



# ASIMETRÍA BARIÓNICA DEL UNIVERSO A TRAVÉS DE LEPTOGÉNESIS

Sergio Manuel Cubides Pérez

Universidad Industrial de Santander  
Facultad de Ciencias, Escuela de Física  
Bucaramanga, Colombia  
2024

# ASIMETRÍA BARIÓNICA DEL UNIVERSO A TRAVÉS DE LEPTOGÉNESIS

**Sergio Manuel Cubides Pérez**

Trabajo de grado presentado como requisito parcial para optar al título de:  
**Mágister en Física**

Director:

Yeinzon Rodríguez García<sup>1,2</sup> Ph. D.

Co-Director:

Nicolás Bernal Hernández<sup>3</sup>Ph. D.

<sup>1</sup>Grupo de Investigación en Relatividad y Gravitación,  
Escuela de Física, Universidad Industrial de Santander

<sup>2</sup>Grupo de Física - Fenomenología de Partículas Elementales y Cosmología,  
Centro de Investigaciones en Ciencias Básicas y Aplicadas,  
Universidad Antonio Nariño (UAN)

<sup>3</sup>New York University Abu Dhabi

Universidad Industrial de Santander  
Facultad de Ciencias, Escuela de Física  
Bucaramanga, Colombia

2024

## Dedicatoria

*«El caos es orden aún por descifrar.»*

- José Saramago

Dedicado a Jennyfher, mi prometida y futura esposa, con todo mi amor y mi cariño. A mis padres, a mi hermana y a Juanito.

# Agradecimientos

A Yeinzon Rodríguez, mi director, por la formación recibida por parte de él desde el pregrado y por todo el conocimiento y apoyo brindado durante el desarrollo de éste trabajo. También a Nicolás Bernal, por todo el apoyo brindado durante el trabajo de investigación y Maestría, por los viajes a las diferentes escuelas en Física de Partículas en las que participé gracias a ellos dos, y por el conocimiento adquirido en éstas. Al Prof. Chee Sheng Fong, por su colaboración en todo lo concerniente a la asimetría CP de Seesaw Tipo I, durante mi estadía en Trieste. Por último a cada uno de los profesores que han participado en mi formación como Físico y Magister en Física y a mis amigos Felipe, Alexandra, Daniela, por su apoyo brindado durante estos años.

---

# Resumen

**Título:** Generación de la asimetría bariónica del universo a través de Leptogénesis<sup>1</sup>

**Autor:** Sergio Manuel Cubides Pérez<sup>2</sup>

**Palabras clave:** Neutrinos, Esfalerones, Bariogénesis, Leptogénesis.

**Descripción:** A razón de las observaciones realizadas al fondo cósmico de microondas, *CMB* y, también, las medidas de las abundancias primordiales de elementos ligeros como el Helio, el Deuterio, el Tritio, etc., se presenta una asimetría entre materia y antimateria que está caracterizada mediante la razón barión a fotón  $\eta = (6,12 \pm 0,04) \times 10^{-10}$ . Debido a lo anterior, surge la necesidad de dar explicación a esa asimetría bariónica a partir de una generación dinámica de ésta. Respuesta que surge de modelos que requieren el cumplimiento las condiciones de Sakharov [1]. Sucede, especialmente, que el Modelo Estándar de la física de partículas carece de respuestas para justificar la presencia de éste fenómeno, por lo que se requiere de la construcción de modelos que vayan más allá del Modelo Estándar. Por otra parte, el carácter masivo de los neutrinos implica, también, extensiones o modificaciones al Modelo Estándar que permitan dar cuenta de esto. Dentro de esas modificaciones, éste trabajo se centró en el estudio del modelo de Seesaw Tipo I. Con ello se vio que examinar la naturaleza propia de los neutrinos lleva a la existencia de modelos que, a su vez, pueden también dar una explicación a la asimetría materia-antimateria del Universo, dado que estos generan asimetría leptónica (Leptogénesis) que finalmente se puede convertir en la asimetría bariónica observada, a través de los esfalerones electrodébiles.

---

<sup>1</sup>Tesis de Maestría

<sup>2</sup>Facultad de Ciencias. Escuela de Física. Director: PhD. Yeinzon Rodríguez García (UIS-UAN). Co-director: PhD. Nicolás Bernal Hernández(NYU-Abu Dhabi)

---

# Abstract

**Title:** Generation of the baryon asymmetry of the universe via Leptogenesis<sup>3</sup>

**Author:** Sergio Manuel Cubides Pérez<sup>4</sup>

**Keywords:** Neutrinos, Sphalerons, Baryogenesis, Leptogenesis.

**Description:** Based on the observations made at the cosmic microwave background, *CMB* and, also, the measurements of the primordial abundances of light elements such as Helium, Deuterium, Tritium, etc., it is presented an asymmetry between matter and antimatter that is characterized by the baryon to photon ratio  $\eta = (6,12 \pm 0,04) \times 10^{-10}$ . Due to the above, it is necessary to explain this baryon asymmetry based on its dynamic generation. The answer to this arises from models that require the fulfillment of Sakharov's conditions [1]. It happens, in particular, that the Standard Model of particle physics lacks answers to justify the presence of this phenomenon, which is why the construction of models that go beyond the Standard Model is required. On the other hand, the massive nature of neutrinos also implies extensions or modifications to the Standard Model that allow this to be accounted for. Within these modifications, this work focused on the study of the Seesaw Type I model. With this it was seen that examining the nature of neutrinos leads to the existence of models that, in turn, can also give an explanation to the matter-antimatter asymmetry of the Universe, since these generate lepton asymmetry (Leptogenesis) that can finally be converted into the observed baryon asymmetry, through the electroweak sphalerons.

---

<sup>3</sup>Master's Thesis

<sup>4</sup>Facultad de Ciencias. Escuela de Física. Director: PhD. Yeinzon Rodríguez García. Co-director: PhD. Nicolás Bernal Hernández

# Contenido

<b>Agradecimientos</b>	<b>iv</b>
<b>Resumen</b>	<b>v</b>
<b>1 Introducción</b>	<b>1</b>
<b>2 Termodinámica del universo en expansión</b>	<b>4</b>
2.1 Espaciotiempo de Friedmann-Lemaître-Robertson -Walker . . . . .	4
2.2 Dinámica del universo en expansión . . . . .	5
2.3 Termodinámica del Universo en expansión . . . . .	7
2.4 Entropía . . . . .	14
2.5 Breve Historia Térmica del Universo . . . . .	15
2.6 La ecuación de Boltzmann . . . . .	19
<b>3 Asimetría bariónica del universo</b>	<b>24</b>
3.1 Nucleosíntesis en el Big Bang . . . . .	24
3.2 Generación de la asimetría bariónica . . . . .	28
3.2.1 Condiciones de Sakharov . . . . .	29
<b>4 Esfalerones en la teoría de las interacciones electrodébiles, <math>SU(2)</math></b>	<b>31</b>
4.1 Grupos homotópicos . . . . .	31
4.1.1 Homotopía de bucles . . . . .	31
4.1.2 Grupos homotópicos generales . . . . .	33
4.2 Instantones . . . . .	34
4.2.1 Instantones en la teoría cuántica . . . . .	34
4.2.2 Instantones en la teoría cuántica de campos . . . . .	36
4.2.3 Grado homotópico del vacío . . . . .	38
4.3 Vacío Theta . . . . .	39
4.3.1 Anomalía ABJ o Anomalía Quiral . . . . .	40
4.3.2 Anomalía $B + L$ en la teoría electrodébil . . . . .	42

4.3.3	Esfaleros en la teoría electrodébil . . . . .	43
4.4	Esfaleros y Violación de $B + L$ . . . . .	44
<b>5</b>	<b>Masa de los Neutrinos</b>	<b>46</b>
5.1	Observaciones de Oscilaciones de Neutrinos . . . . .	46
5.1.1	Neutrinos Solares . . . . .	46
5.1.2	Neutrinos Atmosfericos . . . . .	48
5.1.3	Resumen de los anteriores y otros experimentos de neutrinos . . . . .	49
5.2	Oscilaciones de neutrinos . . . . .	49
5.3	Modelos de masa de neutrinos . . . . .	52
<b>6</b>	<b>Modelo Seesaw Tipo I</b>	<b>54</b>
<b>7</b>	<b>Leptogénesis a partir del modelo de Seesaw Tipo I en la aproximación de un solo sabor</b>	<b>57</b>
7.1	Asimetría CP . . . . .	58
7.1.1	Evaluación de $\varepsilon_{CP}^{vertice}$ . . . . .	59
7.1.2	Evaluación de $\varepsilon_{CP}^{auto}$ . . . . .	60
7.2	Aproximación de un sólo sabor . . . . .	61
<b>8</b>	<b>Ecuaciones de Boltzmann de Leptogénesis Seesaw Tipo I</b>	<b>66</b>
8.1	Contribuciones a orden $\mathcal{O}(\lambda^2)$ y $\mathcal{O}(\lambda^4)$ . . . . .	66
8.1.1	Evaluación de asimetría leptónica . . . . .	73
8.2	Términos de $\mathcal{O}(h_t^2\lambda^2)$ y $\mathcal{O}(h_t^2\lambda^4)$ . . . . .	77
<b>9</b>	<b>Conclusiones</b>	<b>80</b>
	<b>Referencias Bibliográficas</b>	<b>84</b>

# Lista de Figuras

2.1	Partícula con momentum $p$ entre dos paredes que está separadas una distancia $L_x$ . . . . .	8
2.2	Evolución del número efectivo de los grados de libertad $g_*$ (línea sólida) y $g_{*s}$ (línea punteada) asumiendo el Modelo Estándar de la Física de Partículas [2]	16
3.1	Predicciones de la teoría de nucleosíntesis primordial (BBN) para las abundancias primordiales de $^4\text{He}$ , D, $^3\text{He}$ , $^7\text{Li}$ y los datos observacionales a un nivel de confianza de $2\sigma$ [3, 4]: errores estadísticos (líneas sólidas) y errores sistemáticos y estadísticos juntos (líneas punteadas). Las incertidumbres teóricas se muestran mediante el grosor de las líneas. El subíndice $p$ refiere a abundancias primordiales. La abundancia de $^4\text{He}$ se reporta mediante su fracción de masa denotada, $Y_p$ . Para las abundancias de deuterio y $^3\text{He}$ se reporta su abundancia dividida entre la abundancia de Hidrógeno, así como para el caso del $^7\text{Li}$ . . . . .	27
4.1	La imagen $\alpha$ se deforma continua continuamente a la imagen de $\omega$ en el espacio $X$ [5] . . . . .	32
4.2	Potencial con mínimos en $-a$ y $a$ . . . . .	35
4.3	Barreras de potencial entre diferentes estados de vacío. Los instantones $I$ representan caminos que conectan dos estados de vacío diferentes mediante tunelamiento. En cambio los esfalerones $S$ son las configuraciones de campos que conectan ambas estados de vacío mediante superar la barrera por arriba [6].	43
5.1	Predicciones del SSM del flujo de neutrinos en función de su energía. [4] . . .	47
7.1	Diagramas a nivel árbol y correcciones a 1-loop del decaimiento de los neutrinos dextrógiros (tomado de [7]) . . . . .	59
8.1	Asimetría $Y_L$ (Línea roja), abundancia de $N_1$ (Línea azul) y abundancia de $N_1$ en equilibrio (Línea punteada naranja) en función de $z = M_1/T$ . Para $K_1 = 0,01$ (izquierda), y $K_1 = 100$ (derecha), en donde $K_1 = \Gamma(N_1)/H(M_1)$ .	75

- 
- 8.2 Diagramas de Feynman de las dispersiones mediadas por el Higgs. . . . . 78
- 8.3 Influencia de los procesos que involucran el quark top en la asimetría bariónica del universo. Línea punteada roja muestra el caso en donde no se incluyen estos procesos. La línea verde muestra el comportamiento si sólo se incluyen estos procesos como término de washout. La línea azul muestra el caso en donde los procesos del top se incluyen tanto como washout como fuentes de asimetría. [7] 79

# Lista de Tablas

2.1	Grados de libertad de las especies del Modelo Estándar, después de la ruptura espontánea de simetría electrodébil. . . . .	17
2.2	Grados de libertad respecto a las diferentes épocas de evolución del universo temprano. . . . .	18
5.1	Contenido de campos leptónicos y de Higgs en el Modelo Estándar $SU(3) \times SU(2)_L \times U(1)_L$ en el sector electrodébil. El primer y segundo número de la columna de $G_{1,2,3}$ indica si el campo transforma como un singlete (1) o un doblete (2), . . . bajo las transformaciones del grupo $SU(3)$ y $SU(2)_L$ , respectivamente. El tercer número indica el valor de su hipercarga. Por otra parte, siendo $\phi_d$ el campo de Higgs del modelo estándar, se considera $\phi_u \equiv i\sigma_2\phi_d^*$ , en donde $\sigma_2$ es matriz de Pauli. . . . .	52
5.2	Extensiones posibles en el sector fermiónico del Modelo Estándar . . . . .	53

# 1 Introducción

En el universo observable hay sólo materia y nada de antimateria. No es difícil evidenciar que la Tierra y el sistema solar son todo materia, o bariones. La única fuente «considerable» de antimateria en la Tierra está presente en los laboratorios del CERN, de Fermi Lab, etc. En general, la cantidad de antimateria observada en los rayos cósmicos provenientes de fuentes galácticas y extragalácticas dan cuenta de que su existencia se debe nada más que al resultado de procesos secundarios, como la interacción de los rayos cósmicos con la atmósfera. Ésto supone una asimetría entre materia y antimateria no solo en el sistema solar o la Vía Láctea, sino en todo el universo observable. La mencionada asimetría es referida como asimetría bariónica.

Más detalladamente, la actual asimetría bariónica del universo, medida mediante la razón barión a fotón, cuyo valor reportado a la fecha es de  $\eta = (6,12 \pm 0,04) \times 10^{-10}$  [8], sugiere que debe ser natural encontrar procesos físicos que violen los números cuánticos bariónico ( $B$ ) y leptónico ( $L$ ), que violen las simetrías de conjugación de carga ( $C$ ) y conjugación de carga y paridad ( $CP$ ) y ocurran fuera del equilibrio térmico [1]; con la idea de generar la asimetría bariónica de manera dinámica. La razón de esto es debido, en especial, a dos motivos. En primer lugar, si a la asimetría bariónica fuese una condición inicial, se presentaría un problema de ajuste fino ya que, por cada 6 000 000 000 de bariones, debería haber 6 000 000 001 de antibariones. En segundo término, la observación del CMB lleva a pensar en la existencia de una época de inflación; época en donde cualquier asimetría primordial habría sido exponencialmente diluida. Como caso particular, cabe ilustrar que en el Modelo Estándar de la física de partículas, existen procesos que podrían cumplir las condiciones arriba mencionadas: los esfalerones electrodébiles que violan  $B$ , el decaimiento de los kaones neutros  $K^0$  y el decaimiento los mesones  $B^0$ , que violan  $CP$ , y posibilidad de que la transición de fase electrodébil fuese de primer orden. Sin embargo, la violación de  $CP$  reportada en los experimentos es insuficiente para dar respuesta a la asimetría bariónica [9–11] y la masa del Higgs medida en el LHC [8] imposibilita el requerimiento de una transición de fase electrodébil de primer orden [12, 13]. Por esta razón, para encontrar un escenario que logre dar respuesta al problema sobre el origen de esta asimetría, es necesario explorar escenarios

que se cimienten en física más allá del Modelo Estándar [3]. Por todo ello, proporcionar una explicación plausible al origen de esta asimetría es uno de los problemas más importantes de la cosmología y la física de partículas.

Por otra parte, los neutrinos son parte de los desafíos a resolver dentro de la física contemporánea. Éstos fueron postulados por Pauli [14] con el fin de poder resolver el problema que se observaba en el decaimiento débil,  $(A, Z) \rightarrow (A, Z \pm 1) + e^\pm$ , de la aparente no conservación del momentum lineal en estos procesos, en donde él proponía la existencia de una partícula de espín- $\frac{1}{2}$ , sin carga eléctrica y con masa muy pequeña, lo que la hacía muy difícil de detectar. Ya luego, en 1956, F. Reines y C. Cowan observan los primeros neutrinos usando un reactor nuclear [15]. Luego, en 1962, L. Lederman y compañía descubren el neutrino muónico usando como fuente el decaimiento de los piones [16]. Finalmente, en 1989, el experimento LEP en el CERN determina que el número de especies de neutrinos ligeros es de  $N_\nu = 2,9963 \pm 0,0074$  [17], confirmándose esto en el 2000 en donde el experimento DONUT en Fermi Lab observó por primera vez la existencia del neutrino tauónico [18]. Además de esto, en 1958 se determina que los neutrinos ligeros son levógiros [19], y hasta la fecha no se han observado neutrinos dextrógiros. Por ello, dentro del Modelo Estándar sólo se ha incluido la componente levógira de los neutrinos, debido, además, a la no evidencia que se presentaba de la masa de los neutrinos hasta hace algunos años. Sin embargo, esto dejó de ser consistente con los experimentos posteriores, que dan cuenta de la presencia de oscilaciones entre sabores de neutrinos, lo que será expuesto en el Capítulo 5. Por esta razón, extensiones más allá del Modelo Estándar son necesarias para dar cuenta de la masa de los neutrinos.

A consecuencia de lo mencionado hasta el momento, dentro de todos los mecanismos propuestos, está aquél que logra obtener una violación al número bariónico  $B$  mediante la violación del número leptónico  $L$  haciendo uso de la simetría  $B - L$  [20]. Lo interesante de los escenarios que se basan en este mecanismo, denominado Leptogénesis, está en que la asimetría bariónica del universo, producida de manera indirecta a partir de la asimetría leptónica, se genera de manera natural a partir del estudio de la naturaleza de los neutrinos. Es decir, surge a partir de los modelos que intentan dar una explicación a las propiedades de éstos, sumado a la naturaleza no trivial del vacío en el sector electrodébil del Modelo Estándar.

A razón de lo descrito, el modelo estudiado en el presente presente trabajo es aquel que se presenta en el mecanismo de Seesaw Tipo I para la generación de masa de los neutrinos levógiros (los conocidos dentro del Modelo Estándar). Éste introduce una nueva familia de fermiones neutros, llamados neutrinos dextrógiros, que además de participar en procesos

---

que violan  $CP$ , introduce, a su vez, la violación de la simetría  $CP$  necesaria para producir una asimetría leptónica remanente. Por supuesto, mencionado que, siendo la masa de los neutrinos del Modelo Estándar bastante pequeña, la masa de los neutrinos dextrógiros es lo suficientemente grande como para que éstos decaigan antes de poder estar en equilibrio térmico. Éste último es el ingrediente faltante de los necesarios para dar una explicación a la asimetría bariónica actual, haciendo uso de los procesos esfalerones presentes en el sector electrodébil, que transforman la asimetría de leptones, en asimetría de bariones.

Para todo lo anterior y con el fin de ahondar en la asimetría bariónica generada a partir del mecanismo de Seesaw Tipo I, en el Capítulo 4 se presentan a los esfalerones electrodébiles que se encargan de transformar la asimetría leptónica generada en el modelo por asimetría bariónica. Seguidamente, en el Capítulo 5, se presentan las evidencias observadas que dan cuenta de la masa de los neutrinos y de la necesidad de una extensión al Modelo Estándar para proveer una explicación a esta propiedad. Posteriormente, en el Capítulo 6, se presenta el modelo de Seesaw Tipo I para la masa de los neutrinos con el objetivo de, finalmente, en el Capítulo 7, estudiar la generación de la asimetría leptónica (y bariónica) que se puede generar de manera natural dentro del modelo presentado.

# 2 Termodinámica del universo en expansión

Para comenzar, es necesario asentar las bases matemáticas y físicas sobre las cuales se cimienta el estudio de la evolución, de las propiedades y las características del Universo primordial.

## 2.1. Espaciotiempo de Friedmann-Lemaître-Robertson-Walker

El universo es la variedad tetra-dimensional definida por el par  $(\mathcal{M}, \mathbf{g})$ , en donde  $\mathcal{M}$  es el espaciotiempo definido por la métrica,  $\mathbf{g}$ , de Friedmann-Lemaître-Robertson-Walker (FLRW) que, en las coordenadas  $\{t, r, \theta, \varphi\}$ , en donde  $\{r, \theta, \varphi\}$  son las coordenadas esféricas de  $\mathbb{R}^3$ , viene dada por

$$\mathbf{g} = dt \otimes dt - a^2(t) \left[ \frac{1}{1 - kr^2} dr \otimes dr + r^2 d\theta \otimes d\theta + r^2 \sin^2 \theta d\varphi \otimes d\varphi \right], \quad (2.1)$$

en donde,  $t$  es el tiempo coordinado el cual es el medido por un observador en reposo en el marco comóvil en donde las coordenadas espaciales son constantes,  $a(t)$  es el factor de escala que da cuenta de la expansión isótropa y espacialmente homogénea, a grandes escalas, del universo y  $k$  puede tomar valores de  $+1$ ,  $-1$  y  $0$  para espacios con curvatura espacial positiva, negativa o cero, respectivamente.

Ahora, considerando la parte espacial de la métrica, es decir,

$$\mathbf{h} = h_{ij} dx^i \otimes dx^j = -g_{ij} dx^i \otimes dx^j, \quad (2.2)$$

en donde  $i, j = 1, 2, 3$ , las componentes de los tensores de curvatura espaciales y el escalar de curvatura vienen dados por

$${}^3R_{ijkl} = \frac{k}{a^2(t)} (h_{ik}h_{jl} - h_{il}h_{kj}), \quad (2.3)$$

$${}^3R_{ij} = \frac{2k}{a^2(t)} h_{ij}, \quad (2.4)$$

$${}^3R = \frac{6k}{a^2(t)}, \quad (2.5)$$

respectivamente.

Por otra parte, las componentes diferentes de cero del tensor de Ricci son

$$R_{00} = -3\frac{\ddot{a}}{a}, \quad (2.6)$$

$$R_{ij} = -\left[\frac{\ddot{a}}{a} + 2\left(\frac{\dot{a}}{a}\right)^2 + \frac{2k}{a^2}\right] g_{ij}, \quad (2.7)$$

y el escalar de curvatura del espaciotiempo de FLRW es

$$R = -6\left[\frac{\ddot{a}}{a} + \left(\frac{\dot{a}}{a}\right)^2 + \frac{k}{a^2}\right]. \quad (2.8)$$

## 2.2. Dinámica del universo en expansión

Para observar la dinámica del universo dotado con la métrica de FLRW (2.1) se utilizará la ecuación de Einstein

$$\mathbf{R} - \frac{1}{2}R\mathbf{g} = \frac{1}{M_{Pl}^2}\mathbf{T}, \quad (2.9)$$

en donde  $\mathbf{R}$  es el tensor de Ricci,  $\mathbf{T}$  es el tensor momentum energía, el cual da información del contenido material del universo y  $M_{Pl} = 1/\sqrt{8\pi G} \simeq 2,4 \times 10^{18} GeV$  es la masa reducida de Planck en unidades naturales ( $\hbar = c = 1$ ) con  $G$  siendo la constante de gravitación universal. Ésta ecuación dará como resultado la forma que tiene el factor de escala  $a(t)$ .

Teniendo definido el espaciotiempo que determina al lado izquierdo de la ecuación 2.9, hace falta definir la forma del tensor de de momentum-energía. Para ello, cabe tener en cuenta que la isotropía del espaciotiempo de FLRW implica que el tensor  $\mathbf{T}$  sea diagonal y que sus componentes espaciales, que son diferente de cero, deban ser iguales. Además, la homogeneidad del espaciotiempo obliga a que las componentes de éste sean independientes de las coordenadas espaciales. El tensor más simple que da cuenta de lo anterior es aquel que describe a un fluido perfecto, el cual está caracterizado por su densidad de energía,  $\rho(t)$ , y su presión,  $p(t)$ . Las componentes del tensor de momentum-energía están dadas por

$$T_{\nu}^{\mu} = \text{diag}(\rho, -p, -p, -p). \quad (2.10)$$

Con todo lo anterior, se especifican las ecuaciones que determinan la dinámica del universo en expansión. A partir de las componentes  $(0, 0)$  e  $(i, i)$  se obtienen, respectivamente, las ecuaciones

$$\frac{\dot{a}^2}{a^2} + \frac{k}{a^2} = \frac{\rho}{3M_{Pl}^2}, \quad (2.11)$$

$$2\frac{\ddot{a}}{a} + \frac{\dot{a}^2}{a^2} + \frac{k}{a^2} = -\frac{p}{M_{Pl}^2}. \quad (2.12)$$

Además de éstas, la ecuación de conservación del tensor de momentum-energía,  $\nabla_\mu T^{\mu\nu} = 0$ , específicamente de la componente  $\nu = 0$ , arroja como resultado la conocida ecuación de continuidad de la cosmología estándar, o la primera ley de la termodinámica, cuya expresión es la siguiente:

$$d(\rho a^3) = -pd(a^3). \quad (2.13)$$

Aunque se ha obtenido tres ecuaciones, sólo dos de ellas son independientes. Sumado a esto, si se resta la ecuación 2.11 a la ecuación 2.12, da como resultado la ecuación de aceleración

$$\frac{\ddot{a}}{a} = -\frac{1}{6M_{Pl}^2} (\rho + 3p). \quad (2.14)$$

Tomando en cuenta la ecuación de estado  $p = \omega\rho$ , con el parámetro de estado  $\omega$  siendo independiente del tiempo, la densidad de energía va como  $\rho \propto a^{-3(1+\omega)}$  y, en consecuencia, si el universo estuviese dominado por un fluido descrito por la ecuación de estado mencionada, éste evolucionaría como  $a \propto t^{2(1+\omega)/3}$ . Como es familiar, se presentan varios casos interesantes para la ecuación de estado como lo son:

$$p = \frac{1}{3}\rho, \quad \rho \propto a^{-4}, \quad a \propto t^{1/2}; \quad (2.15)$$

$$p = 0, \quad \rho \propto a^{-3}, \quad a \propto t^{2/3}; \quad (2.16)$$

$$p = -\rho, \quad \rho \propto const., \quad a \propto \exp(Ht). \quad (2.17)$$

Estos casos corresponden a la radiación, la materia y la energía de vacío, respectivamente. Cabe mencionar que el universo temprano estaba dominado por radiación, luego de esto, en la época de formación de los átomos 50000 años después del Big Bang, este pasaría a estar dominado por la materia, para luego comenzar la época dominada por la energía oscura, época que está en sus comienzos al día de hoy. Como el objeto de estudio es el universo temprano, se tendrá en mente que este era dominado por la radiación.

Definiendo el parámetro de Hubble  $H \equiv \dot{a}/a$ , la ecuación de Friedmann 2.11 adopta la forma

$$H^2 = \frac{\rho}{3M_{Pl}^2} - \frac{k}{a^2}, \quad (2.18)$$

que puede reescribirse de la siguiente manera:

$$\frac{k}{H^2 a^2} = \frac{\rho}{3M_{Pl}^2 H^2} - 1 \equiv \Omega - 1, \quad (2.19)$$

en donde  $\Omega$  es la razón entre la densidad  $\rho$  y la denominada densidad crítica  $\rho_C \equiv 3M_{Pl}^2 H^2$ , es decir que

$$\Omega \equiv \frac{\rho}{\rho_C}.$$

También se puede observar que, debido a que el denominador del término de curvatura es no negativo, existe la correspondencia entre los signos de  $k$  y de  $\Omega - 1$  de tal manera que para un valor de  $\Omega - 1 = 0$  se trata de un universo plano, y para valores negativos y positivos se tratará de universo cerrado y abierto, respectivamente.

Por otra parte, si se integra la ecuación de Friedmann, se puede determinar la edad del universo desde el tiempo en el cual  $a(t) = 0$ . Como se vio anteriormente, para un universo dominado por radiación  $\rho \propto a^{-4}$ , es decir, que  $\rho/\rho_0 = (a/a_0)^{-4}$ , en donde el subíndice 0 denota los valores actuales de la cantidad respectiva. De esta manera, la ecuación de Friedmann queda reescrita como

$$\left(\frac{\dot{a}}{a_0}\right)^2 + \frac{k}{a_0^2} = \frac{\rho_0}{M_{Pl}^2} \left(\frac{a_0}{a}\right)^2. \quad (2.20)$$

Con ello, la edad del universo está dada, en términos de  $1 + z = a_0/a \equiv x^{-1}$ , por

$$\frac{1}{a_0} \frac{da}{dt} = \left[ \frac{\rho_0}{3M_{Pl}^2} (z+1)^2 - H_0^2 (\Omega_0 - 1) \right]^{1/2} \quad (2.21)$$

$$\frac{1}{H_0} \frac{dx}{dt} = [\Omega_0 x^{-2} - \Omega_0 + 1]^{1/2} \quad (2.22)$$

$$t = \frac{1}{H_0} \int_0^{(1+z)^{-1}} \frac{dx}{[1 - \Omega_0 + \Omega_0 x^{-2}]^{1/2}}. \quad (2.23)$$

Allí se evidencia cómo la escala temporal del universo está mediada por el inverso del parámetro de Hubble, es decir, por la tasa de expansión del universo  $H_0^{-1}$ .

## 2.3. Termodinámica del Universo en expansión

El universo temprano estaba lleno de diferentes especies de partículas que interactuaban entre sí. Frecuentemente las tasas de interacción entre las partículas era mayor que la tasa

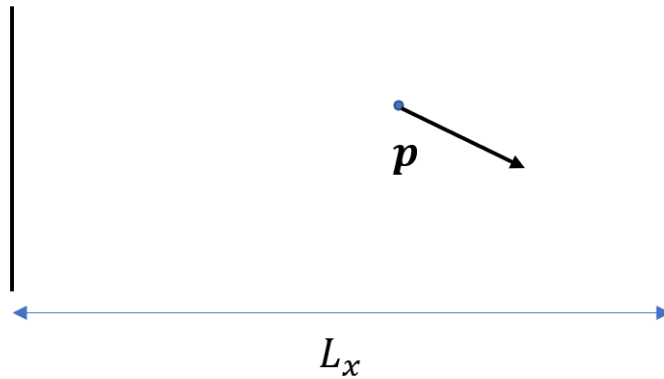
de expansión del Universo, lo que lograba mantener a todas las especies en el plasma en equilibrio térmico y químico entre sí. Sin embargo, las interacciones en el plasma primigenio eran débiles, de tal forma que el gas cósmico se puede considerar como un gas diluido y débilmente interactuante. Por esto, es necesario definir, para este gas, la densidad de número  $n$  y la densidad de energía  $\rho$  de cada especie de la que el plasma está constituido, como

$$n_i \equiv g_i \int \frac{d^3p}{(2\pi^3)} f_i(\mathbf{p}), \quad (2.24)$$

$$\rho_i \equiv g_i \int \frac{d^3p}{(2\pi^3)} f_i(\mathbf{p}) E_i(\mathbf{p}), \quad (2.25)$$

en donde  $g_i$  es el número de grados de libertad internos de la especie de partícula respectiva,  $f_i(\mathbf{p})$  es la respectiva función de distribución en el espacio de fase y  $E_i(\mathbf{p})$  es la energía, la cual satisface la relación de Einstein,  $E^2(\mathbf{p}) = |\mathbf{p}|^2 + m^2$ , en donde  $m$  es la masa de la especie de partícula respectiva.

Para el caso de la presión, se parte considerando un «gas» constituido por una partícula que choca entre dos muros paralelos al plano, dígase,  $yz$ , separados por una distancia  $L_x$  (ver Figura 2.1).



**Figura 2.1:** Partícula con momentum  $p$  entre dos paredes que está separadas una distancia  $L_x$

El momentum de la partícula en dirección hacia los muros es  $p_x$ , de tal manera que éste cambia una cantidad de  $2p_x$  cada vez que ocurre una colisión. Además, en dirección  $x$  se obtiene que; debido a las relaciones

$$p_x = \gamma m v_x, \quad E = \gamma m,$$

en donde  $\gamma$  es el factor de Lorentz; la velocidad de la partícula en la dirección  $x$  es

$$v_x = \frac{p_x}{E}.$$

Dado que el tiempo entre dos colisiones con el mismo muro es  $2L_x/v_x$ , la fuerza promedio sobre el muro es

$$F_{prom} = \frac{\Delta p_x}{\Delta t} = \frac{2p_x}{2L_x/v_x} = \frac{p_x}{L_x E/p_x} = \frac{1}{L_x} \frac{p_x^2}{E}. \quad (2.26)$$

Ahora, teniendo en cuenta el área de los muros, de tal manera que se expresa como  $L_y L_z$ , se obtiene la presión de la partícula ejercida sobre los muros, es decir,

$$\frac{F}{L_x L_y} = p = \frac{p_x^2}{VE},$$

en donde  $V$  es el volumen encerrado por la caja con lados  $L_x$ ,  $L_y$  y  $L_z$ .

