

**DETERMINACIÓN DE LA PRESIÓN PROMEDIA EN YACIMIENTOS
NATURALMENTE FRACTURADOS, UTILIZANDO LA TÉCNICA DE
SÍNTESIS DIRECTA DE TIAB**

MIGUEL DANILO MOLINA BOHÓRQUEZ

**UNIVERSIDAD INDUSTRIAL DE SANTANDER-UIS
ESCUELA DE INGENIERÍA DE PETRÓLEOS
MASTER EN INGENIERÍA DE HIDROCARBUROS
BUCARAMANGA**

2004

**DETERMINACIÓN DE LA PRESIÓN PROMEDIA EN YACIMIENTOS
NATURALMENTE FRACTURADOS, UTILIZANDO LA TÉCNICA DE
SÍNTESIS DIRECTA DE TIAB**

MIGUEL DANILO MOLINA BOHÓRQUEZ

**Trabajo de Grado presentado como requisito para optar al título de
Master en Ingeniería de Hidrocarburos**

**Director:
FREDDY HUMBERTO ESCOBAR MACUALO
PhD.**

**UNIVERSIDAD INDUSTRIAL DE SANTANDER-UIS
ESCUELA DE INGENIERÍA DE PETRÓLEOS
MASTER EN INGENIERÍA DE HIDROCARBUROS
BUCARAMANGA**

2004

AGRADECIMIENTOS

En primer lugar, quiero aprovechar este espacio para recordar a mi Familia, a mis abuelas Teresa y Dolores cuyos recuerdos tengo presentes como ejemplo de tesón y vitalidad, a mis padres: Sérbulo y Ana Celia, a quienes expreso mi más especial agradecimiento, por su amor, esfuerzo, educación y compañía para la vida, doy gracias a mis hermanos: Martha, Esperanza. Juan Carlos y Ricardo, a quienes quiero y deseo expresar mi cariño por todos los momentos de unión que nos hemos brindado, doy gracias a mi consentida y adorada esposa: Diana María, por su amor, angelical paciencia, compañía y ayuda en esta aventura, gracias a mis adorados, inquietos y dichosos hijos: Daniel Felipe y Andrés Miguel, que con su especial amor y personalidad, hacen la felicidad de mi esposa y la mía. En esta instancia, deseo recordar y agradecer a Dios, como la explicación última de todas las cosas y a quien debo y pido la vitalidad necesaria para que mi esposa y yo podamos seguir adelante en los propósitos de compartir con nuestros hijos su crecimiento y realización. Por otra parte, guardo una especial gratitud y aprecio a mi Director de tesis y amigo: Freddy Escobar (Ph D), quién me brindó junto con su amable esposa "Matty" y su Grupo de Investigación en Presiones de la Universidad Surcolombiana de Neiva, toda la colaboración, apoyo y consejo, sin los cuales no hubiera sido posible la elaboración de este documento. Igualmente mi agradecimiento al profesor Samuel Muñoz de la UIS por su colaboración como Codirector y sus valiosos aportes en la revisión del texto.

En segundo lugar, doy gracias a ECOPETROL, a través del Instituto Colombiano del Petróleo- ICP por el tiempo y recursos dispuestos para este propósito, en especial quiero agradecer al Ing. Bernardo Silva, quién creyó en mis capacidades para alcanzar esta meta que espero retribuir con creces, y contribuir así al bienestar de un país con más de medio siglo sobreviviendo en medio de masacres, politiquería, corrupción e indiferencia social de sus deshonestos y agringados gobernantes.

CONTENIDO

	pág.
INTRODUCCIÓN	1
1. MARCO TEÓRICO GENERAL	5
1.1 REVISIÓN DE LITERATURA	5
1.1.1. Métodos convencionales para el cálculo de la presión promedia	5
1.1.2. Métodos modernos	7
1.2. Pruebas de transiente de presión	8
1.2.1. Generalidades.	8
1.2.2. Pruebas de declinación (Drawdown Test)	8
1.2.3. Pruebas de restauración (Build-up Test)	8
1.3. PRESIÓN PROMEDIA	9
1.4. TÉCNICA DE SINTÉISIS DIRECTA DE TIAB – TDST	10
2. MÉTODOS CONVENCIONALES Y PRUEBAS DE RESTAURACIÓN DE PRESIÓN (BUILD-UP TEST) PARA LA DETERMINACIÓN DE LA PRESIÓN PROMEDIA	12
2.1. TIPOS DE FRONTERA EN EL YACIMIENTO	12
2.1.1. Condición de frontera cerrada	13
2.1.2. Condición de frontera de presión constante	13
2.2. LA ECUACIÓN DE DIFUSIVIDAD	13
2.3. VARIABLES ADIMENSIONALES	14
2.3.1. Presión adimensional	15
2.3.2. Tiempo adimensional	15
2.3.3. Radio adimensional	16
2.4. PRUEBAS DE RESTAURACIÓN DE PRESIÓN (BUILD UP TEST)	16
2.4.1. Pozo en un yacimiento infinito (Método de Horner)	16
2.4.1.1. El factor de daño o skin factor)	18
2.4.1.2. Almacenamiento (Wellbore Storage o Afterflow)	19

	pág.
2.4.2. Pozo en un yacimiento con frontera (Métodos: Horner, MDH, y Muskat extendido)	22
2.5. DETERMINACIÓN DE LA PRESIÓN PROMEDIA POR MÉTODOS CONVENCIONALES	32
2.5.1. Método MDH (Miller-Dyes and Hutchinson)	32
2.5.2. Método MBH (Matthews-Brons and Hazebroek)	33
2.5.3. Método de Dietz	35
2.5.4. Método de Ramey and Cobb	37
3. PRUEBAS DE PRESIÓN EN YACIMIENTOS NATURALMENTE FRACTURADOS – YNF	43
3.1. GENERALIDADES.	43
3.2. ASPECTOS TEÓRICOS SOBRE YNF	45
3.3. COEFICIENTES O PARÁMETROS CARACTERÍSTICOS EN UN YNF (w, l)	50
4. DETERMINACIÓN DE LA PRESIÓN PROMEDIA EN YACIMIENTOS NATURALMENTE FRACTURADOS	62
4.1. PRESIÓN PROMEDIA ADIMENSIONAL	62
4.1.1. La ecuación de balance de materia	62
4.1.2. Determinación de la \bar{P}_b para un yacimiento con límites	62
4.1.2.1. En yacimientos cerrados	63
4.1.2.2. \bar{P}_b en yacimientos con presión externa constante	65
4.2. YACIMIENTO NATURALMENTE FRACTURADO - INFINITO	66
4.2.1. Distribución de presiones en un yacimiento naturalmente fracturado y un yacimiento homogéneo	69
4.2.1.1. Distribución de presiones en un yacimiento circular con frontera de presión constante y caudal constante	69
4.3. YACIMIENTOS CIRCULARES, SOLUCIONES APROXIMADAS	72
4.3.1. Yacimientos circulares cerrados durante regimen de flujo Pseudoestable	72

	pág.
4.3.2. Flujo en estado estable: con pozo en el centro de un yacimiento circular	76
4.4. YACIMIENTOS RECTANGULARES, SOLUCIONES APROXIMADAS	78
4.4.1. Modelo de distribución de presiones para un yacimiento con dos pozos	78
4.4.2. Distribución de presiones en una región o yacimiento rectangular	84
4.4.2.1. Duración del régimen de flujo pseudo estable (PSS)	85
4.4.2.2. Duración del régimen de flujo estacionario	86
4.5. MÉTODO DIRECTO PARA CALCULAR LA PRESIÓN PROMEDIA	86
4.5.1. Ecuaciones del régimen de flujo transiente	87
4.6. APLICACIÓN DE LA TÉCNICA DE SÍNTESIS DIRECTA DE TIAB DURANTE EL RÉGIMEN DE FLUJO PSEUDOESTABLE	89
4.6.1. En yacimientos circulares cerrados	93
4.6.1.1. Área de drenaje	93
4.6.1.2. Cálculo de la presión promedia	94
4.6.2. En yacimientos rectangulares cerrados	95
4.6.2.1. Área de drenaje	96
4.6.2.2. Factor de forma	96
4.6.2.3. Cálculo de la presión promedia	96
4.6.2.4. Punto de intersección	97
4.6.3. En yacimientos naturalmente fracturados – circular cerrado	99
5. APLICACIÓN Y COMPARACIÓN DE MÉTODOS DE CÁLCULO DE LA PRESIÓN PROMEDIA EN YNF	102
5.1. EJEMPLO 1 DE YNF CON DATOS SIMULADOS	102
5.1.1. Método MBH	103
5.1.2. Método de Dietz	105
5.1.3. Método MDH	106
5.1.4. Método de Azari	108
5.1.5. Método Propuesto (SolPromYNF)	108

	pág.
5.2. EJEMPLO SIMULADO YACIMIENTO HOMOGÉNEO ($\omega=0$, $\lambda=1$)	110
5.2.1. Método MBH	112
5.2.2. Método de Dietz	113
5.2.3. Método MDH	114
5.2.4. Método Azari	115
5.2.5. Método Propuesto (SolPromYNF)	116
5.3. ANÁLISIS DE LA SOLUCIÓN PROPUESTA PARA DIFERENTES VALORES DE w Y I	118
5.3.1. Caso 1 (Tiempo prueba = 100 h / P inicial = 4000 psi / Pwf = 3883 psi)	118
5.3.2. Caso 2 (Tiempo prueba = 1000 h / P inicial = 4000 psi / Pwf = 3889 psi)	119
5.3.3. Comentarios a los Casos 1 y 2	119
6. CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES	121
BIBLIOGRAFÍA	132

LISTA DE FIGURAS

	pág.
Figura 1. Gráfico cartesiano de P_{DA} versus. t_{DA}	21
Figura 2. Gráfico de Horner para un yacimiento con límites.	21
Figura 3. Gráfico para determinar P promedio (Miller-Dyes-Hutchinson, 1950)	24
Figura 4. Tiempo adimensional, al final de la línea recta de Horner	24
Figura 5. Tiempo adimensional al final de la línea recta del MDH	25
Figura 6. Gráfico del Método de Muskat Extendido	29
Figura 7. Punto de intersección de presión adimensional de Muskat para un pozo centrado en un yacimiento centrado	30
Figura 8. Tiempo inicial y final en la recta de Muskat para pozo centrado en un yacimiento cuadrado	31
Figura 9. Presión adimensional MDH, para yacimientos con geometría circular y cuadrada	38
Figura 10. Presión adimensional MDH para un pozo centrado en yacimientos equilaterales	39
Figura 11. Presión adimensional MBH para un pozo centrado, en un yacimiento de geometría cuadrada	39
Figura 12. Presión adimensional MBH, para un arreglo de pozos 2:1 en un yacimiento de tipo rectangular	40
Figura 13. Presión adimensional MBH, para un arreglo de pozos 4:1 y 5:1 en un yacimiento de tipo rectangular	40
Figura 14. Presión y tiempo adimensional para un yacimiento naturalmente fracturado infinito con diferentes valores de λ y ω	47
Figura 15. Presión y tiempo adimensional para un yacimiento naturalmente fracturado infinito y un yacimiento homogéneo infinito	47
Figura 16. Extrapolación de la presión para obtener ΔP_{1hr}	49
Figura 17. Flujo en estado estable con pozo en el centro de un yacimiento circular	50

	pág.
Figura 18. Localización del punto de presión para un yacimiento circular con pozo centrado	60
Figura 19. Sistema de coordenadas para calcular la distribución de Presiones en un modelo de dos pozos en un yacimiento cerrado	70
Figura 20. Sistema de coordenadas para el Caso A	70
Figura 21. Sistema de coordenadas para el Caso B	71
Figura 22. Sistema de coordenadas para el Caso C	76
Figura 23. Gráfico ilustrativo para determinar el área de drenaje ($t_{pss1} = t_{1hr}$)	77
Figura 24. Línea del estado pseudoestable, para el cálculo de la presión promedia utilizando la Técnica de Síntesis Directa de Tiab	79
Figura 25. Punto de intersección (t_{rpii}) de la técnica de síntesis directa de Tiab	82
Figura 26. Esquema de yacimiento naturalmente fracturado (carbonatos)	83
Figura 27. Modelos de geometría de fracturas	84
Figura 28. Curva de Horner para YNF	93
Figura 29. Gráfico de distribución de porosidad en un YNF	97
Figura 30. Modelos de fracturas usados para el análisis de YNF	98
Figura 31. Cálculo de m a partir del gráfico de Horner	104
Figura 32. Tiempo de Intersección $trpi$ (Método TDST)	106
Figura 33. Ubicación de P^* en el gráfico de Horner	107
Figura 34. Cálculo de la P promedia (Método de Dietz)	109
Figura 35. Cálculo de P promedia (Método MDH)	112
Figura 36. Gráfico de P y Derivada de P (Método TDST)	114
Figura. 37. Método MDH, Yacimiento $w=0, I =1$	115
Figura 38. Grafica log-log de Presión y derivada de Presión vs tiempo, Yacimiento $w=0, I =1$	117

LISTA DE CUADROS

	pág.
Cuadro 1. Factor de Forma para varios arreglos de pozo y geometrías de yacimientos	37
Cuadro 2. Datos de ejemplo simulado de YNF $\omega=0.05$, $\lambda=1*10^{-5}$	102
Cuadro 3. Error promedio ynf simulado	103
Cuadro 4. Datos de simulacion de una prueba de Buildup en YNF ($\omega=0$, $\lambda=1$)	111
Cuadro 5. Calculo del Error promedio Yacimiento $w=0$, $I =1$	117
Cuadro 6. Tipos de YNF con variación de w y I	118
Cuadro 7. Cálculo de la P promedia** para diferentes YNF . Caso – 1	118
Cuadro 8. Cálculo de la P promedia** para diferentes YNF . Caso - 2	119

RESUMEN

TÍTULO: DETERMINACIÓN DE LA PRESIÓN PROMEDIA EN YACIMIENTOS NATURALMENTE FRACTURADOS, UTILIZANDO LA TÉCNICA DE SÍNTESIS DIRECTA DE TIAB¹

AUTOR: MIGUEL DANILO MOLINA BOHÓRQUEZ**

PALABRAS CLAVES: Presión, Yacimiento, pozos, síntesis

DESCRIPCIÓN O CONTENIDO

La determinación de la presión promedia \bar{P} , es requisito indispensable en cualquier estudio de ingeniería de yacimientos o producción, especialmente en lo que se refiere a la caracterización, estimación de reservas y pronósticos de producción del yacimiento y al diseño de pozos y facilidades de superficie del campo. Adicionalmente, los trabajos de mantenimiento o completamiento de pozos, también requieren del conocimiento de la presión promedia, \bar{P} . Entre los métodos más usados para el cálculo de la presión promedia \bar{P} , están los conocidos como “Métodos Directos o Convencionales” de MDH, MBH y Dietz - Ramey-Cobb entre otros, aplicados a yacimientos homogéneos y basados principalmente en la interpretación a partir de un gráfico semilog de presión versus tiempo.

En la última década, se ha dado a conocer la “Técnica de Síntesis Directa de Tiab- TDST”, que permite interpretar pruebas de presión, en forma rápida, práctica y precisa, tomando como base la gráfica log-log de la derivada de presión versus tiempo, sin utilizar ajuste por curvas tipo. Esta técnica permite obtener parámetros del yacimiento tales como la permeabilidad, el almacenamiento, el factor de daño, longitud media de fractura, área de drenaje y distancia a los límites, sin usar el tradicional gráfico de Horner. La TDST, utiliza ecuaciones analíticas directas, con base en la identificación apropiada de líneas y puntos característicos en el gráfico logarítmico antes mencionado.

En el presente trabajo la técnica TDST es aplicada para la determinación de la presión promedia \bar{P} a Yacimientos Naturalmente Fracturados - YNF, a partir de Build up test para un fluido en fase líquida (crudo), ligeramente compresible, de compresibilidad constante, para un pozo produciendo a caudal constante y localizado en el centro de un área de drenaje cerrada .

Teniendo en cuenta lo anterior, se desarrolla una nueva solución matemática basada en los factores w y I , para la determinación de la \bar{P} en YNF, para condiciones de régimen de flujo pseudoestable, de un pozo dentro de un yacimiento de tipo circular. Finalmente se desarrollan un ejemplo real y otro simulado para aplicar los métodos convencionales y la nueva solución desarrollada. Los ejemplos muestran que la nueva solución, es sencilla de aplicar y da resultados precisos al ser aplicada mediante el uso de la TDST a Yacimientos Naturalmente Fracturados - YNF, en comparación con los “Métodos Convencionales”.

* Trabajo de Grado

** Master en Hidrocarburos. Ingeniería de Petróleos. Freddy Humberto Escobar Macualo

ABSTRACT

TITLE: DETERMINATION OF THE PRESSURE AVERAGES NATURALLY IN LOCATIONS FRACTURED, USING THE TECHNIQUE OF DIRECT SYNTHESIS DE TIAB*

AUTHOR: MIGUEL DANILO MOLINA BOHÓRQUEZ**

KEY WORDS: Pressure, Location, wells, synthesis

DESCRIPTION:

Average reservoir pressure is a required parameter in almost all reservoir and production engineering studies. It also plays critical role in field appraisal, well sizing, and surface facilities sizing. Almost every well intervention job requires the knowledge of the average reservoir pressure. The most commonly used methods for obtaining the average reservoir pressure from Build-up tests are *MDH*, *MBH*, Dietz and Ramey-Cobb. These methods are based on semi-log plots and are usually referred to as "Conventional or Direct Methods".

Last times, "Tiab's Direct Synthesis Technique – TDST" have been known like a direct method, quick, and accurate approach for well testing interpretation. This method uses log-log plots of the pressure derivative versus time, to calculate reservoir parameters such as permeability, wellbore storage, skin factor, half fracture length, drainage area and distance to the boundary, without the need of a Horner plot or type curves. This method consists of obtaining characteristic points from the intersection of straight-line portions of the curves and their slopes from a log-log plot of pressure derivative versus time.

In this study, TDST is applied to determine average reservoir pressure for Naturally Fractured Reservoirs - NFR. For the case of pressure build-up test of a single phase fluid, of small but constant compressibility to a well producing at a constant rate and located at the center of a closed circular reservoir.

In order to this, a new mathematical solution based in w and I factors is developed to determine average reservoir pressure in NFR, for pseudo steady state flow period of a well located inside closed drainage regions like as mentioned before. Finally, one real field example and other one simulated are used to apply conventional methods and the new solution developed. The examples show that new solution gives accurate results and is simple and useful to apply in NFR, in comparison to the Conventional Methods.

* Work of Grade

** Master in Hydrocarbons. Engineering of Petroleums. Freddy Humberto Escobar Macualo

INTRODUCCIÓN

La Técnica de Síntesis Directa de Tiab - TDST, es una técnica reciente que ha venido tomando impulso en lo que se refiere a “Well Testing” o interpretación de pruebas de presión, por su rapidez, practicidad y precisión. A este respecto se debe señalar, que actualmente se han desarrollado por lo menos veinte trabajos de tesis en Maestría y Doctorado en la Universidad de Oklahoma, en donde es profesor el autor de la misma el Dr. Djebbar Tiab, sin contar las tesis de pregrado y postgrado, dirigidas por su colaborador y amigo, el profesor Freddy Escobar (PhD. Pet. Eng Univ, Okh.) de la Universidad Surcolombiana, entre las que están: la tesis aprobada, de Gutierrez, D., 2003 y el presente trabajo, presentados para obtener el título de Magister en la Escuela de Ingeniería de Petróleos de la Universidad Industrial de Santander – UIS.

Acto seguido, se presenta este trabajo como una continuación, dentro del marco de aplicación de la TDST, a diferentes tipos de yacimientos. Esta aplicación al igual que otras hechas con la Técnica de Síntesis Directa de Tiab, servirán para que ésta se continúe afianzando y difundiendo en el mundo de las técnicas de interpretación de pruebas de presión.

Este trabajo consiste esencialmente, en encontrar una solución analítica para la determinación o cálculo de la presión promedio, en Yacimientos Naturalmente Fracturados, considerando principalmente, un fluido líquido (crudo) y ligeramente compresible, en dos condiciones de yacimiento: pozo vertical simple y vertical hidráulicamente fracturado. Una vez satisfechas estas soluciones se aplicará la técnica TDST y se hará la comparación de resultados, con las llamadas Técnicas o Métodos Convencionales.

Aunque no es la intención de este trabajo, creo pertinente aclarar que es un hecho probado, en el “argot” de la Industria del Petróleo en nuestro país, que en lo referente a Interpretación de Pruebas de Presión, existen numerosos términos del idioma inglés, que ya se encuentran establecidos como parte de nuestro idioma. Esto se puede ver en la comunicación diaria entre empresas de servicios y operadoras e incluso a nivel académico, tal es el caso de términos como: Build Up Tests (que raras veces es traducido como Prueba de Restauración o Ascenso de Presión), en la misma lista están, Drawdown Test, Well Testing, DST, MDT, PSS, Real Time, TDST (Tiab Direct Synthesis Technique) y otros, que bien no recuerdo en este momento y que utilizaré indistintamente a lo largo de este documento. De la misma manera, aunque ya se encuentra estandarizado, debo mencionar que en lo posible, se utilizará siempre el símbolo \bar{P} , para referirse a la presión promedia, así como el uso de otros términos en español cuyo significado es preciso en el contexto de las pruebas de presión (v.gr.: “ejemplo de campo”, término utilizado para referirse a una simulación con datos reales de las pruebas de presión). Sí, por alguna circunstancia un experto en la materia, estuviese en desacuerdo y no coincidiese con mi apreciación, pido excusas, pues el conocimiento que tengo de más de 18 años en el ambiente petrolero colombiano, me da la tranquilidad de que esta es la mejor forma en que puedo yo expresarme.

En cuanto al contenido del trabajo, este se ha distribuido de la siguiente manera:

En primer lugar se presenta un Marco Teórico General, con conceptos básicos para soportar las ideas presentadas, se hace un poco de historia y un recuento de conceptos como el Transiente de Presión y los Métodos de Interpretación, así mismo, se habla de Presión promedia y Técnicas Modernas de Interpretación, en esta últimas se incluye la TDST.

Luego se hace una revisión conceptual sobre los diferentes tipos de yacimiento de acuerdo al comportamiento de la presión y a algunas ecuaciones básicas, tales como la ecuación de difusividad, presentadas tanto en unidades de campo como en forma adimensional, se discuten los grupos adimensionales y los fundamentos de una prueba de Build up y los Métodos Convencionales utilizados para la determinación de la presión promedia \bar{P} .

Posterior a la revisión conceptual, se hace una breve y concreta descripción conceptual de lo que es un Yacimiento Naturalmente Fracturado -YNF y de su comportamiento en un Análisis de Presión.

En cuanto a aspectos teóricos se refiere, se presenta en última instancia, en el capítulo 4, lo que ha sido el desarrollo de modelos matemáticos para la determinación de la presión promedia con base en la ecuación de Balance de Materia y el cálculo de la presión promedia \bar{P} adimensional, en el contexto de Yacimientos Naturalmente Fracturados cerrados de geometría circular y rectangular, en periodo de flujo pseudoestable. Al final de este desarrollo teórico se presenta, el principal objetivo de este trabajo: el calculo de la presión promedia \bar{P} " en Yacimientos Naturalmente Fracturados aplicando la "Técnica de Síntesis Directa de Tiab - TDST".

Como complemento y verificación de todo lo anterior, se presentan un par de ejemplos para la determinación de la presión promedia \bar{P} , el primero es un ejemplo de campo con datos reales de un Build up y el segundo ejemplo, desarrollado con datos simulados. En ambos casos, se aplican los procedimientos de cálculo de los llamados Métodos Convencionales, así como la nueva solución propuesta en este trabajo, que incluye la Técnica de Tiab –TDST. Finalmente, se hace la respectiva comparación de resultados en cada uno de los ejemplos.

Como texto final, se presentan una serie de Conclusiones y Recomendaciones, que permiten definir algunos aspectos del trabajo realizado y así mismo, sugerir la posibilidad de seguir profundizando en este y otros temas relacionados con el Análisis de Presiones en YNF.

1. MARCO TEÓRICO GENERAL

1.1. REVISIÓN DE LITERATURA

Las pruebas de presión permiten evaluar las características del yacimiento, entre estas, la determinación de la presión promedia \bar{P} , y para su interpretación se han propuesto diferentes métodos, los más conocidos desde hace varias décadas son los llamados “Métodos Convencionales”(MDH, MBH y otros) y por otra parte, los llamados “Métodos Modernos” desarrollados en los últimos veinte años, entre los que se puede mencionar, el Ajuste por Curvas Tipo y la Técnica de Síntesis Directa de Tiab- TDST.

1.1.1 Métodos convencionales de pruebas de presión. Entre los métodos mas conocidos de interpretación de pruebas de presión, están el de Horner²⁵ y el mdh (Miller, Dyes, and Hutchinson³³) y son conocidos como métodos convencionales o directos. la principal característica que tienen en común estos métodos, es que requieren de pruebas extensas, donde se reconozca el flujo radial estable y con efectos de frontera despreciables.

El Método *MDH* (Miller, Dyes, and Hutchinson³³) permite el cálculo de la presión promedia \bar{P} , y básicamente consiste en una solución de ecuaciones diferenciales para un fluido ligeramente compresible, de un pozo centrado, en un yacimiento cilíndrico. Este método permite encontrar curvas adimensionales de la \bar{P} , en yacimientos con límites cerrados o de presión constante con geometría definida, así como en yacimientos abiertos y es válido para condiciones de flujo pseudoestable anteriores al cierre del pozo.

Luego Matthews-Brons and Hazebroek³² desarrollaron el Método MBH, para calcular la \bar{P} en yacimientos volumétricos (cerrados sin intrusión de agua), con base en gráficos de la Presión adimensional (P_{DMBH}) versus. tiempo adimensional (t_{DA}), para diferentes geometrías y arreglos de pozos.

Mas tarde, Dietz¹⁵ basado en el método MDH desarrolló una ecuación para la determinación de la \bar{P} , utilizando los llamados factores de forma (C_A) para diferentes arreglos de pozo y geometrías de yacimiento. Para yacimientos volumétricos los métodos de Dietz and *MBH* muestran los mismos resultados, una vez se han definido bien las condiciones de flujo pseudoestable.

Ramey and Cobb⁴⁴, con base en el método de Dietz¹⁵, encontraron que la \bar{P} puede ser determinada a partir de la extrapolación de la línea recta de la pendiente, obtenida del gráfico de Horner.

En esta misma clase de métodos, Muskat³⁶ utiliza un procedimiento de ensayo y error en un gráfico log-log de ($\bar{P} - P_{ws}$) versus tiempo de cierre. Todos estos métodos directos están apoyados en lecturas y correcciones de gráficos que introducen errores de precisión . Por otra parte, Azzari⁵ da a conocer un método simple para calcular la \bar{P} durante el desarrollo de pruebas de Restauración de Presión (Build up Tests), sin utilizar gráficas auxiliares. Como en los anteriores, este método requiere conocer la distancia desde el pozo, hasta el punto en el cual, la presión del yacimiento, alcanza la \bar{P} .

1.1.2. Métodos Modernos

Método de ajuste por curvas tipo. Las curvas tipo aparecieron por primera vez con theis⁴⁹, para interpretar pruebas de presión en sistemas acuíferos. Luego en los años setenta, Agarwal y Ramey¹, las aplican e introducen en la literatura y más tarde otros investigadores, mejoran la técnica y la extienden al análisis de diferentes regímenes de flujo. Las curvas tipo se utilizan en el análisis de datos de pruebas drawdown, buildup, interferencia y presión constante, se generan en parámetros adimensionales que resultan de multiplicar los parámetros reales por un factor de corrección que tiene en cuenta la forma y demás características geométricas del yacimiento.

Los gráficos log-log de las Curvas Tipo, con los parámetros adimensionales (P_D y t_D) y sus derivadas, dan más información del yacimiento que un gráfico semilog de la presión versus tiempo. Lo anterior se puede explicar por el comportamiento matemático de la derivada, el cual muestra en cualquier instante, mayor sensibilidad a los cambios en el yacimiento. Esta técnica, básicamente, ajusta los datos reales a las curvas tipo adimensionales mediante la superposición de estos y el mejor ajuste en un set de curvas tipo, de la misma escala o tamaño. Los datos obtenidos de este ajuste con la curva tipo adimensional, son asumidos como parte del sistema real del yacimiento en evaluación.

A pesar de que mediante las curvas de la derivada de presión, se pueden observar todos los regímenes de flujo, la técnica de ajuste por curvas tipo siguen siendo un procedimiento de prueba y error, de poca precisión. Horner²⁵, demostró que el ajuste por curvas tipo no es tan preciso como los métodos convencionales, debido a que los ejes en un gráfico log-log tienden a ser imprecisos a tiempos tardíos, de tal manera que 1 mm de un punto de presión, puede significar un error de 200 *psia*. A este respecto es preciso

señalar también, que algunas veces se pueden obtener datos no consistentes o que generan “ruido” en la derivada de presión, haciendo imposible identificar los diferentes regímenes de flujo, presentes en una prueba de presión.

1.2. PRUEBAS DE TRANSIENTE DE PRESIÓN

1.2.1 Generalidades. El Análisis del Transiente de Presión se utiliza para analizar, mejorar y predecir el comportamiento de un yacimiento y consiste básicamente en medir las variaciones de presión en uno o varios pozos y hallar las propiedades petrofísicas de la roca y los fluidos del yacimiento, tales como: el coeficiente de almacenamiento, la permeabilidad, el volumen poroso y la presión promedio \bar{P} , entre otros. El diseño de estas pruebas esta supeditado a las características del yacimiento y es utilizado para analizar, mejorar y pronosticar el comportamiento de cualquier yacimiento en particular.

1.2.2. Pruebas de Declinación (Drawdown Test). Estas pruebas, son realizadas con el pozo en flujo estable y abierto, a caudal constante, su duración es variable, desde unas pocas horas hasta varios días, dependiendo del objetivo de la prueba y las características de la formación. Una variación de esta prueba, es la conocida como: Drawdown Extendida (Extended Drawdown) y sirve para definir los límites del yacimiento y/o el área de drenaje de un pozo, así como para estimar volúmenes iniciales de producción.

1.2.3. Pruebas de Restauración (Build-up Test). Son las pruebas más usadas para el Análisis del Transiente de Presión, a continuación se

mencionan algunas de las características presentes en la realización de estas pruebas:

- Son de fácil realización y supervisión.
- Requieren cierre temporal del pozo.
- A partir de este, se pueden obtener: la permeabilidad, el factor de daño y la \bar{P} a diferencia del Drawdown Test, que no permite estimar esta última.
- Presenta problemas operacionales al tratar de mantener una tasa de producción constante y causar pérdidas económicas por el cierre del pozo.

1.3. PRESIÓN PROMEDIA \bar{P}

Según Earlougher¹⁸, la presión promedia \bar{P} de un yacimiento sin empuje de agua se puede definir: como la presión que el yacimiento alcanzaría si todos los pozos estuvieran cerrados, por un tiempo infinito.

Por otra parte, si consideramos el yacimiento con presencia de un empuje de agua, entonces la presión promedia \bar{P} podrá llegar a ser igual a la presión inicial del yacimiento: $\bar{P} \approx P$.

En Ingeniería de Yacimientos, el conocimiento de la presión promedia \bar{P} permite definir entre otros, las siguientes circunstancias:

- Sí la caída de presión ($\bar{P} - P_{wf}$) es pequeña, para un caudal constante de producción, se tendrá entonces empuje de agua (presencia de acuífero) o la existencia de un yacimiento infinito o de gran tamaño.

- Sí la caída de presión ($\bar{P}-P_{wf}$) es grande, para un caudal constante de producción, podría estar indicando, producción de pequeños lentes de arena, o de una zona de falla (yacimientos cerrados).
- El conocimiento de la \bar{P} permite realizar el cálculo del OOIP (Original Oil in Place), o del empuje de agua a partir de la ecuación de Balance de Materia.
- La \bar{P} , es importante en la distribución de presiones, para el análisis del movimiento de fluidos.
- El conocimiento de la \bar{P} permite realizar cálculos de los pronósticos producción para predecir el comportamiento del yacimiento, en todas las etapas de recuperación (primaria, secundaria y terciaria) .
- Adicionalmente el conocimiento de la presión promedio \bar{P} , es de gran utilidad para determinar la variación de las características petrófísicas del yacimiento.

1.4. TÉCNICA DE SÍNTESIS DIRECTA DE TIAB –TDST

Apareció publicada por primera vez en 1993, en el paper SPE 25426: “Análisis de Presión y Derivadas de Presión sin Ajuste por Curvas Tipo: I- Efectos de Daño y Almacenamiento” cuyo autor es el profesor a Djebbar Tiab de la Universidad de Oklahoma. Es la técnica de análisis de Pruebas de Presión más reciente y esta basada en la interpretación de gráficos log-log de la presión y la derivada de presión, versus, tiempo, y permite calcular parámetros del yacimiento sin utilizar el método de ajustes por curvas tipo. Su característica más importante es la precisión en los resultados, atribuida

a sus soluciones analíticas para el cálculo de la permeabilidad, el factor de daño y el coeficiente de almacenamiento. Es aplicable en la interpretación tanto de pruebas de Build up, como de Drawdown .

2. MÉTODOS CONVENCIONALES Y PRUEBAS DE RESTAURACIÓN DE PRESIÓN (BUILD-UP TEST) PARA LA DETERMINACIÓN DE LA PRESIÓN PROMEDIA

2.1. TIPOS DE FRONTERAS EN EL YACIMIENTO

Para definir un periodo de flujo infinito en una prueba de transiente de presión, debemos considerar un yacimiento petrolífero infinito en su extensión areal. Eventualmente, los efectos de frontera del yacimiento se sentirán en el pozo donde se esta llevando a cabo las pruebas de presión. El tiempo en el cual los efectos de frontera del yacimiento se sienten dependen de diversos factores, entre los que se incluye: la distancia y ubicación del pozo a las fronteras, las propiedades petrofísicas y las características del fluido. A continuación se hace referencia a los dos tipos de frontera o límites más comúnmente considerados en el análisis de presiones de un yacimiento:

Frontera Cerrada o Impermeable, ocurre cuando el yacimiento esta aislado y no hay flujo a través de los límites. Puede suceder también no-flujo en las fronteras, debido a interferencia entre pozos y a la disputa entre fuerzas viscosas, gravitacionales y de arrastre durante el equilibrio por ejemplo, en una prueba de Drawdown..

Frontera de presión constante, muy rara vez se presenta este tipo de frontera, sin embargo en muchos casos se encuentra, debido a la presencia de un acuífero o a un patrón de inyección, o por una capa de gas de gran espesor. Es decir: la energía del fluido de producción es reemplazada por empuje de agua de un acuífero, o por el fluido de inyección, o la expansión

de la capa de gas. El resultado es, que la caída de presión del yacimiento se considera cero por ser pequeña o no detectable.

2.1.1. Condición de frontera cerrada. Se produce esta condición cuando se considera el yacimiento cerrado en todos sus lados y el transiente de presión se mantiene durante la puesta en producción, aunque se hayan alcanzando las fronteras del yacimiento, en el régimen pseudoestable . En este caso, la caída de presión debe ser la misma en cualquier punto del yacimiento.

