

**ESTUDIO DEL USO DE MODELOS DE PREDICCIÓN ANALÍTICA EN  
PROCESOS DE INYECCIÓN DE AGUA MEDIANTE LA SIMULACIÓN  
NUMÉRICA DE YACIMIENTOS**

**YOHAN HARLEY PABÓN ACEVEDO  
ANDRÉS FELIPE OLARTE PEÑA**

**UNIVERSIDAD INDUSTRIAL DE SANTANDER  
FACULTAD DE INGENIERÍAS FÍSICO – QUÍMICAS  
ESCUELA DE INGENIERÍA DE PETRÓLEOS  
BUCARAMANGA**

**2014**

**ESTUDIO DEL USO DE MODELOS DE PREDICCIÓN ANALÍTICA EN  
PROCESOS DE INYECCIÓN DE AGUA MEDIANTE LA SIMULACIÓN  
NUMÉRICA DE YACIMIENTOS**

**YOHAN HARLEY PABÓN ACEVEDO  
ANDRÉS FELIPE OLARTE PEÑA**

**Trabajo de grado para optar al título de  
Ingeniero de Petróleos**

**Director**

**SAMUEL FERNANDO MUÑOZ NAVARRO  
Ingeniero de Petróleos, M.Sc.**

**UNIVERSIDAD INDUSTRIAL DE SANTANDER  
FACULTAD DE INGENIERÍAS FÍSICO – QUÍMICAS  
ESCUELA DE INGENIERÍA DE PETRÓLEOS  
BUCARAMANGA**

**2014**

## DEDICATORIA

A Dios, quien durante toda la vida ha iluminado mi camino,  
A mis queridos padres José e Hilda, pilares fundamentales en la consecución de este objetivo, y a quienes les debo todos y cada uno de los éxitos venidos y por venir,  
A mi hermano Javier, quien junto a mis padres ha constituido un modelo más para mi desarrollo personal,  
A mis amigos de la universidad, los cuales hicieron de estos cinco años, una amena experiencia, llena de recuerdos y anécdotas,  
Al profesor Samuel por todo el apoyo y el conocimiento brindado,  
A los compañeros del grupo de investigación de recobro mejorado,  
A todos los miembros de ACEIP por las experiencias compartidas.

*Yohan Harley Pabón Acevedo*

DEDICATORIA

*A los pilares de mi vida, Carlos y Tita.*

*A mi madre Melba que siempre esta conmigo.*

*Andrés Felipe Olarte Peña*

## **AGRADECIMIENTOS**

Al Ingeniero Samuel Fernando Muñoz, por su consejo y guía durante la realización del presente trabajo de Investigación, además de su dirección y apoyo al grupo de investigación de recobro mejorado.

A todos los integrantes e ingenieros que hacen parte del grupo de investigación GRM; Fernando, María Mónica, Xiomara, Cindy y Enrique los cuales con sus sabios consejos y críticas constructivas hicieron posible la consecución efectiva de los objetivos propuestos a lo largo del presente trabajo de grado.

A aquellas personas que de forma desinteresada aportaron tiempo y conocimiento a resolver nuestras dudas.

## CONTENIDO

INTRODUCCIÓN .....	207
1.GENERALIDADES .....	29
1.1 GENERALIDADES SOBRE LA INYECCIÓN DE AGUA .....	29
1.1.1. Marco Histórico de la Inyección de Agua .....	29
1.1.2 La inyección de agua .....	29
1.1.2.1. Eficiencia de barrido areal, vertical y volumétrica .....	30
1.1.2.2. Eficiencia de desplazamiento.....	32
1.1.2.2. Patrón de inyección.....	33
1.1.2.3. Relación de movilidad .....	34
1.1.2.4. Desplazamiento de fluidos inmiscibles.....	34
1.2 PREDICCIÓN DE LA INYECCIÓN DE AGUA .....	36
1.2.3 Modelos de predicción en la inyección de agua.....	36
1.2.3.1 El modelo de predicción perfecto .....	37
1.2.4. Método de buckley-leverett .....	40
1.2.4.1. Teoría de desplazamiento.....	40
1.2.4.2 Ecuación de flujo fraccional .....	41
1.2.4.3 Consideraciones teóricas.....	43
1.2.4.4 Ecuaciones básicas .....	45
1.2.4.5 Antes de ruptura .....	45
1.2.4.6 Después de la ruptura.....	47
1.2.5. Método de dykstra-parsons.....	49
1.2.5.1 Eficiencia vertical o intrusión fraccional $c$ y relación agua-petróleo ( $rap$ ) ...	52
1.2.5.2 Gráficos de intrusión fraccional, $c$ .....	56
1.2.5.2 Método simplificado de johnson.....	61
1.2.6. Método de stiles.....	63
1.2.6.1 Consideraciones teóricas.....	64
1.2.7. Método de craig-geffen-morse .....	70

1.2.7.1 Consideraciones teóricas.....	71
2. CONSTRUCCIÓN MODELOS DE SIMULACIÓN NUMÉRICA.....	83
2.1. SELECCIÓN DEL SOFTWARE DE SIMULACIÓN.....	84
2.2 DEFINICIÓN DEL MODELO DE FLUIDOS .....	85
2.3 DETERMINACIÓN DE LA GEOMETRÍA DE LOS MODELOS DE SIMULACIÓN.....	91
3. MODELAMIENTO ANALÍTICO .....	107
3.1. MODELO ANALÍTICO .....	107
3.2 MÉTODO DE BUCKLEY Y LEVERETT.....	108
3.2.1 Diagrama de flujo.....	108
3.2.2 Hoja de cálculo .....	108
3.2.4 Programa Buckley Leverett gm.....	113
3.3 MODELAMIENTO DE DYKSTRA-PARSONS .....	118
3.3.1 Diagrama de flujo.....	118
3.3.2 Hoja de cálculo .....	119
3.3.3 Programa Dykstra-Parsons.....	120
3.4. MODELAMIENTO STILES.....	125
3.4.1 Diagrama de flujo.....	125
3.4.2 Hoja de cálculo stiles .....	127
3.4.3 Hoja de cálculo stiles .....	129
3.5. MODELAMIENTO CRAIG-GEFFEN-MORSE.....	131
3.5.1 Diagrama de flujo CGM.....	131
3.5.2 Hoja electrónica CGM.....	132
4. ANÁLISIS COMPARATIVO DE LA INYECCIÓN DE AGUA .....	134
4.1 CONSIDERACIONES INICIALES.....	134
4.2 ANÁLISIS BUCKLEY LEVERETT.....	136
4.2.1 Análisis modificación buckley-leverett.....	140
4.3 ANÁLISIS DYKSTRA-PARSONS .....	144
4.3.1 Análisis modificación de johnson en dykstra-parsons.....	148

4.4 ANÁLISIS STILES .....	150
4.5 ANÁLISIS CGM .....	152
4.5 ANÁLISIS GENERAL.....	155
5. ANÁLISIS DE SENSIBILIDAD DE LA INYECCIÓN .....	158
5.1 ANÁLISIS DE SENSIBILIDAD BUCKLEY Y LEVERETT.....	159
5.1.1 Sensibilidad a la tasa de inyección .....	159
5.1.2 Sensibilidad al api .....	162
5.1.3 Sensibilidad a la permeabilidad .....	166
5.2. ANÁLISIS DE SENSIBILIDAD DYKSTRA-PARSONS.....	168
5.2.1. Sensibilización de la tasa de inyección.....	168
5.2.2. Sensibilización por api .....	171
5.2.3. Sensibilización coeficiente dykstra parsons.....	174
5.3. ANÁLISIS DE SENSIBILIDAD STILES.....	177
5.3.1. Análisis de sensibilidad a la tasa de inyección.....	178
5.3.2 Análisis de sensibilidad api .....	179
5.3.3 Análisis de sensibilidad coeficiente de lorentz .....	182
5.4 ANÁLISIS DE SENSIBILIDAD CGM.....	184
5.4.1 Análisis de sensibilidad tasa de inyección .....	184
5.4.2 Análisis de sensibilidad api .....	185
5.4.3. Análisis de sensibilidad permeabilidad .....	188
6. CONCLUSIONES .....	190
7. RECOMENDACIONES.....	191
BIBLIOGRAFÍA.....	192
ANEXOS .....	195

## LISTA DE FIGURAS

Figura 1. Inyección de agua convencional.....	30
Figura 2. Eficiencia Volumétrica.....	32
Figura 3. Patrones de inyección normalmente utilizados en la inyección de agua	33
Figura 4. Tipos de desplazamiento de fluidos inmiscibles .....	35
Figura 5. Desplazamiento de tipo lineal. ....	41
Figura 6. Grafica de flujo fraccional .....	44
Figura 7. Curva de flujo fraccional ampliada.....	45
Figura 8. Representación del yacimiento antes de ruptura según Buckley-Leverett .....	47
Figura 9. Representación del yacimiento después de ruptura según Buckley- Leverett.....	47
Figura 10. Sistema estratificado evaluado en el método Dykstra-Parsons .....	49
Figura 11. Relación de velocidades entre dos capas.....	52
Figura 12. Producción de agua y aceite en un yacimiento estratificado según Dykstra-Parsons. ....	55
Figura 13. Curva RAP vs la intrusión fraccional.....	57
Figura 14. Determinación del termino $V$ a través de la gráfica log probabilística...59	59
Figura 15. Intrusión fraccional en función de la variación de permeabilidad y de la razón de movilidad para un RAP igual a 1 .....	59
Figura 16. Calculo de agua producida mediante el área bajo la curva. ....	60
Figura 17. Coeficiente de variación de la permeabilidad vs relación de movilidad, mostrando líneas constantes de $Ev(1 - S_w)$ , para una relación agua petróleo de 1. .....	62
Figura 18. Ordenamiento decreciente de la permeabilidad de las capas .....	64
Figura 19. Curva típica de capacidad adimensional contra espesor adimensional. .....	66
Figura 20. Curva típica de permeabilidad adimensional .....	67

Figura 21. Etapas en la inyección de agua CGM.....	72
Figura 22. Bancos de Agua y de Petróleo Asociados a la etapa 1 .....	73
Figura 23. Razon de conductancia en funcion de la eficiencia de barrido areal y la razon de movilidad.....	76
Figura 24. Gas en solución y factor volumétrico de la formación.....	89
Figura 25. Curva de permeabilidades relativas.....	91
Figura 26. Modelo conceptual inyección de agua, patrón de cinco puntos.....	93
Figura 27. Dimensionamiento para el modelo lineal .....	93
Figura 28. Factor de recobro para los tres casos en el modelo lineal homogéneo. ....	95
Figura 29. Tasas de producción de agua y aceite para los tres casos en el modelo lineal homogéneo.....	96
Figura 30. Factor de recobro para los tres casos en el modelo lineal heterogéneo. ....	98
Figura 31. Tasa de producción de agua y aceite para los tres casos en el modelo lineal heterogéneo. ....	99
Figura 32. Arreglo de cinco puntos con geometría del modelo .....	100
Figura 33. Dimensionamiento modelo de cinco puntos. ....	100
Figura 34. Factor de recobro vs tiempo para los tres casos en el modelo cinco puntos homogéneo. ....	103
Figura 35. Tasa de producción de agua y aceite para los tres casos en el modelo cinco puntos homogéneo.....	104
Figura 36. Factor de recobro, análisis de sensibilidad a la tasa de inyección.....	105
Figura 37. Análisis de sensibilidad a la tasa de inyección, Relación Agua-Petróleo. ....	105
Figura 38. Diagrama de flujo general Buckley-Leverett .....	108
Figura 39. Calculo de flujo fraccional a través de la hoja de cálculo de Buckley y Leverett.....	109
Figura 40. Calculo de la derivada para cada punto de saturación y determinación del punto de mayor pendiente a través del condicional en la hoja de cálculo.....	110

Figura 41. Determinación de $S_{wf}$ , $f_{wf}$ , $d_{fwf}$ y $S_{wp}$ , a partir del punto de mayor pendiente hallado en la sección 2 de la hoja de cálculo .....	110
Figura 42. Determinación del tiempo de ruptura .....	110
Figura 43. Calculo de resultados para antes de ruptura .....	111
Figura 44. Calculo de saturaciones de agua promedio después de ruptura. ....	112
Figura 45. Cálculos finales después de ruptura .....	112
Figura 46. Sección del programa características de la formación.....	114
Figura 47. Sección propiedades de los fluidos.....	114
Figura 48. Sección Interacción roca-fluido .....	115
Figura 49. Sección parámetros de la inyección de agua .....	115
Figura 50. Sección permeabilidades relativas en función de la saturación del agua. ....	116
Figura 51. Sección graficas .....	117
Figura 52. Sección cálculos en función del tiempo .....	117
Figura 53. Diagrama de flujo del modelo de Dykstra-Parsons .....	118
Figura 54. Cálculos iniciales a partir de los datos de RAP y eficiencia vertical....	119
Figura 55. Cálculos iniciales a partir de los datos de RAP y eficiencia vertical....	120
Figura 56. Interfaz del programa.....	121
Figura 57. Ingreso de datos en el Software Dykstra-Parsons GRM-UIS 2014 ....	122
Figura 58. Ingreso de datos (capas) .....	122
Figura 59. Resultados finales primera sección .....	123
Figura 60. Resultados finales segunda sección.....	123
Figura 61. Resultados finales tercera sección .....	124
Figura 62. Resultados cuarta sección.....	124
Figura 63. Resultados gráficos finales mediante la selección del eje x y el eje y	125
Figura 64. Diagrama de flujo general para el modelamiento de Stiles.....	126
Figura 65. Entrada de datos Hoja electrónica Stiles .....	127
Figura 66. Calculo valores adimensionales hoja electrónica Stiles.....	128
Figura 67. Calculo de la derivada y coeficiente de Lorentz, hoja electrónica Stiles .....	128

Figura 68. Cálculos finales Stiles.....	129
Figura 69. Entrada de Datos software Stiles.....	129
Figura 70. Entrada de Datos de permeabilidad software Stiles. ....	130
Figura 71. Vista general de cálculos efectuados por el software Stiles. ....	130
Figura 72. Comportamiento del factor de recobro en Simulación, BL Y BL Modif. .....	143
Figura 73. Comportamiento de la tasa de producción de aceite vs tiempo en Simulación, BL Y BL Modif. ....	144
Figura 74. Factor de Recobro para el caso base, simulación numérica y Dykstra Parsons.....	145
Figura 75. Tasa de producción de aceite para el caso base Simulación numérica y Dykstra Parsons.....	146
Figura 76. Avance del frente de invasión de agua en Dykstra Parsons.....	147
Figura 77. Avance del frente de invasión de agua en un yacimiento estratificado mediante simulación numérica.....	147
Figura 78. Factor de recobro Simulación, Dykstra-Parsons y Mod Johnson. ....	148
Figura 79. Tasa de producción de aceite para el caso base Simulación numérica, Dykstra Parsons y Dykstra Parsons J.....	149
Figura 80. Comportamiento del factor de recobro mediante Simulación y Stiles.	150
Figura 81. Producción de aceite vs el tiempo en Stiles y Simulación. ....	151
Figura 82. Comportamiento del factor de recobro vs tiempo en simulación y CGM. .....	153
Figura 83. Producción de aceite vs tiempo caso base CGM .....	154
Figura 84. Análisis general del factor de recobro para los 5 modelos estudiados. .....	155
Figura 85. Análisis general de la tasa de producción de aceite, para los 5 modelos estudiados. ....	156
Figura 86. Análisis de sensibilidad tasa de inyección simulación numérica.....	160
Figura 87. Análisis de sensibilidad tasa de inyección Buckley-Leverett.....	160
Figura 88. Análisis de sensibilidad tasa de producción de aceite simulación .....	161

Figura 89. Análisis de sensibilidad tasa de producción de aceite Buckley-Leverett .....	161
Figura 90. Factor de recobro, Análisis de sensibilidad API simulación numérica	163
Figura 91. Factor de recobro, Análisis de sensibilidad API Buckley Leverett .....	163
Figura 92. Tasa de producción de aceite. Sensibilidad API a través de simulación numérica .....	165
Figura 93. Tasa de producción de aceite. Sensibilidad API a través de modelo analítico de Buckley-Leverett .....	165
Figura 94. Análisis del factor de recobro, sensibilidad permeabilidad, Buckley-Leverett.....	167
Figura 95. Análisis de la tasa de producción de aceite, sensibilidad permeabilidad, Buckley-Leverett. ....	167
Figura 96. Análisis del factor de recobro, sensibilidad tasa de inyección, simulación numérica. ....	169
Figura 97. Análisis del factor de recobro, sensibilidad tasa de inyección, Dykstra-Parsons.....	169
Figura 98. Análisis de la tasa de producción de aceite, sensibilidad tasa de inyección, simulación numérica. ....	170
Figura 99. Análisis de la tasa de producción de aceite, sensibilidad tasa de inyección, Dykstra-Parsons.....	170
Figura 100. Análisis del factor de recobro, sensibilidad API, simulación numérica. ....	171
Figura 101. Análisis del factor de recobro, sensibilidad API, Dykstra-Parsons....	172
Figura 102. Análisis de la producción de aceite, sensibilidad API, Simulación numérica. ....	172
Figura 103. Análisis de la producción de aceite, sensibilidad API, Dykstra-Parsons. ....	173
Figura 104. Análisis de sensibilidad Coeficiente de variación de la permeabilidad factor de recobro simulación.....	175

Figura 105. Análisis del factor de recobro, sensibilidad coeficiente de variación de la permeabilidad, Dykstra-Parsons. ....	175
Figura 106. Análisis de la producción de aceite, sensibilidad coeficiente de variación de la permeabilidad, simulación numérica.....	176
Figura 107. Análisis de la producción de aceite, sensibilidad coeficiente de variación de la permeabilidad, Dykstra-Parsons.' .....	176
Figura 108. Análisis del factor de recobro, sensibilidad tasa de inyección, Stiles	178
Figura 109. Análisis de la tasa de producción de aceite, sensibilidad tasa de inyección, Stiles .....	178
Figura 110. Análisis del factor de recobro, sensibilidad API, Stiles.....	180
Figura 111. Análisis de la producción de aceite, sensibilidad API, Stiles.....	181
Figura 112. Análisis del factor de recobro, sensibilidad coeficiente de Lorentz Stiles. ....	182
Figura 113. Análisis de la producción de aceite, sensibilidad coeficiente de Lorentz Stiles. ....	183
Figura 114. Análisis del factor de recobro, sensibilidad tasa de inyección CGM.	184
Figura 115. Análisis de la producción de aceite, sensibilidad tasa de inyección CGM. ....	184
Figura 116. Análisis del factor de recobro, sensibilidad API CGM.....	186
Figura 117. Análisis de la producción de aceite, sensibilidad API CGM. ....	187
Figura 118. Análisis del factor de recobro, sensibilidad permeabilidad CGM. ....	189
Figura 119. Análisis de la producción de aceite, sensibilidad permeabilidad CGM. ....	189

## LISTA DE TABLAS

Tabla 1. Principales modelos de predicción analítica en la inyección de agua .....	38
Tabla 2. Información necesaria en el método de predicción perfecto. ....	39
Tabla 3. Fuerzas que afectan la ecuación de flujo fraccional .....	43
Tabla 4. Ecuaciones básicas Buckley y Leverett .....	48
Tabla 5. Resumen de cálculos utilizados para el modelamiento con Dykstra- Parsons.....	61
Tabla 6. Cálculos para construcción de la curva de capacidad adimensional .....	65
Tabla 7. Cálculos para construcción de la curva de permeabilidad adimensional acumulada. ....	67
Tabla 8. Resumen de cálculos finales a partir de las curvas de capacidad y espesor adimensional para Stiles. ....	69
Tabla 9. Resumen de propiedades de los campos estudiados.....	88
Tabla 10. Datos iniciales para la generación de la tabla PVT.....	89
Tabla 11. Propiedades del agua .....	89
Tabla 12. End points de las curvas de permeabilidad relativa. ....	90
Tabla 13. Restricciones operacionales de los pozos en el modelo homogéneo y heterogéneo ((1/4) patrón de cinco puntos).....	94
Tabla 14. Escenarios de distribución del grid para el modelo lineal homogéneo...	94
Tabla 15. Resultados tiempos de simulación.....	95
Tabla 16. Escenarios de distribución del grid para el modelo lineal heterogéneo.	97
Tabla 17. Resultados tiempos de simulación.....	98
Tabla 18. Tasas operacionales de producción e inyección en el modelo. ....	101
Tabla 19. Escenarios de distribución del grid para el modelo cinco puntos homogéneo.....	102
Tabla 20. Resultados tiempos de simulación.....	103
Tabla 21. Determinación valores de viscosidades, utilizadas en el modelamiento analítico. ....	135
Tabla 22. Tiempo de ruptura y factores de recobro obtenidos BL y sim. ....	138
Tabla 23. Tiempo de ruptura y factores de recobro obtenidos BL Mod y sim. ....	143

Tabla 24. Tiempo de ruptura y factores de recobro obtenidos DP y simulación. .	146
Tabla 25. Tiempo de ruptura y factores de recobro obtenidos Dykstra-Parsons-Johnson. ....	149
Tabla 26. Tiempo de ruptura y factores de recobro obtenidos Stiles y sim.....	151
Tabla 27. Tiempo de ruptura y factores de recobro obtenidos CGM y sim. ....	154
Tabla 28. Tiempo de ruptura y factores de recobro obtenidos para todos los modelos estudiados. ....	156
Tabla 29. Valores de sensibilización en los modelos homogéneos. ....	158
Tabla 30. Valores de sensibilización en los modelos heterogéneos.....	159
Tabla 31. Datos obtenidos sensibilidad tasa de inyección BL .....	159
Tabla 32. Datos obtenidos sensibilidad API BL .....	162
Tabla 33. Datos obtenidos sensibilidad permeabilidad BL.....	166
Tabla 34. Datos obtenidos sensibilización tasa de inyección BL .....	168
Tabla 35. Datos obtenidos sensibilización API BL .....	171
Tabla 36. Datos obtenidos sensibilización Coeficiente DP .....	174
Tabla 37. Valores de sensibilización en los modelos heterogéneos (Coef. Lorenz). ....	177
Tabla 38. Datos obtenidos sensibilización tasa ST.....	179
Tabla 39. Datos obtenidos sensibilización API ST.....	180
Tabla 40. Datos obtenidos sensibilización Coeficiente Lorentz ST.....	182
Tabla 41. Datos obtenidos sensibilización tasa de inyección CGM. ....	185
Tabla 42. Datos obtenidos sensibilización API, CGM .....	186
Tabla 43. Resultados análisis de sensibilidad a la permeabilidad CGM.....	188

## LISTA DE ANEXOS

<b>ANEXO A.</b> GRAFICAS PARA EL CÁLCULO DE LA EFICIENCIA AREAL Y VERTICAL A PARTIR DE DYKTRA PARSONS 1955	
<b>ANEXO B.</b> GRAFICAS PARA EL CÁLCULO DE LA EFICIENCIA VERTICAL, MEDIANTE EL MÉTODO SIMPLIFICADO DE JOHNSON.....	201
<b>ANEXO C.</b> TABLA DE VALORES DE RELACIÓN DE VOLÚMENES POROSOS INYECTADOS CONTACTADOS EN FUNCIÓN DE LA RELACIÓN DE AGUA INYECTADA ACUMULADA.....	2044
<b>ANEXO D.</b> TABLA DE DISTRIBUCIÓN DE LOS VALORES DE PERMEABILIDAD PARA EL CASO BASE HETEROGÉNEO Y LOS VALORES DE SENSIBILIDAD .....	207
<b>ANEXO E.</b> DIAGRAMAS DE FLUJO BL-DP-ST-CGM .....	211

## NOMENCLATURA

$E_D$ : Eficiencia de desplazamiento

$S_o$ : Saturación de aceite promedio del medio poroso, variable con el tiempo

$S_{wc}$ : Saturación de agua crítica

$M_{wo}$ : Relación de movilidad

$K_{rw}, K_{ro}$ : Permeabilidades relativas al agua y al aceite

$\mu_o, \mu_w$ : Viscosidades del aceite y del agua

A: área seccional disponible para el flujo

$A_t$ : tensión de adhesión, dinas/cm

$B_g$ : factor volumétrico de gas en la formación

$B_o$ : factor volumétrico de petróleo en la formación

BPD: Barriles por día

$B_w$ : factor volumétrico de agua en la formación

c: compresibilidad isotérmica

C: intrusión fraccional o cubrimiento vertical- fracción

d: distancia entre pozos productores e inyectores

D: profundidad [pies]

$E_A$ : Eficiencia de barrido areal, fricción

$E_v$ : Eficiencia de barrido vertical

$E_V$ : Eficiencia de barrido volumétrico

f: fracción de volumen de la fase fluyente

$f_g$ : flujo fraccional de gas

$f_o$ : flujo fraccional de petróleo

$f_{wf}$ : flujo fraccional en el frente de invasión de agua  
 $f_{wf}$ : flujo fraccional en el frente de invasión de agua  
 $f_{wi}$ : flujo fraccional de agua a la saturación inicial  
 $f'_{swp}$ : derivada del flujo fraccional de agua con respecto a  $S_{wp}$   
 $F_c$ : Fuerzas capilares  
 $F_v$ : Fuerzas viscosas  
 $g$ : constante de gravedad  
 $G_i$ : gas inicial in situ, PCN  
 $G_p$ : producción acumulada de gas  
 $h$ : espesor de la formación  
 $h$ : elevación, cm  
 $k$ : permeabilidad específica o absoluta  
 $k_g$ : permeabilidad al gas, md  
 $k_o$ : permeabilidad al petróleo, md  
 $k_r$ : permeabilidad relativa  
 $k_{nm}$ : permeabilidad relativa a la fase mojante  
 $k_{mm}$ : permeabilidad relativa a la fase no mojante  
 $k_w$ : permeabilidad al agua, md  
 $k_{rg}$ : permeabilidad relativa al gas  
 $k_{ro}$ : permeabilidad relativa al aceite  
 $k_{rog}$ : permeabilidad relativa al aceite en un sistema gas-petróleo  
 $k_{rw}$ : permeabilidad relativa al agua  
 $L$ : longitud, cm  
 $M$ : razón de movilidad  
 $M_{D,d}$ : razón de movilidad entre la fase desplazante y la fase desplazada  
 $M_{g,o}$ : movilidad del gas con respecto a la movilidad del petróleo  
 $M_{w,o}$ : movilidad del agua con respecto a la movilidad del petróleo

n: numero de libras moles  
N: petróleo in situ, BN  
 $N_p$ : producción acumulada de petróleo  
 $p_i$ : presión inicial  
 $p_o$ : presión en la fase petróleo, lpc  
 $p_w$ : presión en la fase agua, lpc  
 $P_c$ : presión capilar  
q: tasa volumétrica de flujo, BPD  
 $q_b$ : tasa basica de inyección, BPD  
 $q_g$ : tasa de producción de gas, PCN/D  
 $q_o$ : tasa de producción de petróleo, PCN/D  
 $q_t$ : tasa total de inyección, BPD  
 $q_w$ : tasa de producción de agua, BPD  
r: distancia radial, pies  
R: radio de curvatura, cm  
 $r_w$ : radio del pozo, pies  
s: factor de daño  
 $s_i$ : daño del pozo inyector  
 $s_p$ : daño del pozo productor  
S: saturación, fracción  
 $S_g$ : saturación de gas, fracción  
 $S_{gc}$ : saturación de gas critica, fracción  
 $S_{gi}$ : saturación de gas inicial, fracción  
 $S_{gr}$ : saturación de gas inicial, fracción  
 $S_o$ : saturación de petróleo, fracción  
 $S_{ob}$ : saturación de petróleo en el banco de petróleo, fracción  
 $S_{oi}$ : saturación de petróleo inicial, fracción

$S_{or}$ : saturación de petróleo residual, fracción  
 $S_w$ : saturación de agua, fracción  
 $S_{wbt}$ : saturación de agua a la ruptura, fracción  
 $S_{wc}$ : saturación de agua connata, fracción  
 $S_{wi}$ : saturación de agua inicial, fracción  
 $S_{wir}$ : saturación de agua irreducible, fracción  
 $S_{wf}$ : saturación de agua en el frente de invasión, fracción  
 $S_{wp}$ : saturación de agua promedio detrás del frente de invasión, fracción  
 $t$ : tiempo, días  
 $t_D$ : tiempo adimensional  
 $t_{ij}$ : tiempo de interferencia, días  
 $v$ : velocidad total en el sistema lineal  
 $V$ : coeficiente de variación de la permeabilidad  
 $V_o$ : volumen de petróleo, bbl  
 $V_p$ : volumen poroso, bbl  
 $VP$ : fracción de volumen poroso  
 $V_w$ : volumen de agua  
 $W$ : trabajo  
 $W_i$ : agua inyectada, BN o Bbl  
 $W_{ibt}$ : Volumen de agua inyectada a la ruptura, BN o Bbl

## RESUMEN

**TITULO:** ESTUDIO DEL USO DE MODELOS DE PREDICCIÓN ANALÍTICA EN PROCESOS DE INYECCIÓN DE AGUA MEDIANTE LA SIMULACIÓN NUMÉRICA DE YACIMIENTOS\*

**AUTORES:** YOHAN HARLEY PABÓN ACEVEDO; ANDRÉS FELIPE OLARTE PEÑA\*\*

**PALABRAS CLAVE:** Inyección de agua, desplazamiento inmiscible, modelos analíticos, simulación numérica, factor de recobro.

**DESCRIPCIÓN:** Los métodos de recobro secundario, constituyen aquellas técnicas de recuperación que se basan en la inyección de un fluido inmiscible en el yacimiento como el agua; con el fin de aumentar la presión en el yacimiento y crear un desplazamiento de fluidos de acuerdo al principio de balance de materiales. La inyección de agua se ha implementado con éxito alrededor del mundo y hoy en día un alto porcentaje del recobro obtenido de yacimientos convencionales se debe a esta técnica. Sin embargo la correcta predicción del proceso de inyección de agua se ve limitada por factores como la relación de movilidades, la heterogeneidad del yacimiento y las condiciones operacionales a las que se lleva a cabo este proceso.

La industria posee dos herramientas clásicas para la predicción de la inyección de agua que son, la simulación numérica y el modelamiento analítico. Los modelos analíticos descritos en el presente trabajo de investigación, abarcan modelos que asumen diferentes suposiciones que incluyen los términos de heterogeneidad, variación de la eficiencia areal, variación de la eficiencia vertical, tipos de arreglos, y tipos de desplazamiento. Los modelos de Buckley-Leverett, Dykstra-Parsons, Stiles y Craig-Geffen-Morse corresponden a los métodos analíticos más conocidos y para su desarrollo se llevaron a cabo una serie de análisis experimentales y suposiciones teóricas.

Con el objetivo de realizar un análisis comparativo del comportamiento predicho con los cuatro modelamientos analíticos propuestos, los resultados obtenidos se compararon con los determinados mediante el simulador numérico IMEX de la compañía CMG. Para esto fue utilizado un modelo conceptual de simulación con el objetivo de determinar cuál de los métodos de predicción analíticos planteados ajusta mejor sus resultados con los de la simulación.

---

\* Trabajo de grado

\*\* Facultad de Ingenierías Físico-Químicas. Escuela de Ingeniería de Petróleos. Director : SAMUEL FERNANDO MUÑOZ NAVARRO

## ABSTRACT

**TITLE:** STUDY OF THE USE OF ANALYTICAL PREDICTION MODELS IN THE WATERFLOODING PROCESS USING NUMERICAL RESERVOIR SIMULATION\*

**AUTHORS:** YOHAN HARLEY PABÓN ACEVEDO; ANDRES FELIPE OLARTE PEÑA\*\*

**KEY WORDS:** Waterflooding, Immiscible displacement, Analytical models, Numerical simulation, Oil recovery factor

**DESCRIPTION:** Secondary recovery methods, consist of techniques which rely on the injection of an immiscible fluid into the reservoir such as water; in order to increase the pressure in the reservoir and create a displacement of fluids according to the principle of material balance. Waterflooding has been successfully implemented around the world and today a high percentage of the oil recovery obtained from conventional reservoirs is due to this technique. However, the correct prediction of the waterflooding process is limited by factors such as mobility ratio, reservoir heterogeneity, and the operating conditions to which this process is carried.

The industry has two classic prediction tools for waterflooding which are, numerical simulation and analytical modeling. The analytical models described on this research, cover models that consider different assumptions that include the terms of heterogeneity, varying areal efficiency, varying vertical efficiency, types of arrangements, and types of displacement. The Buckley-Leverett model, Dykstra-Parsons, Stiles and Craig-Geffen-Morse are the best-known analytical models and for their development a series of experimental analysis and theoretical assumptions were conducted.

In order to make a comparative analysis of the predicted behavior with the four proposed analytical modeling methods, the results obtained were compared with those determined by the numerical simulator CMG IMEX Company. In order to do this a conceptual model of simulation was used to determine which analytical method best fits its results with the simulation.

---

\* Thesis Project

\*\* Faculty of physicochemical Engineerings. School of Petroleum Engineering. Director: SAMUEL MUNOZ FERNANDO NAVARRO

## INTRODUCCIÓN

El agotamiento de las reservas existentes de petróleo, y la baja tasa de nuevos descubrimientos, hacen cada vez más necesario aumentar el factor de recobro en los campos existentes. El factor de recobro en Colombia es de aproximadamente el 22% y el 90% de los campos se encuentran aún en su etapa de producción primaria<sup>1</sup>. Debido a esto, la implementación de técnicas de recobro, que permitan una mayor recuperación y por ende aumenten la productividad de los pozos, juega un rol importante a la hora de establecer un manejo adecuado de los yacimientos.

A la hora de hablar de técnicas de recobro, se puede hablar de recobro secundario y de recobro terciario. La recuperación secundaria incluye aquellas técnicas que permiten tener una mayor recuperación de petróleo, mediante el aumento de la energía natural del yacimiento, a través de la inyección de un fluido inmisible que puede ser agua o gas. Sin embargo actualmente el término recuperación secundaria es casi sinónimo de la inyección de agua

La implementación de un proyecto de recobro secundario, se ha visto limitada por la rentabilidad que se requiere para la explotación comercial de los yacimientos. En general a nivel mundial, la implementación de estas operaciones está ligada al comportamiento de los precios del crudo, por lo que si el precio del crudo es alto, el número de proyectos a escala de campo aumenta masivamente. En Colombia esta tendencia no ha seguido la dinámica global, como resultado de ello, aun el número de proyectos de recuperación secundaria, procesos que son implementados masivamente desde el inicio en la mayoría de los campos, es muy bajo en comparación del número de campos existentes.

---

<sup>1</sup> R. Castro, G. Maya, D. Mercado, M. Trujillo, C. Soto, H. Perez, A. Lobo, A. Ordoñez, E. Sandoval; SPE ECOPETROL Enhanced Oil Recovery (EOR) Status-Colombia

La inyección de agua es el método de recobro más práctico, económico y del que mejores resultados se han obtenido a lo largo de la historia. Para la predicción exitosa de este método, es necesario el uso de un modelo de predicción adecuado, por el cual se obtengan los resultados más cercanos a la realidad y así se pueda hacer un análisis preliminar adecuado de la inversión y la rentabilidad al aplicar un proyecto.

En cuanto a métodos de predicción, hoy en día la industria ofrece a los ingenieros de petróleos dos herramientas fundamentales para el pronóstico del proceso de inyección de agua, estas son la simulación numérica y el modelamiento analítico.

Con el fin de analizar el comportamiento de la técnica, se desarrolló un estudio de simulación numérica, junto a otro de modelamiento analítico, que permitió establecer diferencias en el comportamiento de la inyección y en donde se analizaron los principales parámetros que afectan la respuesta del yacimiento a la inyección de agua.

## **1. GENERALIDADES**

### **1.1 GENERALIDADES SOBRE LA INYECCIÓN DE AGUA**

#### **1.1.1. Marco histórico de la inyección de agua**

Una vez los mecanismos de energía primaria del yacimiento empiezan a declinar con el tiempo, la implementación de métodos de recuperación secundaria, se hace necesaria para alargar la vida productiva de los yacimientos. La inyección de agua es un método de recobro que fue implementado por primera vez en el siglo XIX y cuyo desarrollo ha crecido progresivamente hasta nuestros días<sup>2</sup>. La primera inyección de agua se dio de manera accidental en el área de Pithole City en Pensilvania, Estados Unidos, como resultado de la entrada accidental de agua proveniente de acuíferos someros en las arenas productoras, lo que aumento la producción de los pozos productores. En el siglo XIX la función principal de la inyección de agua correspondía a mantener la energía natural de los yacimientos, aumentando de este modo, la vida productiva de los pozos<sup>3</sup>. Hoy en día la inyección de agua constituye el método de recobro secundario más conocido y alrededor de la mitad de la producción mundial de crudo convencional se recupera debido a esta técnica.

#### **1.1.2 La inyección de agua**

La inyección de agua es un método de recobro secundario que consiste en la inyección de este fluido inmisible en el yacimiento. Los mecanismos por los cuales ocurre el desplazamiento incluyen los efectos de aumento en la presión y el

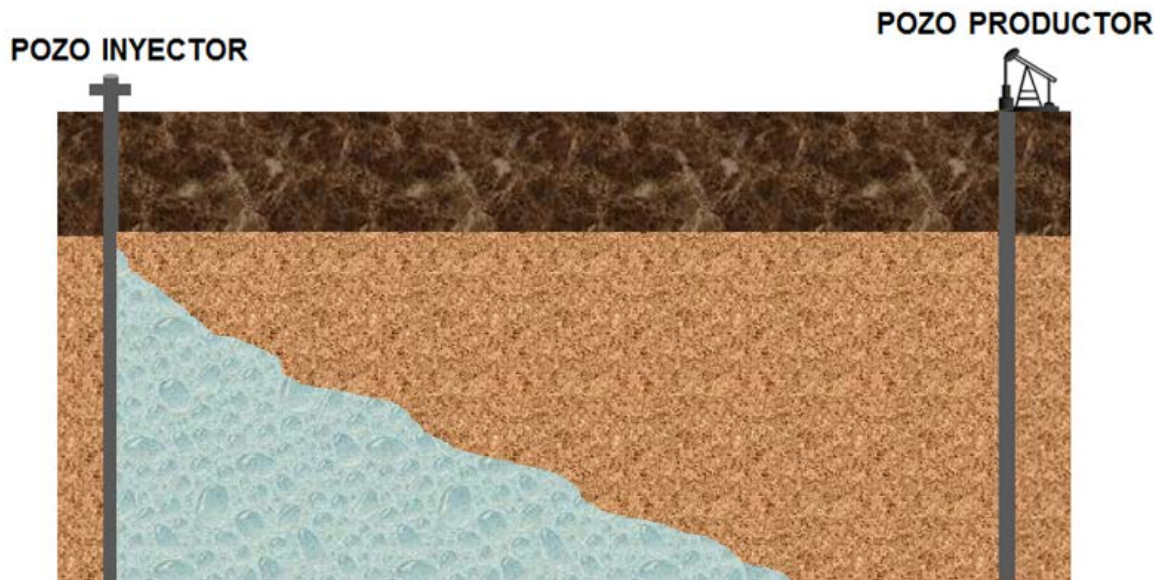
---

<sup>2</sup> SATTER, Abdush. THAKUR, Ganesh. Integrated Petroleum Management

<sup>3</sup>SATTER, Abdush. THAKUR, Ganesh. Integrated waterflood asset management. Pag 4

desplazamiento inmiscible del agua por el aceite de acuerdo al principio de balance de materiales<sup>4</sup>. Un esquema convencional de una inyección de agua se muestra en la figura 1, en la que el pozo de la izquierda corresponde a un pozo inyector, mientras el de la derecha corresponde a un pozo productor.

**Figura 1.** Inyección de agua convencional.



A la hora de comprender y modelar un proceso de inyección de agua, es necesario el conocimiento de algunos conceptos clave, necesarios para la comprensión de los modelos matemáticos inherentes al proceso.

#### **1.1.2.1. Eficiencia de barrido areal, vertical y volumétrica**

La eficiencia de barrido areal, hace referencia a la fracción de área del yacimiento por donde efectivamente se ha desplazado el agua inyectada. De igual forma la eficiencia de barrido vertical corresponde a la fracción vertical de yacimiento por donde se ha desplazado efectivamente el agua. Una vez definidos los valores de eficiencias verticales y areales, es posible definir el término de eficiencia volumétrica, el cual está definido como el resultado del producto de la eficiencia

<sup>4</sup> PARIS DE FERRER, Magdalena. Inyección de Agua y gas en yacimientos petrolíferos. Pag 12

vertical y la eficiencia areal; y corresponde a la fracción volumétrica del yacimiento efectivamente invadido por agua. Una representación gráfica de la eficiencia se puede apreciar en la figura 2<sup>5</sup>.

En cuanto a los métodos de determinación de las eficiencias areal y vertical, inicialmente estas se determinaban a partir de cálculos de distribución de presión en régimen permanente. De esta forma era posible el cálculo de la eficiencia areal a ruptura, para una relación de movilidades igual a uno.

Otra de las técnicas utilizadas inicialmente para el cálculo de eficiencias, es la aplicación del modelo electrolítico; en él se duplicaba el régimen de flujo permanente mediante una corriente eléctrica. Del modelo electrolítico se derivaron modificaciones posteriores como lo son el modelo de absorción y el modelo “gelatina”<sup>6</sup>.

A principios de la década de 1950 se desarrolló la técnica de graficas de sombras de rayos X, así como la de “trazadores líquidos” o también llamados modelos “HeteShaw” que permitían determinar experimentalmente las áreas invadidas para relaciones de movilidad diferentes a uno. También se ha usado para determinar el área barrida los modelos de resistencia, que simulan el medio poroso mediante una serie de resistencias eléctricas interconectadas.<sup>7</sup>

La efectividad de un proceso de inyección de agua, puede ser evaluada a través de la eficiencia de barrido volumétrico que presente dicho proceso. Si la eficiencia volumétrica es alta, el proceso de inyección será exitoso. Sin embargo la eficiencia volumétrica se ve afectada por ciertos factores que alteran de forma importante el proceso de inyección de agua, algunos de estos factores son:

- Heterogeneidad del yacimiento
- Relación de movilidades

---

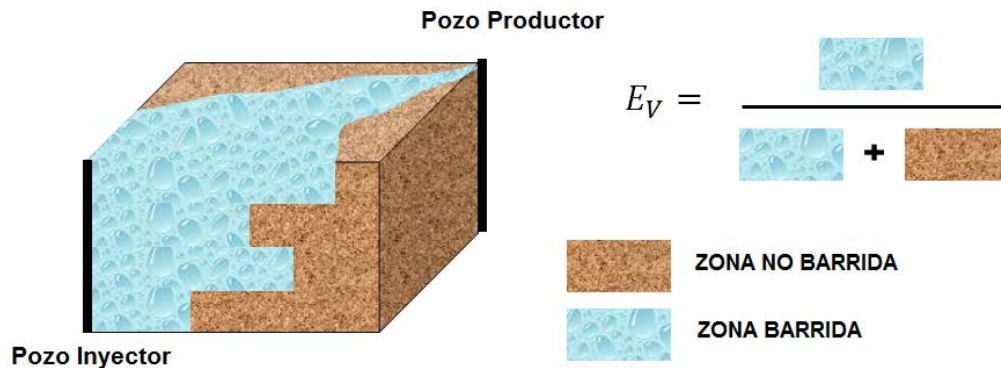
<sup>5</sup> FITZMORRIS, KELSEY y PANDE. Effect of Crossflow on Sweep Efficiency in WaterOil Displacement in Heterogeneous Reservoirs. SPE 24902, 1992.

<sup>6</sup> FORREST Y CRAIG. Aspectos de la ingeniería de la inyección de agua. Pag 37

<sup>7</sup> FORREST Y CRAIG. Aspectos de la ingeniería de la inyección de agua. Pag 38

- Distancia entre pozos
- Segregación gravitacional

**Figura 2.** Eficiencia Volumétrica



Fuente: Modificado Aplicación de pozos horizontales en procesos de inyección de agua, mediante simulación numérica, YATTE GARZÓN FABIÁN CAMILO, VILLAMIZAR BALLESTEROS INGRITH JOHANA.

### 1.1.2.2. Eficiencia de desplazamiento

La eficiencia de desplazamiento se define como la fracción de petróleo desplazada en la zona invadida del yacimiento por el fluido inyectado. Esta eficiencia depende de los siguientes factores<sup>8</sup>:

- Cantidad de fluido inyectado.
- Mojabilidad preferencial del medio poroso.
- Viscosidad del petróleo y de la fase desplazante.
- Tasa de inyección y buzamiento de la formación.
- Saturación de gas inicial.

Matemáticamente la eficiencia de desplazamiento está definida como:

<sup>8</sup> YATTE GARZON, Fabián Camilo. VILLAMIZAR BALLESTEROS, Ingrith Johana. Aplicación de pozos horizontales en procesos de inyección de agua mediante simulación numérica de yacimientos.

$$E_D = \frac{1 - S_{wc} - S_{oR}}{1 - S_{wc}} \quad (1)$$

Dónde:

$E_D$ : Eficiencia de desplazamiento.

$S_{oR}$ : Saturación de aceite remanente en el medio poroso, variable con el tiempo.

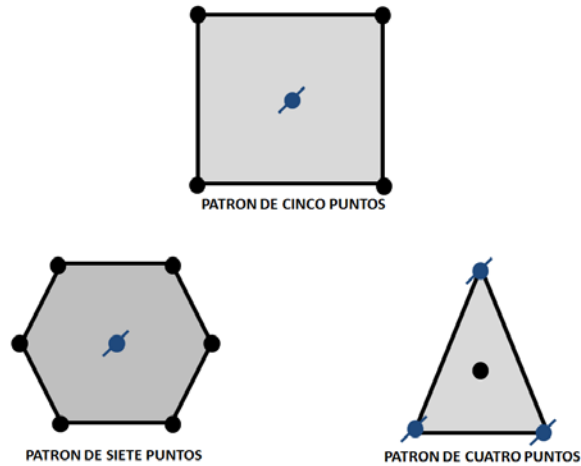
$S_{wc}$ : Saturación de agua crítica.

El valor de eficiencia de desplazamiento varía de 0 a 1, siendo 1 si la saturación de aceite promedio de aceite en el yacimiento fuese nula, lo cual es imposible ya que siempre existirá una cantidad de aceite imposible de mover en el yacimiento que es la saturación de aceite irreducible. Durante el barrido del yacimiento la eficiencia de desplazamiento coincidiría con la eficiencia de recuperación  $E_R$ , si hipotéticamente todo el fluido inyectado contactara todo el petróleo del yacimiento.

#### 1.1.2.2. Patrón de inyección

Los patrones de inyección más comúnmente utilizados para la implementación de la inyección de agua, se muestran en la figura 3.

**Figura 3.** Patrones de inyección normalmente utilizados en la inyección de agua



### 1.1.2.3. Relación de movilidad

Matemáticamente la relación de movilidades está definida como la relación existente entre la movilidad del agua y la movilidad del crudo. A su vez la movilidad de un fluido es la relación que hay entre a permeabilidad y la viscosidad del mismo.

$$M_{wo} = \frac{\left(\frac{K_{rw}}{\mu_w}\right)_{S_{wp}}}{\left(\frac{K_{ro}}{\mu_o}\right)_{S_{wi}}} \quad (2)$$

Dónde:

$M_{wo}$ : Relación de movilidad

$K_{rw}, K_{ro}$ : Permeabilidades relativas al agua y al aceite

$\mu_o, \mu_w$ : Viscosidades del aceite y del agua

### 1.1.2.4. Desplazamiento de fluidos inmiscibles

Una vez el aceite presente en el yacimiento, no cuenta con la energía suficiente para lograr salir de los poros de las rocas en las que se encuentra, la única forma por la cual los fluidos logran salir, es mediante el uso de un fluido asociado al petróleo, como el gas o el agua, y así este logra moverse a través del yacimiento. El proceso mediante el cual un fluido reemplaza el volumen ocupado por otro se denomina desplazamiento, por lo general el fluido desplazante es agua o gas mientras el desplazado es petróleo<sup>9</sup>. Este proceso se asemeja mucho al desplazamiento generado por un pistón. Matemáticamente existe dos formas de modelar un proceso de desplazamiento entre dos fluidos inmiscible.

a) Desplazamiento pistón sin fugas

Este tipo de desplazamiento se presenta cuando la saturación de aceite en la zona invadida disminuye, hasta el valor de saturación de aceite residual, es decir la saturación del fluido desplazante es máxima. Por esta razón detrás del frente solo existe el flujo de agua. En este desplazamiento cuando el frente de agua llega al pozo productor se dice que se ha llegado al tiempo de ruptura.

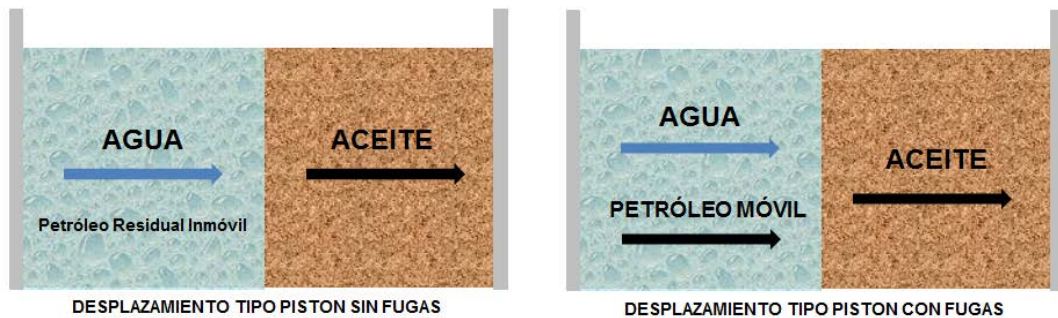
b) Desplazamiento tipo pistón con fugas

En el desplazamiento pistón con fugas, la saturación de aceite remanente detrás del frente es mayor a la saturación de aceite residual por lo que este aun tendrá movilidad. En este caso detrás del frente se obtendrá flujo de ambas fases desplazante y desplazada. Los dos tipos de desplazamiento pueden apreciarse en la figura 4.

**Figura 4.** Tipos de desplazamiento de fluidos inmiscibles

---

<sup>9</sup> PARIS DE FERRER, Magdalena. Inyección de Agua y Gas en Yacimientos Petrolíferos. Segunda edición. Maracaibo. 2001



Fuente: Tomada y modificada de Paris de Ferrer, Magdalena. Inyección de agua y gas en yacimientos petrolíferos.

## 1.2 PREDICCIÓN DE LA INYECCIÓN DE AGUA

Para poder predecir el comportamiento de un proceso de inyección de agua, es necesario recurrir a la conversión del fenómeno físico que ocurre en el yacimiento, a un modelo que permita describir de la manera más cercana a la realidad el desplazamiento que se lleva a cabo en el medio poroso.

Un modelo constituye una abstracción teórica de un fenómeno físico que ocurre en la realidad y que tiene dos utilidades fundamentales.

- Reducir la complejidad del fenómeno, permitiéndonos ver las características más importantes que están detrás de un proceso, ignorando detalles de menor importancia que harían el proceso innecesariamente laborioso.
- Hacer predicciones concretas que se puedan falsar mediante experimentos u observaciones.

El uso de modelos no es algo nuevo. El hombre siempre ha tratado de representar y expresar ideas y objetos para tratar de entender y manipular su medio. Un requerimiento básico para cualquier modelo, es que pueda describir al sistema con suficiente detalle para hacer predicciones válidas sobre el comportamiento del

fenómeno. Más generalmente, las características del modelo deben corresponder a algunas características del sistema modelado. Existen dos tipos fundamentales de modelos, los modelos analíticos y los modelos de simulación.

### **1.2.3 Modelos de predicción en la inyección de agua**

Un modelo de predicción de la inyección de agua consiste en aplicar un conjunto de ecuaciones matemáticas que logran simular el comportamiento esperado del yacimiento, y permiten pronosticar información sobre su futuro<sup>10</sup>. La información obtenida del modelo incluye información de:

- Producción de petróleo
- Producción de agua
- Relación agua-petróleo
- Tiempos de ruptura
- Tiempo de límite económico
- Factores de recobro

Hoy día existe un gran número de modelos de predicción analítica para la inyección de agua, sin embargo todos ellos difieren en las suposiciones que tienen en cuenta, como lo son la heterogeneidad del yacimiento, eficiencias de barrido, mecanismos de desplazamiento entre otros aspectos. En la Tabla 1 se encuentran los principales modelos analíticos propuestos encontrados en la literatura, y su clasificación de acuerdo a las variables que más afectan el problema que pretenden simular.

#### **1.2.3.1 El modelo de predicción analítico**

---

<sup>10</sup> PARIS DE FERRER, Magdalena. Inyección de Agua y Gas en Yacimientos Petrolíferos

Para que un modelo pueda ser considerado completamente confiable, es necesario que este contenga toda la información disponible del yacimiento, esta información está relacionada con el flujo de fluidos, el arreglo de los pozos y la heterogeneidad del yacimiento (Tabla 2). Sin embargo un modelo que contenga toda esta información, será demasiado robusto y su resolución resultara muy complicada, es por esta razón que el modelo de predicción perfecto no existe y los actualmente desarrollados son solo aproximaciones.

De todos los métodos de predicción para la inyección de agua, los métodos de Buckley-Leverett, Dykstra-Parsons, Stiles y Geffen-Morse constituyen los más relevantes y serán estudiados con detalle en el transcurso de este trabajo de investigación.

**Tabla 1.** Principales modelos de predicción analítica en la inyección de agua

<b>MODELOS CONCERNIENTES AL TIPO DE DESPLAZAMIENTO</b>
<ul style="list-style-type: none"> <li>• Buckley-Leverett</li> <li>• Craig, Geffen y Morse</li> <li>• Roberts</li> <li>• Higgins y Leighton</li> <li>• Rapoport, Carpenter y Leas</li> </ul>
<b>MODELOS CONCERNIENTES A LA HETEROGENEIDAD DEL YACIMIENTO</b>
<ul style="list-style-type: none"> <li>• Dykstra y Parsons</li> <li>• Johnson</li> <li>• Stiles</li> <li>• Yusier y Calhoun, Suder y Calhoun</li> <li>• Prats, Matrheys, Jewet y Baker</li> <li>• Fensental y Yuster</li> </ul>
<b>MODELOS CONCERNIENTES A LA EFICIENCIA AREAL</b>
<ul style="list-style-type: none"> <li>• Muskat</li> <li>• Hurst</li> </ul>

<ul style="list-style-type: none"> <li>• Cuadle y Witte</li> <li>• Aronofski</li> <li>• Deepe y Hauber</li> </ul>
<b>MODELOS RELACIONADOS CON MODELOS MATEMÁTICOS</b>
<ul style="list-style-type: none"> <li>• Douglas, Blair y Wagner</li> <li>• Douglas, Peaceman y Rachford</li> <li>• Hiatt</li> <li>• Morel-Seytoux</li> <li>• Wrren y Cosgrove</li> </ul>
<b>MODELOS EMPÍRICOS</b>
<ul style="list-style-type: none"> <li>• Guthrie y Greenberg</li> <li>• Schauer</li> <li>• Guerrero y Earlougher</li> </ul>

Fuente: Tomada y modificada de Naranjo-Gómez 1991

**Tabla 2.** Información necesaria en el método de predicción perfecto.

<b>Efectos de flujo de fluidos</b>	<b>Efectos del tipo de arreglo de pozos</b>	<b>Efectos de la heterogeneidad del yacimiento</b>
Permeabilidades Relativas	Variación de la eficiencia de barrido areal antes y después de la ruptura en función de la razón de movilidad.	Consideración de yacimientos estratificados.
Existencia de un frente y de un gradiente de saturación.	Aplicabilidad a cualquier tipo de arreglo.	Variación areal y vertical

		de la permeabilidad.
Posible presencia de una saturación de gas inicial.	No requiere datos de laboratorios publicados o adicionales a los convencionales.	Presencia de flujo entre capas.

#### 1.2.4. Método de buckley-leverett

El método de Buckley y Leverett, a través de la teoría de desplazamiento y la teoría de flujo fraccional, describe el desplazamiento lineal del petróleo a tasas de inyección constantes<sup>11</sup>. Este método permite estimar el volumen de petróleo desplazado, el volumen de agua, y la tasa de producción a cualquier tiempo. Su aplicación, al limitarse a desplazamientos lineales, es poca. Sin embargo se han desarrollado modificaciones que incluyen efectos por desplazamiento radial que aumentan el grado de aplicabilidad, disminuyendo sus limitaciones. Las principales suposiciones del método de Buckley y Leverett son:

- El flujo es lineal o radial con sus respectivas correcciones.
- La permeabilidad y la porosidad se consideran constantes.
- El desplazamiento es tipo pistón con fugas.
- Los fluidos son inmiscibles por lo cual existe presión capilar.
- El concepto de permeabilidades relativas a dos fases se aplica, ya que solo dos fluidos fluyen al mismo tiempo en el medio poroso.
- Al inyectar agua, la presión de inyección debe estar por encima del punto de burbuja.

<sup>11</sup> BUCKLEY, S.E y LEVERETT, M.C. Mechanisms of Fluid Displacement in Sand, Trans., AIME (1942)

- La tasa de inyección y el área transversal se consideran constantes
- El flujo es continuo.
- Para mantener las condiciones de equilibrio, la presión y temperatura deben ser constantes.

#### **1.2.4.1. Teoría de desplazamiento**

La teoría de desplazamiento de Buckley y Leverett busca describir el desplazamiento de un fluido no mojante por uno mojante o viceversa. Esta se basa en el concepto de permeabilidades relativas y el desplazamiento tipo pistón con fugas. La mayor limitante de la teoría de desplazamiento es su aplicabilidad a sistemas lineales, ya que estos no representan la gran mayoría de arreglos implementados en recuperación secundaria. Aun así, aplicando el concepto de eficiencia de barrido, se puede extender la aplicabilidad de esta teoría a sistemas no lineales.

Entre otras de las suposiciones del método de Buckley y Leverett, este considera que la formación debe ser homogénea, además de considerar constantes el área transversal de flujo y la tasa de inyección.<sup>12</sup>

Ya que en la mayoría de los casos se supone que el desplazamiento de petróleo se da preferiblemente por agua en un sistema mojado por agua, otra suposición es que la presión de desplazamiento se debe encontrar por encima de la presión de burbuja.

#### **1.2.4.2 Ecuación de flujo fraccional**

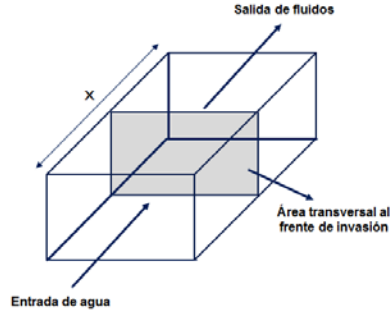
Para el desarrollo de esta ecuación se considera un desplazamiento de tipo pistón con fugas. En esta formación se tiene una permeabilidad  $k$  y una porosidad  $\Phi$ , saturada con petróleo y agua connata, sometida a la inyección de fluidos a una tasa  $q_t$ . Esta formación tiene una longitud  $L$  y un área transversal  $A$ . La ley de

---

<sup>12</sup> BUCKLEY, S.E y LEVERETT, M.C. Mechanisms of Fluid Displacement in Sand, Trans., AIME (1942)

Darcy es utilizada para modelar el flujo de dos fluidos inmiscibles a través del medio poroso.

**Figura 5.** Desplazamiento de tipo lineal.



$$q_w = -\frac{k_w * A}{\mu_w} * \left( \frac{\partial p_w}{\partial x} + C_{\rho_w} g \text{sen} \alpha \right) \quad (3)$$

$$q_o = -\frac{k_o * A}{\mu_o} * \left( \frac{\partial p_o}{\partial x} + C_{\rho_o} g \text{sen} \alpha \right) \quad (4)$$

El termino de presión capilar está definido como

$$P_c = p_o - p_w \quad (5)$$

El correspondiente gradiente de presión capilar hacia la dirección de flujo

$$\frac{\partial P_c}{\partial x} = \frac{\partial p_o}{\partial x} - \frac{\partial p_w}{\partial x} \quad (6)$$

Reemplazando (3) y (4) en la ecuación (6)

$$\frac{\partial P_c}{\partial x} = -\frac{q_o * \mu_o}{k_o * A} - C_{\rho_o} g \text{sen} \alpha + \frac{q_w * \mu_w}{k_w * A} + C * \rho_w * g * \text{sen} \alpha \quad (7)$$

Considerando que en la formación existe flujo continuo o estacionario se tiene que:

$$q_t = q_o + q_w \quad (8)$$

A partir de la ecuación (8), se despeja el valor de  $q_w$  reemplazando (7) en (8) como sigue:

$$q_w = \frac{\frac{q_t * \mu_o}{k_o * A} + \frac{\partial P_c}{\partial x} - C(\rho_w - \rho_o)g \sin \alpha}{\frac{\mu_o}{A * k_o} + \frac{\mu_w}{A * k_w}} \quad (9)$$

En unidades prácticas, se obtiene la expresión de flujo fraccional de agua al multiplicar numerador y denominador de (9) por  $\frac{k_o * A}{\mu_o}$  y dividir ambos miembros de la ecuación por  $q_t$

$$f_w = \frac{1 + Cte \frac{k_o A}{\mu_o * q_t} \left( \frac{\partial P_c}{\partial x} - C \Delta y \sin \alpha \right)}{1 + \frac{k_o * \mu_w}{k_w * \mu_o}} \quad (10)$$

En la ecuación de flujo fraccional, es posible identificar las tres fuerzas que afectan el avance del frente de agua a través del medio poroso. Estas son las fuerzas capilares, las fuerzas gravitacionales, y las fuerzas viscosas.<sup>13</sup>

**Tabla 3.** Fuerzas que afectan la ecuación de flujo fraccional

Fuerza	Componente de la ecuación	Efecto
Capilar	$\frac{k_o A}{\mu_o * q_t} \frac{\frac{\partial P_c}{\partial x}}{1 + \frac{k_o * \mu_w}{k_w \mu_o}} \quad (11)$	Aumenta el flujo fraccional
Gravitacional	$\frac{k_o A}{\mu_o * q_t} \frac{(\Delta y \sin \alpha)}{1 + \frac{k_o * \mu_w}{k_w \mu_o}} \quad (12)$	Puede disminuir o aumentar el flujo fraccional, dependiendo del buzamiento de la formación.

<sup>13</sup> PARIS DE FERRER, Magdalena. Inyección de Agua y Gas en Yacimientos Petrolíferos. Segunda edición. Maracaibo. 2001

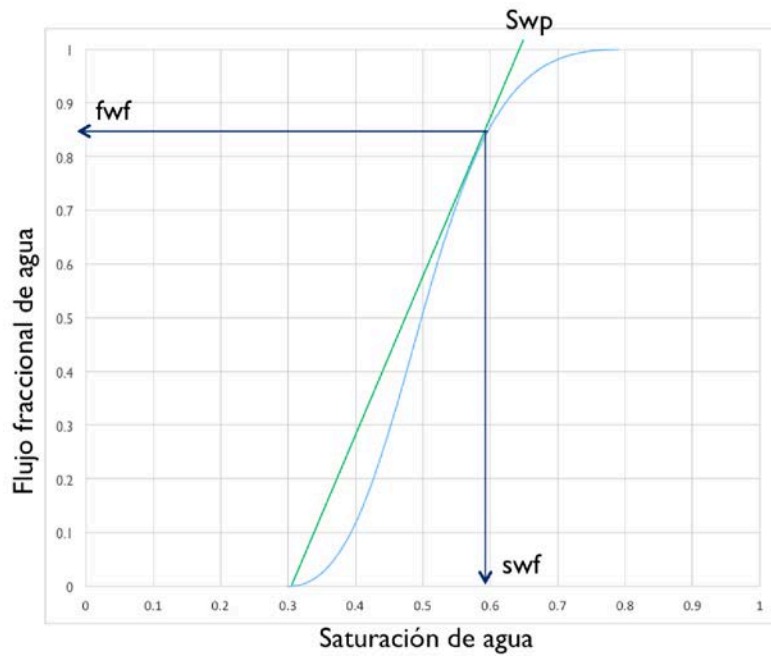
<b>Viscosa</b>	$\frac{1}{1 + \frac{k_o * \mu_w}{k_w * \mu_o}} \quad (13)$	Puede aumentar o disminuir dependiendo de la viscosidad del agua o el aceite.
----------------	--	---

### 1.2.4.3 Consideraciones teóricas

El modelamiento planteado por Buckley y Leverett considera que en la inyección de agua, el desplazamiento de fluidos se divide en dos etapas: antes de la ruptura y después de ruptura. La construcción de la gráfica de flujo fraccional, es indispensable para la determinación de la duración de cada una de estas etapas, así como del modelamiento efectivo de cada una de ellas.

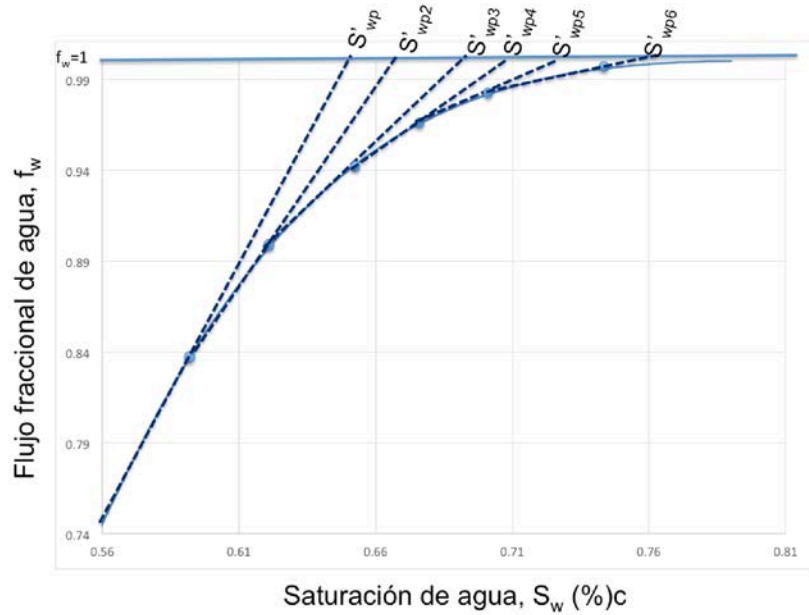
En primer lugar es necesaria la determinación del tiempo de ruptura, momento en el cual el frente de agua irrumpe en el pozo productor. Para ello, este tiempo es determinado trazando una línea tangente al punto de mayor pendiente de la curva de flujo fraccional, desde la saturación inicial de agua (Figura 6).

**Figura 6.** Grafica de flujo fraccional



A partir del valor de saturación del punto de mayor pendiente o saturación de agua del frente ( $S_{wf}$ ), se amplía la curva de flujo fraccional, seleccionando valores de saturación mayores  $S_{wf}$  y menores a  $S_{wmax}$ . Al trazar una línea tangente a cada uno de estos puntos en la curva de flujo fraccional, es posible el cálculo de la saturación de agua promedio  $S_{wp}'$ , extrapolando esta línea hasta el punto en que el valor de flujo fraccional es igual a uno (Figura 7). Todo esto con el objetivo de modelar el comportamiento de la inyección después de ruptura. El modelamiento detallado y las ecuaciones relacionadas a cada una de las etapas de explican más adelante.

**Figura 7.** Curva de flujo fraccional ampliada



#### 1.2.4.4 Ecuaciones básicas

Las ecuaciones básicas del método de Buckley y Leverett se basan en dos etapas: antes de la ruptura y después de la ruptura. Diferentes consideraciones toman lugar en cada una de ellas.

