

**CONTROL POR MODOS DESLIZANTES PARA UN MODELO
SIMPLIFICADO DEL PROCESO DE INCINERACIÓN DE RESIDUOS
SÓLIDOS**

SERGIO FABIÁN MUÑOZ SUÁREZ

**UNIVERSIDAD INDUSTRIAL DE SANTANDER
FACULTAD DE INGENIERÍAS FÍSICO-MECÁNICAS
ESCUELA DE INGENIERÍAS ELÉCTRICA, ELECTRÓNICA Y DE
TELECOMUNICACIONES
BUCARAMANGA**

2017

**CONTROL POR MODOS DESLIZANTES PARA UN MODELO
SIMPLIFICADO DEL PROCESO DE INCINERACIÓN DE RESIDUOS
SÓLIDOS**

SERGIO FABIÁN MUÑOZ SUÁREZ

Trabajo de Grado para optar al título de
Magister en Ingeniería Electrónica

Director

RICARDO ALZATE CASTAÑO, Ph.D.

Co-Directores

JAIRO RENÉ MARTÍNEZ MORALES, Ph.D.

JORGE LUIS CHACÓN VELASCO, Ph.D.

**UNIVERSIDAD INDUSTRIAL DE SANTANDER
FACULTAD DE INGENIERÍAS FÍSICO-MECÁNICAS ESCUELA DE
INGENIERÍAS ELÉCTRICA, ELECTRÓNICA Y DE
TELECOMUNICACIONES
BUCARAMANGA
2017**

Agradecimientos

Le agradezco a Dios por haberme acompañado y guiado a lo largo de mi carrera, por ser mi fortaleza en los momentos de debilidad y por brindarme una vida llena de aprendizaje y de felicidad.

Le doy gracias a mis padres Roberto y Carmen por apoyarme en todo momento, por los valores que me han inculcado y por haberme dado la oportunidad de tener una excelente educación. A mi hermano Diego por llenar mi vida de alegrías cuando más lo he necesitado y por ser un ejemplo de desarrollo profesional a seguir.

A mi novia Mariana por brindarme su amor incondicional cuando más lo necesitaba y por ser un gran apoyo a lo largo de mi vida y de mi carrera dándome la fuerza que necesitaba para seguir adelante.

Gracias al Doctor Ricardo Alzate por creer en mi y haberme brindado la oportunidad de desarrollar la tesis profesional en el grupo CEMOS, por todo el apoyo y facilidades que nos fueron otorgadas en la universidad. Por darme la oportunidad de crecer profesionalmente.

Sergio Fabián Muñoz Suárez

El trabajo está dedicado con todo mi cariño y mi amor para las personas que hicieron todo en la vida para que yo pudiera lograr mis sueños, por motivarme y darme la mano cuando sentía que el camino se terminaba, a ustedes por siempre mi corazón y mi agradecimiento, Mama y Papa.

A tu paciencia y comprensión, preferiste sacrificar tu tiempo para que yo pudiera cumplir con el mío. Por tu bondad y sacrificio que me inspiró a ser mejor persona y profesional, ahora puedo decir que esta tesis lleva mucho de ti, gracias por estar siempre a mi lado, Mi amor Mariana.

TABLA DE CONTENIDO

INTRODUCCIÓN Y MOTIVACIÓN	15
1. OBJETIVOS DEL PROYECTO	17
1.1. OBJETIVO GENERAL	17
1.1.1. Objetivos específicos	17
1.2. RESUMEN DE CAPÍTULOS	17
2. MODELO SIMPLIFICADO DE UN INCINERADOR	19
2.1. FUNDAMENTOS DEL PROCESO DE INCINERACIÓN	21
2.2. MODELO SIMPLIFICADO DE UN INCINERADOR DE BIOMASA	22
2.2.1. Zona de evaporación	23
2.2.2. Zona de descomposición térmica	24
2.2.3. Energía de la combustión	25
2.2.4. Temperatura de fluido contenido en la caldera	25
2.2.5. Temperatura de gases de combustión	26
2.2.6. Emisiones	27
2.2.7. Modelo del sistema completo	28
2.3. ASIGNACIÓN DE PARÁMETROS DEL MODELO	29
2.3.1. Metodología para determinación de parámetros desconocidos .	33
2.4. COMPORTAMIENTO TRANSITORIO DEL MODELO	38
3. REGULACIÓN A PARTIR DE LINEALIZACIÓN LOCAL	41
3.1. ANÁLISIS PARA PUNTOS DE EQUILIBRIO	42
3.1.1. Determinación para puntos de equilibrio	43
3.1.2. Linealización y estabilidad local	44
3.2. DISEÑO DE CONTROL PID PARA CONDICIONES NOMINALES	47
3.3. CONTROL PID POR GANANCIAS PROGRAMADAS	49
4. CONTROL NO LINEAL DEL PROCESO DE INCINERACIÓN	55
4.1. CONTROL DE LINEALIZACIÓN POR REALIMENTACIÓN	58

4.1.1. Linealización global para el incinerador de biomasa	59
4.1.2. El problema de robustez	69
4.2. CONTROL POR MODOS DESLIZANTES	71
4.2.1. Diseño del modo deslizante para el incinerador de biomasa . .	76
5. CONCLUSIONES	86
Bibliografía	90
Anexos	98

LISTA DE FIGURAS

2.1. Tipos de hornos incineradores	20
2.2. Esquema de proceso térmico	21
2.3. Modelo de referencia para proceso de incineración de biomasa	23
2.4. Subproceso de evaporación	24
2.5. Subproceso de descomposición térmica	24
2.6. Subproceso de energía de combustión	25
2.7. Subproceso de temperatura del fluido contenido en la caldera	26
2.8. Subproceso de temperatura de los gases de combustión	27
2.9. Subproceso de emisiones	28
2.10. Diagrama funcional del proceso de incineración de biomasa	29
2.11. Prototipo experimental para hidrodestilación del CENIVAM	30
2.12. Simulación en CycleTempo® para T_{se} como función de λ	34
2.13. Procedimiento de identificación de parámetros	37
2.14. Validación de parámetros del modelo	38
2.15. Simulación para comportamiento dinámico de T_{se}	39
2.16. Comportamiento temporal de T_{se}	40
3.1. Comportamiento del sistema en equilibrio	46
3.2. Diagrama de bloques del sistema en lazo cerrado	48
3.3. Comportamiento del sistema controlado frente a perturbaciones	49
3.4. Esquema general para técnica de control por ganancias programadas	52
3.5. Comparación para técnicas de control PID	54
4.1. Estabilidad en el sentido de Lyapunov	56
4.2. Esquema de técnicas de control	57
4.3. Estructura general para control de linealización por realimentación	58
4.4. Comparación para técnicas de control PID y FL	68
4.5. Comportamiento temporal del sistema controlado mediante FL	70
4.6. Control de linealización por realimentación ante cambios paramétricos	72
4.7. Ilustración para control por modos deslizantes	76

4.8.	Control por modos deslizantes ante cambios paramétricos	80
4.9.	Comportamiento temporal del sistema controlado mediante SM	81
4.10.	Función $sat\left(\frac{s}{\phi}\right)$	82
4.11.	Comportamiento del control por modo deslizante suavizado	83
4.12.	Comportamiento del sistema controlado mediante SM suavizado	84
4.13.	Comportamiento las tres técnicas control	85
5.1.	Esquema motor Stirling	88
5.2.	Interfaz principal para el CycleTempo®	99
5.3.	Descripción de opciones de simulación	99
5.4.	Opciones para selección de variables de visualización	100
5.5.	Fases del proceso de recuperación energética	100
5.6.	Composición de biomasa por defecto	101
5.7.	Subsistema de producción de combustible	102
5.8.	Composición de aire por defecto en CycleTempo®	103
5.9.	Configuración del bloque gasificador	103
5.10.	Subsistema de gasificación de combustible sólido	104
5.11.	Subsistema de limpieza de gases	104
5.12.	Configuración de separador en subproceso de limpieza de gases	104
5.13.	Subsistema de turbina de gas	105
5.14.	Configuración de la turbina de gas	106
5.15.	Configuración de combustor en turbina de gas	106
5.16.	Subsistema de caldera de vapor	107
5.17.	Configuración de turbina de vapor	107
5.18.	Opciones de visualización de resultados en CycleTempo®	108
5.19.	Composición química de gases del proceso	109
5.20.	Información tabulada para válvulas en cada etapa del proceso	109
5.21.	Convergencia hacia cero del error de identificación	113

LISTA DE TABLAS

2.1. Valores nominales de parámetros sugeridos en la literatura	31
2.2. Composición química de la biomasa	33
2.3. Valores nominales para variables de entrada en proceso simulado . . .	33
2.4. Parámetros identificados para el modelo propuesto	37
3.1. Parámetros de controlador PID nominal	48
3.2. Puntos de operación del sistema	51
3.3. Parámetros de control PID para puntos restantes de operación	52

LISTA DE ANEXOS

ANEXO A. HERRAMIENTA DE SIMULACIÓN CYCLETEMPO®. .	98
ANEXO B. FUNCIÓN <i>FMINSEARCH</i> DE MATLAB®	111

RESUMEN

TÍTULO: CONTROL POR MODOS DESLIZANTES PARA UN MODELO SIMPLIFICADO DEL PROCESO DE INCINERACIÓN DE RESIDUOS SÓLIDOS ¹

AUTOR: SERGIO FABIÁN MUÑOZ SUÁREZ ²

PALABRAS CLAVE: COMBUSTIÓN CONTROLADA, CONTROL POR MODOS DESLIZANTES, LINEALIZACIÓN GLOBAL, MODELO SIMPLIFICADO DE INCINERACIÓN DE BIOMASA, PID POR GANANCIAS PROGRAMADAS.

El presente documento aborda el problema de controlar la dinámica de un modelo simplificado para incineración de biomasa, a partir de técnicas de control robusto en el espacio de estados para compensar variaciones paramétricas. Tomando como referencia el modelo formulado por [36] en términos de ecuaciones diferenciales ordinarias para describir la dinámica de un incinerador de residuos sólidos de tipo biomasa, se realiza ajuste de parámetros del modelo a datos generados empleando un simulador compatible con el fenómeno físico. Dicho procedimiento correspondió con un algoritmo de mínimos cuadrados recursivos, aplicado sobre el error de estimación en régimen permanente para las variables relevantes del proceso, determinando a su vez las condiciones nominales de operación. Posteriormente, se analizó el comportamiento del sistema ante perturbaciones aplicadas en la humedad de la biomasa bajo la acción de controladores PID semi-global (empleando ganancias programadas) y de linealización por realimentación, siendo esta última vulnerable ante una perturbación adicional sobre el poder calorífico del combustible. Por tanto, fue necesario complementar dicha técnica a través del diseño e implementación de una acción de control multivariado por modos deslizantes, generando robustez e incremento en la capacidad de respuesta del sistema controlado en un modo global y estable. Al final del documento se compara la repuesta dinámica del sistema según las diferentes estrategias de control ante perturbaciones seleccionadas y variaciones paramétricas. Trabajo complementario incluye la utilización de combustión controlada de biomasa para efectos de cogeneración energética a partir de motores de combustión externa.

¹Trabajo de investigación

²Facultad de Ingenierías Físico Mecánicas. Escuela de Ingenierías Eléctrica, Electrónica y Telecomunicaciones. Grupo CEMOS. Director PhD. Ricardo Alzate

ABSTRACT

TITLE: SLIDING MODE CONTROL FOR SIMPLIFIED MODEL OF THE SOLID WASTE INCINERATION PROCESS ³

AUTHOR: SERGIO FABIÁN MUÑOZ SUÁREZ ⁴

KEYWORDS: CONTROLLED COMBUSTION, SLIDING MODE CONTROL, GLOBAL LINEARIZATION, SIMPLIFIED BIOMASS INCINERATION MODEL, GAIN SCHEDULING PID.

This report address the control tasks involved to mitigate parametric variation effects on dynamics of a simplified model for a biomass incineration process. In order to accomplish that, the parameters of a mathematical model proposed by [36], formulated in terms of ordinary differential equations to describe the dynamical behavior of a biomass incinerator, is adapted to fit numerical data generated from a simulator compatible with the nature of the phenomenon. In particular, a recursive-least-squares algorithm was applied on the estimation error of steady-state values on relevant variables of the model, producing also nominal operational conditions. Then, parametric variations on biomass moisture were analyzed under a semi-global gain-scheduling PID and feedback linearization control techniques. The latter was even affected by a further change imposed on the biomass effective heating value, requiring an improvement on the technique by the addition of a multivariate sliding mode control, giving a robust, faster and stable response. At the end of the document is shown the comparison between the control techniques used and the dynamical response of the system to the selected disturbances and parametric variations. Ongoing work is devoted to application of controlled combustion to drive a thermal engine in cogeneration (thermal and electrical energy) systems.

³Research Work.

⁴Physical Faculty of Mechanical Engineering. School of Electrical, Electronics, and Telecommunications. Group CEMOS. Director PhD. Ricardo Alzate

INTRODUCCIÓN Y MOTIVACIÓN

En el mundo se generan diariamente 3.5 millones de toneladas de residuos sólidos ya sean de tipo hospitalario, electrónico o biodegradable y se estima que se duplicará esta cantidad para el año 2025, constituyendo un serio problema ambiental [94]. A su vez, en Colombia la generación de residuos mantiene una tendencia de crecimiento; en el año 2013 aumentó 0.7% con respecto al 2011 y 8.4% con respecto al 2012. Debido a esto, es de gran interés la reducción del volumen de los residuos para evitar su acumulación en vertederos o en rellenos sanitarios [65].

Los residuos sólidos han sido utilizados en muchas industrias como insumo para la producción de energía a partir de su incineración [31, 35, 99]. En el camino hacia una generación energética eficiente basada en residuos, la biomasa se convierte en un elemento con alto potencial, de alta disponibilidad y bajo costo [3, 53, 98]. La biomasa se define como todo tipo de elemento orgánico compuesto de carbono que puede biodegradarse, como residuos vegetales, pecuarios y elementos de desecho orgánico industrial [62].

De otro lado, es importante mencionar que la incineración de biomasa puede causar afectaciones a la salud humana por la liberación de monóxidos de carbono (CO), hidrocarburos inquemados (HC) y óxidos de nitrógeno (NO_x), los cuales se generan por la combustión incompleta entre combustible y comburente (aire) [93, 100].

Así, con el fin lograr un apropiado y eficiente proceso de incineración es indispensable la utilización de técnicas de control sobre la relación aire/combustible y la temperatura de los gases de combustión, evitando subproductos y comportamientos dinámicos indeseados ante variaciones del entorno o parámetros de operación. En trabajos como [38, 76, 88] se reporta el control de dinámicas en procesos de incineración de biomasa.

En el camino hacia una adecuada comprensión del funcionamiento de un proceso de incineración, se requiere la elaboración de un modelo matemático apropiado. Sin embargo, es evidente la complejidad de las expresiones matemáticas resultantes del

abordaje para este tipo de problemas. Como ejemplos se pueden considerar los trabajos presentados en [39,54] para modelar incineradores en forma de derivadas parciales, utilizando métodos de computación de dinámica de fluidos. También [75,96], donde los modelos se enfatizan en los tamaños de partículas y sus reacciones, así como en balances de masa y energía. Otro aporte importante al respecto puede evidenciarse en [10], donde se describen las principales etapas en una planta de incineración de residuos. En particular, se destaca el trabajo realizado por Markus Golles [14,36] donde se propone un modelo simplificado para el proceso de incineración de biomasa en un horno de parrilla, en el contexto del manejo de residuos sólidos [56,90].

Ahora bien, los incineradores se han venido integrando con sistemas de regulación de emisiones para atender las exigencias cada vez más restringidas de la normatividad internacional al respecto de emisiones contaminantes al ambiente [56]. Para conseguir esto se recurre a la manipulación de los parámetros de operación del incinerador, de los sistemas de enfriamiento y de la limpieza de gases. Sin embargo, no es todavía posible eliminar las emisiones en su totalidad debido a residuos secundarios en el proceso, combustiones incompletas por diferente poder calorífico de los compuestos, cambios de temperatura en el incinerador, etc. En otras palabras, contrario al diseño técnicamente maduro de las plantas para el manejo de residuos, las estrategias de control comúnmente utilizadas son obsoletas en comparación con las posibilidades que ofrece la teoría del control moderno [14].

De esta manera, el presente proyecto de investigación de maestría aborda el análisis de una técnica de control robusto, en el espacio de estados, para mitigar los efectos de variaciones paramétricas en el proceso de incineración de residuos sólidos de tipo biomasa.

1 OBJETIVOS DEL PROYECTO

1.1 OBJETIVO GENERAL

- Analizar la aplicación de la técnica de control por modos deslizantes (SMC) sobre el modelo simplificado de un proceso de incineración de residuos sólidos para verificar propiedades de robustez.

1.1.1 Objetivos específicos

- Identificar valores de parámetro en el modelo simplificado para incineración de biomasa reportado en [36].
- Caracterizar el comportamiento dinámico de las variables del modelo simplificado para incineración de biomasa empleando simulación numérica.
- Implementar la técnica de control por modos deslizantes (SMC) sobre el modelo simplificado para incineración de biomasa.
- Evaluar la robustez del sistema controlado ante diferentes condiciones de operación y ante cambios paramétricos, comparando con una técnica no-robusta reportada en la literatura.

1.2 RESUMEN DE CAPÍTULOS

El contenido de la tesis es desarrollado como sigue:

- **Capítulo 2: Modelo simplificado de un incinerador de biomasa**
Aborda los principios fundamentales del proceso de incineración y la formulación del modelo simplificado planteado por [36] adaptado al caso de un incinerador de residuos sólidos tipo biomasa como referencia. Asimismo, se identifican los parámetros desconocidos del modelo matemático a través de una estructura basada en mínimos cuadrados recursivos (RLS) y datos numéricos generados por

un simulador (Cycle-Tempo®) compatible. Resultados de simulación muestran el proceso de identificación de parámetros y el comportamiento del sistema ajustado a las condiciones en estado estacionario para la variable de interés.

- **Capítulo 3: Regulación a partir de linealización local**

Presenta el análisis de equilibrios para el modelo simplificado de incineración de residuos sólidos tipo biomasa y la clasificación de su estabilidad; esto con el fin de diseñar e implementar una estrategia de control PID semi-global utilizando la técnica de ganancia programadas (gain scheduling) para condiciones nominales del sistema. Las simulaciones realizadas comparan las técnicas de control PID nominal y por ganancias programadas ante cambios de referencia y perturbación. Se observa cómo las acciones de control implementadas permiten recuperar la condición de equilibrio deseada de manera rápida y sobreamortiguada. Sin embargo, los resultados demuestran un desempeño superior por parte de la técnica de ganancias programadas tanto en el comportamiento de la variable de salida como en el esfuerzo de control.

- **Capítulo 4: Control no lineal del proceso de incineración**

Ilustra el procedimiento utilizado para diseñar e implementar una estrategia de control no lineal a partir de la técnica de linealización (global) por realimentación (feedback linearization) para manipular el comportamiento dinámico del modelo de incinerador de residuos cancelando las no linealidades del mismo. A través de simulación se evidencian los problemas de robustez ante incertidumbres paramétricas de esta formulación y por ello, se implementa una estrategia de control no lineal robusto en el espacio de estados, a partir de la técnica por modos deslizantes adaptada al caso de linealización (global), la cual permite tolerar incertidumbres y dinámicas no modeladas del sistema debido a la naturaleza discontinua de su acción de control. Al final del capítulo se muestran los beneficios de utilizar dicha acción de control en sistemas de incineración de biomasa al comparar las dinámicas de las tres técnicas (PID por ganancias programadas, linealización por realimentación y modos deslizantes).

2 MODELO SIMPLIFICADO DE UN INCINERADOR

La incineración se puede definir como una operación que emplea descomposición térmica a través de oxidación para reducir material compuesto de carbono [19]. Los productos de la incineración son entre otros: dióxido de carbono, agua, cenizas y calor residual además de subproductos con alto impacto medio ambiental, como compuestos de azufre y nitrógeno, halógenos y diferentes metales pesados (plomo, cadmio, mercurio) [19]. El objetivo fundamental de los incineradores es la eliminación total del residuo hasta transformarlo en cenizas [60], utilizando altas temperaturas. En general, un horno incinerador puede procesar diversos tipos de residuos, ajustando parámetros para mantener su capacidad de eliminación de impurezas.