2.1.2. Condición de frontera de presión constante. Se sucede cuando la caída de presión es compensada por la presencia de otro fluido en el yacimiento. El efecto final producido por la existencia de un límite de presión constante, se alcanza cuando se llega a la condición del estado estable en la cual la presión del pozo fluyendo o en producción es la misma del yacimiento y no cambia con el tiempo. A pesar de lo anterior debe ser claro que para que el pozo fluya, se requiere una diferencia de presión entre el pozo y el yacimiento, que produzca la caída de presión necesaria para que el pozo empiece a producir.

2.2. LA ECUACIÓN DE DIFUSIVIDAD

En cuanto a técnicas de Análisis del Transiente de Presión, todas están basadas en la ecuación de difusividad, la cual describe el flujo a través de un medio poroso. La Ecuación de difusividad en términos de una ecuación parcial diferencial con coordenadas cilíndricas, puede ser escrita de la siguiente forma:

$$\frac{\partial^2 P}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial P}{\partial r} = \frac{f m c_t}{0.0002637 k} \frac{\partial P}{\partial t} \quad \text{Ecuación-1}$$

La anterior ecuación se obtiene por combinación de la ecuación de conservación de la masa, la ecuación de estado y la Ley de Darcy, y es aplicable bajo las siguientes condiciones:

- Un medio poroso isotrópico, horizontal, homogéneo, de espesor uniforme y permeabilidad y porosidad constantes.
- Un fluido en una sola fase llenando totalmente los espacios porosos.
- Un fluido con viscosidad y compresibilidad constante a cualquier presión.
- Un pozo que penetra completamente la formación productora y considerando la fuerza de gravedad despreciable.
- Una densidad de fluido controlada por:

$$\rho = \rho_0 e^{[c_{fluid} (P - P_0)]} \quad \text{Ecuación-2}$$

Siendo, ρ_0 el valor de la densidad ρ a cualquier presión P_0 y c la compresibilidad.

A este respecto, van Everdingen and Hurst⁵⁶ desarrollaron la solución a la ecuación de difusividad en forma adimensional.

2.3. VARIABLES ADIMENSIONALES. Estas variables son muy utilizadas para el análisis de pruebas de presión, por la representatividad y facilidad para operar matemáticamente los parámetros característicos del yacimiento, así como por la simplificación de variables. Adicionalmente, las soluciones obtenidas con variables adimensionales, son independientes de cualquier

sistema de unidades, por lo demás se asume que k , μ , c_t , ϕ , h y B (o factor volumétrico de formación) son constantes.

2.3.1. Presión Adimensional

P_D , en unidades de campo:

$$P_D = \frac{k h}{141.2 q b_0 m_0} (P_i - P_{wf}) \quad \text{Ecuación-3}$$

Siendo,

k = permeabilidad (*md*)

h = espesor (*pies*)

P_i = presión inicial (*psia*)

P_{wf} = presión de fondo fluyendo (*psia*)

q = rata o tasa de producción (*stb/d*)

β_0 = Factor volumétrico de formación (*vol res / vol std*)

μ_0 = viscosidad (*cp*)

Sí se expresa la ecuación de P_D , en un solo sistema de unidades:

$$P_D = \frac{2p k h}{q b_0 m_0} (P_i - P_{wf}) \quad \text{Ecuación-4}$$

2.3.2 Tiempo Adimensional

t_D , en unidades de campo:

$$t_D = \frac{0.0002637 k t}{f m c_t r_w^2} \quad \text{Ecuación-5}$$

Siendo,

t = tiempo (*horas*)

ϕ = porosidad (vol por./ vol, por.)

c_t = compresibilidad total (psi^{-1})

r_w = radio del pozo (pies)

En un solo sistema de unidades, entonces:

$$t_D = \frac{k t}{f m_0 c_t r_w^2} \quad \text{Ecuación-6}$$

Otra variable adimensional muy usada, es t_{DA} , basada en la extensión areal del yacimiento y se expresa como:

$$t_{DA} = \frac{0.0002637 k t}{f m_0 c_t A} \quad \text{Ecuación-7}$$

Siendo

A = área del yacimiento (pies^2).

2.3.3. Radio Adimensional. Se define como:

$$r_D = \frac{r}{r_w} \quad \text{Ecuación-8}$$

y es independiente de cualquier sistema de unidades.

2.4. PRUEBAS DE RESTAURACIÓN DE PRESIÓN (BUILD-UP TEST)

2.4.1. Yacimiento Infinito (Método de Horner). La P_D en el pozo ($r_D = 1$), será:

$$P_D + s = [\ln(t_D) + 0.80907] \quad \text{Ecuación-9}$$

Aplicando el principio de superposición, a un pozo produciendo a un caudal q estabilizado durante un periodo de tiempo t_p prolongado y luego a un caudal $q = \text{cero}$, se tiene entonces que:

$$P_{DS} = P_D(t_p + Dt)_D - P_D(Dt)_D \quad \text{Ecuación-10}$$

de donde,

$$P_{DS} = \frac{kh}{141.2 qmb} (P_i - P_{ws}) \quad \text{Ecuación-11}$$

$$t_p = \frac{24 N_p}{q} \quad \text{Ecuación-12}$$

Sustituyendo la Ecuación 11 en la 10, se tiene que:

$$P_{ws} = P_i - \frac{141.2 qmb}{kh} [P_D(t_p + Dt)_D - P_D(Dt)_D] \quad \text{Ecuación -13}$$

de la misma manera, la Ecuación 9 puede ser escrita como:

$$P_D(t_p + \Delta t)_D = \frac{1}{2} [\ln(t_p + \Delta t)_D + 0.80907] - s \quad \text{Ecuación -14}$$

$$P_D(Dt)_D = \frac{1}{2} [\ln(Dt)_D + 0.80907] - s \quad \text{Ecuación -15}$$

por lo tanto,

$$P_D(t_p + Dt)_D - P_D(Dt)_D = \frac{1}{2} [\ln(t_p + Dt)_D - \ln(Dt)_D] = \frac{1}{2} \left(\frac{t_p + Dt}{Dt} \right) \quad \text{Ecuación-16}$$

volviendo a la Ecuación -13, se tiene que:

$$P_{ws} = P_i - \frac{70.6 mb}{kh} \ln \left(\frac{t_p + \Delta t}{\Delta t} \right) \quad \text{Ecuación-17}$$

o también.

$$P_{ws} = P_i - \frac{162.6 qmb}{kh} \log \left(\frac{t_p + \Delta t}{\Delta t} \right) \quad \text{Ecuación-18}$$

Con esta ecuación en la gráfica (P_{ws}) versus. $(t_p + \bullet t) / \bullet t$ en papel semi-log , se obtiene una línea recta de pendiente,

$$m = \frac{162.6 qmb}{kh} \quad \text{Ecuación -19}$$

El método descrito anteriormente es conocido como el Método de Horner. El gráfico del mismo nombre se puede ver en la Figura 2. La permeabilidad k , se puede obtener de la anterior ecuación:

$$k = \frac{162.6 \text{ qmb}}{mh} \quad \text{Ecuación -20}$$

2.4.1.1. El factor de Daño (o Skin Factor). Reemplazando P_D de Ecuación 4, en Ecuación 9 y restando Ecuación 11, se tiene:

$$(P_D + s) - P_{DS} = \frac{kh}{141.2 \text{ qmb}}(P_i - P_{wf}) - \frac{kh}{141.2 \text{ qmb}}(P_i - P_{ws}) \quad \text{Ecuación-21}$$

$$(P_D + s) - P_{DS} = \frac{kh}{141.2 \text{ qmb}}(P_{ws} - P_{wf}) = 1.1513 \left(\frac{P_{ws} - P_{wf}}{m} \right) \quad \text{Ecuación-22}$$

Despejando,

$$s = 1.1513 \left(\frac{P_{ws} - P_{wf}}{m} \right) + P_{DS} - P_D(t_D) \quad \text{Ecuación -23}$$

$$s = 1.1513 \left(\frac{P_{ws} - P_{wf}}{m} \right) + P_D(t + Dt)_D - P_D(Dt)_D - P_D(t_D) \quad \text{Ecuación-24}$$

Sí, $\Delta t \ll P_D(t + \Delta t)_D \approx P_D(t_D)$ $s = 1.1513 \left(\frac{P_D - P_{wf}}{m} \right) - P_D(t_D)$ Ecuación-25

$$s = 1.1513 \left(\frac{P_{ws} - P_{wf}}{m} \right) + \frac{1}{2} \left[\ln \frac{0.0002637 k \Delta t}{f m c_t r_w^2} - 0.80907 \right] \quad \text{Ecuación -26}$$

Para $t = 1h$, $P_{ws} = P_{wf}$ (en la línea recta)

$$s = 1.1513 \left[\frac{P_{hr} - P_{wf}}{m} - \log \left(\frac{k}{f m c_t r_w^2} \right) + 3.2275 \right] \quad \text{Ecuación-27}$$

Sí $t_p < 1h$, para un DST (Drillstem Tests), entonces:

$$s = 1.1513 \left[\frac{P_{hr} - P_{wf}}{m} + \log \left(1 + \frac{1}{t_p} \right) - \log \left(\frac{k}{f m c_t r_w^2} \right) + 3.2275 \right] \quad \text{Ecuación-28}$$

2.4.1.2. Almacenamiento (Wellbore Storage o Afterflow). Cuando un pozo es cerrado en superficie, el flujo continúa en el interior del pozo, comprimiendo el fluido almacenado. Este flujo posterior al cierre, es llamado “Afterflow” o “Wellbore Storage”, y es uno de los factores operacionales que más dificulta el reconocimiento de regímenes de flujo y que más incide en la interpretación de Build-up Test.. En algunos casos cuando la duración del almacenamiento o afterflow es prolongada, es difícil reconocer los efectos de frontera.

Caudal “afterflow”. Los efectos de Afterflow pueden llegar a ser despreciables en un Build-up Test, siempre y cuando el Caudal Afterflow, sea menor del uno por ciento del caudal existente antes del cierre. Para un pozo productor con almacenamiento variable, el caudal afterflow será:

$$q_{af} = \frac{V_u}{(r/144)(g/g_c)} \left(\frac{24}{b_0} \right) \frac{dP_{ws}}{d(\Delta t)} \quad \text{Ecuación-29}$$

$$q_{af} = \frac{24C_p}{b} \frac{dP_{ws}}{d(\Delta t)} \quad \text{Ecuación-30}$$

Para un pozo inyector, el caudal de afterflow será:

$$q_{af} = \frac{24CV_w}{b} \frac{dP_{ws}}{d(\Delta t)} \quad \text{Ecuación-31}$$

$$q_{af} = \frac{24C_{LF}}{b} \frac{dP_{ws}}{d(\Delta t)} \quad \text{Ecuación-32}$$

La regla de oro del caudal de “ afterflow ” es: verificar el almacenamiento (“welbore storage”) de acuerdo al siguiente procedimiento:

- Se estima el caudal de afterflow a diferentes tiempos de cierre.
- Sí $(q_{af}/q) \gg 0.01$ durante un segmento de línea recta, se tendrá una “falsa” recta semilog.
- Sí $(q_{af}/q) < 0.01$, entonces el caudal de afterflow no afectará los datos de la prueba.

Cálculo de duración del Afterflow . En el diseño de una prueba de presión, es importante conocer la duración del periodo de afterflow (wellbore storage) y se puede calcular de la siguiente manera:

$$\Delta t_{af} = 204 \frac{V_u}{(r/144)(g/g_c) b J} \frac{1}{b J} \quad \text{Ecuación-33}$$

para, $J = q/(P_i - P_{wf})$ Ecuación-34

Para un pozo inyector:

$$\Delta t_{af} = 204 \frac{CV_w}{b J} \quad \text{Ecuación-35}$$

En cuanto al cálculo del tiempo inicial en el gráfico de Horner, se tiene que:

$$\Delta t_D = 50.C_D e^{0.145} \quad \text{Ecuación-36}$$

$$\Delta t = \frac{170,000mC}{kh} e^{0.145} \quad \text{Ecuación-37}$$

Figura1. Gráfico cartesiano de P_{DA} versus. t_{DA} .

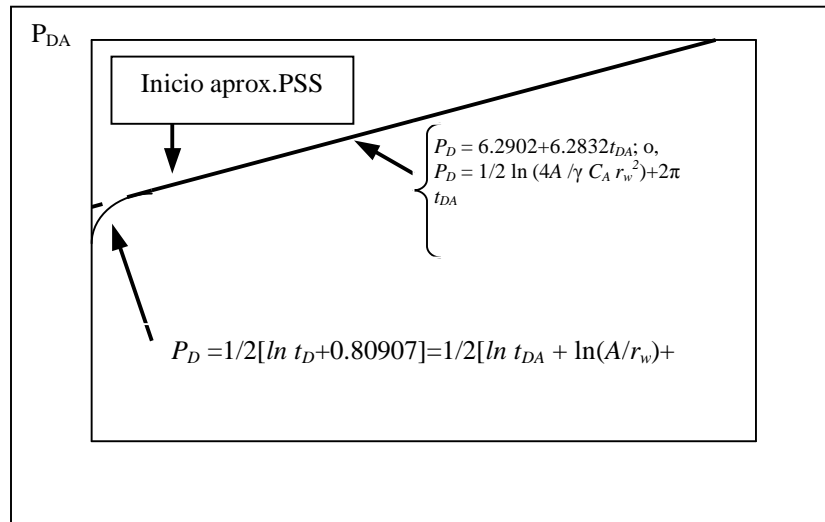
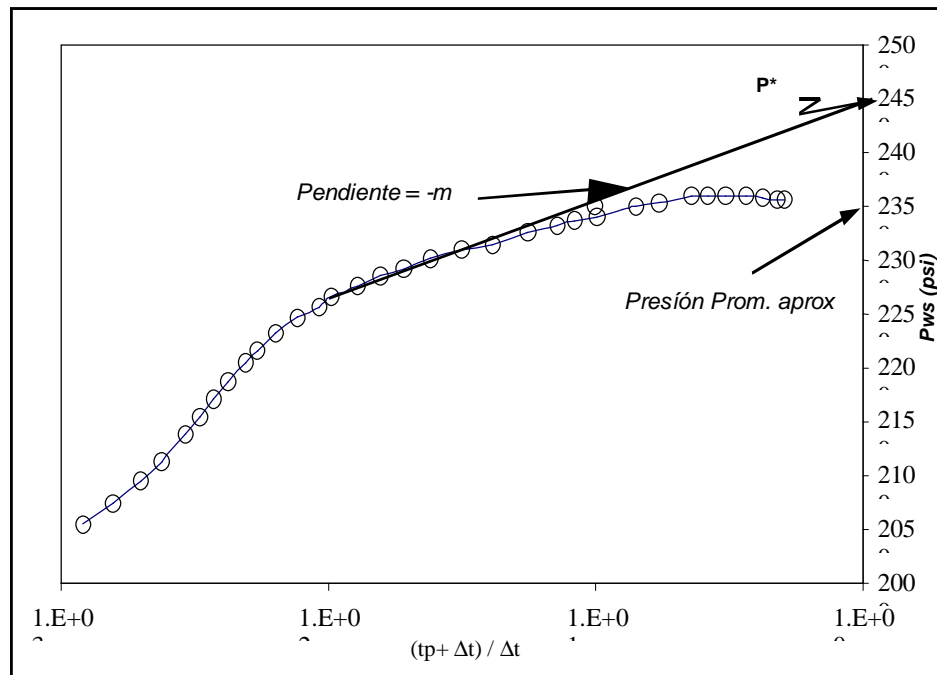


Figura 2. Gráfico de Horner para un yacimiento con límites



2.4.2. Pruebas de Build up en Yacimiento Finito . Cuando en el pozo probado no actúa como infinito, entonces según Earlougher¹⁸ se puede seguir un procedimiento Horner modificado para un yacimiento finito, como se explica a continuación:

- **Método Horner Modificado para Yacimiento Finito.** Según Earlougher¹⁸, el método de Horner aplicado a Build up test puede ser utilizado para calcular k y s , tanto de yacimientos finitos como actuando como infinitos, en tiempos tardíos con efectos de límites. Del gráfico de Horner se puede obtener una p_i extrapolando la sección de línea recta para un tiempo de cierre infinito, pero para yacimientos finitos o bien desarrollados esta no es una buena estimación, entonces se escoge la P^* , esta es mayor que la P promedio en el momento del cierre a menos que el se trate de un área altamente drenada:

De acuerdo a lo anterior, $P^* = P_i$, y en la línea recta del gráfico Horner de la Figura 2, se tendrá :

$$P_{ws} = P^* - m \log \left(\frac{t_p + \Delta t}{\Delta t} \right) \quad \text{Ecuación-38}$$

P^* se conoce también, como P asterisco o "falsa presión".

Por otra parte, Ramey and Cobb⁴⁴ demuestran que se pueden relacionar P^* y P_i :

$$P^* = P_i - \frac{141.2 qmb}{kh} \left[P_b(t_D) - \frac{1}{2} (\ln t_D + 0.80907) \right] \quad \text{Ecuación-39}$$

y P_D será:

$$P_b(t_D) = -\frac{1}{2} Ei \left[-\frac{m^2}{4t_D} \right]; \quad \text{for } t_D < 100 \quad \text{Ecuación-40}$$

$$P_D(t_D) = \frac{1}{2}(\ln t_D + 0.80907) \quad \text{for } t_D > 100 \quad \text{Ecuación-41}$$

- **Método Miller-Dyes-Hutchinson (MDH).** Sí se considera $\bullet t \ll t_p$, entonces se obtendrá una gráfica de Horner más sencilla. El Método MDH utiliza un gráfico semi-log de P_{ws} versus $\bullet t$. Figura -3, o también:

$$P_{ws} = P_{hr} + \frac{162.6 qmb}{kh} \log(\Delta t) \quad \text{Ecuación-42}$$

El tiempo inicial del MDH puede ser estimado en una gráfica log-log para análisis Drawdown o simplemente:

$$\Delta t = \frac{170,000mC}{kh} e^{0.145} \quad \text{Ecuación-43}$$

para $\Delta P = P_{ws} - P_{wf} (\Delta t = 0)$

y, C puede ser hallada con la siguiente ecuación:

$$C = \left(\frac{144}{r} \right) V_u \quad \text{Ecuación-44}$$

El tiempo final ($\bullet t_{ESL}$), en la recta del gráfico semi-log, puede estimarse así:

$$Dt_{ESL} = \frac{fm c_i A}{0.0002637} (Dt_{DA})_{ESL} \quad \text{Ecuación-45}$$

y, $\bullet t_{DA ESL}$ se puede calcular de la Figura 4 en un gráfico de Horner y de la Figura 5, para el MDH, al comparar esta gráficas para sistemas cerrados simétricos (circulo, cuadrado), se demuestra que este tiempo es mas largo en un gráfico Horner que en un MDH.

Figura 3. Gráfico para determinar P promedio (Según Miller-Dyes-Hutchinson³³)

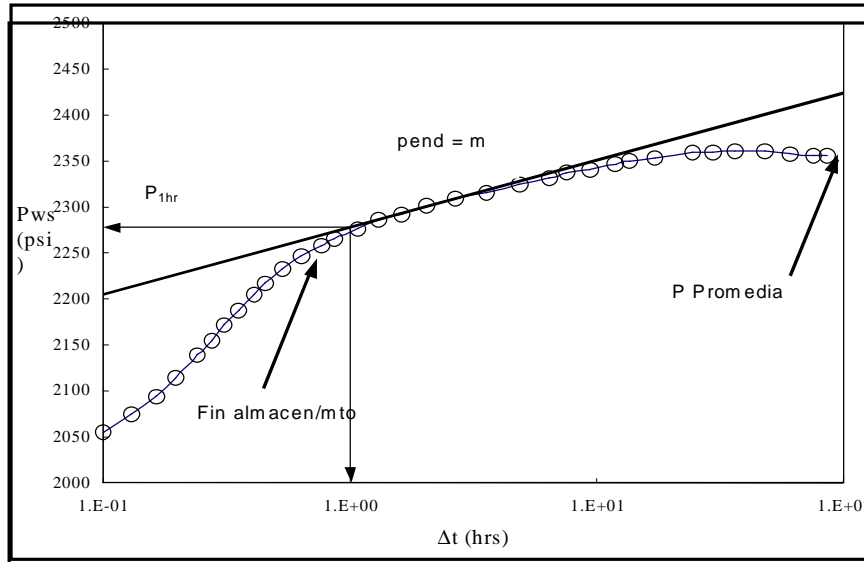


Figura 4. Tiempo adimensional, al final de la línea recta de Horner (Kumar y Ramey²⁹)

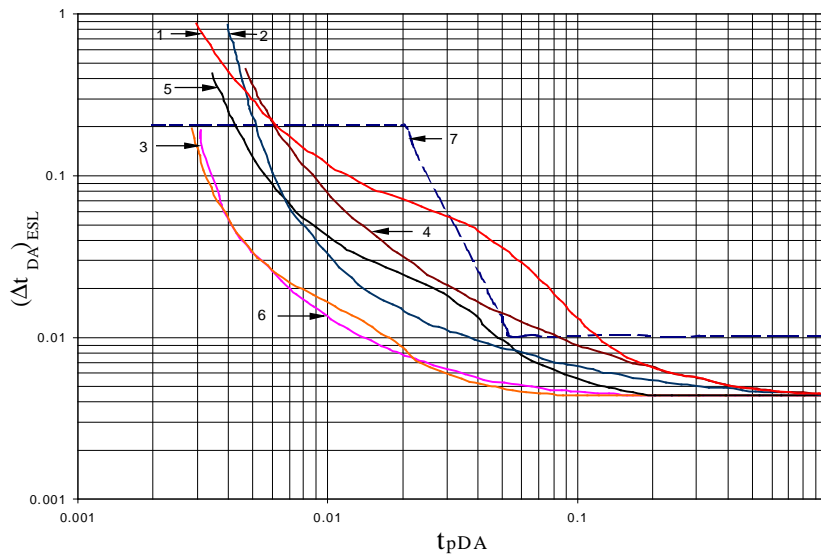
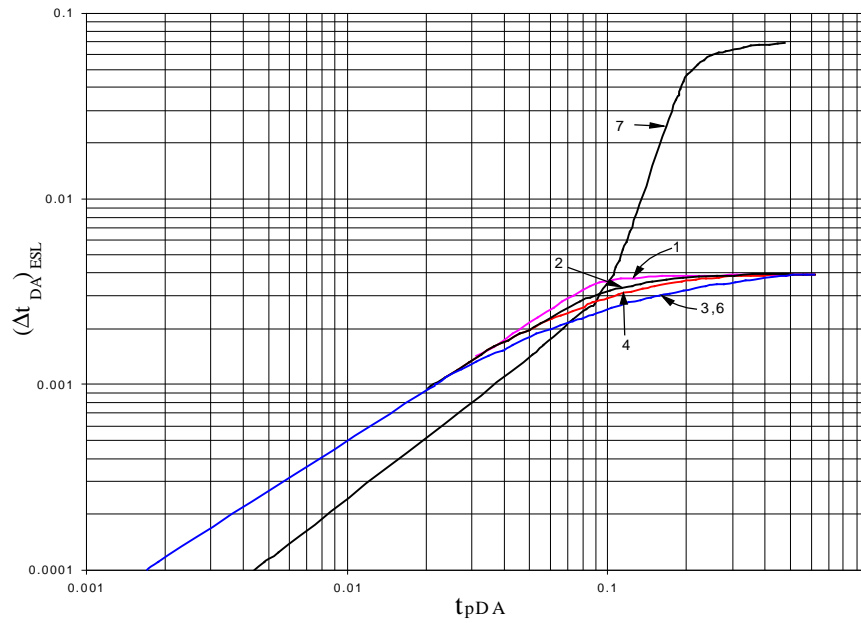
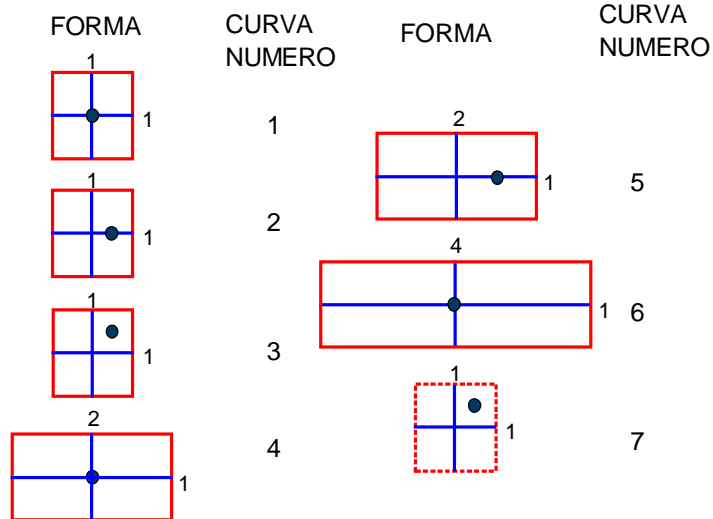


Figura 5. Tiempo adimensional al final de la línea recta del MDH(Kumar y Ramey²⁹)



Convenciones para geometría de áreas de drenaje de t_{DAESL} en Figuras 4 y 5



Es posible estimar el valor de t_{pDA} a partir de la Ecuación 7, una vez calculado se identifica la geometría correspondiente al área de drenaje (Cuadro 1), para las formas y patrones de ubicación de pozos del método MDH :

Método de Muskat Extendido. El Método de Muskat³⁶, obtiene una línea recta mediante un gráfico: $\log(\bar{P}-P_{wf})$ versus tiempo de cierre, como se muestra en la Figura 6. Aunque, la presión promedio no se puede hallar por este método, los demás parámetros sí se obtienen mediante ensayo y error, y este procedimiento hace que la solución Muskat, no sea muy utilizada en la interpretación de Build-up Test. El método puede ser más efectivo, en yacimientos con límites de presión constante y por inyección de agua, para estos casos la línea recta del Método de Muskat, es más prolongada.

El Método de Muskat esta dado por la siguiente ecuación:

$$\bar{P} - P_{ws} = P_i - \frac{141.2 qmb}{kh} [P_D (t_p + \Delta t)_D - P_D(\Delta t_D) - 2p t_{DA}] \quad \text{Ecuación-46}$$

El punto de intercepción donde $t = 0$ (p_{int}) de la línea recta , es utilizado para el cálculo de la permeabilidad de la formación, mediante la siguiente ecuación:

$$k = \frac{141.2 qmb}{h} \left[\frac{P_{DMint}(t_{pDA})}{\Delta P_{int}} \right] \quad \text{Ecuación-47}$$

Siendo,

$$\begin{aligned} P_D (t_{DA})_{Mint} &= 0.67 \text{ para yacimientos cuadrados cerrado y } t_{pDA} > 0.1 \\ &= 1.34 \text{ para yacimientos cuadrados con presión constante y } \\ t_{pDA} > 0.25 \\ &= 0.84 \text{ para yacimientos cerrados de tipo circular, con } t_{pDA} > 0.1 \end{aligned}$$

Para valores pequeños de t_{pDA} se puede usar el gráfico de la Figura 7, se puede estimar la P_D , o se puede usar la siguiente ecuación :

$$P_{DM\text{int}} = -0.0118157 + 1.3509395 [1 - \text{Exp}(-21.692995 t_{pDA})] \quad \text{Ecuación-48}$$

$$s = 0.005230274, \text{ variando entre } 0.001 \leq t_{pDA} \leq 1$$

La Ecuación 48 se presenta como solución para un pozo centrado en un yacimiento cuadrado con límite de presión constante:

Ahora, para un pozo centrado en un yacimiento cuadrado, en condición de no – flujo:

$$P_{DM\text{int}} = -0.02056 + 0.682297 [1 - \text{Exp}(-50.7038508 t_{pDA})] \quad \text{Ecuación-49}$$

$$s = 0.005230274, \text{ variando entre } 0.001 \leq t_{pDA} \leq 1$$

Para el cálculo del área de drenaje A , se puede utilizar la pendiente de Muskat.

$$A = \frac{k}{f_{mc} m_M} M_{SF} \quad \text{Ecuación-50}$$

Siendo M_{SF} : Factor de Forma de Muskat y:

$M_{SF} = -0.004771$ para un yacimiento cuadrado cerrado ,

$= -0.00233$ para un yacimiento cuadrado con presión constante e $= -0.00528$ para un yacimiento circular.

Sí el área A es conocida entónces

$$f_{Ct} = \frac{M_{SF} k}{A m_M} \quad \text{Ecuación -51}$$

El punto inicial y final de la pendiente de Muskat , se puede calcular de la siguiente forma:

$$\Delta t = \frac{f m C_i A}{0.0002637 k} (\Delta t_{DA})_{sl} \quad \text{Ecuación-52}$$

de donde, $(\Delta t_{DA})_{sl}$ puede ser obtenido de la Figura 8 o, de la siguiente forma:
Se calculan el punto final y de inicio, de la recta de Muskat para un pozo centrado en un yacimiento cuadrado, bajo condición de no – flujo:

Para el punto al final de la recta,

$$(\Delta t_{DA})_{est} = 0.0861399 - \frac{0.0003717}{\sqrt{t_{pDA}}} + 1.113446 \times 10^{-6} \ln(t_{pDA}) + \frac{1.1977633 \times 10^{-5}}{t_{pDA}} \quad \text{Ecuación-53}$$

variando entre $0.0001 \leq t_{pDA} \leq 0.1$

$$s = 6.2722 \times 10^{-5}$$

Para el comienzo de la recta, con la misma condición anterior, se tiene:

$$(\Delta t_{DA})_{ssl} = 0.04069 + 0.0001523 [\ln(t_{pDA})]^2 - 0.000152012 \ln(t_{pDA}) + \frac{1.559375 \times 10^{-7}}{t_{pDA}} \quad \text{Ecuación-54}$$

variando $0.0001 \leq t_{pDA} \leq 0.1$

El punto inicial de la recta de Muskat para un pozo con flujo, centrado en un yacimiento de geometría cuadrada, se tendrá:

$$(\Delta t_{DA})_{est} = 0.12398 + 0.609937 t_{pDA} + \frac{0.35758}{\ln t_{pDA}} - \frac{0.00094913}{\sqrt{t_{pDA}}} + \frac{7.666 \times 10^{-6}}{t_{pDA}} \quad \text{Ecuación-55}$$

variando entre $0.0001 \leq t_{PDA} \leq 0.1$

El factor de daño (skin) puede ser calculado como:

$$s = \left[\frac{P_D(t_{DA})}{\Delta P} \right]_{M_{int}} \left[\bar{P} - P_{wf}(\Delta t = 0) \right] - \ln \frac{r_e}{r_w} + 0.75 \quad \text{Ecuación-56}$$

de donde,

$r_e = \sqrt{43560A/2}$ para un yacimiento de geometría cuadrada

$r_e = \sqrt{43560A/2}$ para un yacimiento circular, Siendo A = área en acres.

Figura 6. Gráfico del Método de Muskat extendido. (Tomado de Earlougher R.¹⁸)

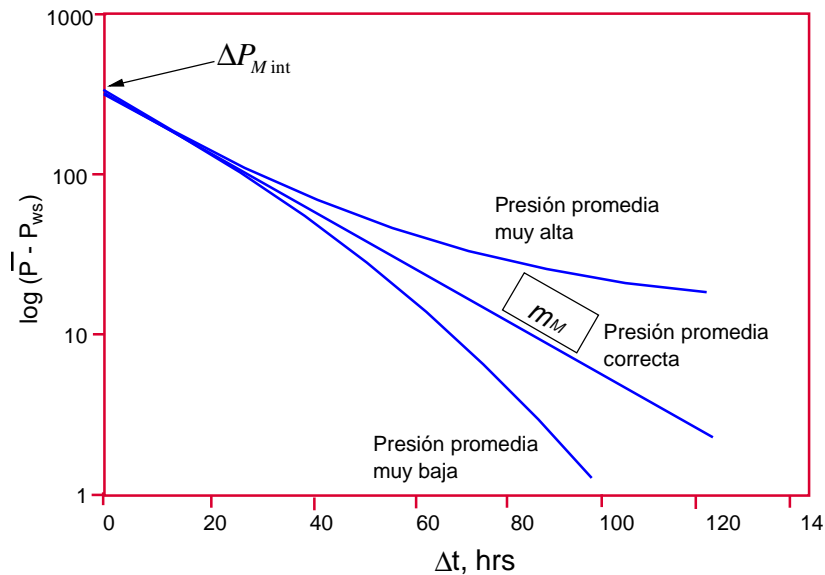
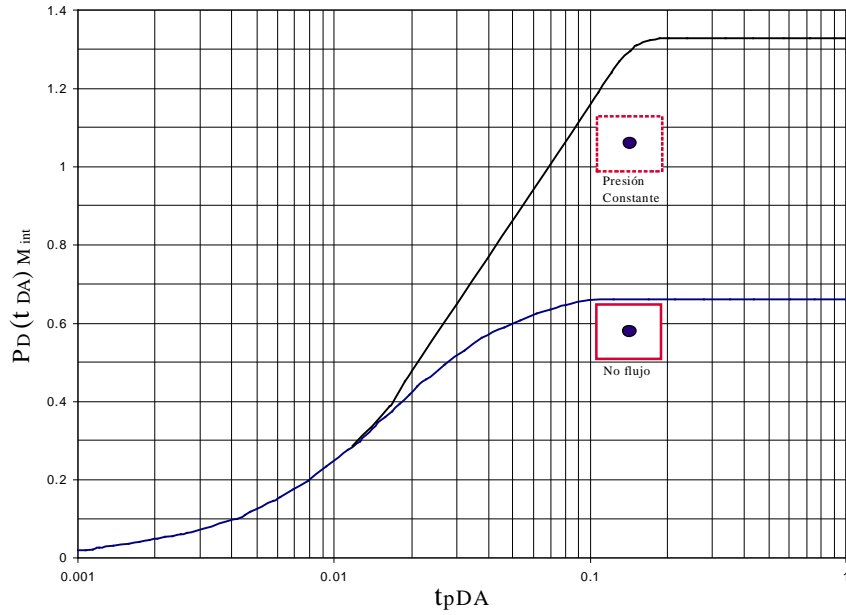


Figura 7. Punto de intersección, de presión adimensional de Muskat para un pozo centrado en un yacimiento cuadrado. (Kumar y Ramey²⁹)



Convenciones para Figura 7.