#### 1.2.4.5 Antes de ruptura

Antes de definir las ecuaciones que modelan el comportamiento antes de ruptura es importante determinar el momento en el cual deja de presentarse esta etapa, ese momento es el tiempo de ruptura. El tiempo de ruptura está definido como el tiempo al cual el frente de agua llega al pozo productor. Para determinar este tiempo es necesario el uso de la derivada de curva de flujo fraccional, en la cual es necesario encontrar la máxima derivada respecto a la saturación de agua inicial

$\left(\frac{\partial f_w}{\partial S_w}\right)_{fwf}$  Con este valor se despeja el tiempo de ruptura a través de la siguiente ecuación.

$$\left(\frac{\partial f_w}{\partial S_w}\right)_{fwf} = \frac{V_p}{q_t * t_r} \quad (14)$$

$$t_r = \frac{V_p}{q_t * \left(\frac{\partial f_w}{\partial S_w}\right)_{fwf}} \quad (15)$$

Antes de ruptura, el petróleo producido es igual al acumulado de inyección de agua, por esto, se calcula dividiendo el agua inyectada en el factor volumétrico. Luego, se calcula la cantidad de agua inyectada la cual es directamente proporcional a la tasa de inyección. Tanto la relación agua petróleo, el agua producida, y la producción de agua serán iguales a cero ya que no habrá producción de agua hasta después de ruptura.<sup>14</sup>

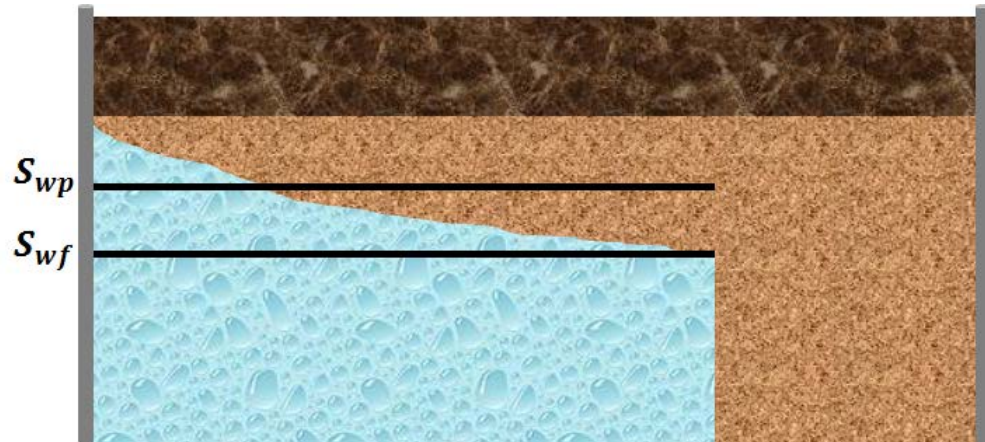
En la figura 8 se pueden ver representados gráficamente lo que representan  $S_{wp}$  y  $S_{wf}$  hallados a través de la gráfica de flujo fraccional. El punto de  $S_{wf}$  hallado a través de esta gráfica es determinado al calcular la saturación del punto de mayor pendiente en la gráfica. En el caso de  $S_{wp}$  este se halla al encontrar el corte cuando el valor de flujo fraccional es igual a uno, de la recta de pendiente encontrada entre el punto de saturación inicial y el punto de mayor pendiente de la curva de flujo fraccional.<sup>15</sup>

---

<sup>14</sup> PARIS DE FERRER, Magdalena. Inyección de Agua y Gas en Yacimientos Petrolíferos. Segunda edición. Maracaibo. 2001

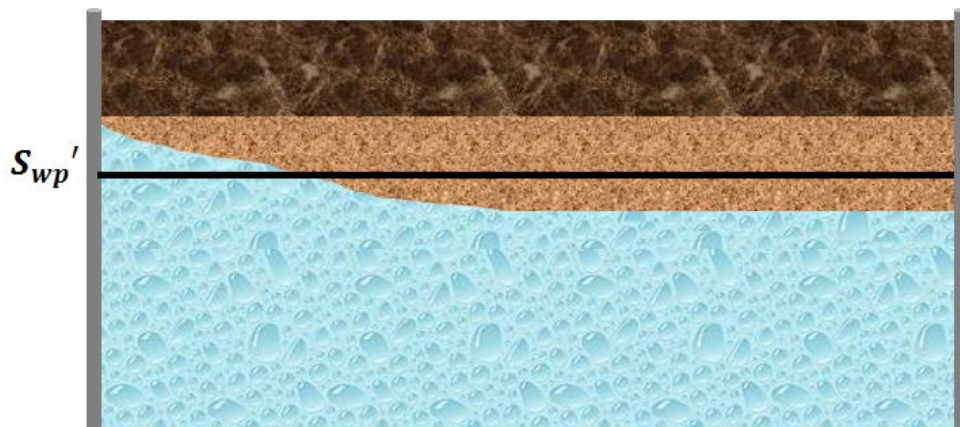
<sup>15</sup> BUCKLEY, S.E y LEVERETT, M.C. Mechanisms of Fluid Displacement in Sand, Trans., AIME (1942)

**Figura 8.** Representación del yacimiento antes de ruptura según Buckley-Leverett



#### 1.2.4.6 Después de la ruptura

**Figura 9.** Representación del yacimiento después de ruptura según Buckley-Leverett



Para iniciar el modelamiento de esta etapa, es necesario calcular los tiempos a partir de la ecuación de la derivada. En esta ecuación el valor de la derivada varía para cada valor de saturación después de ruptura.

$$t' = \frac{V_p}{q_t * \left( \frac{\partial f_w}{\partial S_w} \right)_{S_{w2}}} \quad (16)$$

El agua inyectada acumulada, al igual que antes de ruptura, es directamente proporcional al tiempo de inyección. El petróleo producido es calculado como el volumen desplazado por la  $S_{wp}'$ . Para el cálculo de las tasas de producción de aceite y agua se determinan los valores de flujo fraccional para cada valor de saturación después de ruptura. Para la determinación del agua producida de acuerdo al balance de materiales se establece que el agua producida es igual al agua inyectada menos el aceite producido. La relación agua-petróleo se calcula basada en los datos de producción de agua y aceite. Un resumen de las ecuaciones utilizadas por el método se muestra en la tabla 4.

**Tabla 4.** Ecuaciones básicas Buckley y Leverett

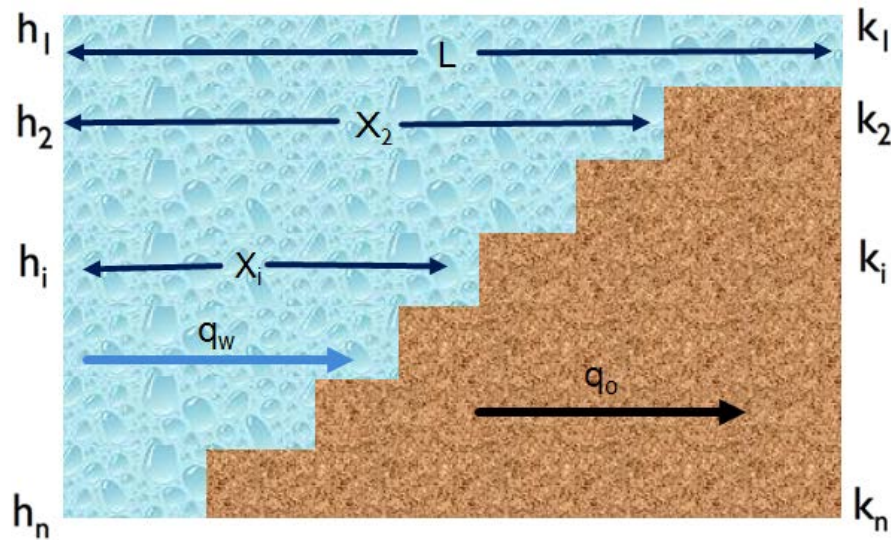
	<b>Antes de ruptura</b>	<b>Después de Ruptura</b>
Petróleo producido ( $N_p$ )	$N_p = \frac{W_i}{B_o} = \frac{V_p(S_{wp} - S_{wi})}{B_o} \quad (17)$	$N_p = \frac{V_p(S_{wp}' - S_{wi})}{B_o} \quad (18)$
Agua inyectada acumulada ( $W_i$ )	$W_i = q_t * t \quad (19)$	$W_i = q_t * t' \quad (20)$
Relación agua-petróleo (RAP)	$RAP = 0 \quad (21)$	$RAP_{CN} = \frac{\frac{q_w}{B_w}}{\frac{q_o}{B_o}} \quad (22)$
		$RAP_{CN} = \frac{f_{w2} B_o}{(1 - f_{w2}) B_w} \quad (23)$
Agua producida ( $W_p$ )	$W_p = 0 \quad (24)$	$W_p = \frac{W_i - N_p * B_o}{B_w} \quad (25)$
Tiempo (t)	$t = \frac{W_i}{q_t} \quad (26)$	$t' = \frac{V_p}{q_t * \left( \frac{\partial f_w}{\partial S_w} \right)_{S_{w2}}} \quad (27)$

Tasa de producción de petróleo ( $q_o$ )	$q_o = \frac{q_t(1 - f_w)}{B_o} = \frac{q_t}{B_o}$ (28)	$q_o = \frac{q_t(1 - f_{w2})}{B_o}$ (29)
Tasa de producción de agua ( $q_w$ )	$q_w = \frac{q_t * f_w}{B_w} = 0$ (30)	$q_w = \frac{q_t f_{w2}}{B_w}$ (31)

### 1.2.5. Método de dykstra-parsons

El método de Dykstra y Parsons es uno de los métodos más conocidos para la predicción en yacimientos con inyección de agua. Este método combina una serie de consideraciones teóricas con resultados experimentales. El método se aplica para sistemas estratificados como el representado en la siguiente figura.

**Figura 10.** Sistema estratificado evaluado en el método Dykstra-Parsons



Fuente: PARIS DE FERRER, Magdalena. Inyección de Agua y Gas en Yacimientos Petrolíferos. Segunda edición. Maracaibo. 2001

En la figura se ve como las permeabilidades se ordenan de forma descendente, donde  $K_1$  es la mayor permeabilidad y  $K_n$  es la menor. De igual forma se puede ver la representación de los espesores, además de la producción de agua y aceite en el yacimiento. Este método tiene por objeto la determinación de la eficiencia vertical, la relación agua-petróleo, y en general la predicción del comportamiento durante el proceso de inyección de agua. En el método de Dykstra y Parsons el yacimiento se considera como un sistema estratificado formado por varios estratos y la recuperación de petróleo se calcula en función de la razón de movilidad y de la variación de permeabilidades del sistema<sup>16</sup>. Las principales suposiciones del método son:

- El yacimiento está comprendido por estratos de permeabilidad uniforme aislados, no existe un flujo cruzado entre las capas.
- El desplazamiento es de tipo pistón sin fugas,
- Flujo continuo y lineal.
- Todas las capas tienen la misma porosidad y permeabilidades relativas al petróleo y al agua

Como primera medida en este método se determina la tasa de flujo antes de la ruptura en la capa de mayor permeabilidad, se halla la relación de movilidad, se determina la velocidad en cada estrato y se halla la relación de avance en cada estrato antes y después de la ruptura.<sup>17</sup> Es así como se llega a la principal suposición del método de Dykstra y Parsons, el cual plantea que el avance del frente de agua en los diferentes estratos, es proporcional a la permeabilidad de cada capa.

$$\frac{x_i}{L} = \frac{k_i}{k_1} \quad (32)$$

---

<sup>16</sup> DYKSTRA, H. PARSONS, R.L. The prediction of oil recovery by water flood. Secondary Recovery of Oil in the united states

<sup>17</sup> PARIS DE FERRER, Magdalena. Inyección de Agua y Gas en Yacimientos Petrolíferos. Segunda edición. Maracaibo. 2001

El flujo de aceite en cada capa, es directamente proporcional a la permeabilidad y el diferencial de presión, e inversamente proporcional a las viscosidades del agua y el aceite.

$$q_o = \frac{k\Delta p}{\frac{\mu_w}{k_{rw}}x_1 + \frac{\mu_o}{k_{ro}}(L - x_1)} \quad (33)$$

La velocidad del frente de agua moviéndose en cada estrato está definida como:

$$v_i = \frac{dx_i}{dt} = \frac{q_i}{(V_p\Delta S_w)_i} \quad (34)$$

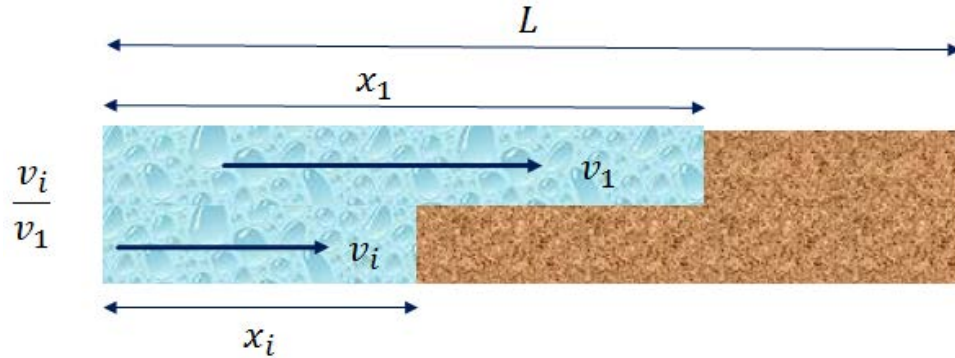
Sustituyendo la ecuación (33) en (34) e incluyendo el término de relación de movilidad se obtiene (36):

$$v_i = \frac{dx_i}{dt} = \frac{k_i}{(V_p\Delta S_w)_i} \left[ \frac{\Delta p}{x_i + M(L - x_i)} \right] \frac{k_{rw}}{\mu_w} \quad (36)$$

Definida la expresión de velocidad del frente de agua en una capa  $i$ , es posible conocer la longitud  $x_i$  (Figura 11) que se ha desplazado el frente en dicho estrato respecto a una capa de mayor permeabilidad. Para esto se establece la relación existente entre las velocidades de la capa  $i$  y la capa de mayor permeabilidad (37).

$$\frac{v_i}{v_1} = \frac{dx_i}{dx_1} = \frac{\frac{k_i}{(\phi\Delta S_w)_i} [x_1 + M(L - x_1)]}{\frac{k_1}{(\phi\Delta S_w)_1} [x_1 + M(L - x_1)]} \quad (37)$$

**Figura 11.** Relación de velocidades entre dos capas.



Para conocer el valor de  $x_i$  de posición del frente agua, es necesario integrar la expresión de la velocidad  $\frac{dx_i}{dx_1}$  (38).

$$\int_0^L [x_1 + M(L - x_1)] dx_1 = \frac{k_1}{k_i} \int_0^{x_i} [h_i + M(L - x_i)] dx_i \quad (38)$$

Como resultado de la integración, reordenando y resolviendo términos se obtiene la expresión para el cálculo de la posición del frente agua, para cualquier capa  $i$  del yacimiento, respecto a la longitud  $L$  del mismo.

$$\frac{x_i}{L} = \frac{M \pm \sqrt{M^2 + \frac{k_i}{k_m}(1 - M^2)}}{M - 1} \quad (39)$$

### 1.2.5.1 Eficiencia vertical o intrusión fraccional $c$ y relación agua-petróleo (RAP)

La eficiencia vertical, es la fracción vertical de yacimiento que ha sido efectivamente invadida por agua. Este valor de eficiencia depende de la distancia de avance de los frentes de agua en cada una de las capas. A partir de este valor es posible determinar la relación agua- petróleo (RAP), para esto se debe tener en

cuenta que mientras la capa de mayor permeabilidad no haya llegado a su tiempo de ruptura, solo se producirá petróleo y si irrumpe una capa “m” solo aquellas con mayor permeabilidad producirán agua.

En el cálculo de la relación agua-petróleo se toma en consideración el flujo de petróleo en aquellas capas con una permeabilidad menor a la supuesta capa m. La relación agua petróleo se puede calcular para condiciones de yacimiento, para condiciones de superficie y a la vez se han hecho fórmulas que tienen en cuenta todas las variables tanto en yacimiento, como en superficie para hacer una ecuación general.

Partiendo de la ecuación (39), al llegar a ruptura la capa m todas aquellas con permeabilidades mayores también lo harán, así, la relación de capas que habrán sido invadidas será m/n. La distancia de avance de las capa i parcialmente barridas será descrita por esta ecuación.

$$\frac{x_i}{x_m} = \frac{M - \sqrt{M^2 + \frac{k_i}{k_m}(1 - M^2)}}{M - 1} \quad (40)$$

Así mismo la fracción de la capa i invadida por el frente de agua, está definida como:

$$\frac{x_i}{x_m} = \frac{x_i}{L} \quad (41)$$

Dado que la ecuación (41) representa la fracción de una capa i que se encuentra invadida por agua; la expresión completa de eficiencia vertical o intrusión fraccional, se define como la sumatoria de las fracciones de capas i invadidas por agua en todo el yacimiento, sumadas al número de capas m que previamente han llegado a ruptura.

$$C = \frac{m + \sum_{i=m+1}^n \left(\frac{x_i}{x_m}\right)}{n} \quad (42)$$

Reemplazando (40) en (42) se tiene que:

$$C = \frac{m + \sum_{i=m+1}^n \left( \frac{M - \sqrt{M^2 + \frac{k_i}{k_m}(1 - M^2)}}{M - 1} \right)}{n} \quad (43)$$

La expresión para la movilidad total de las capas que no han llegado a ruptura se determina mediante la siguiente ecuación.

$$\sum_{i=m+1}^n M = (n - m)M \quad (44)$$

La expresión final del valor de intrusión fraccional se muestra en la ecuación (45).

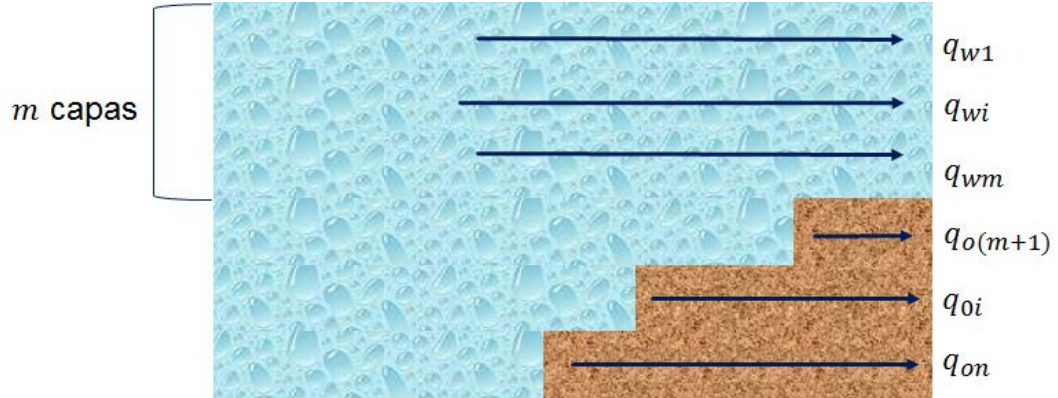
$$C = \frac{m + \frac{(n - m)M}{M - 1} - \frac{1}{M - 1} \sum_{i=m+1}^n \sqrt{\left( \frac{M - \sqrt{M^2 + \frac{k_i}{k_m}(1 - M^2)}}{M - 1} \right)}}{n} \quad (45)$$

Una vez determinados los valores de intrusión fraccional se determina el valor de la relación agua petróleo. Si la capa de mayor permeabilidad ha llegado a ruptura, la tasa de producción de agua se calcula a partir de la ecuación de flujo descrita por Darcy. Si la capa “m” ha llegado a ruptura, solo aquellas capas con mayor permeabilidad estarán produciendo agua<sup>18</sup>. La cálculo de la producción de agua es por lo tanto una sumatoria de tasas de producción de capas m que ya han llegado a ruptura como se muestra en la ecuación (46)

<sup>18</sup> DYKSTRA, H. PARSONS, R.L. The prediction of oil recovery by water flood. Secondary Recovery of Oil in the united states

$$q_{wm} = \sum_{i=1}^m q_{wm} = \sum_{i=1}^m \left[ \frac{k_i k_{rw} \Delta p}{\mu_w L} \right] \quad (49)$$

**Figura 12.** Producción de agua y aceite en un yacimiento estratificado según Dykstra-Parsons.



En las capas donde la permeabilidad es menor a la de la capa  $m$ , solo fluye petróleo. De forma similar a la producción de agua, la producción total de aceite está constituida por una sumatoria de producciones de aceite de las capas que aún no han llegado a ruptura.

$$q_{om} = \sum_{i=m+1}^n \left[ \frac{k_i \Delta p}{x_i + M(L - x_i)} \right] \frac{k_{rw}}{\mu_w} \quad (50)$$

Organizando términos se tiene que:

$$q_{om} = \sum_{i=m+1}^n \left[ \frac{k_i \frac{\Delta p k_{rw}}{L \mu_w}}{M - \frac{x_i}{L} (M - 1)} \right] \quad (51)$$

Reemplazando la ecuación (39) en (51) se obtiene la siguiente expresión para el cálculo de la producción de aceite cuando  $m$  capas han llegado a ruptura.

$$q_{om} = \sum_{i=m+1}^n \left[ \frac{\frac{k_i k_{rw} \Delta p}{\mu_w L}}{\sqrt{M^2 + \frac{k_i}{k_m} (1 - M^2)}} \right] \quad (52)$$

Definidos  $q_{wm}$  y  $q_{om}$  la relación agua petróleo, es el resultado de la división de ambas expresiones respectivamente. La ecuación para el cálculo del RAP cuando  $m$  capas han alcanzado la ruptura es:

$$RAP_m = \frac{q_{wm}}{q_{om}} = \frac{\sum_{i=1}^m k_i}{\sum_{i=m+1}^n \left[ \frac{k_i}{\sqrt{M^2 + \frac{k_i}{k_m} (1 - M^2)}} \right]} \quad (53)$$

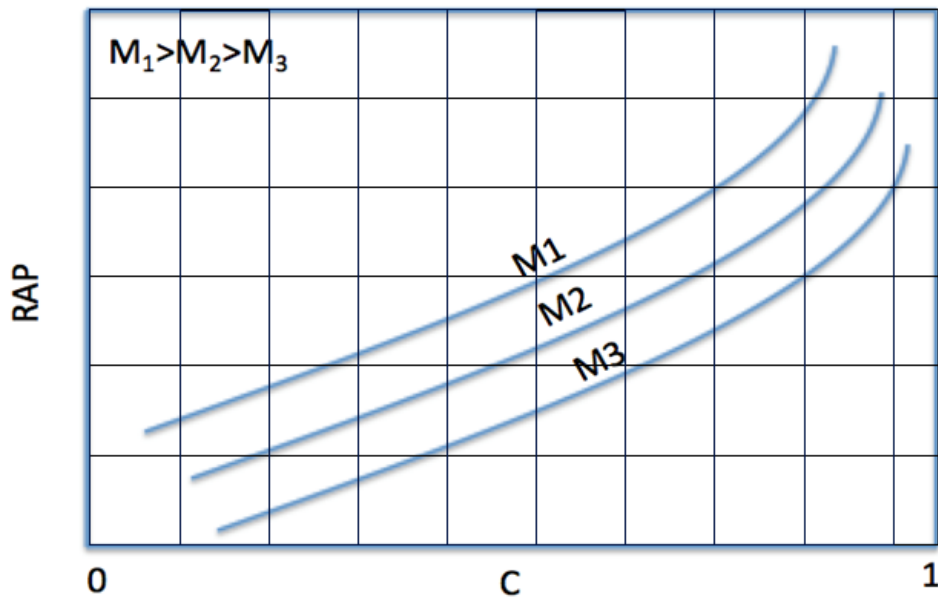
A condiciones de superficie:

$$RAP_{CN} = \frac{\sum_{i=1}^m k_i}{\sum_{i=m+1}^n \left[ \frac{k_i}{\sqrt{M^2 + \frac{k_i}{k_m} (1 - M^2)}} \right]} * B_o \quad (54)$$

### 1.2.5.2 Gráficos de intrusión fraccional, C

Para un formación determinada y utilizando la ecuación general de intrusión fraccional y la ecuación general de la relación agua-petróleo, se puede construir la curva de la relación agua-petróleo vs intrusión fraccional.

**Figura 13.** Curva RAP vs la intrusión fraccional.



En la figura 13, se observa como la relación de movilidad influye notablemente en la forma en que varía la relación agua-petróleo al cambiar la eficiencia vertical. Para un mismo valor de “C” al observar la gráfica, la relación de agua petróleo crece al aumentar la razón de movilidad, lo cual implica que la cantidad de petróleo recuperado para una misma cantidad de agua inyectada va a disminuir. De acuerdo a esto se puede concluir, que la movilidad influye en gran medida la relación agua-petróleo con el cambio de C, al igual que al aumentar la movilidad para un mismo valor de C, el RAP es mayor, lo cual implica una recuperación de petróleo por una misma cantidad de agua inyectada. Es de tener en cuenta que una misma curva se puede utilizar para una formación con el mismo número de capas y una razón de permeabilidades constante desde que todas las características de las formaciones se consideren constantes, con excepción de las permeabilidades.

El método de Dykstra-Parsons se ve afectado por la variación de la permeabilidad de las capas. Por esta razón se introdujo el coeficiente de variación de la permeabilidad. El término V caracteriza la distribución de permeabilidades con un

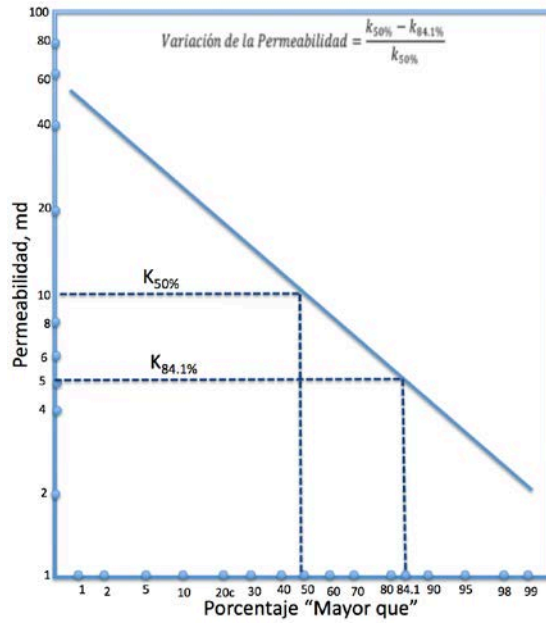
solo número, para esto se ordenan las permeabilidades de mayor a menor y mediante un papel log-probabilístico se representa el número total de permeabilidades mayores que cada una de las permeabilidades, contra el logaritmo de cada permeabilidad. Los puntos se ubican en el papel probabilístico, trazando una línea recta de tendencia y con la pendiente de esta se determina el coeficiente.

$$\text{Variación de la Permeabilidad (V)} = \frac{k_{50\%} - k_{84.1\%}}{k_{50\%}} \quad (56)$$

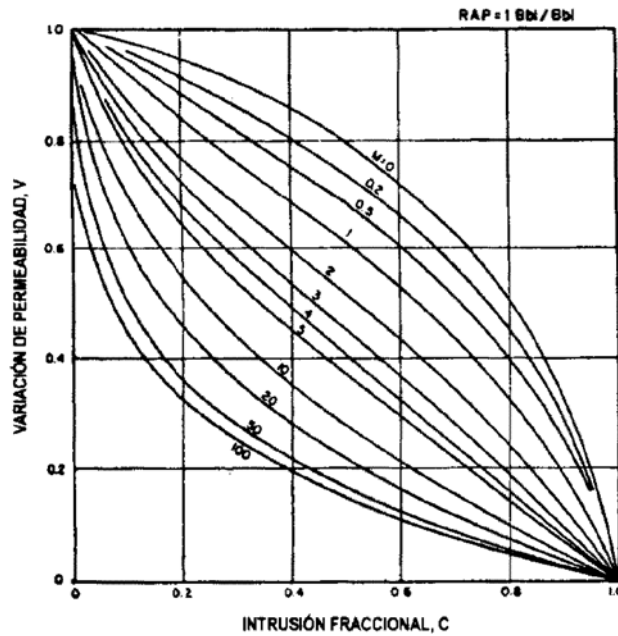
Una vez calculado el coeficiente de variación de la permeabilidad de Dykstra-Parsons y mediante las gráficas de intrusión fraccional se calculan los valores correspondientes para cada RAP de eficiencia vertical. El valor de eficiencia areal puede determinarse gráficamente, a partir del valor de flujo fraccional y la relación de movilidad. Con los valores de eficiencia areal y vertical definidos, es posible el cálculo de aceite producido y de las tasa de producción de agua y aceite mediante las gráficas de flujo fraccional (Anexo A).

En la figura 15 se puede ver un ejemplo de grafica de intrusión fraccional en función de la variación de la permeabilidad y de la razón de movilidad. De la misma manera graficas similares son utilizadas para determinar la eficiencia areal para finalmente calcular la eficiencia de desplazamiento y así hallar el petróleo producido.

**Figura 14.** Determinación del termino V a través de la gráfica log probabilística.



**Figura 15.** Intrusión fraccional en función de la variación de permeabilidad y de la razón de movilidad para un RAP igual a 1.

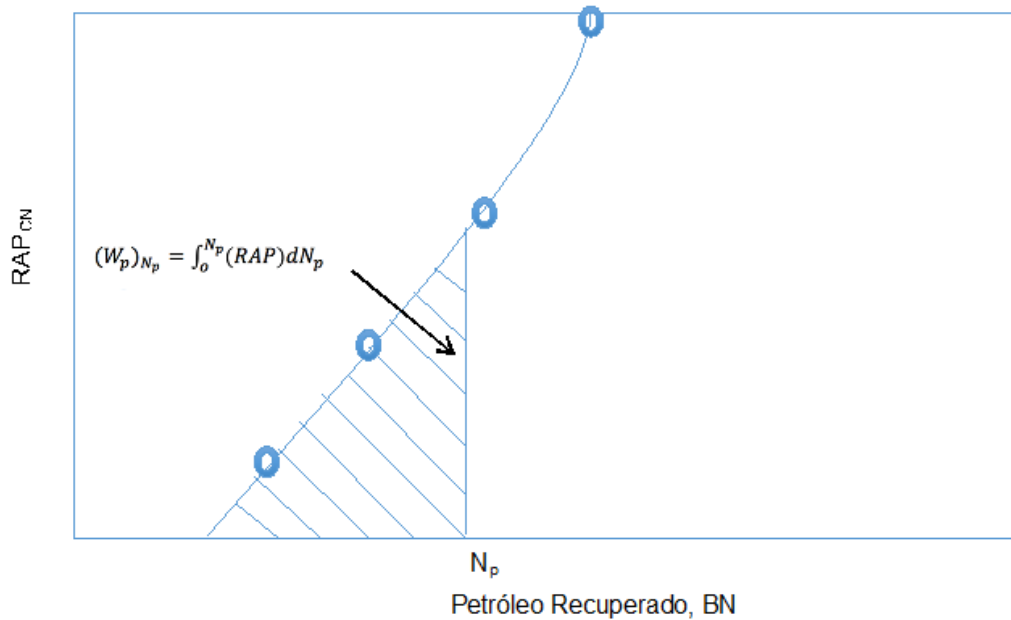


Fuente: DYKSTRA H., The Effect of an initial gas saturation on the performance of a waterflood. SPE 26296.

Determinando el  $N_p$  para cada valor de RAP se puede construir la siguiente grafica por la cual calculando el área bajo la curva se puede calcular el agua producida. De la gráfica también se puede deducir el cálculo de RAP mediante:

$$RAP_{CN} = \frac{q_w}{q_o} = \frac{\left(\frac{dW_p}{dt}\right)}{\left(\frac{dN_p}{dt}\right)} \quad (57)$$

**Figura 16.** Calculo de agua producida mediante el área bajo la curva.



El resumen de los cálculos utilizados para el modelamiento en Dykstra-Parsons se muestra en la tabla 5.

**Tabla 5.** Resumen de cálculos utilizados para el modelamiento con Dykstra-Parsons

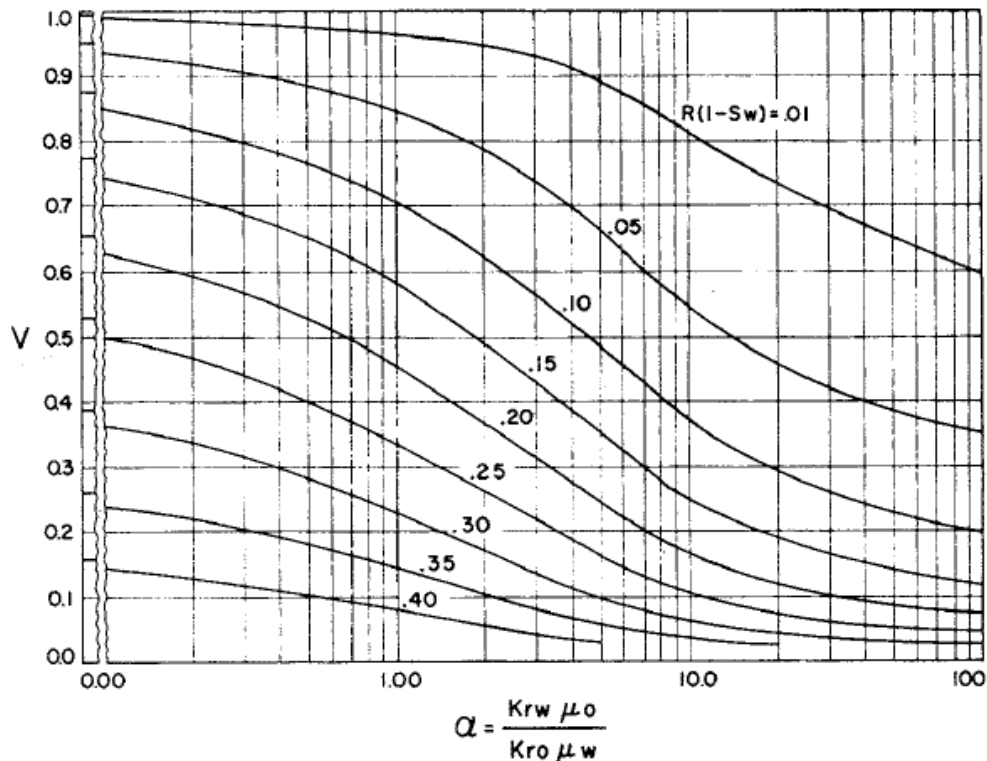
Variable	Ecuación
Eficiencia de desplazamiento	$E_D = \frac{1 - S_{wc} - S_{or}}{1 - S_{wc}}$
Aceite producido	$Np = \frac{N * E_A * E_V * E_D}{B_o}$
Flujo fraccional	$f_w = \frac{RAP}{(B_o/B_w) + RAP}$
Tasa de producción de agua	$q_w = \frac{q_t f_w}{B_w}$
Tasa de producción de aceite	$q_o = \frac{q_t(1 - f_w)}{B_o}$
Agua producida	$W_p = \int_0^{Np} RAP_{CN} dN_p = \int_0^{Np} dW_p = W_p \cong \sum RAP_{CN} \Delta N_p \quad (58)$
Agua de llenado	$W_f = 7.758Ah\phi(S_{gi} - S_{gr}) \quad (60)$
Agua de desplazamiento	$W_D = B_o * N_p$
Agua inyectada	$W_i = W_p + W_D + W_f \quad (59)$
Tiempo	$t = \frac{W_i}{q_t}$
Factor de recobro	$FR = \frac{N_p}{N} * 100$

### 1.2.5.2 Método simplificado de Jhonson

Carl E. Johnson desarrollo una correlación entre el coeficiente de variación de la permeabilidad, la relación de movilidad, la saturación de agua inicial y la eficiencia de barrido vertical, a determinados valores de relación agua-petróleo. Para ello se

utiliza una gráfica de “V” contra razón de movilidad, en la que se muestran líneas con valores constantes de  $E_v(1 - S_w * RAP^{-0.2})$ , para valores de RAP de 1, 5,25 y 100 respectivamente<sup>19</sup>. Un ejemplo de una gráfica de este tipo se muestra en la figura 17 (Anexo 2).

**Figura 17.** Coeficiente de variación de la permeabilidad vs relación de movilidad, mostrando líneas constantes de  $E_v(1 - S_w)$ , para una relación agua petróleo de 1.



Fuente: Tomado de “Prediction of oil recovery by waterflood - A simplified graphical treatment of the Dykstra-Parsons method” CARL E. JOHNSON, JR

A manera de ejemplo, se desea conocer el valor de eficiencia vertical, cuando la relación agua-petróleo es igual a 1, en un yacimiento cuyo “V” y  $M_{wo}$  son 0.5 y 2 respectivamente. El punto de intersección en la gráfica de la figura 17, muestra que  $E_v(1 - S_w)$  es igual a 0.15. Si la saturación de agua al inicio de la inyección es

<sup>19</sup> Prediction of oil recovery by waterflood - A simplified graphical treatment of the Dykstra-Parsons method” CARL E. JOHNSON, JR

igual a 0.2, el valor de eficiencia vertical es igual a 0.187. Este valor se multiplica con el de eficiencia areal y de desplazamiento para calcular el aceite producido, y el correspondiente valor de factor de recobro.

### **1.2.6. Método de Stiles**

El método de Stiles modela el comportamiento de la inyección de agua en yacimientos estratificados parcialmente agotados. El modelo tiene en cuenta la variación en la permeabilidad y la distribución vertical de la capacidad productiva del yacimiento. En este método las distancias recorridas por los frentes en cada una de las capas, son proporcionales a la permeabilidad y el espesor de cada capa<sup>20</sup>. Las principales suposiciones del modelo son las siguientes:

- El flujo es lineal y continuo
- Las tasas de producción y de inyección son proporcionales a la permeabilidad y a la movilidad del fluido en cada una de las fases.
- Como la razón de la movilidad en este método siempre es uno, el avance del frente solo es proporcional a la permeabilidad de cada una de sus capas.
- Todas las capas cuentan con las mismas características a excepción de sus permeabilidades.
- En todas las capas los cambios de saturación como consecuencia de la intrusión de agua, son los mismos.
- La eficiencia de barrido areal después de ruptura se mantiene constante
- A un determinado tiempo solo se está produciendo un solo fluido en cada capa.

---

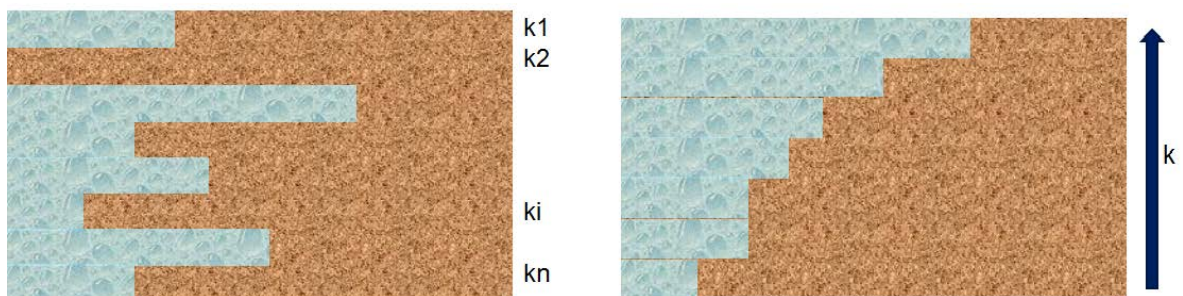
<sup>20</sup> STILES, W. Use of permeability distribution in waterflood calculations, trans, AIME. 1949

### 1.2.6.1 Consideraciones teóricas

Según Stiles las irregularidades presentes en un sistema estratificado, pueden representarse mediante la construcción de una curva de distribución de la permeabilidad y una curva de distribución para la capacidad. El método permite calcular el porcentaje o fracción de agua producida vs. La recuperación acumulada de petróleo. El concepto básico del método de Stiles está basado en que el agua que se inyecta en el yacimiento barre primero las zonas de alta permeabilidad, y la ruptura del frente en los pozos productores ocurre primero en las zonas de alta permeabilidad. Por lo tanto la distancia de penetración del frente del agua en cada estrato varía de acuerdo con la variación individual en la permeabilidad, como si tales variaciones fueran continuas desde el pozo de inyección hasta el pozo de producción.

La base de este método está en la construcción de las curvas de permeabilidad y de capacidad adimensional, para esto es necesario ordenar cada una de las capas en orden decreciente de permeabilidad (Figura 18), independientemente de la posición estructural de las mismas en el yacimiento.

**Figura 18.** Ordenamiento decreciente de la permeabilidad de las capas



Fuente: STILES, W. Use of permeability distribution in waterflood calculations, *Trans, AIME*. 1949.

Una vez ordenadas las capas respecto a los valores de permeabilidad, es necesario construir una tabla que contenga los siguientes cálculos (Tabla 6):

1. Espesor acumulado
2. Fracción de espesor acumulado
3. Permeabilidad
4. Capacidad acumulada
5. Capacidad acumulada adimensional

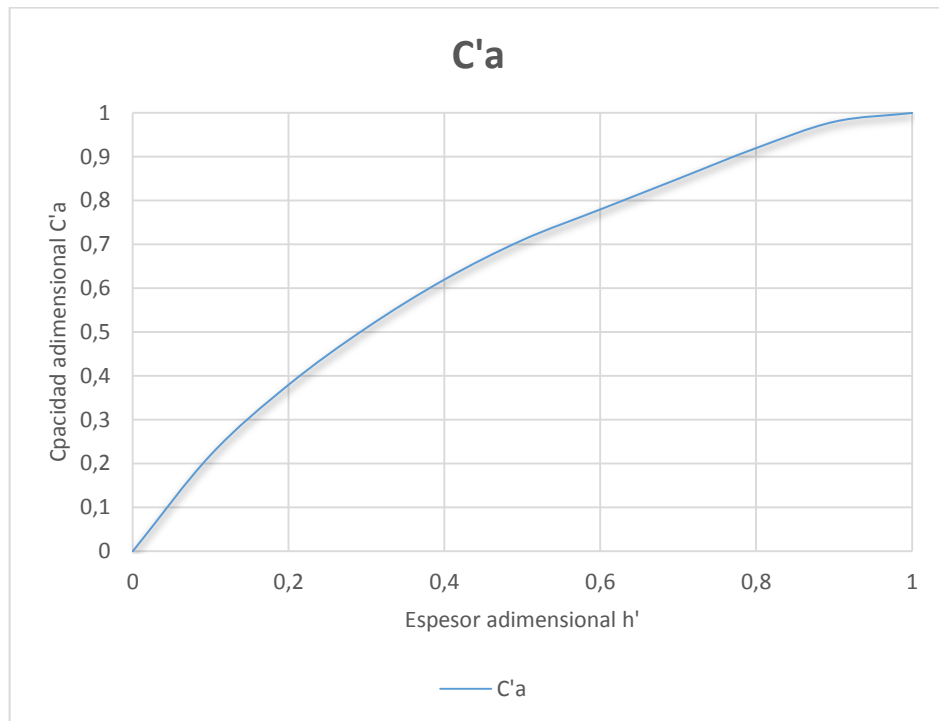
El término de capacidad de una capa, hace referencia al producto entre la permeabilidad y el espesor de la misma. La curva de distribución de la capacidad es un gráfico de capacidad acumulada en función del espesor acumulado, estos valores se grafican en forma de fracción, respecto a los espesores y capacidades acumulados de la formación. Matemáticamente la curva de distribución de capacidad adimensional es el resultado de la integración de la curva de permeabilidad adimensional.

**Tabla 6.** Cálculos para construcción de la curva de capacidad adimensional

ESPESO R ACUM.	ESPESO R ACUM. FRACCIÓN	K	CAPACIDAD ACUMULADA	CAPACIDAD ACUMULADA ADIMENSIONAL
$h_i$	$h_i / \sum_{i=1}^{i=n} h_i$	$k_i$	$Ca_i = k_i * h_i$	$C'a_i = \frac{\sum_{i=1}^j k_i * h_i}{\sum_{i=1}^n k_i * h_i}$
$h_1$ $h_1 + h_2$ . . . . . $h_t$	$\frac{h_i}{h_t}$ $\frac{h_1 + h_2}{h_t}$ . . . . . 1	$k_1$ $k_2$ . . . . . $k_n$	$k_1 * h_1$ $(k_1 * h_1) + (k_2 * h_2)$ . . . . . $(k_1 * h_1) + \dots + (k_n * h_n)$	$(k_1 * h_1) / \sum_{i=1}^n (k_n * h_n)$ . . . . . 1

Una vez realizados los cálculos para cada una de las capas, es necesario crear la curva de Capacidad acumulada adimensional contra el espesor acumulado adimensional. Esta curva será la base para la construcción de la curva de permeabilidad adimensional. En la figura 19 se observa la curva resultante de capacidad adimensional.<sup>21</sup>

**Figura 19.** Curva típica de capacidad adimensional contra espesor adimensional.



Una vez construida la curva de capacidad adimensional, el siguiente paso es construir la de permeabilidad adimensional. Matemáticamente la anterior curva es el resultado de la integración de la curva de permeabilidad, partiendo de esto entonces:

$$k' = \frac{dC'a}{dh'} \quad (63)$$

<sup>21</sup> PARIS DE FERRER, Magdalena. Inyección de Agua y Gas en Yacimientos Petrolíferos. Segunda edición. Maracaibo. 2001

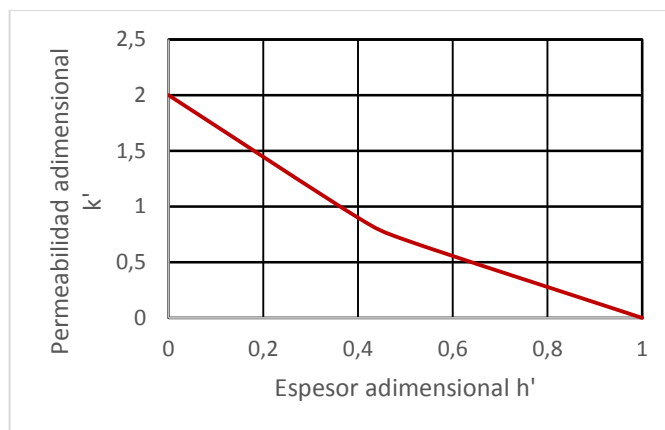
Para derivar la curva de capacidad tomamos pares de puntos de capacidad y espesores adimensionales, con el fin de calcular la pendiente entre los puntos de la curva y generar la curva de permeabilidad adimensional. El procedimiento es descrito en la tabla 7.

**Tabla 7.** Cálculos para construcción de la curva de permeabilidad adimensional acumulada.

$h'_i$	$Ca'_i$	$\Delta h'_i$	$\Delta Ca'_i$	$k'_i = \frac{Ca'_i}{h'_i}$	$h' = h'_{i-1} + \frac{\Delta h'_i}{2}$
0	-	-	-	-	-
$h'_1$	$Ca'_1$	$h'_1 - 0$	$Ca'_1 - 0$	$k'_1$	$\frac{h'_1}{2}$
$h'_2$	$Ca'_2$	$h'_2 - h'_1$	$Ca'_2 - Ca'_1$	$k'_2$	$h'_1 + \frac{\Delta h'_i}{2}$
.	.	.	.	.	

Una vez calculados los valores de  $k'_i$  vs  $h'$  se obtendrá una gráfica como la siguiente (figura 20).

**Figura 20.** Curva típica de permeabilidad adimensional<sup>22</sup>



<sup>22</sup> STILES, W. Use of permeability distribution in waterflood calculations, *Trans, AIME*. 1949

Como el método de Stiles considera que el avance del frente es proporcional a la capacidad de las capas, si giramos la gráfica de permeabilidad adimensional acumulada obtendremos también la distribución del frente de invasión, por lo tanto la eficiencia de barrido vertical puede calcularse mediante la siguiente ecuación basada en el concepto de intrusión fraccional definido para Dykstra Parsons.

$$Ev = \frac{k' * h' + (1 - Ca')}{k'} \quad (64)$$

Para el cálculo de esta eficiencia solo es necesario construir las curvas de permeabilidad y capacidad adimensional. De igual forma la relación agua petróleo puede ser calculada mediante la capacidad adimensional y el termino  $A'$ .

$$A' = \frac{M_{wo} * B_o}{B_w} \quad (65)$$

$$RAP = \frac{C'a * A'}{1 - C'a} \quad (66)$$

Una vez calculada la relación agua-petróleo, se calcula el flujo fraccional, el cual depende del RAP mediante la siguiente ecuación utilizada también de Dykstra-Parsons.

$$f_w = \frac{RAP}{\left(\frac{B_o}{B_w}\right) + RAP} \quad (67)$$

Para el cálculo del aceite producido es necesario, hacer el cálculo de la eficiencia areal. Para la determinación de una ecuación para el cálculo de este valor fue necesario linealizar las gráficas de eficiencia presentes en Dykstra Parsons para un patrón de cinco puntos. El resultado de la linealización se muestra en la ecuación 68.

$$Ea = \frac{1}{1 + ((-0.2062 * LN(M_{wo} - 0.0712) - 0.511) * f_w) + (0.3048 * LN(M_{wo} + 0.123)) + 0.4394} \quad (68)$$

El petróleo producido es el resultado del producto de las eficiencias vertical, areal y de desplazamiento para cada tiempo.

$$E_R = E_A * E_V * E_D \quad (69)$$

$$N_p = \frac{V_p * (S_{oi} - S_{or}) * E_A * E_V}{B_o} \quad (70)$$

Las correspondientes tasas de producción de agua y de aceite, se calculan a partir del flujo fraccional. Una vez determinadas las tasas, es necesario calcular los tiempos a los cuales ocurren dichas producciones. Para ello es necesario calcular una producción de aceite promedio entre cada aumento de aceite producido. El cálculo del tiempo se muestra a continuación:

$$q_{oavg} = \frac{q_{oi} - q_{oi-1}}{2} \quad (71)$$

$$\text{deltat} = \frac{\Delta N_p}{q_{oavg}} \quad (72)$$

$$t = \sum_{i=1}^n \frac{N_{pi} - N_{pi-1}}{q_{oavg_i}} \quad (73)$$

En la Tabla 8 se presenta en resumen las ecuaciones utilizadas en el método de Stiles, a partir de las curvas de permeabilidad y capacidad adimensional.

**Tabla 8.** Resumen de cálculos finales a partir de las curvas de capacidad y espesor adimensional para Stiles.

VARIABLE	ECUACIÓN
Eficiencia Vertical	$E_v = \frac{k' * h' + (1 - Ca')}{k'} \quad (64)$
A'	$A' = \frac{M_{wo} * B_o}{B_w} \quad (65)$

Relación Agua-Petróleo	$RAP = \frac{C'a * A'}{1 - C'aa} \quad (66)$
Flujo fraccional	$f_w = \frac{RAP}{\left(\frac{B_o}{B_w}\right) + RAP} \quad (67)$
Eficiencia Areal	$E_a = \frac{1}{1 + ((-0.2062 * LN(M_{wo} - 0.0712) - 0.511) * f_w) + (0.3048 * LN(M_{wo} + 0.123)) + 0.439494} \quad (68)$
Petróleo Producido	$N_p = \frac{V_p * (S_{oi} - S_{or}) * E_A * E_V}{B_o} \quad (70)$
Tiempo	$t = \sum_{i=1}^n \frac{N_{pi} - N_{pi-1}}{q_{oavgi}} \quad (73)$

### 1.2.7. Método de Craig-Geffen-Morse

El método de CGM fue creado para modelar el comportamiento de la inyección de agua en un arreglo de 5 puntos normal. El método hace uso de una serie de ecuaciones y correlaciones para calcular las eficiencias de barrido areal y vertical antes y después de ruptura<sup>23</sup>. Las principales suposiciones del modelo son las siguientes:

- Aplica para formaciones homogéneas
- Un patrón normal de cinco punto
- Desplazamiento de fluidos inmiscibles

<sup>23</sup> CRAIG F. GEFFEN T. MORSE R.A. Oil Recovery Performance of pattern gas or water injection operations form model tests AIME 1995.

- Tasa de inyección variable
- Variación en la eficiencia areal

### 1.2.7.1 Consideraciones teóricas

Para la predicción de en este método, los cálculos se dividen en cuatro etapas principales:<sup>24</sup>

- Antes de la interferencia
- Antes del llenado
- Antes de ruptura
- Después de ruptura

a) Antes de la interferencia:

Esta etapa comienza con el inicio de la inyección de agua y termina cuando los bancos de petróleo provenientes de los pozos inyectoros, se ponen en contacto. Este momento se conoce como interferencia. En el desarrollo de esta etapa no existe producción de aceite ni agua, solo producción de gas.

b) Antes del llenado

Esta etapa se extiende desde el inicio de la interferencia hasta que ocurre el llenado del gas. No existe ni producción de aceite ni de agua.

c) Antes de la ruptura

Abarca desde el llenado del gas hasta la ruptura del agua de inyección en los pozos inyectoros. Esta etapa marca el inicio de la producción de aceite. Además la producción es un resultado de la combinación de la producción primaria y la

---

<sup>24</sup> CRAIG F. GEFFEN T. MORSE R.A. Oil Recovery Performance of pattern gas or water injection operations form model tests AIME 1995.

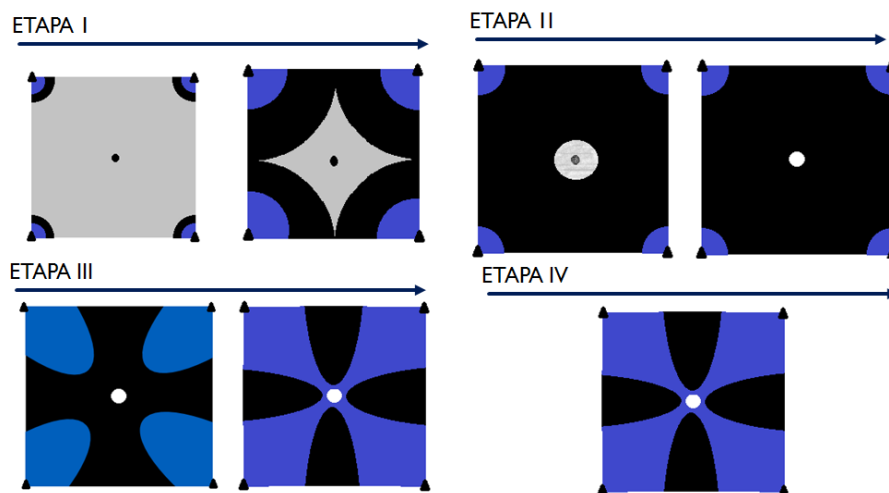
recuperación secundaria por la inyección de agua. La producción de agua comienza al final de esta etapa.

d) Después de ruptura

En esta etapa inicia la producción de agua, y continúa hasta llegar al tiempo de límite económico del yacimiento.

Es importante notar que las primeras dos etapas de este método ocurrirán si y solo existe una saturación de gas inicial en el yacimiento. Del modo contrario las dos etapas iniciales se omiten en los cálculos. En la figura 21 se ilustran de forma areal las cuatro etapas presentes en CGM.

**Figura 21.** Etapas en la inyección de agua CGM.



Fuente: Tomado y modificado de CRAIG F. GEFEN T. MORSE R.A. Oil Recovery Performance of pattern gas or water injection operations from model tests AIME 1995.

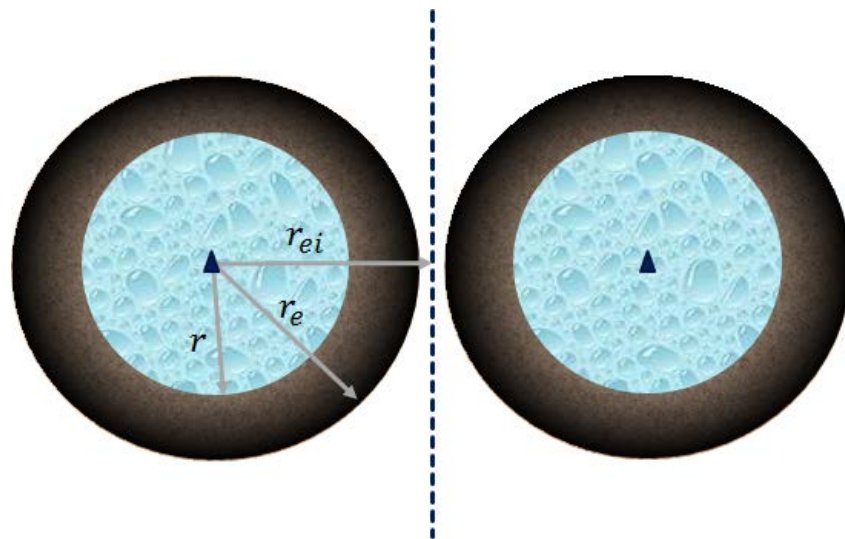
En cada una de estas etapas existen comportamientos y ecuaciones diferentes, sin embargo para todas es obligatorio el cálculo de algunos valores generales,

tales como volúmenes porosos, aceites originales in situ entre otros. A continuación se describirá el procedimiento de predicción en cada una de las etapas presentes en este método.

## ETAPA I

Desde el inicio de la inyección hasta la interferencia, la duración de dicha etapa está delimitada por la cantidad de agua inyectada hasta el punto en que los bancos de petróleo entran en contacto. En este punto no existe producción de agua ni de aceite en el yacimiento, solo producción de gas, sin embargo el frente de agua avanza con una saturación de agua del frente y su correspondiente saturación de agua promedio. Para el cálculo de cada una de estas saturaciones se hace necesario el uso de la teoría de flujo fraccional, descrita en el método de Buckley-Leverett. Se considera que los bancos de agua y de petróleo tienen forma radial como se observa en la figura 22.

**Figura 22.** Bancos de Agua y de Petróleo Asociados a la etapa 1



La tasa de inyección se calcula de acuerdo a la ley de Darcy para flujo radial. La tasa de inyección en función del radio de invasión de agua en el yacimiento está dada por:

$$qt = \frac{0.00708kh\Delta p}{\left(\frac{\mu_w}{Kr_w}\right)\ln\left(\frac{r}{r'_w}\right) + \left(\frac{\mu_o}{Kr_o}\right)\ln\left(\frac{r_e}{r}\right)} \quad (74)$$

El valor de  $\Delta p$ , está definido como la diferencia de presión existente entre el pozo inyector y la presión del yacimiento en el límite exterior del banco de petróleo (Usualmente se considera como la presión promedio del yacimiento).

El valor de  $r_e$  varía desde el valor del radio del pozo, hasta el radio de interferencia, y varía dependiendo de la cantidad de agua inyectada en el yacimiento. Es por esto que el primer paso es calcular la cantidad de agua inyectada al momento de la interferencia, esta será la cantidad de agua necesaria para desplazar la saturación de gas inicial del yacimiento desde el radio del pozo hasta el radio de interferencia y está representada por:

$$W_{ii} = \frac{\pi(r_{ei})^2 h \phi S_{gi}}{5.615} \quad (75)$$

Donde  $W_{ii}$  se expresa en barriles y  $r_{ei}$  es la mitad de la distancia que separa dos pozos inyectores como se ilustra en la figura 19. Una vez calculado este valor de agua inyectada se procede a determinar un número de valores de agua inyectada entre 0 y  $W_{ii}$  con el fin de hacer los cálculos de tasa de inyección. De los valores presentes en la ecuación de tasa de inyección de agua, el único valor que varía es el de  $r_e$ , este valor depende del agua inyectada y se define a partir de la anterior ecuación de  $W_{ii}$  como:

$$r_e = \sqrt{\frac{5.615W_i}{\pi h \phi S_{gi}}} \quad (76)$$

Donde  $r_e$  se define como el radio del banco de petróleo en el yacimiento. Así mismo el radio  $r$  del frente de agua dentro del radio  $r_e$ , donde el frente presenta una saturación de  $S_{wpbt}$ .

$$\pi r^2 h \phi (S_{wpbt} - S_{wc}) = \pi r_e^2 h \phi S_{gi} \quad (77)$$

## ETAPA II

Mientras la inyección de agua se encuentra en la etapa I, la forma de los bancos de agua y de petróleo tiene forma radial, sin embargo una vez ocurre la interferencia la forma de los bancos de agua y petróleo cambian de forma continuamente, lo que hace complicado su modelamiento. Esta etapa es la de menor duración y el modelado matemático del avance de los frentes es prácticamente imposible, es por esta razón que los cálculos para esta etapa comienzan con el cálculo de las tasa de inyección de agua para el final de la etapa I y el inicio de la etapa III, asumiendo que el comportamiento de tasa entre estos dos puntos es lineal con el tiempo. El intervalo de tiempo se calcula por lo tanto a partir de la siguiente ecuación:

$$\Delta t = \frac{W_{if} - W_{ii}}{0.5(qt_f - qt_i)} \quad (78)$$

Donde  $W_{if}$  y  $qt_f$  corresponde al agua inyectada y la tasa de inyección al llenado y  $qt_i$  y  $W_{ii}$  corresponden al agua inyectada y la tasa de inyección a interferencia.  $W_{ii}$  fueron determinadas en los cálculos de la etapa anterior así como el valor de  $qt_f$  al final de la misma. El agua inyectada de llenado se calcula mediante la siguiente expresión:

$$W_{if} = V_p * S_{gi} \quad (79)$$

Donde  $V_p$  es el volumen poroso del patrón y  $S_{gi}$  la saturación de gas inicial del sistema. La tasa de inyección de agua a llene y las tasas de producción hasta ruptura se calculan con la siguiente expresión:

$$qt = q_{base} * \gamma \quad (80)$$

Donde  $\gamma$  se conoce como razón de conductancia y es un factor determinado experimentalmente por Caudle y Witte que permite estimar el valor corregido de la tasa de inyección base la cual considera que el flujo es continuo y que el arreglo de cinco pozos se encuentra lleno por completo de líquido con relación de movilidad igual a 1. La tasa básica de inyección se calcula mediante la siguiente expresión

$$q_{base} = \frac{0.003541 * h * K_{oSwir} \Delta p}{\mu_o \left[ \ln \frac{d}{r_w} - 0.619 + 0.5S_p + 0.5S_i \right]} \quad (81)$$

Donde:

$d$ = Distancia diagonal que une un inyector con el productor adyacente [ft]

$S_p$ = Factor de daño en el pozo productor, adimensional

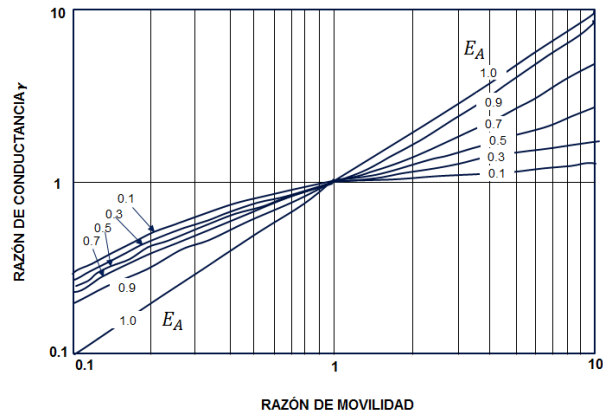
$S_i$ = Factor de daño en el pozo inyector, adimensional

$K_{oSwir}$ = Permeabilidad efectiva al petróleo a la saturación de aceite irreducible

$\Delta p$ = diferencia de presión de fondo de pozo entre el inyector y el productor después del llenado [psi]

La razón de conductancia como se dijo anteriormente es un valor experimental y se muestra gráficamente en la figura 23 en función de la razón de movilidad y la eficiencia de barrido areal.

**Figura 23.** Razón de conductancia en función de la eficiencia de barrido areal y la razón de movilidad.



Fuente: Tomada y modificada de “Aspectos de la ingeniería de inyección de agua”, FORREST F. CRAIG Jr. 1982

Analizando la grafica anterior se puede notar que cuando la razón de movilidad es igual a 1 la razón de conductancia es igual a 1, asi mismo si la razón de movilidad aumenta la razón de conductancia es mayor por lo que la tasa de inyección sera mayor. Del mismo modo si la movilidad disminuye, la conductancia también lo hara provocando una disminución en la tasa de inyección. Para la etapa dos es necesario calcular la eficiencia de barrido areal antes de ruptura. Para esto recurrimos a la teoria de desplazamiento de Buckley-Leverett que considera que antes de ruptura el frente de agua avanza a una saturación de agua promedio, que puede ser calculada mediante la curva de flujo fraccional. El valor de la eficiencia se calculara de la siguiente manera:

$$E_{Abt} = \frac{w_I}{V_p(S_{w_{pbt}} - S_{wc})} \quad (82)$$

Donde  $S_{w_{pbt}}$  corresponde a la saturación de agua promedio del frente de agua antes de ruptura, y  $S_{wc}$  a la saturación de agua crítica del yacimiento.

### ETAPA III

Una vez la cantidad de gas inicial se ha drenado, se da inicio a la producción secundaria de petroleo en el yacimiento. Por balance de materiales, en esta etapa la tasa de producción de aceite se considera igual que la tasa de inyección de

agua. Esta tasa de inyección se calcula a través de la ecuación 80 y la correspondiente producción de aceite se calcula dividiendo la tasa de inyección en el factor volumetrico de formación del aceite. La producción acumulada de petroleo se calcula mediante

$$N_p = \frac{W_i - W_{if}}{B_o} \quad (83)$$

Donde  $W_i$  varia entre  $W_{if}$  y  $W_{ibt}$  o agua inyectada a momento de ruptura. Este valor se calcula mediante la siguiente expresión.

$$W_{ibt} = V_p * E_{Abt} (S_{wpbt} - S_{wc}) \quad (84)$$

#### **ETAPA IV**

Cuando el frente de agua llega finalmente al pozo productor la etapa de III llega a su fin y se da inicio a la ultima etapa que va desde la ruptura, hasta el tiempo de limite economico. Esta estancia se encuentra marcada por un aumento en la razón de movilidad, la eficiencia de barrido areal y la relación agua petroleo, disminuyendo la tasa de producción de aceite. La relación agua-petroleo se encuentra gobernada por la cantidad de agua y petróleo que sale de la zona previamente barrida del yacimiento, mas las nuevas zonas contactadas.

