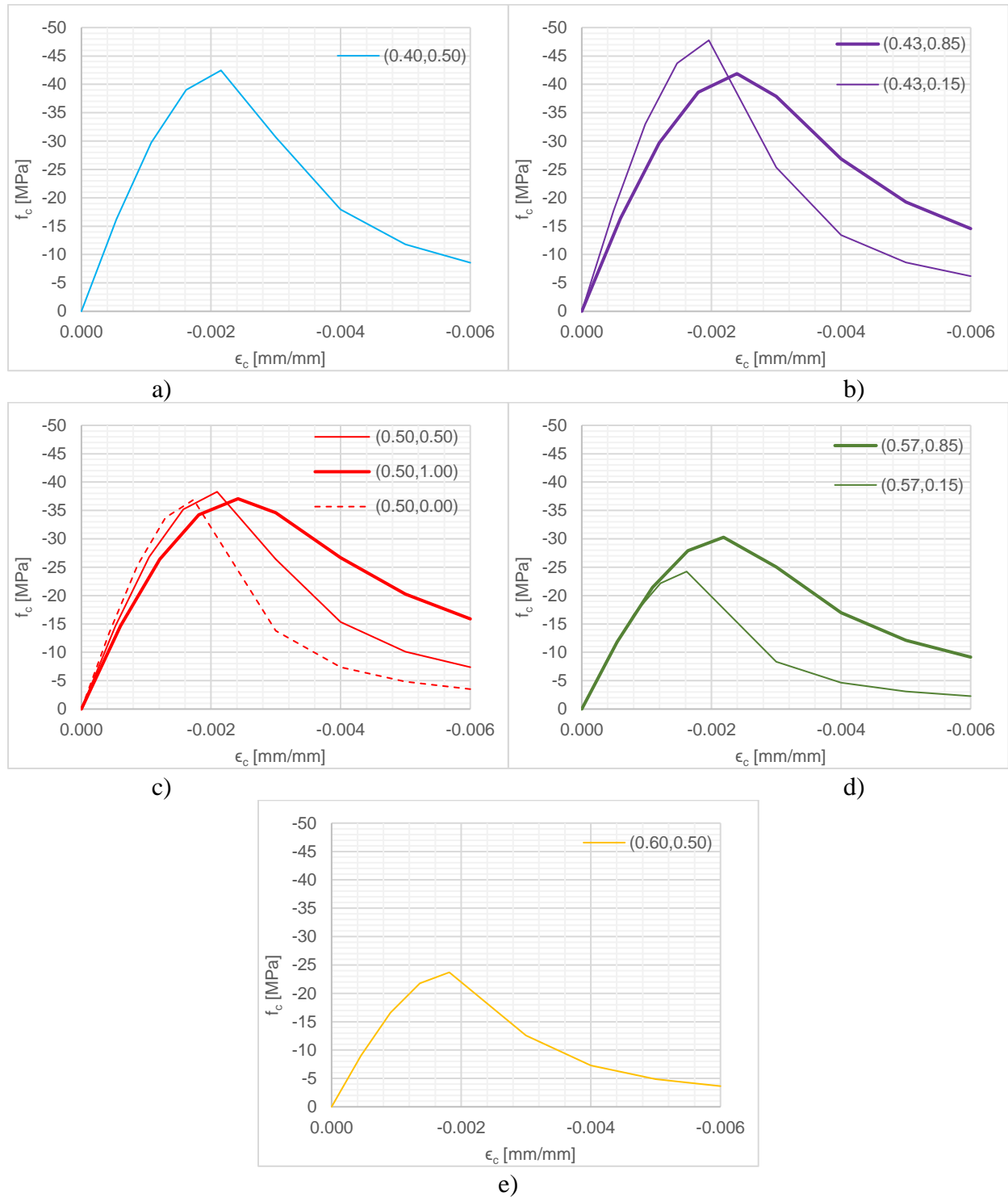
a/c	%F	f'_c [MPa]	E_c [MPa]	ϵ'_c [mm/mm]	α_a	α_d
0.50	0.50	38.30	29294.97	0.0021	1.60	3.45
0.43	0.85	41.88	29242.85	0.0024	1.67	2.07
0.50	1.00	37.07	26099.40	0.0024	1.70	1.50
0.57	0.85	30.28	23147.24	0.0022	1.67	2.07
0.50	0.00	36.89	31955.17	0.0017	1.50	5.40
0.57	0.15	24.24	22903.98	0.0016	1.53	4.83
0.40	0.50	42.46	31559.13	0.0022	1.60	3.45
0.60	0.50	23.70	20862.75	0.0018	1.60	3.45
0.43	0.15	47.76	37218.01	0.0020	1.53	4.83

Finalmente, las curvas esfuerzo-deformación unitaria en compresión para cada una de las dosificaciones que hacen parte del diseño experimental se muestran en la Figura 67. El signo negativo responde a la convención manejada en el modelado numérico, donde los esfuerzos y deformaciones unitarias de tracción se consideran positivas.

Figura 67.

Curvas esfuerzo-deformación unitaria en compresión para a) $a/c=0.40$, b) $a/c=0.43$, c)

$a/c=0.50$, d) $a/c=0.57$, e) $a/c=0.60$



Los resultados mostrados en la Figura 67 evidencian que el modelado constitutivo capta satisfactoriamente la disminución de f'_c a medida que aumenta la relación a/c y el aporte en aumento de capacidad de deformación y disipación de energía que, como ya se ha mencionado y justificado desde la literatura y los ensayos experimentales, incorporan las fibras al material.

7.2.2 Modelos constitutivos en tracción

El modelo constitutivo propuesto para el CACRFA en tracción dependió del módulo de elasticidad E_c , el coeficiente de fricción cinético μ_k , el ángulo de la cuña β , las curvas carga-desplazamiento del actuador obtenidas del ensayo Barcelona y el número de partes, n , en que se dividió el cilindro durante el ensayo. Los valores empleados de E_c son los mismos que para compresión, y los datos de las curvas carga-desplazamiento del actuador y los valores de n son los presentados en el ANEXO I. El valor de β fue de 25° según lo obtenido experimentalmente evidenciado en la Figura 63. Finalmente, el valor de μ_k se determinó a través de un proceso iterativo como se explicó en la metodología. Los valores de μ_k que proporcionaron resultados satisfactorios y por ende fueron seleccionados, se muestran en la Tabla 15. Todos los valores estuvieron dentro del dominio de 0.50 y 1.40 propuesto por el Model Code (International Federation for Structural Concrete, 2010) por lo cual se consideran satisfactorios.

Tabla 15.

Resultados del coeficiente de fricción cinética μ_k

a/c	%F	μ_k
0.50	0.50	0.55
0.43	0.85	0.80
0.50	1.00	0.55

a/c	%F	μ_k
0.57	0.85	0.95
0.50	0.00	0.60
0.57	0.15	0.60
0.40	0.50	0.55
0.60	0.50	1.00
0.43	0.15	0.60

Para cada punto experimental el modelo en tracción pentalinear se compone de los valores de deformación unitaria (i) ϵ_{t1} = deformación de agrietamiento, (ii) $\epsilon_{t2} = \epsilon_{t1} + 0.0002$, (iii) $\epsilon_{t3} = 0.0005$, (iv) $\epsilon_{t4} = 0.0075$ y (v) $\epsilon_{t5} = 0.015$, y los valores de esfuerzos f_{t1} , f_{t2} , f_{t3} , f_{t4} y f_{t5} , asociados a estos. El código de MATLAB a través del cual se implementó el modelo para determinar cada uno de estos esfuerzos se muestra en el ANEXO V.

Debido a que cada cilindro ensayado tiene un modelo diferente y se desea un modelo representativo de la muestra, se realizó un análisis para determinar los valores característicos obtenidos de la distribución de Weibull. Para evaluar el ajuste de cada uno de los resultados a la distribución de Weibull se calculó el valor-P para la prueba de Anderson-Darling. El código en MATLAB utilizado para realizar este proceso se muestra en el ANEXO IV. En la Tabla 16 se muestran los resultados de los valores característicos obtenidos con la distribución de Weibull y su valor-P asociado, para cada punto experimental.

Tabla 16.

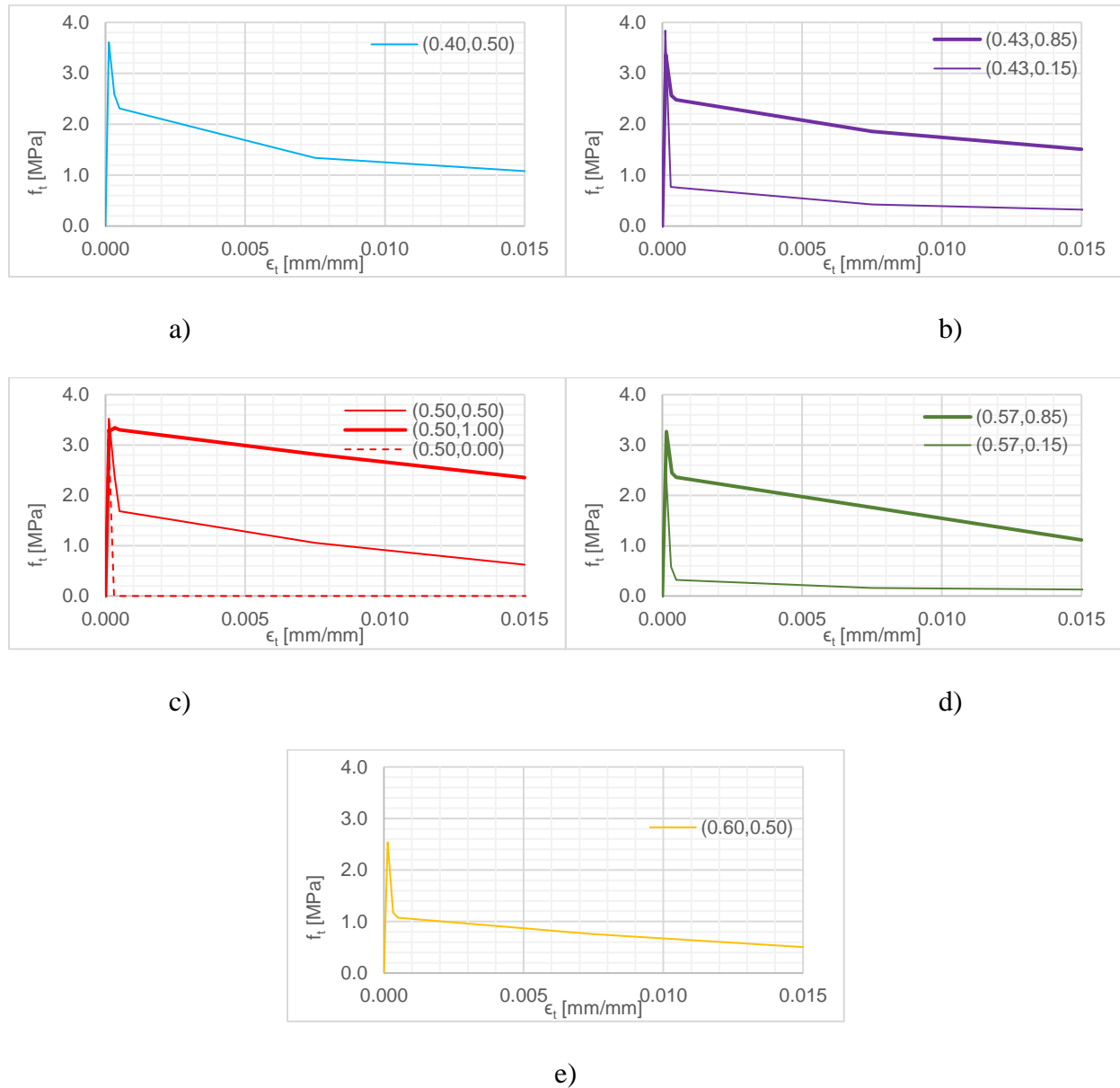
Resultados de valores de esfuerzos y deformaciones unitarias de tracción con la distribución de Weibull

a/c	%F	Distribución de Weibull											
		ϵ_{t1} [mm/mm]	valor- P	f_{t1} [MPa]	valor- P	f_{t2} [MPa]	valor- P	f_{t3} [MPa]	valor- P	f_{t4} [MPa]	valor- P	f_{t5} [MPa]	valor- P
0.50	0.50	0.000125	0.63	3.52	0.79	2.38	0.80	1.69	0.02	1.05	0.04	0.62	0.01
0.43	0.85	0.000121	0.84	3.36	0.97	2.56	0.99	2.48	0.80	1.86	0.89	1.51	0.92
0.50	1.00	0.000132	0.97	3.27	0.88	3.34	0.97	3.30	0.99	2.82	0.62	2.35	0.43
0.57	0.85	0.000142	0.87	3.27	0.87	2.44	0.96	2.36	0.89	1.76	0.82	1.11	0.63
0.50	0.00	0.000104	0.54	3.31	0.89	0.00	-	0.00	-	0.00	-	0.00	0.00
0.57	0.15	0.000115	0.78	2.62	0.93	0.58	0.84	0.32	0.94	0.16	0.89	0.13	0.97
0.40	0.50	0.000115	0.92	3.61	0.76	2.58	0.89	2.31	0.94	1.34	0.83	1.08	0.88
0.60	0.50	0.000128	0.76	2.54	0.67	1.17	0.99	1.07	0.82	0.76	0.83	0.50	0.93
0.43	0.15	0.000104	0.99	3.84	0.96	0.77	0.97	0.76	0.97	0.42	0.86	0.32	0.85

De los 45 resultados obtenidos, 42 cumplieron la hipótesis nula de distribución de Weibull. En tres puntos para $a/c=0.50$, $\%F=0.50\%$ no se cumplió la hipótesis nula, sin embargo, debido a que la mayoría de los resultados si cumplió la hipótesis y los resultados obtenidos con el modelo numérico para esta distribución fueron satisfactorios, se decidió continuar trabajando con la distribución de Weibull. El hecho de que no se cumpliera la hipótesis puede responder a que, para la fabricación de algunos especímenes de este punto experimental, fue necesario cambiar el espacio en que se realizó el proceso de curado a uno en el cual fue más complicado garantizar las condiciones ideales para este proceso, lo cual pudo condicionar los resultados. Para la dosificación $a/c=0.50$, $\%F=0.00\%$ no se realiza análisis una vez alcanzado el esfuerzo de agrietamiento f_{t1} y, debido a que, al no tener fibras, no tiene capacidad residual. Las curvas esfuerzo-deformación unitaria en tracción para cada una de las dosificaciones se muestran en la Figura 68.

Figura 68.

Curvas esfuerzo-deformación unitaria en tracción para a) $a/c=0.40$, b) $a/c=0.43$, c) $a/c=0.50$, d) $a/c=0.57$, e) $a/c=0.60$



Como se visualiza en los resultados, el modelo constitutivo de tracción es capaz de representar adecuadamente el aporte de las fibras, puesto que el esfuerzo de agrietamiento se relaciona de manera inversa con a/c y sus valores están entre 2.54 y 3.84 [MPa]. Según el Model

Code (International Federation for Structural Concrete, 2010) para concretos con valores característicos f'_c entre 24.24 y 47.76 [MPa], los valores del esfuerzo de agrietamiento se encuentran entre 1.75 y 5.13 [MPa], lo que evidencia que los resultados obtenidos son satisfactorios. Adicionalmente la capacidad residual se incrementa conforme aumenta la cantidad de fibras, no obstante en todos los casos se observa una tendencia marcada a disminuir de la capacidad residual la deformación unitaria, esto comparado a resultados obtenidos por otros autores (Campione & Letizia Mangiavillano, 2008; Filipe Laranjeira, 2010; Moradi et al., 2019) para modelos constitutivos estimados con ensayos que tienen más estudios como los ensayos de flexión y ensayos de tracción directa, muestra que los resultados de este modelo son conservadores especialmente para niveles altos de deformación unitaria. Esto se debe principalmente a la suposición de la distribución uniforme de esfuerzos en toda el área en la que se forma la grieta en el cilindro Barcelona (Blanco et al., 2014), que en particular deja de ser cierta para niveles altos de deformación, pues entre mayor deformación experimenta el espécimen, más son las fibras que pueden experimentar el efecto de pérdida de adherencia, haciendo que el área de influencia en la que se distribuyen los esfuerzos sea menor.

7.3 Modelado numérico y superficies de respuesta

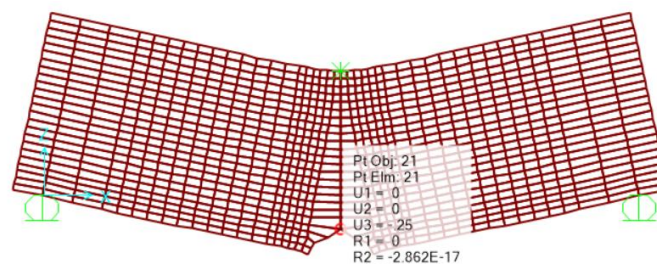
A continuación, se presentan los resultados obtenidos de los modelos numéricos calibrados del EFCP, los resultados de superficies de respuesta y los resultados de modelado numérico para diferentes a/c y %F para entrenamiento de la RNA.

7.3.1 Modelos numéricos del ensayo de flexión de cuatro puntos calibrados

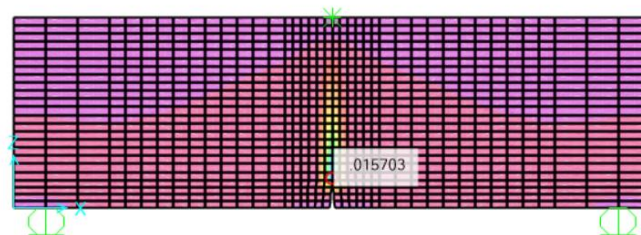
El proceso de calibración de los modelos numéricos se realizó de forma iterativa modificando el parámetro μ_k hasta obtener los modelos constitutivos de tracción presentados en la sección previa, para los cuales se obtuvieron resultados coherentes de momento flector resistente. El modelado permitió captar el comportamiento de las vigas en la curva carga-deflexión hasta una deflexión aproximada de 0.25 [mm], esto debido a que como muestra la Figura 69, para valores aproximados de esta deflexión, las vigas alcanzaban deformaciones unitarias de alrededor de 0.015, valor máximo de las curvas esfuerzo-deformación unitaria. Una vez alcanzado este valor el elemento se volvió inestable y por ende se terminó el análisis.

Figura 69.

Resultados en último paso del análisis para viga con $a/c=0.50$ y $\%F=0.50\%$ a) Desplazamiento objetivo en [mm], b) Deformación unitaria máxima



a)



b)

El fenómeno previamente descrito es consistente con la naturaleza del problema, dado que se trata de la fibra más traccionada de la sección más solicitada a momento flector y, adicional a esto, existe una entalladura que induce concentración de esfuerzos y por ende aún mayor deformación. Para lograr modelos que capten mayor recorrido de la curva, investigadores como (Abbas et al., 2016) han aplicado exitosamente curvas esfuerzo-deformación unitaria en tracción con deformaciones unitarias límite entre 0.025 y 0.030. Todas las vigas con $\%F > 0.15$ alcanzaron deformaciones cercanas a 0.015, asociadas a una deflexión de 0.25 [mm], antes de perder el equilibrio. Esto se explica debido a que especímenes con nula cantidad de fibras pierden el equilibrio cuando se alcanza el esfuerzo de agrietamiento y dosificaciones con poca capacidad residual físicamente pierden el equilibrio antes de incluso alcanzar el desplazamiento objetivo. En la Tabla 17 se muestran los resultados de carga máxima hasta 0.25 [mm] P_{max} , las deformaciones unitarias máximas para la deflexión máxima alcanzada, (i) deformación de tracción $\epsilon_{t,max}$, ubicada en la parte superior de la entalladura, y (ii) deformación de compresión $\epsilon_{c,max}$, ubicada en la parte superior de la sección, tiempo de cómputo del análisis, y cantidad de pasos mínimos con que se corrió el análisis. Inicialmente se propuso trabajar con 500 pasos como se describió en la metodología, sin embargo, para algunos modelos fue necesario cambiar el número de pasos a valores cercanos a 1000 para alcanzar convergencia.

Tabla 17.

Resultados del modelo numérico para cada dosificación parte del diseño experimental

a/c	%F	P_{max} [kN]	$\epsilon_{c,max}$ [mm/mm]	$\epsilon_{t,max}$ [mm/mm]	tiempo [min]
0.50	0.50	20.40	0.00061	0.01701	6.42
0.43	0.85	27.93	0.00060	0.01425	3.40
0.50	1.00	37.64	0.00059	0.00093	6.74
0.57	0.85	26.01	0.00062	0.01130	6.62

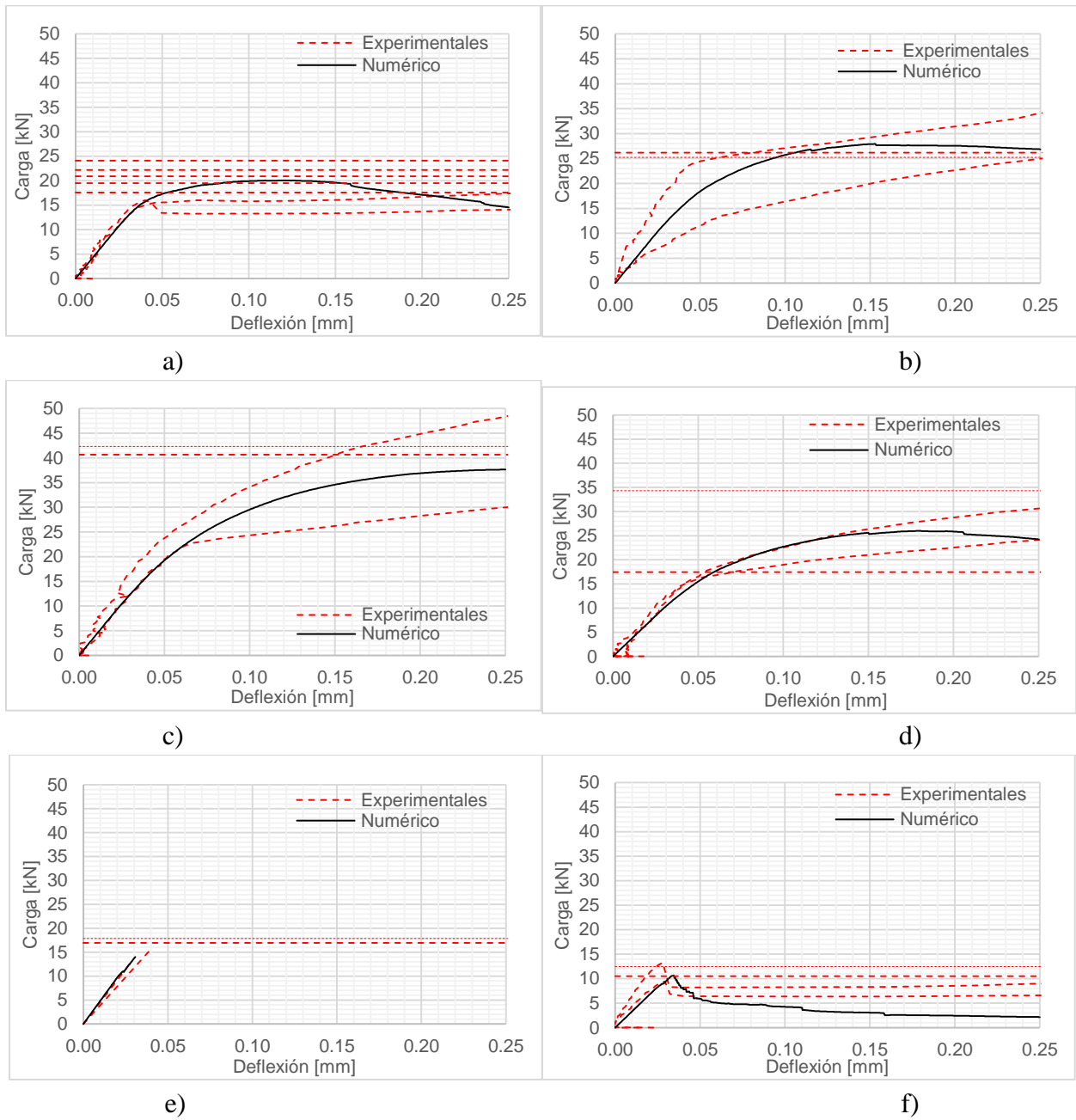
a/c	%F	P _{max} [kN]	ε _{c,max} [mm/mm]	ε _{t,max} [mm/mm]	tiempo [min]
0.50	0.00	14.01	0.00005	0.00032	11.48
0.57	0.15	10.69	0.00049	0.02110	13.87
0.40	0.50	25.94	0.00062	0.01580	6.52
0.60	0.50	12.96	0.00064	0.01728	6.67
0.43	0.15	17.52	0.00028	0.00720	11.48

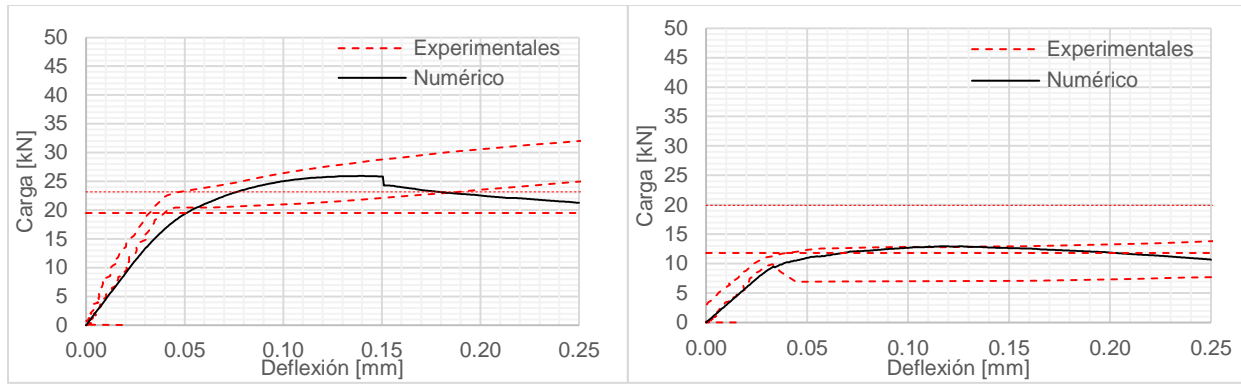
Como se puede ver en la Tabla 17, para las dosificaciones con menor cantidad de fibras el modelo tomó más tiempo en alcanzar la solución, lo que se puede asociar a la baja o nula cantidad de esfuerzo residual.

La Figura 70 muestra los resultados de las curvas carga-deflexión obtenidas del modelo numérico comparadas a los resultados experimentales. En dicha figura se grafican solo dos curvas de carga-deflexión experimentales ya que fue lo que se obtuvo con el CID, las líneas horizontales son los valores experimentales de carga asociados a una deflexión aproximada de 0.25 [mm] para los cuales no fue posible implementar CID. Con base en los resultados de carga máxima se estimó el momento flector resistente resultado del modelo numérico utilizando la ecuación (9), estos resultados se presentan en la Tabla 18.

Figura 70.

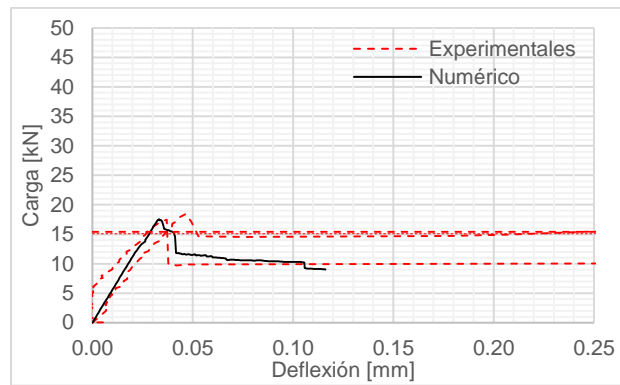
Resultados de curvas carga-deflexión para vigas con (a/c, %F) a) (0.50, 0.50), b) (0.43, 0.85), c) (0.50, 1.00), d) (0.57, 0.85), e) (0.50, 0.00), f) (0.57, 0.15), g) (0.40, 0.50), h) (0.60, 0.50), i) (0.43, 0.15)





g)

h)



i)

Tabla 18.

Resultados numéricos de $M_{0.25}$ en [N·m] en el EFCP para las diferentes dosificaciones que hacen parte del diseño de experimentos

	a/c				
	0.40	0.43	0.50	0.57	0.60
0.00	-	-	1050.60	-	-
0.15	-	1314.00	-	801.45	-
%F 0.50	1945.65	-	1502.63	-	972.08
0.85	-	2094.75	-	1950.83	-
1.00	-	-	2822.78	-	-

Las gráficas de las curvas carga-deflexión, presentadas en la Figura 70, evidencian que en la parte lineal los resultados numéricos y experimentales son muy similares, los valores calculados

de E_c son una buena estimación, adicional en todos los casos se puede ver como para todas las gráficas coincide el final de la parte lineal experimental y numérica, lo que indica que las estimaciones hechas del esfuerzo de agrietamiento son adecuadas. También resalta que las deformaciones unitarias del concreto en compresión oscilan entre 0.00058 y 0.00064, lo que corresponde a valores de esfuerzo aproximados de $0.40f'_c$, valor esperado para el concreto trabajando en estado de servicio según (Buttigol et al., 2018; Comisión asesora permanente para el régimen de construcciones sismo resistentes, 2010). De las curvas también resalta que valores de deflexión entre 0.10 [mm] y 0.15 [mm] exhiben una leve divergencia entre los resultados experimentales y numéricos, dónde las primeras siguen mostrando un comportamiento de endurecimiento mientras que las numéricas muestran un comportamiento de ablandamiento. Esto se presentó para todos los casos independiente de los parámetros asignados al modelo. De una revisión de los resultados de deformación unitaria en el modelo se encontró que, para dicho rango de deflexiones, la deformación unitaria máxima de tracción está alrededor de 0.0009. La tendencia de la curva carga-deflexión está asociada a la magnitud de los esfuerzos de tracción del modelo constitutivo, dónde se verá un comportamiento de endurecimiento entre mayores sean los esfuerzos residuales y de ablandamiento entre menores (Özcan et al., 2009b) por lo cual la divergencia puede existir debido a la metodología conservadora con que el modelo estima los esfuerzos residuales de tracción a partir de esta deformación. Evidencia que soporta esta hipótesis se presenta en (Abbas et al., 2016; Dlouhý & Pouillon, 2019; Jafarifar et al., 2017) donde se proponen modelos constitutivos menos conservadores en el cálculo de los esfuerzos residuales, que, comparados con modelos más conservadores, obtienen mejores resultados cuando se comparan los resultados experimentales y numéricos de las curvas carga-deflexión, sin embargo, estos modelos no se basan en el ensayo Barcelona. Finalmente, la Tabla 19 muestra los resultados

experimentales de momento flector resistente comparados con los resultados del modelo numérico, donde se evidencia que, a pesar de la divergencia, los porcentajes de error se encuentran entre 1% y 11%, el modelo constituye un buen estimativo para estimar resistencias a momento flector, objetivo del proyecto.

Tabla 19.

Comparación de resultados experimentales y numéricos de $M_{0.25}$ en el EFCP

a/c	%F	$M_{0.25}$ Experimental [N·m]	$M_{0.25}$ Numérico [N·m]	% error
0.50	0.50	1492.45	1502.63	0.68
0.43	0.85	2063.68	2094.75	1.51
0.50	1.00	3020.57	2822.78	6.55
0.57	0.85	1986.93	1950.83	1.82
0.50	0.00	1181.11	1050.60	11.05
0.57	0.15	856.77	801.45	6.46
0.40	0.50	1857.93	1945.65	4.72
0.60	0.50	1037.68	972.08	6.32
0.43	0.15	1245.62	1314.00	5.49

7.3.2 Superficies de respuesta

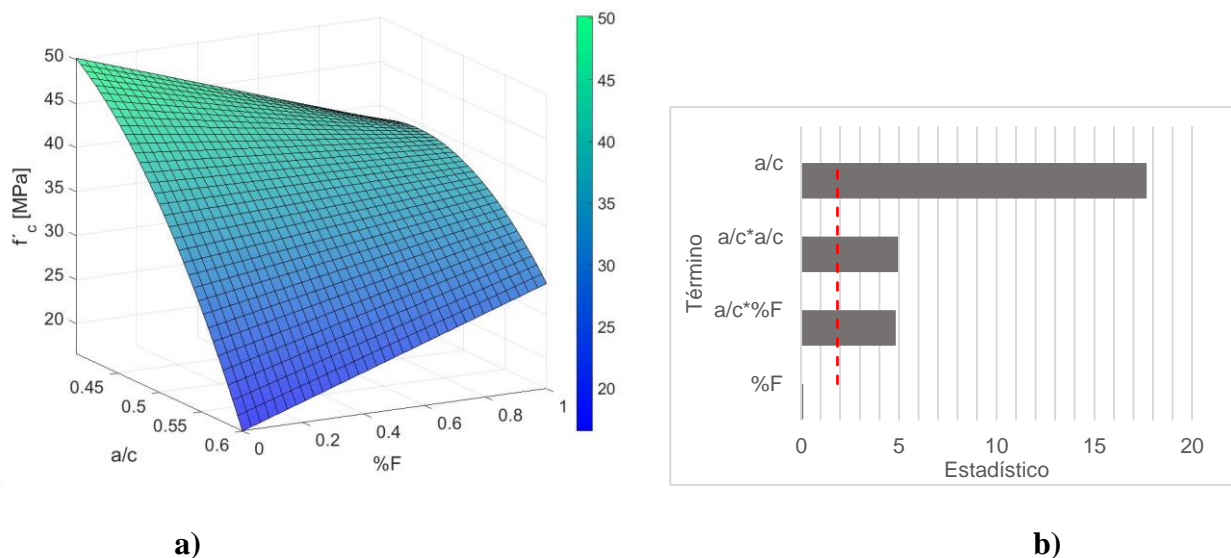
Una vez estimadas los modelos constitutivos de los puntos experimentales para los cuales se obtuvieron resultados satisfactorios en el modelo numérico del EFCP, se procedió a relacionar los parámetros de entrada del diseño experimental a/c y %F con cada uno de los parámetros independientes que describían los modelos constitutivos f'_c , f_{t1} , f_{t2} , f_{t3} , f_{t4} y f_{t5} , a través de superficies de respuesta depuradas utilizando el software Minitab V.16® (Minitab LLC, 2016). Las ecuaciones 43 a 48 muestran las ecuaciones de las superficies de respuesta depuradas y las Figuras 71 a 76 muestran los resultados de la gráfica de las superficies de respuesta y los diagramas de Pareto para los estadísticos de la prueba de sensibilidad estadística que permite saber frente

respecto a que factores es más sensible la respuesta. En estos diagramas de Pareto se grafica el estadístico de la prueba ANOVA para cada término y se compara con la línea punteada que es el resultado del estadístico asociado al $\alpha=0.10$. Si los estadísticos de cada término son mayores que el asociado a $\alpha=0.10$, el término se considera significativo y por ende la respuesta es sensible al mismo, donde entre mayor el estadístico del término, más repercute en la respuesta. En la Tabla 20 se muestran los resultados del coeficiente de correlación R^2 para cada modelo y los resultados del valor-P para la prueba de Anderson-Darling que verifica si el modelo o no es válido.

$$f'_c = -459.40 * \left(\frac{a}{c}\right)^2 + 118.80 * \%F * \left(\frac{a}{c}\right) - 59.30 * \%F + 291.20 * \left(\frac{a}{c}\right) + 7.20 \quad (43)$$

Figura 71.

Resultados de análisis de superficie de respuesta para f'_c a) Gráfica de superficie de respuesta, b) Diagrama de Pareto



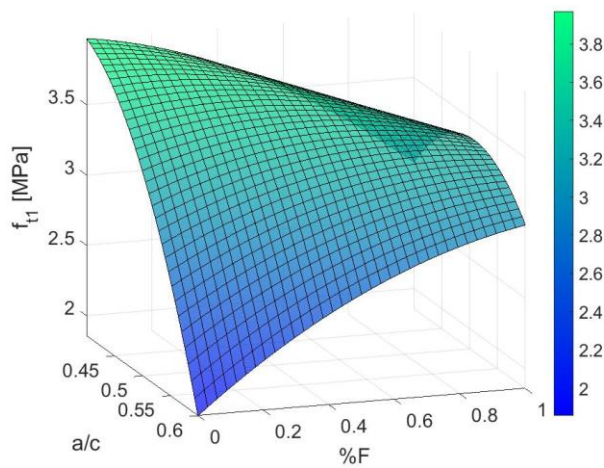
$$f_{t1} = -0.74 * \%F^2 - 40.16 * \left(\frac{a}{c}\right)^2 + 11.17 * \%F * \left(\frac{a}{c}\right) - 4.80 * \%F + 29.59 * \left(\frac{a}{c}\right) -$$

1.44 (44)

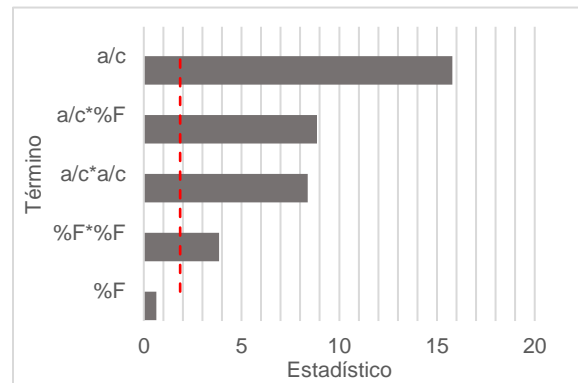
Figura 72.

Resultados de análisis de superficie de respuesta para f_{t1} a) Gráfica de superficie de respuesta,

b) Diagrama de Pareto



a)



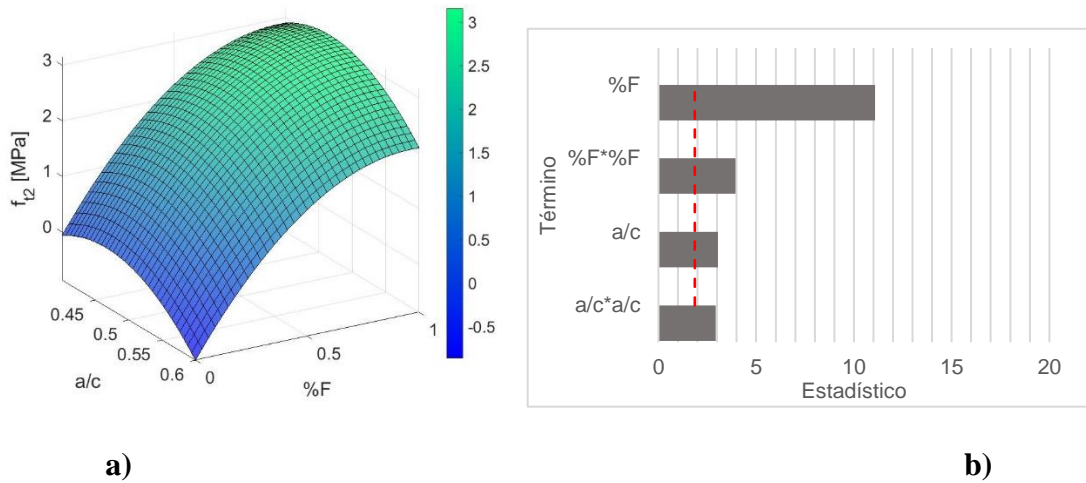
b)

$$f_{t2} = -3.19 * \%F^2 - 59.10 * \left(\frac{a}{c}\right)^2 + 6.15 * \%F + 55.10 * \left(\frac{a}{c}\right) - 12.65 \quad (45)$$

Figura 73.