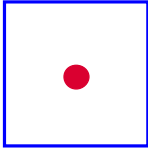
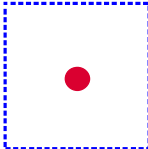
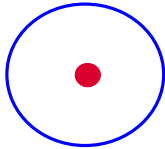
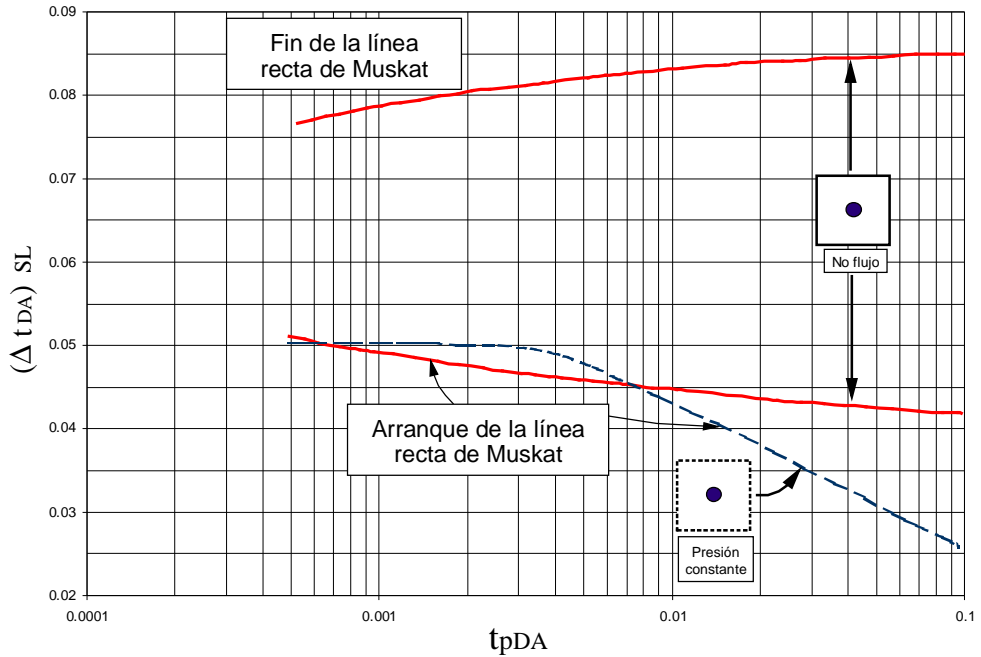
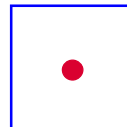
- 0.67 para  $t_{pDA} > 0.1$
- 1.34 para  $t_{pDA} > 0.1$
- 0.84 para  $t_{pDA} > 0.1$

Figura 8. Tiempo inicial y final en la recta de Muskat para pozo centrado en un yacimiento cuadrado. (Kumar y Ramey²⁹)

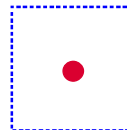


Convenciones para Figura 8

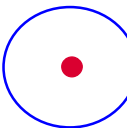
$M_{SF} = -0.00471$ para



$M_{SF} = -0.00233$ para



$M_{SF} = -0.00528$ para



2.5. DETERMINACIÓN DE LA PRESIÓN PROMEDIA POR MÉTODOS CONVENCIONALES

2.5.1. Método de Miller-Dyes-Hutchinson – MDH (1950). Miller, Dyes y Hutchinson³³ publicaron en 1950 un método para determinar la Presión Promedia \bar{P} , para un yacimiento cerrado, circular o cuadrado, con un pozo fluyendo en régimen pseudoestable antes de cierre.

Procedimiento:

- Se grafica la presión P_{ws} versus tiempo $\bullet t$ de cierre, en papel semi-log y se halla el valor de k a partir de la pendiente m , es decir:

$$k = \frac{162.6 qmb}{mh} \quad \text{Ecuación-57}$$

- Luego se hallan: ϕ , μ , c_t y A , con base en ecuaciones ya conocidas.

- Se selecciona un punto N en el semilog y se lee el valor de ($\bullet t_D$) y (P_{ws}) correspondientes.

- Se calcula el tiempo adimensional con base en la geometría del yacimiento correspondiente al punto N, por medio de la siguiente ecuación:

$$(\Delta t)_{DA} = \frac{0.0002637k}{fm c_i A} (\Delta t) \quad \text{Ecuación-58}$$

- Se usa el valor de $(\bullet t)_{DA}$, en la parte superior de la curva de la Figura 9 y se halla la presión adimensional del método *MDH*.
- Por último, se calcula la presión promedio de la siguiente ecuación:

$$\bar{P} = P_{ws} + \frac{m P_{DMDH}}{1.1513} (\Delta t)_{DA} \quad \text{Ecuación-59}$$

Para un yacimiento con empuje de agua (circular o cuadrado), la P_{DMDH} se puede hallar de la curva inferior de la Figura -9.

2.5.2. Método de Matthews, Brons y Hazebroek-MBH (1954). Este método se dió a conocer para hallar la presión promedio con base en pruebas de Build-up para yacimientos con límites, Matthews, Brons y Hazebroek³², presentaron gráficos de la P adimensional (P_{DMBH}) versus tiempo adimensional(t_{DA}), para diferentes arreglos de pozo y geometrías de yacimiento:

$$P_{DMBH} = \frac{P^* - \bar{P}}{70.6 qmb/kh} \quad \text{Ecuación-60}$$

$$t_{pDA} = \frac{0.0002637 k t_p}{f m c_i A} \quad \text{Ecuación-61}$$

de donde,

P^* se obtiene de la prolongación de P sobre un gráfico de Horner a un $(t_p + t) / t = 1$.

$t_{p=pss}$: tiempo de producción necesario para alcanzar el estado pseudoestable.

Procedimiento MBH

- Se calcula primero el tiempo de producción t_p , mediante:

$$t_p = \frac{24 N_p}{q} \quad \text{Ecuación-62}$$

Siendo,

N_p = volumen producido acumulado, desde el último cierre (STB/año).

q = caudal constante antes del cierre. (STB)

Se obtiene $(t_{DA})_{pss}$ del Cuadro 1 (columna exacta para $t_{DA} >$), luego, se hallan f , μ , c_t , y A de otras ecuaciones ya conocidas.

- Se grafica P_{ws} versus. $\log (t_p + t) / t$, por ejemplo en el gráfico de Horner y se halla el valor de k de la pendiente m , de igual manera que en el método MDH.

- Luego se calcula el tiempo de inicio del estado pseudoestable:

$$t_{pss} = \frac{fm c_i A}{0.0002637} (t_{DA})_{pss}$$

Ecuación-63

-y se calcula :

$$a = \frac{t_p}{t_{pss}}$$

Ecuación-64

Sí, $\alpha \geq 2$, entonces $t = t_{pss}$.

Sí $\alpha \leq 2$ entonces $t = t_p$.

- Al igual que MDH, se halla la P^* del gráfico de Horner a un $(t_p + t) / t = 1$.

- Se calcula $(t_p)_{DA}$:

$$(t_p)_{DA} = \frac{0.0002637 kt}{fm c_i A}$$

Ecuación-65

Siendo t igual a t_p ,o, t_{pss} , dependiendo del valor de α .

- Se encuentra la P_{DMBH} con ayuda de la Figura -10 y la Figura 13.

- Y finalmente, se calcula la presión promedio:

$$\bar{P} = P^* - \frac{m}{2.3025} P_{DMBH}$$

Ecuación-66

2.5.3. Método de Dietz (1965). Dietz¹⁵ desarrolló una ecuación, para hallar la presión promedio. El método esta basado en un factor de forma, llamado (C_A), que define diferentes geometrías de yacimiento y arreglos de pozo. El método consiste en hallar la \bar{P} mediante la extrapolación en un gráfico *MDH*

de P_{ws} versus. $\log \bullet t$., luego se lee el tiempo correspondiente y se aplica la siguiente ecuación .

$$(\Delta t)_{\bar{p}} = \frac{t_p}{C_A t_{pDA}} = \frac{f m c_t A}{0.0002637 C_A k} \quad \text{Ecuación-67}$$

Para el caso, de un pozo centrado en yacimiento cerrado de geometría cuadrada se tiene un valor de $C_A = 30.8828$.

$$(Dt)_{\bar{p}_{\text{cuadrado}}} = 122.79 \frac{f m c_t A}{k} \quad \text{Ecuación-68}$$

Procedimiento de Dietz

- Se define el Factor de Forma C_A del Cuadro 1, dependiendo del arreglo de pozos y la geometría del yacimiento.
- Se halla f , μ, c_t , y A de otras ecuaciones conocidas.
- Se grafica la presión de Build-up, P_{ws} versus. $\log(\bullet t)$, en el gráfico *MDH* y al igual que los métodos anteriores el valor de k , a partir de la ecuación de la pendiente m .
- Se calcula el tiempo de cierre de Dietz, $(\Delta t)_{\bar{p}}$:

$$(\Delta t)_{\bar{p}} = \frac{f m c_t A}{0.0002637 C_A k} \quad \text{Ecuación-69}$$

La Presión Promedia, se obtiene directamente por la prolongación de la recta del gráfico de Dietz, al tiempo $\Delta t = (\Delta t)_{\bar{p}}$. Este método tiene la ventaja de ser rápido y sencillo. Se usa en operaciones de acidificación o fracturamiento para $t_{DA} > 0.25$ y un $S > -3$.

2.5.4. Método de Ramey-Cobb (1971). Ramey and Cobb⁴⁴ encontraron que, la presión promedio podía ser hallada directamente, por extrapolación de la recta en un gráfico de Horner, para un tiempo de producción suficiente para alcanzar condiciones de estado pseudoestable y al combinar la ecuación de línea recta de Horner con la ecuación de balance de materia se tiene:

$$\left(\frac{t_p + \Delta t}{\Delta t} \right)_{\bar{p}} = C_A t_{DA} = \frac{0.0002637 k C_A t_p}{f m c_t A} \quad \text{Ecuación-70}$$

Este método también requiere información sobre la geometría del yacimiento y los diferentes arreglos de pozo.

Procedimiento de Ramey and Cobb

- Se define el Factor de Forma C_A del Cuadro 1, dependiendo del arreglo de pozos y la geometría del yacimiento y se halla ϕ , μ , c_t , y A de otras ecuaciones conocidas.
- Se grafica la presión de Build-up, P_{ws} versus. $\log(\bullet t)$, en el gráfico *MDH* y al igual que los métodos anteriores el valor de k , a partir de la ecuación de la pendiente m .
- Se calcula t_p and t_{pss} :

$$t_p = \frac{24 N_P}{q} \quad \text{Ecuación-71}$$

$$t_{pss} = \frac{f m c_i A}{0.0002637 k} (t_{DA})_{pss} \quad \text{Ecuación-72}$$

Ahora , sí $t_p \geq t_{pss}$, entonces se calcula $\left(\frac{t_p + \Delta t}{\Delta t} \right)_{\bar{P}}$:

$$\left(\frac{t_p + \Delta t}{\Delta t} \right)_{\bar{P}} = \frac{0.0002637 k C_A}{f m c_i A} \quad \text{Ecuación-73}$$

- Y finalmente, se halla la \bar{P} por extensión de la recta, al tiempo $\left(\frac{t_p + \Delta t}{\Delta t} \right)_{\bar{P}}$.

Figura 9. Presión adimensional MDH, para yacimientos con geometría circular y cuadrada (Kumar y Ramey²⁹).

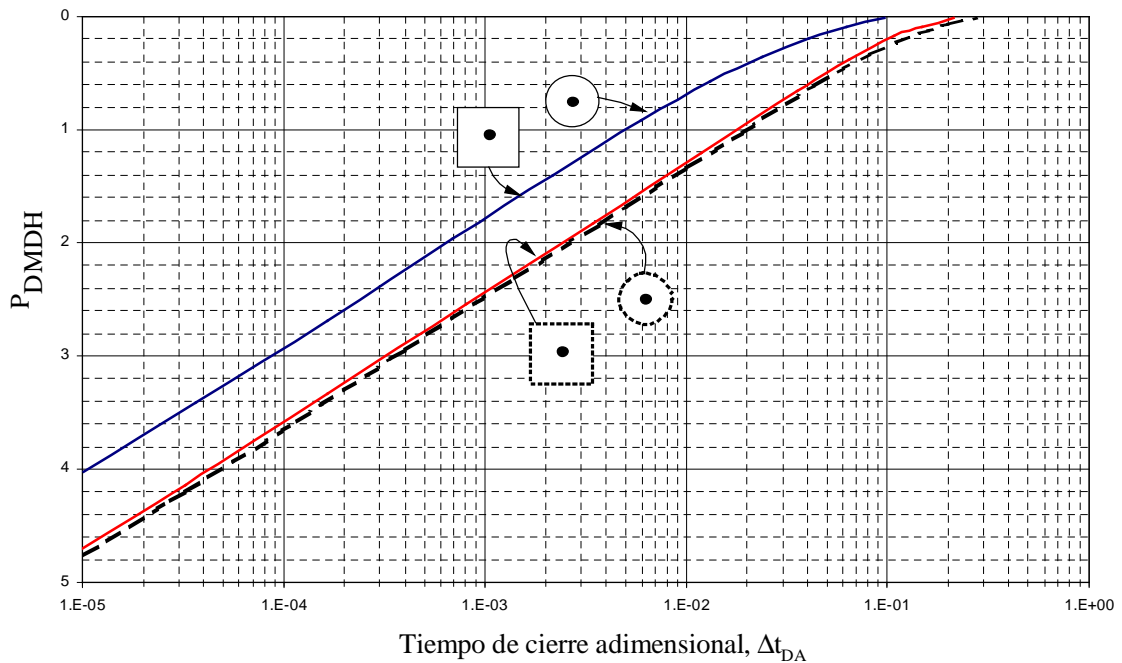


Figura 10. Presión adimensional MDH para un pozo centrado en yacimientos equilaterales (Modificado de Matthews, Brons y Hazebroeck³²)

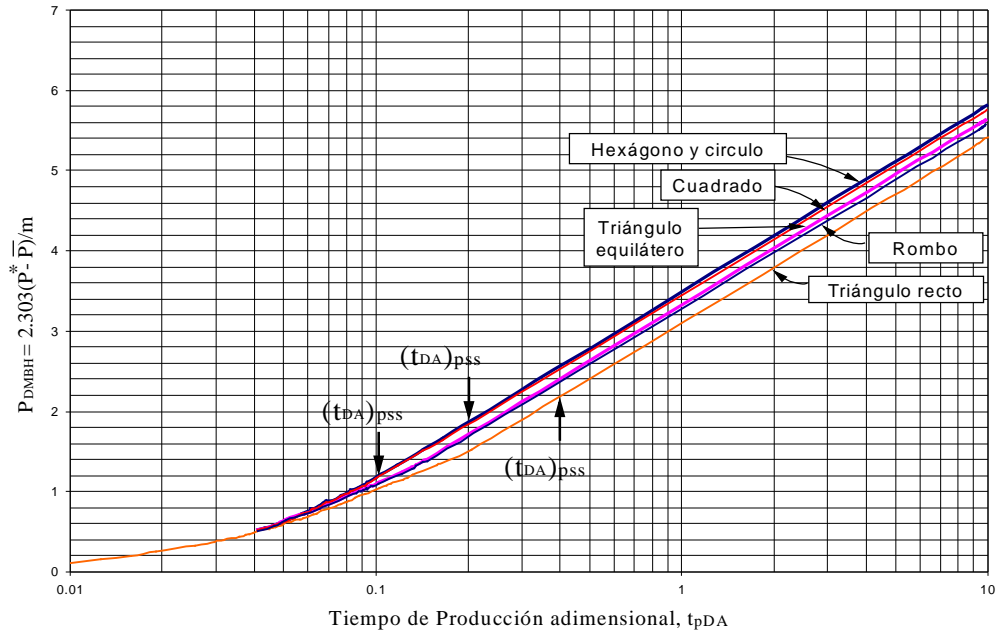


Figura 11. Presión adimensional MBH para un pozo centrado, en un yacimiento de geometría cuadrada (Modificado de Matthews, Brons y Hazebroeck³²)

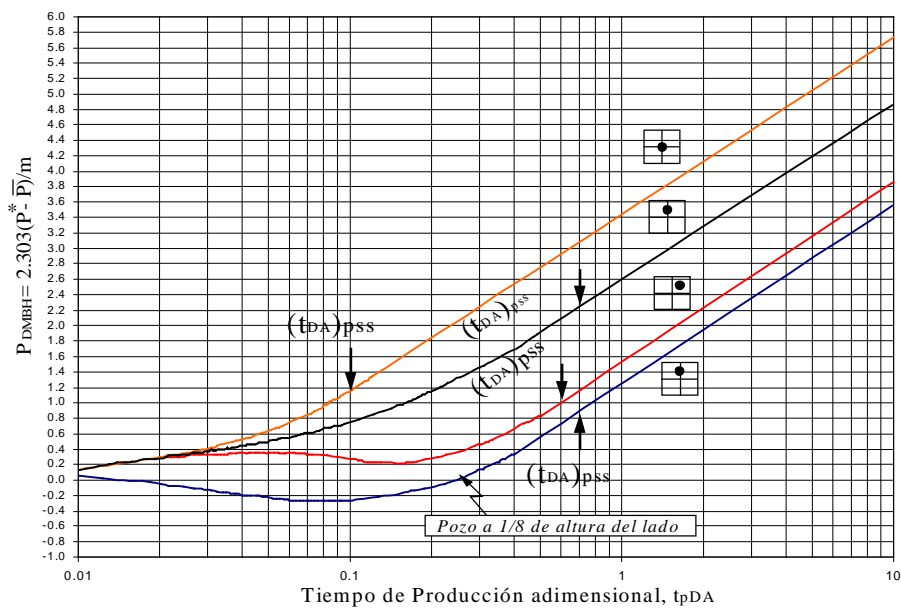


Figura 12. Presión adimensional MBH, para un arreglo de pozos 2:1 en un yacimiento de tipo rectangular. (Modificado de Matthews, Brons y Hazebroeck³²)

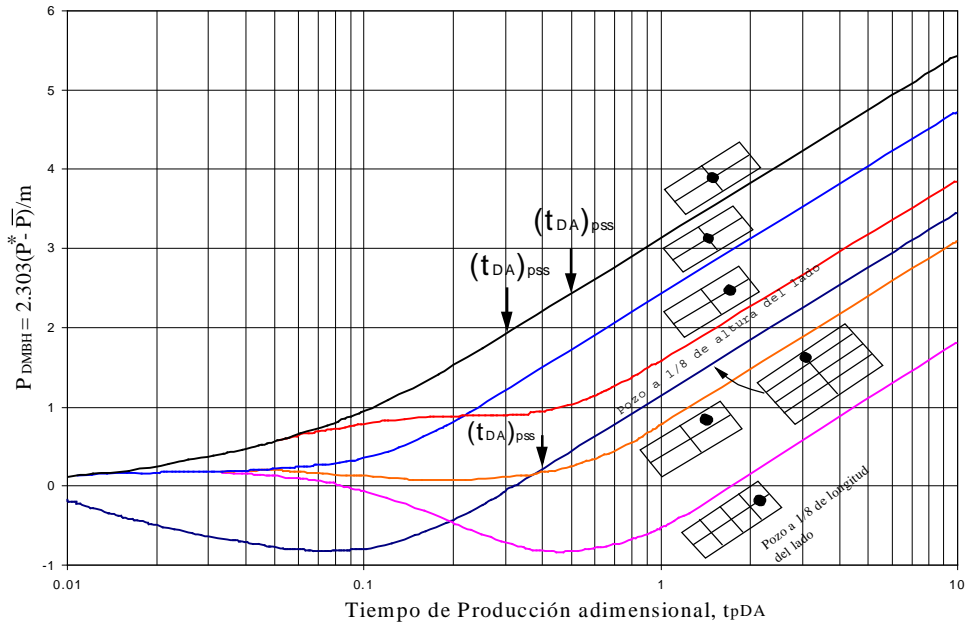
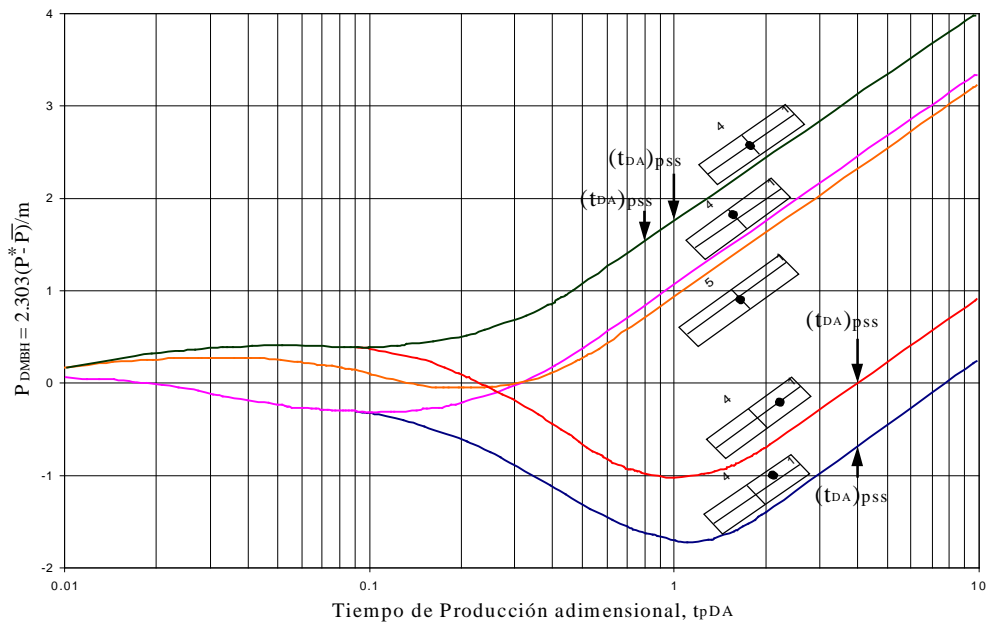










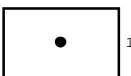
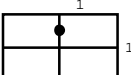
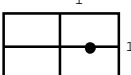
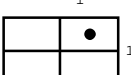



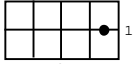
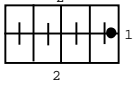


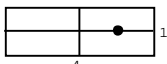
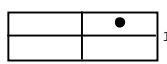









Figura 13. Presión adimensional MBH, para un arreglo de pozos 4:1 and 5:1 en un yacimiento de tipo rectangular. (Modificado de Matthews, Brons y Hazebroeck³²)



Cuadro 1. Factor de forma para varios arreglos de pozo y geometrías de yacimiento (Earlougher¹⁸).

Yacimientos finitos	C_A	Exacto Para $t_{DA} >$	Menos de 1 % error para $t_{DA} >$	Use solución de sistema infinito con menos de 1 % error for $t_{DA} >$
	31.62	0.1	0.06	0.1
	31.6	0.1	0.06	0.1
	27.6	0.2	0.07	0.09
	27.1	0.2	0.07	0.09
	21.9	0.4	0.12	0.08
	0.098	0.9	0.6	0.015
	30.8828	0.1	0.05	0.09
	12.9851	0.7	0.25	0.03
	4.5132	0.6	0.30	0.025
	3.3351	0.7	0.25	0.01
	21.8369	0.3	0.15	0.025
	10.8374	0.4	0.15	0.025
	4.5141	1.5	0.50	0.06
	2.0769	1.7	0.5	0.02
	3.1573	0.4	0.15	0.005

continuación...Cuadro 1

	C_A	Exacto para $t_{DA} >$	Menos de 1 % error para $t_{DA} >$	Use solución de sistema infinito con menos de 1 % error for $t_{DA} >$
	0.5813	2.0	0.6	0.02
	0.1109	3.0	0.6	0.005
	5.379	0.8	0.3	0.01
	2.6896	0.8	0.3	0.01
	0.2318	4.0	2.0	0.03
	0.1155	4.0	2.0	0.01
	2.3606	1.0	0.4	0.025
Yacim, Vertic. Fracturados		Usar $(X_e/X_f)^2$ en lugar de A/rw para yacimientos fracturados		
	2.6541	0.175	0.08	
	2.0348	0.175	0.09	
	1.9986	0.175	0.09	
	1.662	0.175	0.09	
	1.3127	0.175	0.09	
	0.7887	0.175	0.09	
Water-Drive reservoirs				
	19.1	--	--	--
Unknown Drive mechanism				
	25.0	--	--	--

3. PRUEBAS DE PRESIÓN EN YACIMIENTOS NATURALMENTE FRACTURADOS – YNF

3.1. GENERALIDADES

Este capítulo se hablará de las principales características de los Yacimientos Naturalmente Fracturados –YNF y de su respuesta e interpretación en pruebas de presión.

Los yacimientos naturalmente fracturados o YNF, comprenden una fracción significativa de la producción de aceite y gas del mundo. Los más prolíficos y la mayoría provienen, de formaciones de carbonatos fracturados o rocas calcáreas (calizas). Sin embargo, se han definido también como YNF: formaciones productoras de rocas metamórficas e ígneas fracturadas y formaciones sedimentarias compuestas de areniscas y arcillas o shales de origen siliciclástico.

En los yacimientos de petróleo y / o gas la presencia de fracturas naturales influyen sobre directamente sobre todos los aspectos de la vida del yacimiento, desde la pérdida de fluidos durante la perforación, hasta la simulación, diseño del completamiento y caracterización. Para poder desarrollar un trabajo efectivo en estos aspectos, se requiere de la definición y caracterización previa del yacimiento naturalmente fracturado. Como consecuencia de lo anterior, durante los últimos 20 años, en lo que a Análisis de Presiones se refiere, el comportamiento del transiente en yacimientos naturalmente fracturados ha sido objeto de muchas investigaciones.

En los yacimientos naturalmente fracturados – YNF, el comportamiento de la presión es único, por tratarse de un medio de doble porosidad y la

interacción matriz - fractura ha llevado a que se propongan diferentes modelos para análisis e interpretación de la presión en este tipo de yacimientos.

Uno de los primeros modelos relacionados con pruebas de presión en YNF, es el de Pollard⁴²; desarrollado para cuantificar el “skin” o factor de daño a partir de pruebas de Buildup y evaluar el tratamiento de acidificación en calizas fracturadas, este modelo permite a partir de un análisis gráfico, no sólo determinar el skin, en la primera región o periodo de flujo radial después del almacenamiento, sino también determinar los volúmenes porosos de matriz y fracturas, en la región del estado pseudoestacionario.

Pero fueron Barenblatt et. al.⁶, quienes formularon las primeras ecuaciones de flujo en YNF, las cuales fueron modificadas por Warren and Root⁵⁷, quienes incluyen el término de compresibilidad de fractura y propusieron la idealización de usar dos dominios, uno para la fractura y otro para la matriz. El dominio de la fractura, se considera de baja porosidad y alta permeabilidad, mientras que el dominio de la matriz es exactamente opuesto, es decir de alta porosidad y baja permeabilidad y se asume que el fluido debe fluir al pozo solamente a través del dominio de la fractura. Esta idealización es llamada : “Modelo de Doble Porosidad” y esta basada en un modelo geométrico de cubos, también llamado “sugar cube” o de cubos de azúcar que incluye, los dos parámetros más importantes que describen las propiedades de la matriz y la interconectividad de las fracturas: el parámetro de flujo interporoso, I , que indica el grado de flujo de interporosidad entre los bloques de la matriz y el sistema de fractura; y el coeficiente de almacenaje de fluido, w , que representa la razón del coeficiente de almacenaje de fluido entre la fractura y sistema.

Más tarde Kazemi²⁸, desarrolla uno de los primeros modelos para describir el Flujo transiente en una matriz estratificada y un sistema de fracturas, con un pozo centrado en un yacimiento circular finito.

De Swaan¹⁷, desarrolla una aproximación analítica, similar a la de Warren and Root⁵⁷, para el análisis del transiente en una prueba de Drawdown, tanto para el modelo estratificado, como para el modelo de cubos.

En 1979, Mavor y Cinco Ley³⁴, obtienen una solución para flujo interporoso en estado pseudoestacionario. Incluyendo “wellbore storage” y “skin”, en el espacio de Laplace mediante la técnica de Stehfest.

Hacia 1980, Bourdet et.al¹⁰, publican un interesante resultado del análisis de flujo del transiente identificando la pendiente media de la región transicional, pero no dan mucho detalle sobre su teoría. Otros autores, como Streltsova T.D.⁴⁸ y Serra, K.⁴⁵, presentaron varias investigaciones que complementan las anteriores, sobre el comportamiento de la pendiente media y el uso práctico de las expresiones de la derivada analítica.

De manera general se pueden mencionar otros desarrollos más recientes relacionados al análisis de presiones y el comportamiento de Yacimientos Naturalmente Fracturados como los de: Odeh⁴⁵, Aguilera² y Tiab, D^{52 y 53}.

3.2. ASPECTOS TEÓRICOS SOBRE YNF

Los Yacimientos Naturalmente Fracturados – YNF, comprenden una fracción significativa de la producción de aceite y gas del mundo, los más prolíficos y la mayoría de ejemplos, se asocian a formaciones de rocas calcáreas o carbonatos fracturados. Sin embargo, se han descubierto también YNF en

rocas ígneas, metamórficas y por supuesto en formaciones siliciclásticas o de areniscas y shales.

La presencia de fracturas naturales en los yacimientos influye sobre los diferentes tópicos que abarca la extracción de petróleo. Desde la pérdida de fluidos durante la perforación hasta la simulación, completamiento y caracterización del yacimiento; Existen varias explicaciones para describir el comportamiento de un YNF; sin embargo, el propósito de este capítulo es el de mostrar como las pruebas de presión son una herramienta utilizada para mejorar el entendimiento y descripción de este tipo de yacimientos.

Una formación naturalmente fracturada se caracteriza por la presencia de dos tipos de porosidad diferente, porosidad de matriz y porosidad de fractura. Un yacimiento real de doble porosidad esta compuesto de matriz rocosa rodeada por un sistema irregular de cavidades de disolución (vugs) y fracturas. En este caso, la mayor cantidad de hidrocarburos esta almacenada en la matriz. Las fracturas contribuyen a la producción de hidrocarburos. En cuanto a geometría de fracturas existen diferentes modelos, en la Figura 14, se representan algunos de los más conocidos, en tres dimensiones:

- Tres planos principales, definiendo bloques de matriz”, tipo cubos de azúcar”.
- Dos planos principales, modelos de cerillas o fósforos.
- Modelo laminar o de planos paralelos.

Figura 14. Esquema de Yacimiento Naturalmente Fracturado (carbonatos)

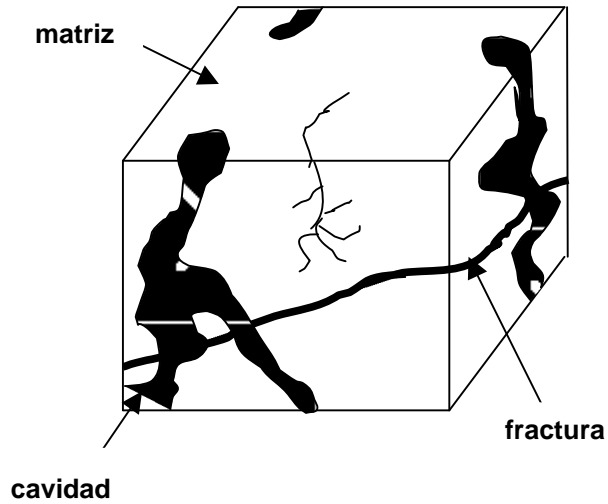
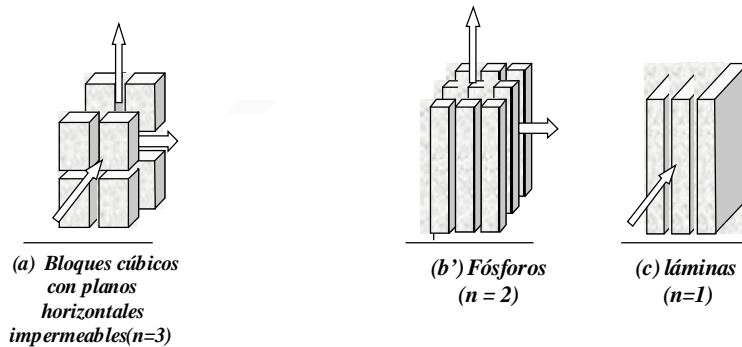


Figura 15. Modelos de geometría de fracturas (Nelson³⁸)



Según Nelson³⁸, se pueden identificar cuatro tipos de yacimientos naturalmente fracturados con base en la suposición de que las fracturas modifican la porosidad y permeabilidad del yacimiento.

Tipo 1. Las fracturas controlan de manera esencial la porosidad y permeabilidad del yacimiento. La porosidad de la matriz es cero.

Tipo 2. Las fracturas tienen incidencia esencialmente en la permeabilidad del yacimiento. lo cual puede reflejarse en tasas de flujo considerablemente altas. La matriz tiene una buena permeabilidad.

Tipo 3. Las fracturas contribuyen a la permeabilidad de un yacimiento que produce principalmente a partir de la permeabilidad de matriz, aunque esta puede ser poca o despreciable, pero contiene la mayoría, sino todos los hidrocarburos.

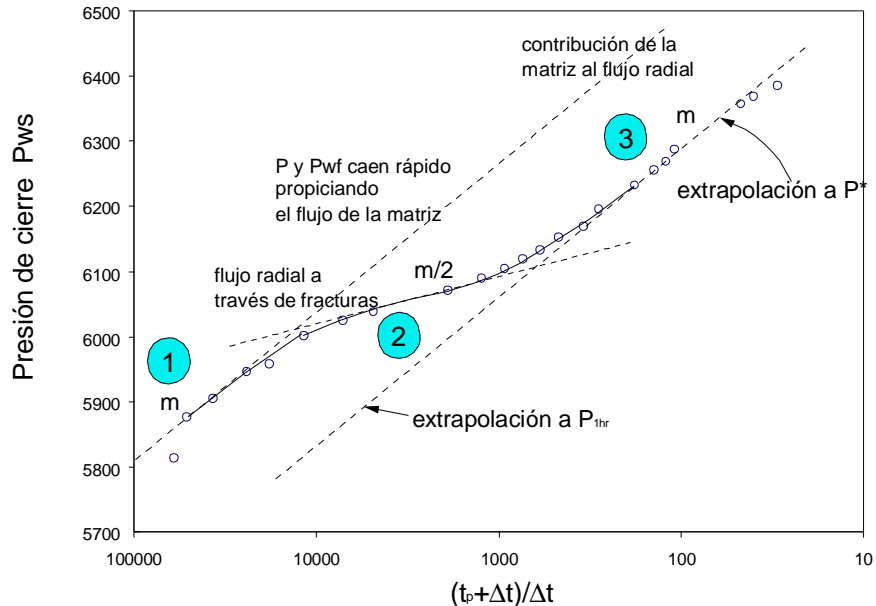
Tipo 4. Aunque las fracturas no contribuyen con porosidad o permeabilidad adicional, pueden estar mineralizadas, estas tienen incidencia en la anisotropía del yacimiento.

Por otra parte en lo que a evidencias se refiere, varios autores mencionan diferentes criterios para detectar la existencia de un Yacimiento Naturalmente Fracturado o YNF (por ej: Aguilera³). Algunas de estas son:

- Pérdida de circulación de fluidos y aumento de la tasa de penetración, durante la etapa de perforación.
- El análisis de corazones ayuda a la diferenciación de fracturas naturales e inducidas, así mismo contribuye a definir la relación matriz – fractura.
- Pruebas de Presión, mediante un Buildup o prueba de restauración de presión y su gráfica respectiva en papel semilog, se obtiene una curva como la mostrada en la Figura 16, considerada como una curva típica de un yacimiento naturalmente fracturado.

- La presencia de fracturas afecta la respuesta de algunos registros de pozo, tales como el sónico, resistividad, densidad, y caliper. La combinación de estos se utiliza para definir el papel y presencia de fracturas.
- Existen sistemas de inspección directos e indirectos, que incluyen fotografía en el interior y fondo del pozo, así como el uso de cámaras de televisión para detectar fracturas y canales de disolución en las paredes del pozo. Un ejemplo de registros de este tipo son el (FMS) micro-scanner. El FMI y el registro UBI que ayudan a detectar fracturas, que van desde pocos milímetros a varios centímetros de longitud.