Los incineradores se clasifican según el tipo de residuo y de preprocesado, pudiendo estar conformados por una sola cámara de combustión o cámaras múltiples, e integradas con intercambiadores de calor u otros elementos [18]. Típicamente, en una cámara de combustión primaria se cargan los residuos a una temperatura de alrededor de 800°C, cuyos humos son quemados en una segunda cámara a 1100°C. Según [37] un volumen normal de cenizas de combustión es del orden de 3% del producto inicial. Existen incineradores con alta eficiencia energética recuperando hasta el 65% de la energía generada. Diseños actuales de incineradores permiten reducir al mínimo emisiones de óxidos de nitrógeno NO_x y de azufre SO_x [18]. Hornos incineradores típicos en aplicaciones industriales son del tipo parrilla, de lecho fluidizado y rotativo:

- **Horno de parrilla:** Es utilizado para procesar residuos municipales mezclados, residuos de origen comercial e industrial, además de lodos de alcantarillado previamente secados y sin separación previa. La función de la parrilla es transportar el residuo favoreciendo su combustión. Características importantes para este tipo de incinerador son la inyección de aire primario y las parrillas de material metálico refrigeradas por aire o agua [21]. Una ilustración para este tipo de incinerador se aprecia en la Fig. 2.1(a).
- **Horno de lecho fluidizado:** Este tipo de horno se caracteriza por tener un lecho de arena, alúmina o carbonato de calcio, mezclado con las sustancias a

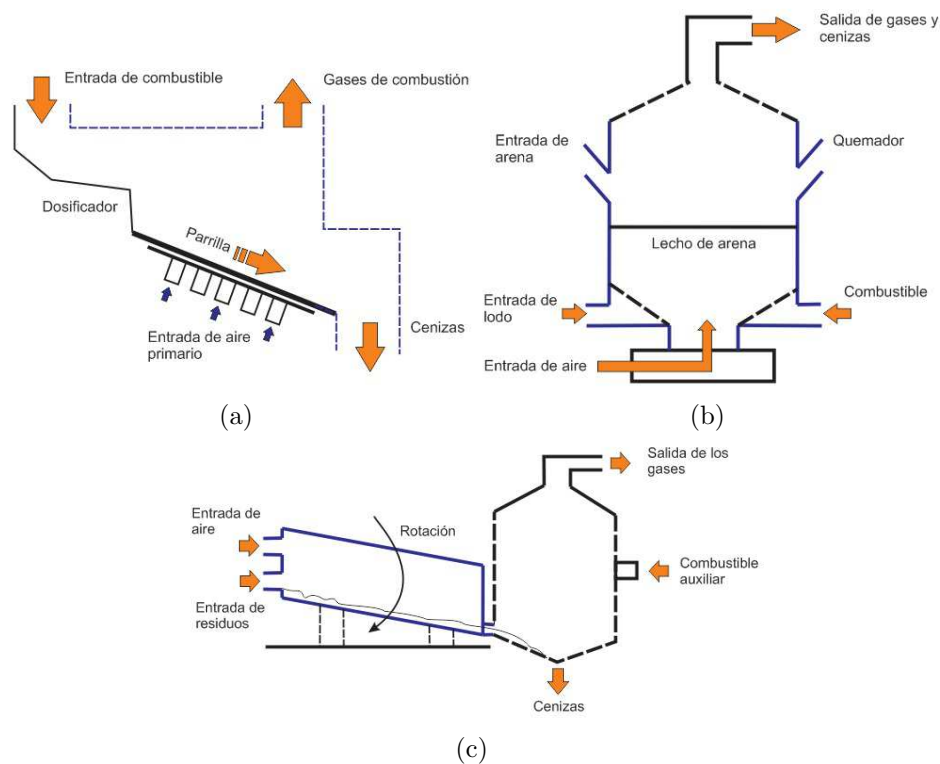


Figura 2.1: Configuración para diferentes tipos de incinerador: (a) de parrilla, (b) de lecho fluidizado y (c) rotativo

incinerar mediante inyección de aire. Son utilizados para reducir residuos como lodos de alcantarillado, fangos y carbón. Este tipo de horno utiliza aire secundario precalentado y presenta una alta transferencia de calor. El residuo sólido se introduce por la parte superior del lecho y requiere trituración previa. La Fig. 2.1(b) ilustra la estructura típica para un horno de lecho fluidizado [91].

- **Horno rotativo:** Se emplea para casi todo tipo de residuo, sin la necesidad de realizar preprocesados. Cuenta con cámaras cilíndricas recubiertas de refractarios con una leve inclinación horizontal y cierta velocidad de rotación, en las cuales se produce la gasificación de los residuos por medio de volatilización y combustión parcial de componentes, razón por la cual se requiere de una cámara adicional de postcombustión [21]. La Fig. 2.1(c) ilustra un horno rotativo.

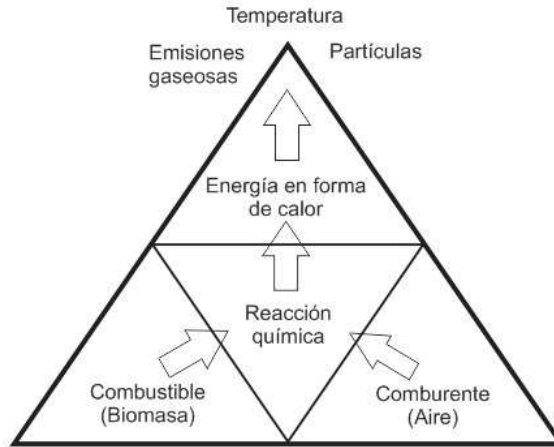


Figura 2.2: Esquema de proceso térmico

2.1 FUNDAMENTOS DEL PROCESO DE INCINERACIÓN

La representación fenomenológica de un proceso de incineración se muestra en la Fig. 2.2, donde a partir de un combustible y un comburente ocurre una reacción química de la cual se genera energía en forma de calor y subproductos físicos como residuos particulados y emisiones gaseosas. La biomasa deberá transformarse a partir de un proceso térmico realizado en hornos incineradores, a través de evaporación de agua y descomposición térmica, representados mediante ecuaciones diferenciales según el principio termodinámico del balance de masa [77], el cual se define como

$$m_A = m_E - m_S \quad (2.1)$$

donde m_E representa la masa que ingresa al proceso, m_S la masa que sale del proceso y m_A la masa contenida o acumulada en el proceso. El cambio temporal de (2.1) permite obtener una expresión equivalente para flujos de masa.

Asimismo, puede enunciarse el principio de conservación de la energía mediante

$$Q_A = Q_E - Q_S + Q_R \quad (2.2)$$

donde Q_A es el calor acumulado en el sistema por unidad de masa, Q_E y Q_S son, respectivamente, el calor de entrada y de salida por unidad de masa y Q_R es el calor suministrado al proceso por una fuente externa [77]. La energía en forma de calor puede expresarse a su vez como

$$Q = \dot{m}h \quad (2.3)$$

donde \dot{m} es el flujo másico y h su correspondiente entalpía. La entalpía es una magnitud termodinámica cuya variación expresa una medida de la cantidad de energía

absorbida o cedida por un sistema termodinámico, es decir, la cantidad de energía que un sistema intercambia con su entorno [22]. Matemáticamente, la entalpía se puede definir para el caso de un proceso adiabático (es decir, sin intercambio de calor con su entorno) mediante

$$h = C_p T \tag{2.4}$$

siendo C_p la capacidad calorífica específica del fluido y T su temperatura. Estas ecuaciones son la base para el modelado de sistemas térmicos más complejos, como será ilustrado a continuación.

2.2 MODELO SIMPLIFICADO DE UN INCINERADOR DE BIOMASA

El modelamiento matemático de un incinerador de biomasa, implica la interacción combinada de procesos físico-químicos que imponen un grado de complejidad considerable para las expresiones resultantes, incluso en el caso de sistemas simples.

Algunos resultados relacionados con el modelamiento de incineradores reportados en la literatura incluyen el trabajo de [45], quien obtuvo un modelo numérico unidimensional de la combustión de un reactor experimental considerando temperaturas, flujos de masa y composiciones químicas de los gases de combustión a partir de análisis de dinámicas de fluidos; Un enfoque similar es empleado en [40] para un horno incinerador de parrilla, analizando la descomposición térmica de las partículas en forma de calor y la generación de agentes contaminantes; [95] construye un sistema bidimensional contrastado con datos experimentales obtenidos de un incinerador real; [97] modelan un incinerador considerando mezclas de elementos particulados en el combustible, analizando cómo estas afectan el proceso de descomposición térmica según el movimiento de la parrilla; [70] considera la descomposición térmica de la biomasa a partir de la humedad contenida y el poder calorífico para recuperación energética; En [86] se analizan las fases de incineración y los efectos de recirculación de gas en la segunda cámara de combustión, mediante ecuaciones diferenciales parciales.

Como se observa, todos estos resultados implican formulaciones en términos de ecuaciones diferenciales parciales y dinámicas de fluidos, dependiendo de condiciones particulares de operación del proceso y del tipo de incinerador, lo cual impone restricciones para casos generalizados.

En [36] se propone un modelo simplificado del proceso de incineración de residuos sólidos en un horno de parrilla como alternativa para analizar sistemas empleando ecuaciones diferenciales ordinarias ajustadas a problemas de control en el espacio de

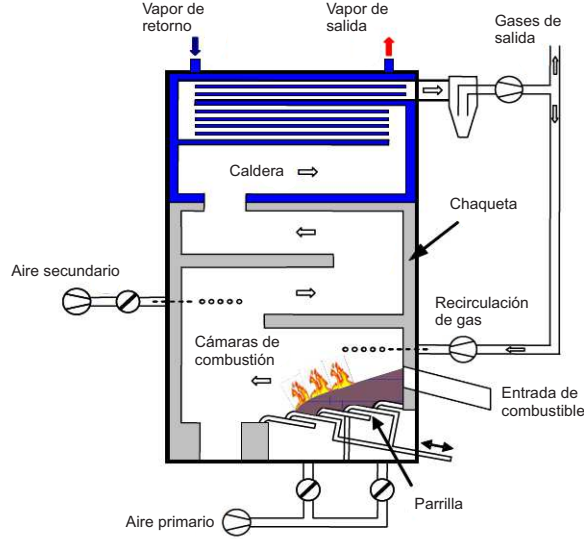


Figura 2.3: Modelo de referencia para proceso de incineración de biomasa [36]

estados. Este modelo fue validado por la compañía austriaca bioenergy2020+ utilizando la biomasa como combustible. De manera complementaria, en [47,48] se realiza un estudio ampliado para un horno incinerador a partir de este modelo, analizando propiedades químicas del combustible y de recuperación energética.

Tomando en consideración este contexto, se analizará y aplicará el modelo propuesto en [36] para describir el proceso de incineración de biomasa en un horno de parrilla fija, tomando como referencia la configuración ilustrada en la Fig. 2.3. A través de este modelo simplificado del proceso se podrán determinar las emisiones generadas según la temperatura de los gases, como consecuencia de la relación aire/combustible. En las secciones subsiguientes se describen los bloques principales del proceso.

2.2.1 Zona de evaporación

En este subsistema (ver Fig. 2.4), la humedad del combustible que ingresa al proceso debe evaporarse para permitir su cambio de estado. Dicho fenómeno físico se representa a través del balance de masa dado por

$$\dot{m}_h = \dot{m}_{h_E} - \dot{m}_{h_g} \quad (2.5)$$

siendo \dot{m}_h el flujo de humedad contenida, \dot{m}_{h_E} el flujo de humedad entrante y \dot{m}_{h_g} el flujo de humedad que se evapora. A su vez, \dot{m}_{h_g} puede expresarse como

$$\dot{m}_{h_g} = m_h \alpha_{hg} \quad (2.6)$$

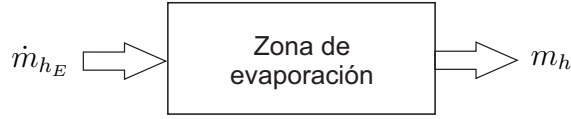


Figura 2.4: Subproceso de evaporación

donde el término α_{hg} representa la influencia de la posición de la parrilla en la zona de evaporación y m_h es la masa de agua evaporada. Por tanto, reemplazando (2.5) en (2.2) se obtiene

$$\dot{m}_h = \dot{m}_{hE} - m_h \alpha_{hg}. \quad (2.7)$$

En adelante se considerará \dot{m}_{hE} entre el 5 % y 25 % del flujo total de combustible.

2.2.2 Zona de descomposición térmica

El flujo de masa de descomposición térmica \dot{m}_d en un incinerador de biomasa se describe a partir de

$$\dot{m}_d = \dot{m}_{dE} - \dot{m}_{dg} \quad (2.8)$$

siendo \dot{m}_{dg} el flujo de masa en estado gaseoso y \dot{m}_{dE} la entrada de biomasa después del proceso de evaporación, es decir, el flujo de combustible totalmente seco.

A su vez, \dot{m}_{dg} puede expresarse en función de la influencia de la posición de la parrilla en la zona de descomposición térmica α_{dg} , el combustible resultante en la zona de descomposición térmica m_d y el flujo de aire en la entrada \dot{m}_{pa} (con condición inicial \dot{m}_{pa}^0), a partir de

$$\dot{m}_{dg} = \alpha_{dg} m_d (\dot{m}_{pa} + \dot{m}_{pa}^0) \quad (2.9)$$

Por tanto, asumiendo $\dot{m}_{pa}^0 = 0$ y combinando (2.8) y (2.9), se obtiene

$$\dot{m}_d = \dot{m}_{dE} - \alpha_{dg} m_d \dot{m}_{pa} \quad (2.10)$$

como ecuación general para modelar el subsistema representado en la Fig. 2.5.

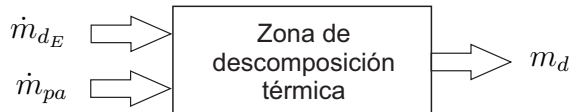


Figura 2.5: Subproceso de descomposición térmica

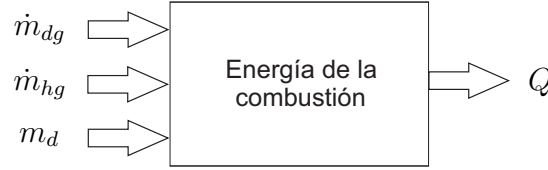


Figura 2.6: Subproceso de energía de combustión

2.2.3 Energía de la combustión

A partir de (2.2) y (2.3), la energía en forma de calor generada por la combustión de biomasa puede formularse como

$$Q = (\dot{m}_{dg} - C_d m_d) q_f - 2.257 \dot{m}_{hg} \quad (2.11)$$

donde $C_d m_d$ es un término que relaciona pérdidas por la cantidad de flujo másico de combustible y 2.257 hace referencia al calor latente del agua para cambio de estado (energía requerida para vaporización). Asimismo, el factor q_f representa el valor efectivo de calor proporcionado por el combustible seco según el calor específico de cada componente, siendo expresado como

$$q_f = 0.348w_C + 0.938w_H + 0.105w_S + 0.063w_N - 0.108w_O \quad (2.12)$$

con fracciones molares de carbono w_C , hidrógeno w_H , azufre w_S , nitrógeno w_N y oxígeno w_O , dadas en escala porcentual. Un diagrama para este subproceso se ilustra en la Fig. 2.6.

2.2.4 Temperatura de fluido contenido en la caldera

La temperatura T_w se calcula considerando el siguiente balance de energía

$$\dot{m}_w \Delta h = \dot{m}_{\omega_E} h_{\omega_E} - \dot{m}_{\omega_S} h_{\omega_S} + Q \quad (2.13)$$

donde h_{ω_E} y \dot{m}_{ω_E} son respectivamente, la entalpía y el flujo másico del fluido que ingresa en la caldera; h_{ω_S} y \dot{m}_{ω_S} son la entalpía y el flujo másico del fluido que sale; \dot{m}_w es la variación de flujo másico contenido; Δh es el cambio de entalpía en la caldera y Q es la energía absorbida en forma de calor. Empleando (2.4) la expresión (2.13) puede reescribirse como

$$\dot{m}_w \frac{d(C_w T_w)}{dt} = \dot{m}_{\omega_E} (C_w T_{\omega_E}) - \dot{m}_{\omega_S} (C_w T_{\omega_S}) + Q \quad (2.14)$$

siendo C_w la capacidad calorífica específica del fluido contenido y T_w su temperatura, T_{ω_E} la temperatura del fluido a la entrada del proceso o de recirculación y T_{ω_S} la

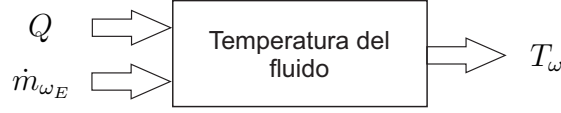


Figura 2.7: Subproceso de temperatura del fluido contenido en la caldera

temperatura de salida.

Por tanto, considerando una densidad volumétrica

$$\rho = \frac{\dot{m}_{\omega}}{V} \quad (2.15)$$

para el fluido contenido, una reorganización apropiada de (2.14) permite obtener

$$\dot{T}_{\omega} = \frac{1}{V\rho} \left(\dot{m}_{\omega_E} T_{\omega_E} - \dot{m}_{\omega_S} T_{\omega_S} + \frac{Q}{C_{\omega}} \right) \quad (2.16)$$

Ahora bien, sin pérdida de generalidad se asume $\dot{m}_{\omega_E} \approx \dot{m}_{\omega_S}$ y $T_{\omega} \approx T_{\omega_S}$, por tanto

$$\dot{T}_{\omega} = \frac{1}{V\rho} \left(\dot{m}_{\omega_E} (T_{\omega_E} - T_{\omega}) + \frac{Q}{C_{\omega}} \right) \quad (2.17)$$

modela el comportamiento dinámico de la temperatura del fluido en la caldera. El diagrama para este subproceso se ilustra en la Fig. 2.7.

2.2.5 Temperatura de gases de combustión

Una manera alternativa de expresar Q en (2.11), es a través de la distribución del calor en el sistema

$$Q = Q_{rl} + Q_w \quad (2.18)$$

siendo Q_{rl} el calor transferido a la chaqueta y Q_w el calor transferido al fluido contenido en la caldera. A su vez, Q_w puede expresarse como

$$Q_w = \alpha_{rl} (T_{rl} - T_w) \dot{m}_{rl}^{0.8} \quad (2.19)$$

donde α_{rl} es el coeficiente de transferencia de calor, T_{rl} la temperatura de la chaqueta, \dot{m}_{rl} el flujo de gas de la chaqueta al fluido y 0.8 el número de Nusslet local para flujos turbulentos [47]. Una expresión similar puede derivarse para Q_{rl} a partir de

$$Q_{rl} = \alpha_{fg} (T_{fg} - T_{rl}) \dot{m}_{fg}^{0.8} \quad (2.20)$$

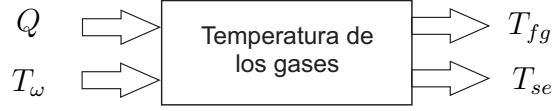


Figura 2.8: Subproceso de temperatura de los gases de combustión

considerando condiciones de transferencia de calor α_{fg} , para un flujo de gas \dot{m}_{fg} de la cámara de combustión hacia la chaqueta y una temperatura T_{fg} para los gases de combustión.

Sin pérdida de generalidad, se considera $\alpha_{fg} \approx \alpha_{rl}$ y $\dot{m}_{rl} \approx \dot{m}_{fg}$. Por tanto

$$\begin{aligned} Q &= Q_{rl} + Q_{\omega} \\ &= \alpha_{fg} (T_{fg} - T_{\omega}) \dot{m}_{fg}^{0.8} \end{aligned} \quad (2.21)$$

Así entonces, es posible formular la siguiente expresión para la temperatura de los gases de combustión

$$T_{fg} = T_{\omega} + \frac{(\dot{m}_{dg} - C_d \dot{m}_d) q_f - 2.257 \dot{m}_{hg}}{\alpha_{fg} \dot{m}_{fg}^{0.8}} \quad (2.22)$$

tras reemplazar la expresión para Q dada en (2.11).

La temperatura T_{se} de los gases de combustión al inicio del intercambiador de calor, contiene información de las propiedades de calor, emisiones y de composición química de los gases. Dicha temperatura se modela a partir de la ecuación diferencial

$$\dot{T}_{se} = \frac{1}{\tau} (T_{fg} - T_{se}) \quad (2.23)$$

para τ representando un retardo característico del sensor. El diagrama para este subproceso se ilustra en la Fig. 2.8.