Resultados de análisis de superficie de respuesta para f_{t2} a) Gráfica de superficie de respuesta,

b) Diagrama de Pareto

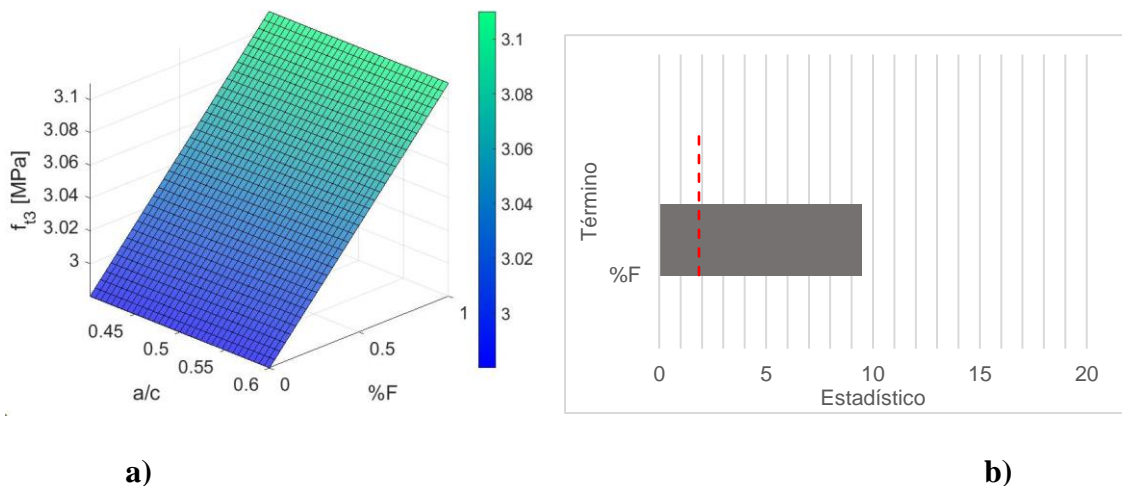


$$f_{t3} = 0.13 * \%F + 2.98 \tag{46}$$

Figura 74.

Resultados de análisis de superficie de respuesta para f_{t3} a) Gráfica de superficie de respuesta,

b) Diagrama de Pareto

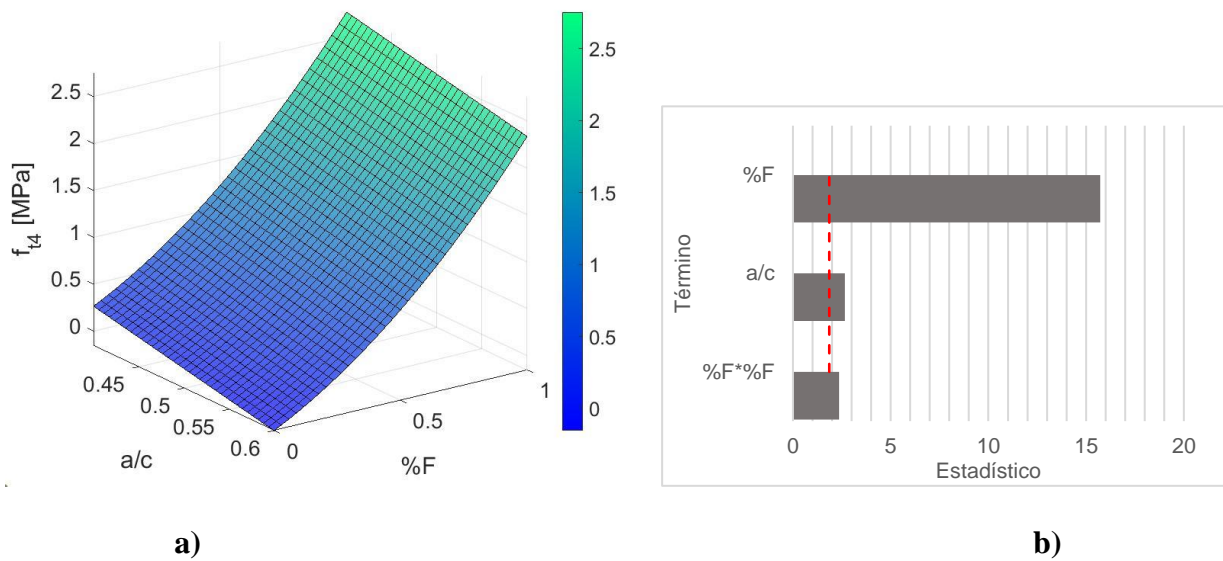


$$f_{t4} = 1.12 * \%F^2 + 1.37 * \%F - 2.09 * \left(\frac{a}{c}\right) + 1.10 \quad (47)$$

Figura 75.

Resultados de análisis de superficie de respuesta para f_{t4} a) Gráfica de superficie de respuesta,

b) Diagrama de Pareto



$$f_{t5} = 1.73 * \%F^2 + 0.25 * \%F - 2.38 * \left(\frac{a}{c}\right) + 1.27 \quad (48)$$

Figura 76.

Resultados de análisis de superficie de respuesta para f_{15} a) Gráfica de superficie de respuesta,

b) Diagrama de Pareto

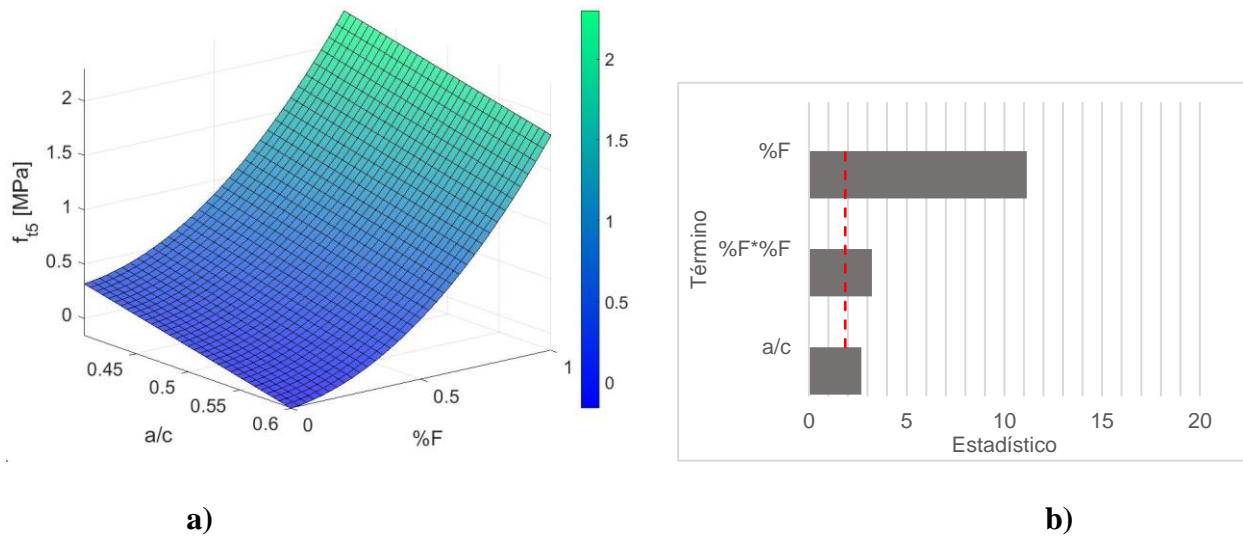


Tabla 20.

Coeficientes de correlación y valores-P de la prueba de Anderson-Darling para modelos de superficie de respuesta

Modelo	R^2	valor-P	¿Estadísticamente significativo?
f_c	0.97	0.17	SI
f_{1t}	0.98	0.35	SI
f_{2t}	0.95	0.80	SI
f_{3t}	0.89	0.62	SI
f_{4t}	0.97	0.54	SI
f_{5t}	0.94	0.90	SI

De los resultados presentados en la Tabla 20 es posible ver que debido a que todos los valores-P fueron mayores que 0.10, se puede considerar que los datos se pueden modelar a través de la técnica de superficie de respuesta, adicionalmente los valores de R^2 muestran que los modelos

son una buena aproximación para relacionar a/c y $\%F$ con los diferentes esfuerzos. Del modelo y diagrama de Pareto de f'_c es posible ver que el factor que más influye en la respuesta es a/c como se había mencionado previamente y que, existe también en menor medida, dependencia del $\%F$. Del modelo de f_{i1} , el cual corresponde físicamente al esfuerzo de agrietamiento del material, se evidencia que dicha cantidad es más sensible a la relación a/c como se esperaba y en menor medida al $\%F$. Vale la pena observar que la tendencia de las superficies de respuesta de f'_c y f_{i1} son similares, hecho que ratifica la relación proporcional que existe entre ambas cantidades. De los modelos de f_{i2} , f_{i3} , f_{i4} y f_{i5} , es interesante ver como en todos los casos el término que más influye es $\%F$, y adicional a eso que a mayor $\%F$ mayor magnitud de los esfuerzos. Esto reitera la dependencia de la capacidad residual del CACRFA respecto al $\%F$. Cabe resaltar que, para estos cuatro últimos modelos, es posible que se presenten valores negativos de esfuerzos para zonas cercanas a la cantidad nula de $\%F$, lo cual sucede debido a que la superficie de respuesta es una función continua. El significado físico de esto es que en esos valores el material no tiene capacidad residual, por lo cual, al momento de implementar los modelos para determinar las relaciones constitutivas para diferentes a/c y $\%F$, en caso de obtenerse un valor de esfuerzo negativo, se considera este resultado como cero.

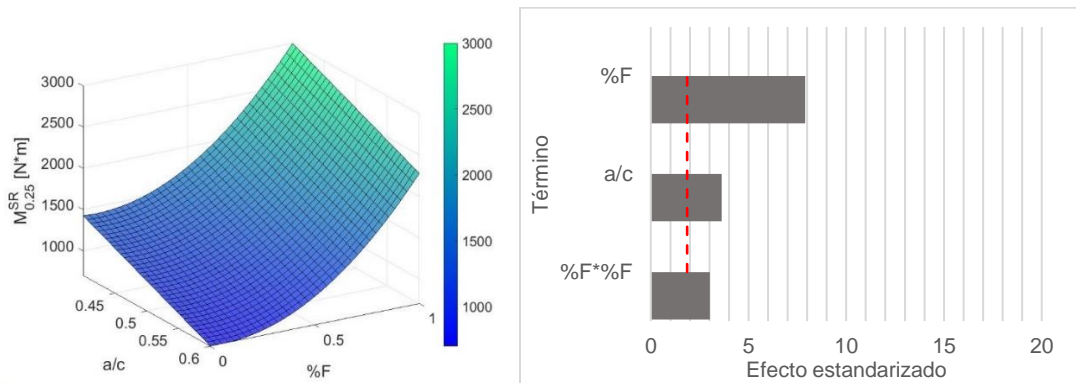
Finalmente, y con el fin de comparar los resultados finales de la RNA a aquellos de un modelo de regresión más sencillo, se realizó el modelo de superficie de respuesta del momento flector resistente para una deflexión de 0.25 [mm], $M^{SR}_{0.25}$, en función de a/c y $\%F$. Los datos de momento flector utilizados para realizar la regresión fueron los obtenidos del análisis numérico de elementos finitos, esto con el fin que sea comparable con lo obtenido de la RNA, debido a que esta última se entrenará con datos provenientes del análisis numérico. La ecuación (49) presenta la función de superficie de respuesta de $M^{SR}_{0.25}$ y la Figura 77 su gráfica y el diagrama de Pareto.

Ambas variables, a/c y $\%F$ resultaron estadísticamente significativas lo que quiere decir que la resistencia a momento flector depende de ambas, también resalta que el modelo obtenido tiene un $R^2=0.904$ y un valor- $P=0.249$, por lo cual se cumple con la hipótesis estadística de normalidad requerida para la superficie de respuesta y es una buena aproximación de $M_{0.25}^{SR}$, en función de a/c y $\%F$. Adicionalmente, de la forma de la gráfica de superficie de respuesta es fácil evidenciar que el modelo capta el comportamiento físico real del problema, a mayor cantidad de $\%F$ y menor a/c , recordando que a/c se relaciona inversamente con f_c y f_{lt} , mayor resistencia a momento flector.

$$M_{0.25}^{SR} = 1802 * \%F^2 - 232 * \%F - 3584 * \frac{a}{c} + 2859 \quad (49)$$

Figura 77.

Resultados de análisis de superficie de respuesta para $M_{0.25}^{SR}$ a) Gráfica de superficie de respuesta, b) Diagrama de Pareto



7.3.3 Modelado numérico para diferentes a/c y $\%F$ para entrenamiento de la RNA

Para el entrenamiento de la RNA se determinaron cada uno de los modelos constitutivos para valores de a/c desde 0.40 a 0.60 cada 0.02 y de $\%F$ desde 0.00% a 1.00% cada 0.1, utilizando

las superficies de respuesta, para un total de 121 datos. Los resultados de dichos parámetros se pueden encontrar en el ANEXO VI. Obtenidos todos los modelos constitutivos se ingresaron al modelo numérico en SAP2000 con ayuda de la OAPI programada en MATLAB, cuyo código creado por el autor se muestra en el ANEXO VII. Obtenidas todas las curvas de capacidad se extrajo la carga máxima y se determinó el momento flector resistente para una deflexión de hasta 0.25 [mm]. Finalmente, los resultados se organizaron en una permutación aleatoria para su uso en el entrenamiento de la RNA, según recomiendan en (Açikgenç et al., 2015). Los resultados obtenidos, se muestran en la Tabla 21.

Tabla 21.

Resultados para entrenamiento de RNA

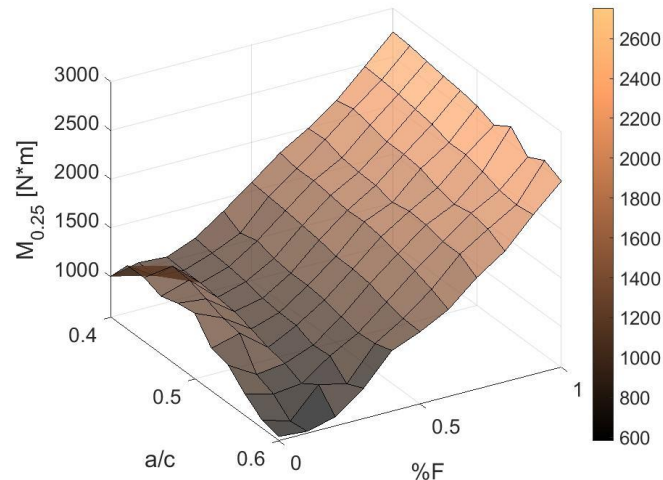
N°	a/c	%F	M _{0.25} [N·m]	t [min]	N°	a/c	%F	M _{0.25} [N·m]	t [min]	N°	a/c	%F	M _{0.25} [N·m]	t [min]
1	0.46	0.40	1265.10	5.71	42	0.58	0.80	2024.41	5.34	83	0.42	0.90	2464.02	5.18
2	0.40	0.20	1050.15	10.74	43	0.40	0.90	2475.15	5.23	84	0.48	1.00	2660.57	5.22
3	0.50	0.30	1039.32	13.70	44	0.54	0.00	976.66	7.18	85	0.50	0.70	1867.55	5.58
4	0.54	0.80	2025.51	5.35	45	0.58	0.50	1332.29	6.41	86	0.58	0.90	2197.11	5.43
5	0.42	1.00	2738.76	5.20	46	0.54	0.40	1174.11	8.10	87	0.48	0.50	1504.48	5.54
6	0.46	0.90	2418.03	5.20	47	0.48	0.40	1240.19	5.46	88	0.42	0.50	1570.17	5.24
7	0.44	1.00	2706.82	5.14	48	0.40	0.80	2202.04	5.32	89	0.56	0.50	1374.58	11.83
8	0.52	1.00	2558.62	5.17	49	0.58	0.30	814.02	8.13	90	0.58	1.00	2575.60	11.02
9	0.48	0.20	997.45	22.72	50	0.52	0.90	2330.57	6.32	91	0.56	0.90	2220.13	5.82
10	0.58	0.20	882.11	5.72	51	0.56	0.20	767.72	6.89	92	0.54	0.20	846.42	8.31
11	0.42	0.30	1141.42	14.21	52	0.44	0.30	1129.00	8.88	93	0.58	0.00	670.36	6.48
12	0.60	0.40	1206.99	14.47	53	0.50	0.80	2136.54	5.23	94	0.54	0.50	1437.28	5.62
13	0.46	0.10	1269.69	5.40	54	0.52	0.20	882.71	14.11	95	0.46	0.30	1102.21	11.34
14	0.52	0.70	1901.82	5.25	55	0.52	0.80	2067.68	6.29	96	0.54	0.10	807.92	6.25
15	0.54	0.30	958.78	9.66	56	0.42	0.80	2242.84	5.43	97	0.54	1.00	2669.68	7.12
16	0.40	0.70	1991.86	5.33	57	0.46	0.50	1527.71	5.47	98	0.50	0.20	946.65	6.19
17	0.50	1.00	2626.10	5.28	58	0.44	0.40	1318.72	8.57	99	0.58	0.40	1151.74	10.24
18	0.40	0.10	1068.53	6.99	59	0.56	0.70	1843.93	5.29	100	0.50	0.90	2328.71	5.20
19	0.40	0.50	1588.25	5.39	60	0.58	0.70	1839.62	5.50	101	0.48	0.70	1914.10	5.37
20	0.44	0.20	1036.38	19.87	61	0.58	0.10	582.19	10.99	102	0.42	0.00	1239.52	9.30
21	0.48	0.10	1202.78	6.15	62	0.44	0.70	1944.08	5.37	103	0.50	0.10	1134.16	5.53

N°	a/c	%F	M _{0.25} [N·m]	t [min]	N°	a/c	%F	M _{0.25} [N·m]	t [min]	N°	a/c	%F	M _{0.25} [N·m]	t [min]
22	0.42	0.40	1271.62	5.41	63	0.50	0.60	1742.66	10.31	104	0.44	0.00	1243.30	6.51
23	0.60	0.30	895.44	9.10	64	0.44	0.80	2205.60	5.27	105	0.46	1.00	2680.69	5.24
24	0.60	0.80	1924.09	5.95	65	0.56	0.60	1620.30	5.91	106	0.40	0.40	1369.52	12.94
25	0.58	0.60	1557.59	8.63	66	0.56	1.00	2483.93	6.04	107	0.50	0.00	1259.09	5.15
26	0.52	0.30	1032.27	14.98	67	0.54	0.70	1889.10	5.28	108	0.50	0.40	1240.07	5.26
27	0.54	0.60	1667.80	5.82	68	0.52	0.10	1103.32	19.38	109	0.42	0.60	1780.64	6.15
28	0.40	0.00	1001.40	8.03	69	0.46	0.80	2160.29	5.21	110	0.52	0.50	1461.76	5.21
29	0.56	0.40	1135.24	5.50	70	0.46	0.20	1015.90	17.77	111	0.48	0.60	1733.21	5.30
30	0.42	0.20	1038.60	30.14	71	0.44	0.50	1552.47	5.42	112	0.44	0.90	2445.07	5.18
31	0.56	0.30	974.08	5.89	72	0.50	0.50	1464.50	5.30	113	0.48	0.00	1233.51	7.05
32	0.40	0.30	1168.10	14.68	73	0.60	0.70	1727.46	5.89	114	0.60	0.60	1476.34	5.61
33	0.42	0.10	1057.30	29.82	74	0.42	0.70	2004.64	5.29	115	0.48	0.80	2156.85	5.61
34	0.48	0.90	2389.88	6.97	75	0.52	0.60	1716.18	5.22	116	0.44	0.60	1783.99	5.29
35	0.46	0.60	1760.85	5.74	76	0.52	0.00	1025.58	5.05	117	0.60	0.10	604.90	5.47
36	0.60	0.50	1324.84	10.74	77	0.40	1.00	2753.70	5.22	118	0.52	0.40	1219.46	5.30
37	0.60	0.90	2221.91	7.07	78	0.46	0.00	1179.32	5.34	119	0.48	0.30	1059.67	8.72
38	0.60	1.00	2489.86	12.75	79	0.46	0.70	1923.56	5.25	120	0.40	0.60	1816.21	7.45
39	0.60	0.00	627.61	5.00	80	0.44	0.10	1285.83	5.87	121	0.56	0.80	2060.34	6.19
40	0.56	0.10	733.67	27.64	81	0.54	0.90	2286.25	5.70					
41	0.60	0.20	676.92	23.94	82	0.56	0.00	805.94	7.39					

Adicional a los resultados, en la Tabla 21 se presentan los tiempos de cómputo que empleó cada modelo, para un total de tiempo de cómputo de los datos de entrenamiento para la RNA de 16.26 horas. Finalmente, la Figura 78 presenta los datos de M_{0.25} vs. a/c, %F, graficados, lo cual permite de antemano evidenciar que la tendencia real de los resultados del modelo numérico se asemeja a la predicha con la metodología de superficie de respuesta, sin embargo, existen pequeñas no linealidades, particularmente entre 0% y 0.2% de %F, que el modelo de superficie de respuesta no es capaz de captar.

Figura 78.

Resultados de $M_{0.25}$ para entrenamiento de la RNA



7.4 Red neural artificial

Para el entrenamiento de la RNA se realizó el proceso de optimización de los pesos, implementando MBP, PSO y GSA, y utilizando los datos 1 a 84, los cuales correspondieron a los datos de entrenamiento. En paralelo, una vez estimados los pesos en cada iteración, se calculó el resultado del error para los datos del 85 al 108, los cuales correspondían a los datos de calibración. Este procedimiento se llevó a cabo cinco veces para cada una de las diferentes arquitecturas de RNA, es decir, con 1 o 2 capas ocultas HL y 2, 5, 10 o 20 neuronas por capa oculta HN , para un total de 120 simulaciones de la RNA. Una vez verificado que no existiera sobreajuste, se procedió a evaluar el resultado de error con cada RNA utilizando los pesos estimados en cada simulación. La cantidad de pesos a entrenar N_w por cada RNA, los cuales corresponden a las variables de optimización y su cantidad se calcula con la ecuación (24), se muestran en la Tabla 22. El código para el proceso de selección de la arquitectura, selección de método de entrenamiento y cálculo

del error de la RNA se presentan en el ANEXO VIII y los códigos de cada uno de los métodos de entrenamiento se presentan en el ANEXO IX. Las Figuras 79 a 81 presentan los resultados de error promedio vs. iteración, para cuatro simulaciones, máximo y mínimo número de neuronas y capas ocultas, utilizando cada uno de los métodos de optimización. El error promedio se calcula como el resultado de la función objetivo de error total dividida en el número de datos de validación o calibración, según corresponda.

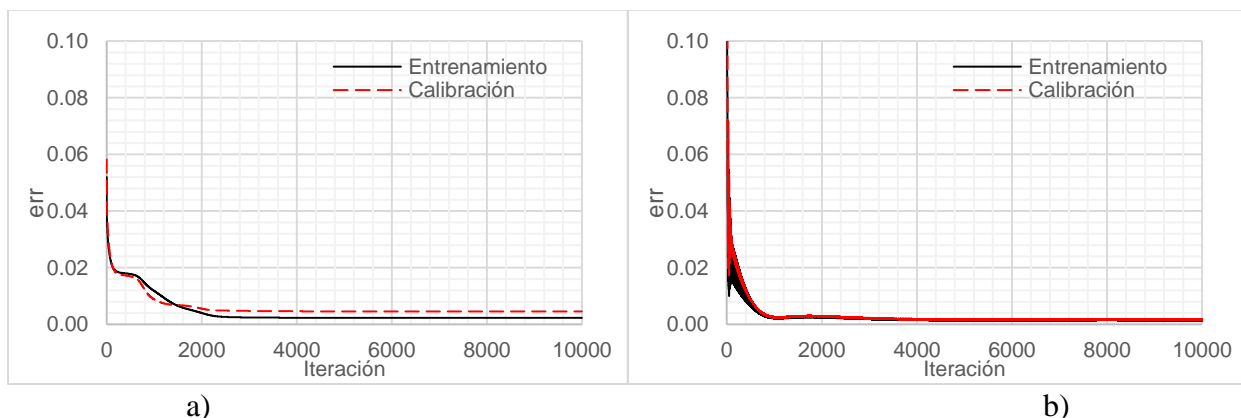
Tabla 22.

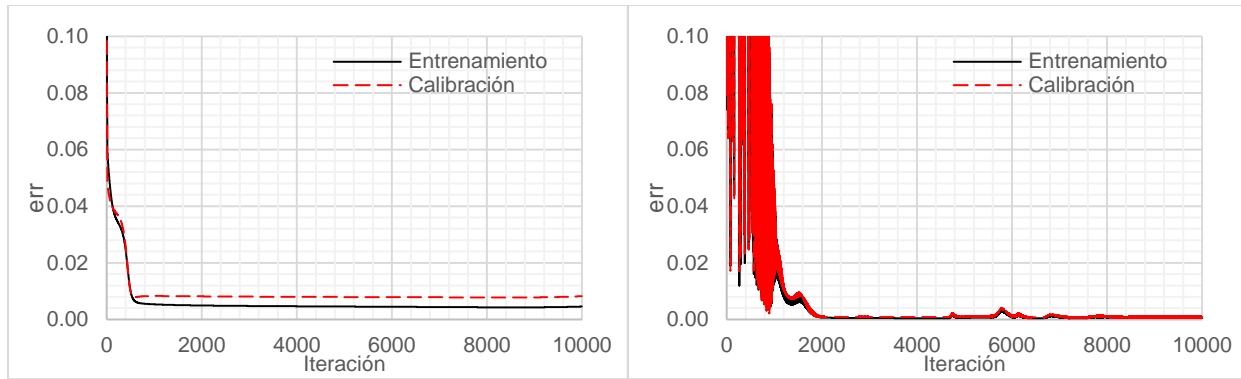
Cantidad de pesos a entrenar en cada RNA

HL	HN	Nw
1	2	9
1	5	21
1	10	41
1	20	81
2	2	15
2	5	51
2	10	151
2	20	501

Figura 79.

Resultados de entrenamiento de la RNA para una iteración con MBP a) HL=1 HN=2, b) HL=1 HN=20, c) HL=2 HN=2, d) HL=2 HN=20



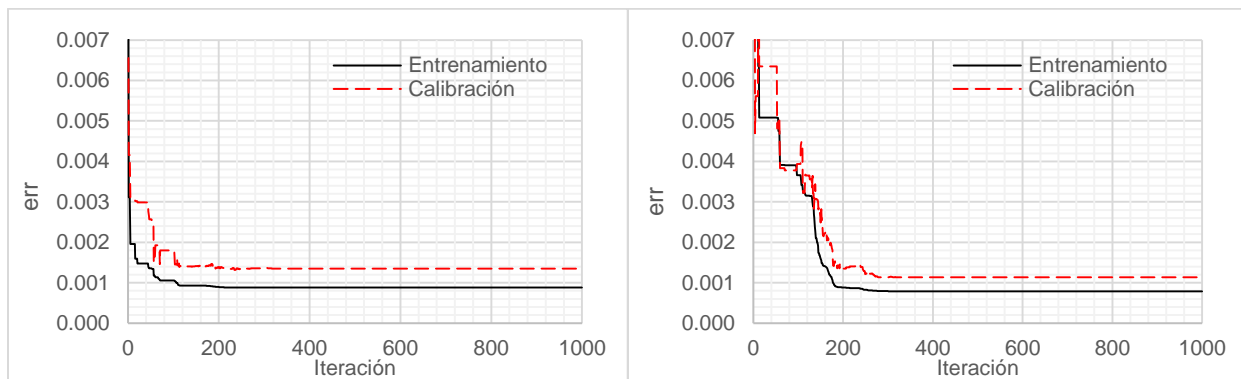


c)

d)

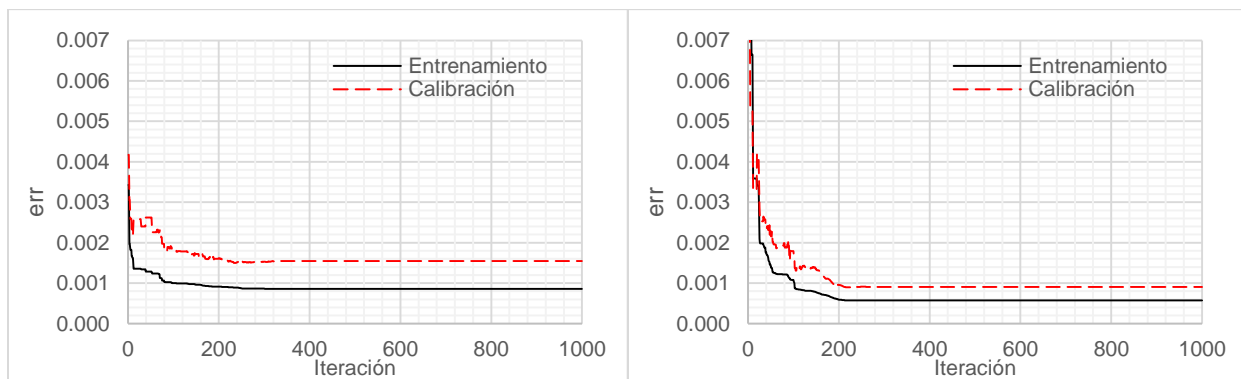
Figura 80.

Resultados de entrenamiento de la RNA para una iteración con PSO a) HL=1 HN=2, b) HL=1 HN=20, c) HL=2 HN=2, d) HL=2 HN=20



a)

b)



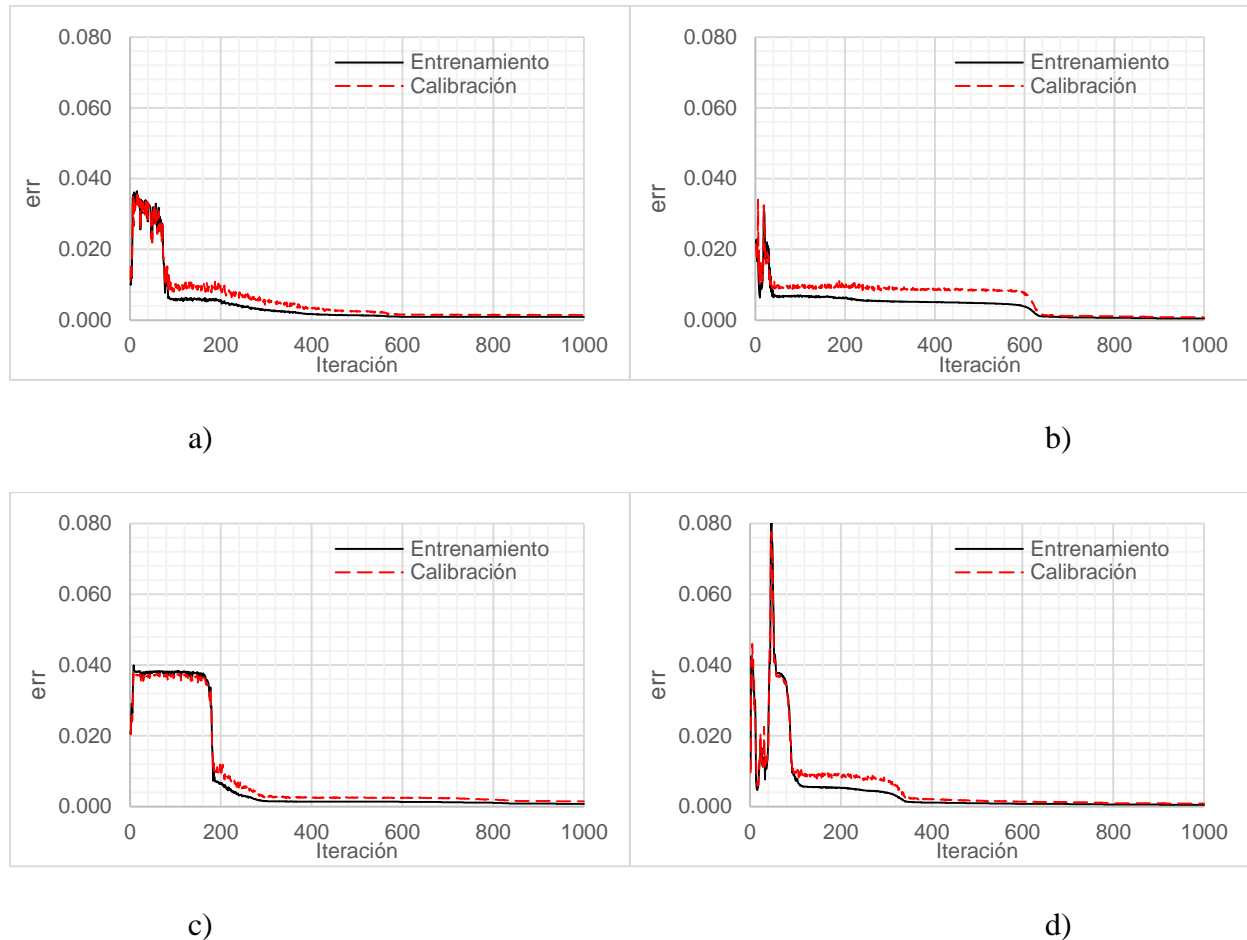
c)

d)

Figura 81.

Resultados de entrenamiento de la RNA para una iteración con GSA a) $HL=1$ $HN=2$, b) $HL=1$

$HN=20$, c) $HL=2$ $HN=2$, d) $HL=2$ $HN=20$



Para todas las simulaciones las tendencias fueron como las mostradas en la Figuras 79, 80 y 81 y el criterio de salida fue el número de iteraciones, esto era un hecho esperado debido al bajo cambio relativo entre resultados de la función objetivo que se utilizó como criterio de parada. Como se puede ver fue posible controlar el fenómeno de sobre ajuste ya que las curvas de entrenamiento y calibración no divergieron en ningún caso, adicional a esto se puede ver también que en todos los casos hubo convergencia de la función objetivo. Se puede observar que entre

mayor fue el número de pesos a entrenar, más problemas tuvieron los algoritmos para encontrar convergencia en sus primeras iteraciones, sin embargo, este fenómeno se ve de forma mucho más marcada en el MBP y el GSA, lo que indica que dependen de un número mayor de iteraciones para converger a una solución satisfactoria que el PSO. En este caso particular el PSO encontró soluciones satisfactorias para aproximadamente 200 iteraciones, MPA entre 1000 y 2000, y el GSA entre 300 y 800. Resalta del comportamiento del GSA que antes de este número de iteraciones, el algoritmo parece no converger a una solución satisfactoria, sin embargo, una vez cumplidas este converge a soluciones muy satisfactorias, lo cual puede ser un indicador que el algoritmo en las primeras iteraciones cuenta con gran capacidad de exploración o búsqueda global, lo que es ventajoso para evitar converger a mínimos locales, y una vez cumplido ese cierto número de iteraciones cuenta con gran capacidad de explotación, o búsqueda local.

Para evaluar la efectividad de los algoritmos en el proceso de optimización, se compararon los resultados de errores promedios y coeficiente de correlación R^2 para los datos de entrenamiento, calibración, validación y totales. Este último se implementó dado que es útil para interpretar fácilmente la capacidad de predicción de la RNA y compararla posteriormente contra los resultados de la superficie de respuesta. La Tabla 23 presenta estos resultados para cada simulación de las RNA.

Tabla 23.