La cantidad de petróleo drenado de la zona barrida del yacimiento puede calcularse mediante la teoria de flujo fraccional descrita anteriormente en este capitulo, por otra parte el petroleo que sale de las nuevas zonas contactadas, es desplazado por la saturación de agua que se encuentra inmediatamente detrás de la zona estabilizada del frente, que suele ser asumida como la  $S_{wf}$ . Considerando un intervalo de tiempo dado, la cantidad de petroleo recuperado de las zonas que no han sido barridos,  $\Delta N_{pu}$ , dependera del cambio en la eficiencia areal de barrido, el cambio de saturación en la nueva zona barrida y el volumen poroso (Ecuación 85).

$$\Delta N_{pu} = \Delta E_A (S_{w_f} - S_{w_c}) * V_p \quad (85)$$

Para ello Craig-Geffen-Morse introducen el termino  $\frac{\Delta E_A}{\frac{\Delta W_i}{W_{ibt}}}$ . Este término permite simplificar los calculos multiplicando cada una de las partes de la anterior expresión. Realizando lo anterior se tiene que:

$$\Delta N_{pu} = \lambda (S_{w_f} - S_{w_c}) * V_p * \frac{\Delta W_i}{W_{ibt}} \quad (86)$$

Donde:

$$\lambda = \frac{\Delta E_A}{\frac{\Delta W_i}{W_{ibt}}} \quad (87).$$

Los calculos realizados pueden expresarse en funcion de cada barril de agua inyectado, ya que la tasa de inyección se supone debe ser igual a la suma de las tasa de producción de agua y petroleo. Es por esta razon que  $\Delta W_i$  en la anterior ecuación es igual a 1, por lo tanto:

$$\Delta N_{pu} = \frac{\lambda (S_{w_f} - S_{w_c}) * V_p}{W_{ibt}} \quad (88)$$

Sustituyendo la ecuación (91) en (95) se obtiene:

$$\Delta N_{pu} = \frac{\lambda (S_{w_f} - S_{w_c})}{E_{Abt} (S_{wpbt} - S_{wc})} \quad (89)$$

La ecuación (89) permite el calculo de la cantidad de aceite recuperada de las zonas no invadidas ya que el el valor de  $\lambda$  es conocido. Sin embargo cabe resaltar que  $\lambda$  no solo depende de la cantidad de agua inyectada  $W_i$ , sino tambien del aumento en la eficiencia areal en el yacimiento provocado por la inyección de esos barriles de agua. Craig, Geffen y Morse encontraron que la eficiencia areal en el

yacimiento es directamente proporcional al logaritmo de la relación  $\frac{W_i}{W_{ibt}}$  y puede expresarse como:

$$E_A = 0.2749 \ln \left( \frac{W_i}{W_{ibt}} \right) + E_{Abt} \quad (90)$$

Aproximando la derivada con la diferencia finita, se obtiene que:

$$\frac{\Delta E_A}{\Delta W_i} \cong \frac{dE_A}{dW_i} = \frac{0.2749}{W_i} \quad (91)$$

Por lo tanto:

$$\lambda = 0.2749 \left( \frac{W_i}{W_{ibt}} \right)^{-1} \quad (92)$$

Reemplazando en la ecuación (96)

$$\Delta N_{pu} = \frac{0.2749(S_{wf} - S_{wc})}{E_{Abt}(S_{wpbt} - S_{wc})} \left( \frac{W_i}{W_{ibt}} \right)^{-1} \quad (93)$$

Asi mismo, el petróleo adicional obtenido por barrido en la zona previamente barrida se calcula mediante:

$$\Delta N_{ps} = f_{o2}(1 - \Delta N_{pu}) \quad (94)$$

Este flujo fraccional de petróleo se calcula indirectamente al determinar el flujo fraccional de agua  $f_{w2}$  correspondiente  $f_{o2}$ . El valor de  $\Delta N_{pu}$  es conocido, por lo que para calcular el valor del  $\Delta N_{ps}$  solo es necesario determinar los valores de  $f_{o2}$ . Para ello acudimos a la teoría de avance frontal de Buckley-Leverett, en ella es posible determinar el valor de  $f_{w2}$  cuando  $S_{w2}$  es conocida. Sin embargo en este caso  $S_{w2}$  es desconocido, pero si se sabe que este valor, es el punto tangente a la curva de flujo fraccional definida por la línea tangente de la pendiente, por lo tanto:

$$\left( \frac{df_w}{dS_w} \right)_{S_{w2}} = \frac{1}{(Qi)_{S_{w2}}} \quad (95)$$

El termino  $(Q_i)_{S_{w2}}$  hace referencia a los volúmenes porosos inyectados en el yacimiento al tiempo analizado. Si este valor es conocido, es posible determinar la derivada y por ende el respectivo valor de  $S_{w2}$  y  $f_{w2}$ . El agua inyectada a ruptura puede ser representada como volúmenes porosos inyectados

$$Q_{ibt} = \frac{W_{ibt}}{E_{Abt}V_p} = S_{wpbt} - S_{wc} \quad (96)$$

Es posible calcular la relación existente entre volúmenes porosos inyectados y volúmenes porosos inyectados a ruptura, en función de la relación de agua inyectada acumulada y agua inyectada acumulada a ruptura con la eficiencia de barrido areal. La ecuación resultante para el termino  $\frac{Q_i}{Q_{ibt}}$  es:

$$\frac{Q_i}{Q_{ibt}} = 1 + E_{Abt} \int_1^{\frac{w_l}{w_{ibt}}} \frac{d\left(\frac{W_i}{W_{ibt}}\right)}{E_A + 0.2749 \ln\left(\frac{W_i}{W_{ibt}}\right)} \quad (97)$$

Como se puede observar desarrollar esta expresión puede llegar a ser complicado, sin embargo la solución de la misma como función de la eficiencia de barrido vertical y de  $\frac{W_i}{W_{ibt}}$  puede ser encontrada en la monografía de Craig (Ver Anexo C). Una vez encontrado el valor de  $Q_i$  se calcula el valor de la derivada y es posible encontrar el valor de  $S_{w2}$  en la curva de flujo fraccional. Con  $\Delta N_{ps}$  y  $\Delta N_{pu}$  calculados es posible determinar la relación agua petróleo a condiciones de superficie como:

$$RAP = \frac{1 - \Delta N_{ps} - \Delta N_{pu}}{\Delta N_{ps} + \Delta N_{pu}} * \frac{B_o}{B_w} \quad (98)$$

Las tasas de producción de agua y aceite se calculan también a partir de estos valores.

$$q_o = \frac{q_t(\Delta N_{ps} + \Delta N_{pu})}{B_o} \quad (99)$$

$$q_w = \frac{q_t(1 - \Delta N_{ps} - \Delta N_{pu})}{B_w} \quad (100)$$

Al aceite producido a cualquier tiempo despues de ruptura se calcula como:

$$N_p = \frac{V_p[E_A(S'_{wp} - S_{wc}) - S_{gi}]}{B_0} \quad (101)$$

Donde la  $S'_{wp}$ , es función de los volúmenes porosos inyectados en el yacimiento:

$$S'_{wp} = S_{w2} + f_{o2} Q_i \quad (102)$$

De igual forma el agua producida acumulada se calcula por balance de materiales, como sigue:

$$W_p = \frac{W_i - N_p B_o - V_p S_{gi}}{B_w} \quad (103)$$

## 2. CONSTRUCCIÓN MODELOS DE SIMULACIÓN NUMÉRICA

La simulación numérica es hoy en día, una de las herramientas más confiables con las que cuenta la industria de los hidrocarburos, a la hora de evaluar un proyecto de recobro secundario o mejorado. Las aplicaciones de la simulación numérica se extienden desde escala de laboratorios y *sector models*, hasta aplicaciones de campo completo en *full field models*.

Un modelo de simulación es un instrumento que permite imitar el comportamiento de un sistema real, mediante ecuaciones matemáticas. El modo de resolución de estas ecuaciones no se realiza de forma analítica sino por medio de métodos numéricos, por lo que es necesaria una maquina ordenadora que permita realizar una gran cantidad de cálculos en el menor tiempo posible. En el caso de la simulación numérica de yacimientos, existen tres grupos principales de ecuaciones que se encargan de modelar el flujo de fluidos a través del medio poroso, éstas ecuaciones son:

- Ecuaciones de flujo
- Ecuaciones de potencial
- Ecuaciones de difusividad

En el presente trabajo de investigación, la simulación numérica actuara como una herramienta de análisis de la inyección de agua, mediante el modelamiento de un modelo conceptual de simulación, ligado a algunas suposiciones teóricas inherentes a los métodos analíticos descritos en el anterior capítulo.

## **2.1. SELECCIÓN DEL SOFTWARE DE SIMULACIÓN**

A la hora de definir el software de simulación numérica de yacimientos más adecuado para simular el proceso de recuperación a implementar, es importante definir las características más importantes del proceso y las relaciones existentes entre los fluidos en el yacimiento. Un proceso de inyección de agua convencional consiste en un desplazamiento inmisible, es decir no existe miscibilidad entre las fases agua y petróleo. Otra de las características importantes a la hora de seleccionar el simulador es determinar si existirá un cambio en la composición de los fluidos (modelo composicional), para el caso de desplazamientos inmiscibles, se considera que la composición de los fluidos en el yacimiento no cambio con el tiempo, es decir un modelo *Black Oil*.

Un modelo *Black Oil* asume que en el yacimiento pueden existir tres fases distintas (agua, aceite y gas) y asume que no existe un intercambio de masa o cambio de fase entre estas. La simulación de petróleo negro o *Black Oil*, es útil en procesos de simulación de inyección de agua o gas inmisible donde no se esperan cambios en la composición de fluidos. Estos pueden modelar el flujo de agua, petróleo y gas tomando en cuenta variaciones de la solubilidad del gas en el petróleo en función de la presión. Finalmente y a partir de las características anteriormente mencionadas, el software de simulación escogido para el modelamiento de la inyección de agua, fue el simulador IMEX de la compañía CMG (*Computer Modeling Group*).

IMEX es un simulador trifásico de aceite negro implícito/explicito de la compañía canadiense CMG, modela el flujo en yacimientos gas, agua-gas, agua-crudo o agua-crudo-gas. Los sistemas de enmallado pueden ser cartesianos, cilíndricos o de profundidad y espesor variable, construidos a partir de modelos geológicos. Es posible realizar configuraciones bidimensionales y tridimensionales con cualquiera de estos sistemas de enmallado, incluyendo complejas estructuras heterogéneas falladas

## **2.2 DEFINICIÓN DEL MODELO DE FLUIDOS**

El modelo de fluidos presente en el modelo de simulación, debe corresponder al de un crudo cuyas características correspondan, a un prospecto ideal de recuperación por inyección de agua. Además las características del mismo deben ser razonables a la hora de realizar una comparación efectiva de la simulación numérica y el modelamiento analítico en los modelos detallados en el anterior capítulo. Algunas de las características ideales para el caso de un desplazamiento inmiscible de fluidos son:

- Crudo con movilidad.
- Fluido con una baja presión de burbuja.
- Fluido con baja viscosidad.

Se hace necesario encontrar un tipo de fluido que se ajuste a las características anteriormente mencionadas. Para ello se investigaron los principales campos colombianos en los cuales se implementan o se implementaron procesos de inyección inmiscible.

a) Campo la Cira

El yacimiento de la Cira se encuentra ubicado en la localidad de Barrancabermeja en el departamento de Santander, Colombia. Fue descubierto a principios del siglo XX y fue el yacimiento de petróleo más grande descubierto en el país, hasta el descubrimiento de Caño-Limón. Los primeros intentos de inyección de agua, se dieron en el año de 1946. Siete pozos fueron perforados y cañoneados en el acuífero presente en la base del yacimiento y tres fueron perforados y completados dentro de la arena productora. Los pozos inyectores perforados en el acuífero aparentemente no tuvieron efecto. De 1946 a 1949 se recobraron alrededor de 54000 BIs de Aceite, como resultado de inyectar 770.000 BIs de Agua.<sup>25</sup>

El crudo de la Cira-infantas es un aceite negro que se encuentra en el rango de los medianos a pesados. Se conoce que el crudo compuesto de alto peso molecular como parafinas, asfáltenos y máltenos, los cuales se puede precipitar en las vecindades del pozo constituyéndose en potenciales causas de daño a la formación.

#### b) Campo Casabe

El campo Casabe fue descubierto en el año de 1941 y está localizado en la cuenca del Magdalena medio. La producción del campo bajo mecanismos de producción primaria se dio hasta mediados de la década de los 80, época en la cual se inició la implementación de la inyección de agua. La inyección se llevó a cabo con patrones normales de cinco puntos. El factor de recobro alcanzado a 2007 alcanzo el 19.8%.

---

<sup>25</sup> GARZON, Joel. CRAIG F. GEFFEN T. MORSE R.A. Oil Recovery Performance of pattern gas or water injection operations form model tests AIME 1995. Occidental Petroleum Company. Universidad Industrial de Santander

El crudo de Casabe es un crudo mediano con una viscosidad relativamente alta, sin embargo la heterogeneidad natural del yacimiento ha resultado un reto desafiante para la aplicación de la inyección de agua en el yacimiento. <sup>26</sup>

#### c) Campo Caño Limón

Descubierto en Julio de 1983, Caño Limón representó para su época el más grande descubrimiento de petróleo en la segunda mitad del siglo XX en Colombia. La inyección de agua en el campo caño limón, a diferencia de la mayoría de los campos colombianos en los que se desarrolla inyección de agua actualmente, es la de mantenimiento de la presión y el método de disposición del agua de producción, ya que en el yacimiento existe la presencia de un acuífero altamente activo. <sup>27</sup>

#### d) Campo Dina

El campo Dina es un campo localizado en la subcuenca de Neiva, situado al centro y al sur de Colombia. El campo se encuentra ubicado a 15 km de la capital del departamento del Huila. El campo fue descubierto en el año de 1969 y a partir del año de 1985 ha sido sometida la inyección periférica de agua. Actualmente el campo consta de 37 pozos totales de los cuales 20 son productores, 6 inyectores y 11 convertidos de productores a inyectores. <sup>28</sup>

#### c) Campo Tello

El campo Tello se encuentra ubicado en el Valle bajo del río Ceiba, en las inmediaciones Nororientales de la ciudad de Neiva, Capital del departamento del Huila. El descubrimiento del campo data del año de 1972. El yacimiento resultó

---

<sup>26</sup> MAYORGA, Diana. Evaluación de prácticas empresariales para reducir las fallas en tubería de producción por efecto de la inyección de agua en el campo Casabe.

<sup>27</sup> MCCOLLOUGH C.N. The Giant Caño Limon Field, Llanos basin, Colombia. Bakersfield, California, USA. Occidental Petroleum Company

<sup>28</sup> GARCIA, Martha Milena. Analisis de Sensibilidad de un proceso de Inyección de geles de dispersión coloidal para un sector del campo dina cretáceo.

ser inicialmente subsaturado, con un mecanismo de producción primaria de gas en solución y en menor grado segregación gravitacional y empuje hidráulico.

Una vez identificados los yacimientos el análisis se centró en las propiedades de fluidos y petrofísica de cada uno de los yacimientos, para así encontrar el que más se ajuste al problema que intentamos simular en esta tesis de investigación. Estas propiedades son:<sup>29</sup>

- Porosidad
- Permeabilidad
- Viscosidad
- API
- Presión de burbuja

**Tabla 9.** Resumen de propiedades de los campos estudiados.

<b>Campo</b>	<b>Porosidad</b>	<b>Permeabilidad [md]</b>	<b>Viscosidad [cp]</b>	<b>Api</b>	<b>P burbuja [psi]</b>
CIRA	0.24-0.27	200	30 @100 F	18-24	526
CASABE	0.24	225	43 @ Pb	19	1350
<b>CAÑO LIMÓN</b>	0.26	1450	<b>2.4-6.9 @Pb</b>	<b>29.5</b>	<b>50</b>
DINA	0.17	131	0.45 @Pb	24	901
TELLO	0.2	200	0.92 @Pb	19.5	846

Analizando las propiedades observadas en los cinco campos estudiados, se determinó que modelo de fluidos de Caño Limón, es el más apropiado para el desarrollo del modelo de fluidos de la simulación conceptual. Factores como la baja presión de burbuja, alto API y buena movilidad favorecen la simulación de la inyección de agua. Cabe aclarar que las propiedades del campo serán utilizadas

<sup>29</sup> PARRADO, German. DELGADO, Hugo. Modelo de Gestión de mantenimiento para la planta de inyección de agua campo tello, basados en estudios de confiabilidad

como base para la construcción de los modelos de simulación, algunas de estas propiedades serán variadas a la hora de la sensibilizar parámetros. El aceite es un fluido cuyo comportamiento depende de variables tales como la presión, el volumen y la temperatura. Por esta razón es necesario su comportamiento a través de una tabla PVT. Los datos requeridos por el simulador para el cálculo de las propiedades del aceite en función de la presión, se muestran en la tabla 10, así como las propiedades del agua utilizadas en simulación numérica para este proceso en la tabla 11. El comportamiento de factor volumétrico y gas en solución obtenido mediante la tabla PVT se ilustra en la figura 24.

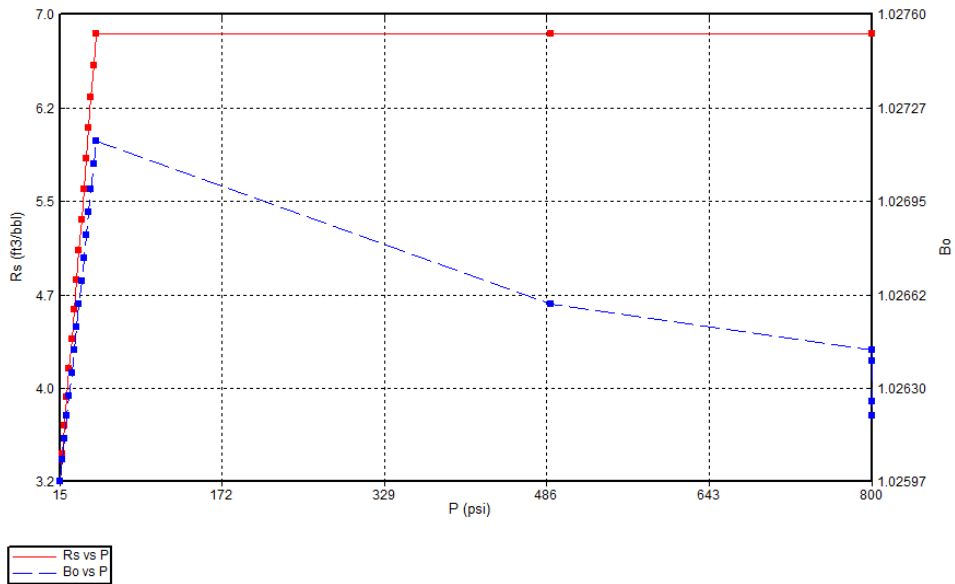
**Tabla 10.** Datos iniciales para la generación de la tabla PVT

<b>Característica</b>	<b>Descripción</b>
Presión inicial del modelo	1500 psi
Temperatura inicial del modelo	120 °F
Presión de burbuja	50 psi
° API	29

**Tabla 11.** Propiedades del agua

<b>Característica</b>	<b>Descripción</b>
Factor volumétrico de formación del agua	1
Viscosidad	1 cp
Densidad	61.63 lbs/pie <sup>3</sup>

**Figura 24.** Gas en solución y factor volumétrico de la formación.



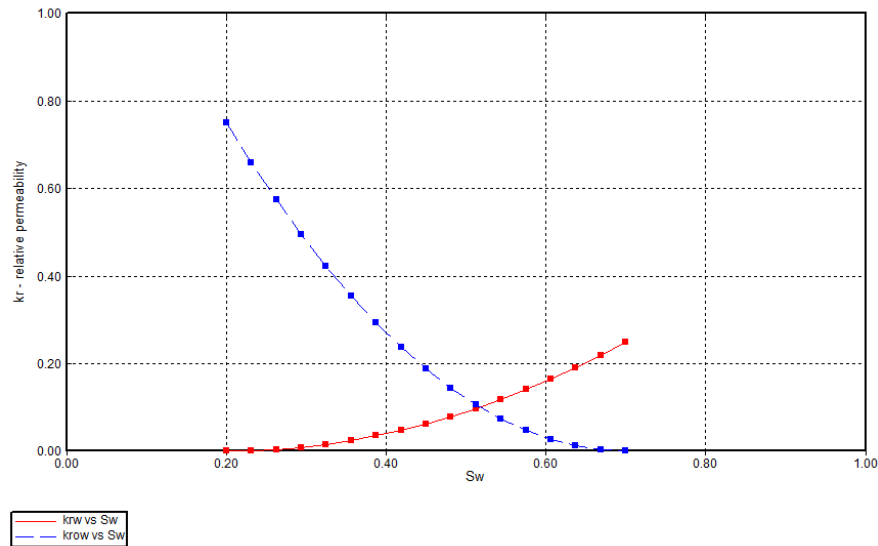
Fuente: Simulador IMEX, Compañía CMG

En cuanto a los datos de interacción roca-fluido, el simulador permite la construcción de las curvas de permeabilidad relativa que se muestran en la figura 25; a partir de los end points requeridos por la ecuación de Hirasaki (Tabla 12).

**Tabla 12.** End points de las curvas de permeabilidad relativa.

Característica	Descripción
Saturación de agua inicial ( $S_{wi}$ )	0.2
Saturación de agua crítica ( $S_{wc}$ )	0.2
Saturación de aceite inicial ( $S_{oi}$ )	0.8
Saturación de aceite irreducible ( $S_{or}$ )	0.3
Saturación de aceite residual ( $S_{oR}$ )	0.3
Permeabilidad relativa del aceite a la saturación de agua crítica ( $K_{rocw}$ )	0.75
Permeabilidad relativa del agua a saturación de aceite irreducible ( $K_{rwir}$ )	0.25
Exponente para la curva de permeabilidad relativa al aceite	2
Exponente para la curva de permeabilidad relativa al agua	2

**Figura 25.** Curva de permeabilidades relativas

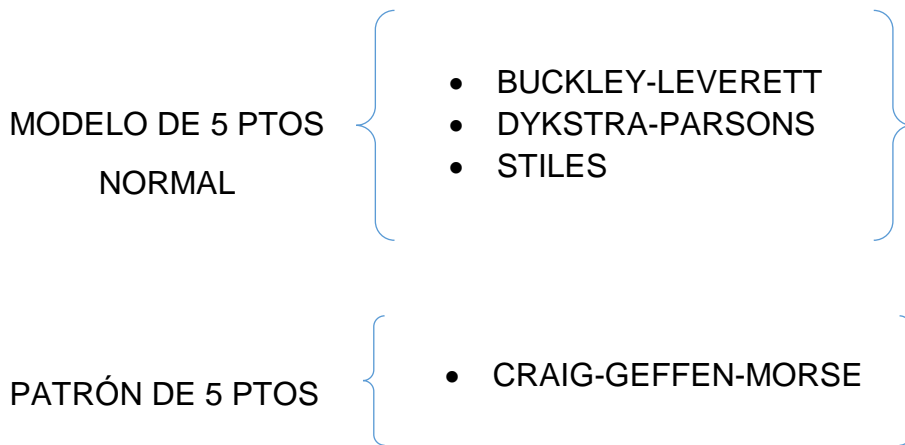


Fuente: Simulador IMEX, Compañía CMG

Para construcción del modelo de simulación, es importante tener en cuenta que en este tipo de procesos, no es conveniente que exista una saturación de gas inicial, puesto que esta afectaría la respuesta a la inyección de agua. Por esta razón la saturación inicial de gas en el yacimiento es igual 0, y la presión en los pozos productores se fija a un valor superior a la presión de burbuja de 100 psi.

### **2.3 DETERMINACIÓN DE LA GEOMETRÍA DE LOS MODELOS DE SIMULACIÓN**

Para la determinación de la geometría utilizada en los modelos de simulación, fue necesario identificar el tipo de fenómeno que se pretendía simular; esto con el objetivo de elaborar una comparación válida de la simulación con el modelamiento analítico. En cuanto a la geometría los cuatro modelos a estudiar presentan una serie de consideraciones importantes a la hora de elaborar un acertado modelo de simulación.



Partiendo de lo anterior se puede deducir que son necesarios dos modelos de simulación. Buckley-Leverett, Dykstra-Parsons y Stiles son modelos aplicados a geometrías lineales; sin embargo mediante correlaciones para el cálculo de la eficiencia areal, es posible su adaptación en arreglos de cinco puntos. Así mismo el modelo será modificado con el fin de simular un yacimiento estratificado. En conclusión serán construidos tres modelos:

- Modelo Homogéneo (1/4) Patrón de cinco puntos normal.
- Modelo Heterogéneo (1/4) Patrón de cinco puntos normal.
- Patrón cinco puntos homogéneo.

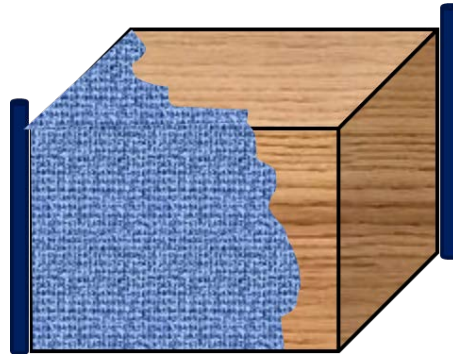
Es importante tener en cuenta, que el modelo analítico se ajuste al modelo de simulación, así como que los modelos de simulación, se ajusten en comportamiento unos con otros.

a) Modelo Homogéneo:

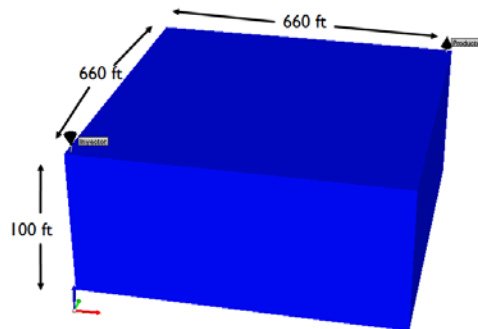
Para la construcción del modelo homogéneo, se determinó utilizar un área superficial de 10 acres, este valor será utilizado no solo en este modelo sino también en el heterogéneo. La longitud en i y en j fue de 660 pies. El espesor utilizado en este modelo de prueba fue de 100 pies. El modelo tiene una porosidad del 20% y una permeabilidad de 100 md. Una vez determinados estos parámetros

el siguiente paso es la construcción de la grilla y la determinación del número adecuado de bloques para el modelo de simulación.

**Figura 26.** Modelo conceptual inyección de agua, patrón de cinco puntos.



**Figura 27.** Dimensionamiento para el modelo lineal



Fuente: Simulador IMEX, Compañía CMG

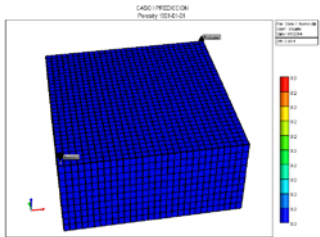
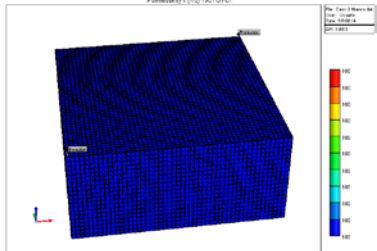
Una vez definida la geometría, se procede a determinar las restricciones operacionales de los pozos, como son la tasa de inyección, y las presiones de fondo de pozo, factores determinantes en la simulación del proceso de inyección de agua. Las condiciones operacionales utilizadas para este modelo de simulación homogéneo y heterogéneo se observan en la tabla 13.

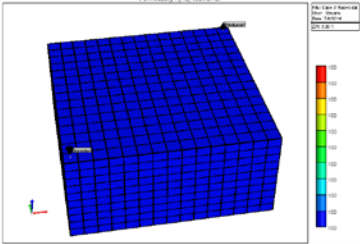
**Tabla 13.** Restricciones operacionales de los pozos en el modelo homogéneo y heterogéneo ((1/4) patrón de cinco puntos)

Característica	Valor
Presión de fondo mínima-pozo productor (BHP)	100 psi
Tasa de inyección de agua máxima (STW)	500 Bls/dia
Presión de fondo máxima-pozo inyector (BHP)	Dependiente de la tasa de inyección
Tasa de producción de aceite máxima (STO)	Dependiente de la presión de fondo

Para determinar el modelo de simulación ideal se plantearon tres escenarios de distribución del grid los cuales se muestran en la tabla 14.

**Tabla 14.** Escenarios de distribución del grid para el modelo lineal homogéneo.

Escenario	Numero de celdas	
I	30 X 30 X 10 (9000 Celdas)	
II	50 x 50 x 20 (50000 Celdas)	

III	15 x 15 x 10 (2250 Celdas)	
-----	----------------------------	---

Fuente: Simulador IMEX, Compañía CMG

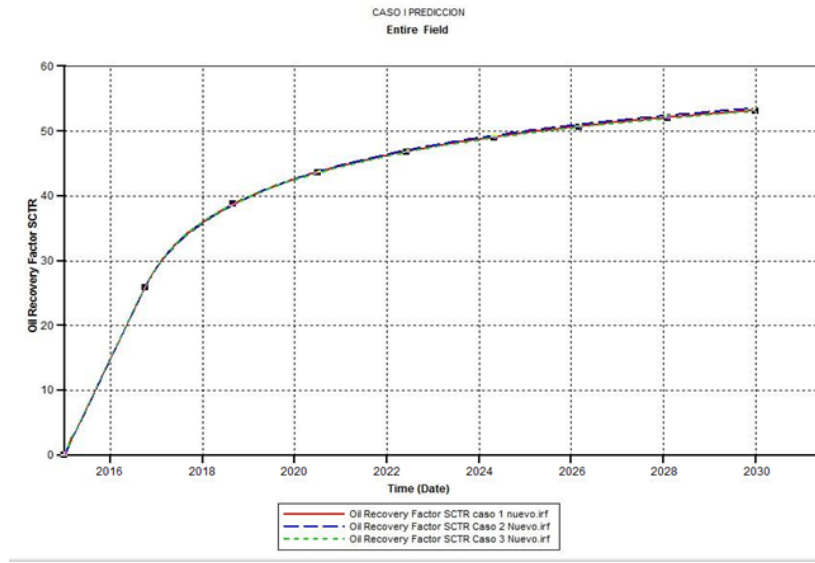
Una vez corridas las simulaciones en los tres escenarios se obtuvieron los siguientes tiempos.

**Tabla 15.** Resultados tiempos de simulación

Escenario	Tiempo de simulación [seg]
I	22.27
II	235.95
III	3.84

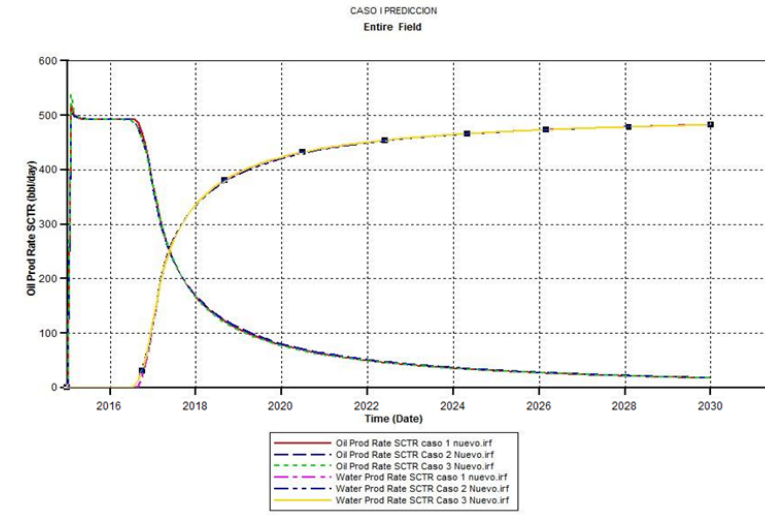
Los resultados de factor de recobro y tasa de producción de agua y petróleo se muestran en las figuras 28 y 29.

**Figura 28.** Factor de recobro para los tres casos en el modelo lineal homogéneo.



Fuente: Simulador IMEX, Compañía CMG

**Figura 29.** Tasas de producción de agua y aceite para los tres casos en el modelo lineal homogéneo.



Fuente: Simulador IMEX, Compañía CMG

Analizando el comportamiento obtenido en los tres escenarios, es posible concluir que el número de bloques en el *grid* de simulación no afecta en gran medida los resultados. De esta forma a partir del factor de recobro, la producción de los tres escenarios, y los tiempos de simulación se concluye que el Escenario I es el más

apropiado ya que es el que posee mejor relación tiempo–resultado de los tres escenarios.

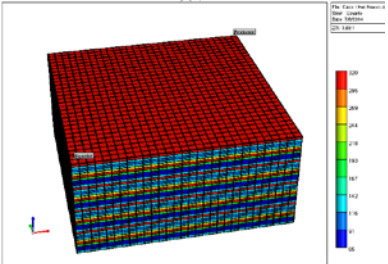
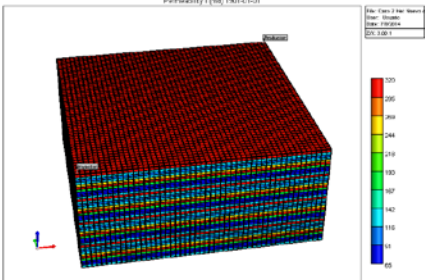
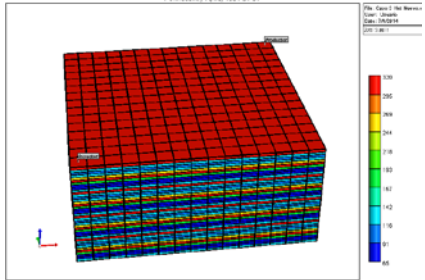
b) Modelo Heterogéneo

De manera análoga al homogéneo, este modelo presenta una área superficial de 10 acres, y por lo tanto una longitud en i y j de 660 pies. El espesor será de igual forma de 100 pies. Los parámetros operacionales de la corrida son los mismos mencionados en el modelo anterior, sin embargo los valores de permeabilidad variaran de 50 a 1000 md en este modelo base, con el fin de representar un yacimiento estratificado. El coeficiente de variación de la permeabilidad del grid fue de 0.45 y los valores de permeabilidad, así como su ubicación en el eje z, se pueden observar en el anexo D. De igual forma se plantearon tres escenarios de distribución del grid. En este capítulo solo se variara el número de celdas en i y j dejando un valor base de 40 celdas en z.

De acuerdo a los resultados obtenidos se concluyó que en los tres escenarios los resultados no varían demasiado, a excepción del caso 3, por lo que se puede decir que un modelamiento moderado, puede arrojar resultados razonables. Se concluye por lo tanto que el escenario apropiado es el Caso I, y se tomara como base para el desarrollo de posteriores simulaciones en este trabajo de investigación.

**Tabla 16.** Escenarios de distribución del grid para el modelo lineal heterogéneo.

Escenario	Numero de celdas
-----------	------------------

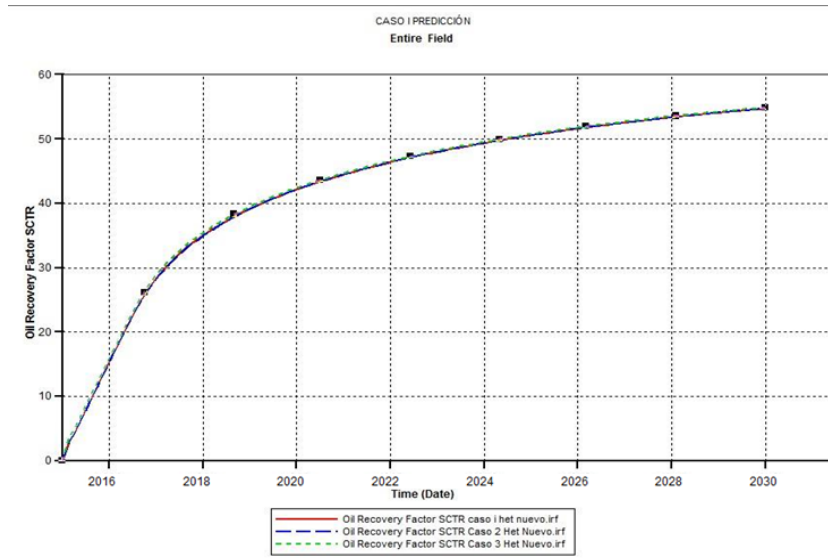
I	30 X 30 X 40 (36000 Celdas)	
II	50 x 50 x 40 (100000 Celdas)	
III	15 x 15 x 40 (9000 Celdas)	

Fuente: Simulador IMEX, Compañía CMG

**Tabla 17.** Resultados tiempos de simulación

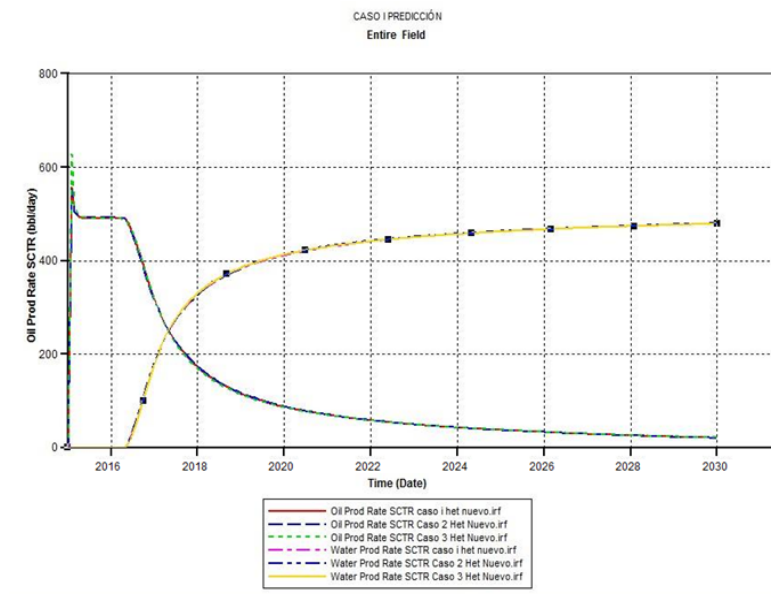
Escenario	Tiempo de simulación [seg]
I	115.50
II	513.82
III	17.52

**Figura 30.** Factor de recobro para los tres casos en el modelo lineal heterogéneo.



Fuente: Simulador IMEX, Compañía CMG

**Figura 31.** Tasa de producción de agua y aceite para los tres casos en el modelo lineal heterogéneo.



Fuente: Simulador IMEX, Compañía CMG

**c) Patrón de 5 puntos homogéneo**

El objetivo es construir un arreglo de pozos de cinco puntos normal, es decir un pozo inyector en el centro y 4 productores en los vértices. Para ello en primer lugar se determinó el área superficial del modelo. Un arreglo típico cinco puntos presenta una área de 40 acres, a partir de este valor se calculó la geometría del modelo que incluyó la distancia entre pozos.

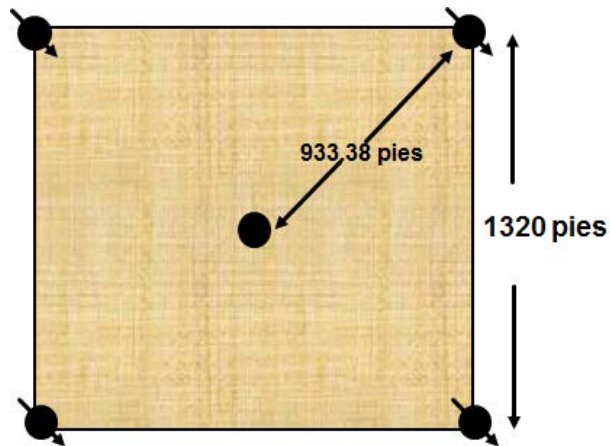
$$A = L^2$$

$$40 \text{ Acres} = L^2$$

$$1'742'400 \text{ pies}^2 = L^2$$

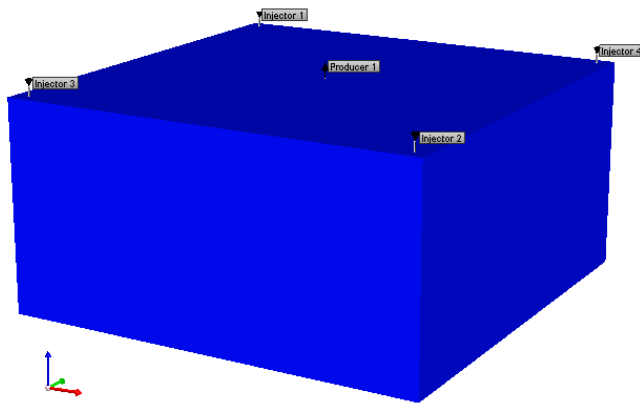
$$1320 \text{ pies} = L$$

**Figura 32.** Arreglo de cinco puntos con geometría del modelo



Por último se definió el espesor del modelo en 100 pies. Las restricciones operacionales del modelo se observan en la tabla 18. El modelo final de simulación se muestra en la figura 33.

**Figura 33.** Dimensionamiento modelo de cinco puntos.



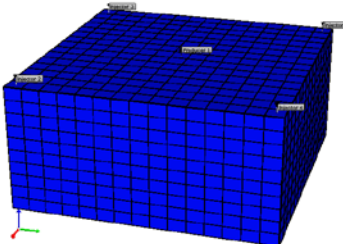
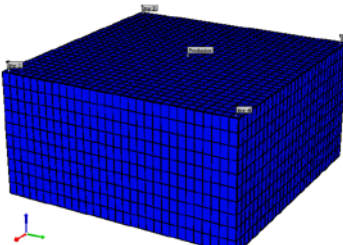
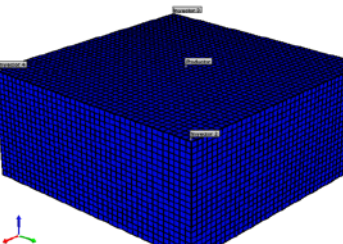
Fuente: Simulador IMEX, Compañía CMG

**Tabla 18.** Tasas operacionales de producción e inyección en el modelo.

Característica	Valor
Presión de fondo mínima-pozo productor (BHP)	100 psi
Tasa de inyección de agua máxima (STW)	500 Bls/día
Presión de fondo máxima-pozo inyector (BHP)	Dependiente de la tasa de inyección
Tasa de producción de aceite máxima (STO)	Dependiente de la presión de fondo

Los escenarios de distribución del grid se muestran en la tabla 19. Así mismos los valores de Factores de recobro y producción de agua y de petróleo se ven en las figuras 34 y 35.

**Tabla 19.** Escenarios de distribución del grid para el modelo cinco puntos homogéneo.

Escenario	Numero de celdas	
I	15 X 15 X 10 (2250 Celdas)	
II	30 x 30 x 10 (9000 Celdas)	
III	40 x 40 x 20 (32000 Celdas)	

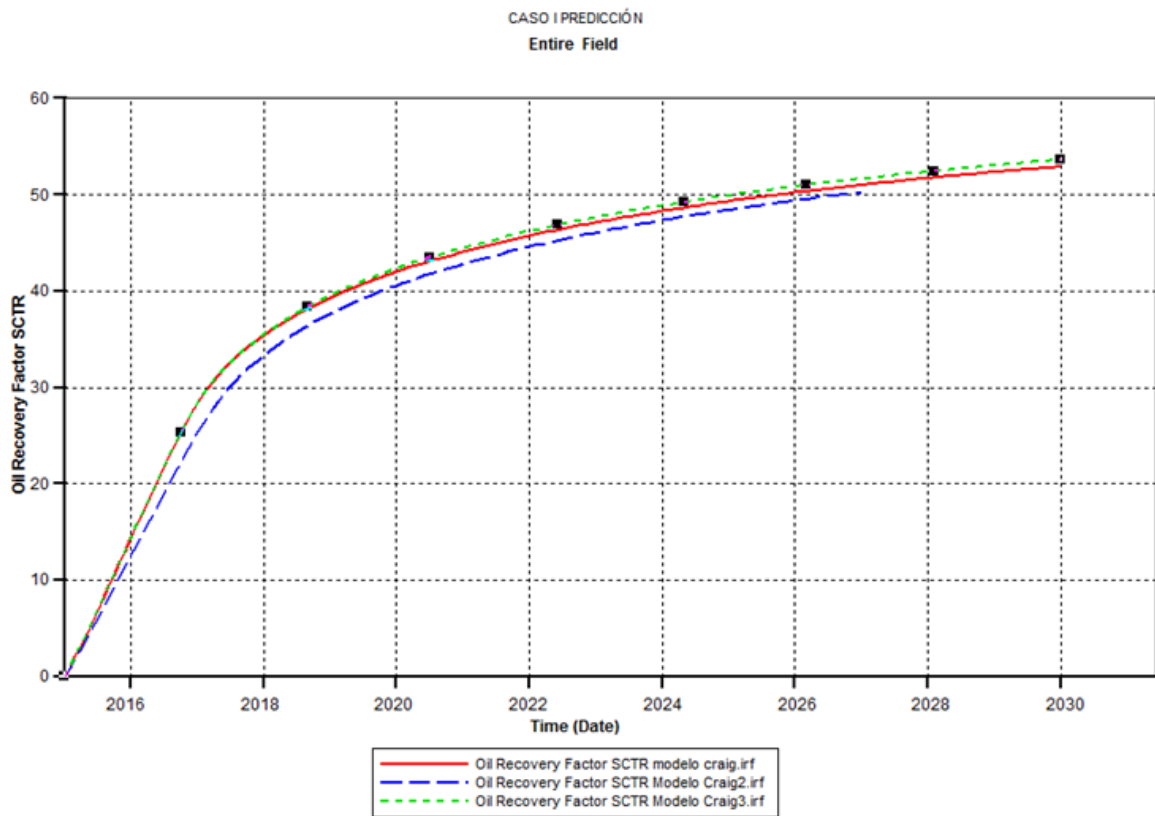
Fuente: Simulador IMEX, Compañía CMG

Los tiempos de Simulación se observan en la tabla 20.

**Tabla 20.** Resultados tiempos de simulación

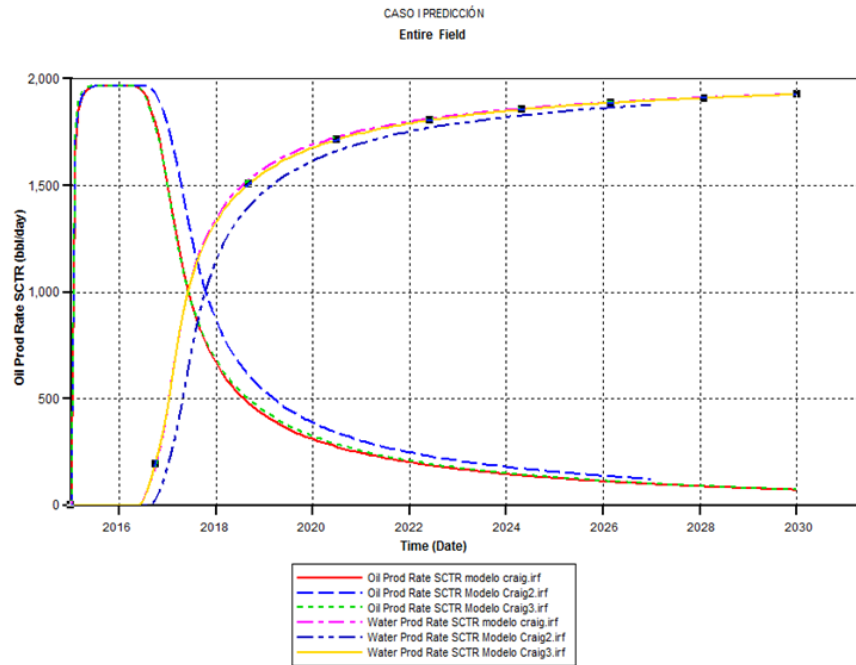
ESCENARIO	TIEMPO DE SIMULACIÓN [seg]
I	3.93
II	16.88
III	83.06

**Figura 34.** Factor de recobro vs tiempo para los tres casos en el modelo cinco puntos homogéneo.



Fuente: Simulador IMEX, Compañía CMG

**Figura 35.** Tasa de producción de agua y aceite para los tres casos en el modelo cinco puntos homogéneo.

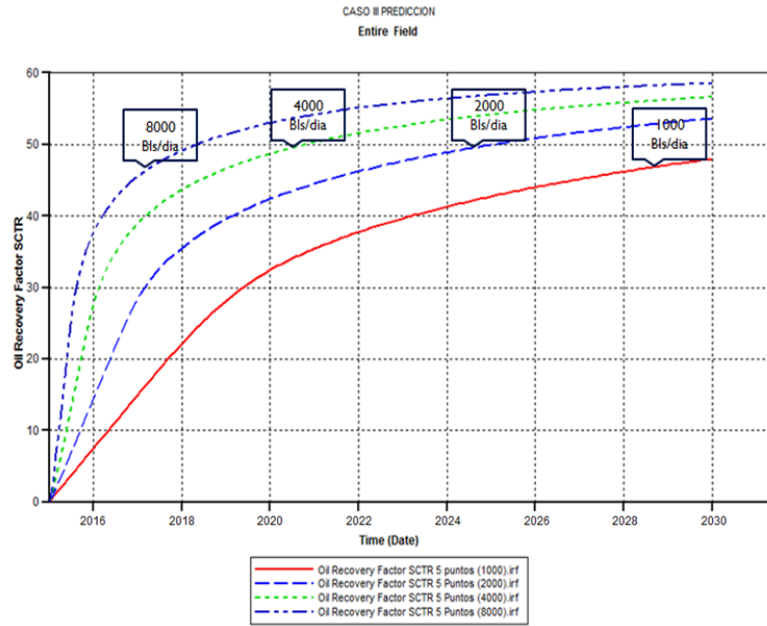


Fuente: Simulador IMEX, Compañía CMG

Como se observa en las figuras 34 y 35, los resultados varían significativamente al variar el número de bloques en los tres casos planteados. Por esta razón los tiempos de simulación dejan de ser un criterio de selección, a la hora de escoger el modelo más apropiado. Se determina finalmente que el caso más adecuado corresponde al Caso III, que aunque posee un tiempo mayor de simulación que los demás, posee una mejor discretización y por ende una mejor calidad en los resultados.

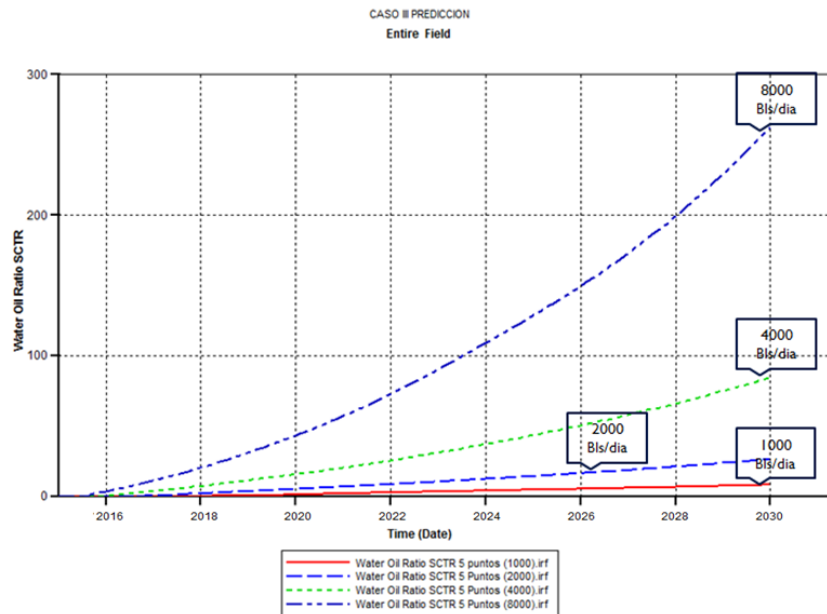
Definidos el dimensionamiento y el número de bloques de los modelos de simulación, es necesario determinar la tasa de inyección óptima para el desarrollo de la inyección de agua. Para ello se realizó un análisis de sensibilidad, con el fin de analizar el comportamiento del factor de recobro, las tasas de producción y la relación de agua petróleo y determinar el valor apropiado de tasa de inyección.

**Figura 36.** Factor de recobro, análisis de sensibilidad a la tasa de inyección



Fuente: Simulador IMEX, Compañía CMG

**Figura 37.** Análisis de sensibilidad a la tasa de inyección, Relación Agua-Petróleo.



Fuente: Simulador IMEX, Compañía CMG

La figura 36 correspondiente al factor de recobro para diferentes tasas, indica claramente un incremento de este valor, a medida que aumenta la tasa de inyección de agua. Sin embargo un elevado valor de tasa de inyección resultaría operacionalmente costoso. Esto se ve representado al analizar la relación agua petróleo obtenida para los valores de 8000 y 4000 Bls/día en la figura 37. Por su parte las tasas de inyección de 2000 y 1000 Bls/día, no presentan un aumento considerable de esta relación durante todo el proceso. En la tabla 21 se presentan los resultados en cuanto a factor de recobro y relaciones de agua petróleo, obtenidos para las diferentes tasas.

**Tabla 21.** Resultados del análisis de sensibilidad del modelo base para distintas tasa de inyección de agua a 15 años.

Tasa (Bls/día)	FR @15 años (%)	RAP @15 años
1000	47.98	8.09
2000	53.62	26.33
4000	56.62	84.31
8000	58.56	262.52

A partir del análisis de sensibilidad se determinó que un valor de inyección de 2000 Bls/día, es una tasa adecuada para el desarrollo patrón de inyección de 5 puntos; así como de 500 Bls/día para el modelo homogéneo y heterogéneo de inyección; puesto que se obtienen adecuados valores de factor de recobro (53.62%) con una cantidad producida relativamente baja de agua en comparación con los modelo de 4000 y 8000 Bls/día de inyección.

### 3. MODELAMIENTO ANALÍTICO

#### 3.1. MODELO ANALÍTICO

Un modelo es analítico cuando está enteramente descrito utilizando ecuaciones matemáticas. Estas ecuaciones representan características implícitas o explícitas de un fenómeno. La calidad de un modelo está representada por la cantidad de supuestos y la calidad de los datos de entrada. Los modelos analíticos pueden ser modelados en distintos lenguajes de programación, hojas de cálculo en Excel, etc.<sup>30</sup>

El modelamiento envuelve la selección correcta de grupos de datos, algoritmos, variables y las técnicas correctas para dar formato a los datos para un problema en particular. Un modelo analítico estima o clasifica datos esencialmente dibujando líneas a través de un conjunto de puntos. Cuando estos modelos son aplicados a nuevos datos o registros, el modelo puede predecir resultados basado en los históricos.<sup>31</sup>

Un modelo analítico se asemeja a una maquina donde se ingresan datos de entrada, donde se les realiza un proceso y así se obtienen los datos de salida. Para la construcción de estos modelos primero se plantearon ecuaciones revisando el estado del arte, las suposiciones y los datos de entrada. Para la resolución de ecuaciones se estudiaron los diferentes métodos de solución, y los datos de salida los cuales se van a obtener. Para lo programación de los modelos se plantearon los diagramas de flujo para luego convertirlos a lenguaje de programación.

---

<sup>30</sup> Design Processing Technologies [http://designprocessing.free.fr/?page\\_id=122&lang=e](http://designprocessing.free.fr/?page_id=122&lang=e)

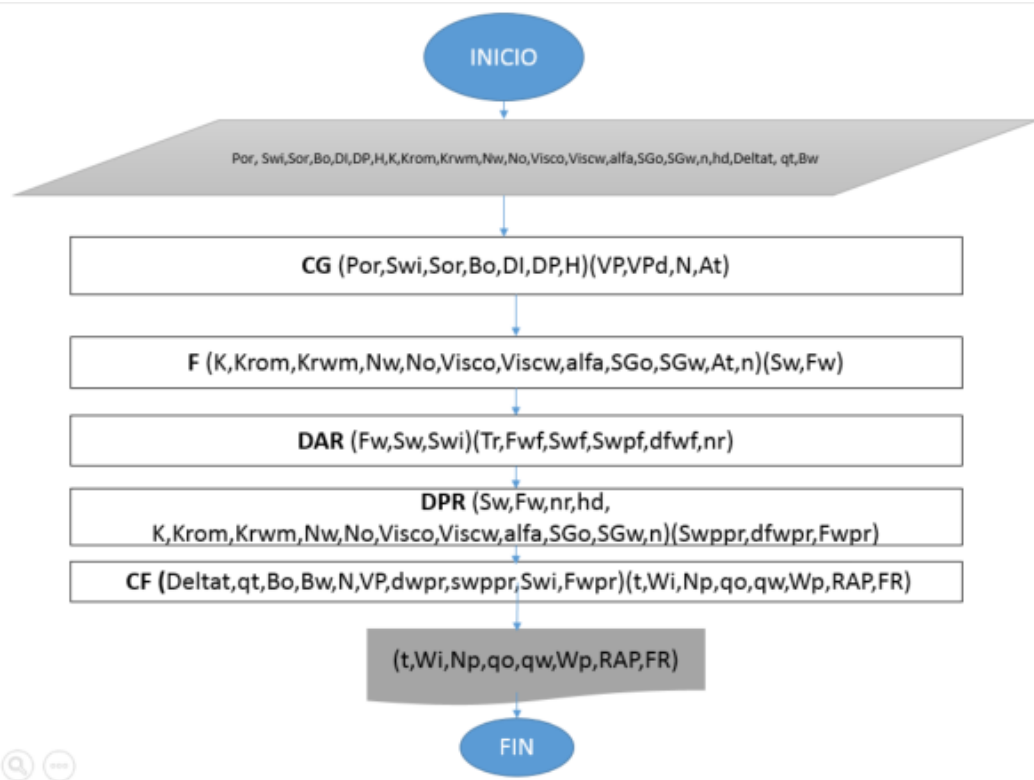
<sup>31</sup> Eckerson, Wayne. Analytical modeling is both science and art <http://searchbusinessanalytics.techtarget.com/opinion/Analytical-modeling-is-both-science-and-art>

## 3.2 MÉTODO DE BUCKLEY Y LEVERETT

**3.2.1 Diagrama de Flujo.** Para el modelamiento de Buckley y Leverett se realizó un diagrama de flujo compuesto subprogramas, que siguen el procedimiento del modelo. El diagrama tiene 5 subprogramas: CG (cálculos generales), F (flujo fraccional), DAR (derivada antes de ruptura), DPR (derivada post-ruptura), y CF (cálculos finales).

Para la inicialización del programa es necesario el ingreso de los datos petrofísicos, operacionales y de geometría. La figura 38 muestra un diagrama general del modelo analítico de Buckley-Leverett; el diagrama de flujo detallado se encuentra en el Anexo E.

**Figura 38.** Diagrama de flujo general Buckley-Leverett



## 3.2.2 HOJA DE CÁLCULO

Para el modelamiento de Buckley y Leverett se creó una hoja de cálculo siguiendo como base el correspondiente diagrama de flujo. La hoja electrónica se divide en varias secciones hasta llegar al cálculo de los resultados finales.

Inicialmente se ingresan los datos petrofísicos, operacionales y de geometría. Una vez ingresados los datos iniciales, la hoja de cálculo entra a calcular la curva de flujo fraccional. Para el cálculo de estos datos primero se calculan los datos de saturación que se evaluarán teniendo en cuenta la saturación de agua inicial, la saturación de agua máxima y el paso de la saturación. Ya con los datos de saturación el programa encuentra los datos necesarios para hallar los datos de flujo fraccional.

**Figura 39.** Cálculo de flujo fraccional a través de la hoja de cálculo de Buckley y Leverett

1					
PERMEABILIDADES RELATIVAS Y FLUJO FRACCIONAL					
Swj	Kro	Krw	Num	Den	fw
0.3	0.75	0	1		
0.31	0.7159476	0.0001	1	1194.246	0.00083735
0.32	0.68278677	0.0004	1	285.494489	0.00350269
0.33	0.65051202	0.0009	1	121.465189	0.00823281
0.34	0.61911777	0.0016	1	65.4914339	0.01526917
0.35	0.58859834	0.0025	1	40.2398895	0.02485096
0.36	0.558948	0.0036	1	26.8772224	0.03720623
0.37	0.53016091	0.0049	1	19.0326839	0.0525412
0.38	0.50223112	0.0064	1	14.0789355	0.0710281
0.39	0.47515262	0.0081	1	10.7768028	0.0927919
0.4	0.44891925	0.01	1	8.48198758	0.1178969

↑                      ↑                      ↑                      ┌──────────────────┐  
 Saturaciones    Permeabilidad    Permeabilidad    Cálculo de flujo fraccional  
 calculadas      Relativa            Relativa  
                           aceite                    agua

En la segunda parte de la hoja de cálculo nuevamente se calculan los valores de saturación, se importan los datos de flujo fraccional de la primera sección y se hallan las derivadas de cada punto de la curva de flujo fraccional. En la hoja de cálculo se utilizó un condicional de manera que se vayan comparando las pendientes del punto evaluado con el punto anterior y en el caso de que la

pendiente hallada sea menor a la del punto inmediatamente anterior esta será igualada a cero para identificar en la tabla el punto de mayor pendiente.

Una vez determinado el punto de mayor pendiente en la tercer parte de la hoja de cálculo se determina a partir de este punto  $S_{wf}$ ,  $f_{wf}$ ,  $d_{fwf}$  y  $S_{wp}$ .

**Figura 40.** Calculo de la derivada para cada punto de saturación y determinación del punto de mayor pendiente a través del condicional en la hoja de cálculo

CALCULO DFWF		
Sw i	fw i	dfw i
0.54	0.67463841	2.81099337
0.55	0.71117372	2.84469488
0.56	0.7452474	2.86633614
0.57	0.77674389	2.87682924
0.58	0.80561504	2.87719656
0.59	0.83187076	0
0.6	0.85556897	0
0.61	0.87680529	0
0.62	0.89570343	0



**Figura 41.** Determinación de  $S_{wf}$ ,  $f_{wf}$ ,  $d_{fwf}$  y  $S_{wp}$ , a partir del punto de mayor pendiente hallado en la sección 2 de la hoja de cálculo

3	
swf	0.58
fwf	0.80561504
dfw	2.87719656
swp	0.64756054

En la cuarta parte de la hoja de cálculo se determina el tiempo de ruptura, este se convierte a años y a meses.

**Figura 42.** Determinación del tiempo de ruptura



se halla una nueva saturación sumando el paso h que hace parte de la definición de derivada a cada una de las saturaciones. Para estas nuevas saturaciones hallo la permeabilidad relativa de aceite y agua, hallo el numerador y denominador de la ecuación de flujo fraccional, para así hallar el nuevo valor de flujo fraccional. Aplicando la definición de derivada con los datos iniciales de flujo fraccional y los nuevos valores hallo la pendiente de cada punto y con la ecuación de pendiente hallo los  $S_{wp}$ .

**Figura 44.** Calculo de saturaciones de agua promedio después de ruptura.

CALCULO SWP' POST RUPTURA (DERIVADAS)													6
h	0.000001												
Swf (Xo)	Kro (Xo)	Krw (Xo)	Num (Xo)	Den (Xo)	f (Xo)	Swf (Xo+h)	Kro (Xo+h)	Krw (Xo+h)	Num (Xo+h)	Den (Xo+h)	f (Xo+h)	dfw/dsw'	Swp'
0.58	0.113501714	0.0784	1	1.24128766	0.805615036	0.580001	0.11350053	0.07840056	1	1.24128341	0.80561779	2.75573047	0.65053841
0.59	0.101984608	0.0841	1	1.20210981	0.831870762	0.590001	0.10198349	0.08410058	1	1.2021062	0.83187326	2.496371	0.6573494
0.6	0.091158935	0.09	1	1.16881284	0.85556897	0.600001	0.09115789	0.0900006	1	1.16880978	0.85557121	2.24485553	0.6643386
0.61	0.081014645	0.0961	1	1.14050407	0.87680529	0.610001	0.08101366	0.09610062	1	1.14050146	0.87680729	2.00446077	0.67146021
0.62	0.071541331	0.1024	1	1.11644097	0.895703426	0.620001	0.07154042	0.10240064	1	1.11643875	0.8957052	1.77754116	0.6786746
0.63	0.062728192	0.1089	1	1.09600274	0.912406476	0.630001	0.06272734	0.10890066	1	1.09600086	0.91240804	1.56564163	0.6859473
0.64	0.054564002	0.1156	1	1.07866782	0.927069464	0.640001	0.05456322	0.11560068	1	1.07866623	0.92707083	1.36962412	0.6932485
0.65	0.047037058	0.1225	1	1.063996	0.93985316	0.650001	0.04703634	0.1225007	1	1.06399465	0.93985435	1.18979643	0.7005522
0.66	0.040135136	0.1296	1	1.05161411	0.95091915	0.660001	0.04013448	0.12960072	1	1.05161298	0.95092018	1.02603363	0.7078355
0.67	0.033845424	0.1369	1	1.04120456	0.960426068	0.670001	0.03384483	0.13690074	1	1.04120361	0.96042695	0.87788705	0.7150786
0.68	0.028154455	0.1444	1	1.03249591	0.968526841	0.680001	0.02815392	0.14440076	1	1.03249511	0.96852759	0.7446782	0.722264
0.69	0.02304801	0.1521	1	1.02525533	0.975366794	0.690001	0.02304753	0.15210078	1	1.02525467	0.97536742	0.62557715	0.7293767
0.7	0.018511016	0.16	1	1.01928231	0.981082466	0.700001	0.01851059	0.1600008	1	1.01928177	0.98108299	0.51966554	0.7364032
0.71	0.014527404	0.1681	1	1.01440353	0.985800982	0.710001	0.01452703	0.16810082	1	1.0144031	0.98580141	0.42598712	0.74333204
0.72	0.011079935	0.1764	1	1.01046857	0.989639885	0.720001	0.01107962	0.17640084	1	1.01046822	0.98964023	0.34358644	0.7501528
0.73	0.008149965	0.1849	1	1.00734628	0.992707292	0.730001	0.0081497	0.18490086	1	1.00734601	0.99270756	0.27153892	0.7568569
0.74	0.005717131	0.1936	1	1.00492177	0.995102333	0.740001	0.00571691	0.19360088	1	1.00492156	0.99510254	0.20897455	0.7634366
0.75	0.003758904	0.2025	1	1.00309375	0.996915793	0.750001	0.00375873	0.2025009	1	1.00309359	0.99691595	0.15509876	0.7698854
0.76	0.002249926	0.2116	1	1.00177215	0.998230982	0.760001	0.0022498	0.21160092	1	1.00177204	0.99823109	0.10921425	0.7761976
0.77	0.001160938	0.2209	1	1.00087592	0.999124851	0.770001	0.00116085	0.22090094	1	1.00087584	0.99912492	0.07075506	0.7823687
0.78	0.000456877	0.2304	1	1.0003305	0.999669614	0.780001	0.00045682	0.23040096	1	1.00033046	0.99966965	0.03935663	0.7883946
0.79	9.27748E-05	0.2401	1	1.0000644	0.999935604	0.790001	9.2754E-05	0.24010098	1	1.00006439	0.99993562	0.01507193	0.7942725

En la parte final de la hoja de cálculo se hace exactamente lo mismo que para realizar los cálculos finales antes de ruptura con la diferencia que se calcula el tiempo para cada saturación.