Si se está lidiando con un número de partículas  $N$ , entonces la presión total ejercida sobre el muro es

$$p_{tot} = \frac{N p_x^2}{VE}.$$

Los números de ocupación definen a  $N/V$  por estado de momentum de tal manera que sumando sobre todos los estados la presión ejercida sobre el muro, en dirección  $x$  es

$$p_{tot} = g_i \int \frac{d^3 p}{(2\pi)^3} f(\mathbf{p}) \frac{p_x^2}{E}. \quad (2.27)$$

Sumado a esto, se está considerando un universo isótropo. Se tiene, entonces que  $|\mathbf{p}|^2 = 3p_x^2$ , lo que lleva a que, finalmente, la presión de cada especie de partícula  $i$  sea

$$p_i = g_i \int \frac{d^3 p}{(2\pi)^3} f(\mathbf{p}) \frac{|\mathbf{p}|^2}{3E}. \quad (2.28)$$

Por otra parte, para las especies en equilibrio químico,  $f$  será la función de distribución de Bose-Einstein (-) o Fermi-Dirac (+),

$$f(\mathbf{p}) = \{\exp [(E - \mu)/T] \pm 1\}^{-1}. \quad (2.29)$$

Ahora, el postulado termodinámico de que en equilibrio  $dS = 0$ , en donde  $S$  es la entropía, implica muchas cosas. Por ejemplo, en equilibrio químico sucede que si se está bajo condiciones de volumen y energía fijos, el cambio en la entropía de un proceso químico es

$$dS = - \sum_{j=1}^r \frac{\mu_j}{T} dN_j,$$

en donde  $j$  etiqueta a las especies que participan en el proceso, o reacción;  $\mu_j$  es el potencial químico de cada especie de partícula y  $dN_j$  es el cambio en el número de partículas de las respectivas especies de partículas que, además, son proporcionales a los coeficientes estequiométricos,  $h_j$ , de la reacción. Siendo, entonces,  $d\tilde{N}$  el factor de proporcionalidad, el cambio virtual en la entropía queda reescrito como

$$dS = -\frac{d\tilde{N}}{T} \sum_j h_j \mu_j. \quad (2.30)$$

El postulado de extremo de la entropía en equilibrio implica que, entonces,

$$\sum_j h_j \mu_j = 0, \quad (2.31)$$

de tal forma que se evidencia que el potencial químico de una especie que está en equilibrio químico está relacionado con el potencial químico de las otras especies con las que ésta interactúa.

Considerando las distribuciones en equilibrio para una especie con masa  $m$  y temperatura  $T$ , la densidad de número adquiere la forma

$$n = \frac{g}{(2\pi)^3} \int_0^{2\pi} \int_0^\pi \int_0^\infty f(\mathbf{p}) |\mathbf{p}|^2 \sin \theta d|\mathbf{p}| d\theta d\phi = \frac{g}{(2\pi)^3} 4\pi \int_0^\infty \frac{|\mathbf{p}|^2 d|\mathbf{p}|}{\exp[(E - \mu)/T] \pm 1},$$

y dado que,  $|\mathbf{p}|^2 = E^2 - m^2$ , entonces  $2\mathbf{p}d|\mathbf{p}| = 2E dE$  y por ende

$$n = \frac{g}{2\pi^2} \int_m^\infty \frac{[E^2 - m^2]^{1/2} E dE}{\exp[(E - \mu)/T] \pm 1}. \quad (2.32)$$

Por otra parte, la densidad de energía  $\rho$  se puede escribir como

$$\begin{aligned} \rho &= \frac{g}{2\pi^2} \int_0^\infty \frac{E |\mathbf{p}|^2 d|\mathbf{p}|}{\exp[(E - \mu)/T] \pm 1} \\ \rho &= \frac{g}{2\pi^2} \int_m^\infty \frac{[E^2 - m^2]^{1/2} E^2 dE}{\exp[(E - \mu)/T] \pm 1}. \end{aligned} \quad (2.33)$$

Por último, la presión, usando el mismo procedimiento queda escrita como

$$\begin{aligned} p &= \frac{g}{2\pi^2} \int_m^\infty \frac{|\mathbf{p}|^4 d|\mathbf{p}|}{3E \exp[(E - \mu)/T] \pm 1} \\ p &= \frac{g}{6\pi^2} \int_m^\infty \frac{[E^2 - m^2]^{3/2} dE}{\exp[(E - \mu)/T] \pm 1}. \end{aligned} \quad (2.34)$$

Ahora, es importante analizar el comportamiento asintótico de estas cantidades. En primer lugar, en el límite relativista, en donde  $T \gg m$ , sin degeneración ( $T \gg \mu$ ), la densidad de energía puede expresarse como

$$\rho = \frac{g}{2\pi^2} \int_m^\infty \frac{E^2(E^2 - m^2)^{1/2} dE}{\exp[E/T] \pm 1}. \quad (2.35)$$

Ahora, al realizar el cambio de variable de integración  $x \equiv E/T$ ,  $dE = dE/T$  se tiene que

$$\begin{aligned} \rho &= \frac{g}{2\pi^2} \int_{m/T}^\infty \frac{T^2 x^2 (T^2 x^2 - m^2)^{1/2} T dx}{e^x \pm 1} \\ &= \frac{g}{2\pi^2} \int_{m/T}^\infty \frac{T^4 x^2 (x^2 - m^2/T^2)^{1/2} dx}{e^x \pm 1}. \end{aligned}$$

Como  $T \gg m$ , entonces

$$\rho = \frac{gT^4}{2\pi^2} \int_0^\infty \frac{x^3}{e^x \pm 1}. \quad (2.36)$$

En el caso de los fermiones (+), para resolver la integral hay que tener en cuenta que

$$\frac{x^3}{e^x + 1} = \frac{x^3 e^{-x}}{1 + e^{-x}} = x^3 e^{-x} \sum_{n=0}^{\infty} (-1)^n e^{-nx} = x^3 \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n+1} e^{-nx},$$

de tal forma que

$$\int_0^\infty \frac{x^3}{e^x + 1} = \int_0^\infty x^3 \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n+1} e^{-nx} dx = \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n+1} \int_0^\infty x^3 e^{-nx} dx,$$

y con el cambio de variable  $y \equiv nx$ ,  $dy = n dx$  se obtiene

$$\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n+1} \int_0^\infty \frac{y^3}{n^3} e^{-y} \frac{dy}{n} = \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n+1} \frac{3!}{n^4} = 6 \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n+1} \frac{1}{n^4}.$$

Además, para encontrar el valor de la suma  $S = \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n+1}/n^4$ , es necesario escribirla en forma extendida:

$$\begin{aligned} S &= 1 - \frac{1}{2^4} + \frac{1}{3^4} - \frac{1}{4^4} + \frac{1}{5^4} - \dots = 1 - \frac{1}{2^4} \left( 1 + \frac{1}{2^4} + \frac{1}{3^4} + \dots \right) + \frac{1}{3^4} + \frac{1}{5^4} + \dots \\ &= 1 - \frac{1}{2^4} \zeta(4) + \frac{1}{3^4} + \frac{1}{5^4} + \dots \end{aligned}$$

Así pues, se tiene que

$$S + \frac{1}{16} \zeta(4) = \zeta(4) - \frac{1}{2^4} \zeta(4),$$

y por ende

$$S = \frac{7}{8} \zeta(4) = \frac{7 \pi^4}{8 \cdot 90}.$$

Con esto, la densidad de energía para los fermiones relativistas es

$$\rho = \frac{7}{8} * 6 * \frac{gT^4 \pi^4}{2\pi^2 * 90} = \frac{7}{8} \left( \frac{gT^4 \pi^2}{30} \right). \quad (2.37)$$

Análogamente, para el caso de los bosones (-) la expresión para la densidad de energía da como resultado

$$\rho = \frac{gT^4}{2\pi^2} \int_0^\infty \frac{x^3}{e^x - 1} = \frac{gT^4}{2\pi^2} 6\zeta(4) = \frac{gT^4 \pi^2}{30}.$$

En resumen

$$\rho = \begin{cases} \frac{7}{8} \left( \frac{gT^4 \pi^2}{30} \right) & \text{fermiones,} \\ \left( \frac{gT^4 \pi^2}{30} \right) & \text{bosones.} \end{cases} \quad (2.38)$$

Siguiendo el mismo procedimiento para la densidad de número y para la presión, se obtiene que, respectivamente:

$$n = \begin{cases} \frac{3}{4} \left( \frac{T^3 \zeta(3) g}{\pi^2} \right) & \text{fermiones,} \\ \left( \frac{T^3 \zeta(3) g}{\pi^2} \right) & \text{bosones,} \end{cases} \quad (2.39)$$

$$p = \frac{\rho}{3}, \quad (2.40)$$

en donde  $\zeta(3) = 1,20205 \dots$

En la situación de régimen no relativista, el aporte a la energía dado por el momentum es mucho menor comparado con el aportado por la masa, por ello se usa la relación de Einstein,  $E = \sqrt{m^2 + |\mathbf{p}|^2}$ , cuya expresión en dado límite toma la forma  $E = m\sqrt{1 + |\mathbf{p}|^2/m^2} \approx m(1 + |\mathbf{p}|^2/2m^2)$ . Ésto hace que la integral, para la densidad de número, sea

$$\begin{aligned} n &= \frac{g}{2\pi^2} \int_0^\infty \frac{|\mathbf{p}|^2 d|\mathbf{p}|}{\exp[(m + |\mathbf{p}|^2/2m - \mu)/T] \pm 1} \\ &\approx \frac{g}{2\pi^2} \int_0^\infty \frac{|\mathbf{p}|^2 d|\mathbf{p}|}{\exp[(m + |\mathbf{p}|^2/2m - \mu)/T]} \\ &= \frac{g}{2\pi^2} e^{-(m-\mu)/T} \int_0^\infty |\mathbf{p}|^2 e^{|\mathbf{p}|^2/2mT} d|\mathbf{p}|, \\ n &= g \left( \frac{mT}{2\pi} \right)^{3/2} e^{-(m-\mu)/T}. \end{aligned} \quad (2.41)$$

Análogamente, la densidad de energía y la presión tienen las expresiones

$$\rho = mn, \quad (2.42)$$

$$p = nT \ll \rho. \quad (2.43)$$

Con lo anterior, se puede, por ejemplo, calcular el exceso de una especie fermiónica sobre su antipartícula, asumiendo que hay equilibrio químico  $\mu_+ = \mu_-$  (debido a las reacciones de aniquilación  $part + antipart \rightarrow \gamma + \gamma$ ). De esta manera la densidad de número neto de fermiones es

$$\begin{aligned} n_+ - n_- &= \frac{g}{2\pi^2} \int_m^\infty E(E^2 - m^2)^{1/2} dE \left[ \frac{1}{1 + e^{(E-\mu)/T}} - \frac{1}{1 + e^{(E+\mu)/T}} \right] \\ &= \frac{gT^3}{2\pi^2} \left[ \pi^2 \left( \frac{\mu}{T} \right) + \left( \frac{\mu}{T} \right)^3 \right] \quad (T \gg m) \end{aligned} \quad (2.44)$$

$$= 2g \left( \frac{mT}{2\pi} \right)^{3/2} \sinh \left( \frac{\mu}{T} \right) e^{-m/T} \quad (T \ll m). \quad (2.45)$$

Por otra parte, si se tiene un conglomerado de diferentes especies relativistas con sendas distribuciones en equilibrio a diferentes temperaturas  $T_i$ , la densidad de energía y la presión totales pueden expresarse en términos de una temperatura de referencia  $T$  (la temperatura del fotón) de la siguiente manera:

$$\begin{aligned} \rho_R &= T^4 \sum_{i=\text{especie}} \left( \frac{T_i}{T} \right)^4 \frac{g_i}{2\pi^2} \int_{x_i}^\infty \frac{(u^2 - x_i^2)^{1/2} u^2 du}{e^{u-y_i} \pm 1} \\ p_R &= T^4 \sum_{i=\text{especie}} \left( \frac{T_i}{T} \right)^4 \frac{g_i}{6\pi^2} \int_{x_i}^\infty \frac{(u^2 - x_i^2)^{3/2} du}{e^{u-y_i} \pm 1}, \end{aligned}$$

en donde  $x_i \equiv m_i/T$  y  $y_i \equiv \mu_i$ . Debido a que la densidad de energía y la presión de una especie no relativista, para la que  $T \ll m$ , es exponencialmente más pequeña comparado con su contraparte relativista, cuya  $T \gg m$ , es una muy buena aproximación incluir únicamente a las partículas relativistas en la suma para  $\rho_R$  y  $p_R$ . Ésto conlleva a las expresiones (ver 2.38)

$$\rho = \frac{\pi^2}{30} T^4 g_*, \quad (2.46)$$

$$p_R = \frac{\rho}{3}, \quad (2.47)$$

en donde  $g_*$  es el número de grados de libertad efectivos asociados a la densidad de energía (y presión) cuya expresión (ver 2.38) es

$$g_* = \sum_{i=\text{bosón}} g_i \left( \frac{T_i}{T} \right)^4 + \frac{7}{8} \sum_{i=\text{fermión}} g_i \left( \frac{T_i}{T} \right)^4. \quad (2.48)$$

Cabe resaltar que, dado que el universo temprano está dominado por la radiación,  $\rho = \rho_R$ ,  $p_R = \rho_R/3$ , el factor de escala está dado  $a(t) \sim t^{1/2}$  (ver 2.15) y por ende el parámetro de expansión es  $H = 1/2t$ . De esto se sigue que

$$H^2 = \frac{\rho}{3M_{Pl}^2} \quad (2.49)$$

$$H = 0,331g_*^{1/2} \frac{T^2}{M_{Pl}} \quad (2.50)$$

$$t = 1,667g_*^{-1/2} \frac{M_{Pl}}{T^2} \quad (2.51)$$

## 2.4. Entropía

En la historia temprana del universo la tasa de reacción entre las especies del baño térmico,  $\Gamma$ , era mucho más grande que la tasa de expansión del universo,  $H$ , y por ello se mantenía el equilibrio térmico y químico. Con esto, la entropía por unidad de volumen se mantenía constante.

En el universo en expansión, la segunda ley de la termodinámica aplicada a un elemento de volumen comóvil ( $V = a(t)^3$ ), implica que, considerando la existencia un cambio virtual en la entropía,

$$TdS = d(\rho V) + pdV = d[(\rho + p)V] - Vdp. \quad (2.52)$$

Partiendo de la condición termodinámica de integrabilidad

$$\frac{\partial^2 S}{\partial V \partial T} = \frac{\partial^2 S}{\partial T \partial V}, \quad (2.53)$$

en el lado izquierdo de esta se presenta que

$$\begin{aligned} \frac{\partial^2 S}{\partial V \partial T} &= \frac{\partial}{\partial V} \left( \frac{\partial S}{\partial T} \right)_V = \frac{\partial}{\partial V} \left[ \left( \frac{\partial S}{\partial p} \right)_V \left( \frac{\partial p}{\partial T} \right)_V \right] = \frac{\partial}{\partial V} \left[ \frac{1}{T} \left( \frac{\partial \rho}{\partial p} \right)_V \left( \frac{\partial p}{\partial T} \right)_V V \right] \\ &= -\frac{1}{T^2} \left( \frac{\partial \rho}{\partial V} \right)_T V + \frac{1}{T} \frac{\partial^2 \rho}{\partial V \partial T} V + \frac{1}{T} \left( \frac{\partial \rho}{\partial T} \right)_V \end{aligned} \quad (2.54)$$

En el lado derecho de (2.53) se obtiene que

$$\begin{aligned} \frac{\partial^2 S}{\partial T \partial V} &= \frac{\partial}{\partial T} \left( \frac{\partial S}{\partial V} \right)_T = \frac{\partial}{\partial T} \left[ \frac{1}{T} \left( \frac{\partial \rho}{\partial V} \right)_T V + \frac{1}{T} (\rho + p) \right] \\ &= -\frac{1}{T^2} \left[ \left( \frac{\partial \rho}{\partial V} \right)_T V + p + \rho \right] + \frac{1}{T} \left[ \frac{\partial^2 \rho}{\partial T \partial V} V + \left( \frac{\partial p}{\partial T} \right)_V + \left( \frac{\partial \rho}{\partial T} \right)_T \right]. \end{aligned} \quad (2.55)$$

Igualar las expresiones, siendo que  $p$  sólo depende de  $T$  da como resultado la relación

$$T \frac{dp}{dT} = \rho + p \quad \text{o} \quad dp = \frac{\rho + p}{T} dT. \quad (2.56)$$

Lo siguiente es sustituir esta expresión en la ecuación (2.52), de tal forma que<sup>1</sup>

$$\begin{aligned} dS &= \frac{1}{T} d[(\rho + p)V] - \frac{(p + \rho)}{T^2} dT = d \left[ \frac{(p + \rho)V}{T} \right] - \frac{(p + \rho)V}{T^2} dT \\ dS &= d \left[ \frac{(p + \rho)V}{T} \right]. \end{aligned} \quad (2.57)$$

Por ende, la entropía por volumen comóvil es, además de una constante aditiva,  $S = a^3(p + \rho)/T$ . Por otra parte, el postulado de extremo de la entropía indica que en equilibrio  $dS = 0$ , como consecuencia, la entropía por unidad de volumen comóvil se conserva. Con esto también es útil definir la densidad de entropía

$$s \equiv \frac{S}{V} = \frac{p + \rho}{T}. \quad (2.58)$$

Para el total de un conglomerado de diferentes especies de partículas, la densidad de entropía (gobernada por la radiación) la expresión

$$\begin{aligned} s &= T^3 \sum_{i=\text{especie}} \left( \frac{T_i}{T} \right)^3 \left[ \frac{g_i}{2\pi^2} \int_{x_i}^{\infty} T_i \frac{(u^2 - x_i^2)^{1/2} u^2 du}{e^{u-y_i} \pm 1} + \frac{g_i}{6\pi^2} \int_{x_i}^{\infty} \frac{(u^2 - x_i^2)^{3/2} du}{e^{u-y_i} \pm 1} \right] \\ s &= \frac{2\pi^2}{45} g_{*s} T^3, \end{aligned} \quad (2.59)$$

en donde  $g_{*s}$  son los *grados de libertad intrínsecos asociados a la densidad de entropía* que están definidos por la ecuación

$$g_{*s} = \sum_{i=\text{bosón}} g_i \left( \frac{T_i}{T} \right)^3 + \frac{7}{8} \sum_{i=\text{fermión}} g_i \left( \frac{T_i}{T} \right)^3. \quad (2.60)$$

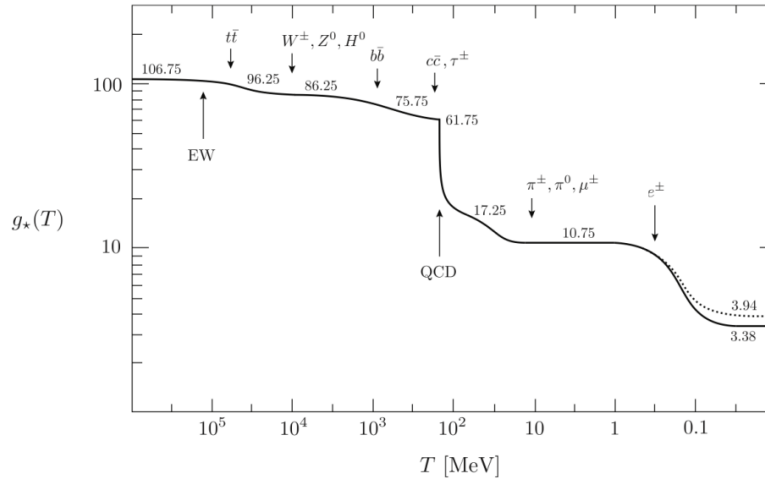
En la mayor parte del universo las diferentes especies de partículas están en contacto térmico y tiene una temperatura común entre sí, de tal forma que  $g_*$  y  $g_{*s}$  son mutuamente intercambiables.

## 2.5. Breve Historia Térmica del Universo

Los grados de libertad relativistas efectivos  $g_*$  y  $g_{*s}$ , son cantidades que dependen de la temperatura y por ende evolucionan a medida que el universo se expande. Ésto permite que

<sup>1</sup>Se ha asumido que el potencial químico es cero, debido a que  $|\mu| \ll T$  [6].

se pueda realizar una descripción detallada de la historia temprana del universo a partir de estas cantidades, de tal forma que esto logre dar cuenta de las épocas cruciales de la evolución del universo primigenio.



**Figura 2.2:** Evolución del número efectivo de los grados de libertad  $g_*$  (línea sólida) y  $g_{*s}$  (línea punteada) asumiendo el Modelo Estándar de la Física de Partículas [2]

Para detallar esto, se inicia mostrando en la Tabla 2.1 los grados de libertad correspondientes dentro del Modelo Estándar después de la transición de fase electrodébil. Cabe mencionar que hay 90 grados de libertad fermiónicos y 28 grados de libertad bosónicos. Para dar cuenta de los grados de libertad efectivos que están presentes en diferentes épocas hay que tener en cuenta la temperatura del plasma primigenio en donde la energía es insuficiente para producir decaimientos inversos que produzcan las diferentes especies de partículas (ver Figura 2.2).

Además de lo expresado anteriormente, todas las partículas del Modelo Estándar están acopladas, manteniendo el equilibrio térmico entre sí y causando  $g_* = g_{*s}$  hasta que ocurra el desacoplamiento de los neutrinos. Entonces, se comienza desde  $T \sim 1$  TeV, en este punto gobierna el Modelo Estándar antes de la Ruptura Espontánea de Simetría Electrodébil. Allí los bosones  $W^\pm$  y  $Z^0$  no tiene masa, por lo que hay 3 grados de libertad menos aportados por ellos. Sin embargo, el doble de Higgs aportaría 4 grados de Libertad, el del bosón de Higgs que se observa, sumado a los 3 bosones de Goldstone que luego serán los grados de libertad longitudinales de los bosones  $W^\pm$  y  $Z^0$ . Por ende, los grados de libertad efectivos iniciales, antes y poco después de la Ruptura de Simetría Electrodébil son:

$$g_* = g_{*s} = 28 + \frac{7}{8}90 = 106,75. \quad (2.61)$$

	Tipos	Part.+Anti.	Colores	Proyecciones de Espín	Total
Quarks (u ,d ,c ,s ,b ,t)	6	2	3	2	72
Lept. cargados (e, $\mu$ , $\tau$ )	3	2	1	2	12
Neutrinos ( $\nu_e$ , $\nu_\mu$ , $\nu_\tau$ )	3	2	1	1	6
Gluones (g)	1	1	8	2	16
Fotón ( $\gamma$ )	1	1	1	2	2
Bosones $W^\pm$	1	2	1	3	6
Bosón $Z^0$	1	1	1	3	3
Bosón de Higgs (H)	1	1	1	1	1

**Tabla 2.1:** Grados de libertad de las especies del Modelo Estándar, después de la ruptura espontánea de simetría electrodébil.

Las demás épocas subsecuentes se presentan en la Tabla 2.2 y se detallan en la Figura 2.1. Es importante prestar atención al momento de la transición de fase hadrónica. Justo en este momento ya han decaído los quarks más pesados (top, bottom y charm), los leptones  $\tau$ , los bosones de gauge masivos ( $W$  y  $Z$ ) y el Higgs. Además de ello, a partir de esta época, los quarks restantes junto con los gluones dejan de tener la energía necesaria para estar libres y pasan a hacer parte de estados ligados de quarks-gluones llamados hadrones. Casi todos los hadrones resultantes, como protones y neutrones, por ejemplo, tienen una masa  $\sim 1$  GeV, por lo que dejan de ser relativistas y se desprecian en el cálculo de los grados de libertad. Los únicos hadrones cuyo comportamiento es relativista son los mesones  $\pi^\pm$  y  $\pi^0$  cuya aniquilación ocurre a  $T \lesssim 135$  MeV, similar a la de los leptones  $\mu^\pm$ ,  $T \lesssim 105$  MeV. De esta manera, para este momento,  $T \sim 100$  MeV, se tiene que  $g_* = g_{*s} = 10,75$ .

Por último, se tiene el desacoplamiento de los neutrinos. Previamente a su desacoplamiento, los neutrinos se mantenían en equilibrio termodinámico con el plasma mediante reacciones del tipo  $\bar{\nu} + \nu \leftrightarrow e^+ + e^-$ . La sección eficaz para estos procesos débiles está dada por  $\sigma \simeq G_F^2 T^2$  [6], en donde  $G_F \simeq 1,166 \times 10^{-5} \text{ GeV}^{-2}$  es la constante de Fermi. La densidad de número, según la Ecuación 2.39  $\sim T^3$  y por ello la tasa de interacción es

$$\Gamma_{int} = n\sigma|v| \simeq G_F^2 T^5. \quad (2.62)$$

De esta manera, la razón entre la tasa de interacción y la tasa de expansión es

$$\frac{\Gamma_{int}}{H} \simeq \frac{G_F^2 T^5}{T^2/M_p^2} \simeq \left( \frac{T}{1 \text{ MeV}} \right)^3. \quad (2.63)$$

Es decir que, a temperaturas mayores a 1 MeV, la tasa de interacción era mayor que la de

Evento	Temperatura	$g_*$	$g_{*s}$
		106.75	106.75
Aniquilación de los quarks $t\bar{t}$	$< 173,3$ GeV	96.25	96.25
Aniquilación del bosón de Higgs	$< 125,6$ GeV	95.25	95.25
Aniquilación del bosón $Z^0$	$< 91,2$ GeV	92.25	92.25
Aniquilación de los bosones $W^\pm$	$< 80,4$ GeV	86.25	86.25
Aniquilación de los quarks $b\bar{b}$	$< 4190$ MeV	75.75	75.75
Aniquilación de los leptones $\tau\bar{\tau}$	1777 MeV	72.25	72.25
Aniquilación de los quarks $q\bar{q}$	$< 1290$ MeV	61.75	61.75
Transición de fase hadrónica (QCD)	150 – 214 MeV	17.25	17.25
Aniquilación de los mesones $\pi^+\pi^-$	$< 139,6$ MeV	15.25	15.25
Aniquilación de los mesones $\pi^0$	$< 135,0$ MeV	14.25	14.25
Aniquilación de los leptones $\mu^+\mu^-$	$< 105,7$ MeV	10.75	10.75
Desacoplamiento de neutrinos	$< 800$ keV	6.863	7.409
Aniquilación de los leptones $e^+e^-$	$< 511,0$ eV	3.363	3.909

**Tabla 2.2:** Grados de libertad respecto a las diferentes épocas de evolución del universo temprano.

expansión y por ello los neutrinos estaban en contacto térmico con el plasma. A temperaturas por debajo de 1 MeV la tasa de interacciones fue menor que la de expansión y las interacciones de los neutrinos con el plasma se hicieron muy débiles como para que éstos se mantuvieran en equilibrio térmico con el plasma y, por lo tanto, se desacoplaron de él.

Poco tiempo después del desacoplamiento de neutrinos, la temperatura cayó por debajo de la masa del electrón y la entropía de los pares  $e^\pm$  se transfirió a los fotones, pero no a los neutrinos ya desacoplados. Para  $T \gtrsim m_e$ , las especies de partículas en equilibrio térmico con los fotones son los pares  $e^\pm$  para dar un valor de  $g_* = 11/2$ . Para  $T \ll m_e$  ya se han aniquilado los electrones y positrones y el plasma sólo queda compuesto de fotones para un valor de  $g_* = 2$ . Para las partículas en equilibrio térmico con los fotones,  $S \propto g_{*s}(aT)^3$  debe permanecer constante, por lo tanto

$$\frac{T}{T_\nu} = \left(\frac{11}{4}\right)^{1/3} = 1,40. \quad (2.64)$$

Por lo que luego de la aniquilación de los electrones y positrones los valores de  $g_*$  y  $g_{*s}$  difieren, como se puede observar en la Figura 2,1, de tal forma que

$$g_* = 2 + \frac{7}{8} \times 2 \times 3 \times \left(\frac{4}{11}\right)^{4/3} = 3,363, \quad (2.65)$$

$$g_{*s} = 2 + \frac{7}{8} \times 2 \times 3 \times \left(\frac{4}{11}\right) = 3,909. \quad (2.66)$$

Por otra parte, para la especies relativistas la densidad de entropía es proporcional a la densidad de número. En particular, la densidad de entropía actual es proporcional a la densidad de número de los fotones, en donde  $g = 2$ , debido a que

$$n_\gamma = 2 \frac{\zeta(3)}{\pi^2} T^3, \quad (2.67)$$

por lo tanto, al tener en cuenta (2.59), se obtiene que

$$s = \frac{\pi^4}{45\zeta(3)} g_{*s} n_\gamma \approx 1,80 g_{*s} n_\gamma. \quad (2.68)$$

## 2.6. La ecuación de Boltzmann

Aunque en gran parte de la historia del universo, los constituyentes han estado en equilibrio térmico de entre sí, ha habido un gran número de salidas del equilibrio entre las cuales se encuentran el desacoplamiento de neutrinos, el desacoplamiento del CMB, nucleosíntesis primordial, inflación, bariogénesis, etc. Estos momento de no equilibrio dejaron reliquias importantes como el fondo de neutrinos, el CMB, el número bariónico neto,...

Para poder explicar la evolución de las especies en equilibrio y su desacoplamiento, se debe usar la ecuación de Boltzmann, que se expresa como

$$\hat{L}[f] = \hat{C}[f] \quad (2.69)$$

en donde  $\hat{C}$  es el operador de colisiones, y  $\hat{L}$  es el operador de Liouville, aplicados a la función de distribución en el espacio de fase  $f(\mathbf{p})$ .

En el régimen no relativista, éste último operador, para una especie de masa  $m$  sujeta a una fuerza  $F = d\mathbf{p}/dt$ , es

$$\frac{d}{dt} = \hat{L}_{NR} = \frac{\partial}{\partial t} + \frac{d\mathbf{x}}{dt} \cdot \nabla_x + \frac{d\mathbf{v}}{dt} \cdot \nabla_v = \frac{\partial}{\partial t} + \mathbf{v} \cdot \nabla_x + \frac{\mathbf{F}}{m} \cdot \nabla_v. \quad (2.70)$$

Para el caso relativista este no es más que la derivada direccional a lo largo del flujo de fase

$$\hat{L} = \frac{d}{d\lambda}, \quad (2.71)$$

es decir, el cambio a lo largo de una trayectoria en el espacio de fase con parámetro afín  $\lambda$ . Con ello, siendo que  $f = f(x^\mu, p^\mu)$ , se tiene que

$$\frac{d}{d\lambda} = \frac{dx^\mu}{d\lambda} \frac{\partial}{\partial x^\mu} + \frac{dp^\mu}{d\lambda} \frac{\partial}{\partial p^\mu}. \quad (2.72)$$

Además, la ecuación geodésica,

$$\frac{dx^\mu}{d\lambda} = p^\mu; \quad \frac{d^2 x^\mu}{d\lambda^2} + \Gamma_{\alpha\beta}^\mu \frac{dx^\alpha}{d\lambda} \frac{dx^\beta}{d\lambda} = 0, \quad (2.73)$$

implica que el operador de Liouville es

$$\hat{L} = \frac{d}{d\lambda} = p^\alpha \frac{\partial}{\partial x^\alpha} - \Gamma_{\beta\gamma}^\alpha p^\beta p^\gamma \frac{\partial}{\partial p^\alpha}. \quad (2.74)$$

Como es de esperarse los efectos gravitacionales entran en la ecuación sólo a través de la conexión afín. Para la métrica  $FLRW$  la función de distribución en el espacio de fase no debe depender de la dirección ni de las componentes espaciales, al ser homogénea e isotrópica:  $f = f(|\mathbf{p}|, t) = f(E, t)$ . En este espaciotiempo el operador de Liouville adquiere la forma

$$\begin{aligned} \hat{L}[f(E, t)] &= p^\alpha \frac{\partial f}{\partial x^\alpha} + \Gamma_{\alpha\beta}^0 p^\alpha p^\beta \frac{\partial f}{\partial p^0} \\ &= E \frac{\partial f}{\partial t} - \frac{\dot{a}}{a} p^i p^j \frac{\partial f}{\partial E} h_{ij} \\ &= E \frac{\partial f}{\partial t} - H |\mathbf{p}|^2 \frac{\partial f}{\partial E}. \end{aligned} \quad (2.75)$$

Por ende la ecuación de Boltzmann queda escrita como

$$E \frac{\partial f}{\partial t} - H |\mathbf{p}|^2 \frac{\partial f}{\partial E} = \hat{C}[f]. \quad (2.76)$$

Ahora, se divide entre  $E$  y se realiza la integral de volumen de la última ecuación, es decir,

$$\int \frac{\partial f}{\partial t} d^3p - H \int \frac{|\mathbf{p}|^2}{E} \frac{\partial f}{\partial E} d^3p = \int \hat{C}[f] \frac{d^3p}{E}. \quad (2.77)$$

El segundo término del lado izquierdo se puede reescribir como

$$H \int \frac{|\mathbf{p}|^2}{E} \frac{\partial f}{\partial E} d^3p = 4\pi H \int |\mathbf{p}|^2 \frac{\partial f}{\partial |\mathbf{p}|} d|\mathbf{p}| = 4\pi H \left. |\mathbf{p}|^3 f \right|_0^\infty + 3H \int f d^3p.$$

Dado que  $f$  representa una distribución, se cumple que cuando  $|\mathbf{p}| \rightarrow \infty$ ,  $f \rightarrow 0$  y, en consecuencia, la ecuación de Boltzmann para la densidad de número es

$$\frac{d}{dt}n + 3Hn = \frac{g}{(2\pi)^3} \int C[f] \frac{d^3p}{E}. \quad (2.78)$$

En cuanto al término de colisiones, según la teoría cuántica de campos, éste se calcula de la siguiente manera: si se quiere encontrar la ecuación de Boltzmann para la densidad de número de una especie  $\psi$  que participa únicamente de la interacción  $\psi + i + j \rightarrow \dots a + b + \dots$ , el término de colisiones es

$$\begin{aligned} \frac{g}{(2\pi)^3} \int C[f] \frac{d^3p_\psi}{E_\psi} = & - \int d\Pi_\psi d\Pi_a d\Pi_b \dots d\Pi_i d\Pi_j \dots \\ & \times (2\pi)^4 \delta^{(4)}(p_\psi + p_a + p_b + \dots - p_i - p_j \dots) \\ & \times [|\mathcal{M}(\psi + i + j \rightarrow \dots a + b + \dots)|^2 f_a f_b \dots f_\psi (1 \pm f_i)(1 \pm f_j) \\ & \dots - |\mathcal{M}(i + j + \dots \rightarrow \psi + a + b + \dots)|^2 f_i f_j \dots \\ & \times (1 \pm f_a)(1 \pm f_b) \dots], \end{aligned} \quad (2.79)$$

en donde  $d\Pi_i = \frac{g_i}{(2\pi)^4} \frac{d^3p_i}{2E_i}$  es el elemento de volumen del espacio de fase invariante de Lorentz, y  $\mathcal{M}$  es el elemento matricial de dispersión.