Resultados de entrenamiento, calibración y validación de las diferentes RNA

HL	NL	Simulación	Método	Tiempo de	Datos de		Datos de		Datos de		Datos totales	
				entrenamiento	entrenamiento	calibración	validación	Error	R ²	Error	R ²	Error
				[min]	Error	R ²	Error	R ²	Error	R ²	Error	R ²
		1	MBP	4.15	0.0028	0.929	0.0054	0.872	0.0029	0.886	0.0034	0.911
1	2	1	PSO	7.11	0.0009	0.977	0.0016	0.959	0.0009	0.969	0.0010	0.972
		1	GSA	7.34	0.0009	0.976	0.0014	0.965	0.0009	0.965	0.0010	0.973
1	2	2	MBP	4.02	0.0047	0.881	0.0080	0.804	0.0044	0.833	0.0053	0.857

HL	NL	Simulación	Método	Tiempo de	Datos de		Datos de		Datos de		Datos totales	
				entrenamiento	Error	R ²	Error	R ²	Error	R ²	Error	R ²
				[min]								
		2	PSO	7.21	0.0013	0.965	0.0025	0.941	0.0018	0.926	0.0016	0.956
		2	GSA	7.63	0.0009	0.977	0.0015	0.962	0.0009	0.967	0.0010	0.973
		3	MBP	4.00	0.0033	0.917	0.0061	0.849	0.0034	0.870	0.0038	0.896
1	2	3	PSO	6.93	0.0013	0.965	0.0025	0.941	0.0018	0.926	0.0016	0.956
		3	GSA	7.34	0.0012	0.968	0.0023	0.946	0.0016	0.934	0.0015	0.960
		4	MBP	3.86	0.0022	0.946	0.0035	0.914	0.0016	0.937	0.0024	0.937
1	2	4	PSO	6.77	0.0010	0.975	0.0016	0.962	0.0011	0.958	0.0011	0.971
		4	GSA	7.32	0.0009	0.976	0.0015	0.965	0.0009	0.963	0.0010	0.972
		5	MBP	3.86	0.0043	0.890	0.0077	0.809	0.0043	0.838	0.0050	0.865
1	2	5	PSO	6.76	0.0013	0.965	0.0025	0.941	0.0018	0.926	0.0016	0.956
		5	GSA	7.20	0.0009	0.977	0.0016	0.961	0.0009	0.967	0.0010	0.973
		1	MBP	0.94	0.0017	0.959	0.0028	0.931	0.0014	0.943	0.0019	0.951
1	5	1	PSO	7.38	0.0007	0.983	0.0011	0.975	0.0005	0.979	0.0007	0.980
		1	GSA	7.65	0.0004	0.989	0.0005	0.987	0.0002	0.991	0.0004	0.989
		2	MBP	3.51	0.0007	0.982	0.0011	0.975	0.0001	0.995	0.0007	0.981
1	5	2	PSO	6.68	0.0008	0.980	0.0015	0.963	0.0008	0.971	0.0009	0.975
		2	GSA	7.83	0.0005	0.986	0.0008	0.980	0.0004	0.982	0.0006	0.984
		3	MBP	3.73	0.0010	0.974	0.0013	0.968	0.0004	0.986	0.0010	0.973
1	5	3	PSO	6.78	0.0012	0.970	0.0022	0.949	0.0016	0.936	0.0014	0.962
		3	GSA	7.75	0.0006	0.984	0.0010	0.976	0.0003	0.987	0.0007	0.982
		4	MBP	3.71	0.0048	0.877	0.0084	0.797	0.0048	0.819	0.0055	0.851
1	5	4	PSO	6.84	0.0009	0.977	0.0016	0.960	0.0009	0.966	0.0010	0.972
		4	GSA	7.74	0.0005	0.987	0.0005	0.987	0.0002	0.991	0.0005	0.987
		5	MBP	3.71	0.0006	0.985	0.0010	0.976	0.0002	0.991	0.0006	0.983
1	5	5	PSO	6.85	0.0006	0.985	0.0010	0.980	0.0003	0.986	0.0007	0.983
		5	GSA	7.76	0.0004	0.989	0.0006	0.984	0.0004	0.986	0.0005	0.987
		1	MBP	1.33	0.0007	0.982	0.0010	0.976	0.0002	0.991	0.0007	0.981
1	10	1	PSO	7.70	0.0007	0.982	0.0010	0.974	0.0004	0.983	0.0007	0.980
		1	GSA	8.53	0.0006	0.985	0.0008	0.980	0.0003	0.988	0.0006	0.984
		2	MBP	3.71	0.0008	0.979	0.0010	0.975	0.0003	0.989	0.0008	0.979
1	10	2	PSO	6.84	0.0007	0.983	0.0010	0.975	0.0005	0.982	0.0007	0.981
		2	GSA	8.52	0.0004	0.990	0.0004	0.990	0.0002	0.992	0.0004	0.990
		3	MBP	3.73	0.0008	0.981	0.0011	0.972	0.0003	0.987	0.0008	0.979
1	10	3	PSO	6.78	0.0006	0.984	0.0008	0.981	0.0005	0.981	0.0007	0.983
		3	GSA	8.44	0.0006	0.984	0.0010	0.976	0.0003	0.986	0.0006	0.982
		4	MBP	3.67	0.0010	0.978	0.0012	0.974	0.0002	0.993	0.0009	0.978
1	10	4	PSO	6.78	0.0007	0.981	0.0011	0.973	0.0003	0.987	0.0008	0.980
		4	GSA	8.43	0.0004	0.990	0.0004	0.990	0.0002	0.993	0.0004	0.990
		5	MBP	3.67	0.0007	0.983	0.0010	0.978	0.0003	0.989	0.0007	0.982
1	10	5	PSO	6.77	0.0006	0.986	0.0010	0.977	0.0002	0.991	0.0006	0.984
		5	GSA	8.42	0.0006	0.984	0.0009	0.978	0.0004	0.983	0.0007	0.982
		1	MBP	4.13	0.0007	0.982	0.0010	0.977	0.0002	0.994	0.0007	0.981
1	20	1	PSO	7.84	0.0006	0.983	0.0008	0.981	0.0003	0.990	0.0006	0.983
		1	GSA	12.45	0.0006	0.985	0.0008	0.980	0.0002	0.992	0.0006	0.984
1	20	2	MBP	4.41	0.0007	0.982	0.0009	0.980	0.0001	0.995	0.0007	0.982

HL	NL	Simulación	Método	Tiempo de	Datos de		Datos de		Datos de		Datos totales	
				entrenamiento	entrenamiento	calibración	validación	Error	R ²	Error	R ²	
				[min]	Error	R ²	Error	R ²	Error	R ²	Error	R ²
1	20	2	PSO	8.41	0.0007	0.982	0.0011	0.971	0.0004	0.982	0.0008	0.980
			GSA	11.72	0.0005	0.986	0.0008	0.981	0.0002	0.990	0.0006	0.985
			MBP	4.32	0.0008	0.981	0.0011	0.973	0.0002	0.993	0.0008	0.980
		3	PSO	8.12	0.0007	0.982	0.0009	0.979	0.0002	0.993	0.0007	0.981
			GSA	12.24	0.0005	0.987	0.0008	0.980	0.0004	0.986	0.0006	0.985
			MBP	4.51	0.0008	0.980	0.0010	0.978	0.0002	0.992	0.0008	0.980
1	20	4	PSO	8.39	0.0007	0.983	0.0009	0.978	0.0002	0.993	0.0007	0.982
			GSA	10.93	0.0005	0.987	0.0009	0.980	0.0004	0.985	0.0006	0.985
			MBP	3.83	0.0010	0.974	0.0013	0.972	0.0004	0.989	0.0010	0.974
1	20	5	PSO	7.11	0.0009	0.976	0.0012	0.972	0.0003	0.990	0.0009	0.976
			GSA	10.05	0.0005	0.986	0.0007	0.984	0.0002	0.992	0.0005	0.986

HL	NL	Simulación	Método	Tiempo de	Datos de		Datos de		Datos de		Datos totales	
				entrenamiento	entrenamiento	calibración	validación	Error	R ²	Error	R ²	Error
				[min]	Error	R ²	Error	R ²	Error	R ²	Error	R ²
2	2	1	MBP	2.26	0.0012	0.970	0.0019	0.956	0.0012	0.951	0.0013	0.965
			PSO	17.65	0.0009	0.978	0.0011	0.973	0.0007	0.972	0.0009	0.976
			GSA	17.71	0.0008	0.978	0.0016	0.961	0.0009	0.967	0.0010	0.973
2	2	2	MBP	5.74	0.0012	0.969	0.0020	0.952	0.0011	0.953	0.0014	0.963
			PSO	17.72	0.0008	0.978	0.0012	0.970	0.0007	0.971	0.0009	0.976
			GSA	17.71	0.0009	0.977	0.0016	0.961	0.0009	0.966	0.0010	0.973
2	2	3	MBP	5.33	0.0019	0.953	0.0033	0.926	0.0019	0.922	0.0022	0.943
			PSO	16.61	0.0009	0.977	0.0014	0.968	0.0009	0.964	0.0010	0.974
			GSA	17.62	0.0006	0.984	0.0008	0.979	0.0006	0.976	0.0007	0.982
2	2	4	MBP	5.23	0.0009	0.976	0.0016	0.962	0.0009	0.966	0.0011	0.971
			PSO	16.97	0.0007	0.982	0.0013	0.967	0.0009	0.965	0.0009	0.977
			GSA	17.56	0.0009	0.977	0.0016	0.961	0.0010	0.960	0.0011	0.971
2	2	5	MBP	5.19	0.0053	0.867	0.0086	0.789	0.0048	0.818	0.0059	0.842
			PSO	16.77	0.0008	0.978	0.0012	0.972	0.0008	0.969	0.0009	0.976
			GSA	17.45	0.0008	0.978	0.0015	0.963	0.0009	0.967	0.0010	0.974
2	5	1	MBP	2.72	0.0009	0.978	0.0013	0.968	0.0007	0.972	0.0009	0.975
			PSO	23.39	0.0007	0.982	0.0011	0.975	0.0003	0.986	0.0007	0.980
			GSA	24.35	0.0006	0.984	0.0013	0.970	0.0009	0.967	0.0008	0.979
2	5	2	MBP	5.74	0.0013	0.975	0.0022	0.962	0.0012	0.976	0.0015	0.972
			PSO	22.17	0.0005	0.987	0.0010	0.977	0.0003	0.989	0.0006	0.984
			GSA	24.47	0.0004	0.989	0.0005	0.987	0.0002	0.994	0.0004	0.989
2	5	3	MBP	5.84	0.0005	0.987	0.0007	0.982	0.0001	0.995	0.0005	0.986
			PSO	22.28	0.0005	0.986	0.0008	0.980	0.0006	0.974	0.0006	0.984
			GSA	24.15	0.0004	0.990	0.0006	0.984	0.0003	0.988	0.0004	0.989
2	5	4	MBP	5.73	0.0010	0.976	0.0015	0.968	0.0009	0.970	0.0011	0.973
			PSO	22.23	0.0007	0.981	0.0011	0.974	0.0007	0.975	0.0008	0.979
			GSA	24.07	0.0006	0.985	0.0010	0.976	0.0005	0.980	0.0007	0.982
2	5	5	MBP	5.78	0.0008	0.980	0.0010	0.974	0.0003	0.988	0.0008	0.979
			PSO	22.06	0.0009	0.978	0.0012	0.971	0.0008	0.969	0.0009	0.975

HL	NL	Simulación	Método	Tiempo de	Datos de		Datos de		Datos de		Datos totales	
				entrenamiento	Error	R ²	Error	R ²	Error	R ²	Error	R ²
				[min]								
		5	GSA	24.15	0.0005	0.986	0.0009	0.977	0.0006	0.978	0.0006	0.983
		1	MBP	4.57	0.0024	0.940	0.0046	0.888	0.0014	0.974	0.0014	0.984
2	10	1	PSO	47.41	0.0012	0.970	0.0021	0.949	0.0003	0.986	0.0006	0.983
		1	GSA	62.17	0.0008	0.980	0.0015	0.964	0.0006	0.976	0.0006	0.984
		2	MBP	7.84	0.0016	0.963	0.0031	0.935	0.0010	0.975	0.0010	0.980
2	10	2	PSO	48.14	0.0011	0.970	0.0020	0.953	0.0008	0.969	0.0008	0.979
		2	GSA	54.20	0.0007	0.982	0.0013	0.967	0.0002	0.990	0.0004	0.988
		3	MBP	8.00	0.0014	0.963	0.0025	0.940	0.0006	0.974	0.0007	0.981
2	10	3	PSO	43.64	0.0009	0.978	0.0015	0.963	0.0001	0.995	0.0005	0.988
		3	GSA	48.27	0.0006	0.983	0.0012	0.970	0.0004	0.986	0.0006	0.984
		4	MBP	7.25	0.0013	0.966	0.0024	0.942	0.0007	0.973	0.0009	0.976
2	10	4	PSO	42.67	0.0010	0.973	0.0018	0.958	0.0018	0.925	0.0014	0.961
		4	GSA	48.34	0.0008	0.979	0.0016	0.963	0.0002	0.991	0.0006	0.984
		5	MBP	7.18	0.0058	0.854	0.0093	0.770	0.0002	0.992	0.0007	0.985
2	10	5	PSO	42.85	0.0010	0.974	0.0020	0.954	0.0001	0.995	0.0004	0.990
		5	GSA	48.03	0.0009	0.977	0.0014	0.967	0.0003	0.989	0.0004	0.989
		1	MBP	14.30	0.0004	0.995	0.0008	0.991	0.0005	0.996	0.0005	0.994
2	20	1	PSO	128.20	0.0006	0.983	0.0012	0.973	0.0006	0.976	0.0007	0.980
		1	GSA	139.69	0.0003	0.991	0.0006	0.986	0.0002	0.993	0.0004	0.990
		2	MBP	12.72	0.0009	0.978	0.0015	0.961	0.0012	0.972	0.0011	0.974
2	20	2	PSO	122.56	0.0009	0.978	0.0019	0.963	0.0013	0.948	0.0011	0.971
		2	GSA	166.14	0.0003	0.992	0.0006	0.985	0.0001	0.996	0.0004	0.990
		3	MBP	15.57	0.0005	0.989	0.0008	0.983	0.0007	0.986	0.0006	0.987
2	20	3	PSO	129.36	0.0009	0.975	0.0018	0.958	0.0021	0.915	0.0012	0.967
		3	GSA	149.35	0.0004	0.990	0.0007	0.983	0.0004	0.984	0.0004	0.988
		4	MBP	13.03	0.0012	0.987	0.0025	0.952	0.0013	0.984	0.0015	0.980
2	20	4	PSO	122.23	0.0007	0.981	0.0014	0.968	0.0011	0.959	0.0009	0.976
		4	GSA	137.43	0.0005	0.986	0.0010	0.978	0.0003	0.986	0.0006	0.984
		5	MBP	13.13	0.0007	0.981	0.0011	0.973	0.0009	0.963	0.0008	0.978
2	20	5	PSO	119.13	0.0009	0.977	0.0014	0.967	0.0008	0.974	0.0010	0.974
		5	GSA	157.45	0.0006	0.984	0.0009	0.978	0.0002	0.993	0.0006	0.983

El tiempo total de entrenamiento fue de 46.83 horas, de las cuales 8.00% fueron para el MBP, 42.3% para el PSO y 49.7% GSA, lo que ratifica la ventaja en tiempo computacional que tienen los algoritmos clásicos sobre los heurísticos. Adicional a esto el tiempo de cómputo del entrenamiento se incrementó considerablemente para las RNA con dos capas ocultas en comparación con aquellas de una sola capa oculta. Todos los resultados obtenidos tuvieron un R² de los datos de validación superior a 0.83, y en el 96% de las simulaciones este valor fue superior

a 0.90, lo que evidencia la gran utilidad de las RNA para resolver problemas de predicción relacionados con CACRFA. Por último, resalta que el mayor R^2 de los datos de validación lo obtuvo 42.5% de las veces el GSA, 32.5% el MBP y 25% el PSO, y el menor error de los datos de validación lo obtuvo 47.5% de las veces el GSA, 27.5% el MBP y 25% el PSO, lo que muestra el gran potencial que tiene este primero como algoritmo de entrenamiento para RNA.

En la Tabla 24 se presenta el mejor resultado, seleccionado para aquellos que presentaron la menor cantidad de error para el total de los datos.

Tabla 24.

Mejores resultados de las diferentes RNA

HL	NL	Simulación	Método	Tiempo de	Datos de		Datos de		Datos de		Datos totales	
				entrenamiento	entrenamiento	calibración	validación	Error	R^2	Error	R^2	
				[min]	Error	R^2	Error	R^2	Error	R^2	Error	R^2
1	2	5	GSA	7.20	0.00087	0.977	0.00155	0.961	0.00089	0.967	0.00100	0.973
1	5	1	GSA	7.65	0.00043	0.989	0.00050	0.987	0.00022	0.991	0.00042	0.989
1	10	2	GSA	8.52	0.00037	0.990	0.00040	0.990	0.00022	0.992	0.00036	0.990
1	20	5	GSA	10.05	0.00054	0.986	0.00068	0.984	0.00022	0.992	0.00054	0.986
2	2	3	GSA	17.62	0.00063	0.984	0.00084	0.979	0.00060	0.976	0.00067	0.982
2	5	2	GSA	24.47	0.00044	0.989	0.00050	0.987	0.00016	0.994	0.00042	0.989
2	10	5	PSO	42.85	0.00099	0.974	0.00200	0.954	0.00015	0.995	0.00037	0.990
2	20	1	BP	14.30	0.00044	0.995	0.00077	0.991	0.00048	0.996	0.00051	0.994

En 6 de los 8 diferentes escenarios de RNA contemplados, la mejor alternativa para entrenamiento resultó el GSA, resalta que fueron los dos últimos escenarios, aquellos que contaban con más variables de optimización, en los cuales el GSA no tuvo el mejor desempeño, sin embargo, como se discutió previamente, este método parece depender de una gran cantidad de iteraciones para desarrollar su capacidad de explotación, por lo cual puede que modificando esta cantidad se lleguen a mejores resultados con el GSA para estos escenarios de RNA. Finalmente, comparando los valores de error y R^2 se selecciona como mejor resultado la RNA con 1 capa

oculta, 10 neuronas por capa oculta entrenada con el GSA. Los resultados de los pesos de la mejor RNA se muestran en la Tabla 25.

Tabla 25.

Pesos de la mejor RNA con 1 capa oculta y 10 neuronas entrenada con el GSA

Pesos entre a/c y capa oculta	Pesos entre %F y capa oculta	Pesos entre capa oculta y $M_{0.25}$	Sesgos de capa oculta	Sesgo de $M_{0.25}$
0.5598	-1.0682	-0.7702	-0.2595	2.5086
0.0329	-0.5139	0.2469	0.4375	
-0.5294	-0.2901	0.7016	0.0486	
-0.0334	0.6884	0.4523	-0.0731	
-0.6232	0.4607	0.8213	0.9334	
-0.0420	0.6166	-0.1919	0.4875	
0.6674	1.2256	0.4238	-0.0130	
0.1293	0.3558	0.6872	-1.4454	
0.3161	0.4157	0.7032	-1.0987	
-0.9120	0.8231	1.8239	-3.3836	

Para concluir, la Tabla 26 presenta los resultados de momento flector resistente obtenido a través de (i) el modelo numérico de elementos finitos, (ii) la metodología de superficie de respuesta SR y (iii) la RNA. Se incluyen las dosificaciones utilizadas para el entrenamiento de la RNA y utilizadas en el diseño experimental. Los resultados graficados se presentan en la Figura 82.

Tabla 26.

Resultados de la mejor RNA para datos

a/c	%F	$M_{0.25}$	$M_{0.25}$	$M_{0.25}$	% error	% error	a/c	%F	$M_{0.25}$	$M_{0.25}$	$M_{0.25}$	% error	% error
		[N·mm] Numérico	[N·mm] RNA	[N·mm] SR	Numérico vs.RNA	Numérico vs.SR			[N·mm] Numérico	[N·mm] RNA	[N·mm] SR	Numérico vs.RNA	Numérico vs.SR
0.40	0.00	1001.40	1251.57	1425.40	24.98	42.34	0.44	0.80	2205.60	2247.50	2249.72	1.90	2.00
0.40	0.10	1068.53	1169.16	1420.22	9.42	32.91	0.44	0.90	2445.07	2453.57	2532.86	0.35	3.59
0.40	0.20	1050.15	1130.67	1451.08	7.67	38.18	0.44	1.00	2706.82	2601.88	2852.04	3.88	5.36
0.40	0.30	1168.10	1162.97	1517.98	0.44	29.95	0.46	0.00	1179.32	1112.99	1210.36	5.63	2.63

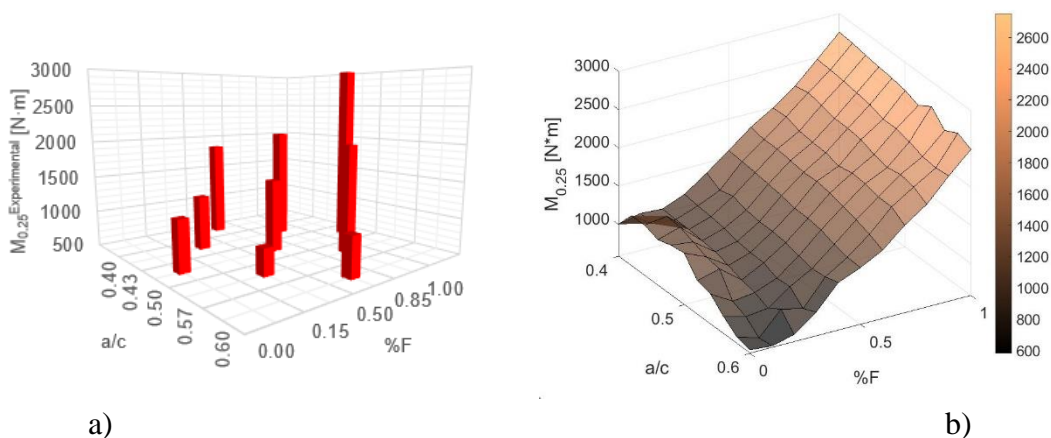
a/c	%F	M _{0.25}	M _{0.25}	M _{0.25}	% error	% error	a/c	%F	M _{0.25}	M _{0.25}	M _{0.25}	% error	% error
		[N·mm] Numérico	[N·mm] RNA	[N·mm] SR	Numérico vs.RNA	Numérico vs.SR			[N·mm] Numérico	[N·mm] RNA	[N·mm] SR	Numérico vs.RNA	Numérico vs.SR
0.40	0.40	1369.52	1281.40	1620.92	6.43	18.36	0.46	0.10	1269.69	1062.70	1205.18	16.30	5.08
0.40	0.50	1588.25	1483.10	1759.90	6.62	10.81	0.46	0.20	1015.90	1060.53	1236.04	4.39	21.67
0.40	0.60	1816.21	1744.63	1934.92	3.94	6.54	0.46	0.30	1102.21	1126.60	1302.94	2.21	18.21
0.40	0.70	1991.86	2027.17	2145.98	1.77	7.74	0.46	0.40	1265.10	1268.02	1405.88	0.23	11.13
0.40	0.80	2202.04	2288.81	2393.08	3.94	8.68	0.46	0.50	1527.71	1474.93	1544.86	3.46	1.12
0.40	0.90	2475.15	2496.58	2676.22	0.87	8.12	0.46	0.60	1760.85	1722.88	1719.88	2.16	2.33
0.40	1.00	2753.70	2634.38	2995.40	4.33	8.78	0.46	0.70	1923.56	1981.52	1930.94	3.01	0.38
0.42	0.00	1239.52	1209.91	1353.72	2.39	9.21	0.46	0.80	2160.29	2223.85	2178.04	2.94	0.82
0.42	0.10	1057.30	1138.34	1348.54	7.66	27.55	0.46	0.90	2418.03	2429.32	2461.18	0.47	1.78
0.42	0.20	1038.60	1111.87	1379.40	7.05	32.81	0.46	1.00	2680.69	2582.86	2780.36	3.65	3.72
0.42	0.30	1141.42	1155.25	1446.30	1.21	26.71	0.48	0.00	1233.51	1058.14	1138.68	14.22	7.69
0.42	0.40	1271.62	1281.15	1549.24	0.75	21.83	0.48	0.10	1202.78	1018.07	1133.50	15.36	5.76
0.42	0.50	1570.17	1484.32	1688.22	5.47	7.52	0.48	0.20	997.45	1027.82	1164.36	3.05	16.73
0.42	0.60	1780.64	1740.77	1863.24	2.24	4.64	0.48	0.30	1059.67	1105.16	1231.26	4.29	16.19
0.42	0.70	2004.64	2014.53	2074.30	0.49	3.48	0.48	0.40	1240.19	1254.37	1334.20	1.14	7.58
0.42	0.80	2242.84	2269.09	2321.40	1.17	3.50	0.48	0.50	1504.48	1463.52	1473.18	2.72	2.08
0.42	0.90	2464.02	2475.96	2604.54	0.48	5.70	0.48	0.60	1733.21	1708.17	1648.20	1.45	4.90
0.42	1.00	2738.76	2619.02	2923.72	4.37	6.75	0.48	0.70	1914.10	1960.64	1859.26	2.43	2.86
0.43	0.15	1314.00	1105.97	1326.00	15.83	0.91	0.48	0.80	2156.85	2197.99	2106.36	1.91	2.34
0.43	0.85	2094.75	2376.78	2435.26	13.46	16.26	0.48	0.90	2389.88	2403.10	2389.50	0.55	0.02
0.44	0.00	1243.30	1163.66	1282.04	6.41	3.12	0.48	1.00	2660.57	2561.87	2708.68	3.71	1.81
0.44	0.10	1285.83	1102.84	1276.86	14.23	0.70	0.50	0.00	1259.09	999.47	1067.00	20.62	15.26
0.44	0.20	1036.38	1088.53	1307.72	5.03	26.18	0.50	0.10	1134.16	969.17	1061.82	14.55	6.38
0.44	0.30	1129.00	1143.22	1374.62	1.26	21.76	0.50	0.20	946.65	990.47	1092.68	4.63	15.43
0.44	0.40	1318.72	1276.83	1477.56	3.18	12.05	0.50	0.30	1039.32	1078.75	1159.58	3.79	11.57
0.44	0.50	1552.47	1481.74	1616.54	4.56	4.13	0.50	0.40	1240.07	1235.61	1262.52	0.36	1.81
0.44	0.60	1783.99	1733.64	1791.56	2.82	0.42	0.50	0.50	1464.50	1447.17	1401.50	1.18	4.30
0.44	0.70	1944.08	1999.40	2002.62	2.85	3.01	0.50	0.60	1742.66	1689.21	1576.52	3.07	9.53

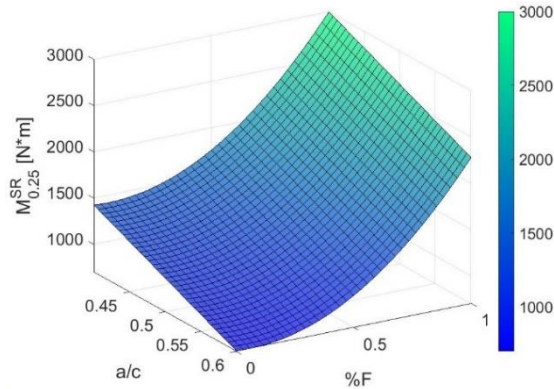
a/c	%F	M _{0.25}	M _{0.25}	M _{0.25}	% error	% error	a/c	%F	M _{0.25}	M _{0.25}	M _{0.25}	% error	% error
		[N·mm] Numérico	[N·mm] RNA	[N·mm] SR	Numérico vs.RNA	Numérico vs.SR			[N·mm] Numérico	[N·mm] RNA	[N·mm] SR	Numérico vs.RNA	Numérico vs.SR
0.50	0.60	1742.66	1689.21	1576.52	3.07	9.53	0.56	0.40	1135.24	1147.26	1047.48	1.06	7.73
0.50	0.70	1867.55	1936.53	1787.58	3.69	4.28	0.56	0.50	1374.58	1366.50	1186.46	0.59	13.69
0.50	0.80	2136.54	2169.77	2034.68	1.56	4.77	0.56	0.60	1620.30	1604.88	1361.48	0.95	15.97
0.50	0.90	2328.71	2374.86	2317.82	1.98	0.47	0.56	0.70	1843.93	1843.19	1572.54	0.04	14.72
0.50	1.00	2626.10	2538.83	2637.00	3.32	0.42	0.56	0.80	2060.34	2069.78	1819.64	0.46	11.68
0.52	0.00	1025.58	937.44	995.32	8.59	2.95	0.56	0.90	2220.13	2277.44	2102.78	2.58	5.29
0.52	0.10	1103.32	916.38	990.14	16.94	10.26	0.56	1.00	2483.93	2457.12	2421.96	1.08	2.49
0.52	0.20	882.71	948.66	1021.00	7.47	15.67	0.57	0.15	801.45	785.86	817.08	1.95	1.95
0.52	0.30	1032.27	1047.36	1087.90	1.46	5.39	0.57	0.85	1950.83	2162.03	1925.79	10.83	1.28

a/c	%F	M _{0.25}	M _{0.25}	M _{0.25}	% error	% error	a/c	%F	M _{0.25}	M _{0.25}	M _{0.25}	% error	% error
		Numérico	RNA	SR	vs.RNA	vs.SR			Numérico	RNA	SR	vs.RNA	vs.SR
0.52	0.40	1219.46	1211.53	1190.84	0.65	2.35	0.58	0.00	670.36	737.09	780.28	9.95	16.40
0.52	0.50	1461.76	1425.65	1329.82	2.47	9.03	0.58	0.10	582.19	739.90	775.10	27.09	33.14
0.52	0.60	1716.18	1665.79	1504.84	2.94	12.31	0.58	0.20	882.11	800.16	805.96	9.29	8.63
0.52	0.70	1901.82	1909.02	1715.90	0.38	9.78	0.58	0.30	814.02	924.88	872.86	13.62	7.23
0.52	0.80	2067.68	2139.06	1963.00	3.45	5.06	0.58	0.40	1151.74	1107.28	975.80	3.86	15.28
0.52	0.90	2330.57	2344.52	2246.14	0.60	3.62	0.58	0.50	1332.29	1328.86	1114.78	0.26	16.33
0.52	1.00	2558.62	2513.70	2565.32	1.76	0.26	0.58	0.60	1557.59	1567.25	1289.80	0.62	17.19
0.54	0.00	976.66	872.59	923.64	10.66	5.43	0.58	0.70	1839.62	1804.69	1500.86	1.90	18.41
0.54	0.10	807.92	860.15	918.46	6.46	13.68	0.58	0.80	2024.41	2031.08	1747.96	0.33	13.66
0.54	0.20	846.42	902.70	949.32	6.65	12.16	0.58	0.90	2197.11	2240.66	2031.10	1.98	7.56
0.54	0.30	958.78	1011.08	1016.22	5.45	5.99	0.58	1.00	2575.60	2425.67	2350.28	5.82	8.75
0.54	0.40	1174.11	1182.07	1119.16	0.68	4.68	0.60	0.00	627.61	667.94	708.60	6.43	12.90
0.54	0.50	1437.28	1398.78	1258.14	2.68	12.46	0.60	0.10	604.90	677.34	703.42	11.98	16.29
0.54	0.60	1667.80	1637.71	1433.16	1.80	14.07	0.60	0.20	676.92	744.84	734.28	10.03	8.47
0.54	0.70	1889.10	1877.94	1644.22	0.59	12.96	0.60	0.30	895.44	875.84	801.18	2.19	10.53
0.54	0.80	2025.51	2105.76	1891.32	3.96	6.63	0.60	0.40	1206.99	1062.46	904.12	11.97	25.09
0.54	0.90	2286.25	2312.06	2174.46	1.13	4.89	0.60	0.50	1324.84	1286.02	1043.10	2.93	21.27
0.54	1.00	2669.68	2486.47	2493.64	6.86	6.59	0.60	0.60	1476.34	1524.90	1218.12	3.29	17.49
0.56	0.00	805.94	805.57	851.96	0.05	5.71	0.60	0.70	1727.46	1762.44	1429.18	2.03	17.27
0.56	0.10	733.67	801.10	846.78	9.19	15.42	0.60	0.80	1924.09	1989.61	1676.28	3.41	12.88
0.56	0.20	767.72	853.01	877.64	11.11	14.32	0.60	0.90	2221.91	2201.72	1959.42	0.91	11.81
0.56	0.30	974.08	970.13	944.54	0.41	3.03	0.60	1.00	2489.86	2392.16	2278.60	3.92	8.48

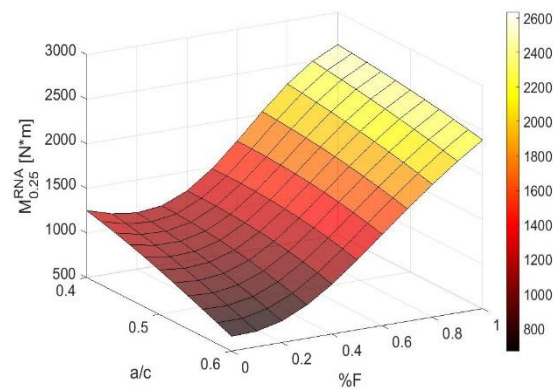
Figura 82.

Resultados de $M_{0.25}$ obtenidos con a) Experimentalmente, b) Modelo numérico de elementos finitos, c) Superficie de respuesta, d) Red neural artificial





c)



d)

Una vez comparados los resultados del modelo numérico, el cual representa los resultados experimental, con los resultados del modelo de superficie de respuesta y RNA se obtuvo que el error promedio del modelo con superficie de respuesta fue de 10.3% y su R^2 de 0.90, mientras que el error promedio del modelo con RNA fue de 4.81% y su R^2 de 0.99, por lo cual se evidencia que si bien la superficie de respuesta es una buena forma de modelar el problema, se llega a mejores resultados de predicción del momento flector resistente implementando en función de a/c y $\%F$, utilizando el modelo de RNA, entrenada con GSA.

8. Conclusiones

Como conclusión general, se corroboró la hipótesis de investigación, por lo cual se afirma que la resistencia a momento flector de vigas de concreto auto-compactante reforzado con fibras de acero se puede modelar integrando los resultados de ensayos en el laboratorio, modelado

numérico de elementos finitos y una red neural artificial. Con base en los resultados y teniendo en cuenta que se contemplaron concretos auto-compactantes, con relaciones agua-cementante entre 0.40 y 0.60, y contenidos de fibras entre 0.00% y 1.00%, caracterizados a través de los ensayos de compresión simple, doble punzonamiento Barcelona y flexión de cuatro puntos, y modelados integrando los modelos constitutivos, método de elementos finitos, superficies de respuesta y redes neurales artificiales pre-alimentadas, se extraen las siguientes conclusiones específicas:

✓ La propuesta de diseño de mezclas, basada en los criterios del Instituto Americano de Concretos y con las modificaciones propuestas por Okamura y el autor del presente proyecto, en conjunto con el procedimiento de mezclado aquí usado, permiten obtener concretos auto-compactantes reforzados con fibras de acero, que cumplen con los requisitos propuestos en el EFNARC para los ensayos de control, flujo de asentamiento y T_{500} , los cuales que evidencian su correcto comportamiento auto-compactante.

✓ El ensayo de doble punzonamiento Barcelona es una alternativa viable respecto a los ensayos de flexión para la caracterización indirecta de la respuesta en tracción del concreto auto-compactante reforzado con fibras de acero, debido a que se requiere menos material para la elaboración de sus especímenes, su montaje es más sencillo, es más rápido y los resultados obtenidos de este presentan menor dispersión que los resultados de ensayos de flexión, no obstante, para una caracterización más completa del material se recomienda llevar el ensayo a valor de desplazamiento del actuador superiores a 6 [mm].

✓ Existe gran diferencia entre los resultados de carga-desplazamiento del actuador vs. carga deflexión obtenidos en los ensayos de flexión de cuatro puntos, por lo cual no se recomienda emitir conclusiones del comportamiento del material a partir de curvas carga-desplazamiento del actuador.

✓ Se corroboró que en general la resistencia a la compresión y la tracción del material aumentan conforme disminuye la relación agua-cementante y que la resistencia a la flexión, ductilidad y tenacidad del material aumentan conforme aumenta la cantidad de fibras, no obstante, hubo casos en que la resistencia a la compresión y a la tracción disminuyó ligeramente al incorporar bajas cantidades de fibras, lo que puede estar relacionado con la pérdida de continuidad en la matriz que inducen las fibras.

✓ El modelo constitutivo de compresión utilizado resultado de integrar las propuestas de (De Oliveira Júnior et al., 2010; Wang et al., 2011), basado únicamente en el parámetro de resistencia máxima a la compresión, permite obtener resultados consistentes de la rigidez del material, evidenciado esto en la similitud lograda en la tendencia de la parte inicial de la curva carga-deflexión experimental y numérica de las vigas.

✓ El modelo constitutivo de tracción utilizado, basado en una modificación propuesta por el autor de este proyecto al modelo de (Blanco et al., 2014), es una buena alternativa para caracterizar el comportamiento del material a partir de los resultados del ensayo de doble punzonamiento Barcelona, no obstante, como mostró la comparación de resultados numéricos y experimentales de las vigas, aún con la modificación propuesta por el autor, el modelo subestima la resistencia residual del material, lo que es positivo desde una perspectiva de seguridad en términos de diseño pero subestima modelado preciso del material.

✓ La distribución de Weibull presenta una buena alternativa para modelar estadísticamente el comportamiento del concreto-autocompactante reforzado con fibras de acero en compresión debido a que su ajuste fue mejor en todos los casos cuando comparada a la distribución normal.

✓ Los resultados obtenidos de modelar el material con la distribución de Weibull en tracción fueron satisfactorios, no obstante, debido a la alta dispersión de los resultados, inherente a la adición de fibras.

✓ Si bien en la mayoría de los casos los modelos numéricos tuvieron un buen desempeño estimando la resistencia a momento flector del material, hubo ocasiones donde se presentaron problemas de convergencia, esto puede deberse al tipo de modelo implementado, el cual asume una naturaleza continua del problema.

✓ Los resultados obtenidos de las superficies de respuesta para modelar el comportamiento constitutivo del material en función de la relación agua-cementante y la cantidad de fibras cumplieron con el criterios de nivel de significancia planteado y las ecuaciones obtenidas capturaron la naturaleza física del problema al mostrar que las respuestas eran más sensibles a las variables que se esperaba según la literatura y los experimenta, por lo cual se corrobora que esta metodología es útil para sacar conclusiones sobre el comportamiento mecánico de este material.

✓ De los métodos de entrenamiento de la red neural artificial, el algoritmo de búsqueda gravitacional obtuvo los mejores resultados, comparado a dos de los algoritmos más implementados por su buen desempeño, según la literatura, que son el algoritmo de propagación hacia atrás con momentum y la optimización por enjambre de partículas, lo que muestra su excelente desempeño para problemas de predicción de respuestas mecánicas en este material.

✓ La metodología para predecir el momento flector resistente de vigas de concreto auto-compactante reforzado con fibras de acero aquí presentada demostró ser eficiente, al obtenerse menor valores del error y mayores coeficientes de correlación que con la metodología de superficie de respuesta, lo cual muestra que el uso de redes neurales computacionales es una excelente alternativa para generar modelos predictivos muy precisos que a futuro, en esta área de la

ingeniería civil, puede mitigar la necesidad de costosos ensayos experimentales e incentivar el uso del concreto auto-compactante reforzado con fibras de acero en la industria.

9. Recomendaciones para futuros estudios

✓ Con el fin de mejorar los resultados obtenidos del modelo constitutivo basado en el ensayo Barcelona, como futura línea de investigación se recomienda proponer y estudiar alternativas para modificar el modelo y aumentar su capacidad predictiva de la capacidad residual del material.

✓ Dado que en el presente trabajo el límite mínimo experimental de cantidad de fibras utilizado fue de 0.15% y con el fin de evaluar el impacto de usar pocas fibras en la matriz de concreto, se recomienda como futura línea de investigación estudiar de manera más extensa la respuesta del material al agregar cantidades fibras del tipo aquí implementadas menores al 0.15%, monitoreando más variables como la distribución y orientación de las fibras.

✓ Los valores característicos de los modelos constitutivos implementados en esta investigación se basaron en la distribución de probabilidad de Weibull, no obstante, se recomienda para futuras investigaciones evaluar el ajuste de resultados experimentales y cálculo de valores característicos de los modelos constitutivos implementando otras funciones de probabilidad.

✓ Para futuras investigaciones se recomienda evaluar la capacidad de modelar el comportamiento del material con las ecuaciones constitutivas aquí implementadas, pero, sobre un modelo de naturaleza discontinua basado en mecánica de fracturas.

✓ El proyecto aquí presentado evaluó el entrenamiento de la red de neural computacional utilizando los algoritmos de optimización propagación hacia atrás del error con momentum, optimización por enjambre de partículas y algoritmo de búsqueda gravitacional, sin embargo, en vista de la gran cantidad de algoritmos disponibles en la literatura, se recomienda para evaluar el desempeño de la red neural al ser entrenada con otros algoritmos presentes en la literatura.

✓ Como futura línea de investigación se recomienda evaluar el desempeño de otros tipos de redes neurales, como son las recurrentes y celulares, entrenadas utilizando métodos de aleatorización de datos a través de validación cruzada.

Referencias Bibliográficas

- Abbas, A. A., Syed Mohsin, S. M., & Cotsovos, D. M. (2016). A simplified finite element model for assessing steel fibre reinforced concrete structural performance. *Computers and Structures*, *173*, 31–49. <https://doi.org/10.1016/j.compstruc.2016.05.017>
- Açikgenç, M., Ulaş, M., & Alyamaç, K. E. (2015). Using an Artificial Neural Network to Predict Mix Compositions of Steel Fiber-Reinforced Concrete. *Arabian Journal for Science and Engineering*, *40*(2), 407–419. <https://doi.org/10.1007/s13369-014-1549-x>
- Adeli, H. (2001). Neural networks in civil engineering: 1989-2000. *Computer-Aided Civil and Infrastructure Engineering*, *16*(2), 126–142. <https://doi.org/10.1111/0885-9507.00219>
- Adhikary, B. B., & Mutsuyoshi, H. (2006). Prediction of shear strength of steel fiber RC beams using neural networks. *Construction and Building Materials*, *20*(9), 801–811. <https://doi.org/10.1016/j.conbuildmat.2005.01.047>
- Altun, F., Haktanir, T., & Ari, K. (2007). Effects of steel fiber addition on mechanical properties of concrete and RC beams. *Construction and Building Materials*, *21*(3), 654–661. <https://doi.org/10.1016/j.conbuildmat.2005.12.006>
- Altun, F., Kişi, Ö., & Aydın, K. (2008). Predicting the compressive strength of steel fiber added lightweight concrete using neural network. *Computational Materials Science*, *42*(2), 259–265. <https://doi.org/10.1016/j.commatsci.2007.07.011>
- American Concrete Institute. (1991). *ACI 211.1: Standard Practice for Selecting Proportions for Normal, Heavyweight, and Mass Concrete* (pp. 1–38). ACI.
- American Concrete Institute. (2002). ACI Committee 544: State-of-the-Art Report on Fiber Reinforced Concrete. *ACI Structural Journal*, *96*(Reapproved).