Figura 16. Curva de Horner para YNF (Modificado de Warren and Root.⁵⁷)



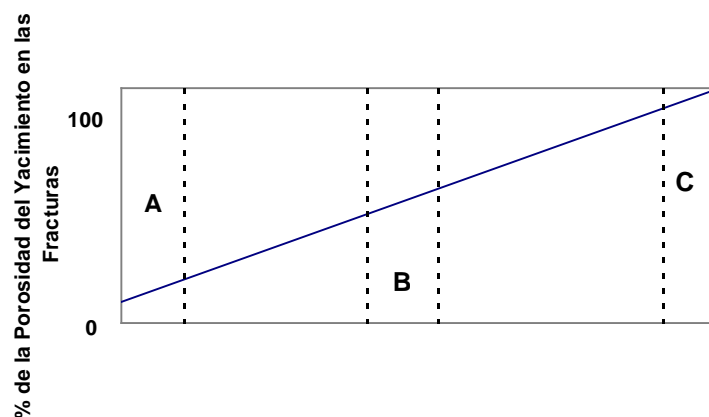
- Finalmente, la caída de producción rápida es considerada como uno de los indicadores mas fuertes hablar de la existencia de un YNF.

3.3. COEFICIENTES O PARÁMETROS CARACTERÍSTICOS DE UN YNF (w Y l)

La cuantificación de las propiedades petrofísicas tales como la morfología de la fractura, porosidad, permeabilidad, intensidad de fractura tratan de entender el comportamiento de un YNF, pero dos parámetros son de principal importancia: la capacidad de almacenamiento de cada medio (ω) y el coeficiente de flujo interporoso (λ) o de interacción matriz - fractura. Este último es interpretado como la trasmisibilidad de los dos medios.

Entre las ideas generalizadas respecto a un YNF, se asume que: (1) el sistema de fracturas tiene una alta capacidad de flujo y baja capacidad de almacenamiento y que (2) la matriz tiene una alta capacidad de almacenamiento y muy poca capacidad de flujo. La primera suposición se puede explicar por la caída rápida de los altos volúmenes de producción inicial. La segunda suposición, tiene en cuenta la movilidad del aceite, de la matriz a la fractura. Una roca con permeabilidad de matriz demasiado baja, no facilitará el flujo de aceite de la matriz hacia la fractura.

Figura 17. Gráfico de distribución de porosidad en un YNF con capacidad de almacenamiento tipo A,B y C (Tomado de Engler¹⁹)



Son varios los casos en la literatura donde se hace referencia a la variación de la capacidad de almacenamiento y la interacción matriz- fractura en YNF . En la Figura 17, se muestra la distribución de porosidad para un YNF del tipo A(almac.matriz), B(almac.matriz-fractura) o C(almac.fracturas), según Nelson³⁸.

Teniendo en cuenta ω y λ , Nelson³⁸, hace una clasificación de los YNF. Esta clasificación, ya mencionada de manera general anteriormente, describe los parámetros del sistema de fracturas, por consiguiente cuantifica un yacimiento en particular. Los yacimientos Tipo I son caracterizados por fracturas con alto capacidad de almacenamiento y alta capacidad de flujo, presentan rápidas tasas de declinación inicial, alta intensidad de fracturamiento y usualmente se desarrolla en ellos una invasión temprana de agua. En los yacimientos Tipo II las fracturas poseen alta capacidad de flujo, pero limitada capacidad de almacenamiento, se da una buena comunicación matriz-fractura, que permite un mayor recobro de aceite, en estos yacimientos la intensidad de fractura es crítica e igualmente se llega a desarrollar temprana invasión de agua. En los yacimientos Tipo III, la matriz posee excelentes propiedades y las fracturas sólo contribuyen a la capacidad de flujo. El elemento esencial para esta clasificación es el reconocimiento inicial o previo del sistema de fracturas, sin este no se alcanzará una administración eficiente del yacimiento.

De acuerdo con Warren y Root⁵⁷, se puede definir un coeficiente de almacenamiento adimensional, w , como la relación entre el almacenamiento en la fractura y el almacenamiento total de la formación.

$$w = \frac{f_2 c_2}{f_2 c_2 + f_1 c_1} \quad \text{Ecuación-74}$$

Los subíndices numerados se refieren a las propiedades dadas con relación al volumen total. Por consiguiente f_1 y f_2 son el volumen poroso de la

matriz y volumen poroso de la fractura respectivamente, o en otras palabras volúmenes porosos de matriz y fractura sobre el volumen total. La relación entre una propiedad total y una propiedad punto o intrínseca puede ser generalizada como:

$$f(total) * V_{total} = f(punto) * V_{punto} \quad \text{Ecuación-75}$$

En donde el producto de la propiedad y el volumen es equivalente al producto de la propiedad punto y el volumen.

En la Ecuación 74 si la porosidad de la fractura es cero entonces $\omega = 0$ y el yacimiento es considerado sistema de porosidad sencilla o (convencional). Si la porosidad en la matriz es cero entonces $\omega = 1$, el yacimiento también es un sistema de porosidad sencilla, pero es un sistema semi-convencional compuesto de fracturas solamente. Si las compresibilidades de la matriz y de la fractura se asumen iguales, como la mayoría de las veces, entonces el coeficiente de almacenamiento es equivalente al denominado coeficiente de partición v , por lo que al respecto se dice que existe una relación directa entre los registros de pozo y las pruebas de presión para la estimación de las relaciones de almacenamiento.

El segundo parámetro derivado por Warren y Root⁵⁷, 1963, es llamado tasa de transferencia de matriz - fractura, o parámetro de flujo interporoso (λ). Definido para medir la relación de transferencia de masa, desde la matriz hacia el sistema de fracturas.

$$l = a r_w^2 \frac{k_1}{k_2} \quad \text{Ecuación-76}$$

En la ecuación anterior, el parámetro de flujo interporoso λ , es función de la relación de permeabilidades entre la matriz y la fractura y de la geometría de los elementos de la matriz (α) y del radio del pozo resultante del análisis

dimensional de las ecuaciones. Los valores típicos de λ están en el rango de 10^{-3} a 10^{-9} .

Tanto el coeficiente de almacenamiento adimensional, ω , como el parámetro de flujo interporoso I , son parámetros claves evaluados por pruebas de presión en la determinación de un Yacimiento Naturalmente Fracturado - YNF. El coeficiente de almacenamiento adimensional ω , suministra un indicador de la magnitud de la distribución del almacenamiento de matriz y de fractura, por otra parte el parámetro de flujo interporoso λ , describe la capacidad de flujo disponible hacia las fracturas.

El parámetro α , es definido como un factor de forma que refleja la geometría de los elementos de la matriz y caracteriza la intensidad de intercambio de líquidos entre los dos medios porosos: matriz y fractura. Varias expresiones han sido propuestas para la determinación de este factor de forma. En un estudio inicial en formaciones agrietadas, Barenblatt et. al.⁶, 1960, quienes sugirieron que α fuera proporcional al área superficial específica de la fractura, al cuadrado, por unidad de volumen. Asumiendo la orientación de la fractura y la distribución, como un juego de tubos elípticos, la expresión para el factor de forma esta dada por:

$$a = \frac{4f_2}{pcl} \quad \text{Ecuación-77}$$

En donde,

c es el semieje menor del tubo elíptico

l longitud media característica de un bloque promedio

En su derivación, el área superficial específica de las fracturas por unidad de volumen del medio es definida como:

$$s_{pv} = aV_s$$

Ecuación-78

En donde V_s es el elemento de volumen esférico.

Así mismo, Warren y Root⁵⁷ presentaron una aproximación alterna, asumiendo fracturas uniformemente espaciadas y permitiendo variaciones en el ancho, para satisfacer condiciones de anisotropía, de tal manera que:

$$a = \frac{4n(n+2)}{l^2}$$

Ecuación-79

En donde, n es el número de juegos de fracturas = 1, 2, 3. La dimensión característica l , puede ser definida como:

$$l = 2[n(n+2)]^{1/2} \left(\frac{k_1 r_w^2}{Ik_2} \right)$$

Ecuación-80

Esto sólo es posible si todos los términos dentro del paréntesis son conocidos, los cuales generalmente requieren datos de corazones o de registros complementarios a los datos de pruebas de presión. Si los bloques de matriz tienen dimensiones a , b y c entonces el valor equivalente de dimensión característica puede ser estimado de la relación superficie-volumen, ejemplo:

$$l = \frac{3abc}{(ab+bc+ca)}; n = 3$$

Ecuación-81

$$l = \frac{2ab}{(a+b)}; n = 2$$

Ecuación-82

$$l = a; n = 1$$

Ecuación-83

Una expresión final para el factor de forma α , relaciona la razón superficie - volumen, con los bloques de matriz y la profundidad desconocida Δh_m , la cual corresponde a la profundidad de influencia de presión promedio de matriz.

$$a = \frac{A_m}{V_m \Delta h_m} \quad \text{Ecuación-84}$$

Aproximando la profundidad Δh_m a un valor constante, se obtienen buenos resultados, aunque se requiera un tiempo que depende de la profundidad, para calcular exactamente la salida de flujo.

En resumen, las diversas expresiones para el factor de forma α , muestran tratamientos no unificados del problema, Así mismo, existen varias descripciones de longitud característica (tubos, bloques o capas) que crean confusión adicional.

Un parámetro importante, el cual puede ser calculado con exactitud de datos de pruebas de pozo confiables es el factor de daño (skin). Este indica la característica de flujo cerca del pozo relacionada a un pozo ideal. Un factor de daño positivo indica un daño o una restricción al flujo, y un factor de daño negativo indica que el pozo está estimulado. Si se identifica correctamente la magnitud y la fuente del factor de daño, existen pasos para remover el daño e incrementar la productividad del pozo.

El factor de daño es de forma adimensional resultante de la caída de presión en un flujo no ideal cerca del pozo. Van Everdingen y Hurst⁵⁶ consideraron el efecto de daño como una caída de presión de estado estable que ocurre en una zona dañada infinitesimalmente delgada. Ellos definieron el factor de daño como:

$$S = \frac{kh}{141.2qmB_o} \Delta p_s$$

Ecuación.-85

Sin embargo, este factor es realmente un efecto compuesto de varios fenómenos los cuales caracterizan el flujo real del pozo. Por ejemplo, los siguientes elementos pueden influenciar el comportamiento de flujo cerca del pozo y como consecuencia crear un efecto de daño.

- Daño de la porción o daño mecánico
- Efecto de penetración parcial
- Efecto de alta velocidad de flujo
- Bloqueo por saturación cerca del pozo
- Control de arena

Otro factor de daño único para los yacimientos naturalmente fracturados se refiere como un “factor de daño interporoso”. Este se basa en la depositación o alteración de las superficies de los bloques de la matriz, formando una delgada capa de material de baja permeabilidad. El efecto es inhibir y retardar el soporte desde la matriz hacia el sistema de fracturas.

En forma adimensional, el factor de daño interporoso puede ser definido como:

$$S_i = \frac{2k_m h_s}{h_m k_s}$$

Ecuación-86

En donde,

- k_s es permeabilidad de la capa superficial en los bloques de la matriz.
- h_s es el espesor de la capa.

Se ha demostrado que introduciendo el término de daño interporoso en el modelo de flujo de la matriz, produce resultados similares equivalentes al modelo de estado pseudo estacionario, consecuentemente, existe un dilema cuando se analizan datos de presión los cuales exhiben una respuesta de estado pseudo estacionario normal. Esto es, ¿es la respuesta de presión debida al flujo pseudo estacionario de la matriz con o sin daño interporoso ó es debido al flujo de la matriz con daño interporoso?.

Otro factor importante el cual debe ser considerado es el almacenamiento de pozo. Esto es descargando (pruebas de caída de presión) o cargando (pruebas de ascenso de presión) durante las pruebas de presión. El efecto neto es que el cambio en la tasa de flujo en la cara de la arena es menor que la tasa de flujo en superficie.

El almacenamiento de pozo típicamente reconocido por afectar el tiempo inicial de la respuesta de las pruebas de presión; sin embargo a veces puede dominar toda la prueba de presión. Este fenómeno inició el desarrollo de los ajustes por curva tipo. Infortunadamente, el efecto de almacenamiento de pozo, cuando esta presente, enmascara los regímenes de flujo del tiempo inicial. En yacimientos naturalmente fracturados esto significa que el flujo radial inicial desde las fractura y posiblemente el período de transición sean ocultados por el almacenamiento de pozo. En pozos horizontales, el período de flujo radial inicial en el plano yz y el período de flujo lineal inicial están frecuentemente sujetos a los efectos del almacenamiento de pozo. Con modelos de pruebas de pozo más elaborados y el uso de la curva de la derivada de presión, manómetros de presión de precisión y dispositivos de cierre en fondo se puede reducir el efecto de almacenamiento de pozo.

Para yacimientos naturalmente fracturados el almacenamiento de pozo adimensional es:

$$C_{Dw} = \frac{5.6146C}{2p(f_1c_m + f_2c_f)hr_w^2} \quad \text{Ecuación-87}$$

En donde C es la constante de almacenamiento de pozo en (bbl/psi). Se puede observar en ecuación anterior que el almacenamiento de pozo adimensional C_{Dw} , esta expresado con relación al almacenamiento total del yacimiento C, y del coeficiente de almacenamiento del yacimiento (C_m). A tiempos tempranos, se observa en un gráfico log-log de presión contra tiempo: una “línea de pendiente unitaria”. Esta línea corresponde a la producción del pozo solamente y no a la formación. El final de la distorsión del pozo ocurre aproximadamente a un ciclo y medio después de desaparecer la pendiente unitaria. Una expresión empírica para el tiempo en el que cesa la distorsión en sistemas homogéneos esta dado por:

$$t_{dw} = (60 + 3.5S)C_{dw} \quad \text{Ecuación-88}$$

En yacimientos naturalmente fracturados se han propuesto dos restricciones empíricas para estado pseudo estacionario y flujo transitorio de la matriz respectivamente.

$$C_{dw} \leq \frac{w(1-w)}{36I(60 + 3.5S)} \quad \text{Ecuación-89}$$

$$C_{dw} \leq \frac{5w}{4e^g I(60 + 3.5S)} \quad \text{Ecuación-90}$$

Encontrándose estos criterios, la línea recta semilogarítmica del tiempo inicial será observada y los parámetros ω y λ_f serán estimados. Se puede observar en las ecuaciones anteriores que el efecto del coeficiente de almacenamiento ω del yacimiento es directamente proporcional a C_{dw} , mientras que el parámetro de flujo interporoso λ_f , es inversamente proporcional a C_{dw} , de tal manera que un incremento en el efecto de almacenamiento de pozo, ocurrirá para un almacenamiento de fractura ω , más grande y un parámetro de flujo

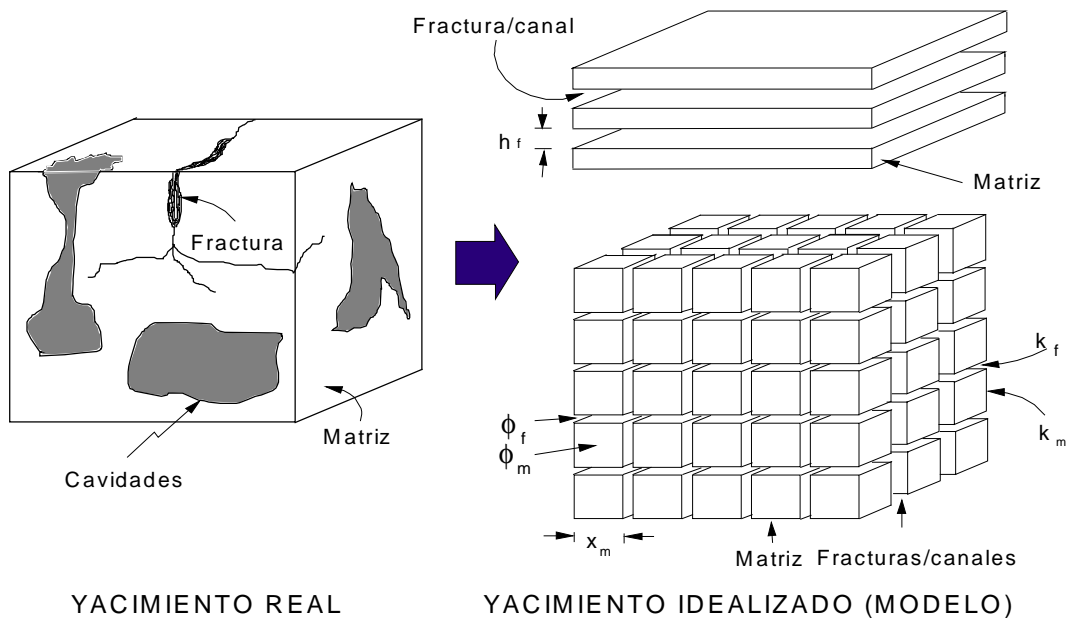
interporoso λ , más pequeño. Los parámetros de los yacimientos naturalmente fracturados, pueden ser estimados en tiempos tempranos del período transiente .

Una formación calcárea naturalmente fracturada esta principalmente constituido de un sistema heterogéneo de cavidades de disolución (vugs), fracturas y matriz, los cuales están al azar en la naturaleza, como se puede ver en la Figura 18 donde se presentan dos modelos de fracturas que permiten simplificar el análisis de un YNF. El primer modelo consiste de elementos de matriz discretos separados por un sistema ortogonal de fracturas uniformes continuas. Estas fracturas orientadas en forma paralela al eje principal de permeabilidad. Este modelo fue desarrollado por Warren y Root⁵⁷ y se refiere como el modelo de cubos de azúcar “sugar-cube” Algunas formaciones exhiben realmente este tipo de geometría. Por ejemplo los carbones, están divididos por un juego de aisladores (fracturas). El segundo modelo representa un juego de estratos de matriz horizontales espaciados uniformemente alternando con estratos de fracturas horizontales. Nuevamente, las fracturas son paralelas a los ejes principales de permeabilidad. Este modelo fue primero presentado por Kazemi²⁷ y es conocido como modelo de capas, estratos, o modelo de tajadas. Un ejemplo de aplicación de este modelo, sería el campo Spraberry al oeste de Texas , USA, en donde la formación consiste de estratos alternantes de arenisca, limolitas y arcillas. Las fracturas naturales residen típicamente en las capas de arena más limpias. En este campos se comprobó el efecto que la geometría, ejerce sobre el comportamiento de las pruebas de presión.

Ambos modelos en esencia fueron desarrollados para simplificar los cálculos matemáticos y consecuentemente para derivar soluciones analíticas. Estos modelos naturalmente fracturados representan mejor el comportamiento de presión que los modelos homogéneos anteriores. Sin embargo la teoría dice

que los modelos geoestadísticos pueden mejorar la aleatoriedad espacial de los sistemas físicos y pueden llegar a tener mejores resultados. La aplicación de modelos geoestadísticos a yacimientos naturalmente fracturados va más allá del alcance de este trabajo.

Figura 18. Modelo real e idealizados, para el análisis de un YNF (Modificado de Warren and Root⁵⁷)



El flujo de fluidos liberados por la matriz a la interfase matriz-fractura puede ser asumido como proporcional a dos factores: (1) la diferencia de presión entre matriz y fractura o (2) al gradiente de presión promedio a través de la matriz. La primera suposición hace referencia a un estado pseudoestacionario o a la suposición de un parámetro de hinchamiento, este desprecia la capacidad de almacenamiento de la matriz, permitiendo una caída de presión instantánea a través de la matriz tan pronto como ocurre la depleción en la fractura; por consiguiente, el flujo de la matriz es independiente de la posición espacial.

En contraste, la suposición de gradiente de presión promedio describe un flujo de matriz proporcional a los gradientes de presión, los cuales en general son dependientes de la posición espacial tanto, como de la capacidad de almacenamiento de la matriz influenciando la respuesta. Este es un proceso de difusión que permite a la matriz rellenar las fracturas en su proceso de depleción y puesto que el flujo depende tanto de la permeabilidad de la matriz como del almacenamiento, esta suposición es conocida como, parámetro distribuido o suposición transitoria.

Este parámetro se asemeja a una gran difusividad de matriz o a un elemento de matriz de tamaño pequeño, (p. ej: cubos de azúcar), que permite un equilibrio de presión rápido y como resultados se presentará un estado pseudoestacionario en la matriz. Inversamente, una difusividad pequeña de matriz y/o tamaño de bloque de matriz grande (p. ej: un modelo de estrato), desarrollará un perfil de flujo transitorio. Cualitativamente, esto significa que la suposición de flujo transitorio se identificará por un coeficiente de almacenamiento (ω) y un parámetro de flujo interporoso (λ) más pequeños. Como consecuencia, la línea recta del tiempo inicial en papel semilog será más corta y difícil de observar, especialmente en presencia de almacenamiento de pozo y el período de transición será largo, debido a la baja difusión de la matriz.

4. DETERMINACIÓN DE LA PRESIÓN PROMEDIA EN YACIMIENTOS NATURALMENTE FRACTURADOS

4.1. PRESIÓN PROMEDIA ADIMENSIONAL \bar{P}_b

4.1.1. Ecuación de balance de materia. Uno de los principales objetivos de las pruebas de presión es hallar el volumen de fluidos del yacimiento, y para ello la \bar{P} ayuda a determinar la densidad de los fluidos y los mecanismos de empuje presentes, que conducen los fluidos hacia el pozo. Es decir la \bar{P} refleja la densidad promedio del fluido de yacimiento.

En las ecuaciones que a continuación se relacionan, se muestra que la \bar{P} , solamente representa la presión promedio volumétrica. Para el caso de un pozo en un yacimiento infinito, la \bar{P} puede ser medida al cerrar el pozo por un periodo igual a t_{pss} , y la presión de cierre $P_{ws,}$ para este caso será igual a la \bar{P} .

4.1.2. Determinación de la \bar{P}_b para un yacimiento con límites. En un yacimiento con límites, se tiene que, para un fluido líquido con compresibilidad constante, La \bar{P} se puede derivar, teniendo en cuenta que:

$$\text{TASA DE PRODUCCIÓN} = \text{TASA DE DEPLECIÓN}$$

Es decir:

$$(q b r)_w = - V \frac{d(\bar{f}r)}{dt} \quad \text{Ecuación-91}$$

Donde,

V = Volumen total promedio.

\bar{r} = Densidad promedio del fluido en el yacimiento.

El subíndice w , se refiere a condiciones de pozo .

Ahora se tiene:

$$\begin{aligned}
 -V \frac{d(\bar{f} \bar{r})}{dt} &= \left(V_p \frac{\partial \bar{r}}{\partial t} + \bar{r} \frac{\partial V_p}{\partial t} \right) && \text{Ecuación-92} \\
 &= \left(V_p \frac{\partial \bar{r}}{\partial P} \frac{\partial P}{\partial t} + \bar{r} \frac{\partial V_p}{\partial P} \frac{\partial P}{\partial t} \right) \\
 &= V_p \bar{r} \left(\frac{1}{V_p} \frac{\partial \bar{r}}{\partial P} + \frac{1}{\bar{r}} \frac{\partial V_p}{\partial P} \right) \frac{\partial P}{\partial t} \\
 &= V_p \bar{r} c_t \frac{\partial P}{\partial t} \\
 &= (qbr)_w = -V_p \bar{r} c_t \frac{\partial P}{\partial t} \quad \Rightarrow \quad \frac{dP}{dt} = -\frac{qbr}{V_p r c_t} = -\frac{qbr_w}{V_p r c_t}
 \end{aligned}$$

Por lo tanto,

$$\frac{\partial P}{\partial t} = -\frac{qb r_w}{f A h r c_t} \quad \text{Ecuación-93}$$

4.1.2.1. Presión promedio en yacimientos cerrados

Sí, c = constante, se tiene por definición:

$$c_t = \frac{1}{r} \frac{\partial r}{\partial P}$$

y,

$$\begin{aligned}
 c dP &= \frac{1}{r} \partial r \quad \Rightarrow \quad \int_{p_0}^p c dP = \int_{r_0}^r \frac{\partial r}{r_0} \\
 \Rightarrow c(P-R) &= \ln \frac{r}{r_0} \quad \Rightarrow \quad \frac{r}{r_0} = \text{Exp}[c(P-R)]
 \end{aligned}$$

A condiciones de pozo,

$$\frac{r}{r_w} = \text{Exp} [c (P - P_w)]$$

y para \bar{P} :

$$\frac{\bar{r}}{r_w} = \text{Exp} [c (\bar{P} - P_w)]$$

Para un fluido ligeramente compresible, $\frac{\bar{r}}{r_w} \approx 1$ y entonces, la Ecuación 93 se puede escribir:

$$\frac{d\bar{P}}{dt} = - \frac{q b \text{Exp} [-c (\bar{P} - P_w)]}{f A h c_i}$$

y el término exponencial se vuelve cero, entonces:

$$\frac{d\bar{P}}{dt} = - \frac{q b}{A f h c_i} \quad \text{Ecuación-94}$$

Ahora, con base en la Ecuación 94, la \bar{P}_b sería:

$$\begin{aligned} \bar{P}_b &= \frac{2p k h}{q m} [P_i - \bar{P}_b] \\ \Rightarrow -(\bar{P}_b - P_i) (2p k h) &= \bar{P}_b q b m \\ \bar{P}_b &= - \frac{q m B}{2p k h} \bar{P}_b + P_i \end{aligned}$$

y,

$$d\bar{P} = - \frac{q m b}{2p k h} d\bar{P}_b \quad \text{Ecuación-95}$$

De las ecuaciones 6 y 7, se tiene que:

$$dt = \frac{A f m c_i}{k} dt_{DA} \quad \text{Ecuación-96}$$

Sustituyendo las ecuaciones 95 y 96 en la Ecuación 94:

$$\begin{aligned} \frac{q m b}{2p k h} d\bar{P}_b &= - \frac{q b}{A f h c_i} \frac{A f m c_i}{k} dt_{DA} \\ \Rightarrow \frac{1}{2p} d\bar{P}_b &= d\bar{P}_{DA} \Rightarrow \frac{1}{2p} \int_0^{\bar{P}_b(t_{DA})} d\bar{P}_b = \int_0^{t_{DA}} dt_{DA} \end{aligned}$$

$$\bar{P}_D(t_{DA}) = 2p t_{DA}$$

Ecuación-97

4.1.2.2. \bar{P}_D en Yacimiento con presión externa constante (Barrera de Presión). Considerando un yacimiento con una presión externa constante (Barrera de Presión), se debe tener en cuenta la presencia de fluidos en los límites del yacimiento. En este caso, la ecuación 91 se puede usar y el lado derecho de la ecuación representará el flujo neto extraído. No es fácil, calcular la \bar{P}_D cuando hay presencia de fluidos en un límite externo. Ahora sí, W_{eD} representa el flujo adimensional a través de un límite externo, para una tasa de producción constante se tendrá:

$$V \frac{d}{dt} (\bar{f} \bar{r}) = - (q_{net} b r)_w$$

Ecuación-98

Siguiendo el mismo procedimiento anterior, se tiene:

$$\frac{d\bar{P}}{dt} = - \frac{q_{net} b}{f A h c_t}$$

Ecuación-99

Donde

q_{net} = flujo neto extraído y,.

$$q_{net} = (q - W_e)$$

Ecuación-100

el flujo adimensional, W_{eD} , a través del sector de la frontera exterior estará dado por:

$$W_{eD} = \frac{W_e b_w}{q b_t}$$

Ecuación-101

Entonces,

$$W_e = W_{eD} q \frac{b_t}{b_w}$$

Ecuación-102

Volviendo a la ecuación 99

$$\frac{d\bar{P}}{dt} = - \frac{q_{net} b}{f A h c_t} \Rightarrow d\bar{P} = - \frac{q_{net} b}{f A h c_t} dt$$

$$= -\frac{(q - W_e)b}{f Ah c_t} dt$$

Sustituyendo las Ecuaciones 95, 96, 100 y 101 en la Ecuación 99, se tiene que :

$$-\frac{qmb}{2pkh} d\bar{P}_D = -\frac{\left[q - \left(W_{eD} q \frac{b_t}{b_w} \right) \right] b}{Af h c_t} \frac{Afm c_t}{k} dt_{DA}$$

Ahora, tomando $\beta_t/\beta_w \approx 1$, entonces se tiene que :

$$d\bar{P} = 2p (1 - W_{eD}) dt_{DA} \quad \text{Ecuación-103}$$

Integrando a ambos lados de la Ecuación 103:

$$\int_0^{\bar{P}_{D(t_{DA})}} d\bar{P}_D = 2p (1 - W_{eD}) \int_0^{t_{DA}} dt_{DA}$$

$$\bar{P}_{D(t_{DA})} = 2p (1 - W_{eD}) t_{DA} \quad \text{Ecuación -104}$$

4.2. YACIMIENTO NATURALMENTE FRACTURADO – INFINITO

De acuerdo a Engler¹⁹ la solución general de la ecuación de difusividad para Yacimientos Naturalmente Fracturados infinitos, se puede definir apartir de:

$$\left. \frac{\partial P_D}{\partial r_D} \right|_{r_{eD}} = 0 \quad \text{Ecuación-105}$$

Donde,

$$r_{eD} = \frac{r_e}{r_w}, \quad \text{Ecuación-106}$$

Siendo r_e el radio de la frontera externa. En este sentido, van Everdingen and Hurst⁵⁶ resolvieron este problema para un yacimiento homogéneo en el espacio Laplaciano, resultando en una solución compuesta de series de funciones Bessel. La solución general asumiendo que el almacenamiento y los efectos de skin son despreciables, en un régimen pseudoestable, se tiene en términos de $u = s f(s)$ así:

$$\bar{P}_D = \frac{1}{su} \left[\frac{K_0(u)I_1(r_{eD}u) + I_0(u)K_1(r_{eD}u)}{k_l(u)I_1(r_{eD}u) - k_l(r_{eD}u)I_1(u)} \right] \quad \text{Ecuación-107}$$

Siendo \bar{P}_D , la transformada de Laplace P_D y K_1 e I_1 funciones de primera y segunda clase y de orden 1, entonces la solución general sería:

$$\bar{P}_D = \frac{1}{s} \left[\ln r_{eD} + \frac{2}{r_{eD}^2 sf(s)} \right] \quad \text{Ecuación 107 a}$$

Para yacimientos homogéneos, $f(s)=1$ y la ecuación 107 se convierte en la solución para Yacimientos Homogéneos de Van Everdingen and Hurst⁵⁶, quienes desarrollaron la expansión de la ecuación de la misma. Más tarde esta ecuación también fue desarrollada por Warren and Root⁵⁷ y Chen et al^{12a} para Yacimientos naturalmente Fracturados (YNF) y puede ser escrita como:

$$\bar{P}_D = \frac{1}{s} \left[\frac{r_{eD}^2 \ln r_{eD}}{r_{eD}^2 - 1} - \frac{1}{2} + \frac{r_{eD}^2 \ln r_{eD}}{(r_{eD}^2 - 1)^2} - \frac{r_{eD}^2 + 1}{4(r_{eD} - 1)} + \frac{2}{sf(s)(r_{eD}^2 - 1)} \right] \quad \text{Ecuación-107 b}$$

Asumiendo $r_{eD}^2 - 1 \approx r_{eD}^2$ y $\ln \frac{(r_{eD}^2)}{r_{eD}^2} = 0$, entonces la ecuación anterior se

transforma en:

$$\bar{P}_D = \frac{1}{s} \left[\frac{\ln r_{eD}}{r_{eD}^2} - \frac{3}{4} + \frac{2}{r_{eD}^2 sf(s)} \right] \quad \text{Ecuación-108}$$

La anterior ecuación es válida tanto para régimen de flujo pseudoestable, como para el régimen de flujo transiente en matriz. Sustituyendo en términos de w y I y con una apropiada función (s) para el régimen pseudoestable en

el flujo de la matriz y reordenando, resulta la siguiente solución en función de la presión P:

$$P_D = \ln r_{eD} - \frac{3}{4} + \frac{2}{2r_{eD}^2} \left[t_{Dw} + \frac{(1-w)}{1} \left(1 - \exp \left(-\frac{1t_{Dw}}{w(1-w)} \right) \right) \right] \quad \text{Ecuación-109}$$

Redefiniendo, el tiempo adimensional en términos del área de drenaje, entonces:

$$t_{DwA} = \frac{t_{Dw}}{pr_{eD}^2} \quad \text{Ecuación-110}$$

Sustituyendo la ecuación 110 en la ecuación 109, se obtiene la solución para la presión adimensional en el régimen de flujo pseudoestable para cualquier punto del yacimiento, es decir:

$$P_D = 2pt_{DwA} + \ln r_{eD} - \frac{3}{4} + \frac{2(1-w)^2}{1r_{eD}^2} \left[1 - \exp \left(-\frac{1pr_{eD}^2}{w(1-w)} t_{Dw} \right) \right] \quad \text{Ecuación-111}$$

La derivada de la anterior ecuación será:

$$P'_D * t_{DwA} = 2pt_{DwA} \left[1 + \frac{1-w}{w} \exp \left(-\frac{1pr_{eD}^2}{w(1-w)} t_{Dw} \right) \right] \quad \text{Ecuación-112}$$

Se puede apreciar que cuando $w = 1$, las ecuaciones 111 y 112 pueden ser usadas como soluciones para un yacimiento homogéneo convencional. De la misma manera, para tiempos largos, el término exponencial se aproxima rápidamente a cero y se obtiene entonces la solución de presión P, general para el régimen de flujo pseudoestable en un YNF, así:

$$P_D = 2pt_{DWA} + \ln r_{eD} - \frac{3}{4} + \frac{2(1-w)^2}{1r_{eD}^2}$$

Ecuación-113

y su respectiva derivada es:

$$P_D * t_{DWA} = 2pt_{DWA}$$

Ecuación 114

4.2.1. Distribución de presiones en un yacimiento naturalmente fracturado y un yacimiento homogéneo. Se considera que un yacimiento homogéneo, es un caso particular de un Yacimiento Naturalmente Fracturado con $w = 0$ y $l = 1$, (Odeh⁴⁰). Figura 20. La diferencia entre los dos, ocurre durante el régimen Transiente, durante el cual se presenta una desviación de la línea del periodo de flujo radial, como consecuencia de la pérdida temporal de presión por flujo en el sistema de fracturas, la cual luego de un tiempo, se restaura produciéndose de nuevo flujo hacia las fracturas, pero especialmente con cambios poco significativos en la zona tardía o estado pseudoestable (PSS), como se aprecia en las Figuras 19 y 20, correspondientes a simulaciones analíticas de un Yacimiento Naturalmente Fracturado y a uno homogéneo de iguales dimensiones y condiciones.