**Figura 45.** Cálculos finales después de ruptura

Este tiempo  
Se calcula a  
Base de:

$$\frac{dfw}{dsw} = \frac{VP}{q_t * t}$$

Sección 6

Cálculos iguales a antes de ruptura

Swf	Swp	fwf'	dfw/dsw'	Tiempo (M)	Wi (Bls)	Np (Bls)	qo (STB/D)	qw (STB/D)	Wp (Bls)	RAP	FR (%)
0.59	0.65734946	0.83187076	2.496371	59.4510958	1426826.299	1106816.24	116.95947	665.496609	153987.618	5.68997627	51.0499228
0.6	0.66433867	0.85556897	2.24485553	66.1120457	1586689.097	1128463.9	100.47376	684.455176	288955.6161	6.81227791	52.0483821
0.61	0.67146028	0.87680529	2.00446073	74.0408576	1776980.583	1150521.59	85.7006677	701.444232	453880.7571	8.18481642	53.0657537
0.62	0.67867463	0.89570343	1.77754116	83.4928579	2003828.588	1172866.57	72.5541386	716.562741	655032.0353	9.87624903	54.096376
0.63	0.68594737	0.91240648	1.56564163	94.7930795	2275033.907	1195392.36	60.9346257	729.92518	900332.6947	11.9788244	55.1353379
0.64	0.69324858	0.92706946	1.36962412	108.359651	2600631.616	1218006.36	50.7342859	741.655571	1199924.306	14.6184293	56.1783682
0.65	0.70055221	0.93985316	1.18979643	124.737298	2993695.144	1240627.86	41.8412801	751.882528	1566973.111	17.9698739	57.2217444
0.66	0.70783552	0.95091915	1.02603363	144.646323	3471511.748	1263186.4	34.1432001	760.73532	2018847.391	22.280727	58.2622169

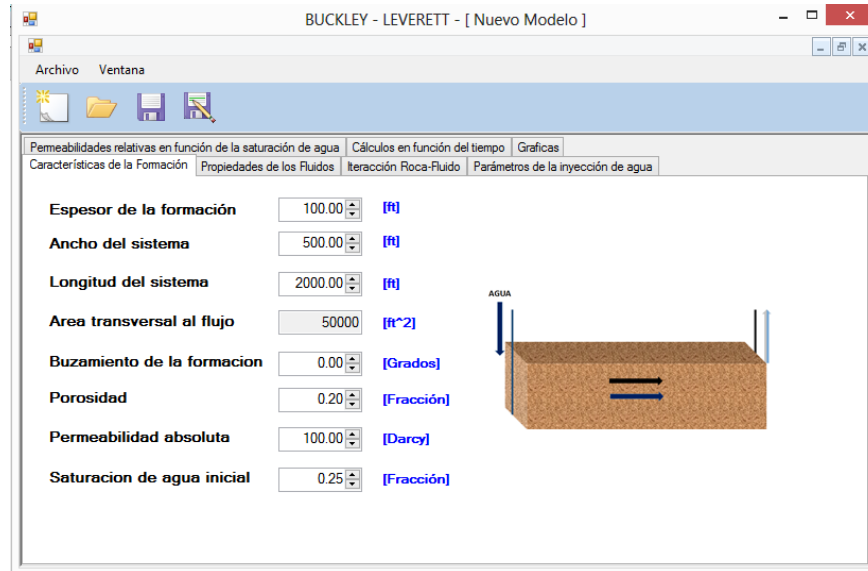
Finalmente para después de ruptura se obtendrá el agua inyectada, el petróleo producido, el caudal de aceite, el caudal de agua, el agua producida, la relación agua-petróleo y el factor de recobro.

### 3.2.4 Programa Buckley Leverett GRM

La interfaz del programa se dividió en 7 secciones: características de la formación, propiedades de los fluidos, interacción roca-fluido, parámetros de la inyección de agua, permeabilidades relativas en función de la saturación del agua, cálculos en función del tiempo, y gráficas.

En la sección, características de la formación del programa se ingresan datos generales del yacimiento. Entre estos datos se encuentran el espesor de la formación, el ancho del sistema, la longitud del sistema, el área transversal al flujo, el buzamiento de la formación, la porosidad, la permeabilidad absoluta y la saturación inicial de agua.

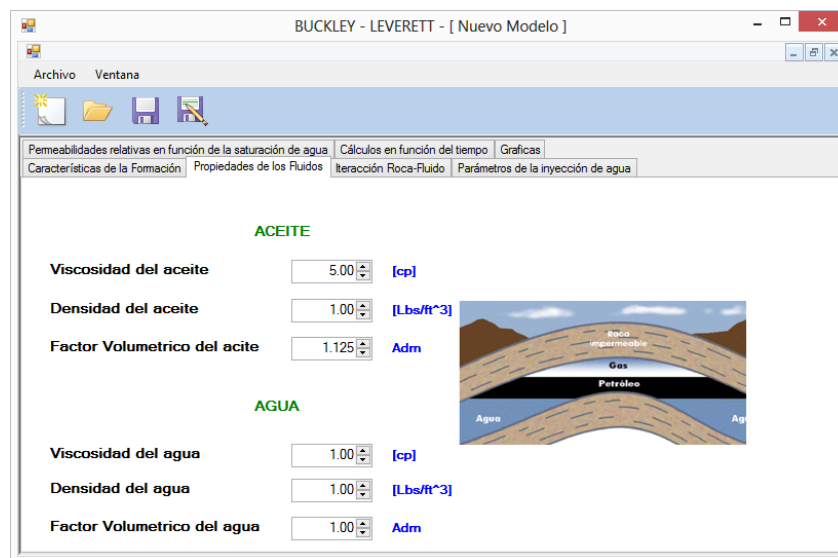
**Figura 46.** Sección del programa características de la formación



**Fuente:** Programa BL GRM UIS 2014

La siguiente sección va relacionada con las propiedades de los fluidos. En esta sección se ingresan datos del aceite y del agua (viscosidad, densidad, y factor volumétrico).

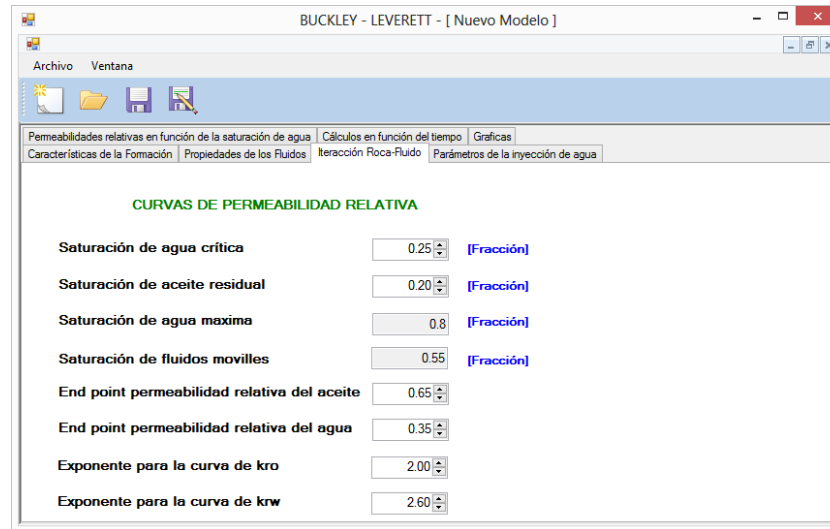
**Figura 47.** Sección propiedades de los fluidos



**Fuente:** Programa BL GRM UIS 2014

La siguiente sección es la de interacción roca-fluido. En esta sección se ingresan las saturaciones correspondientes, los end points para permeabilidades relativas de aceite y agua y los exponentes para las curvas de kro y krw.

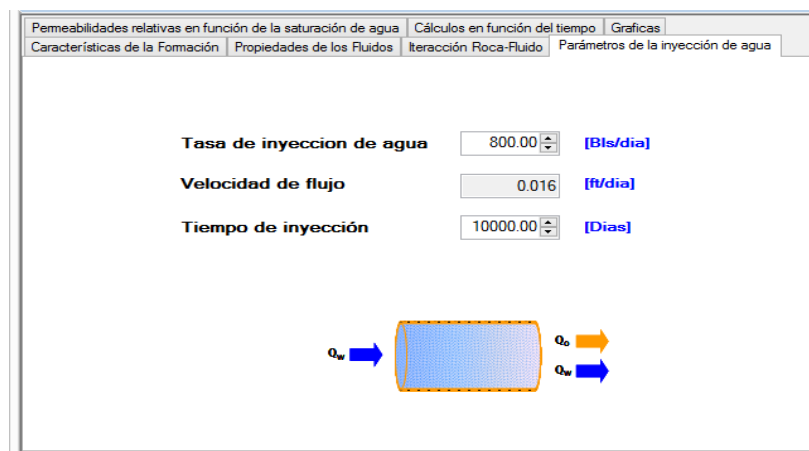
**Figura 48.** Sección Interacción roca-fluido



Fuente: Programa BL GRM UIS 2014

En la siguiente sección se ingresa la tasa de inyección de agua y el tiempo de inyección los cuales son clasificados como parámetros de inyección de agua.

**Figura 49.** Sección parámetros de la inyección de agua



Fuente: Programa BL GRM UIS 2014

Terminado el ingreso de datos, se procede al cálculo de resultados finales. La primera sección del cálculo de resultados finales es denominada permeabilidades relativas en función de la saturación de agua. En esta sección encontramos la saturación de agua, la saturación de agua estandarizada, la permeabilidad relativa al agua, la permeabilidad relativa al aceite, el flujo fraccional de agua, y la derivada de flujo fraccional de agua con respecto a la saturación de agua. Con este último resultado se calcula el tiempo de ruptura mostrado también en el programa. La última sección de cálculos comprende los cálculos en función del tiempo.

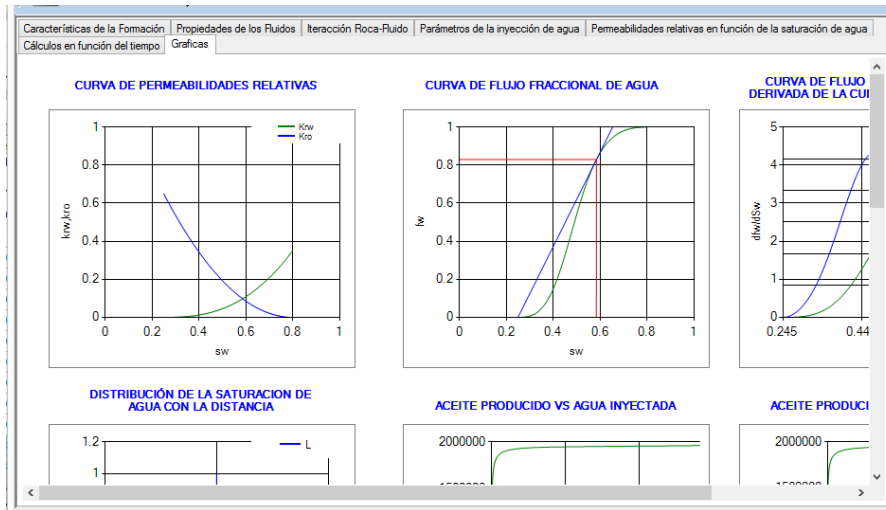
**Figura 50.** Sección permeabilidades relativas en función de la saturación del agua.

Saturación de Agua [fracción]	Saturación de Agua Estandarizada [fracción]	Pemeabilidad Relativa al Agua	Pemeabilidad Relativa al Aceite	Flujo Fraccional de Agua	Derivada del Flujo Fraccional de Agua con Respecto a la Saturación de Agua
0.25	0	0	0.65	0	0.00270
0.255	0.009	0.0000	0.63824	0.00001	0.00834
0.260	0.018	0.0000	0.62658	0.00008	0.02302
0.265	0.027	0.0000	0.61503	0.00024	0.04412
0.270	0.036	0.0001	0.60359	0.00052	0.07108
0.275	0.045	0.0001	0.59225	0.00095	0.10376
0.280	0.055	0.0002	0.58102	0.00156	0.14214
0.285	0.064	0.0003	0.56990	0.00238	0.18626
0.290	0.073	0.0004	0.55889	0.00342	0.23623
0.295	0.082	0.0005	0.54799	0.00474	0.29216
0.300	0.091	0.0007	0.53719	0.00635	0.35418
0.305	0.1	0.0009	0.5265	0.00828	0.42241
0.310	0.109	0.0011	0.51592	0.01057	0.49697
0.315	0.118	0.0014	0.50544	0.01325	0.57796
0.320	0.127	0.0016	0.49507	0.01635	0.66546

Fuente: Programa BL GRM UIS 2014

En esta sección a partir de los datos anteriormente cargados, y las derivadas calculadas se determinan tasas, y factores de recobro, que son graficadas en la sección gráficas.

**Figura 51.** Sección graficas



Fuente: Programa BL GRM UIS 2014

**Figura 52.** Sección cálculos en función del tiempo

BUCKLEY - LEVERETT - [ Nuevo Modelo ]

Archivo Ventana

Características de la Formación | Propiedades de los Fluidos | Iteración Roca-Fluido | Parámetros de la inyección de agua | Permeabilidades relativas en función de la saturación de agua

Cálculos en función del tiempo

Tiempo	Saturación de Agua promedio [fracción]	Volumen de Agua Inyectado [MBS]	Acete Producido [MB]	Volumen de Agua Producido [MBS]	Relacion Agua-Petroleo	Corte de Agua [fracción]	Factor de Recobro de Acete	Tasa de Acete	Tasa de Agua
1260.15	0.654	1008121.31	1008121.31	0	0	0	37.74	800	0
1320.11	0.654	1056088.99	1056088.99	0	0	0	39.53	800	0
1380.07	0.654	1104056.67	1104056.67	0	0	0	41.33	800	0
1440.03	0.654	1152024.35	1152024.35	0	0	0	43.12	800	0
1499.99	0.654	1199992.03	1199992.03	0	0	0	44.92	800	0
1559.95	0.654	1247959.71	1247959.71	0	0	0	46.72	800	0
1619.91	0.654	1295927.39	1295927.39	0	0	0	48.51	800	0
1679.87	0.654	1343895.07	1343895.07	0	0	0	50.31	800	0
1739.83	0.654	1391862.75	1391862.75	0	0	0	52.1	800	0
1798.79	0.654	1439830.44	1439830.44	6641125.46	4.85	0.83	53.87	136.64646	663.35354
1938.50	0.659	1550002.92	1457660.20	93142.72	5.29	0.84	54.57	127.22099	672.77901
2043.28	0.663	1634624.97	1470514.34	164110.63	5.76	0.85	55.05	118.27204	681.72796
2157.04	0.666	1725631.92	1483479.53	242152.39	6.29	0.86	55.53	109.78879	690.21121
2280.55	0.670	1824437.48	1496536.78	327900.70	6.86	0.87	56.02	101.75919	698.24081
2414.66	0.674	1931724.54	1509668.27	422056.27	7.50	0.88	56.51	94.17022	705.82978
2560.32	0.678	2048254.35	1522857.37	525396.97	8.19	0.89	57.01	87.00807	712.99193
2718.60	0.681	2174877.09	1536088.48	638788.61	8.97	0.90	57.50	80.25833	719.74167

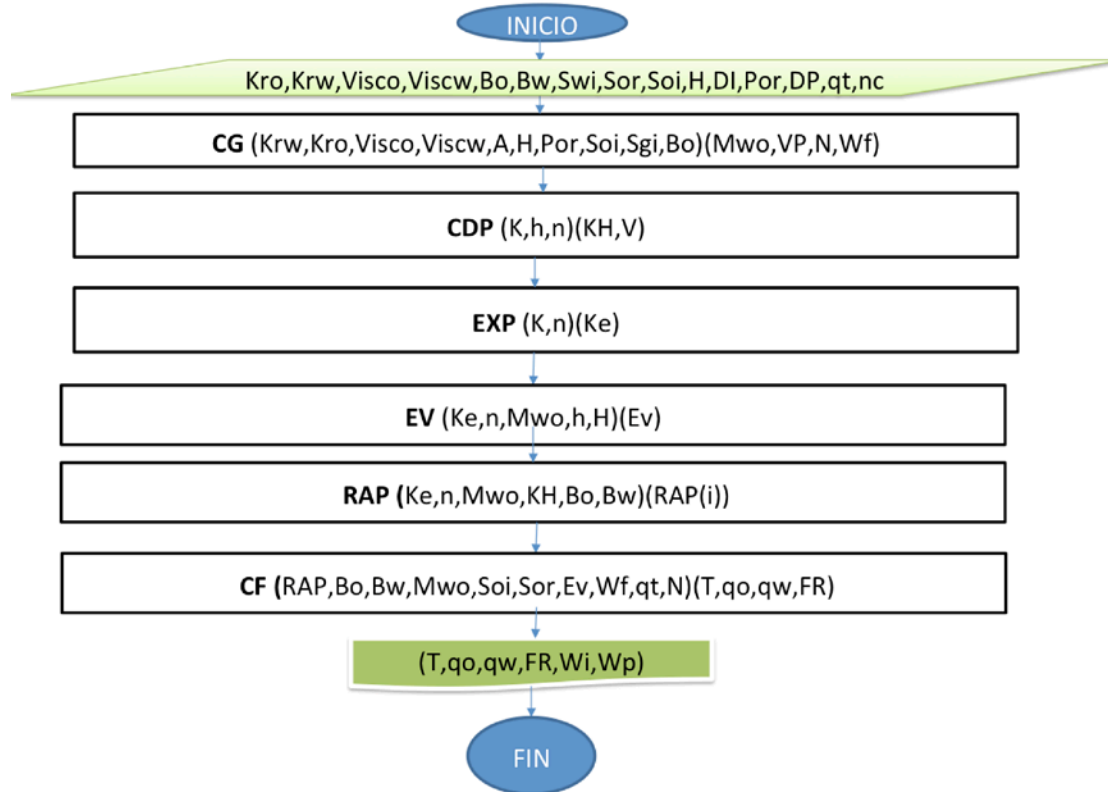
Fuente: Programa BL GRM UIS 2014

### 3.3 MODELAMIENTO DE DYKSTRA-PARSONS

#### 3.3.1 Diagrama de flujo

Para el modelamiento de Dykstra-Parsons se realizó la construcción del diagrama de flujo correspondiente al modelo. El diagrama se compone de seis subprogramas. Estos subprogramas son CG el cual es de cálculos generales, CDP llamado así por el coeficiente de Dykstra-Parsons, EXP calcula la primera matriz de divisiones de permeabilidades para cada capa, EV llamado así por la eficiencia vertical calcula una serie de valores a través de una matriz para calcular los valores de eficiencia vertical, RAP a partir de EXP calcula valores para determinar la relación agua-petróleo, y por último el subprograma CF realiza los cálculos finales. El diagrama de flujo detallado se encuentra en el Anexo E.

**Figura 53.** Diagrama de flujo del modelo de Dykstra-Parsons



### 3.3.2 Hoja de cálculo

La hoja electrónica fue desarrollada siguiendo el diagrama de flujo anteriormente mencionado. El primer dato que debemos hallar es la eficiencia vertical. Para encontrar este dato es necesario en primera medida hacer una lista con el número de capas que se van a considerar, posterior a este procedimiento frente a cada capa listamos las permeabilidades de cada una de estas capas de manera descendiente basándose en las suposiciones principales del método Dykstra-Parsons. En la primera sección al igual se asigna el espesor de cada capa, el producto de la permeabilidad de cada capa y el espesor, para finalmente hallar el logaritmo natural de la permeabilidad.

Mediante el proceso descrito en el diagrama de flujo, para el cálculo de las eficiencias de barrido vertical y los correspondientes valores de relación agua petróleo; la hoja de Excel ordena estos valores de menor a mayor y realiza los cálculos de flujo fraccional, eficiencia areal y de desplazamiento como se observa en la figura 54.

**Figura 54.** Cálculos iniciales a partir de los datos de RAP y eficiencia vertical.

RAP	Ei	fw	Ea	Ed	OOIP	NR	Np2
0	0.4287	0	0.6102				176469
0.0854	0.4825	0.0691	0.6267	0.625	1079374	1079374	203980
0.1648	0.4937	0.1253	0.6408				213409
0.2553	0.5189	0.1817	0.6556				229511
0.3467	0.5326	0.2316	0.6693				240447
0.4491	0.5649	0.2808	0.6833				260410
0.5444	0.5757	0.3213	0.6953				270036
0.6600	0.5810	0.3646	0.7086				277716
0.7945	0.6237	0.4086	0.7226				304066
0.8914	0.6296	0.4367	0.7319				310858
1.0383	0.6338	0.4745	0.7448				318428
1.2079	0.6358	0.5123	0.7581				325133
1.4087	0.6545	0.5506	0.7721				340890
1.5947	0.6545	0.5810	0.7836				345966
1.8591	0.6592	0.6178	0.7979				354817
2.1595	0.6838	0.6525	0.8119				374523
2.4200	0.6891	0.6779	0.8225				382344
2.8012	0.7292	0.7089	0.8358				411185
3.0276	0.7353	0.7247	0.8428				418053
3.4637	0.7359	0.7507	0.8545				424210
4.0423	0.7494	0.7785	0.8673				438491

Definidos los valores de las eficiencias, el aceite original in situ y las cantidades de aceite producidos, la hoja electrónica realiza el cálculo del agua inyectada,

indispensable para el cálculo de los tiempos en el modelo de Dykstra Parsons. Con el flujo fraccional y los valores de Np los valores de tasas de producción de agua y aceite, junto al factor de recobro son obtenidos.

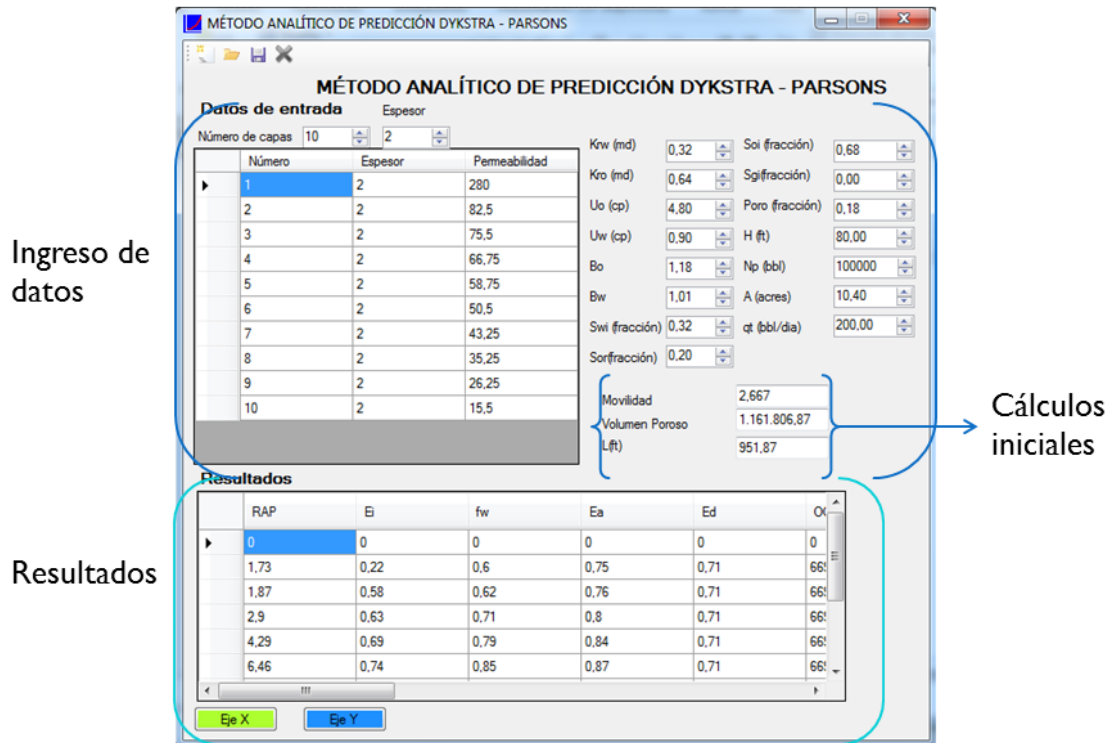
**Figura 55.** Cálculos iniciales a partir de los datos de RAP y eficiencia vertical.

Wd	Wp	Wp acum.	Wf	Wi	F.iny. (Meses)	Qo	Qw	Fr
202939	0	0	0	202939	14	435	0	16.349
234577	1175	1175		235752	16	405	35	18.898
245420	1179	2354		247775	17	380	63	19.772
263938	3382	5737		269675	18	356	91	21.263
276514	3291	9028		285542	19	334	116	22.277
299472	7943	16971		316443	21	313	140	24.126
310542	4781	21753		332294	22	295	161	25.018
319374	4625	26377		345751	23	276	182	25.729
349676	19162	45540		395215	26	257	204	28.171
357487	5725	51265		408751	27	245	218	28.800
366192	7304	58569		424761	28	228	237	29.501
373902	7530	66098		440001	29	212	256	30.122
392024	20616	86714		478737	32	195	275	31.582
397861	7622	94336		492196	33	182	291	32.052
408040	15285	109621		517661	35	166	309	32.872
430702	39596	149217		579919	39	151	326	34.698
439696	17908	167125		606821	40	140	339	35.423
472863	75291	242416		715279	48	127	354	38.095
480761	20014	262430		743191	50	120	362	38.731
487842	19985	282415		770257	51	108	375	39.302
504265	53597	336012		840277	56	96	389	40.625
519676	58142	394154		913831	61	86	401	41.866
574070	235955	630110		1204179	80	77	411	46.248
605727	148084	778194		1383921	92	76	412	48.799

### 3.3.3 Programa Dykstra-Parsons

Una vez revisado el diagrama de flujo de Dykstra y Parsons el cual ya hacia parte del grupo de investigación de recobro mejorado se procedió a la programación de este en la herramienta de programación Visual Basic. El programa está dividido en dos partes el ingreso de datos y los resultados. El ingreso de datos se encuentra dividido en dos secciones, el ingreso de datos de capas y el ingreso de datos geométricos, petrofísicos y operacionales.

Figura 56. Interfaz del programa



Fuente: Software Dykstra-Parsons GRM-UIS 2014

Los datos iniciales que se ingresan al programa son los datos operacionales, de geometría, y petrofísicos los cuales son permeabilidad relativa al agua, permeabilidad relativa al aceite, viscosidad del aceite, viscosidad del agua, factor volumétrico de formación, factor volumétrico de agua, saturación inicial de agua, saturación residual de aceite, saturación inicial de aceite, saturación inicial de gas, porosidad, espesor, petróleo producido, área, y tasa de inyección.

**Figura 57.** Ingreso de datos en el Software Dykstra-Parsons GRM-UIS 2014

Krw (md)	0,32	Soi (fracción)	0,68
Kro (md)	0,64	Sgi(fracción)	0,00
Uo (cp)	4,80	Poros (fracción)	0,18
Uw (cp)	0,90	H (ft)	80,00
Bo	1,18	Np (bbl)	100000
Bw	1,01	A (acres)	10,40
Swi (fracción)	0,32	qt (bbl/dia)	200,00
Sor(fracción)	0,20		

Fuente: Software Dykstra-Parsons GRM-UIS 2014

Los siguientes datos de entrada son aquellos relacionados a las capas, en esta sección se ingresan el número de capas, el espesor de cada capa, y las permeabilidades de cada una de ellas.

**Figura 58.** Ingreso de datos (capas)

Datos de entrada		Espesor	
Número de capas	10		2
	Número	Espesor	Permeabilidad
▶	1	2	280
	2	2	82,5
	3	2	75,5
	4	2	66,75
	5	2	58,75
	6	2	50,5
	7	2	43,25
	8	2	35,25
	9	2	26,25
	10	2	15,5

Fuente: Software Dykstra-Parsons GRM-UIS 2014

Una vez estos datos son ingresados al programa este realiza cálculos iniciales en los cuales determina la movilidad, el volumen poroso y la longitud. El programa teniendo toda la información requerida puede calcular los resultados finales. El programa está diseñado de modo que se hagan los cálculos a medida que vayan siendo necesarios. El orden en que estos resultados es presentado es el siguiente:

relación agua petróleo, eficiencia vertical, flujo fraccional, eficiencia areal, eficiencia volumétrica, *original oil in place*, aceite recuperado, aceite recuperado por recobro secundario, agua de desplazamiento, agua producida, agua producida acumulada, agua de llenado, agua inyectada, tiempo de inyección, caudal de aceite, caudal de agua, y por último el factor de recobro.

**Figura 59.** Resultados finales primera sección

Resultados						
	RAP	Ei	fw	Ea	Ed	Oc
▶	0	0	0	0	0	0
	1.48	0.22	0.56	0.74	0.71	66%
	1.6	0.58	0.58	0.74	0.71	66%
	2.48	0.63	0.68	0.79	0.71	66%
	3.67	0.69	0.76	0.82	0.71	66%
	5.53	0.74	0.83	0.86	0.71	66%

Fuente: Software Dykstra-Parsons GRM-UIS 2014

**Figura 60.** Resultados finales segunda sección

Resultados						
	Ed	OOIP	NR	Np2 (bbl)	Wd (bbl)	W
▶	0	0	0	-1268995	-1497415	0
	0.71	669534	569534	64389	75979	98
	0.71	669534	569534	173422	204638	16
	0.71	669534	569534	198712	234480	51
	0.71	669534	569534	227694	268679	89
	0.71	669534	569534	255965	302039	13

Fuente: Software Dykstra-Parsons GRM-UIS 2014

**Figura 61.** Resultados finales tercera sección

Resultados						
	Ed	OOIP	NR	Np2 (bbl)	Wd (bbl)	W
▶	0	0	0	-1268995	-1497415	0
	0.71	669534	569534	64389	75979	98
	0.71	669534	569534	173422	204638	16
	0.71	669534	569534	198712	234480	51
	0.71	669534	569534	227694	268679	89
	0.71	669534	569534	255965	302039	13

Fuente: Software Dykstra-Parsons GRM-UIS 2014

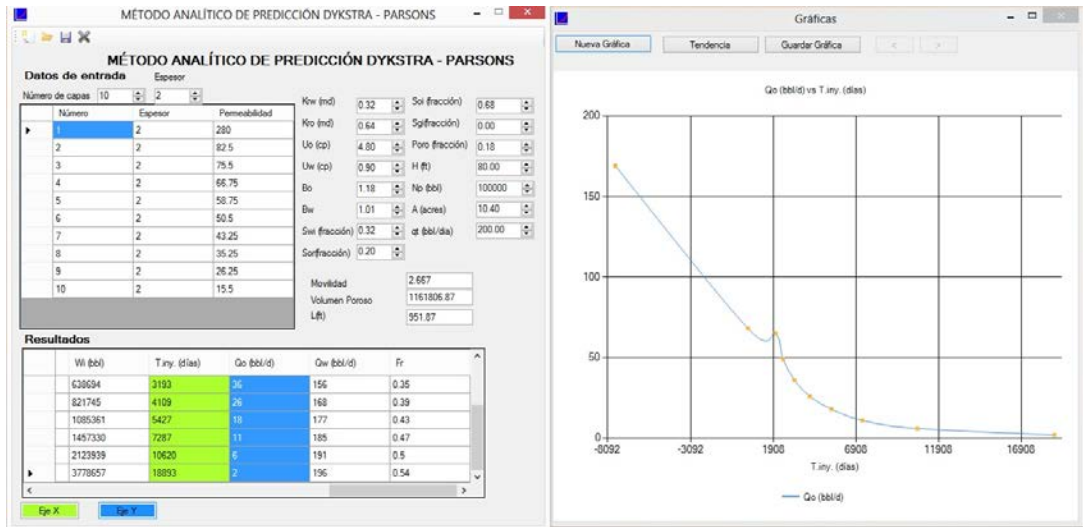
**Figura 62.** Resultados cuarta sección

Resultados					
	Wi (bbl)	T.iny. (años)	Qo (bbl/d)	Qw (bbl/d)	Fr
	-1497415	-20.8	169	0	-1.9
	1065014	14.79	75	111	0.1
	1362035	18.92	71	115	0.26
	1443569	20.05	54	135	0.3
	1566946	21.76	41	150	0.34
	1730328	24.03	30	163	0.38

Fuente: Software Dykstra-Parsons GRM-UIS 2014

Una vez estos resultados son obtenidos se procede a la sección del programa para interpretar los resultados de manera gráfica. Para esto se diseñó en el software los botones que permiten graficar cualquier columna de los resultados en el eje x, y otra de ellas en el eje y. Para designar una columna como eje x o como eje y se selecciona primero la columna que se desea sea el eje x y se da clic en el botón que representa al eje x (color verde). Una vez hecho esto la columna seleccionada se resaltara con el color verde del eje x. El mismo procedimiento se realiza para seleccionar el eje y, el cual está representado por el color azul.

**Figura 63.** Resultados gráficos finales mediante la selección del eje x y el eje y



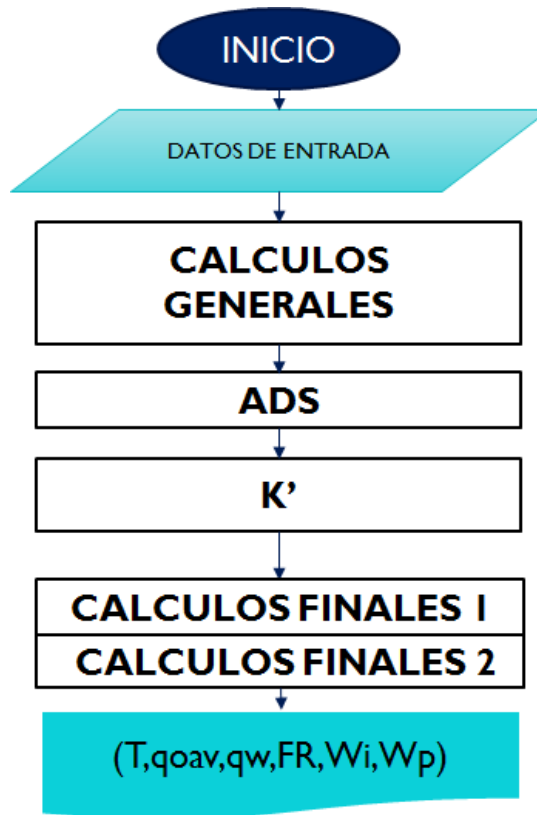
Fuente: Software Dykstra-Parsons GRM-UIS 2014

### 3.4. MODELAMIENTO STILES

#### 3.4.1 Diagrama de flujo

El método de Stiles se desarrolló como se explicó en el primer capítulo de este trabajo de investigación, basado en el concepto de las curvas de capacidad y permeabilidad adimensional. El modelamiento del mismo se centró en la construcción de estas dos curvas y en el cálculo de valores de  $N_p$ ,  $f_w$  y tasas de producción a partir las mismas. Teniendo en cuenta lo anterior se elaboró un diagrama de flujo que muestra de forma ordenada los cálculos y procedimientos necesarios para la predicción mediante este método. El diagrama general del método se muestra a continuación.

**Figura 64.** Diagrama de flujo general para el modelamiento de Stiles.



Como se logra apreciar, el diagrama presenta 4 subprogramas principales, el primero se encarga de realizar una serie de cálculos generales a partir de los datos de entrada, necesarios para la realización de los cálculos posteriores. En segunda estancia observamos dos subprogramas que se encargan de generar dos graficas con datos adimensional, y por ultimo uno encargado de realizar los cálculos finales. El diagrama de flujo detallado se encuentra en el Anexo E.

### 3.4.2 Hoja de cálculo stiles

El diagrama de flujo descrito anteriormente fue desarrollado mediante una hoja electrónica, en donde se planteó un modelo de yacimiento estratificado con las propiedades descritas en el modelo de yacimiento heterogéneo de simulación. En primer lugar se ingresan los datos de entrada del yacimiento, y se realizan los cálculos generales iniciales para el modelamiento con Stiles. (Figura 65).

**Figura 65.** Entrada de datos Hoja electrónica Stiles

PROPIEDADES DEL YACIMIENTO		
Kro	0.75	
Krw	0.25	
Visc O	4.8	Cp
Visc W	1	Cp
Bo	1.15	Bl/STB
Bw	1	Bl/STB
Swi	0.2	
Sor	0.3	
Soi	0.8	
Movilidad WO	1.6	
H	100	Ft
Dist Iny	933.380951	Ft
Porosidad	0.2	
Dist Prod	466.690476	Ft
A	10	Acres
Vp	1551600	Bls
N	1079373.91	Bls
qt	500	Bls/día
Numero de Capas	40	

**Johan P**  
 El numer  
 indica el

Posterior a esto, la hoja electronica se encarga de calcular los valores adimensionales de espesor y permeabilidad. Para esto se ingresan los valores de permeabilidad en orden decreciente con su respectivo valor de espesor.



**Figura 68. Cálculos finales Stiles**

	U	V	W	X	Y	Z	AA	AB	AC	AD	AE	AF	AG
Ei	RAP	fw	Ea	Np2 (Bls)	qw (Bls/día)	qo (Bls/día)	qo avg	Tiempo (d)	FR (%)	Wi (Bls)	Wp (Bls)	Tiempo (M)	
	0	0		0	0	434.782609		0	0				
0.46933868	0.100692	0.08050903	0.64224233	203346.737	40.254515	399.778683	417.280646	487.314088	18.839323	243657.044	9808.29615	16.2438029	
0.52021158	0.20120191	0.14890588	0.65958396	231473.906	74.4529417	370.04092	384.909801	560.388788	21.445201	280194.394	13999.4026	18.6796263	
0.53064562	0.31020656	0.21244019	0.67655331	242191.303	106.220096	342.417308	356.229114	590.474475	22.4381283	295237.237	16717.2388	19.6824825	
0.5541368	0.42540357	0.27002831	0.69270691	258951.509	135.014157	317.378994	329.898151	641.278657	23.9908993	320639.328	22845.0933	21.3759552	
0.56673313	0.55008644	0.32356381	0.7084313	270849.649	161.781903	294.102693	305.740843	680.194426	25.093218	340097.213	28620.1168	22.6731475	
0.59642157	0.68028769	0.37168347	0.72318686	290975.084	185.841737	273.181098	283.641895	751.148102	26.9577651	375574.051	40952.7043	25.0382701	
0.60622497	0.82228374	0.4169196	0.73762992	301664.55	208.459798	253.51322	263.347159	791.738879	27.9481046	395869.439	48955.2072	26.391296	
0.61101552	0.97943758	0.4599513	0.75191493	309936.614	229.97565	234.803783	244.158501	825.618773	28.7144807	412809.386	56382.2803	27.5206258	

### 3.4.3 Hoja de cálculo Stiles

Además del modelamiento en hoja electrónica, se desarrolló una herramienta software que permite la predicción de la inyección de agua en yacimientos estratificados con geometría lineal. La herramienta consta de tres partes principales. En la primera el usuario se encarga de ingresar los datos de yacimiento, fluidos y petrofísicos necesarios para los cálculos iniciales generales del método.

**Figura 69. Entrada de Datos software Stiles.**

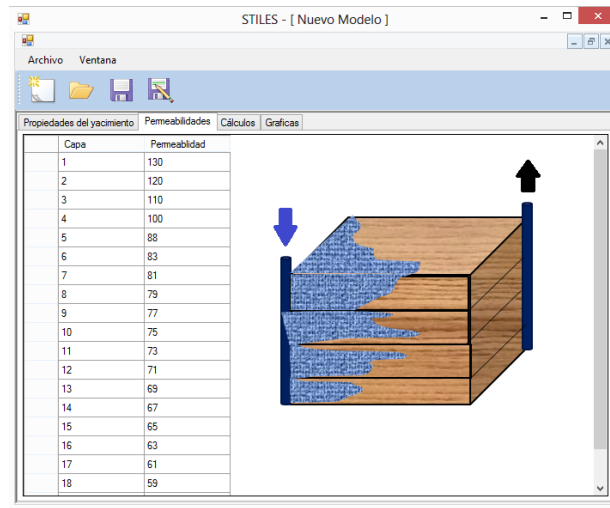
The screenshot shows the 'STILES - [ Nuevo Modelo ]' window. The 'Propiedades del yacimiento' tab is selected, displaying the following parameters and values:

- Kro: 0.6400
- Krw: 0.32
- Visc O: 4.80 Cp
- Visc W: 0.90 Cp
- Bo: 1.18 BI/STB
- Bw: 1.01 BI/STB
- Swi: 0.24
- Sor: 0.21
- Soi: 0.59
- Movilidad WO: 2.6667
- H: 80.00 Ft
- Dist Iny: 1500.00 Ft
- Porosidad: 0.18
- Dist Prod: 300.00 Ft
- A: 10.33 Acres
- Vp: 1154082.6 Bls
- N: 577041.32 Bls
- qt: 200.00
- Capas: 40

Fuente: Programa Stiles GRM UIS 2014

En la segunda se ingresan los valores de permeabilidad de cada una de las capas que previamente fueron determinadas en la parte uno. Por ultimo en la tercera etapa se realizan los cálculos finales para posteriormente graficar los valores de factor de recobro y tasa de producción. Las figuras 70, Y 71 describen la interfaz del software y los resultados obtenidos para un yacimiento en particular.

**Figura 70.** Entrada de Datos de permeabilidad software Stiles.



Fuente: Programa Stiles GRM UIS 2014

**Figura 71.** Vista general de cálculos efectuados por el software Stiles.

h Capa Pis	h acumulado	h' adm. acum	KmD	C K/h	C Acum	C=K/h/(K*H)	Delta h'	Delta h'	k'	h' graf	Ei	RAP	fw	Ea	Np2	qw	qo	qo avg	Tiempo (d)
1	4	0.05	130	520	520	0.08447	0.08447	0.05	1.68...	0.025	0.566923	0.28745	0.197456	0.620206	130676.780576	39.10017	136.024431	68.012215	1921.372207
2	4	0.1	120	480	1000	0.162443	0.077973	0.05	1.55...	0.075	0.612083	0.60425	0.34089	0.661873	150564.801171	67.502915	111.713606	123.8690...	2081.929066
3	4	0.15	110	440	1440	0.233918	0.071475	0.05	1.42...	0.125	0.660909	0.951301	0.448808	0.69711	171230.557125	88.872842	93.422398	102.5680...	2283.412526
4	4	0.2	100	400	1840	0.298895	0.064977	0.05	1.29...	0.175	0.7145	1.328207	0.532023	0.726952	193039.651991	105.351001	79.318211	86.370304	2535.919392
5	4	0.25	88	352	2192	0.356075	0.05718	0.05	1.14...	0.225	0.789068	1.722806	0.595895	0.75165	220149.697499	117.999023	68.492362	73.905287	2902.740858
6	4	0.3	83	332	2524	0.410006	0.053931	0.05	1.07...	0.275	0.821988	2.165075	0.649511	0.773716	236366.310515	128.616053	59.404904	63.948633	3156.328968
7	4	0.35	81	324	2848	0.462638	0.052632	0.05	1.05...	0.325	0.835494	2.682278	0.696588	0.794187	246606.558485	137.938216	51.425764	55.415334	3341.119841
8	4	0.4	79	316	3164	0.51397	0.051332	0.05	1.02...	0.375	0.848418	3.294612	0.738217	0.813214	256420.573958	146.181674	44.369923	47.897844	3546.014558
9	4	0.45	77	308	3472	0.564003	0.050032	0.05	1.00...	0.425	0.860714	4.0302	0.77526	0.830927	265803.178831	153.516747	38.091598	41.230761	3773.577791
10	4	0.5	75	300	3772	0.612736	0.048733	0.05	0.97...	0.475	0.872333	4.929408	0.808401	0.847441	274745.55362	160.079446	32.474373	35.282985	4027.025019
11	4	0.55	73	292	4064	0.660169	0.047433	0.05	0.94...	0.525	0.883219	6.052313	0.838197	0.86286	283235.218151	165.979679	27.424173	29.949273	4310.493155
12	4	0.6	71	284	4348	0.706303	0.046134	0.05	0.92...	0.575	0.89331	7.492392	0.865101	0.877272	291255.930298	171.307222	22.864157	25.144165	4629.482158
13	4	0.65	69	276	4624	0.751137	0.044834	0.05	0.89...	0.625	0.902536	9.403476	0.889487	0.890757	298787.495682	176.136109	18.730957	20.797557	4991.619177
14	4	0.7	67	268	4892	0.794672	0.043535	0.05	0.87...	0.675	0.910821	12.057818	0.911666	0.903387	305805.485735	180.52793	14.971857	16.851407	5408.082328
15	4	0.75	65	260	5152	0.836907	0.042236	0.05	0.84...	0.725	0.918077	15.987167	0.931898	0.915225	312780.855047	184.534326	11.542653	13.757255	5896.520001

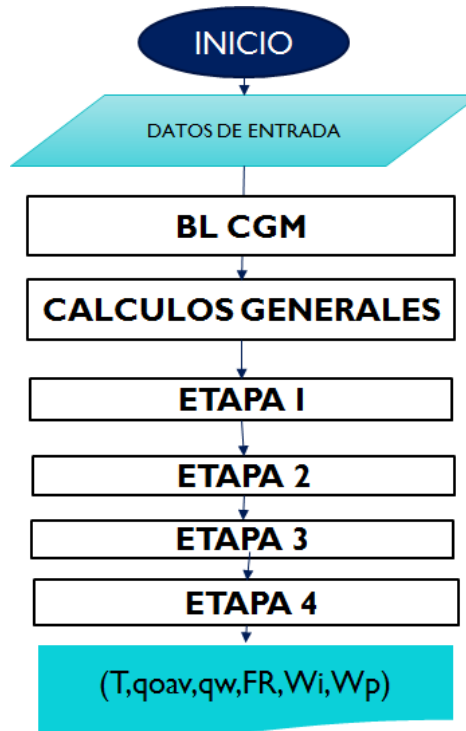
Fuente: Programa Stiles GRM UIS 2014

### 3.5. MODELAMIENTO CRAIG-GEFFEN-MORSE

#### 3.5.1 Diagrama de flujo CGM

Craig, Geffen y Morse desarrollaron su método, para un patrón normal de cinco puntos, partiendo de que la inyección de agua se divide en cuatro etapas. Cada una de estas etapas se encuentra definida por una cantidad de agua inyectada específica. En el primer capítulo se realizó una revisión de este método, en el cual se introdujeron términos que serán utilizados en el presente capítulo, a partir de los mismos se desarrolló un diagrama de flujo que explica el modelamiento del método de una forma ordenada. El diagrama general se encuentra conformado por seis subprogramas, uno de estos subprogramas es en realidad un método de predicción completo como es Buckley-Leverett, anteriormente modelado en este capítulo. El Diagrama detallado se encuentra en el anexo E.

**Figura 72.** Diagrama general para el modelamiento CGM



### 3.5.2 Hoja electrónica CGM

A partir del anterior diagrama de flujo se realizó el modelamiento en hoja electrónica, en la cual primero se ingresan los datos iniciales de yacimiento necesarios para el cálculo de Buckley-Leverett y Craig-Geffen-Morse (Figura 108). La hoja se encuentra dividida en 4 partes que se encargan de realizar los cálculos para las 4 etapas del modelo, una visión general de la hoja electrónica se muestra en las figuras 73,74 y 75.

**Figura 73.** Entrada de datos Hoja electrónica CGM

CRAIG-GEFFEN-MORSE				
Area	40	Vp	6206400	Bls
Espesor	100	N	3777808.7	Bls
Porosidad	0.2	Mabt	0.7333333	
Bo	1.15	Eabt	0.7322165	
Bw	1	Reint	660	Ft
Swi	0.2	Wii	487424.53	Bls
Soi	0.7	Wil	620640	Bls
Sgi	0.1	Swpbt	0.6316746	
Sor	0.3	Wir	1961714.6	Bls
K	100	Krwpbt	0.0784	
Krw	0.25	d	933.38095	
Kro	0.75	qbase	2319.0972	
Visc. Agua	1	Wtle	12000000	
Visc. Oil	2.2	Earupt	0.7322165	
API Oil	29.5			
API Water	10			
GE Oil	0.878882			
GE Water	1			
Dens Oil	54.842236			
Dens Water	62.4			
Alfa	0			
No	2			
...				

Figura 74. Etapas I, II y III en la Hoja electrónica CGM

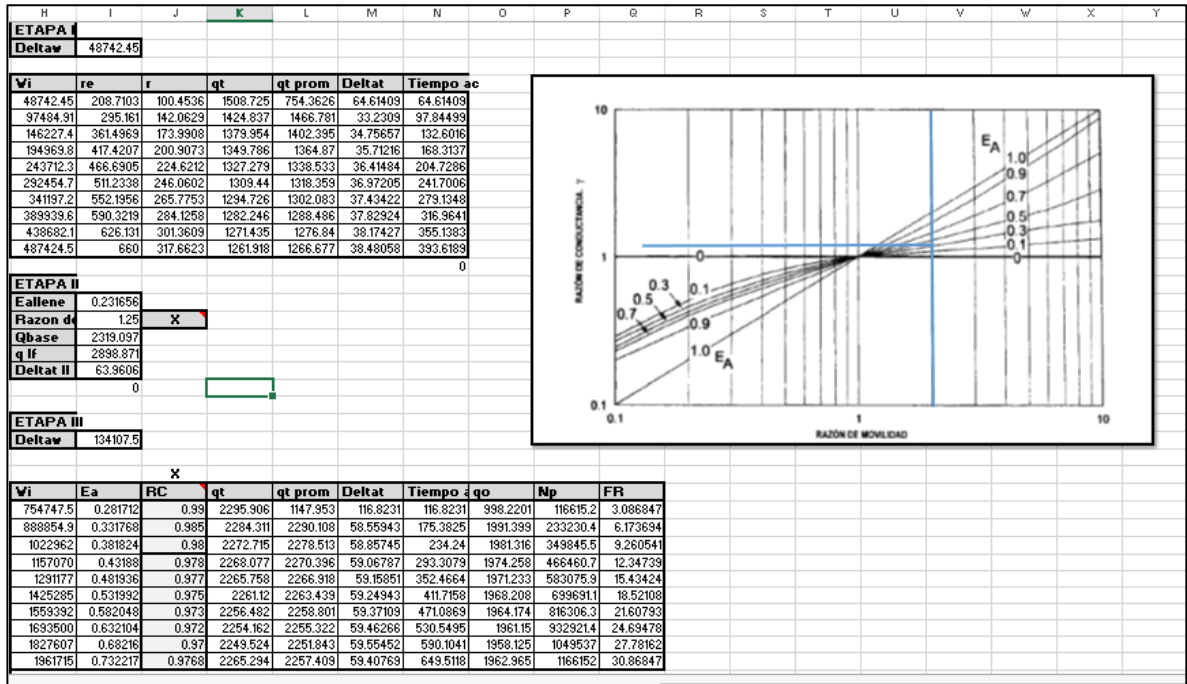
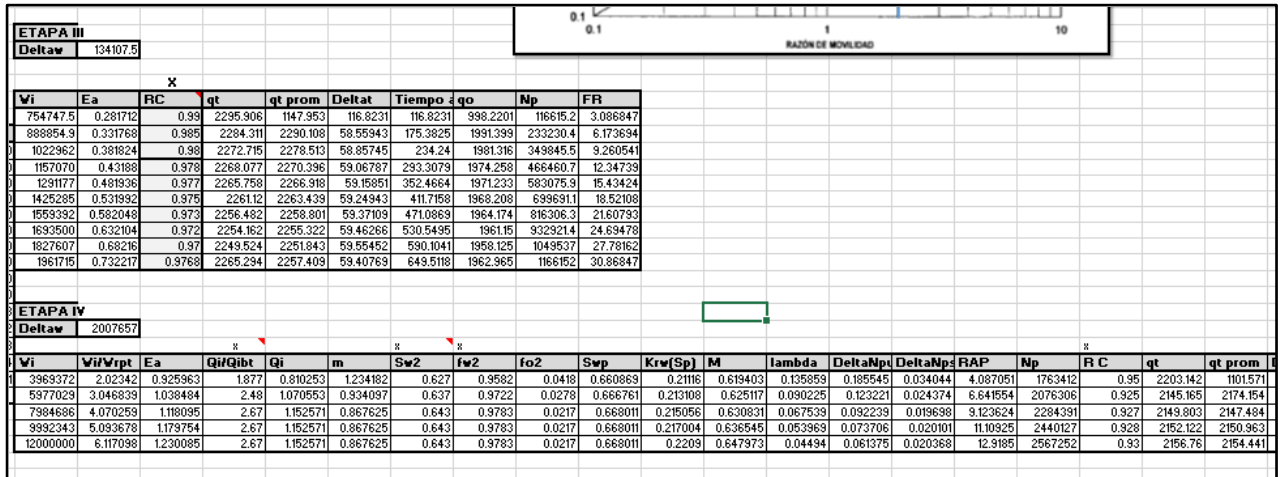


Figura 75. Etapas III y IV en la Hoja electrónica CGM



Cada una de las etapas en las cuales se divide el método analítico, posee una serie de ecuaciones específicas para el cálculo de tasas de producción, aceites producidos y factores de recobro. Así mismo la hoja electrónica posee una hoja especial para el cálculo de los valores de la teoría de desplazamiento de Buckley-Leverett, necesarios para el funcionamiento de Craig-Geffen-Morse.

## **4. ANÁLISIS COMPARATIVO DE LA INYECCIÓN DE AGUA**

Con el objetivo de analizar el comportamiento obtenido, las condiciones bajo las cuales se llevaron a cabo los modelamientos analíticos, fueron las mismas en las que se desarrollaron los modelos conceptuales de simulación. Esto permitió realizar una comparación efectiva y así poder determinar cuál de los cuatro modelos analíticos se ajusta de mejor forma a los resultados obtenidos mediante la simulación numérica de yacimientos.

### **4.1 CONSIDERACIONES INICIALES**

Debido a que los modelos analíticos predicen el comportamiento del yacimiento solo cuando este se encuentra bajo recuperación secundaria, es necesario eliminar los efectos de energía natural presentes en el modelo de simulación. Para ello se plantean dos opciones. La primera es modelar un anillo de confinamiento que simule el comportamiento de una recuperación primaria, para luego aplicar recuperación secundaria, y la segunda realizar la simulación numérica a una presión inicial baja simulando un yacimiento depletado. Utilizando la primera opción (anillo de confinamiento) se lograría un factor de recobro primario entre alrededor del 12-13%, lo que modificaría la distribución de la saturación del aceite en el medio poroso al inicio de la inyección de agua.

Por otro lado disminuyendo la presión, los efectos por energía natural del yacimiento son despreciables, no alterando la distribución de saturación de fluidos en el medio poroso. Teniendo en cuenta que los modelos analíticos estudiados dependen en gran parte de las propiedades de interacción roca-fluido como son saturaciones de aceite, agua y gas iniciales, utilizar la primera opción no ofrecería una comparación efectiva, teniendo en cuenta que estas saturaciones cambian y que la distribución de saturaciones en el medio poroso es homogénea. Es por esta

razón que la opción dos se considera la más adecuada para el desarrollo de este trabajo de investigación, debido a las consideraciones anteriormente mencionadas.

Para la predicción mediante los modelos analíticos, es necesario determinar el valor adecuado de viscosidad del crudo para los cálculos de relaciones de movilidad. A partir de los resultados de comportamiento PVT arrojados por el simulador, y correlaciones numéricas, los valores de viscosidad obtenidos para distintos valores de API se muestran en la tabla 22.

**Tabla 21.** Determinación valores de viscosidades, utilizadas en el modelamiento analítico.

<b>Modelo</b>	
<b>API</b>	<b>Viscosidad[cp]</b>
20	37.69
25	14.73
29	7.15
35	3.57

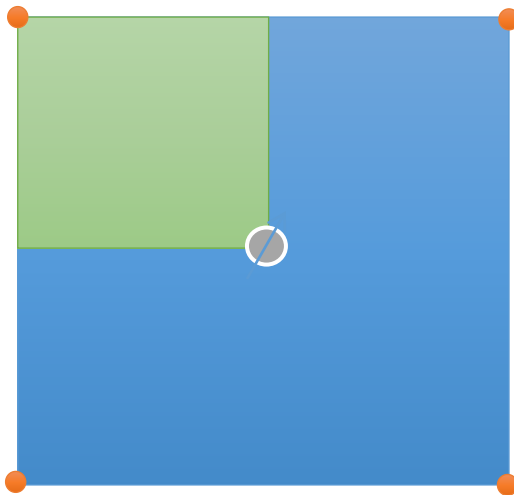
Teniendo en cuenta que de los cuatro modelos a estudiar dos son homogéneos y dos son heterogéneos, es necesario que los valores de permeabilidad en los modelos homogéneos se ajusten a las distribuciones de permeabilidad planteados en los casos heterogéneos. Para esto, los valores de permeabilidad de las 40 capas en las que se divide el caso base heterogéneo, se promediaron de forma aritmética con el fin de encontrar un valor de permeabilidad que pudiera ser utilizado en los modelos de Buckley-Leverett y CGM. El valor de permeabilidad obtenido fue de 480.87 md y será utilizado en el modelo de simulación homogéneo y en el patrón de cinco puntos.

## 4.2 ANÁLISIS BUCKLEY LEVERETT

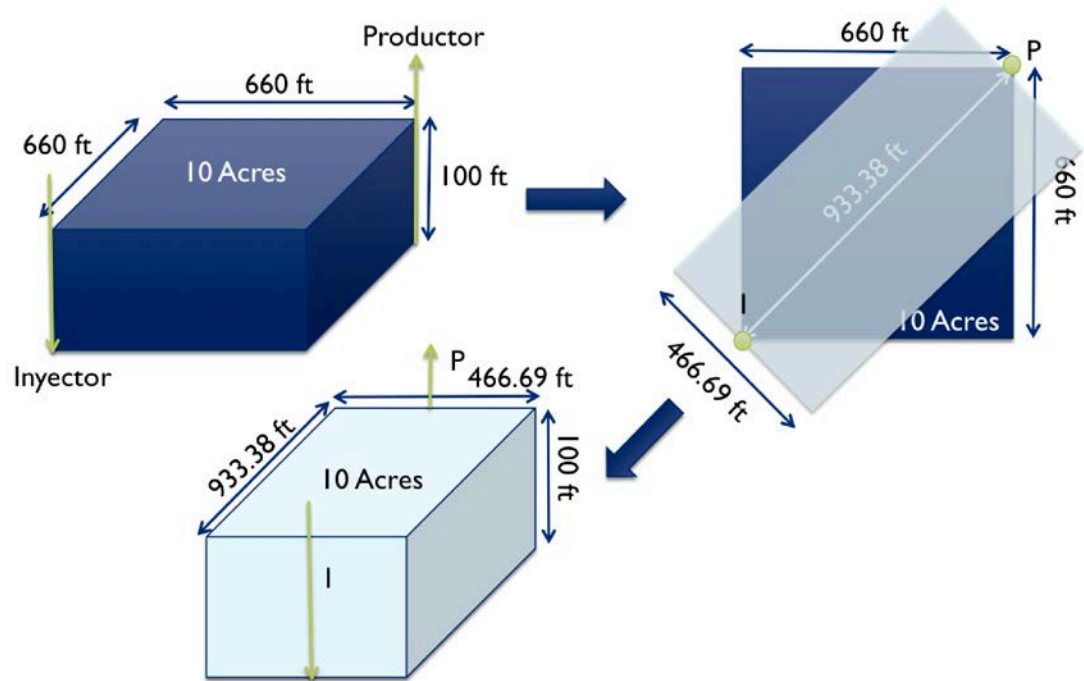
Buckley y Leverett es un modelo utilizado en desplazamientos lineales, sin embargo se evaluó su comportamiento en un patrón de cinco puntos. Por esta razón, fue necesario realizar una modificación basándonos en el arreglo, para así hallar las dimensiones de la nueva geometría.

El área del modelo es de 10 acres considerando que el área total del patrón de 5 puntos es de 40 acres. Sin embargo se debe modificar las dimensiones de este modelo, de manera que la posición de inyector y productor sean acordes con la distribución lineal que se busca. Teniendo en cuenta que las dimensiones serán modificadas se hace el siguiente procedimiento.

**Figura 76.** Región del patrón de cinco puntos invertido modificada para el modelamiento con Buckley-Leverett

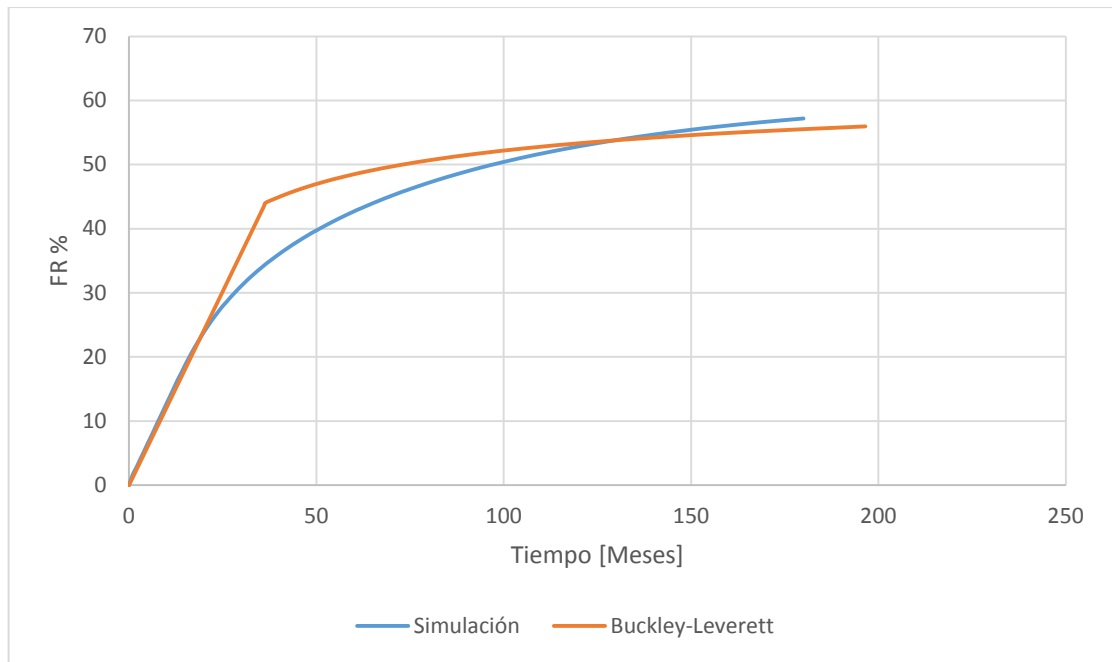


**Figura 77.** Determinación de las nuevas dimensiones modelo, para lograr una estructura lineal.



Una vez definidas las condiciones iniciales de la simulación y del modelamiento, se realizó el respectivo análisis comparativo, con el objetivo de determinar las principales diferencias existentes entre el modelamiento con Buckley-Leverett y la simulación numérica. El comportamiento del factor de recobro obtenido se observa en la figura 78.

**Figura 78.** Comportamiento del factor de recobro vs tiempo en Simulación y Buckley Leverett



Para el caso base los tiempos de ruptura y factores de recobro a 15 años se muestran a continuación.

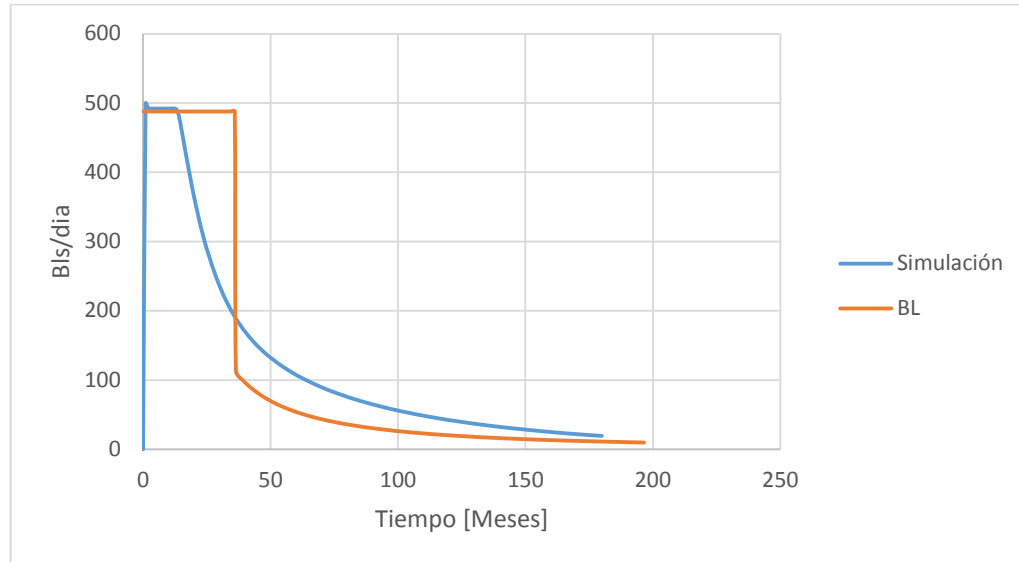
**Tabla 22.** Tiempo de ruptura y factores de recobro obtenidos BL y sim.

Método	tr [meses]	FR (15 años) [%]
<b>Simulación</b>	14	57.18
<b>Buckley-Leverett</b>	34.4	55.52

Analizando la figura 78, es posible identificar dos comportamientos en el proceso de inyección que son: antes y después de ruptura. Antes de ruptura el factor de recobro se comporta como una línea de pendiente uniforme tanto en el modelo de simulación como en el analítico. Sin embargo una vez se alcanza el tiempo de ruptura en el modelo de simulación, la pendiente del factor de recobro cambia suavemente, tendiendo a estabilizarse después en un valor entre el 50% y el 60%. Por otro lado el factor de recobro en Buckley-Leverett, presenta un cambio

abrupto, al llegar al tiempo de ruptura e inmediatamente empieza a estabilizarse en un valor entre el 50% y el 60%. Para analizar de mejor forma el comportamiento se analizaron las tasas de producción de agua y aceite. (Figura 79)

**Figura 79.** Producción de aceite vs tiempo caso base BL

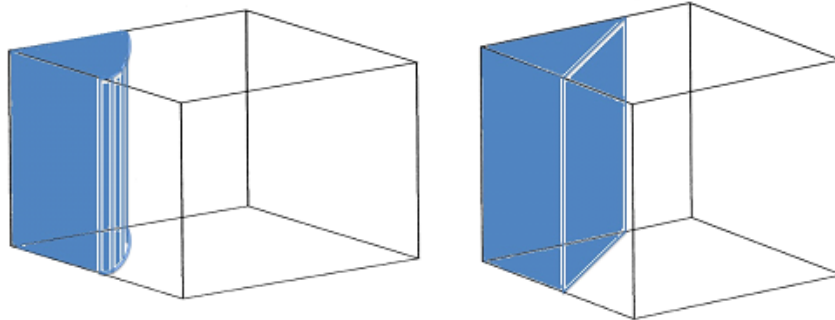


El modelo analítico de Buckley-Leverett calcula el tiempo de ruptura a partir de la derivada de flujo fraccional, por esta razón la ruptura depende únicamente del volumen poroso del modelo, la tasa de inyección y la derivada para el cálculo del mismo. Una vez se alcanza el tiempo de ruptura la tasa de producción de aceite cae drásticamente así como la tasa de producción de agua aumenta del mismo modo. Esto ocurre debido a que cuando el frente de inyección llega a las vecindades del pozo productor, alcanza una saturación del agua igual a la del frente de desplazamiento, es decir la saturación del agua del pozo productor pasa de ser la saturación de agua inicial o agua crítica a una saturación ( $S_{wf}$ ).

Es posible notar que los tiempos de ruptura calculados mediante Buckley-Leverett son significativamente mayores a los obtenidos con la simulación numérica. Esto ocurre debido a que el frente de desplazamiento de agua en el modelo analítico, corresponde a un frente plano, que recorre la totalidad del volumen poroso de

forma areal antes de llegar al pozo productor es decir cuenta con una eficiencia areal del 100%.

**Figura 80.** Geometría del frente de desplazamiento radial y plano



Por contrario el modelo de simulación posee una forma de tendencia radial (Figura 80), sumada a la digitación viscosa entre otros factores que causan que el tiempo de ruptura en la simulación sea mucho menor.