Para lo que concierne aquí, es más útil trabajar con abundancias definidas por  $Y_i \equiv n_\psi/s$ , en lugar de las densidades de número. Sumado a esto, en este documento se parametriza la evolución el universo mediante la cantidad  $z = m_i/T$ , en donde  $m_i$  es la masa de la especie  $i$  y  $T$  es la temperatura de los fotones. Por consiguiente,

$$\dot{Y}_\psi \equiv \frac{dY_\psi}{dt} = \frac{\dot{n}_\psi}{s} - \frac{n_\psi}{s^2} \dot{s}, \quad (2.80)$$

en donde la conservación de la entropía por volumen comóvil,  $sa^3 = cte$ , implica que

$$\begin{aligned} (\dot{sa^3}) &= 0, \\ \dot{sa^3} + 3a^2 \dot{a}s &= a^3 (\dot{s} + 3Hs) = 0, \\ \dot{s} &= -3Hs \end{aligned} \quad (2.81)$$

de tal forma que

$$\dot{Y}_\psi = \frac{\dot{n}_\psi}{s} + \frac{3Hn_\psi}{s} \quad (2.82)$$

junto con

$$\dot{Y}_\psi = \frac{dY_\psi}{dz} \dot{z} = \frac{dY_\psi}{d} \frac{dz}{dT} \dot{T} = \frac{dY_\psi}{dz} \left( -\frac{m_\psi}{T^2} \right) (TH) = \frac{dY_\psi}{dz} zH, \quad (2.83)$$

lleva a que la ecuación de Boltzmann tome la siguiente forma:

$$\begin{aligned} szH \frac{dY_\psi}{dz} = & - \int d\Pi_\psi d\Pi_a d\Pi_b \dots d\Pi_i d\Pi_j \dots \\ & \times (2\pi)^4 \delta^{(4)}(p_\psi + p_a + p_b + \dots - p_i - p_j \dots) \\ & \times [|\mathcal{M}(\psi + i + j \rightarrow \dots a + b + \dots)|^2 f_a f_b \dots f_\psi (1 \pm f_i)(1 \pm f_j) \\ & \dots - |\mathcal{M}(i + j + \dots \rightarrow \psi + a + b + \dots)|^2 f_i f_j \dots \\ & \times (1 \pm f_a)(1 \pm f_b) \dots]. \end{aligned} \quad (2.84)$$

Es común, en la literatura, considerar que las distribuciones en equilibrio térmico de la especie involucradas están representadas por la distribución de Maxwell-Boltzmann (MB) y, además de esto, despreciar los factores de bloqueo de Pauli (para fermiones) y de emisión estimulada (bosones). Ciertamente, el régimen de temperatura que se está considerando da a entender que los efectos relativistas juegan un papel importante como para considerar una distribución no relativista, sin embargo, con la finalidad de entender de manera sencilla los efectos físicos involucrados dentro de la generación de la asimetría bariónica o leptónica, es más cómodo usar la distribución de MB en lugar de las distribuciones de Fermi-Dirac y/o Bose-Einstein.

Teniendo esto en mente, la ecuación de Boltzmann se simplifica notablemente. Pero, antes de llegar a la expresión, se define como la distribución en equilibrio térmico a aquella dada por  $f^{EQ} \equiv e^{-E/T}$ , en donde, convenientemente y sin pérdida de generalidad, se establece que el potencial químico de las especies en equilibrio térmico es nulo. Esto permite que la densidad de número se escriba como

$$n = \frac{g}{(2\pi)^3} \int f d^3p = \frac{g}{(2\pi)^3} \int f^{EQ} e^{\mu/T} d^3p = n^{EQ} e^{\mu/T}, \quad (2.85)$$

en donde  $n^{EQ} \equiv \frac{g}{(2\pi)^3} \int f^{EQ} d^3p$  es la densidad de número en equilibrio térmico. Por ende,

$$f = f^{EQ} e^{\mu/T} = \frac{n}{n^{EQ}} f^{EQ}. \quad (2.86)$$

Ahora es posible escribir la ecuación de Boltzmann, cuya expresión es la siguiente

$$\begin{aligned} szH \frac{dY_\psi}{dz} = & - \int d\Pi_\psi d\Pi_a d\Pi_b \dots d\Pi_i d\Pi_j \dots \\ & \times (2\pi)^4 \delta^{(4)}(p_\psi + p_a + p_b + \dots - p_i - p_j \dots) \\ & \times [|\mathcal{M}(\psi + i + j \rightarrow \dots a + b + \dots)|^2 f_a f_b \dots f_\psi \\ & \dots - |\mathcal{M}(i + j + \dots \rightarrow \psi + a + b + \dots)|^2 f_i f_j \dots] \end{aligned} \quad (2.87)$$

$$\begin{aligned}
&= - \int d\Pi_\psi d\Pi_a d\Pi_b \dots d\Pi_i d\Pi_j \dots \\
&\quad \times (2\pi)^4 \delta^{(4)}(p_\psi + p_a + p_b + \dots - p_i - p_j \dots) \\
&\quad \times \left[ \frac{n_\psi}{n_\psi^{EQ}} f_\psi^{EQ} \frac{n_a}{n_a^{EQ}} f_a^{EQ} \frac{n_b}{n_b^{EQ}} f_b^{EQ} \dots |\mathcal{M}(\psi + i + j \rightarrow \dots a + b + \dots)|^2 \right. \\
&\quad \left. \dots - \frac{n_i}{n_i^{EQ}} f_i^{EQ} \frac{n_j}{n_j^{EQ}} f_j^{EQ} \dots |\mathcal{M}(i + j + \dots \rightarrow \psi + a + b + \dots)|^2 \right] \\
szH \frac{dY_\psi}{dz} &= - \left[ \frac{Y_\psi}{Y_\psi^{EQ}} \frac{Y_a}{Y_a^{EQ}} \frac{Y_b}{Y_b^{EQ}} \dots \gamma_{ij\dots}^{\psi ab\dots} - \frac{Y_i}{Y_i^{EQ}} \frac{Y_j}{Y_j^{EQ}} \dots \gamma_{\psi ab\dots}^{ij\dots} \right], \tag{2.88}
\end{aligned}$$

en donde  $\gamma_{ij\dots}^{\psi ab\dots} \equiv \int d\Pi_\psi d\Pi_a d\Pi_b \dots d\Pi_i d\Pi_j \dots (2\pi)^4 \delta^{(4)}(p_\psi + p_a + p_j + \dots - p_i - p_j - \dots) f_\psi^{EQ} f_a^{EQ} f_b^{EQ} \dots |\mathcal{M}(\psi + a + b + \dots \rightarrow i + j + \dots)|^2$  es la densidad de interacción.

# 3 Asimetría bariónica del universo

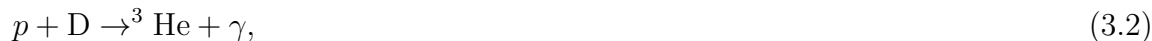
## 3.1. Nucleosíntesis en el Big Bang

Por supuesto, es importante entender el origen de la razón barión-fotón,  $\eta \equiv n_B/n_\gamma$ , ya que este número emerge a partir de las medidas de las actuales abundancias de elementos ligeros, en particular deuterio (D), helio ( $^3\text{He}$  y  $^4\text{He}$ ) y litio ( $^7\text{Li}$ ). Los elementos ligeros como éstos, y también el tritio (T) y el berilio ( $^7\text{Be}$ ), se formaron en el plasma primordial [21]. El primer paso es la formación de los núcleos de deuterio mediante el proceso



en donde  $n$  es el neutrón y  $p$  el protón.

En épocas tempranas, el proceso va en ambas direcciones; pero, ya que hay más de  $10^9$  fotones por cada nucleón en el universo en el tiempo de nucleosíntesis, cualquier deuterio nuevo formado se disociaba antes de tener la oportunidad de capturar un neutrón o protón y comenzar a construir un elemento más pesado. Así que no se acumulaba ninguna densidad de deuterio apreciable. Esta producción de deuterio persistió hasta que hubo muy pocos fotones lo suficientemente energéticos como para disociar los deuterones antes de poder capturar nucleones. Los núcleos de  $^3\text{He}$  y  $^3\text{H}$  (T) se formaron entonces mediante



y el  $^4\text{He}$  mediante



Ya que no hay núcleos estables con número de masa  $A = 5$ , la síntesis de núcleos más pesados requiere que los núcleos de  $^4\text{He}$  interactúen con D,  $^3\text{H}$  o  $^3\text{He}$ , los cuales están

positivamente cargados. La repulsión de Coulomb suprime las tasas de reacción para dichos procesos asegurando, de este modo, que todos los neutrones disponibles para nucleosíntesis terminen en  ${}^4\text{He}$ , el núcleo con mayor fuerza de enlace entre los núcleos livianos. Consecuentemente, los procesos que producen a los elementos de número de masa  $A = 7$  forman  ${}^3\text{He}$  y también pequeñas cantidades de litio y berilio.

El primer proceso (ecuación 3.2) es crucial, ya que una abundancia apreciable de deuterio debió surgir antes de que los demás procesos pudieran llevarse a cabo; las densidades de número de los neutrones y protones son tan bajas como para permitir el surgimiento de otras abundancias nucleares mediante procesos directos de muchos cuerpos. Claramente, las abundancias originales de neutrones y protones determinan las abundancias de los elementos ligeros generados a partir de los procesos primordiales mencionados. Sin embargo, los elementos ligeros también se crean y destruyen en estrellas, supernovas, kilonovas y otros procesos astrofísicos. En consecuencia, las abundancias de los elementos livianos medidas hoy difieren significativamente de aquéllas creadas en la nucleosíntesis primordial. Debido a esto, las abundancias primordiales se pueden inferir a partir de datos observacionales después de correcciones que permiten sustraer los efectos de la evolución química del universo.

La tasa para los procesos  $n + p \rightarrow \text{D} + \gamma$  excede la tasa de expansión del universo a temperaturas del orden de  $10^{-3}$  MeV. Usando las densidades de número no relativistas, se obtiene la ecuación de Saha para la abundancia de deuterio  $n_D$

$$\frac{n_D}{n_n n_p} = \frac{N_D}{N_n N_p} \left( \frac{2\pi m_D}{m_n m_p T} \right)^{3/2} \exp \Delta_D/T \quad (3.7)$$

en donde  $N_D = 3$  y  $N_p = N_n = 2$  son los grados de libertad respectivos, para el deuterio y los nucleones, y

$$\Delta_D = m_p + m_n - m_D \simeq \text{MeV} \quad (3.8)$$

es la energía de enlace del deuterio. Entonces las fracciones de masa correspondientes,

$$X_i \equiv \frac{n_i A_i}{n_N}, \quad (3.9)$$

en donde  $A_n = A_p = 1$  y  $A_D = 2$  son, respectivamente, los números de masa de los nucleones y el deuterio, y  $n_N = n_p + n_n$  es la densidad de número total de nucleones, satisfaciendo

$$\frac{X_D}{X_n X_p} = \frac{24\zeta(3)}{\sqrt{\pi}} \left( \frac{T}{m_p} \right)^{3/2} \eta \exp \Delta_D/T, \quad (3.10)$$

en donde  $\eta$  es la razón barión a fotón. Un estimado de la temperatura  $T_{ns}$  cuando nucleosíntesis inicia se puede hacer determinando en qué momento  $X_D/(X_n X_p)$  llega a ser del orden de uno. Así

$$\frac{\Delta_D}{T_{ns}} = -\ln \eta + 6,27 + \frac{3}{2} \ln \frac{\Delta_D}{T_{ns}}. \quad (3.11)$$

Con el valor inferido de la razón barión a fotón, se tiene

$$T \simeq \frac{\Delta_D}{33} \simeq 0,068 \text{ MeV}. \quad (3.12)$$

La temperatura a la que nucleosíntesis comienza es mucho menor que la energía de enlace del deuterón debido a que  $\eta$  es muy pequeño. Ya que hay del orden de  $10^{10}$  fotones por nucleón, hay suficientes fotones de alta energía para disociar los deuterones hasta que la temperatura llegue a ser mucho menor que la energía de enlace.

Por otra parte, la relación temperatura entre tiempo es

$$t \simeq 1,32 \left( \frac{T}{\text{MeV}} \right)^{-2} \text{ s}. \quad (3.13)$$

Por lo tanto, nucleosíntesis comienza cuando

$$t_{ns} \simeq 178\text{s} \sim 3\text{minutos}. \quad (3.14)$$

Los neutrones que sobrevivieron cuando las interacciones débiles se desacoplaron se agotan por decaimiento beta durante los períodos posteriores. Por consiguiente, la abundancia relativa de los neutrones sobrevivientes hasta el comienzo de nucleosíntesis es

$$X_n(t_{ns}) \simeq X_n(y \rightarrow \infty) e^{-t_{ns}/\tau_n} \simeq 0,12, \quad (3.15)$$

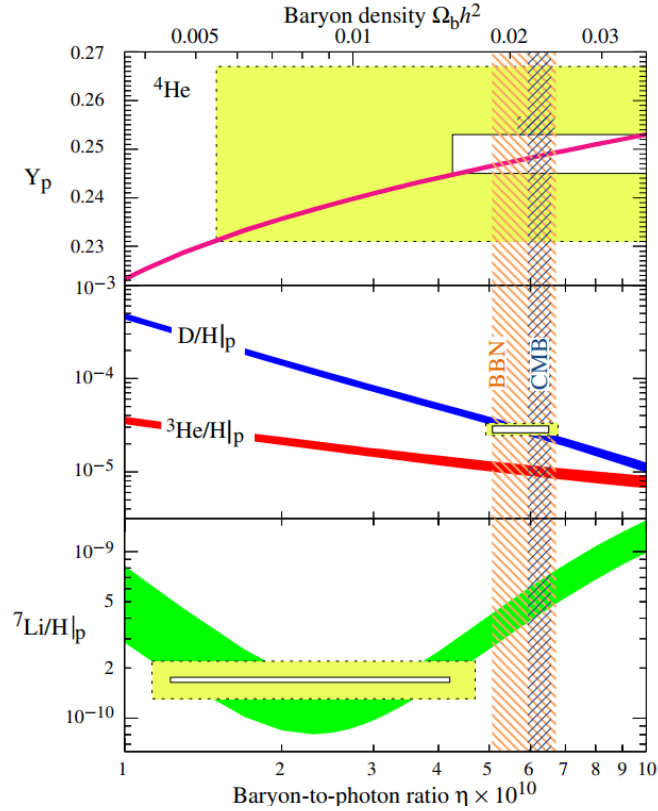
en donde  $\tau_n \simeq 879,4$  s es la vida media de los neutrones y  $y \equiv m_n/T$ , siendo  $m_n$  la masa del neutrón y  $T$  la temperatura del universo.

Como se mencionó anteriormente, casi todos esos neutrones terminaron en  ${}^4\text{He}$  debido a su gran energía de enlace. Si se asume que todos los neutrones se han capturado en  ${}^4\text{He}$ , la fracción de masa de  ${}^4\text{He}$  primordial,  $Y_p({}^4\text{He})$ , estará dada por

$$Y_p({}^4\text{He}) \simeq 2X_n(t_{ns}) \simeq 0,24 \quad (3.16)$$

en excelente concordancia con los datos.

Los cálculos realizados muestran cómo la abundancia primordial de  ${}^4\text{He}$  está determinada por la asimetría bariónica  $\eta$  una vez la abundancia de helio ha sido medida.



**Figura 3.1:** Predicciones de la teoría de nucleosíntesis primordial (BBN) para las abundancias primordiales de  ${}^4\text{He}$ , D,  ${}^3\text{He}$ ,  ${}^7\text{Li}$  y los datos observacionales a un nivel de confianza de  $2\sigma$  [3,4]: errores estadísticos (líneas sólidas) y errores sistemáticos y estadísticos juntos (líneas punteadas). Las incertidumbres teóricas se muestran mediante el grosor de las líneas. El subíndice  $p$  refiere a abundancias primordiales. La abundancia de  ${}^4\text{He}$  se reporta mediante su fracción de masa denotada,  $Y_p$ . Para las abundancias de deuterio y  ${}^3\text{He}$  se reporta su abundancia dividida entre la abundancia de Hidrógeno, así como para el caso del  ${}^7\text{Li}$ .

La Figura 3.1 muestra las predicciones teóricas de las abundancias primordiales de los nucleones de  ${}^4\text{He}$ , D,  ${}^3\text{He}$ ,  ${}^7\text{Li}$  en función del contenido bariónico del universo, asumiendo que la vida media del neutrón es  $\tau_n \simeq 879,4$  s. Sumado a esto, en la línea vertical punteada azul se muestra el resultado de la razón barión a fotón,  $\eta$ , reportada en las observaciones realizadas del CMB [8], con un valor de  $\eta = (6,12 \pm 0,04) \times 10^{-10}$ . Allí se evidencia concordancia con los datos experimentales tomados a partir de las mediciones de abundancias primordiales de los nucleones mencionados (línea vertical punteada), particularmente con la abundancia medida de  ${}^4\text{He}$  y de Deuterio.

En algunas regiones del universo, las abundancias locales de algunos elementos difícilmente

se mantienen inalteradas. Éstas son regiones con baja tasa de formación estelar: regiones muy distantes en donde la formación estelar no ha sucedido aún.

El deuterio tiene una baja energía de enlace comparada con la de los otros núcleos ligeros y por lo tanto no se produce en nucleosíntesis estelar; predominantemente se destruye. Ninguna fuente sustancial de deuterio se conoce, así que ninguna medida de abundancia local de deuterio establece un límite menor en su abundancia primordial. Recientemente la abundancia de deuterio ha sido medida por espectroscopía de nubes de alto corrimiento al rojo que absorben luz de quásares distantes [22].

La abundancia primordial de helio-4 se mide mediante espectroscopía de nubes de baja metalicidad (presencia de elementos pesados) de hidrógeno ionizado en galaxias enanas. La producción de helio-4 en estrellas se acompaña por la producción de elementos más pesados, así que la ausencia de éstos en las nubes sugiere que el helio-4 es originado, en su mayoría, durante BBN [23].

La abundancia de Litio-7 se determina por espectroscopía de estrellas viejas de baja metalicidad en cúmulos globulares de nuestra galaxia [24]. La abundancia de Litio-7 aporta una alta discrepancia, ya que la medida es más alta que la calculada teóricamente, por un factor de  $\sim 3$  [25], como se aprecia en la Figura 3.1.

No se ha encontrado en donde la abundancia de helio-3 se pueda medir y en donde éste sea, mayormente, de origen primordial. La abundancia primordial de este elemento cuenta más acerca de la evolución estelar y galáctica que de BBN.

Así que las predicciones de la teoría de BBN junto con los datos observacionales [4] están en la Figura 3.1. Estos resultados están en concordancia entre sí con el valor de  $\eta = (6,12 \pm 0,04) \times 10^{-10}$  obtenido de los datos de la radiación cósmica de fondo, aunque las incertidumbres sistemáticas son muy altas.

## 3.2. Generación de la asimetría bariónica

Como se concluyó en el apartado anterior, hay una asimetría bariónica en el universo que debe ser explicada. Dado que la abundancia de bariones se representa como  $Y_b$ , la asimetría bariónica, naturalmente, se expresa como la diferencia entre la abundancia de bariones y la abundancia de antibariones,  $Y_{\bar{b}}$ , es decir,  $Y_B = Y_b - Y_{\bar{b}}$ .

### 3.2.1. Condiciones de Sakharov

Entonces, para generar asimetría bariónica se necesitan interacciones que lleven a una generación de dinámica de número bariónico y que, por consiguiente,<sup>1</sup>

1. Violan el número bariónico,  $B$ ,
2. Violan las simetrías discretas de conjugación de carga,  $C$ , y el producto de conjugación de carga y paridad,  $CP$ ,
3. Ocurran fuera del equilibrio térmico.

La primera condición es cuanto menos obvia, dado que, al partir de un estado sin asimetría bariónica,  $B = 0$ , si no existiesen interacciones que violen el número bariónico, éste seguirá siendo cero eternamente.

Por otra parte, la segunda condición es algo menos evidente. Para ello, por ejemplo, considérese un bosón masivo  $X$ , con antipartícula  $\bar{X}$ , que puede decaer en un estado final  $i$  con número bariónico  $B_i = 0$ , o  $\bar{i}$  con  $B_{\bar{i}}$ . Teniendo en cuenta que el número bariónico es impar bajo transformación de conjugación de carga, entonces  $B_{\bar{i}} = -B_i$ . La asimetría bariónica producida vendría siendo

$$Y_B \propto \sum_i B_i \Gamma(X \rightarrow i) - \sum_i B_i \Gamma(\bar{X} \rightarrow \bar{i}).$$

Se puede observar con un simple vistazo que, en cuanto a la transformación de conjugación de carga, si esta se conserva, se presenta que  $\Gamma(X \rightarrow i) = \Gamma(\bar{X} \rightarrow \bar{i})$  y, por consiguiente, se obtiene un número bariónico nulo. Sin embargo, la no invarianza ante  $C$ , aunque necesaria, no es suficiente, porque con la conservación de  $CP$  (que por el teorema  $CPT$  es invarianza ante inversión temporal  $T$ ) se tiene que  $\Gamma(X \rightarrow i) = \Gamma(i \rightarrow X)$  y por el teorema (de invarianza ante)  $CPT$ , implica que  $\Gamma(i \rightarrow X) = \Gamma(\bar{X} \rightarrow \bar{i})$ , lo que irremediamente da lugar a un número bariónico cero, ya que  $\Gamma(X \rightarrow i) = \Gamma(\bar{X} \rightarrow \bar{i})$ .

Para la tercera de las condiciones, cabe mencionar que en equilibrio térmico el estado de un sistema viene determinado por la matriz de densidad de estados  $= e^{-\hat{H}/T}$ , en donde  $\hat{H}$  es el operador Hamiltoniano del sistema. Entonces, al calcular el valor esperado para el número bariónico en cualquier instante se presenta que

$$\begin{aligned} \langle B(t) \rangle &= \text{Tr} \left( e^{-\hat{H}/T} B(t) \right) = \text{Tr} \left( e^{-\hat{H}/T} e^{-i\hat{H}t} B(0) e^{i\hat{H}t} \right) \\ &= \text{Tr} \left( e^{i\hat{H}t} e^{-\hat{H}/T} e^{-i\hat{H}t} B(0) \right) = \langle B(0) \rangle, \end{aligned} \quad (3.17)$$

<sup>1</sup>Las tres condiciones mencionadas en esta sección se denominan condiciones de Sakharov [1].

---

es decir que al partir de un estado de nula asimetría bariónica, en equilibrio térmico esta siempre cero.

# 4 Esfalerones en la teoría de las interacciones electrodébiles, $SU(2)$

Se estudiará el efecto de la no trivialidad del vacío electrodébil, en particular, los esfalerones, debido a que se explorará la generación de la asimetría bariónica a través de la modificación o extensión del sector leptónico dentro del marco de la teoría  $SU(2)$  del Modelo Estándar. Sin embargo, antes de estudiar la física de los esfalerones en el marco de la teoría  $SU(2)$  de las interacciones electrodébiles, es importante ahondar en un aspecto matemático, topológico que desempeña un papel importante para comprender el origen de los procesos instantones y esfalerones.

## 4.1. Grupos homotópicos

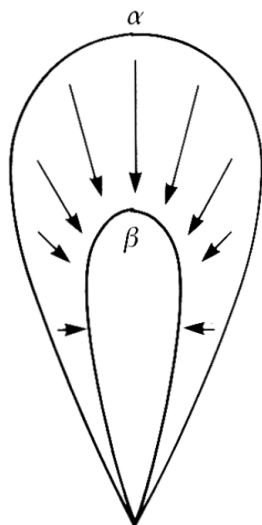
### 4.1.1. Homotopía de bucles

Sea  $X$  un espacio topológico e  $I$  el intervalo real  $[0, 1]$ . Un mapeo continuo  $\alpha : I \rightarrow X$  se denomina camino con punto inicial  $x_0$  y punto final  $x_1$  en  $X$  si  $\alpha(0) = x_0$  y  $\alpha(1) = x_1$ . Si  $\alpha(0) = \alpha(1) = x_0$ , el camino se denomina bucle. Ahora, si  $x \in X$  es fijo, un camino constante está definido como  $c_x(s) = x$ , con  $s \in I$ .

Ahora, sean  $\alpha, \omega : I \rightarrow X$  loops en  $x_0$ . Se dice que son homotópicos, si pueden ser continuamente deformables entre sí. En la Figura 4.1 se ejemplifica de manera pictórica el funcionamiento de la homotopía. Ésto establece una relación de equivalencia  $\alpha \sim \omega$ . De esta manera, el conjunto de todas los bucles que son homotópicos a  $\alpha$ , forman una clase de equivalencia que se denomina clase homotópica de  $\alpha$ .

Sea  $X$  un espacio topológico. El conjunto de clases homotópicas de bucles con punto inicial  $x_0 \in X$ , se denota por  $\pi_1(X, x_0)$  y se denomina grupo fundamental.

Asímismo, entre mapeos de espacios topológicos también se pueden establecer relaciones de homotopía. Verbigracia, sean  $f, g : X \rightarrow Y$  mapeos continuos entre espacios topológicos. Si



**Figura 4.1:** La imagen  $\alpha$  se deforma continua continuamente a la imagen de  $\omega$  en el espacio  $X$  [5]

existe un mapeo continuo  $F : X \times I \rightarrow Y$  tal que  $F(x, 0) = f(x)$  y  $F(x, 1) = g(x)$ , se dice que  $f$  es **homotópico** a  $g$ , denotado  $f \sim g$ . El mapeo  $F$  se llama **homotopía** entre  $f$  y  $g$ .

Sean  $X$  y  $Y$  espacios topológicos. Se dice que  $X$  y  $Y$  son del mismo **tipo de homotopía**, denotado  $X \simeq Y$ , si existen mapeos continuos  $f : X \rightarrow Y$  y  $g : Y \rightarrow X$  tal que  $f \circ g \sim \text{id}_Y$  y  $g \circ f \sim \text{id}_X$ , en donde  $\text{id}_X$  y  $\text{id}_Y$  son los mapeos identidad de  $X$  y  $Y$  respectivamente. El mapeo  $f$  se llama equivalencia homotópica y  $g$  es su inverso homotópico.

«Del mismo tipo de homotopía» es una relación de equivalencia entre el conjunto de espacios topológicos.

Por otra parte, siendo  $X$  y  $Y$  espacios topológicos del mismo tipo homotópico, si  $f : X \rightarrow Y$  es una equivalencia homotópica, entonces  $\pi_1(X, x_0)$  es isomorfo a  $\pi_1(Y, f(x_0))$ . En donde  $\pi_1(X, x_0)$  es el conjunto de clases homotópicas en  $x_0$

Cabe considerar un ejemplo de primordial ayuda para lo que concierne a este documento. Exprésese  $S^1$  (circunferencia) como  $\{z \in \mathbb{C} \mid |z| = 1\}$ . Por supuesto, esto define un mapeo  $p : \mathbb{R} \rightarrow S^1$  mediante  $p : x \mapsto e^{ix}$ . Bajo  $p$ , el punto  $0 \in \mathbb{R}$  se mapea a  $1 \in S^1$ , que se tomará como el punto base. Puede verse esto como que  $\mathbb{R}$  se enrolla alrededor  $S^1$  bajo  $p$ . Si  $x, y \in \mathbb{R}$  satisfacen que  $x - y = 2\pi m$  con  $(m \in \mathbb{Z})$  ellos se mapean a el mismo punto en  $S^1$ . Entonces se escriben como  $x \sim y$ , haciendo referencia a que se establece una relación de equivalencia definida como  $[x] = \{y \mid x - y = 2\pi m, m \in \mathbb{Z}\}$  identificada con un punto  $e^{ix} \in S^1$ . De aquí sucede que  $S^1$  es isomorfo a  $\mathbb{R}/2\pi\mathbb{Z}$ . Ahora, sea otro mapeo continuo, esta vez  $\tilde{f} : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  tal

que  $\tilde{f}(0) = 0$  y  $\tilde{f}(x + 2\pi) \sim \tilde{f}(x)$ , lo que, por supuesto, indica que  $\tilde{f}(x + 2\pi) = \tilde{f}(x) + 2n\pi$  con  $n \in \mathbb{Z}$ . Si  $x \sim y$  ( $x - y = 2\pi m$ ), se tiene que

$$\tilde{f}(x) - \tilde{f}(y) = \tilde{f}(y + 2\pi m) - \tilde{f}(y) \quad (4.1)$$

$$= \tilde{f}(y) + 2\pi mn - \tilde{f}(y) = 2\pi mn, \quad (4.2)$$

y por lo tanto  $\tilde{f}(x) \sim \tilde{f}(y)$ . En consecuencia,  $\tilde{f}$  define únicamente un mapeo continuo  $f : \mathbb{R}/2\pi\mathbb{Z} \rightarrow \mathbb{R}/2\pi\mathbb{Z}$  mediante  $f([x]) = p \circ \tilde{f}(x)$ . Nótese que  $f$  deja fijo el punto base  $1 \in S^1$ . En cambio, dado un mapeo  $f : S^1 \rightarrow S^1$  que deja fijo a  $1 \in S^1$ , se puede definir un mapeo  $\tilde{f} : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  tal que  $\tilde{f}(0) = 0$  y  $\tilde{f}(x + 2\pi) = \tilde{f}(x) + 2\pi n$  [5].

La idea que es aquí hay una correspondencia uno a uno entre el conjunto de mapeos de  $S^1$  a  $S^1$  con  $f(1) = 1$  y el conjunto de mapeos de  $\mathbb{R}$  a  $\mathbb{R}$  tal que  $\tilde{f}(0) = 0$  y  $\tilde{f}(x + 2\pi) = \tilde{f}(x) + 2\pi n$ . El entero  $n$  se denomina **grado** de  $f$ ,  $\deg(f)$ . Mientras que  $x$  rodea a  $S^1$  una vez,  $f(x)$  rodea a  $S^1$   $n$  veces.

Entonces, suceden dos situaciones:

1. Si  $f, g : S^1 \rightarrow S^1$  tal que  $f(1) = g(1) = 1$ . Entonces  $\deg(f) = \deg(g)$  si y solo si  $f$  es homotópica a  $g$ .
2. Para cualquier  $n \in \mathbb{Z}$ , existe un mapeo  $f : S^1 \rightarrow S^1$  tal que  $\deg(f) = n$ .

Lo que esto nos dice es que al asignar un entero  $\deg(f)$  al mapeo  $f : S^1 \rightarrow S^1$  tal que  $f(1) = 1$ , existe una biyección entre el conjunto de clases de equivalencia de  $S^1$  con base en  $1$ ,  $\pi_1(S^1, 1)$ , y  $\mathbb{Z}$ . Además, es un isomorfismo<sup>1</sup>,

$$\pi_1(S^1) \cong \mathbb{Z}. \quad (4.3)$$

Una forma de ver esto es suponer que se rodea un cilindro con una banda elástica. Si este enrolla al cilindro  $n$  veces, la configuración no puede deformarse continuamente a una que tenga  $m \neq n$  envolvimientos. Si una banda elástica encierra un cilindro primero  $n$  veces y luego  $m$  veces, entonces esta encierra al cilindro  $n + m$  veces.

### 4.1.2. Grupos homotópicos generales

Denote  $I^n$  ( $n \geq 1$ ) el  $n$ -cubo unitario  $I \times I \times I \times \cdots \times I$ ,

$$I^n = (s_1, \dots, s_n) | 0 \leq s_i \leq 1 (1 \leq i \leq n). \quad (4.4)$$

<sup>1</sup>Como para  $S^1$  siempre hay un camino que conecta dos puntos cualesquiera  $x_0, y_0 \in S^1$ , esto implica que los grupos fundamentales con base en sendos puntos,  $\pi_1(S^1, x_0)$  y  $\pi_1(S^1, x_1)$ , son isomorfos entre sí, por lo que no es necesario especificar el punto base del grupo fundamental  $\pi_1(S^1)$ .