2.2.6 Emisiones

Las emisiones del sistema dependen principalmente de la composición del combustible, de la temperatura a la cual se lleva a cabo la oxidación de los compuestos y de la relación aire/combustible [15, 44, 74]. Esta última, conocida también como λ , refiere la cantidad de flujo de aire entrante al sistema en razón a la cantidad de flujo de biomasa que ingresa. Si esta relación se encuentra por debajo del valor nominal, se considerará una combustión rica en combustible que conlleva a generación elevada



Figura 2.9: Subproceso de emisiones

de compuestos como monóxido de carbono CO e hidrógeno H_2 . Si la relación supera el valor nominal se llamará combustion pobre, originando aumentos en emisiones de gas carbónico CO_2 y nitrógeno N_2 . La relación aire/combustible (en adelante λ) se representa como

$$\lambda = \frac{\dot{m}_{pa}(t)}{\dot{m}_{dE}(t) + \dot{m}_{hE}(t)} \quad (2.24)$$

con valor nominal $\lambda = 1.7$ para condiciones de operación de $1000^\circ C$ en la cámara de combustión [25, 74, 87]. La Fig. 2.9 muestra un diagrama de bloques del subproceso.

2.2.7 Modelo del sistema completo

Finalmente, la Fig. 2.10 presenta la interconexión de los bloques para cada subsistema, constituyendo el modelo completo del proceso de incineración de biomasa. Como se observa, las entradas externas del sistema son el flujo de biomasa húmeda \dot{m}_{hE} , el flujo de biomasa seca \dot{m}_{dE} , el flujo de aire primario \dot{m}_{pa} y el flujo de agua de la caldera $\dot{m}_{\omega E}$. Asimismo, se tienen como salidas del proceso la relación aire/combustible λ y las temperaturas al inicio del intercambiador de calor T_{se} , del vapor producido por la caldera T_ω y de los gases de combustión T_{fg} .

El conjunto de ecuaciones para el modelo matemático del sistema, se resume entonces

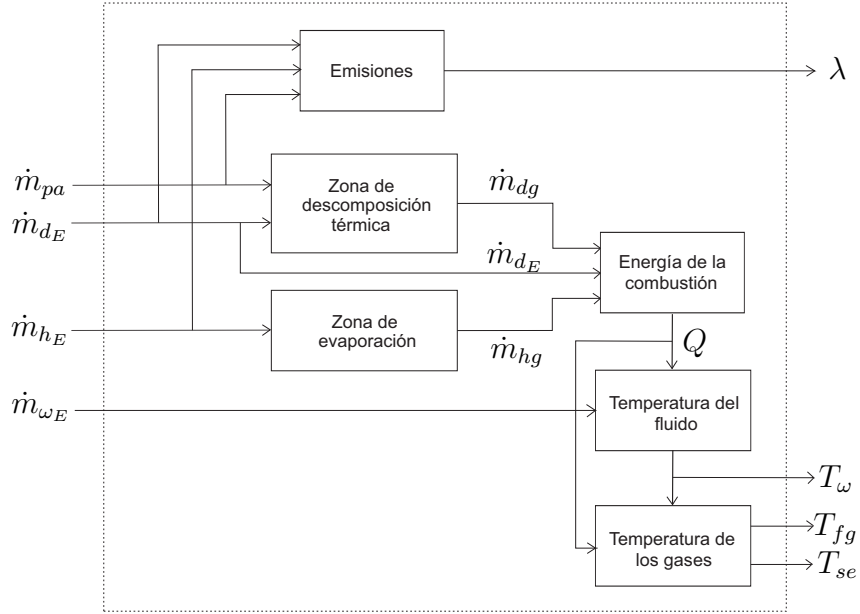


Figura 2.10: Diagrama funcional del proceso de incineración de biomasa

a partir de las siguientes expresiones:

$$\begin{aligned}
 \dot{m}_h &= \dot{m}_{hE} - m_h \alpha_{hg} \\
 \dot{m}_d &= \dot{m}_{dE} - \alpha_{dg} m_d \dot{m}_{pa} \\
 Q &= (\dot{m}_{dg} - C_d m_d) q_f - 2.257 \dot{m}_{hg} \\
 \dot{T}_\omega &= \frac{1}{V \rho} \left(\dot{m}_{\omega E} (T_{\omega E} - T_\omega) + \frac{Q}{C_\omega} \right) \\
 T_{fg} &= T_\omega + \frac{Q}{\alpha_{fg} \dot{m}_{fg}^{0.8}} \\
 \dot{T}_{se} &= \frac{1}{\tau} (T_{fg} - T_{se}) \\
 \lambda &= \frac{\dot{m}_{pa}(t)}{\dot{m}_{dE}(t) + \dot{m}_{hE}(t)}
 \end{aligned} \tag{2.25}$$

2.3 ASIGNACIÓN DE PARÁMETROS DEL MODELO

Una vez determinado el modelo matemático del sistema, es necesario ajustar los valores de parámetro en el mismo para generar escenarios de simulación que permitan

replicar comportamientos ajustados a situaciones reales.

El Centro Nacional para Agroindustrialización de Especies Vegetales Aromáticas y Medicinales Tropicales (CENIVAM) de la Universidad Industrial de Santander (UIS), posee un sistema de combustión de biomasa con fines de destilación de aceites esenciales de plantas aromáticas. Este sistema, cuenta con características similares al incinerador de residuos previamente modelado en este capítulo (es decir, cuenta con: cámara de combustión, entradas de aire/combustible y una chimenea de gases de combustión). En particular, [67] realizaron en su trabajo de grado la instrumentación, el modelado y la identificación de parámetros para este proceso de hidrodestilación de aceites esenciales (ver Fig. 2.11), a partir de capturas en tiempo real para medidas de temperatura y concentración de oxígeno en los humos derivados de la combustión de biomasa. Sin embargo, los niveles de concentración de oxígeno sensados mostraron la necesidad de revisar los procedimientos de operación del proceso para hacer más uniforme la alimentación de aire y combustible, evitando fluctuaciones y así mejorar la capacidad de actuación y el ajuste de parámetros para este sistema. Por tanto, en las condiciones actuales este prototipo no permite generar patrones de comportamiento (señales de estímulo/respuesta) adecuados para el proceso. Aun así, los resultados obtenidos de comportamiento dinámico evidenciaron un tiempo de establecimiento τ alrededor de 1800 s.

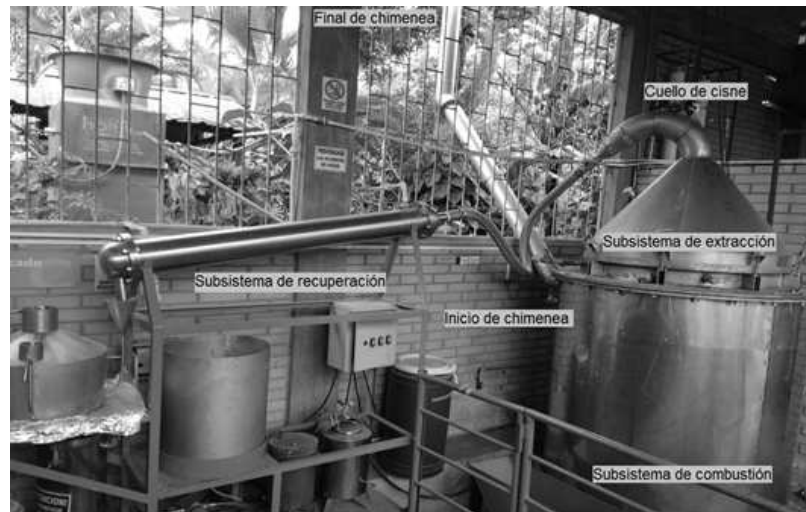


Figura 2.11: Prototipo experimental para hidrodestilación del CENIVAM

Tomando en consideración lo anterior, se procedió a seleccionar un caso de estudio ajustado a valores encontrados en la literatura. A partir de ello, pudieron determinarse los parámetros típicos para (2.25) incluidos en la Tabla 2.1.

Parámetro	Valor	Fuente
α_{hg}	0.0028	[48]
α_{dg}	0.0015	[48]
\dot{m}_{fg}	0.496 kg/s	[4]
q_f	17 MJ/kg	[48]
C_ω	2.08 J/gK	[22]
$T_{\omega E}$	100 °C	[22]
λ	1.7	[1]
T_{se}	1000 °C	[1]

Tabla 2.1: Valores nominales de parámetros sugeridos en la literatura

Los restantes, se determinaron empleando ajuste de curvas con datos obtenidos a partir de una herramienta de simulación de referencia.

Para seleccionar dicha herramienta, se realizó una revisión general para paquetes de simulación de procesos de incineración o gasificación de biomasa, encontrando entre otras, las opciones descritas a continuación:

- *Aspen*, es un paquete de simulación de procesos ampliamente utilizado a nivel industrial para predecir desempeño de sistemas, empleando modelos matemáticos ajustados a problemas de diseño y selección de modelos termodinámicos apropiados. Su licencia es propietaria y para su uso se requiere un conocimiento de base sobre fenómenos termodinámicos [28, 73].
- *WS.WTE-simulator*, es una herramienta desarrollada por Weel & Sandvig Inc. para simulación dinámica de hornos evaporadores en aplicaciones de residuos municipales, biomasa y carbón (<http://www.weel-sandvig.dk>). La licencia de este paquete es propietaria.
- *Gratecal 1.3*, es un simulador utilizado para análisis de fenómenos físico-químicos de combustión, detallando las fases de calentamiento, secado, gasificación y oxidación del material. Además, permite visualizar a través de herramientas gráficas comportamientos de temperatura, concentraciones molares y flujos para los elementos que interactúan en el proceso. Esta herramienta fue implementada por T. Jurena [45] en la Universidad Tecnológica de Brno, en República Checa.
- *EMSO*, es un aplicativo empleado para simular y optimizar sistemas dinámicos a partir de modelado orientado a objetos, con versatilidad para la creación de bloques de simulación a partir de ecuaciones matemáticas. Sus autores son P.

Soares y R. Secchi de la Universidad Federal de Rio Grande do Sul en Brasil. Algunos trabajos reportados en la literatura que utilizan este paquete de simulación son [34, 85].

- *Benchmark PID*, es un conjunto de paquetes que contienen modelos de calderas en procesos de incineración de biomasa, acoplados a estructuras de control PID de múltiples entradas y salidas. Este aplicativo puede ejecutarse en Matlab Simulink® y está disponible para descarga gratuita en internet. Su autor es el Prof. F. Morilla de la Escuela Superior de Ingeniería Informática (UNED) en Madrid - España [68].
- *CycleTempo*®, es una herramienta que permite diseñar, analizar, optimizar y monitorear la termodinámica de un sistema de energía. Fue desarrollada en la Universidad Técnica de Delft en Holanda y está disponible para descarga en internet (<http://www.asimptote.nl/>), con licencia libre para uso no comercial. Ha sido empleada como referencia en diferentes trabajos reportados en la literatura, entre los cuales se destacan [4, 66, 87].

Por tanto, se nota cómo a pesar de existir un número considerable de herramientas disponibles para simulación numérica de procesos de combustión o de incineración de biomasa, estas presentan algunas restricciones de uso general como pueden ser los costos de licencias (propietarias) y las especificaciones particulares del proceso simulado, que justifican en algunos casos el diseño de soluciones comerciales a medida para el análisis de operación de las diferentes tareas implicadas. Asimismo, en general corresponden con códigos ejecutables para valores preconfigurados no modificables.

Otro tipo de soluciones quizás más flexibles, son aquellos desarrollos derivados de proyectos de investigación con fines más académicos que comerciales, a partir de los cuales se viabiliza la adaptación de condiciones de simulación para diferentes escenarios de análisis. Sin embargo, de no tenerse una certeza sobre los valores de parámetro y las condiciones de operación deseadas con respecto a situaciones prácticas de interés, este tipo de herramientas carecen de utilidad real.

Por tanto, como punto intermedio se seleccionó una herramienta de libre uso desarrollada tomando como base procesos reales, para los cuales es posible configurar determinadas condiciones de operación. Dicha herramienta fue el *CycleTempo*®.

No es extraño por tanto, encontrar trabajos reportados en la literatura técnica que hayan hecho uso de *CycleTempo*® como simulador de referencia en el análisis de procesos termodinámicos. Entre ellos pueden mencionarse los trabajos de [4, 30, 66, 87] donde se describe la configuración en serie de sistemas de incineración como una

manera de aumentar la precisión con respecto a datos reales; Esta misma idea es verificada en [27] con datos experimentales de la empresa Elcogás; En [15] se ajustan parámetros de simulación en CycleTempo® para un proceso de incineración a partir de datos experimentales y posteriormente se analizan aspectos operativos del sistema.

El Anexo 5 incluye una descripción detallada para CycleTempo®, así como la configuración de la herramienta para obtener los resultados incluidos en el presente Capítulo.

2.3.1 Metodología para determinación de parámetros desconocidos

Con el objetivo de determinar condiciones de operación nominal en el sistema, se configuraron en CycleTempo® (ver Anexo 5) los valores presentados en la Tabla 2.2 para la composición química de la biomasa.

Nombre del compuesto	% molar
C	42.48
H	5.20
H_2O	15
N	0.47
O	36.12
S	0.05
SiO_2	0.68

Tabla 2.2: Composición química de la biomasa [64]

Asimismo, fueron configuradas las condiciones nominales de estado estacionario para \dot{m}_{h_E} , \dot{m}_{ω_E} y \dot{m}_{d_E} incluidas en la Tabla 2.3.

Variable	Valor
\dot{m}_{h_E}	0.7 kg/s
\dot{m}_{d_E}	4 kg/s
\dot{m}_{ω_E}	0.4 kg/s
\dot{m}_{pa}	7.99 m ³ /s

Tabla 2.3: Valores nominales para variables de entrada en proceso simulado

El valor nominal para \dot{m}_{pa} fue calculado a partir de (2.24) empleando información de la Tabla 2.1 y también se lista en la Tabla 2.3.

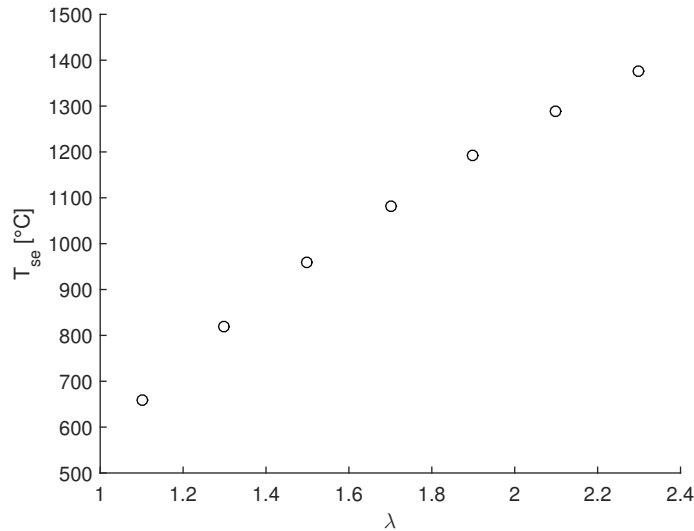


Figura 2.12: Simulación en CycleTempo® para T_{se} como función de λ

La temperatura de los gases de combustión al inicio del intercambiador de calor T_{se} define la dinámica de la temperatura T_w del fluido contenido en la caldera y contiene la mayor cantidad de información del proceso. A su vez, esta variable determina junto con la relación aire/combustible λ , la composición de los gases de salida y las emisiones liberadas al medio ambiente.

La combustión es una reacción química de oxidación fuertemente exotérmica en la cual intervienen un combustible (elemento que se oxida), un comburente (elemento oxidante) y el calor como la energía que posibilita la transformación de estado de los elementos en el proceso. A su vez, esta combustión se puede denominar completa (también conocida como estequiométrica o teórica) cuando se dispone de la cantidad exacta de comburente para oxidar todas las partículas combustibles. De manera equivalente, una combustión se denomina incompleta cuando la cantidad de comburente (típicamente oxígeno) no es suficiente para consumir en su totalidad el combustible durante la reacción, generando subproductos como el monóxido de carbono CO [92].

Los valores nominales para λ y T_{se} incluidos en la Tabla 2.1 corresponden con parámetros ideales para una combustión completa. Por tanto, se realiza alrededor de dichos valores ideales un barrido paramétrico para λ (ver Sección 5) en el rango [1, 2.4], permitiendo obtener el comportamiento en estado estacionario para T_{se} mostrado en la Fig. 2.12.

Este intervalo de análisis para la relación aire/combustible λ se justifica a partir de trabajos como [25], donde se hace un estudio para determinar con precisión su valor alrededor de $1000^\circ C$ y [8,16,43] donde se analizan rangos de operación para diferentes composiciones de biomasa.

De esta manera, se genera información relevante respecto a las características fenomenológicas del proceso, posibilitando su uso como valores de referencia para realizar la calibración de los parámetros desconocidos del modelo (2.25).

Por tanto, empleando esta información como base se desarrolló el procedimiento de identificación de parámetros descrito a continuación:

- Utilizando la función *fminsearch* de MATLAB®, se realizó minimización para el error cuadrático medio entre los valores de T_{se} en estado estacionario según los modelos de referencia y teórico dado por (2.25), como funcional de costo para un problema de minimización no lineal sin restricciones de la forma

$$\min_{\Theta} \left\{ \frac{\left(T_{se}(\Lambda) - \tilde{T}_{se}(\Lambda, \Theta) \right)^2}{2} \right\}$$

donde \tilde{T}_{se} refiere la salida del modelo teórico, Λ es el vector de valores de prueba para λ y Θ se define como el vector de parámetros del modelo

$$\Theta := \begin{bmatrix} \Theta_1 \\ \Theta_2 \end{bmatrix},$$

siendo a su vez Θ_1 parámetros conocidos

$$\Theta_1 = \begin{bmatrix} q_f \\ \alpha_{hg} \\ \alpha_{dg} \\ m_{fg} \\ C_\omega \\ T_{\omega_E} \end{bmatrix}$$

incluidos en la Tabla 2.1 y Θ_2 los parámetros desconocidos

$$\Theta_2 = \begin{bmatrix} \frac{1}{\tau} \\ \bar{V}\rho \\ \alpha_{fg} \\ C_d \end{bmatrix}$$

a ser determinados.

- Para obtener \tilde{T}_{se} se simuló el modelo (2.25) en MATLAB Simulink® empleando los valores de entrada de la Tabla 2.3 y los parámetros Θ proporcionados por la rutina de optimización (*fminsearch*). Ante cada valor de λ considerado, la ecuación (2.24) permitió calcular el valor correspondiente para \dot{m}_{pa} . Las condiciones iniciales de simulación fueron el reposo y el tiempo final correspondió con $t = 5000$ s.
- El procedimiento anterior se repitió para cada valor de λ al interior del vector Λ . Los valores de prueba para λ fueron el punto central y los extremos del intervalo de análisis, es decir

$$\Lambda = \begin{bmatrix} \lambda_1 \\ \lambda_2 \\ \lambda_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1.0 \\ 1.7 \\ 2.4 \end{bmatrix}$$

Para cada caso se obtiene un punto $(T_{se}(\lambda_i) - \tilde{T}_{se}(\lambda_i))$ del vector de error. De esta manera, el vector aplicado como entrada del algoritmo de optimización fue de dimensión 3.

- La condición inicial Θ_0 para el vector de parámetros correspondió con valores Θ_1 de la Tabla 2.1 y Θ_2 cercanos a cero. Tras incorporar esta información inicial se pudo observar, a través de experimentación numérica, un mejoramiento en la velocidad de convergencia del algoritmo de identificación de parámetros.

La Fig. 2.13 ilustra de manera gráfica el procedimiento implementado. Los parámetros identificados se resumen en la Tabla 2.4, donde se verifican insignificantes variaciones para los valores Θ_1 respecto a las elecciones iniciales.

Pruebas adicionales fueron realizadas empleando la función *fmincon* de la herramienta MATLAB®, sin que se obtuvieran mejores resultados que los presentados.

Los parámetros α_{fg} y C_d influyen la condición de estado estacionario de las temperaturas T_{se} y T_w , garantizando que el método de optimización converge hacia un único valor para dichos parámetros, independiente de la condición inicial asignada a los mismos. De otro lado, el tiempo de establecimiento para estas temperaturas queda determinado por los valores de $\frac{1}{\tau}$ y $V\rho$, los cuales fueron seleccionados empíricamente como:

$$\frac{1}{\tau} = 0.0029; V\rho = 0.6,$$

para atender un $\tau = 1800$ s.