- American Society for Testing and Materials. (2012a). ASTM C1609: Standard Test Method for Flexural Performance of Fiber-Reinforced Concrete (Using Beam With Third-Point Loading). In *Annual Book of ASTM Standard: Vol. i* (Issue C 1609/C 1609M-05, pp. 1–8). ASTM. <https://doi.org/10.1520/C1609>
- American Society for Testing and Materials. (2012b). *ASTM C1758-15: Standard Practice for Fabricating Test Specimens with Self-Consolidating: Vol. i* (pp. 1–2). ASTM. <https://doi.org/10.1520/C1758>
- American Society for Testing and Materials. (2014). ASTM C136: Standard Test Method for Sieve Analysis of Fine and Coarse Aggregates. In *Annual Book of ASTM Standards* (pp. 3–7). ASTM. <https://doi.org/10.1520/C0136>
- American Society for Testing and Materials. (2015a). ASTM C127: Standard Test Method for Relative Density (Specific Gravity) and Absorption of Coarse Aggregate. In *Annual Book of ASTM Standards* (pp. 1–5). ASTM. <https://doi.org/10.1520/C0127-15.2>
- American Society for Testing and Materials. (2015b). ASTM C128: Standard Test Method for Relative Density (Specific Gravity) and Absorption of Fine Aggregate. In *Annual Book of ASTM Standard: Vol. i* (p. 6). ASTM. <https://doi.org/10.1520/C0128-15.2>
- American Society for Testing and Materials. (2017). ASTM C188: Standard Test Method for Density of Hydraulic Cement. In *Annual Book of ASTM Standards* (pp. 1–3). ASTM. <https://doi.org/10.1520/C0188-17.2>
- American Society for Testing and Materials. (2018a). ASTM C192: Standard practice for making and curing concrete test specimens in the laboratory. In *Annual Book of ASTM Standard* (pp. 1–8). ASTM. <https://doi.org/10.1520/C0192>
- American Society for Testing and Materials. (2018b). ASTM C311: Standard Test Methods for Sampling and Testing Fly Ash or Natural Pozzolans for Use in Portland-Cement Concrete. In *Annual Book of ASTM Standards: Vol. i* (pp. 1–10). ASTM. <https://doi.org/10.1520/C0311>
- American Society for Testing and Materials. (2018c). ASTM C33: Standard Specification for Concrete Aggregates. In *Annual Book of ASTM Standards: Vol. i* (Issue C, p. 11). ASTM. <https://doi.org/10.1520/C0033>

- American Society for Testing and Materials. (2018d). ASTM C39: Standard Test Method for Compressive Strength of Cylindrical Concrete Specimens. In *Annual Book of ASTM Standard* (Issue February, pp. 1–7). ASTM. <https://doi.org/10.1520/C0039>
- Amin, A. (2015). *Post cracking behaviour of steel fibre reinforced concrete: from material to structure* (Issue April).
- Araújo, D. L., Carmo, L. C., Nunes, F. G. T., & Toledo Filho, R. D. (2010). Modelagem computacional de vigas de concreto armado reforçado com fibras de aço submetidas a cisalhamento. *Revista IBRACON de Estruturas e Materiais*, 3(1), 68–94. <https://doi.org/10.1590/s1983-41952010000100005>
- Argyris, J. H., & Kelsey, S. (1954). Energy Theorems and Structural Analysis: A Generalized Discourse with Applications on Energy Principles of Structural Analysis Including the Effects of Temperature and Non-Linear Stress-Strain Relations Part II. Applications to Thermal Stress Problems and. In *Aircraft Engineering and Aerospace Technology* (Vol. 26, Issue 12, pp. 410–422). <https://doi.org/10.1108/eb032502>
- Asociacion Española de Normalización. (2010). *UNE-83515: Determinación de la resistencia a fisuración, tenacidad y resistencia residual a tracción. Método Barcelona*. AENOR.
- Awolusi, T. F., Oke, O. L., Akinkurolere, O. O., Sojobi, A. O., & Aluko, O. G. (2019). Performance comparison of neural network training algorithms in the modeling properties of steel fiber reinforced concrete. *Heliyon*, 5(1). <https://doi.org/10.1016/j.heliyon.2018.e01115>
- Baetu, S. (2015). Nonlinear Analytical Models of the Reinforced Concrete Structural Walls. *CONFERINLA INTERNACIONAL DEDUCON 70, December*, 66–83.
- Bakhary, N., Hao, H., & Deeks, A. J. (2007). Damage detection using artificial neural network with consideration of uncertainties. *Engineering Structures*, 29(11), 2806–2815. <https://doi.org/10.1016/j.engstruct.2007.01.013>
- Banerjee, R. (2015). Importance of Building Code. *Journal of Engineering Research and Applications Wwww.Ijera.Com*, 5(6), 94–95. www.ijera.com

- Baron, E. (2017). *Assessment and identification of concrete box-girder bridges properties using surrogate model calibration. Case study: El Tablazo Bridge* [Universidade do Minho]. <http://hdl.handle.net/1822/35337>
- Barros, J. A. O., Cunha, V. M. C. F., Ribeiro, A. F., & Antunes, J. A. B. (2005). Post-cracking behaviour of steel fibre reinforced concrete. *Materials and Structures/Materiaux et Constructions*, 38(275), 47–56. <https://doi.org/10.1617/14058>
- Barros, J. A. O., & Figueiras, J. A. (1999). Flexural behavior of SFRC: Testing and modeling. *Journal of Materials in Civil Engineering*, 11(November), 331–339.
- Barros, J., Gettu, R., & Barragan, B. (2004). Material Nonlinear Analysis of Steel Fibre Reinforced Concrete Beams Failing in Shear. *6th RILEM Symposium on Fibre-Reinforced Concretes (FRC) - BEFIB 2004*, 711–720.
- Basheerudeen, A., & Anandan, S. (2015). Simplified mix design procedures for steel fibre reinforced self compacting concrete. *Engineering Journal*, 19(1), 21–36. <https://doi.org/10.4186/ej.2015.19.1.21>
- Bathe, K. J. (1996). Finite Element Procedures. In *Englewood Cliffs New Jersey*. <http://www.amazon.com/Finite-Element-Procedures-Part-1-2/dp/0133014584>
- Behnood, A., Verian, K. P., & Modiri Gharehveran, M. (2015). Evaluation of the splitting tensile strength in plain and steel fiber-reinforced concrete based on the compressive strength. *Construction and Building Materials*, 98, 519–529. <https://doi.org/10.1016/j.conbuildmat.2015.08.124>
- Belletti, B., Cerioni, R., Meda, a, & Plizzari, G. a. (2008). Design aspects on steel fiber-reinforced concrete pavements. *Journal of Materials in Civil Engineering*, 20(9), 599–607. [https://doi.org/Doi.10.1061/\(Asce\)0899-1561\(2008\)20:9\(599\)](https://doi.org/Doi.10.1061/(Asce)0899-1561(2008)20:9(599))
- Ben, M., Burtschell, Y., Alaoui, A. H., Harrouni, K. El, & Jalbaud, O. (2017). Correlation between Bleeding and Rheological Characteristics of Self-Compacting Concrete. *American Society of Civil Engineers*, i(6), 1–9. [https://doi.org/10.1061/\(ASCE\)MT.1943-5533.0001871](https://doi.org/10.1061/(ASCE)MT.1943-5533.0001871)

- Bencardino, F. (2013). Mechanical parameters and post-cracking behaviour of hpfrc according to three-point and four-point bending test. *Advances in Civil Engineering*, 2013. <https://doi.org/10.1155/2013/179712>
- Bernard, E. S. (2009). Influence of test machine control method on flexural performance of fiber reinforced concrete beams. *Journal of ASTM International*, 6(9). <https://doi.org/10.1520/JAI102327>
- Blader, J., & Antoniou, A. (2015). *Ncorr v1.2* (1.2).
- Blanco, A., Pujadas, P., Cavalaro, S., De La Fuente, A., & Aguado, A. (2014). Constitutive model for fibre reinforced concrete based on the Barcelona test. *Cement and Concrete Composites*, 53, 327–340. <https://doi.org/10.1016/j.cemconcomp.2014.07.017>
- Blanco, A., Pujadas, P., De La Fuente, A., Cavalaro, S., & Aguado, A. (2013). Application of constitutive models in European codes to RC-FRC. *Construction and Building Materials*, 40, 246–259. <https://doi.org/10.1016/j.conbuildmat.2012.09.096>
- Bolic, E., Gaco, D., Islamovic, F., & Mesida, M. (2014). Discretization of the finite element network along the crack line in the concrete. *6th International Scientific Conference on Desensive Technologies*, 1–5.
- Bortolotti, L. (1988). Double-Punch Test for Tensile and Compressive Strengths in Concrete. *Materials Journal*, 85(1), 26–32.
- Braik, M., Sheta, A., & Arieqat, A. (2008). A comparison between GAs and PSO in training ANN to model the TE chemical process reactor. *AISB 2008 Convention: Communication, Interaction and Social Intelligence - Proceedings of the AISB 2008 Symposium on Swarm Intelligence Algorithms and Applications*, 24–30.
- Bravo Sobrino, M. (2004). *Caracterización y utilización del hormigón autocompactable*. Universidad politécnica de Catalunya.
- Brouwers, H. J. H., & Radix, H. J. (2005). Self-Compacting Concrete: Theoretical and experimental study. *Cement and Concrete Research*, 35(August 2004), 2116–2136. <https://doi.org/10.1016/j.cemconres.2005.06.002>

- Buttigol, T. E. T., Fernandes, J. F., Bittencourt, T. N., & Sousa, J. L. A. O. (2018). Design of reinforced concrete beams with steel fibers in the ultimate limit state. *Revista IBRACON de Estruturas e Materiais*, 11(5), 997–1024. <https://doi.org/10.1590/s1983-41952018000500006>
- Campione, G., & Letizia Mangiavillano, M. (2008). Fibrous reinforced concrete beams in flexure: Experimental investigation, analytical modelling and design considerations. *Engineering Structures*, 30(11), 2970–2980. <https://doi.org/10.1016/j.engstruct.2008.04.019>
- Carrillo, J., Cárdenas Pulido, J., & Aperador, W. (2017). Flexural mechanical properties of steel fiber reinforced concrete under corrosive environments. *Revista Ingenieria de Construccion*, 32(2), 59–72. <https://doi.org/10.4067/s0718-50732017000200005>
- Cavazzuti, M. (2013). Optimization Methods: From Theory to Design: Design of Experiments. In *Encyclopedia of computer science* (Issue September). <https://doi.org/10.1007/978-3-642-31187-1>
- Cerbu, C., Xu, D., Wang, H., & Roşca, I. C. (2018). The use of Digital Image Correlation in determining the mechanical properties of materials. *IOP Conference Series: Materials Science and Engineering*, 399(1), 0–10. <https://doi.org/10.1088/1757-899X/399/1/012007>
- Chalioris, C. E., Kosmidou, P. M. K., & Karayannis, C. G. (2019). Cyclic response of steel fiber reinforced concrete slender beams: An experimental study. *Materials*, 12(9). <https://doi.org/10.3390/ma12091398>
- Charrington, S. (2017). Artificial Intelligence for Industrial Applications. In *IFAC Proceedings Volumes* (Vol. 16, Issue 20, pp. 15–24). CloudPulse Strategies, LLC. [https://doi.org/10.1016/s1474-6670\(17\)61579-9](https://doi.org/10.1016/s1474-6670(17)61579-9)
- Cihan, M. T., Güner, A., & Yüzer, N. (2013). Response surfaces for compressive strength of concrete. *Construction and Building Materials*, 40, 763–774. <https://doi.org/10.1016/j.conbuildmat.2012.11.048>
- Clough, R. (1960). The finite element method in plane stress analysis. *Proceedings of the 2nd ASCE Conference on Electronic Computation*.

- Comisión asesora permanente para el régimen de construcciones sismo resistentes. (2010). *Reglamento colombiano de construcción sismo resistente. NSR-10*.
- Computers & Structures Inc. (2019). *CSI Analysis Reference Manual* (CSI (ed.)). CSI.
- Computers & Structures Inc. (2020). *SAP2000 V.22* (No. 22). CSI.
- Cotes, D., Cotes, C., Carrillo, S., & Zapata, L. (2019). Rheological study of steel fiber reinforced self-compacting concrete. In X. CIM (Ed.), *Libro de memorias CIM 2019* (p. 287). X CIM.
- Cunha, V. M. C. F., Barros, J. A. O., & Sena-Cruz, J. M. (2010). Pullout behavior of steel fibers in self-compacting concrete. *Journal of Materials in Civil Engineering*, 22(1), 1–9. [https://doi.org/10.1061/\(ASCE\)MT.1943-5533.0000001](https://doi.org/10.1061/(ASCE)MT.1943-5533.0000001)
- de Borst, R., Remmers, J. J. C., Needleman, A., & Abellan, M. A. (2004). Discrete vs smeared crack models for concrete fracture: Bridging the gap. *International Journal for Numerical and Analytical Methods in Geomechanics*, 28(7–8), 583–607. <https://doi.org/10.1002/nag.374>
- De Oliveira Júnior, L. Á., Dos Santos Borges, V. E., Danin, A. R., MacHado, D. V. R., De Lima Araújo, D., El Debs, M. K., & Rodrigues, P. F. (2010). Stress-strain curves for steel fiberreinforced concrete in compression. *65th ABM International Congress, 18th IFHTSE Congress and 1st TMS/ABM International Materials Congress 2010*, 7, 5447–5454. <https://doi.org/10.1590/s1517-70762010000200025>
- Deng, B., Jiang, D., & Gong, J. (2018). Is a three-parameter Weibull function really necessary for the characterization of the statistical variation of the strength of brittle ceramics? *Journal of the European Ceramic Society*, 38(4), 2234–2242. <https://doi.org/10.1016/j.jeurceramsoc.2017.10.017>
- Deshpande, A. (2010). *Rheology of Complex Fluids* (A. Deshpande (ed.); 1st ed.). Springer international.
- Ding, C., Wu, C., Meng, Z., & Fang, G. (2019). Mechanical properties and characteristic analysis of the new concave–convex polypropylene macro fiber. *Journal of Engineered Fibers and Fabrics*, 14(4800). <https://doi.org/10.1177/1558925019843018>

- Dlouhý, L., & Pouillon, S. (2019). Application of the design code for steel fibre reinforced concrete into finite element software. *IOP Conference Series: Materials Science and Engineering*, 596(1). <https://doi.org/10.1088/1757-899X/596/1/012009>
- Dorninger, K. (1991). A nonlinear layered shell finite element with improved transverse shear behavior. *Composites Engineering*, 1(4), 211–224. [https://doi.org/10.1016/0961-9526\(91\)90034-P](https://doi.org/10.1016/0961-9526(91)90034-P)
- Du, K. (2014). *Neural Networks and Statistical Learning*. Springer.
- El-dieb, A. S., & Taha, M. M. R. (2012). Flow characteristics and acceptance criteria of fiber-reinforced self-compacted concrete (FR-SCC). *Construction and Building Materials*, 27(1), 585–596. <https://doi.org/10.1016/j.conbuildmat.2011.07.004>
- El-gamal, S. M. A. (2012). Effect of superplasticizers on the hydration kinetic and mechanical properties of Portland cement pastes. *Journal of Advanced Research*, 3(2), 119–124. <https://doi.org/10.1016/j.jare.2011.05.008>
- Elsaigh, W. A., Robberts, J. M., & Kearsley, E. P. (2012). Modeling the Behavior of Steel-Fiber Reinforced Concrete Ground Slabs. I: Development of Material Model. *Journal of Transportation Engineering*, 137(12), 882–888. [https://doi.org/10.1061/\(ASCE\)TE.1943-5436.0000276](https://doi.org/10.1061/(ASCE)TE.1943-5436.0000276)
- European concrete platform ASBL. (2009). Sustainable benefits of concrete structures. In *European Concrete Platform* (pp. 1–40). European Concrete Platform ASBL.
- Fernandes, P. A. L., Veludo, J., Almeida, N., Baptista, J., & Rodrigues, H. (2018). Study of a self-compacting fiber-reinforced concrete to be applied in the precast industry. *Innovative Infrastructure Solutions*, 3(1). <https://doi.org/10.1007/s41062-018-0136-5>
- Finazzi, S., Paegle, I., Fischer, G., & Minelli, F. (2014). Influence of bending test configuration on cracking behavior of FRC. *Proceedings of the 3rd All-Russia (International) Conference on Concrete and Reinforced Concrete*, 3, 196–205.
- Forst, W., & Hoffmann, D. (2010). *Optimization- Theory and Practice*. Springer.

- Galeote, E., Blanco, A., Cavalaro, S. H. P., & de la Fuente, A. (2017). Correlation between the Barcelona test and the bending test in fibre reinforced concrete. *Construction and Building Materials*, 152, 529–538. <https://doi.org/10.1016/j.conbuildmat.2017.07.028>
- Gallo, L., González, G., & Carrillo, J. (2013). *Comportamiento Del Concreto Reforzado Con Fibras De Acero Zp-306 Sometido a Esfuerzos De Compresion*. 23(1), 117–133. <https://doi.org/10.18359/rcin.236>
- García, V. J., Márquez, C. O., Zúñiga-Suárez, A. R., Zúñiga-Torres, B. C., & Villalta-Granda, L. J. (2017). Brazilian Test of Concrete Specimens Subjected to Different Loading Geometries: Review and New Insights. *International Journal of Concrete Structures and Materials*, 11(2), 343–363. <https://doi.org/10.1007/s40069-017-0194-7>
- Gencil, O., Brostow, W., Datashvili, T., & Thedford, M. (2011). Workability and mechanical performance of steel fiber-reinforced self-compacting concrete with fly ash. *Composite Interfaces*, 18(2), 169–184. <https://doi.org/10.1163/092764411X567567>
- Ghoddousi, P., Akbar, A., & Javid, S. (2016). A new method to determine initial setting time of cement and concrete using plate test. *Materials and Structures*, 49(8), 3135–3142. <https://doi.org/10.1617/s11527-015-0709-0>
- Gómez, J., & Palacios, E. (2011). *Principales causas y posibles soluciones de la relaciones a nivel patológico en sistemas de edificaciones aporticadas*. [https://repository.udem.edu.co/bitstream/handle/11407/1113/Principales causas y posibles soluciones de las reclamaciones a nivel patológico en sistemas de edificaciones aporticadas.pdf?sequence=1&isAllowed=y](https://repository.udem.edu.co/bitstream/handle/11407/1113/Principales%20causas%20y%20posibles%20soluciones%20de%20las%20reclamaciones%20a%20nivel%20patol%C3%B3gico%20en%20sistemas%20de%20edificaciones%20aporticadas.pdf?sequence=1&isAllowed=y)
- Gudise, V. G., & Venayagamoorthy, G. K. (2003). Comparison of particle swarm optimization and backpropagation as training algorithms for neural networks. *2003 IEEE Swarm Intelligence Symposium, SIS 2003 - Proceedings*, 12, 110–117. <https://doi.org/10.1109/SIS.2003.1202255>
- Hafedh, A. A., & Hassan, G. H. (2019). Finite element analysis of steel fiber reinforced concrete beams. *International Journal of Engineering Research and Technology*, 12(12), 2303–2311.

- Hartsuijker, C., & Welleman, J. . (2007). Engineering mechanics: v.2: Stresses, strains, displacements. In *Springer*. Springer international. <https://doi.org/10.5860/choice.45-3813>
- Hokes, F., Kala, J., & Krnavek, O. (2015). Optimization as a tool for the inverse identification of parameters of nonlinear material models. *Mechanics, Energy, Enviroment*, 50–55.
- Holschemacher, K. (2004). Hardened properties of self-compacting concrete. *Modern Building Materials, Structuras and Techniques*, May.
- Hussein, L., & Amleh, L. (2018). Size effect of ultra-high performance fiber reinforced concrete composite beams in shear. *Structural Concrete*, 19(1), 141–151. <https://doi.org/10.1002/suco.201700078>
- Instituto Nacional de Vías. (2014). *Norma Colombiana de Diseño de Puentes. CCP-14*.
- International Federation for Structural Concrete. (2010). *Model Code for Concrete Structures* (P. Beverly (ed.)). Wilhelm Ernst & Sohn.
- Irgens, F. (2014). *Rheology and Non-Newtonian Fluids* (Springer (ed.); 1st ed.). Springer international.
- Jafarifar, N., Pilakoutas, K., Angelakopoulos, H., & Bennett, T. (2017). Post-cracking tensile behaviour of steel-fibre-reinforced roller-compacted-concrete for FE modelling and design purposes. *Materiales de Construccion*, 67(326), 1–12. <https://doi.org/10.3989/mc.2017.06716>
- Jagota, V., Sethi, A. P. S., & Kumar, K. (2013). Finite element method: An overview. *Walailak Journal of Science and Technology*, 10(1), 1–8. <https://doi.org/10.2004/wjst.v10i1.499>
- Jiang, N., Zhao, Z., & Ren, L. (2003). Design of structural modular neural networks with genetic algorithm. *Advances in Engineering Software*, 34(1), 17–24. [https://doi.org/10.1016/S0965-9978\(02\)00107-2](https://doi.org/10.1016/S0965-9978(02)00107-2)

- Kang, H. -T, & Yoon, C. J. (1994). Neural Network Approaches to Aid Simple Truss Design Problems. *Computer-Aided Civil and Infrastructure Engineering*, 9(3), 211–218. <https://doi.org/10.1111/j.1467-8667.1994.tb00374.x>
- Karahan, O., Tanyildizi, H., & Atis, C. D. (2008). An artificial neural network approach for prediction of long-term strength properties of steel fiber reinforced concrete containing fly ash. *Journal of Zhejiang University: Science A*, 9(11), 1514–1523. <https://doi.org/10.1631/jzus.A0720136>
- Kennedy, J., & Eberhart, R. (1995). Particle swarm optimization. *Neural Networks, 1995. Proceedings., IEEE International Conference On*, 4, 1942–1948 vol.4. <https://doi.org/10.1109/ICNN.1995.488968>
- Khajehzadeh, M., Taha, M. R., El-Shafie, A., & Eslami, M. (2012). Optimization of shallow foundation using gravitational search algorithm. *Research Journal of Applied Sciences, Engineering and Technology*, 4(9), 1124–1130.
- Koehler, E. P., & Fowler, D. W. (2007). Aggregates in Self-Consolidatin Concrete. In *International center for aggregates research*.
- Kriesel, D. (2005). *A brief introduction to Neural Networks*. David Kriesel.
- Kröse, B., & Van der Smagt, P. (1996). Introduction to Neural Networks. In *Lecture Notes in Physics* (8th ed.). University of Amsterdam. https://doi.org/10.1007/978-3-030-40245-7_4
- Kumar, S., & Barai, S. V. (2010). Neural networks modeling of shear strength of SFRC corbels without stirrups. *Applied Soft Computing Journal*, 10(1), 135–148. <https://doi.org/10.1016/j.asoc.2009.06.012>
- Lai, W., Rubin, D., & Krmpl, E. (1999). *Introduction to continuum mechanics*. Butterworth Heinemann Ltd.
- Laranjeira, F., Molins, C., & Aguado, A. (2010). Predicting the pullout response of inclined hooked steel fibers. *Cement and Concrete Research*, 40(10), 1471–1487. <https://doi.org/10.1016/j.cemconres.2010.05.005>

- Laranjeira, Filipe. (2010). Design-oriented constitutive model for steel fiber reinforced concrete. In *PhD thesis, Universitat Politècnica de Catalunya* (Issue March).
- Larsen, I. L., & Thorstensen, R. T. (2020). The influence of steel fibres on compressive and tensile strength of ultra high performance concrete: A review. *Construction and Building Materials*, 256, 119459. <https://doi.org/10.1016/j.conbuildmat.2020.119459>
- Lee, M. K., & Barr, B. I. G. (2004). A four-exponential model to describe the behaviour of fibre reinforced concrete. *Materials and Structures/Materiaux et Constructions*, 37(271), 464–471. <https://doi.org/10.1617/13958>
- Lee, S. C., Cho, J. Y., & Vecchio, F. J. (2013). Constitutive model for steel fibre reinforced concrete in tension. *Proceedings of the 8th International Conference on Fracture Mechanics of Concrete and Concrete Structures, FraMCoS 2013*, 243–252.
- Li, F. Y., Li, L. Y., Dang, Y., & Wu, P. F. (2018). Study of the effect of fibre orientation on artificially directed steel fibre-reinforced concrete. *Advances in Materials Science and Engineering*, 2018. <https://doi.org/10.1155/2018/8657083>
- Liberti, L. (2008). *Introduction to applied optimization*.
- Lin, Z., & Li, V. C. (1997). Crack bridging in fiber reinforced cementitious composites with slip-hardening interfaces. *Journal of the Mechanics and Physics of Solids*, 45(5), 763–787. [https://doi.org/10.1016/S0022-5096\(96\)00095-6](https://doi.org/10.1016/S0022-5096(96)00095-6)
- Lu, P., Chen, S., & Zheng, Y. (2012). Artificial intelligence in civil engineering. *Mathematical Problems in Engineering*, 2012, 1–22. <https://doi.org/10.1155/2012/145974>
- Lubliner, J., Oliver, J., Oller, S., & Onate, E. (1989). A Plastic-Damage Model. *International Journal of Solids and Structures*, 25(3), 299–326.
- Luccioni, B., Ruano, G., Isla, F., Zerbino, R., & Giaccio, G. (2012). A simple approach to model SFRC. *Construction and Building Materials*, 37, 111–124. <https://doi.org/10.1016/j.conbuildmat.2012.07.027>

- Manoharan, S. V., & Anandan, S. (2014). Steel fibre reinforcing characteristics on the size reduction of fly ash based concrete. *Advances in Civil Engineering*, 2014. <https://doi.org/10.1155/2014/217473>
- Marini, F., & Walczak, B. (2015). Particle swarm optimization (PSO). A tutorial. *Chemometrics and Intelligent Laboratory Systems*, 149, 153–165. <https://doi.org/10.1016/j.chemolab.2015.08.020>
- Mashhadban, H., Kutanaei, S. S., & Sayarinejad, M. A. (2016). Prediction and modeling of mechanical properties in fiber reinforced self-compacting concrete using particle swarm optimization algorithm and artificial neural network. *Construction and Building Materials*, 119, 277–287. <https://doi.org/10.1016/j.conbuildmat.2016.05.034>
- MathWorks. (2020). *MATLAB R 2020a* (R 2020a). MathWorks.
- Mendieta, L. (2017). Aplicacion de concreto reforzado con fibras en losas de contrapiso para viviendas de interes social. In *Universidad Militar Nueva Granada*. Universidad militar nueva granada.
- Methods, C., Mech, A., Rukavina, T., Ibrahimbegovic, A., & Kozar, I. (2019). Fiber-reinforced brittle material fracture models capable of capturing a complete set of failure modes including fiber pull-out. *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, 355(1), 157–192. <https://doi.org/10.1016/j.cma.2019.05.054>
- Microsoft Corporation. (2019). *Microsoft Excel 19.0* (No. 19). Microsoft Corporation.
- Mihai, I. C., Jefferson, A. D., & Lyons, P. (2016). A plastic-damage constitutive model for the finite element analysis of fibre reinforced concrete. *Engineering Fracture Mechanics*, 159, 35–62. <https://doi.org/10.1016/j.engfracmech.2015.12.035>
- Minitab LLC. (2016). *Minitab V.16* (No. 16).
- Moaveni, S. (1999). Finite element analysis—theory and application with ANSYS. In *Pretice-Hall* (Vol. 12, Issue 8). Pretice-Hall. [https://doi.org/10.1016/s0892-6875\(99\)90030-4](https://doi.org/10.1016/s0892-6875(99)90030-4)

- Mohamed, N., Soliman, A. M., & Nehdi, M. L. (2015). Mechanical performance of full-scale precast steel fibre-reinforced concrete pipes. *Engineering Structures*, 84, 287–299. <https://doi.org/10.1016/j.engstruct.2014.11.033>
- Molins, C., Aguado, A., & Saludes, S. (2009). Double punch test to control the energy dissipation in tension of FRC (Barcelona test). *Materials and Structures/Materiaux et Constructions*, 42(4), 415–425. <https://doi.org/10.1617/s11527-008-9391-9>
- Möller, O., Foschi, R. O., Quiroz, L. M., & Rubinstein, M. (2009). Structural optimization for performance-based design in earthquake engineering: Applications of neural networks. *Structural Safety*, 31(6), 490–499. <https://doi.org/10.1016/j.strusafe.2009.06.007>
- Montgomery, D. C., & George C. Runger. (2011). *Applied Statistics and Probability for Engineers*. (5th ed.). Jhn Wiley & Sons. www.wiley.com/college/montgomery%5CnEngineering
- Moradi, M., Bagherieh, A. R., & Esfahani, M. R. (2019). Constitutive modeling of steel fiber-reinforced concrete. *International Journal of Damage Mechanics*, 29(3), 388–412. <https://doi.org/10.1177/1056789519851159>
- Mosler, J., & Meschke, G. (2004). Embedded crack vs. smeared crack models: A comparison of elementwise discontinuous crack path approaches with emphasis on mesh bias. *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, 193(30–32), 3351–3375. <https://doi.org/10.1016/j.cma.2003.09.022>
- Neeraja, D., & Swaroop, G. (2017). Prediction of compressive strength of concrete using artificial neural networks. *Research Journal of Pharmacy and Technology*, 10(1), 35–40. <https://doi.org/10.5958/0974-360X.2017.00009.9>
- Nguyen, D. L., Thai, D. K., Ngo, T. T., Tran, T. K., & Nguyen, T. T. (2019). Weibull modulus from size effect of high-performance fiber-reinforced concrete under compression and flexure. *Construction and Building Materials*, 226, 743–758. <https://doi.org/10.1016/j.conbuildmat.2019.07.234>
- Nocedal, J., & Wright, S. J. (2006). Numerical Optimization. In Springer. <https://doi.org/10.1007/0-387-33477-7>

- Oikonomou-mpegetis, S. (2013). Behaviour and Design of Steel Fibre Reinforced Concrete Slabs. *Behaviour and Design of Steel Fibre Reinforced Concrete Slabs*, 1–352.
- Okamura, H., & Ouchi, M. (2003). Self-Compacting Concrete. *Journal of Advanced Concrete Technology*, 1(1), 5–15.
- Oliver, J., Cervera, M., & Oller, S. (1990). *Isotropic Damage Models and Smeared Crack Analysis of Concrete*. January.
- Ortiz, J. ., De la Fuente, A., Mena, F., Segura, I., & Aguado, A. (2017). Steel-fibre-reinforced self-compacting concrete with 100% recycled mixed aggregates suitable for structural applications. In *Construction and Building Materials* (Vol. 156, pp. 230–241). <https://doi.org/10.1016/j.conbuildmat.2017.08.188>
- Özcan, D. M., Bayraktar, A., Şahin, A., Haktanir, T., & Türker, T. (2009a). Experimental and finite element analysis on the steel fiber-reinforced concrete (SFRC) beams ultimate behavior. *Construction and Building Materials*, 23(2), 1064–1077. <https://doi.org/10.1016/j.conbuildmat.2008.05.010>
- Özcan, D. M., Bayraktar, A., Şahin, A., Haktanir, T., & Türker, T. (2009b). Experimental and finite element analysis on the steel fiber-reinforced concrete (SFRC) beams ultimate behavior. *Construction and Building Materials*, 23(2), 1064–1077. <https://doi.org/10.1016/j.conbuildmat.2008.05.010>
- Pajak, M., & Ponikiewski, T. (2013). Flexural behavior of self-compacting concrete reinforced with different types of steel fibers. *Construction and Building Materials*, 47, 397–408. <https://doi.org/10.1016/j.conbuildmat.2013.05.072>
- Patil, A., Patted, L., Tenagi, M., Jahagirdar, V., Patil, M., & Gautam, R. (2017). Artificial Intelligence as a Tool in Civil Engineering-A Review. *IOSR Journal of Computer Engineering* , 36–39(Acbcd), 2278–8727. www.iosrjournals.org
- Peng, X., & Meyer, C. (2000). A continuum damage mechanics model for concrete reinforced with randomly distributed short fibers. *Computers and Structures*, 78(4), 505–515. [https://doi.org/10.1016/S0045-7949\(00\)00045-6](https://doi.org/10.1016/S0045-7949(00)00045-6)

- Persson, B. (2001). A comparison between mechanical properties of self-compacting concrete and the corresponding properties of normal concrete. *Cement and Concrete Research*, 31(2), 193–198. [https://doi.org/10.1016/S0008-8846\(00\)00497-X](https://doi.org/10.1016/S0008-8846(00)00497-X)
- Podstawka, A., Kovar, M., Foglar, M., & Kristek, V. (2015). Statistical Evaluation of three and four-point bending tests of FRC. *Advanced Materials Research*, 1106, 118–121. <https://doi.org/10.4028/www.scientific.net/amr.1106.118>
- Ponikiewski, T., & Golaszewski, J. (2013). Properties of steel fibre reinforced self-compacting concrete for optimal rheological and mechanical properties in precast beams. *Procedia Engineering*, 65, 290–295. <https://doi.org/10.1016/j.proeng.2013.09.045>
- Portilla, J., & Vesga, A. (2019). Comportamiento mecánico en mezclas de concreto auto-compactante reforzado con fibras de acero, con base en un modelo probabilístico de la fractura [Universidad Industrial de Santander]. In *Universidad Industrial de Santander*. <https://doi.org/10.1145/1390630.1390641>
- Portugal Barriga, P. A. (2003). Reología del concreto. *XIV Congreso Nacional de Ingeniería Civil - IQUITOS 2003*, 51–1. www.construccion.org.pe
- Pujadas, P., Blanco, A., Cavalaro, S., De la Fuente, A., & Aguado, A. (2013). *Analytical Model for the Generalization of the Barcelona Test By Using the Axial Displacement To Determine the Toughness of the Frc*. September, 1–9.
- Pujadas, P., Blanco, A., Cavalaro, S., De La Fuente, A., & Aguado, A. (2013). New analytical model to generalize the Barcelona test using axial displacement. *Journal of Civil Engineering and Management*, 19(2), 259–271. <https://doi.org/10.3846/13923730.2012.756425>
- Qian, Y., & Kawashima, S. (2018). Distinguishing dynamic and static yield stress of fresh cement mortars through thixotropy. *Cement and Concrete Composites*, 86, 288–296.
- Quiceno, V., Cotes, D., & Zapata, L. (2020). *Implementación de la correlación de imágenes digitales en la caracterización mecánica del concreto auto-compactante reforzado con fibras de acero*. Universidad Industrial de Santander.

- Raharjo, D., Subakti, A., & Tavio. (2013). Mixed concrete optimization using fly ash, silica fume and iron slag on the SCC's compressive strength. *Procedia Engineering*, 54, 827–839. <https://doi.org/10.1016/j.proeng.2013.03.076>
- Rai, B., & Satish, K. (2019). Influence of Water Binder Ratio and Chemical Admixture on the Properties of Self- Compacting Concrete with composite Cement- Fly Ash binder. *Sustainable Structure and Materials*, 2(1), 97–116. <https://doi.org/10.26392/SSM.2019.02.01.097>
- Rao, B. K. (2010). Steel fibre reinforced self-compacting concrete incorporating class F fly ash. *International Journal of Engineering Science and Technology*, 2(9), 4936–4943.
- Rashedi, E., Nezamabadi-pour, H., & Saryazdi, S. (2009). GSA: A Gravitational Search Algorithm. *Information Sciences*, 179(13), 2232–2248. <https://doi.org/10.1016/j.ins.2009.03.004>
- Remacle, J., Lambrechts, J., & Seny, B. (2012). Blossom-Quad: A non-uniform quadrilateral mesh generator using a minimum-cost perfect-matching algorithm. *International Journal for Numerical Methods in Engineering*, February, 1102–1119. <https://doi.org/10.1002/nme>
- RILEM TC 162-TDF. (2003). Final recommendation of RILEM TC 162-TDF: Test and design methods for steel fibre reinforced concrete sigma-epsilon-design method. *Materials and Structures/Materiaux et Constructions*, 36(262), 560–567. <https://doi.org/10.1617/14007>
- Rojas, F., Anderson, J. C., & Massone, L. M. (2019). A nonlinear quadrilateral thin flat layered shell element for the modeling of reinforced concrete wall structures. *Bulletin of Earthquake Engineering*, 17(12), 6491–6513. <https://doi.org/10.1007/s10518-019-00566-8>
- Ruiz, G., de la Rosa, Á., Wolf, S., & Poveda, E. (2018). Model for the compressive stress–strain relationship of steel fiber-reinforced concrete for non-linear structural analysis. *Hormigón y Acero*, December. <https://doi.org/10.1016/j.hya.2018.10.001>
- Ruiz, S., Cotes, D., Zapata, L., Portilla, J., León, S., Caicedo, F., & Vesga, A. (2019). Compatibility study between portland cement type I and polycarboxilate based superplasticizer in presence of fly ash. In X Congreso Internacional de Materiales (Ed.), *Libro de memorias CIM 2019* (p. 110). X Congreso Internacional de Materiales.

- Sfikas, I. P., & Engineering, J. (2017). Self-compacting concrete: History and current trends. *Concrete (London)*, June.
- Shadabi, F., & Sharma, D. (2008). Artificial Intelligence and Data Mining techniques in medicine - Success stories. *BioMedical Engineering and Informatics: New Development and the Future - Proceedings of the 1st International Conference on BioMedical Engineering and Informatics, BMEI 2008, 1*, 235–239. <https://doi.org/10.1109/BMEI.2008.170>
- Shi, Y., & Eberhart, R. (1998). A modified particle swarm optimizer algorithm. *1998 IEEE International Conference on Evolutionary Computation Proceedings. IEEE World Congress on Computational Intelligence*, 69–73. <https://doi.org/10.1109/ICEMI.2007.4350772>
- Smucker, B. J., Edwards, D. J., & Weese, M. L. (2020). Response surface models: To reduce or not to reduce? *Journal of Quality Technology*, 0(0), 1–20. <https://doi.org/10.1080/00224065.2019.1705208>
- Snyman, J. (2005). Practical mathematical optimization. In *Nature* (Vol. 90, Issue 2237). Springer. <https://doi.org/10.1038/090034b0>
- Sonebi, M., Cevik, A., Grünewald, S., & Walraven, J. (2016). Modelling the fresh properties of self-compacting concrete using support vector machine approach. *Construction and Building Materials*, 106(1), 55–64. <https://doi.org/10.1016/j.conbuildmat.2015.12.035>
- The European Guidelines for Self-Compacting Concrete. (2005). *The European Guidelines for Self-Compacting Concrete*. May.
- Tregger, N., Gregori, A., Ferrara, L., & Shah, S. (2012). Correlating dynamic segregation of self-consolidating concrete to the slump-flow test. *Construction and Building Materials*, 28(1), 499–505. <https://doi.org/10.1016/j.conbuildmat.2011.08.052>
- Trtnik, G., Kavčič, F., & Turk, G. (2009). Prediction of concrete strength using ultrasonic pulse velocity and artificial neural networks. *Ultrasonics*, 49(1), 53–60. <https://doi.org/10.1016/j.ultras.2008.05.001>

- Tumidajski, P. J., Fiore, L., Khodabocus, T., Lachemi, M., & Pari, R. (2006). Comparison of Weibull and normal distributions for concrete compressive strengths. *Canadian Journal of Civil Engineering*, 33(10), 1287–1292. <https://doi.org/10.1139/L06-080>
- Vanluchene, R. ., & Sun, R. (1990). Neural Networks in Structural Engineering. *Computer-Aided Civil and Infrastructure Engineering*, 5, 207–215.
- Wang, T., Zhao, H., Hao, J., & Zu, J. (2011). Research on compressive stress - Strain relationship of fiber reinforced concrete. *Advanced Materials Research*, 168–170, 384–392. <https://doi.org/10.4028/www.scientific.net/AMR.168-170.384>
- Woo, S. K., Kim, K. J., & Han, S. H. (2014). Tensile cracking constitutive model of Steel Fiber Reinforced Concrete (SFRC). *KSCE Journal of Civil Engineering*, 18(5), 1446–1454. <https://doi.org/10.1007/s12205-014-0335-3>
- Yan, P., & Yu, C. (2009). Application of Self-Consolidating Concrete in Beijing. *Second International Symposium on Design, Performance and Use of Self-Consolidating Concrete SCC*, 817–822. <http://demo.webdefy.com/rilem-new/wp-content/uploads/2016/10/pro065-086.pdf>
- Yeh, I. . (1998). Modeling of strength of high-performance concrete using artificial neural networks. *Cement and Concrete Research*, 43(March), 1–9. [https://doi.org/10.1016/S0958-3891\(98\)00033-2](https://doi.org/10.1016/S0958-3891(98)00033-2)
- Yusup, N., Zain, A. M., & Hashim, S. Z. M. (2012). Evolutionary techniques in optimizing machining parameters: Review and recent applications (2007-2011). In *Expert Systems with Applications* (Vol. 39, Issue 10, pp. 9909–9927). <https://doi.org/10.1016/j.eswa.2012.02.109>
- Zapata-Ordúz, L. E., Portela, G., & Suárez, O. M. (2014). Weibull statistical analysis of splitting tensile strength of concretes containing class F fly ash, micro/nano-SiO₂. *Ceramics International*, 40(5), 7373–7388. <https://doi.org/10.1016/j.ceramint.2013.12.083>
- Zapata, L., Portela, G., Suárez, M., & Green, B. (2019). Mechanical behavior of quaternary concrete with micro/nano SiO₂ analyzed by artificial neural network and surface response method. *Revista Latino Americana de Metalurgia y Materiales*, 39(1), 59–83.

Apéndices

Apéndice A. Resultados del ensayo de compresión simple

A continuación, se muestran todos los resultados de medidas de los especímenes, carga y esfuerzos máximos en compresión, de los ensayos de compresión simple.