4.2.1.1. Distribución de presiones en un yacimiento circular con frontera de presión constante y caudal constante. Teniendo en cuenta lo anterior, el procedimiento para obtener la distribución de presión es similar, debido a que la frontera externa se conserva y esta dada por:

$$\bar{P}_D(r_D, u) = \frac{I_0(\sqrt{u}r_{eD})K_0(\sqrt{u}r_D) - K_0(\sqrt{u}r_{eD})I_0(\sqrt{u}r_D)}{u^{\frac{3}{2}} [K_0(\sqrt{u}r_{eD})I_1(\sqrt{u}) + I_0(\sqrt{u}r_{eD})K_1(\sqrt{u})]}$$

Ecuación-115

Figura 19. P_D y t_D para un YNF con variación de l y w

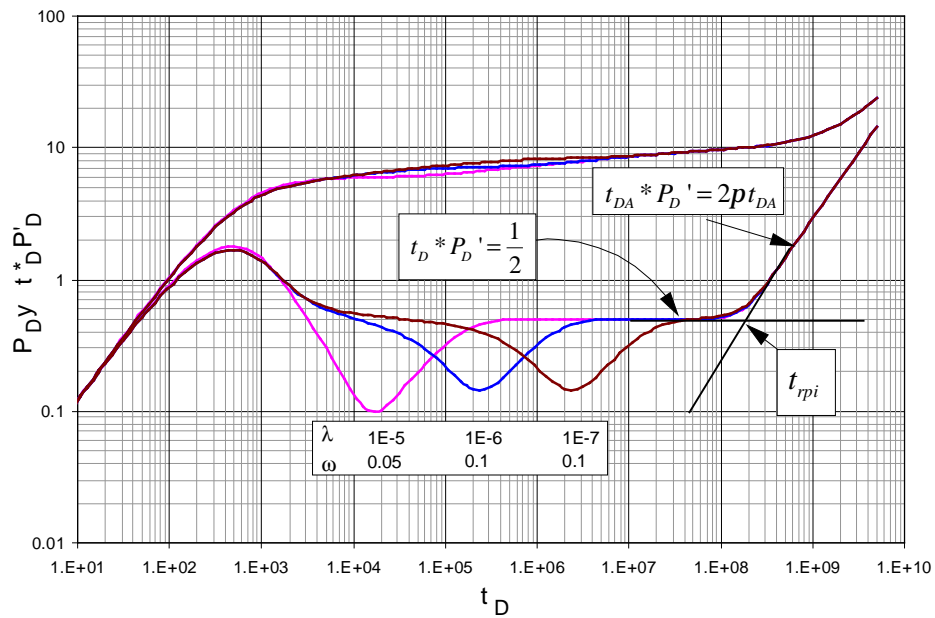


Figura 20. P y t_D para un YNF y un yacimiento homogéneo infinito, bajo las mismas condiciones de flujo y propiedades de yacimiento, excepto l y w

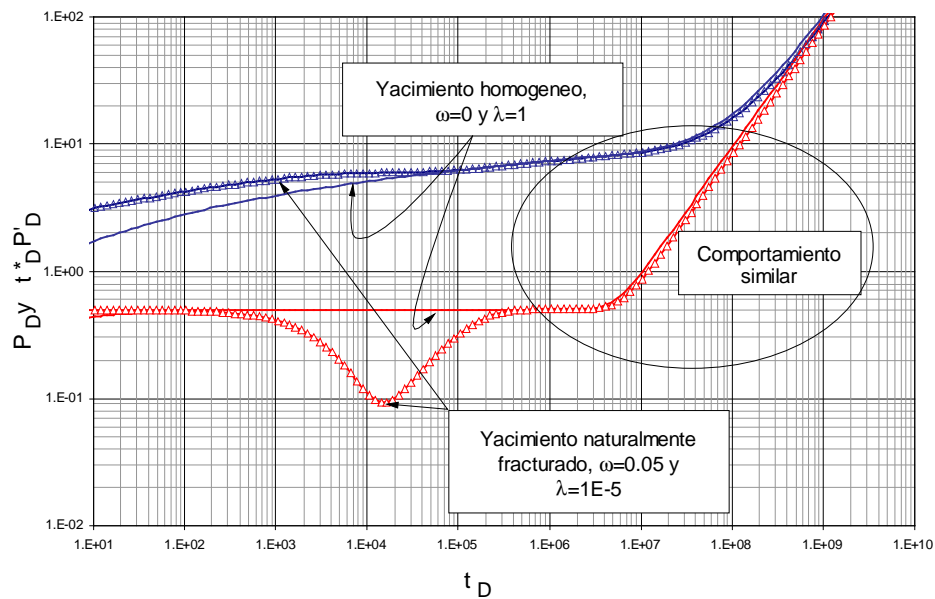
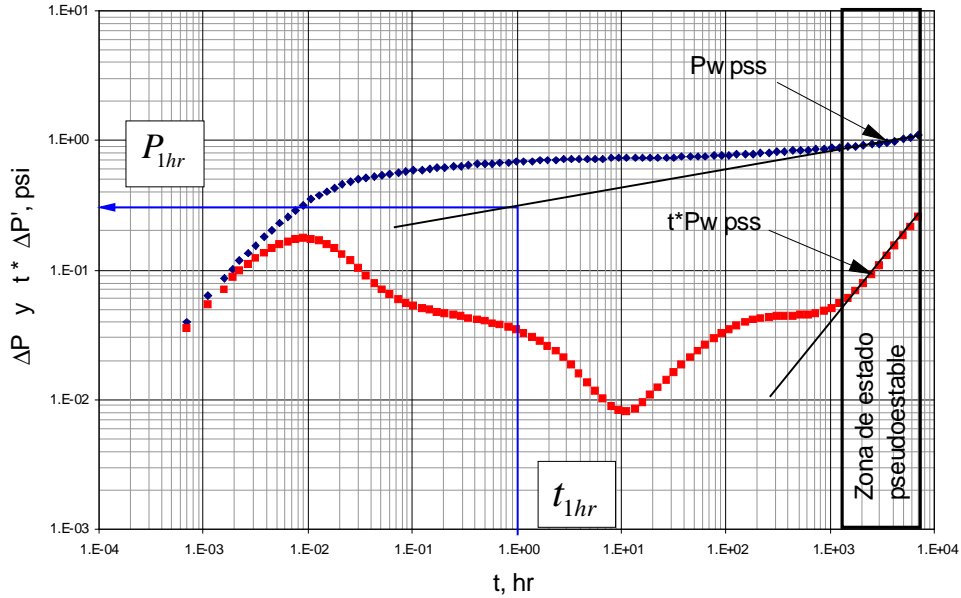


Figura 21. Extrapolación de la presión para obtener DP_{1hr}



Para un sistema cerrado, el transiente esta gobernado por el termino exponencial y la suma de términos en la ecuación anterior (115) puede ser despreciable, en cuyo caso la distribución de presión estará dada por:

$$P_D(r_D) = \ln \left(\frac{r_{eD}}{r_D} \right) \quad \text{Ecuación-116}$$

La solución para la cual la distribución de presiones alcanza el estado estacionario esta dada para $r_{eD} = 6.3$. Aplicando la solución de línea fuente, se puede dar la distribución de presiones en términos de Muskat³⁶:

$$P_D(r_D, t_D) = \ln \left(\frac{1}{r_D} \right) - 2 \sum_{n=1}^{\infty} \frac{J_0(B_n r_D)}{B_n^2 J_1^2(B_n)} \text{Exp}(-B_n^2 t_D) \quad \text{Ecuación-117}$$

Siendo,

$Bn = \alpha_n r_e$ and $r_D = r/r_e$ y $\alpha =$ las raíces de la ecuación característica,

$$J_0(\alpha r_e) = 0 \quad \text{Ecuación-118}$$

Para este caso la solución de Theis⁴⁹ se presenta con el mismo desarrollo para ambas condiciones externas y son usadas en distribución de presión de un yacimiento de radio finito como se demuestra en los resultados presentados por Mueller and Witherspoon^{36a}.

4.3. YACIMIENTOS CIRCULARES (SOLUCIÓN APROXIMADA).

4.3.1. Yacimientos circulares cerrados durante régimen de flujo pseudoestable. Volviendo a la Ecuación 93, para $\frac{d\bar{P}}{dt}$ en yacimientos

cerrados, **se tiene:**

$$\frac{d\bar{P}}{dt} = - \frac{qb}{f Ah c_i}$$

$$\bar{P} = \int_0^{V_T} \frac{1}{V_T} P dV \quad \text{Ecuación-119}$$

de la ecuación 94, se tiene entonces que:

$$\frac{d\bar{P}}{dt} = - \frac{q b}{A f h c_i}$$

$$\frac{d\bar{P}}{dt} = \frac{d}{dt} \left(\frac{1}{V_T} \int_0^{V_T} P dV \right)$$

y,

$$\frac{d\bar{P}}{dt} = \frac{1}{V_T} \int_0^{V_T} \frac{dP}{dt} dV \quad \text{Ecuación-120}$$

Sí: $\partial P/\partial t =$ constante, para estado pseudoestable, entonces:

$$\frac{d\bar{P}}{dt} = \frac{dP}{dt} = - \frac{qb}{f A h c_t}$$

Ecuación-121

y,

$$\frac{\partial P_D}{\partial t_D} = \frac{\partial P_D}{\partial P} \frac{\partial P}{\partial t} \frac{\partial t}{\partial t_D}$$

teniendo en cuenta la ecuación 4, se tiene que:

$$\frac{\partial P_D}{\partial t_D} = \frac{2pkh}{qbm}$$

$$\frac{\partial t}{\partial t_D} = \frac{f m c_t r_w^2}{k}$$

luego,

$$\frac{\partial P_D}{\partial t_D} = \left(- \frac{2pkh}{qmb} \right) \left(- \frac{qb}{f A h c_t} \right) \left(\frac{f c_t r_w^2}{k} \right)$$

y,

$$\frac{\partial P_D}{\partial t_D} = \frac{2p r_w^2}{A}$$

Sabiendo que, $A = 2p (r_e^2 - r_w^2)$

$$\frac{\partial P_D}{\partial t_D} = \frac{2p r_w^2}{p (r_e^2 - r_w^2)} = \frac{2 r_w^2}{(r_e^2 - r_w^2)}$$

Ecuación-122

Considerando la ecuación de difusividad en un sistema cilíndrico de coordenadas y en forma adimensional, se tiene que

$$\frac{\partial^2 P_D}{\partial r_D^2} + \frac{1}{r_D} \frac{\partial P_D}{\partial r_D} = \frac{\partial P_D}{\partial t_D}$$

Sustituyendo la expresión apropiada para $\partial P_D / \partial t_D$ en la ecuación de difusividad entonces:

$$\frac{1}{r_D} \frac{d}{d r_D} \left(r_D \frac{d P_D}{d r_D} \right) = \frac{2 r_w^2}{(r_e^2 - r_w^2)}$$

Ecuación-123

Integrando:

$$\int_{P(r_D=r_{Di})}^{P(r_D)} d \left(r_D \frac{d P_D}{d r_D} \right) = \frac{2}{(r_e^2 - 1)} \int_{r_D}^{r_D} r_D d r_D$$

Ecuación-124

o,

$$\left[r_D \frac{dP_D}{dn} \right]_{P(r_D=r_{eD})}^{P(r_D)} = \frac{(n^2 - r_{eD}^2)}{(r_{eD}^2 - 1)}$$

y teniendo en cuenta que $\frac{dP_D}{dn} = 0$ a $n = r_{eD}$ (condiciones de frontera exterior).

$$n \frac{dP_D}{dn} = \frac{(n^2 - r_{eD}^2)}{(r_{eD}^2 - 1)} \quad \text{Ecuación-125}$$

Integrando de nuevo, entonces se tiene que: (con condiciones de límite interno).

$$P_D(r_D, t_D) - P_{wD}(t_D) = \left(\frac{1}{r_{eD}^2 - 1} \right) \left[\frac{r_D^2}{2} - r_{eD}^2 \ln r_D \right] \quad \text{Ecuación-126}$$

La presión promedio puede ser obtenida a partir de $\bar{P}_{estática}$ (presión de cierre), así:

$$\bar{P}_D(t_D) = \frac{1}{V_T} \int_0^{V_r} P_D(n, t_D) dV$$

Ecuación-127

Sustituyendo la ecuación 127 en 126, se tiene:

$$\bar{P}_D(t_{DA}) = \frac{2}{(r_{eD}^2 - 1)} \int_1^{r_{eD}} \left[P_{wD}(t_D) + \frac{1}{(r_{eD}^2 - 1)} \left(\frac{n^2 - 1}{2} - r_{eD}^2 \ln n \right) \right] n dn \quad \text{Ecuación-128}$$

Integrando por partes:

$$\bar{P}_D(t_{DA}) = P_{wD}(t_{DA}) - \frac{1}{2(r_{eD}^2 - 1)} + \frac{1}{4} \frac{(r_{eD}^4 - 1)}{(r_{eD}^2 - 1)^2} + \frac{1}{2} \frac{r_{eD}^2}{(r_{eD}^2 - 1)} - \frac{r_{eD}^2}{(r_{eD}^2 - 1)} \ln r_{eD}$$

Ecuación-129

Combinando 126 y 129, se tiene que :

$$P_D(r_D, t_D) = \bar{P}_D(t_{DA}) + \frac{r_{eD}^2}{(r_{eD}^2 - 1)} \ln \left(\frac{r_D}{r_{eD}} \right) + \frac{r_{eD}}{(r_{eD}^2 - 1)^2} \ln r_{eD} - \frac{(r_{eD}^4 - 1)}{4(r_{eD} - 1)^2} - \frac{(r_{eD}^2 - r^2)}{2(r_{eD}^2 - 1)}$$

Ecuación-130

Asumiendo que $r_{eD} \geq 1$, para un Yacimiento Naturalmente Fracturado, se puede escribir:

$$P_{wD}(t_{DA}) = \bar{P}_D(t_{DA}) + \ln r_{eD} - \frac{3}{4} + 0 \quad \text{Ecuación-131}$$

o,

$$P_{wD}(t_{DA}) = \bar{P}_D(t_{DA}) + \ln r_{eD} - \frac{3}{4} \quad \text{Ecuación-132}$$

para encontrar el radio \bar{r} , en $P(\bar{r}) = \bar{P}$, y la ecuación 126 se transforma en:

$$\bar{P}_D(\bar{r}_{D,D}) - P_{wD}(t_D) = \frac{1}{(r_{eD}-1)} \left[\frac{(\bar{r}_D^2-1)}{2} - r_{eD}^2 \ln \bar{r}_D \right] \quad \text{Ecuación-133}$$

combinando, ecuaciones 115 y 116, se tendrá que:

$$\frac{(\bar{r}_D^2-1)}{2(r_{eD}^2-1)} - \frac{r_{eD}^2}{(r_{eD}^2-1)} \ln \bar{r}_D = \frac{3}{4} - \ln r_{eD} \quad \text{Ecuación-134}$$

$$\ln(\bar{r}) - \frac{\bar{r}^2}{2r^2} = \ln r_e - 0.75 = \ln(0.4724 r_e) \quad \text{Ecuación-135}$$

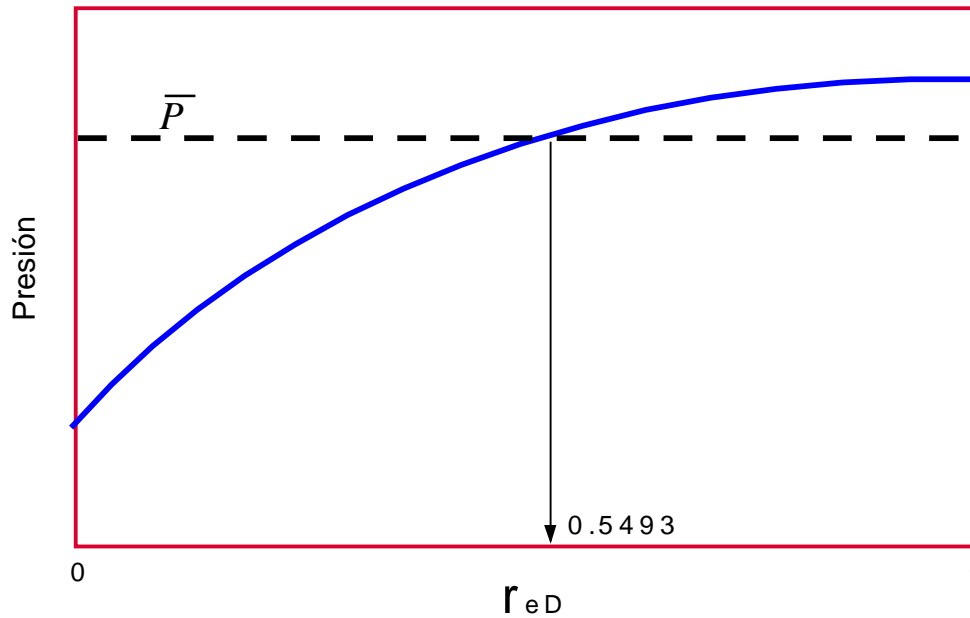
o, también:

$$\left(\frac{\bar{r}}{r_e} \right)^2 = \ln(\bar{r}) - \ln(0.4724 r_e) \quad \text{Ecuación-136}$$

$$\left(\frac{\bar{r}}{r_e} \right) = 0.4724 \text{Exp} \left(\frac{\bar{r}}{r_e} \right)^2 \quad \text{Ecuación-137}$$

$$\text{y, } \bar{r} \cong 0.5493 r_e \quad \text{Ecuación-138}$$

Figura 22. Localización del radio r de presión promedio, yacimiento circular cerrado y flujo pseudoestable



4.3.2. Flujo en estado estable con pozo en el centro de un yacimiento Circular. Como regla de la mano derecha, para flujo en estado estable se iguala la ecuación de difusividad a cero, es decir:

$$\frac{d^2 P_D}{dr_D^2} + \frac{1}{r_D} \frac{dP_D}{dr_D} = 0 \quad \text{Ecuación-139}$$

Integrando doble, con respecto a r_D y satisfaciendo las condiciones de frontera:

$$\left(r_D \frac{\partial P_D}{\partial r_D} \right)_{r_D=1} = -1$$

y

$$P_D(r_{eD}, t_D) = 0$$

entonces se tiene que,

$$P_D(r_D) = \ln\left(\frac{r_{eD}}{r_D}\right) \quad \text{Ecuación-140}$$

Ahora, podemos obtener la presión promedio, calculando el promedio volumétrico de $P_D(r_D)$., como se hizo anteriormente,

$$\bar{P}_D(t_D) = \frac{1}{2} - \frac{\ln r_{eD}}{(r_{eD}^2 - 1)} \quad \text{Ecuación-141}$$

y de nuevo para encontrar \bar{r} , sí, $P(\bar{r}) = \bar{P}$. Entonces hacemos, \bar{r} = radio de la presión promedio, al cual $P(\bar{r}) = \bar{P}$. Por lo tanto la ecuación 133, se transforma en:

$$\bar{P}_D = \ln\left(\frac{r_{eD}}{m}\right) \quad \text{Ecuación-142}$$

Combinando las ecuaciones 134 y 135:

$$\bar{P}_D(t_D) = \frac{1}{2} - \frac{\ln r_{eD}}{(r_{eD}^2 - 1)} = \ln\left(\frac{r_{eD}}{m}\right)$$

y sí,

$$r_{eD} \gg 1 \quad \text{entonces,} \quad \frac{\ln r_{eD}}{(r_{eD}^2 - 1)} \cong 0$$

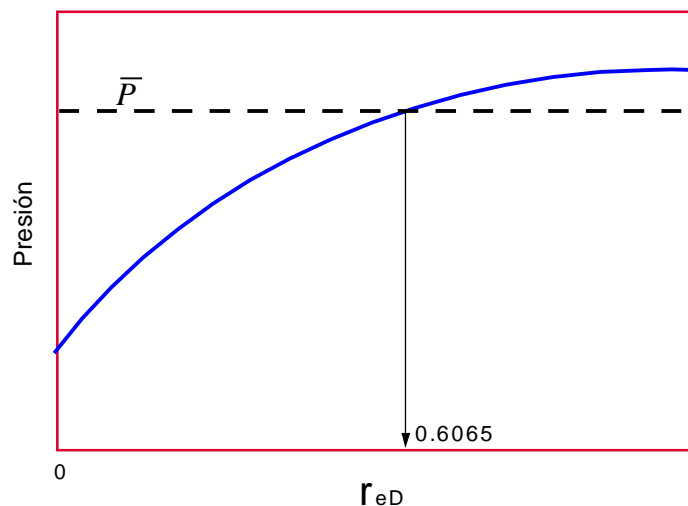
y,

$$\frac{1}{2} = \ln\left(\frac{r_{eD}}{m}\right)$$

es decir,

$$\bar{r} = 0.6065 r_e \quad \text{Ecuación-143}$$

Figura 23. Localización del radio r de presión promedio para un yacimiento circular, con flujo en periodo estable.



4.4. YACIMIENTOS RECTANGULARES, SOLUCIONES APROXIMADAS

Para este tipo de yacimientos, en primer lugar podemos mediante el principio superposición, encontrar la distribución de presiones de un sistema múltiple o de varios pozos, en un yacimiento infinito. En segundo lugar, se pueden aplicar las soluciones ya mencionadas, a un yacimiento con fronteras. En tercer lugar, se demuestra la utilidad de las soluciones encontradas hallando la derivada de la distribución de presiones, para pozos múltiples en yacimientos rectangulares limitados. Inicialmente se propone una solución considerando la distribución de presiones en dos pozos, en el mismo yacimiento.

4.4.1. Modelo de distribución de presiones para un yacimiento con dos pozos. Tal como se muestra en la Figura 24, se tienen dos pozos con coordenadas en el origen (x_2, y_2) y (x_1, y_1) , respectivamente.

Asumiendo el sistema de coordenadas (x_1, y_1) , con el pozo localizado en

(m, \dots) se quiere encontrar la solución para el punto de observación en (x_1, y_1) .

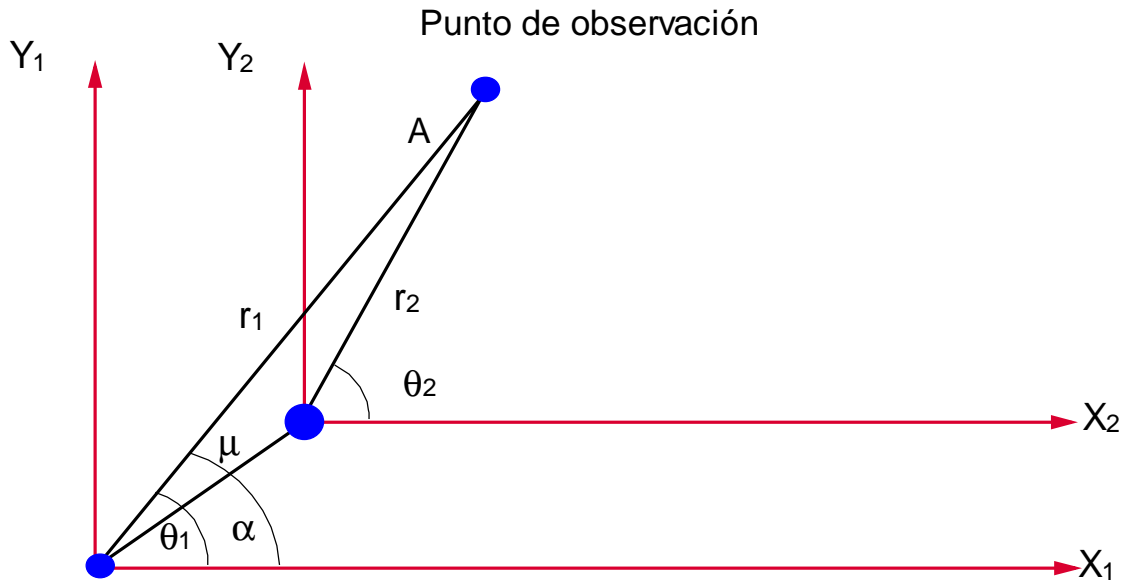
- La presión de respuesta (x_1, y_1) a una distancia r_2 del pozo inyector será:

$$P(x_2, y_2, t) = R + \frac{a q b m}{4 p k h} E_i \left(- \frac{r_2^2}{4 h t} \right) \quad \text{Ecuación-144}$$

de donde,

$$h = \frac{k}{f c_i m}, \quad \text{y}, \quad x_2^2 = x^2 + y^2$$

Figura 24. Sistema de coordenadas para calcular la distribución de presiones en un modelo de dos pozos en un yacimiento cerrado.



Para expresar la solución de la ecuación 137 en términos de el sistema de coordenadas de origen \$(x_1, y_1)\$, todo lo que se debe hacer es expresar \$r_2\$ en términos de \$r_1\$ mediante la ley de los cosenos.

$$r_2^2 = r_1^2 + m^2 - 2m r_1 \cos(q_1 - a) \quad \text{Ecuación-145}$$

Entonces se puede reescribir la ecuación 137,

$$P(x_1, y_1, t) = P_i + \frac{a q m b}{4 p k h} E_i \left\{ \left[\frac{r_1^2 + m^2 - 2 m r_1 \cos(q_1 - a)}{4 h t} \right] \right\} \quad \text{Ecuación-146}$$

Esta ecuación debe satisfacer la ecuación de difusividad,

$$\frac{1}{r_1} \frac{\partial}{\partial r_1} \left(r_1 \frac{\partial P}{\partial r_1} \right) + \frac{1}{r_1^2} \frac{\partial^2 P}{\partial q_1^2} = \frac{1}{h} \frac{\partial P}{\partial t} \quad \text{Ecuación-147}$$

- Condiciones Inicial y Final (o Límite): Ahora podemos analizar el problema de dos pozos en un yacimiento infinito, teniendo en cuenta los caudales de flujo \$q_1\$ y \$q_2\$, de la siguiente forma:

Condiciones iniciales: $P = P_i$, for all r , at $t = 0$.

Condición de límite externo: $\lim(r_1; r_2 \rightarrow \infty) de P_{r_1, r_2}(r, t) = P_i$, para todo $t > 0$

Condición de límite interno: $\lim(r_1 \rightarrow 0) de \left(r_1 \frac{\partial P}{\partial r_1} \right) = \frac{a q_1 mb}{2p kh}$

Pozo 1 en (0, 0) en sistema de coordenadas de (x_1, y_1) , entonces:

$$r_1^2 = x_1^2 + y_1^2.$$

$$\lim(r_2 \rightarrow 0) de \left(r_2 \frac{\partial P}{\partial r_2} \right) = \frac{a q_2 mb}{2p kh}$$

de la misma manera, con respecto al Pozo 2: $r_2^2 = x_2^2 + y_2^2$.

- La solución general para la ecuación 147, que satisface las condiciones anteriores será::

$$\overline{\Delta P}(x_1, y_1, t) = A K_0(ur_1) + B K_0(ur_2)$$

Ecuación-148

donde,

$$r_2^2 = r_1^2 + m^2 - 2mr_1 \cos(q_1 - a)$$

y,

$$u = \sqrt{\frac{s}{h}}, = \text{variable de Laplace.}$$

Después de incluir las condiciones de pozo y aplicar el teorema de inversión a la transformada de Laplace, entonces se tiene:

$$P(x_1, y_1, t) = P_i + \frac{aq_1 mb}{4p kh} E_i\left(-\frac{r_1^2}{4ht}\right) + \frac{aq_2 mb}{4p kh} E_i\left(-\frac{r_2^2}{4ht}\right) \quad \text{Ecuación-149}$$

en forma adimensional:

$$P_D(x_{D1}, y_{D1}, t_D) = -\frac{q_1}{2q} E_i\left(-\frac{r_{D1}^2}{4t_D}\right) - \frac{q_2}{4q} E_i\left(-\frac{r_{D2}^2}{4t_D}\right) \quad \text{Ecuación-150}$$

Siendo q el caudal de referencia.

$$x_{D1} = \frac{x_1}{r_{w1}} \text{ or } \frac{x_2}{r_{w2}}, \quad y, \quad y_{D1} = \frac{y_1}{r_{w1}} \text{ or } \frac{y_2}{r_{w2}}$$

para casos especiales de la ecuación 143.

Asumiendo $\tilde{\sigma} = \tilde{\sigma}$, y $q_1 = q_2 = q$

Entonces ,

$$P(x,y,t) = P_i + \frac{a q m b}{4 p k h} Ei\left(-\frac{r_1^2}{4 h t}\right) + \frac{a q m b}{4 p k h} Ei\left(-\frac{r_2^2}{4 h t}\right) \quad \text{Ecuación-151}$$

o,

$$\frac{\partial P_D}{\partial x_D} = -\left[\frac{1}{r_{D1}} \exp\left(-\frac{r_{D1}^2}{4 t_D}\right) \frac{\partial r_{D1}}{\partial x_D} + \frac{1}{r_{D2}} \exp\left(-\frac{\partial r_{D2}}{\partial x_D}\right) \right] \quad \text{Ecuación-152}$$

donde,

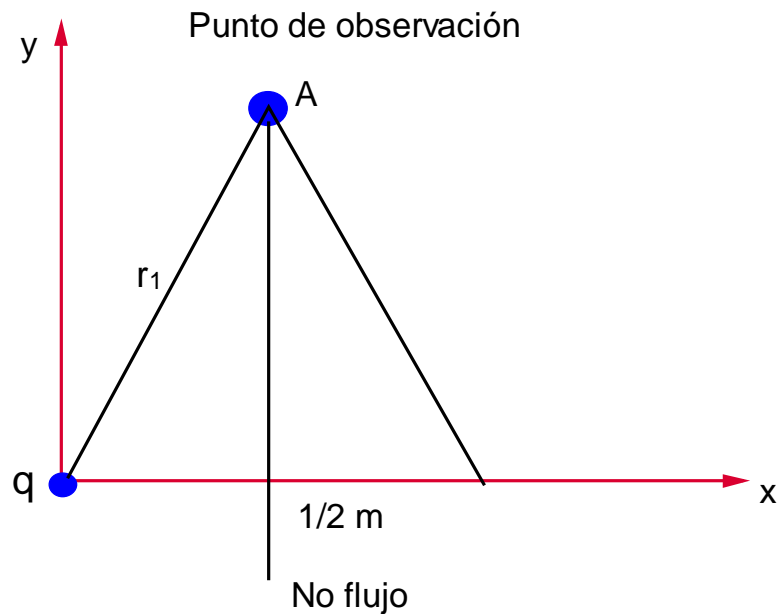
$$x_D = x_{D1}, y_D = y_{D1} \quad y \quad m_D = m / r_{w1}.$$

$$r_{D1}^2 = x_D^2 + y_D^2 \quad y \quad r_{D2}^2 = (m_D - x_D)^2 + y_D^2.$$

Se puede demostrar que para $x_D = 1/2 m_D$, y entonces $\partial P_D / \partial x_D = 0$ para todo y_D

Con la anterior demostración se puede concluir que la línea perpendicular que bisecta a la línea que une los dos pozos, es un límite de no-flujo , independiente de que ambos pozos sean inyectoros o productores. En la Figura 25 se puede ver el sistema de coordenadas.

Figura 25. Sistema de Coordenadas para el Caso a .(Escobar^{22a}).



Asumiendo $\sigma = \tilde{\sigma}$ y $q_1 = -q_2 = q$

Se tiene entonces que,

$$P_D(x_D, y_D, t_D) = -\frac{1}{2} \left[E_i \left(-\frac{r_{D1}^2}{4t_D} \right) - E_i \left(-\frac{r_{D2}^2}{4t_D} \right) \right] \quad \text{Ecuación-153}$$

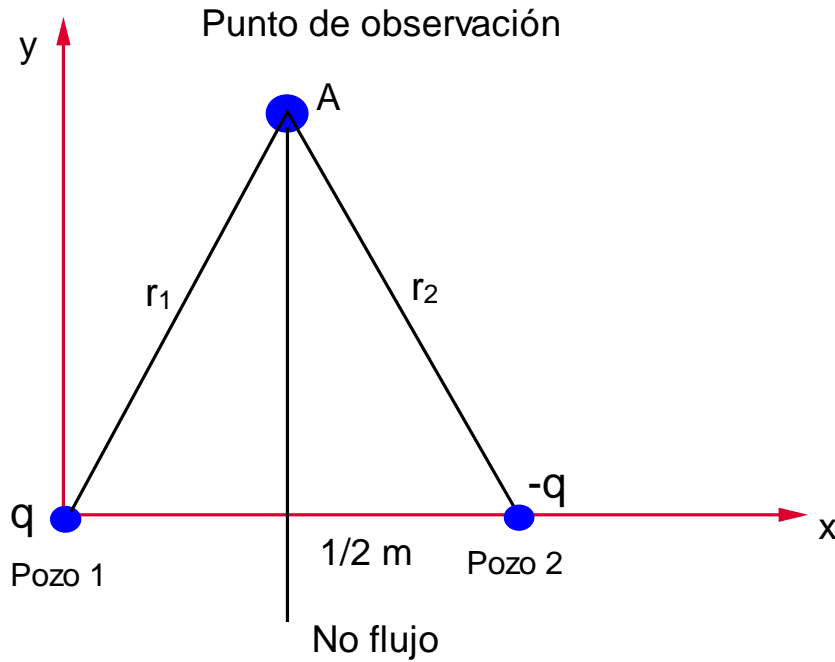
Para $x_D = 1/2 m_D$, se tendrá:

$$P_D(x_D = 1/2 m_D, y_D, t_D) = 0, \text{ es decir, } P = P_i$$

Esta solución significa que la línea que bisecta perpendicularmente a la línea que une los dos pozos representa un límite o frontera de presión constante.

En la Figura 26 se puede ver de manera gráfica este caso..

Figure 26. Sistema de Coordenadas para el caso b (.(Escobar^{22a}).

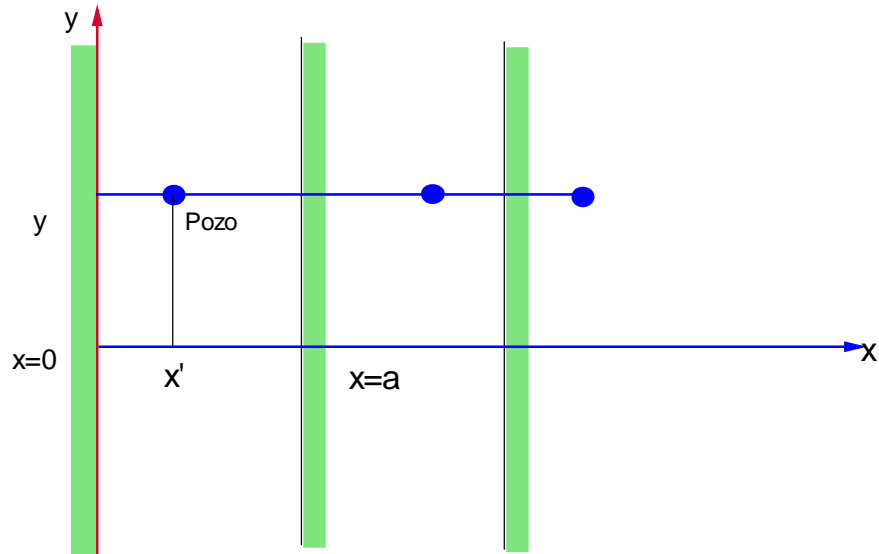


Método de las Imágenes. El método de imágenes es una aplicación simple del principio de superposición para el caso de pozos múltiples en un yacimiento infinito, con efectos de frontera (fallas y fluido a presión constante) sobre la presión de pozo.

Consideremos ahora un pozo ubicado entre dos fallas paralelas sellantes. Por facilidad se asumirá un pozo localizado en un punto (x, y) y una distancia entre fallas $=a$. Una de las fallas esta localizada en $x = 0$ y los pozos en este caso estaran localizados en las siguientes coordenadas:

$$(x'+2na, y) \text{ y } (-x'+2na, y), \text{ como se ve en la Figura 27.}$$

Figura 27. Sistema de Coordenadas para el caso c, o, Método de las imágenes,(Escobar^{22a}).



La distribución de presión en un punto (x, y) será:

$$P_D = -\frac{1}{2} \sum_{-\infty}^{\infty} E_i \left[-\frac{(x-x' - 2na)_D^2 + (y-y')_D^2}{4t_D} \right] - \frac{1}{2} \sum_{-\infty}^{\infty} E_i \left[-\frac{(x+x' - 2na)_D^2 + (y-y')_D^2}{4t_D} \right]$$

Ecuación-154

Por simple observación, se puede ver que los planos $x_D = 0$ y $x_D = a_D$, representan límites de no-flujo.