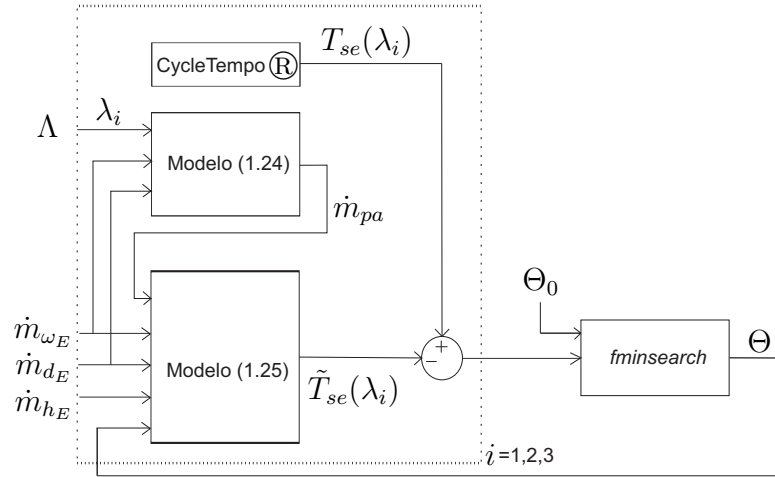


Figura 2.13: Procedimiento de identificación de parámetros

Parámetro	Valor inicial	Valor identificado
q_f	17	15.0656
α_{hg}	0.0028	0.0027
α_{dg}	0.0015	0.0016
m_{fg}	0.496	0.5264
C_ω	2.08	2.0803
T_{ω_E}	100	100
$1/\tau$	0.0029	0.0029
$V\rho$	0.6	0.6
α_{fg}	0.01	0.06195
C_d	0.01	0.0059

Tabla 2.4: Parámetros identificados para el modelo propuesto

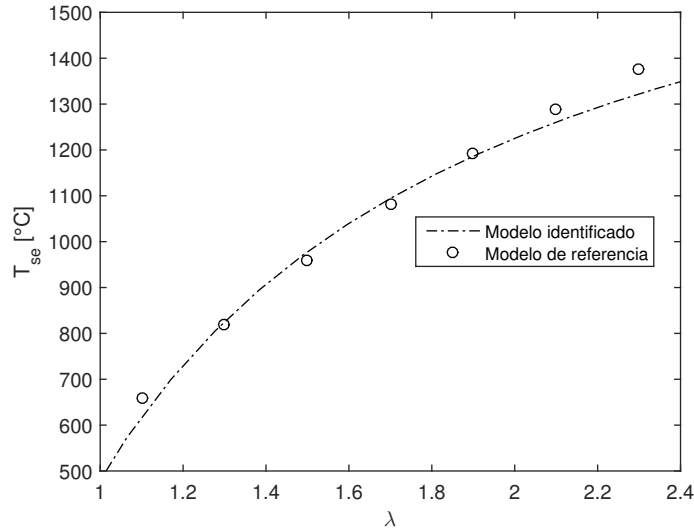


Figura 2.14: Validación de parámetros del modelo

La Fig. 2.14 presenta la superposición de la Fig. 2.12 y los valores en estado estacionario obtenidos para la variable de interés al interior del intervalo de análisis, tras simular el modelo teórico (2.25) con los parámetros identificados.

Como se observa, existe un error de aproximación de $44^{\circ}C$ (5.9%) en los extremos siendo posteriormente reducido en el punto central a $13^{\circ}C$ (1.75%), lo cuál se considera como un margen aceptable para objetivos del presente proyecto.

2.4 COMPORTAMIENTO TRANSITORIO DEL MODELO

En la Fig. 2.15 se muestra la evolución temporal para T_{se} a partir de simulación numérica del modelo (2.25), empleando los valores de parámetro identificados e ilustrando la influencia de λ sobre la forma de onda de la respuesta.

Las curvas obtenidas reflejan una respuesta sobreamortiguada (para entradas constantes) que alcanza su valor final en alrededor $t = 1800 s$, reproduciendo las características típicas de un sistema térmico; es decir, siendo de dinámica lenta y poco oscilatoria.

Ahora bien, un parámetro de fundamental importancia para el comportamiento del proceso está constituido por la humedad del combustible, denotada como H_2O en la Tabla 2.2. Este parámetro influye de manera directa en variables como el poder

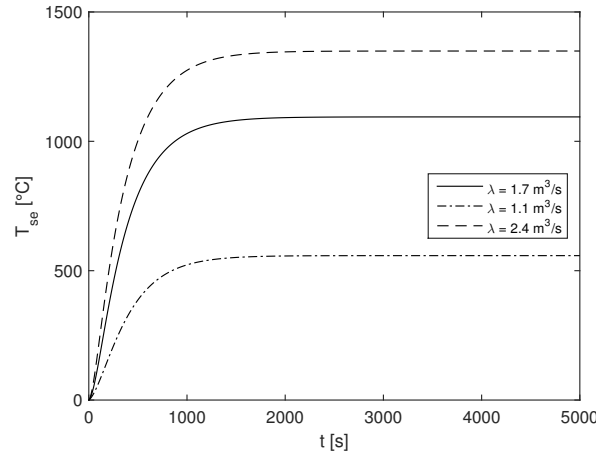


Figura 2.15: Simulación para comportamiento dinámico de T_{se}

calorífico q_f , la temperatura de la combustión T_{se} y la relación aire/combustible λ . Sin embargo, a pesar de su alta incidencia en el comportamiento de las variables del proceso, dicha humedad del combustible (relacionada en %) es una cantidad que, o bien no puede conocerse con exactitud, o varía en modo no uniforme en el combustible de entrada. Por tanto, se hace conveniente estudiar la influencia de este parámetro en la dinámica del proceso a través de simulación [12, 52, 72].

La Fig. 2.16(a) presenta la curva de respuesta del sistema obtenida para $\lambda = 1.7$ tras aplicar una perturbación en la humedad nominal del combustible, pasando de 15 % a 20 % en $t = 3500$ s. A partir de este resultado se observa la manera como el sistema es incapaz de mantener su temperatura nominal (1095 °C), siendo requerida una compensación a través de alteraciones para \dot{m}_{pa} a manera de variable manipulada. Así, en $t = 7000$ s el valor de \dot{m}_{pa} se modifica de $7.99 m^3/s$ a $10.2 m^3/s$ según mostrado en la Fig. 2.16(b), permitiendo recuperar la temperatura deseada. Este objetivo de control será abordado de manera detallada en los Capítulos restantes del presente informe.

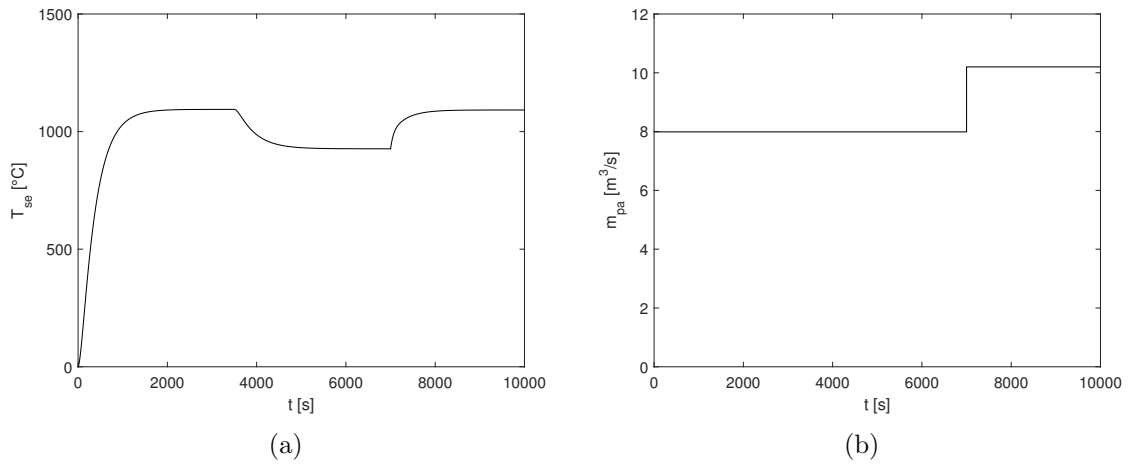


Figura 2.16: Comportamiento temporal del sistema ante perturbaciones (a) y esfuerzo de control \dot{m}_{pa} ajustado en modo manual (b)

3 REGULACIÓN A PARTIR DE LINEALIZACIÓN LOCAL

El estudio de los sistemas dinámicos admite la descripción de comportamientos para uno o varios regímenes de operación. La teoría de control clásico se ocupa principalmente de sistemas lineales e invariantes en el tiempo (LTI) de una entrada y una salida (SISO). Este enfoque permitió desarrollar una de las técnicas más populares en el control industrial actual, manteniendo su vigencia a pesar de la aparición de otras técnicas más elaboradas y a la disponibilidad de mayores capacidades de cómputo y proceso de datos. Estamos hablando del control proporcional-integral-derivativo, más conocido como PID [9]. Puede afirmarse que no existe un mejor control para una cierta tarea que una ley PID apropiadamente sintonizada. Esto debido a que en una simple estructura incluye un término de corrección en estado estacionario, un término predictivo y un término de ganancia constante en todo el rango de frecuencias.

Diversos esfuerzos han sido realizados por investigadores en la búsqueda por ampliar las capacidades funcionales de los controladores PID, para satisfacer los requerimientos en aplicaciones de cada vez mayor complejidad. Entre ellos pueden mencionarse versiones del tipo adaptativo, óptimo y multivariado, entre otros. Adicionalmente, existen diversos algoritmos que buscan facilitar la implementación computacional para este tipo de estrategias.

Sin embargo, un controlador PID garantiza su desempeño exclusivamente en una vecindad del punto de operación para el cual fue diseñado. Esto tiene una gran relevancia en el control de sistemas no lineales, como el analizado en el presente trabajo para el modelo simplificado del proceso de incineración de biomasa. Por tanto, como una manera de mejorar la respuesta del control PID ante diferentes puntos de operación, se explorará una versión particular para esta técnica denominada *control por ganancias programadas* (o Gain Scheduling [46], de su sigla en inglés).

3.1 ANÁLISIS PARA PUNTOS DE EQUILIBRIO

Para aplicar técnicas de diseño de control PID, se requiere un punto de operación alrededor del cual sintonizar los parámetros. Por tanto, el primer paso hacia ese objetivo consiste en determinar y analizar los puntos de equilibrio del modelo dinámico del proceso de incineración de biomasa.

Así, tomando en cuenta que las variables de estado de un sistema son el conjunto mínimo de variables que permiten determinar su comportamiento dinámico completo en un instante dado, se selecciona a partir de (2.25) el siguiente vector de estados para el sistema:

$$\mathbf{x} = \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} m_h \\ m_d \\ T_\omega \\ T_{se} \end{bmatrix}.$$

La biomasa se asume compuesta por un flujo sólido \dot{m}_{dE} y una parte líquida \dot{m}_{hE} , los cuales conforman la totalidad del combustible \dot{m}_E . Para el modelo en espacio de estados se utilizará una entrada que representa este flujo de combustible total, permitiendo definir las siguientes relaciones:

$$\begin{aligned} H_2O \dot{m}_E &= \dot{m}_{hE} \\ (1 - H_2O) \dot{m}_E &= \dot{m}_{dE} \end{aligned}$$

Por tanto, se selecciona el siguiente vector de entradas para el modelo:

$$\mathbf{u} = \begin{bmatrix} u_1 \\ u_2 \\ u_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \dot{m}_E \\ \dot{m}_{pa} \\ \dot{m}_{\omega E} \end{bmatrix},$$

permitiendo escribir la ecuación de estado:

$$\dot{\mathbf{x}} = \mathbf{f}(\mathbf{x}) + \mathbf{b}(\mathbf{x})\mathbf{u}, \quad (3.1)$$

donde

$$\mathbf{f}(\mathbf{x}) = \begin{bmatrix} -\alpha_{hg}x_1 \\ 0 \\ \frac{-C_d x_2 q_f - 2.257 \alpha_{hg} x_1}{V \rho C_\omega} \\ \left(\frac{-C_d x_2 q_f - 2.257 \alpha_{hg} x_1}{\alpha_{fg} \dot{m}_{fg}^{0.8}} + x_3 - x_4 \right) \frac{1}{\tau} \end{bmatrix}$$

y

$$\mathbf{b}(\mathbf{x}) = \begin{bmatrix} H_2O & 0 & 0 \\ 1 - H_2O & -\alpha_{dg}x_2 & 0 \\ 0 & \frac{q_f \alpha_{dg} x_2}{V \rho C_\omega} & \frac{T_{\omega E} - x_3}{V \rho} \\ 0 & \frac{q_f \alpha_{dg} x_2}{\alpha_{fg} \dot{m}_{fg}^{0.8}} \frac{1}{\tau} & 0 \end{bmatrix}.$$

3.1.1 Determinación para puntos de equilibrio

A partir de la siguiente definición para un punto de equilibrio dada en [84]:

Definición 3.1.1 (Punto de equilibrio). *Un estado $\bar{\mathbf{x}}$ es un estado de equilibrio (o punto de equilibrio) del sistema (3.1) si una vez $\mathbf{x}(t)$ es igual a $\bar{\mathbf{x}}$, este se mantiene igual a $\bar{\mathbf{x}}$ para todo tiempo futuro,*

es posible resolver:

$$\dot{\bar{\mathbf{x}}} = \mathbf{f}(\bar{\mathbf{x}}) + \mathbf{b}(\bar{\mathbf{x}}) \bar{\mathbf{u}} = 0, \quad (3.2)$$

obteniendo:

$$\begin{aligned} \bar{x}_1 &= \frac{H_2O \bar{u}_1}{\alpha_{hg}} \\ \bar{x}_2 &= \frac{(1 - H_2O) \bar{u}_1}{\alpha_{dg} \bar{u}_2} \\ \bar{x}_3 &= T_{\omega E} + \frac{q_f \alpha_{dg} \bar{x}_2 \bar{u}_2 - C_d \bar{x}_2 q_f - 2.257 \alpha_{hg} \bar{x}_1}{C_\omega \bar{u}_3} \\ \bar{x}_4 &= \bar{x}_3 + \frac{q_f \alpha_{dg} \bar{x}_2 \bar{u}_2 - C_d \bar{x}_2 q_f - 2.257 \alpha_{hg} \bar{x}_1}{\alpha_{fg} \dot{m}_{fg}^{0.8}} \end{aligned} \quad (3.3)$$

Así, empleando los valores nominales para $\bar{\mathbf{u}}$ incluidos en la Tabla 2.3 y demás parámetros del modelo, es posible determinar los siguientes valores de equilibrio para las variables de estado del sistema:

$$\bar{\mathbf{x}} = \begin{bmatrix} \bar{x}_1 \\ \bar{x}_2 \\ \bar{x}_3 \\ \bar{x}_4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 253.31 \\ 307.40 \\ 137.53 \\ 1094.92 \end{bmatrix}. \quad (3.4)$$

3.1.2 Linealización y estabilidad local

Un análisis de la expresión (3.1) permite concluir que el modelo del sistema es no lineal con respecto a la entrada. Más precisamente, la estructura de la ecuación de estados constituida se define como *afín* al control o *afín* a la entrada [46, 84].

Por tal razón, existe una dependencia explícita de los estados en los valores de entrada del sistema, hasta el punto que sus valores de equilibrio según (3.3) son expresados como funciones de $\bar{\mathbf{u}}$.

Ahora bien, si (3.1) asume alternativamente la forma:

$$\dot{\mathbf{x}} = \mathbf{g}(\mathbf{x}, \mathbf{u}), \quad (3.5)$$

se admite una expansión en serie de Taylor equivalente [84]:

$$\begin{aligned} \dot{\mathbf{x}} &= \mathbf{g}(\mathbf{x}, \mathbf{u}) \\ &= \mathbf{g}(\bar{\mathbf{x}}, \bar{\mathbf{u}}) + \left. \frac{d\mathbf{g}}{d\mathbf{x}} \right|_{(\bar{\mathbf{x}}, \bar{\mathbf{u}})} (\mathbf{x} - \bar{\mathbf{x}}) + \left. \frac{d\mathbf{g}}{d\mathbf{u}} \right|_{(\bar{\mathbf{x}}, \bar{\mathbf{u}})} (\mathbf{u} - \bar{\mathbf{u}}) + \dots \end{aligned} \quad (3.6)$$

siendo $\bar{\mathbf{x}}$ los estados de equilibrio definidos en (3.3), mientras que $\bar{\mathbf{u}}$ es el vector de forzantes de entrada en estado de equilibrio (ver Tabla 2.3).

De esta manera, efectuando los cálculos correspondientes se obtiene:

$$\begin{aligned}
\left. \frac{d\mathbf{g}}{d\mathbf{x}} \right|_{(\bar{\mathbf{x}}, \bar{\mathbf{u}})} &= \left[\begin{array}{cccc} -\alpha_{hg} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -\alpha_{dg}u_2 & 0 & 0 \\ \frac{-2.257\alpha_{hg}}{V\rho C_\omega} & \frac{q_f(\alpha_{dg}u_2 - C_d)}{V\rho C_\omega} & \frac{-u_3}{V\rho} & 0 \\ \frac{-2.257\alpha_{hg}}{\alpha_{fg}\dot{m}_{fg}^{0.8}} \frac{1}{\tau} & \frac{q_f(\alpha_{dg}u_2 - C_d)}{\alpha_{fg}\dot{m}_{fg}^{0.8}} \frac{1}{\tau} & \frac{1}{\tau} & -\frac{1}{\tau} \end{array} \right]_{(\bar{\mathbf{x}}, \bar{\mathbf{u}})} \\
&= \left[\begin{array}{cccc} -0.0027 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -0.0127 & 0 & 0 \\ -0.0048 & 0.0831 & -0.6666 & 0 \\ 0.00054 & 0.0092 & 0.0029 & -0.0029 \end{array} \right] = \mathbf{A}
\end{aligned} \tag{3.7}$$

y

$$\begin{aligned}
\left. \frac{d\mathbf{g}}{d\mathbf{u}} \right|_{(\bar{\mathbf{x}}, \bar{\mathbf{u}})} &= \left[\begin{array}{ccc} H_2O & 0 & 0 \\ 1 - H_2O & -\alpha_{dg}x_2 & 0 \\ 0 & \frac{q_f\alpha_{dg}x_2}{V\rho C_\omega} & \frac{T_{\omega_E} - x_3}{V\rho} \\ 0 & \frac{q_f\alpha_{dg}x_2}{\alpha_{fg}\dot{m}_{fg}^{0.8}} \frac{1}{\tau} & 0 \end{array} \right]_{(\bar{\mathbf{x}}, \bar{\mathbf{u}})} \\
&= \left[\begin{array}{ccc} 0.15 & 0 & 0 \\ 0.85 & -0.4918 & 0 \\ 0 & 5.9373 & -62.55 \\ 0 & 0.6589 & 0 \end{array} \right] = \mathbf{B}
\end{aligned} \tag{3.8}$$

Así, para una operación cercana al punto de equilibrio nominal $(\bar{\mathbf{x}}, \bar{\mathbf{u}})$ la expansión en serie de Taylor (3.6) puede ser truncada en los términos de primer orden y por tanto:

$$\begin{aligned}
\dot{\mathbf{x}} &\approx \mathbf{g}(\bar{\mathbf{x}}, \bar{\mathbf{u}}) + \left. \frac{d\mathbf{g}}{d\mathbf{x}} \right|_{(\bar{\mathbf{x}}, \bar{\mathbf{u}})} (\mathbf{x} - \bar{\mathbf{x}}) + \left. \frac{d\mathbf{g}}{d\mathbf{u}} \right|_{(\bar{\mathbf{x}}, \bar{\mathbf{u}})} (\mathbf{u} - \bar{\mathbf{u}}) \\
\dot{\mathbf{x}} - \mathbf{g}(\bar{\mathbf{x}}, \bar{\mathbf{u}}) &= \mathbf{A}(\mathbf{x} - \bar{\mathbf{x}}) + \mathbf{B}(\mathbf{u} - \bar{\mathbf{u}}) \\
\Delta\dot{\mathbf{x}} &= \mathbf{A}\Delta\mathbf{x} + \mathbf{B}\Delta\mathbf{u},
\end{aligned} \tag{3.9}$$

siendo Δ una representación para pequeñas variaciones alrededor de los valores de equilibrio.

La estabilidad del sistema linealizado (3.9) queda determinada a partir de los valores propios de la matriz \mathbf{A} . Por tanto, un análisis para el polinomio característico de \mathbf{A} , calculado como:

$$|s\mathbf{I} - \mathbf{A}| = (s + 0.0027)(s + 0.0127)(s + 0.6666)(s + 0.0029),$$

permite concluir que el punto de equilibrio $(\bar{\mathbf{x}}, \bar{\mathbf{u}})$ es un nodo estable [84].