Código	a/c	%F	Longitud [mm]	Diámetro [mm]	Carga máxima [kN]	f _c [MPa]
M1-5005-I	0.50	0.50	152.00	75.13	171.69	38.73
M1-5005-II	0.50	0.50	151.00	75.75	155.56	34.52
M1-5005-III	0.50	0.50	149.00	74.75	158.47	36.11
M1-5005-IV	0.50	0.50	147.00	74.50	159.06	36.49
M2-5005-I	0.50	0.50	148.50	75.33	205.93	46.20
M2-5005-II	0.50	0.50	145.00	74.58	199.14	45.58
M2-5005-III	0.50	0.50	147.50	78.18	213.38	44.45
M2-5005-IV	0.50	0.50	150.00	78.13	212.67	44.35
M3-4309-I	0.43	0.85	148.00	74.83	169.63	38.57
M3-4309-II	0.43	0.85	149.00	74.72	171.26	39.06
M3-4309-III	0.43	0.85	147.50	74.50	202.68	46.50
M3-4309-IV	0.43	0.85	152.50	75.10	158.72	35.83
M4-5010-I	0.50	1.00	149.80	74.70	165.00	37.65
M4-5010-II	0.50	1.00	153.50	74.90	123.09	27.94
M4-5010-III	0.50	1.00	148.25	78.20	193.86	40.36
M4-5010-IV	0.50	1.00	147.60	78.18	165.36	34.44
M5-5005-I	0.50	0.50	147.50	74.45	143.66	33.00
M5-5005-II	0.50	0.50	147.50	74.32	150.99	34.81
M5-5005-III	0.50	0.50	150.00	74.92	146.76	33.29
M5-5005-IV	0.50	0.50	149.00	74.52	162.47	37.25
M6-5709-I	0.57	0.85	162.15	74.53	132.13	30.28
M6-5709-II	0.57	0.85	148.90	79.30	149.28	30.22
M6-5709-III	0.57	0.85	147.25	75.17	132.10	29.77
M6-5709-IV	0.57	0.85	150.55	75.53	136.23	30.40
M7-5005-I	0.50	0.50	153.50	75.72	153.62	34.12
M7-5005-II	0.50	0.50	150.50	74.67	150.83	34.45
M7-5005-III	0.50	0.50	149.55	74.12	153.47	35.57
M7-5005-IV	0.50	0.50	149.75	74.68	162.33	37.06
M8-5000-I	0.50	0.00	149.55	74.72	163.99	37.40

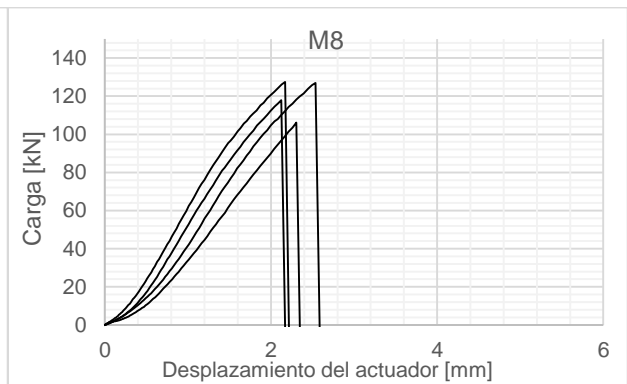
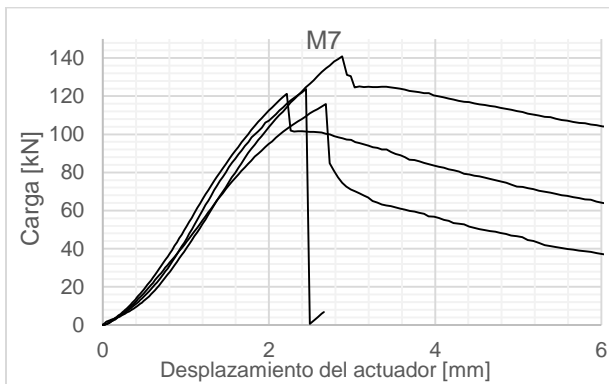
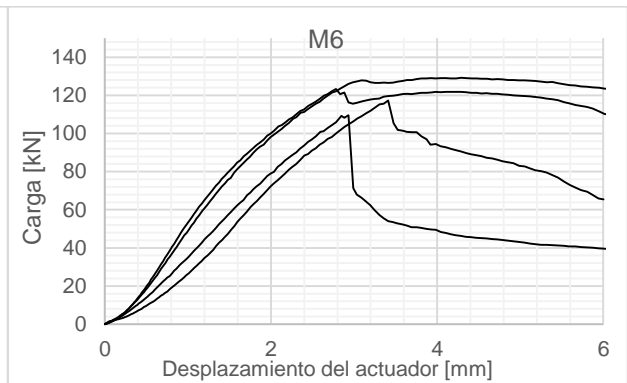
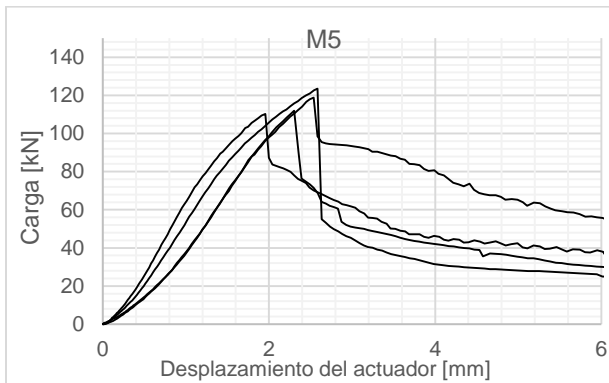
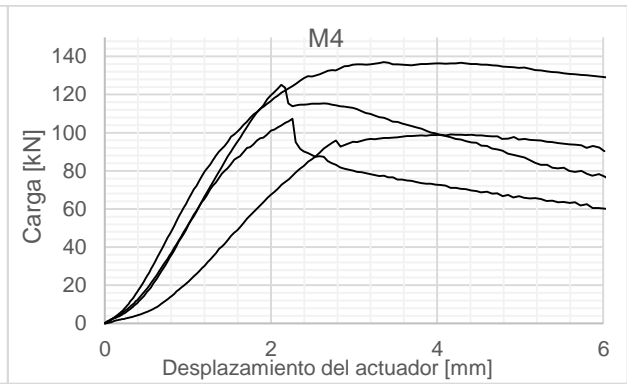
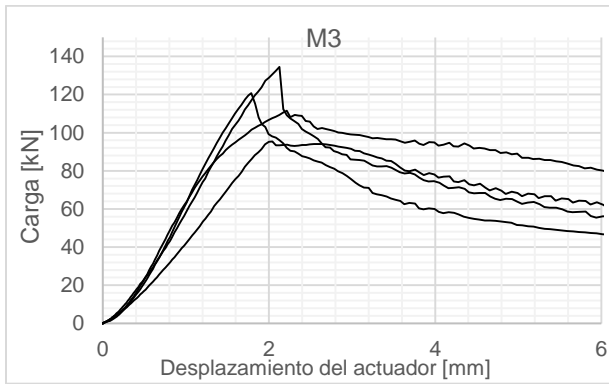
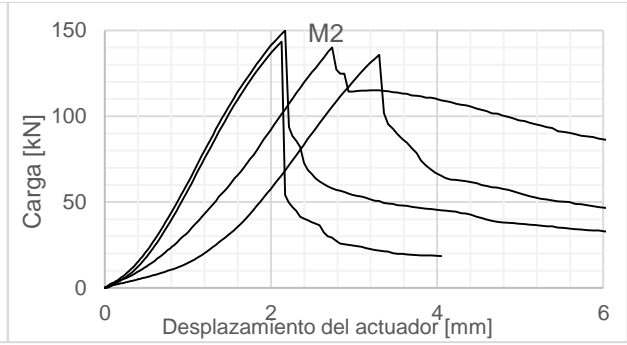
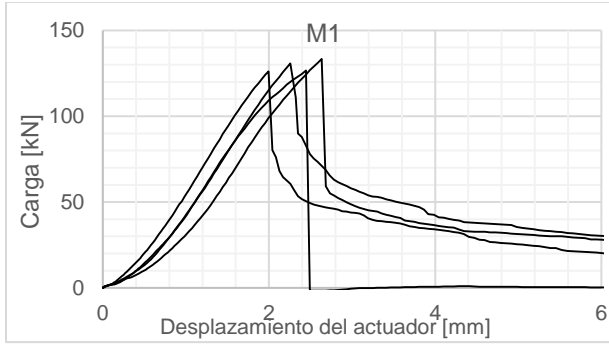
Código	a/c	%F	Longitud [mm]	Diámetro [mm]	Carga máxima [kN]	f _c [MPa]
M8-5000-II	0.50	0.00	147.10	74.75	163.05	37.15
M8-5000-III	0.50	0.00	152.00	74.88	151.21	34.33
M8-5000-IV	0.50	0.00	145.70	75.02	161.80	36.61
M9-5701-I	0.57	0.15	148.15	74.80	103.14	23.47
M9-5701-II	0.57	0.15	152.00	75.65	109.16	24.28
M9-5701-III	0.57	0.15	147.50	74.63	108.05	24.70
M9-5701-IV	0.57	0.15	151.00	74.60	102.30	23.40
M10-4005-I	0.40	0.50	151.50	75.42	183.61	41.10
M10-4005-II	0.40	0.50	150.65	78.88	199.97	40.92
M10-4005-III	0.40	0.50	152.50	75.62	196.14	43.68
M10-4005-IV	0.40	0.50	153.50	74.97	184.90	41.89
M11-6005-I	0.60	0.50	149.10	74.58	104.45	23.91
M11-6005-II	0.60	0.50	145.60	74.68	84.61	19.31
M11-6005-III	0.60	0.50	144.45	74.25	104.77	24.20
M11-6005-IV	0.60	0.50	147.35	78.37	116.12	24.07
M12-4301-I	0.43	0.15	148.75	78.43	212.08	43.89
M12-4301-II	0.43	0.15	147.85	74.25	205.60	47.48
M12-4301-III	0.43	0.15	147.35	73.83	207.66	48.50
M12-4301-IV	0.43	0.15	146.20	74.45	209.33	48.09
M13-5005-I	0.50	0.50	148.40	78.62	137.61	28.35
M13-5005-II	0.50	0.50	149.10	78.57	129.15	26.64
M13-5005-III	0.50	0.50	148.90	79.20	136.28	27.66
M13-5005-IV	0.50	0.50	149.55	75.47	123.37	27.58
Z1-4000-I	0.40	0.00	150.00	74.12	187.51	43.46
Z1-4000-II	0.40	0.00	145.00	74.33	208.36	48.01
Z1-4000-III	0.40	0.00	152.45	76.83	232.61	50.17
Z1-4000-IV	0.40	0.00	152.50	74.35	206.56	47.58
Z2-4300-I	0.43	0.00	149.00	79.17	243.16	49.40
Z2-4300-II	0.43	0.00	149.50	78.65	239.72	49.34
Z2-4300-III	0.43	0.00	150.00	79.13	227.50	46.26
Z2-4300-IV	0.43	0.00	150.00	76.12	223.58	49.14
Z3-5700-I	0.57	0.00	146.70	76.05	158.12	34.81
Z3-5700-II	0.57	0.00	148.90	78.57	145.37	29.99
Z3-5700-III	0.57	0.00	148.15	78.28	141.35	29.37
Z3-5700-IV	0.57	0.00	146.00	74.25	126.07	29.12
Z4-6000-I	0.60	0.00	149.00	78.87	119.48	24.46
Z4-6000-II	0.60	0.00	149.50	78.57	117.63	24.26
Z4-6000-III	0.60	0.00	149.50	78.67	123.77	25.46
Z4-6000-IV	0.60	0.00	147.50	74.97	108.04	24.48

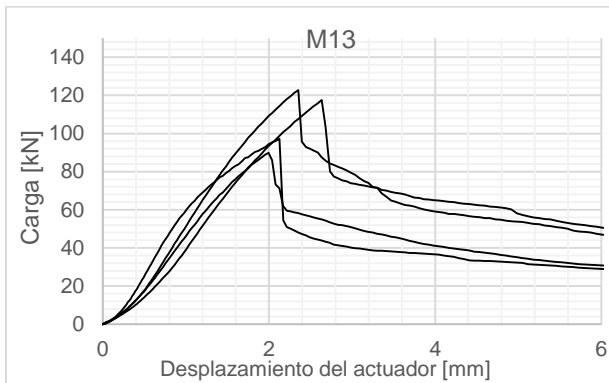
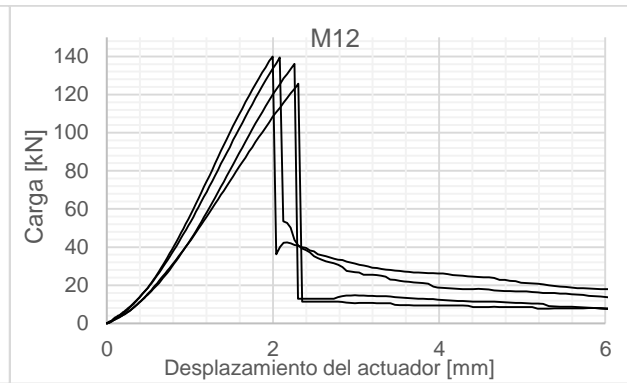
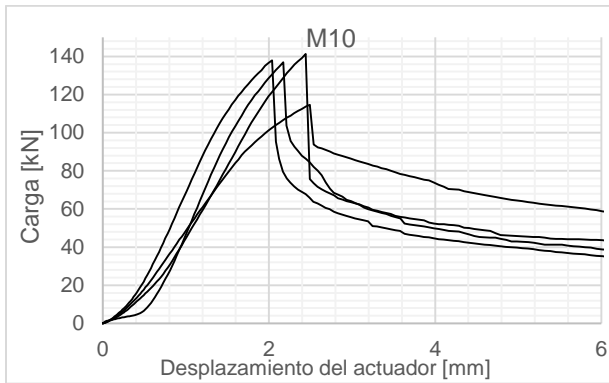
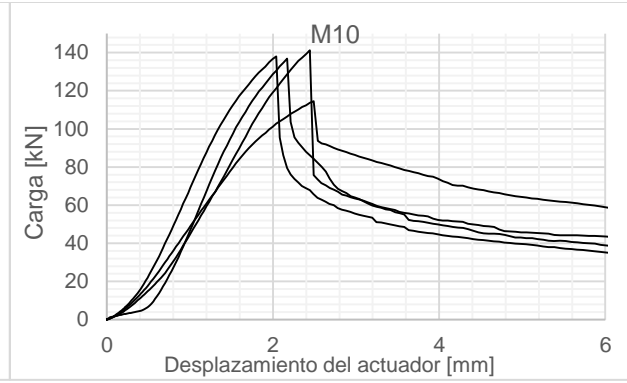
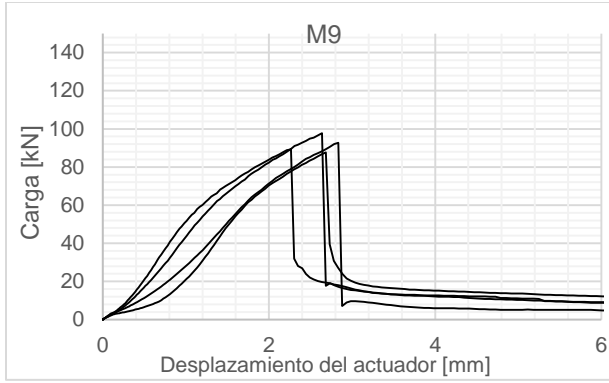
Apéndice B. Resultados del ensayo Barcelona

A continuación, se muestran todos los resultados de medidas de los especímenes, carga máxima, tenacidad hasta un desplazamiento del actuador de 6.00 [mm], esfuerzos del modelo constitutivo y graficas de carga-desplazamiento del actuador, de los ensayos de doble punzonamiento Barcelona.

Código	a/c	%F	Longitud [mm]	Diámetro [mm]	n	Carga máxima [kN]	Tenacidad [J]	f _{1t} [MPa]	f _{2t} [MPa]	f _{3t} [MPa]	f _{4t} [MPa]	f _{5t} [MPa]
M1-5005-I	0.50	0.50	160.00	160.00	3	126.03	269.76	3.33	1.51	1.35	0.66	0.44
M1-5005-II	0.50	0.50	159.50	161.33	3	133.29	287.82	3.50	1.45	0.99	0.62	0.51
M1-5005-III	0.50	0.50	158.00	158.33	2	130.73	312.54	3.54	3.47	2.79	1.23	0.89
M1-5005-IV	0.50	0.50	160.00	160.00	3	126.69	150.74	3.35	0.35	0.00	0.01	0.01
M2-5005-I	0.50	0.50	159.00	157.33	3	143.35	194.65	3.88	1.20	0.91	0.35	0.00
M2-5005-II	0.50	0.50	159.50	158.67	3	135.78	355.34	3.63	2.33	1.76	1.02	0.80
M2-5005-III	0.50	0.50	160.00	158.67	3	149.92	347.81	4.00	1.90	1.59	0.84	0.64
M2-5005-IV	0.50	0.50	150.50	159.00	3	140.10	532.70	3.98	2.71	2.37	2.02	1.66
M3-4309-I	0.43	0.85	161.50	158.00	2	111.49	493.06	2.96	2.41	2.43	2.10	1.77
M3-4309-II	0.43	0.85	160.50	157.67	2	95.36	403.46	2.55	2.10	2.10	1.74	1.41
M3-4309-III	0.43	0.85	149.50	158.67	2	120.69	379.02	3.46	2.73	2.56	1.51	1.15
M3-4309-IV	0.43	0.85	155.00	158.67	2	134.52	432.43	3.71	2.59	2.52	1.68	1.30
M4-5010-I	0.50	1.00	160.00	159.33	3	125.13	524.01	3.32	2.25	2.06	1.83	1.48
M4-5010-II	0.50	1.00	160.50	160.00	2	107.35	405.25	2.83	2.84	2.76	2.15	1.49
M4-5010-III	0.50	1.00	153.00	159.33	2	99.04	428.73	2.76	3.12	3.16	2.15	1.49
M4-5010-IV	0.50	1.00	162.00	160.33	2	137.08	658.30	3.57	4.07	4.07	3.95	3.82
M5-5005-I	0.50	0.50	152.00	158.33	2	110.28	326.92	3.11	2.79	2.70	1.47	1.25
M5-5005-II	0.50	0.50	160.50	159.33	3	123.48	298.97	3.27	1.31	0.95	0.54	0.47
M5-5005-III	0.50	0.50	155.50	158.00	2	118.80	412.91	3.28	3.11	3.03	2.21	1.32
M5-5005-IV	0.50	0.50	147.00	159.00	3	111.85	295.30	3.26	2.01	1.53	0.83	0.64
M6-5709-I	0.57	0.85	161.50	160.00	2	117.33	419.34	3.07	2.27	2.09	1.59	1.05
M6-5709-II	0.57	0.85	160.50	158.33	2	123.39	628.48	3.29	2.50	2.52	1.91	1.15
M6-5709-III	0.57	0.85	163.00	159.00	2	129.15	657.31	3.37	2.72	2.62	1.98	1.25
M6-5709-IV	0.57	0.85	152.00	158.00	2	109.52	330.60	3.10	1.63	1.50	0.96	0.38
M7-5005-I	0.50	0.50	162.50	158.33	2	115.94	360.51	3.05	2.55	2.44	1.49	0.48
M7-5005-II	0.50	0.50	152.50	157.67	2	121.24	452.75	3.42	3.31	3.30	2.65	1.95
M7-5005-III	0.50	0.50	162.50	159.67	2	140.93	570.67	3.67	3.92	3.91	3.39	2.84
M7-5005-IV	0.50	0.50	158.50	157.00	3	123.71	152.27	3.37	0.25	0.03	0.00	0.00
M8-5000-I	0.50	0.00	161.50	158.00	3	126.93	156.95	3.37	0.46	0.00	0.00	0.00
M8-5000-II	0.50	0.00	160.00	158.67	3	127.41	143.74	3.40	0.29	0.00	0.00	0.00
M8-5000-III	0.50	0.00	159.50	157.00	3	117.82	122.01	3.19	0.14	0.00	0.00	0.00
M8-5000-IV	0.50	0.00	151.50	158.33	3	106.08	107.39	3.00	0.14	0.00	0.00	0.00

Código	a/c	%F	Longitud [mm]	Diámetro [mm]	n	Carga máxima [kN]	Tenacidad [J]	f _{1t} [MPa]	f _{2t} [MPa]	f _{3t} [MPa]	f _{4t} [MPa]	f _{5t} [MPa]
M9-5701-I	0.57	0.15	159.50	157.33	3	97.74	192.82	2.64	0.51	0.23	0.14	0.11
M9-5701-II	0.57	0.15	153.00	158.00	3	89.48	158.88	2.51	0.40	0.36	0.16	0.12
M9-5701-III	0.57	0.15	148.50	157.67	3	92.64	153.74	2.69	0.46	0.11	0.08	0.07
M9-5701-IV	0.57	0.15	154.00	157.00	3	87.61	163.89	2.46	0.75	0.42	0.19	0.16
M10-4005-I	0.40	0.50	161.00	159.00	2	136.91	351.96	3.62	3.08	2.88	1.48	1.16
M10-4005-II	0.40	0.50	159.50	158.00	3	114.60	414.04	3.08	1.91	1.65	1.31	1.10
M10-4005-III	0.40	0.50	160.50	162.00	2	137.98	348.54	3.59	2.78	2.49	1.32	1.04
M10-4005-IV	0.40	0.50	161.00	159.00	3	141.27	368.06	3.73	1.63	1.30	0.92	0.78
M11-6005-I	0.60	0.50	152.50	162.33	3	93.66	388.64	2.56	1.01	0.70	0.63	0.56
M11-6005-II	0.60	0.50	159.00	159.00	2	92.13	326.74	2.47	1.40	1.34	0.85	0.33
M11-6005-III	0.60	0.50	149.00	157.67	2	88.76	324.69	2.57	1.18	1.17	0.83	0.66
M11-6005-IV	0.60	0.50	158.50	159.00	2	91.13	255.10	2.45	0.71	0.65	0.45	0.23
M12-4301-I	0.43	0.15	149.30	158.33	2	125.67	169.86	3.61	0.35	0.35	0.29	0.24
M12-4301-II	0.43	0.15	153.50	158.33	3	136.12	179.72	3.80	0.22	0.22	0.22	0.16
M12-4301-III	0.43	0.15	151.00	158.67	3	139.99	236.39	3.97	0.69	0.69	0.48	0.37
M12-4301-IV	0.43	0.15	161.00	158.00	2	139.36	222.80	3.71	1.50	1.46	0.53	0.38
M13-5005-I	0.50	0.50	160.50	158.67	4	117.48	371.04	3.12	1.51	1.01	0.70	0.59
M13-5005-II	0.50	0.50	160.00	159.33	3	97.30	275.99	2.58	1.14	0.91	0.66	0.55
M13-5005-III	0.50	0.50	160.00	158.33	2	122.77	399.24	3.28	2.92	2.85	1.76	1.41
M13-5005-IV	0.50	0.50	155.00	156.00	2	89.90	273.49	2.52	2.67	2.34	1.34	1.00
Z1-4000-I	0.40	0.00	149.00	157.00	3	137.23	113.12	3.99	0.00	0.00	0.00	0.00
Z1-4000-II	0.40	0.00	160.50	159.33	3	133.27	123.54	3.53	0.00	0.00	0.00	0.00
Z1-4000-III	0.40	0.00	161.00	158.67	3	132.38	114.66	3.51	0.08	0.00	0.00	0.00
Z1-4000-IV	0.40	0.00	149.00	158.67	2	117.50	92.71	3.38	0.00	0.00	0.00	0.00
Z2-4300-I	0.43	0.00	160.50	157.67	3	149.97	131.80	4.01	0.00	0.00	0.00	0.00
Z2-4300-II	0.43	0.00	159.50	158.67	3	162.88	168.07	4.36	0.15	0.00	0.00	0.00
Z2-4300-III	0.43	0.00	160.00	158.67	3	140.29	117.65	3.74	0.10	0.00	0.00	0.00
Z2-4300-IV	0.43	0.00	155.00	157.33	3	145.41	119.35	4.05	0.00	0.00	0.00	0.00
Z3-5700-I	0.57	0.00	159.50	158.67	3	117.99	157.34	3.16	0.45	0.00	0.00	0.00
Z3-5700-II	0.57	0.00	149.50	158.33	3	117.82	143.58	3.38	1.85	0.49	0.00	0.00
Z3-5700-III	0.57	0.00	159.50	157.33	3	118.28	153.04	3.19	0.59	0.00	0.00	0.00
Z3-5700-IV	0.57	0.00	149.50	159.00	2	95.02	103.64	2.72	0.75	0.05	0.00	0.00
Z4-6000-I	0.60	0.00	159.50	159.00	2	96.13	124.56	2.57	0.00	0.00	0.00	0.00
Z4-6000-II	0.60	0.00	161.00	158.00	2	93.69	115.61	2.49	0.00	0.00	0.00	0.00
Z4-6000-III	0.60	0.00	160.00	159.00	3	101.70	150.06	2.71	0.37	0.00	0.00	0.00
Z4-6000-IV	0.60	0.00	155.00	157.00	3	94.64	122.52	2.64	0.31	0.00	0.00	0.00





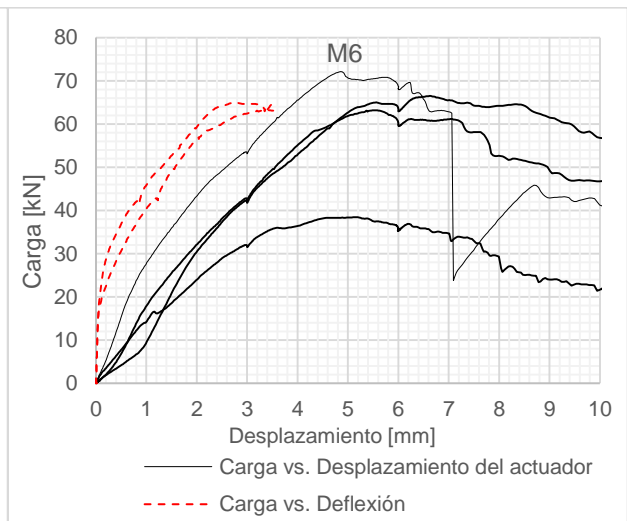
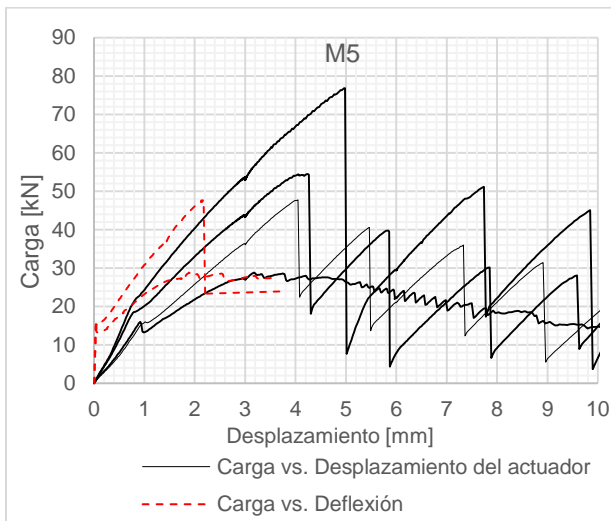
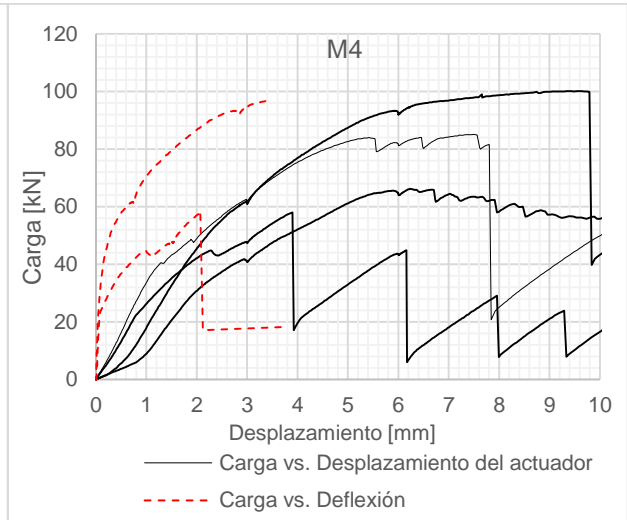
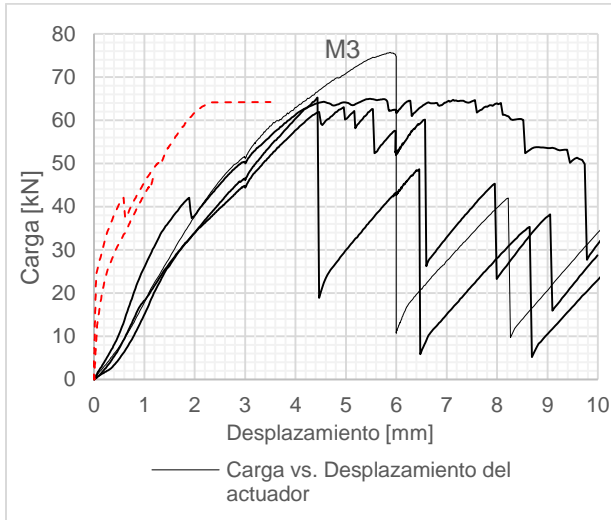
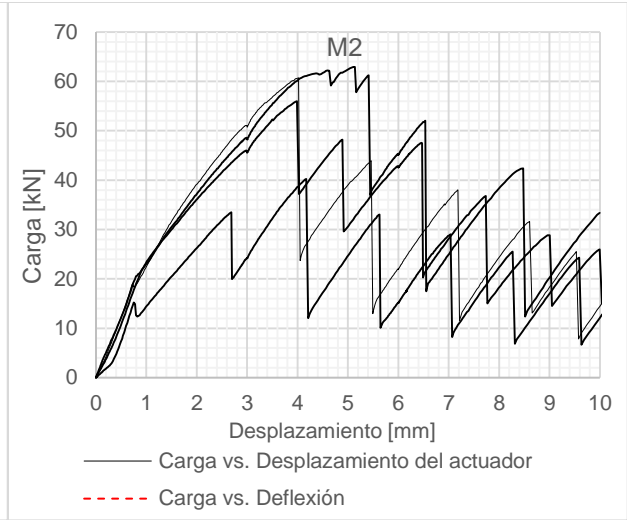
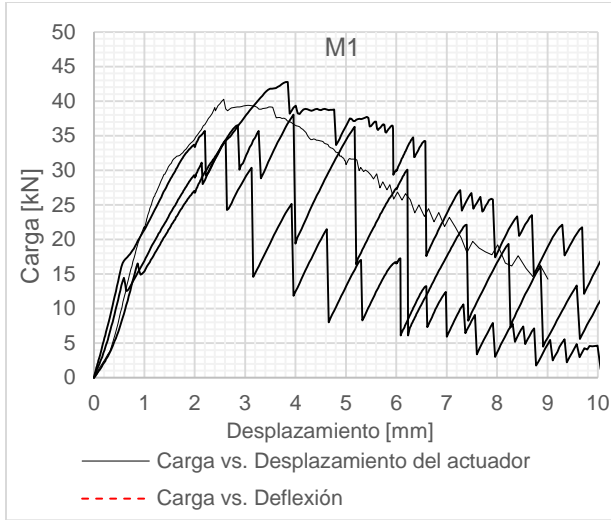


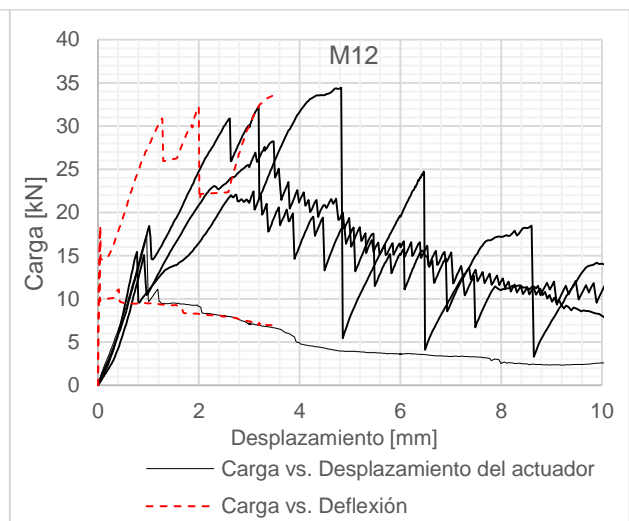
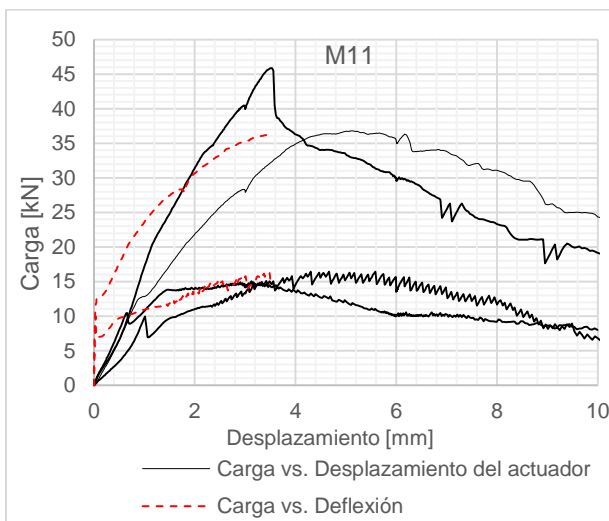
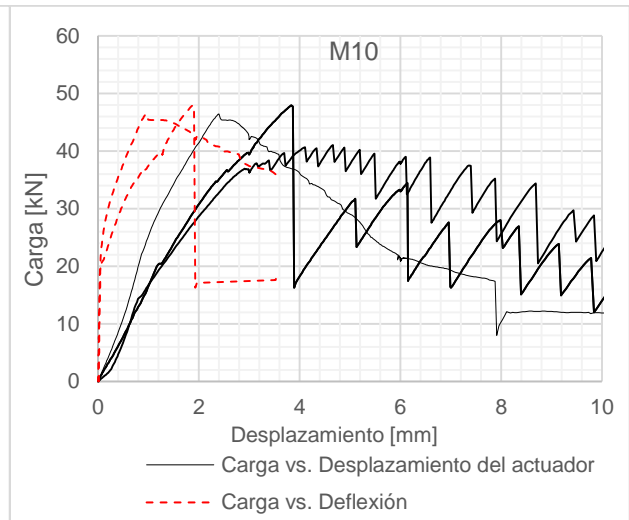
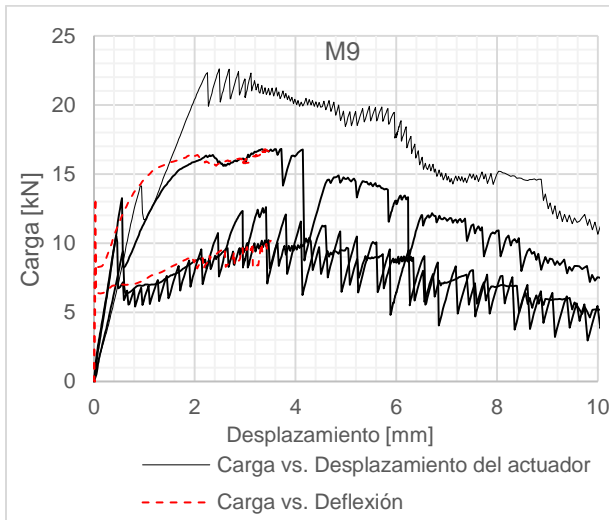
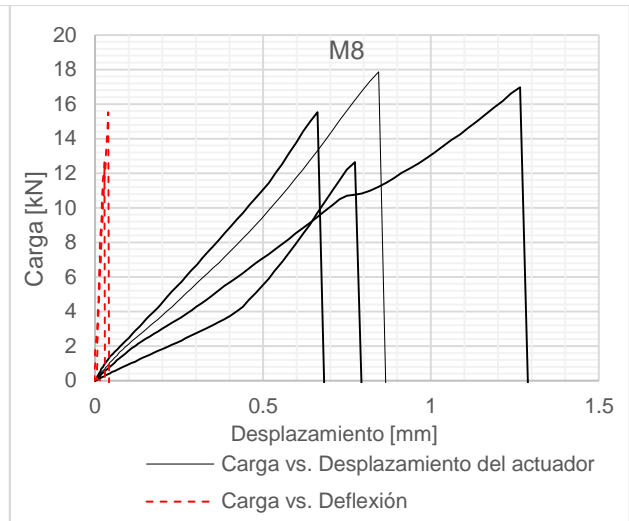
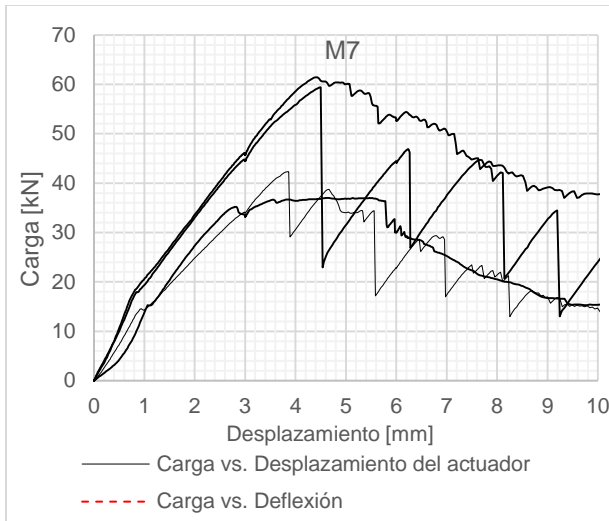
Apéndice C. Resultados de ensayo de flexión de cuatro puntos

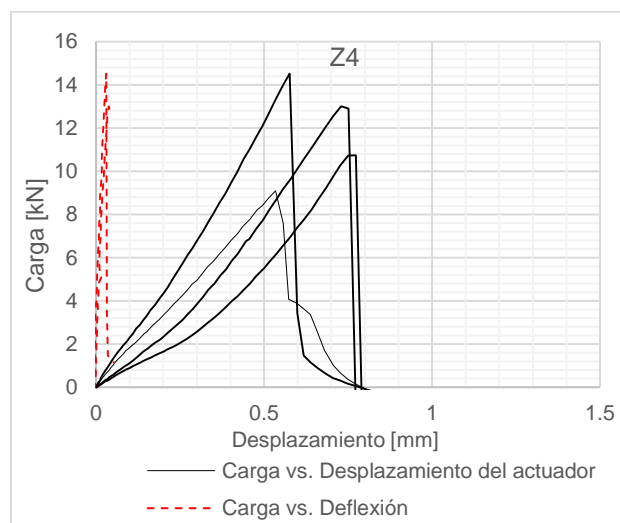
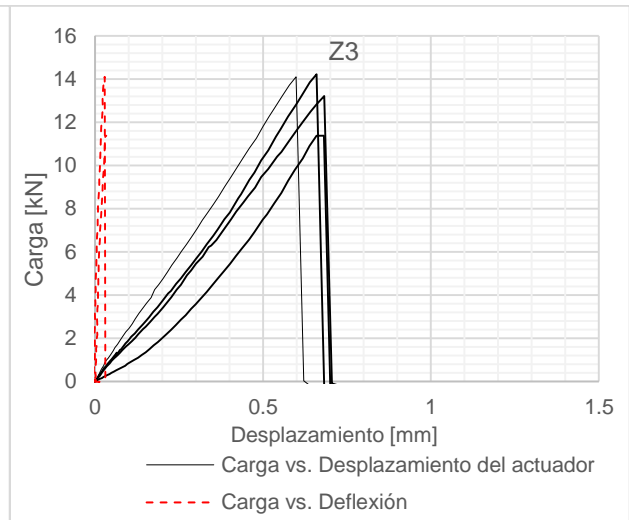
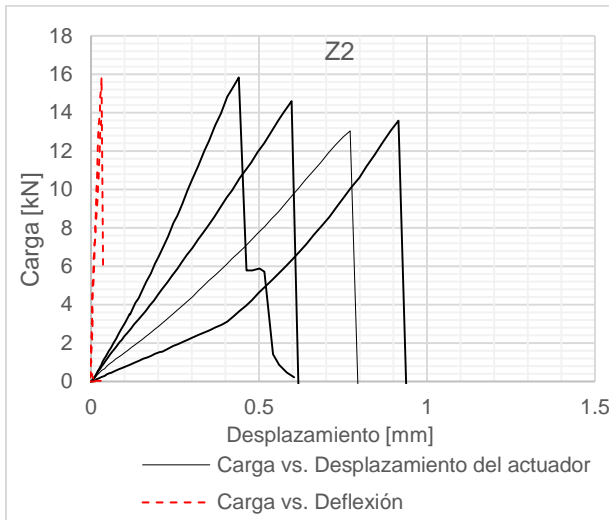
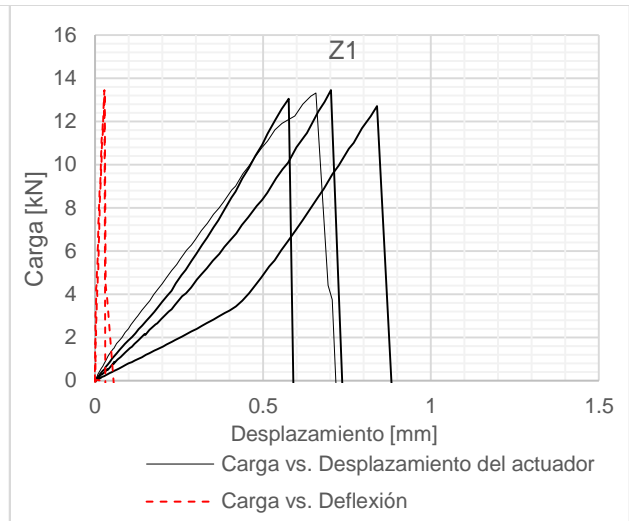
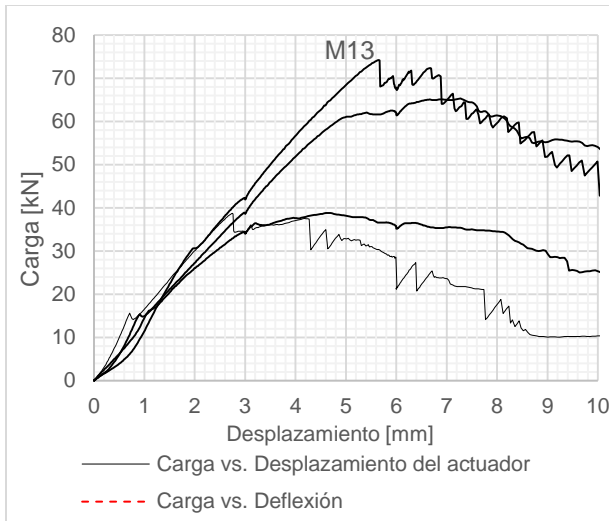
A continuación, se muestran todos los resultados de medidas de los especímenes, cargas y momentos máximos, graficas carga-desplazamiento del actuador, y graficas carga-deflexión, de los ensayos de flexión de cuatro puntos.