En el grupo fundamental, la frontera  $\partial I$  de  $I$  es  $I = [0, 1]$  se mapea al punto base  $x_0$ . Similarmente, se asume que centrará en mapeos continuos  $\alpha : I^n \rightarrow X$ , que mapean la frontera  $\partial I^n$  al punto  $x_0 \in X$ . Ya que la frontera es mapeada a un solo punto  $x_0$  se ha obtenido entonces  $S^n$  a partir de  $I^n$ . Por ende, si  $I^n/\partial I^n$  denota al cubo  $I^n$  cuya frontera  $\partial I^n$  ha sido mapeada a un solo punto, se tiene que  $I^n/\partial I^n \cong S^n$ . El mapeo se llama n-bucle en  $x_0$ .

Ahora se puede definir el **grupo n-homotópico**, denotado  $\pi_n(X, x_0)$  en  $x_0 \in X$ , como el conjunto de clases homotópicas de n-bucles,  $S^n$ , en  $x_0$ .

Por último, y llegando a lo que se necesita para este documento, sucede que el conjunto de clases homotópicas de n-bucles  $S^n$  en  $S^n$  es isomorfo a  $\mathbb{Z}$ , es decir que [5]

$$\pi_n(S^n) \cong \mathbb{Z} \quad n \geq 1. \quad (4.5)$$

## 4.2. Instantones

Los instantones son soluciones de las ecuaciones de movimiento de la teoría clásica de campos sobre un espacio tiempo euclídeo, es decir, en coordenadas tipo esféricas,

$$\mathbf{g}_E = -(dt \otimes dt + dr \otimes dr + r^2 d\theta \otimes d\theta + r^2 \sin^2 \theta d\varphi \otimes d\varphi), \quad (4.6)$$

en donde el signo menos aparece por cuestiones de la signatura que se está usando en este documento.

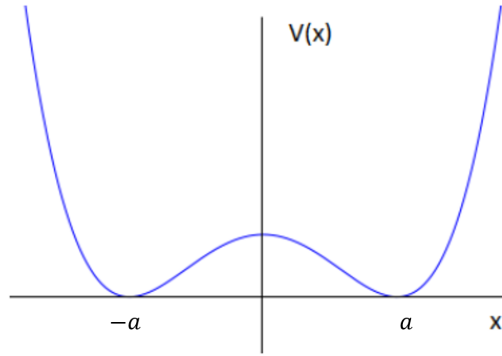
### 4.2.1. Instantones en la teoría cuántica

Entonces, considérese el lagrangiano de una partícula sin espín y con masa unitaria bajo un potencial  $V(x)$ , dado por la Figura 4.2 es decir,

$$L = \frac{1}{2} \left( \frac{dx}{dt} \right)^2 - V(x) \quad (4.7)$$

La amplitud en mecánica cuántica para que la partícula vaya de un mínimo, desde  $x = -a$  a  $a$ , a otro está dada por la integral de camino, esto es

$$\langle a | e^{iHt/\hbar} | -a \rangle = N \int [dx] e^{-iS/\hbar}, \quad (4.8)$$



**Figura 4.2:** Potencial con mínimos en  $-a$  y  $a$

en donde  $N$  es el factor de normalización y  $S$  es la acción dada por

$$S = \int dt \left[ \frac{1}{2} \left( \frac{dx}{dt} \right)^2 - V(x) \right]. \quad (4.9)$$

El inconveniente recae en que no hay camino clásico posible para ir de  $-a$  hasta  $a$ , es decir que no hay camino clásico que describa el tunelamiento. Así que el truco para obtener la amplitud viene de usar la rotación de Wick, que no es más que la transformación de coordenadas

$$t \rightarrow -i\tau, \quad (4.10)$$

lo que transforma el espacio tiempo de Minkowski en el espaciotiempo euclídeo 4.6, en donde la amplitud cuántica está dada ahora por

$$\langle a | e^{iHt/\hbar} | -a \rangle = N \int [dx] e^{S_E/\hbar}, \quad (4.11)$$

en donde

$$S_E = \int d\tau \left[ \frac{1}{2} \left( -\frac{dx}{d\tau} \right)^2 - V(x) \right]. \quad (4.12)$$

La ecuación de movimiento en este espaciotiempo euclídeo es

$$\frac{d^2x}{d\tau^2} = -V'(x), \quad (4.13)$$

lo que representa una partícula moviéndose a través del potencial  $-V(x)$  con energía total

$$E = \frac{1}{2} \frac{dx}{d\tau}^2 - V(x). \quad (4.14)$$

A estos caminos clásicos euclídeos o en un tiempo imaginario se les llama instantones y representan el tunelamiento entre dos estados ubicados en los mínimos del potencial.

### 4.2.2. Instantones en la teoría cuántica de campos

Entonces, la idea es identificar cómo esto se manifiesta en el vacío de una teoría cuántica de campos. Para ello, considérese el lagrangiano en el vacío, de una teoría de gauge general [26]

$$\mathcal{L} = -\frac{1}{2} \text{Tr} [F_{\mu\nu} F^{\mu\nu}], \quad (4.15)$$

en donde  $F_{\mu\nu} = \partial_\mu A_\nu - \partial_\nu A_\mu + [A_\mu, A_\nu]$  es el tensor de esfuerzos del campo, siendo  $[A_\mu, A_\nu]$  el conmutador de los campos  $A_\mu$  y  $A_\nu$ . La acción usando la rotación de Wick viene dada por

$$S_E = \int \frac{1}{2} d^4x \text{Tr} [F_{\mu\nu} F^{\mu\nu}]. \quad (4.16)$$

Se tiene como objetivo determinar soluciones de vacío de energía finita. Para ello, análogo al procedimiento usado en el electromagnetismo clásico, se mapean los mínimos de la teoría al infinito del espaciotiempo (euclídeo) para evitar obtener valores de energía infinita.<sup>2</sup> Así pues, se desea que

$$F_{\mu\nu} \xrightarrow{|x| \rightarrow \infty} 0 \quad (4.17)$$

Se podría pensar que para tener obtener una valor nulo en el tensor de esfuerzos, se requiere que el campo de gauge  $A_\mu$  sea cero en el infinito espacial. Sin embargo, generalmente se debe dar que  $A_\mu \xrightarrow{|x| \rightarrow \infty} \frac{i}{g} U \partial_\nu U^{-1}$ , en donde  $U$  es un elemento del grupo de gauge de la teoría. Aquí es en donde tiene lugar la teoría de grupos homotópicos, ya que estos  $U$  mapean el conjunto infinito de  $\mathbb{R}^4$  (que justamente es isomorfo a  $S^3$ ) al grupo de gauge  $G$  de la teoría. Para el grupo  $SU(2)$  es sencillo de observar, dado que

$$SU(2) = \left\{ \begin{pmatrix} \alpha & -\bar{\omega} \\ \omega & \alpha \end{pmatrix}; \alpha, \omega \in \mathbb{C}, |\alpha|^2 + |\omega|^2 = 1 \right\} \quad (4.18)$$

y si se escribe  $\alpha_i = x_i + iy_i$ , entonces se presenta la condición

$$|x_1|^2 + |x_2|^2 + |x_3|^2 + |x_4|^2 = 1, \quad (4.19)$$

lo que claramente evidencia que el grupo  $SU(2)$  es isomorfo a  $S^3$ , es decir,  $SU(2) \cong S^3$ .

Los mapeos  $U : S^3 \rightarrow S^3$ , como se mencionó anteriormente, están categorizados por lo que se denomina grado homotópico de  $U$ ,  $v \equiv \text{deg}(U)$ .

<sup>2</sup>En electromagnetismo esto se traduce en definir como cero el potencial evaluado en el infinito.

Para el caso del grupo fundamental  $\pi_1(S^1)$  con mapeo  $f$ , el grado del  $f$  se puede calcular mediante la integral de Cauchy

$$\deg(f) = -\frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} d\theta \frac{1}{f(\theta)} \frac{df(\theta)}{d\theta}. \quad (4.20)$$

Por otra parte, la generalización para mapeos  $U : S^3 \rightarrow S^3$  viene dada por la expresión

$$v = -\frac{1}{24\pi^2} \int d\theta_1 d\theta_2 d\theta_3 \epsilon^{ijk} \text{Tr} [U \partial_i U^{-1} U \partial_j U^{-1} U \partial_k U^{-1}], \quad (4.21)$$

que puede ser expresada en términos de  $F_{\mu\nu}$ . La forma o el camino para obtener esto es a partir de la definición de una corriente dependiente de gauge que viene siendo

$$K^\mu = 4\epsilon^{\mu\nu\rho\sigma} \text{Tr} \left[ A_\nu \partial_\rho A_\sigma - \frac{2}{3} ig A_\nu A_\rho A_\sigma \right] \quad (4.22)$$

cuya divergencia viene dada por

$$\partial_\mu A_\nu = 2 \text{Tr} [F_{\mu\nu} \tilde{F}^{\mu\nu}]; \quad (4.23)$$

en donde  $\tilde{F}^{\mu\nu} = \frac{1}{2} \epsilon^{\mu\nu\rho\sigma} F_{\rho\sigma}$ .

Integrando la divergencia mediante la aplicación del teorema de Gauss se tiene que

$$\int_V \partial_\mu K^\mu d^4x = \int_{\partial V} d\sigma_\mu K^\mu, \quad (4.24)$$

en donde  $V$  representa el volumen todo el espacio euclídeo  $\mathbb{R}^4$  y  $\partial V$  representa el conjunto de infinitos del espacio. Entonces, dado que en el infinito  $A_\nu$  es puramente de gauge, se tiene que allí

$$K^\mu = \frac{4}{3g^2} \epsilon^{\mu\nu\rho\sigma} \text{Tr} [U \partial_\nu U^{-1} U \partial_\rho U^{-1} U \partial_\sigma U^{-1}]. \quad (4.25)$$

y, por consiguiente,

$$\int d\sigma_\mu K^\mu = -\frac{32\pi v}{g^2} \quad \text{y} \quad \int \text{Tr} [F_{\mu\nu} \tilde{F}^{\mu\nu}] d^4x = -\frac{16\pi^2 v}{g^2}. \quad (4.26)$$

A partir de la condición de positividad de la norma del espacio euclídeo se presenta que

$$\text{Tr} \int (F_{\mu\nu} \pm \tilde{F}_{\mu\nu})^2 d^4x = \text{Tr} \int (2F_{\mu\nu} F^{\mu\nu} \pm 2\tilde{F}_{\mu\nu} F^{\mu\nu}) d^4x \geq 0, \quad (4.27)$$

y, en consecuencia, se obtiene la desigualdad

$$\text{Tr} \int F_{\mu\nu} F^{\mu\nu} d^4x \geq \left| \text{Tr} \int \tilde{F}_{\mu\nu} F^{\mu\nu} \right| = \frac{16\pi^2 |v|}{g^2}. \quad (4.28)$$

Entonces, la acción está acotada por debajo, es decir,

$$S_E = \frac{1}{2} \int F_{\mu\nu} F^{\mu\nu} d^4x \geq \frac{8\pi^2 |v|}{g^2}, \quad (4.29)$$

y esta alcanza su mínimo cuando

$$\tilde{F}_{\mu\nu} = F_{\mu\nu}. \quad (4.30)$$

### 4.2.3. Grado homotópico del vacío

Los instantones se interpretan como la transición entre estados de vacío con diferentes grados homotópicos, ya que son topológicamente diferentes entre sí. Entonces, a partir de la acción euclídea 4.16, se puede escribir el hamiltoniano como

$$H = \frac{1}{2} \int d^3x [F_{\mu\nu}(\vec{x})]^2. \quad (4.31)$$

Por supuesto, la energía más baja se obtiene cuando  $F_{\mu\nu}(x) = 0$ , es decir, cuando

$$A_\nu(x) = \frac{i}{g} U \partial_\nu U^{-1}(x). \quad (4.32)$$

Como se mencionó en el apartado anterior, los  $U$  son funciones que van de  $\mathbb{R}^4$  al grupo de gauge. Además, para obtener las integrales de camino se debe sumar sobre todas las configuraciones físicas posibles de  $A_\mu$  que conecten dos estados de vacío. Por ello, es necesario fijar el gauge en  $A_\mu$  para evitar redundancias debido al sobreconteo de configuraciones de  $A_\mu$  que sean físicamente equivalentes.

Para este caso, se usa el gauge temporal

$$A_4(x) = 0, \quad (4.33)$$

el cual no fija el gauge completamente porque las transformaciones de gauge independientes del tiempo son cero para el gauge temporal, es decir,

$$A_4(x) = \frac{i}{g} U(\vec{x}) \partial_4 U^{-1}(\vec{x}) = 0, \quad (4.34)$$

de tal forma que el vacío queda descrito por la configuración independiente del tiempo

$$A_i(x) = A_i(\vec{x}) = \frac{i}{g} U(\vec{x}) \partial_i U^{-1}(\vec{x}). \quad (4.35)$$

Una vez se impone el gauge temporal, los elementos  $U(\vec{x})$  pasan a mapear  $\mathbb{R}^4$  al grupo de gauge  $G$ . Por supuesto, estos mapeos se pueden clasificar al usar la libertad de gauge que queda luego de haber aplicado el gauge temporal. Entonces, se impone que en el infinito espacial<sup>3</sup>

$$A_i(|x| \rightarrow \infty) = 0, \quad \text{es decir que} \quad U(|x| \rightarrow \infty) = 1. \quad (4.36)$$

---

<sup>3</sup>En realidad, se puede imponer cualquier constante para el comportamiento de  $U$  en el infinito. Sin embargo, el valor 1 permite visualizar la clasificación de los mapeos de manera más sencilla.

El espacio  $\mathbb{R}^3$  con infinitos identificados no es más que el 3-cubo que es isomorfo a  $S^3$ . Es decir que al imponer el gauge, los  $U$  son mapeos de  $S^3 \rightarrow SU(2)$ , los cuales se pueden catalogar en clases homotópicas identificadas con los grados homotópicos (ver 4.5), dado que  $SU(2) \cong S^3$ .

Esta clasificación permite establecer lo siguiente: los mapeos  $U_v(x)$  (en donde  $v$  etiqueta el grado homotópico al que pertenecen) en la misma clase homotópica se relacionan mediante transformaciones de gauge pequeñas, infinitesimales, que se pueden obtener a partir de la identidad. Esos mapeos con el mismo grado homotópico son físicamente equivalentes. Por otra parte, las transformaciones de gauge que cambian el grado homotópico se llaman grandes y no se pueden obtener de manera continua a partir de la identidad. Cada una de las configuraciones con diferentes grados homotópicos son físicamente diferentes.

Entonces, resulta que, de forma análoga al los estados de vacío, las soluciones instantón está contenidas en clases homotópicas que se caracterizan por su grado homotópico. El instantón conecta estados de vacío con diferentes grados homotópicos tal que

$$A_i^{inst}(\vec{x}, x_4 = -\infty) = A_i(\vec{x}) \quad \text{del estado de vacío } |n\rangle \quad (4.37)$$

$$A_i^{inst}(\vec{x}, x_4 = -\infty) = A_i(\vec{x}) \text{ del estado de vacío } |n + v\rangle, \quad (4.38)$$

en donde  $n$  es el grado homotópico del vacío y  $v$  es el grado homotópico del instantón.

Como esas soluciones están dadas en el espaciotiempo euclídeo, entonces, éstas representan transiciones mediante tunelamiento, implicando que en el cálculo de la amplitud de transición vacío-vacío debería incluirse un término correspondiente al instantón:

$$\langle m | e^{-iHt} | n \rangle_J = \int [dA]_{v=m-n} e^{\int d^4x (\mathcal{L} + JI(x))}, \quad (4.39)$$

en donde  $JI(x)$  es el término fuente que da cuenta del instantón.

### 4.3. Vacío Theta

La degeneración de los infinitos estados de vacío imposibilita elegir un estado de vacío apropiado. Una transformación de gauge grande, instantón,  $T_m$  como grado homotópico  $m$  puede transformar

$$T_m |n\rangle = |m + n\rangle. \quad (4.40)$$

Para construir el vacío se toma la superposición de los estados de vacío

$$|\theta\rangle = \sum_n e^{in\theta} |n\rangle, \quad (4.41)$$

que bajo la transformación grande,  $T_m$ , se comporta como

$$T_m|\theta\rangle = \sum_n e^{-in\theta}|n+m\rangle = \sum_{n'} e^{-i(n'-m)\theta}|n'\rangle = e^{im\theta}|\theta\rangle. \quad (4.42)$$

El vacío theta es entonces un eigenvalor de  $T_m$ . Los estados deben ser ortogonales entre sí, es decir que

$$\langle\theta'|e^{-iHt}|\theta\rangle_J = \delta(\theta - \theta')_J I_J(\theta), \quad (4.43)$$

en donde

$$I_J(\theta) = \int [dA]_{v=n-m} \exp \left[ -i \int d^4x \left( \mathcal{L} - \frac{\theta g^2}{16\pi^2} \text{Tr} \left( F_{\mu\nu} \tilde{F}^{\mu\nu} \right) + JI(x) \right) \right]. \quad (4.44)$$

Así las cosas, se puede definir el lagrangiano efectivo

$$\mathcal{L}_{eff} = \mathcal{L} - \frac{\theta g^2}{16\pi^2} \text{Tr} \left( F_{\mu\nu} \tilde{F}^{\mu\nu} \right). \quad (4.45)$$

### 4.3.1. Anomalía ABJ o Anomalía Quiral

La anomalía quiral o ABJ [27, 28] surge de la no conservación de la corriente quiral. Para verlo, se considere el lagrangiano de un campo fermiónico con simetría de gauge de un grupo general,

$$\mathcal{L} = \bar{\psi} (i\gamma^\mu D_\mu - m) \psi - \frac{1}{2} \text{Tr} [F_{\mu\nu} F^{\mu\nu}]. \quad (4.46)$$

Ante transformación quiral global

$$\psi \rightarrow e^{i\alpha\gamma^5} \psi, \quad (4.47)$$

$$\bar{\psi} \rightarrow (e^{i\alpha\gamma^5})^\dagger \bar{\psi} = \bar{\psi} e^{i\alpha\gamma^5}, \quad (4.48)$$

el lagrangiano transforma como

$$\mathcal{L} \rightarrow \bar{\psi} \left( i\gamma^\mu D_\mu - e^{2i\alpha\gamma^5} m \right) \psi - \frac{1}{2} \text{Tr} [F_{\mu\nu} F^{\mu\nu}], \quad (4.49)$$

lo que trae consigo que la transformación quiral sea una simetría solo si  $m = 0$ . En este caso de fermiones sin masa, debe haber una corriente conservada dada por

$$\alpha j^\mu = \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial(\partial_\mu \psi)} \delta\psi + \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial(\partial_\mu \bar{\psi})} \delta\bar{\psi}, \quad (4.50)$$

en donde  $\delta\psi \sim i\gamma^5\alpha\psi$  y, por lo tanto,

$$j_5^\mu = -\bar{\psi}\gamma^\mu\gamma^5\psi. \quad (4.51)$$

La componente temporal de la corriente quirial es

$$j_5^0 = \psi_L^\dagger\psi_L - \psi_R^\dagger\psi_R, \quad (4.52)$$

en donde  $\psi_L$  ( $\psi_R$ ) es el biespinor de mano izquierda (derecha) del campo fermiónico  $\psi$ ,

$$\psi_{L(R)} = \frac{1 - (+)\gamma^5}{2}\psi. \quad (4.53)$$

La carga correspondiente no es más que la diferencia entre fermiones de mano derecha y fermiones de mano izquierda

$$Q^5 \equiv \int d^3x j_5^0. \quad (4.54)$$

En el formalismo de integrales de camino, la integral funcional, viene dada por la expresión

$$Z = \int D\bar{\psi}D\psi DA_\mu e^{i\int d^4x \mathcal{L}}. \quad (4.55)$$

Sucede que esta integral es invariante ante transformaciones de coordenadas. Sin embargo, los elementos de camino  $D\bar{\psi}D\psi$  transforman, bajo transformaciones quirales, como [29]

$$D\bar{\psi}D\psi \rightarrow \exp\left[-i\int d^4x \frac{\alpha(x)g^2}{8\pi^2} \text{Tr}[F_{\mu\nu}\tilde{F}^{\mu\nu}]\right] D\bar{\psi}D\psi, \quad (4.56)$$

es decir que el funcional integral transforma, en su totalidad, como

$$Z \rightarrow \int D\bar{\psi}D\psi DA_\mu \exp\left[-i\int d^4x \left(\mathcal{L} + \alpha(x)\partial_\mu j_5^\mu - \frac{\alpha(x)g^2}{8\pi^2} \text{Tr}[F_{\mu\nu}\tilde{F}^{\mu\nu}]\right)\right], \quad (4.57)$$

resultando en que la variación del funcional integral con respecto a  $\alpha(x)$  es

$$\left.\frac{\delta Z}{\delta\alpha(x)}\right|_{\alpha(x)=0} = \int D\bar{\psi}D\psi DA_\mu i\left(\partial_\mu j_5^\mu - \frac{g^2}{8\pi^2} \text{Tr}[F_{\mu\nu}\tilde{F}^{\mu\nu}]\right) e^{i\int d^4x \mathcal{L}} = 0. \quad (4.58)$$

A razón de la invarianza ante transformación de coordenadas, se obtiene la condición

$$\partial_\mu j_5^\mu = \frac{g^2}{8\pi^2} \text{Tr}[F_{\mu\nu}\tilde{F}^{\mu\nu}] \quad (4.59)$$

que viene a ser la anomalía ABJ o anomalía quirral [27, 28]. Integrando el lado izquierdo de la ecuación 4.59 se obtiene que

$$\int d^4x \partial_\mu j_5^\mu = \int dx_0 \int d^3\vec{x} (\partial_0 j_5^0 - \partial_i j_5^i) \quad (4.60)$$

$$= \int dx_0 \partial_0 Q^5 - \int dx_0 \int d^3\vec{x} \partial_i j_5^i. \quad (4.61)$$

Asumiendo que en el infinito espacial el flujo de corriente a través del elemento de superficie tiende a cero, se presenta que

$$\int dx_0 \partial_0 Q^5 = \int d^4x \frac{g^2}{8\pi^2} \text{Tr}[F_{\mu\nu} \tilde{F}^{\mu\nu}] \quad (4.62)$$

$$Q^5(t \rightarrow \infty) - Q^5(t \rightarrow -\infty) = \Delta Q^5 = \int d^4x \frac{g^2}{8\pi^2} \text{Tr}[F_{\mu\nu} \tilde{F}^{\mu\nu}]. \quad (4.63)$$

Sabiendo ya que el lado derecho de la última ecuación es proporcional al grado homotópico del instantón, entonces se tiene que

$$\Delta Q^5 = 2v. \quad (4.64)$$

Es decir que, en el caso sin masa, los instantones convierten fermiones levógiros en dextrógiros y viceversa.

### 4.3.2. Anomalía $B + L$ en la teoría electrodébil

En la teoría electrodébil, la simetría global  $U(1)$  tiene una corriente anómala dada por

$$j_L^\mu = \sum_i \bar{\psi}_L^i \gamma^\mu \psi_L^i, \quad (4.65)$$

$$j_B^\mu = \sum_i \bar{\psi}_B^i \gamma^\mu \psi_B^i, \quad (4.66)$$

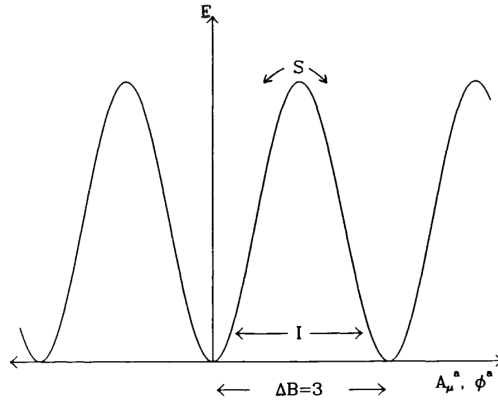
en donde  $L$  y  $B$  son el número leptónico y bariónico, respectivamente, y en donde la suma corre sobre las generaciones de fermiones, siendo  $N_f$  el número total de estas. De esta forma, la anomalía quirral se relaciona con las corrientes como

$$\partial j_L^\mu = \partial j_B^\mu = \frac{N_f g^2}{16\pi^2} \text{Tr}[F_{\mu\nu} \tilde{F}^{\mu\nu}], \quad (4.67)$$

de tal forma que aunque  $\Delta(B - L)$  se conserva, se obtiene el resultado

$$\Delta(B + L) = 2vN_f, \quad (4.68)$$

es decir que la transición entre diferentes estados de vacío lleva a la violación de  $B$  y  $L$  relacionados por la expresión anterior.



**Figura 4.3:** Barreras de potencial entre diferentes estados de vacío. Los instantones  $I$  representan caminos que conectan dos estados de vacío diferentes mediante tunelamiento. En cambio los esfalerones  $S$  son las configuraciones de campos que conectan ambas estados de vacío mediante superar la barrera por arriba [6].

### 4.3.3. Esfalerones en la teoría electrodébil

Los procesos instantones, al ser no perturbativos, implican que la tasa de violación de  $B + L$  es proporcional a

$$\Gamma_{B+L} \propto e^{-4\pi/\alpha_W}, \quad (4.69)$$

en donde  $\alpha = 4\pi/g_W^2$ , siendo  $g_W$  la constante de acoplamiento de los bosones  $W$ . Debido a la magnitud del acoplamiento  $16\pi^2/g_W^2 \geq 1$ , ese tunelamiento tiene un efecto imperceptible tanto en el universo actual como en el universo temprano.

Sin embargo, las transiciones entre diferentes estados de vacío pueden ser llevadas a cabo por efectos térmicos. Las fluctuaciones térmicas en la teoría de gauge  $SU(2)$  pueden producir transiciones que suceden superando la barrera de potencial (ver Figura 4.3) que separa diferentes estados de vacío. Esas configuraciones son lo que se denomina *esfalerón*. La tasa de violación de  $B + L$  dada por las fluctuaciones térmicas a una temperatura finita  $T$  son proporcionales a

$$\Gamma_{B+L} \propto e^{-E_{esf}/T}, \quad (4.70)$$

en donde  $E_{esf} \sim \frac{m_W}{\alpha_W}$  y en donde  $m_W$  es la masa de los  $W$  que tiene que ver con el valor esperado en el vacío del campo de Higgs.

Para leptogénesis el interés está en la violación de  $B + L$  a temperaturas más grandes que la temperatura de transición de fase electrodébil,  $T \gg T_{EWPT}$ . Además las configuraciones

de campos que violan en gran medida  $B + L$  ocurre frecuentemente a  $T \geq m_W$ . La tasa de violación está estimada en [30]

$$\Gamma_{B+L} \simeq 25\alpha_W^5 T. \quad (4.71)$$

Entonces, a  $T \leq 10^{12}\text{GeV}$  y  $T \gg T_{EWPT}$  las tasas de violación de  $B + L$  están en equilibrio térmico.

## 4.4. Esfalerones y Violación de $B + L$

En el universo temprano, antes de la transición de fase electrodébil, las interacciones electrodébiles establecían las siguientes relaciones entre los potenciales químicos

$$\mu_W = \mu_{\phi^-} + \mu_{\phi^0} \quad (\text{De las interacciones } W^- \longleftrightarrow \phi^- + \phi^0) \quad (4.72)$$

$$\mu_{d_L} = \mu_{u_L} + \mu_W \quad (\text{De las interacciones } d_L \longleftrightarrow u_L + W^+) \quad (4.73)$$

$$\mu_{i_L} = \mu_{\nu_{L_i}} + \mu_W \quad (\text{De las interacciones } e_{L_i} \longleftrightarrow \nu_{L_i} + W^+) \quad (4.74)$$

$$\mu_{u_R} = \mu_{\phi^0} + \mu_{u_L} \quad (\text{De las interacciones } \phi^0 \longleftrightarrow \bar{u}_L + u_R) \quad (4.75)$$

$$\mu_{d_R} = -\mu_{\phi^0} + \mu_{u_L} + \mu_W \quad (\text{De las interacciones } \phi^0 \longleftrightarrow d_L + \bar{d}_R) \quad (4.76)$$

$$\mu_{d_L} = \mu_{u_L} + \mu_W \quad (\text{De las interacciones } \phi^0 \longleftrightarrow d_L + \bar{d}_R) \quad (4.77)$$

$$\mu_{i_R} = -\mu_{\phi^0} + \mu_W + \mu_{\nu_{L_i}} \quad (\text{De las interacciones } \phi^0 \longleftrightarrow e_{L_i} + e_{R_i}) \quad (4.78)$$

En donde  $i$  representa el sabor leptónico y  $\mu_i$  representa el potencial químico de los leptones cargados de sabor leptónico  $i$ . Los 8 gluones y los  $W^0$  y  $B^0$  tienen potencial químico cero.

Usando estas relaciones se pueden expresar todos los potenciales químicos en términos de los potenciales  $\mu_W$ ,  $\mu_{\phi^0}$ ,  $\mu_{u_L}$ ,  $\mu_i$ . Por otra parte, la anomalía  $B + L$  implica la existencia de procesos que corresponden a la creación de un estado  $u_L d_L d_L \nu_L$  desde el vacío mediante las transiciones denominadas esfalerones electrodébiles [31]. Cuando la creación de este estado ocurre más rápidamente que la expansión del universo, se mantiene la siguiente relación:

$$N(\mu_{u_L} + 2\mu_{d_L}) + \sum_i \mu_{\nu_{L_i}} = 0 \quad (4.79)$$

$$3N\mu_{u_L} + 2N\mu_W + \mu = 0 \quad (4.80)$$

en donde  $N$  es el número de generaciones de fermiones y  $\mu \equiv \sum_i \mu_{\nu_i}$ .

Ahora, escribiendo las abundancias de bariones, leptones, hipercarga e isoespín en términos de términos de las potenciales químicas se tiene que [31]

$$Y_B = N(\mu_{u_L} + \mu_{u_R}) + N(\mu_{d_L} + \mu_{d_R}) = 4N\mu_{u_L} + 2N\mu_W, \quad (4.81)$$

$$Y_L = \sum_i (\mu_{\nu_i} + \mu_{i_L} + \mu_{i_R}) = 3\mu + 2N\mu_W - N\mu_{\phi^0}, \quad (4.82)$$

$$\begin{aligned} Q &= 2N(\mu_{u_L} + \mu_{u_R}) - N(\mu_{d_L} + \mu_{d_R}) - \sum_i (\mu_{i_L} + \mu_{i_R}) - 4\mu_W - 2m\mu_{\phi^-} \\ &= 2N\mu_{u_L} - 2\mu - (4N + 2m + 4)\mu_W + (4N + 2m)\mu_{\phi^0}, \end{aligned} \quad (4.83)$$

$$\begin{aligned} Q_3 &= \frac{3N}{2}(\mu_{u_L} - \mu_{d_L}) + \frac{1}{2} \sum_i (\mu_{\nu_i} - \mu_{i_L}) - 4\mu_W - m(\mu_{\phi^0} + \mu_{\phi^-}) \\ &= - (2N + m + 4)\mu_W. \end{aligned} \quad (4.84)$$

Ya que se está considerando temperaturas mayores que la de la transición de fase electrodébil los  $Q$  y  $Q_3$  son cero, lo que implica que  $\mu_W = 0$ . Debido a que  $Q = 0$  y a la relación debida a los esfalerones,  $Y_B$  y  $Y_L$  se pueden expresar en términos del potencial químico  $\mu_{u_L}$ :

$$Y_B = 4N\mu_{u_L} \quad (4.85)$$

$$Y_L = 3\mu - N\mu_{\phi^0} = -9N\mu_{u_L} - N\mu_{\phi^0}, \quad (4.86)$$

en donde, a partir de  $Q = 0$  se obtiene que

$$\mu_{\phi^0} = -\frac{4N}{2N + m}\mu_{u_L} \quad (4.87)$$

y por ende

$$Y_L = -\frac{14N^2 + 9Nm}{2N + m}\mu_{u_L} \quad (4.88)$$

Por consiguiente

$$Y_B = \frac{8N + 4m}{22N + 13m}Y_{B-L}, Y_L = -\frac{14N + 9m}{22N + 13m}(Y_{B-L}) \quad (4.89)$$

teniendo en cuenta la terminación de leptogénesis antes de la transición de fase electrodébil, y debido a la presencia de 3 generaciones de fermiones ( $N = 3$ ) y 1 doblete de Higgs ( $m = 1$ ) dentro del Modelo Estándar, la asimetría bariónica que se obtiene transferida desde la asimetría de leptónica debido a los esfalerones electrodébiles es

$$Y_B(\infty) = -\frac{8N + 4m}{14N + 9m} = \frac{28}{51}Y_L(\infty). \quad (4.90)$$

# 5 Masa de los Neutrinos

En el presente capítulo se presentan los diferentes experimentos que dan evidencia del carácter masivo de los neutrinos, y una de las formas de intentar dar respuesta a ello.