De esta manera, todas las trayectorias cercanas al punto tenderán a converger a él en un tiempo finito tal y como se ilustra en la Fig. 3.1, donde una condición inicial arbitraria en las variables de estado para valores nominales de entrada, permite obtener en estado estable la condición de equilibrio (3.4) para el sistema. En particular, se verifica la condición de operación nominal para la temperatura T_{se} de los gases de combustión al inicio del intercambiador de calor.

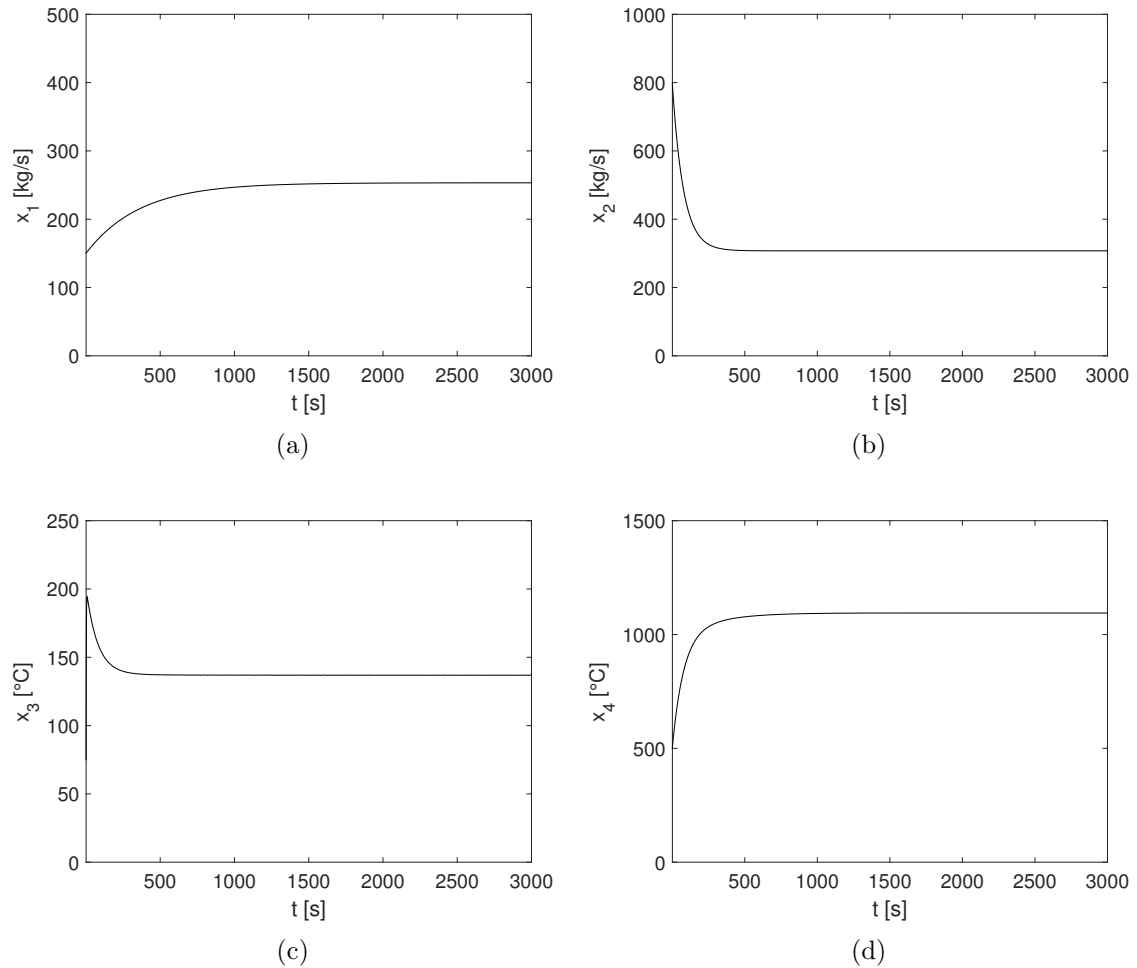


Figura 3.1: Comportamiento temporal del sistema en equilibrio

3.2 DISEÑO DE CONTROL PID PARA CONDICIONES NOMINALES

Para poder implementar una acción de control SISO PID en el sistema, es necesario definir las variables de entrada y salida a ser afectadas de manera directa en el lazo de control realimentado.

Por tanto, retomando las ideas formuladas en la Sección 2.4, se definen como variables de interés en el problema de aplicación considerado, a la temperatura de los gases de combustión $T_{se} \equiv x_4$ como entrada y al flujo de aire primario $\dot{m}_{pa} \equiv u_2$ como salida.

Dichas variables pueden relacionarse a partir de un modelo de función de transferencia, obtenido de (3.9) mediante la expresión:

$$\begin{aligned} \mathbf{G}(s) &= \Delta \mathbf{X}(s) \Delta \mathbf{U}^{-1}(s) \\ &= \mathbf{C}(s\mathbf{I} - \mathbf{A})^{-1} \mathbf{B} + \mathbf{D} \end{aligned} \quad (3.10)$$

donde

$$\mathbf{C} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

y

$$\mathbf{D} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix},$$

misma que puede calcularse para obtener

$$G(s) = \begin{bmatrix} G_{11}(s) & G_{12}(s) & G_{13}(s) \\ G_{21}(s) & G_{22}(s) & G_{23}(s) \\ G_{31}(s) & G_{32}(s) & G_{33}(s) \\ G_{41}(s) & G_{42}(s) & G_{43}(s) \end{bmatrix}, \quad (3.11)$$

siendo

$$G_{42}(s) = \frac{T_{se}(s)}{\dot{m}_{pa}(s)}$$

$$G_{42}(s) = \frac{3.3s^5 + 4.6s^4 + 1.6s^3 + 3.9 \times 10^{-2}s^2 + 1.9 \times 10^{-4}s + 2.5 \times 10^{-7}}{5.0s^6 + 6.8s^5 + 2.4s^4 + 4.8 \times 10^{-2}s^3 + 3.0 \times 10^{-4}s^2 + 7.7 \times 10^{-7}s + 6.9 \times 10^{-10}} \quad (3.12)$$

De esta manera, se implementa el escenario de simulación ilustrado en la Fig. 3.2 para una acción de control PID en su forma de realización paralela:

$$C(s) = \frac{U_2(s)}{E(s)} = \left(k_p + \frac{k_i}{s} + k_d s \right), \quad (3.13)$$

con $E(s) = \bar{X}_4(s) - X_4(s)$ y asumiendo variaciones en el porcentaje H_2O de humedad del combustible. Por tanto, a partir de la definición para la dinámica del estado en (3.1), se observa cómo dicho parámetro influye directamente en el término que pondera las entradas externas del sistema a través de $\mathbf{b}(\mathbf{x})$, constituyendo una perturbación en las señales de entrada.

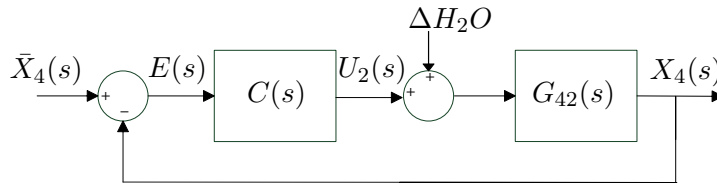


Figura 3.2: Diagrama de bloques del sistema en lazo cerrado

Parámetro	Valor
k_p	1.8591
k_i	0.0071
k_d	0

Tabla 3.1: Parámetros de controlador PID nominal

Los parámetros del controlador PID fueron calculados empleando herramientas de sintonización automática en MATLAB® sobre la función de transferencia $G_{42}(s)$ y se incluyen en la Tabla 3.1.

En la Fig. 3.3 se presentan los resultados de simulación para el sistema controlado, a partir de los cuales se observa una convergencia hacia el valor nominal deseado \bar{x}_4 en alrededor de $t = 5000$ s con un ligero sobreimpulso del 12 %, lo cual es aceptable como parámetros de respuesta dinámica en el contexto del método de diseño empleado para la acción de control PID.

En comparación con la respuesta del sistema en lazo abierto presentada en la Fig. 2.16, se observa una reducción en la velocidad de respuesta del sistema realimentado debida a la redistribución de los polos dominantes en el lazo de control.

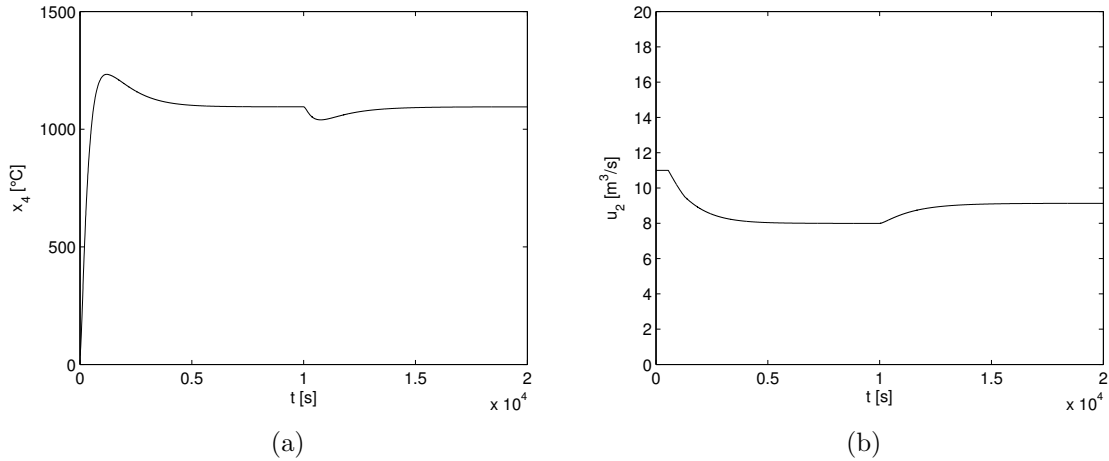


Figura 3.3: Comportamiento del sistema controlado PID frente a perturbaciones: (a) respuesta del sistema para T_{se} y (b) esfuerzo de control \dot{m}_{pa}

Para $t = 10000$ s se aplica un cambio en la humedad del combustible, pasando de 15 % a 20 %. Se observa cómo la acción de control implementada permite recuperar la condición de equilibrio deseada de manera rápida y sobreamortiguada, con un esfuerzo de control que se incrementa sin excesos desde su valor nominal.

3.3 CONTROL PID POR GANANCIAS PROGRAMADAS

A pesar de haberse determinado una temperatura de operación nominal para los gases de combustión T_{se} , es conveniente aclarar que a nivel práctico las condiciones de operación del proceso pueden requerir un ajuste en los valores de estado estacionario para dicha variable, de manera tal que compensen modificaciones impredecibles en otros parámetros internos como pueden ser la calidad del combustible (poder calorífico), la distribución de la mezcla aire/combustible en la cámara de combustión [81], al igual que (y presentando una influencia quizás más importante) las variaciones de presión al interior del proceso [63].

Por tal razón, se admitirá una variación para T_{se} al interior del intervalo $[700, 1200]$ °C, como un escenario más próximo a las condiciones reales de operación del incinerador de biomasa.

De esta manera, la validez de la linealización local presentada en la Sección 4.1.2

debe extenderse para nuevos puntos de equilibrio y, por consiguiente, deberán ser efectuados los cálculos correspondientes para las constantes de controladores PID que satisfacen las especificaciones de respuesta transitoria para cada una de las plantas, resultado de cada condición de operación considerada.

Como una alternativa para evitar el diseño de múltiples acciones de control en todas las condiciones posibles de operación (en teoría un conjunto infinito de puntos), se propone la técnica de ganancias programadas (*gain scheduling* de su sigla en inglés) como una solución interpolada entre un conjunto finito de controladores diseñados localmente, que se admite como solución válida a nivel global.

Por tanto, el diseño de la técnica se formula sobre el modelo simplificado (no lineal) del proceso de incineración de biomasa, a partir del siguiente conjunto de pasos sugerido en [46]:

1. *Linealice el modelo no lineal respecto a una familia de puntos de operación (equilibrios), parametrizados por las variables de programación.*

Para ello, se considera como variable de programación a la temperatura final de los gases de combustión T_{se} en el estado estacionario, definida dentro del rango [700, 1200] °C.

Asimismo, se seleccionan tres puntos de operación correspondientes con sus valores extremos y el punto de operación nominal; es decir: $\bar{x}_4 \in \{700, 1094, 1200\}^\circ C$.

De esta manera, resolviendo (3.3) para cada caso es posible obtener los puntos de equilibrio ilustrados en la Tabla 3.2.

Por tanto, siguiendo un procedimiento similar al descrito en la Sección 3.2 para el conjunto de valores nominales (correspondiente al punto identificado como “ P_1 ” en la Tabla 3.2), es posible determinar expresiones alternativas para $G_{42}(s)$ en (3.12) respecto a cada condición de equilibrio, permitiendo obtener:

$$G_{42}(s) = \frac{6.1s^5 + 8.4s^4 + 2.9s^3 + 3.4 \times 10^{-2}s^2 + 1.2 \times 10^{-4}s + 1.5 \times 10^{-7}}{2.2s^6 + 3.0s^5 + 1.1s^4 + 2.2 \times 10^{-2}s^3 + 1.4 \times 10^{-4}s^2 + 3.7 \times 10^{-7}s + 3.3 \times 10^{-10}} \quad (3.14)$$

Variable	P_1	P_2	P_3
\bar{x}_4	1094	700	1200
\bar{x}_3	137.5	122.6	142.7
\bar{x}_2	307.4	446.0	258.2
\bar{x}_1	253.3	255.1	251.1
\bar{u}_3	0.4	0.4	0.4
\bar{u}_2	7.99	5.5	9.5
\bar{u}_1	4.7	4.7	4.7

Tabla 3.2: Puntos de operación del sistema

para el punto denotado como “ P_2 ”, y

$$G_{42}(s) = \frac{1.5s^5 + 2.1s^4 + 0.7s^3 + 8.4 \times 10^{-3}s^2 + 3.1 \times 10^{-5}s + 3.6 \times 10^{-8}}{2.7s^6 + 3.6s^5 + 1.3s^4 + 2.9 \times 10^{-2}s^3 + 1.9 \times 10^{-4}s^2 + 5.1 \times 10^{-7}s + 4.7 \times 10^{-10}} \quad (3.15)$$

para el punto denotado como “ P_3 ”;

2. *Utilizando linealización, diseñe una familia parametrizada de controladores lineales para conseguir las especificaciones deseadas en cada punto de operación. Lo anterior puede conseguirse tras resolver el problema de diseño para una familia de modelos lineales que dependen continuamente en las variables de programación, o, resolviendo el problema solamente para un conjunto finito de puntos de operación utilizando la misma estructura de controlador para todos ellos, pero asumiendo un cambio en los valores de parámetro del controlador entre puntos de operación. De esta manera, los parámetros del controlador son interpolados para puntos de operación intermedios, produciendo una familia parametrizada de controladores lineales.*

Empleando sintonización automática de parámetros en MATLAB para controladores PID sobre las funciones de transferencia del sistema linealizado en (3.14) y (3.15), es posible obtener los parámetros de control mostrados en la Tabla 3.3, complementarios a los calculados previamente para el punto nominal de operación en la Tabla 3.1;

3. *Construya un controlador por ganancias programadas tal que:*

Punto	k_p	k_i	k_d
P_2	1.6022	0.0107	0
P_3	5.208	0.0040	0

Tabla 3.3: Parámetros de control PID para puntos restantes de operación

- para cada valor constante de las entradas externas, el sistema de lazo cerrado bajo control por ganancias programadas obtenga la misma condición de equilibrio que el sistema en lazo cerrado bajo un control de ganancia fija,
- la linealización del sistema en lazo cerrado bajo control por ganancias programadas, es equivalente a la linealización del sistema en lazo cerrado bajo un control de ganancia fija;

Implementando el esquema ilustrado en la Fig. 1.4, se realiza interpolación lineal entre valores para k_p y k_i (k_d es constante e igual a cero), permitiendo generar las expresiones siguientes:

$$k_p = 0.0072T_{se} - 3.44$$

$$k_i = -1.33 \times 10^{-5}T_{se} + 0.02,$$

representando un ajuste dinámico en los parámetros del controlador con respecto a la variación del punto de operación del sistema;

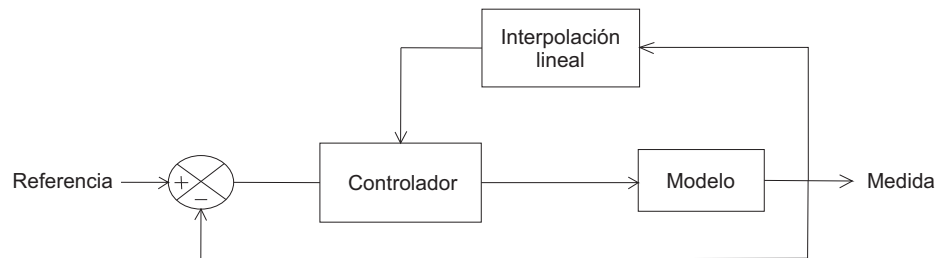


Figura 3.4: Esquema general para técnica de control por ganancias programadas

4. Verifique el desempeño global (no local) del controlador por ganancias programadas, simulando el sistema en lazo cerrado no lineal.

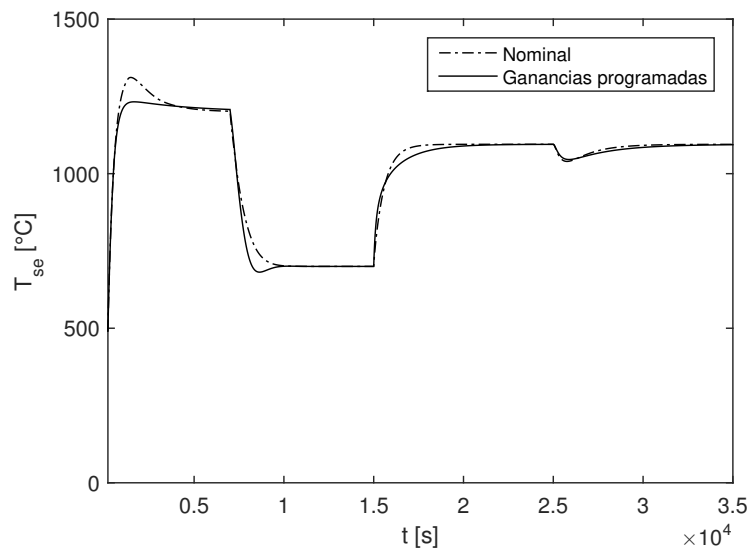
En la Fig. 3.5 se realiza un contraste entre el controlador PID nominal y la técnica de ganancias programadas, ante diferentes condiciones de operación.

Partiendo de condiciones iniciales nulas, el sistema es llevado a una referencia inicial de $T_{se} = 1200^{\circ}C$. En este punto se observa cómo ambas técnicas alcanzan el valor deseado, siendo sin embargo la técnica de ganancias programadas la que presenta una convergencia más rápida y con menor sobre impulso con respecto a su contraparte nominal.

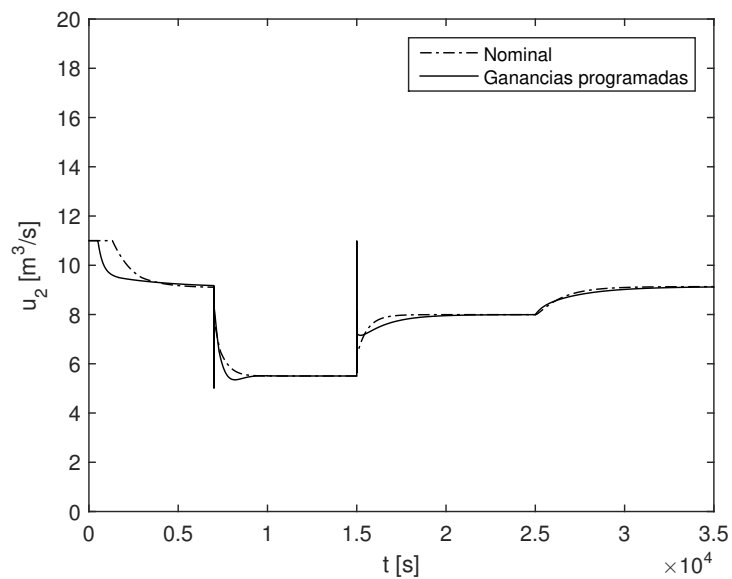
Un comportamiento similar es observado en $t = 7000$ s, cuando se experimenta un cambio en el valor de referencia deseado, modificado para ser $T_{se} = 700^{\circ}C$. Para este caso, nuevamente se demuestra un desempeño superior por parte de la técnica de ganancias programadas tanto en el comportamiento de la variable de salida como en el esfuerzo de control.