#### 4.2.1 Análisis modificación Buckley-Leverett

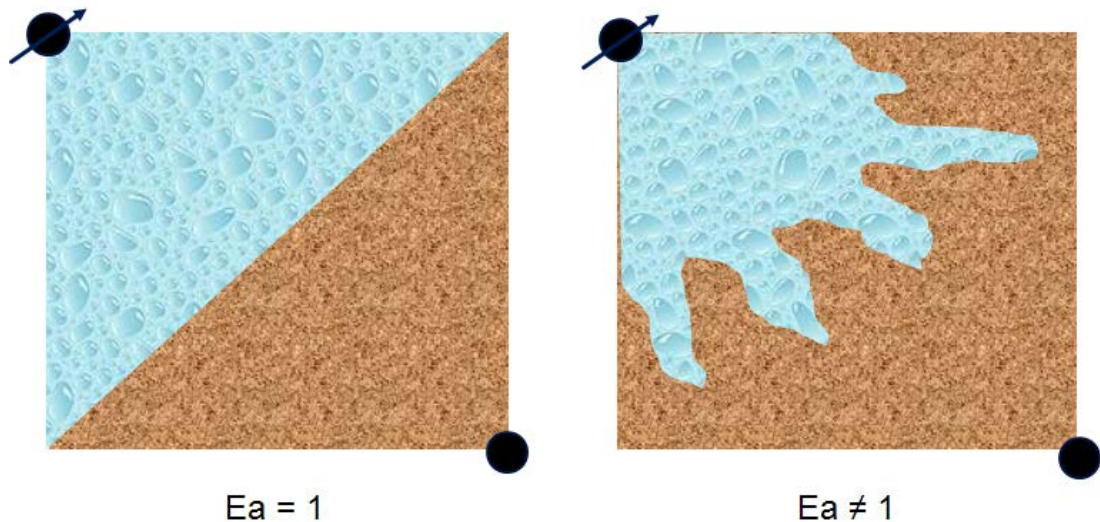
Para ajustar de una forma más adecuada, los resultados obtenidos mediante el modelamiento de Buckley-Leverett, se desarrolló una modificación del modelo incluyendo el término de eficiencia areal propuesto por Dykstra-Parsons. Este valor se determina a partir de la relación de movilidad y el valor del flujo fraccional, en un patrón de inyección de cinco puntos como se observa en la ecuación (68).

$$Ea = \frac{1}{1 + ((-0.2062 * LN(M_{wo} - 0.0712) - 0.511) * fw) + (0.3048 * LN(M_{wo} + 0.123)) + 0.4394} \quad (68)$$

BL asume que el frente de invasión de agua avanza de forma lineal y plana, recorriendo la totalidad del yacimiento antes de llegar a ruptura, es decir la

eficiencia de barrido areal es igual a uno (Figura 81). Esta suposición afecta considerablemente los resultados, generando evidentes diferencias con otros modelos que incluyen el término de eficiencia areal variable. El análisis anterior indicó que uno de los principales problemas de predicción, corresponde al cálculo de tiempos de ruptura, los cuales son mucho mayores a los calculados por simulación numérica. Con la modificación propuesta se espera que el comportamiento obtenido del método de Buckley-Leverett, se ajuste de una mejor manera a los resultados obtenidos de la simulación. BL considera que el tiempo de ruptura depende de tres factores, el volumen poroso, la derivada máxima de la curva de flujo fraccional y la tasa de producción. Incluir el término de eficiencia areal, implica que la totalidad del volumen poroso al momento de ruptura no ha sido completamente invadido por el frente de agua. Para esto la ecuación de tiempo de ruptura se modifica multiplicando el volumen poroso por la eficiencia areal antes de ruptura, la cual depende solo de la razón de movilidades ya que se considera que antes de ruptura el valor del flujo fraccional es de cero.

**Figura 81.** Imagen ilustrativa del efecto de la modificación de la eficiencia areal en un patrón de inyección de cinco puntos.



**Figura 82.** Modificación ecuación de tiempo de ruptura Buckley-Leverett

$$\text{tr} = \frac{V_p}{Q_t * \left(\frac{\partial f_w}{\partial S_w}\right)_{f_{wf}}} \quad \longrightarrow \quad \text{tr} = \frac{E_{ar} * V_p}{Q_t * \left(\frac{\partial f_w}{\partial S_w}\right)_{f_{wf}}}$$

El valor de eficiencia areal a ruptura se determina reemplazando el valor de la movilidad y el flujo fraccional antes de ruptura (se considera cero) en la ecuación (68). Antes de ruptura el cálculo de tasas de producción, agua inyectada, aceite producido y factor de recobro se calcula de la forma convencional.

Una vez se alcanza el tiempo de ruptura, la determinación de los tiempos se ve afectada por el valor de eficiencia areal. La eficiencia areal por su parte aumentara en la medida que el flujo fraccional aumente después de ruptura. Otro valor que es necesario modificar corresponde al valor de aceite producido, que se calcula multiplicando el volumen poroso por el cambio de saturación, incluyendo el término de eficiencia areal en el numerador. El cálculo de los tiempos postruptura y aceite producido, se modifica de la forma que se muestra continuación.

$$t = \frac{V_p}{Q_t * \left(\frac{\partial f_w}{\partial S_w}\right)_{f_{w2}}} \quad \longrightarrow \quad t = \frac{E_a * V_p}{Q_t * \left(\frac{\partial f_w}{\partial S_w}\right)_{f_{wf2}}}$$

$$N_p = \frac{AL\phi(S'_{wp} - S_{wi})}{B_o} \quad \longrightarrow \quad N_p = \frac{AL\phi(S'_{wp} - S_{wi}) * E_a}{B_o}$$

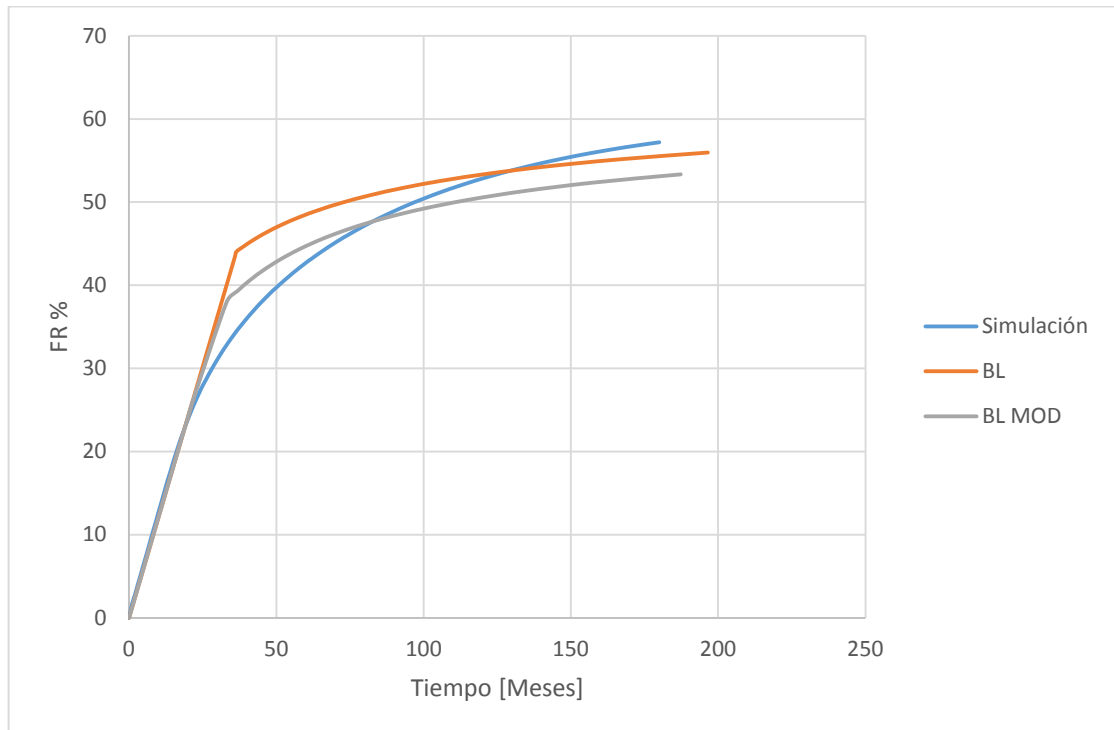
Los demás valores de agua inyectada, tasas de producción y factor de recobro, se calculan de acuerdo al modelamiento convencional de Buckley-Leverett. Para validar los resultados obtenidos con la presente modificación, se modeló el caso

modelo homogéneo, para BL, BL Modificado y Simulación, los resultados obtenidos se muestran en la tabla 23.

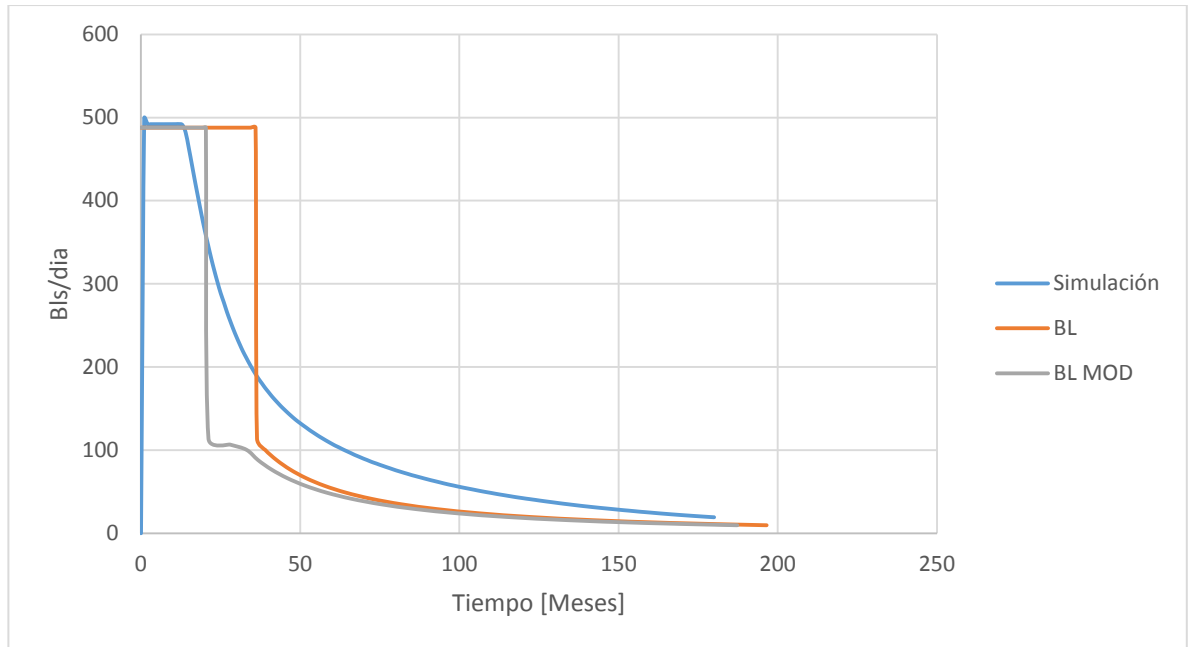
**Tabla 23.** Tiempo de ruptura y factores de recobro obtenidos BL Mod y sim.

Método	Tr [meses]	FR (15 años) [%]
Simulación	14	57.18
Buckley-Leverett	36	55.52
Buckley-Leverett Mod	20	53.33

**Figura 72.** Comportamiento del factor de recobro en Simulación, BL Y BL Modif.



**Figura 73.** Comportamiento de la tasa de producción de aceite vs tiempo en Simulación, BL Y BL Modif.



El comportamiento obtenido con la modificación mejora el ajuste del modelo en cuanto a tiempo de ruptura con la simulación numérica. Sin embargo el factor de recobro obtenido mediante la modificación es menor al del modelo analítico original y la simulación numérica. Esto se explica debido a que al incluir el término de eficiencia areal, menos aceite es desplazado, disminuyendo el valor del factor de recobro. Fue posible deducir también, que si el valor de permeabilidad utilizado en el modelo de simulación fuese menor, tanto el factor de recobro, como el tiempo de ruptura se ajustarían mejor a la modificación; ya que el tiempo de ruptura aumentaría y el factor de recobro disminuiría.

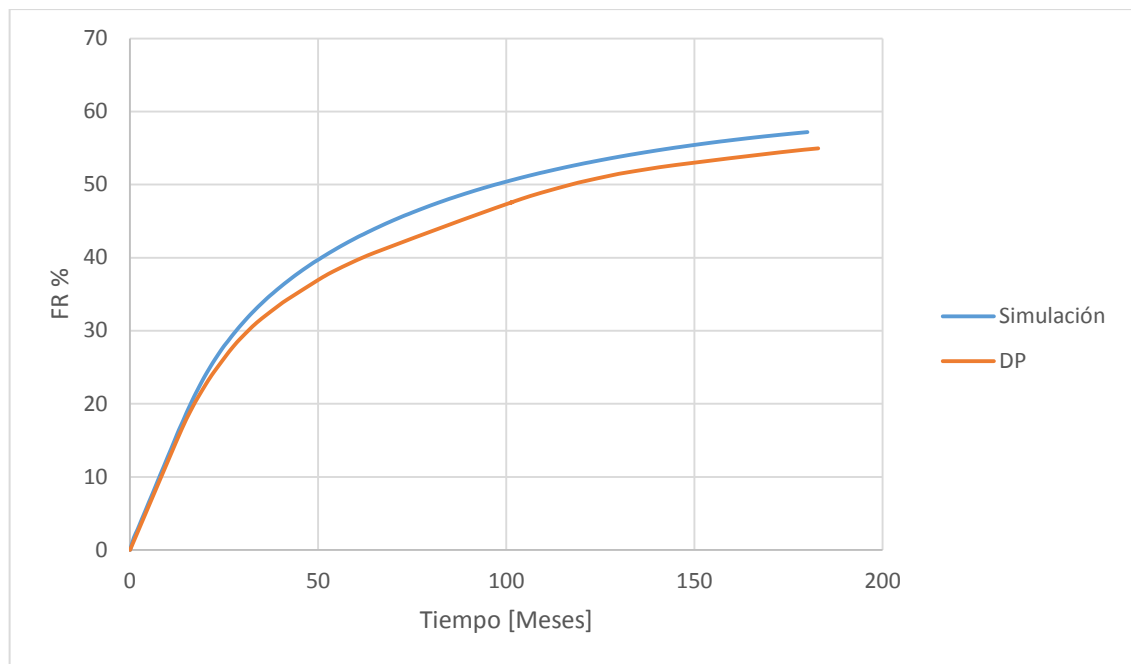
### 4.3 ANÁLISIS DYKSTRA-PARSONS

Para el modelo analítico de Dykstra-Parsons se tomó el modelo de simulación heterogéneo descrito en el capítulo dos. Las dimensiones corresponden a las mismas utilizadas en el homogéneo, con un área superficial de 10 acres y un

espesor total de 100 pies. Sin embargo este modelo analítico está diseñado para la predicción en yacimientos estratificados, por esta razón los 100 pies de espesor de la formación han sido divididos en cuarenta capas cada una con 2.5 pies de espesor. El coeficiente de variación de la permeabilidad para estas capas es de 0.45.

Los resultados obtenidos para el caso base de factor de recobro, en la simulación y el modelo analítico se muestran en la figura 85.

**Figura 74.** Factor de Recobro para el caso base, simulación numérica y Dykstra Parsons

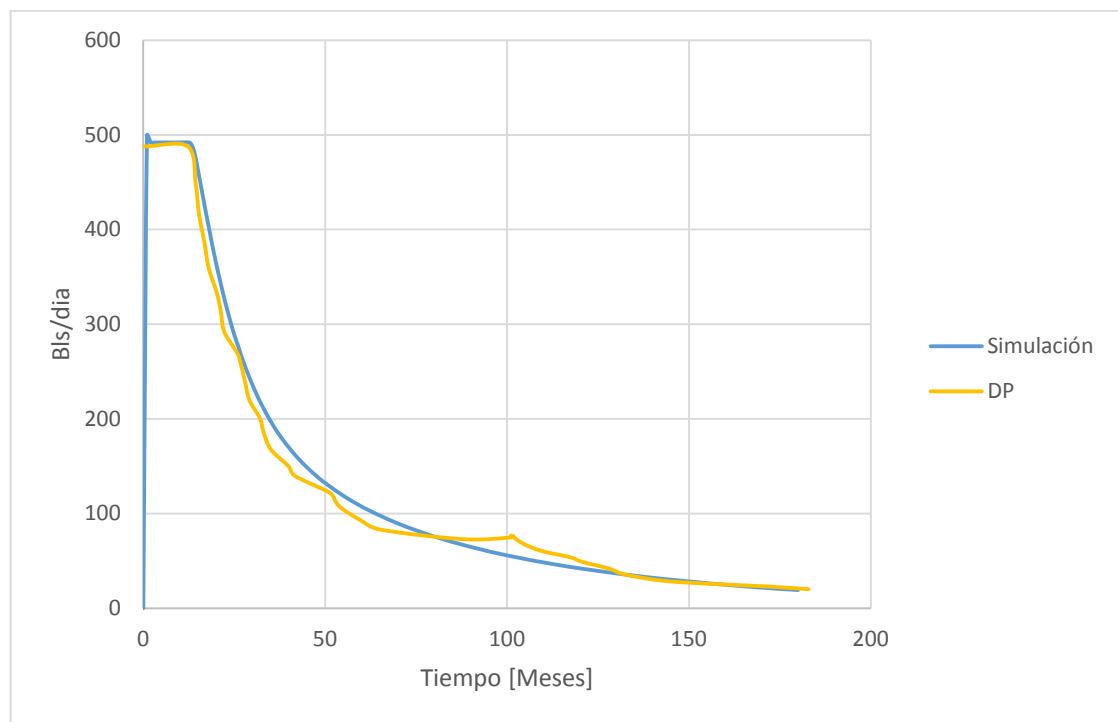


Analizando el comportamiento del factor de recobro, es posible observar la similitud entre la simulación y el modelamiento analítico. La recuperación de petróleo antes de ruptura para ambos casos, presenta la misma pendiente; cuando el modelo analítico de Dykstra Parsons llega a ruptura existe un cambio en la curva de factor de recobro, alejándose moderadamente de la simulación numérica. Los datos obtenidos de factor de recobro y tiempos de ruptura para el modelo base se muestran en la tabla 24.

**Tabla 24.** Tiempo de ruptura y factores de recobro obtenidos DP y simulación.

Método	Tr [meses]	FR (15 años) [%]
Simulación	14	57.18
Dykstra-Parsons	14.43	54.95

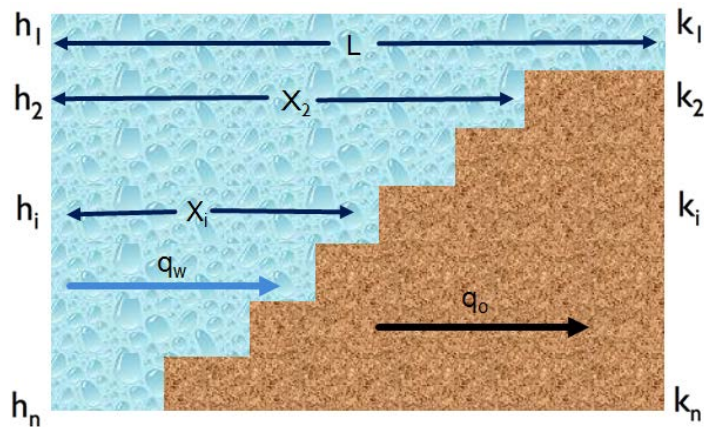
**Figura 75.** Tasa de producción de aceite para el caso base Simulación numérica y Dykstra Parsons



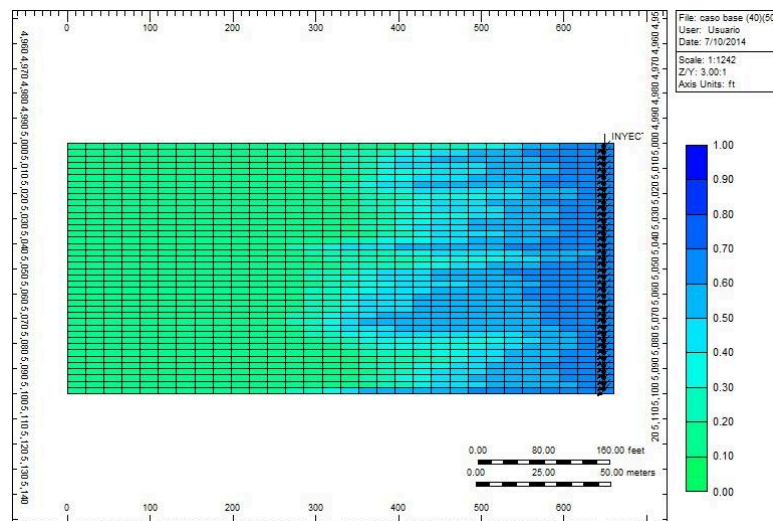
Los tiempos de ruptura en la tabla 24 son bastante similares, esto se debe a que el tiempo de ruptura en el modelo analítico es calculado teniendo en cuenta que la capa de mayor permeabilidad es la capa que primero llega a ruptura. Para el caso base, la simulación numérica, presenta una gran similitud en los tiempos de ruptura. La similitud en los tiempos de ruptura, indicaría que el máximo valor de permeabilidad presente en el modelo de heterogéneo, es similar a la permeabilidad promedio utilizada en el modelo de simulación. Sin embargo este valor es del doble de la utilizada en el caso base (938 md). Se concluye entonces,

que el valor de eficiencia vertical determinado por Dykstra-Parsons, es menor al determinado por la simulación, así mismo la eficiencia areal es menor en el modelo de simulación, compensando la subestimación de la eficiencia vertical, y obteniéndose similares tiempos de ruptura. Es importante aclarar que la tasa de inyección influye en gran manera el valor del tiempo de ruptura, ya que en la simulación numérica si la tasa de inyección no es muy alta la primera capa que va a irrumpir no será necesariamente la de mayor permeabilidad, por efectos gravitacionales.

**Figura 76.** Avance del frente de invasión de agua en Dykstra Parsons



**Figura 77.** Avance del frente de invasión de agua en un yacimiento estratificado mediante simulación numérica.

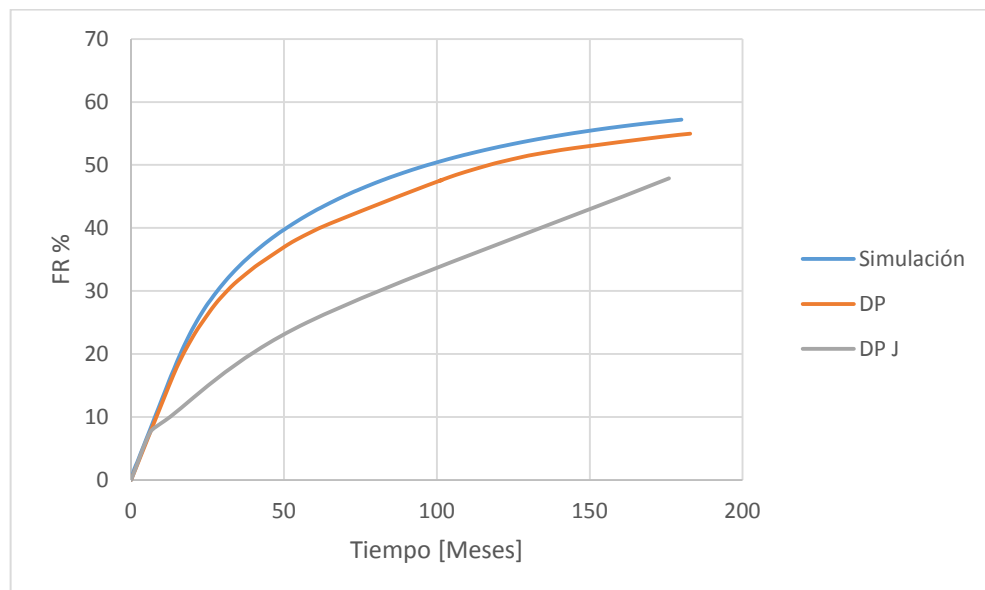


Una vez el agua irrumpe en el pozo productor, la producción de agua aumenta progresivamente a medida que a capa por capa van llegando los frentes en el pozo productor según Dykstra-Parsons. Así mismo la producción de aceite disminuye con el tiempo. El comportamiento de producción se asemeja al de la simulación, presentando ciertas fluctuaciones, que representan la irrupción de agua en capas nuevas hacia el pozo productor.

#### 4.3.1 Análisis modificación de Johnson en Dykstra-Parsons

Haciendo uso del mismo modelo de simulación, y las condiciones planteadas en el modelo analítico de Dykstra-Parsons, se hizo el respectivo análisis de comportamiento de la inyección mediante el uso de la modificación de Johnson. Esta modificación se basa en una serie de gráficas, con las cuales se determinaba un valor de eficiencia vertical corregido a partir del valor de saturación de agua inicial del yacimiento. Los resultados obtenidos para el caso base de factor de recobro, en la simulación y el modelo analítico se muestran en la figura 89.

**Figura 78.** Factor de recobro Simulación, Dykstra-Parsons y Mod Johnson.

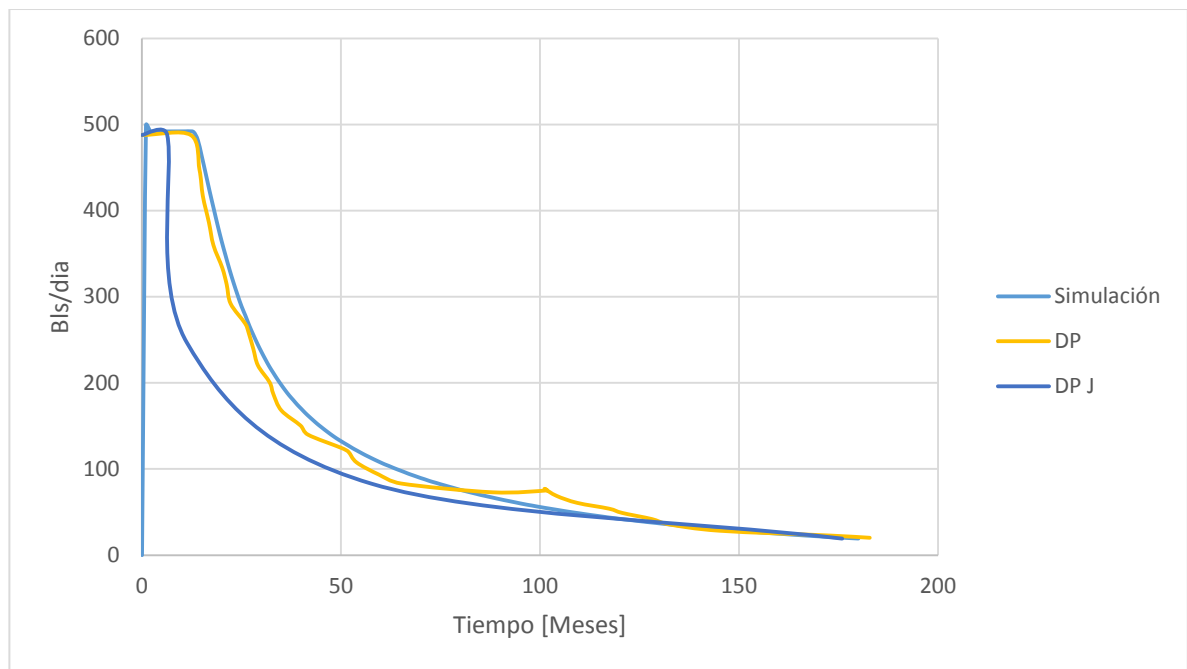


Los datos obtenidos de factor de recobro y tiempos de ruptura para el modelo base se muestran en la tabla 25.

**Tabla 25.** Tiempo de ruptura y factores de recobro obtenidos Dykstra-Parsons-Johnson.

Método	Tr [meses]	FR (15 años) [%]
Simulación	14	57.18
Dykstra-Parsons	14.43	54.95
Dykstra-Parsons J	6.32	47.87

**Figura 79.** Tasa de producción de aceite para el caso base Simulación numérica, Dykstra Parsons y Dykstra Parsons J.



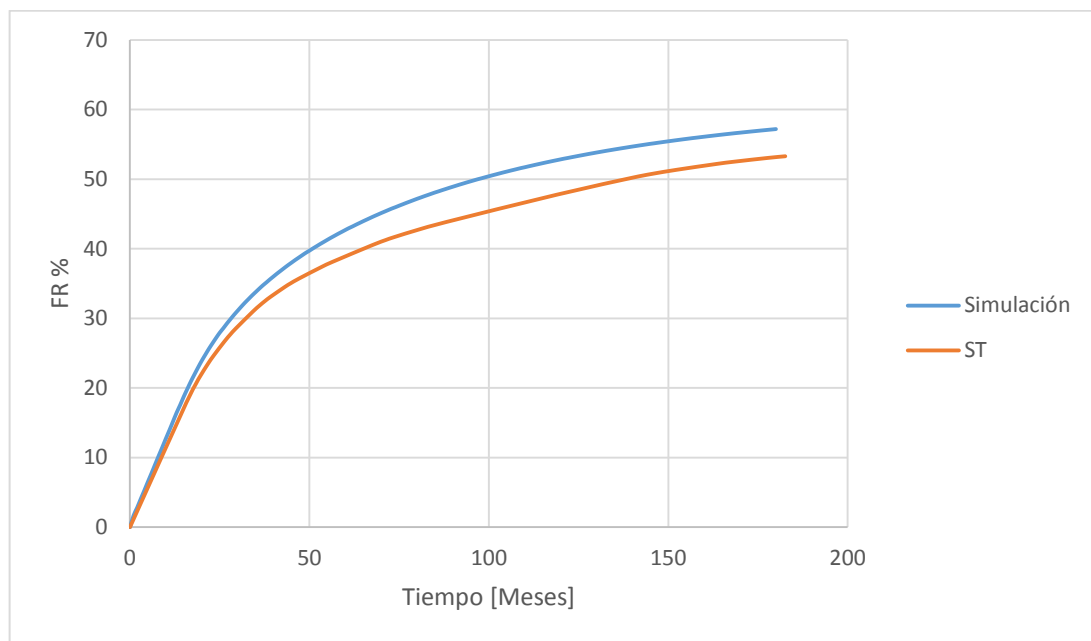
El factor de recobro obtenido mediante el uso de la modificación de Johnson es menor al modelado por DP y la simulación numérica. Una de las razones de este comportamiento, es que el valor de eficiencia vertical estimado por la modificación es menor al determinado por el concepto de intrusión vertical. Johnson asumen que en cada una de las capas el desplazamiento no es de tipo pistón sin fugas,

razón por el valor del tiempo de ruptura es menor al calculado mediante DP y simulación numérica. Es posible que la modificación se logre ajustar con la simulación, disminuyendo el número de capas, ya que al disminuir el espesor individual de estas, el desplazamiento se asemeje más al descrito por Johnson.

#### 4.4 ANÁLISIS STILES

El modelamiento de Stiles se llevó a cabo al igual que en Dykstra Parsons, en el modelo heterogéneo, un área superficial de 10 acres y un espesor total de la formación de 100 pies, distribuidos en 40 capas. Los resultados obtenidos de factor de recobro y tasa de producción de aceite se observan en las figuras 91 y 92, así como en la tabla 26.

**Figura 80.** Comportamiento del factor de recobro mediante Simulación y Stiles



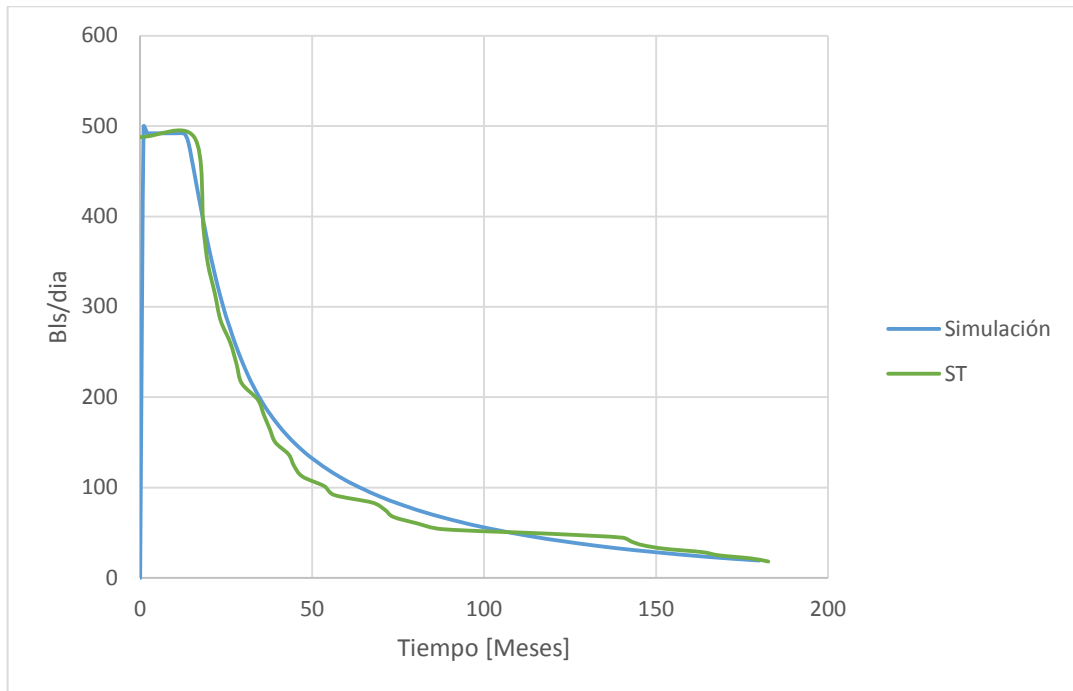
Para este caso, los tiempos de ruptura y factores de recobro a 15 años se muestran en la tabla 34.

**Tabla 26.** Tiempo de ruptura y factores de recobro obtenidos Stiles y sim.

Método	tr	FR (15 años)
<b>Simulación</b>	14 meses	57.18%
<b>Stiles</b>	15.78 meses	53.28%

El análisis del anterior comportamiento evidencia que el factor de recobro obtenido mediante Stiles es menor al factor de recobro de la simulación. Sin embargo el comportamiento general de esta grafica no es muy diferente, así como los tiempos. Un análisis de la tasa de producción de aceite permite concluir que esta diferencia en los factores de recobro se debe a que la tasa de producción de aceite en Stiles es ligeramente menor a la tasa de producción de aceite en la simulación, esto debido a los efectos de la inyección de agua que no tiene en cuenta el método analítico como el aumento de la presión del yacimiento entre otros.

**Figura 81.** Producción de aceite vs el tiempo en Stiles y Simulación.



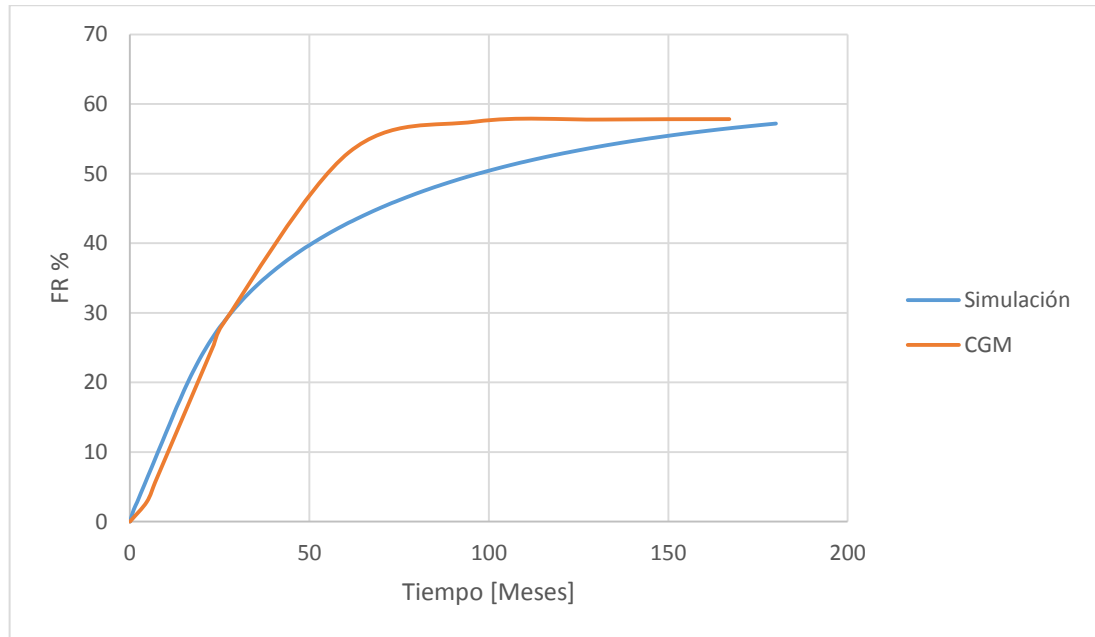
Al igual que en Dykstra-Parsons, la tasa de producción de aceite presenta una serie de fluctuaciones, que representa la irrupción de frentes de agua en las vecindades del pozo productor. Sin embargo estas fluctuaciones aparecen en diferentes tiempos, además de ser menos pronunciadas. Esto se debe a que el término de capacidad productiva depende únicamente de la permeabilidad ya que el espesor de todas las capas es el mismo.

#### **4.5 ANÁLISIS CGM**

El modelamiento de Craig Geffen Morse se llevó a cabo en el patrón normal de inyección de cinco puntos de un área superficial de 40 acres, como se detalló en el capítulo dos, con un espesor de 100 pies.

El modelo de predicción de Craig Geffen Morse tiene como suposición, que la tasa de inyección es variable y depende de la presión de inyección del yacimiento. Sin embargo, considerar que la tasa de inyección es variable en este trabajo de investigación, no haría efectiva la comparación con los demás métodos, así como con la simulación. Por esta razón el valor de la tasa de inyección se mantuvo constante en el modelamiento. Los resultados obtenidos de factor de recobro y tasas de producción de aceite se observan en las figuras 93 y 94.

**Figura 82.** Comportamiento del factor de recobro vs tiempo en simulación y CGM.



Mediante el análisis del factor de recobro, se observa como el recobro determinado mediante CGM es mayor al determinado con la simulación numérica en la etapa media de recuperación. Esto se debe a que los valores de aceite producido calculados por el modelo analítico, son mayores a los determinados con simulación; la inclusión de los términos de  $\Delta N_{pu}$  y  $\Delta N_{ps}$  después de ruptura, aumentan la cantidad de aceite producido en esta etapa y por ende el valor del factor de recobro. Otra de las razones está relacionada con que el valor de tiempo de ruptura en CGM, duplica el valor arrojado por la simulación.

Por otro lado, el factor de recobro final es muy similar y tiende a ser el mismo con el tiempo.

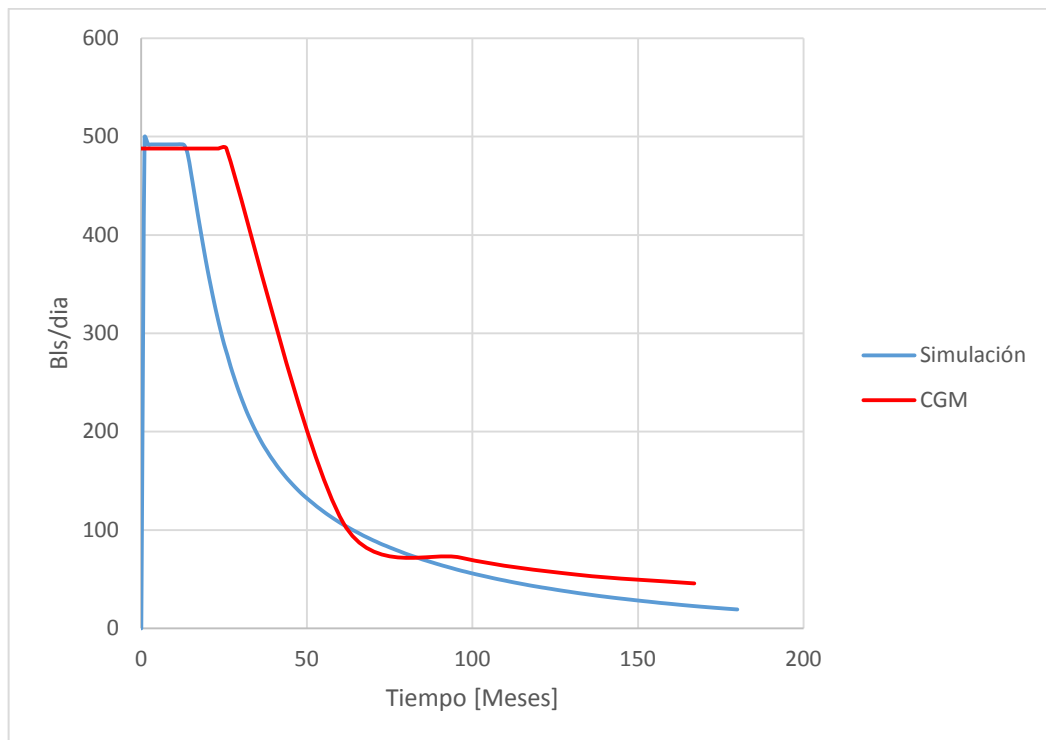
Para el caso base los tiempos de ruptura y factores de recobro a 15 años se muestran en la tabla 27.

**Tabla 27.** Tiempo de ruptura y factores de recobro obtenidos CGM y sim.

Método	tr [meses]	FR [%]
Simulación	14	57.18
CGM	25.7	57.82

En cuanto a las tasa de producción de petróleo, es posible identificar las dos etapas modeladas en el método de CGM. Las etapas I y II no se presentan en este comportamiento, debido a que la saturación de gas inicial en el yacimiento es nula. Por esta razón solo las últimas dos etapas son modeladas mediante esta técnica. Antes de ruptura la tasa de producción es constante y una vez el frente de agua alcanza las vecindades del pozo productor la producción desciende, siguiendo un comportamiento similar al descrito por Buckley-Leverett; sin embargo el descenso abrupto en la producción

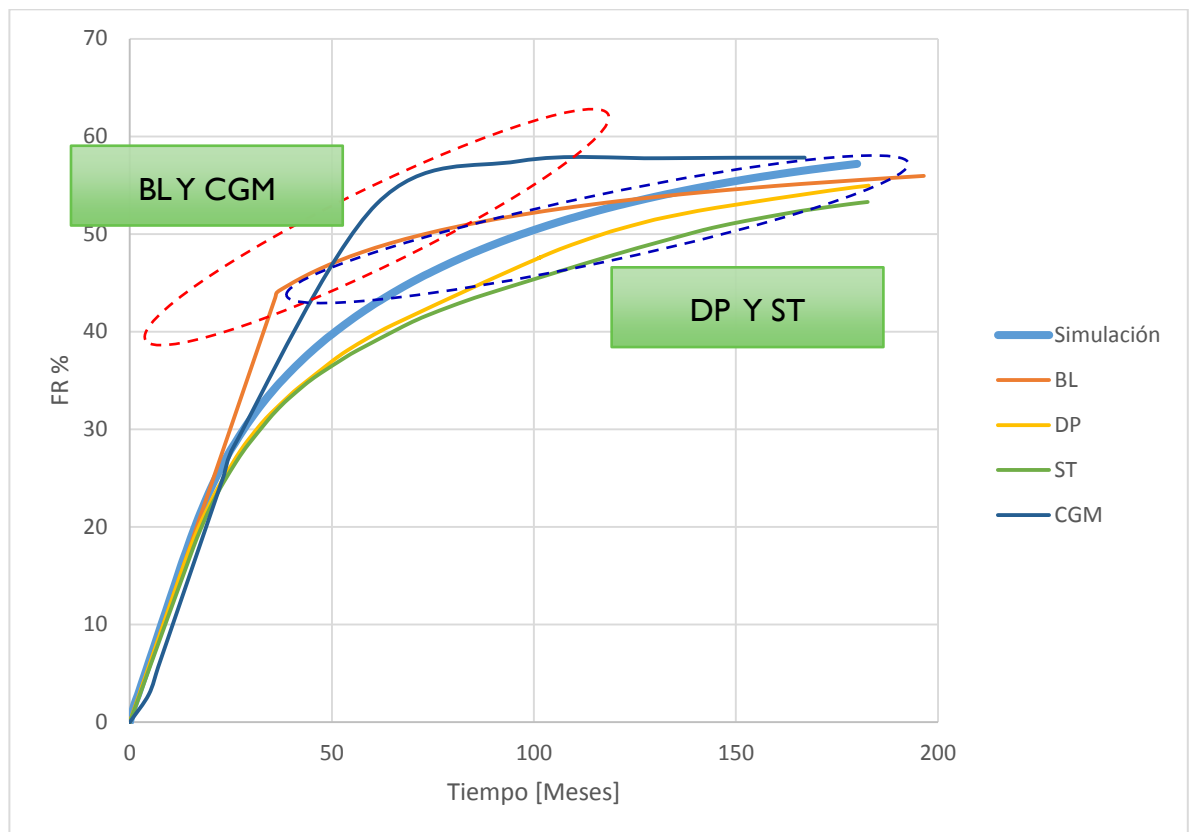
**Figura 83.** Producción de aceite vs tiempo caso base CGM



## 4.5 ANÁLISIS GENERAL

Con el fin de realizar una comparación general de los métodos analíticos estudiados, se graficaron los comportamiento de factor de recobro de todos los métodos en una misma gráfica (Figura 95).

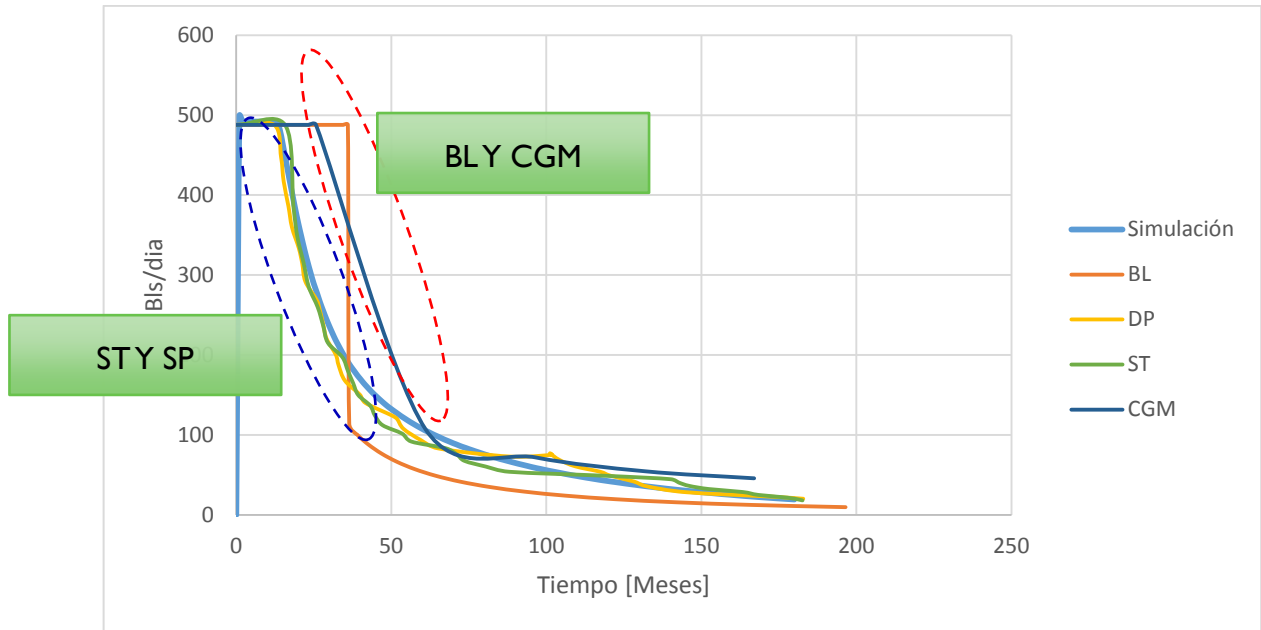
**Figura 84.** Análisis general del factor de recobro para los 5 modelos estudiados.



Los modelos analíticos que presentan un comportamiento más aproximado al calculado mediante la simulación numérica, corresponden a aquellos que modelan el yacimiento de forma heterogénea como son Stiles y Dykstra-Parsons. Por su parte Buckley-Leverett y CGM, sobreestiman el valor del factor de recobro debido a que como se observa en la tabla 28, los tiempos de ruptura son mayores, por lo

que el aceite producido con el tiempo es mayor que en la simulación y en los correspondientes modelos de Stiles y Dykstra-Parsons.

**Figura 85.** Análisis general de la tasa de producción de aceite, para los 5 modelos estudiados.



**Tabla 28.** Tiempo de ruptura y factores de recobro obtenidos para todos los modelos estudiados.

Método	tr [meses]	FR (15 años) [%]
<b>Simulación</b>	14	57.18
<b>Buckley-Leverett</b>	34.4	55.52
<b>Buckley-Leverett Mod</b>	20	53.33
<b>Dykstra-Parsons</b>	14.43	54.95
<b>Dykstra-Parsons-Johnson</b>	6.32	47.87
<b>Stiles</b>	15.78 meses	53.28%
<b>Craig-Geffen-Morse</b>	25.7	57.82

De igual forma, logra apreciarse una gran similitud entre los comportamientos de producción entre los modelos analíticos de DP, Stiles y la simulación, esto explica la similitud en el comportamiento del factor de recobro para ambos métodos.

## 5. ANÁLISIS DE SENSIBILIDAD DE LA INYECCIÓN

En el presente capítulo, se empleará la simulación numérica para evaluar el comportamiento de ciertos parámetros de tipo operacional como la tasa de inyección, de fluidos como la viscosidad y del medio poroso del modelo de yacimiento anteriormente descrito, y de esta forma determinar las condiciones a las cuales el modelamiento analítico ajuste de mejor forma su comportamiento a la simulación.

Dependiendo del modelo las variables a sensibilizar fueron diferentes. Para los modelos homogéneos estas variables fueron la permeabilidad, la tasa de inyección y la gravedad API de los fluidos. Para yacimientos heterogéneos los parámetros fueron las tasas de inyección, la gravedad API, y el coeficiente de variación de permeabilidad Dykstra Parsons o Lorentz. Los valores escogidos para la sensibilización del modelo homogéneo se muestran en la tabla 29.

**Tabla 29.** Valores de sensibilización en los modelos homogéneos.

Tasa [bls/día]	[API]	Permeabilidad [md]
200	20	50
<b>500</b>	25	<b>100</b>
1000	<b>30</b>	500
	35	

Los valores escogidos para la sensibilización en el modelo heterogéneo se muestran en la tabla 30.

**Tabla 30.** Valores de sensibilización en los modelos heterogéneos.

Tasa [bls/día]	[API]	Coefficiente de variación DP
200	20	0.29
<b>500</b>	25	<b>0.45</b>
1000	<b>30</b>	0.65

## 5.1 ANÁLISIS DE SENSIBILIDAD BUCKLEY Y LEVERETT

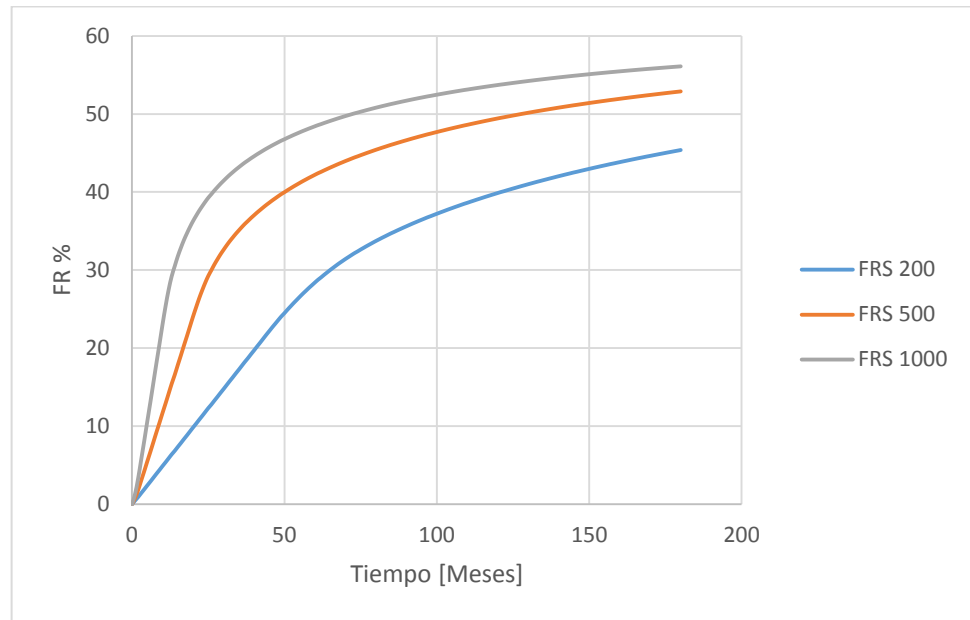
### 5.1.1 Sensibilidad a la tasa de inyección

Para el análisis de la inyección se modela un proceso de inyección de agua a quince años mediante Buckley-Leverett. El comportamiento del factor de recobro y las tasas de producción se pueden ver en las figuras 97-100. Los valores obtenidos de tiempo de ruptura y factor de recobro a los valores de tasa de inyección simulados se muestran a continuación.

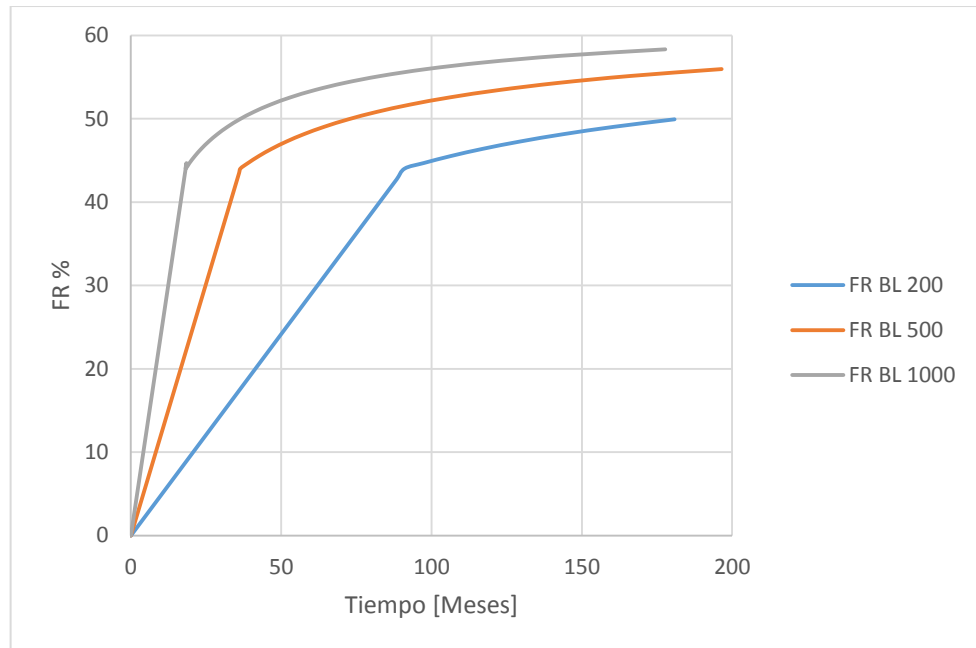
**Tabla 31.** Datos obtenidos sensibilidad tasa de inyección BL

Tasa de inyección [BlS/dia]	tr Simulación [Meses]	tr BL [Meses]	FR simulación [%]	FR BL [%]
200	45	91	45.36	49.93
500	20	36	52.89	55.55
1000	10	18	56.12	58.32

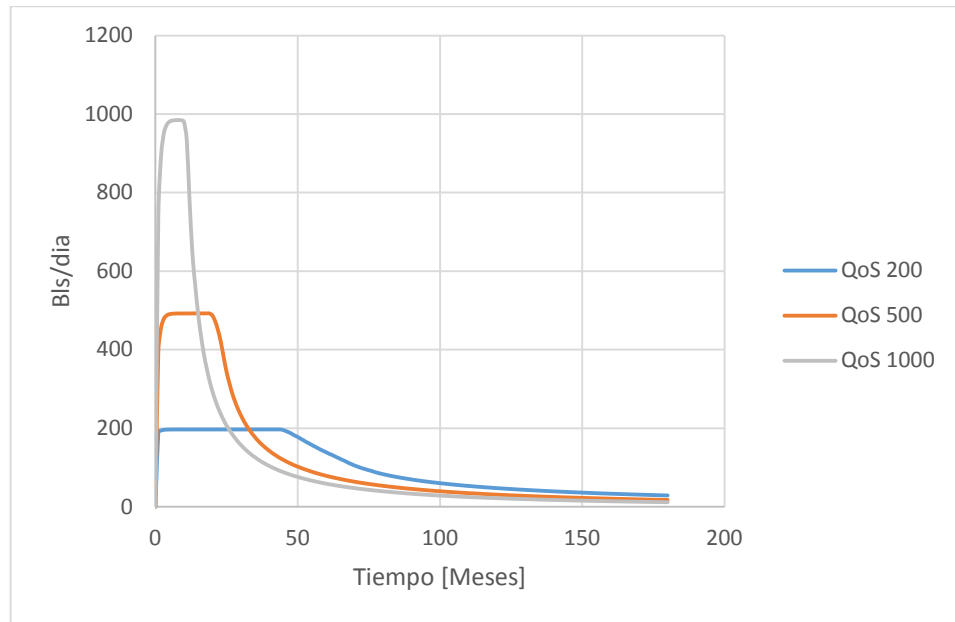
**Figura 86.** Análisis de sensibilidad tasa de inyección simulación numérica



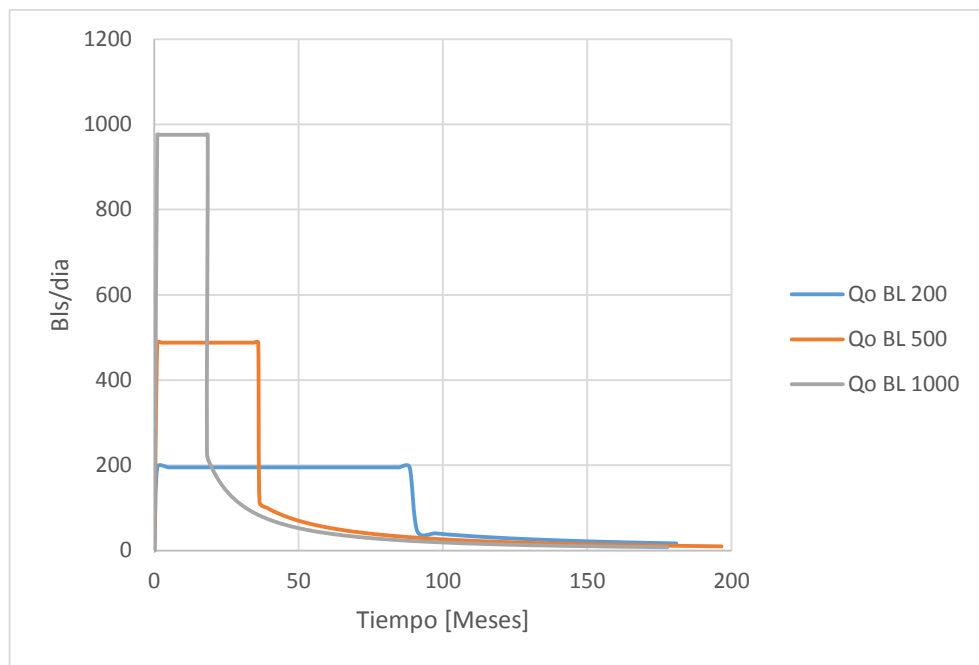
**Figura 87.** Análisis de sensibilidad tasa de inyección Buckley-Leverett



**Figura 88.** Análisis de sensibilidad tasa de producción de aceite simulación



**Figura 89.** Análisis de sensibilidad tasa de producción de aceite Buckley-Leverett



Al analizar el efecto de la tasa de inyección en la recuperación por inyección de agua, se observa que al aumentar la tasa, el factor de recobro aumenta tanto en el modelo analítico como en la simulación.

De igual forma es importante notar que al aumentar la tasa de inyección en la simulación numérica los resultados entre esta y el modelo analítico difieren en menor medida que cuando se tiene una tasa baja de inyección. Por esta razón se concluye que entre más alta sea la tasa de inyección, los resultados entre la simulación numérica y el modelo analítico de Buckley y Leverett se ajustan de mejor forma.

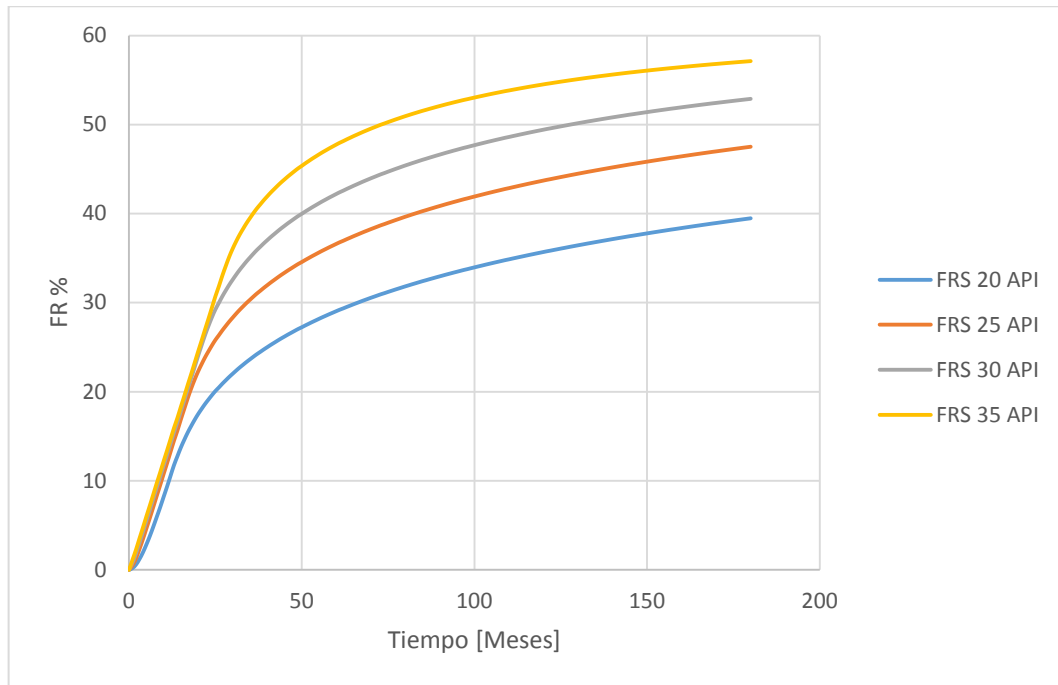
### 5.1.2 Sensibilidad al API

Los resultados de tiempo de ruptura y factor de recobro a 15 años se muestran a continuación.

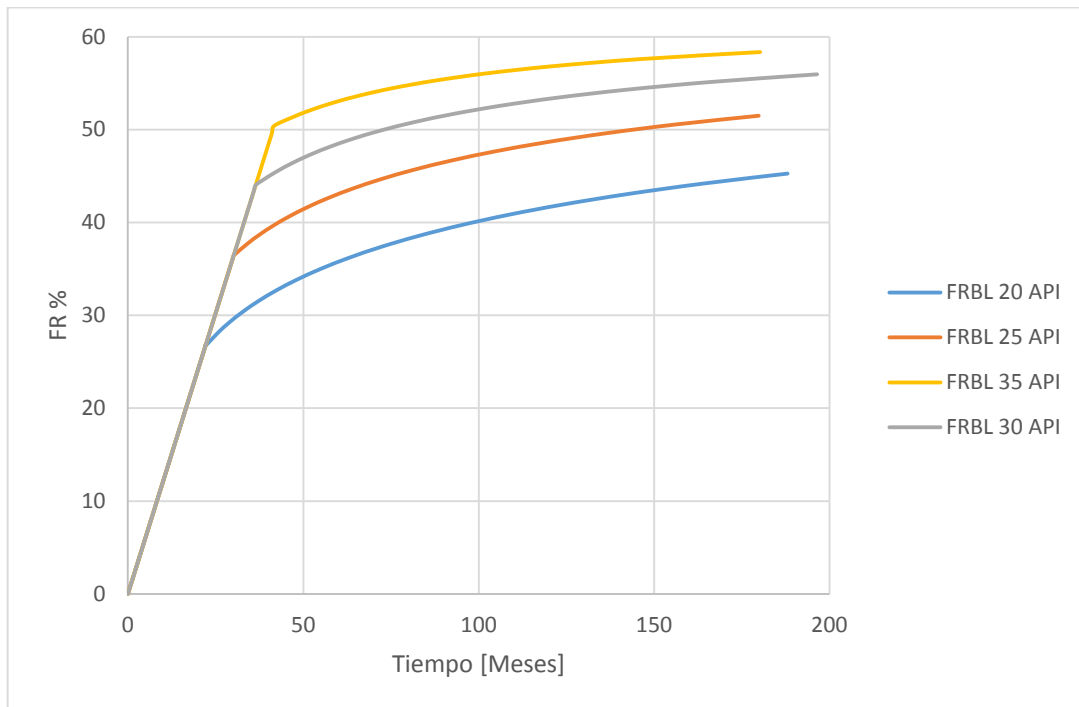
**Tabla 32.** Datos obtenidos sensibilidad API BL

API	tr Simulación [meses]	tr BL [meses]	FR simulación [%]	FR BL [%]
20	12 meses	22 meses	39.47%	45.26%
25	15 meses	30 meses	47.51%	52.49%
30	20 meses	36.4 meses	52.89%	55.5%
35	26 meses	41 meses	57.13%	58.35%

**Figura 90.** Factor de recobro, Análisis de sensibilidad API simulación numérica



**Figura 91.** Factor de recobro, Análisis de sensibilidad API Buckley Leverett

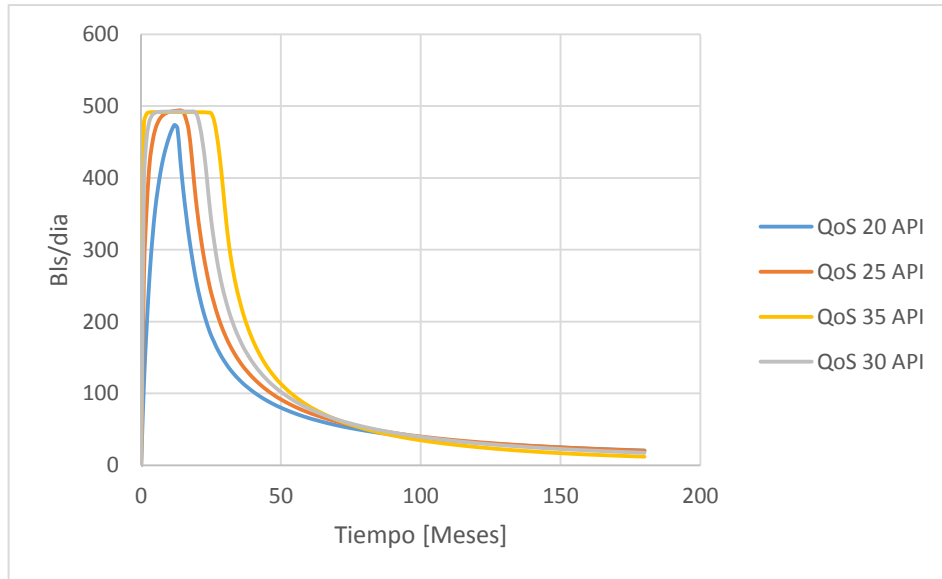


Mediante un análisis de los resultados mostrados, se observa que al aumentar la viscosidad del crudo los tiempos de ruptura disminuyen tanto en el modelo analítico como en la simulación numérica. Sin embargo se ve mucho más afectado este valor en la simulación numérica ya que al aumentar la viscosidad la eficiencia de barrido areal del yacimiento disminuye, debido a los efectos de digitación viscosa. El modelo analítico no tiene en cuenta estos efectos, por esta razón, tanto el factor de recobro como el tiempo de ruptura no se ven tan afectados como la simulación numérica.