## 5.1. Observaciones de Oscilaciones de Neutrinos

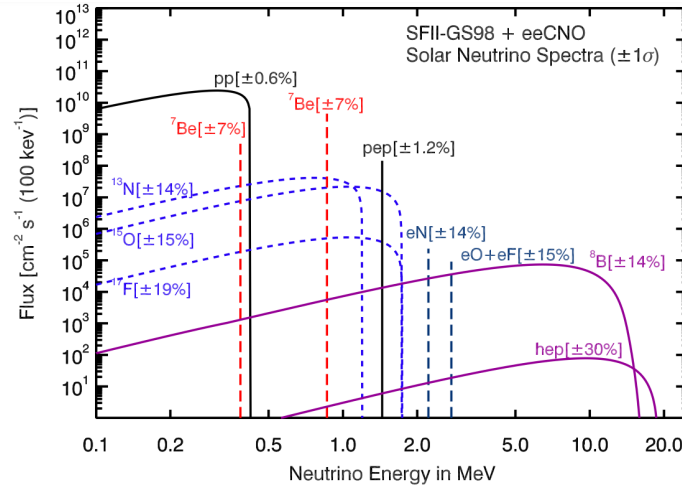
Las transiciones entre sabores de neutrinos, u oscilaciones de neutrinos, se han detectado en diversos experimentos. Ya sea aquellos que se centran en la observación de los neutrinos provenientes del Sol, o aquellos provenientes de la interacción de los rayos cósmicos con la atmósfera de la Tierra, o los provenientes de los procesos llevados a cabo los aceleradores de partículas o en reactores nucleares. Por supuesto, para poder realizar mediciones confiables de éstas partículas, es necesario conocer el flujo de neutrinos inicial en cada fuente, es decir, antes de que ocurran las oscilaciones.

### 5.1.1. Neutrinos Solares

#### Flujo de neutrinos solares

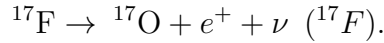
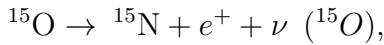
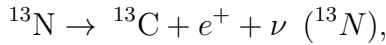
En el Sol se producen neutrinos electrónicos  $\nu_e$  a partir de las reacciones nucleares que generan la energía de éste. Éstas reacciones ocurren a través de dos mecanismos, la cadena protón-protón,  $pp$  y el ciclo carbono, nitrógeno, oxígeno,  $CNO$ . La cadena  $pp$  incluye las reacciones





**Figura 5.1:** Predicciones del SSM del flujo de neutrinos en función de su energía. [4]

Por otra parte, la cadena *CNO* incluye las reacciones



En la Figura 5.1 se muestran los flujos de neutrinos solares predichos por el Modelo Estándar Solar (SSM), calculados en las ref. [32]. Éste modelo describe la estructura y evolución de Sol basado en todas las características físicas de éste.

### Detección de los neutrinos solares

En la década de 1960, se llevó a cabo un experimento de neutrinos solares que utilizaba la reacción  $\nu_e + ^{37}\text{Cl} \rightarrow e^- + ^{37}\text{Ar}$  [33]. Éste proceso tiene una energía límite de 0,8MeV. Observando la Figura 5.1, se concluye que los flujos más relevantes son de neutrinos provenientes de los procesos  $^7\text{Be}$  y  $^8\text{B}$ .

Desde el comienzo, se observaba un número de neutrinos significativamente menor que la predicción teórica del SSM, de casi un tercio menor. El experimento arrojó como resultado una detección de  $2,56 \pm 0,16$  SNU (unidad de neutrino solar  $\sim 10^{-36}$  capturas/(s  $\cdot$  átomo)). Mientras que la predicción basada en el SSM es  $8,46_{-0,88}^{+0,87}$  SNU [34].

Otra forma de detectar los neutrinos solares viene a partir de la reacción del galio,  $\nu_e + ^{71}\text{Ga} \rightarrow e^- + ^{71}\text{Ge}$ , que tiene una energía límite de 233keV y se puede usar para observar los neutrinos provenientes de la reacción *pp*, según la Figura 5.1. La tasa de medición de capturas

fue de  $69,3 \pm 4,1 \pm 3,6$  SNU para los experimentos GALLEX+GNO [35] y de  $65,4_{-3,0-2,8}^{+3,1+2,6}$  SNU para el experimento SAGE [36]. Por otra parte, la predicción del SSM es de  $127,9_{-8,2}^{+8,1}$ .

Además de estas detecciones, cabe destacar aquellas realizadas por los experimentos Kamiokande y su sucesor Super-Kamiokande. La energía límite de éstos experimentos es de 6,5 MeV y 3,5 MeV, respectivamente, lo que significa que los éstos son sensibles primariamente a neutrinos de  ${}^8\text{B}$ . De forma análoga a los demás experimentos, los resultados de Kamiokande [37] y Super-Kamiokande [38] mostraron números significativamente menores de los neutrinos solares observados, comparados con los predichos por el SSM. El resultado aportado por Super-Kamiokande fue de  $(2,345 \pm 0,014 \pm 0,036) \times 10^6 \text{ cm}^{-2} \text{ s}^{-1}$ , mientras que las predicciones del SSM son de  $(5,46 \pm 0,66) \times 10^6 \text{ cm}^{-2} \text{ s}^{-1}$ .

Éstas detecciones sugieren la desaparición de los neutrinos solares, que son únicamente electrónicos. Todas siendo coincidentes con valores de observación de alrededor de un tercio menores que el valor esperado por las predicciones teóricas.

## 5.1.2. Neutrinos Atmosféricos

### Flujo de neutrinos atmosféricos

Los neutrinos atmosféricos se producen mediante el decaimiento de los piones y kaones generados producto de la interacción de los rayos cósmicos con los nucleones de la atmósfera terrestre. Considerando el decaimiento del pion cargado  $\pi^+ \rightarrow \mu^+ + \nu_\mu$  seguido por el decaimiento del muón  $\mu^+ \rightarrow e^+ + \nu_e + \bar{\nu}_\mu$  (y el conjugado de carga para  $\pi^-$ ), se espera que la razón  $(\nu_\mu + \bar{\nu}_\mu)/(\nu_e + \bar{\nu}_\mu)$  sea de alrededor de 2 para bajas energías ( $\sim 1$  GeV) en donde la mayor parte de los muones decae en la atmósfera. Para energía más altas, algunos muones alcanzan la Tierra antes de decaer y por lo tanto la razón aumenta.

### Observación de las oscilaciones de neutrinos atmosféricos

El sabor de los neutrinos atmosféricos se puede identificar de forma indirecta a partir de la interacción de las corrientes cargadas con núcleos, que producen el leptón cargado correspondiente. Entonces, con el fin de detectar o medir las oscilaciones de neutrinos, es esencial la identificación del leptón cargado. Para esta identificación, se usan detectores de Cherenkov, que son capaces de identificar entre las cascadas de electrones y las cascadas de muones: en la cascada de electrones los anillos observados son más difusos que los observados en las cascadas los muones debido a las cascadas electromagnéticas y los

múltiples efectos relacionados con las dispersiones de Coulomb [4].

Para reducir la incertidumbre, se mide la cantidad  $\nu_\mu/\nu_e = (\nu_\mu + \bar{\nu}_\mu)/(\nu_e + \bar{\nu}_\mu)$  y se reporta la razón  $(\nu_\mu/\nu_e)_{obs}/(\nu_\mu/\nu_e)_{exp}$ . Los experimentos Kamiokande e IMB reportaron un déficit de flujo de  $(\nu_\mu + \bar{\nu}_\mu)$  [39,40]. Sin embargo, los experimentos de Fejus y NUSEX [41,42] obtuvieron medidas con los valores esperados de no oscilación. Ésto parecía indicar una desaparición muones que era dependiente de la distancia de viaje de los neutrinos. Posteriormente, esto fue comprobado por el experimento Super-Kamiokande, al realizar medidas dependientes de la distancia o, más precisamente, del ángulo de viaje de los neutrinos, en donde se reportaba la evidencia de las oscilaciones de neutrinos. Éstos resultados fueron confirmados por otros experimentos de observaciones de neutrinos atmosféricos como MACRO y Soudan2 [43,44].

Finalmente las mediciones hechas por OPERA y IceCube [45,46] de los neutrinos atmosféricos han mostrado la aparición de neutrinos tauónicos, dando una prueba experimental de la oscilación  $\nu_\mu - \nu_\tau$ .

### 5.1.3. Resumen de los anteriores y otros experimentos de neutrinos

A partir de las evidencias experimentales presentadas aquí y de las demás evidencias concernientes a la observación de los neutrinos producidos en aceleradores y reactores nucleares, se concluye que:

- Los neutrinos atmosféricos, muónicos, desaparecen o transicionan mayormente a neutrinos tauónicos. Éstos experimentos muestran, además, una dependencia de la distancia y energía.
- Los neutrinos solares, electrónicos, se convierten a neutrinos muónicos o tauónicos.
- En otros experimentos centrados en neutrinos, muónicos, provenientes de aceleradores muestran transiciones hacia neutrinos electrónicos a distancias  $\sim 200$  a  $800$  km [4].

Todo ello entra en concordancia con la presencia de oscilaciones de neutrinos que dan cuenta de la evidencia del carácter masivo de los neutrinos.

## 5.2. Oscilaciones de neutrinos

Cabe tener en cuenta que los eigenestados de sabor  $\nu_\alpha$  son diferentes de los eigenestados de masa  $\nu_i$ . Sin embargo, aquellos se pueden relacionar mediante una transformación unitaria

de la forma

$$|\nu_\alpha\rangle = \sum_i U_{\alpha i}^* |\nu_i\rangle, \quad (5.6)$$

en donde  $U$  viene siendo la matriz PMNS (Pontecorvo, Maki, Nakagawa, Sakata) [47, 48].

Dado lo anterior, es posible calcular la probabilidad de que neutrino con energía media  $E$  oscile de un sabor  $\alpha$  a un sabor  $\beta$ , luego de viajar una distancia  $L$ . Por ende, considerando el sabor inicial como

$$|\nu(t=0)\rangle = |\nu_\alpha\rangle = \sum_i U_{\alpha i}^* |\nu_i\rangle, \quad (5.7)$$

el sabor en cualquier instante  $t \neq 0$  se puede expresar usando el operador evolución de tal forma que

$$|\nu(t)\rangle = \sum_{j=1}^3 U_{\alpha j}^* e^{-iE_j t} |\nu_j\rangle. \quad (5.8)$$

A partir de aquí, es claro que la amplitud de transición entre sabores es

$$\mathcal{A}_{\alpha\beta} = \langle \nu_\beta | \nu(t) \rangle = \sum_{j,k} U_{\beta k} U_{\alpha j}^* e^{-iE_j t} \langle \nu_k | \nu_j \rangle = \sum_j U_{\beta j} U_{\alpha j} e^{-iE_j t}, \quad (5.9)$$

y, por consiguiente, la probabilidad de transición está determinada por la expresión

$$P(\nu_\alpha \rightarrow \nu_\beta; t) = \left| \sum_j U_{\beta j} U_{\alpha j}^* e^{-iE_j t} \right|^2, \quad (5.10)$$

en donde, suponiendo que los neutrinos se mueve prácticamente a la velocidad de la luz, se presenta que  $t = L$ , lo que implica que

$$P(\nu_\alpha \rightarrow \nu_\beta; L) = \left| \sum_j U_{\beta j} U_{\alpha j}^* e^{-iE_j L} \right|^2 = \sum_{j,k} U_{\beta k}^* U_{\alpha k} U_{\beta j} U_{\alpha j}^* e^{i(E_j - E_k)L}. \quad (5.11)$$

Cabe tener en cuenta la identidad

$$e^{iA} = \cos A + i \sin A = 1 - 2 \sin^2 \frac{A}{2} + i \sin A, \quad (5.12)$$

que permite escribir la probabilidad de transición como

$$\begin{aligned} P(\nu_\alpha \rightarrow \nu_\beta; L) &= \sum_j U_{\alpha j}^* U_{\beta j} U_{\alpha j} U_{\beta j}^* + \sum_{j \neq k} U_{\alpha j}^* U_{\beta j} U_{\alpha k} U_{\beta k}^* \\ &\quad - 2 \sum_{j \neq k} U_{\alpha j}^* U_{\beta j} U_{\alpha k} U_{\beta k}^* \sin^2 \left[ \frac{E_j - E_k}{2} L \right] \\ &\quad + i \sum_{j \neq k} U_{\alpha j}^* U_{\beta j} U_{\alpha k} U_{\beta k}^* \sin [(E_i - E_j) L]. \end{aligned} \quad (5.13)$$

La suma dada en el tercer término se puede manipular para obtener que

$$\begin{aligned}
P_3 &= \sum_{j \neq k} U_{\alpha j}^* U_{\beta j} U_{\alpha k} U_{\beta k}^* \sin^2 \left[ \frac{E_j - E_k}{2} L \right] \\
&= \sum_{j > k} U_{\alpha j}^* U_{\beta j} U_{\alpha k} U_{\beta j}^* \sin^2 \left[ \frac{E_j - E_k}{2} L \right] + \sum_{j < k} U_{\alpha j}^* U_{\beta j} U_{\alpha k} U_{\beta j}^* \sin^2 \left[ \frac{E_j - E_k}{2} L \right] \\
&= \sum_{j > k} U_{\alpha j}^* U_{\beta j} U_{\alpha k} U_{\beta k}^* \sin^2 \left[ \frac{E_j - E_k}{2} L \right] + \sum_{j > k} U_{\alpha k}^* U_{\beta k} U_{\alpha j} U_{\beta j}^* \sin^2 \left[ \frac{E_k - E_j}{2} L \right] \\
&= 2 \sum_{j > k} \sin^2 \left[ \frac{E_j - E_k}{2} L \right] \operatorname{Re} (U_{\alpha j}^* U_{\beta j} U_{\alpha k} U_{\beta k}^*)
\end{aligned} \tag{5.14}$$

Siguiendo el mismo procedimiento para la suma den el cuarto término de la ecuación 5.13 se obtiene que

$$\begin{aligned}
P_4 &= \sum_{j \neq k} U_{\alpha j}^* U_{\beta j} U_{\alpha k} U_{\beta k}^* \sin [(E_k - E_j) L] \\
&= -2i \sum_{j > k} \operatorname{Im} (U_{\alpha j}^* U_{\beta j} U_{\alpha k} U_{\beta k}^*) \sin [(E_k - E_j) L].
\end{aligned} \tag{5.15}$$

Además, los primeros dos términos de 5.13 se reducen a

$$\sum_j U_{\alpha j}^* U_{\beta j} U_{\alpha j} U_{\beta j}^* + \sum_{j \neq k} U_{\alpha k}^* U_{\beta j} U_{\alpha j} U_{\beta k}^* = \sum_{j, k} U_{\alpha j}^* U_{\beta j} U_{\alpha k} U_{\beta k}^* = \delta_{\alpha\beta}, \tag{5.16}$$

debido a la condición de unitariedad de la matriz PMNS.

Así pues, la probabilidad de transición, hasta el momento, queda escrita como

$$P(\nu_\alpha \rightarrow \nu_\beta; L) = \delta_{\alpha\beta} - 4 \sum_{j > k} \operatorname{Re} (U_{\alpha j}^* U_{\beta j} U_{\alpha k} U_{\beta k}^*) \sin^2 \left[ \frac{E_j - E_k}{2} L \right] \tag{5.17}$$

$$+ 2 \sum_{j > k} \operatorname{Im} (U_{\alpha j}^* U_{\beta j} U_{\alpha k} U_{\beta k}^*) \sin [(E_j - E_k) L]. \tag{5.18}$$

Por último, debido a que los neutrinos son ultrarrelativistas, se presenta que

$$E_j - E_k \approx p_j + \frac{m_j^2}{2p_j} - p_k - \frac{m_k^2}{2p_k} = \frac{m_j^2 - m_k^2}{2E}, \tag{5.19}$$

en donde  $p_j \sim E$ , siendo  $E$  la energía a ser detectada. En conclusión, la expresión para la probabilidad de oscilación de un neutrino de sabor  $\alpha$  a uno de sabor  $\beta$  está determinada por la expresión

$$P(\nu_\alpha \rightarrow \nu_\beta; L) = \delta_{\alpha\beta} - 4 \sum_{j > k} \operatorname{Re} (U_{\alpha j}^* U_{\beta j} U_{\alpha k} U_{\beta k}^*) \sin^2 \left[ \frac{m_j^2 - m_k^2}{4E} L \right] \tag{5.20}$$

$$+ 2 \sum_{j > k} \operatorname{Im} (U_{\alpha j}^* U_{\beta j} U_{\alpha k} U_{\beta k}^*) \sin \left[ \frac{m_j^2 - m_k^2}{4E} L \right]. \tag{5.21}$$

Por lo tanto, para que se presente oscilación entre neutrinos de un sabor a otro es necesario que las masas de los neutrinos sean diferentes de cero y que sean diferentes entre sí.

### 5.3. Modelos de masa de neutrinos

Como se concluyó, la evidencia de que los neutrinos presentan oscilación entre diferentes sabores, da cuenta de que son partículas masivas. A su vez, esto trae como implicación la necesidad de una extensión al Modelo Estándar que permita dar una explicación a la masa de éstos, lo que por supuesto trae consigo la necesidad de estudiar extensiones o modificaciones más allá del Modelo Estándar.

Una de las posibilidades propuestas surge a partir de la introducción de la parte dextrógira en los neutrinos como modificación al Lagrangiano del Modelo Estándar de tal forma que se acoplen con los neutrinos levógiros a partir de acoplamientos de Yukawa,  $\lambda$ , en donde la pequeñísima masa de los neutrinos que se conocen, se deba a cuán pequeño es éste parámetro de acoplamiento,  $\lambda$ . Éste parámetro debería ser de, entonces,  $\lesssim 10^{-12}$  [49].

Para ver qué opciones se presentan como posibles extensiones al Modelo Estándar dentro de lo descrito en el párrafo anterior, es necesario tener en cuenta que, dado el sector leptónico dentro del Modelo Estándar cuyo grupo de gauge es  $SU(3) \times SU(2)_L \times U(1)_L$ , el sector de campos a considerar están representados en la Tabla 5.1.

Campo	etiqueta	$G_{1,2,3}$
doblete leptónico	$l_L$	$(1, 2, -1/2)$
singlete leptónico cargado	$e_R$	$(1, 1, -1)$
singlete leptónico neutro	$\nu_R$	$(1, 1, 0)$
doblete de Higgs	$\phi_d$	$(1, 2, -1/2)$
doblete de Higgs*	$\phi_u$	$(1, 2, 1/2)$

**Tabla 5.1:** Contenido de campos leptónicos y de Higgs en el Modelo Estándar  $SU(3) \times SU(2)_L \times U(1)_L$  en el sector electrodébil. El primer y segundo número de la columna de  $G_{1,2,3}$  indica si el campo transforma como un singlete (1) o un doblete (2), ... bajo las transformaciones del grupo  $SU(3)$  y  $SU(2)_L$ , respectivamente. El tercer número indica el valor de su hipercarga. Por otra parte, siendo  $\phi_d$  el campo de Higgs del modelo estándar, se considera  $\phi_u \equiv i\sigma_2\phi_d^*$ , en donde  $\sigma_2$  es matriz de Pauli.

Con ello, las posibles extensiones del Modelo Estándar en el sector fermiónico, que darían

lugar a las masas de los neutrinos tanto a nivel árbol como a nivel de correcciones radiativas están dadas por la Tabla 5.2.

Producto	$G_{321}$	campo	término de masa
$l_L \otimes \phi_u$	(1, 1, 0)	singlete $\nu_R$	masa de neutrino levógiro tipo Dirac
$l_L \otimes \phi_u$	(1, 1, 0)	triplete $\Sigma$	masa de Majorana de neutrino levógiro

**Tabla 5.2:** Extensiones posibles en el sector fermiónico del Modelo Estándar

En éste documento se tendrá en cuenta la modificación adquirida producto del acoplamiento de singletes  $\nu_R$ , de neutrinos dextrógiros, con los neutrinos levógiros y el doblete de Higgs a través de un acoplamiento de Yukawa con el fin de obtener una masa de Dirac para los neutrinos levógiros de forma natural, luego de que el campo de Higgs obtenga su valor esperado en el vacío debido a la transición de fase electrodébil, así como sucede en el Modelo Estándar con los demás campos fermiónicos. Éste modelo se llama **Modelo de Seesaw Tipo I** [50–53].

## 6 Modelo Seesaw Tipo I

En el modelo de Seesaw Tipo I se añaden tres singletes  $N_i$  ( $i = 1, 2, 3$ ) al modelo estándar, de tal forma que éstos tengan masas de Majorana muy grandes. Es decir, el sector de masas de los neutrinos tanto levógiros como dextrógiros dentro del largangiano, queda determinado por

$$\mathcal{L} \subset -\lambda_{\alpha k}^\dagger (\bar{l}_\alpha \phi^*) N_k - \frac{1}{2} \bar{N}_j^C M_{jk} N_k + \text{hc.} \quad (6.1)$$

en donde el paréntesis representa el producto antisimétrico en el grupo  $SU(2)$ , mostrado en la ecuación 6,4.

Una vez ocurre la transición de fase electrodébil el campo de Higgs adquiere su valor esperado en el vacío

$$\langle \phi_0 \rangle = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 0 \\ v \end{pmatrix} \quad (6.2)$$

en donde  $v = 246$  GeV. Al usar la parametrización del doblete de Higgs en el gauge unitario

$$\langle \phi(x) \rangle = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 0 \\ v + H(x) \end{pmatrix} \quad (6.3)$$

sucede que

$$(\bar{l}_\alpha \phi^*) = \frac{1}{\sqrt{2}} (\bar{\nu}_{L\alpha}, \bar{e}_{L\alpha}) \begin{pmatrix} 0 & -1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 \\ H(x) + v \end{pmatrix} = -\frac{1}{\sqrt{2}} \bar{\nu}_{L\alpha} (H(x) + v), \quad (6.4)$$

y, por ende, el término considerado en el lagrangiano toma la forma

$$\mathcal{L} \subset \frac{v}{\sqrt{2}} \lambda_{\alpha k} \bar{\nu}_{L\alpha} (H(x) + v) N_k - \frac{1}{2} \bar{N}_j^C M_{jk} N_k + \text{h.c.} \quad (6.5)$$

En consecuencia, los términos de masa para los neutrinos, levógiros y dextrógiros, están representados en la siguiente expresión:

$$\mathcal{L} \subset \frac{v}{\sqrt{2}} \lambda_{\alpha k} \bar{\nu}_{L\alpha} N_k - \frac{1}{2} \bar{N}_j^C M_{jk} N_k + \text{h.c.} \quad (6.6)$$

Luego de esto y a partir de la identidad

$$\bar{\nu}_L N = \frac{1}{2} (\bar{\nu}_L N + \bar{N}^C \nu_L^C), \quad (6.7)$$

los términos de masa de los neutrinos se puede reescribir en una expresión más compacta como

$$\mathcal{L} \subset \frac{m_{\alpha i}}{2} \bar{\nu}_{L\alpha} N_i + \frac{m_{\alpha i}}{2} \bar{N}_i^C \nu_{L\alpha}^C - \frac{1}{2} M_{ij} \bar{N}_i^C N_j \quad (6.8)$$

$$= -\frac{1}{2} (\bar{\nu}_L, N^C) \begin{pmatrix} 0 & m_D \\ m_D^T & M \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \nu_L^C \\ N \end{pmatrix}, \quad (6.9)$$

en donde  $m_D = \lambda v / \sqrt{2}$ .

La última expresión permite realizar una diagonalización de la matriz de masa  $A \equiv \begin{pmatrix} 0 & m_D \\ m_D^T & M \end{pmatrix}$ . Por supuesto, la diagonalización será, en realidad, una diagonalización por bloques en donde se removerán aquellos bloques que estén fuera de la diagonal, ya que  $m_D$  y  $M$  son matrices  $3 \times 3$ .

La diagonalización de  $A$  se realiza mediante la operación de similaridad

$$D = P^T A P, \quad (6.10)$$

en donde  $P$  es una matriz unitaria. Para ello se asume que, dado que la masa de los neutrinos dextrógiros es mucho más grande que la de los neutrinos levógiros, la matriz se puede diagonalizar hasta correcciones de un parámetro pequeño  $c$ , dependiente de ambas masas y cuyo valor se se determinará al exigir la forma diagonal por bloques. Con esto se presenta la diagonalización de  $A$  tomando la matriz unitaria  $P$  tal que

$$P = \begin{pmatrix} 1 - \frac{1}{2} c c^\dagger & c \\ -c^\dagger & 1 - \frac{1}{2} c^\dagger c \end{pmatrix}; \quad P^\dagger = \begin{pmatrix} 1 - \frac{1}{2} c c^\dagger & -c \\ c^\dagger & 1 - \frac{1}{2} c^\dagger c \end{pmatrix}. \quad (6.11)$$

Antes de determinar  $c$  cabe tener en cuenta que la matriz  $P$  debe ser unitaria, hasta al menos un orden de  $\mathcal{O}(c^2)$ ,

$$\begin{aligned} P P^\dagger &= \begin{pmatrix} 1 - \frac{1}{2} c c^\dagger & c \\ -c^\dagger & 1 - \frac{1}{2} c^\dagger c \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 - \frac{1}{2} c c^\dagger & -c \\ c^\dagger & 1 - \frac{1}{2} c^\dagger c \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 + \frac{1}{4} c c^\dagger c c^\dagger & 0 \\ 0 & 1 + \frac{1}{4} c^\dagger c c^\dagger c \end{pmatrix} \\ &= \mathbb{I} + \mathcal{O}(c^4) \simeq \mathbb{I}. \end{aligned} \quad (6.12)$$

La idea es diagonalizar manteniendo los términos hasta orden  $\mathcal{O}(c^2)$  para aquellos términos proporcionales a  $M$  y  $\mathcal{O}(c)$  para los términos proporcionales a  $m_D$  debido a que  $M \gg m_D$ .

Con lo anterior en mente, se obtiene lo siguiente:

$$\begin{aligned}
 D_v = P^T A P &= \begin{pmatrix} 1 - \frac{1}{2}c^*c^T & -c^* \\ c^T & 1 - \frac{1}{2}c^Tc^* \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 & m_D \\ m_D^T & M \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 - \frac{1}{2}cc^\dagger & c \\ -c^\dagger & 1 - \frac{1}{2}c^\dagger c \end{pmatrix} \\
 &= \begin{pmatrix} -m_Dc^\dagger - c^*m_D^T + c^*Mc^\dagger & m_D - c^*M \\ m_D^T - Mc^\dagger & c^Tm_D + m_D^T + M - \frac{1}{2}c^Tc^*M - \frac{1}{2}Mc^\dagger c \end{pmatrix}.
 \end{aligned} \tag{6.13}$$

Asumiendo que

$$D_v = \begin{pmatrix} m_\nu & 0 \\ 0 & m_R \end{pmatrix}, \tag{6.14}$$

a partir de los elementos fuera de la diagonal, se establece que  $c = (m_D M^{-1})^*$ . Por otra parte, comparando las componentes de la diagonal se obtienen las relaciones

$$m_\nu = v^2 \lambda M^{-1} \lambda^T \quad (\text{Relación de Seesaw}) \tag{6.15}$$

$$m_R = M, \tag{6.16}$$

en donde  $m_\nu$  es la matriz de masa de los neutrinos ligeros en la base de sabor y  $M$  sigue correspondiendo a la matriz de masa de los neutrinos dextrógiros en la base en donde ésta última es diagonal.

# 7 Leptogénesis a partir del modelo de Seesaw Tipo I en la aproximación de un solo sabor

Originalmente, la matriz  $PMNS$  del Modelo Estándar, siendo una matriz  $3 \times 3$  y unitaria está definida por nueve parámetros de baja energía, en donde depende de seis fases y tres ángulos de mezcla. Tres de esas fases se pueden remover redefiniendo los campos leptónicos cargados. Ésta matriz se parametriza convencionalmente como

$$U = \hat{U} \cdot \text{diag}(1, e^{i\alpha}, e^{i\beta}),$$

en donde  $\alpha$  y  $\beta$  son fases de Majorana (si los neutrinos levógiros son de Dirac estas fases se pueden remover redefiniendo las fases de los campos de neutrinos) y  $\hat{U}$  es la matriz  $PMNS$  parametrizada de tal forma que luce igual que la matriz  $CKM$  del sector de quarks. Por otra parte, la adición de los neutrinos derechos, extiende, por supuesto, el sector fermiónico, proveyendo seis parámetros físicos extra la matriz: tres masas Majorana, tres ángulos de mezcla de sabores, una fase que viola  $CP$  y dos fases de Majorana. Por ende, se obtiene un total de 12 parámetros. Sumado a esto, la introducción de los neutrinos dextrógiros como fermiones de Majorana implica la violación del número leptónico  $L$  en los procesos que involucren a éstos.

La característica hipermasiva de los neutrinos dextrógiros, implica que se desacoplan muy tempranamente del baño térmico primigenio, decayendo, posteriormente, en leptones y antileptones mediante procesos que presentan una violación de la transformación discreta  $CP$ , además de la ya mencionada violación del número leptónico. El hecho de que los neutrinos dextrógiros se desacoplen tan rápido del baño térmico implica que la asimetría leptónica generada pueda evolucionar sin verse afectada por los procesos del modelo estándar que conservan  $CP$ .

Estos procesos, por ende, satisfacen de manera natural dos de las condiciones de Sakharov: la violación de  $CP$  y la presencia de procesos ocurriendo fuera del equilibrio térmico. Sin

embargo, es posible relacionar la violación de  $L$  con la violación del número bariónico  $B$  mediante los procesos esfalerones del sector electrodébil introducidos en el Capítulo 4. Éstos procesos permiten la transferencia de asimetría  $L$  a asimetría de  $B$ . Por ende, Seesaw Tipo I provee una posible explicación a la asimetría bariónica del Universo.

Ya estudiada la transferencia de asimetría leptónica a bariónica, es necesario continuar con el estudio de la asimetría  $CP$  producida por los procesos mediados por los neutrinos dextrógiros.

## 7.1. Asimetría CP

Se define la asimetría  $CP$ ,  $\epsilon_{CP}$ , generada por el decaimiento de los neutrinos dextrógiros como

$$\epsilon_{CP} = \frac{\Gamma(N \rightarrow \phi + l) - \Gamma(N \rightarrow \bar{\phi} + \bar{l})}{\Gamma(N \rightarrow \phi + l) + \Gamma(N \rightarrow \bar{\phi} + \bar{l})} \quad (7.1)$$

Considerando los decaimientos a leptones y antileptones a nivel árbol, se presenta que  $\Gamma(N \rightarrow l + \phi) \propto |\lambda_{i\alpha}|^2$  y  $\Gamma(N \rightarrow \bar{l} + \bar{\phi}) \propto |\lambda_{i\alpha}|^2$  y, por lo tanto, no se presenta asimetría  $CP$ . Por ende, para el cálculo de la asimetría  $CP$  se tendrán en cuenta correcciones a nivel de 1-loop, debido a que la asimetría  $CP$  será el resultado de la interferencia entre las tasas de decaimiento a 1-loop y a nivel árbol. Es decir, siendo la matriz

$$\mathcal{M} = c_0 \mathcal{A}_0 + c_1 \mathcal{A}_1, \quad (7.2)$$

en donde  $c_i$  son constantes de acoplamiento y  $\mathcal{A}_i$  son las partes que corresponden a la amplitud, siendo el subíndice 0 correspondiente a la contribución a nivel árbol y 1 el correspondiente a la función la corrección a 1-loop<sup>1</sup>, se tiene que la matriz para el proceso  $CP$  conjugado es

$$\bar{\mathcal{M}} = c_0^* \bar{\mathcal{A}}_0 + c_1^* \bar{\mathcal{A}}_1. \quad (7.3)$$

Por lo tanto, la asimetría  $CP$  es

$$\begin{aligned} \epsilon_{CP} &\propto \int [ |c_0 \mathcal{A}_0 + c_1 \mathcal{A}_1|^2 - |c_0^* \bar{\mathcal{A}}_0 + c_1^* \bar{\mathcal{A}}_1|^2 ] \delta^4(p_N - p_l - p_\phi) d\Pi_l d\Pi_\phi \\ &= \int [ |c_0 \mathcal{A}_0|^2 + c_0 \mathcal{A}_0 c_1^* \mathcal{A}_1^* + c_1 \mathcal{A}_1 c_0^* \mathcal{A}_0^* + |c_1 \mathcal{A}_1|^2 - |c_0 \bar{\mathcal{A}}_0|^2 - c_0^* \bar{\mathcal{A}}_0 c_1 \bar{\mathcal{A}}_1^* \\ &\quad - c_1^* \bar{\mathcal{A}}_1 c_0 \bar{\mathcal{A}}_0^* - |c_1^* \bar{\mathcal{A}}_1|^2 ] \delta^4(p_N - p_l - p_\phi) d\Pi_l d\Pi_\phi \end{aligned}$$

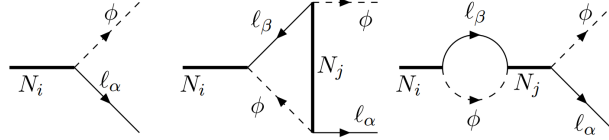
<sup>1</sup>En la amplitud  $CP$  conjugada,  $\bar{\mathcal{A}}_i$ , los espinores  $u_l$  se reemplazan por los  $v_l$ . Ya que  $u_l \bar{u}_l = \not{p} = v_l \bar{v}_l$ , la magnitud es la misma que en el no CP conjugado

$$\begin{aligned}
&= \int [ |c_0 \mathcal{A}_0|^2 + c_0 \mathcal{A}_0 c_1^* \mathcal{A}_1^* + c_1 \mathcal{A}_1 c_0^* \mathcal{A}_0^* + |c_1 \mathcal{A}_1|^2 - |c_0 \mathcal{A}_0|^2 - c_0^* \mathcal{A}_0 c_1 \mathcal{A}_1^* \\
&\quad - c_1^* \bar{\mathcal{A}}_1 c_0 \bar{\mathcal{A}}_0^* - |c_1^* \bar{\mathcal{A}}_1| ] \delta^4(p_N - p_l - p_\phi) d\Pi_l d\Pi_\phi \\
&= \int [ c_0 c_1^* \mathcal{A}_0 \mathcal{A}_1^* + c_0^* c_1 \mathcal{A}_0^* \mathcal{A}_1 - c_0^* c_1 \mathcal{A}_0 \mathcal{A}_1^* - c_0 c_1^* \mathcal{A}_0^* \mathcal{A}_1 ] \delta^4(p_N - p_l - p_\phi) d\Pi_l d\Pi_\phi \\
&\propto 4 \text{Im}\{c_0 c_1^*\} \int \text{Im}\{\mathcal{A}_0 \mathcal{A}_1^*\} \delta^4(p_N - p_l - p_\phi) d\Pi_l d\Pi_\phi. \tag{7.4}
\end{aligned}$$

Debido al teorema óptico, como consecuencia de la unitariedad de la matriz  $S = 1 + iT$ , en donde  $T$  define al elemento matricial  $\mathcal{M}$ , menciona que para que la amplitud del loop tenga una parte imaginaria, las partículas de los estados intermedios deben ser partículas *on-shell*, de tal forma que la matriz  $\mathcal{M}$  tenga dentro de ella algunos denominadores que sean cero.