Para $t = 15000$ s se selecciona el punto de operación nominal; es decir $T_{se} = 1095^{\circ}C$, por tanto, puede observarse un desempeño relativamente superior de la técnica convencional debido al tiempo de acomodación que toma la técnica por ganancias programadas para ajustar los valores de parámetro a la nueva condición de operación.

Finalmente, para $t = 25000$ s se aplica una perturbación en la humedad del combustible y puede notarse cómo ambas técnicas responden de manera satisfactoria amortiguando el efecto de la perturbación, como consecuencia de la robustez suministrada por el término integral en la estructura del controlador PID empleado en ambos casos.



(a)



(b)

Figura 3.5: Comparación para técnicas de control PID nominal y por ganancias programadas ante cambios de referencia y perturbación: (a) respuesta del sistema para T_{se} y (b) esfuerzo de control \dot{m}_{pa}

4 CONTROL NO LINEAL DEL PROCESO DE INCINERACIÓN

Las técnicas clásicas de control, han sido utilizadas en diversos campos de la ingeniería por mas de 70 años alcanzando hasta un 90% de utilidad en diferentes aplicaciones, gracias a ventajas como costo/beneficio de implementación, simplicidad en la ley de control, velocidad de respuesta y bajo consumo energético.

A estas técnicas se han incorporado a través de los años mejoras en su actuación y robustez según diferentes planteamientos de estructuras matemáticas que mejoran su desempeño, entre ellas: técnicas de realimentación, controles en cascada y estructuras de control combinadas, garantizando la estabilidad del sistema en lazo cerrado. También, dichas estrategias deben adaptarse a retardos y cambios de funcionamiento del proceso, para demostrar un eficiente desempeño en tareas de seguimiento de trayectorias sobre amplios rangos de operación [49].

Por esta razón se hace necesaria la implementación de técnicas no lineales con las que se logre un control global o en su defecto, una región de operación más amplia [42,84]. Estas propiedades plantean un desafío al diseñar algoritmos de control que cumplan los requisitos establecidos anteriormente, requiriendo metodologías particulares de análisis de estabilidad frente a cambios o perturbaciones.

En el caso de sistemas lineales, el concepto de estabilidad está ligado a la ubicación de los polos en el semiplano negativo, inmersos en la función de transferencia del modelo, o de los autovalores de la matriz de transición de estados, a partir de criterios sencillos como Nyquist o Routh-Hurwitz. Sin embargo, en sistemas no lineales existen diversas definiciones de estabilidad para puntos de equilibrio, pero no del sistema en general y los criterios para el análisis no suelen ser métodos sistemáticos como los mencionados anteriormente.

Entre las teorías que permiten abordar la dinámica de sistemas no lineales, se destaca la publicada en 1892 por Alexander Mikhailovitch Lyapunov, introduciendo sus

famosas definiciones de estabilidad y criterios de análisis. Una de sus principales características se fundamenta en la existencia de zonas de estabilidad [46, 84], clasificando la dinámica del sistema a partir de las siguientes consideraciones (ver Fig. 4.1):

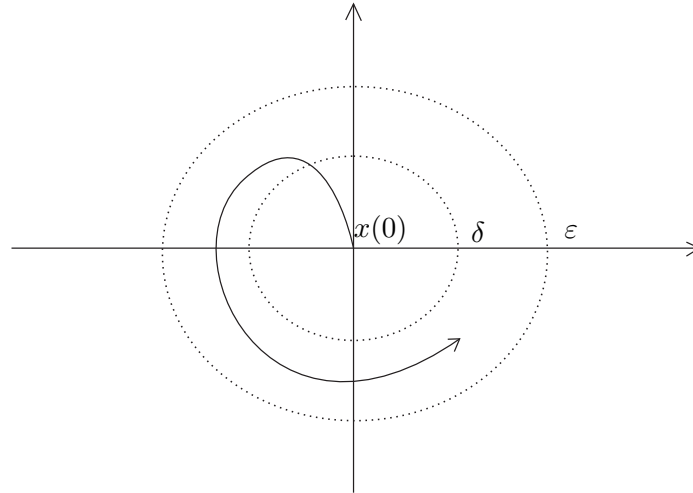


Figura 4.1: Estabilidad en el sentido de Lyapunov

1. El equilibrio $x = 0$ es *localmente estable en el sentido de Lyapunov*, cuando para cada $\varepsilon > 0$ existe un valor de $\delta > 0$ que satisface

$$\|x(0)\| < \delta \rightarrow \|x(t)\| < \varepsilon, \forall t \geq 0;$$

2. Un equilibrio que no es *estable en el sentido de Lyapunov* se dice que es *inestable*. Nótese que un equilibrio inestable no implica necesariamente que las trayectorias tiendan a infinito, simplemente se alejan del equilibrio pudiendo tender a otros equilibrios o atractores (ciclos límites);
3. Se dice que el equilibrio $x = 0$ es *asintóticamente estable* si es *localmente estable en el sentido de Lyapunov* y además existe un valor de $\delta > 0$ tal que

$$\|x(0)\| < \delta \rightarrow \lim_{t \rightarrow \infty} x(t) = 0.$$

Estos resultados no se limitan al análisis de estabilidad, sino que también se aplican en el diseño de sistemas de control no lineales. En el esquema de la Fig. 4.2 se aprecia

la clasificación de las estrategias de control más utilizadas en la industria, destacadas por su viabilidad de implementación y practicidad frente a fenómenos no lineales como equilibrios múltiples, ciclos límite, bifurcaciones, corrimiento de frecuencias y caos, causados por variaciones de parámetros, cargas desconocidas o imprecisiones en el diseño de actuadores.

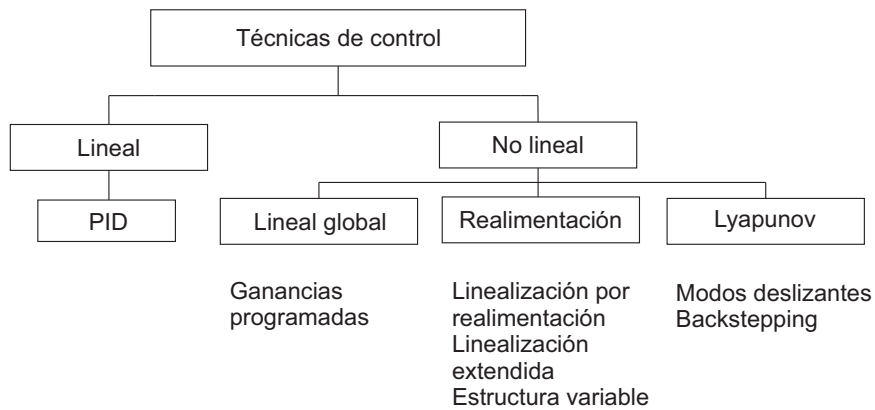


Figura 4.2: Esquema de técnicas de control [59]

La teoría del control de sistemas no lineales, ha experimentado una significativa expansión en décadas recientes con aportes ampliamente reportados en la literatura [26, 42, 46, 82, 83, 89] caracterizada por la aparición de conceptos importantes, tales como la estabilidad entrada-estado [41] y procedimientos sistemáticos de diseño como la *linealización por realimentación* y el *control prealimentado* [83].

Actualmente se utilizan técnicas de control no lineal basadas en distintos principios, dependiendo de su ámbito de aplicación, lo que exige el desarrollo de metodologías distintas de análisis y diseño ajustadas casi que a la medida de cada necesidad. Entre ellas se encuentran controles de estructura variable aplicando lógica de conmutación, linealización de pequeñas perturbaciones, controles descentralizados multivariable y linealización por realimentación, que permiten la utilización de conceptos de sistemas lineales para su implementación partiendo de la premisa que el modelo matemático sea linealizabile. También se definen las estrategias basadas en la teoría de estabilidad de Lyapunov, como el *control por modos deslizantes* o el *backstepping*, que estabilizan los sistemas a partir de la apropiada selección del vector de estados, según superficies de deslizamiento atrayentes hacia valores de referencia y controles adaptativos por modelos empíricos [49, 59].

En este contexto, el presente Capítulo aborda el problema de control no lineal a partir de una perspectiva de linealización de campos vectoriales continuos empleando dos técnicas: la *linealización por realimentación* y el *control por modos deslizantes*, presentando una secuencia complementaria en la cual se propone una estructura de control robusto no lineal multivariado.

4.1 CONTROL DE LINEALIZACIÓN POR REALIMENTACIÓN

A diferencia del control local analizado en el Capítulo anterior a través de la técnica PID, el control de linealización por realimentación busca realizar la cancelación de las no linealidades del sistema en modo global, como preámbulo a la regulación del vector de estado mediante técnicas convencionales (i.e. realimentación de estados) aplicables al sistema linealizado. De esta manera, la técnica de linealización por realimentación puede concebirse como un procedimiento de dos pasos: 1) linealización mediante cancelación analítica de no linealidades a partir de un diseño pertinente para la ley de control del sistema no lineal original; y 2) regulación del vector de estados para el sistema linealizado resultante.

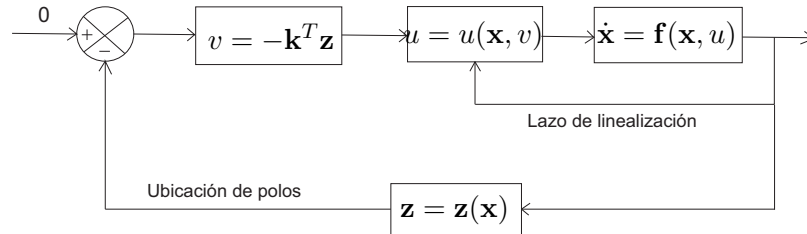


Figura 4.3: Estructura general para control de linealización por realimentación

La Fig. 4.3 ilustra de manera gráfica la técnica, permitiendo verificar la linealización de la ecuación de estado (o estados del sistema) a través de una señal de entrada debidamente seleccionada. Por tanto, a este enfoque se le conoce alternativamente como *linealización entrada-estado* [84].

La construcción para una ley de control que cancele las no linealidades se facilita si el sistema se encuentra en la *forma compañía*, o *forma canónica controlable*, expresada en el modo siguiente:

$$\frac{d}{dt} \begin{bmatrix} x_1 \\ \vdots \\ x_{n-1} \\ x_n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x_2 \\ \vdots \\ x_n \\ \mathbf{f}(\mathbf{x}) + \mathbf{g}(\mathbf{x})u \end{bmatrix}, \quad (4.1)$$

en la cual, las no linealidades se presentan de manera explícita a través de los términos $\mathbf{f}(\mathbf{x})$ y $\mathbf{g}(\mathbf{x})$.

Un sistema SISO es linealizable a través de este método, si se cumplen las condiciones enunciadas en el siguiente Teorema (tomado de [84], pag. 238):

Teorema 4.1.1 (Linealización entrada-estado). *Un sistema no lineal, con $\mathbf{f}(\mathbf{x})$ y $\mathbf{g}(\mathbf{x})$ siendo campos vectoriales suaves, es linealizable de la forma entrada-estado si y solo si, existe una región Ω que cumple las siguientes condiciones:*

1. *El campo vectorial $\{\mathbf{g}, ad_{\mathbf{f}}\mathbf{g}, \dots, ad_{\mathbf{f}}^{n-1}\mathbf{g}\}$ es linealmente independiente en Ω ;*
2. *El conjunto $\{\mathbf{g}, ad_{\mathbf{f}}\mathbf{g}, \dots, ad_{\mathbf{f}}^{n-2}\mathbf{g}\}$ es involutivo en Ω .*

Al respecto, $ad_{\mathbf{f}}\mathbf{g}$ refiere el paréntesis de Lie entre los campos vectoriales \mathbf{f} y \mathbf{g} , definido a su vez como:

Definición 4.1.1 (paréntesis de Lie). *Siendo \mathbf{f} y \mathbf{g} campos vectoriales que pertenecen a \mathfrak{R}^n , el paréntesis de Lie entre \mathbf{f} y \mathbf{g} es un tercer campo vectorial:*

$$ad_{\mathbf{f}}\mathbf{g} = \nabla\mathbf{g}\mathbf{f} - \nabla\mathbf{f}\mathbf{g}, \quad (4.2)$$

con ∇ denotando el operador gradiente.

Asimismo, la *involutividad* se considera satisfecha si el conjunto de campos vectoriales $\{\mathbf{g}, ad_{\mathbf{f}}\mathbf{g}, \dots, ad_{\mathbf{f}}^{n-2}\mathbf{g}\}$ es constante en el subespacio de análisis.

Extensiones para estos resultados pueden realizarse para el caso MIMO según se presenta a continuación. El abordaje matemático para demostrar dichas expresiones se omite en la presente tesis de maestría, y por tanto, se recomienda al lector interesado consultar [42].

4.1.1 Linealización global para el incinerador de biomasa

La ilustración del procedimiento de cálculo del control de linealización por realimentación se realiza a continuación sobre el modelo simplificado del incinerador de biomasa, determinado en (3.1) y repetido en este apartado por conveniencia:

$$\dot{\mathbf{x}} = \mathbf{f}(\mathbf{x}) + \mathbf{g}(\mathbf{x})\mathbf{u},$$

donde

$$\begin{aligned}
\mathbf{f}(\mathbf{x}) &= \begin{bmatrix} f_1 \\ f_2 \\ f_3 \\ f_4 \end{bmatrix} \\
&= \begin{bmatrix} -\alpha_{hg}x_1 \\ 0 \\ \frac{-C_d x_2 q_f - 2.257 \alpha_{hg} x_1}{V \rho C_\omega} \\ \left(\frac{-C_d x_2 q_f - 2.257 \alpha_{hg} x_1}{\alpha_{fg} \dot{m}_{fg}^{0.8}} + x_3 - x_4 \right) \frac{1}{\tau} \end{bmatrix}; \\
\mathbf{g}(\mathbf{x}) &= \begin{bmatrix} g_{11} & g_{12} & g_{13} \\ g_{21} & g_{22} & g_{23} \\ g_{31} & g_{32} & g_{33} \\ g_{41} & g_{42} & g_{43} \end{bmatrix} \\
&= \begin{bmatrix} g_{11} & g_{12} & g_{13} \\ \mathbf{g}_1 & \mathbf{g}_2 & \mathbf{g}_3 \end{bmatrix} \\
&= \begin{bmatrix} H_2O & 0 & 0 \\ 1 - H_2O & -\alpha_{dg}x_2 & 0 \\ 0 & \frac{q_f \alpha_{dg} x_2}{V \rho C_\omega} & \frac{T_{\omega_E} - x_3}{V \rho} \\ 0 & \frac{q_f \alpha_{dg} x_2}{\alpha_{fg} \dot{m}_{fg}^{0.8}} \frac{1}{\tau} & 0 \end{bmatrix};
\end{aligned}$$

y

$$\mathbf{u}(\mathbf{x}) = \begin{bmatrix} u_1 \\ u_2 \\ u_3 \end{bmatrix}.$$

Es importante mencionar en este punto, que inicialmente se intentó calcular una ley de linealización por realimentación sobre el modelo SISO definido y abordado en la Sección 3.2 para el diseño del PID. Sin embargo, tras seguir el conjunto de pasos sugerido en la Sección 6.3 de [84] para determinar la ley de control, se observó que no era satisfecha la condición de independencia lineal en el Teorema 4.1.1 y por tanto, el sistema SISO no es linealizabile (i.e. no controlable) en la forma entrada-estado. Lo anterior, evidencia la influencia de dinámicas internas en el comportamiento del sistema, que no pueden ser manipuladas con un esfuerzo de control escalar.

De esta manera, se empleará el siguiente método alternativo sugerido en [84], pag. 266, para el caso MIMO:

1. Para facilitar los cálculos del sistema MIMO, defina un vector de salidas:

$$\mathbf{y} = \mathbf{h}(\mathbf{x}),$$

con las mismas dimensiones del vector de entradas \mathbf{u} ; es decir $m \times 1$. En otras palabras, asuma que el sistema es cuadrado.

Se propone el siguiente vector de salida:

$$\mathbf{h}(\mathbf{x}) = \begin{bmatrix} x_2 \\ x_3 \\ x_4 \end{bmatrix}, \quad (4.3)$$

el cual sugiere el control indirecto de x_1 a través del vector de comandos de control \mathbf{u} y medidas efectuadas sobre las demás variables de estado;

2. Asumiendo que r_i es el entero más pequeño, tal que al menos una de las entradas aparezca en $y_i^{(r_i)}$, es posible escribir:

$$y_i^{(r_i)} = L_{\mathbf{f}}^{r_i} h_i + \sum_{j=1}^m L_{\mathbf{g}_j} L_{\mathbf{f}}^{r_i-1} h_i u_j, \quad (4.4)$$

con $L_{\mathbf{g}_j} L_{\mathbf{f}}^{r_i-1} h_i(x) \neq 0$ para al menos un valor de j , expresión que puede reescribirse como:

$$\begin{bmatrix} y_1^{(r_1)} \\ \vdots \\ y_m^{(r_m)} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} L_{\mathbf{f}}^{r_1} h_1(x) \\ \vdots \\ L_{\mathbf{f}}^{r_m} h_m(x) \end{bmatrix} + \mathbf{E}(\mathbf{x})\mathbf{u}, \quad (4.5)$$

siendo $\mathbf{E}(\mathbf{x})$ de dimensiones $m \times m$.

Del modelo matemático del sistema MIMO es posible observar que el grado relativo r_i es igual a 1, ya que cada salida depende directamente de la entrada después de su primera derivada. Luego, a partir de (4.4) se tiene:

$$\begin{aligned} y_1^{(1)} &= \dot{h}_1 \\ &= \dot{x}_2 \\ &= L_{\mathbf{f}}^1 h_1 + \sum_{j=1}^3 L_{\mathbf{g}_j} L_{\mathbf{f}}^0 h_1 u_j, \end{aligned}$$

donde

$$\begin{aligned}
L_{\mathbf{f}}^1 h_1 &= (\nabla h_1) \mathbf{f} \\
&= \begin{bmatrix} \frac{\partial x_2}{\partial x_2} & \frac{\partial x_2}{\partial x_3} & \frac{\partial x_2}{\partial x_4} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} f_2 \\ f_3 \\ f_4 \end{bmatrix} \\
&= \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} f_2 \\ f_3 \\ f_4 \end{bmatrix} \\
&= f_2,
\end{aligned}$$

y

$$\begin{aligned}
\sum_{j=1}^3 L_{\mathbf{g}_j} L_{\mathbf{f}}^0 h_1 u_j &= (L_{\mathbf{g}_1} h_1) u_1 + (L_{\mathbf{g}_2} h_1) u_2 + (L_{\mathbf{g}_3} h_1) u_3 \\
&= (\nabla h_1) \mathbf{g}_1 u_1 + (\nabla h_1) \mathbf{g}_2 u_2 + (\nabla h_1) \mathbf{g}_3 u_3 \\
&= g_{21} u_1 + g_{22} u_2 + 0 \\
&= \begin{bmatrix} g_{21} & g_{22} & 0 \end{bmatrix} \mathbf{u},
\end{aligned}$$

teniendo en cuenta que por definición $L_{\mathbf{f}}^0 h_1 = h_1$. Asimismo:

$$\begin{aligned}
(\nabla h_1) \mathbf{g}_1 u_1 &= \begin{bmatrix} \frac{\partial x_2}{\partial x_2} & \frac{\partial x_2}{\partial x_3} & \frac{\partial x_2}{\partial x_4} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} g_{21} \\ g_{31} \\ g_{41} \end{bmatrix} u_1 \\
&= \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} g_{21} \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} u_1,
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
(\nabla h_1) \mathbf{g}_2 u_2 &= \begin{bmatrix} \frac{\partial x_2}{\partial x_2} & \frac{\partial x_2}{\partial x_3} & \frac{\partial x_2}{\partial x_4} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} g_{22} \\ g_{32} \\ g_{42} \end{bmatrix} u_2 \\
&= \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} g_{22} \\ g_{32} \\ g_{42} \end{bmatrix} u_2,
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
(\nabla h_1)\mathbf{g}_3 u_3 &= \begin{bmatrix} \frac{\partial x_2}{\partial x_2} & \frac{\partial x_2}{\partial x_3} & \frac{\partial x_2}{\partial x_4} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} g_{23} \\ g_{33} \\ g_{43} \end{bmatrix} u_3 \\
&= \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 \\ g_{33} \\ 0 \end{bmatrix} u_3.
\end{aligned}$$

Todo lo anterior permite determinar la expresión siguiente para $y_1^{(1)}$:

$$y_1^{(1)} = f_2 + g_{21}u_1 + g_{22}u_2.$$

Procedimientos similares aplicados sobre y_2 e y_3 , generan los siguientes resultados:

$$\begin{aligned}
y_2^{(1)} &= f_3 + g_{32}u_2 + g_{33}u_3, \\
y_3^{(1)} &= f_4 + g_{42}u_2.
\end{aligned}$$

La matriz $\mathbf{E}(\mathbf{x})$ se calcula a partir de (4.4), despejando los términos generados por las sumatorias en las expresiones para $y_i^{(1)}$, permitiendo obtener:

$$\begin{aligned}
\mathbf{E}(\mathbf{x}) &= \begin{bmatrix} g_{21} & g_{22} & 0 \\ 0 & g_{32} & g_{33} \\ 0 & g_{42} & 0 \end{bmatrix} \\
&= \begin{bmatrix} 1 - H_2O & -\alpha_{dg}x_2 & 0 \\ 0 & \frac{q_f \alpha_{dg} x_2}{V \rho C_\omega} & \frac{T_{\omega E} - x_3}{V \rho} \\ 0 & \frac{q_f \alpha_{dg} x_2}{\alpha_{fg} \dot{m}_{fg} \tau} & 0 \end{bmatrix}; \tag{4.6}
\end{aligned}$$

3. Se verifica la invertibilidad de $\mathbf{E}(\mathbf{x})$. Si $\mathbf{E}(\mathbf{x})$ es invertible, la ley de control en (4.5) puede resolverse en el modo siguiente:

$$\mathbf{u} = \mathbf{E}^{-1}(\mathbf{x}) \begin{bmatrix} v_1 - L_{\mathbf{f}}^{r_1} h_1(\mathbf{x}) \\ \vdots \\ v_m - L_{\mathbf{f}}^{r_m} h_m(\mathbf{x}) \end{bmatrix}, \tag{4.7}$$

tal que se constituyan m ecuaciones dinámicas lineales de la forma:

$$y_i^{r_i} = v_i. \tag{4.8}$$

A partir de (4.6) se observa que $\mathbf{E}(\mathbf{x})$ depende de los estados del sistema. También se observa que su determinante es diferente de cero. Por tanto, su invertibilidad se garantiza siempre y cuando las variables de estado x_2 y x_3 verifiquen la independencia lineal en los vectores fila y/o columna, que dicho de otro modo equivale a evitar hacer cero los elementos que la conforman.