4.4.2. Distribución de presiones en una región o yacimiento rectangular.

El anterior procedimiento se puede aplicar a cualquier localización de pozo en un yacimiento de geometría rectangular con límites impermeables o de presión constante, aplicando propiamente el método de las imágenes. Matthews-Brons y Hazebroek³² (1954) autores del método MBH, fueron los primeros en proponer esta solución con base en este método, en su publicación sobre la “ determinación o cálculo de la presión promedio en

sistemas cerrados". De manera general, para cualquier punto en un área rectangular de área A , se puede expresar la presión adimensional como:

$$P_D(x_D, y_D, t_{DA}) = \sum_{i=1}^{\infty} P_D(a_{Di}, t_{DA}) \quad \text{Ecuación-155}$$

de donde,

$$P_D(a_{Di}, t_{DA}) = -\frac{1}{2} E_i \left(-\frac{a_{Di}^2}{4t_D} \right) \quad \text{Ecuación-156}$$

Siendo a_i , la distancia entre el primer pozo y el punto (x, y) y considerando la respuesta en el pozo abierto, entonces :

$$P_{wD}(t_{DA}) = \frac{1}{2} \ln \left(\frac{4At_{DA}}{1.781r_w^2} \right) + \sum_{i=2}^{\infty} P_D(a_{Di}, t_{DA}) \quad \text{Ecuación-157}$$

Para calcular la caída de presión en el pozo, se considera la relación A/r_w . En otro punto donde la caída de presión adimensional es independiente de esta relación cuando los resultados se dan en términos del tiempo adimensional t_D . Existen tablas publicadas de valores calculados de la caída de presión y son aplicables, solamente para valores específicos A/r_w^2 .

4.4.2.1 Flujo pseudoestable en yacimiento rectangular. Sucede cuando hacemos referencia solamente a sistemas cerrados y asumimos que el pozo ha producido lo suficiente para que todos los límites hayan influido sobre la distribución de presiones en el yacimiento. Para este caso, Earlougher¹⁸ et al, introdujeron el concepto de los "building-blocks" para un modelo de pozo de caudal constante produciendo en el centro de un yacimiento de geometría cuadrada y encontraron una solución para el comportamiento de la presión en varios sistemas rectangulares e igualmente, calcularon el factor de corrección para el método de presión de Matthews-Brons y Hazebroek³², P_{MBH} , para 16 sistemas rectangulares cerrados. El MBH, para un análisis de Build-up Test, sería:

$$P_{D_{MBH}} = 4pt_{DA} - 2P_D + \left[\ln(t_{DA}) + \ln\left(\frac{A}{r_w^2}\right) + 0.80907 \right] \quad \text{Ecuación-158}$$

Resolviendo la ecuación 133 para la P_D :

$$P_D = 2pt_{DA} + \frac{1}{2} \left[\ln(t_{DA}) + \ln\left(\frac{A}{r_w^2}\right) + 0.80907 \right] - \frac{1}{2} P_{D_{MBH}} \quad \text{Ecuación-159}$$

Para tiempos adimensionales menores que 0.001, P_D sería:

$$P_D = \frac{1}{2} \left[\ln(t_{DA}) + \ln\left(\frac{A}{r_w^2}\right) + 0.80907 \right] \quad \text{Ecuación-160}$$

Para largos tiempos de cierre (régimen de flujo pseudo estable), por ejemplo: ($t_{DA} > 10$), P_D se convierte en, (Raghavan⁴³),

$$P_D = 2p t_{DA} + \frac{1}{2} \ln\left(\frac{4 A}{e^s C_A r_w^2}\right) + s \quad \text{Ecuación-161}$$

Siendo, $e^s =$ constante de Euler= 1.781, entonces la solución será:

$$P_D = 2p t_{DA} + \frac{1}{2} \ln\left(\frac{2.2459 A}{C_A r_w^2}\right) + s$$

4.4.2.2. Flujo estacionario en yacimiento rectangular. Para un pozo produciendo, con parte, o todos sus límites externos con presión constante, cada punto interno dentro del sistema alcanzará un valor constante de presión. Para este caso, el Régimen de flujo estable se puede asimilar al Pseudoes- table para sistemas cerrados. En el estado estable, la presión adimensional para un pozo en el centro de un sistema rectangular para $t_{DA} > 0.25$ es:

$$P_{WD}(t_{DA}) = \frac{1}{2} \ln\left(\frac{16 A}{1.781 C_A r_w^2}\right) \quad \text{Ecuación-162}$$

4.5. MÉTODO DIRECTO PARA CALCULAR LA PRESIÓN PROMEDIA

Azari⁵, publicó un método simple para calcular de manera directa la presión promedia para un Build- up Test. La ventaja de esta técnica, radica en que

se puede obtener la presión promedio sin recurrir a un procedimiento gráfico.. Para la aplicación del método se debe conocer la distancia hasta un pozo, en el que la presión sea igual a la presión promedio del yacimiento:

4.5.1. Ecuaciones del Régimen de Flujo Transiente. La solución de la ecuación de difusividad para un yacimiento activo infinito, con un pozo centrado produciendo a caudal constante y a una presión constante, P_i es:

$$P(r,t) = P_i + \frac{70.6qmb}{kh} Ei\left(-\frac{948fmCr^2}{kh}\right) \quad \text{Ecuación-163}$$

Para un $r = r_w$, P_w reemplaza $P(r, t)$, y $Ei(-X)$ puede ser cambiado a $\ln(1.78 X)$ y si se tiene en cuenta la caída de presión, por factor de daño o skin se adiciona a la ecuación 156, puede ser escrito en términos de la presión de

$$\text{pozo, } P_{wf} = P_i - \frac{162.6qmb}{kh} \left(\log \frac{kt}{fmCr_w^2} - 3.227 + 0.87s \right) \quad \text{Ecuación-164}$$

Reemplazando la ecuación 138 en la 156 y haciendo $P_i = P^*$, se puede obtener un valor aproximado de la presión promedio en un yacimiento cerrado.

$$\bar{P} = P^* + \frac{70.6qmb}{kh} Ei\left(-\frac{286fmCr_e^2}{kt}\right) \quad \text{Ecuación-165}$$

$$\bar{P} = P^* + \frac{70.6qmb}{kh} Ei\left(-\frac{71.506fmCr_e A}{kt}\right) \quad \text{Ecuación-166}$$

De la misma manera, reemplazando 143 en 163, se obtiene el valor de la presión promedio para un yacimiento infinito con frontera de presión constante,

$$\bar{P} = P_i + \frac{70.6qmb}{kh} Ei\left(-\frac{348.75fm_c r_e^2}{kt}\right) \quad \text{Ecuación-167}$$

$$\bar{P} = P_i + \frac{70.6qmb}{kh} Ei\left(-\frac{87.187fm_c A}{kt}\right) \quad \text{Ecuación-168}$$

Combinando 157 y 158, se obtiene:

$$\bar{P} = P_{wf} + \frac{162.6qmb}{kh} \left(\log \frac{kt}{fm_c r_w^2} - 3.227 + 0.87s \right) + \frac{70.6qmb}{kh} Ei\left(-\frac{286fm_c r_e^2}{kt}\right) \quad \text{Ecuación-169}$$

Igualmente combinando 157 y 160, se tiene que:

$$\bar{P} = P_{wf} + \frac{162.6qmb}{kh} \left(\log \frac{kt}{fm_c r_w^2} - 3.227 + 0.87s \right) + \frac{70.6qmb}{kh} Ei\left(-\frac{348.75fm_c r_e^2}{kt}\right) \quad \text{Ecuación-170}$$

La exponencial integral $Ei(-X)$, puede ser reemplazada en las ecuaciones 169 y 170 por $\ln(1.78 X)$, sí el valor de X es menor que 0.20, esta condición funciona tanto para largos tiempos de producción, como para radios no muy grandes de yacimiento. El anterior reemplazo pueden introducir algunos errores en el calculo de la \bar{P} , al simplificar las mencionadas ecuaciones. De acuerdo a lo anterior, se puede obtener la presión promedio, con pocos datos de la geometría del yacimiento. Las ecuaciones 169 y 170, quedan transformadas en:

$$\bar{P} = P_{wf} + \frac{162.6qmb}{kh} \left(2 \log \frac{r_e}{r_w} - 0.5203 + 0.87s \right) \quad \text{Ecuación-171}$$

$$\bar{P} = P_{wf} + \frac{162.6qmb}{kh} \left(\log \frac{A}{r_w^2} - 1.1224 + 0.87s \right) \quad \text{Ecuación-172}$$

y,

$$\bar{P} = P_{wf} + \frac{162.6qmb}{kh} \left(2 \log \frac{r_e}{r_w} - 0.4342 + 0.87s \right) \quad \text{Ecuación-173}$$

$$\bar{P} = P_{wf} + \frac{162.6qmb}{kh} \left(\log \frac{A}{r_w^2} - 1.036 + 0.87s \right) \quad \text{Ecuación-174}$$

Teniendo en cuenta diferentes arreglos de pozo y geometrías de yacimiento, Dietz¹⁵ introdujo el concepto de “factor geométrico de forma”, presente en las ecuaciones 172 y 174.

Para un límite de nó flujo en yacimientos cerrados, se tiene que:

$$\bar{P} = P_{wf} + \frac{162.6qmb}{kh} \left(\log \frac{A}{CAr_w^2} + 0.368 + 0.87s \right) \quad \text{Ecuación-175}$$

Para un yacimiento con límite de presión constante:

$$\bar{P} = P_{wf} + \frac{162.6qmb}{kh} \left(\log \frac{A}{CAr_w^2} + 0.454 + 0.87s \right) \quad \text{Ecuación-176}$$

4.6. APLICACIÓN DE LA TÉCNICA DE SÍNTESIS DIRECTA DE TIAB – TDST, DURANTE EL RÉGIMEN DE FLUJO PSEUDOESTABLE.

A continuación, se hace una breve reseña sobre los fundamentos de la TDST y su aplicación en YNF, para más adelante plantear la solución analítica que se propone en este trabajo.

Esta técnica es aplicable a la interpretación de pruebas de presión tanto en Build Up y Draw Down, de gran utilidad sobre todo, cuando la línea de pendiente unitaria de la región de tiempo temprano y/o la línea de flujo radial en la región de tiempo tardío no están bien definidas por la falta de puntos. Se aplican las suposiciones clásicas normalmente usadas, para un pozo produciendo a una rata constante, en un medio poroso homogéneo, isotrópico y uniforme y un fluido con viscosidad constante y ligeramente compresible.

PROCEDIMIENTO (Caso Ideal: - Se observa la línea de pendiente unitaria y la línea de comportamiento infinito).

PASO 1. - Se grafica Δp y $(t \times \Delta p')$ vs. tiempo en un gráfico logarítmico (Ver Figura 1).

PASO 2. - Se traza la línea de pendiente unitaria correspondiente al almacenamiento en flujo radial, usando los puntos de presión y derivada de presión en tiempos temprano. Si los valores de la derivada tienen demasiada dispersión, se recomienda trazar la línea de pendiente unitaria, solamente con los puntos de presión.

PASO 3. - Se dibuja la línea de flujo radial de comportamiento infinito, usando los puntos de la derivada de presión en tiempos tardíos. Esta línea debe ser horizontal.

PASO 4. - Se leen las coordenadas: t_i y Δp_i , del punto de intersección de la línea de pendiente unitaria y la línea horizontal de comportamiento infinito. Obsérvese que $\Delta p_i = (t^* \Delta p')_i = (t^* \Delta p')_r$ en todos los pasos.

PASO 5. - Se leen las coordenadas: t_x y $(t^* \Delta p')_x$, del punto máximo o pico, en la curva de la Derivada de Presión.

PASO 6. - Se selecciona cualquier tiempo t_r durante el flujo radial en comportamiento infinito y se lee el ΔP_r de la curva de Presión.

PASO 7. - Se calcula la permeabilidad k mediante la ecuación:

$$k = \frac{70.6qmB}{h(t * \Delta p')_r} \quad \text{Ecuación 176a}$$

PASO 8. - Se calcula el coeficiente de almacenamiento (C), usando t_i y Δp_i , u otros valores de t y Δp en la línea de pendiente unitaria, con la siguiente ecuación:

$$C = \left(\frac{qB}{24} \right) \frac{t}{\Delta p} \quad \text{Ecuación 176b}$$

PASO 9. - Se puede calcular el factor de daño (s). por medio de la ecuación:

$$s = 0.5 \left[\frac{\Delta p_r}{(t * \Delta p')_r} - \ln \left(\frac{kt_r}{f m c_t r_w^2} \right) + 7.43 \right] \quad \text{Ecuación 176c}$$

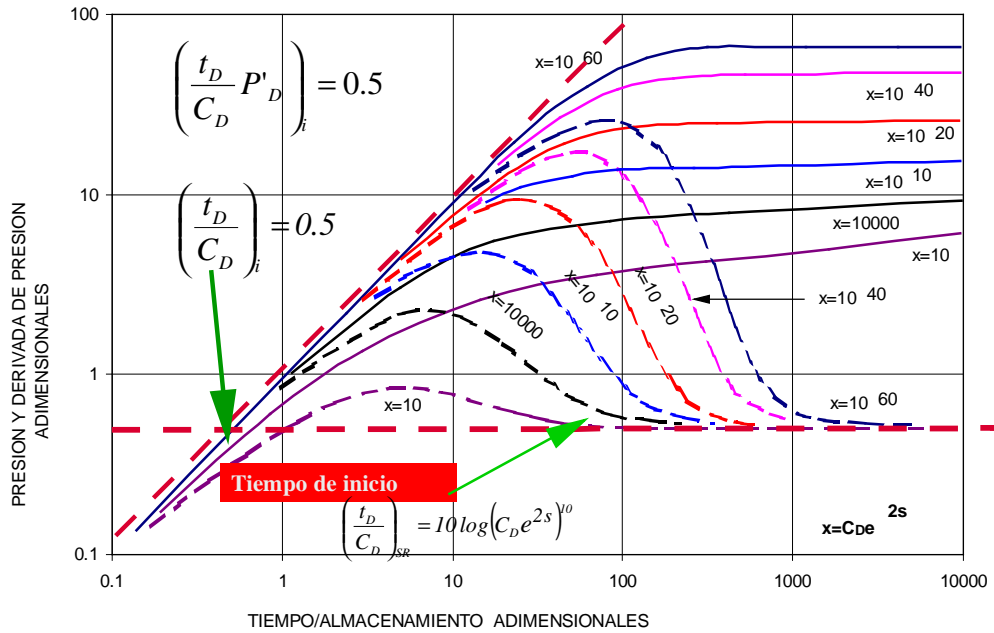
PASO 10. - Se verifica la precisión de la permeabilidad, el daño y el almacenamiento de pozo. Este paso se considera necesario solo, si existe ruido en el valor de la derivada de presión. Se recalcula la permeabilidad usando la ecuación

$$k = 9416.2 \frac{mC}{ht_x} \left[0.5 \frac{(t * \Delta p')_x}{(t * \Delta p')_r} + 0.42 \right] \quad \text{Ecuación 176d}$$

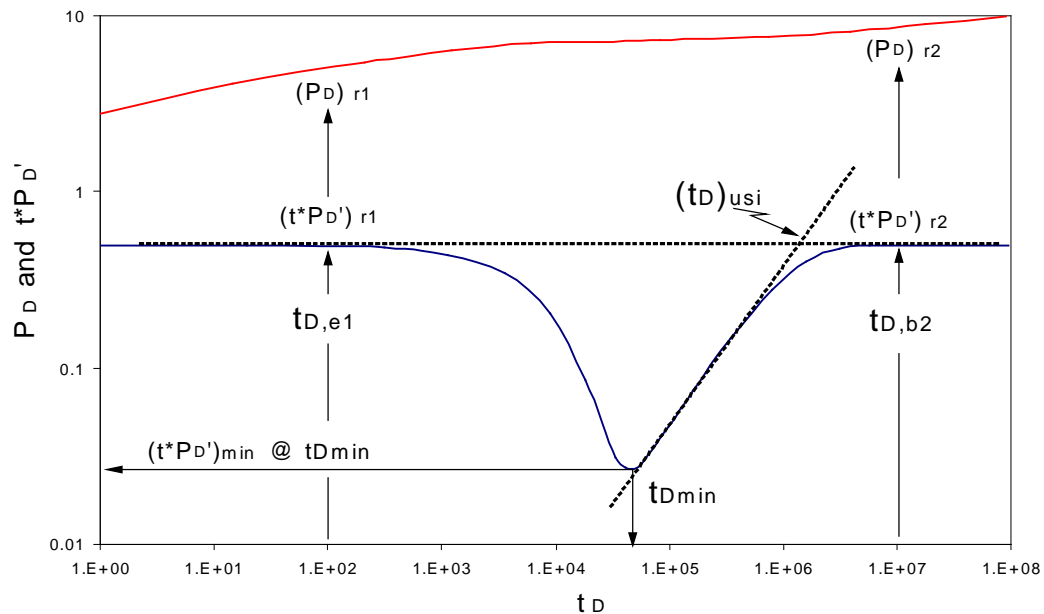
Si los valores de k obtenidos de las ecuaciones 176a y 176d son aproximadamente iguales, este máximo es satisfactorio, las líneas de pendiente unitaria y horizontal están en su localización correcta, y por lo tanto los valores de k , S y C son correctos.

Figura 27. Modelos de geometría de fracturas

- Líneas características de la Técnica TDST y Puntos y líneas características de un YNF en estado pseudoestable ($w=0.01, l=1 \times 10^{-6}$)



Puntos y líneas características de un YNF en estado pseudoestable ($w=0.01, l=1 \times 10^{-6}$)



Sin embargo, si los dos valores de k son significativamente diferentes, se debe obtener un nuevo máximo y/o dse desplazan una o ambas líneas rectas y se repiten los pasos 4 hasta 9, hasta que los valores de t_i y ΔP_i den valores similares de k. El desplazamiento de las líneas rectas es una función de la calidad de los datos. Para este caso, si la línea horizontal de comportamiento infinito esta bien definida, el valor de k y S obtenidos en los pasos 7 y 9 es correcto y la línea de pendiente unitaria deberá ser desplazada y un nuevo máximo seleccionado. Así como un nuevo valor de C deberá ser calculado, de tal manera que el valor de k obtenido de la ecuación 176d, similar al obtenido en el paso 7.

4.6.1. Yacimientos circulares cerrados. La presión adimensional durante un periodo de flujo pseudoestable, en un yacimiento circular cerrado es una función lineal del tiempo adimensional, las ecuaciones 97 y 125, nos permiten describir este régimen de la siguiente manera:

$$P_{wD} = 2p t_{DA} + \ln r_{eD} - \frac{3}{4}$$

Para largos tiempos de producción (tiempos tardíos) en la Figura 28, la función de la derivada de presión genera una línea recta de pendiente unitaria, correspondiente al régimen de flujo pseudo estable, esta línea se inicia a un valor de t_{DA} de aproximadamente 0.2 y su ecuación es:

$$(t_{DA} * P_{wD}') = 2p t_{DA} \quad \text{Ecuación-177}$$

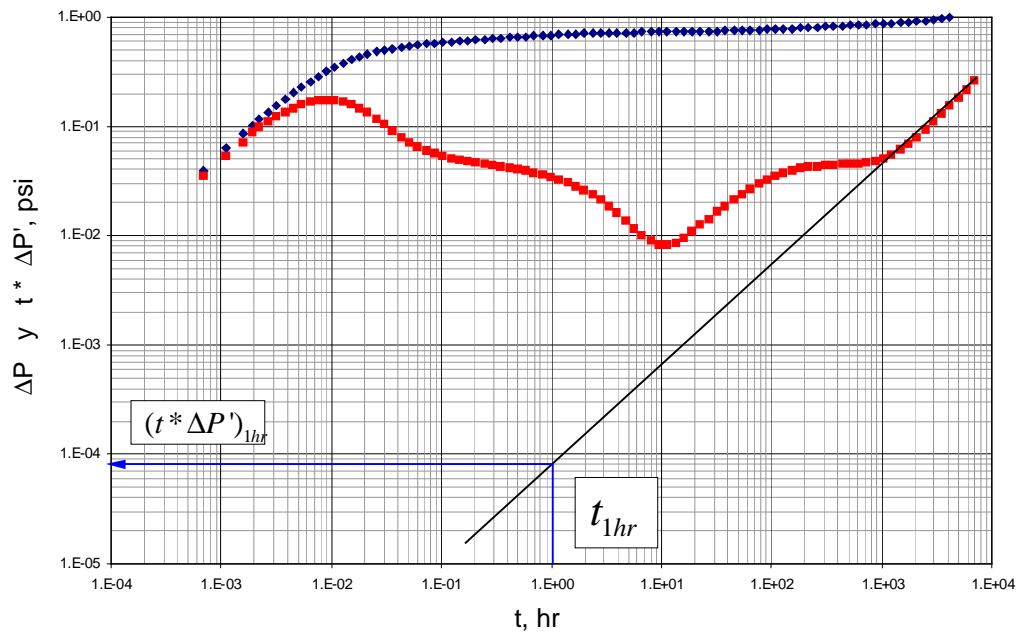
4.6.1.1. Area de Drenaje. Sustituyendo en términos adimensionales la anterior ecuación:

$$\frac{kh}{141.2 qmb_0} (t * \Delta P_w') = \frac{2p \cdot 0.0002637 kt}{f m c_i A} \quad \text{Ecuación-178}$$

$$y, \quad (t * \Delta P_w') = \left(\frac{0.234 q b_0}{f c_i A h} \right) t \quad \text{Ecuación-179}$$

Sí se deja el valor de $(t^* DP'_w)_{pss1}$ reemplazando el valor de $(t^* DP'_w)$ en la línea recta de flujo pseudoestacionario y a un tiempo $t = 1h$, (puede ser extrapolado) como se aprecia en la Figura 28 y resolver la anterior ecuación, para el área A de drenaje, se tiene:

Figura 28. Gráfico ilustrativo para determinar el área de drenaje ($t_{pss1} = t_{1hr}$)



$$A = \frac{0.234 qb_0}{f c_t h (t^* DP'_w)_{t=1h}} \quad \text{Ecuación-180}$$

4.6.1.2. Cálculo de la Presión promedio

Teniendo en cuenta las relaciones establecidas en las ecuaciones 132 y 177,

$$\text{se tiene: } \frac{P_{wD}}{(t_{DA} * P'_{wD})} = 1 + \frac{1}{2p t_{DA}} \left(\ln r_{eD} - \frac{3}{4} \right) \quad \text{Ecuación-181}$$

entonces,

$$\frac{\Delta P_{wD}}{(t_{DA}^* \Delta P'_{wD})} = 1 + \frac{1}{P} \left(\ln r_{eD} - \frac{3}{4} \right) \quad \text{Ecuación-182}$$

en términos adimensionales y resolviendo, para presión promedio \bar{P} :

$$\frac{\Delta P_w}{(t^* \Delta P'_w)} = 1 + \frac{141.2 qmb}{kh (P_i - \bar{P})} \left(\ln \frac{r_e}{r_w} - \frac{3}{4} \right) \quad \text{Ecuación-183}$$

De acuerdo a lo anterior, usando los gráficos de presión y derivada de presión junto con la ubicación de las líneas y tiempos característicos sugeridos en el Método de Tiab, se obtiene la presión promedio para un pozo ubicado en el centro de un yacimiento circular.

$$\bar{P} = P_i - \frac{141.2 qmb}{kh} \left[\left(\frac{(t^* \Delta P'_w)_{pss}}{(\Delta P_w)_{pss} - (t^* \Delta P'_w)_{pss}} \right) \ln \left(\frac{r_e}{r_w} - \frac{3}{4} \right) \right] \quad \text{Ecuación-184}$$

Siendo,

P_i la presión inicial. (en algunos casos se puede aproximar $P_{i,a}$, P^*). $(DP_w)_{pss}$, y $(t^* DP'_w)_{pss}$ son valores de (DP_w) , y $(t^* DP'_w)$ sobre la línea del estado pseudoestable, tal como se muestra en la Figura 29.

4.6.2. Yacimientos rectangulares cerrados. Para este caso, la presión de respuesta en el pozo durante el periodo pseudoestable puede estar dada por la ecuación 154 (Raghavan⁴³):

$$P_{wD}(t_{DA}) = 2p t_{DA} + \frac{1}{2} \ln \left(\frac{2.2459 A}{C_A r_w^2} \right) + s$$

La derivada de presión durante el periodo pseudoestable esta dada por la ecuación 183:

$$(t_{DA}^* \Delta P'_{wD}) = 2p t_{DA}$$

4.6.2.1. Área de Drenaje. Como en el procedimiento anterior en la sección 4.6.1.(yacimiento circular cerrado), se tiene que:

$$A = \frac{0.234 qb_0}{f c_t h (t^* \Delta P_w')_{1h}}$$

4.6.2.2. Factor de forma. Relacionando las ecuaciones 154 y 176, se tiene que:

$$\frac{P_{wD}}{(t_{DA}^* \Delta P_{wD}') } = 1 + \frac{1}{4p t_{DA}} \ln \left(\frac{2.2458 A}{C_A r_w^2} \right) \quad \text{Ecuación-185}$$

Sustituyendo términos adimensionales y resolviendo para el factor de forma C_A , se tiene:

$$C_A = \frac{2.2458 A}{r_w^2} \left\{ \text{Exp} \left[\frac{p 0.001055 k t_{pss}}{f m c_t A} \left(\frac{(\Delta P_w)_{pss}}{(t^* \Delta P_w')_{pss}} - 1 \right) \right] \right\}^{-1} \quad \text{Ecuación-186}$$

que es el factor de forma en función de la Técnica TDST.

4.6.2.3. Cálculo de la Presión Promedia. Efectuando la misma relación para calcular el factor de forma, entonces:

$$\frac{P_{wD}}{(t_{DA}^* P_{wD}') } = \left[1 + \frac{1}{4p t_{DA}} \ln \left(\frac{2.2458 A}{C_A r_w^2} \right) \right]$$

y,

$$\frac{P_{wD}}{(t_{DA}^* P_{wD}') } = \left[1 + \frac{1}{2P} \ln \left(\frac{2.2458 A}{C_A r_w^2} \right) \right] \quad \text{Ecuación-187}$$

Convirtiendo a términos adimensionales, se obtiene la presión promedia con base en la presión y su derivada, mediante la TDST:

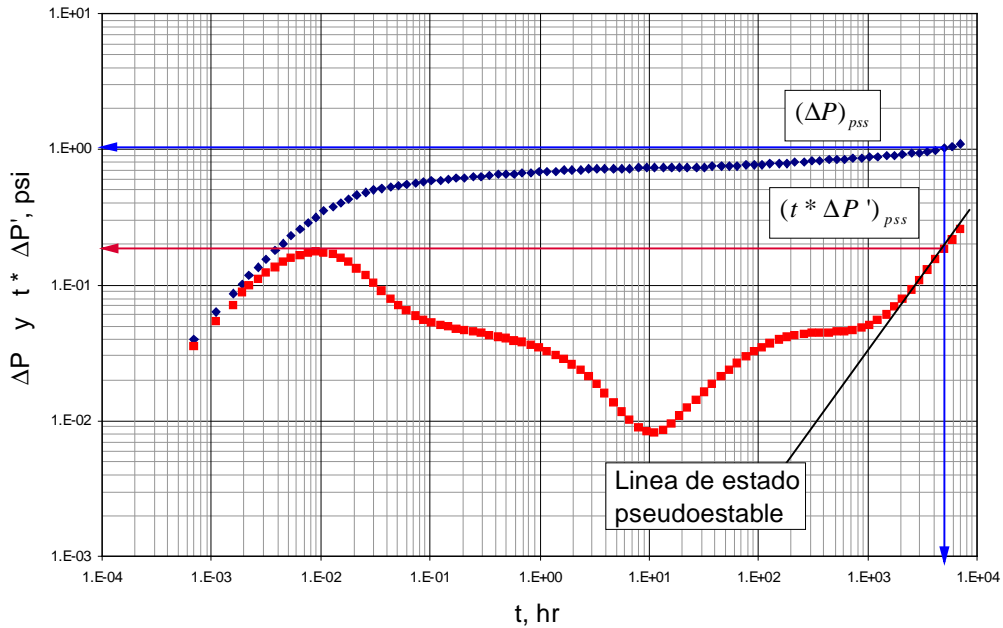
$$\bar{P} = P_i - 70.6 \frac{qmb_0}{kh} \left[\left(\frac{(t^* \Delta P_w')_{pss}}{(\Delta P_w)_{pss} - (t^* \Delta P_w')_{pss}} \right) \ln \left(\frac{2.2458 A}{C_A r_w^2} \right) \right] \quad \text{Ecuación-188}$$

Siendo,

P_i = presión inicial

$(\Delta P_w)_{pss}$, y, $(t^* \Delta P'_w)_{pss}$ son valores de (ΔP_w) , y, $(t^* \Delta P'_w)$ en el estado pseudoestable, como se muestra en la Figura 29.

Figura 29. Línea del estado pseudoestable, para el cálculo de la presión promedio utilizando la Técnica de Síntesis Directa de Tiab.



4.6.2.4. Método del Punto de Intersección de Tiab. El punto de intersección de la línea de flujo radial de acción infinita y de la línea de flujo del estado pseudo estable, es único, tanto para la geometrías rectangular como la circular. Combinando la ecuación 154 y la ecuación correspondiente a la línea de flujo radial de acción infinita, se obtienen las coordenadas de esta intersección, en la Figura 30 se muestra este punto de intersección.

$$(t_{DA}^* P_{wD}^i) = 0.5$$

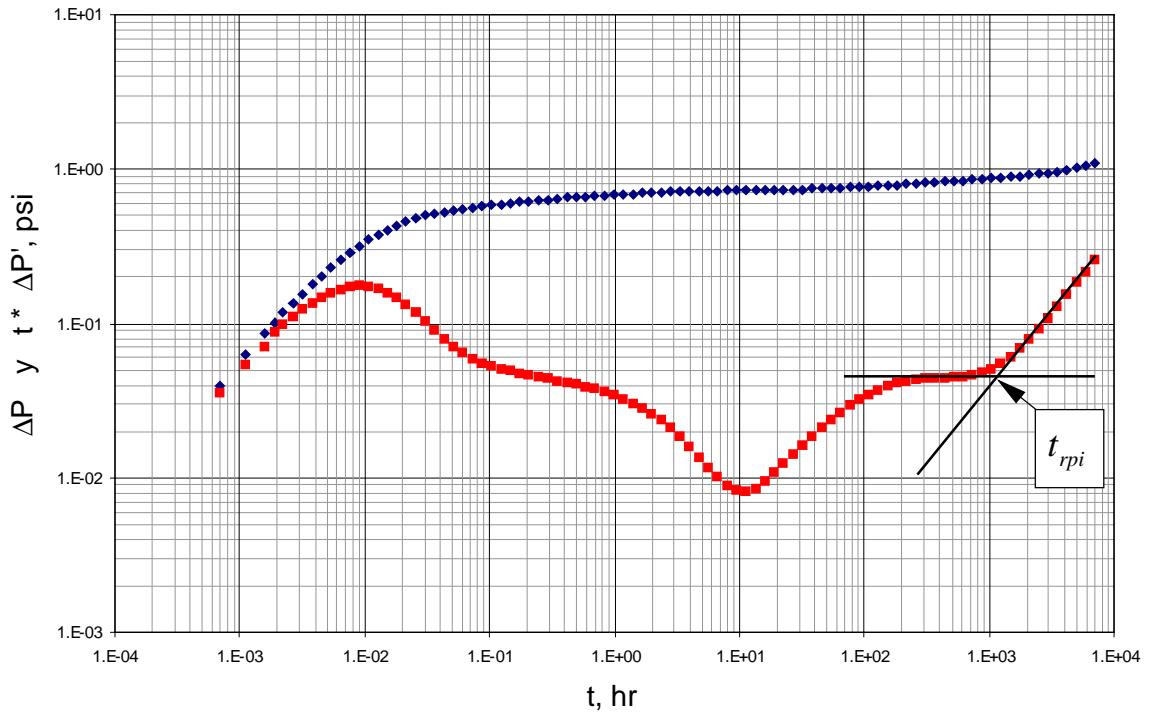
$$(t_{DA}^* P_{wD}^i) = 2p t_{DA}$$

Se tiene,

$$t_{DARPSSi} = \frac{1}{4p}$$

Ecuación-189

Figure 30. Punto de intersección (t_{rpi}), de la Técnica de Síntesis Directa de Tiab .



- Convirtiendo en términos adimensionales,y resolviendo para el área de Drenaje, se tiene que:

$$A = \frac{p k}{948.05 f m c_t} t_{RPSSi}$$

Ecuación-190

- Convirtiendo en términos adimensionales y resolviendo para la presión promedio, entonces se tiene que:

$$\bar{P} = P_i - 70.6 \left(\frac{qmb}{kh} \right)$$

Ecuación-191

4.6.3 Yacimientos Naturalmente Fracturados – Circular Cerrado (Solución Propuesta en este Trabajo)

Se puede obtener la P promedio \bar{P} , igualando las ecuaciones 113 y 132 :

$$\bar{P}_D = 2pt_{DwA} + 2 \frac{(1-w)^2}{I r_{eD}^2} \quad \text{Ecuación- 192}$$

dividiendo por: $t_{DA} * P_D' = 2p$, entonces:

$$\frac{\bar{P}_D}{t_{DA} * P_D'} = \frac{2pt_{DA} + 2(1-w)^2 / I r_{eD}^2}{2p}$$

Ahora ,

$$\bar{P}_D = t_{DA} * P_D' (t_{DA} + (1-w)^2 / I r_{eD}^2) \quad \text{Ecuación -193}$$

y se sabe que:

$$\bar{P}_D = \frac{kh(\bar{P} - P_{ws})}{141.2qmb} \quad \text{y, que:}$$

$$t_{DA} * P_D' = \frac{kh(t * DP')}{141.2qmb}$$

entonces de nuevo igualamos y,

$$\frac{kh(\bar{P} - P_{ws})}{141.2qmb} = \frac{kh(t * DP')}{141.2qmb} * (t_{DA} + \frac{(1-w)^2}{p I r_{eD}^2})$$

despejando y reemplazando t_{DA} ,

$$\bar{P} - P_{ws} = (t * DP') \left[\frac{0.0002637kt}{fmc_t A} + \frac{(1-w)^2}{p I r_{eD}^2} \right] \quad \text{Ecuación -194}$$

y para tiempos tardíos en régimen de flujo pseudoestable (pss) obtenemos la solución:

$$\bar{P} = P_{ws pss} + (t * DP')_{pss} \left[\frac{0.0002637kt_{pss}}{fmc_t A} + \frac{(1-w)^2}{p I r_{eD}^2} \right] \quad \text{Ecuación-195}$$

sustituyendo r_{eD} :

$$\bar{P} = P_{wf} + DP_{pss} + (t^* DP')_{pss} \left[\frac{0.0002637kt_{pss}}{fmc_t A} + \frac{r_w^2 (1-w)^2}{pl r_e^2} \right] \quad \text{Ecuación-196}$$

teniendo en cuenta que se puede obtener w y l a partir de un gráfico semilog:

$$w = \text{anti log} \left(-\frac{\partial P}{m} \right) \quad \text{Ecuación 197}$$

$$l = \frac{3792(fC_t)_t m r_w^2}{kD t_{inf}} (w \ln(1/w)) \quad \text{Ecuación 197a}$$

o, también de un gráfico log-log:

$$w = 0.15866 \left\{ \frac{(t^* \Delta P')_{\min}}{(t^* \Delta P')_r} \right\} 0.54653 \left\{ \frac{(t^* \Delta P')_{\min}}{(t^* \Delta P')_r} \right\}^2 \quad \text{Ecuación 198}$$

$$l = \frac{42.5hS_T r_w^2}{qb} \left(\frac{t^* \Delta P'}{t} \right)_{\min} \quad \text{Ecuación 198a}$$

$$l = \frac{l}{t_{Dusi}} \quad \text{(Figura 27 b)} \quad \text{Ecuación 199}$$

Con base en lo anterior, se sugiere el siguiente procedimiento para la determinación de la Presión Promedia en YNF:

- Graficar los datos de una prueba de presión (Build up), mediante el uso de un programa de computador de uso comercial de análisis de presiones. De estos programas se pueden obtener: el gráfico log-log de DP y la derivada de presión versus tiempo, así como el gráfico de Horner.
- Identificar en el gráfico de Horner las rectas paralelas típicas de un YNF y calcular la pendiente m y demás variables como k , A y r_e . con base en ecuaciones propuestas en métodos convencionales.