Código	a/c	%F	Largo [mm]	Alto [mm]	Ancho [mm]	Profundidad de entalladura [mm]	Ancho de entalladura [mm]	Carga máxima [kN]	Momento máximo [N·m]	Carga máxima a 0.25 [mm] [kN]	Momento máximo a 0.25 [mm] [N·m]
M1-5005-I	0.50	0.50	501.00	150.00	146.50	20	4	40.25	3018.52	26.57	1992.75
M1-5005-II	0.50	0.50	501.00	150.33	145.25	23	4	42.78	3208.66	18.03	1352.25
M1-5005-III	0.50	0.50	500.00	149.67	148.50	26	4	38.03	2852.57	19.84	1488.00
M1-5005-IV	0.50	0.50	501.50	150.33	146.25	25	4	35.67	2674.98	24.33	1824.75
M2-5005-I	0.50	0.50	510.00	151.00	146.00	21	4	60.73	4554.75	17.08	1281.00
M2-5005-II	0.50	0.50	500.50	151.00	146.50	20	4	40.23	3017.05	26.42	1981.50
M2-5005-III	0.50	0.50	500.50	152.00	148.00	20	4	62.90	4717.86	26.28	1971.00
M2-5005-IV	0.50	0.50	505.00	150.67	148.00	17	4	55.98	4198.24	16.34	1225.50
M3-4309-I	0.43	0.85	500.50	151.67	145.50	20	4	75.65	5673.44	26.18	1963.50
M3-4309-II	0.43	0.85	501.50	151.33	146.75	19	4	65.22	4891.34	25.22	1891.50
M3-4309-III	0.43	0.85	501.00	150.33	145.50	18	4	63.01	4725.72	24.56	1842.00
M3-4309-IV	0.43	0.85	502.50	150.00	146.00	21	4	64.94	4870.35	34.98	2623.50
M4-5010-I	0.50	1.00	502.00	151.00	146.75	19	4	85.04	6377.78	48.64	3648.00
M4-5010-II	0.50	1.00	502.50	152.33	147.25	22	4	100.06	7504.16	42.30	3172.50
M4-5010-III	0.50	1.00	502.50	151.33	149.25	20	5	57.95	4346.24	40.68	3051.00
M4-5010-IV	0.50	1.00	503.00	153.00	149.00	22	4	66.15	4961.36	28.86	2164.50
M5-5005-I	0.50	0.50	501.50	149.33	147.00	20	3	47.77	3582.91	17.00	1275.00
M5-5005-II	0.50	0.50	502.00	150.33	146.75	21	3	54.45	4083.99	15.98	1198.50
M5-5005-III	0.50	0.50	500.50	150.33	146.00	20	3	28.79	2159.04	22.25	1668.75
M5-5005-IV	0.50	0.50	500.50	150.67	147.50	21	3	76.80	5759.75	28.00	2100.00
M6-5709-I	0.57	0.85	501.00	151.67	145.75	19	3	72.14	5410.26	18.38	1378.50
M6-5709-II	0.57	0.85	501.00	150.33	145.00	21	3	38.45	2883.44	34.30	2572.50
M6-5709-III	0.57	0.85	501.00	150.67	145.50	20	3	66.47	4985.21	17.46	1309.50
M6-5709-IV	0.57	0.85	501.00	150.67	146.25	21	3	63.18	4738.55	23.98	1798.50
M7-5005-I	0.50	0.50	502.00	150.33	147.75	19	3	42.31	3173.45	16.34	1225.50
M7-5005-II	0.50	0.50	500.00	150.67	149.00	21	3	59.42	4456.20	22.31	1673.25
M7-5005-III	0.50	0.50	500.00	150.67	147.75	21	3	37.01	2775.73	16.17	1212.75
M7-5005-IV	0.50	0.50	501.00	150.67	148.25	19	3	61.45	4609.00	23.13	1734.75
M8-5000-I	0.50	0.00	501.00	150.67	146.25	18	4	17.86	1339.55	17.86	1339.55
M8-5000-II	0.50	0.00	500.50	150.33	147.50	19	4	16.97	1272.77	16.97	1272.77
M8-5000-III	0.50	0.00	501.00	151.33	146.00	18	4	15.53	1164.45	15.53	1164.45

Código	a/c	%F	Largo [mm]	Alto [mm]	Ancho [mm]	Profundidad de entalladura [mm]	Ancho de entalladura [mm]	Carga máxima [kN]	Momento máximo [N·m]	Carga máxima a 0.25 [mm] [kN]	Momento máximo a 0.25 [mm] [N·m]
M8-5000-IV	0.50	0.00	501.00	151.00	145.25	20	3	12.64	947.74	12.64	947.74
M9-5701-I	0.57	0.15	501.00	150.33	146.00	25	4	22.60	1694.97	13.27	995.25
M9-5701-II	0.57	0.15	502.00	151.00	146.75	25	4	16.83	1262.34	9.42	706.50
M9-5701-III	0.57	0.15	500.50	151.67	145.50	30	4	10.54	790.50	10.54	790.50
M9-5701-IV	0.57	0.15	502.00	150.67	146.25	28	4	12.47	935.25	12.60	945.00
M10-4005-I	0.40	0.50	500.50	151.00	146.50	20	3	46.45	3483.70	34.65	2598.75
M10-4005-II	0.40	0.50	501.00	151.33	147.00	20	4	47.94	3595.48	24.28	1821.00
M10-4005-III	0.40	0.50	500.50	150.33	147.75	23	3	44.33	3325.06	23.16	1737.00
M10-4005-IV	0.40	0.50	501.50	150.33	147.00	21	3	41.05	3078.51	19.50	1462.50
M11-6005-I	0.60	0.50	500.50	150.67	147.00	20	4	36.81	2760.84	13.67	1025.25
M11-6005-II	0.60	0.50	500.50	151.00	147.00	21	3	45.88	3440.78	9.93	744.75
M11-6005-III	0.60	0.50	502.00	150.33	146.00	22	3	15.02	1126.81	19.94	1495.50
M11-6005-IV	0.60	0.50	501.00	151.00	147.00	21	3	16.44	1232.71	11.80	885.00
M12-4301-I	0.43	0.15	501.00	151.00	147.25	20	3	17.47	1310.49	17.47	1310.25
M12-4301-II	0.43	0.15	501.00	151.00	147.75	21	4	28.23	2116.92	15.08	1131.00
M12-4301-III	0.43	0.15	500.50	150.00	146.25	19	4	22.43	1682.06	15.44	1158.00
M12-4301-IV	0.43	0.15	501.50	151.00	147.50	20	3	34.43	2582.43	18.45	1383.75
M13-5005-I	0.50	0.50	501.00	151.33	119.75	20	3	38.72	2903.93	19.48	1461.00
M13-5005-II	0.50	0.50	501.00	150.33	146.50	20	3	74.18	5563.50	16.33	1224.75
M13-5005-III	0.50	0.50	502.50	150.33	147.25	19	3	65.31	4898.15	17.48	1311.00
M13-5005-IV	0.50	0.50	501.00	150.67	147.50	21	3	38.82	2911.54	16.94	1270.50
Z1-4000-I	0.40	0.00	501.50	151.67	151.50	30	3	13.31	998.18	13.31	998.18
Z1-4000-II	0.40	0.00	501.50	150.67	149.25	29	3	12.71	953.44	12.71	953.44
Z1-4000-III	0.40	0.00	501.00	151.67	151.25	24	3	13.45	1008.42	13.45	1008.42
Z1-4000-IV	0.40	0.00	500.00	150.67	151.00	24	3	13.05	978.46	13.05	978.46
Z2-4300-I	0.43	0.00	503.50	151.00	147.50	26	4	13.05	978.80	13.05	978.80
Z2-4300-II	0.43	0.00	501.00	149.67	147.50	28	4	14.60	1095.04	14.60	1095.04
Z2-4300-III	0.43	0.00	501.50	151.33	147.00	24	4	15.84	1187.63	15.84	1187.63
Z2-4300-IV	0.43	0.00	501.00	150.33	147.00	27	4	13.58	1018.52	13.58	1018.52
Z3-5700-I	0.57	0.00	500.50	150.67	148.00	22	4	14.10	1057.40	14.10	1057.40
Z3-5700-II	0.57	0.00	501.00	151.00	147.75	22	4	11.37	852.68	11.37	852.68
Z3-5700-III	0.57	0.00	501.50	151.00	146.75	24	5	14.22	1066.58	14.22	1066.58
Z3-5700-IV	0.57	0.00	501.50	150.33	148.00	25	4	13.21	990.68	13.21	990.68
Z4-6000-I	0.60	0.00	503.00	150.00	146.00	26	5	9.09	681.50	9.09	681.50
Z4-6000-II	0.60	0.00	501.00	151.33	145.75	19	4	14.52	1088.85	14.52	1088.85
Z4-6000-III	0.60	0.00	501.00	150.00	146.75	23	4	13.01	975.59	13.01	975.59
Z4-6000-IV	0.60	0.00	501.00	150.33	146.00	26	4	10.73	805.01	10.73	805.01







Apéndice D. Código de MATLAB para cálculo de parámetros de Weibull

```

clear
clc

%1. barcelona
%2. compresión simple

tic()
for ensayo=1:2

    ini=4;
    fin=71;
    fini=int2str(ini);
    ffin=int2str(fin);

    switch ensayo
        case 1
            tic()
            aa='barcelona par.xlsx';
            sesion=xlsread(aa,'DATOS',strcat('B',fini,':','B',ffin));
            sz='Modelos constitutivos.xlsx';

            consti=xlsread(aa,'DATOS',strcat('U',fini,':','AD',ffin));
            e1=consti(:,1);
            s1=consti(:,2);
            e2=consti(:,3);
            s2=consti(:,4);
            e3=consti(:,5);
            s3=consti(:,6);
            e4=consti(:,7);
            s4=consti(:,8);
            e5=consti(:,9);
            s5=consti(:,10);

            cont1=1;
            cont2=1;
            for i=1:4:(fin-ini+1)
                if sesion(i)==1 || sesion(i)==2 || sesion(i)==5 || ...
                    sesion(i)==7 || sesion(i)==13
                    e11(cont1:cont1+3)=e1(i:i+3);
                    s11(cont1:cont1+3)=s1(i:i+3);
                    e21(cont1:cont1+3)=e2(i:i+3);
                    s21(cont1:cont1+3)=s2(i:i+3);
                    e31(cont1:cont1+3)=e3(i:i+3);
                    s31(cont1:cont1+3)=s3(i:i+3);
                    e41(cont1:cont1+3)=e4(i:i+3);
                    s41(cont1:cont1+3)=s4(i:i+3);
                    e51(cont1:cont1+3)=e5(i:i+3);
                    s51(cont1:cont1+3)=s5(i:i+3);
                    cont1=cont1+4;
                else
                    e12(cont2:cont2+3)=e1(i:i+3);
                    s12(cont2:cont2+3)=s1(i:i+3);
                    e22(cont2:cont2+3)=e2(i:i+3);
                    s22(cont2:cont2+3)=s2(i:i+3);
                    e32(cont2:cont2+3)=e3(i:i+3);
                    s32(cont2:cont2+3)=s3(i:i+3);
                    e42(cont2:cont2+3)=e4(i:i+3);
                    s42(cont2:cont2+3)=s4(i:i+3);
                    e52(cont2:cont2+3)=e5(i:i+3);
                    s52(cont2:cont2+3)=s5(i:i+3);
                    cont2=cont2+4;
                end
            end

            s11(s11==0)=0.0000000001;
            s21(s21==0)=0.0000000001;
            s31(s31==0)=0.0000000001;
            s41(s41==0)=0.0000000001;
            s51(s51==0)=0.0000000001;

            s12(s12==0)=0.0000000001;

```

```

s22 (s22==0)=0.00000000001;
s32 (s32==0)=0.00000000001;
s42 (s42==0)=0.00000000001;
s52 (s52==0)=0.00000000001;

Wpare11=wblfit (e11);
dist=makedist ('Weibull', 'A', Wpare11 (1), 'B', Wpare11 (2));
[ho, PvalueWe11]=adtest (e11, 'Distribution', dist);
Wpars11=wblfit (s11);
dist=makedist ('Weibull', 'A', Wpars11 (1), 'B', Wpars11 (2));
[ho, PvalueWs11]=adtest (s11, 'Distribution', dist);
avge11=mean (e11);
stde11=std (e11);
avgs11=mean (s11);
stds11=std (s11);

Wpare21=wblfit (e21);
dist=makedist ('Weibull', 'A', Wpare21 (1), 'B', Wpare21 (2));
[ho, PvalueWe21]=adtest (e21, 'Distribution', dist);
Wpars21=wblfit (s21);
dist=makedist ('Weibull', 'A', Wpars21 (1), 'B', Wpars21 (2));
[ho, PvalueWs21]=adtest (s21, 'Distribution', dist);
avge21=mean (e21);
stde21=std (e21);
avgs21=mean (s21);
stds21=std (s21);

Wpare31=wblfit (e31);
dist=makedist ('Weibull', 'A', Wpare31 (1), 'B', Wpare31 (2));
[ho, PvalueWe31]=adtest (e31, 'Distribution', dist);
Wpars31=wblfit (s31);
dist=makedist ('Weibull', 'A', Wpars31 (1), 'B', Wpars31 (2));
[ho, PvalueWs31]=adtest (s31, 'Distribution', dist);
avge31=mean (e31);
stde31=std (e31);
avgs31=mean (s31);
stds31=std (s31);

Wpare41=wblfit (e41);
dist=makedist ('Weibull', 'A', Wpare41 (1), 'B', Wpare41 (2));
[ho, PvalueWe41]=adtest (e41, 'Distribution', dist);
Wpars41=wblfit (s41);
dist=makedist ('Weibull', 'A', Wpars41 (1), 'B', Wpars41 (2));
[ho, PvalueWs41]=adtest (s41, 'Distribution', dist);
avge41=mean (e41);
stde41=std (e41);
avgs41=mean (s41);
stds41=std (s41);

Wpare51=wblfit (e51);
dist=makedist ('Weibull', 'A', Wpare51 (1), 'B', Wpare51 (2));
[ho, PvalueWe51]=adtest (e51, 'Distribution', dist);
Wpars51=wblfit (s51);
dist=makedist ('Weibull', 'A', Wpars51 (1), 'B', Wpars51 (2));
[ho, PvalueWs51]=adtest (s51, 'Distribution', dist);
avge51=mean (e51);
stde51=std (e51);
avgs51=mean (s51);
stds51=std (s51);
cont=0;

for i=1:4:size (s12,2)
    cont=cont+1;
    Wpare12 (cont, :)=wblfit (e12 (i:i+3));
    dist=makedist ('Weibull', 'A', Wpare12 (cont, 1), 'B', Wpare12 (cont, 2));
    [ho, PvalueWe12 (cont)]=adtest (e12 (i:i+3), 'Distribution', dist);
    Wpars12 (cont, :)=wblfit (s12 (i:i+3));
    dist=makedist ('Weibull', 'A', Wpars12 (cont, 1), 'B', Wpars12 (cont, 2));
    [ho, PvalueWs12 (cont)]=adtest (s12 (i:i+3), 'Distribution', dist);
    avge12 (cont)=mean (e12 (i:i+3));
    stde12 (cont)=std (e12 (i:i+3));

```

```

avgs12(cont)=mean(s12(i:i+3));
stds12(cont)=std(s12(i:i+3));

Wpare22(cont,:)=wblfit(e22(i:i+3));
dist=makedist('Weibull','A',Wpare22(cont,1),'B',Wpare22(cont,2));
[ho,PvalueWe22(cont)]=adtest(e22(i:i+3),'Distribution',dist);
Wpars22(cont,:)=wblfit(s22(i:i+3));
dist=makedist('Weibull','A',Wpars22(cont,1),'B',Wpars22(cont,2));
[ho,PvalueWs22(cont)]=adtest(s22(i:i+3),'Distribution',dist);
avge22(cont)=mean(e22(i:i+3));
stde22(cont)=std(e22(i:i+3));
avgs22(cont)=mean(s22(i:i+3));
stds22(cont)=std(s22(i:i+3));

Wpare32(cont,:)=wblfit(e32(i:i+3));
dist=makedist('Weibull','A',Wpare32(cont,1),'B',Wpare32(cont,2));
[ho,PvalueWe32(cont)]=adtest(e32(i:i+3),'Distribution',dist);
Wpars32(cont,:)=wblfit(s32(i:i+3));
dist=makedist('Weibull','A',Wpars32(cont,1),'B',Wpars32(cont,2));
[ho,PvalueWs32(cont)]=adtest(s32(i:i+3),'Distribution',dist);
avge32(cont)=mean(e32(i:i+3));
stde32(cont)=std(e32(i:i+3));
avgs32(cont)=mean(s32(i:i+3));
stds32(cont)=std(s32(i:i+3));

Wpare42(cont,:)=wblfit(e42(i:i+3));
dist=makedist('Weibull','A',Wpare42(cont,1),'B',Wpare42(cont,2));
[ho,PvalueWe42(cont)]=adtest(e42(i:i+3),'Distribution',dist);
Wpars42(cont,:)=wblfit(s42(i:i+3));
dist=makedist('Weibull','A',Wpars42(cont,1),'B',Wpars42(cont,2));
[ho,PvalueWs42(cont)]=adtest(s42(i:i+3),'Distribution',dist);
avge42(cont)=mean(e42(i:i+3));
stde42(cont)=std(e42(i:i+3));
avgs42(cont)=mean(s42(i:i+3));
stds42(cont)=std(s42(i:i+3));

Wpare52(cont,:)=wblfit(e52(i:i+3));
dist=makedist('Weibull','A',Wpare52(cont,1),'B',Wpare52(cont,2));
[ho,PvalueWe52(cont)]=adtest(e52(i:i+3),'Distribution',dist);
Wpars52(cont,:)=wblfit(s52(i:i+3));
dist=makedist('Weibull','A',Wpars52(cont,1),'B',Wpars52(cont,2));
[ho,PvalueWs52(cont)]=adtest(s52(i:i+3),'Distribution',dist);
avge52(cont)=mean(e52(i:i+3));
stde52(cont)=std(e52(i:i+3));
avgs52(cont)=mean(s52(i:i+3));
stds52(cont)=std(s52(i:i+3));
end

Wpare1=[Wpare11;Wpare12];
PvalueWe1=[PvalueWe11,PvalueWe12]';
Wpars1=[Wpars11;Wpars12];
PvalueWs1=[PvalueWs11,PvalueWs12]';
avge1=[avge11,avge12]';
stde1=[stde11,stde12]';
avgs1=[avgs11,avgs12]';
stds1=[stds11,stds12]';

Wpare2=[Wpare21;Wpare22];
PvalueWe2=[PvalueWe21,PvalueWe22]';
Wpars2=[Wpars21;Wpars22];
PvalueWs2=[PvalueWs21,PvalueWs22]';
avge2=[avge21,avge22]';
stde2=[stde21,stde22]';
avgs2=[avgs21,avgs22]';
stds2=[stds21,stds22]';

Wpare3=[Wpare31;Wpare32];
PvalueWe3=[PvalueWe31,PvalueWe32]';
Wpars3=[Wpars31;Wpars32];
PvalueWs3=[PvalueWs31,PvalueWs32]';
avge3=[avge31,avge32]';

```

```

stde3=[stde31, stde32]';
avgs3=[avgs31, avgs32]';
stds3=[stds31, stds32]';

Wpare4=[Wpare41;Wpare42];
PvalueWe4=[PvalueWe41, PvalueWe42]';
Wpars4=[Wpars41;Wpars42];
PvalueWs4=[PvalueWs41, PvalueWs42]';
avge4=[avge41, avge42]';
stde4=[stde41, stde42]';
avgs4=[avgs41, avgs42]';
stds4=[stds41, stds42]';

Wpare5=[Wpare51;Wpare52];
PvalueWe5=[PvalueWe51, PvalueWe52]';
Wpars5=[Wpars51;Wpars52];
PvalueWs5=[PvalueWs51, PvalueWs52]';
avge5=[avge51, avge52]';
stde5=[stde51, stde52]';
avgs5=[avgs51, avgs52]';
stds5=[stds51, stds52]';

xlswrite(ss, [Wpare1(:,1), PvalueWe1, ...
             Wpare1(:,1), PvalueWs1, ...
             Wpare2(:,1), PvalueWe2, ...
             Wpare2(:,1), PvalueWs2, ...
             Wpare3(:,1), PvalueWe3, ...
             Wpare3(:,1), PvalueWs3, ...
             Wpare4(:,1), PvalueWe4, ...
             Wpare4(:,1), PvalueWs4, ...
             Wpare5(:,1), PvalueWe5, ...
             Wpare5(:,1), PvalueWs5], ...
          'DATOS W', char(strcat('J', num2str(ini))));
xlswrite(ss, [avge1, stde1, ...
             avgs1, stds1, ...
             avge2, stde2, ...
             avgs2, stds2, ...
             avge3, stde3, ...
             avgs3, stds3, ...
             avge4, stde4, ...
             avgs4, stds4, ...
             avge5, stde5, ...
             avgs5, stds5, ], ...
          'DATOS N', char(strcat('J', num2str(ini))));

case 2
aa='compresion par.xlsx';
sesion=xlswrite(aa, 'DATOS', strcat('B', fini, ':', 'B', ffin));
ss='Modelos Constitutivos.xlsx';
fc=xlswrite(ss, 'DATOS', strcat('V', fini, ':', 'V', ffin));
Ec=xlswrite(ss, 'DATOS', strcat('AI', fini, ':', 'AI', ffin));%Modulo tangente
cont1=1;
cont2=1;
for i=1:4:(fin-ini+1)
    if sesion(i)==1 || sesion(i)==2 || sesion(i)==5 ||...
        sesion(i)==7 || sesion(i)==13
        fc1(cont1:cont1+3)=fc(i:i+3);
        Ec1(cont1:cont1+3)=Ec(i:i+3);
        cont1=cont1+4;
    else
        fc2(cont2:cont2+3)=fc(i:i+3);
        Ec2(cont2:cont2+3)=Ec(i:i+3);
        cont2=cont2+4;
    end
end
Wpar1=wblfit(fc1);
dist=makedist('Weibull', 'A', Wpar1(1), 'B', Wpar1(2));
[ho, pvalue]=adtest(fc1, 'Distribution', dist);
PvalueW1=pvalue;
Wpar1E=wblfit(Ec1);

```

```

dist=makedist('Weibull','A',Wpar1E(1),'B',Wpar1E(2));
[ho,pvalue]=adtest(Ec1,'Distribution',dist);
PvalueW1E=pvalue;
avgfc1=mean(fc1);
stdfc1=std(fc1);
avgEc1=mean(Ec1);
stdEc1=std(Ec1);

cont=0;
for i=1:4:size(fc2,2)
    cont=cont+1;
    param=wblfit(fc2(i:i+3));
    Wpar2(cont,:)=param;
    dist=makedist('Weibull','A',Wpar2(cont,1),'B',Wpar2(cont,2));
    [ho,pvalue]=adtest(fc2(i:i+3),'Distribution',dist);
    PvalueW2(cont)=pvalue;
    param=wblfit(Ec2(i:i+3));
    Wpar2E(cont,:)=param;
    dist=makedist('Weibull','A',Wpar2E(cont,1),'B',Wpar2E(cont,2));
    [ho,pvalue]=adtest(Ec2(i:i+3),'Distribution',dist);
    PvalueW2E(cont)=pvalue;
    avgfc2(cont)=mean(fc2(i:i+3));
    stdfc2(cont)=std(fc2(i:i+3));
    avgEc2(cont)=mean(Ec2(i:i+3));
    stdEc2(cont)=std(Ec2(i:i+3));
end
Wpar=[Wpar1;Wpar2];
PvalueW=[PvalueW1,PvalueW2]';
WparE=[Wpar1E;Wpar2E];
PvalueWE=[PvalueW1E,PvalueW2E]';
avgfc=[avgfc1,avgfc2]';
stdfc=[stdfc1,stdfc2]';
avgEc=[avgEc1,avgEc2]';
stdEc=[stdEc1,stdEc2]';

    xlswrite(ss,[Wpar(:,1),PvalueW,WparE(:,1),PvalueWE],'DATOS
W',char(strcat('C',num2str(ini))));
    xlswrite(ss,[avgfc,stdfc,avgEc,stdEc],'DATOS N',char(strcat('C',num2str(ini))));

    otherwise

        end
    end
    tiempo=toc();

%-----
%---
%-----
%---
%-----
%HECHO POR: DAVID SEBASTIÁN COTES PRIETO

```

Apéndice E. Código de MATLAB para determinación de parámetros de la curva esfuerzo-deformación unitaria en tracción con base en el ensayo Barcelona

```

clear
clc

tic()
tic()

aa='barcelona.xlsx';
[mixture,typspc]=xlsread(aa,'DATOS',strcat('A',fini,':','C',ffin));
[propscil]=xlsread(aa,'DATOS',strcat('N',fini,':','Q',ffin));
beta=25; %//ANGULO DE CUNA//
mk=0.80; %//FRICCIÓN CINÉTICA//
ms=0.7;
dcun=37.5;
reg1=toc();

tic()
desp=zeros(500,(fin-ini+1));
carga=zeros(500,(fin-ini+1));

parfor i=1:(fin-ini+1)
    bb=strcat(typspc(i,1),int2str(mixture(i)),'-',typspc(i,3));
    bb=char(bb);
    cc='C3:D500';
    temp(:,i)=xlsread(aa,bb,cc);
end
for i=1:(fin-ini+1)
    desp(1:size(temp,1),i)=temp(:,2,i);
    carga(1:size(temp,1),i)=temp(:,1,i);
end
reg2=toc();

despmax=7;
for i=1:(fin-ini+1)
    Tena=0;
    cont=0;
    tic();
    for j=1:(size(temp,1)-1)
        d1=desp(j,i);
        d2=desp(j+1,i);
        p1=carga(j,i);
        p2=carga(j+1,i);
        if d1<=despmax
            if d2<=despmax
                Tena=Tena+(d2-d1)*(p1+p2)/2;
            else
                pend=(p2-p1)/(d2-d1);
                const=p2-pend*d2;
                pmax=pend*despmax+const;
                Tena=Tena+(despmax-d1)*(p1+pmax)/2;
            end
        end
        cont=cont+1;
    end
    end
    Ten(i,1)=sum(Tena);
end
reg3=toc();
tic()

dcil=propscil(:,2);
hcil=propscil(:,1);
Ec=propscil(:,4);
nsup=propscil(:,3);
area=dcil.*hcil/4-dcun^2/8/tand(beta);
cargamodcons=zeros(200,(fin-ini+1));
despmodcons=zeros(200,(fin-ini+1));
stress=zeros(200,(fin-ini+1));
strain=zeros(200,(fin-ini+1));
strain2=zeros(200,(fin-ini+1));
for i=1:(fin-ini+1)
    [cargamax(i,1),idk(i,1)]=max(carga(:,i));
    cargamodcons(idk(i,1):size(carga,1),i)=carga(idk(i,1):size(carga,1),i);

```

```

despmocons(idk(i,1):size(carga,1),i)=desp(idk(i,1):size(carga,1),i);
%Esfueros según modelo constitutivo
stress(2:(size(carga,1)-
idk(i,1))+2,i)=cargamodcons(idk(i,1):size(carga,1),i)*1000*(cosd(beta)-
mk*sind(beta))/(sind(beta)+mk*cosd(beta))/2/nsup(i)*sind(180/nsup(i))/area(i);
%Esfuerso según modelo de Bortelotti
stress(2,i)=cargamodcons(idk(i,1),i)*1000/(pi()*((dcil(i)*hcil(i))/2-
(dcn/2)^2*cotd(beta)));

%Deformaciones
strain(2:(size(carga,1)-
idk(i,1))+2,i)=nsup(i)*(despmocons(idk(i,1):size(carga,1),i))/pi()/((dcil(i)/2)*tand(beta)*s
ind(180/nsup(i)));
constunit(i)=-strain(2,i)+stress(2,i)/Ec(i);

conteo=0;
for j=2:(size(carga,1)-idk(i,1))+2
    if strain(j,i)~=0
        strain(j,i)=strain(j,i)+constunit(i);
        conteo=conteo+1;
    else
        end
    end
end
limdef(i)=conteo+1;
end
reg4=toc();
tic()
e1=strain(2,:);
e2=e1+0.0002;
e3=ones(1,length(e2))*0.0005;
e4=ones(1,length(e2))*0.0075;
s3=zeros(1,(fin-ini+1));
s4=zeros(1,(fin-ini+1));
s5=zeros(1,(fin-ini+1));
e5=ones(1,length(e2))*0.015;
[emax,posie]=max(strain,[],1);

for i=1:(fin-ini+1)
    defunitmax=0.004;
    Tenamat=0;
    for j=1:(size(strain,1)-1)
        dul=strain(j,i);
        du2=strain(j+1,i);
        st1=stress(j,i);
        st2=stress(j+1,i);
        if dul<=defunitmax
            if du2<=defunitmax
                Tenamat=Tenamat+(du2-dul)*(st1+st2)/2;
            else
                pend=(st2-st1)/(du2-dul);
                const=st2-pend*du2;
                stmax=pend*defunitmax+const;
                Tenamat=Tenamat+(defunitmax-dul)*(st1+stmax)/2;
            end
            cont=cont+1;
        else
            end
            if dul==du2
            else
                if dul<=e2(i)
                    if du2>e2(i)
                        pend2=(st2-st1)/(du2-dul);
                        const2=st2-pend2*du2;
                        s2(i)=pend2*e2(i)+const2;
                        if s2(i)>=0
                            s2(i)=s2(i);
                        else
                            s2(i)=0;
                        end
                    end
                end
            end
        end
    end
end

```

```

        if du1<=e3(i)
            if du2>e3(i)
                pend2=(st2-st1)/(du2-du1);
                const2=st2-pend2*du2;
                s3(i)=pend2*e3(i)+const2;
                if s3(i)>=0
                    s3(i)=s3(i);
                else
                    s3(i)=0;
                end
            end

        end

    end

    if du1<=e4(i)
        if du2>e4(i)
            pend2=(st2-st1)/(du2-du1);
            const2=st2-pend2*du2;
            s4(i)=pend2*e4(i)+const2;
            if s4(i)>=0
                s4(i)=s4(i);
            else
                s4(i)=0;
            end
        end

    end

    if du1<=e5(i)
        if du2>e5(i)
            pend2=(st2-st1)/(du2-du1);
            const2=st2-pend2*du2;
            s5(i)=pend2*e5(i)+const2;
            if s5(i)>=0
                s5(i)=s5(i);
            else
                s5(i)=0;
            end
        end

    end

    if emax(i)<0.015
        pend2=(s4(i)-s3(i))/(e4(i)-e3(i));
        const2=s4(i)-pend2*e4(i);
        s5(i)=pend2*e5(i)+const2;
    end

end

end

    Tenmat(i,1)=sum(Tenammat)*1000;
end
s1=stress(2,:);

reg5=toc();

xlswrite(aa,[Ten,cargamax,Tenammat,e1',s1',e2',s2',e3',s3',e4',s4',e5',s5'],'DATOS',char(strcat('R',num2str(ini))));

tic()
esfuerzo=0;
deformacion=0;
for i=1:(fin-ini+1)
    clear esfuerzo deformacion
    bb=strcat(typspc(1,1),int2str(mixture(i)),'-',typspc(1,3));
    bb=char(bb);
    dd=strcat('A4',':', 'B', num2str(limdef(i)));
    esfuerzo=stress(1:limdef(i),i);
    deformacion=strain(1:limdef(i),i);
    xlswrite(aa,[deformacion,esfuerzo],bb,dd);
end
reg6=toc();
totime=(reg1+reg2+reg3+reg4+reg5+reg6)/60;

```

```
for i=1:4:(fin-ini+1)
    [ho,pvalue]=adtest(cargamax(i:i+3));
    Pvalue(i:i+3)=[pvalue,0,0,0];
    param=wblfit(cargamax(i:i+3));
    Wpar(i:i+3,:)=[param:[0,0]:[0,0]:[0,0]];
    dist=makedist('Weibull','A',Wpar(i,1),'B',Wpar(i,2));
    [ho,pvalue]=adtest(cargamax(i:i+3),'Distribution',dist);
    PvalueW(i:i+3)=[pvalue,0,0,0];
    xlsxwrite(aa,[Pvalue',Wpar',PvalueW'],'DATOS',char(strcat('AR',num2str(ini))));
tiempo=toc();

%-----
%---
%-----
%---
%HECHO POR: DAVID SEBASTIÁN COTES PRIETO
```

Apéndice F. Parámetros de los modelos constitutivos de las simulaciones de elementos finitos para entrenamiento de la red neural artificial

A continuación, se muestran todos los resultados de los modelos constitutivos utilizados para el entrenamiento de la red neural artificial.

N°	1		2		3		4		5		6		7	
a/c	0.40		0.40		0.40		0.40		0.40		0.40		0.40	
%F	0.00		0.10		0.20		0.30		0.40		0.50		0.60	
f _c [MPa]	50.18		49.00		47.82		46.64		45.46		44.29		43.11	
E _c [MPa]	40045.59		38361.45		36779.97		35290.13		33882.42		32548.56		31281.32	
ε _c	0.0019		0.0019		0.0020		0.0021		0.0021		0.0022		0.0022	
α _a	1.50		1.52		1.54		1.56		1.58		1.60		1.62	
α _a	5.40		5.01		4.62		4.23		3.84		3.45		3.06	
Compresión	ε	f	ε	f	ε	f	ε	f	ε	f	ε	f	ε	f
		[MPa]		[MPa]		[MPa]		[MPa]		[MPa]		[MPa]		[MPa]
	-0.0060	-5.50	-0.0060	-6.06	-0.0060	-6.69	-0.0060	-7.40	-0.0060	-8.20	-0.0060	-9.11	-0.0060	-10.16
	-0.0050	-7.61	-0.0050	-8.41	-0.0050	-9.29	-0.0050	-10.27	-0.0050	-11.35	-0.0050	-12.56	-0.0050	-13.91
	-0.0040	-11.86	-0.0040	-13.12	-0.0040	-14.48	-0.0040	-15.94	-0.0040	-17.48	-0.0040	-19.12	-0.0040	-20.82
	-0.0030	-22.78	-0.0030	-24.95	-0.0030	-27.08	-0.0030	-29.12	-0.0030	-30.98	-0.0030	-32.62	-0.0030	-33.97
	-0.0019	-50.18	-0.0019	-49.00	-0.0020	-47.82	-0.0021	-46.64	-0.0021	-45.46	-0.0022	-44.29	-0.0022	-43.11
	-0.0014	-45.86	-0.0015	-44.83	-0.0015	-43.80	-0.0015	-42.76	-0.0016	-41.73	-0.0016	-40.69	-0.0017	-39.65
Tracción	0.0000	0.00	0.0000	0.00	0.0000	0.00	0.0000	0.00	0.0000	0.00	0.0000	0.00	0.0000	0.00
	0.0001	3.97	0.0001	3.93	0.0001	3.87	0.0001	3.80	0.0001	3.72	0.0001	3.62	0.0001	3.50
	0.0003	0.00	0.0003	0.52	0.0003	1.04	0.0003	1.49	0.0003	1.88	0.0003	2.21	0.0003	2.48
	0.0005	0.00	0.0005	0.43	0.0005	0.72	0.0005	1.02	0.0005	1.32	0.0005	1.62	0.0005	1.92
	0.0075	0.00	0.0075	0.41	0.0075	0.58	0.0075	0.78	0.0075	0.99	0.0075	1.23	0.0075	1.49
	0.0150	0.00	0.0150	0.36	0.0150	0.44	0.0150	0.55	0.0150	0.70	0.0150	0.88	0.0150	1.09

N°	8		9		10		11		12		13		14	
a/c	0.40		0.40		0.40		0.40		0.42		0.42		0.42	
%F	0.70		0.80		0.90		1.00		0.00		0.10		0.20	
f _c [MPa]	41.93		40.75		39.57		38.40		48.47		47.53		46.59	
E _c [MPa]	30074.34		28922.01		27819.39		26762.04		39026.34		37502.60		36074.17	
ε _c	0.0023		0.0023		0.0024		0.0024		0.0019		0.0019		0.0020	
α _a	1.64		1.66		1.68		1.70		1.50		1.52		1.54	
α _a	2.67		2.28		1.89		1.50		5.40		5.01		4.62	
Compresión	ε	f	ε	f	ε	f	ε	f	ε	f	ε	f	ε	f
		[MPa]		[MPa]		[MPa]		[MPa]		[MPa]		[MPa]		[MPa]
	-0.0060	-11.38	-0.0060	-12.83	-0.0060	-14.56	-0.0060	-16.70	-0.0060	-5.23	-0.0060	-5.80	-0.0060	-6.44
	-0.0050	-15.42	-0.0050	-17.12	-0.0050	-19.05	-0.0050	-21.25	-0.0050	-7.23	-0.0050	-8.04	-0.0050	-8.94
	-0.0040	-22.58	-0.0040	-24.37	-0.0040	-26.16	-0.0040	-27.93	-0.0040	-11.24	-0.0040	-12.52	-0.0040	-13.91
	-0.0030	-35.00	-0.0030	-35.69	-0.0030	-36.04	-0.0030	-36.07	-0.0030	-21.54	-0.0030	-23.77	-0.0030	-26.00
	-0.0023	-41.93	-0.0023	-40.75	-0.0024	-39.57	-0.0024	-38.40	-0.0019	-48.47	-0.0019	-47.53	-0.0020	-46.59
	-0.0017	-38.60	-0.0018	-37.56	-0.0018	-36.51	-0.0018	-35.46	-0.0014	-44.30	-0.0014	-43.49	-0.0015	-42.67
Tracción	0.0011	-29.56	-0.0012	-28.83	-0.0012	-28.10	-0.0012	-27.36	-0.0009	-33.32	-0.0010	-32.79	-0.0010	-32.26
	-0.0006	-16.22	-0.0006	-15.88	-0.0006	-15.53	-0.0006	-15.18	-0.0005	-17.80	-0.0005	-17.58	-0.0005	-17.37
	0.0000	0.00	0.0000	0.00	0.0000	0.00	0.0000	0.00	0.0000	0.00	0.0000	0.00	0.0000	0.00
	0.0001	3.37	0.0001	3.23	0.0001	3.07	0.0001	2.90	0.0001	3.90	0.0001	3.89	0.0001	3.85
	0.0003	2.68	0.0003	2.81	0.0003	2.89	0.0003	2.90	0.0003	0.07	0.0003	0.65	0.0003	1.17
	0.0005	2.21	0.0005	2.51	0.0005	2.81	0.0005	3.11	0.0005	0.13	0.0005	0.43	0.0005	0.72
	0.0075	1.77	0.0075	2.07	0.0075	2.40	0.0075	2.75	0.0075	0.23	0.0075	0.37	0.0075	0.54
	0.0150	1.34	0.0150	1.62	0.0150	1.94	0.0150	2.30	0.0150	0.27	0.0150	0.31	0.0150	0.39