Entonces, para obtener asimetría  $CP$  es necesario considerar decaimientos a nivel de 1-loop en donde las partículas de estados intermedios sean *on-shell*.

Con lo anterior y considerando el modelo de *Seesaw* tipo I, se debe tener en cuenta los diagramas presentados en la Figura 7.1.



**Figura 7.1:** Diagramas a nivel árbol y correcciones a 1-loop del decaimiento de los neutrinos dextrógiros (tomado de [7])

Como se observa, hay dos contribuciones en las correcciones a 1-loop. Una de ellas es la denominada corrección de vértice y la otra de ellas es la corrección de auto-energía. Para calcular la asimetría  $CP$  es necesario tener en cuenta que ésta será la suma de las dos correcciones aplicadas al diagrama a nivel árbol [54]. Esto es,

$$\varepsilon_{CP} = \varepsilon_{CP}^{vertice} + \varepsilon_{CP}^{auto}. \tag{7.5}$$

### 7.1.1. Evaluación de $\varepsilon_{CP}^{vertice}$

Para el decaimiento  $N_i \rightarrow \phi + l_\alpha$  la amplitud a nivel árbol es

$$i\mathcal{M}_{i,\alpha}^0 = i\lambda_{\alpha,i}^* \bar{u}_{l_\alpha}(p_l) P_R u_{N_i}(p_N), \tag{7.6}$$

en donde  $P_{R(L)} = (1 + (-)\gamma^5)$  es el operador de proyección de quiralidad. Además, la corrección de vértice es

$$i\mathcal{M}_{i,\alpha}^{vertex} = \sum_{j=1,2,3} \sum_{\beta} i^6 \lambda_{j\alpha}^* \lambda_{j\beta}^* \lambda_{i\beta} \frac{-i}{16\pi^2} \frac{1}{M_i} f_1 \left( \frac{M_j^2}{M_i^2} \right) \bar{u}_{l_\alpha}(p_l) P_R \not{p}_N u_{N_i}, \quad (7.7)$$

en donde  $f_1$  es la función de loop,

$$f_1 = \sqrt{x} \left( 1 - (1+x) \ln \left( 1 + \frac{1}{x} \right) \right) (i\pi - (1 + \ln x)) - (1+x) L_2 \left( -\frac{1}{x} \right) \quad (7.8)$$

en donde se ha tenido en cuenta únicamente las contribuciones debido al 4-momentum de los neutrinos dextrógiros dado que la masa de los neutrinos dextrógiros es mucho más grande que la masa de los leptones y el doblete de Higgs.  $L_2(x)$  es la función dilogaritmo.

Por otra parte, para el proceso  $CP$  conjugado,  $N_i \rightarrow \bar{\phi} + \bar{l}_\alpha$ , se tiene que

$$i\bar{\mathcal{M}}_{i,\alpha}^0 = i\lambda_{\alpha,i} v_{N_i}(p_N) P_L \bar{v}_{l_\alpha}(p_l), \quad (7.9)$$

mientras que la correspondiente corrección de vértice establece que

$$i\mathcal{M}_{i,\alpha}^{vertex} = \sum_{j=1,2,3} \sum_{\beta} i^6 \lambda_{j\alpha} \lambda_{j\beta} \lambda_{i\beta}^* \frac{-i}{16\pi^2} \frac{1}{M_i} f_1^* \left( \frac{M_j^2}{M_i^2} \right) v_{N_i}(p_N) P_L \bar{v}_{l_\alpha}(p_l). \quad (7.10)$$

Por lo tanto, considerando, para el denominador en  $\varepsilon_{CP}^{vertex}$ , únicamente los términos a nivel árbol, se obtiene que

$$\varepsilon_{i,\alpha}^{vertex} = \frac{1}{8\pi} \sum_{j \neq i} \frac{\text{Im}\{\lambda_{\alpha i}^* \lambda_{\alpha j} (\lambda^\dagger \lambda)_{ij}\}}{(\lambda^\dagger \lambda)_{ii}} f \left( \frac{M_j^2}{M_i^2} \right), \quad (7.11)$$

en donde  $f(x)$  es la parte imaginaria de  $f_1(x)$ , es decir

$$f(x) = \sqrt{x} \left( 1 - (1+x) \ln \left( 1 + \frac{1}{x} \right) \right). \quad (7.12)$$

Si los neutrinos dextrógiros dentro de los loops son iguales que los que están decayendo, las contribuciones son las mismas tanto en un proceso como en su  $CP$  conjugado, por ello la suma corre de en  $j = 2, 3$ .

### 7.1.2. Evaluación de $\varepsilon_{CP}^{auto}$

Siguiendo el mismo procedimiento del caso anterior, se presenta que

$$\varepsilon_{i,\alpha} = \frac{1}{8\pi} \sum_{j \neq i} \frac{\text{Im}\{\lambda_{\alpha i}^* \lambda_{\alpha j} (\lambda^\dagger \lambda)_{ij}\}}{(\lambda^\dagger \lambda)_{ii}} g \left( \frac{M_j^2}{M_i^2} \right), \quad (7.13)$$

en donde

$$g(x) = \frac{\sqrt{x}}{1-x}. \quad (7.14)$$

Por ende la asimetría  $CP$  total no es más que

$$\varepsilon_{i,\alpha} = \frac{1}{8\pi} \sum_{j \neq 1} \frac{\text{Im}\{\lambda_{\alpha i}^* \lambda_{\alpha j} (\lambda^\dagger \lambda)_{ij}\}}{(\lambda^\dagger \lambda)_{ii}} \left[ f\left(\frac{M_j^2}{M_i^2}\right) + g\left(\frac{M_j^2}{M_i^2}\right) \right]. \quad (7.15)$$

## 7.2. Aproximación de un sólo sabor

En este trabajo se asume que solo los procesos que involucran al neutrino dextrógiro más ligero contribuyen en la producción de la asimetría leptónica. En el caso de que se tuviera un espectro de masa jerárquico,  $M_1 \ll M_2, M_3$ , cualquier asimetría producida durante leptogénesis de  $N_2(N_3)$ , a  $T \sim M_2(M_3)$  se supone que se borra completamente durante la era de leptogénesis de  $N_1$ , a  $T \sim M_1$ .

La otra aproximación concierne a los productos del decaimiento, allí no se tendrá en cuenta el sabor de los leptones producidos. Por lo tanto, los  $N_1$  decaen de tal forma que hay violación del número leptónico y por ende la asimetría  $CP$  se obtiene sumando sobre los sabores leptónicos. De esa manera,

$$\varepsilon_1 = \sum_{\alpha} \varepsilon_{1,\alpha} = \frac{1}{8\pi} \sum_{\alpha} \sum_{j \neq 1} \frac{\text{Im}\{\lambda_{\alpha 1}^* \lambda_{\alpha j} (\lambda^\dagger \lambda)_{ij}\}}{(\lambda^\dagger \lambda)_{11}} (f(x_i) + g(x_i)) \quad (7.16)$$

en donde  $f(x) = \sqrt{x} (1 - (1+x) \ln(1 + \frac{1}{x}))$  y  $g(x) = \frac{\sqrt{x}}{1-x}$ . Entonces, dado que se está asumiendo el espectro de masa jerárquico, se tiene que  $x \gg 1$  y por ende

$$f(x) + g(x) = \sqrt{x} \left( 1 - (1+x) \ln \left( 1 + \frac{1}{x} \right) \right) + \frac{\sqrt{x}}{1-x} \quad (7.17)$$

$$\xrightarrow{x \gg 1} \sqrt{x} \left( 1 + (1+x) \left( \frac{1}{x} - \frac{1}{2x^2} \right) \right) - \frac{1}{\sqrt{x}} \quad (7.18)$$

$$\xrightarrow{x \gg 1} -\frac{\sqrt{x}}{2x} - \frac{1}{\sqrt{x}} = -\frac{3}{2\sqrt{x}} \quad (7.19)$$

en donde  $x_i = M_j^2/M_i^2$  y por lo tanto la asimetría  $CP$  toma la expresión

$$\varepsilon_1 = -\frac{3}{16\pi} M_1 \sum_{j \neq 1} \frac{\text{Im}\{(\lambda^\dagger \lambda)_{1j}^2\}}{(\lambda^\dagger \lambda)_{11}} M_j^{-1}. \quad (7.20)$$

Es útil tomar en cuenta que se puede diagonalizar la relación de seesaw (6.15) mediante el uso de la matriz PMNS de tal forma que

$$D_\nu = v^2 U^T \lambda M^{-1} \lambda^T U = v^2 U^T \lambda M^{-1/2} M^{-1/2} \lambda^T U. \quad (7.21)$$

Si se multiplica a ambos lados de la igualdad por  $D_\nu^{-1/2}$  a la izquierda y a la derecha de las expresiones de ambos lados de la igualdad, se obtiene que

$$D_\nu^{-1/2} D_\nu D_\nu^{-1/2} = (v D_\nu^{-1/2} U^T \lambda M^{-1/2}) (v M^{-1/2} \lambda^T U D_\nu^{-1/2}) \quad (7.22)$$

$$1 = (v D_\nu^{-1/2} U^T \lambda M^{-1/2}) (v D_\nu^{-1/2} U^T \lambda M^{-1/2})^T. \quad (7.23)$$

Ésto permite definir la matriz ortogonal

$$R = v D_\nu^{-1/2} U \lambda M^{-1/2}, \quad (\text{Parametrización de Casa-Ibarra.}) \quad (7.24)$$

de tal manera que, en términos de esta matriz, se puede escribir al acoplamiento  $\lambda$  como

$$\lambda = v^{-1} U^\dagger D_\nu^{1/2} R M^{1/2}, \quad (7.25)$$

por lo que

$$(\lambda^\dagger \lambda)_{ij} = \lambda_{ik}^\dagger \lambda_{kj} = v^{-2} M_{ir}^{1/2} R_{rp}^\dagger D_{pn}^{1/2} U_{nk} U_{kb}^\dagger D_{bc}^{1/2} R_{cd} M_{dj}^{1/2} \quad (7.26)$$

Para el caso del denominador de  $\varepsilon_1$ , se obtiene que

$$\begin{aligned} (\lambda^\dagger \lambda)_{11} &= \lambda_{1k}^\dagger \lambda_{k1} = v^{-2} M_{1r}^{1/2} R_{rp}^\dagger D_{pn}^{1/2} U_{nk} U_{kb}^\dagger D_{bc}^{1/2} R_{cd} M_{d1}^{1/2} \\ &= v^{-2} M_{1r}^{1/2} R_{rp}^\dagger D_{pn}^{1/2} \delta_{nb} D_{bc}^{1/2} R_{cd} M_{d1}^{1/2} \\ &= v^{-2} M_{1r}^{1/2} R_{rp}^\dagger D_{pc} R_{cd} M_{d1}^{1/2} = v^{-2} \sum_{r,d,p} M_1^{1/2} \delta_{1r} R_{rp}^\dagger m_p \delta_{pc} R_{cd} M_d^{1/2} \delta_{d1} \\ &= v^{-2} \sum_c M_1^{1/2} R_{1c}^\dagger m_c R_{c1} M_1^{1/2} \\ &= v^{-2} \sum_i m_i M_1 |R_{i1}|^2. \end{aligned} \quad (7.27)$$

Para el numerador se obtiene que

$$\begin{aligned} \sum_{j \neq 1} \text{Im} \{(\lambda^\dagger \lambda)_{1j}^2\} M_j^{-1} &= \sum_{j \neq 1} \text{Im} \left\{ (v^{-2} M_{1k}^{1/2} R_{kp}^\dagger D_{qn}^{1/2} \delta_{nr} D_{rp}^{1/2} R_{pb} M_{bj}^{1/2})^2 \right\} M_j^{-1} \\ &= \sum_{j \neq 1} \text{Im} \left\{ (v^{-2} M_1^{1/2} R_{1q}^\dagger D_{qp} R_{pj} M_j^{1/2})^2 \right\} M_j^{-1} \\ &= \sum_{j \neq 1} \text{Im} \left\{ (v^{-2} M_1^{1/2} R_{1q}^\dagger D_{qp} R_{pj} M_j^{1/2})^2 \right\} M_j^{-1} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
&= \sum_{j \neq 1} \text{Im} \left\{ v^{-4} M_1 M_j \left( R_{1q}^\dagger \sum_q m_q \delta_{qp} R_{pj} \right)^2 \right\} M_j^{-1} \\
&= \sum_{r,p} \sum_{j \neq 1} v^{-4} M_1 \text{Im} \left\{ R_{1p}^\dagger m_p R_{pj} R_{1r}^\dagger m_r R_{rj} \right\} \\
&= \sum_{r,p} \sum_{j \neq 1} v^{-4} M_1 m_p m_r \text{Im} \left\{ R_{1p}^\dagger R_{pj} R_{1r}^\dagger R_{rj} \right\} \\
&= \sum_{r,p} \sum_{j \neq 1} v^{-4} M_1 m_p m_r \text{Im} \left\{ R_{1p}^\dagger R_{pj} R_{jr}^T R_{1r}^\dagger \right\} \\
&= \sum_{r,p,j} v^{-4} M_1 m_p m_r \text{Im} \left\{ R_{1p}^\dagger R_{pj} R_{jr}^T R_{1r}^\dagger \right\} \\
&\quad - \sum_{r,p} v^{-4} M_1 m_p m_r \text{Im} \left\{ R_{1p}^\dagger R_{p1} R_{1r}^T R_{1r}^\dagger \right\} \\
&= \sum_{r,p} v^{-4} M_1 m_p m_r \text{Im} \left\{ R_{1p}^\dagger \delta_{pr} R_{1r}^\dagger \right\} \\
&\quad - \sum_{r,p} v^{-4} M_1 m_p m_r \text{Im} \left\{ |R_{p1}|^2 |R_{1r}|^2 \right\} \\
&= - \sum_i v^{-4} M_1 m_i^2 \text{Im} \{ R_{i1} \}^2, \tag{7.28}
\end{aligned}$$

de tal forma que la asimetría  $CP$  es igual a

$$\varepsilon_1 = \frac{3}{16\pi} \frac{M_1}{v^2} \frac{\sum_i m_i^2 \text{Im} \{ R_{i1}^2 \}}{\sum_i m_i |R_{i1}|^2}. \tag{7.29}$$

Por otra parte la ortogonalidad de  $R$  implica que  $\sum_i R_{i1}^2 = 1$ . La idea con esto es extremar la cantidad  $f = \frac{\sum_j m_j^2 \text{Im} \{ R_{j1}^2 \}}{\sum_j m_j |R_{j1}|^2}$ , usando de que se puede escribir  $R_{j1}^2 = x_j + iy_j$ , de donde la condición de ortogonalidad implica que  $x_1 + x_2 + x_3 = 1$  y que  $y_1 + y_2 + y_3 = 0$  [55]. Por lo tanto,

$$\begin{aligned}
f &= \frac{m_1^2 y_1 + m_2^2 y_2 + m_3^2 y_3}{m_1 \sqrt{x_1^2 + y_1^2} + m_2 \sqrt{x_2^2 + y_2^2} + m_3 \sqrt{x_3^2 + y_3^2}} \\
&= \frac{y_2(m_2^2 - m_1^2) + y_3(m_3^2 - m_1^2)}{m_1 \sqrt{(1 - x_2 - x_3)^2 + (y_2 + y_3)^2} + m_2 \sqrt{x_2^2 + y_2^2} + m_3 \sqrt{x_3^2 + y_3^2}}, \tag{7.30}
\end{aligned}$$

en donde  $m_1$  es la masa del neutrino levógiro más ligero y  $m_3$  es la masa del neutrino levógiro más pesado.

Con eso, el máximo de  $|f|$  se alcanza cuando el denominador es el más pequeño, es decir,

cuando  $x_2 = 0$  y  $x_3 = 0$ , entonces, cuando  $y_1$  y  $y_2$  son del mismo signo

$$\begin{aligned}
|f| &\leq \left| \frac{y_2(m_2^2 - m_1^2) + y_3(m_3^2 - m_1^2)}{m_1 \sqrt{1 + (|y_2| + |y_3|)^2} + m_2|y_2| + m_3|y_3|} \right| \\
&\leq \frac{|y_2|(m_2^2 - m_1^2) + |y_3|(m_3^2 - m_1^2)}{m_1 \sqrt{1 + (|y_2| + |y_3|)^2} + m_2|y_2| + m_3|y_3|} \\
&\leq \frac{|z|(m_2^2 - m_1^2) + (m_3^2 - m_1^2)}{m_1 \sqrt{\frac{1}{|y_3|^2} + (|z| + 1)^2} + m_2|z| + m_3}, \tag{7.31}
\end{aligned}$$

en donde  $|z| \equiv \frac{|y_2|}{|y_3|}$ . Ahora, el máximo se alcanza cuando el denominador es mínimo, es decir, cuando  $|y_3| \rightarrow \infty$ , es decir,  $|z| \rightarrow 0$ , lo que lleva a que

$$|f| \leq \frac{(m_3^2 - m_1^2)}{m_1 + m_3} = m_3 - m_1. \tag{7.32}$$

Ahora, cuando los signo de  $y_2$  y  $y_3$  son opuestos sucede que

$$\begin{aligned}
|f| &\leq \frac{(m_3^2 - m_1^2)|y_3| + (m_2^2 - m_1^2)|y_2|}{m_1 \sqrt{1 + (|y_2| - |y_3|)^2} + m_2|y_2| + m_3|y_3|} \\
&= \frac{(m_3^2 - m_1^2) + (m_2^2 - m_1^2)|z|}{m_1 \sqrt{\frac{1}{|y_3|^2} + (|z| - 1)^2} + m_2|z| + m_3}. \tag{7.33}
\end{aligned}$$

De igual manera, el denominador se alcanza cuando  $|y_3| \rightarrow \infty$ , lo que también implica, en este caso, que

$$|f| \leq \frac{(m_3^2 - m_1^2)}{m_1 + m_3} = m_3 - m_1. \tag{7.34}$$

Por lo tanto, se ha obtenido el límite de Davidson-Ibarra [56],

$$|\varepsilon_1| \leq \frac{3}{16\pi} \frac{M_1}{v^2} (m_3 - m_1). \tag{7.35}$$

¿Por qué es útil este límite? La idea es estimar la asimetría bariónica  $Y_B$  teniendo en cuenta las condiciones Sakharov, lo que implica que esta asimetría se pueda aproximar como

$$Y_B \simeq \frac{28}{79} \frac{n_L}{s} = \frac{28}{79} \frac{135\zeta(3)}{4\pi^4 g_*} \varepsilon_1 \times \eta \sim 10^{-3} \varepsilon_1 \eta, \tag{7.36}$$

en donde  $\eta$  se denomina factor de eficiencia, el cual será calculado en el siguiente capítulo.

Siendo que la asimetría bariónica observada es  $Y_B \simeq 8,7 \times 10^{-11}$ , entonces, se puede establecer un límite inferior para la masa del neutrino dextrógiro  $M_1$ , dado que

$$Y_B \simeq 10^{-3} \eta \epsilon_1 \gtrsim 8,7 \times 10^{-11}. \quad (7.37)$$

Éste límite para la masa del neutrino dextrógiro, teniendo en cuenta el límite de Davidson-Ibarra para las asimetría  $CP$ ,  $\epsilon_1$  está dado por

$$M_1 \gtrsim 10^8 \text{GeV} \left( \frac{1}{\eta} \right). \quad (7.38)$$

# 8 Ecuaciones de Boltzmann de Leptogénesis Seesaw Tipo I

Ahora, es imperativo calcular la asimetría leptónica producida por el modelo de Seesaw Tipo I usando las ecuaciones de Boltzmann. La idea está en obtener la ecuación de Boltzmann para la asimetría leptónica,  $Y_L \equiv Y_l - Y_{\bar{l}} = \sum_{\alpha} Y_{l_{\alpha}} - \sum_{\alpha} Y_{\bar{l}_{\alpha}}$ , en donde  $Y_{l_{\alpha}}$  ( $Y_{\bar{l}_{\alpha}}$ ) es la abundancia de leptones (antileptones). Entonces, la ecuación de Boltzmann para la asimetría leptónica se puede escribir como la suma de dos partes:

$$\frac{dY_L}{dz} = \left( \frac{dY_L}{dz} \right)_I + \left( \frac{dY_L}{dz} \right)_{II}, \quad (8.1)$$

en donde

- $\left( \frac{dY_L}{dz} \right)_I$  incluye contribuciones hasta  $\mathcal{O}(\lambda^2)$  y  $\mathcal{O}(\lambda^4)$ ,
- $\left( \frac{dY_L}{dz} \right)_{II}$  incluye contribuciones hasta  $\mathcal{O}(\lambda^2 h_t^2, \lambda^4 h_t^2)$  y  $\mathcal{O}(\lambda^2 g^2, \lambda^4 g^2)$  en donde  $h_t$  es el acoplamiento del quark top y  $g$  es el acoplamiento de los bosones vectoriales.

Por otra parte, es necesario obtener la ecuación de Boltzmann para el decaimiento y decaimiento inverso del neutrino dextrógiro más ligero  $N_1$ . La mencionada ecuación se puede expresar de la forma

$$\frac{dY_N}{dz} = \left( \frac{dY_N}{dz} \right)_I + \left( \frac{dY_N}{dz} \right)_{II}, \quad (8.2)$$

en donde  $\left( \frac{dY_N}{dz} \right)_I$  incluye términos a orden  $\mathcal{O}(\lambda^2)$  y el término  $\left( \frac{dY_N}{dz} \right)_{II}$  incluye contribuciones hasta orden  $\mathcal{O}(\lambda^2 h_t^2)$  o  $\mathcal{O}(\lambda^2 g^2)$ .

## 8.1. Contribuciones a orden $\mathcal{O}(\lambda^2)$ y $\mathcal{O}(\lambda^4)$

Las interacciones del modelo estándar a una temperatura  $T \simeq M_1 > 10^{12} \text{GeV}$  ocurren lo suficientemente rápido. Ésto mantiene el equilibrio cinético y químico entre las partículas del

plasma primigenio. Por ende, se considera que  $N$ ,  $l_\alpha$  y  $\bar{l}_\alpha$  puedan estar fuera del equilibrio térmico y que las demás partículas del modelo estándar estén descritas por sus distribuciones en equilibrio térmico debido a las interacciones de gauge. De esta manera,  $Y_\phi = Y_\phi^{eq}$ . Por otra parte, el equilibrio químico dado por las interacciones de gauge establece que  $\mu_l = -\mu_{\bar{l}}$ . Así las cosas, la ecuación de Boltzmann para la abundancia del neutrino  $N_1$  es (ver sección 2.6)

$$szH(z) \left( \frac{dY_N}{dz} \right)_I = - \sum_\alpha \left[ \frac{Y_N}{Y_N^{eq}} \gamma_{l_\alpha \phi}^{N_1} - \frac{Y_{l_\alpha}}{Y_{l_\alpha}^{eq}} \gamma_{N_1}^{l_\alpha \phi} + \frac{Y_N}{Y_N^{eq}} \gamma_{\bar{l}_\alpha \bar{\phi}}^{N_1} - \frac{Y_{\bar{l}_\alpha}}{Y_{\bar{l}_\alpha}^{eq}} \gamma_{N_1}^{\bar{l}_\alpha \bar{\phi}} \right]. \quad (8.3)$$

Dado que el equilibrio cinético de una especie  $X$  implica que  $Y_X = Y_X^{eq} e^{\mu/T}$ , se presenta que  $\frac{Y_{l_\alpha}}{Y_{l_\alpha}^{eq}} = e^{\mu_{l_\alpha}/T} \simeq 1 + \frac{Y_{L_\alpha}}{2Y_{l_\alpha}^{eq}}$  y  $\frac{Y_{\bar{l}_\alpha}}{Y_{\bar{l}_\alpha}^{eq}} \simeq 1 - \frac{Y_{L_\alpha}}{2Y_{l_\alpha}^{eq}}$ , en donde  $Y_{L_\alpha}$  es la asimetría leptónica del sabor  $\alpha$ . Por consiguiente,

$$szH(z) \left( \frac{dY_N}{dz} \right)_I = - \sum_\alpha \left[ \frac{Y_N}{Y_N^{eq}} \gamma_{l_\alpha \phi}^{N_1} - \gamma_{N_1}^{l_\alpha \phi} - \gamma_{N_1}^{\bar{l}_\alpha \bar{\phi}} - \frac{Y_{L_\alpha}}{2Y_{l_\alpha}^{eq}} \left( \gamma_{N_1}^{l_\alpha \phi} - \gamma_{N_1}^{\bar{l}_\alpha \bar{\phi}} \right) + \frac{Y_N}{Y_N^{eq}} \gamma_{\bar{l}_\alpha \bar{\phi}}^{N_1} \right]. \quad (8.4)$$

Usando el teorema *CPT* se obtiene que

$$szH(z) \left( \frac{dY_N}{dz} \right)_I = - \sum_\alpha \left[ \left( \gamma_{l_\alpha \phi}^{N_1} + \gamma_{\bar{l}_\alpha \bar{\phi}}^{N_1} \right) \left( \frac{Y_N}{Y_N^{eq}} - 1 \right) + \varepsilon_{1,\alpha} \frac{Y_{L_\alpha}}{2Y_{l_\alpha}^{eq}} \left( \gamma_{l_\alpha \phi}^{N_1} + \gamma_{\bar{l}_\alpha \bar{\phi}}^{N_1} \right) \right]. \quad (8.5)$$

Dado que  $Y_{L_\alpha}$  al ser asimetría leptónica de sabor  $\alpha$  es proporcional a  $\varepsilon_{1,\alpha}$ , entonces el último término es proporcional a  $\varepsilon_{1,\alpha}^2$ . Ya que se mantienen términos hasta orden  $\mathcal{O}(\varepsilon_{1,\alpha})$ , se presenta que

$$\begin{aligned} szH(z) \left( \frac{dY_N}{dz} \right)_I &= - \sum_\alpha \left[ \left( \frac{Y_N}{Y_N^{eq}} - 1 \right) \left( \gamma_{l_\alpha \phi}^{N_1} + \gamma_{\bar{l}_\alpha \bar{\phi}}^{N_1} \right) \right] \\ &= - \frac{1}{Y_N^{eq}} (Y_N - Y_N^{eq}) \gamma_{N_1}, \end{aligned} \quad (8.6)$$

en donde

$$\begin{aligned} \gamma(N_1) &= \sum_\alpha \left[ \gamma_{l_\alpha \phi}^{N_1} + \gamma_{\bar{l}_\alpha \bar{\phi}}^{N_1} \right] \\ &= \sum_\alpha \left[ \int d\Pi_{N_1} d\Pi_{l_\alpha} d\Pi_\phi (2\pi)^4 \delta^{(4)}(p_{N_1} - p_{l_\alpha} - p_\phi) f_{N_1}^{eq} |\mathcal{M}(N_1 \rightarrow l_\alpha + \phi)|^2 \right. \\ &\quad \left. + \int d\Pi_{N_1} d\Pi_{\bar{l}_\alpha} d\Pi_{\bar{\phi}} (2\pi)^4 \delta^{(4)}(p_{N_1} - p_{\bar{l}_\alpha} - p_{\bar{\phi}}) f_{N_1}^{eq} |\mathcal{M}(N_1 \rightarrow \bar{l}_\alpha + \bar{\phi})|^2 \right]. \end{aligned}$$

Considerando que la matriz de dispersión,  $\mathcal{M}$  no depende del momentum de los estados iniciales, entonces

$$\begin{aligned} \gamma(N_1) &= \int d\Pi_{N_1} f_{N_1}^{eq} \sum_{\alpha} \left[ \int d\Pi_{l_{\alpha}} d\Pi_{\phi} (2\pi)^4 \delta^{(4)}(p_{N_1} - p_{l_{\alpha}} - p_{\phi}) |\mathcal{M}(N_1 \rightarrow l_{\alpha} + \phi)|^2 \right. \\ &\quad \left. + \int d\Pi_{\bar{l}_{\alpha}} d\Pi_{\bar{\phi}} (2\pi)^4 \delta^{(4)}(p_{N_1} - p_{\bar{l}_{\alpha}} - p_{\bar{\phi}}) |\mathcal{M}(N_1 \rightarrow \bar{l}_{\alpha} + \bar{\phi})|^2 \right] \\ &= \left( \int d\Pi_{N_1} f_{N_1}^{eq} \right) \Gamma_D(N_1) 2M_1, \end{aligned} \quad (8.7)$$

en donde

$$\begin{aligned} \Gamma_D(N_1) &= \frac{1}{2M_1} \sum_{\alpha} \left[ \int d\Pi_{l_{\alpha}} d\Pi_{\phi} (2\pi)^4 \delta^{(4)}(p_{N_1} - p_{l_{\alpha}} - p_{\phi}) |\mathcal{M}(N_1 \rightarrow l_{\alpha} + \phi)|^2 \right. \\ &\quad \left. + \int d\Pi_{\bar{l}_{\alpha}} d\Pi_{\bar{\phi}} (2\pi)^4 \delta^{(4)}(p_{N_1} - p_{\bar{l}_{\alpha}} - p_{\bar{\phi}}) |\mathcal{M}(N_1 \rightarrow \bar{l}_{\alpha} + \bar{\phi})|^2 \right]. \end{aligned} \quad (8.8)$$

Por otra parte, la integral  $I_N = \int d\Pi_{N_1} f_{N_1}^{eq}$  da como resultado

$$I_N = \int \frac{d^3 p_N}{2E_N (2\pi)^3} e^{-E_N/T} = \frac{4\pi}{2(2\pi)^3} \int_0^{\infty} \frac{p_N^2 dp_N}{\sqrt{p_N^2 + M_1^2}} e^{-\sqrt{p_N^2 + M_1^2}/T}, \quad (8.9)$$

en donde  $p_N$  es la magnitud del 3-momentum del neutrino derecho  $N_1$ .

Realizando el cambio de variable  $x^2 = p_N^2 + M_1^2$  se obtiene que

$$I_N = \frac{1}{(2\pi)^2} \int_{M_1}^{\infty} e^{-x/T} \sqrt{x^2 - M_1^2} dx. \quad (8.10)$$

Ahora, con el uso del cambio de variable  $\xi = x/T$ , se obtiene que

$$I_N = \frac{T^2}{(2\pi)^2} \int_z^{\infty} e^{-\xi} \sqrt{\xi^2 - z^2} d\xi = \frac{T^2}{(2\pi)^2} x \mathcal{K}_1(z), \quad (8.11)$$

en donde  $\mathcal{K}_1(z) = \frac{1}{z} \int_z^{\infty} e^{-\xi} \sqrt{\xi^2 - z^2} d\xi$  es la función modificada de Bessel de segundo tipo.