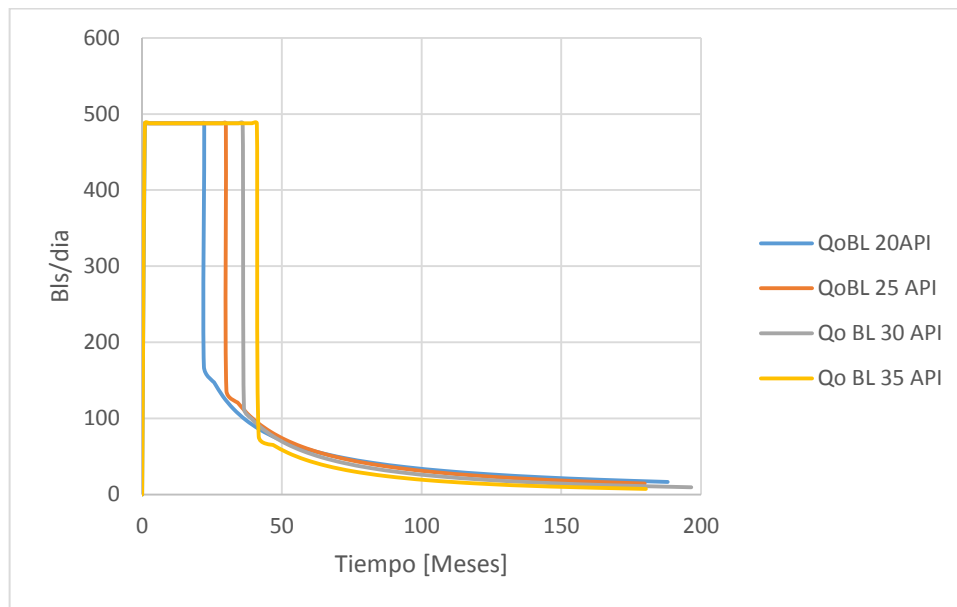
También es posible observar que el comportamiento antes de ruptura en el modelo analítico para el factor de recobro posee una pendiente constante antes de llegar a ruptura, es decir las tasas de producción de aceite y de agua son las mismas antes de ruptura sin importar la viscosidad del crudo del yacimiento. En la simulación numérica este comportamiento no ocurre, ya que al aumentar la viscosidad, el tiempo de respuesta del yacimiento de la inyección disminuye; es decir si se inyecta un barril de agua la producción de un barril de aceite no se verá inmediatamente en el pozo productor.

Esa es la razón de porque las tasas de producción en la simulación numérica no son constantes antes de ruptura y por ende la pendiente de factor de recobro antes de ruptura no es la misma para los cuatro tipos de crudos estudiados.

**Figura 92.** Tasa de producción de aceite. Sensibilidad API a través de simulación numérica



**Figura 93.** Tasa de producción de aceite. Sensibilidad API a través de modelo analítico de Buckley-Leverett



### 5.1.3 Sensibilidad a la permeabilidad

Antes de empezar el estudio de sensibilidad para la permeabilidad es importante tener en cuenta que la permeabilidad no afecta ni las tasas de producción, ni el factor de recobro en el modelamiento de Buckley y Leverett. La razón es que la permeabilidad no afecta los cálculos de la ecuación de flujo fraccional cuando el yacimiento no se encuentra buzado (es decir  $\alpha=0$ ).

En el desarrollo de esta tesis de investigación no se realizara un análisis de sensibilidad del buzamiento por lo que solo se variara la permeabilidad en los modelos de simulación y se compara con los datos obtenidos del modelo base para Buckley-Leverett. Los resultados obtenidos se muestran en la siguiente tabla 33.

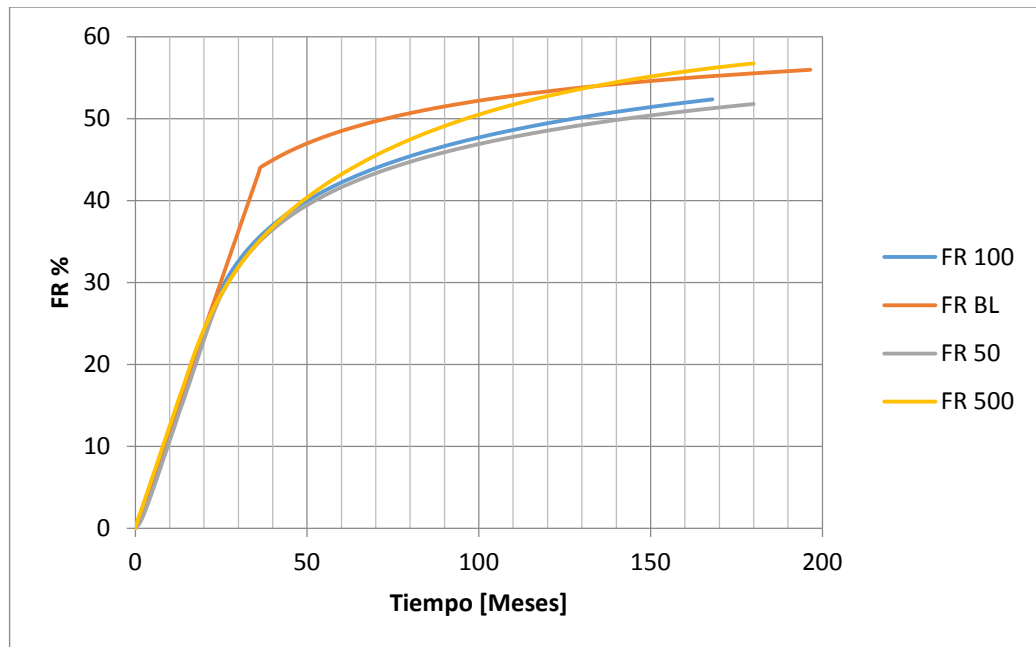
**Tabla 33.** Datos obtenidos sensibilidad permeabilidad BL

<b>K [md]</b>	<b>tr simulación</b>	<b>tr BL</b>	<b>FR simulación</b>	<b>FR BL</b>
50	21 meses	36 meses	51.77%	55.5%
100	20 meses	36 meses	52.89%	55.5%
500	17 meses	36 meses	56.73%	55.5%

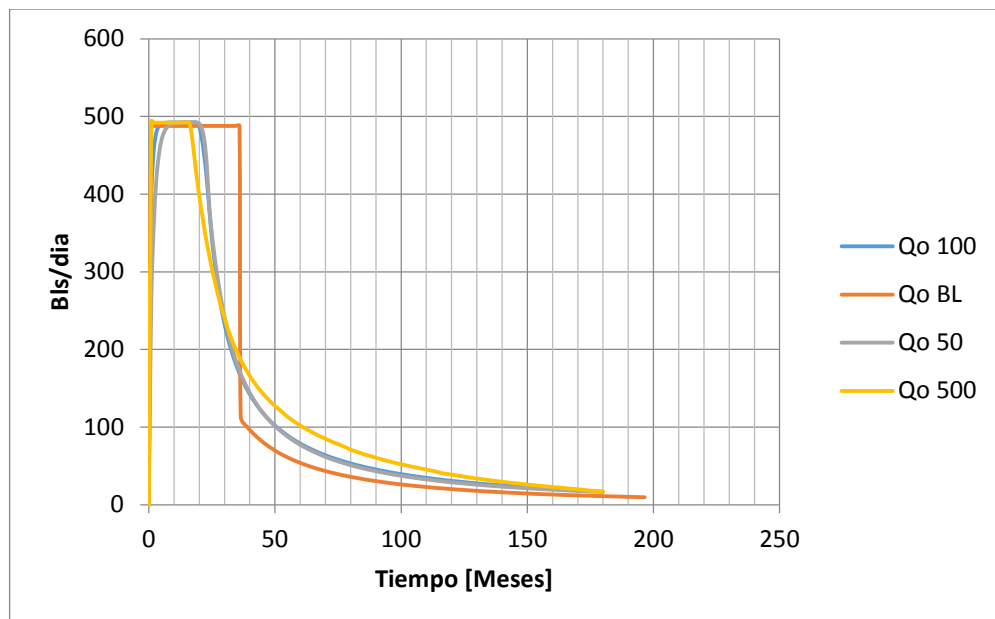
Al aumentar la permeabilidad en el modelo de simulación, los tiempos de ruptura disminuyen y los factores de recobro finales aumentan en comparación con el modelo analítico. Si se aumenta la permeabilidad de la formación los factores de recobro finales tienden a ajustarse a los obtenidos con Buckley Leverett sin embargo los tiempos de ruptura se alejan significativamente de los determinados por el método analítico.

Las gráficas de los resultados obtenidos se muestran en las figura 105 y 106:

**Figura 94.** Análisis del factor de recobro, sensibilidad permeabilidad, Buckley-Leverett.



**Figura 95.** Análisis de la tasa de producción de aceite, sensibilidad permeabilidad, Buckley-Leverett.



## 5.2. ANÁLISIS DE SENSIBILIDAD DYKSTRA-PARSONS

### 5.2.1. Sensibilización de la tasa de inyección

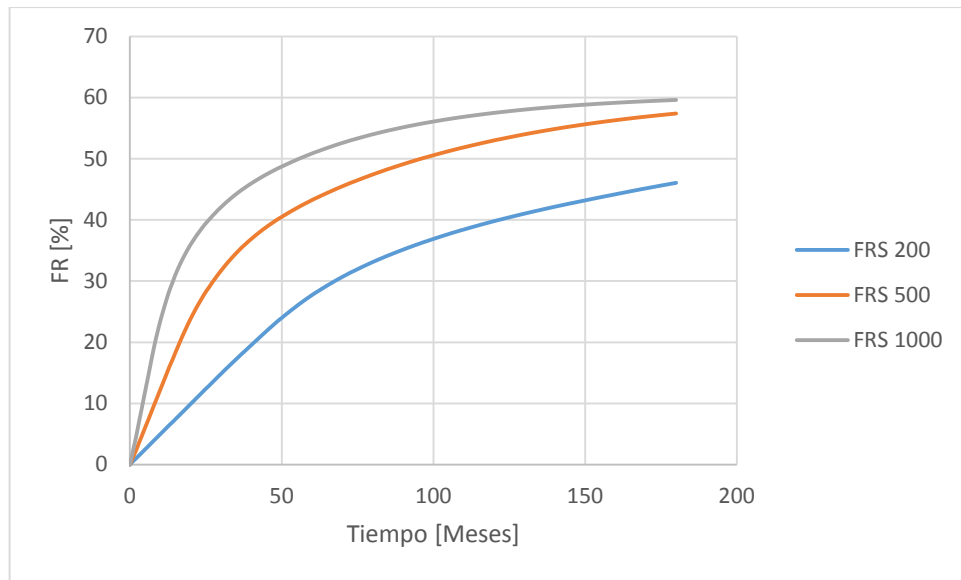
Los resultados obtenidos de factor de recobro y tiempos de ruptura se muestran en la tabla 34.

**Tabla 34.** Datos obtenidos sensibilización tasa de inyección BL

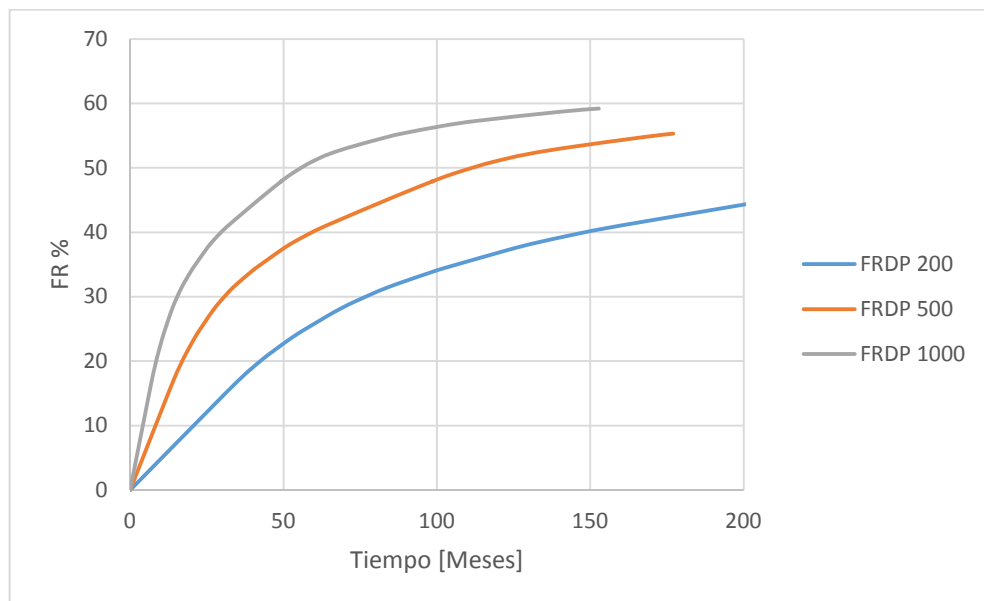
<b>Tasa de inyección [Bl/dia]</b>	<b>tr simulación [Meses]</b>	<b>tr DP [Meses]</b>	<b>FR simulación [%]</b>	<b>FR DP [%]</b>
200	29	36.92	46,05	43.04
500	13	14.77	57.38	55.31
1000	7	7.38	59.60	59.20

Mediante el análisis de los resultados obtenidos, se concluyó que a altas tasas de inyección los valores de tiempo de ruptura y factores de recobro finales tienden a ser muy similares tanto en la simulación numérica como en el modelamiento analítico. Esto se debe a que las altas tasas de inyección, favorecen el flujo horizontal en el yacimiento, disminuyendo el flujo entre capas y los efectos gravitacionales que diferencian el modelo analítico de la simulación. En cuanto al comportamiento de producción se observa un comportamiento similar entre la simulación y el modelo Dykstra-Parsons, debido a la similitud en los tiempos de ruptura

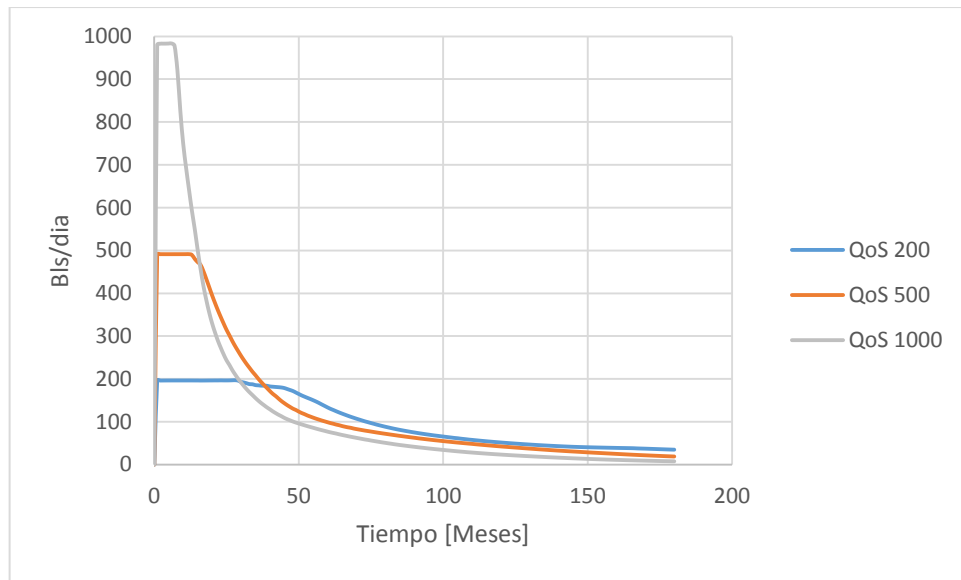
**Figura 96.** Análisis del factor de recobro, sensibilidad tasa de inyección, simulación numérica.



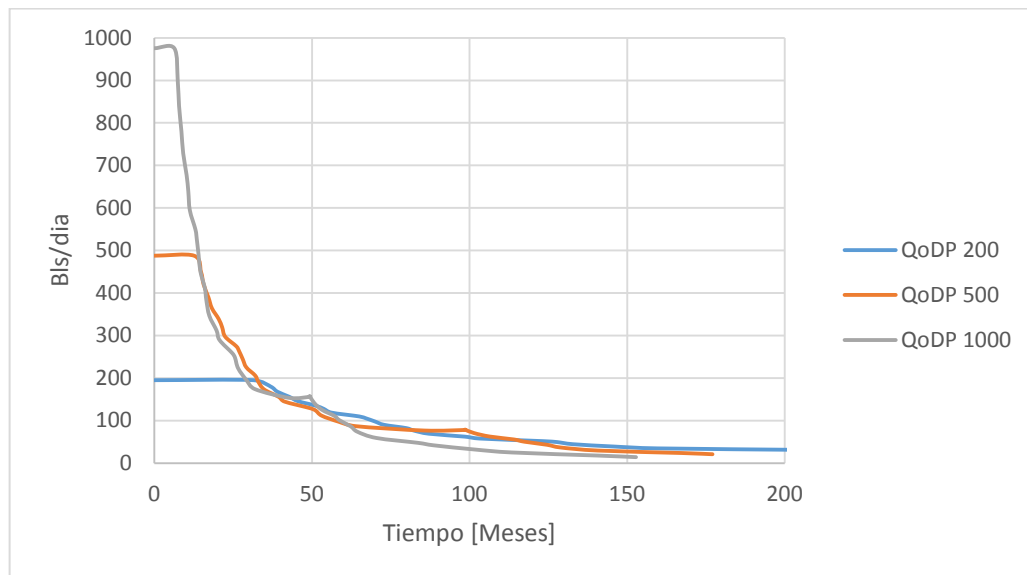
**Figura 97.** Análisis del factor de recobro, sensibilidad tasa de inyección, Dykstra-Parsons.



**Figura 98.** Análisis de la tasa de producción de aceite, sensibilidad tasa de inyección, simulación numérica.



**Figura 99.** Análisis de la tasa de producción de aceite, sensibilidad tasa de inyección, Dykstra-Parsons.



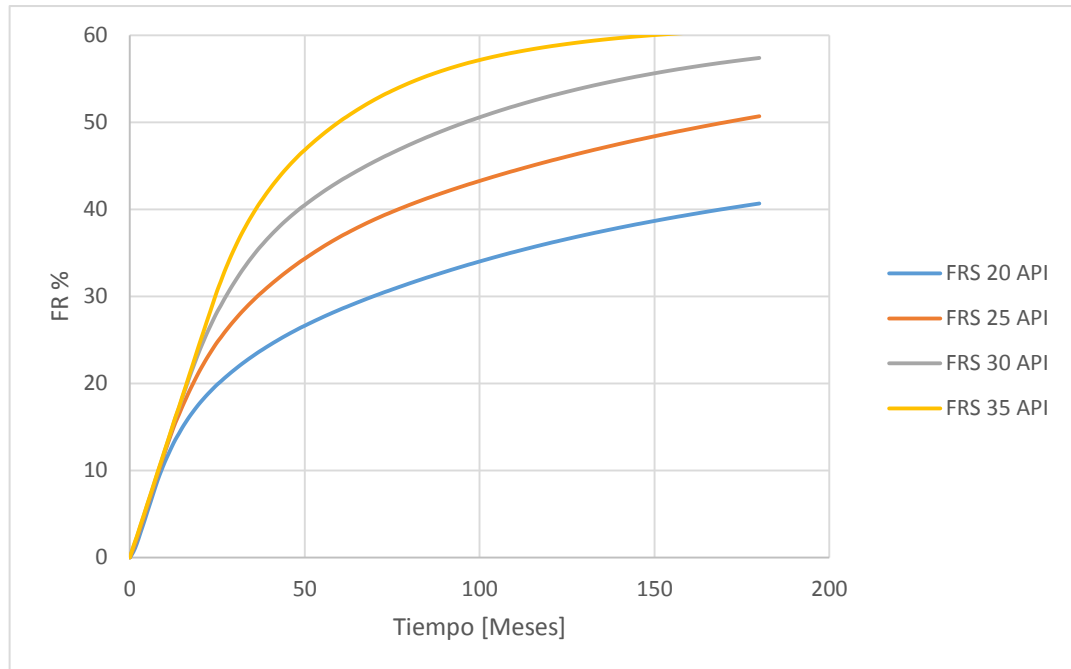
### 5.2.2. Sensibilización por API

La calidad API del crudo se varió de 20 a 35 API, los resultados de factor de recobro y tasas de producción para cada uno de los casos se ven en la tabla 35.

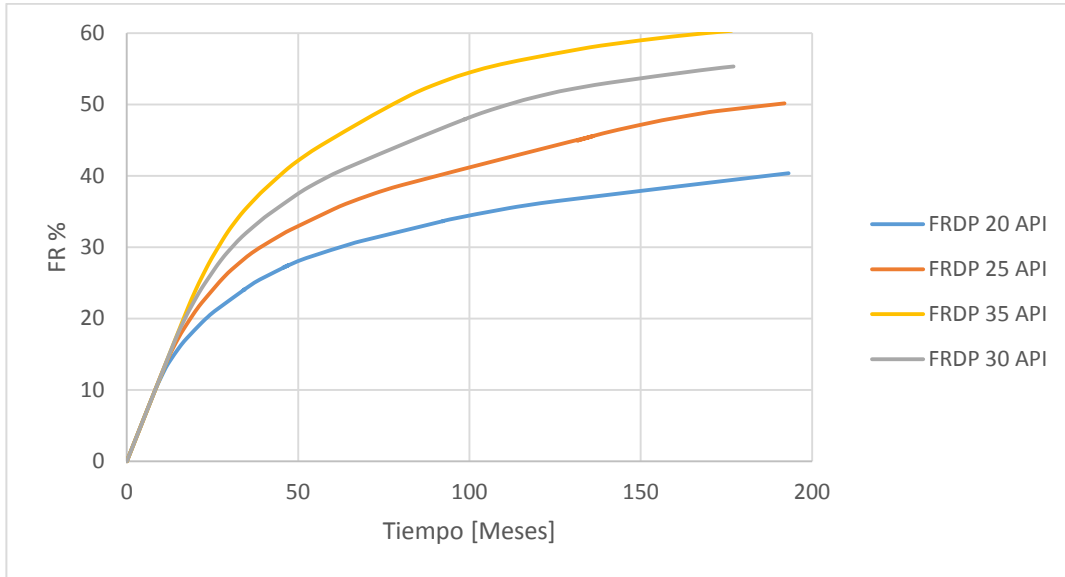
**Tabla 35.** Datos obtenidos sensibilización API BL

API	tr simulación [meses]	tr DP [meses]	FR simulación [%]	FR DP [%]
20	7 meses	10.98 meses	40.66%	40.35%
25	10 meses	12.36 meses	50.68%	50.14%
30	13 meses	14.7 meses	57.38%	55.31%
35	19 meses	18.43 meses	60.66%	60.32%

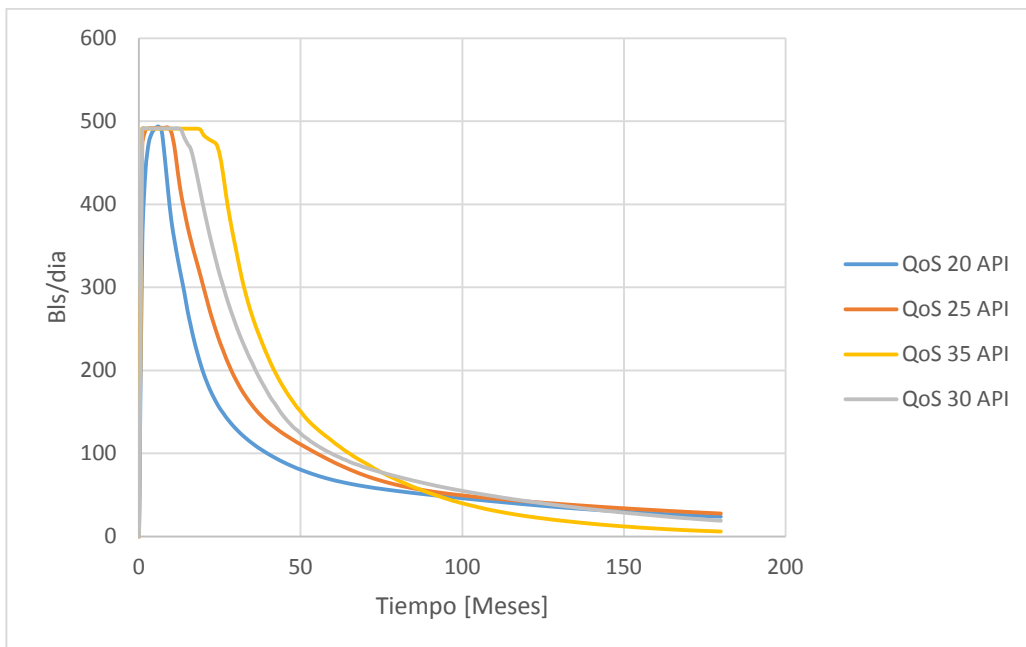
**Figura 100.** Análisis del factor de recobro, sensibilidad API, simulación numérica.



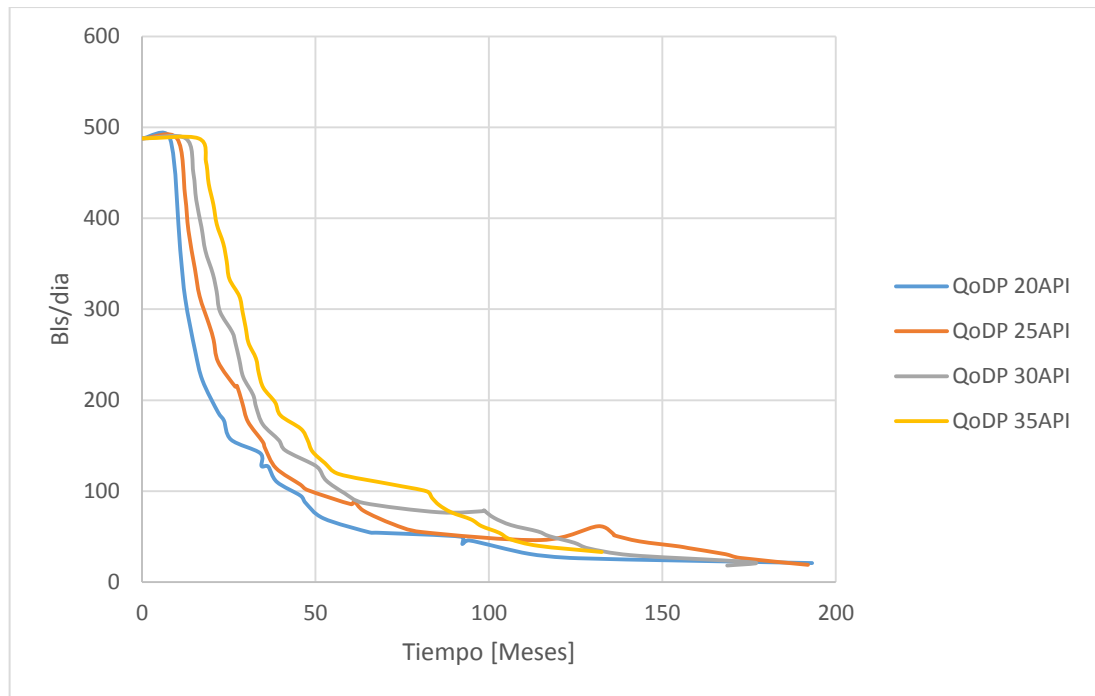
**Figura 101.** Análisis del factor de recobro, sensibilidad API, Dykstra-Parsons.



**Figura 102.** Análisis de la producción de aceite, sensibilidad API, Simulación numérica.



**Figura 103.** Análisis de la producción de aceite, sensibilidad API, Dykstra-Parsons.



Realizando un análisis de la inyección y los resultados obtenidos de tiempo de ruptura y factor de recobro, puede notarse que al aumentar la gravedad API del crudo, los resultados de factor de recobro y tiempo de ruptura para el modelo analítico y la simulación tienden a tener el mismo comportamiento. En cuanto a la tasa de producción de aceite, el comportamiento a valores altos de API se asemeja más a la simulación numérica, que cuando este es bajo. Esto se debe a que entre más viscoso sea el crudo, el caudal de aceite obtenido por la simulación no alcanzara a estabilizarse a la tasa de inyección antes de llegar a ruptura, mientras que cuando la viscosidad es baja la tasa se estabiliza desde el inicio y el tiempo de ruptura como se logra observar en la tabla 30, se asemeja considerablemente al modelo analítico.

### 5.2.3. Sensibilización coeficiente DYKSTRA PARSONS

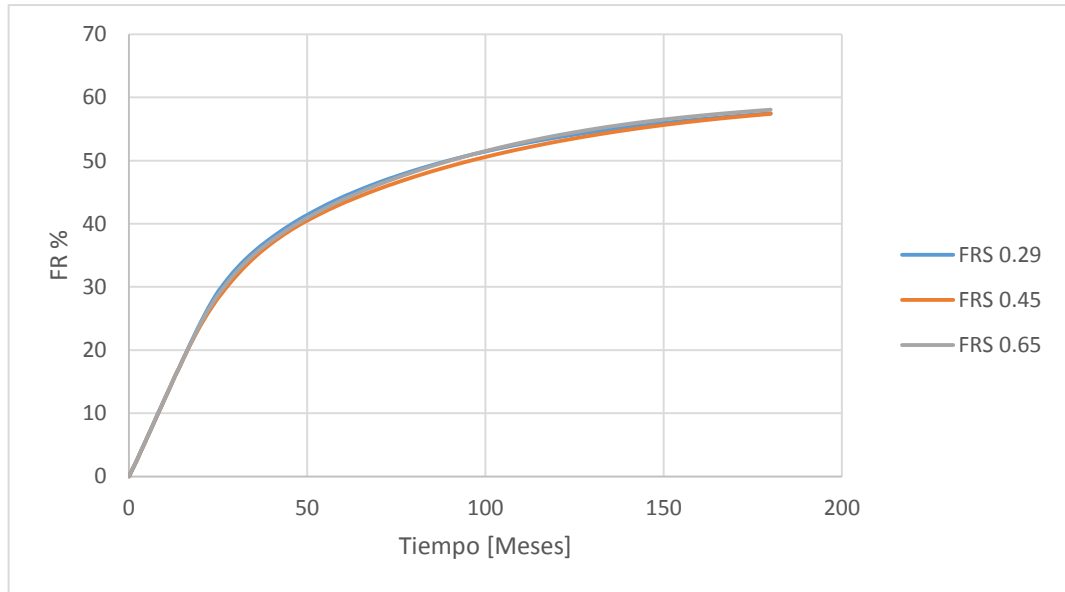
El grado de heterogeneidad del yacimiento del caso base es de un coeficiente de Dykstra Parsons de 0.45. Este coeficiente se varió de 0.29 a 0.65 con el fin de analizar el efecto de la variación de la permeabilidad en el factor de recobro y las tasas de producción en Dykstra Parsons y la simulación. Los resultados obtenidos se muestran en la tabla 36.

**Tabla 36.** Datos obtenidos sensibilización Coeficiente DP

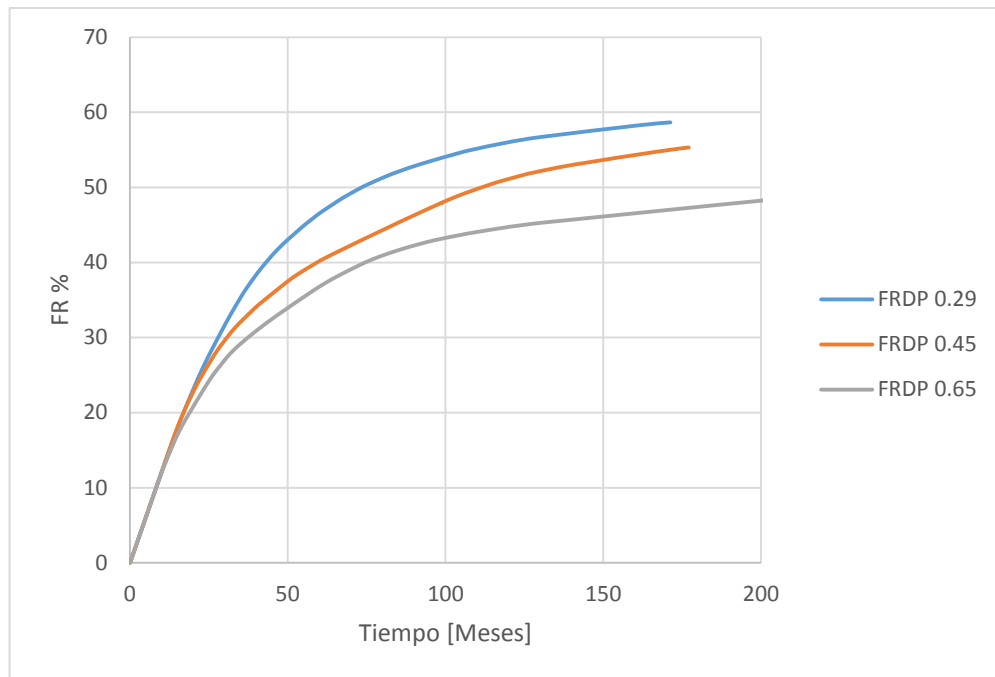
<b>Coeficiente DP</b>	<b>tr simulación [meses]</b>	<b>tr DP [meses]</b>	<b>FR simulación [%]</b>	<b>FR DP [%]</b>
<b>0.29</b>	15	14.73	57.49	58.65
<b>0.45</b>	13.4	14.77	57.38	55.31
<b>0.65</b>	13	10.52	58.05	49.3

Al analizar el efecto de la heterogeneidad, se observa que el factor de recobro en la simulación numérica de yacimientos difiere muy poco de un coeficiente de variación a otro. Por el contrario el coeficiente de variación de permeabilidad afecta el modelamiento por Dykstra Parsons, y observan 3 comportamientos de factor de recobro diferentes para cada uno de los coeficientes analizados. La similitud obtenida en los factores de recobro para los tres casos en la simulación numérica, se debe a que al avanzar el frente de agua por el yacimiento estratificado, tiende a formar un frente homogéneo en la parte inferior del yacimiento, causado por las fuerzas gravitacionales presentes en el yacimiento, y el flujo entre capas.

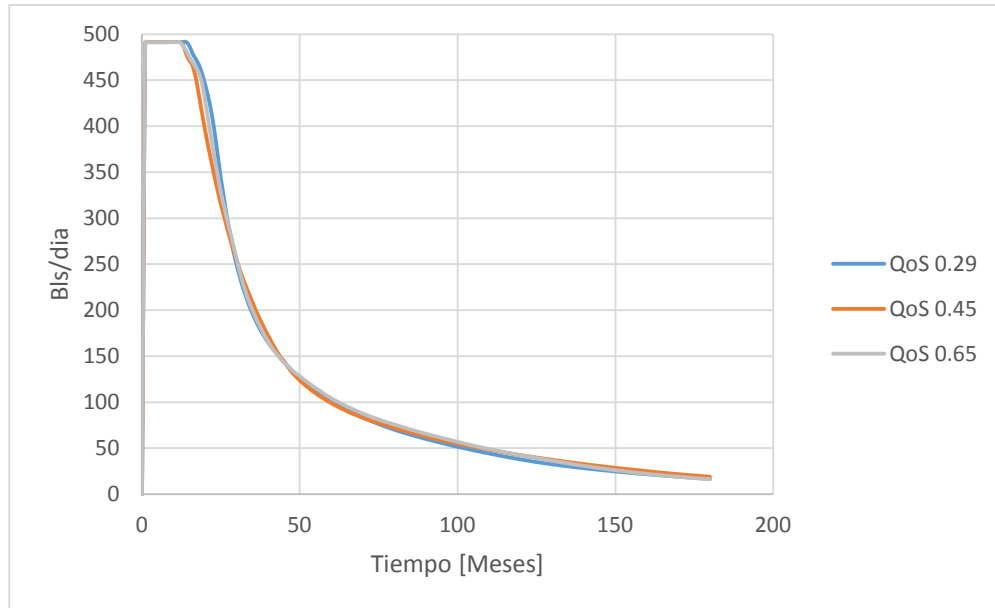
**Figura 104.** Análisis de sensibilidad Coeficiente de variación de la permeabilidad factor de recobro simulación.



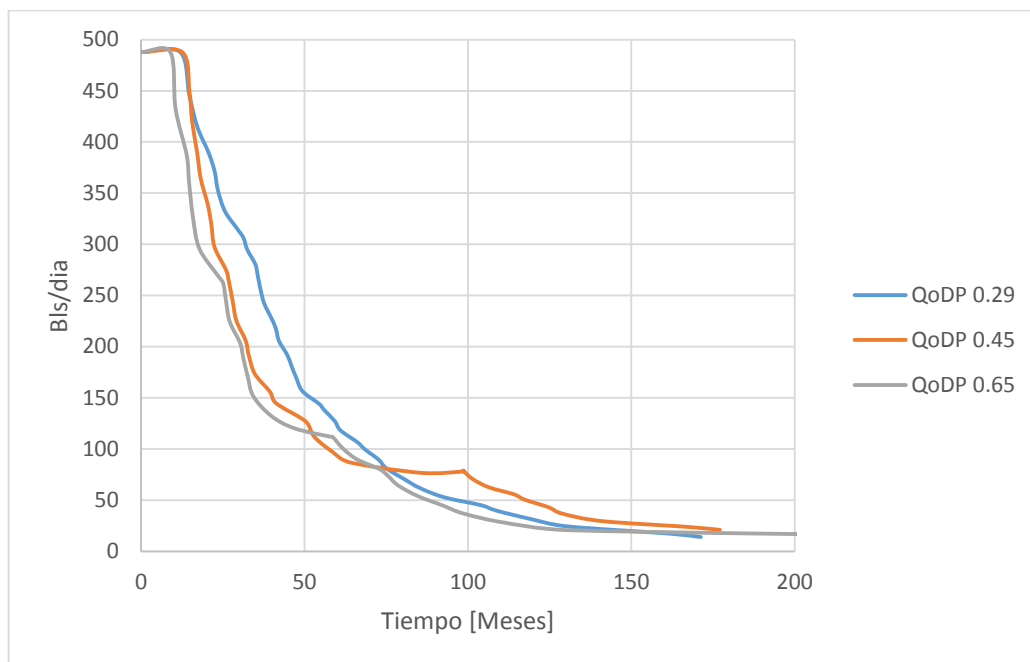
**Figura 105.** Análisis del factor de recobro, sensibilidad coeficiente de variación de la permeabilidad, Dykstra-Parsons.



**Figura 106.** Análisis de la producción de aceite, sensibilidad coeficiente de variación de la permeabilidad, simulación numérica.



**Figura 107.** Análisis de la producción de aceite, sensibilidad coeficiente de variación de la permeabilidad, Dykstra-Parsons.'



En cuanto a los valores del tiempo de ruptura, al aumentar el grado de heterogeneidad en el yacimiento, el tiempo de ruptura disminuye levemente en la simulación numérica; mientras en el modelamiento analítico el tiempo de ruptura no presenta un comportamiento creciente o decreciente al aumentar o disminuir el coeficiente de variación de la permeabilidad. Esto se debe a que el tiempo de ruptura depende solo de la capa de mayor permeabilidad del yacimiento y no del coeficiente de variación de permeabilidad en sí. Es decir si tenemos un yacimiento con un bajo coeficiente de Dykstra Parsons con una capa de una permeabilidad de 1000 md y otro con un coeficiente Dykstra Parsons alto cuya capa de máxima permeabilidad es 500 md, se alcanzara el tiempo de ruptura en el yacimiento de menor coeficiente de Dykstra Parsons ya que este posee la capa con la mayor permeabilidad. Las producciones de agua y aceite en la simulación numérica son razonablemente parecidas, lo que explica el factor de recobro, mientras que en el modelamiento analítico poseen comportamientos diferenciados entre un coeficiente de variación de permeabilidad y otro.

### 5.3. ANÁLISIS DE SENSIBILIDAD STILES

Stiles define la heterogeneidad del sistema, mediante el uso del coeficiente de Lorenz. En la tabla 37 se observan los valores de coeficiente de Lorenz correspondientes a los valores de coeficiente de variación de la permeabilidad definidos para Dykstra-Parsons

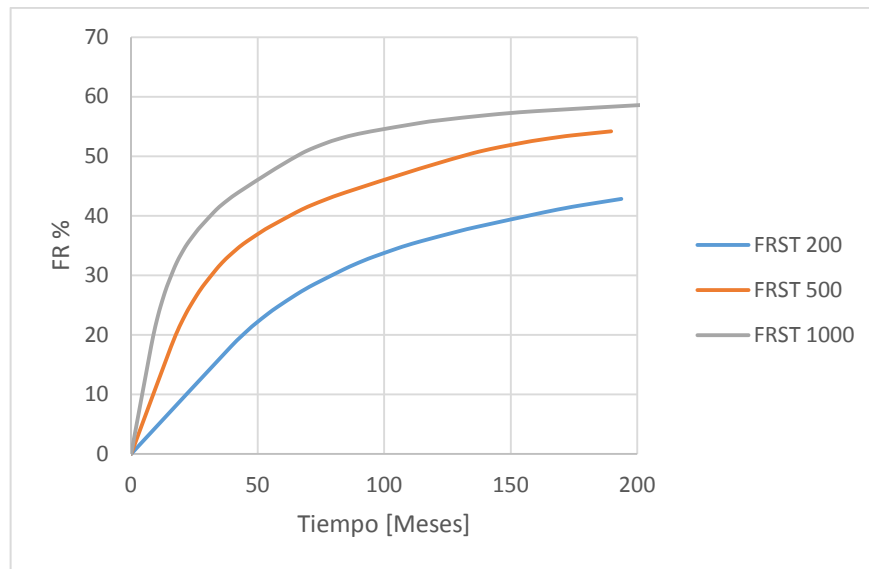
**Tabla 37.** Valores de sensibilización en los modelos heterogéneos (Coef. Lorenz).

Tasa [bls/día]	[API]	Coeficiente de Lorenz
200	20	0.19
<b>500</b>	<b>25</b>	<b>0.3</b>
1000	35	0.4

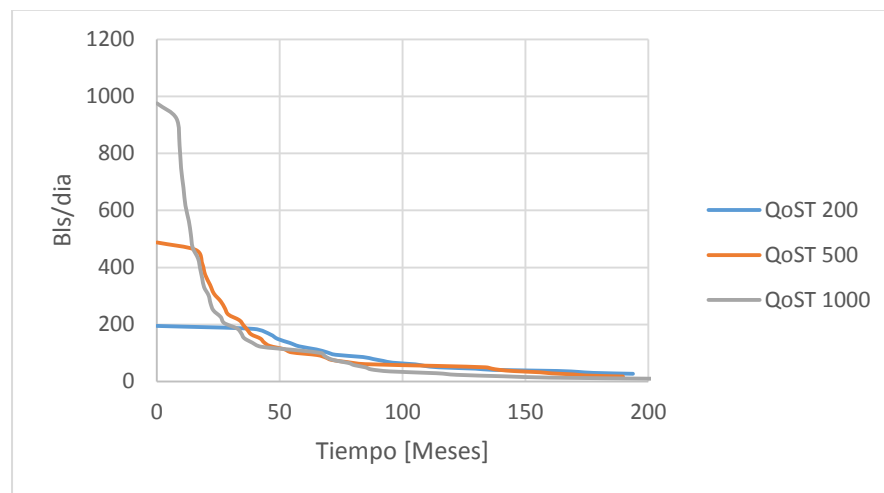
### 5.3.1. Análisis de sensibilidad a la tasa de inyección.

Para el análisis de sensibilidad por tasa de inyección se modeló el método bajo tres valores de tasa de inyección entre 200 y 1000 barriles por día. Los resultados se muestran en las figuras 119 y 120.

**Figura 108.** Análisis del factor de recobro, sensibilidad tasa de inyección, Stiles



**Figura 109.** Análisis de la tasa de producción de aceite, sensibilidad tasa de inyección, Stiles



**Tabla 38.** Datos obtenidos sensibilización tasa ST

<b>Tasa de inyección [Bls/día]</b>	<b>tr simulación [meses]</b>	<b>tr ST [meses]</b>	<b>FR simulación [%]</b>	<b>FR ST [%]</b>
200	29	39	46.05	42.83
500	13	15.78	57.38	54.18
1000	7	7.89	59.60	58.64

Un análisis de sensibilidad de tasa de inyección indica que al aumentar la tasa de inyección los factores de recobro tanto en el modelo analítico, como en el modelo de simulación aumenta. En cuanto a las tasas de producción se observan tasas de producción de aceite altas cuando las tasas de inyección son altas, sin embargo los tiempos de ruptura disminuyen al aumentar la tasa. Es importante notar que al aumentar la tasa de inyección los valores de factor de recobro y tiempo de ruptura en el modelo analítico y la simulación son muy similares. Esto se explica debido a que al aumentar la tasa de inyección, la velocidad del frente de agua en cada capa se hace mayor disminuyendo el flujo entre capas y los efectos gravitacionales en los modelos de simulación asemejándose a la suposición propuesta por Stiles.

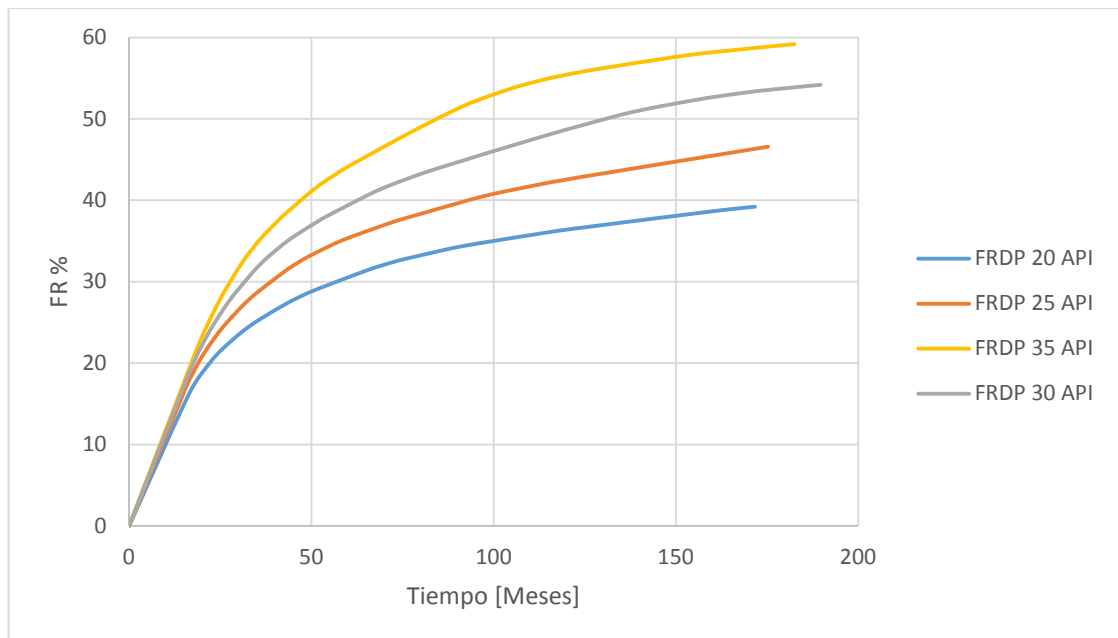
### **5.3.2 Análisis de sensibilidad API**

Para el análisis de la sensibilidad de la calidad del crudo los valores de API se variaron de 20 API a 35 API. Los resultados obtenidos se muestran a continuación:

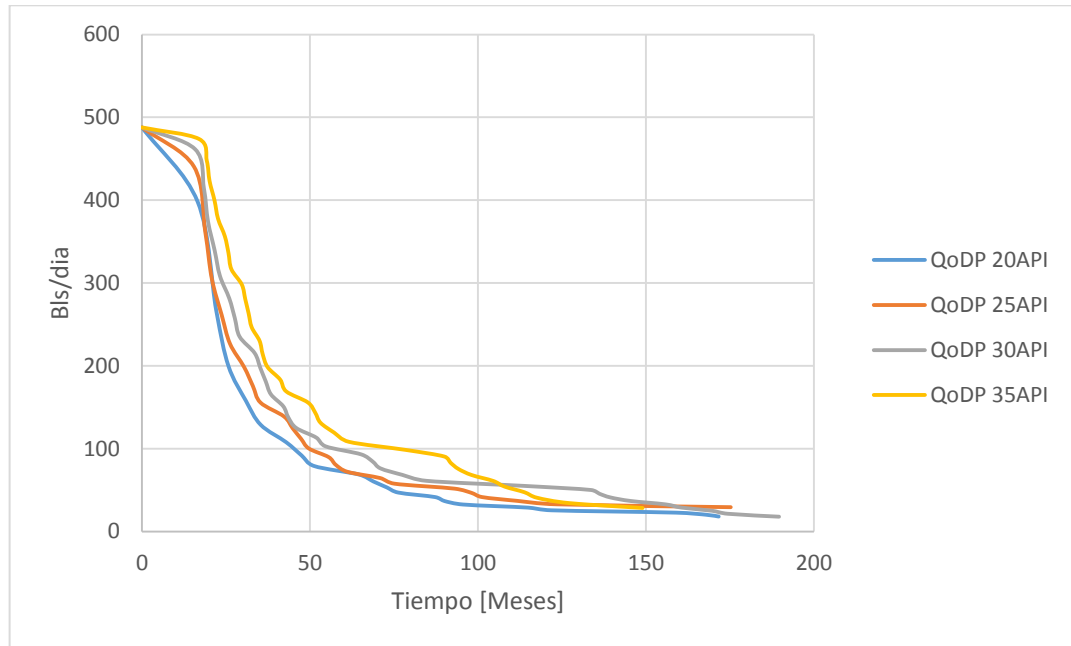
**Tabla 39.** Datos obtenidos sensibilización API ST

API	tr simulación [meses]	tr ST [meses]	FR simulación [%]	FR ST [%]
20	7 meses	15 meses	40.6%	39.2%
25	10 meses	15.43 meses	50.6%	46.57%
30	13 meses	15.78 meses	57.3%	54.18%
35	19 meses	16.96 meses	60.6%	59.18%

**Figura 110.** Análisis del factor de recobro, sensibilidad API, Stiles.



**Figura 111.** Análisis de la producción de aceite, sensibilidad API, Stiles.



Al realizar un análisis de la sensibilidad de la gravedad API del crudo al disminuir la gravedad API del mismo los factores de recobro para tanto la simulación como el modelo analítico disminuyen, así como los tiempos de ruptura disminuyen también. Por otra parte al aumentar la calidad del crudo se obtienen mayores factores de recobro en ambos casos, así como también se aumentan los tiempos de ruptura en la simulación y Stiles. Un comportamiento que diferencia al modelo analítico de la simulación, a bajas gravedades API es que la pendiente de la línea de factor de recobro antes de ruptura difiere en el método analítico y la simulación para explicar este comportamiento se analizó la tasa de producción de aceite antes de ruptura y se observa que la producción de aceite en la simulación numérica es afectada por el tiempo de respuesta del yacimiento a la inyección, así como el fenómeno de digitación viscosa que no permite la estabilización de la tasa de producción de aceite antes de llegar a ruptura.

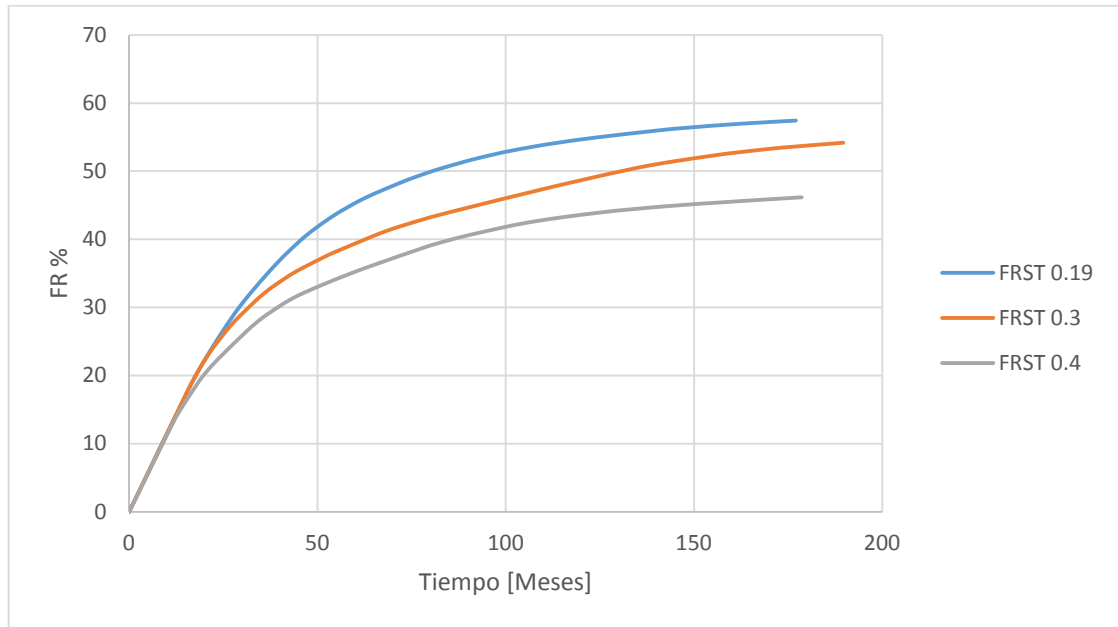
Por su parte la tasa de producción en Stiles presenta un comportamiento decreciente desde el inicio de la inyección. Por otra parte el factor de recobro y el tiempo de ruptura tienden a ser similar tanto en la simulación numérica como en el método de Stiles al aumentar la gravedad API del crudo.

### 5.3.3 Análisis de sensibilidad coeficiente de Lorentz

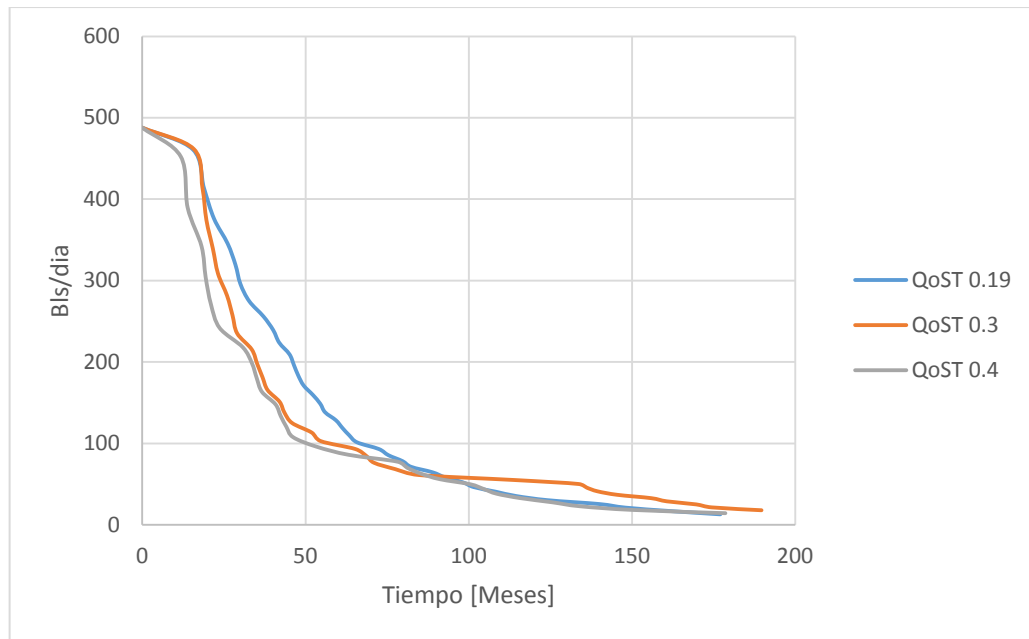
**Tabla 40.** Datos obtenidos sensibilización Coeficiente Lorentz ST

Coeficiente de Lorentz	tr simulación [meses]	tr ST [meses]	FR simulación [%]	FR ST [%]
0.19	15	15.48	57.4	57.43
0.3	14	16.78	57.3	54.18
0.4	13	11.76	58.05	46.17

**Figura 112.** Análisis del factor de recobro, sensibilidad coeficiente de Lorentz Stiles.



**Figura 113.** Análisis de la producción de aceite, sensibilidad coeficiente de Lorentz Stiles.



Al realizar un análisis de la sensibilidad del efecto de la variación de la permeabilidad en la inyección se observa que tanto como para el modelo analítico como para la simulación, el factor de recobro disminuye levemente al aumentar la heterogeneidad del yacimiento. Así mismo el tiempo de ruptura de la simulación disminuye levemente al aumentar la heterogeneidad del yacimiento.

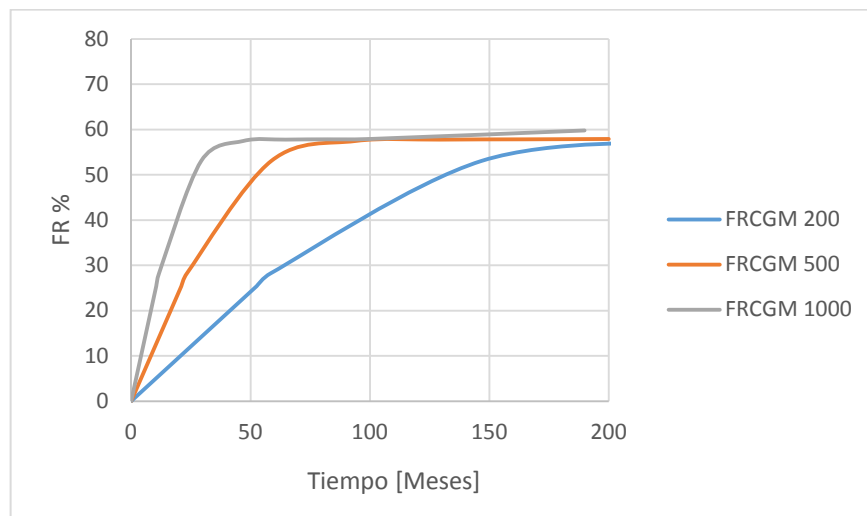
Por otra parte el factor de recobro en la simulación como se explicó en el análisis de sensibilidad de Dykstra Parsons no se ve altamente afectado por la variación de la permeabilidad, mientras el modelo analítico si es sensible a la variación de este parámetro. Los tiempos de ruptura tanto en el modelo de Stiles como en el modelo de Dykstra Parsons dependen de la capa de mayor permeabilidad en el yacimiento, así como de aquella que posea un mayor espesor (capacidad).

## 5.4 ANÁLISIS DE SENSIBILIDAD CGM

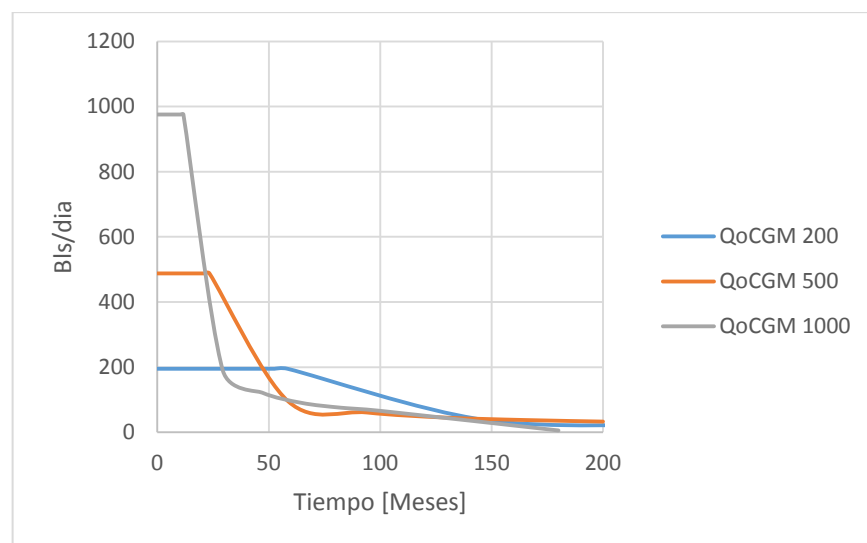
### 5.4.1 Análisis de sensibilidad tasa de inyección

Para el análisis de la sensibilidad de la tasa de inyección, se modelaron las tasas de 200, 500 y 1000 Bls/día respectivamente.

**Figura 114.** Análisis del factor de recobro, sensibilidad tasa de inyección CGM.



**Figura 115.** Análisis de la producción de aceite, sensibilidad tasa de inyección CGM.



**Tabla 41.** Datos obtenidos sensibilización tasa de inyección CGM.

<b>Tasa de Inyección [Bls/día]</b>	<b>tr simulación [meses]</b>	<b>tr CGM [meses]</b>	<b>FR simulación [%]</b>	<b>FR CGM [%]</b>
<b>200</b>	65	58.41	45.33	54.74
<b>500</b>	17	35.96	53.62	57.82
<b>1000</b>	10	17.98	56.62	59.78

Al realizar un análisis del comportamiento obtenido, se observa que a bajas tasas de inyección, los tiempos de ruptura calculados por CGM se ajustan más a los calculados por simulación numérica. En cuanto al valor del factor de recobro, para los tres casos, el modelo analítico tiende a estabilizar su factor de recobro en valores entre el 55% y el 60%; y puede suponerse que con el tiempo el valor de recobro final para todas las tasa será el mismo.

En cuanto a la tasa de producción de aceite, el comportamiento general es similar al calculado por Buckley-Leverett. Sin embargo el abrupto descenso en la producción observado en BL no es tan marcado en CGM. Esto se debe a que este modelo tiene en cuenta el término de eficiencia areal en los cálculos, ajustándose más a la simulación numérica y al proceso real.

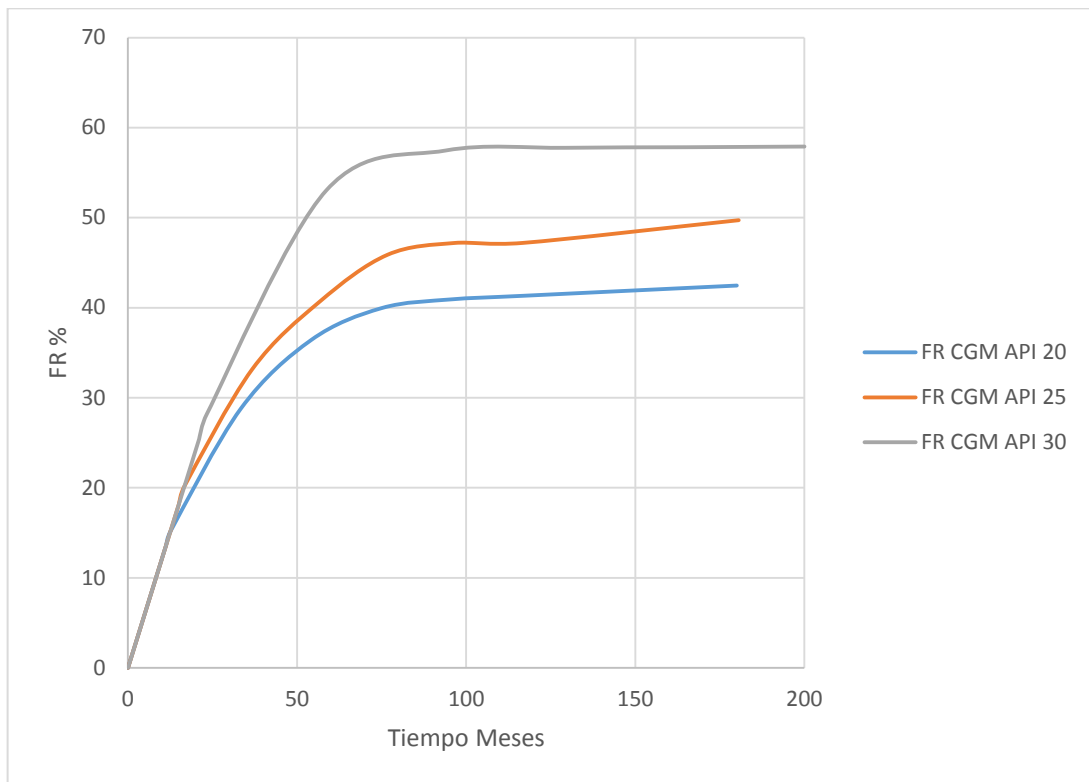
#### **5.4.2 Análisis de sensibilidad API**

Para el análisis del efecto de la viscosidad del crudo se variaron los valores de API del crudo entre 20 y 30. Los resultados obtenidos se muestran en la tabla 42.

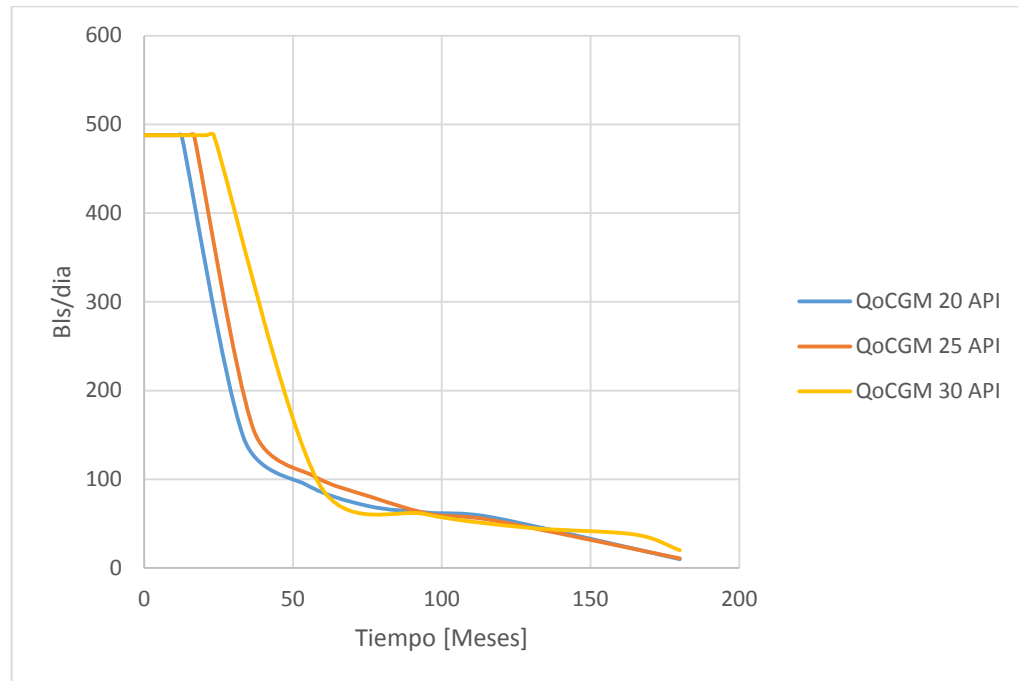
**Tabla 42.** Datos obtenidos sensibilización API, CGM

API	tr simulación [meses]	tr CGM [meses]	FR simulación [%]	FR CGM [%]
20	12	12.52	39.47	42.56
25	15	16.7	47.51	49.72
30	20	23.36	52.89	57.94

**Figura 116.** Análisis del factor de recobro, sensibilidad API CGM.



**Figura 117.** Análisis de la producción de aceite, sensibilidad API CGM.



Al evaluar el efecto de la viscosidad del crudo en la predicción de la inyección de agua, se observa como el factor de recobro disminuye al aumentar la viscosidad del crudo. El factor de recobro en CGM sigue siendo mayor a la simulación; y puede observarse una marcada diferencia en los factores de recobro finales para los tres valores de viscosidad. En cuanto a la tasa de inyección el comportamiento general es el mismo tanto en simulación como en modelo analítico marcados por una estabilización de la tasa antes de ruptura y un posterior descenso en la producción, cuando el frente de llega al pozo productor

### 5.4.3. Análisis de sensibilidad permeabilidad

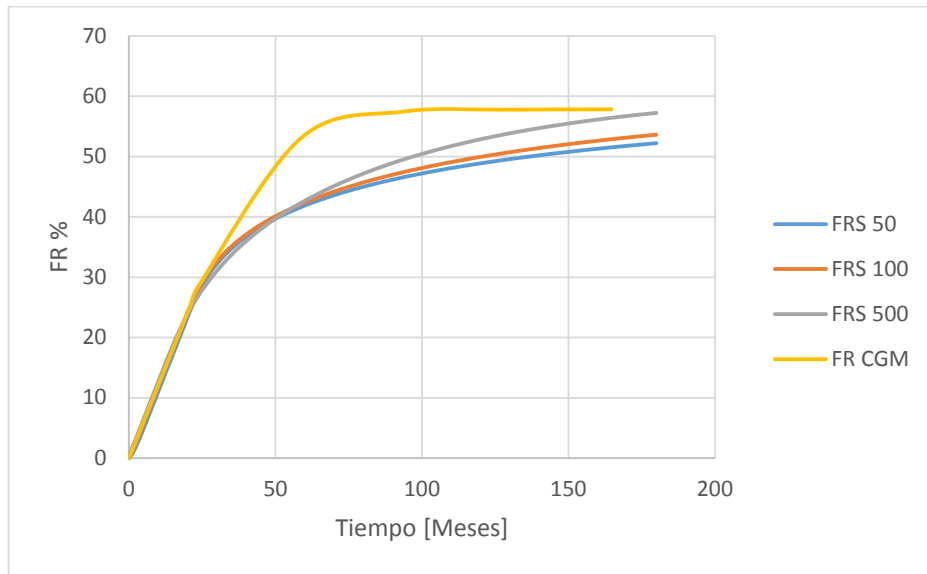
El modelo analítico de Craig-Geffen-Morse, se ve afectado por la permeabilidad de la formación, y esto se ve reflejado en las tasas de inyección calculadas por el método. Sin embargo en este caso de sensibilización la tasa se ha mantenido constante, por lo que la permeabilidad no afecta el comportamiento de la inyección, de manera similar a lo ocurrido con Buckley-Leverett. Por esta razón la sensibilización se llevó a cabo en el modelo de simulación, con el objetivo de determinar el valor de permeabilidad que más se ajuste al comportamiento determinado por CGM. Los resultados obtenidos se muestran en la tabla 43.