El término g_{21} es una constante diferente de cero debido a que el porcentaje de humedad en el combustible (denotado como H_2O) nunca puede ser del 100 % en la práctica.

Condiciones similares sobre g_2 y g_{33} permiten obtener las siguientes restricciones:

$$x_2 \neq 0; \quad x_3 \neq T_{\omega E}.$$

El primer caso es fácilmente verificable, si se recuerda que x_2 refiere la cantidad de biomasa seca en el proceso de descomposición térmica, la cual necesariamente es diferente de cero.

De otro lado, satisfacer la segunda condición, implica: $x_3 > T_{\omega E}$, hecho que también se satisface en la práctica tomando en consideración que la temperatura del flujo de recirculación de la caldera ($T_{\omega E}$) siempre será menor que la temperatura del vapor al interior de la misma ($T_{\omega} = x_3$).

Una vez verificadas las condiciones de invertibilidad para $\mathbf{E}(\mathbf{x})$, se resuelve el problema de regulación del estado hacia la condición deseada de equilibrio, definida en (3.4) y conseguida en este apartado mediante el vector de entradas:

$$\mathbf{v} = \begin{bmatrix} v_1 \\ v_2 \\ v_3 \end{bmatrix}.$$

Ahora bien, tomando en cuenta que la inversa de $\mathbf{E}(\mathbf{x})$ puede calcularse como:

$$\begin{aligned}
\mathbf{E}^{-1}(\mathbf{x}) &= \frac{1}{|\mathbf{E}(\mathbf{x})|} \begin{bmatrix} -g_{33}g_{42} & 0 & g_{22}g_{33} \\ 0 & 0 & g_{21}g_{33} \\ 0 & -g_{21}g_{42} & g_{21}g_{32} \end{bmatrix} \\
&= \begin{bmatrix} \frac{-g_{33}g_{42}}{-g_{21}g_{33}g_{42}} & 0 & \frac{g_{22}g_{33}}{-g_{21}g_{33}g_{42}} \\ 0 & 0 & \frac{-g_{21}g_{33}}{-g_{21}g_{33}} \\ 0 & \frac{-g_{21}g_{42}}{-g_{21}g_{33}g_{42}} & \frac{g_{21}g_{32}}{-g_{21}g_{33}g_{42}} \end{bmatrix} \\
&= \begin{bmatrix} \frac{1}{g_{21}} & 0 & -\frac{g_{22}}{g_{21}g_{42}} \\ 0 & 0 & \frac{1}{g_{42}} \\ 0 & \frac{1}{g_{33}} & -\frac{g_{32}}{g_{33}g_{42}} \end{bmatrix}, \tag{4.9}
\end{aligned}$$

es posible determinar a partir de (4.7) y las expresiones calculadas para $y_i^{(1)}$, la siguiente ley de control para linealización global del vector de estados:

$$\begin{aligned}
\mathbf{u}(\mathbf{x}) &= \mathbf{E}^{-1}(\mathbf{x}) \begin{bmatrix} v_1 - f_2 \\ v_2 - f_3 \\ v_3 - f_4 \end{bmatrix} \tag{4.10} \\
&= \begin{bmatrix} \frac{1}{g_{21}} & 0 & -\frac{g_{22}}{g_{21}g_{42}} \\ 0 & 0 & \frac{1}{g_{42}} \\ 0 & \frac{1}{g_{33}} & -\frac{g_{32}}{g_{33}g_{42}} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} v_1 - f_2 \\ v_2 - f_3 \\ v_3 - f_4 \end{bmatrix} \\
&= \begin{bmatrix} \frac{v_1 - f_2}{g_{21}} - \frac{(v_3 - f_4)g_{22}}{g_{21}g_{42}} \\ \frac{v_2 - f_3}{g_{33}} - \frac{(v_3 - f_4)g_{32}}{g_{33}g_{42}} \end{bmatrix} \\
&= \begin{bmatrix} \frac{v_1}{1-H_2O} - \frac{\left(v_3 - \left(\frac{-C_d x_2 q_f - 2.257 \alpha_{hg} x_1}{\alpha_{fg} \dot{m}_{fg}^{0.8}} + x_3 - x_4 \right) \frac{1}{\tau} \right) (-\alpha_{dg} x_2)}{(1-H_2O) \frac{q_f \alpha_{dg} x_2}{\alpha_{fg} \dot{m}_{fg}^{0.8}} \frac{1}{\tau}} \\ v_3 - \frac{\left(\frac{-C_d x_2 q_f - 2.257 \alpha_{hg} x_1}{\alpha_{fg} \dot{m}_{fg}^{0.8}} + x_3 - x_4 \right) \frac{1}{\tau}}{\frac{q_f \alpha_{dg} x_2}{\alpha_{fg} \dot{m}_{fg}^{0.8}} \frac{1}{\tau}} \\ \frac{v_2 - \left(\frac{-C_d x_2 q_f - 2.257 \alpha_{hg} x_1}{V \rho C_\omega} \right)}{\frac{T_\omega E - x_3}{V \rho}} - \frac{\left(v_3 - \left(\frac{-C_d x_2 q_f - 2.257 \alpha_{hg} x_1}{\alpha_{fg} \dot{m}_{fg}^{0.8}} + x_3 - x_4 \right) \frac{1}{\tau} \right) \left(\frac{q_f \alpha_{dg} x_2}{V \rho C_\omega} \right)}{\left(\frac{T_\omega E - x_3}{V \rho} \right) \frac{q_f \alpha_{dg} x_2}{\alpha_{fg} \dot{m}_{fg}^{0.8}} \frac{1}{\tau}} \end{bmatrix},
\end{aligned}$$

la cual reduce la dinámica del sistema de combustión de biomasa a la expresión siguiente:

$$\begin{bmatrix} y_1^{(1)} \\ y_2^{(1)} \\ y_3^{(1)} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} v_1 \\ v_2 \\ v_3 \end{bmatrix}; \quad (4.11)$$

4. Para la dinámica linealizada, se constituye una ley de control de realimentación de estados de la forma:

$$\mathbf{v} = -\mathbf{K}\tilde{\mathbf{h}}(\mathbf{x}) + \dot{\mathbf{h}}_d, \quad (4.12)$$

de manera tal que la dinámica del vector de error, respecto a valores en estado permanente:

$$\begin{aligned} \tilde{\mathbf{h}}(\mathbf{x}) &= \mathbf{h}(\mathbf{x}) - \mathbf{h}_d(\mathbf{x}) \\ &= \begin{bmatrix} x_2 \\ x_3 \\ x_4 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} \bar{x}_2 \\ \bar{x}_3 \\ \bar{x}_4 \end{bmatrix}, \end{aligned}$$

dada por:

$$\dot{\tilde{\mathbf{h}}}(\mathbf{x}) + \mathbf{K}\tilde{\mathbf{h}}(\mathbf{x}) = 0, \quad (4.13)$$

converja hacia cero, a través de la apropiada elección para el vector de ganancias de realimentación de estados \mathbf{K} .

Tomando en cuenta (4.12), las dimensiones de \mathbf{K} serán 3×3 ; es decir:

$$\mathbf{K} = \begin{bmatrix} k_{11} & k_{12} & k_{13} \\ k_{21} & k_{22} & k_{23} \\ k_{31} & k_{32} & k_{33} \end{bmatrix}.$$

Debido a la forma que toma la ecuación dinámica (4.13), no es posible calcular dicha matriz de ganancias de realimentación de estados empleando métodos convencionales (e.g. verificando el rango de la matriz de controlabilidad y empleando la fórmula de Ackermann). Por tanto, se realizará una elección simple para los elementos de \mathbf{K} en modo tal, que la influencia de los estados afecte de

manera independiente y exclusiva a la dinámica del vector de error. Así entonces, se selecciona la forma diagonal:

$$\begin{aligned} \mathbf{K} &= \begin{bmatrix} k_{11} & 0 & 0 \\ 0 & k_{21} & 0 \\ 0 & 0 & k_{33} \end{bmatrix} \\ &= \begin{bmatrix} 0.008 & 0 & 0 \\ 0 & 0.002 & 0 \\ 0 & 0 & 0.0015 \end{bmatrix}, \end{aligned}$$

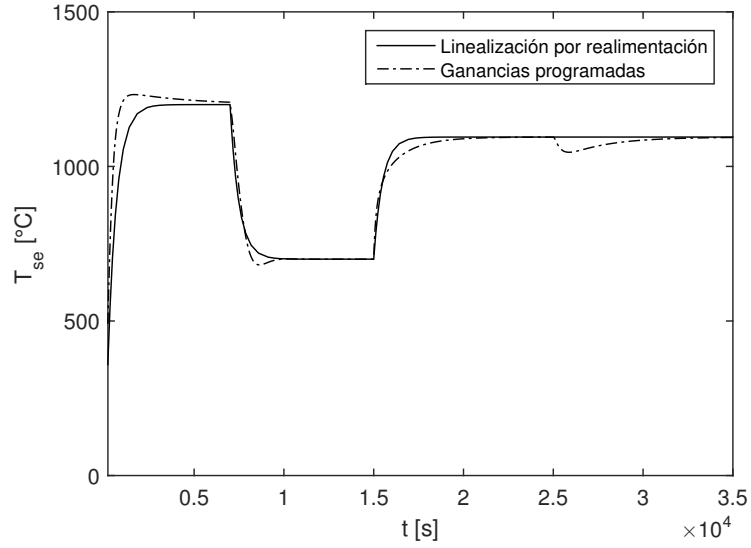
para una convergencia sobreamortiguada con tiempo de establecimiento en segundos, de alrededor $\frac{4}{k_{ii}}$ en la i -ésima dirección, representando una dinámica estable siempre que:

$$\{k_{11}, k_{22}, k_{33}\} > 0.$$

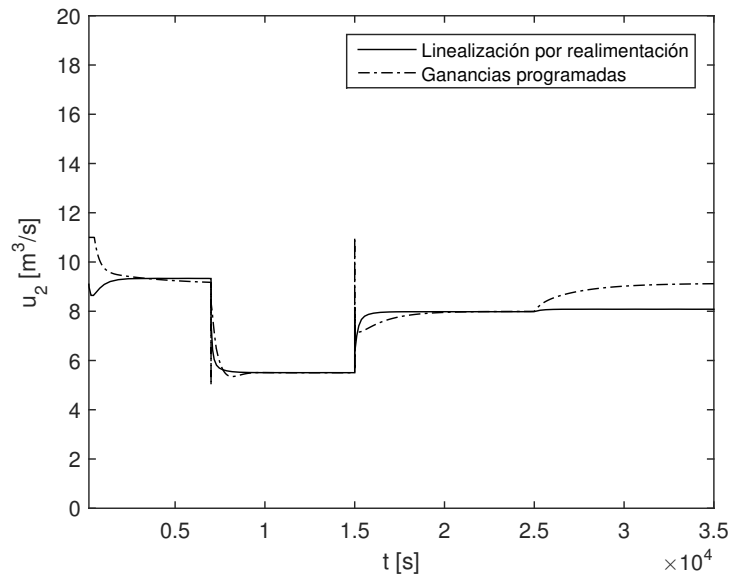
A partir de ello, la Fig. 4.4 permite replicar para el sistema controlado mediante linealización por realimentación, el mismo escenario de simulación analizado previamente en la Fig. 3.5 para el control PID (específicamente, en el caso de ganancias programadas).

Para efectos de comparación, se superponen los trazos de respuesta ante ambas técnicas. Como se observa en la Fig. 4.4(a), la trayectoria de temperatura de los gases de combustión mediante la técnica de linealización por realimentación presenta una respuesta dinámica más suave y rápida que ante la acción PID, con un efecto imperceptible de la perturbación aplicada en la humedad del combustible. Dicho comportamiento se refleja también en el esfuerzo de control de la Fig.4.4(b), con una disminución importante en la amplitud requerida de señal, para satisfacer el objetivo de control.

Por su parte, el comportamiento dinámico de las demás variables de entrada (u_1, u_3), estado (x_1) y salida ($y_1 = x_2, y_2 = x_3$) se observa en la Fig. 4.5 ante el mismo escenario de simulación, presentando respuestas satisfactorias al interior de los rangos admisibles de operación (sin saturación). Cabe aclarar, que la modificación de los valores de referencia empleados para x_2 y x_3 fue consistente con los valores de equilibrio determinados en la Tabla 3.2, permitiendo recrear de manera más precisa el escenario experimental de simulación para el PID por ganancias programadas, recuperando los correspondientes valores de estado estacionario para u_1 y u_3 .



(a)



(b)

Figura 4.4: Comparación para técnicas de control PID por ganancias programadas y de linealización por realimentación, ante cambios de referencia y perturbación: (a) respuesta del sistema para T_{se} y (b) esfuerzo de control \dot{m}_{pa}

Asimismo, debe resaltarse la tendencia del estado x_1 hacia valores muy próximos a los nominales esperados, demostrando la estabilidad para esta dinámica interna, controlada indirectamente mediante $\mathbf{h}(\mathbf{x})$ y definida a partir de (3.1) como:

$$\dot{x}_1 = -\alpha_{hg}x_1 + H_2^0u_1,$$

la cual garantiza convergencia para $\alpha_{hg} > 0$ (ver Tabla 2.1).

4.1.2 El problema de robustez

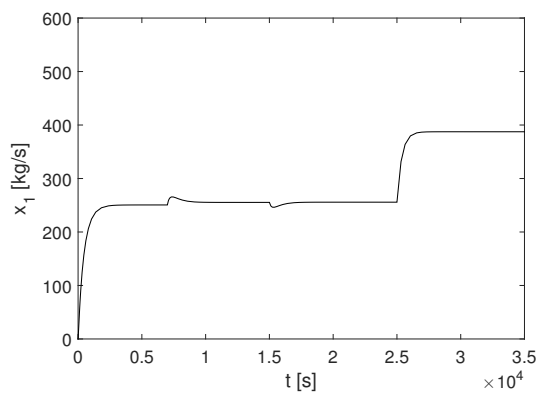
La ley de control de linealización global dada en (4.10), presenta un apropiado desempeño dinámico ante condiciones de operación cuantitativamente definidas. Sin embargo, de las expresiones que constituyen la ley de control, es evidente la alta dependencia de la técnica respecto a la precisión del modelo matemático disponible para la planta, y más aún, del conocimiento exacto en los valores de parámetro para dicho modelo. En otras palabras, la ley de control (4.10) no es robusta ante incertidumbres paramétricas.

Esta situación impone restricciones prácticas para efectividad de implementación de la técnica ante condiciones reales de operación.

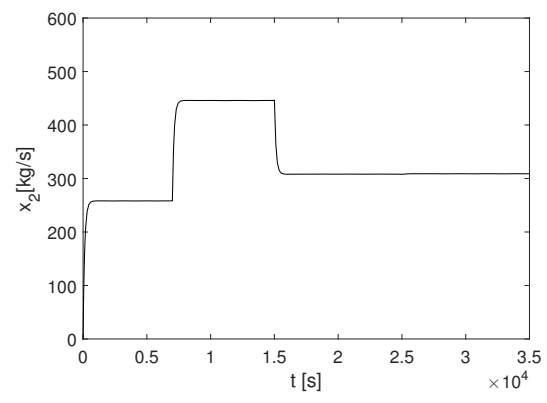
Como ejemplo, considérese una incerteza en el parámetro q_f , correspondiente con el valor efectivo de calor proporcionado por el combustible seco según el calor específico de cada componente, tal y como fue definido en la Sección 2.2.3. Dicha incerteza se justifica debido a la inestabilidad de la combustión en la zona de alimentación de combustible, como consecuencia de la variabilidad que experimentan en la práctica los elementos que constituyen los residuos, generando cambios en los perfiles de temperatura para la cámara de combustión y consecuente reducción en la eficiencia térmica, adicional a la generación de emisiones contaminantes.

En la literatura se destacan entre otros, los trabajos de [7, 11, 13, 17, 32, 51, 57, 58, 69, 71], quienes abordan la temática a partir de la generación de modelos matemáticos para la composición de los residuos, caracterizando las propiedades de dichos componentes y así poder comprender de manera más concreta su influencia en el proceso de combustión y las consecuencias de sus variaciones.

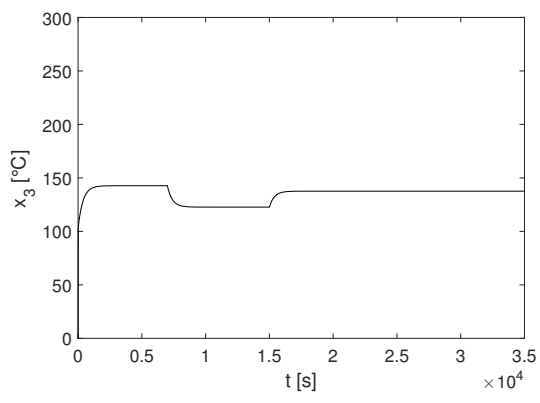
Por tanto, alteraciones para el valor nominal de q_f definido en la Tabla 2.1, se consideraron en el modelo del sistema para generar los resultados de simulación mostrados en la Fig. 4.6. En particular, el escenario mostrado en la Fig. 4.4 para la técnica de



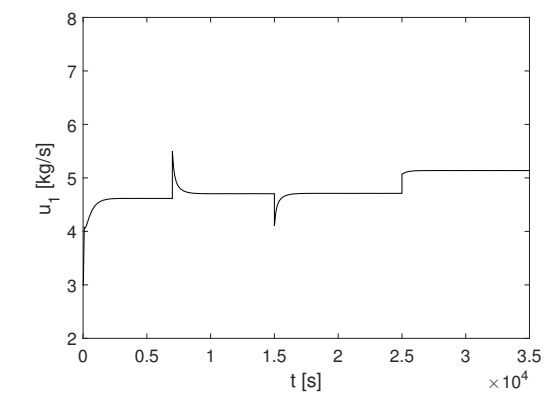
(a)



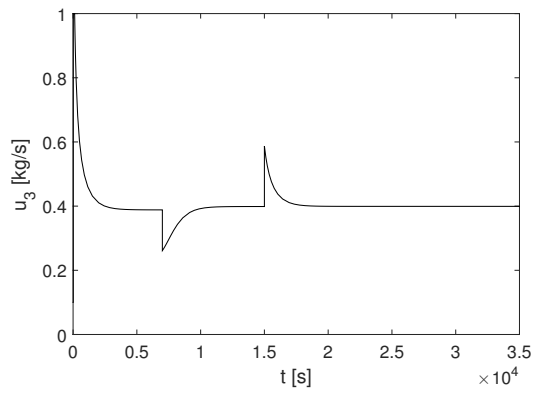
(b)



(c)



(d)



(e)

Figura 4.5: Comportamiento temporal para conjunto restante de variables de estado, entrada y salida del sistema controlado mediante linealización por realimentación.

linealización por realimentación, se alteró agregando en $t = 35 \times 10^3$ s un incremento instantáneo del 20% en la magnitud para q_f , siendo evidente la incapacidad de la técnica de control para corregir las variaciones presentadas y por tanto recuperar el valor final deseado en la variable de interés.