Por otra parte,  $Y_N^{eq} = n_N^{eq}/s$ , en donde la densidad de número en equilibrio, teniendo en cuenta la distribución Maxwell-Boltzmann, resulta ser

$$n_N^{eq} = \int \frac{d^3 p_N}{(2\pi)^3} e^{-E_N/T} = \frac{1}{2\pi^2} \int p_N^2 e^{-\sqrt{p_N^2 + M_1^2}} dp_N. \quad (8.12)$$

Realizando el procedimiento análogo al de la integral anterior se llega a que

$$\begin{aligned} n_N^{eq} &= -\frac{z^3 T^3}{2\pi^2} \int_1^{\infty} \zeta^3 \sqrt{\zeta^2 - 1} e^{-x\zeta} d\zeta = -\frac{z^3 T^3}{2\pi^2} \int_1^{\infty} \frac{d}{dz} \left( \sqrt{\zeta^2 - 1} e^{-x\zeta} \right) d\zeta \\ &= \frac{z^3 T^3}{2\pi^2} \frac{d}{dz} \left( \frac{1}{z} \mathcal{K}_1(z) \right). \end{aligned} \quad (8.13)$$

Teniendo en cuenta que las funciones de Bessel modificadas cumplen la propiedad de que  $(\frac{1}{z}\mathcal{K}_1(z)) = -\frac{1}{z}\mathcal{K}_2(z)$ . De tal forma que

$$n_N^{eq} = \frac{z^2 T^3}{2\pi^2} \mathcal{K}_2(z). \quad (8.14)$$

De esta forma, a  $\mathcal{O}(\varepsilon_{1,\alpha})$ , la contribución  $(\frac{dY_L}{dz})_I$  está dada por la expresión

$$\left(\frac{dY_N}{dz}\right)_I = z \frac{\mathcal{K}_1(z)}{\mathcal{K}_2(z)} \frac{\Gamma(N_1)}{H(M_1)} (Y_N - Y_N^{eq}), \quad (8.15)$$

en donde  $H(M_1) = z^2 H(z)$ . Esto se puede escribir como

$$\left(\frac{dY_N}{dz}\right)_I = D(z) K_1 (Y_N - Y_N^{eq}), \quad (8.16)$$

en donde  $D(z) \equiv z \frac{\mathcal{K}_1(z)}{\mathcal{K}_2(z)}$ , y  $K_1 \equiv \frac{\Gamma(N_1)}{H(M_1)}$ .

Ahora, para obtener la ecuación de Boltzmann para la asimetría leptónica hay que trabajar a orden  $\mathcal{O}(\varepsilon_{1,\alpha})$ . A este orden se presentan los siguientes procesos:

- Decaimientos de  $N_1$  y decaimientos inversos, es decir,  $(l_\alpha \phi \longleftrightarrow N_1)$ .
- Dispersiones  $2 \longleftrightarrow 2$  mediados por el canal  $s$  mediante el intercambio de  $N_1$ :  $l_\alpha + \phi \longleftrightarrow l_\beta + \phi$  y  $l_\alpha + \phi \longleftrightarrow \bar{l}_\beta + \bar{\phi}$  con  $\alpha \neq \beta$ .
- Dispersiones  $2 \longleftrightarrow 2$  mediadas por el canal  $t$  y  $u$  mediante el intercambio de  $N_1$ :  $\phi + \phi \longleftrightarrow l_\alpha + l_\beta$  y  $\phi + \bar{\phi} \longleftrightarrow l_\alpha + \bar{l}_\beta$ . Despreciando efectos térmicos provisionales. En estos casos no hay estados reales intermedios y, por ende, no hay contribuciones *on-shell* que se puedan restar.

Entonces, a este orden, la ecuación de evolución para la asimetría leptónica es

$$\left(\frac{dY_L}{dz}\right)_I = \sum_\alpha \left[ \left(\frac{dY_{l_\alpha}}{dz}\right)_I + \left(\frac{dY_{\bar{l}_\alpha}}{dz}\right)_I \right], \quad (8.17)$$

en donde  $Y_{l_\alpha}$  ( $Y_{\bar{l}_\alpha}$ ) son las abundancias de leptones (antileptones) de sabor  $\alpha$  que vienen dados por las siguientes expresiones

$$-szH(z) \left(\frac{dY_{l_\alpha}}{dz}\right)_I = \frac{Y_{l_\alpha}}{Y_{l_\alpha}^{eq}} \gamma_{N_1}^{l_\alpha \phi} - \frac{Y_N}{Y_N^{eq}} \gamma_{l_\alpha \phi}^{N_1} + \sum_\beta \left[ \frac{Y_{l_\alpha}}{Y_{l_\alpha}^{eq}} \gamma_{\bar{\phi} \bar{l}_\beta}^{l_\alpha \phi} - \frac{Y_{\bar{l}_\beta}}{Y_{\bar{l}_\beta}^{eq}} \gamma_{\phi l_\alpha}^{l_\alpha \phi} \right] \quad (8.18)$$

$$+ \sum_\beta \left[ \frac{Y_{l_\alpha}}{Y_{l_\alpha}^{eq}} \gamma_{\phi l_\beta}^{l_\alpha \phi} - \frac{Y_{l_\beta}}{Y_{l_\beta}^{eq}} \gamma_{\phi l_\alpha}^{l_\alpha \phi} \right] + \left(\frac{dY_{l_\alpha}}{dz}\right)^{u,t} \quad (8.19)$$

$$-szH(z) \left( \frac{dY_{\bar{l}_\alpha}}{dz} \right)_I = \frac{Y_{\bar{l}_\alpha}}{Y_{\bar{l}_\alpha}^{eq}} \gamma_{N_1}^{\bar{l}_\alpha \bar{\phi}} - \frac{Y_N}{Y_N^{eq}} \gamma_{\bar{l}_\alpha \bar{\phi}}^{N_1} + \sum_{\beta} \left[ \frac{Y_{\bar{l}_\alpha}}{Y_{\bar{l}_\alpha}^{eq}} \gamma_{\phi l_\beta}^{\bar{\phi} \bar{l}_\alpha} - \frac{Y_{l_\beta}}{Y_{l_\beta}^{eq}} \gamma_{\bar{\phi} \bar{l}_\alpha}^{\prime \phi l_\beta} \right] \quad (8.20)$$

$$+ \sum_{\beta} \left[ \frac{Y_{\bar{l}_\alpha}}{Y_{\bar{l}_\alpha}^{eq}} \gamma_{\bar{\phi} \bar{l}_\beta}^{\prime \phi \bar{l}_\alpha} - \frac{Y_{l_\beta}}{Y_{l_\beta}^{eq}} \gamma_{\bar{\phi} \bar{l}_\alpha}^{\prime \phi l_\beta} \right] + \left( \frac{dY_{\bar{l}_\alpha}}{dz} \right)^{u,t} \quad (8.21)$$

en donde  $\left( \frac{dY_{\bar{l}_\alpha}}{dz} \right)^{u,t}$  y  $\left( \frac{dY_{\bar{l}_\alpha}}{dz} \right)^{u,t}$  son las contribuciones de los canales  $t$  y  $u$  de las dispersiones  $2 \longleftrightarrow 2$ , dadas por

$$szH(z) \left( \frac{dY_{l_\alpha}}{dz} \right)^{u,t} = - \sum_{\beta} \left[ \frac{Y_{l_\alpha} Y_{l_\beta}}{Y_{l_\alpha}^{eq} Y_{l_\beta}^{eq}} \gamma_{\bar{\phi} \bar{\phi}}^{l_\alpha l_\beta} (1 + \delta_{\alpha\beta}) - \gamma_{l_\alpha l_\beta}^{\bar{\phi} \bar{\phi}} (1 + \delta_{\alpha\beta}) \right. \\ \left. + \gamma_{l_\alpha l_\beta}^{\phi \bar{\phi}} - \frac{Y_{l_\alpha} Y_{l_\beta}}{Y_{l_\alpha}^{eq} Y_{l_\beta}^{eq}} \gamma_{\bar{\phi} \bar{\phi}}^{l_\alpha \bar{l}_\beta} \right] \quad (8.22)$$

$$szH(z) \left( \frac{dY_{\bar{l}_\alpha}}{dz} \right)^{u,t} = - \sum_{\beta} \left[ \frac{Y_{\bar{l}_\alpha} Y_{\bar{l}_\beta}}{Y_{\bar{l}_\alpha}^{eq} Y_{\bar{l}_\beta}^{eq}} \gamma_{\phi \phi}^{\bar{l}_\alpha \bar{l}_\beta} (1 + \delta_{\alpha\beta}) - \gamma_{\bar{l}_\alpha \bar{l}_\beta}^{\phi \phi} (1 + \delta_{\alpha\beta}) \right. \\ \left. + \gamma_{\bar{l}_\alpha \bar{l}_\beta}^{\bar{\phi} \phi} - \frac{Y_{\bar{l}_\alpha} Y_{\bar{l}_\beta}}{Y_{\bar{l}_\alpha}^{eq} Y_{\bar{l}_\beta}^{eq}} \gamma_{\phi \phi}^{\bar{l}_\alpha l_\beta} \right], \quad (8.23)$$

Siendo  $A \longleftrightarrow B$  es una interacción  $2 \longleftrightarrow 2$  con intercambio de  $N_1$ , es necesario definir las contribuciones *off-shell*  $\gamma_B^{\prime A}$  como  $\gamma_B^{\prime A} = \gamma_B^A - \gamma_B^{sA}$  en donde la contribución *on-shell*,  $\gamma_B^{sA}$  se puede escribir como

$$\gamma_B^{sA} = \gamma_{N_1}^A B_B^{N_1}, \quad (8.24)$$

siendo  $B_B^{N_1}$  el *branching ratio* de  $N_1$  decayendo en el estado final  $B$ .

La ecuación para la abundancia de leptones de sabor  $\alpha$  se puede reescribir como

$$-szH(z) \left( \frac{dY_{l_\alpha}}{dz} \right)_I = \frac{Y_{l_\alpha}}{Y_{l_\alpha}^{eq}} \gamma_{N_1}^{l_\alpha \phi} - \frac{Y_N}{Y_N^{eq}} \gamma_{l_\alpha \phi}^{N_1} + \sum_{\beta} \left[ \frac{Y_{l_\alpha}}{Y_{l_\alpha}^{eq}} \left( \gamma_{\bar{\phi} \bar{l}_\alpha}^{\phi l_\alpha} - \gamma_{N_1}^{\phi l_\alpha} B_{\bar{\phi} \bar{l}_\alpha}^{N_1} \right) \right. \\ \left. - \frac{Y_{l_\alpha}}{Y_{l_\alpha}^{eq}} \left( \gamma_{\phi l_\beta}^{\phi l_\alpha} - \gamma_{N_1}^{\phi l_\alpha} B_{\phi l_\beta}^{N_1} \right) - \frac{Y_{l_\beta}}{Y_{l_\beta}^{eq}} \left( \gamma_{\bar{\phi} \bar{l}_\beta}^{\bar{\phi} \bar{l}_\alpha} - \gamma_{N_1}^{\bar{\phi} \bar{l}_\alpha} B_{\bar{\phi} \bar{l}_\beta}^{N_1} \right) \right] + \left( \frac{dY_{l_\alpha}}{dz} \right)_I^{u,t} \\ = \gamma_{N_1}^{l_\alpha \phi} \frac{Y_{l_\alpha}}{Y_{l_\alpha}^{eq}} \left[ 1 - \sum_{\beta} \left( B_{\bar{\phi} \bar{l}_\beta}^{N_1} + B_{\phi l_\beta}^{N_1} \right) \right] - \gamma_{l_\alpha \phi}^{N_1} \left[ \frac{Y_N}{Y_N^{eq}} \right. \\ \left. - \sum_{\beta} \left( \frac{Y_{\bar{l}_\beta}}{Y_{\bar{l}_\beta}^{eq}} B_{\bar{\phi} \bar{l}_\beta}^{N_1} + \frac{Y_{l_\beta}}{Y_{l_\beta}^{eq}} B_{\phi l_\beta}^{N_1} \right) \right] + \frac{Y_{l_\alpha}}{Y_{l_\alpha}^{eq}} \sum_{\beta} \left( \gamma_{\bar{\phi} \bar{l}_\beta}^{\phi l_\alpha} + \gamma_{\phi l_\beta}^{\phi l_\alpha} \right) \\ \left. - \sum_{\beta} \left( \frac{Y_{\bar{l}_\beta}}{Y_{\bar{l}_\beta}^{eq}} \gamma_{\bar{\phi} \bar{l}_\beta}^{\bar{\phi} \bar{l}_\alpha} + \frac{Y_{l_\beta}}{Y_{l_\beta}^{eq}} \gamma_{\phi l_\beta}^{\bar{\phi} \bar{l}_\alpha} \right) + \left( \frac{dY_{l_\alpha}}{dz} \right)_I^{u,t} \right]. \quad (8.25)$$

Por supuesto, a orden  $\mathcal{O}(\lambda^4)$  se cumple que  $\sum_{\beta}(B_{l_{\beta}\phi}^{N_1} + B_{\bar{l}_{\beta}\bar{\phi}}^{N_1}) = 1$  ya que a este orden  $N_1$  decae s3lamente en los estados que se consideran en la identidad. Lo anterior implica que

$$\begin{aligned} szH(z) \left( \frac{dY_{l_{\alpha}}}{dz} \right)_I &= \gamma_{l_{\alpha}\phi}^{N_1} \left[ \frac{Y_N}{Y_N^{eq}} - \sum_{\beta} \left( \frac{Y_{l_{\beta}}}{Y_{l_{\alpha}}^{eq}} B_{\phi l_{\beta}}^{N_1} + \frac{Y_{l_{\beta}}}{Y_{l_{\beta}}^{eq}} B_{\bar{\phi} l_{\beta}}^{N_1} \right) \right] + \frac{Y_{l_{\alpha}}}{Y_{l_{\alpha}}^{eq}} \sum_{\beta} (\gamma_{\bar{\phi} l_{\beta}}^{\phi l_{\alpha}} + \gamma_{\phi l_{\beta}}^{\phi l_{\alpha}}) \\ &\quad - \sum_{\beta} \left( \frac{Y_{l_{\beta}}}{Y_{l_{\beta}}^{eq}} \gamma_{\phi l_{\beta}}^{\bar{\phi} l_{\alpha}} + \frac{Y_{l_{\beta}}}{Y_{l_{\beta}}^{eq}} \gamma_{\bar{\phi} l_{\beta}}^{\bar{\phi} l_{\alpha}} \right) + \left( \frac{dY_{l_{\alpha}}}{dz} \right)_I^{u,t}. \end{aligned} \quad (8.26)$$

Siguiendo el mismo procedimiento, para los antileptones se obtiene que la ecuaci3n de evoluci3n es

$$\begin{aligned} szH(z) \left( \frac{dY_{\bar{l}_{\alpha}}}{dz} \right)_I &= \gamma_{\bar{l}_{\alpha}\bar{\phi}}^{N_1} \left[ \frac{Y_N}{Y_N^{eq}} - \sum_{\beta} \left( \frac{Y_{l_{\beta}}}{Y_{l_{\alpha}}^{eq}} B_{\phi l_{\beta}}^{N_1} + \frac{Y_{l_{\beta}}}{Y_{l_{\beta}}^{eq}} B_{\bar{\phi} l_{\beta}}^{N_1} \right) \right] + \frac{Y_{\bar{l}_{\alpha}}}{Y_{\bar{l}_{\alpha}}^{eq}} \sum_{\beta} (\gamma_{\phi l_{\beta}}^{\bar{\phi} l_{\alpha}} + \gamma_{\bar{\phi} l_{\beta}}^{\bar{\phi} l_{\alpha}}) \\ &\quad - \sum_{\beta} \left( \frac{Y_{l_{\beta}}}{Y_{l_{\beta}}^{eq}} \gamma_{\bar{\phi} l_{\beta}}^{\phi l_{\alpha}} + \frac{Y_{l_{\beta}}}{Y_{l_{\beta}}^{eq}} \gamma_{\phi l_{\beta}}^{\phi l_{\alpha}} \right) + \left( \frac{dY_{\bar{l}_{\alpha}}}{dz} \right)_I^{u,t}. \end{aligned} \quad (8.27)$$

Manteniendo las expresiones hasta orden  $\mathcal{O}(\varepsilon_{1,\alpha})$ , la expresi3n para los leptones de sabor  $\alpha$  es

$$\begin{aligned} szH(z) \left( \frac{dY_{l_{\alpha}}}{dz} \right)_I &= -\gamma_{l_{\alpha}\phi}^{N_1} \left[ \frac{Y_N}{Y_N^{eq}} - \sum_{\beta} \left( \left( 1 - \frac{Y_{L_{\beta}}}{2Y_{l_{\beta}}^{eq}} \right) B_{\phi l_{\beta}}^{N_1} + \left( 1 + \frac{Y_{L_{\beta}}}{2Y_{l_{\beta}}^{eq}} \right) B_{\bar{\phi} l_{\beta}}^{N_1} \right) \right] \\ &\quad \left( 1 + \frac{Y_{L_{\alpha}}}{2Y_{l_{\alpha}}^{eq}} \right) \sum_{\beta} (\gamma_{\bar{\phi} l_{\beta}}^{\phi l_{\alpha}} + \gamma_{\phi l_{\beta}}^{\phi l_{\alpha}}) - \sum_{\beta} \left[ \left( 1 - \frac{Y_{L_{\beta}}}{2Y_{l_{\beta}}^{eq}} \right) \gamma_{\phi l_{\beta}}^{\bar{\phi} l_{\alpha}} \right. \\ &\quad \left. + \left( 1 + \frac{Y_{L_{\beta}}}{2Y_{l_{\beta}}^{eq}} \right) \gamma_{\bar{\phi} l_{\beta}}^{\phi l_{\alpha}} \right] \end{aligned} \quad (8.28)$$

$$\begin{aligned} &= -\gamma_{l_{\alpha}\phi}^{N_1} \left[ \frac{Y_N}{Y_N^{eq}} - \sum_{\beta} \left( \left( B_{\phi l_{\beta}}^{N_1} - B_{\bar{\phi} l_{\beta}}^{N_1} \right) - \frac{Y_{L_{\beta}}}{2Y_{l_{\beta}}^{eq}} \left( B_{\phi l_{\beta}}^{N_1} - B_{\bar{\phi} l_{\beta}}^{N_1} \right) \right) \right] \\ &= \left( 1 + \frac{Y_{L_{\alpha}}}{2Y_{l_{\alpha}}^{eq}} \right) \sum_{\beta} (\gamma_{\bar{\phi} l_{\beta}}^{\phi l_{\alpha}} 6\gamma_{\phi l_{\beta}}^{\phi l_{\alpha}}) - \sum_{\beta} [(\gamma_{\phi l_{\beta}}^{\bar{\phi} l_{\alpha}} + \gamma_{\bar{\phi} l_{\beta}}^{\phi l_{\alpha}}) \\ &= -\frac{Y_{L_{\beta}}}{2Y_{l_{\beta}}^{eq}} (\gamma_{\phi l_{\beta}}^{\bar{\phi} l_{\alpha}} - \gamma_{\bar{\phi} l_{\beta}}^{\bar{\phi} l_{\alpha}})]. \end{aligned} \quad (8.29)$$

Ya que  $\sum_{\beta}(B_{l_{\beta}\phi}^{N_1} - B_{\bar{l}_{\beta}\bar{\phi}}^{N_1})$ , el t3rmino  $\sum_{\beta} \frac{Y_{L_{\beta}}}{2Y_{l_{\beta}}^{eq}} (B_{\phi l_{\beta}}^{N_1} - B_{\bar{\phi} l_{\beta}}^{N_1})$  es de orden  $\mathcal{O}(\varepsilon^2)$  por ende se

desprecia, de tal forma que

$$szH(z) \left( \frac{dY_{l_\alpha}}{dz} \right)_I = -\gamma_{l_\alpha \phi}^{N_1} \left( \frac{Y_N}{Y_N^{eq}} - 1 \right) + \left( 1 + \frac{Y_{L_\alpha}}{2Y_{l_\alpha}^{eq}} \right) \sum_{\beta} (\gamma_{\phi \bar{l}_\beta}^{\phi l_\alpha} + \gamma_{\phi l_\beta}^{\phi l_\alpha}) - \sum_{\beta} \left[ (\gamma_{\phi \bar{l}_\beta}^{\phi l_\alpha} + \gamma_{\phi l_\beta}^{\phi l_\alpha}) - \frac{Y_{L_\beta}}{2Y_{l_\beta}^{eq}} (\gamma_{\phi \bar{l}_\beta}^{\phi l_\alpha} - \gamma_{\phi l_\beta}^{\phi l_\alpha}) \right]. \quad (8.30)$$

Análogamente, la ecuación de evolución para la abundancia de antileptones de sabor  $\alpha$  es

$$-szH(z) \left( \frac{dY_{\bar{l}_\alpha}}{dz} \right)_I = -\gamma_{\bar{l}_\alpha \phi}^{N_1} \left( \frac{Y_N}{Y_N^{eq}} - 1 \right) + \left( 1 + \frac{Y_{L_\alpha}}{2Y_{l_\alpha}^{eq}} \right) \sum_{\beta} (\gamma_{\phi \bar{l}_\alpha}^{\phi \bar{l}_\beta} + \gamma_{\phi l_\alpha}^{\phi l_\beta}) - \sum_{\beta} \left[ (\gamma_{\phi \bar{l}_\alpha}^{\phi l_\alpha} + \gamma_{\phi l_\alpha}^{\phi l_\alpha}) - \frac{Y_{L_\beta}}{2Y_{l_\beta}^{eq}} (\gamma_{\phi \bar{l}_\alpha}^{\phi l_\alpha} - \gamma_{\phi l_\alpha}^{\phi l_\alpha}) \right]. \quad (8.31)$$

Como consecuencia, la ecuación de Boltzmann para la asimetría leptónica de sabor  $\alpha$ , hasta el momento, queda escrita como

$$-szH(z) \left( \frac{dY_{L_\alpha}}{dz} \right)_I = \left( \frac{Y_N}{Y_N^{eq}} - 1 \right) (\gamma_{\bar{l}_\alpha \phi}^{N_1} - \gamma_{l_\alpha \phi}^{N_1}) + \sum_{\beta} (\gamma_{\phi \bar{l}_\beta}^{\phi l_\alpha} + \gamma_{\phi l_\beta}^{\phi l_\alpha} - \gamma_{\phi \bar{l}_\beta}^{\phi \bar{l}_\alpha} - \gamma_{\phi l_\beta}^{\phi \bar{l}_\alpha}) + \frac{Y_{L_\alpha}}{2Y_{l_\alpha}^{eq}} \sum_{\beta} (\gamma_{\phi \bar{l}_\beta}^{\phi l_\alpha} + \gamma_{\phi l_\beta}^{\phi l_\alpha} + \gamma_{\phi \bar{l}_\beta}^{\phi \bar{l}_\alpha} + \gamma_{\phi l_\beta}^{\phi \bar{l}_\alpha}) - \sum_{\beta} (\gamma_{\phi \bar{l}_\beta}^{\phi \bar{l}_\alpha} + \gamma_{\phi l_\beta}^{\phi \bar{l}_\alpha} - \gamma_{\phi \bar{l}_\beta}^{\phi l_\alpha} - \gamma_{\phi l_\beta}^{\phi l_\alpha}) + \sum_{\beta} \frac{Y_{L_\beta}}{2Y_{l_\beta}^{eq}} (\gamma_{\phi l_\beta}^{\phi l_\alpha} - \gamma_{\phi \bar{l}_\beta}^{\phi \bar{l}_\alpha} + \gamma_{\phi \bar{l}_\beta}^{\phi l_\alpha} - \gamma_{\phi l_\beta}^{\phi l_\alpha}) \quad (8.32)$$

Usando el teorema *CPT*, la condición de unitariedad en el segundo término, manteniendo los términos a orden  $\mathcal{O}(\varepsilon_{1,\alpha})$  y teniendo en cuenta únicamente las contribuciones on-shell se obtiene que

$$szH(z) \left( \frac{dY_{L_\alpha}}{dz} \right)_I = \left( \frac{Y_N}{Y_N^{eq}} - 1 \right) \varepsilon_{1,\alpha} (\gamma_{\phi l_\alpha}^{N_1} + \gamma_{\phi \bar{l}_\alpha}^{N_1}) - \frac{Y_{L_\alpha}}{2Y_{l_\alpha}^{eq}} \sum_{\beta} (\gamma_{N_1}^{\phi l_\alpha} B_{\phi \bar{l}_\beta}^{N_1} + \gamma_{N_1}^{\phi l_\alpha} B_{l_\beta \phi}^{N_1} + \gamma_{N_1}^{\phi \bar{l}_\alpha} B_{\phi l_\beta}^{N_1} + \gamma_{N_1}^{\phi \bar{l}_\alpha} B_{\bar{l}_\beta \phi}^{N_1}) - \sum_{\beta} \frac{Y_{L_\beta}}{2Y_{l_\beta}^{eq}} (\gamma_{N_1}^{\phi \bar{l}_\alpha} B_{\phi l_\beta}^{N_1} - \gamma_{N_1}^{\phi \bar{l}_\alpha} B_{\bar{l}_\beta \phi}^{N_1} + \gamma_{N_1}^{\phi l_\alpha} B_{\phi \bar{l}_\beta}^{N_1} - \gamma_{N_1}^{\phi l_\alpha} B_{\phi l_\beta}^{N_1}) szH(z) \left( \frac{dY_{L_\alpha}}{dz} \right)_I = \left( \frac{Y_N}{Y_N^{eq}} + 1 \right) \varepsilon_{1,\alpha} (\gamma_{\phi l_\alpha}^{N_1} + \gamma_{\phi \bar{l}_\alpha}^{N_1}) - \frac{Y_{L_\alpha}}{2Y_{l_\alpha}^{eq}} (\gamma_{N_1}^{\phi l_\alpha} + \gamma_{N_1}^{\phi \bar{l}_\alpha}). \quad (8.33)$$

Por lo tanto, la asimetría leptónica total,  $Y_\alpha = \sum_\alpha Y_{L_\alpha}$ , está dada por la expresión

$$\begin{aligned} \left(\frac{dY_L}{dz}\right)_I &= \frac{1}{szH(z)Y_N^{eq}} \sum \left[ (Y_N - Y_N^{eq}) \varepsilon_{1,\alpha} \left( \gamma_{l_\alpha \phi}^{N_1} + \gamma_{\bar{\phi} l_\alpha}^{N_1} \right) - \frac{Y_{L_\alpha}}{2Y_{l_\alpha}} \left( \gamma_{N_1}^{\phi l_\alpha} + \gamma_{N_1}^{\bar{\phi} l_\alpha} \right) \right] \\ &= \frac{1}{zH(z)n_N^{eq}} \left[ \varepsilon_1 (Y_N - Y_N^{eq}) - \frac{Y_L}{2Y_l^{eq}} Y_N^{eq} \right] \gamma(N). \end{aligned} \quad (8.34)$$

$$\left(\frac{dY_L}{dz}\right)_I = \varepsilon_1 D(z) K_1 (Y_N - Y_N^{eq}) - W_{id}(z) K_1 Y_L, \quad (8.35)$$

en donde

$$W_{id} = \frac{1}{2} \frac{Y_N^{eq}}{Y_l^{eq}} D(z) = \frac{1}{4} z^3 \mathcal{K}_1(z). \quad (8.36)$$

El primer término refleja la producción de asimetría leptónica, en donde  $K_1$  indica qué tan rápido son los decaimientos comparados con la tasa de expansión,

$$K_1 = \frac{\Gamma(N_1)}{H(M_1)}. \quad (8.37)$$

Para  $K_1 \gg 1$  los decaimientos están en equilibrio y la asimetría leptónica se borra fuertemente, mientras que para  $K_1 \ll 1$  la asimetría se borra débilmente debido a que los decaimientos ocurren fuera del equilibrio.

A partir de la ecuación de Boltzmann, 8.37, se puede ver más el cumplimiento y presencia de las condiciones de Sakharov para generar la asimetría leptónica:

- **Violación del número bariónico:** En este caso, si  $L$  no se violara en los decaimientos, al comenzar con un estado de total simetría,  $Y_L = 0$ , no se podría generar asimetría.
- La **asimetría CP** es obligatoria ( $\varepsilon_1 \neq 0$ ), si no, el primer término, el término fuente, sería igual a cero.
- **Salida del equilibrio térmico:** Si los neutrinos dextrógiros estuvieran en equilibrio térmico la producción térmica sería nula.

### 8.1.1. Evaluación de asimetría leptónica

Cuando los neutrinos derechos se crean, entran en equilibrio con el plasma a través de dispersiones y decaimientos inversos. Debido a esto, se crea una destrucción de la asimetría. Si  $K_1 \gg 1$ , se tiene que los procesos de decaimientos y decaimientos inversos ocurren en equilibrio y los neutrinos dextrógiros se termalizan y alcanzan el equilibrio térmico a altas

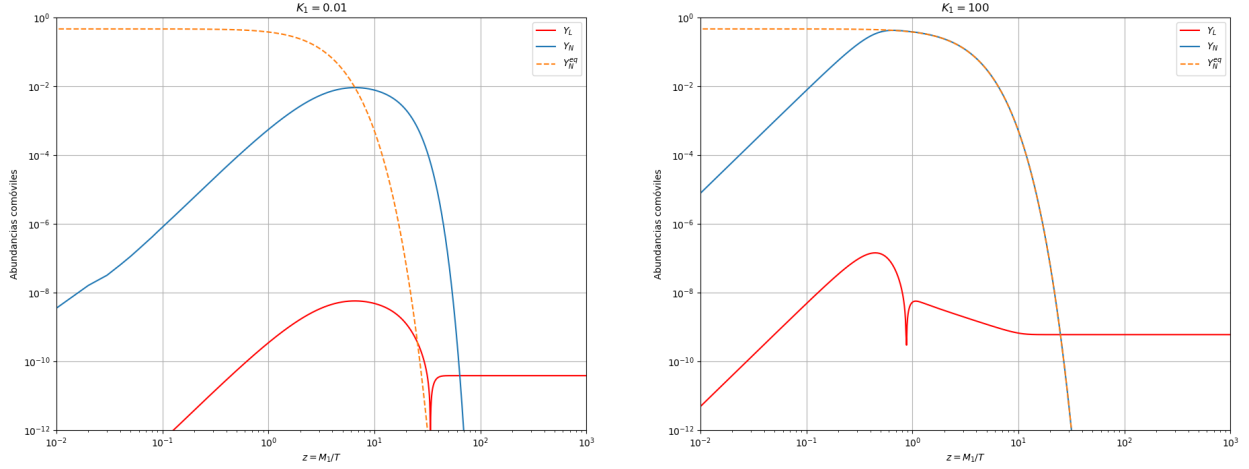
temperaturas (ver Figura 8.1 izquierda). En el presente caso se observa que la abundancia del neutrino dextrógiro iguala su abundancia en equilibrio térmico cuando  $T \simeq M_1$ . Una vez sucede esto, a partir de allí está igualdad se mantendrá para los  $z \gtrsim 1$ . Ésto se debe al hecho de que la tasa de decaimientos y decaimientos inversos de los neutrinos dextrógiros es mucho mayor que la tasa de expansión del universo, implicando que estos entren en equilibrio térmico con el plasma primigenio demasiado rápido y por ende que éstos sean caracterizados por distribuciones en equilibrio térmico. Por otra parte, en el punto en el que la abundancia del neutrino  $N_1$  comienza a ser la descrita por el equilibrio térmico  $Y_N^{eq}$ , la asimetría leptónica  $Y_L$  alcanza su valor máximo, dado que a partir de aquí el equilibrio térmico, en particular las reacciones o procesos del Modelo Estándar, intenta borrar la asimetría leptónica, se produce un descenso inminente que hace que ésta cambie de signo y finalmente llegue a estabilizarse en su valor final  $\sim 10^{-10}$ .

Por el contrario, si  $K_1 \ll 1$ , se está lejos de alcanzar equilibrio. En realidad, éste (valor en) equilibrio sólo se alcanza en un punto únicamente. Por supuesto, esto es ocasionado por el hecho de que la tasa de decaimientos y decaimientos inversos de los neutrinos dextrógiros es mucho menor que la tasa de expansión del universo, provocando que la distribución de éstos nunca llegue a estar caracterizada por el equilibrio térmico. Sucede que, en el único punto en donde la abundancia de  $N$  es igual en número a la abundancia que se tendría en equilibrio, la primera alcanza su punto máximo y comienza a disminuir. Ésto último hace que la producción de asimetría leptónica comience a disminuir, provocando así que los procesos del Modelo Estándar intenten borrar la asimetría, aunque de forma más lenta que en el caso anterior. Ésto último debido a que, pese a la disminución en la abundancia de  $N_1$ , sus decaimientos (que son dominantes respecto a los decaimientos inversos) ocurren fuera del equilibrio, permitiendo una menor producción de asimetría leptónica, contrarrestando en parte los procesos del baño térmico que intentan borrarla. Finalmente, cuando la abundancia de neutrinos dextrógiros es muy pequeña, la asimetría se va a cero, cambia de signo y se estabiliza en su valor final el cual es también  $\sim 10^{-10}$ .

En consecuencia, independientemente del valor de  $K_1$ , la asimetría leptónica alcanzada finalmente es consistente con el valor observado.