**Tabla 43.** Resultados análisis de sensibilidad a la permeabilidad CGM

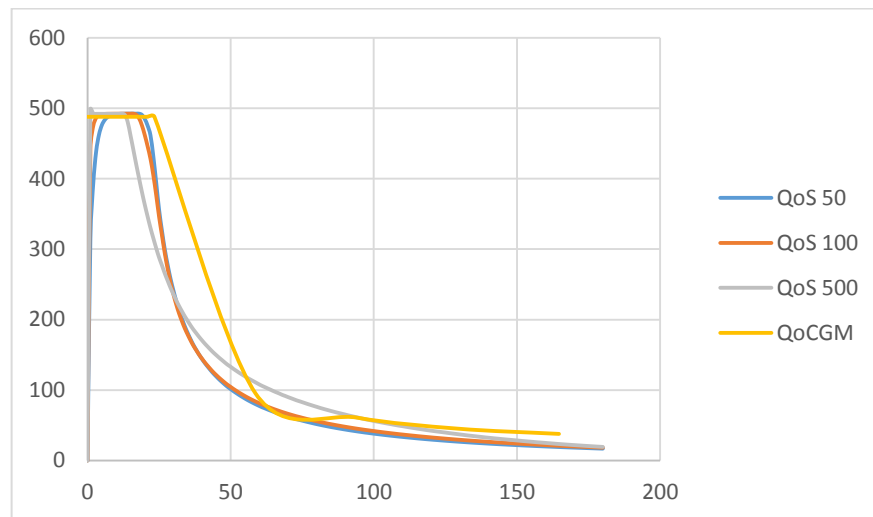
<b>Permeabilidad [md]</b>	<b>tr simulación [meses]</b>	<b>tr CGM [meses]</b>	<b>FR simulación [%]</b>	<b>FR CGM [%]</b>
<b>50</b>	21	23.36	51.77	57.82
<b>100</b>	20	23.36	52.89	57.82
<b>500</b>	17	23.36	56.73	57.82

Mediante el análisis del factor de recobro, se concluye que el comportamiento predicho por CGM se ajusta más a la simulación cuando la permeabilidad de la formación es alta. En cuanto a las tasa de producción, el comportamiento antes de ruptura es el mismo para todos los casos, diferenciados por los tiempos de ruptura.

**Figura 118.** Análisis del factor de recobro, sensibilidad permeabilidad CGM.



**Figura 119.** Análisis de la producción de aceite, sensibilidad permeabilidad CGM.



## 6. CONCLUSIONES

El uso de modelos de predicción analítica en procesos de inyección de agua, constituye una herramienta práctica de predicción; sin embargo la cantidad de suposiciones de los modelos y la complejidad de los procesos físicos reales, hacen de su aplicación limitada, en comparación con otras herramientas como la simulación numérica.

El tiempo de ruptura en los modelos de predicción que incluyen el término de eficiencia areal, es considerablemente menor al de aquellos modelos que no incluyen este término entre sus cálculos. Además el comportamiento en estos modelos se acerca más al obtenido con simuladores numéricos de yacimientos.

Los resultados obtenidos mediante el uso de modelos analíticos que asumen el yacimiento de forma estratificada, se ajustaron de la forma más adecuada a los resultados obtenidos mediante la simulación. Esto se debe a que el cálculo de la eficiencia vertical en el yacimiento para los dos métodos heterogéneos analizados, se acerca más a la eficiencia vertical determinada mediante la simulación.

Se pudo comprobar que para determinadas condiciones, los resultados obtenidos mediante simulación numérica se asemejan más a los obtenidos con los modelamientos analíticos. Altos valores de API, altas tasa de inyección y bajos valores de heterogeneidad ajustan mejor los resultados obtenidos en los modelos analíticos con la simulación numérica

Bajas tasas de inyección, crudos con alta viscosidad y yacimientos heterogéneos, influyen de forma negativa no solo en el comportamiento general de cualquier inyección de agua convencional, sino también en los resultados obtenidos, en los modelos analíticos de predicción estudiados en el desarrollo de la presente tesis de investigación.

## 7. RECOMENDACIONES

- Desarrollar un estudio de los resultados obtenidos mediante el modelamiento analítico y simulación numérica, al realizar una variación del tipo de arreglo de pozos en procesos de inyección de agua.
- Desarrollar un estudio de los resultados obtenidos mediante el modelamiento analítico y simulación numérica, al realizar una variación del número de capas en procesos de inyección de agua.
- Desarrollar de un nuevo modelo analítico para la inyección de agua a partir de los valores de eficiencia areal y eficiencia vertical de los modelos que presentan el mejor comportamiento.

## BIBLIOGRAFÍA

ABERNATHY, Bobby. Waterflood Prediction Methods compared to pilot performance in Carbonate Reservoir. Pan American Petroleum corp. Fort Worth. 1964

BANZER, Carlos. Correlaciones Numericas P.V.T. Universidad del Zulia. 1996

BUCKLEY, S.E y LEVERETT, M.C. Mechanisms of Fluid Displacement in Sand, Trans., AIME .1942

CASTAÑEDA, Fabricio. CADENA, Marcos. SANCHEZ, David. Programa computacional para predecir el comportamiento de un yacimiento sometido a inyección de agua por el método de Craig, Geffen and morse. Escuela superior politécnica litoral. Guayaquil. 2012

CRAIG, F. GEFFEN T. MORSE R.A. Oil Recovery Performance of pattern gas or water injection operations from model tests, AIME. 1955

DE LA CRUZ, V. SPANOS T.J.T. HUBE J. An analysis of Buckley-Leverett theory. University of Alberta. 19869

DIAZ, Arnaldo. Generalized Correlations to estimate oil recovery and pore volumes injected in waterflooding projects. Texas A&M. 2010

DYKSTRA, H. PARSONS, R.L. The prediction of oil recovery by water flood. Secondary Recovery of Oil in the united states. API, New York city .1950

FITZMORRIS, Kelsey. PANDE. Effect of Crossflow on Sweep Efficiency in Water/Oil Displacements in Heterogeneous Reservoirs. SPE 24901. 1992.

FORREST, F. CRAIG Jr. Aspectos de la ingeniería de la inyección de agua. New York .1982.

GREEN, Don. WILLHITE, Paul. Enhanced Oil Recovery. Richardson, Texas. 1998

GUERRERO, E.T. Analysis and Comparison of Five methods Used to predict Waterflood Reserves and Performance. 1961

JOHNSON, Carl. Prediction of oil recovery by water flood- a simplified graphical treatment of the Dykstra-Parsons Method. California Research Corp. 1956

MOBARAK, Salem. Waterflooding Performance Using Dykstra-Parsons as Compared With numerical Model Performance. Texas A&M.SPE 5185. 1975

NORMAN, Chuck. Classic Waterflooding Predictive Models. Tiorco Inc. 2000

PARIS DE FERRER, Magdalena. Inyección de Agua y Gas en Yacimientos Petrolíferos. Segunda edición. Maracaibo. 2001

SATTER, Abdush. THAKUR, Ganesh. Integrated Petroleum Management. Tulsa, Oklahoma 1994.

SATTER, Abdush. THAKUR, Ganesh.. Integrated waterflood asset management. Tulsa, Oklahoma 1998.

SAAVEDRA, N.F. PERALTA, R.C. Distribution of Injected Water by Using CGM Method: A case of History in Palogrande-Cebu Field. DTH Ltda. SPE 81042. 2003

SNYDER, R.W. RAMEY, H.J. Application of Buckley-Leverett Displacement Theory to Noncommunicating Layered Systems. Gulf Research and development co. 1967

STILES, W. Use of permeability distribution in waterflood calculations, trans, AIME. 1949

WU, Ching. Waterflood performance Projection Using Classical Waterflood Models. Texas A&M U. SPE 18597.1988.

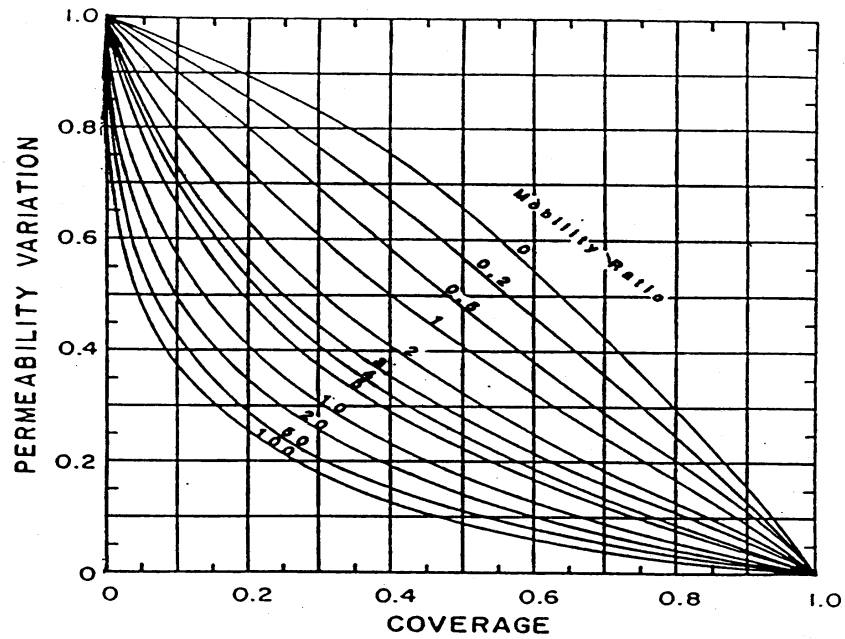
YATTE GARZON, Fabián Camilo. VILLAMIZAR BALLESTEROS, Ingrith Johana. Aplicación de pozos horizontales en procesos de inyección de agua mediante simulación numérica de yacimientos. Bucaramanga, Santander. 2008

# ANEXOS

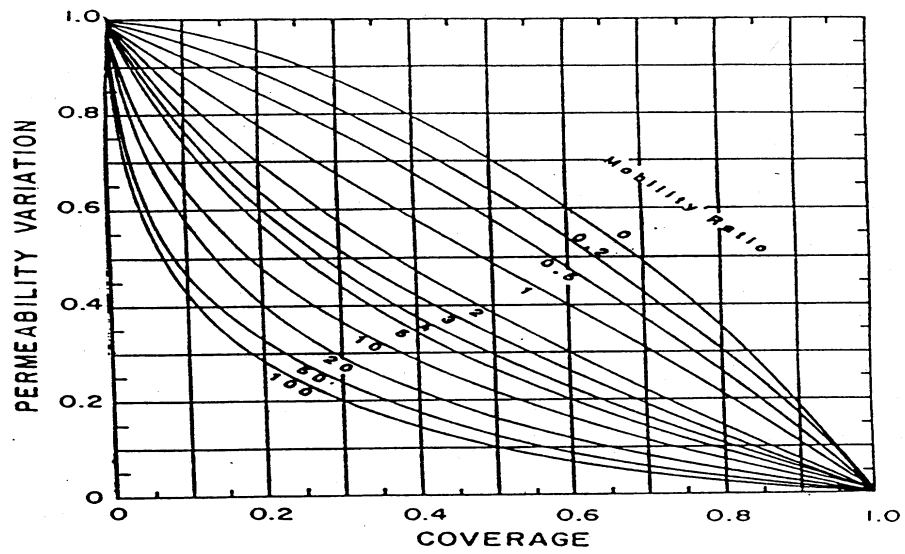
## ANEXO A

### “GRAFICAS PARA EL CÁLCULO DE LA EFICIENCIA AREAL Y VERTICAL A PARTIR DE DYKTRA PARSONS”

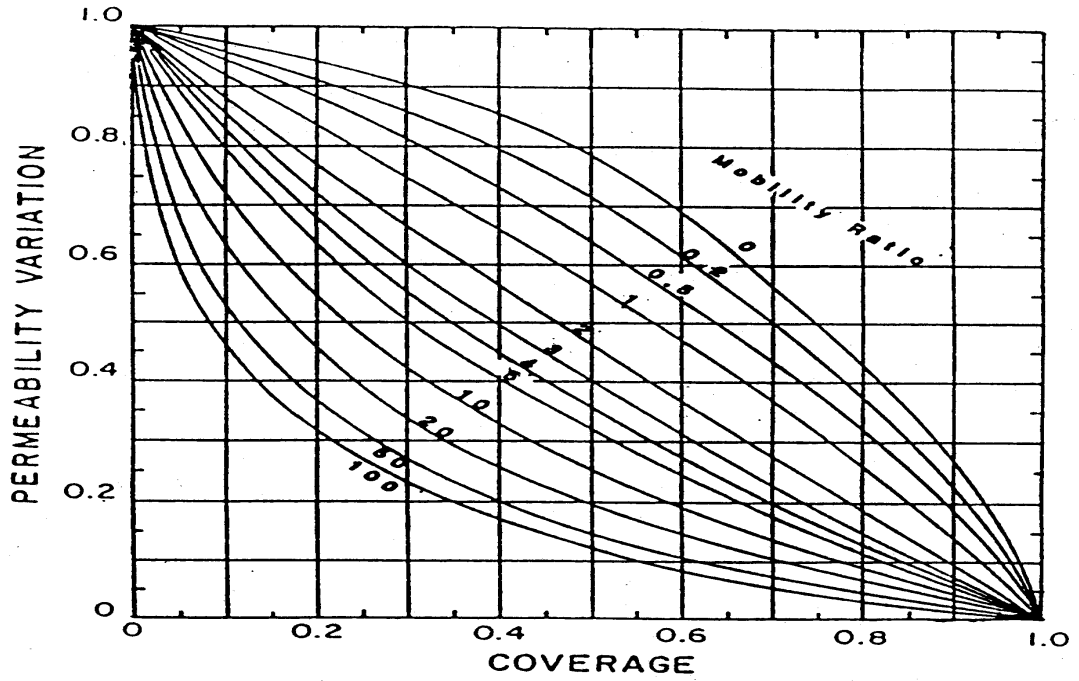
WOR = 0.25



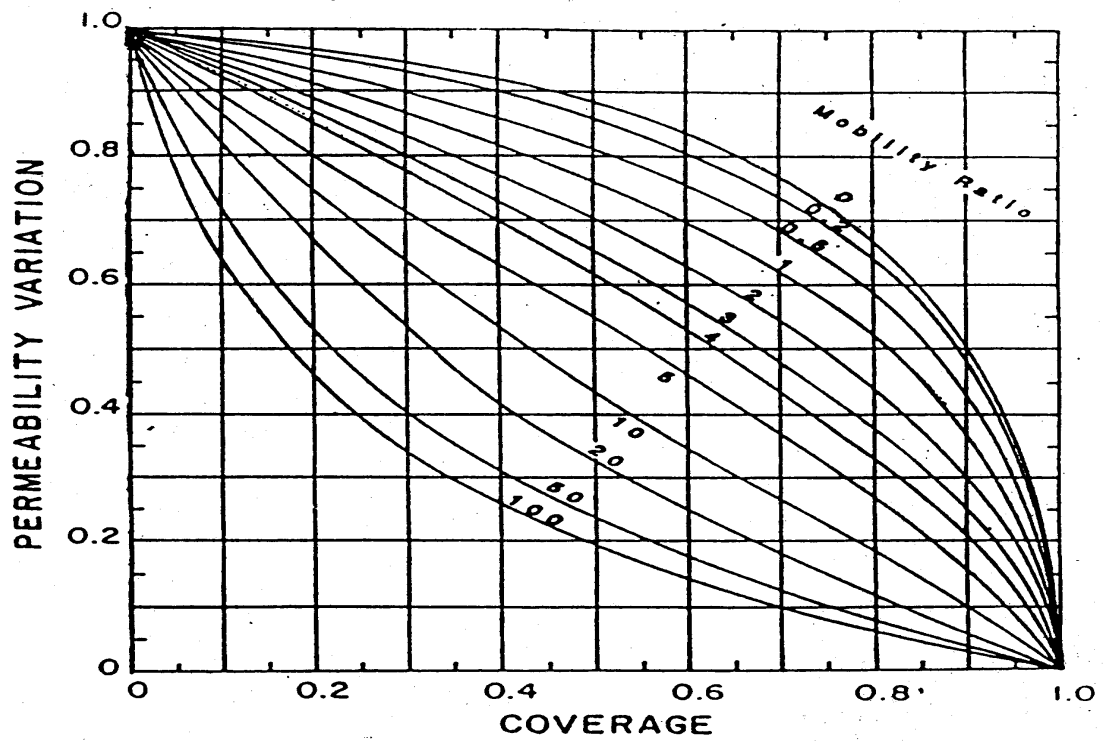
WOR = 0.5



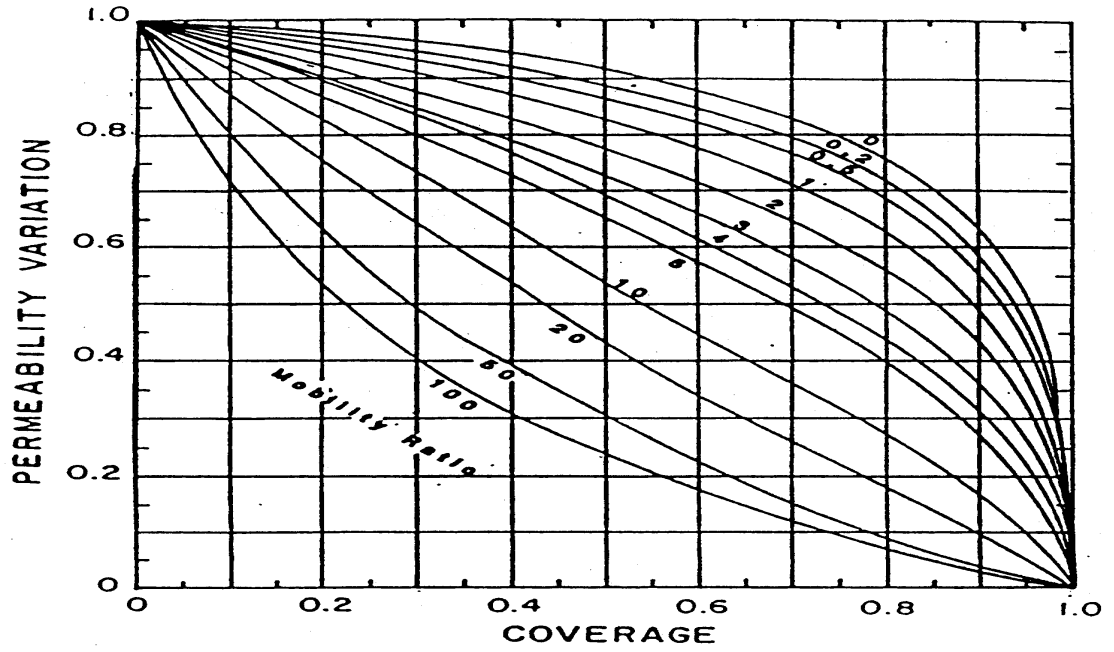
WOR = 1



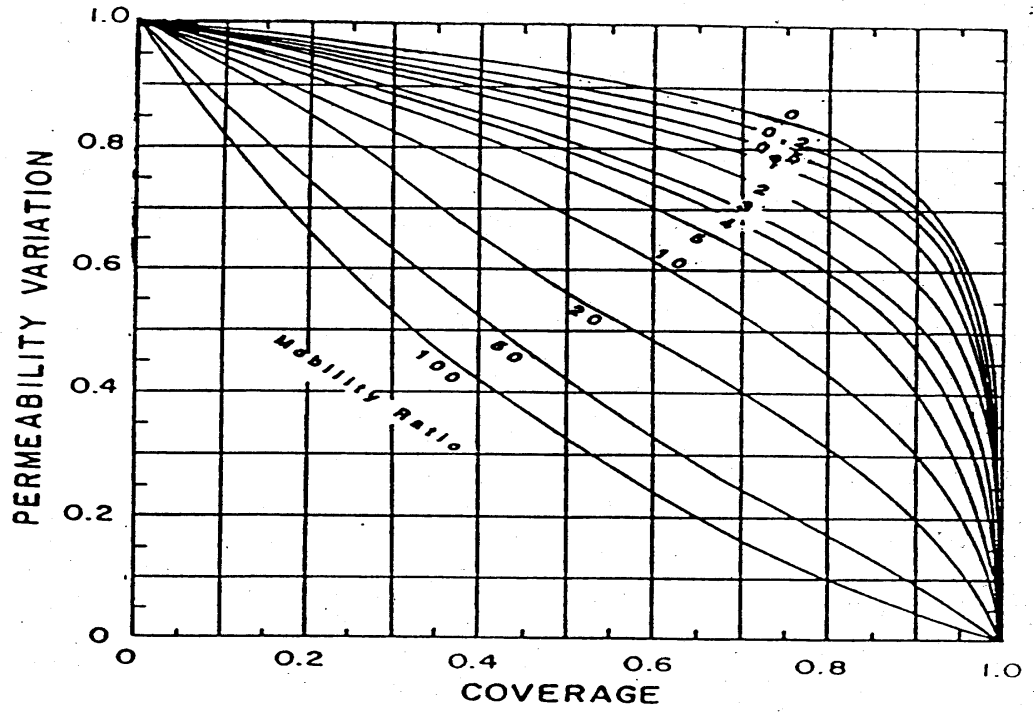
WOR = 5



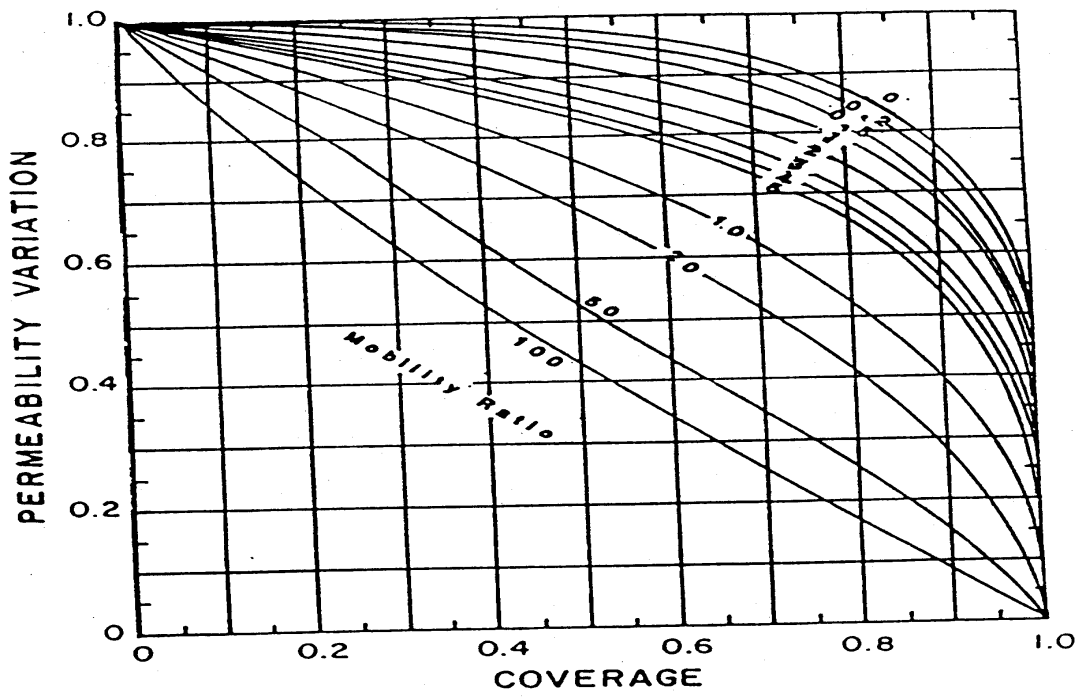
WOR = 10



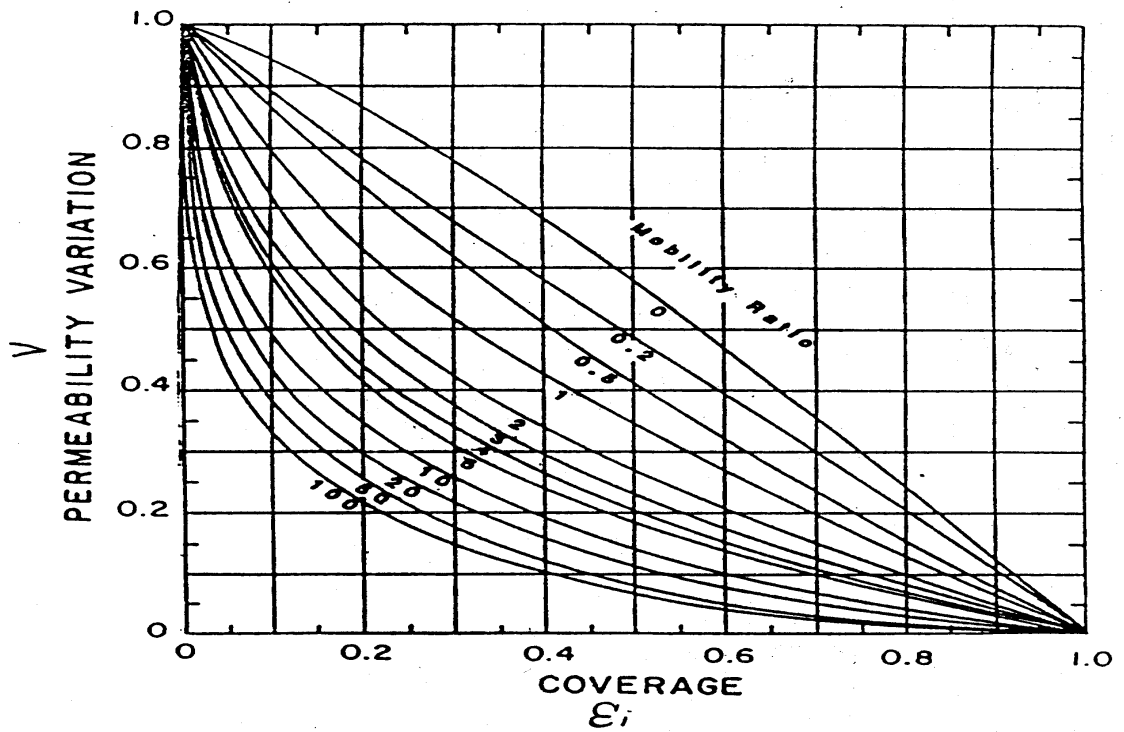
WOR = 25

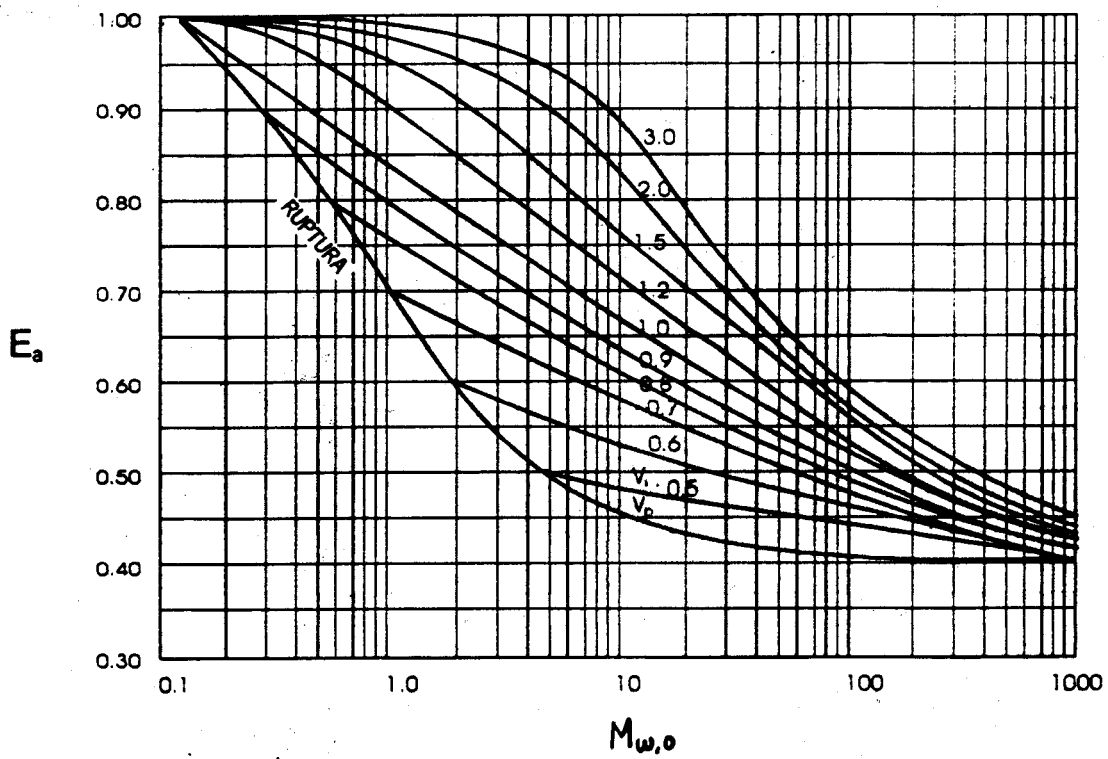
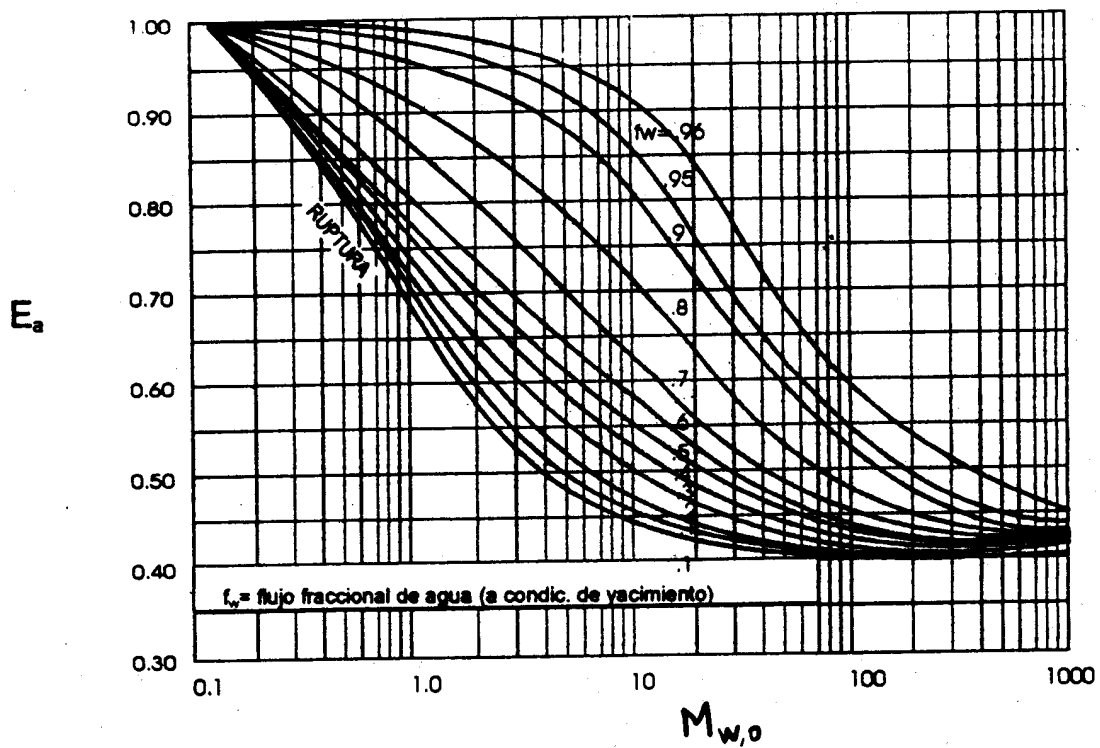


WOR = 50



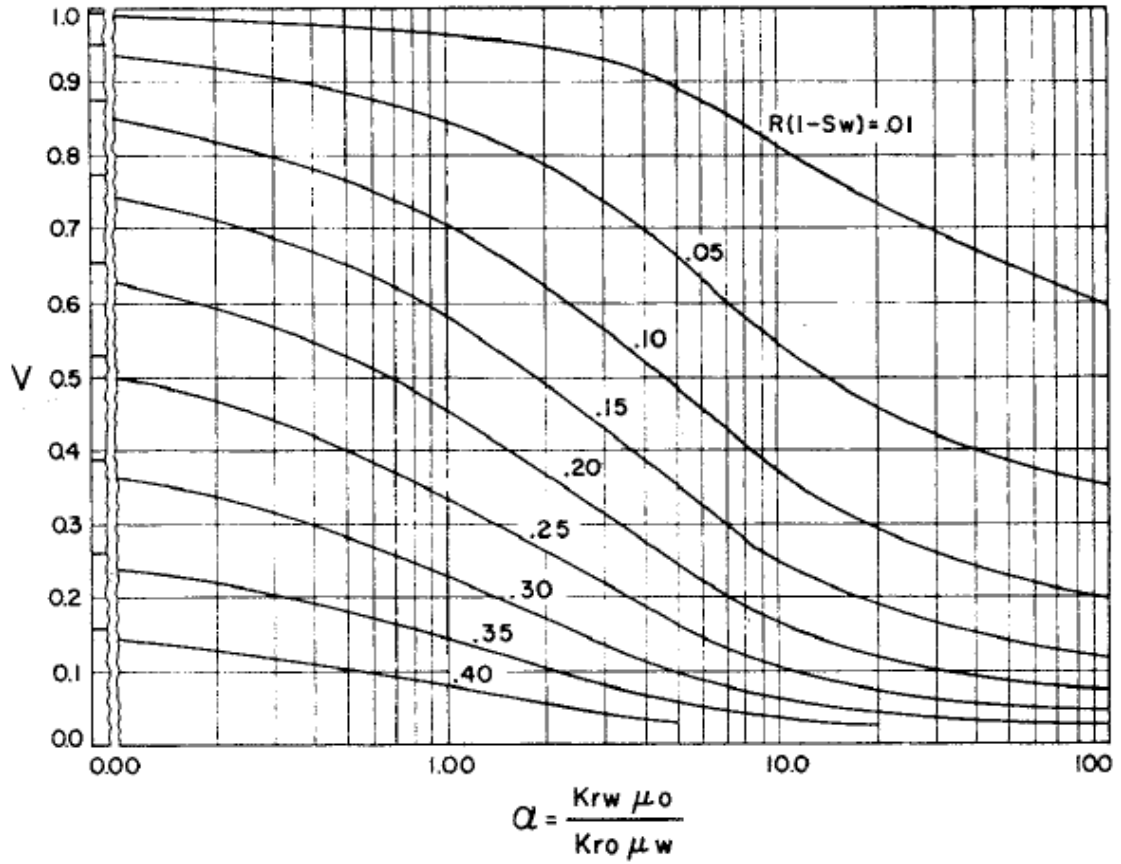
WOR = 0.1

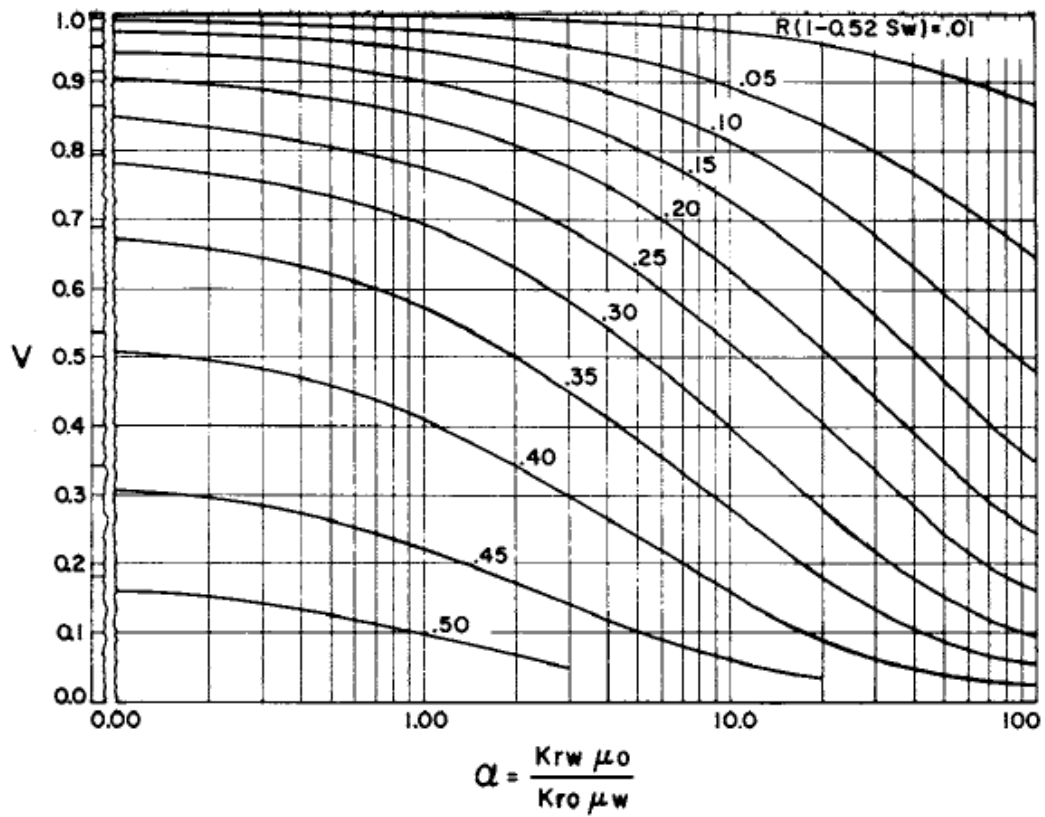
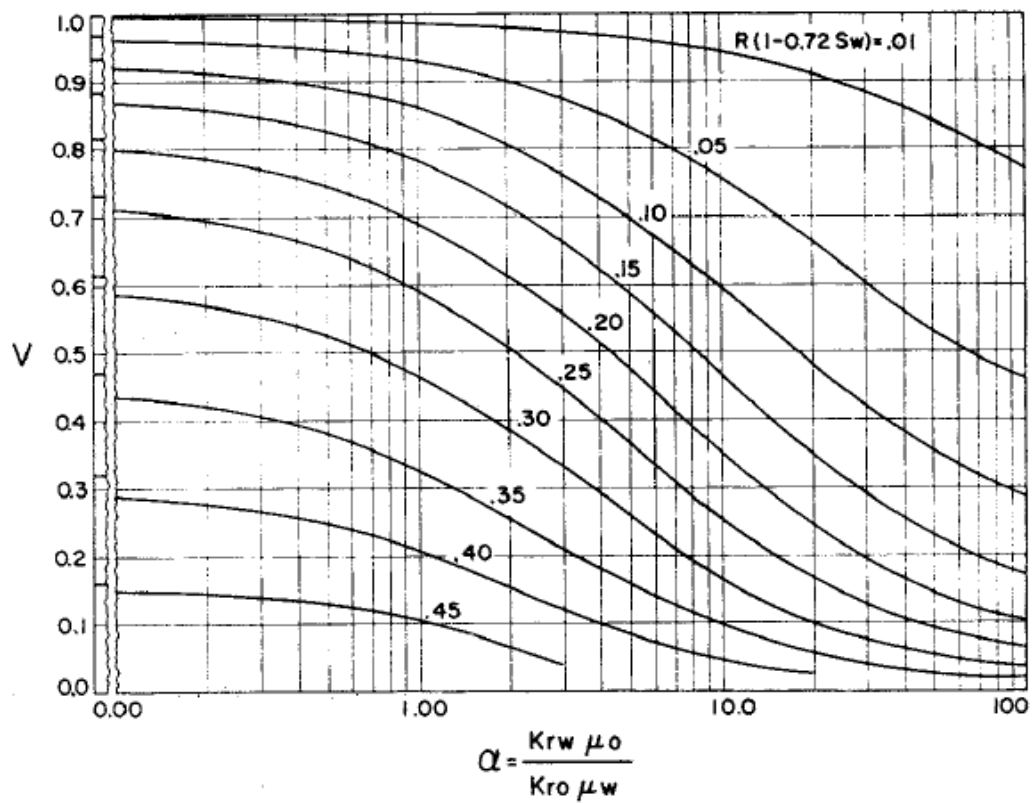


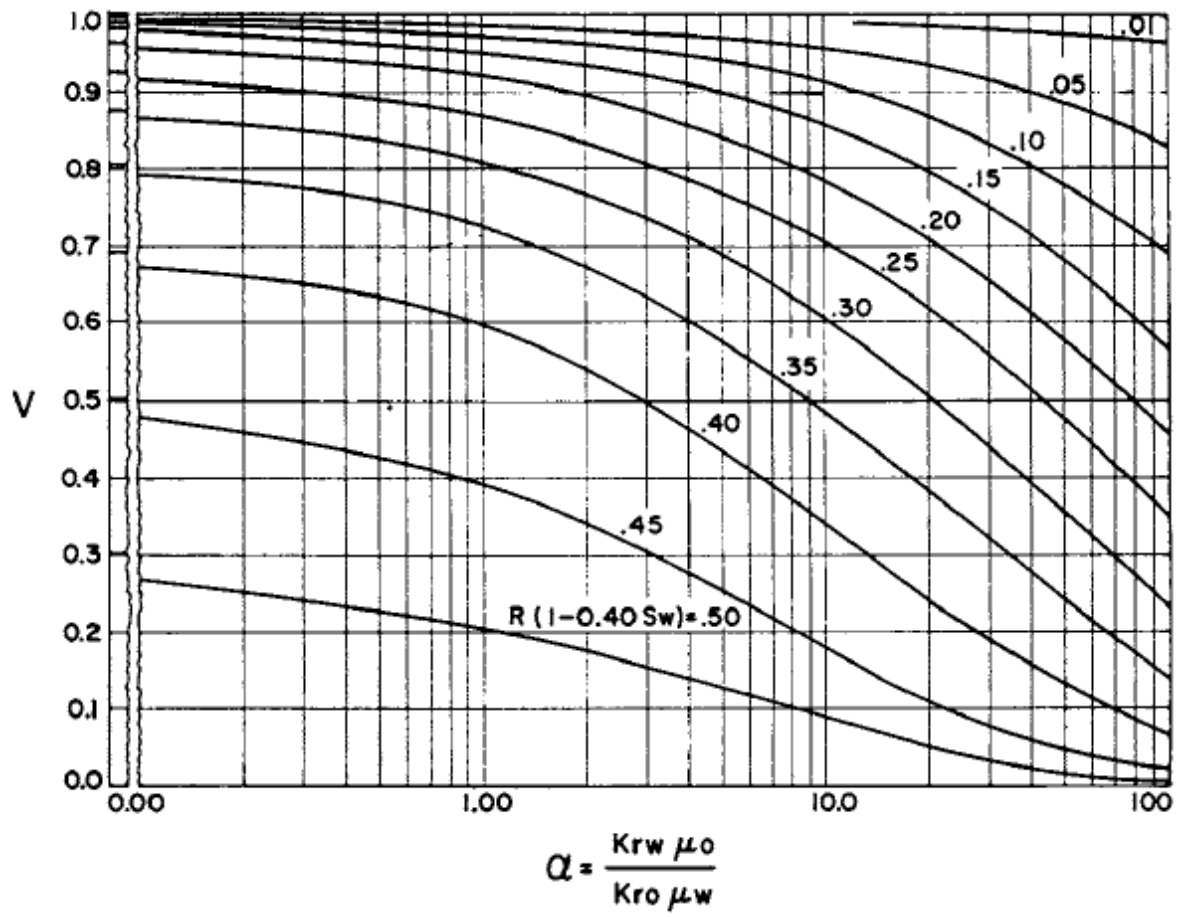


## ANEXO B

“GRAFICAS PARA EL CÁLCULO DE LA EFICIENCIA VERTICAL, MEDIANTE EL MÉTODO SIMPLIFICADO DE JOHNSON”







**ANEXO C**  
**“TABLA DE VALORES DE RELACIÓN DE VOLÚMENES POROSOS**  
**INYECTADOS CONTACTADOS EN FUNCIÓN DE LA RELACIÓN DE AGUA**  
**INYECTADA ACUMULADA”**

$\frac{W_i}{W_{iw}}$	$E_{ABT}, \%$									
	50	51	52	53	54	55	56	57	58	59
1,0	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000
1,2	1,190	1,191	1,191	1,191	1,191	1,191	1,191	1,191	1,192	1,192
1,4	1,365	1,366	1,366	1,367	1,368	1,368	1,369	1,369	1,370	1,370
1,6	1,529	1,530	1,531	1,532	1,533	1,535	1,536	1,536	1,537	1,538
1,8	1,684	1,686	1,688	1,689	1,691	1,693	1,694	1,696	1,697	1,699
2,0	1,832	1,834	1,837	1,839	1,842	1,844	1,846	1,849	1,851	1,853
2,2	1,974	1,977	1,981	1,984	1,987	1,990	1,993	1,996	1,999	2,001
2,4	2,111	2,115	2,119	2,124	2,127	2,131	2,135	2,139	2,142	2,146
2,6	2,244	2,249	2,254	2,259	2,264	2,268	2,273	2,277	2,282	2,286
2,8	2,373	2,379	2,385	2,391	2,397	2,402	2,407	2,413	2,418	2,422
3,0	2,500	2,507	2,513	2,520	2,526	2,533	2,539	2,545	2,551	2,556
3,2	2,623	2,631	2,639	2,646	2,653	2,660	2,667	2,674	2,681	2,687
3,4	2,744	2,752	2,761	2,770	2,778	2,786	2,793	2,801	2,808	2,816
3,6	2,862	2,872	2,881	2,891	2,900	2,909	2,917	2,926	2,934	2,942
3,8	2,978	2,989	3,000	3,010	3,020	3,030	3,039	3,048	3,057	3,066
4,0	3,093	3,105	3,116	3,127	3,138	3,149	3,159	3,169	3,179	3,189
4,2	3,205	3,218	3,231	3,243	3,254	3,266	3,277	3,288	3,299	3,309
4,4	3,316	3,330	3,343	3,357	3,369	3,382	3,394	3,406	3,417	3,428
4,6	3,426	3,441	3,455	3,469	3,483	3,496	3,509	3,521	3,534	3,546
4,8	3,534	3,550	3,565	3,580	3,594	3,609	3,622	3,636	3,649	
5,0	3,641	3,657	3,674	3,689	3,705	3,720	3,735			
5,2	3,746	3,764	3,781	3,798	3,814	3,830				
5,4	3,851	3,869	3,887	3,905	3,922					
5,6	3,954	3,973	3,993	4,011						
5,8	4,056	4,077	4,097							
6,0	4,157	4,179								
6,2	4,257									
Valores de $\frac{W_i}{W_{iw}}$ para los cuales $E_A = 100\%$										
	6,164	5,944	5,732	5,527	5,330	5,139	4,956	4,779	4,608	4,443

$\frac{W_i}{W_{av}}$	$E_{avr}, \%$									
	60	61	62	63	64	65	66	67	68	69
1,0	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000
1,2	1,192	1,192	1,192	1,192	1,192	1,192	1,193	1,193	1,193	1,193
1,4	1,371	1,371	1,371	1,372	1,372	1,373	1,373	1,373	1,374	1,374
1,6	1,539	1,540	1,541	1,542	1,543	1,543	1,544	1,545	1,546	1,546
1,8	1,700	1,702	1,703	1,704	1,706	1,707	1,708	1,709	1,710	1,711
2,0	1,855	1,857	1,859	1,861	1,862	1,864	1,866	1,868	1,869	1,871
2,2	2,004	2,007	2,009	2,012	2,014	2,016	2,019	2,021	2,023	2,025
2,4	2,149	2,152	2,155	2,158	2,161	2,164	2,167	2,170	2,173	2,175
2,6	2,290	2,294	2,298	2,301	2,305	2,308	2,312	2,315	2,319	2,322
2,8	2,427	2,432	2,436	2,441	2,445	2,449	2,453	2,457	2,461	2,465
3,0	2,562	2,567	2,572	2,577	2,582	2,587	2,592	2,597	2,601	2,606
3,2	2,693	2,700	2,705	2,711	2,717	2,723	2,728	2,733	2,738	2,744
3,4	2,823	2,830	2,836	2,843	2,849	2,855	2,862	2,867	2,873	
3,6	2,950	2,957	2,965	2,972	2,979	2,986	2,993			
3,8	3,075	3,083	3,091	3,099	3,107					
4,0	3,198	3,207	3,216	3,225						
4,2	3,319	3,329								
4,4	3,439									
Valores de $\frac{W_i}{W_{av}}$ para los cuales $E_A = 100\%$										
	4,285	4,132	3,984	3,842	3,704	3,572	3,444	3,321	3,203	3,088

$\frac{W_i}{W_{av}}$	$E_{avr}, \%$									
	70	71	72	73	74	75	76	77	78	79
1,0	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000
1,2	1,193	1,193	1,193	1,193	1,193	1,193	1,193	1,194	1,194	1,194
1,4	1,374	1,375	1,375	1,375	1,376	1,376	1,376	1,377	1,377	1,377
1,6	1,547	1,548	1,548	1,549	1,550	1,550	1,551	1,551	1,552	1,552
1,8	1,713	1,714	1,715	1,716	1,717	1,718	1,719	1,720	1,720	1,721
2,0	1,872	1,874	1,875	1,877	1,878	1,880	1,881	1,882	1,884	1,885
2,2	2,027	2,029	2,031	2,033	2,035	2,037	2,039	2,040	2,042	2,044

$\frac{W_i}{W_{av}}$	$E_{avr}, \%$									
	70	71	72	73	74	75	76	77	78	79
2,4	2,178	2,180	2,183	2,185	2,188	2,190	2,192	2,195	2,197	
2,6	2,325	2,328	2,331	2,334	2,337	2,340				
2,8	2,469	2,473	2,476	2,480						
3,0	2,610	2,614								
Valores de $\frac{W_i}{W_{av}}$ para los cuales $E_A = 100\%$										
	2,978	2,872	2,769	2,670	2,575	2,483	2,394	2,309	2,226	2,147

$\frac{W_i}{W_{av}}$	$E_{ABT}, \%$									
	80	81	82	83	84	85	86	87	88	89
1,0	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000
1,2	1,194	1,194	1,194	1,194	1,194	1,194	1,194	1,194	1,194	1,194
1,4	1,377	1,378	1,378	1,378	1,378	1,379	1,379	1,379	1,379	1,379
1,6	1,553	1,553	1,554	1,555	1,555	1,555	1,556	1,556	1,557	1,557
1,8	1,722	1,723	1,724	1,725	1,725	1,726	1,727	1,728		
2,0	1,886	1,887	1,888	1,890						
2,2	2,045									

Valores de  $\frac{W_i}{W_{av}}$  para los cuales  $E_A = 100\%$

2,070	1,996	1,925	1,856	1,790	1,726	1,664	1,605	1,547	1,492
-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------

$\frac{W_i}{W_{av}}$	$E_{ABT}, \%$									
	90	91	92	93	94	95	96	97	98	99
1,0	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000
1,2	1,194	1,195	1,195	1,195	1,195	1,195	1,195	1,195	1,195	1,195
1,4	1,380	1,380	1,380	1,380	1,381					
1,6	1,558									

Valores de  $\frac{W_i}{W_{av}}$  para los cuales  $E_A = 100\%$

1,439	1,387	1,338	1,290	1,244	1,199	1,157	1,115	1,075	1,037
-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------

## ANEXO D

### “TABLA DE DISTRIBUCIÓN DE LOS VALORES DE PERMEABILIDAD PARA EL CASO BASE HETEROGÉNEO Y LOS VALORES DE SENSIBILIDAD”

#### CASO BASE [0.45 V]

K [md]	K Ord. [md]
633	998
815	898
574	879
314	837
358	815
500	765
671	749
127	741
293	679
749	671
225	665
315	662
741	633
315	633
285	625
510	583
765	574
86	510
271	501
998	500
879	477
454	454
477	358
898	315
662	315
583	314
625	308
837	295
665	293
295	285
184	285

150	271
308	234
285	225
234	201
679	184
201	150
501	140
140	127
633	86

### CASO [0.3 V]

K [md]	K Ord [md]
368	930
500	802
467	723
606	637
300	606
637	595
492	567
138	522
567	500
409	492
930	473
353	471
450	470
316	467
243	456
437	450
522	450
456	439
395	437
405	435
396	432
723	409
368	405
471	396
473	395
439	380

470	376
359	368
595	368
238	359
802	353
432	340
290	316
380	312
220	300
435	290
340	243
376	238
312	220
450	138

**CASO [0.65 V]**

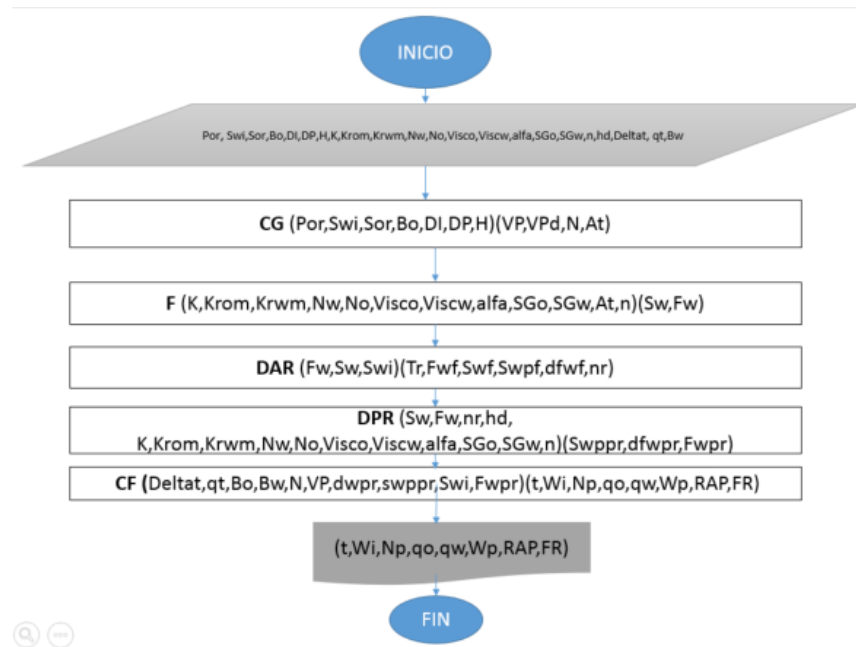
<b>K [md]</b>	<b>K Ord [md]</b>
1756	1756
868	1589
504	1309
866	1286
599	1250
921	1176
1250	976
581	934
90	928
528	921
976	868
858	866
95	863
117	858
1309	787
522	702
593	599
70	593
194	581

519	562
440	528
562	522
934	519
110	504
1589	483
483	471
189	440
388	388
114	194
90	189
702	136
1286	117
928	114
787	110
79	95
863	90
1176	90
45	79
471	70
136	45

## ANEXO E

### “DIAGRAMAS DE FLUJO BL-DP-ST-CGM”

#### E.1 BUCKLEY-LEVERETT



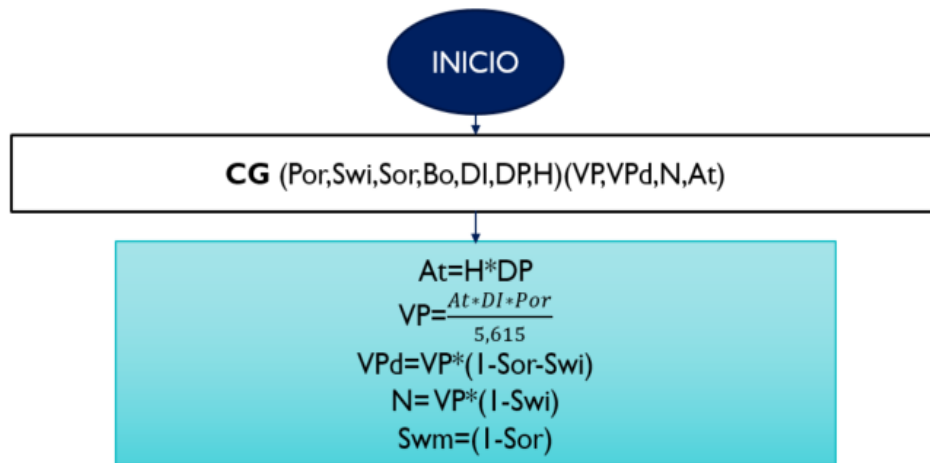
##### E.1.1 SUBPROGRAMA CÁLCULOS GENERALES

El primer subprograma en el modelamiento de Buckley Leverett es CG el cual como su nombre lo indica halla los cálculos generales necesarios para hallar los datos que se requieren en subprogramas posteriores. En este subprograma se hallan el área transversal, el volumen poroso, el volumen poroso desplazable, el aceite original in-situ y la saturación de agua máxima.

El área transversal se determina hallando el producto entre el espesor y la distancia entre productores. El volumen poroso se determina dividiendo la

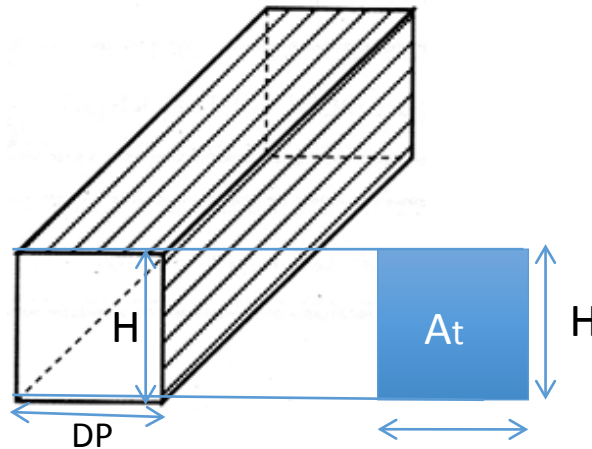
multiplicación de esta área transversal hallada, la distancia entre inyectores y la porosidad por 5,615 para la conversión de unidades de pies cúbicos a barriles

**Figura 1.** Diagrama de flujo programa Buckley Leverett con su primer subprograma cálculos generales Buckley Leverett



Para calcular el volumen poroso desplazable se determina la saturación de aceite que se puede desplazar al restar la saturación de aceite residual y agua inicial a 1, para luego multiplicarlo por el volumen poroso. El aceite original in-situ se halla determinando la saturación de aceite la cual es  $(1-S_{wi})$  para luego multiplicarlo por el volumen poroso. La saturación de agua máxima va a ser la resta de la saturación de aceite residual al cien por ciento de la saturación.

**Figura 2.** Determinación área transversal



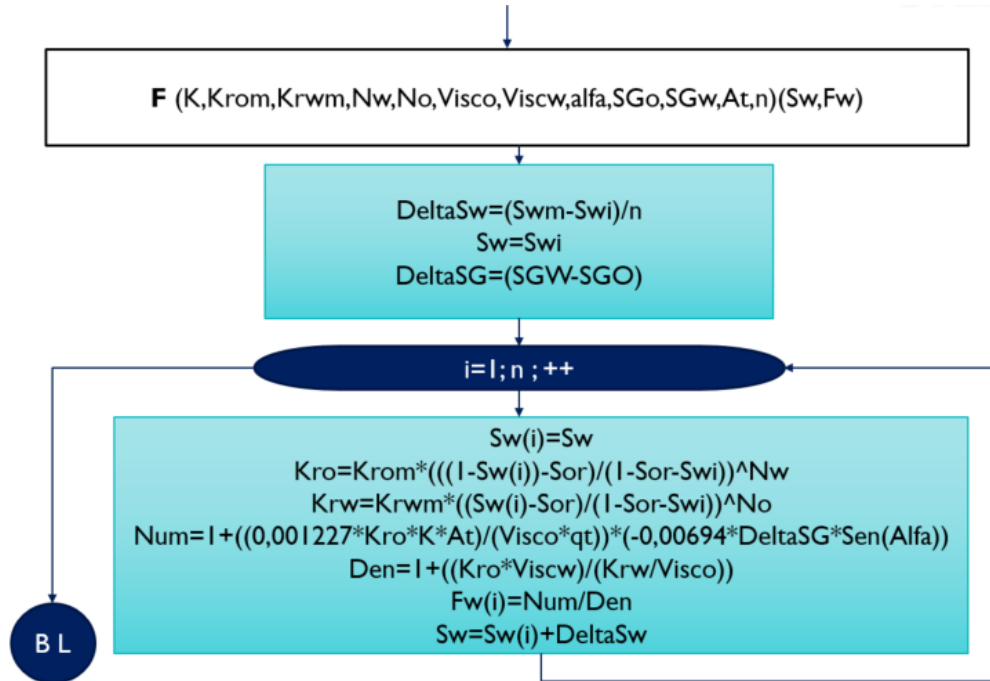
### **E.1.2 SUBPROGRAMA DE CONSTRUCCIÓN DE FLUJO FRACCIONAL**

El subprograma de flujo fraccional está encargado de la adquisición de datos que representan lo que gráficamente representaría la curva de flujo fraccional. En primera medida se halla el delta de saturación de agua, el cual determina el paso en el cual se variara la saturación. Para hallar este paso se resta la saturación de agua inicial a la saturación de agua máxima hallada en el subprograma de cálculos generales y se divide este valor por el número de pasos que se ingresó al programa. Es de tener en cuenta que a mayor sea el número de pasos que se ingrese el programa calculara saturaciones más exactas.

Se inicializa el subprograma al poner como la primera saturación y punto de partida a la saturación inicial, se calcula el delta de gravedad específica restando la gravedad específica de agua y aceite. Una vez se han hecho estos tres primeros pasos el subprograma empieza a llenar el vector de saturación al variar el paso llegando hasta el paso n. Para cada valor de saturación se calcula la permeabilidad relativa al aceite, la permeabilidad relativa al agua, y el flujo fraccional. Por cuestiones de simplificar el proceso a la hora de hallar el flujo fraccional, se calcula inicialmente el numerador de la ecuación de flujo fraccional y luego el denominador. La ecuación de flujo fraccional es la siguiente:

$$f_w = \frac{1 + 1,127 \frac{k_o A}{\mu_o * q_t} \left( \frac{\partial P_c}{\partial x} - 0,433 \Delta y \text{sen} \alpha \right)}{1 + \frac{k_o * \mu_w}{k_w \mu_o}}$$

**Figura 3.** Subprograma construcción curva de flujo fraccional Buckley Leverett

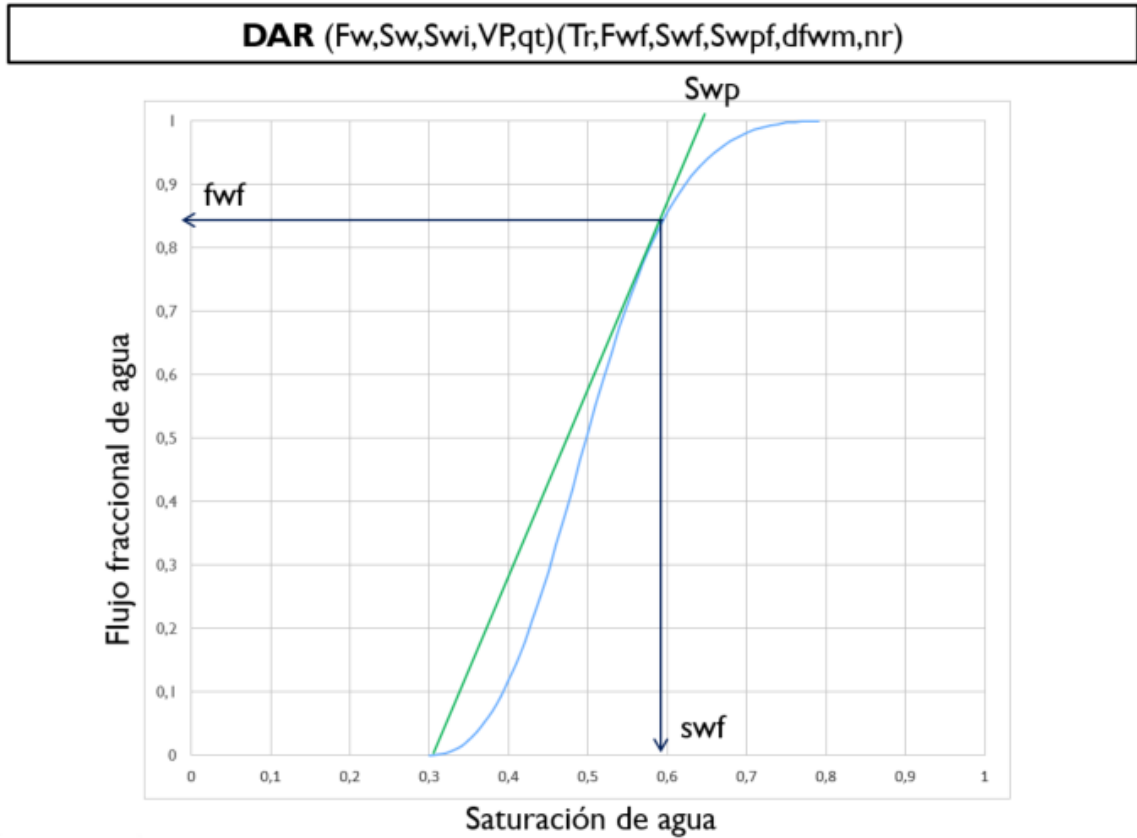


### E.1.2. SUBPROGRAMA DERIVADA ANTES DE RUPTURA

Para el subprograma que calcula la derivada antes de la ruptura lo que se buscó fue matemáticamente interpretar lo que usualmente se hace gráficamente. Cuando se busca hallar  $f_{wf}$ ,  $sw_f$  y  $sw_p$  primero se construye la gráfica de flujo fraccional y a partir del punto de saturación inicial se traza una tangente que toque a la curva en su punto de mayor pendiente, de modo que al determinar este punto su coordenada en el eje de saturación de agua será  $sw_f$ , y su coordenada en el eje de flujo fraccional de agua será  $f_{wf}$ . Utilizando la pendiente de esta tangente y

extrapolándola a  $f_w$  igual a uno se halla un punto con coordenada en saturación de agua  $sw_p$ .