N°	15	16	17	18	19	20	21							
a/c	0.42	0.42	0.42	0.42	0.42	0.42	0.42							
%F	0.30	0.40	0.50	0.60	0.70	0.80	0.90							
f'c [MPa]	45.64	44.70	43.76	42.82	41.88	40.94	40.00							
Ec [MPa]	34730.88	33463.95	32265.75	31129.61	30049.67	29020.78	28038.38							
ε'c	0.0021	0.0021	0.0022	0.0022	0.0023	0.0023	0.0024							
αa	1.56	1.58	1.60	1.62	1.64	1.66	1.68							
αa	4.23	3.84	3.45	3.06	2.67	2.28	1.89							
	ε	f	ε	f	ε	f	ε	f						
		[MPa]		[MPa]		[MPa]		[MPa]						
Compresión	-0.0060	-7.17	-0.0060	-8.00	-0.0060	-8.96	-0.0060	-10.06	-0.0060	-11.36	-0.0060	-12.91	-0.0060	-14.78
	-0.0050	-9.94	-0.0050	-11.07	-0.0050	-12.34	-0.0050	-13.77	-0.0050	-15.39	-0.0050	-17.23	-0.0050	-19.34
	-0.0040	-15.42	-0.0040	-17.04	-0.0040	-18.78	-0.0040	-20.62	-0.0040	-22.54	-0.0040	-24.53	-0.0040	-26.55
	-0.0030	-28.17	-0.0030	-30.21	-0.0030	-32.06	-0.0030	-33.66	-0.0030	-34.94	-0.0030	-35.90	-0.0030	-36.51
	-0.0021	-45.64	-0.0021	-44.70	-0.0022	-43.76	-0.0022	-42.82	-0.0023	-41.88	-0.0023	-40.94	-0.0024	-40.00
	-0.0015	-41.85	-0.0016	-41.03	-0.0016	-40.21	-0.0017	-39.38	-0.0017	-38.56	-0.0018	-37.73	-0.0018	-36.90
	-0.0010	-31.72	-0.0011	-31.18	-0.0011	-30.63	-0.0011	-30.08	-0.0011	-29.53	-0.0012	-28.97	-0.0012	-28.40
	-0.0005	-17.15	-0.0005	-16.92	-0.0005	-16.68	-0.0006	-16.45	-0.0006	-16.20	-0.0006	-15.95	-0.0006	-15.70
Tracción	0.0000	0.00	0.0000	0.00	0.0000	0.00	0.0000	0.00	0.0000	0.00	0.0000	0.00	0.0000	0.00
	0.0001	3.80	0.0001	3.74	0.0001	3.66	0.0001	3.57	0.0001	3.46	0.0001	3.34	0.0001	3.20
	0.0003	1.63	0.0003	2.02	0.0003	2.35	0.0003	2.61	0.0003	2.81	0.0003	2.95	0.0003	3.02
	0.0005	1.02	0.0005	1.32	0.0005	1.62	0.0005	1.92	0.0005	2.21	0.0005	2.51	0.0005	2.81
	0.0075	0.74	0.0075	0.95	0.0075	1.19	0.0075	1.45	0.0075	1.73	0.0075	2.03	0.0075	2.36
	0.0150	0.50	0.0150	0.65	0.0150	0.83	0.0150	1.04	0.0150	1.29	0.0150	1.58	0.0150	1.90

N°	22	23	24	25	26	27	28							
a/c	0.42	0.44	0.44	0.44	0.44	0.44	0.44							
%F	1.00	0.00	0.10	0.20	0.30	0.40	0.50							
f'c [MPa]	39.06	46.39	45.69	44.98	44.28	43.58	42.87							
Ec [MPa]	27098.42	37779.86	36423.07	35153.60	33962.19	32840.83	31782.56							
ε'c	0.0025	0.0018	0.0019	0.0020	0.0020	0.0021	0.0022							
αa	1.70	1.50	1.52	1.54	1.56	1.58	1.60							
αa	1.50	5.40	5.01	4.62	4.23	3.84	3.45							
	ε	f	ε	f	ε	f	ε	f						
		[MPa]		[MPa]		[MPa]		[MPa]						
Compresión	-0.0060	-17.09	-0.0060	-4.91	-0.0060	-5.48	-0.0060	-6.12	-0.0060	-6.86	-0.0060	-7.71	-0.0060	-8.69
	-0.0050	-21.75	-0.0050	-6.77	-0.0050	-7.58	-0.0050	-8.48	-0.0050	-9.50	-0.0050	-10.66	-0.0050	-11.97
	-0.0040	-28.57	-0.0040	-10.51	-0.0040	-11.78	-0.0040	-13.18	-0.0040	-14.71	-0.0040	-16.39	-0.0040	-18.20
	-0.0030	-36.80	-0.0030	-20.07	-0.0030	-22.31	-0.0030	-24.61	-0.0030	-26.88	-0.0030	-29.08	-0.0030	-31.13
	-0.0025	-39.06	-0.0018	-46.39	-0.0019	-45.69	-0.0020	-44.98	-0.0020	-44.28	-0.0021	-43.58	-0.0022	-42.87
	-0.0018	-36.07	-0.0014	-42.40	-0.0014	-41.80	-0.0015	-41.20	-0.0015	-40.60	-0.0016	-40.00	-0.0016	-39.39
	-0.0012	-27.83	-0.0009	-31.89	-0.0010	-31.52	-0.0010	-31.15	-0.0010	-30.77	-0.0010	-30.39	-0.0011	-30.01
	-0.0006	-15.44	-0.0005	-17.03	-0.0005	-16.90	-0.0005	-16.77	-0.0005	-16.63	-0.0005	-16.49	-0.0005	-16.35
Tracción	0.0000	0.00	0.0000	0.00	0.0000	0.00	0.0000	0.00	0.0000	0.00	0.0000	0.00	0.0000	0.00
	0.0001	3.05	0.0001	3.80	0.0001	3.81	0.0001	3.80	0.0001	3.77	0.0001	3.73	0.0001	3.68
	0.0003	3.03	0.0003	0.15	0.0003	0.74	0.0003	1.26	0.0003	1.71	0.0003	2.10	0.0003	2.43
	0.0005	3.11	0.0005	0.13	0.0005	0.43	0.0005	0.72	0.0005	1.02	0.0005	1.32	0.0005	1.62
	0.0075	2.71	0.0075	0.18	0.0075	0.33	0.0075	0.50	0.0075	0.69	0.0075	0.91	0.0075	1.15
	0.0150	2.25	0.0150	0.22	0.0150	0.27	0.0150	0.34	0.0150	0.45	0.0150	0.60	0.0150	0.78

N°	29	30	31	32	33	34	35							
a/c	0.44	0.44	0.44	0.44	0.44	0.46	0.46							
%F	0.60	0.70	0.80	0.90	1.00	0.00	0.10							
f'c [MPa]	42.17	41.47	40.77	40.06	39.36	43.94	43.48							
Ec [MPa]	30781.30	29831.73	28929.14	28069.40	27248.81	36300.73	29294.97							
εc	0.0022	0.0023	0.0023	0.0024	0.0025	0.0018	0.0019							
αa	1.62	1.64	1.66	1.68	1.70	1.50	1.52							
αa	3.06	2.67	2.28	1.89	1.50	5.40	5.01							
Compresión	ε	f [MPa]	ε	f [MPa]	ε	f [MPa]	ε	f [MPa]	ε	f [MPa]	ε	f [MPa]	ε	f [MPa]
	-0.0060	-9.84	-0.0060	-11.20	-0.0060	-12.83	-0.0060	-14.81	-0.0060	-17.27	-0.0060	-4.54	-0.0060	-5.10
	-0.0050	-13.47	-0.0050	-15.17	-0.0050	-17.13	-0.0050	-19.38	-0.0050	-21.98	-0.0050	-6.25	-0.0050	-7.04
	-0.0040	-20.15	-0.0040	-22.22	-0.0040	-24.38	-0.0040	-26.61	-0.0040	-28.85	-0.0040	-9.66	-0.0040	-10.91
	-0.0030	-32.95	-0.0030	-34.48	-0.0030	-35.70	-0.0030	-36.58	-0.0030	-37.12	-0.0030	-18.38	-0.0030	-20.61
	-0.0022	-42.17	-0.0023	-41.47	-0.0023	-40.77	-0.0024	-40.06	-0.0025	-39.36	-0.0018	-43.94	-0.0019	-43.48
	-0.0017	-38.78	-0.0017	-38.18	-0.0018	-37.57	-0.0018	-36.96	-0.0018	-36.35	-0.0014	-40.17	-0.0014	-39.78
	-0.0011	-29.63	-0.0011	-29.24	-0.0012	-28.84	-0.0012	-28.44	-0.0012	-28.04	-0.0009	-30.21	-0.0009	-30.00
	-0.0006	-16.20	-0.0006	-16.04	-0.0006	-15.89	-0.0006	-15.72	-0.0006	-15.56	-0.0005	-16.14	-0.0005	-16.09
Tracción	0.0000	0.00	0.0000	0.00	0.0000	0.00	0.0000	0.00	0.0000	0.00	0.0000	0.00	0.0000	0.00
	0.0001	3.61	0.0001	3.52	0.0001	3.42	0.0001	3.31	0.0001	3.18	0.0001	3.67	0.0001	3.70
	0.0003	2.70	0.0003	2.90	0.0003	3.03	0.0003	3.11	0.0003	3.11	0.0003	0.19	0.0003	0.77
	0.0005	1.92	0.0005	2.21	0.0005	2.51	0.0005	2.81	0.0005	3.11	0.0005	0.13	0.0005	0.43
	0.0075	1.41	0.0075	1.69	0.0075	1.99	0.0075	2.32	0.0075	2.67	0.0075	0.14	0.0075	0.29
	0.0150	1.00	0.0150	1.25	0.0150	1.53	0.0150	1.85	0.0150	2.20	0.0150	0.18	0.0150	0.22

N°	36	37	38	39	40	41	42							
a/c	0.46	0.46	0.46	0.46	0.46	0.46	0.46							
%F	0.20	0.30	0.40	0.50	0.60	0.70	0.80							
f'c [MPa]	43.01	42.55	42.08	41.62	41.15	40.69	40.22							
Ec [MPa]	34014.25	32980.70	32010.32	31096.85	30234.85	29419.53	28646.69							
εc	0.0019	0.0020	0.0021	0.0021	0.0022	0.0023	0.0023							
αa	1.54	1.56	1.58	1.60	1.62	1.64	1.66							
αa	4.62	4.23	3.84	3.45	3.06	2.67	2.28							
Compresión	ε	f [MPa]	ε	f [MPa]	ε	f [MPa]	ε	f [MPa]	ε	f [MPa]	ε	f [MPa]	ε	f [MPa]
	-0.0060	-5.74	-0.0060	-6.48	-0.0060	-7.33	-0.0060	-8.33	-0.0060	-9.50	-0.0060	-10.90	-0.0060	-12.59
	-0.0050	-7.93	-0.0050	-8.95	-0.0050	-10.12	-0.0050	-11.45	-0.0050	-12.99	-0.0050	-14.76	-0.0050	-16.80
	-0.0040	-12.29	-0.0040	-13.83	-0.0040	-15.54	-0.0040	-17.40	-0.0040	-19.43	-0.0040	-21.61	-0.0040	-23.92
	-0.0030	-22.93	-0.0030	-25.28	-0.0030	-27.60	-0.0030	-29.81	-0.0030	-31.84	-0.0030	-33.62	-0.0030	-35.10
	-0.0019	-43.01	-0.0020	-42.55	-0.0021	-42.08	-0.0021	-41.62	-0.0022	-41.15	-0.0023	-40.69	-0.0023	-40.22
	-0.0015	-39.40	-0.0015	-39.01	-0.0016	-38.62	-0.0016	-38.24	-0.0017	-37.85	-0.0017	-37.46	-0.0017	-37.07
	-0.0010	-29.79	-0.0010	-29.57	-0.0010	-29.35	-0.0011	-29.13	-0.0011	-28.91	-0.0011	-28.68	-0.0012	-28.46
	-0.0005	-16.04	-0.0005	-15.98	-0.0005	-15.93	-0.0005	-15.87	-0.0006	-15.80	-0.0006	-15.74	-0.0006	-15.67
Tracción	0.0000	0.00	0.0000	0.00	0.0000	0.00	0.0000	0.00	0.0000	0.00	0.0000	0.00	0.0000	0.00
	0.0001	3.71	0.0001	3.71	0.0001	3.69	0.0001	3.66	0.0001	3.61	0.0001	3.55	0.0001	3.47
	0.0003	1.29	0.0003	1.75	0.0003	2.14	0.0003	2.47	0.0003	2.73	0.0003	2.93	0.0003	3.07
	0.0005	0.72	0.0005	1.02	0.0005	1.32	0.0005	1.62	0.0005	1.92	0.0005	2.21	0.0005	2.51
	0.0075	0.46	0.0075	0.65	0.0075	0.87	0.0075	1.10	0.0075	1.36	0.0075	1.65	0.0075	1.95
	0.0150	0.30	0.0150	0.41	0.0150	0.55	0.0150	0.73	0.0150	0.95	0.0150	1.20	0.0150	1.48

N°	43		44		45		46		47		48		49	
a/c	0.46		0.46		0.48		0.48		0.48		0.48		0.48	
%F	0.90		1.00		0.00		0.10		0.20		0.30		0.40	
f'c [MPa]	39.76		39.29		41.13		40.90		40.68		40.45		40.22	
E _c [MPa]	27912.59		27213.94		34581.88		33581.69		32650.78		31781.84		30968.56	
ε'c	0.0024		0.0025		0.0018		0.0019		0.0019		0.0020		0.0021	
α _a	1.68		1.70		1.50		1.52		1.54		1.56		1.58	
α _a	1.89		1.50		5.40		5.01		4.62		4.23		3.84	
Compresión	ε	f [MPa]	ε	f [MPa]	ε	f [MPa]	ε	f [MPa]	ε	f [MPa]	ε	f [MPa]	ε	f [MPa]
	-0.0060	-14.65	-0.0060	-17.23	-0.0060	-4.13	-0.0060	-4.67	-0.0060	-5.29	-0.0060	-6.02	-0.0060	-6.86
	-0.0050	-19.17	-0.0050	-21.93	-0.0050	-5.66	-0.0050	-6.43	-0.0050	-7.30	-0.0050	-8.30	-0.0050	-9.46
	-0.0040	-26.33	-0.0040	-28.79	-0.0040	-8.72	-0.0040	-9.92	-0.0040	-11.27	-0.0040	-12.79	-0.0040	-14.49
	-0.0030	-36.24	-0.0030	-37.04	-0.0030	-16.51	-0.0030	-18.68	-0.0030	-20.98	-0.0030	-23.36	-0.0030	-25.77
	-0.0024	-39.76	-0.0025	-39.29	-0.0018	-41.13	-0.0019	-40.90	-0.0019	-40.68	-0.0020	-40.45	-0.0021	-40.22
	-0.0018	-36.68	-0.0018	-36.28	-0.0013	-37.60	-0.0014	-37.43	-0.0014	-37.26	-0.0015	-37.09	-0.0015	-36.91
	-0.0012	-28.23	-0.0012	-27.99	-0.0009	-28.28	-0.0009	-28.22	-0.0010	-28.17	-0.0010	-28.11	-0.0010	-28.05
-0.0006	-15.60	-0.0006	-15.53	-0.0004	-15.10	-0.0005	-15.13	-0.0005	-15.16	-0.0005	-15.19	-0.0005	-15.22	
Tracción	0.0000	0.00	0.0000	0.00	0.0000	0.00	0.0000	0.00	0.0000	0.00	0.0000	0.00	0.0000	0.00
	0.0001	3.38	0.0001	3.27	0.0001	3.51	0.0001	3.56	0.0001	3.59	0.0001	3.61	0.0001	3.62
	0.0003	3.14	0.0003	3.15	0.0003	0.18	0.0003	0.76	0.0003	1.28	0.0003	1.74	0.0003	2.13
	0.0005	2.81	0.0005	3.11	0.0005	0.13	0.0005	0.43	0.0005	0.72	0.0005	1.02	0.0005	1.32
	0.0075	2.28	0.0075	2.62	0.0075	0.10	0.0075	0.25	0.0075	0.42	0.0075	0.61	0.0075	0.82
	0.0150	1.80	0.0150	2.15	0.0150	0.13	0.0150	0.17	0.0150	0.25	0.0150	0.36	0.0150	0.51

N°	50		51		52		53		54		55		56	
a/c	0.48		0.48		0.48		0.48		0.48		0.48		0.50	
%F	0.50		0.60		0.70		0.80		0.90		1.00		0.00	
f'c [MPa]	39.99		39.76		39.54		39.31		39.08		38.85		37.95	
E _c [MPa]	30205.45		29487.71		28811.15		28172.07		27567.21		26993.65		32614.13	
ε'c	0.0021		0.0022		0.0023		0.0023		0.0024		0.0024		0.0017	
α _a	1.60		1.62		1.64		1.66		1.68		1.70		1.50	
α _a	3.45		3.06		2.67		2.28		1.89		1.50		5.40	
Compresión	ε	f [MPa]	ε	f [MPa]	ε	f [MPa]	ε	f [MPa]	ε	f [MPa]	ε	f [MPa]	ε	f [MPa]
	-0.0060	-7.86	-0.0060	-9.04	-0.0060	-10.46	-0.0060	-12.18	-0.0060	-14.31	-0.0060	-16.97	-0.0060	-3.67
	-0.0050	-10.80	-0.0050	-12.35	-0.0050	-14.15	-0.0050	-16.26	-0.0050	-18.72	-0.0050	-21.60	-0.0050	-5.02
	-0.0040	-16.38	-0.0040	-18.46	-0.0040	-20.72	-0.0040	-23.16	-0.0040	-25.72	-0.0040	-28.37	-0.0040	-7.70
	-0.0030	-28.13	-0.0030	-30.34	-0.0030	-32.35	-0.0030	-34.08	-0.0030	-35.49	-0.0030	-36.57	-0.0030	-14.47
	-0.0021	-39.99	-0.0022	-39.76	-0.0023	-39.54	-0.0023	-39.31	-0.0024	-39.08	-0.0024	-38.85	-0.0017	-37.95
	-0.0016	-36.74	-0.0016	-36.57	-0.0017	-36.40	-0.0017	-36.23	-0.0018	-36.05	-0.0018	-35.88	-0.0013	-34.69
	-0.0011	-27.99	-0.0011	-27.93	-0.0011	-27.87	-0.0012	-27.81	-0.0012	-27.75	-0.0012	-27.68	-0.0009	-26.09
-0.0005	-15.25	-0.0005	-15.27	-0.0006	-15.30	-0.0006	-15.32	-0.0006	-15.34	-0.0006	-15.36	-0.0004	-13.93	
Tracción	0.0000	0.00	0.0000	0.00	0.0000	0.00	0.0000	0.00	0.0000	0.00	0.0000	0.00	0.0000	0.00
	0.0001	3.61	0.0001	3.58	0.0001	3.54	0.0001	3.48	0.0001	3.41	0.0001	3.33	0.0001	3.32
	0.0003	2.46	0.0003	2.72	0.0003	2.93	0.0003	3.06	0.0003	3.13	0.0003	3.14	0.0003	0.13
	0.0005	1.62	0.0005	1.92	0.0005	2.21	0.0005	2.51	0.0005	2.81	0.0005	3.11	0.0005	0.13
	0.0075	1.06	0.0075	1.32	0.0075	1.60	0.0075	1.91	0.0075	2.23	0.0075	2.58	0.0075	0.06
	0.0150	0.69	0.0150	0.90	0.0150	1.15	0.0150	1.43	0.0150	1.75	0.0150	2.11	0.0150	0.08

N°	57	58	59	60	61	62	63							
a/c	0.50	0.50	0.50	0.50	0.50	0.50	0.50							
%F	0.10	0.20	0.30	0.40	0.50	0.60	0.70							
f'c [MPa]	37.96	37.97	37.98	37.99	38.00	38.01	38.02							
E _c [MPa]	31805.60	31056.13	30359.50	29710.32	29103.92	28536.21	28003.62							
ε'c	0.0018	0.0019	0.0020	0.0020	0.0021	0.0022	0.0022							
α _a	1.52	1.54	1.56	1.58	1.60	1.62	1.64							
α _a	5.01	4.62	4.23	3.84	3.45	3.06	2.67							
Compresión	ε	f [MPa]	ε	f [MPa]	ε	f [MPa]	ε	f [MPa]	ε	f [MPa]	ε	f [MPa]	ε	f [MPa]
	-0.0060	-4.19	-0.0060	-4.79	-0.0060	-5.49	-0.0060	-6.31	-0.0060	-7.29	-0.0060	-8.47	-0.0060	-9.89
	-0.0050	-5.75	-0.0050	-6.58	-0.0050	-7.55	-0.0050	-8.68	-0.0050	-10.00	-0.0050	-11.55	-0.0050	-13.37
	-0.0040	-8.83	-0.0040	-10.13	-0.0040	-11.60	-0.0040	-13.27	-0.0040	-15.15	-0.0040	-17.25	-0.0040	-19.57
	-0.0030	-16.54	-0.0030	-18.79	-0.0030	-21.17	-0.0030	-23.62	-0.0030	-26.08	-0.0030	-28.47	-0.0030	-30.68
	-0.0018	-37.96	-0.0019	-37.97	-0.0020	-37.98	-0.0020	-37.99	-0.0021	-38.00	-0.0022	-38.01	-0.0022	-38.02
	-0.0014	-34.73	-0.0014	-34.78	-0.0015	-34.82	-0.0015	-34.87	-0.0016	-34.91	-0.0016	-34.96	-0.0017	-35.00
	-0.0009	-26.19	-0.0009	-26.29	-0.0010	-26.40	-0.0010	-26.50	-0.0010	-26.60	-0.0011	-26.70	-0.0011	-26.80
	-0.0005	-14.05	-0.0005	-14.16	-0.0005	-14.27	-0.0005	-14.38	-0.0005	-14.49	-0.0005	-14.60	-0.0006	-14.71
Tracción	0.0000	0.00	0.0000	0.00	0.0000	0.00	0.0000	0.00	0.0000	0.00	0.0000	0.00	0.0000	0.00
	0.0001	3.39	0.0001	3.44	0.0001	3.48	0.0001	3.51	0.0001	3.52	0.0001	3.52	0.0001	3.50
	0.0003	0.71	0.0003	1.23	0.0003	1.68	0.0003	2.08	0.0003	2.40	0.0003	2.67	0.0003	2.87
	0.0005	0.43	0.0005	0.72	0.0005	1.02	0.0005	1.32	0.0005	1.62	0.0005	1.92	0.0005	2.21
	0.0075	0.21	0.0075	0.38	0.0075	0.57	0.0075	0.78	0.0075	1.02	0.0075	1.28	0.0075	1.56
	0.0150	0.12	0.0150	0.20	0.0150	0.31	0.0150	0.46	0.0150	0.64	0.0150	0.85	0.0150	1.10

N°	64	65	66	67	68	69	70							
a/c	0.50	0.50	0.50	0.52	0.52	0.52	0.52							
%F	0.80	0.90	1.00	0.00	0.10	0.20	0.30							
f'c [MPa]	38.03	38.04	38.05	34.40	34.65	34.90	35.15							
E _c [MPa]	27503.01	27031.57	26586.85	30385.33	29779.27	29221.05	28705.64							
ε'c	0.0023	0.0024	0.0024	0.0017	0.0018	0.0018	0.0019							
α _a	1.66	1.68	1.70	1.50	1.52	1.54	1.56							
α _a	2.28	1.89	1.50	5.40	5.01	4.62	4.23							
Compresión	ε	f [MPa]	ε	f [MPa]	ε	f [MPa]	ε	f [MPa]	ε	f [MPa]	ε	f [MPa]	ε	f [MPa]
	-0.0060	-11.62	-0.0060	-13.78	-0.0060	-16.49	-0.0060	-3.18	-0.0060	-3.67	-0.0060	-4.23	-0.0060	-4.90
	-0.0050	-15.50	-0.0050	-18.02	-0.0050	-20.99	-0.0050	-4.34	-0.0050	-5.01	-0.0050	-5.80	-0.0050	-6.72
	-0.0040	-22.09	-0.0040	-24.78	-0.0040	-27.60	-0.0040	-6.60	-0.0040	-7.66	-0.0040	-8.87	-0.0040	-10.28
	-0.0030	-32.66	-0.0030	-34.34	-0.0030	-35.69	-0.0030	-12.30	-0.0030	-14.25	-0.0030	-16.40	-0.0030	-18.72
	-0.0023	-38.03	-0.0024	-38.04	-0.0024	-38.05	-0.0017	-34.40	-0.0018	-34.65	-0.0018	-34.90	-0.0019	-35.15
	-0.0017	-35.05	-0.0018	-35.09	-0.0018	-35.14	-0.0013	-31.45	-0.0013	-31.70	-0.0014	-31.96	-0.0014	-32.22
	-0.0011	-26.91	-0.0012	-27.01	-0.0012	-27.11	-0.0008	-23.65	-0.0009	-23.91	-0.0009	-24.17	-0.0010	-24.43
	-0.0006	-14.82	-0.0006	-14.93	-0.0006	-15.04	-0.0004	-12.63	-0.0004	-12.82	-0.0005	-13.01	-0.0005	-13.20
Tracción	0.0000	0.00	0.0000	0.00	0.0000	0.00	0.0000	0.00	0.0000	0.00	0.0000	0.00	0.0000	0.00
	0.0001	3.47	0.0001	3.42	0.0001	3.36	0.0001	3.09	0.0001	3.18	0.0001	3.26	0.0001	3.32
	0.0003	3.01	0.0003	3.08	0.0003	3.09	0.0003	0.02	0.0003	0.60	0.0003	1.12	0.0003	1.58
	0.0005	2.51	0.0005	2.81	0.0005	3.11	0.0005	0.13	0.0005	0.43	0.0005	0.72	0.0005	1.02
	0.0075	1.87	0.0075	2.19	0.0075	2.54	0.0075	0.02	0.0075	0.16	0.0075	0.33	0.0075	0.53
	0.0150	1.39	0.0150	1.71	0.0150	2.06	0.0150	0.03	0.0150	0.08	0.0150	0.15	0.0150	0.26

N°	71	72	73	74	75	76	77							
a/c	0.52	0.52	0.52	0.52	0.52	0.52	0.52							
%F	0.40	0.50	0.60	0.70	0.80	0.90	1.00							
f'c [MPa]	35.39	35.64	35.89	36.14	36.38	36.63	36.88							
Ec [MPa]	29294.97	27786.32	27375.31	26992.74	26636.05	26302.98	25991.52							
ε'c	0.0020	0.0021	0.0021	0.0022	0.0023	0.0023	0.0024							
αa	1.58	1.60	1.62	1.64	1.66	1.68	1.70							
αa	3.84	3.45	3.06	2.67	2.28	1.89	1.50							
Compresión	ε	f [MPa]	ε	f [MPa]	ε	f [MPa]	ε	f [MPa]	ε	f [MPa]	ε	f [MPa]	ε	f [MPa]
	-0.0060	-5.69	-0.0060	-6.64	-0.0060	-7.79	-0.0060	-9.19	-0.0060	-10.91	-0.0060	-13.06	-0.0060	-15.80
	-0.0050	-7.81	-0.0050	-9.09	-0.0050	-10.61	-0.0050	-12.40	-0.0050	-14.54	-0.0050	-17.09	-0.0050	-20.12
	-0.0040	-11.89	-0.0040	-13.74	-0.0040	-15.82	-0.0040	-18.16	-0.0040	-20.74	-0.0040	-23.53	-0.0040	-26.49
	-0.0030	-21.18	-0.0030	-23.71	-0.0030	-26.22	-0.0030	-28.62	-0.0030	-30.84	-0.0030	-32.78	-0.0030	-34.41
	-0.0020	-35.39	-0.0021	-35.64	-0.0021	-35.89	-0.0022	-36.14	-0.0023	-36.38	-0.0023	-36.63	-0.0024	-36.88
	-0.0015	-32.48	-0.0015	-32.74	-0.0016	-33.01	-0.0016	-33.27	-0.0017	-33.53	-0.0018	-33.79	-0.0018	-34.05
	-0.0010	-24.69	-0.0010	-24.95	-0.0011	-25.21	-0.0011	-25.48	-0.0011	-25.74	-0.0012	-26.01	-0.0012	-26.28
	-0.0005	-13.39	-0.0005	-13.59	-0.0005	-13.78	-0.0005	-13.98	-0.0006	-14.18	-0.0006	-14.38	-0.0006	-14.58
Tracción	0.0000	0.00	0.0000	0.00	0.0000	0.00	0.0000	0.00	0.0000	0.00	0.0000	0.00	0.0000	0.00
	0.0001	3.37	0.0001	3.41	0.0001	3.42	0.0001	3.43	0.0001	3.42	0.0001	3.39	0.0001	3.35
	0.0003	1.97	0.0003	2.30	0.0003	2.56	0.0003	2.77	0.0003	2.90	0.0003	2.97	0.0003	2.98
	0.0005	1.32	0.0005	1.62	0.0005	1.92	0.0005	2.21	0.0005	2.51	0.0005	2.81	0.0005	3.11
	0.0075	0.74	0.0075	0.98	0.0075	1.24	0.0075	1.52	0.0075	1.82	0.0075	2.15	0.0075	2.50
	0.0150	0.41	0.0150	0.59	0.0150	0.81	0.0150	1.06	0.0150	1.34	0.0150	1.66	0.0150	2.01

N°	78	79	80	81	82	83	84							
a/c	0.54	0.54	0.54	0.54	0.54	0.54	0.54							
%F	0.00	0.10	0.20	0.30	0.40	0.50	0.60							
f'c [MPa]	30.49	30.97	31.46	31.94	32.43	32.91	33.40							
Ec [MPa]	27879.25	27488.52	27133.20	26809.55	26514.33	26244.71	25998.25							
ε'c	0.0016	0.0017	0.0018	0.0019	0.0019	0.0020	0.0021							
αa	1.50	1.52	1.54	1.56	1.58	1.60	1.62							
αa	5.40	5.01	4.62	4.23	3.84	3.45	3.06							
Compresión	ε	σ [MPa]	ε	σ [MPa]	ε	σ [MPa]	ε	σ [MPa]	ε	σ [MPa]	ε	σ [MPa]	ε	σ [MPa]
	-0.0060	-2.67	-0.0060	-3.11	-0.0060	-3.63	-0.0060	-4.26	-0.0060	-5.00	-0.0060	-5.91	-0.0060	-7.01
	-0.0050	-3.62	-0.0050	-4.23	-0.0050	-4.96	-0.0050	-5.82	-0.0050	-6.84	-0.0050	-8.06	-0.0050	-9.53
	-0.0040	-5.46	-0.0040	-6.42	-0.0040	-7.54	-0.0040	-8.85	-0.0040	-10.38	-0.0040	-12.15	-0.0040	-14.19
	-0.0030	-10.07	-0.0030	-11.84	-0.0030	-13.84	-0.0030	-16.07	-0.0030	-18.48	-0.0030	-21.02	-0.0030	-23.62
	-0.0016	-30.49	-0.0017	-30.97	-0.0018	-31.46	-0.0019	-31.94	-0.0019	-32.43	-0.0020	-32.91	-0.0021	-33.40
	-0.0012	-27.87	-0.0013	-28.34	-0.0013	-28.81	-0.0014	-29.29	-0.0014	-29.76	-0.0015	-30.24	-0.0016	-30.72
	-0.0008	-20.96	-0.0009	-21.37	-0.0009	-21.78	-0.0009	-22.20	-0.0010	-22.62	-0.0010	-23.04	-0.0010	-23.46
	-0.0004	-11.19	-0.0004	-11.46	-0.0004	-11.73	-0.0005	-12.00	-0.0005	-12.27	-0.0005	-12.55	-0.0005	-12.83
Tracción	0.0000	0.00	0.0000	0.00	0.0000	0.00	0.0000	0.00	0.0000	0.00	0.0000	0.00	0.0000	0.00
	0.0001	2.83	0.0001	2.94	0.0001	3.04	0.0001	3.13	0.0001	3.20	0.0001	3.26	0.0001	3.30
	0.0003	0.00	0.0003	0.45	0.0003	0.97	0.0003	1.43	0.0003	1.82	0.0003	2.15	0.0003	2.41
	0.0005	0.00	0.0005	0.43	0.0005	0.72	0.0005	1.02	0.0005	1.32	0.0005	1.62	0.0005	1.92
	0.0075	0.00	0.0075	0.12	0.0075	0.29	0.0075	0.48	0.0075	0.70	0.0075	0.94	0.0075	1.20
	0.0150	0.00	0.0150	0.03	0.0150	0.11	0.0150	0.22	0.0150	0.36	0.0150	0.54	0.0150	0.76

N°	85	86	87	88	89	90	91							
a/c	0.54	0.54	0.54	0.54	0.56	0.56	0.56							
%F	0.70	0.80	0.90	1.00	0.00	0.10	0.20							
f'c [MPa]	33.88	34.37	34.85	35.34	26.20	26.93	27.65							
Ec [MPa]	25772.79	25566.43	25377.51	25204.52	25073.50	24914.01	24775.88							
ε'c	0.0022	0.0022	0.0023	0.0024	0.0016	0.0016	0.0017							
αa	1.64	1.66	1.68	1.70	1.50	1.52	1.54							
αa	2.67	2.28	1.89	1.50	5.40	5.01	4.62							
	ε	σ	ε	σ	ε	σ	ε	σ	ε	σ	ε	σ	ε	σ
	[MPa]	[MPa]	[MPa]	[MPa]	[MPa]	[MPa]	[MPa]	[MPa]	[MPa]	[MPa]	[MPa]	[MPa]	[MPa]	[MPa]
Compresión	-0.0060	-8.37	-0.0060	-10.05	-0.0060	-12.18	-0.0060	-14.90	-0.0060	-2.13	-0.0060	-2.53	-0.0060	-3.00
	-0.0050	-11.28	-0.0050	-13.39	-0.0050	-15.93	-0.0050	-18.98	-0.0050	-2.87	-0.0050	-3.42	-0.0050	-4.07
	-0.0040	-16.51	-0.0040	-19.11	-0.0040	-21.97	-0.0040	-25.04	-0.0040	-4.30	-0.0040	-5.14	-0.0040	-6.15
	-0.0030	-26.19	-0.0030	-28.61	-0.0030	-30.82	-0.0030	-32.73	-0.0030	-7.81	-0.0030	-9.37	-0.0030	-11.19
	-0.0022	-33.88	-0.0022	-34.37	-0.0023	-34.85	-0.0024	-35.34	-0.0016	-26.20	-0.0016	-26.93	-0.0017	-27.65
	-0.0016	-31.19	-0.0017	-31.67	-0.0017	-32.15	-0.0018	-32.63	-0.0012	-23.95	-0.0012	-24.64	-0.0013	-25.33
	-0.0011	-23.89	-0.0011	-24.32	-0.0012	-24.75	-0.0012	-25.18	-0.0008	-18.02	-0.0008	-18.58	-0.0009	-19.15
	-0.0005	-13.11	-0.0006	-13.39	-0.0006	-13.68	-0.0006	-13.97	-0.0004	-9.62	-0.0004	-9.96	-0.0004	-10.31
Tracción	0.0000	0.00	0.0000	0.00	0.0000	0.00	0.0000	0.00	0.0000	0.00	0.0000	0.00	0.0000	0.00
	0.0001	3.33	0.0001	3.34	0.0001	3.34	0.0001	3.32	0.0001	2.54	0.0001	2.67	0.0001	2.80
	0.0003	2.61	0.0003	2.75	0.0003	2.82	0.0003	2.83	0.0003	0.00	0.0003	0.26	0.0003	0.78
	0.0005	2.21	0.0005	2.51	0.0005	2.81	0.0005	3.11	0.0005	0.00	0.0005	0.43	0.0005	0.72
	0.0075	1.48	0.0075	1.78	0.0075	2.11	0.0075	2.46	0.0075	0.00	0.0075	0.08	0.0075	0.25
	0.0150	1.01	0.0150	1.29	0.0150	1.61	0.0150	1.96	0.0150	0.00	0.0150	0.00	0.0150	0.06

N°	92	93	94	95	96	97	98							
a/c	0.56	0.56	0.56	0.56	0.56	0.56	0.56							
%F	0.30	0.40	0.50	0.60	0.70	0.80	0.90							
f'c [MPa]	28.37	29.10	29.82	30.54	31.26	31.99	32.71							
Ec [MPa]	24656.85	24554.96	24468.49	24395.97	24336.08	24287.68	24249.76							
ε'c	0.0018	0.0019	0.0019	0.0020	0.0021	0.0022	0.0023							
αa	1.56	1.58	1.60	1.62	1.64	1.66	1.68							
αa	4.23	3.84	3.45	3.06	2.67	2.28	1.89							
	ε	σ	ε	σ	ε	σ	ε	σ	ε	σ	ε	σ	ε	σ
	[MPa]	[MPa]	[MPa]	[MPa]	[MPa]	[MPa]	[MPa]	[MPa]	[MPa]	[MPa]	[MPa]	[MPa]	[MPa]	[MPa]
Compresión	-0.0060	-3.57	-0.0060	-4.26	-0.0060	-5.11	-0.0060	-6.15	-0.0060	-7.44	-0.0060	-9.07	-0.0060	-11.13
	-0.0050	-4.86	-0.0050	-5.80	-0.0050	-6.95	-0.0050	-8.33	-0.0050	-10.02	-0.0050	-12.06	-0.0050	-14.56
	-0.0040	-7.34	-0.0040	-8.76	-0.0040	-10.43	-0.0040	-12.38	-0.0040	-14.64	-0.0040	-17.22	-0.0040	-20.11
	-0.0030	-13.26	-0.0030	-15.56	-0.0030	-18.07	-0.0030	-20.70	-0.0030	-23.38	-0.0030	-26.00	-0.0030	-28.45
	-0.0018	-28.37	-0.0019	-29.10	-0.0019	-29.82	-0.0020	-30.54	-0.0021	-31.26	-0.0022	-31.99	-0.0023	-32.71
	-0.0013	-26.01	-0.0014	-26.70	-0.0015	-27.40	-0.0015	-28.09	-0.0016	-28.78	-0.0016	-29.48	-0.0017	-30.17
	-0.0009	-19.72	-0.0009	-20.29	-0.0010	-20.87	-0.0010	-21.46	-0.0011	-22.04	-0.0011	-22.63	-0.0011	-23.22
	-0.0004	-10.66	-0.0005	-11.01	-0.0005	-11.37	-0.0005	-11.73	-0.0005	-12.10	-0.0005	-12.46	-0.0006	-12.84
Tracción	0.0000	0.00	0.0000	0.00	0.0000	0.00	0.0000	0.00	0.0000	0.00	0.0000	0.00	0.0000	0.00
	0.0001	2.91	0.0001	3.00	0.0001	3.08	0.0001	3.14	0.0001	3.19	0.0001	3.23	0.0001	3.24
	0.0003	1.23	0.0003	1.62	0.0003	1.95	0.0003	2.22	0.0003	2.42	0.0003	2.55	0.0003	2.63
	0.0005	1.02	0.0005	1.32	0.0005	1.62	0.0005	1.92	0.0005	2.21	0.0005	2.51	0.0005	2.81
	0.0075	0.44	0.0075	0.66	0.0075	0.89	0.0075	1.15	0.0075	1.44	0.0075	1.74	0.0075	2.07
	0.0150	0.17	0.0150	0.31	0.0150	0.50	0.0150	0.71	0.0150	0.96	0.0150	1.24	0.0150	1.56