### **Régimen de *strong washout* $K_1 \gg 1$**

Úsese la aproximación de *strong balance washout* [57] que dice que, en este régimen, la asimetría leptónica toma en cada instante el valor que fuerza un balance entre las tasas de producción y destrucción de la asimetría. Es decir que hay un balance entre la fuente (primer término de la ecuación 8.35) y el término de *wash-out* (segundo término de 8.35), así que al



**Figura 8.1:** Asimetría  $Y_L$  (Línea roja), abundancia de  $N_1$  (Línea azul) y abundancia de  $N_1$  en equilibrio (Línea punteada naranja) en función de  $z = M_1/T$ . Para  $K_1 = 0,01$  (izquierda), y  $K_1 = 100$  (derecha), en donde  $K_1 = \Gamma(N_1)/H(M_1)$

igualar ambos términos,

$$K_1 W_{id}(z) Y_L(z) = \varepsilon_1 D(z) K_1 (Y_N - Y_N^{eq}), \quad (8.38)$$

en donde, a partir de la ecuación 8.16 se tiene que

$$Y_L(z) = -\frac{\varepsilon_1}{W_{id}(z) K_1} \frac{dY_N}{dz}. \quad (8.39)$$

Dado que en éste régimen  $Y_N = Y_N^{eq}$ ,

$$Y_L(z) \simeq -\frac{\varepsilon_1}{W_{id}(z) K_1} \frac{dY_N^{eq}}{dz} = -\frac{2\varepsilon_1 Y_l^{eq}}{DK_1 Y_N^{eq}} \frac{dY_N^{eq}}{dz} = -\frac{2\varepsilon_1 Y_l^{eq}}{K_1 K_1 z^3} \frac{d}{dz} (z^3 \mathcal{K}_2) = \frac{2\varepsilon_1 Y_l^{eq}}{z K_1}, \quad (8.40)$$

de tal forma que la asimetría leptónica final ( $z \rightarrow \infty$ ) es

$$Y_L(\infty) = \frac{2\varepsilon_1 Y_l^{eq}}{z_f K_1} = \frac{2\varepsilon_1}{z_f K_1} \left( \frac{15}{4\pi^2} \right) = \frac{\pi^2}{6z_f K_1} \varepsilon_1 Y_N^{eq}(0), \quad (8.41)$$

en donde  $z_f$  es el valor de temperatura en donde la asimetría de congela, (como se observa en la Figura 8.1 a la izquierda.). Por ende, el factor de eficiencia en este caso es  $\eta = \frac{\pi^2}{6z_f K_1}$

### Régimen de *weak washout*: $K_1 \ll 1$

Si se tiene abundancia inicial es igual a cero,  $Y_N(z_i) = 0$ , hay que considerar las contribuciones de los decaimientos inversos a la asimetría leptónica cuando  $N_1$  está siendo producido ( $Y_N < Y_N^{eq}$ ) y cuando los  $N_1$  empiezan a decaer ( $Y_N > Y_N^{eq}$ ).

Entonces, antes de que  $N_q$  alcance el equilibrio térmico,  $Y_N^{eq}$  domina y

$$\frac{dY_N}{dz} = K_1 D(z) Y_N^{eq}(z) \quad (8.42)$$

$$\frac{dY_L}{dz} = -\varepsilon_1 K_1 D(z) Y_N^{eq}(z) - W_{id}(z) K_1 Y_L(z). \quad (8.43)$$

Usando el método de factor integrante se tiene que la asimetría leptónica se puede escribir como

$$Y_L^<(z) = -\varepsilon_1 K_1 \int_0^z dz D(z) Y_N^{eq} e^{-K_1 \int_x^z dy W_{id}(y)}. \quad (8.44)$$

Además,  $D(z) Y_N^{eq}(z) = 2Y_l^{eq} W_{id} = \frac{15}{2\pi^2} W_{id}$ , así que la asimetría leptónica producida cuando los  $N$  se están produciendo está representada por

$$Y_L^<(x) = -\varepsilon_1 K_1 \frac{15}{2\pi^2} \int_0^z dz W_{id} e^{-K_1 \int_x^z dy W_{id}(y)}. \quad (8.45)$$

Ya que

$$\frac{d}{dz} \left( e^{-K_1 \int_x^z dy W_{id}(y)} \right) = -K_1 W_{id}(z) e^{-K_1 \int_x^z dy W_{id}(y)}, \quad (8.46)$$

entonces

$$Y_L^< = \varepsilon_1 \frac{15}{2\pi^2} \left( 1 - e^{-K_1 \int_0^z \frac{1}{4} z^3 \mathcal{K}_1(x) dz} \right). \quad (8.47)$$

Por lo tanto, la asimetría producida en ésta época que estaría presente actualmente es

$$Y_L^<(\infty) = \varepsilon_1 \frac{15}{2\pi^2} \left( 1 - e^{-\frac{3\pi}{8} K_1} \right). \quad (8.48)$$

Ahora, considerando el período cuando  $N$  comienza a decaer, en donde  $Y_N > Y_N^{eq}$ , se obtiene que

$$Y_N'^> = -K_1 D(z) Y_N^>(z) \implies \frac{Y_N'^>}{Y_N^>(z)} = -K_1 D(z), \quad (8.49)$$

es decir que

$$Y_N^> = Y_N^{eq}(z_{eq}) e^{-K_1 \int_{z_{eq}}^z D(x) dx}. \quad (8.50)$$

Para ver la asimetría que actual contribuida por ésta época considerada, se debe tener en cuenta que si  $z \gg 1$  entonces  $\mathcal{K}_1/\mathcal{K}_2 \rightarrow 1$  y  $D(z) \rightarrow z$ , de tal forma que

$$Y_N^>(z) = Y_N^{eq}(z_{eq}) e^{-\frac{K_1}{2}(z^2 - z_{eq}^2)}, \quad (8.51)$$

en donde

$$Y_N^{eq}(z_{eq}) = Y_N(z_{eq}) \simeq K_1 \int_0^{z_{eq}} dz D(x) Y_N^{eq}(x) = K_1 \int_0^{z_{eq}} \frac{15}{2\pi^2} W_{id}(x) dz = -\frac{3}{8\pi} K_1. \quad (8.52)$$

Así que la asimetría leptónica total producida cuando  $K_1 \ll 1$  es

$$Y_L(z) = \varepsilon_1 \int_0^z dz D(x) (Y_N - Y_N^{eq}) e^{-K_1 \int_x^z W_{id}(y) dy} \quad (8.53)$$

$$= -\varepsilon_1 \left[ \int_0^{z_{eq}} dz D(x) Y_N^{eq}(x) e^{-K_1 \int_x^{z_{eq}} W_{id}(y) dy} - \int_{z_{eq}}^z dz Y_N^{>}(x) \right] \quad (8.54)$$

$$= \varepsilon_1 \left[ -\frac{15}{2\pi^2} \left( 1 - e^{-\frac{3\pi}{8} K_1} \right) - \frac{3\pi}{8} \frac{15}{2\pi^2} K_1 \right]. \quad (8.55)$$

Como  $K_1 \ll 1$ , se puede expandir el exponencial de tal forma que

$$Y_L = \varepsilon_1 \frac{15}{2\pi^2} \left( -\frac{3\pi}{8} K_1 + \frac{9\pi^2}{2 * 64} K_1^2 \right) + \varepsilon_1 \frac{3\pi}{8} K_1 \frac{15}{2\pi^2} \quad (8.56)$$

y entonces

$$Y_L = 1,14\varepsilon_1 K_1^2 Y_N^{eq}, \quad (8.57)$$

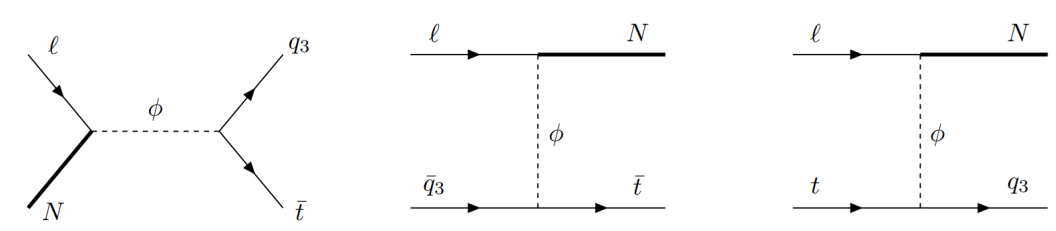
en donde el factor de eficiencia  $\eta = 1,14K_1^2$ .

## 8.2. Términos de $\mathcal{O}(h_t^2\lambda^2)$ y $\mathcal{O}(h_t^2\lambda^4)$

Ahora se incluyen procesos que involucran el acoplamiento de Yukawa del quark top,  $h_t$ . Para estudiar esto, se denota como  $q_3$  al doblete de quarks levógiros de tercera generación y como  $t$  el singlete  $SU(2)$  del quark top dextrógiro. Se incluirán, entonces, los decaimientos  $1 \longleftrightarrow 3$  mediados por el Higgs,  $N_1 \longleftrightarrow l_\alpha \bar{q}_3 t$ , y las dispersiones  $2 \longleftrightarrow 2$ ,  $N_1 l_\alpha \longleftrightarrow q_3 \bar{t}$ , mostrados en la Figura 8.2. Para las contribuciones a la evaluación de  $N_1$ , teniendo en cuenta que  $l_\beta$  y  $\bar{l}_\beta$  están representadas por sus distribuciones cerca del equilibrio térmico, la ecuación de Boltzmann viene para la abundancia de  $N_1$  viene dada por

$$\left( \frac{dY_N}{dz} \right)_{II} = -\frac{1}{szH(z)} \left( \frac{Y_N}{Y_N^{eq}} - 1 \right) \sum_\beta \left[ \gamma_{l_\beta \bar{q}_3 t}^{N_1} + \gamma_{\bar{l}_\beta q_3 \bar{t}}^{N_1} + \gamma_{q_3 \bar{t}}^{N_1 l_\beta} + \gamma_{\bar{q}_3 t}^{N_1 \bar{l}_\beta} + \gamma_{l_\beta t}^{N_1 q_3} \right. \\ \left. + \gamma_{\bar{l}_\beta \bar{t}}^{N_1 \bar{q}_3} + \gamma_{\bar{l}_\beta q_3}^{N_1 t} + \gamma_{l_\beta \bar{q}_3}^{N_1 \bar{t}} \right] \quad (8.58)$$

Se define  $\gamma_{s_\alpha} = \gamma_{q_3 t}^{N_1 l_\alpha}$  y  $2\gamma_{t_\beta} = \gamma_{q_3 \bar{l}_\beta}^{N_1 t} + \gamma_{t \bar{l}_\beta}^{N_1 \bar{q}_3}$  como las contribuciones dadas por los canales  $s$  y  $t$  mediados por el Higgs. A primer orden en  $\varepsilon_{1,\alpha}$  las cantidades definidas son iguales a sus



**Figura 8.2:** Diagramas de Feynman de las dispersiones mediadas por el Higgs.

$CP$ -conjugados. De esta manera se tiene que, sumando también las contribuciones de orden  $\mathcal{O}(\lambda^2)$  y  $\mathcal{O}(\lambda^4)$ ,

$$\frac{dY_N}{dz} = -(D(z) + 2S_s + 4S_t) K_1(Y_N - Y_N^{eq}). \quad (8.59)$$

Para la asimetría leptónica es necesario incluir los decaimientos y decaimientos inversos  $1 \longleftrightarrow 3$ , las dispersiones  $2 \longleftrightarrow 2$  y las dispersiones  $2 \longleftrightarrow 3$  entre los leptones y el Higgs. A este orden se incluyen únicamente los procesos mediante el canal  $s$ . Siguiendo un proceso similar al de la sección anterior, se obtiene que la asimetría leptónica total está dada por

$$\frac{dY_L}{dz} = \varepsilon_1 K_1 P(z)(Y_N - Y_N^{eq}) - K_1 W(z) Y_L(z) \quad (8.60)$$

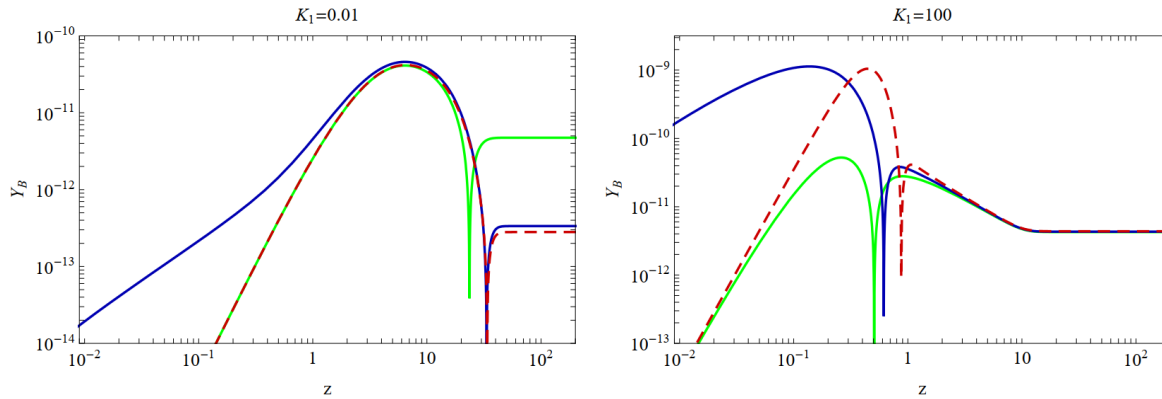
en donde los factores de producción y de amortiguamiento son, respectivamente,

$$P(z) = (D(z) + 2S_s(z) + 4S_t(z)), \quad (8.61)$$

$$W(z) = W_{id}(z) \left( 1 + \frac{1}{D(z)} \left( 2S_s(z) \frac{Y_N(z)}{Y_N^{eq}(z)} + 4S_t(z) \right) \right). \quad (8.62)$$

Lo interesante en estos procesos de dispersión que involucran el quark top es que llegan a ser constantes a alta temperatura, contrario a los decaimientos y decaimientos inversos que están suprimidos ya que van como  $\propto z^2$ . Así que, para  $z \ll 1$ , la termalización de los neutrinos dextrógiros es significativamente más rápida. Sumado a esto, éstos procesos se comportan como fuentes de asimetría y como términos de amortiguamiento de la misma.

En la Figura 8.3, se observa la influencia que tienen los procesos en donde participa el quark top, cuando se considera la sólo la contribución de las dispersiones en el término de washout  $W(z)$  ellos previenen la cancelación de la asimetría leptónica producida durante la



**Figura 8.3:** Influencia de los procesos que involucran el quark top en la asimetría bariónica del universo. Línea punteada roja muestra el caso en donde no se incluyen estos procesos. La línea verde muestra el comportamiento si sólo se incluyen estos procesos como término de washout. La línea azul muestra el caso en donde los procesos del top se incluyen tanto como washout como fuentes de asimetría. [7]

termalización con la generada en los decaimientos de los neutrinos dextrógiros, así que al final  $Y_L \propto K_1$  y no  $\propto K_1^2$  como en el caso de los procesos a orden  $\mathcal{O}(\lambda^4)$ . Se puede observar, además, que la inclusión de estos procesos no tiene mayor influencia en la asimetría bariónica final, viendo por supuesto la comparación entre la línea azul y la línea punteada de la Figura 8.3.

## 9 Conclusiones

Según las mediciones de las abundancias primordiales de los elementos ligeros y las observaciones hechas al CMB, se presenta una asimetría bariónica cuantificada con la razón barión a fotón cuyo valor es de  $\eta = (6,12 \pm 0,04) \times 10^{-10}$ . Además, el no cumplimiento de las condiciones de Sakharov, necesarias para generar la asimetría, por parte del Modelo Estándar de la física de partículas, implica la necesidad de encontrar teorías o modelos que vayan más allá de éste, con el fin dar respuesta a éste resultado.

Por otra lado, en éste documento se ha presentado parte de las pruebas experimentales evidencian la presencia de oscilaciones entre los diferentes sabores de neutrinos a medida que estos se desplazan de un punto otro. Por ejemplo: los neutrinos solares, esencialmente electrónicos, realizan una transición, en su viaje a la Tierra, a neutrinos muónicos y tauónicos; los neutrinos atmosféricos, muónicos, producto del decaimiento de los piones producidos por la interacción de los rayos cósmicos con la atmósfera, oscilan a neutrinos electrónicos y tauónicos de una forma tal que se observa una dependencia en función de la distancia recorrida por los mismos; y los neutrinos procedentes de aceleradores y reactores presentan las mismas transiciones en función de la distancia a la que estén los detectores de las fuentes de neutrinos. Sumado a esto, se mostró cómo el hecho de que existan oscilaciones entre los diferentes sabores de neutrinos requiere que éstos tengan masas diferentes dependiendo del sabor. No obstante, sucede que en las observaciones realizadas hasta la fecha, sólo se ha evidenciado la presencia de neutrinos con quiralidad levógira, lo que llevó a que el Modelo Estándar sólo incluyera esta componente levógira de los neutrinos en el lagrangiano prediciendo consigo que éstos fueran los únicos fermiones sin masa.

Éstas observaciones sobre la naturaleza de los neutrinos, implican que el Modelo Estándar es insuficiente también al momento de explicar o dar respuesta a éstas evidencias. Ésto es razón por el cual, es necesario realizar extensiones a la teoría con el fin de dar cuenta de ello. De éste modo, han surgido modelos enfocados en explicar la masa de los neutrinos como el modelo de Seesaw Tipo I, estudiado en este documento. Éste modelo se basa en la introducción de una nueva familia de fermiones en el sector leptónico, lo que permite, entre otras cosas, la generación natural de una asimetría  $CP$ , mayor que la del Modelo Estándar, gracias a la

mezcla de sabores descrita por la matriz  $PMNS$  que trae fases complejas describen aquella mayor violación  $CP$ . Añádase también que, la naturaleza de ser fermiones de Majorana de los neutrinos dextrógiros introducidos, acoplados a el producto tensorial del doblete de Higgs con el doblete leptónico, permite, a su vez, la presencia de procesos que violan el número leptónico, implicando consigo el cumplimiento, de dos de las tres condiciones de Sakharov. Sin embargo, éstas condiciones se cumplen para la generación de asimetría leptónica. Por otra parte, la relación de Seesaw obtenida, 6.15, implica que la escala de masa de estos nuevos neutrinos es  $\sim 10^8 \text{GeV}$ , provocando que estos se desacoplen muy tempranamente del plasma primigenio, antes de entrar en equilibrio térmico con éste último, lo que deja una asimetría leptónica remanente que no se verá afectada por los procesos de del Modelo Estándar, los cuales conservan todas estas simetrías, como se mostró en el Capítulo 8. Por lo tanto, se completa el cumplimiento de las tres condiciones de Sakharov.

Pero, ¿qué tiene que ver la asimetría leptónica con la asimetría bariónica? Pues, en el Modelo Estándar, en el sector electrodébil (que concierne a los leptones) con grupo de gauge  $SU(2)_L \times U(1)_Y$ , existe una estructura de vacío que se denomina no trivial, debido a la característica no Abelian del grupo de gauge  $SU(2)_L$ , estudiada en el Capítulo 4. Dicha estructura del vacío se refiere a la presencia de una degeneración en los estados que representan al estado base, o de más baja energía, de la teoría. Ésta degeneración trae consigo la existencia de diferentes estados de vacío topológica y físicamente diferentes entre sí, dado que no hay una transformación de gauge infinitesimal que los relacione, lo que crea una barrera de potencial, con altura proporcional a la escala de masa de la teoría (masa de los bosones  $W$ ). Barrera que parece impedir la transición de un estado de vacío a otro. Si bien esta barrera existe, en realidad, hay procesos, denominados instantones, que permiten conectar los diferentes estados de vacío, mediante tunelamiento. Los instantones violan la cantidad  $B + L$  (número bariónico + número leptónico), mediante la relación 4.68, lo que establece una relación entre asimetría leptónica y bariónica. Más precisamente, estos procesos pueden transformar la asimetría leptónica en asimetría bariónica, justo lo que se desea. Pero, surge un problema, pues la tasa de aparición de estos procesos es tan baja que el efecto del tunelamiento tiene un efecto imperceptible tanto en el universo actual como en el universo temprano, como para servir de puente entre las dos asimetrías en cuestión.

Sin embargo, y afortunadamente, el universo temprano es un entorno en el que los efectos o fluctuaciones térmicas tienen un papel de crucial e importante, en virtud de que éstas pueden producir transiciones, entre estados de vacío, que superan por arriba la barrera de potencial que los separa. Las transiciones traídas a colación, son los llamados *esfalerones* que, debido a las altas temperaturas del universo primigenio, están en equilibrio térmico con

el baño térmico, de tal forma que ocurre transición entre asimetría leptónica y bariónica con mayor frecuencia de la que se esperaba. Así pues, haciendo uso de las relaciones entre los potenciales químicos de los diferentes componentes del plasma primigenio, se obtiene la relación que permite cuantificar la producción de asimetría bariónica a partir de la asimetría leptónica producida en cualquier proceso que la genere (ver Ecuación 4.90).

Dado que en éste trabajo se centró en el Modelo de Seesaw Tipo I, cabe mencionar que se evaluó la asimetría  $CP$  surgida del modelo y se comparó con la asimetría  $CP$  esperada gracias a la asimetría bariónica observada y se estableció, mediante el límite de Davidson-Ibarra mostrado en el presente trabajo, que la escala de masa de los neutrinos dextrógiros del modelo es  $\gtrsim 10^8$  GeV. De esta forma, los decaimientos y decaimientos inversos de los neutrinos dextrógiros ocurren fuera del equilibrio térmico, lo cual es esencial para mantener la asimetría bariónica final. Posterior a esto, se determinaron las ecuaciones de Boltzmann del modelo en la aproximación de un sólo sabor, en donde el neutrino dextrógiro más ligero es el que finalmente produce la asimetría leptónica a raíz de aquellas interacciones más allá del Modelo Estándar. Primero, se calculó la asimetría leptónica producida por las interacciones y procesos de estos neutrinos, resultando que, con la asimetría  $CP$  observada e independientemente de la tasa de aparición de éstos procesos, la asimetría leptónica predicha es capaz de ajustarse a la asimetría observada hoy en día. Se observó que, pese a que los neutrinos dextrógiros más ligeros puedan entrar posteriormente en equilibrio térmico con el plasma, la asimetría leptónica producida en un principio puede sobrevivir ante los procesos del Modelo Estándar (simétricos ante  $CP$  y  $L$ ) que intentan borrarla, resultando finalmente en la asimetría deseada, como se obtuvo en la Figura 8.1.

Seguidamente, se tuvieron en cuenta los procesos que involucran al quark más pesado del Modelo Estándar, el quark top, mediante dispersiones mediadas por el Higgs, llevando a la conclusión de que la inclusión o no de éstos procesos no afecta en medida considerable la asimetría leptónica final generada por el Modelo de Seesaw Tipo I como se presentó en la Figura 8.3. Por supuesto, sí que afecta la producción inicial de la asimetría, sin embargo, esto no afecta en nada el resultado deseado, que es la asimetría resultante luego de sufrir los procesos del Modelo Estándar que intentan borrarla.

Para concluir, el modelo de Seesaw Tipo I es capaz de no sólo explicar la masa de los neutrinos del Modelo Estándar, sino también explicar de forma satisfactoria la generación de la asimetría bariónica actual del universo, a partir de la generación de la asimetría leptónica, producto de los neutrinos dextrógiros introducidos en el modelo y producto de las características físicas del vacío electrodébil. Sin embargo, la cota inferior para la masa de los neutrinos dextrógiros impide que el modelo pueda someterse a la prueba

experimental para ser descartado o no, ya que no hay forma de poder detectar la existencia de éstos nuevos neutrinos con los aceleradores actuales y construidos en un futuro cercano debido a la escala de energía tan grande que se necesita. Tampoco es posible detectarlos a partir de las observaciones de los rayos cósmicos, debido a que el parámetro de acoplamiento de los  $N_i$  es demasiado pequeño como para, siquiera, poder observar algún proceso o interacción de los mismos en la Tierra. A razón de ello, surge la necesidad de explorar otros modelos que puedan dar respuesta a las preguntas sobre la naturaleza de los neutrinos, que, a su vez, puedan dar respuesta a la asimetría bariónica del universo y que, especialmente, puedan ser sometidos al análisis experimental y/u observacional con el fin de ser descartados o corroborados.

# Referencias Bibliográficas

- [1] A. D. Sakharov. Violation of CP Invariance, C asymmetry, and baryon asymmetry of the universe. *Pisma Zh. Eksp. Teor. Fiz.*, 5:32–35, 1967.
- [2] J. Baur. Determining the mass of cosmological neutrinos using lyman-alpha forests. Technical report, Universite de Paris-Saclay, 2017.
- [3] D. S. Gorbunov and V. A. Rubakov. *Introduction to the theory of the early universe: Cosmological perturbations and inflationary theory*. World Scientific, 2011.
- [4] P.A. Zyla et al. Review of Particle Physics. *PTEP*, page 083C01, 2020 and 2021 update.
- [5] M. Nakahara. *Geometry, topology and physics*. CRC press, 2018.
- [6] E. W. Kolb and M. S. Turner. *The Early Universe*. Addison-Wesley Publishing Company, 1990.
- [7] J. Francois-Xavier. Recent developments in thermal leptogenesis: the role of flavours in various seesaw realisations, 2008, 0809.4960.
- [8] R. L. Workman et al. Review of Particle Physics. *PTEP*, 2022:083C01, 2022.
- [9] M. B. Gavela et al. Standard model CP violation and baryon asymmetry. Part 2: Finite temperature. *Nucl. Phys. B*, 430:382–426, 1994.
- [10] M. B. Gavela, P. Hernandez, J. Orloff, and O. Pène. Standard model CP-violation and baryon asymmetry. *Mod. Phys. Lett. A*, 9:795–809, 1994.
- [11] M.B. Gavela, M. Lozano, J. Orloff, and O. Pène. Standard model CP-violation and baryon asymmetry (I). Zero temperature. *Nuc. Phys. B*, 430:345–381, 1994.
- [12] K. Kajantie, M. Laine, K. Rummukainen, and M. Shaposhnikov. The electroweak phase transition: a non-perturbative analysis. *Nucl. Phys. B*, 466:189–258, 1996.
- [13] K. Kajantie, M. Laine, K. Rummukainen, and M. Shaposhnikov. Generic rules for high temperature dimensional reduction and their application to the standard model. *Nucl. Phys. B*, 458:90–136, 1996.

- [14] W. Pauli. Dear radioactive ladies and gentlemen. *Phys. Today*, 31(9):27, 1978.
- [15] C. Cowan Jr, F. Reines, F. Harrison, H. Kruse, and A. McGuire. Detection of the free neutrino: a confirmation. *Science*, 124(3212):103–104, 1956.
- [16] L. Lederman et al. Observation of high-energy neutrino reactions and the existence of two kinds of neutrinos. *Phys. Rev. Lett.*, 9(1):36, 1962.
- [17] D. Decamp et al. Determination of the number of light neutrino species. *Phys. Lett. B*, 231(4):519–529, 1989.
- [18] K. Kodama et al. Observation of tau neutrino interactions. *Phys. Lett. B*, 504(3):218–224, 2001.
- [19] M. Goldhaber, L. Grodzins, and A. Sunyar. Helicity of neutrinos. *Phys. Rev.*, 109(3):1015, 1958.
- [20] D. Bödeker and W. Buchmüller. Baryogenesis from the weak scale to the grand unification scale. *Rev. Mod. Phys.*, 93:035004, 2021.
- [21] D. Bailin and A. Love. *Cosmology in Gauge Field Theory and String Theory*. Taylor & Francis, 2004.
- [22] R. J. Cooke, M. Pettini, and C. C. Steidel. One percent determination of the primordial deuterium abundance. *Astrophys J.*, 855:102, 2018.
- [23] R. Cooke and M. Fumagalli. Measurement of the primordial helium abundance from the intergalactic medium. *Nat. Astron.*, 2:957–961, 2018.
- [24] S. A. Balashev, E. O. Zavarygin, A. V. Ivanchik, K. N. Telikova, and D. A. Varshalovich. The primordial deuterium abundance: subDLA system at  $z \approx 2.437$  towards the QSO J1444+2919. *Mon. Notices Royal Astron. Soc.*, 458:2188–2198, 2016.
- [25] A. Coc. Primordial Nucleosynthesis. *J. Phys. Conf. Ser.*, 665:012001, 2016.
- [26] T. Heldeweg. *Sphaleron solutions and their phenomenology in the electroweak theory*. PhD thesis, 2018.
- [27] S. L. Adler. Axial-vector vertex in spinor electrodynamics. *Phys. Rev*, 177(5):2426, 1969.
- [28] J. S. Bell and R. W. Jackiw. A PCAC puzzle:  $\pi^0 \rightarrow \gamma\gamma$  in the  $\sigma$ -model. *Nuovo cimento*, 60(CERN-TH-920):47–61, 1969.

- [29] K. Fujikawa. Path-integral measure for gauge-invariant fermion theories. *Phys. Rev. Lett.*, 42(18):1195, 1979.
- [30] Y. Burnier, M. Laine, and M. Shaposhnikov. Baryon and lepton number violation rates across the electroweak crossover. *JCAP*, 2006(02):007, 2006.
- [31] J. Harvey and M. Turner. Cosmological baryon and lepton number in the presence of electroweak fermion-number violation. *Phys. Rev. D*, 42(10):3344, 1990.
- [32] J. Bahcall, A. Serenelli, and S. Basu. New solar opacities, abundances, helioseismology, and neutrino fluxes. *Astrophys. J.*, 621(1):L85, 2005.
- [33] R. Davis Jr, D. Harmer, and K. Hoffman. Search for neutrinos from the sun. *Phys. Rev. Lett.*, 20(21):1205, 1968.
- [34] C. Pena-Garay and A. Serenelli. Solar neutrinos and the solar composition problem. *arXiv preprint arXiv:0811.2424*, 2008.
- [35] M. Altmann et al. Complete results for five years of gno solar neutrino observations. *Phys. Lett. B*, 616(3-4):174–190, 2005.
- [36] J. Abdurashitov et al. Measurement of the solar neutrino capture rate with gallium metal. iii. results for the 2002–2007 data-taking period. *Phys. Rev. C*, 80(1):015807, 2009.
- [37] Y. Fukuda et al. Solar neutrino data covering solar cycle 22. *Phys. Rev. Lett.*, 77(9):1683, 1996.
- [38] Y. Fukuda et al. Measurement of the solar neutrino energy spectrum using neutrino-electron scattering. *Phys. Rev. Lett.*, 82(12):2430, 1999.
- [39] K. S. Hirata et al. Experimental Study of the Atmospheric Neutrino Flux. *Phys. Lett. B*, 205:416, 1988.
- [40] D. Casper et al. Measurement of atmospheric neutrino composition with the imb-3 detector. *Phys. Rev. Lett.*, 66(20):2561, 1991.
- [41] Fréjus Collaboration, K. Daum, et al. Determination of the atmospheric neutrino spectra with the frejus detector. *Zeitschrift für Physik C Particles and Fields*, 66(3):417–428, 1995.
- [42] M. Aglietta et al. Experimental study of atmospheric neutrino flux in the nusex experiment. *Europhys. Lett.*, 8(7):611, 1989.

- [43] M. Ambrosio et al. Matter effects in upward-going muons and sterile neutrino oscillations. *Physics Letters B*, 517(1-2):59–66, 2001.
- [44] M. Sanchez et al. Measurement of the  $l/e$  distributions of atmospheric  $\nu$  in soudan 2 and their interpretation as neutrino oscillations. *Phys. Rev. D*, 68(11):113004, 2003.
- [45] N. Agafonova et al. Final results of the opera experiment on  $\nu \tau$  appearance in the cngs neutrino beam. *Phys. Rev. Lett.*, 120(21):211801, 2018.
- [46] M. Aartsen et al. Measurement of atmospheric tau neutrino appearance with icecube deepcore. *Phys. Rev. D*, 99(3):032007, 2019.
- [47] B. Pontecorvo. Inverse beta processes and nonconservation of lepton charge. *Zh. Eksp. Teor. Fiz*, 34:247, 1957.
- [48] Z. Maki, M. Nakagawa, and S. Sakata. Remarks on the unified model of elementary particles. *Prog. Theor. Phys.*, 28(5):870–880, 1962.
- [49] S. Weinberg. Baryon-and lepton-nonconserving processes. *Phys. Rev. Lett.*, 43(21):1566, 1979.
- [50] P. Minkowski.  $\mu e\gamma$  at a rate of one out of 109 muon decays? *Phys. Lett. B*, 67(4):421–428, 1977.
- [51] R Mohapatra and G. Senjanović. Neutrino masses and mixings in gauge models with spontaneous parity violation. *Phys. Rev. D*, 23(1):165, 1981.
- [52] T. Yanagida. Horizontal gauge symmetry and masses of neutrinos. *Conf. Proc. C*, 7902131:95–99, 1979.
- [53] M. Gell-Mann, P. Ramond, and R. Slansky. Complex Spinors and Unified Theories. *Conf. Proc. C*, 790927:315–321, 1979, 1306.4669.
- [54] L. Covi, E. Roulet, and F. Vissani. Cp violating decays in leptogenesis scenarios. *Phys. Lett. B*, 384(1-4):169–174, 1996.
- [55] Y. Nir. Leptogenesis: a pedagogical introduction. *Department of Particle Physics Weizmann Institute of Science, Rehovot*, 76100, 2009.
- [56] S. Davidson and A. Ibarra. A lower bound on the right-handed neutrino mass from leptogenesis. *Phys. Lett. B*, 535(1-4):25–32, 2002.
- [57] C. S. Fong and J Racker. On fast cp violating interactions in leptogenesis. *JCAP*, 2010(07):001, 2010.