- Identificar en la gráfica de la derivada los parámetros w y I para un YNF y calcular estos parámetros con base en las ecuaciones 197, 197a, 198, 198^a y 199.
- Identificar y ubicar los “puntos y líneas característicos” propios de la técnica de Tiab, identificando el régimen de flujo pseudoestable donde la pendiente de la derivada sea $=-1$.
- Leer los valores de los puntos identificados en el gráfico anterior y reemplazar en la solución propuesta en este trabajo y expresada en la ecuación 196, tal como se muestra a continuación en los ejemplos de Aplicación de Resultados.

5. APLICACIÓN Y COMPARACIÓN DE MÉTODOS DE CÁLCULO DE LA PRESIÓN PROMEDIA EN YNF

Para ver la utilidad de la solución hallada para el cálculo de la presión promedia en Yacimientos Naturalmente Fracturados usando la Técnica de Síntesis Directa de Tiab, se presenta a continuación el procedimiento y solución de algunos ejemplos resueltos.

5.1. EJEMPLO DE YNF CON $\Omega=0.05$, $\Lambda=1*10^{-5}$

Calcular la presión promedia a partir de una prueba de pozo simulada (Cuadro 2), para un YNF de geometría circular con las siguientes propiedades:

$B=1.372$ BY/STB $Ct=1.37*10^{-5}$ psi⁻¹ $h=100$ ft $rw=0.3$ ft²
 $\mu=1.104$ cp $\phi=0.10$ $t_p=1000$ hrs $q=250$ BPD
 $P_{wf}=3888.9$ psi $\omega=0.05$ $\lambda=1*10^{-5}$ $A=6250000$ ft²
 $k=90$ md $P_i=4000$ psi

Cuadro 2. Datos de ejemplo simulado de YNF $\omega=0.05$, $\lambda=1*10^{-5}$

T, hrs	P, psi	DP, psi	(t*DP'), psi	t, hrs	P, psi	DP, psi	(t*DP'), Psi
0	3888.9			1.1212	3966.6	77.62	28.88
0.0003	3936.0	47.03		1.3038	3967.3	78.38	30.08
0.0007	3940.4	51.44		1.5163	3968.1	79.16	31.03
0.0011	3943.0	54.06		1.7634	3968.9	79.97	31.71
0.0015	3944.7	55.78	32.95	2.0508	3969.7	80.78	32.11
0.002	3946.4	57.48	32.42	2.3849	3970.5	81.60	32.29
0.0023	3947.3	58.31	32.02	2.7736	3971.4	82.42	32.26
0.0027	3948.1	59.14	31.61	3.2256	3972.2	83.23	32.03
0.0031	3948.9	59.95	31.14	3.7512	3973.0	84.03	31.68

T, hrs	P, psi	DP, psi	(t*DP'), psi	t, hrs	P, psi	DP, psi	(t*DP'), Psi
0.0036	3949.7	60.75	30.60	4.3625	3973.7	84.81	31.21
0.0042	3950.5	61.54	29.97	5.0733	3974.5	85.58	30.61
0.0049	3951.2	62.31	29.27	5.9001	3975.3	86.32	29.89
0.0057	3952.0	63.06	28.48	6.8615	3976.0	87.04	29.04
0.0066	3952.7	63.79	27.59	7.9796	3976.7	87.73	28.02
0.0077	3953.4	64.49	26.60	9.28	3977.3	88.39	26.80
0.0089	3954.1	65.17	25.49	10.7922	3977.9	89.00	25.38
0.0104	3954.7	65.81	24.27	12.5508	3978.5	89.57	23.71
0.0121	3955.4	66.42	22.94	14.596	3979.0	90.09	21.78
0.0141	3955.9	67.00	21.51	16.9746	3979.5	90.56	19.58
0.0164	3956.5	67.54	19.97	19.7406	3979.9	90.96	17.13
0.019	3957.0	68.04	18.34	22.9575	3980.2	91.30	14.52
0.0221	3957.4	68.49	16.67	26.6985	3980.5	91.58	11.84
0.0257	3957.8	68.90	14.97	31.0492	3980.7	91.79	9.22
0.0299	3958.2	69.27	13.29	36.1088	3980.9	91.94	6.79
0.0348	3958.5	69.59	11.68	41.993	3981.0	92.05	4.69
0.0405	3958.8	69.87	10.18	48.8359	3981.1	92.11	3.00
0.0471	3959.1	70.12	8.87	56.794	3981.1	92.15	1.74
0.0548	3959.3	70.33	7.79	66.0489	3981.1	92.17	0.92
0.0637	3959.5	70.52	6.98	76.8119	3981.1	92.18	0.44
0.0741	3959.6	70.69	6.47	89.3288	3981.1	92.18	0.18
0.0861	3959.8	70.86	6.27	103.8854	3981.1	92.19	0.06
0.1002	3960.0	71.02	6.39	120.8141	3981.1	92.19	
0.1165	3960.1	71.19	6.79	140.5014	3981.1	92.19	
0.1355	3960.3	71.37	7.45	163.3969	3981.1	92.19	
0.1575	3960.5	71.57	8.33	190.0232	3981.1	92.19	
0.1832	3960.7	71.80	9.40	220.9885	3981.1	92.19	
0.213	3961.0	72.06	10.63	256.9998	3981.1	92.19	
0.2478	3961.3	72.35	11.99	298.8793	3981.1	92.19	0.02
0.2881	3961.6	72.68	13.47	347.5832	3981.1	92.19	
0.3351	3962.0	73.05	15.09	404.2238	3981.1	92.19	
0.3897	3962.4	73.46	16.81	470.0942	3981.1	92.19	
0.4532	3962.9	73.92	18.60	546.6985	3981.1	92.19	0.03
0.527	3963.4	74.42	20.44	635.7859	3981.1	92.19	
0.6129	3963.9	74.97	22.29	739.3906	3981.1	92.19	
0.7128	3964.5	75.57	24.11	859.8783	3981.1	92.19	
0.829	3965.2	76.21	25.86	1000	3981.1	92.19	
0.9641	3965.8	76.90	27.46				

5.1.1. Metodo MBH

- Se tiene $t_p=1000$ Hrs
- Se calcula la pendiente m a partir de :

$$m = \frac{162.6qmb}{kh}$$

$$m = \frac{162.6(250)(1,104)(1,372)}{(90)(100)} = 6,84$$

Ahora se procede a calcular el t_{pss} , a partir de la Ecuación 72

$$t_{pss} = \frac{fmc_t A}{0.000236k} (t_{DA})_{pss}$$

$$t_{pss} = \frac{(0.10) * (1,104) * (1,37 * 10^{-5}) * (6250000)}{0.000236 * (90)} (0.1)$$

$$t_{pss} = 39,83 \text{ hrs}$$

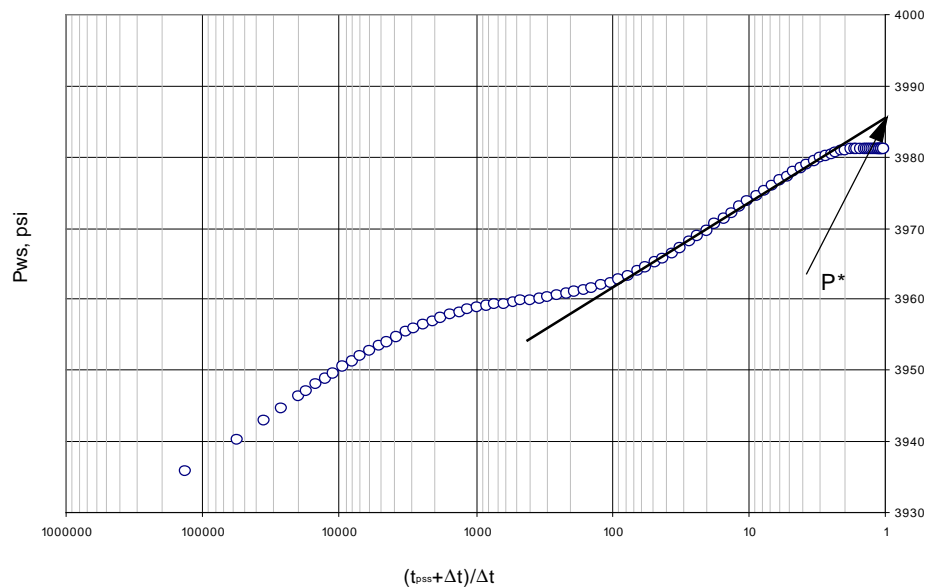
Ahora,

1. Se obtiene la relación α

$$a = \frac{t_p}{t_{pss}} = \frac{1000}{39,83} = 25,1$$

Como $\alpha > 2$ entonces $t = t_{pss}$ y ahora se grafica P_{ws} vs $(t_{pss} + \Delta t) / \Delta t$. de esta grafica se extrapola a la linea recta hasta una tiempo de 1hr y se lee P^* .

Figura 31. Gráfico Horner YNF simulado $\omega=0.05$, $\lambda=1*10^{-5}$



Se tiene $P^*=3983$ psi

- Con el t_{pDA} leído del Cuadro 1 se determina P_{DMBH} de las Figuras 10 y 11 del texto. Lectura de la grafica. $P_{DMBH} = 1.15$

- Se calcula \bar{P} de la Ecuación -60

$$\bar{P} = P^* - \left(\frac{m}{2.3025} \right) P_{DMBH}$$

$$\bar{P} = 3983 - \left(\frac{6,84}{2.3025} \right) 1.5 = 3980 \text{ psi}$$

5.1.2. Método de DIETZ. Conociendo la forma del yacimiento y la localización del pozo se lee C_A del Cuadro 1 Para este caso $C_A=31.62$ (Circular con el pozo en el centro). Se calcula el tiempo de cierre de Dietz $(\Delta t)_p$ a partir de la Ecuación 69:

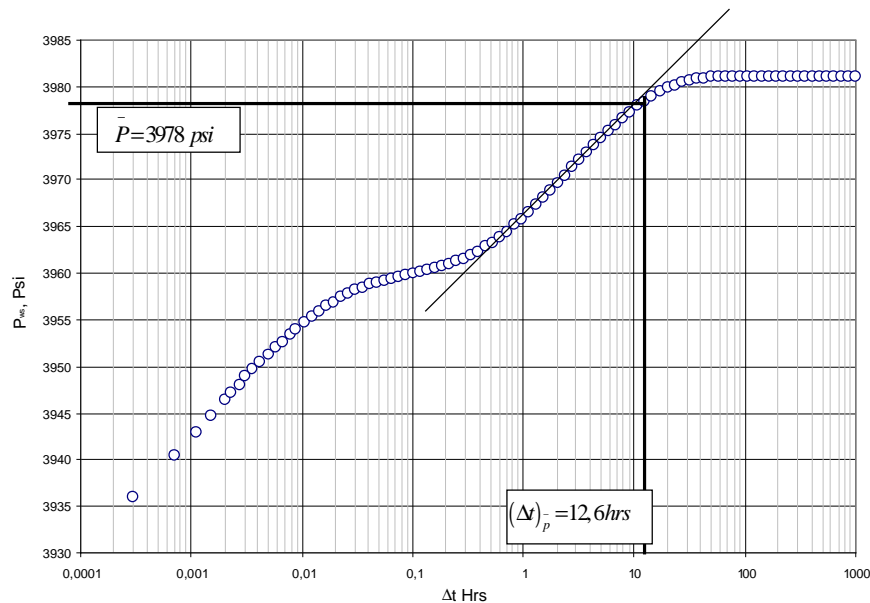
$$(\Delta t)_p = \frac{fmc_i A}{0,0002637 C_A k}$$

$$(\Delta t)_p = \frac{(0,10) * (1,104) * (1,37 * 10^{-5}) * (6250000)}{0,0002637 * (31,62) * (90)}$$

$$(\Delta t)_p = 12,6 \text{ Hrs}$$

Se va al gráfico MDH y a partir de este se obtiene la presión promedio para un $(\Delta t)_p = (\Delta t)_p$.

Figura. 32. Grafica MDH para P prom. En YNF $\omega=0.05$, $\lambda=1*10^{-5}$, Método Dietz.



Para el $(\Delta t)_p$ se obtiene $\bar{P} = 3978 \text{ psi}$

5.1.3. Método MDH. De un grafico MDH escoja cualquier punto sobre la recta y lea sus coordenadas

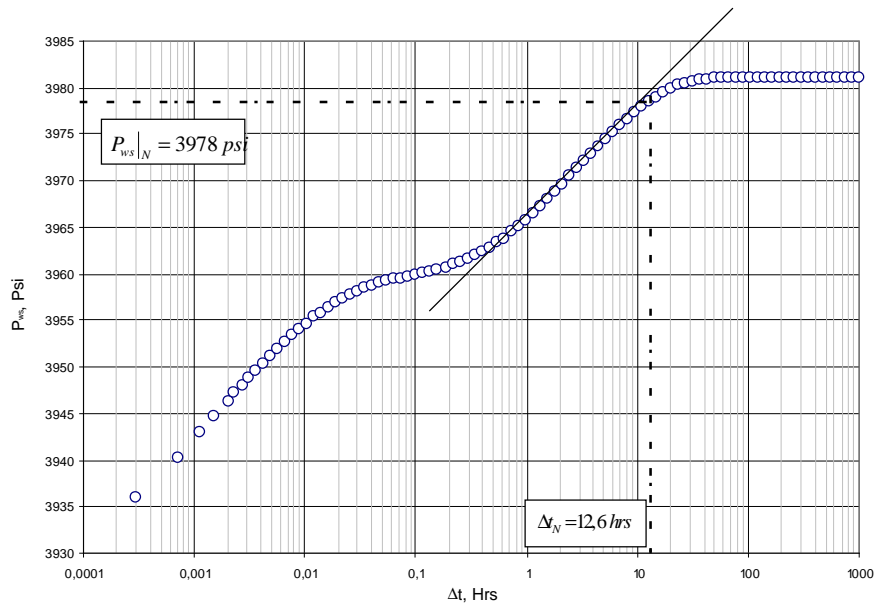
$$\Delta t_N = 12,6 \text{ hrs}$$

$$P_{ws}|_N = 3978 \text{ psi}$$

A partir de estos valores se determina $\Delta t_{DA}|_N$ con la Ecuación 58:

$$\Delta t_{DA}|_N = \frac{0,0002637k}{fmc_i A} \Delta t_N$$

Figura 33. Grafica MDH para YNF simulado $\omega=0.05$, $\lambda=1*10^{-5}$



$$\Delta t_{DA}|_N = \frac{0,0002637 * (90)}{(1,104) * (1,372 * 10^{-5}) * (6250000)} (12,6) = 0,0316$$

Con el valor obtenido de $\Delta t_{DA}|_N$ se lee la P_{DMDH} de la Figura 9.

$$P_{DMDH} = 0.3$$

Y se obtiene la presión promedio con la Ecuación 59.

$$\bar{P} = P_{ws}|_N + \left(\frac{m}{1,1513} \right) P_{DMDH}$$

$$\bar{P} = 3980 + \left(\frac{6.84}{1.1513} \right) 0.3 = 3982 \text{ psi}$$

5.1.4. Metodo de Azari⁵. Para este caso no se requiere el calculo del factor de daño s, y se procede a calcular la presión promedio con la siguiente ecuación:

$$\bar{P} = P_{wf} + \frac{162.6qmb}{kh} \left(\log \frac{A}{r_w^2} - 1.1224 + 0.87S \right)$$

$$\bar{P} = 3888 + \frac{162.6(250)(1,104)(1.732)}{(90)(100)} \left(\log \frac{6250000}{0.3^2} - 1.1224 + 0.87(0) \right)$$

$$\bar{P} = 3942 \text{ psi}$$

5.1.5. Metodo Propuesto (SolPromYNF). A partir del área A, se realiza el cálculo de r_e .

$$A = pr_e^2$$

$$r_e = \sqrt{A/p}$$

$$r_e = \sqrt{6250000/p} = 1410.5 \text{ ft}$$

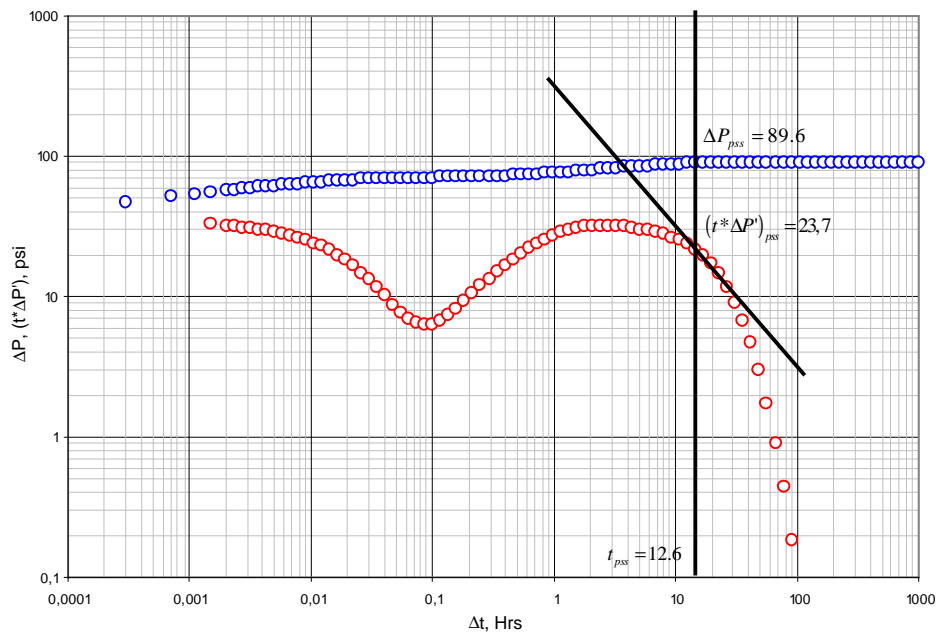
Luego en la grafica de la derivada de presión, se lee un tiempo sobre la línea de flujo estable y leemos la presión y derivada de presión correspondiente

$$(t^* \Delta P')_{pss} = 23,7$$

$$\Delta P_{pss} = 89.6$$

$$t_{pss} = 12.55$$

Figura 34. Gráfica log - log para un YNF $\omega=0.05$, $\lambda=1 \cdot 10^{-5}$.



Ahora se calcula la presión promedio a partir de la Ecuación 196:

$$\bar{P} = P_{wf} + DP_{pss} + (t * DP')_{pss} \left[\frac{0.0002637kt_{pss}}{fmc_t A} + \frac{r_w^2 (1-w)^2}{pl r_e^2} \right]$$

$$\bar{P} = 3888.9 + 89.6 + 23.7 \left[\frac{0.0002637(90)(12.55)}{(0.1)(1.104)(1.372 * 10^{-5})(6.25 * 10^6)} + \frac{(0.3)^2 (1-0.05)^2}{p(1 * 10^{-5})(1410.5)} \right]$$

$$\bar{P} = 3979 \text{ psi}$$

Para determinar el % error respecto al promedio se tiene primero el promedio. Para este caso el valor del metodo de Azari esta muy por debajo del valor promedio y por ello no se tendrá en cuenta para este cálculo.

$$\bar{P}_{ave} = \sum_{i=1}^n \bar{P}_i / n$$

$$\overline{P}_{ave} = \frac{(3979 + 3980 + 3979 + 3980)}{4}$$

$$\overline{P}_{ave} = 3979.5 \text{ psi}$$

El % error respecto a este promedio se presenta a continuación en el Cuadro 3:

Cuadro 3. Error Promedio YNF simulado $\omega=0.05$, $\lambda=1*10^{-5}$

METODO	P ave*	% Error
MBH	3979	-0.04289
Dietz	3978	-0.05653
MDH	3982	0.03850
Propuesto	3981	0.02230
Media	3980.25	

*Valores aproximados

5.2. EJEMPLO SIMULADO YACIMIENTO HOMOGÉNEO (YNF: $\Omega=0$, $\Lambda=1$)

A partir de una prueba de Build up simulada (Cuadro 4). Calcular la presión promedia para un yacimiento “Homogéneo” ($\omega=0$, $\lambda=1$.) de geometría circular con pozo centrado y las siguientes propiedades :

$B=1.372 \text{ BY/STB}$	$C_t=1.37*10^{-5} \text{ psi}^{-1}$	$h=100 \text{ ft}$	$rw=0.3 \text{ ft}^2$
$\mu=1.104 \text{ cp}$	$\phi=0.10$	$t_p=100 \text{ hrs}$	$q= 250 \text{ BPD}$
$P_{wf}=3869. \text{ psi}$	$A=6250000 \text{ ft}^2$	$k=90 \text{ md}$	$P_i=4000 \text{ psi}$

Cuadro 4. Datos build up test en yacimiento homogéneo (YNF: $\omega=0$, $\lambda=1$)

t, hrs	P, psi	DP, psi	(t*DP'), psi	t, hrs	P, psi	DP, psi	(t*DP'), Psi
0.00032	14.23		3883.15	0.35911	35.03	17.19	3903.94
0.00060	16.07		3884.99	0.40812	35.40	17.17	3904.32
0.00088	17.19		3886.10	0.46382	35.78	17.14	3904.69
0.00129	18.32	17.10	3887.23	0.52713	36.16	17.11	3905.07
0.00167	19.07	17.15	3887.98	0.59907	36.53	17.08	3905.45
0.00215	19.83	17.18	3888.74	0.68084	36.91	17.04	3905.82
0.00244	20.20	17.21	3889.12	0.77376	37.28	16.99	3906.19
0.00278	20.58	17.23	3889.49	0.87936	37.65	16.94	3906.57
0.00316	20.96	17.24	3889.87	0.99938	38.03	16.89	3906.94
0.00359	21.34	17.25	3890.25	1.13578	38.40	16.82	3907.31
0.00408	21.72	17.26	3890.63	1.29079	38.76	16.74	3907.68
0.00464	22.10	17.27	3891.01	1.46697	39.13	16.67	3908.04
0.00527	22.48	17.28	3891.39	1.66718	39.50	16.57	3908.41
0.00599	22.86	17.29	3891.77	1.89473	39.86	16.45	3908.77
0.00680	23.24	17.30	3892.15	2.15332	40.22	16.33	3909.13
0.00773	23.62	17.31	3892.53	2.44722	40.57	16.19	3909.49
0.00879	24.00	17.31	3892.91	2.78122	40.93	16.03	3909.84
0.00999	24.38	17.31	3893.29	3.16081	41.28	15.84	3910.19
0.01135	24.76	17.32	3893.67	3.59221	41.62	15.64	3910.53
0.01290	25.14	17.33	3894.05	4.08248	41.96	15.40	3910.87
0.01466	25.52	17.33	3894.43	4.63967	42.30	15.13	3911.21
0.01666	25.90	17.33	3894.81	5.27291	42.62	14.83	3911.54
0.01894	26.28	17.33	3895.20	5.99257	42.94	14.48	3911.86
0.02152	26.66	17.33	3895.58	6.81046	43.26	14.08	3912.17
0.02446	27.04	17.33	3895.96	7.73997	43.56	13.63	3912.47
0.02779	27.43	17.34	3896.34	8.79635	43.85	13.11	3912.76
0.03159	27.81	17.34	3896.72	9.99690	44.13	12.53	3913.04
0.03590	28.19	17.33	3897.10	11.36131	44.40	11.86	3913.31
0.04080	28.57	17.33	3897.48	12.91194	44.65	11.12	3913.56
0.04637	28.95	17.33	3897.86	14.67421	44.88	10.28	3913.79
0.05270	29.33	17.33	3898.24	16.67699	45.09	9.34	3914.00
0.05989	29.71	17.33	3898.62	18.95312	45.28	8.33	3914.19
0.06806	30.09	17.33	3899.00	21.53990	45.45	7.27	3914.36
0.07735	30.47	17.32	3899.38	24.47974	45.59	6.17	3914.51
0.08791	30.85	17.32	3899.77	27.82081	45.71	5.09	3914.63
0.09991	31.23	17.31	3900.15	31.61788	45.81	4.05	3914.72
0.11354	31.61	17.31	3900.53	35.93319	45.89	3.09	3914.80
0.12904	31.99	17.30	3900.91	40.83747	45.94	2.25	3914.86
0.14665	32.37	17.29	3901.29	46.41110	45.98	1.55	3914.89
0.16667	32.75	17.28	3901.67	52.74543	46.01	1.00	3914.92
0.18941	33.13	17.27	3902.05	59.94430	46.02	0.61	3914.94
0.21527	33.51	17.26	3902.43	68.12569	46.03	0.35	3914.95
0.24465	33.89	17.24	3902.80	77.42370	46.04		3914.95
0.27804	34.27	17.23	3903.18	87.99074	46.04		3914.95
0.31598	34.65	17.22	3903.56	100.00000	46.04		3914.95

5.2.1. Metodo MBH. Se tiene $t_p=100$ Hrs. Se calcula la pendiente m con la ecuación 19:

$$m = \frac{162.6qmb}{kh}$$

$$m = \frac{162.6(250)(1,104)(1,372)}{(90)(100)} = 6,84$$

Ahora se procede a calcular el t_{pss} , con la ecuación 72 y el t_{DA} del Cuadro 1, para un yacimiento circular ($t_{DA}=0,1$):

$$t_{pss} = \frac{fmc_t A}{0.000236k} (t_{DA})_{pss}$$

$$t_{pss} = \frac{(0.10) * (1,104) * (1,37 * 10^{-5}) * (6250000)}{0.000236 * (90)} (0.1)$$

$$t_{pss} = 39,83 \text{ hrs}$$

Se calcula la relación α ,

$$a = \frac{t_p}{t_{pss}} = \frac{100}{39,83} = 2,51$$

Como $\alpha > 2$ entonces $t=t_{pss}$ y ahora se grafica P_{ws} vs $(t_{pss}+\Delta t)/\Delta t$. de esta grafica se extrapola a la linea recta hasta una tiempo de 1hr y se lee P^* .

Se tiene $P^*=3917$ psi

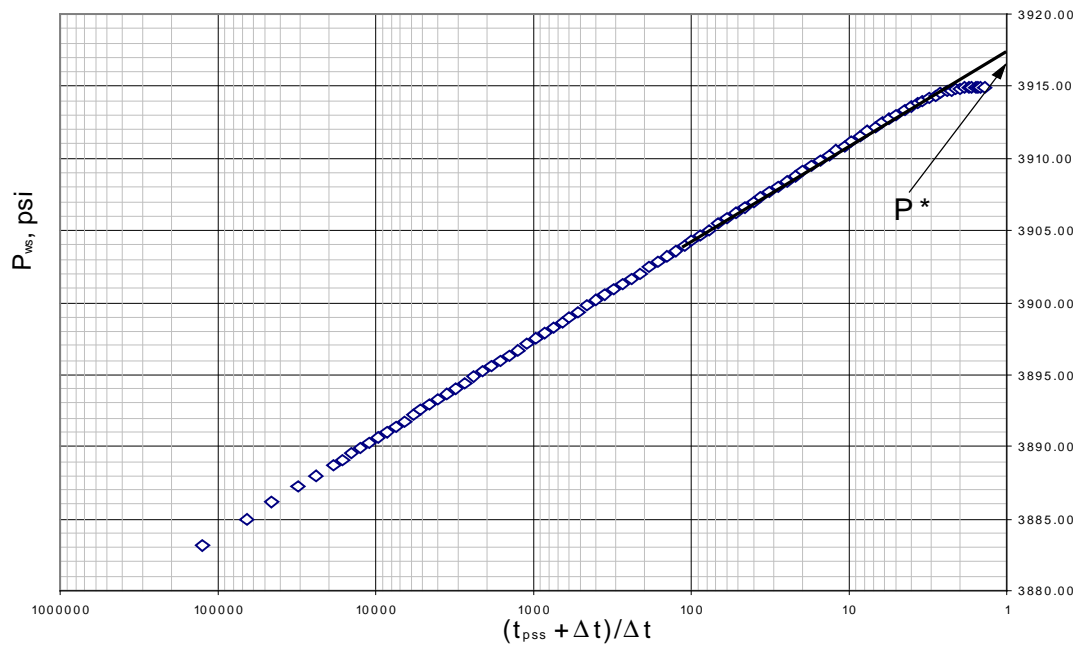
Con el t_{pDA} anterior se leé P_{DMBH} de las Figuras 10 y entonces $P_{DMBH} = 1.5$

Ahora se calcula \bar{P} de la ecuación 60:

$$\bar{P} = P^* - \left(\frac{m}{2.3025} \right) P_{DMBH}$$

$$\bar{P} = 3917 - \left(\frac{6,84}{2.3025} \right) 1.5 = 3913 \text{ psi}$$

Figura 35. Cálculo de m a partir del gráfico de Horner para Yacimiento $w=0, l=1$



5.2.2. Método de Dietz. Conociendo la forma del yacimiento y la localización del pozo se lee C_A del Cuadro 1. Para este caso $C_A=31.62$ (Circular con el pozo en el centro)

Ahora se calcula el tiempo de cierre de Dietz $(\Delta t)_p$ con la ecuación 69:

$$(\Delta t)_p = \frac{fmc_i A}{0,0002637 C_A k}$$

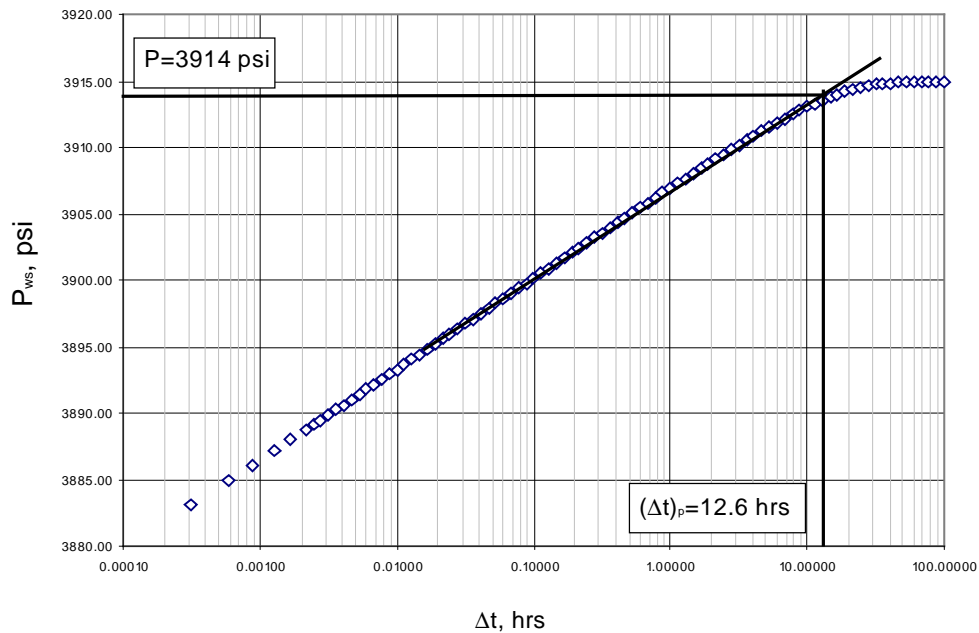
$$(\Delta t)_p = \frac{(0,10) * (1,104) * (1,37 * 10^{-5}) * (6250000)}{0,0002637 * (31,62) * (90)}$$

$$(\Delta t)_p = 12,6 \text{ Hrs}$$

Ahora en un grafico MDH se obtiene la presión promedio para un $(\Delta t)_p = 12,6$ hr.