N°	99		100		101		102		103		104		105	
a/c	0.56		0.58		0.58		0.58		0.58		0.58		0.58	
%F	1.00		0.00		0.10		0.20		0.30		0.40		0.50	
f'c [MPa]	33.43		21.55		22.51		23.47		24.44		25.40		26.36	
Ec [MPa]	24221.41		21936.03		22028.40		22125.78		22227.67		22333.62		22443.26	
ε'c	0.0023		0.0015		0.0016		0.0016		0.0017		0.0018		0.0019	
αa	1.70		1.50		1.52		1.54		1.56		1.58		1.60	
αa	1.50		5.40		5.01		4.62		4.23		3.84		3.45	
Compresión	ε	σ [MPa]	ε	σ [MPa]	ε	σ [MPa]	ε	σ [MPa]	ε	σ [MPa]	ε	σ [MPa]	ε	σ [MPa]
	-0.0060	-13.80	-0.0060	-1.60	-0.0060	-1.94	-0.0060	-2.35	-0.0060	-2.86	-0.0060	-3.48	-0.0060	-4.25
	-0.0050	-17.59	-0.0050	-2.13	-0.0050	-2.60	-0.0050	-3.17	-0.0050	-3.86	-0.0050	-4.71	-0.0050	-5.76
	-0.0040	-23.27	-0.0040	-3.15	-0.0040	-3.86	-0.0040	-4.74	-0.0040	-5.79	-0.0040	-7.07	-0.0040	-8.60
	-0.0030	-30.64	-0.0030	-5.61	-0.0030	-6.93	-0.0030	-8.51	-0.0030	-10.36	-0.0030	-12.50	-0.0030	-14.90
	-0.0023	-33.43	-0.0015	-21.55	-0.0016	-22.51	-0.0016	-23.47	-0.0017	-24.44	-0.0018	-25.40	-0.0019	-26.36
	-0.0018	-30.87	-0.0011	-19.70	-0.0012	-20.60	-0.0012	-21.50	-0.0013	-22.40	-0.0013	-23.31	-0.0014	-24.21
	-0.0012	-23.82	-0.0007	-14.82	-0.0008	-15.53	-0.0008	-16.26	-0.0009	-16.98	-0.0009	-17.71	-0.0009	-18.45
-0.0006	-13.22	-0.0004	-7.91	-0.0004	-8.33	-0.0004	-8.75	-0.0004	-9.18	-0.0004	-9.61	-0.0005	-10.05	
Tracción	0.0000	0.00	0.0000	0.00	0.0000	0.00	0.0000	0.00	0.0000	0.00	0.0000	0.00	0.0000	0.00
	0.0001	3.25	0.0001	2.21	0.0001	2.37	0.0001	2.52	0.0001	2.65	0.0001	2.76	0.0001	2.87
	0.0003	2.63	0.0003	0.00	0.0003	0.01	0.0003	0.53	0.0003	0.99	0.0003	1.38	0.0003	1.71
	0.0005	3.11	0.0005	0.00	0.0005	0.43	0.0005	0.72	0.0005	1.02	0.0005	1.32	0.0005	1.62
	0.0075	2.42	0.0075	0.00	0.0075	0.04	0.0075	0.21	0.0075	0.40	0.0075	0.62	0.0075	0.85
	0.0150	1.92	0.0150	0.00	0.0150	0.00	0.0150	0.01	0.0150	0.12	0.0150	0.27	0.0150	0.45

N°	106		107		108		109		110		111		112	
a/c	0.58		0.58		0.58		0.58		0.58		0.60		0.60	
%F	0.60		0.70		0.80		0.90		1.00		0.00		0.10	
f'c [MPa]	27.32		28.28		29.24		30.20		31.16		16.54		17.73	
Ec [MPa]	22556.24		29294.97		22791.07		22912.43		23036.12		18418.92		18791.47	
ε'c	0.0020		0.0020		0.0021		0.0022		0.0023		0.0013		0.0014	
αa	1.62		1.64		1.66		1.68		1.70		1.50		1.52	
αa	3.06		2.67		2.28		1.89		1.50		5.40		5.01	
Compresión	ε	σ [MPa]	ε	σ [MPa]	ε	σ [MPa]	ε	σ [MPa]	ε	σ [MPa]	ε	σ [MPa]	ε	σ [MPa]
	-0.0060	-5.21	-0.0060	-6.42	-0.0060	-7.96	-0.0060	-9.94	-0.0060	-12.52	-0.0060	-1.07	-0.0060	-1.35
	-0.0050	-7.04	-0.0050	-8.62	-0.0050	-10.58	-0.0050	-12.99	-0.0050	-15.97	-0.0050	-1.41	-0.0050	-1.79
	-0.0040	-10.43	-0.0040	-12.59	-0.0040	-15.10	-0.0040	-17.97	-0.0040	-21.17	-0.0040	-2.05	-0.0040	-2.63
	-0.0030	-17.51	-0.0030	-20.25	-0.0030	-23.01	-0.0030	-25.68	-0.0030	-28.15	-0.0030	-3.55	-0.0030	-4.60
	-0.0020	-27.32	-0.0020	-28.28	-0.0021	-29.24	-0.0022	-30.20	-0.0023	-31.16	-0.0013	-16.54	-0.0014	-17.73
	-0.0015	-25.12	-0.0015	-26.03	-0.0016	-26.94	-0.0017	-27.86	-0.0017	-28.77	-0.0010	-15.11	-0.0011	-16.23
	-0.0010	-19.19	-0.0010	-19.94	-0.0011	-20.69	-0.0011	-21.44	-0.0011	-22.20	-0.0007	-11.37	-0.0007	-12.24
-0.0005	-10.49	-0.0005	-10.94	-0.0005	-11.39	-0.0006	-11.85	-0.0006	-12.32	-0.0003	-6.07	-0.0004	-6.56	
Tracción	0.0000	0.00	0.0000	0.00	0.0000	0.00	0.0000	0.00	0.0000	0.00	0.0000	0.00	0.0000	0.00
	0.0001	2.95	0.0001	3.02	0.0001	3.08	0.0001	3.12	0.0001	3.15	0.0001	1.86	0.0001	2.04
	0.0003	1.97	0.0003	2.17	0.0003	2.31	0.0003	2.38	0.0003	2.39	0.0003	0.00	0.0003	0.00
	0.0005	1.92	0.0005	2.21	0.0005	2.51	0.0005	2.81	0.0005	3.11	0.0005	0.00	0.0005	0.00
	0.0075	1.11	0.0075	1.39	0.0075	1.70	0.0075	2.02	0.0075	2.37	0.0075	0.00	0.0075	0.00
	0.0150	0.66	0.0150	0.91	0.0150	1.20	0.0150	1.51	0.0150	1.87	0.0150	0.00	0.0150	0.00

N°	113		114		115		116		117		118		119	
a/c	0.60		0.60		0.60		0.60		0.60		0.60		0.60	
%F	0.20		0.30		0.40		0.50		0.60		0.70		0.80	
f'c [MPa]	18.93		20.13		21.33		22.53		23.72		24.92		26.12	
E _c [MPa]	19149.12		19493.63		19826.48		20148.99		20462.25		20767.24		21064.79	
ε'c	0.0015		0.0016		0.0017		0.0018		0.0019		0.0020		0.0021	
α _a	1.54		1.56		1.58		1.60		1.62		1.64		1.66	
α _a	4.62		4.23		3.84		3.45		3.06		2.67		2.28	
Compresión	ε	σ [MPa]	ε	σ [MPa]	ε	σ [MPa]	ε	σ [MPa]	ε	σ [MPa]	ε	σ [MPa]	ε	σ [MPa]
	-0.0060	-1.70	-0.0060	-2.13	-0.0060	-2.68	-0.0060	-3.36	-0.0060	-4.23	-0.0060	-5.33	-0.0060	-6.75
	-0.0050	-2.27	-0.0050	-2.86	-0.0050	-3.60	-0.0050	-4.53	-0.0050	-5.68	-0.0050	-7.13	-0.0050	-8.95
	-0.0040	-3.35	-0.0040	-4.24	-0.0040	-5.35	-0.0040	-6.71	-0.0040	-8.37	-0.0040	-10.38	-0.0040	-12.78
	-0.0030	-5.90	-0.0030	-7.49	-0.0030	-9.38	-0.0030	-11.59	-0.0030	-14.09	-0.0030	-16.82	-0.0030	-19.68
	-0.0015	-18.93	-0.0016	-20.13	-0.0017	-21.33	-0.0018	-22.53	-0.0019	-23.72	-0.0020	-24.92	-0.0021	-26.12
	-0.0011	-17.34	-0.0012	-18.46	-0.0013	-19.58	-0.0013	-20.70	-0.0014	-21.82	-0.0015	-22.94	-0.0015	-24.07
	-0.0008	-13.11	-0.0008	-13.99	-0.0008	-14.88	-0.0009	-15.77	-0.0009	-16.67	-0.0010	-17.57	-0.0010	-18.48
-0.0004	-7.06	-0.0004	-7.56	-0.0004	-8.07	-0.0004	-8.59	-0.0005	-9.11	-0.0005	-9.64	-0.0005	-10.18	
Tracción	0.0000	0.00	0.0000	0.00	0.0000	0.00	0.0000	0.00	0.0000	0.00	0.0000	0.00	0.0000	0.00
	0.0001	2.21	0.0001	2.36	0.0001	2.50	0.0001	2.62	0.0001	2.73	0.0001	2.82	0.0001	2.90
	0.0003	0.24	0.0003	0.69	0.0003	1.08	0.0003	1.41	0.0003	1.68	0.0003	1.88	0.0003	2.01
	0.0005	0.72	0.0005	1.02	0.0005	1.32	0.0005	1.62	0.0005	1.92	0.0005	2.21	0.0005	2.51
	0.0075	0.17	0.0075	0.36	0.0075	0.57	0.0075	0.81	0.0075	1.07	0.0075	1.35	0.0075	1.66
	0.0150	0.00	0.0150	0.07	0.0150	0.22	0.0150	0.40	0.0150	0.62	0.0150	0.86	0.0150	1.15

N°	120		121	
a/c	0.60		0.60	
%F	0.90		1.00	
f'c [MPa]	27.32		28.52	
E _c [MPa]	21355.65		21640.44	
ε'c	0.0021		0.0022	
α _a	1.68		1.70	
α _a	1.89		1.50	
Compresión	ε	σ [MPa]	ε	σ [MPa]
	-0.0060	-8.61	-0.0060	-11.06
	-0.0050	-11.24	-0.0050	-14.12
	-0.0040	-15.58	-0.0040	-18.78
	-0.0030	-22.53	-0.0030	-25.26
	-0.0021	-27.32	-0.0022	-28.52
	-0.0016	-25.20	-0.0017	-26.33
	-0.0011	-19.40	-0.0011	-20.32
-0.0005	-10.72	-0.0006	-11.27	
Tracción	0.0000	0.00	0.0000	0.00
	0.0001	2.97	0.0001	3.02
	0.0003	2.09	0.0003	2.10
	0.0005	2.81	0.0005	3.11
	0.0075	1.98	0.0075	2.33
	0.0150	1.47	0.0150	1.82

Apéndice G. Código en MATLAB para uso de la OAPI de SAP2000

```

tic()
%10. Análisis estructural del modelo (correr).
Analyse=NET.explicitCast(SapModel.Analyse, 'SAP2000v1.cAnalyse');
ret=Analyse.RunAnalysis();

AnalysisResults=NET.explicitCast(SapModel.Results, 'SAP2000v1.cAnalysisResults');

AnalysisResultsSetup=NET.explicitCast(AnalysisResults.Setup, 'SAP2000v1.cAnalysisResultsSetup');

ret=AnalysisResultsSetup.DeselectAllCasesAndCombosForOutput;
ret=AnalysisResultsSetup.SetCaseSelectedForOutput("FFT-Cracking");
ret=AnalysisResultsSetup.SetOptionNLStatic(2);

NumberResults=0;
Obj=NET.createArray('System.String',1010);
Elm=NET.createArray('System.String',1010);
ACase=NET.createArray('System.String',1010);
StepType=NET.createArray('System.String',1010);
StepNum=NET.createArray('System.Double',1010);
U1=NET.createArray('System.Double',1010);
U2=NET.createArray('System.Double',1010);
U3=NET.createArray('System.Double',1010);
R1=NET.createArray('System.Double',1010);
R2=NET.createArray('System.Double',1010);
R3=NET.createArray('System.Double',1010);

[ret,NumberResults,Obj,Elm,ACase,StepType,StepNum,U1,U2,U3,R1,R2,R3]=AnalysisResults.JointDispl("21",SAP2000v1.eItemTypeElm.ObjectElm,...
    NumberResults,Obj,Elm,ACase,StepType,StepNum,U1,U2,U3,R1,R2,R3);

for j=1:NumberResults
    Desplazamiento(j)=U3(j)-1000;
end

NumberResults=0;
StepType=NET.createArray('System.String',1010);
StepNum=NET.createArray('System.Double',1010);
LoadCase=NET.createArray('System.String',1010);
Fx=NET.createArray('System.Double',1);
Fy=NET.createArray('System.Double',1);
Fz=NET.createArray('System.Double',1);
Mx=NET.createArray('System.Double',1);
My=NET.createArray('System.Double',1);
Mz=NET.createArray('System.Double',1);
gx=0;
gy=0;
gz=0;

[ret,NumberResults,LoadCase,StepType,StepNum,Fx,Fy,Fz,Mx,My,Mz,gx,gy,gz]=AnalysisResults.BaseReact(NumberResults,LoadCase,StepType,StepNum,...
    Fx,Fy,Fz,Mx,My,Mz,gx,gy,gz);

for j=1:NumberResults
    Carga(j)=Fz(j);
end

NumberResults=0;
StepType=NET.createArray('System.String',1010);
StepNum=NET.createArray('System.Double',1010);
LoadCase=NET.createArray('System.String',1010);
GD=NET.createArray('System.String',1010);
DType=NET.createArray('System.String',1);
Value=NET.createArray('System.Double',1);

```

```
Numdat(i)=NumberResults;

%11. Cerrar el SAP
ret=SapModel.SetModelIsLocked(false());
ret=SapObject.ApplicationExit(false());
File=0;
PropMaterial=0;
PropFrame=0;
FrameObj=0;
AreaObj=0;
PointObj=0;
View=0;
LoadPatterns=0;
Analyse=0;
AnalysisResults=0;
AnalysisResultsSetup=0;
SapModel=0;
SapObject=0;
tiempo(2*i-1:2*i)=[toc()/60,0];
Datosred(1:length(Desplazamiento),2*i-1:2*i)=[Desplazamiento',Carga'];
clear Desplazamiento Carga

end

xlswrite('Curvas ajustadas final.xlsx',Datosred,'Datos red neural','DT40')
xlswrite('Curvas ajustadas final.xlsx',tiempo,'Datos red neural','DT38')

$-----
---
$-----
---
$HECHO POR: DAVID SEBASTIÁN COTES PRIETO
```

Apéndice H. Código en MATLAB para arquitectura, cálculo del error y entrenamiento de red neural artificial

```

%-----ENTRENAMIENTO DE RED NEURAL PARA ANÁLISIS DE CONCRETO REFORZADO CON FIBRAS DE
ACERO-----
%-----PROYECTO DE MAESTRÍA:TÉCNICA HEURÍSTICA PARA DETERMINAR LA RESISTENCIA A FLEXIÓN DE
VIGAS
%-----DE CONCRETO REFORZADO CON FIBRAS DE ACERO-----
---
%-----
---
%-----
---
clear
clc
tic
redmax=1; %número de veces que se ejecuta la red
for red=1:redmax

%1. INGRESAR DATOS DE ESTUDIO

%1.1. Localización del archivo

Archivo='Curvas ajustadas final graf.xlsx'; %EDITABLE
Hojadatos='1L2N'; %EDITABLE
Locdatosin='A18:B138'; %EDITABLE
Locdatosout='C18:C138'; %EDITABLE
nrmls=1; %EDITABLE
Hojanrmls='Resultados normalización'; %EDITABLE
Locnrmls='A1'; %EDITABLE

%1.2. Transferencia de datos de excel a matlab y división en datos de
%entrenamiento prueba y validación
porcval=0.696; %Porcentaje desde 0 hasta la cantidad de datos de entrenamiento
porctest=0.89; %Porcentaje desde 0 hasta la cantidad de datos de prueba

Itot=xlswread(Archivo,Hojadatos,Locdatosin)';
Ttot=xlswread(Archivo,Hojadatos,Locdatosout)';

I=Itot(:,1:round(porcval*size(Itot,2)));
Ireal=I;
T=Ttot(:,1:round(porcval*size(Ttot,2)));
Treal=T;

Itest=Itot(:,round(porcval*size(Itot,2))+1:round(porctest*size(Itot,2)));
Itestreal=Itest;
Ttest=Ttot(:,round(porcval*size(Ttot,2))+1:round(porctest*size(Ttot,2)));
Ttestreal=Ttest;

Ival=Itot(:,round(porctest*size(Itot,2))+1:size(Itot,2));
Ivalreal=Ival;
Tval=Ttot(:,round(porctest*size(Ttot,2))+1:size(Ttot,2));
Tvalreal=Tval;

%1.3. Factores de normalización de datos
for i=1:size(I,1)
    Inorm1(i)=max(I(i,:));
    Inorm2(i)=min(I(i,:));
end

for i=1:size(T,1)
    Tnorm1(i)=max(T(i,:));
    Tnorm2(i)=min(T(i,:));
end

%1.3.1 Normalización de datos de entrenamiento
for i=1:size(I,1)
    I(i,:)=(I(i,:)-Inorm2(i))/(Inorm1(i)-Inorm2(i));
end
for i=1:size(T,1)

```

```

        T(i,:)=(T(i,:)-Tnorm2(i))./(Tnorm1(i)-Tnorm2(i));
    End
%1.3.2 Normalización de datos de prueba
    for i=1:size(Itest,1)
        Itest(i,:)=(Itest(i,:)-Inorm2(i))./(Inorm1(i)-Inorm2(i));
    end
    for i=1:size(Ttest,1)
        Ttest(i,:)=(Ttest(i,:)-Tnorm2(i))./(Tnorm1(i)-Tnorm2(i));
    end

%1.3.3 Normalización de datos de validación
    for i=1:size(Ival,1)
        Ival(i,:)=(Ival(i,:)-Inorm2(i))./(Inorm1(i)-Inorm2(i));
    end
    for i=1:size(Tval,1)
        Tval(i,:)=(Tval(i,:)-Tnorm2(i))./(Tnorm1(i)-Tnorm2(i));
    end

%-----
%-----
%-----
%2. ARQUITECTURA DE RED

%2.1. Número de capas ocultas
HL=2; %EDITABLE

%2.2. Número de neuronas en capa de entrada
O=size(I,1);

%2.3. Número de neuronas en capa de salida
F=size(T,1);

%2.4. Número de neuronas en capas ocultas (se asume todas las capas ocultas
%tendrán la misma cantidad de neuronas)
H=20; %EDITABLE

%2.5. Parámetros de funciones de activación en capas ocultas
Hsize=1;
Hshape=1;

%2.6. Parámetros de funciones de activación en capa de salida
Fsize=1;
Fshape=1;

%-----
%-----
%-----
%3. VARIABLES PARA OPTIMIZACIÓN

%3.1. CANTIDAD DE PESOS Y SESGOS VARIABLES PARA OPTIMIZACIÓN
if HL==1
    nweights=O*H+H*F;
    nbias=H+F;
else
    nweights=O*H+H*H*(HL-1)+H*F;
    nbias=H*HL+F;
end
vmode=false; %EDITABLE

%3.2. TIPOS DE VARIABLES DE OPTIMIZACIÓN
if vmode
    nvar=nweights+nbias+4;
else
    nvar=nweights+nbias;
end
%Convenciones de vmode:
%vmode=true, los parámetros de las funciones de activación también son variables.
%vmode=false, los parámetros de las funciones de activación no son variables.

```

```

%-----
%-----
%-----
%4. VECTOR DE PESOS

%4.1. Límites de valores iniciales
nmax=1; %EDITABLE
nmin=-1; %EDITABLE

%4.2. Vector aleatorio de valores iniciales
for i=1:nvar
    for j=1:l
        xo(i,j)=(rand()*(nmax-nmin)+nmin);
    end
end

%-----
%-----
%-----
%5. CÁLCULO DEL ERROR
t1=toc()
tic
[err_tot,err_parc,weight_OH,weight_HH,weight_HF,bias_H,bias_F,param_H,param_F,...
 prop_OH,act_OH,out_OH,prop_HH,act_HH,out_HH,prop_HF,act_HF,out_HF]=...
ANNerr_BETHA(xo,I,T,act,O,H,HL,F,vmode,Hsize,Hshape,Fsize,Fshape);
t2=toc()
tic

%-----
%-----
%-----
%6. MÉTODO DE OPTIMIZACIÓN PARA ENTRENAMIENTO

%6.1. SELECCIÓN DEL MÉTODO
%opt=1;
%Convenciones de opt:
%opt=1, Back-propagation con momentum.
%opt=2, Particle swarm optimisation (PSO).
%opt=3, Gravitational search algorithm (GSA).

%6.2 PARÁMETROS

%6.2.1. Back-propagation con momentum
maxit_BP=10000;
learning_rate_OH=rand(O,H);
learning_rate_HH=rand(H,H,HL-1);
learning_rate_HF=rand(H,F);
inertia_factor=0.9;
convergence_min=0.0000000000000001;

%6.2.2. PSO
inercia_max=0.9;
inercia_min=0.4;
desvmin_PSO=0.0000000000000001;
x_size=size(xo,1);
partic_PSO=500;
maxit_PSO=1000;

%6.2.3. GSA
desvmin_GSA=0.0000000000000001;
r_min=0.000001;
initial_gravity_constant=1;
alpha=1;
x_size=size(xo,1);
partic_GSA=500;
max_age=1000;

```



```
resultGSA=[RMSEtrainGSA;R2GSAtrain;RMSEtestGSA;R2GSAtest;RMSEvalGSA;R2GSAval;age;time_op (con
t)/60;0;YGSA;YGSAtest;YGSAval];
    cont=cont+1;
    end
    legend(Gr, legen)
end
if red==1
    resultados=zeros (size (resultGSA,1),4*redmax);
    resultadospesos=zeros (size (xbestBP,1),4*redmax);
else
end
resultados (:,red+3*(red-1):red+3*(red-1)+3)=[resultBP,resultPSO,resultHSA,resultGSA];
resultadospesos (:,red+3*(red-1):red+3*(red-1)+3)=[xbestBP,xbestPSO (:,it-
1),xbestHSA (:,improv-1),xbestGSA (:,age-1)];
end
%7.4. RESULTADOS

time=t1+t2+t3+sum (time_op);
xlswrite (Archivo,resultados,Hojadatos,'D7');
xlswrite (Archivo,resultadospesos,Hojadatos,'D139');

%-----
%-----
%-----
%-----
%HECHO POR: DAVID SEBASTIÁN COTES PRIETO
```

Apéndice I. Códigos en MATLAB para optimización utilizando propagación hacia atrás con momentum, optimización por enjambre de partículas y algoritmo de búsqueda gravitacional

```

%////////// MINIMIZACIÓN DEL ERROR A TRAVÉS DE BACK-PROPAGATION CON MOMENTUM//////////
function
[k,err_bot,it,xbest,fbest]=MBackProp_BETHA_Seg(I,T,act,O,H,HL,F,Hsize,Hshape,Fsize,Fshape,vm
ode,convergence_min,...
    weight_OH,weight_HH,weight_HF,bias_H,bias_F,...
    param_H,param_F,out_OH,out_HH,out_HF,...
    learning_rate_OH,learning_rate_HH,learning_rate_HF,inertia_factor,maxit_BP)

%1. INCREMENTO PREVIO DE PESOS INICIALES (PARA MOMENTUM)
d_weight_OH_INI=0;
d_weight_HH_INI=0;
d_weight_HF_INI=0;
convergence=1;
it=1;
%2. INICIO DE LA ITERACIÓN
while it<=maxit_BP && convergence>=convergence_min

    %3. INCREMENTO DE PESOS INICIALES
    d_weight_OH=zeros(O,H);
    d_weight_HH=zeros(H,H,HL-1);
    d_weight_HF=zeros(H,F);

    %4. CÁLCULO DE DELTAS E INCREMENTOS DE PESOS ENTRE CAPA FINAL Y CAPA OCULTA
    switch act
    case 1
        delta_HF=(param_F(1)./param_F(2).*(1-(out_HF/param_F(1)).^2).*(T-out_HF));
    case 2
        delta_HF=(out_HF./param_F(2).*(1-out_HF/param_F(1)).*(T-out_HF));
    end

    if HL==1
        out_TEMP=out_OH(:,:);
    else
        out_TEMP=out_HH(:,:,HL-1);
    end

    switch act
    case 1
        d_weight_HF_T=out_TEMP.*delta_HF;
    case 2
        d_weight_HF_T=out_TEMP.*delta_HF;
    end

    d_weight_HF=d_weight_HF+d_weight_HF_T;
    clear out_TEMP d_weight_HF_T

    d_weight_HF=(learning_rate_HF.*d_weight_HF+inertia_factor*d_weight_HF_INI)./size(I,2);

    %5. CÁLCULO DE DELTAS E INCREMENTOS DE PESOS ENTRE CAPAS OCULTAS
    if HL==1
    else
        for p=1:HL-1
            for q=1:size(I,2)
                if p==1
                    if p==HL-1
                        lim_post=F;
                        out_TEMP_a=out_OH;
                        out_TEMP=out_HH(:,:,HL-p);
                        weight_TEMP=weight_HF;
                        param_T_c=param_F;
                        param_T=param_H;
                        delta_TEMP=delta_HF;
                    else
                        lim_post=F;
                        out_TEMP_a=out_HH(:,:,HL-p);
                        out_TEMP=out_HH(:,:,HL-p);
                        weight_TEMP=weight_HF;
                        param_T_c=param_F;
                        param_T=param_H;
                    end
                end
            end
        end
    end
end

```

```

        delta_TEMP=delta_HF;
    end
else
    if p==HL-1
        lim_post=H;
        out_TEMP_a=out_OH;
        out_TEMP=out_HH(:, :, HL-p);
        weight_TEMP=weight_HH(:, :, HL-p+1);
        param_T_c=param_H;
        param_T=param_H;
        delta_TEMP=delta_HH(:, :, p-1);
    else
        lim_post=H;
        out_TEMP_a=out_HH(:, :, HL-p-1);
        out_TEMP=out_HH(:, :, HL-p);
        weight_TEMP=weight_HH(:, :, HL-p+1);
        param_T_c=param_H;
        param_T=param_H;
        delta_TEMP=delta_HH(:, :, p-1);
    end
end
for k=1:H
    sum_aux=0;
    for i=1:H
        for j=1:lim_post
            sum_aux=sum_aux+weight_TEMP(i,j)*delta_TEMP(i,j,q);
        end
        switch act
            case 1
                delta_HH(k,i,q,p)=(param_T(1)/param_T(2)*(1-
(out_TEMP(i,q)/param_T(1)).^2).*sum_aux);
                d_weight_HH_T(k,i,q)=out_TEMP_a(k,q)*delta_HH(k,i,q);
            case 2
                delta_HH(k,i,q,p)=(out_TEMP(j,q)/param_T(2)*(1-
out_TEMP(j,q)/param_T(1)).*sum_aux);
                d_weight_HH_T(k,i,q)=out_TEMP_a(k,q)*delta_HH(k,i,q);
        end
    end
end
d_weight_HH(:, :, HL-p)=d_weight_HH(:, :, HL-p)+d_weight_HH_T(:, :, q);
end
clear out_TEMP out_TEMP_a d_weight_HH_T delta_TEMP param_T lim_post
end

d_weight_HH=(learning_rate_HH.*d_weight_HH+inertia_factor*d_weight_HH_INI)./size(I,2);
end

%6. CÁLCULO DE DELTAS E INCREMENTOS DE PESOS ENTRE CAPA OCULTA Y CAPA INICIAL
for q=1:size(I,2)
    if HL==1
        lim_post=F;
        lim_prev=0;
        out_TEMP_a=I;
        out_TEMP=out_OH;
        weight_TEMP=weight_HF;
        param_T_c=param_F;
        param_T=param_H;
        delta_TEMP=delta_HF;
    else
        lim_post=H;
        lim_prev=0;
        out_TEMP_a=I;
        out_TEMP=out_OH(:, :, 1);
        weight_TEMP=weight_HH(:, :, 1);
        param_T_c=param_H;
        param_T=param_H;
        delta_TEMP=delta_HH(:, :, 1);
    end
    for k=1:lim_prev
        sum_aux=0;
        for i=1:H

```

```

        for j=1:lim_post
            sum_aux=sum_aux+weight_TEMP(i,j)*delta_TEMP(i,j,q);
        end
        switch act
            case 1
                delta_OH(k,i,q)=(param_T(1)/param_T(2)*(1-
(out_TEMP(i,q)/param_T(1)).^2).^sum_aux);
                d_weight_OH_T(k,i,q)=out_TEMP_a(k,q)*delta_OH(k,i,q);
            case 2
                delta_OH(k,i,q)=(out_TEMP(j,q)/param_T(2)*(1-
out_TEMP(j,q)/param_T(1)).^sum_aux);
                d_weight_OH_T(k,i,q)=out_TEMP_a(k,q)*delta_OH(k,i,q);
            end
        end
        end
        d_weight_OH(:, :)=d_weight_OH(:, :)+d_weight_OH_T(:, :, q);
        clear out_TEMP out_TEMP_a d_weight_OH_T out_TEMP out_TEMP_a d_weight_HH_T delta_TEMP
param_T lim_post
    end
    d_weight_OH=(learning_rate_OH.*d_weight_OH+inertia_factor*d_weight_OH_INI)./size(I,2);

%7. CÁLCULO DE INCREMENTOS DE PESOS PREVIOS
d_weight_OH_INI=d_weight_OH;
d_weight_HH_INI=d_weight_HH;
d_weight_HF_INI=d_weight_HF;

%8. CÁLCULO DE PESOS ACTUALIZADOS
weight_OH=weight_OH+d_weight_OH;
weight_HH=weight_HH+d_weight_HH;
weight_HF=weight_HF+d_weight_HF;

%9. CONVERSIÓN DE MATRICES Y VECTORES DE PESOS EN VECTOR 'X'
cont=1;

for i=1:O
    for j=1:H
        x(cont,it)=weight_OH(i,j);
        cont=cont+1;
    end
end

if HL==1
else
    for k=1:HL-1
        for i=1:H
            for j=1:H
                x(cont,it)=weight_HH(i,j,k);
                cont=cont+1;
            end
        end
    end
end

for i=1:H
    for j=1:F
        x(cont,it)=weight_HF(i,j);
        cont=cont+1;
    end
end

for k=1:HL
    for i=1:H
        x(cont,it)=bias_H(i,k);
        cont=cont+1;
    end
end

for i=1:F
    x(cont,it)=bias_F(i);
    cont=cont+1;
end
end

```

```
if vmode
    for i=1:2
        x(cont,it)=param_H(i);
        cont=cont+1;
    end
    for i=1:2
        x(cont,it)=param_F(i);
        cont=cont+1;
    end
else
end

%10. EVALUACIÓN DEL ERROR CON PESOS ACTUALIZADOS
[err_tot(it),err_parc,weight_OH,weight_HH,weight_HF,bias_H,bias_F,param_H,param_F,...
 prop_OH,act_OH,out_OH,prop_HH,act_HH,out_HH,prop_HF,act_HF,out_HF]=...
ANNerr_BETHA(x(:,it),I,T,act,O,H,HL,F,vmode,Hsize,Hshape,Fsize,Fshape);

%12. CRITERIO DE CONVERGENCIA
if it>1
    convergence=abs((err_tot(it)-err_tot(it-1))/err_tot(it));
end
it=it+1;
end
%13. ALMACENAMIENTO DEL MEJOR
[fbest,id]=min(err_tot);
xbest=x(:,id);
end

%-----
%-----
%-----
%HECHO POR: DAVID SEBASTIÁN COTES PRIETO
```

```

%///// MINIMIZACIÓN DEL ERROR A TRAVÉS DE OPTIMIZACIÓN POR ENJAMBRE DE PARTÍCULAS/////

function
[xbest,fbest,MSEtest,it,desv_it,x_it,f_it]=PSO_ALPHA(inercia_max,inercia_min,desvmin_PSO,...
    partic_PSO,maxit_PSO,x_size,...

I,T,Itest,Ttest,act,O,H,HL,F,vmode,Hsize,Hshape,Fsize,Fshape)

%1. POSICIONES Y VELOCIDADES INICIALES DE LAS PARTÍCULAS (PESOS)
nmax=1;
nmin=-1;
for i=1:x_size
    for j=1:partic_PSO
        xo_PSO(i,j)=(rand()*(nmax-nmin)+nmin);
        vo_PSO(i,j)=(rand()*(nmax-nmin)+nmin);
    end
end

%2. CALCULO DE LA VARIACIÓN DEL FACTOR DE INERCIA
for it=1:maxit_PSO
    inercia(it)=inercia_max-((inercia_max-inercia_min)/maxit_PSO)*it;
    %inercia(it)=inercia_max-(sqrt(it+1)*(inercia_max-inercia_min))/sqrt(maxit_PSO+1);
end

%3. ASIGNACIÓN DE POSICIONES Y VELOCIDADES INICIALES, Y EVALUACIÓN INICIAL DEL
%ERROR
it=1;
desv_PSO=1;
x=xo_PSO;
v=vo_PSO;
parfor i=1:partic_PSO
    [f(i)]=ANNerr_BETHA(x(:,i),I,T,act,O,H,HL,F,vmode,Hsize,Hshape,Fsize,Fshape);
end

%4. ASIGNACIÓN INICIAL DE MEJORES POSICIONES INDIVIDUALES
xbest_individual=x;
fbest_individual=f;

%5. ASIGNACIÓN INICIAL DE MEJORES POSICIONES GLOBALES
[fbest_global,id]=min(fbest_individual);
xbest_global=x(:,id);

%6. INICIO DEL PROCESO DE ITERACIÓN
while it<=maxit_PSO && desv_PSO>=desvmin_PSO

    %7. CREACIÓN DE VARIABLES ESTOCÁSTICAS Y PARÁMETROS DE CONFIANZA
    %INDIVIDUAL Y GLOBAL
    r1=rand;
    r2=rand;
    r3=inercia(it);
    confianza_individual=2;
    confianza_global=2;

    %8. CALCULO DE POSICIONES, VELOCIDADES Y ERROR ACTUALIZADOS
    v=r3.*v+...
        r2.*confianza_individual.*(xbest_individual-x)+...
        r1.*confianza_global.*(xbest_global-x);
    x=x+v;
    parfor i=1:partic_PSO
        [f(i)]=ANNerr_BETHA(x(:,i),I,T,act,O,H,HL,F,vmode,Hsize,Hshape,Fsize,Fshape);
    end

    %9. CALCULO DE MEJORES POSICIONES INDIVIDUALES ACTUALIZADAS
    best=f<fbest_individual;
    fbest_individual=fbest_individual.*(1-best)+f.*best;
    for a=1:x_size
        xbest_individual(a,:)=xbest_individual(a,:).*(1-best)+x(a,:).*best;
    end

    %10. CALCULO DE MEJORES POSICIONES GLOBALES ACTUALIZADAS

```

```
[fbest_global,id]=min(fbest_individual);
xbest_global=xbest_individual(:,id);

%11. ALMACENAMIENTOS DE MEJORES POSICIONES Y MEJOR ERROR ITERACIÓN
%ACTUAL, Y POSICIONES Y ERRORES PARA ESTA ITERACIÓN
x_it(:,it)=x;
f_it(:,it)=f;
xbest(:,it)=xbest_global;
fbest(it)=fbest_global;

%12. CÁLCULO DEL ERROR PARA DATOS DE PRUEBA
[MSEtest(it)]=ANNerr_BETHA(xbest_global,Itest,Ttest,act,O,H,HL,F,vmode,Hsize,Hshape,Fsize,Fs
hape);

%13. CÁLCULO DE LA DESVIACIÓN
for i=1:n_size
    desv_TEMP(i)=abs(std(x(i,:)));
end
desv_PSO=max(desv_TEMP);
desv_it(it)=desv_PSO;
it=it+1;

end
end

%-----
%---
%-----
%---
%HECHO POR: DAVID SEBASTIÁN COTES PRIETO
```

```

%///// MINIMIZACIÓN DEL ERROR A TRAVÉS DEL ALGORITMO DE BÚSQUEDA GRAVITACIONAL/////
function
[xbest, fbest, MSEbest, age, desv_age, x_age, f_age]=GSA_BETHA(initial_gravity_constant, alpha, ...
    desvmin_GSA, r_min, partic_GSA, max_age, x_size, ...
    I, T, Itest, Ttest, act, O, H, HL, F, vmode, Hsize, Hshape, Fsize, Fshape)

%1. POSICIONES Y VELOCIDADES INICIALES DE LAS PARTÍCULAS (PESOS)
xmax=1;
xmin=-1;
for i=1:x_size
    for j=1:partic_GSA
        xo_GSA(i, j)=(xmax-xmin)*rand()+xmin;
        vo_GSA(i, j)=(xmax-xmin)*rand()+xmin;
    end
end

%2. EVALUACIÓN DE LA FUNCIÓN OBJETIVO
x=xo_GSA;
v=vo_GSA;
parfor i=1:partic_GSA
    [f(i)]=ANNerr_BETHA(x(:, i), I, T, act, O, H, HL, F, vmode, Hsize, Hshape, Fsize, Fshape);
end

%3. INICIO DE ITERACIÓN
age=1;
desv_GSA=1;
while age<=max_age && desv_GSA>=desvmin_GSA

    clear accel_passive
    clear rand1_GSA
    clear rand2_GSA
    clear acceleration

    %4. CÁLCULO DE LA MASA
    mass=(f-max(f))./(min(f)-max(f))./sum((f(:)-max(f))./(min(f)-max(f)));

    %5. CÁLCULO DE LA CONSTANTE GRAVITACIONAL
    gravity_constant=initial_gravity_constant*exp(-alpha*age/max_age);

    %6. CÁLCULO DE FACTORES ESTOCÁSTICOS PARA PONDERAR VELOCIDADES
    velocity_rand_GSA=rand(1, partic_GSA);
    randv_GSA=repmat(velocity_rand_GSA, [x_size, 1]);

    %7. CÁLCULO DE AGENTES (MASAS, PARTÍCULAS) EFECTIVOS
    x_effect=ceil(partic_GSA+(2-partic_GSA)/max_age*age);

    %8. CÁLCULO DE FACTORES ESTOCÁSTICOS PARA PONDERAR FUERZAS
    force_rand_GSA=rand(1, x_effect);
    helper_randf_GSA=repmat(force_rand_GSA, [x_size, 1]);
    randf_GSA=repmat(helper_randf_GSA, [1, 1, partic_GSA]);

    %9. ORGANIZACIÓN DE LA MATRIZ DE AGENTES Y MASAS
    xmass=[x; mass];
    [xmass_ord, ord]=sort(xmass(x_size+1, :), 'descend');
    xmass_ord=[1:partic_GSA; x(:, ord); xmass_ord];

    %10. CÁLCULO DE MATRICES DE POSICIONES Y MASAS ACTIVAS Y PASIVAS
    helper_x_active=xmass_ord(2:x_size+1, 1:x_effect);
    x_active=repmat(helper_x_active, [1, 1, partic_GSA]);
    helper_m_active=xmass_ord(x_size+2, 1:x_effect);
    m_active=repmat(helper_m_active, [1, 1, partic_GSA]);
    helper_x_pasive=xmass_ord(2:x_size+1, 1:partic_GSA);
    x_pasive=permute(repmat(helper_x_pasive, [1, 1, x_effect]), [1, 3, 2]);

    %11. CÁLCULO DE LA ACELERACIÓN
    accel_passive=(gravity_constant.*m_active./sqrt(sum((x_active-
    x_pasive).^2))+r_min).^*(x_active-x_pasive);
    acceleration=permute(sum((randf_GSA.*accel_passive), 2), [1, 3, 2]);

```

```
%12. CALCULO DE LA VELOCIDAD Y NUEVAS POSICIONES
v=v.*randv_GSA+acceleration;
x=xmass_ord(2:x_size+1,:)+v;
parfor i=1:partic_GSA
    [f(i)]=ANNerr_BETHA(x(:,i),I,T,act,O,H,HL,F,vmode,Hsize,Hshape,Fsize,Fshape);
end

%13. ALMACENAMIENTOS DE MEJORES POSICIONES Y MEJOR ERROR ITERACIÓN
%ACTUAL, Y POSICIONES Y ERRORES PARA ESTA ITERACIÓN
x_age(:, :, age)=x;
f_age(:, age)=f;
[idbest(age),id]=min(f);
xbest(:, :, age)=x(:,id);

%14. CÁLCULO DEL ERROR PARA DATOS DE PRUEBA
[MSEtest(age)]=ANNerr_BETHA(xbest(:, :, age),Itest,Ttest,act,O,H,HL,F,vmode,Hsize,Hshape,Fsize
,Fshape);

%15. CÁLCULO DE LA DESVIACIÓN
for i=1:x_size
    desv_TEMP(i)=abs(std(x(i, :)));
end
desv_GSA=max(desv_TEMP);
desv_age(age)=desv_GSA;

age=age+1;
end
end
```