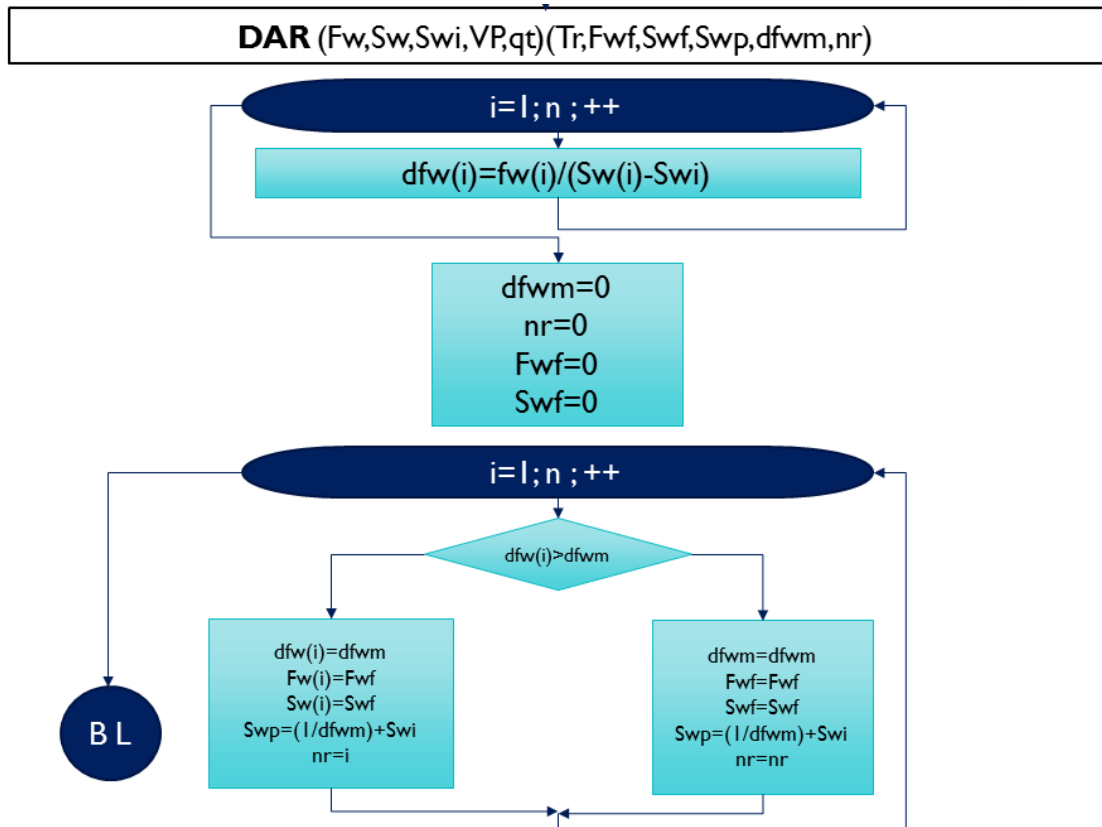
**Figura 4.** Determinación de  $Sw_p$ ,  $f_{wf}$  y  $sw_f$  a partir de la gráfica de flujo fraccional



El procedimiento para hallar los valores de estas tres variables es primero hallar la pendiente de cada punto que se tenga programado de saturación, luego de halladas cada una de las pendientes se comparan las pendientes para así hallar la más grande. Una vez determinado este punto el valor de flujo fraccional de este punto es  $f_{wf}$  y el valor de saturación de agua será  $sw_f$ . Por último con los valores del punto de mayor pendiente y la ecuación de pendiente se despeja  $Sw_p$ .

$$m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{F_w = 1 - F_{wi} = 0}{S_{wp} - S_{wi}} = df_{wm} \quad (112)$$

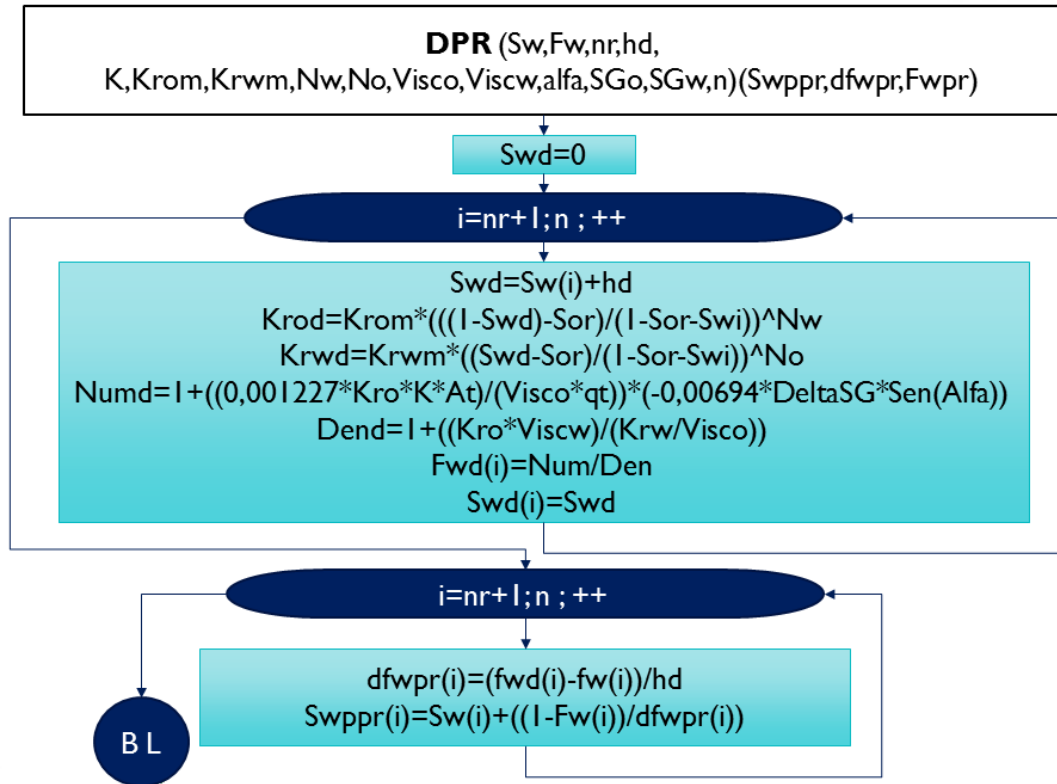
**Figura 5.** Subprograma derivada antes de ruptura Buckley Leverett



En el diagrama se determina en la primera operación la derivada de todos los puntos de saturación programados. Posteriormente se inicializa el componente que compara todas las pendientes al igualar a cero  $dfwm$  el cual es la derivada de máxima pendiente,  $nr$  el cual es la cantidad de pasos a ruptura, al igual que  $fwf$  y  $swf$ . Una vez hecho esto el programa mediante un condicional inicia la comparación de cada derivada hallada al inicio con el valor anterior de derivada de cada punto. Si este encuentra que el valor de una derivada es mayor al punto anterior cambiara el valor de  $dfwm$ ,  $fwf$ ,  $swf$ ,  $swp$  y  $nr$ , de lo contrario todos los datos se mantienen iguales a excepción de  $nr$  en el cual se van contabilizando el número de pasos hasta llegar a ruptura.

### 3.2.2.4 SUBPROGRAMA DERIVADA POST-RUPTURA

**Figura 6.** Diagrama de flujo para el subprograma de la derivada post-ruptura

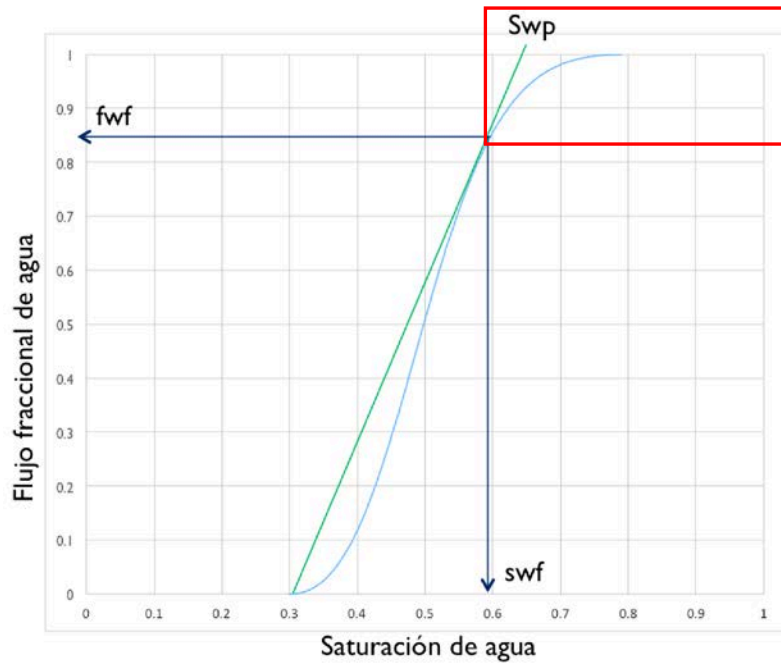


Mediante este subprograma lo que se busca es enfocarse en la sección de la gráfica de flujo fraccional después de ruptura.

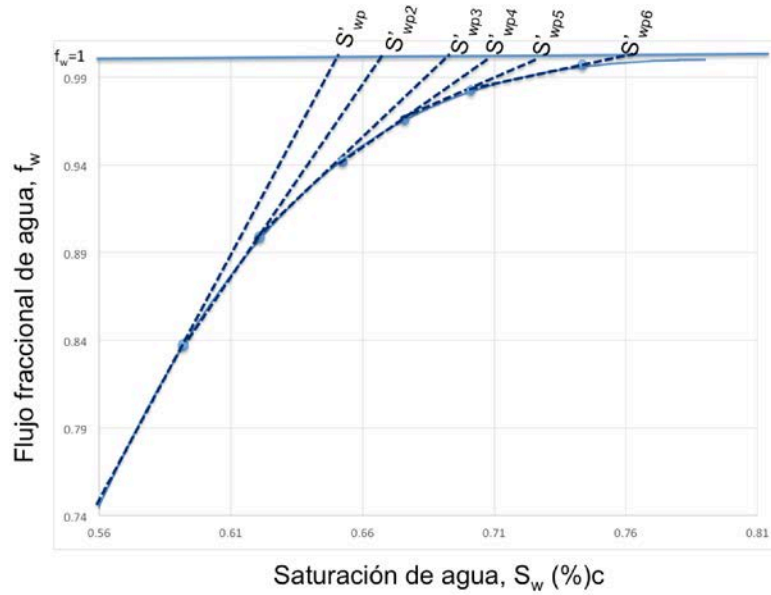
De la figura se pueden observar las diferentes pendientes que se deben determinar en la ampliación de la curva después de la ruptura. Para esto se llena el vector de saturaciones después de ruptura, por esto los cálculos se hallan desde el paso donde se produce ruptura nr hasta n. En estos cálculos se determina Swd el cual será una nueva saturación donde se le sumara a la saturación del vector ya llenado del subprograma de la construcción de flujo fraccional el valor de hd, el cual es un valor muy pequeño utilizado para calcular la derivada por su definición. Con este nuevo valor de saturación Swd se halla un

nuevo valor de permeabilidad relativa de agua y aceite, y nuevamente se calcula el flujo fraccional.

**Figura 7.** Sección que se amplía con el subprograma de derivada post-ruptura



**Figura 38.** Curva de flujo fraccional ampliada al momento después de ruptura.



Una vez llenado este nuevo vector de saturaciones y flujo fraccional se pasa a la segunda parte del subprograma en el cual se halla la derivada en cada punto utilizando la definición de la derivada.

$$f'(x) = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(x+h) - f(x)}{h} = \frac{(fwd_i - fw_i)}{h} \quad (113)$$

Ya por último el programa calcula los diferentes Swp vistos en la gráfica ampliada de flujo fraccional después de ruptura utilizando la misma técnica que se utilizó en el subprograma de la derivada antes de ruptura. Mediante la ecuación de la definición de pendiente se despejan estos valores.

### 3.2.2.5 SUBPROGRAMA CÁLCULOS FINALES

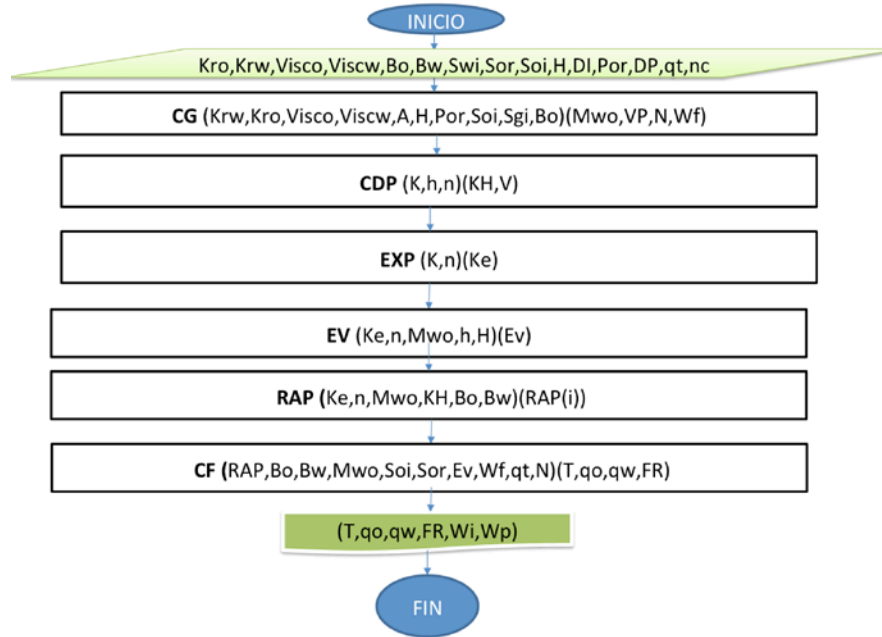
El último subprograma en el diagrama de flujo es el encargado de los cálculos finales CF. El objetivo de este programa es calcular los datos finales teniendo en cuenta que mientras el tiempo antes de ruptura se varía mediante un paso, después de ruptura este es calculado a través de

$$\frac{dfw}{dsw} = \frac{VP}{q_t * t} \quad (114)$$

A diferencia de esto los cálculos posteriores son los mismos hallando el agua inyectada, el petróleo producido, el caudal de agua, el caudal de aceite, el agua producida, la relación agua-petróleo, y el factor de recobro.

## A.2 DIAGRAMA DE FLUJO DYKSTRA-PARSON

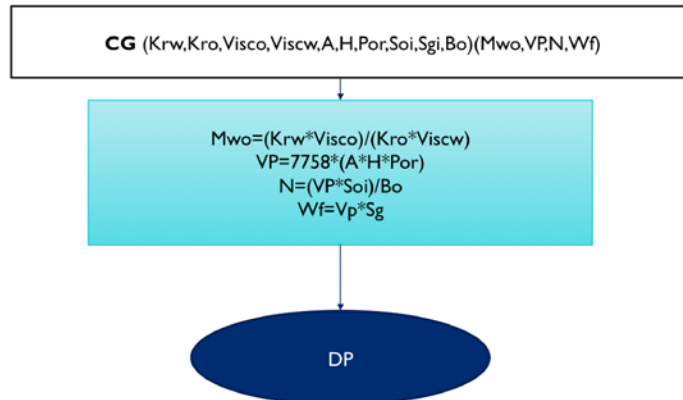
**Figura 8.** Diagrama de flujo del modelo de Dykstra-Parsons



### 3.3.1.1 SUBPROGRAMA CÁLCULOS GENERALES

En este subprograma se realizan los cálculos generales determinándose la razón de movilidad, el volumen poroso, el petróleo original in-situ, y el agua de llenado.

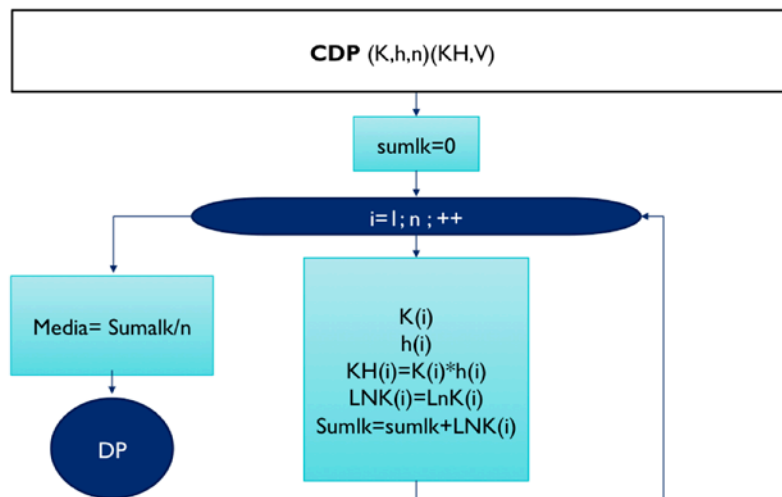
**Figura 9.** Subprograma cálculos generales en el diagrama de flujo de Dykstra-Parsons

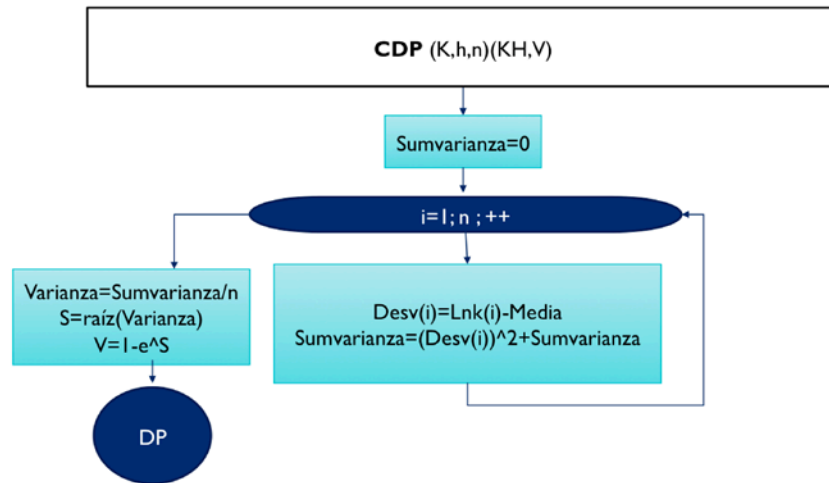


### 3.3.2.2 SUBPROGRAMA CDP

En el subprograma CDP se tiene como objetivo determinar el coeficiente de Dykstra-Parsons. Para determinar el coeficiente de Dykstra Parsons se ha de tener un número  $n$  de capas. Para este número  $n$  de capas se tiene un vector de las permeabilidades  $K(i)$  y un vector de los espesores de todas estas capas  $h(i)$ . Teniendo estos dos vectores de permeabilidad y espesor, se halla el producto de permeabilidad y espesor llenando así el vector  $KH(i)$  el cual será necesario más adelante en la determinación del RAP. Una vez hecho esto se van sumando todos los resultados de logaritmos de permeabilidad en  $Sumlk$ , para luego hallar la media al dividir este valor en el número  $n$  de capas. Para poder llegar al cálculo del coeficiente de Dykstra-Parsons es necesario calcular el vector de desviación en el cual a todos los valores del vector  $Lnk(i)$  se les resta la media, para así en el almacenador  $Sumvarianza$  sumar el cuadrado de cada nuevo resultado. Teniendo esto se calcula la varianza la cual es la división de  $Sumvarianza$  en el número de capas  $n$ . La desviación estándar será la raíz cuadrada de esta varianza. Una vez calculada la desviación estándar ya por su ecuación se podrá calcular el coeficiente de Dykstra Parsons.

**Figura 10.** Subprograma CDP para el método de Dykstra-Parsons





### 3.3.2.3 SUBPROGRAMA EXP

A través de dos ciclos “for” se llena una matriz donde se divide cada permeabilidad por la permeabilidad mayor en ese estrato. Debido a que uno ordena las permeabilidades de mayor a menor y se va suponiendo que las capas van llegando a ruptura a manera que la permeabilidad va decreciendo, a medida que pasamos cada serie de cálculos la siguiente capa ordenada llega a ruptura y así esta será la nueva capa con mayor permeabilidad. Este procedimiento se sigue hasta llegar a la última capa.

### 3.3.2.4 SUBPROGRAMA EV

En el subprograma de eficiencia vertical se llena nuevamente una matriz a través de dos ciclos “for”. En este caso para cada capa teniendo en cuenta la misma suposición del subprograma EXP acerca de la ruptura de capas, se calcula:

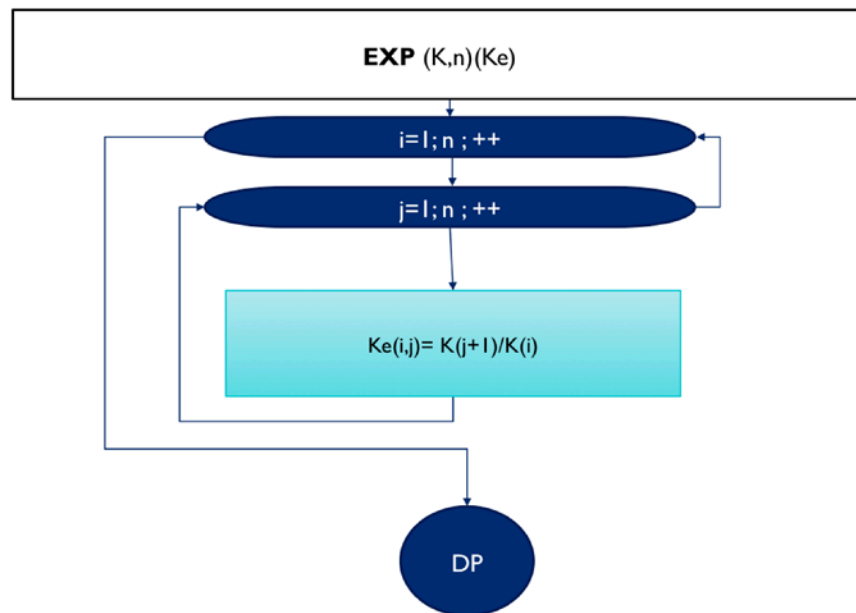
$$\left[ \frac{-M_{wo} + \sqrt{M_{wo}^2 + K_{m+1}(i,j) + (1 - M_{wo}^2)}}{1 - K_{m+1}(i,j)} \right] * H_{(j)} \quad (116)$$

A partir del concepto de intrusión fraccional.

Para cada serie de cálculos se va llenando el vector Sumacap(i) el cual es la sumatoria de todos los valores. En Sumcap se va hallando la suma de todos estos valores hasta finalizar los dos ciclos.

Calcular el espesor acumulado en cada serie de cálculos es muy importante para el cálculo de la eficiencia vertical. Con un ciclo “for” para las n capas se va encontrando el espesor acumulado en Hacum, para luego con este valor calcular la eficiencia vertical.

**Figura 11.** Diagrama del subprograma EXP del diagrama de flujo Dykstra-Parsons



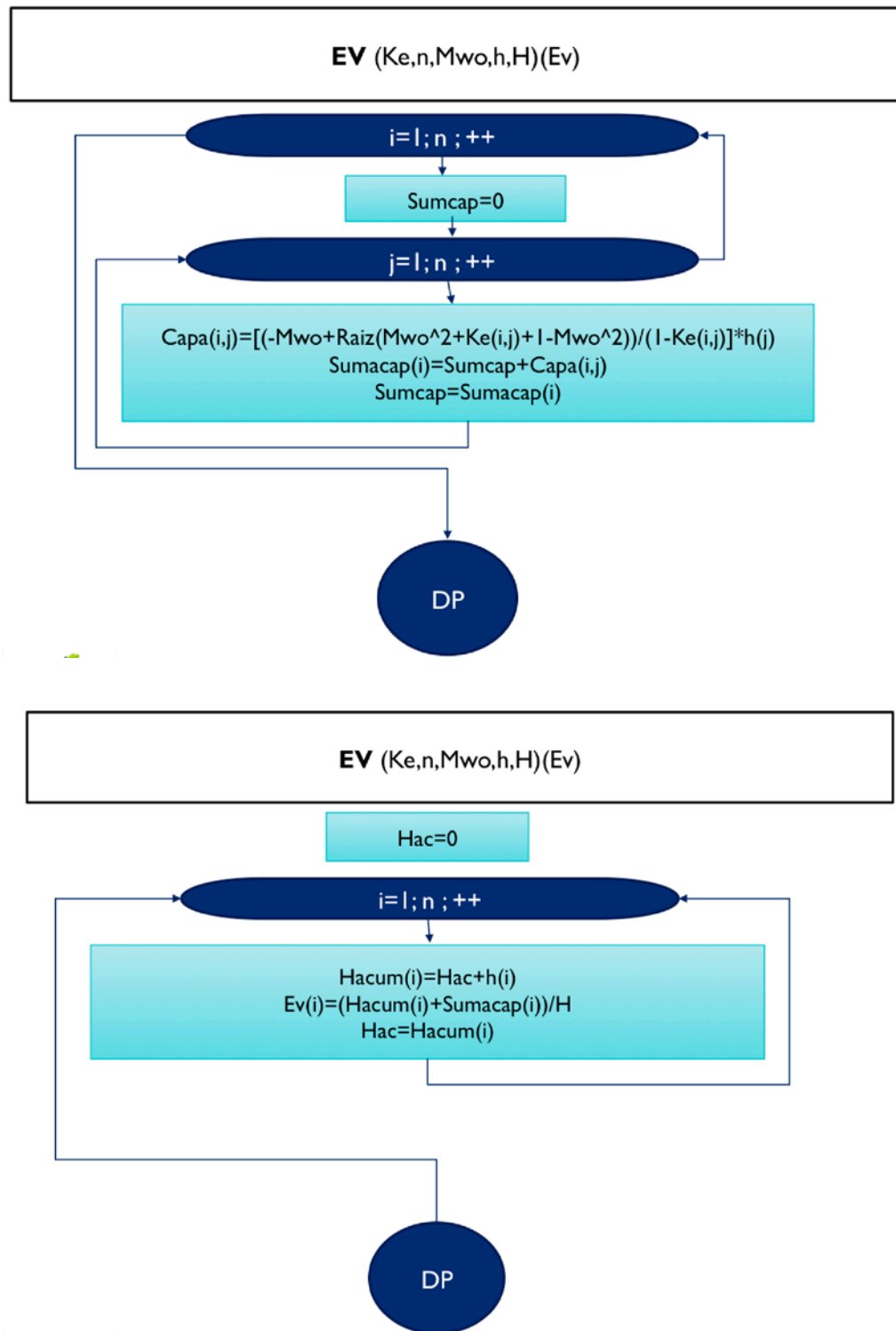
### 3.3.2.5 SUBPROGRAMA RAP

El subprograma RAP al igual que los dos anteriores subprogramas está conformado por dos ciclos for para llenar una matriz con las mismas características de las dos llenadas anteriormente.

Para cada capa se calcula:

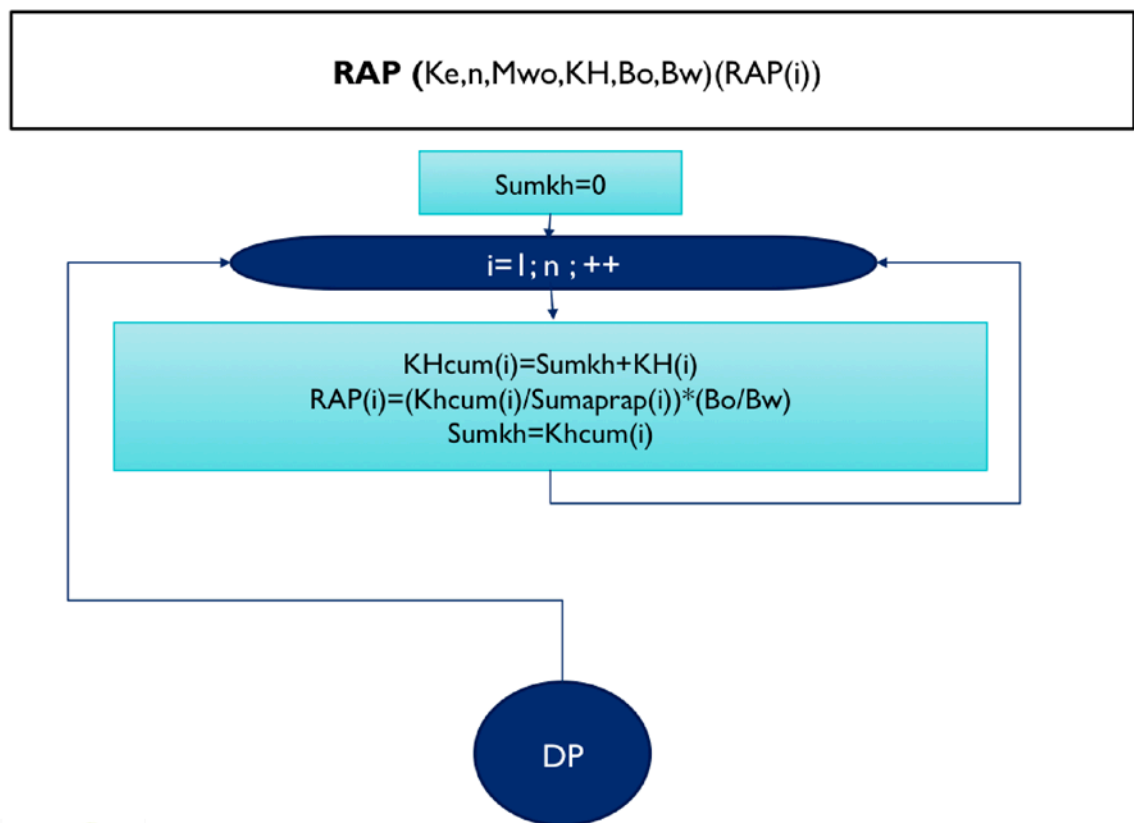
$$\frac{k_{(j+1)} * H_{(j+1)}}{\sqrt{M_{wo}^2 + K_{m+1}(i,j) + (1 - M_{wo}^2)}} \quad (117)$$

Figura 12. Diagrama del subprograma EXP del diagrama de flujo Dykstra-Parsons



De manera análoga al subprograma anterior se tiene un vector Sumaprap donde se va hallando la suma de estos cálculos para cada serie de estos, y Sumrap el cual es un acumulador de todas las sumatorias hasta llegar al final del proceso. En este subprograma análogo al subprograma anterior se inicializa la sumatoria en este caso de la multiplicación de  $k$  y  $h$ . Bajo un ciclo "for" para las  $n$  capas del programa se determina  $KHcum$  donde se tienen en cuenta para cada capa los valores del vector  $KH$  hallados en el subprograma CDP. Una vez hecho esto se halla el valor de  $RAP$  con los valores anteriormente calculados.

**Figura 13.** Subprograma RAP diagrama de flujo Dykstra-Parsons

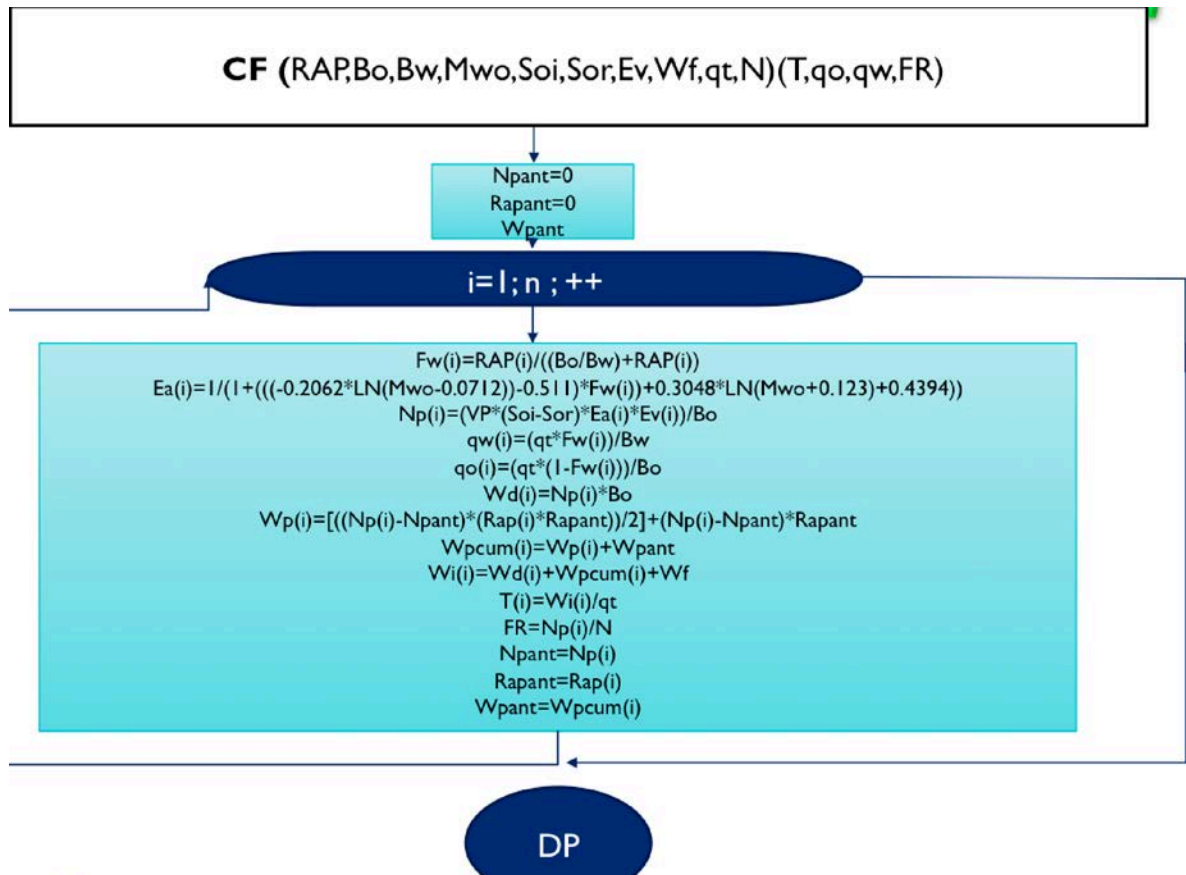


### 3.3.2.6 SUBPROGRAMA CF

En el subprograma de cálculos finales se determinan para el número  $n$  de capas a través de un ciclo "for" los valores de flujo fraccional, eficiencia areal, petróleo producido, caudal de agua, caudal de aceite, agua de desplazamiento, agua

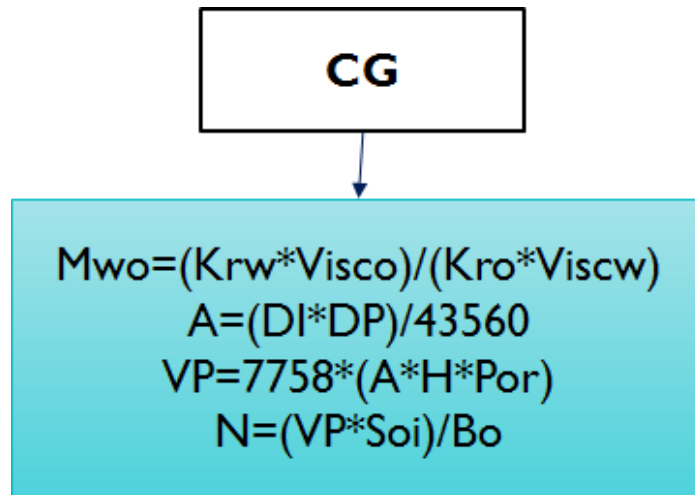
producida, agua acumulada, agua inyectada, tiempo de inyección, y factor de recobro. Se ve necesario la introducción de tres términos  $N_{pant}$ ,  $R_{apant}$ , y  $W_{pant}$ , con lo cual se busca restarlos a los valores de  $N_p$ ,  $R_{ap}$ , y  $W_p$  para cada etapa de modo que no se tenga en cuenta el valor de estas variables en el paso anterior.

**Figura 14.** Subprograma cálculos finales para el diagrama Dykstra-Parsons.



### A.3 “DIAGRAMA DE FLUJO STILES”

Figura 15. Subprograma CG



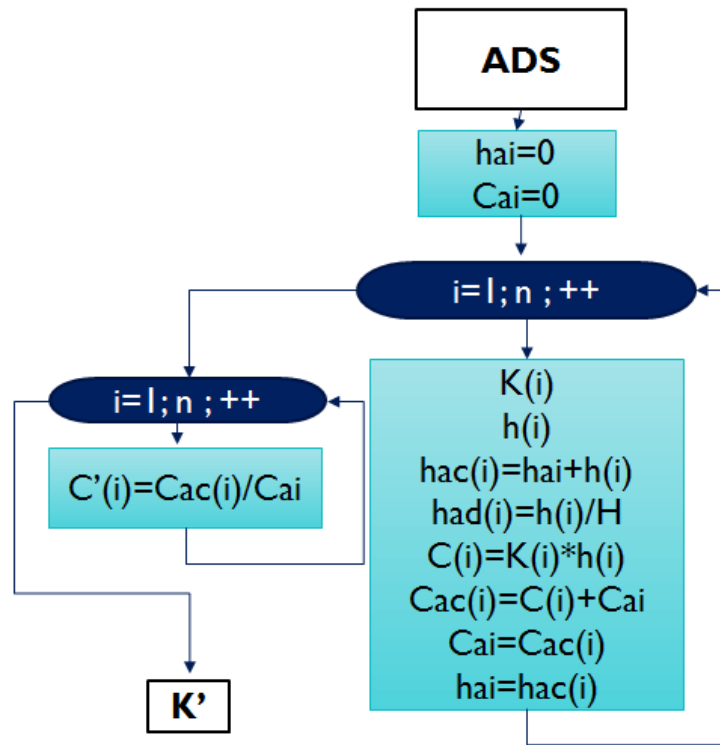
#### 3.4.1.1 SUBPROGRAMA CG

Valores como la movilidad, el área superficial, el volumen poroso y el aceite original in situ, se calculan en este subprograma. Cada uno de estos valores es importante para la realización de posteriores cálculos. Una vez realizados los cálculos generales, es posible la construcción de la curva de capacidad vs espesor adimensional que se explicaba al principio de esta tesis.

#### 3.4.1.1 SUBPROGRAMA ADS

Para el desarrollo de este subprograma, es necesario ingresar los valores de permeabilidad en orden decreciente junto a su respectivo valor de espesor. En la figura 88 se logra apreciar de forma detallada este procedimiento.

**Figura 16.** Subprograma de construcción de datos adimensionales.

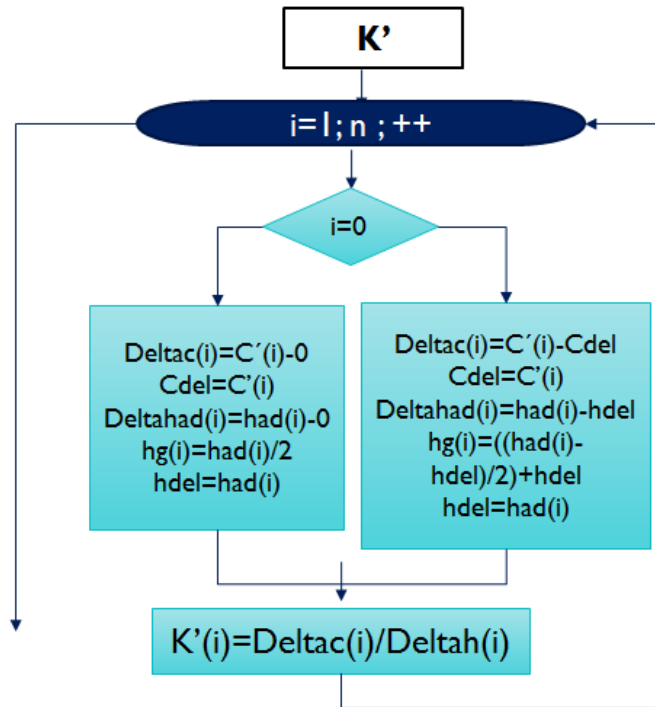


Es importante notar que la suma de cada uno de los espesores  $h(i)$  debe ser igual al espesor total de la formación ( $H$ ) que se ingresa en los datos de entrada. El primer ciclo for presente en esta parte del programa se encarga de calcular el valor de espesor adimensional para cada capa y el valor de Capacidad acumulada correspondiente a cada valor de espesor, sin embargo en este ciclo no es posible el cálculo de la capacidad adimensional debido a que no es sino hasta el último valor de espesor ( $n$ ) que se determina la capacidad total acumulada. Es por esta razón que se necesita de un nuevo ciclo al final del subprograma que permita a partir del valor de capacidad acumulada en cada capa ( $n$ ) y el valor de capacidad total acumulada  $C_{ai}$ , determinar las respectivas capacidades adimensionales.

### 3.4.1.3 SUBPROGRAMA K'

Ya calculada la curva de capacidad adimensional se procede a determinar la permeabilidad adimensional mediante el siguiente subprograma (figura 89).

**Figura 17.** Subprograma de construcción de permeabilidad adimensional.



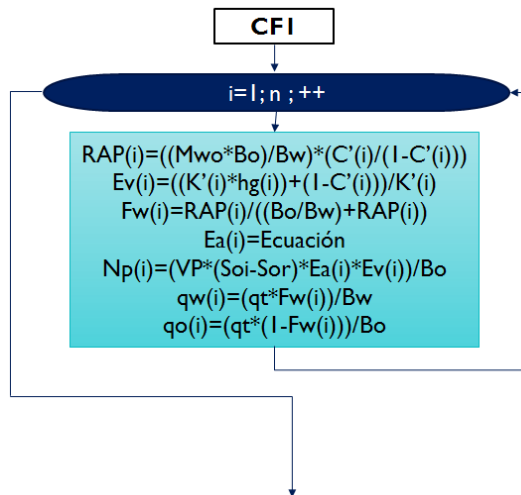
El subprograma se encarga de calcular el valor de permeabilidad adimensional a partir de la derivada como se explicaba en el primer capítulo, es decir el cálculo de una pendiente. Para esto se hallan una serie de deltas de Capacidad adimensional y permeabilidad adimensional, los deltas se calculan restando al valor  $i$  de capacidad o permeabilidad, el valor  $i-1$ , sin embargo cuando nos encontramos en el primer valor ( $i=0$ ) no existe un valor anterior, por lo tanto este valor anterior se considera 0. Esa es la razón del condicional presente dentro del ciclo “for” y los valores de  $C_{del}$  y  $h_{del}$  se utilizan para guardar el valor  $(i-1)$  para el siguiente paso. Una vez obtenidos los deltas se calcula la pendiente que es a su vez el valor de permeabilidad adimensional. Es necesario aclarar que está pendiente es

correspondiente al punto medio presente entre los valores del  $\Delta h$  por lo que se calcula una  $h_g$  que corresponde al valor gráfico par de la permeabilidad adimensional.

#### 3.4.1.4 SUBPROGRAMA CÁLCULOS FINALES I

Una vez graficada la curva de permeabilidad adimensional y los correspondientes datos adimensionales es posible empezar a realizar los primeros cálculos finales en el subprograma que se muestra a continuación (Figura 90).

**Figura 18.** Subprograma de cálculos finales I.



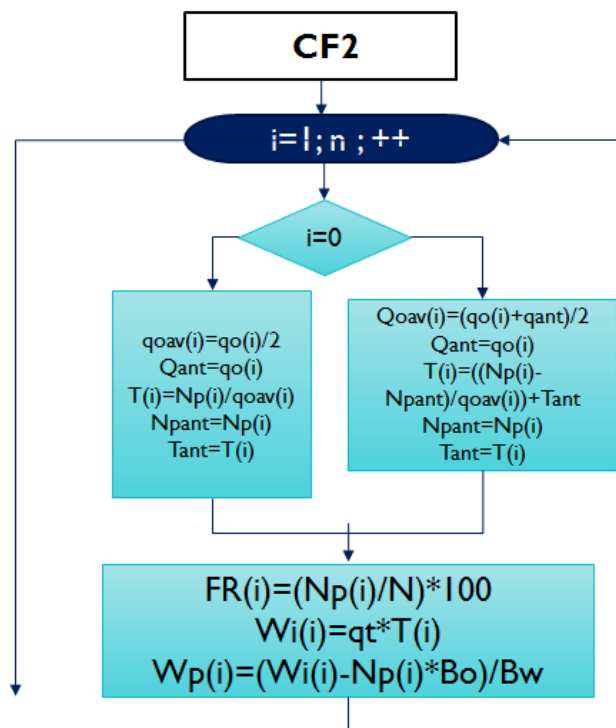
Valores como la relación Agua-Petróleo y la eficiencia vertical son calculados mediante las curvas de permeabilidad y capacidad adimensional. De ahí en adelante el flujo fraccional, la eficiencia areal, el aceite producido y las tasas de producción se calculan a partir del RAP y la  $E_v$  previamente calculada. El siguiente valor a calcular es el tiempo de inyección, este se calcula dividiendo el aceite producido en cada etapa, por la respectiva producción de aceite. Sin embargo la producción calculada en el anterior subprograma corresponde al último tramo de la etapa y no es un valor representativo de esta. Es por esta razón que es necesario

hallar un caudal de aceite promedio valido para el cálculo del tiempo de inyección acumulado.

### 3.4.1.5 SUBPROGRAMA CÁLCULOS FINALES II

El subprograma cálculos finales II (Figura 91), se encarga de hacer esto y de terminar los cálculos del modelamiento por Stiles.

**Figura 19.** Subprograma de cálculos finales II.

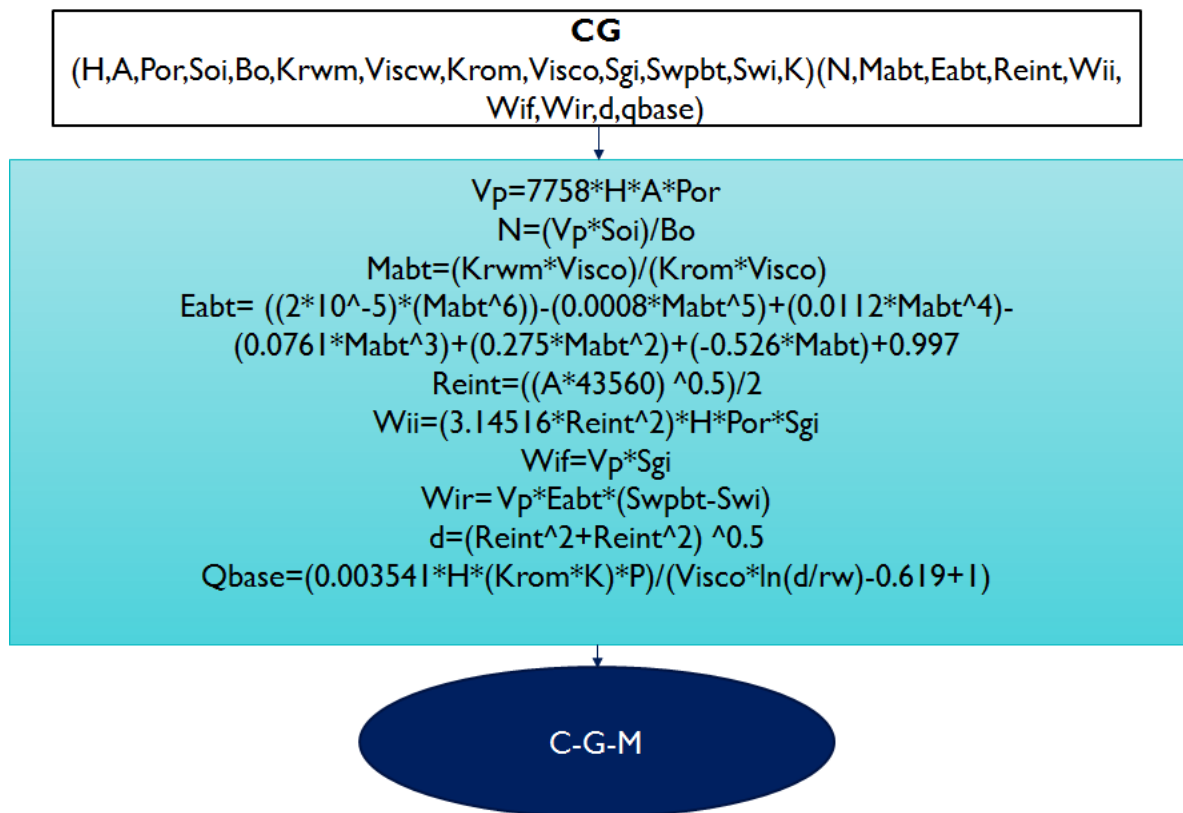


La tasa de producción promedio se calcula mediante el promedio de la tasa  $i$  y la tasa  $i-1$ , sin embargo cuando  $i=0$ , no existe valor anterior, por lo que de manera análoga a lo ocurrido en el subprograma de la permeabilidad adimensional, utilizamos un condicional. Habiendo calculado el tiempo respectivo se realizan los últimos cálculos que son factores de recobro, agua inyectada y agua producida.

#### E.4 “DIAGRAMA DE FLUJO CGM”

En cuanto al subprograma Buckley-Leverett, los datos de entrada son los mismos utilizados en el programa del mismo nombre, los valores obtenidos de este subprograma corresponde a valores puntuales como los son la saturación de agua promedio del frente antes de ruptura ( $S_{wpbt}$ ), la permeabilidad relativa del agua y del aceite a  $S_{wpbt}$ , el número de iteración a la cual se alcanza el tiempo de ruptura ( $nr$ ), así como los vectores de saturación, flujo fraccional, permeabilidad y derivada postruptura. Una vez calculados los valores anteriores en BL, se da inicio al cálculo de los valores generales necesarios para posteriores cálculos en CGM.

**Figura 20.** Subprograma de Cálculos Generales en CGM



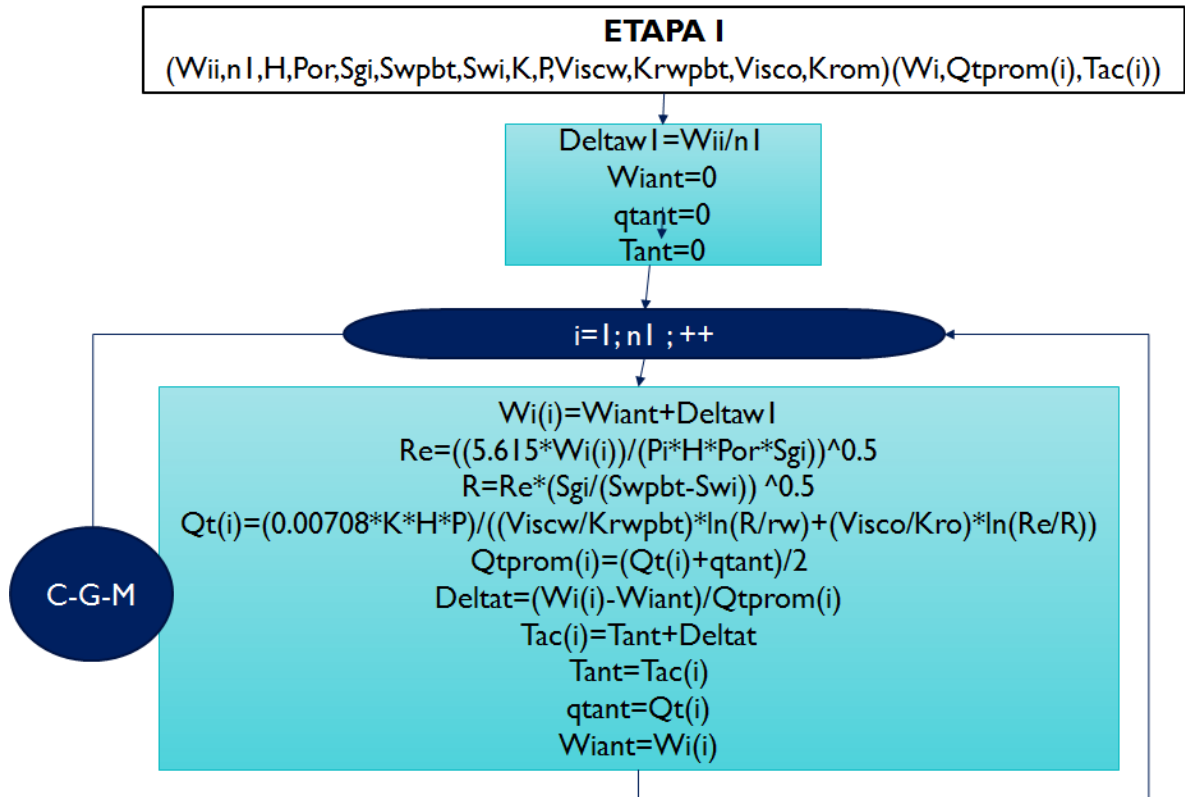
### **3.5.1.1 SUBPROGRAMA CÁLCULOS GENERALES**

El objetivo principal de este subprograma es determinar los valores de agua inyectada en cada una de las cuatro etapas que son agua inyectada a interferencia, llenado, ruptura y tiempo de límite económico, este último determinado por el usuario. Otros valores importantes calculados corresponden a la determinación de la tasa base de inyección, movilidad y eficiencia de barrido antes de ruptura.

### **3.5.1.2 SUBPROGRAMA ETAPA I**

Habiendo determinado los valores de cálculos generales, se da inicio a la primera etapa de cálculos del modelo como es la etapa I o etapa antes de interferencia. La idea del mismo es determinar los valores de tasa de inyección y tiempos acumulados. En esta estancia no existe producción de agua ni aceite, por lo que el factor de recobro, el RAP y demás valores dependientes de las tasas de producción son iguales a cero. Antes de inicializar la etapa es necesario definir el número de intervalos a ser modelados por medio de un contador n1, así como inicializar el tiempo acumulado, agua inyectada acumulada y la tasa de inyección.

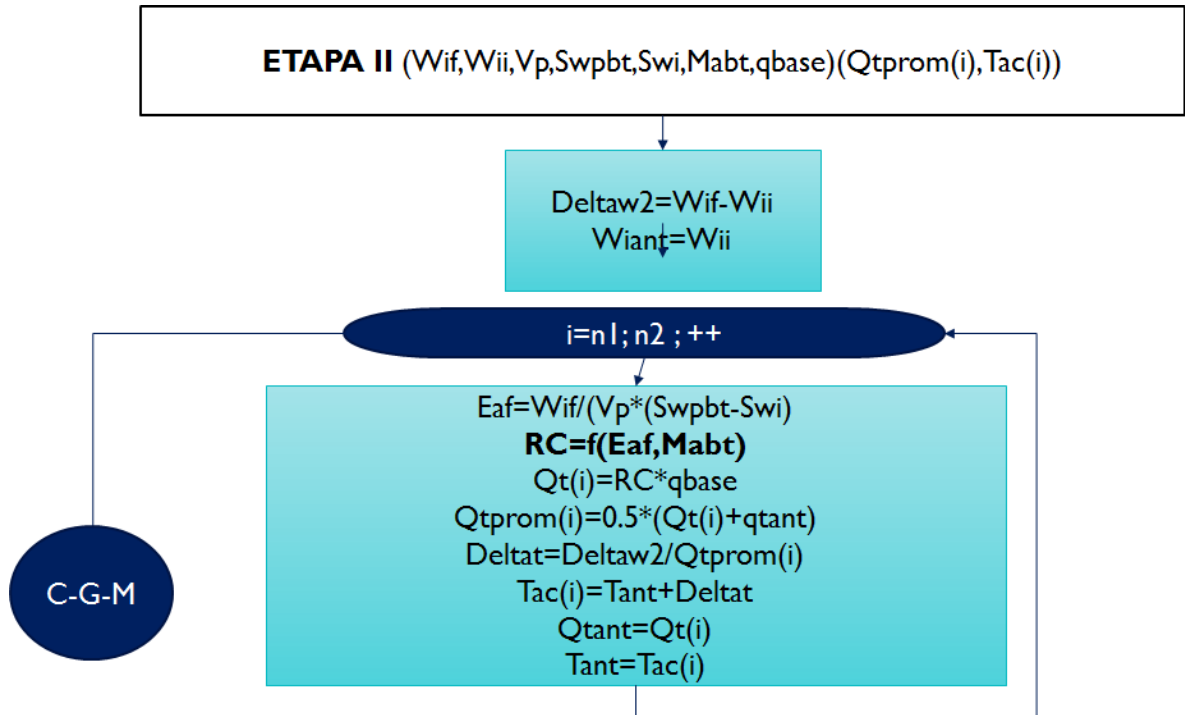
**Figura 21.** Subprograma para cálculos en la Etapa I CGM



### 3.5.1.3 SUBPROGRAMA ETAPA II

Una vez realizados los cálculos de la etapa I se procede a realizar lo propio para etapa II. Sin embargo esta etapa es la más corta de todas, por esta razón puede ser definida con solo un valor de deltat, uno de tasa de inyección y otro de agua inyectada. Para ello se utiliza un contador n2, el cual no es más que la suma de n1+1, de igual forma antes del ciclo “for” se inicializan el valor de agua inyectada acumulada, al valor de agua inyectada a interferencia (Figura 103).

**Figura 22.** Subprograma para cálculos en la Etapa II CGM



Es importante indicar que RC es la razón de conductancia, la cual se calcula gráficamente mediante la Figura 20.

### 3.5.1.4 SUBPROGRAMA ETAPA III

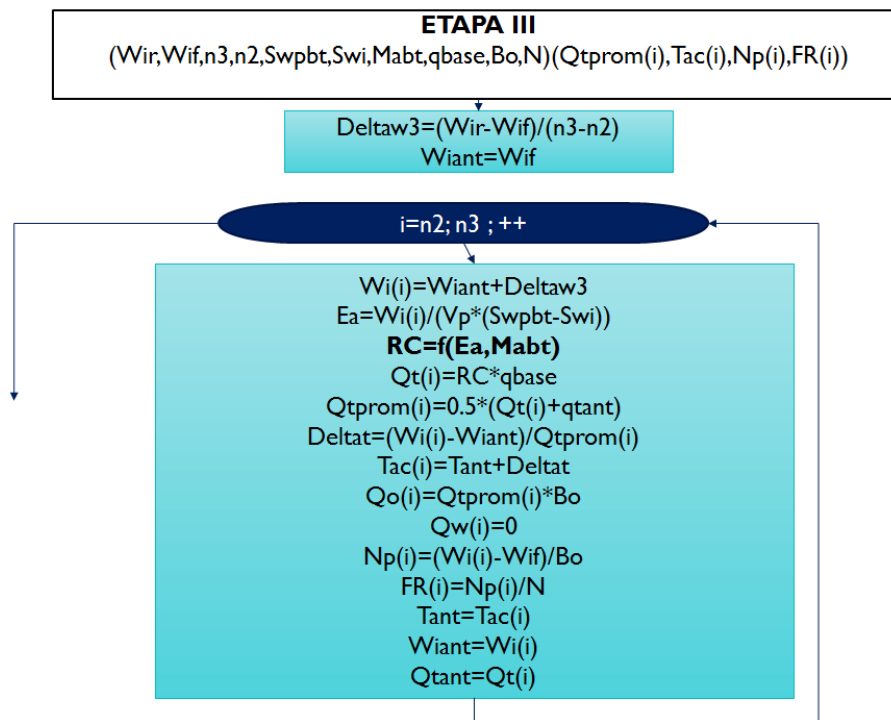
Terminada la etapa II se da inicio a la etapa de inicio de producción de aceite o Etapa III, para el modelamiento de esta es necesario como en la primera etapa definir los intervalos Deltaw para los cálculos. Para esto se utiliza un contador n3, por lo tanto esta fase corresponderá de n2 a n3. En esta etapa existe producción de aceite pero no producción de agua, para el cálculo de esta producción es necesario como se explicó en el capítulo uno, de la determinación de la razón de

conductancia para cada uno de los pasos que se den en el ciclo “for”. El esquema del subprograma Etapa III se ilustra en la figura (104).

### 3.5.1.5 SUBPROGRAMA ETAPA IV

La etapa IV se inicializa una vez se han terminado todos los cálculos para la etapa III. El modelamiento de esta etapa consta de tres partes principales.

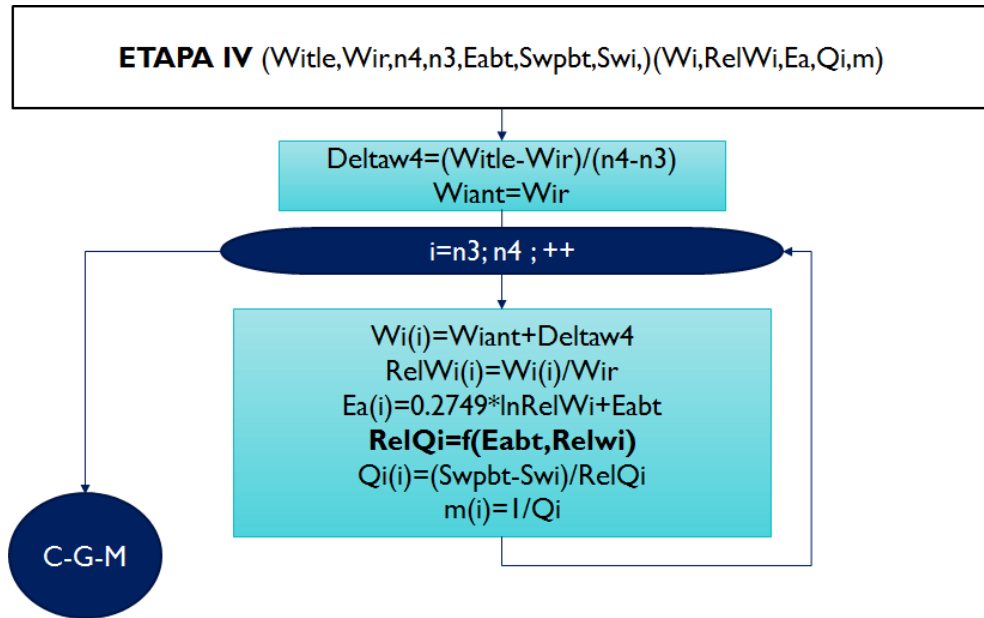
**Figura 23.** Subprograma para cálculos en la Etapa III CGM



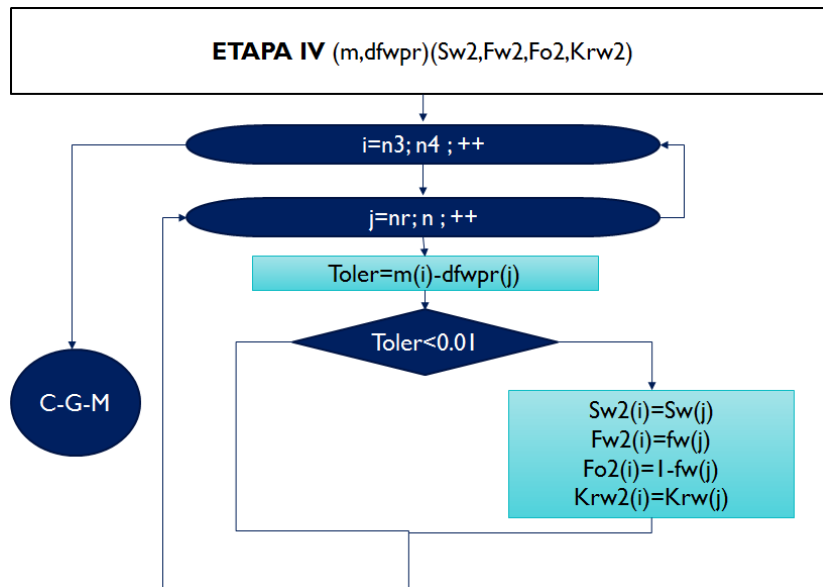
La primera parte se encarga de calcular determinados valores de pendiente (m) a partir de los datos experimentales presentes en la monografía de Craig (Anexo 2). La segunda parte se encarga de encontrar los valores de Sw2 cuya derivada sea aproximadamente igual a los valores de pendiente calculados anteriormente. Y por último se realizan los cálculos finales de la etapa con los valores de saturación, flujo fraccional y permeabilidad relativa determinados en la segunda parte. Es importante indicar que para la determinación de las saturaciones (Sw2) se utiliza

una tolerancia 0.01, es decir, si la resta entre el valor de la derivada real con la derivada calculada es menor a este valor, inmediatamente el valor de saturación correspondiente a esa derivada real, pasa a ser (Sw2).

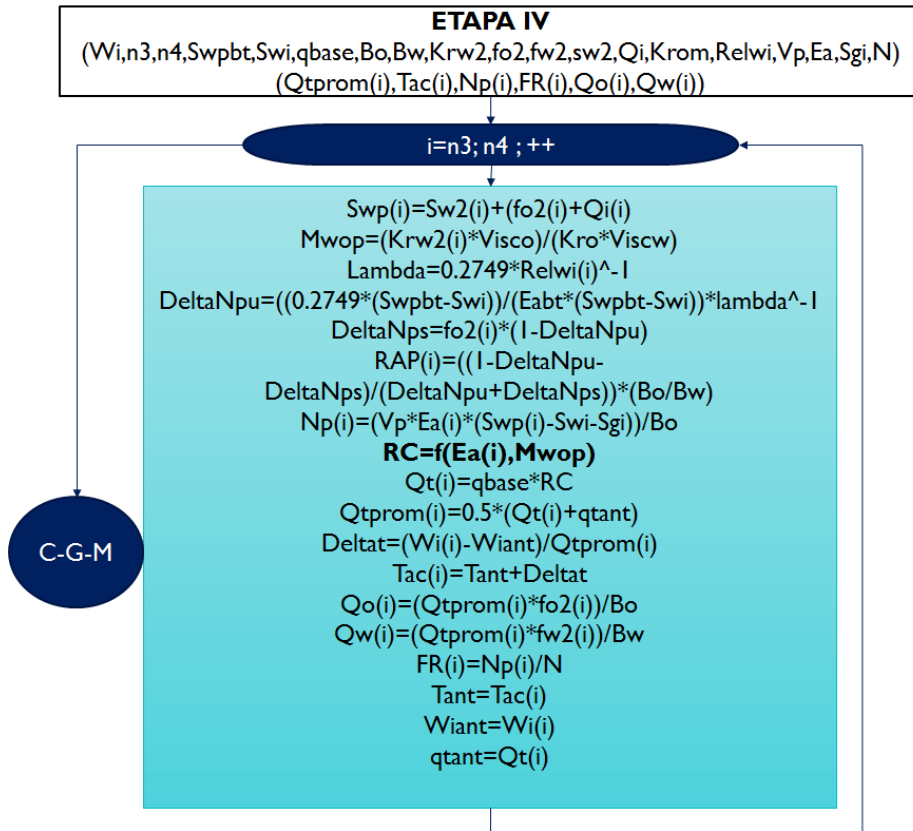
**Figura 24.** Parte uno, Subprograma para cálculos en la Etapa IV CGM



**Figura 25.** Parte dos, Subprograma para cálculos en la Etapa IV CGM



**Figura 26.** Parte tres, Subprograma para cálculos en la Etapa IV CGM



De igual forma a etapas anteriores, es necesario definir un contador n4, que indicara el número de pasos o cálculos que se realizaran hasta llegar al tiempo de límite económico desde la ruptura.