Para el $(\Delta t)_p$ de Dietz se obtiene $\bar{P} = 3914 \text{ psi}$

Figura 36. Gráfico MDH para leer P promedio de Dietz en Yacimiento $w=0, l=1$



5.2.3. Método MDH. En el gráfico MDH (Figura 36) se escoge cualquier punto sobre la recta y se leen sus coordenadas. Para este caso se selecciona un Dt_N :

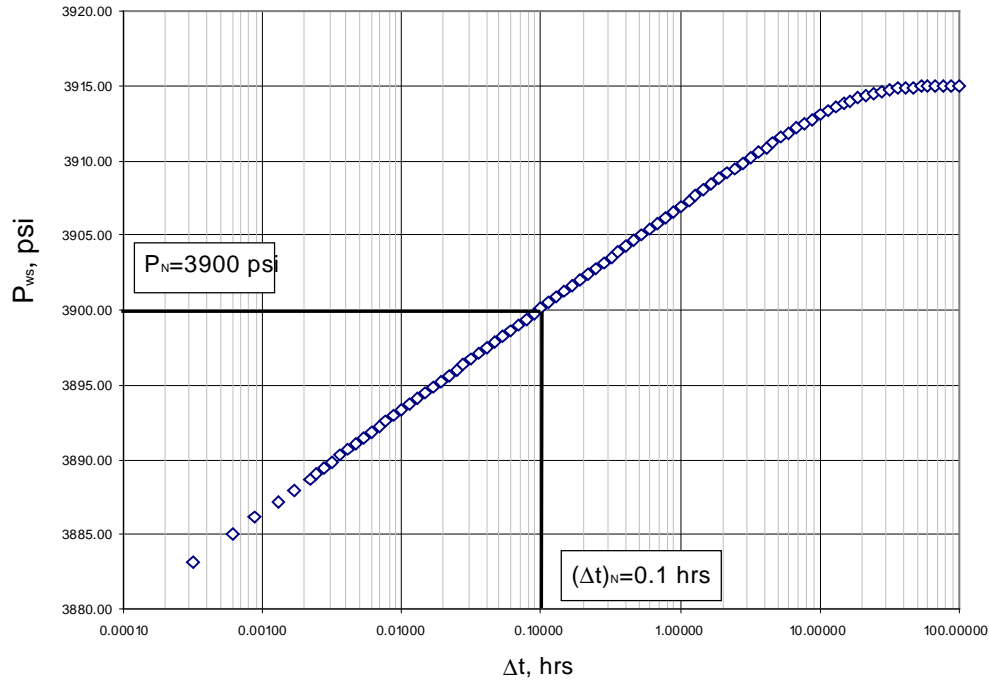
$$\Delta t_N = 0,1 \text{ hrs} ,$$

$$P_{ws} \Big|_N = 3900 \text{ psi}$$

Con base en los anteriores valores se determina $\Delta t_{DA} \Big|_N$ de la ecuación 58.

$$\Delta t_{DA} \Big|_N = \frac{0,0002637k}{fmc_i A} \Delta t_N$$

Figura. 37. Método MDH, Yacimiento $w=0$, $l =1$



$$\Delta t_{DA}|_N = \frac{0,0002637 * (90)}{(1,104) * (1,372 * 10^{-5}) * (6250000)} (0,1) = 0,000251$$

Con el valor obtenido de $\Delta t_{DA}|_N$ se lee el P_{DMDH} de la Figura 9: $P_{DMDH} = 2.5$

Obtenga la presión promedio con la ecuación 59:

$$\bar{P} = P_{ws}|_N + \left(\frac{m}{1,1513} \right) P_{DMDH}$$

$$\bar{P} = 3900 - \left(\frac{6,84}{1,1513} \right) 2,5 = 3915 \text{ psi}$$

5.2.4. Metodo Azari⁵. Para este caso no se requiere el calculo del factor de daño, entonces se procede a calcular la presión promedio con la siguiente ecuación.

$$\bar{P} = P_{wf} + \frac{162.6qmb}{kh} \left(\log \frac{A}{r_w^2} - 1.1224 + 0.87S \right)$$

$$\bar{P} = 3867 + \frac{162.6(250)(1,104)(1.732)}{(90)(100)} \left(\log \frac{6250000}{0.3^2} - 1.1224 + 0.87(0) \right)$$

$$\bar{P} = 3920 \text{ psi}$$

5.2.5. Metodo propuesto (SolPromYNF). A partir del área A se realiza el calculo de r_e .

$$A = pr_e^2$$

$$r_e = \sqrt{A/p}$$

$$r_e = \sqrt{6250000/p} = 1410.5 \text{ ft}$$

En la grafica de la derivada de presión se toma un tiempo sobre la linea de flujo estable y se lee la presión y derivada de presión correspondiente.

$$(t * \Delta P')_{pss} = 8.333$$

$$\Delta P_{pss} = 45.28$$

$$t_{pss} = 18.95$$

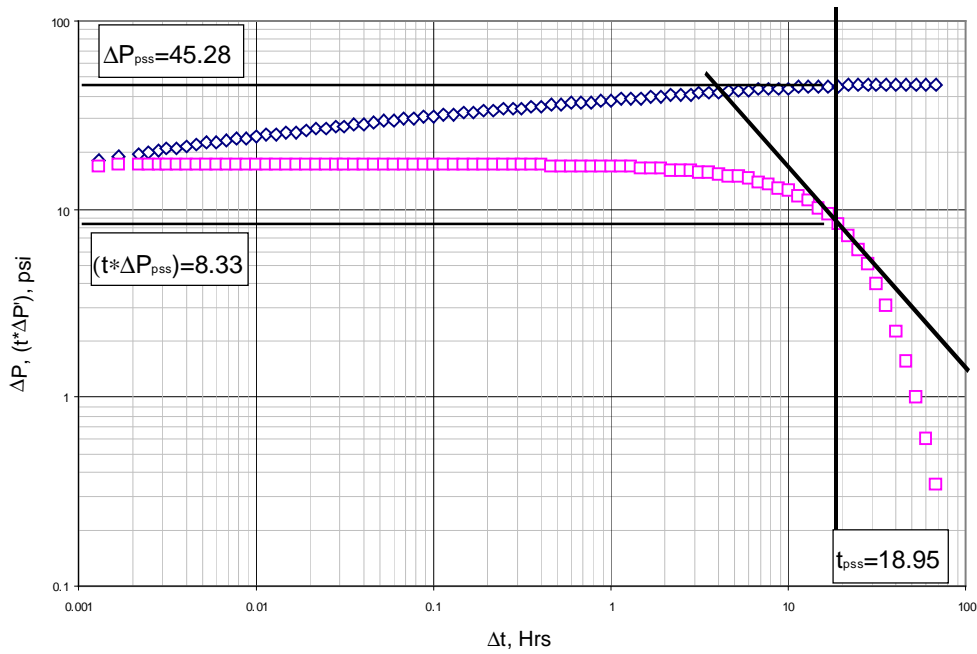
Con base en los anteriores datos se calcula la presión a partir de la Ecuación 196:

$$\bar{P} = P_{wf} + DP_{pss} + (t * DP')_{pss} \left[\frac{0.0002637kt_{pss}}{fmc_r A} + \frac{r_w^2 (1-w)^2}{pl r_e^2} \right]$$

$$\bar{P} = 3867 + 45.28 + 8.333 \left[\frac{0.0002637(90)(18.95)}{(0.1)(1.104)(1.372 * 10^{-5})(6.25 * 10^6)} + \frac{(0.3)^2 (1-0)^2}{p(1)(1410.5)} \right]$$

$$\bar{P} = 3913 \text{ psi}$$

Figura 38. Grafica log-log de presión y derivada de presión vs tiempo, Yacimiento w=0, l =1



Para determinar el % Error respecto al promedio.

$$\bar{P}_{ave} = \sum_{i=1}^n \bar{P}_i / n$$

$$\bar{P}_{ave} = \frac{(3915 + 3913 + 3913 + 3920 + 3914)}{5}$$

$$\bar{P}_{ave} = 3914.98 \text{ psi}$$

Cuadro 5. Calculo del Error promedio Yacimiento w=0, l =1

METODO	P ave *	% Error
MBH	3913	-0.02924
Dietz	3914	0.00798
MDH	3915	0.02985
Propuesto	3913	-0.0859
Media	3914	

*Valores aproximados

5.3 ANÁLISIS DE LA SOLUCIÓN PROPUESTA PARA DIFERENTES VALORES DE w Y l .

Propiedades generales del Yacimiento:

$B=1.372$ BY/STB $C_t=1.37 \cdot 10^{-5}$ psi⁻¹ $h=100$ ft $rw=0.3$ ft²
 $\mu=1.104$ cp $\phi=0.10$ $t_p=100$ hrs $q=250$ BPD
 $P_{wf}=3869$ psi $A=6250000$ ft² $k=90$ md $P_i=4000$ psi

Cuadro 6. Tipos de YNF con variación de w y l .

YNF 1	W=0 ;LAMBDA=1 (Homog.)
YNF 2	W=0.05 ;LAMBDA=1*10-7
YNF 3	W=0.25 ;LAMBDA=1*10-5
YNF 4	W=0.05 ;LAMBDA=1*10-5
YNF 5	W=0.25; LAMBDA=1*10-7

5.3.1 Caso 1 (Tiempo prueba = 100 h / P inicial = 4000 psi / Pwf = 3883 psi)

Cuadro 7. Cálculo de la P promedia** para diferentes YNF . Caso – 1

MÉTODO	YNF 1	YNF 2	YNF 3	YNF 4	YNF 5
MBH	3913	3913	3913	3913	3913
MDH	3915	3915	3915	3915	3915
DIETZ	3914	3914	3914	3914	3914
PROPUESTO	3913	3914	3913	3913	3913
PROMEDIO	3915	3914	(*)3913.5	(*)3913.5	(*)3913.7

(*) sin aproximación a valores enteros /** los valores vienen dados en unidades psi

5.3.2. Caso 2 (Tiempo prueba = 1000 h / P inicial = 4000 psi / Pwf = 3889 psi)

Cuadro 8. Cálculo de la P promedia **para diferentes YNF. Caso – 2

MÉTODO	YNF 1	YNF 2	YNF 3	YNF 4	YNF 5
MBH	3980	3979	3979	3979	3979
MDH	3982	3982	3982	3982	3982
DIETZ	3978	3978	3978	3978	3978
PROPUESTO	3979	3982	3979	3979	3981
PROMEDIO	3980	3980.48	3980(3979.87)	3980	3980.25

(*) sin aproximación a valores enteros /** los valores vienen dados en unidades psi

5.3.3. Comentarios a los Casos 1 y 2:

- Para un mismo YNF, se observa que no hay diferencia apreciable entre los Métodos Tradicionales y la Solución Propuesta para el cálculo de la P promedia,.
- De la misma manera, para diferentes tipos de YNF con variación de parámetros característicos w y l , tampoco hay una variación apreciable de la presión promedia
- Para los casos 1 y 2 se tiene el mismo yacimiento, en dos tiempos diferentes y con dos tiempos de Build up testing diferentes, analizados en periodo pseudoestable. Teniendo en cuenta el depletamiento del yacimiento, se observa que la solución propuesta no presenta mayores variaciones.
- Se puede observar en la Figura 38, así como en cualquier gráfico de la derivada de presión, que los valores de la derivada tienden a cero a tiempos tardíos y en este caso la solución propuesta no aplicaría, pues una condición

para leer los tiempos de intersección es hacerlo en el punto donde la pendiente de la tangente a la curva se hace $= -1$.

6. CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES

- Se propone una solución analítica para determinar la presión promedio en Yacimientos Naturalmente Fracturados, esta basada en la determinación de valores característicos que propone la técnica de Tiab – TDST. Es decir se propone un nuevo procedimiento para la evaluación de la presión promedio en YNF.
- Aunque en comparación con otros métodos de cálculo de la presión promedio, los valores generados con la solución propuesta no resultan ser muy diferentes, sí resulta ser un procedimiento rápido y confiable, para ser usado en el análisis de presiones.
- Se encontró que la sensibilidad de la solución propuesta respecto a la variación de los parámetros I y w , no es apreciable. La influencia de estos parámetros se restringe a las zonas cercanas al pozo en el periodo transiente y según los resultados aquí presentados, se estaría probando que no hay influencia de estos parámetros en el cálculo de la P promedio a tiempos tardíos (pss) para en todo el yacimiento.
- De acuerdo a lo anterior, en la región del estado pseudoestable la presión promedio es igual tanto para Yacimientos Homógeneos como Fracturados y no hay influencia de los parámetros I y w , contrario a lo que se podría pensar de la facilidad (o mayor velocidad) con que el pulso o perturbación de presión se supone podría viajar en un YNF.

- Se sugiere aplicar la solución propuesta, a otro tipo de fluidos y a otras condiciones de yacimiento (p.ej.: gas), pozos horizontales y pozos fracturados.

- Se recomienda aplicar la solución obtenida, en la interpretación o reinterpretación de pruebas de presión en campos en desarrollo o maduros de yacimientos de nuestro país. De esta forma se podrá valorar la precisión de la solución presentada para estos casos y contribuir así a su validación (o aplicabilidad) .

REFERENCIAS BIBLIOGRAFICAS

1. AGARWAL, R. G., Al. HUSSAING, Rafi and Ramey, H. J. Jr.: "An investigation of Willbore Storage and Skin Effect in Unstead Liquid Flow: I Analytic Treatment", SPE (Sept, 1970), 279-290, Trans., AIME 249.
2. AGUILERA, R.: "Well Test Analysis of Multi-Layered Naturally Fractured Reservoirs," Journal of Canadian Petroleum Technology, Vol. 39, No. 7, July 2000, 31-37.
3. AGUILERA R.: "Naturally Fractured Reservoirs" Tulsa, Oklahoma : PennWell Books, 1980 . 703 p.
4. AGUILERA, Roberto y AGUILERA María Silvia : " Aspectos Geológicos y de Ingeniería en Yacimientos Naturalmente Fracturados". El Reventón Energético, Revista Fuentes, Escuela de Ingeniería de Petróleos UIS, Bucaramanga Vol. 1 Num.1, 2º semestre del 2001. p. 9-18.
5. AZARI, M.: "Non Graphical Solutions for Average Reservoir Pressure from Production or Buildup Data". 1987
6. BARENBLATT, G.I. and Zheltov, Y.P.: "Fundamental Equations of Filtration of Homogeneous Liquids in Fissures Rocks," Soviet Physics, Doklady (1960) 5, 522.
7. BARENBLATT, G.I., Zheltov, Y.P. and Kochina, I.N.: "Basic Concepts in the Theory of Seepage of Homogeneous Liquids in Fissured Rocks," PMM, Vol. 24 (1960) 5, 852-864.

8. BENDEKIM, G., Tiab, D., and Escobar, F.H.: "Pressure Behavior of a Well in an Anisotropic Reservoir". Paper SPE 76772 presented at SPE Western Regional/AAPG Pacific Section Joint Meeting held in Anchorage, Alaska, U.S.A., 20–22 May 2002.
9. BLASINGAME, T. A. and Lee, W. J.: "Properties of Homogeneous Reservoirs, Naturally Fractured Reservoirs, and Hydraulic fractured Reservoirs from Decline Curve Analysis," SPE 15018, presented at the Permian Basin Oil & Gas recovery Conference of the SPE held in Midland, TX, March 13-14, 1985.
10. BOURDET, D. Ayoub, J. A., Whittle, T. M. Pirard, Y. M., and Knlazeff, V.: "Interpreting Well Tests in Fractured Reservoirs," World Oil, Oct. 1983, 77-87.
11. BOURDET, D., Alagoa, A., Ayoub, J. A., and Pirard, Y. M.: "New Type Curves Aid Analysis of Fissured Zone Well Tests," World Oil, April 1984, 111-125.
12. BOUSSALEM, Rachid. Escobar Freddy H. and Tiab Djebbar : "Effect of Mobility Ratio on the Pressure and Pressure Derivative of Wells in Closed Composite Reservoirs", SPA 76781, 2002.
- 12^a. CHEN, C., Serra, K., Reynolds, A.C. and Raghavan, R.: "Pressure Transient Analysis Methods for Bounded Naturally Fractured Reservoirs", SPEJ, (June 1985) 451-464.
13. CINCO-LEY, H.: "Well-Test Analysis for Naturally Fractured Reservoirs," JPT, January 1996.

14. CRAWFORD, G.E., Hagedorn, A.R. and Pierce, A. E.: "Analysis of Pressure Buildup Tests in a Naturally Fractured Reservoir," J. Pet. Tech. (1976) 1295.
15. DIETZ, D. N. : "Determination of Average Reservoir Pressure from Buildup Surveys" J. Pet. Tech. (Aug.1965) 955-959. Trans. AIME 234 (en Earlougher R. C.Jr.,1977)
16. DA PRAT G.: "Yacimientos Naturalmente Fracturados : Evaluación Dinámica mediante Pruebas de Presión",en: Petróleo & Gas, No 10, Nov-Dic.1999. p. 40 - 45 .
17. DE SWAAN, O.A.: "Analytic Solutions for Determining Naturally Fractured Reservoir Properties by Well Testing," SPEJ (June 1976), 117-122.
18. EARLOUGHER, R. C.: Advances In Well Testing Analysis: Monograph series, SPE, Dallas, 1977, Vol. 5, 126-127.
19. ENGLER, T.: "Interpretation of Pressure In Tests in Naturally Fractured Reservoirs by the Direct Synthesis Technique," Ph.D. Dissertation, University of Oklahoma, Graduate College, 1995.
20. ENGLER Thomas, DJEBBAR Tiab: " Analysis of Pressure Derivate without Type Curve Matching, 4. Naturally Fractured Reservoirs. JPT (1996) 127-138.
21. ENGLER, T. and TIAB, D.: "Analysis of Pressure and Pressure Derivative without Type Curve Matching: 5.Naturally Fractured Reservoirs," Journal of Petroleum Science and Engineering 15 (1996) 139-151.

22. ESCOBAR, Freddy H., y TIAB, Djebbar.: "PEBI Grid Selection for Numerical Simulation of Transient Tests" SPE 76783, 2002.

22^a. ESCOBAR, Freddy H.: "Análisis Moderno de Presiones", Inédito Univ.Surcolombiana- USCO, Neiva, 2003.

23. GRINGARTEN, A. C.: "Interpretation of Tests In Fissured Reservoirs And Multi-Layered Reservoirs with Double Porosity Behavior; Theory and Practice," SPE 10044, Paper presented to Technical Symposium of SPE, Beijing (March 1982).

24. HACHLAF HOUARI, Tiab Djebbar and Escobar Freddy H.: "Effect of Variable Injection Rate on Falloff and Injectivity Test", SPA 76714, presented at the 2002 Alaska, Western Regional Meeting of the SPE, held in Anchorage, Alaska, May 20-22, 2002.

25. HORNER, D. R.: "Pressure Buildup in Wells", Pressure Analysis Methods, Reprint Series No 9, SPE , pps 25-43, Dallas1967.

26. HOUZE, O.P., Horne, R., and RAMEY, H.J. Jr.: "Infinite Conductivity Vertical Fracture in a Reservoir with Double Porosity Behavior," SPE 12778 presented at the 1984 SPE California Regional Meeting, Long Beach, April 11-13.

27. KAZEMI, H., SETH, M.S., and Thomas, G. W.: "The Interpretation of Interference Tests in Naturally Fractured Reservoirs with Uniform Fracture Distribution," Soc. Pet. Eng. J. (1969) 463.

28. KAZEMI, H.: "Pressure Transient Analysis of Naturally Fractures Reservoirs with Uniform Fracture Distribution," SPEJ, (Dec. 1969), 451-462.

29. KUMAR, A. and RAMEY, H. J. Jr.: "Well Test Analysis for a Well in a Constant-Pressure Square, paper SPE 4054 presented at the SPE-AIME 47th Annual Fall Meeting, San Antonio, Tex., Oct. 8-11, 1972.
30. LEE John : "Well test analysis" SPE Text Book Series vol.1, New York 1982.
31. MATTAR, L.: "Derivative Analysis without Type Curves". The Petroleum Society. Paper 97-51 presented at the 48th Annual Technical Meeting of the Petroleum Society in Calgary, Alberta, Canada, June 8-11, 1997.
32. MATTHEWS, C.S., BRONS and HAZEBROEK, P.: "A Method for Determination of Average Pressure in a Bounded Reservoir" Reprint Series No 9, SPE, pps, 51-60, Dallas 1967.
33. MILLER C.C. , DYES A.B. and HUTCHINSON C.A. Jr.: "The Estimation of Permeability and Reservoir Pressure from Bottom Hole Pressure Buildup Characteristics" Reprint Series No 9, SPE, pps, 11-25, Dallas 1967.
34. MAVOR, M. J. and Cinco Ley, H.: "Transient Pressure Behavior of Naturally Fractured Reservoirs," SPE 7977, presented at the 1979 California Regional Meeting of the SPE, held in Venture, California, April 18-20, 1979.
35. MONGI A and TIAB D.: "Application of Tiab's Direct Synthesis Technique to Multi-Rate Test", SPE 62607, presented at the 2000 California Western Regional Meeting of the SPE, held in Long Beach, California, June 19-23, 2000.

36. MUZKAt, M. : "Use of Data on the Buildup of Bottom Hole Pressures"
Reprint Series No 9, SPE, pps, 5-11, Dallas 1967.

36^a. MULLER T. D. and Whitherspoon P.A.: "Pressure Interference Effects
within Reservoirs and Aquifers", J.Pet.Tech. (April, 1965), 471-474; Trans.,
AIME, 234.

37. NAJURIETA, H. L.: "A Theory for Pressure Transient Analysis in Naturally
Fractured Reservoirs," J. Pet. Tech. (1980) 1241.

38. NELSON R.: "Geologic Analysis of Naturally Fractured Reservoirs",
Houston, Texas : Gulf Publishing Co. 1985. 320 p.

39. NELSON R.A.; MOLDOVANY E.P.; Matcek C.C.; Azpirixaga I. y Bueno
E.: "Production Characteristics of the Fractured Reservoirs of the La Paz
Field, Maracaibo Basin, Venezuela", AAPG Bulletin, V. 84, No.11 Nov. 2000,
pp 1791-1809.

40. ODEH, A.A.: "Unsteady-State Behavior of Naturally Fractured Reservoirs,"
SPEJ (March 1965), 60-66.

41. PEACEMAN, D.W.: "Interpretation Of Well Block Pressures in Numerical
Reservoir Simulation with Nonsquare Grid Blocks and Anisotropic
Permeability," SPE 10528, SPEJ, June 1983.

42. POLLARD, P.: " Evaluation of Acid Treatments from Pressure Buildup
Analysis," Trans., AIME (1959) 216, 38-43.

43. RHAGAVAN, R.: " Well Test Analysis". Prentice Hall. New Jersey. 1993

44. RAMEY H. J., Jr. and COBB W. M.: "A General Pressure Buildup Theory for a Well in a Closed Drainage Area" J. Pet. Tech.(Dec.1971) 1493-1505; Trans. AIM (1971) 251.
45. SERRA, K., Reynolds, A., and RAGHAVAN, R.: "New Pressure Transient Analysis Methods for Naturally Fractured Reservoirs," JPT (Dec. 1983) 2271-2283.
46. STEWART, G. and ASCHARASOBBU, F.: "Well Test Interpretation for Naturally Fractured Reservoirs," SPE 18173 presented at the 1988 Annual Technical Conference, Houston, Tx.
47. STEWART, G. Wittmann, M.J. and VAN GOLF-RACHT, T.: "The Application of The Repeat Formation Tester to the Analysis of Naturally Fractured Reservoirs," SPE 10181, Paper Presented to 56th Annual Fall Conference of SPE, San Antonio (Oct. 1981).
48. STRELTSOVA, T.D.: "Well Pressure Behavior of a Naturally Fractured Reservoir," SPEJ, (Oct. 1983), 769-780.
49. THEIS, C.V.: "The Relationship between the Lowering of Piezometric Surface and Rate and Duration Analysis of Discharge of Wells Using Ground-Water Storage" *Trans.*, AGU (1935) II, 519.
50. TIAB, D.: "Analysis of Pressure and Pressure Derivative without Type-Curve Matching: I- Skin and Wellbore Storage". Paper SPE 25426 presented at the Production Operations Symposium held in Oklahoma City, OK, Mar. 21-23, 1993. P. 203-216. Also, Journal of Petroleum Science and Engineering 12 (1995), p. 171-181.

51. TIAB, D.: "Analysis of Pressure and Pressure Derivatives without Type-Curve Matching-III. Vertically Fractured Wells in Closed Systems". Paper SPE 26138 presented at the SPE Western Regional Meeting, Anchorage, Alaska, May 26-28, 1993.

52. TIAB, D.: "Direct Type-Curve Synthesis of Pressure Transient Tests," SPE 18992, prepared for presentation at the SPE Joint Rocky Mountain Regional/Low Permeability Reservoirs Symposium and Exhibition held in Denver, Colorado, March 6-8, 1989.

53. TIAB, D.: "Analysis of Pressure and Pressure Derivative Without Type Curve Matching: Vertically Fractured Wells In Closed Systems," Journal of Petroleum Science and Engineering 11 (1994) 323-333.

54. TIAB D.: "Analysis of Pressure And Pressure Derivative Without Type-Curve Matching _ Skin And Wellbore Storage" paper SPE 25426, 1993.

55. TIAB D, Azzougen A., ESCOBAR Freddy H. and Berumen S.: "Analysis of Pressure Derivative Data of Finite-Conductivity Fractures by the Direct Synthesis Technique", paper SPE 52201, 1999.

55^a. TIAB D., y ESCOBAR F H.: "Determinación del parámetro de Flujo Interporoso de un gráfico semilogaritmico", Memorias X Congreso Colombiano de Petróleos, Octubre 2003.

56. VAN EVERDINGEN, A. F. and Hurst, W.: "The Application of the Laplace transformation to Flow Problems in Reservoirs," trans., AIME, (December 1949) 305-324.

57. WARREN, J.E. y ROOT, P.J.: "The Behavior of Naturally Fractured Reservoirs". Soc. Pet. Eng. J. (Sept. 1963). 245-55

BIBLIOGRAFÍA

AGARWAL, R. G., Al. HUSSAING, Rafi and Ramey, H. J. Jr.: "An investigation of Wellbore Storage and Skin Effect in Unsteady Liquid Flow: I Analytic Treatment", SPE (Sept, 1970), 279-290, Trans., AIME .

AGUILERA, R.: "Well Test Analysis of Multi-Layered Naturally Fractured Reservoirs," Journal of Canadian Petroleum Technology, Vol. 39, No. 7, July 2000.

AGUILERA R.: "Naturally Fractured Reservoirs" Tulsa, Oklahoma : PennWell Books, 1980 . 703 p.

AGUILERA, Roberto y AGUILERA María Silvia : " Aspectos Geológicos y de Ingeniería en Yacimientos Naturalmente Fracturados". El Reventón Energético, Revista Fuentes, Escuela de Ingeniería de Petróleos UIS, Bucaramanga Vol. 1 Num.1, 2º semestre del 2001.

AZARI, M.: "Non Graphical Solutions for Average Reservoir Pressure from Production or Buildup Data". 1987

BARENBLATT, G.I. and Zheltov, Y.P.: "Fundamental Equations of Filtration of Homogeneous Liquids in Fissures Rocks," Soviet Physics, Doklady (1960) 5, 522p.

BARENBLATT, G.I., Zheltov, Y.P. and Kochina, I.N.: "Basic Concepts in the Theory of Seepage of Homogeneous Liquids in Fissured Rocks," PMM, Vol. 24 (1960) 5 .

BENDEKIM, G., Tiab, D., and Escobar, F.H.: "Pressure Behavior of a Well in an Anisotropic Reservoir". Paper SPE 76772 presented at SPE Western Regional/AAPG Pacific Section Joint Meeting held in Anchorage, Alaska, U.S.A., 20–22 May 2002.

BLASINGAME, T. A. and Lee, W. J.: "Properties of Homogeneous Reservoirs, Naturally Fractured Reservoirs, and Hydraulic fractured Reservoirs from Decline Curve Analysis," SPE 15018, presented at the Permian Basin Oil & Gas recovery Conference of the SPE held in Midland, TX, March 13-14, 1985.

BOURDET, D. Ayoub, J. A., Whittle, T. M. Pirard, Y. M., and Knlazeff, V.: "Interpreting Well Tests in Fractured Reservoirs," World Oil, Oct. 1983.

BOURDET, D., Alagoa, A., Ayoub, J. A., and Pirard, Y. M.: "New Type Curves Aid Analysis of Fissured Zone Well Tests," World Oil, April 1984, 111-125.

BOUSSALEM, Rachid. Escobar Freddy H. and Tiab Djebbar : "Effect of Mobility Ratio on the Pressure and Pressure Derivative of Wells in Closed Composite Reservoirs", SPA 76781, 2002.

12^a. CHEN, C., Serra, K., Reynolds, A.C. and Raghavan, R.: "Pressure Transient Analysis Methods for Bounded Naturally Fractured Reservoirs", SPEJ, (June 1985) .

CINCO-LEY, H.: "Well-Test Analysis for Naturally Fractured Reservoirs," JPT, January 1996.

CRAWFORD, G.E., Hagedorn, A.R. and Pierce, A. E.: "Analysis of Pressure Buildup Tests in a Naturally Fractured Reservoir," J. Pet. Tech. (1976) 1295.

DIETZ, D. N. : “Determination of Average Reservoir Pressure from Buildup Surveys” J. Pet. Tech. (Aug.1965) 955-959. Trans. AIME 234 (en Earlougher R. C.Jr.,1977)

DA PRAT G.: “Yacimientos Naturalmente Fracturados : Evaluación Dinámica mediante Pruebas de Presión”,en: Petróleo & Gas, No 10, Nov-Dic.1999.

DE SWAAN, O.A.: “Analytic Solutions for Determining Naturally Fractured Reservoir Properties by Well Testing,” SPEJ (June 1976).

EARLOUGHER, R. C.: Advances In Well Testing Analysis: Monograph series, SPE, Dallas, 1977, Vol. 5.

ENGLER, T.: “Interpretation of Pressure In Tests in Naturally Fractured Reservoirs by the Direct Synthesis Technique,” Ph.D. Dissertation, University of Oklahoma, Graduate College, 1995.

ENGLER Thomas, DJEBBAR Tiab: “ Analysis of Pressure Derivate without Type Curve Matching, 4. Naturally Fractured Reservoirs. JPT (1996) .

ENGLER, T. and TIAB, D.: “Analysis of Pressure and Pressure Derivative without Type Curve Matching: 5.Naturally Fractured Reservoirs,” Journal of Petroleum Science and Engineering 15 (1996).

ESCOBAR, Freddy H., y TIAB, Djebbar.: “PEBI Grid Selection for Numerical Simulation of Transient Tests” SPE 76783, 2002.

22^a. ESCOBAR, Freddy H.,: “Análisis Moderno de Presiones”, Inédito Univ.Surcolombiana- USCO, Neiva, 2003.

GRINGARTEN, A. C.: "Interpretation of Tests In Fissured Reservoirs And Multi-Layered Reservoirs with Double Porosity Behavior; Theory and Practice," SPE 10044, Paper presented to Technical Symposium of SPE, Beijing (March 1982).

HACHLAF HOUARI, Tiab Djebbar and Escobar Freddy H.: "Effect of Variable Injection Rate on Falloff and Injectivity Test", SPA 76714, presented at the 2002 Alaska, Western Regional Meeting of the SPE, held in Anchorage, Alaska, May 20-22, 2002.

HORNER, D. R.: "Pressure Buildup in Wells", Pressure Analysis Methods, Reprint Series No 9, SPE , pps 25-43, Dallas1967.

HOUZE, O.P., Horne, R., and RAMEY, H.J. Jr.: "Infinite Conductivity Vertical Fracture in a Reservoir with Double Porosity Behavior," SPE 12778 presented at the 1984 SPE California Regional Meeting, Long Beach, April 11-13.

KAZEMI, H., SETH, M.S., and Thomas, G. W.: "The Interpretation of Interference Tests in Naturally Fractured Reservoirs with Uniform Fracture Distribution," Soc. Pet. Eng. J. (1969)

KAZEMI, H.: "Pressure Transient Analysis of Naturally Fractures Reservoirs with Uniform Fracture Distribution," SPEJ, (Dec. 1969).

KUMAR, A. and RAMEY, H. J. Jr.: "Well Test Analysis for a Well in a Constant-Pressure Square, paper SPE 4054 presented at the SPE-AIME 47th Annual Fall Meeting, San Antonio, Tex., Oct. 8-11, 1972.

LEE John : "Well test analysis" SPE Text Book Series vol.1, New York 1982.

MATTAR, L.: "Derivative Analysis without Type Curves". The Petroleum Society. Paper 97-51 presented at the 48th Annual Technical Meeting of the Petroleum Society in Calgary, Alberta, Canada, June 8-11, 1997.

MATTHEWS, C.S., BRONS and HAZEBROEK, P.: "A Method for Determination of Average Pressure in a Bounded Reservoir" Reprint Series No 9, SPE, pps, 51-60, Dallas 1967.

MILLER C.C. , DYES A.B. and HUTCHINSON C.A. Jr.: "The Estimation of Permeability and Reservoir Pressure from Bottom Hole Pressure Buildup Characteristics" Reprint Series No 9, SPE, pps, 11-25, Dallas 1967.

MAVOR, M. J. and Cinco Ley, H.: "Transient Pressure Behavior of Naturally Fractured Reservoirs," SPE 7977, presented at the 1979 California Regional Meeting of the SPE, held in Ventura, California, April 18-20, 1979.

MONGI A and TIAB D.: "Application of Tiab's Direct Synthesis Technique to Multi-Rate Test", SPE 62607, presented at the 2000 California Western Regional Meeting of the SPE, held in Long Beach, California, June 19-23, 2000.

MULLER T. D. and Whitherspoon P.A.: "Pressure Interference Effects within Reservoirs and Aquifers", J.Pet.Tech. (April, 1965), 471-474; Trans., AIME.,

MUZKA, M. : "Use of Data on the Buildup of Bottom Hole Pressures" Reprint Series No 9, SPE, pps, 5-11, Dallas 1967.

NAJURIETA, H. L.: "A Theory for Pressure Transient Analysis in Naturally Fractured Reservoirs," J. Pet. Tech. (1980).

NELSON R.: "Geologic Analysis of Naturally Fractured Reservoirs", Houston, Texas : Gulf Publishing Co. 1985. 320 p.

NELSON R.A.; MOLDOVANY E.P.; Matcek C.C.; Azpirtxaga I. y Bueno E.: "Production Characteristics of the Fractured Reservoirs of the La Paz Field, Maracaibo Basin, Venezuela", AAPG Bulletin, V. 84, No.11 Nov. 2000.

ODEH, A.A.: "Unsteady-State Behavior of Naturally Fractured Reservoirs," SPEJ (March 1965).

PEACEMAN, D.W.: "Interpretation Of Well Block Pressures in Numerical Reservoir Simulation with Nonsquare Grid Blocks and Anisotropic Permeability," SPE 10528, SPEJ, June 1983.

POLLARD, P.: " Evaluation of Acid Treatments from Pressure Buildup Analysis," Trans., AIME (1959)

RHAGAVAN, R.: " Well Test Analysis". Prentice Hall. New Jersey. 1993

RAMEY H. J., Jr. and COBB W. M.: "A General Pressure Buildup Theory for a Well in a Closed Drainage Area" J. Pet. Tech.(Dec.1971) 1493-1505; Trans. AIM (1971).

SERRA, K., Reynolds, A., and RAGHAVAN, R.: "New Pressure Transient Analysis Methods for Naturally Fractured Reservoirs," JPT (Dec. 1983) .

STEWART, G. and ASCHARASOBBU, F.: "Well Test Interpretation for Naturally Fractured Reservoirs," SPE 18173 presented at the 1988 Annual Technical Conference, Houston, Tx.

STEWART, G. Wittmann, M.J. and VAN GOLF-RACHT, T.: "The Application of The Repeat Formation Tester to the Analysis o Naturally Fractured Reservoirs," SPE 10181, Paper Presented to 56th Annual Fall Conference of SPE, San Antonio (Oct. 1981).

STRELTSOVA, T.D.: "Well Pressure Behavior of a Naturally Fractures Reservoir," SPEJ, (Oct. 1983).

THEIS, C.V.: "The Relationship between the Lowering of Piezometric Surface and Rate and Duration Analysis of Discharge of Wells Using Ground-Water Storage" *Trans.*, AGU (1935) II.

TIAB, D.: "Analysis of Pressure and Pressure Derivative without Type-Curve Matching: I- Skin and Wellbore Storage". Paper SPE 25426 presented at the Production Operations Symposium held in Oklahoma City, OK, Mar. 21-23, 1993. P. 203-216. Also, *Journal of Petroleum Science and Engineering* 12 (1995).

TIAB, D.: "Analysis of Pressure and Pressure Derivatives without Type-Curve Matching-III. Vertically Fractured Wells in Closed Systems". Paper SPE 26138 presented at the SPE Western Regional Meeting, Anchorage, Alaska, May 26-28, 1993.

TIAB, D.: "Direct Type-Curve Synthesis of Pressure Transient Tests," SPE 18992, prepared for presentation at the SPE Joint Rocky Mountain Regional/Low Permeability Reservoirs Symposium and Exhibition held in Denver, Colorado, March 6-8, 1989.

TIAB, D.: "Analysis of Pressure and Pressure Derivative Without Type Curve Matching: Vertically Fractured Wells In Closed Systems," Journal of Petroleum Science and Engineering 11 (1994).

TIAB D.: "Analysis of Pressure And Pressure Derivative Without Type-Curve Matching _ Skin And Wellbore Storage" paper SPE 25426, 1993.

TIAB D, Azzougen A., ESCOBAR Freddy H. and Berumen S.: "Analysis of Pressure Derivative Data of Finite-Conductivity Fractures by the Direct Synthesis Technique", paper SPE 52201, 1999.

TIAB D., y ESCOBAR F H.: "Determinación del parámetro de Flujo Interporoso de un gráfico semilogaritmico", Memorias X Congreso Colombiano de Petróleos, Octubre 2003.

VAN EVERDINGEN, A. F. and Hurst, W.: "The Application of the Laplace transformation to Flow Problems in Reservoirs," trans., AIME, (December 1949).

WARREN, J.E. y ROOT, P.J:"The Behavior of Naturally Fractured Reservoirs". Soc. Pet. Eng. J. (Sept. 1963).