En este punto aparece la necesidad de constituir una mejora en la estrategia de linealización global que permita agregar robustez ante cambios paramétricos, ya que de otro modo, el término integral de la acción PID sería suficiente para atenuar los efectos indeseados de tales variaciones.

A continuación, se presenta una técnica complementaria que cumple con dicho fin y es compatible con la estructura del sistema no lineal analizado.

4.2 CONTROL POR MODOS DESLIZANTES

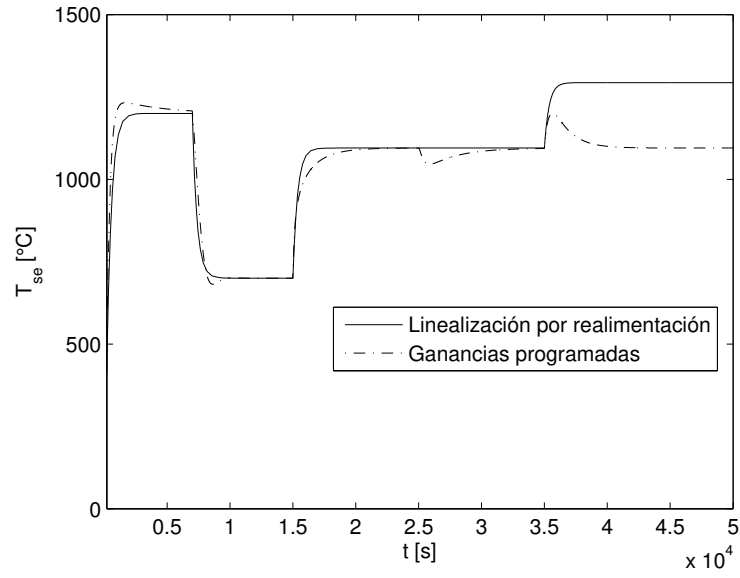
El control por modos deslizantes permite tolerar incertidumbres y dinámicas no modeladas del sistema, debido a la naturaleza discontinua de su acción de control. Presenta también una baja sensibilidad del sistema controlado ante variaciones paramétricas, al igual que rechazo a perturbaciones (robustez).

Esta técnica se fundamenta en la aplicación de una señal de control que conmuta en alta frecuencia y consigue llevar el vector de estado n -dimensional, a un subespacio del espacio de estados denominado *superficie de deslizamiento*, con el propósito de satisfacer las especificaciones deseadas de comportamiento en régimen permanente.

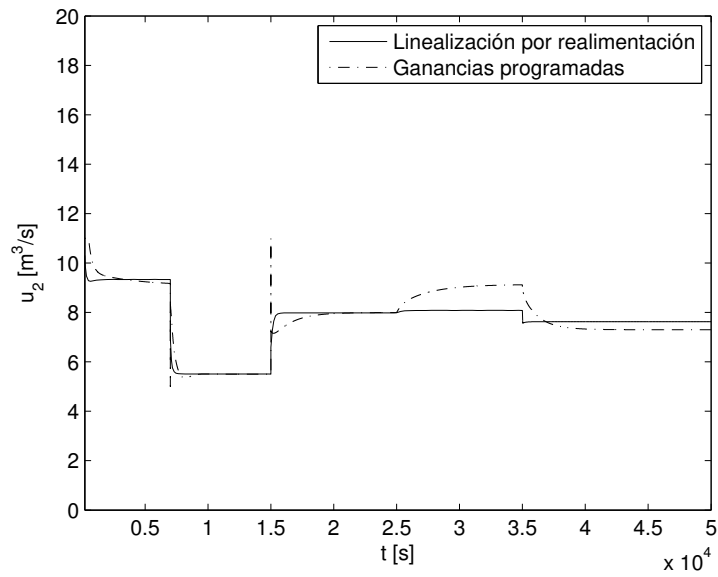
De manera más puntual, considere un sistema dinámico en la *forma compañía* (4.1), siendo $\mathbf{f}(\mathbf{x})$ y $\mathbf{g}(\mathbf{x})$ no lineales y de valor incierto, pero con límites determinados por variaciones paramétricas conocidas [84].

El problema de control consiste en encontrar una señal $u(\mathbf{x})$ para el sistema (4.1), tal que el vector de estados

$$\mathbf{x} = \begin{bmatrix} x \\ \dot{x} \\ \vdots \\ x^{(n-1)} \end{bmatrix}$$



(a)



(b)

Figura 4.6: Control de linealización por realimentación ante cambios paramétricos contrastado con PID: (a) respuesta del sistema para T_{se} y (b) esfuerzo de control \dot{m}_{pa}

alcance un vector de referencia

$$\bar{\mathbf{x}} = \begin{bmatrix} \bar{x} \\ \dot{\bar{x}} \\ \vdots \\ \bar{x}^{(n-1)} \end{bmatrix}$$

en un tiempo específico y ante la presencia de incertidumbres en $\mathbf{f}(\mathbf{x})$ y $\mathbf{g}(\mathbf{x})$, lo cual puede reformularse en términos del siguiente subconjunto del espacio de estados

$$\Sigma := \{\mathbf{x} \in \mathfrak{R}^n : \mathbf{x} - \bar{\mathbf{x}} = \mathbf{0}\} \quad (4.14)$$

conocido como *superficie de deslizamiento*.

A su vez, dicho problema n -dimensional puede ser reducido a un problema escalar, a través de la función $s : \mathfrak{R}^j \rightarrow \mathfrak{R}$ definida en el modo siguiente

$$s(x, t) = \left(\frac{d}{dt} + \lambda \right)^{j-1} (x - \bar{x}) \quad (4.15)$$

siendo j el orden del modo de deslizamiento y λ un coeficiente constante que relaciona la velocidad de convergencia hacia valores deseados. De esta manera, s representa una medida del error que define Σ alternativamente como sigue

$$\Sigma := \{\mathbf{x} \in \mathfrak{R}^n : s(x, t) = 0\}. \quad (4.16)$$

Ahora bien, a partir de (4.1) se tiene

$$x^{(n)} = \mathbf{f}(\mathbf{x}) + \mathbf{g}(\mathbf{x})u \quad (4.17)$$

y por tanto, seleccionando

$$u = \mathbf{g}^{-1}(\mathbf{x}) (v - \mathbf{f}(\mathbf{x})) \quad (4.18)$$

la dinámica de x puede ser manipulada hacia la condición deseada de equilibrio mediante una selección conveniente para la señal externa v

$$v = \bar{x}^{(n)} - \alpha_1 (x^{(n-1)} - \bar{x}^{(n-1)}) - \dots - \alpha_n (x - \bar{x}) \quad (4.19)$$

en términos de los coeficientes $\alpha_i \forall i = \{1, 2, \dots, n\}$.

Por ejemplo, siendo $n = 2$ el sistema (4.17) adopta la forma

$$\ddot{x} = \mathbf{f}(\mathbf{x}) + \mathbf{g}(\mathbf{x})u \quad (4.20)$$

y así, una señal externa

$$v = \ddot{\tilde{x}} - \lambda(\dot{x} - \dot{\tilde{x}})$$

permite constituir la siguiente ecuación dinámica

$$(\ddot{x} - \ddot{\tilde{x}}) + \lambda(\dot{x} - \dot{\tilde{x}}) = 0 \quad (4.21)$$

que coincide con $\dot{s} = 0$, si en (4.15) se toma $j = 2$.

Lo anterior, asegura para s una convergencia a un valor constante en estado estacionario. Bajo estas condiciones, si $s(x_0, 0) = 0$, el vector de estado $\mathbf{x}(t)$ se mantendrá en la superficie de deslizamiento Σ para todo $t > 0$. Dicha condición se denomina *modo de deslizamiento* (ver Fig. 4.7) con señal externa de control denominada *control equivalente* v_{eq} .

En este punto surgen las siguientes inquietudes: ¿Qué sucede si alguna perturbación o incertidumbre saca a mi sistema del *modo de deslizamiento*? o simplemente ¿Qué sucede si $s(x_0, 0) \neq 0$?

Estas suposiciones requieren que Σ sea un subespacio atrayente para $\mathbf{x}(t)$, o dicho de otro modo, requieren la convergencia de la dinámica del error s hacia cero.

Para garantizar esto, se define la siguiente función de Lyapunov

$$V(s) = \frac{1}{2}s^2$$

de lo cual, la estabilidad dinámica de s se verifica si la derivada temporal de $V(s)$, dada por

$$\begin{aligned} \dot{V}(s) &= \left(\frac{d}{ds} V(s) \right) \dot{s} \\ &= \frac{d}{ds} \left(\frac{1}{2}s^2 \right) \dot{s} \\ &= s\dot{s}, \end{aligned}$$

es semidefinida negativa; es decir: $\dot{V}(s) = s\dot{s} \leq 0$, condición (denominada *condición de deslizamiento*) que a su vez se satisface si

$$\dot{s} = \begin{cases} < 0, & s > 0 \\ > 0, & s \leq 0 \end{cases}$$

Una manera simple de implementar lo anterior, es agregando un término de corrección a v_{eq} en (4.18), dado por

$$\bar{v} = -k \operatorname{sgn}(s), \quad (4.22)$$

donde k es un factor de ponderación para el término de corrección y $\operatorname{sgn}(\cdot)$ es la función signo. Es decir, ante incertidumbres paramétricas en $\mathbf{f}(\mathbf{x})$, la expresión (4.17) asume la forma

$$x^{(n)} = \hat{\mathbf{f}}(\mathbf{x}) + \mathbf{g}(\mathbf{x})u$$

y por tanto

$$u = \mathbf{g}^{-1}(\mathbf{x}) (v - \mathbf{f}(\mathbf{x}))$$

requerirá

$$\begin{aligned} v &= v_{eq} + \bar{v} \\ &= v_{eq} - k \operatorname{sgn}(s) \end{aligned}$$

para conseguir una dinámica controlada dada por

$$\begin{aligned} x^{(n)} &= \hat{\mathbf{f}}(\mathbf{x}) + (v - \mathbf{f}(\mathbf{x})) \\ &= \hat{\mathbf{f}}(\mathbf{x}) + (v_{eq} - k \operatorname{sgn}(s) - \mathbf{f}(\mathbf{x})) \\ &= \hat{\mathbf{f}}(\mathbf{x}) - (\mathbf{f}(\mathbf{x}) + k \operatorname{sgn}(s)) + v_{eq}. \end{aligned} \quad (4.23)$$

De esta manera, un valor para k que satisfaga

$$\hat{\mathbf{f}}(\mathbf{x}) - \mathbf{f}(\mathbf{x}) < k \operatorname{sgn}(s)$$

verifica la *condición de deslizamiento*. Así entonces, la trayectoria del vector de estado $\mathbf{x}(t)$ tiende hacia el subespacio Σ (*modo de aproximación* en Fig. 4.7) y una vez en él, se mantiene (*modo de deslizamiento*).

Para el caso de incertidumbres paramétricas en $\mathbf{g}(\mathbf{x})$, se asumen condiciones para asegurar la invertibilidad de $\hat{\mathbf{g}}(\mathbf{x})$ y se considera que el término de corrección en (4.22) ayuda a compensar las imprecisiones sobre dicho valor en el cálculo asumido al evaluar la expresión para u en (4.18).

El análisis anterior puede extenderse a otros casos de j y n , siendo $j \leq n$. Esto impone cierta diferencia entre el orden del sistema y el orden del modo de deslizamiento.

En particular, los desarrollos para el proceso de incineración de biomasa se realizarán considerando $j = 1$ y por tanto, no existirá en el control influencia alguna del parámetro λ .

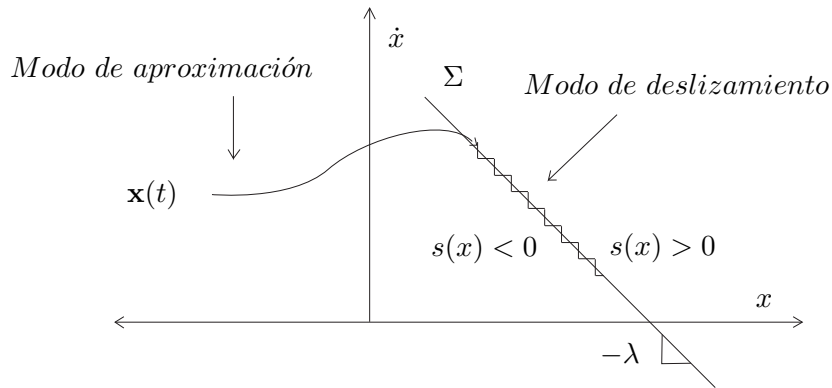


Figura 4.7: Ilustración para control por modos deslizantes

4.2.1 Diseño del modo deslizante para el incinerador de biomasa

Tomando como base los resultados presentados en la Sección 4.1.1, donde a través de la expresión (4.10) se logró desacoplar las dinámicas del modelo simplificado para el incinerador de biomasa (3.1), es posible replicar las ideas introductorias formuladas al principio de la presente Sección para manipular de manera independiente la tendencia del vector de estado (4.3) hacia sus valores deseados, mediante una apropiada selección del vector \mathbf{v} en (4.12).

En particular, la incertidumbre paramétrica considerada en los campos vectoriales $\mathbf{f}(\mathbf{x})$ y $\mathbf{g}(\mathbf{x})$ justifica y define la elección para la constante k en el término de corrección definido en (4.22), como único parámetro de control. Este procedimiento será ilustrado a continuación para el caso MIMO tomando como base los resultados de la Sección 7.4 de [84]:

1. A partir de (4.15), es posible construir un vector

$$\mathbf{s}(\mathbf{h}(\mathbf{x}), t) = \begin{bmatrix} s_1(x_2, t) \\ s_2(x_3, t) \\ s_3(x_4, t) \end{bmatrix}$$

de manera tal que

$$s_i = x_{i+1} - \bar{x}_{i+1} \quad \forall i = 1, 2, 3$$

representa una superficie de deslizamiento (error) de orden 1 para el estado x_{i+1} , en el modelo de incineración de biomasa;

2. De (4.5) y (4.17) se observa que una incertidumbre sobre $\mathbf{g}(\mathbf{x})$ repercute en una incertidumbre sobre $\mathbf{E}(\mathbf{x})$ (denotada en adelante $\hat{\mathbf{E}}(\mathbf{x})$) y por tanto, afecta su invertibilidad en (4.10) para realizar el desacople dinámico de la acción de control.

Ahora bien, en la Sección 4.1.2 se definió como parámetro de incertidumbre al valor efectivo de calor q_f proporcionado por el combustible seco, el cual según (4.6) y (4.9), afecta la invertibilidad de $\hat{\mathbf{E}}(\mathbf{x})$ sólo si tiene valor cero. Con esto, dado el intervalo de variación considerado para q_f de $\pm 20\%$ su valor nominal; es decir

$$18 > q_f > 12 \quad MJ/kg,$$

se garantiza la existencia para una señal de control $\mathbf{u}(\mathbf{x})$ ante incertidumbres paramétricas;

3. Considerando incertidumbres para $\mathbf{f}(\mathbf{x})$ en (4.17) y asumiendo una extensión vectorial para (4.19) compatible con (4.12), es posible constituir el siguiente vector de señales de control equivalentes \mathbf{v}_{eq} con correspondientes términos de corrección

$$\begin{aligned} \mathbf{v} &= \begin{bmatrix} v_1 \\ v_2 \\ v_3 \end{bmatrix} \\ &= \begin{bmatrix} v_{eq1} - k_1 \text{sgn}(s_1) \\ v_{eq2} - k_2 \text{sgn}(s_2) \\ v_{eq3} - k_3 \text{sgn}(s_3) \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (4.24)$$

a manera de entradas externas de control, en modo tal que al ser reemplazado en la versión perturbada de (4.10), genera como resultado

$$\begin{aligned}
\mathbf{u}(\mathbf{x}) &= \mathbf{E}^{-1}(\mathbf{x}) \begin{bmatrix} \dot{\tilde{x}}_2 - k_1 \operatorname{sgn}(s_1) - f_2 \\ \dot{\tilde{x}}_3 - k_2 \operatorname{sgn}(s_2) - f_3 \\ \dot{\tilde{x}}_4 - k_3 \operatorname{sgn}(s_3) - f_4 \end{bmatrix} \tag{4.25} \\
&= \begin{bmatrix} \frac{1}{g_{21}} & 0 & -\frac{g_{22}}{g_{21}g_{42}} \\ 0 & 0 & \frac{1}{g_{42}} \\ 0 & \frac{1}{g_{33}} & -\frac{g_{32}}{g_{33}g_{42}} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{\tilde{x}}_2 - k_1 \operatorname{sgn}(s_1) - f_2 \\ \dot{\tilde{x}}_3 - k_2 \operatorname{sgn}(s_2) - f_3 \\ \dot{\tilde{x}}_4 - k_3 \operatorname{sgn}(s_3) - f_4 \end{bmatrix} \\
&= \begin{bmatrix} \frac{-k_1 \operatorname{sgn}(s_1) - f_2}{g_{21}} - \frac{(-k_3 \operatorname{sgn}(s_3) - f_4)g_{22}}{g_{21}g_{42}} \\ \frac{-k_2 \operatorname{sgn}(s_2) - f_3}{g_{33}} - \frac{(-k_3 \operatorname{sgn}(s_3) - f_4)g_{32}}{g_{33}g_{42}} \end{bmatrix} \\
&= \begin{bmatrix} \frac{-k_1 \operatorname{sgn}(s_1)}{1-H_2O} - \frac{\left(-k_3 \operatorname{sgn}(s_3) - \left(\frac{-C_d x_2 q_f - 2.257 \alpha_{hg} x_1 + x_3 - x_4}{\alpha_{fg} \dot{m}_{fg}^{0.8}}\right) \frac{1}{\tau}\right) (-\alpha_{dg} x_2)}{(1-H_2O) \frac{q_f \alpha_{dg} x_2}{\alpha_{fg} \dot{m}_{fg}^{0.8}} \frac{1}{\tau}} \\ \frac{-k_3 \operatorname{sgn}(s_3) - \left(\frac{-C_d x_2 q_f - 2.257 \alpha_{hg} x_1 + x_3 - x_4}{\alpha_{fg} \dot{m}_{fg}^{0.8}}\right) \frac{1}{\tau}}{\frac{q_f \alpha_{dg} x_2}{\alpha_{fg} \dot{m}_{fg}^{0.8}} \frac{1}{\tau}} \\ \frac{-k_2 \operatorname{sgn}(s_2) - \left(\frac{-C_d x_2 q_f - 2.257 \alpha_{hg} x_1}{V \rho C_\omega}\right)}{\frac{T \omega_E^{-x_3}}{V \rho}} + \frac{\left(k_3 \operatorname{sgn}(s_3) + \frac{-C_d x_2 q_f - 2.257 \alpha_{hg} x_1 + x_3 - x_4}{\alpha_{fg} \tau \dot{m}_{fg}^{0.8}}\right) \left(\frac{q_f \alpha_{dg} x_2}{V \rho C_\omega}\right)}{\left(\frac{T \omega_E^{-x_3}}{V \rho}\right) \frac{q_f \alpha_{dg} x_2}{\alpha_{fg} \dot{m}_{fg}^{0.8}} \frac{1}{\tau}} \end{bmatrix}
\end{aligned}$$

4. Las ganancias k_i , $i = \{1, 2, 3\}$, se seleccionan a través de procedimientos de ensayo y error para satisfacer tiempos de establecimiento similares a los obtenidos en la Sección 4.1.1. A partir de ello se obtiene

$$k_1 = 0.4; k_2 = 0.15; k_3 = 3.92.$$

De esta manera, la Fig. 4.8 ilustra resultados de simulación para el sistema bajo control por modos deslizantes, empleando el mismo escenario de simulación previamente analizado en la Fig. 4.6.

Estos resultados permiten verificar la robustez de la respuesta dinámica del sistema controlado por modos deslizantes, ante cambios de entrada y parámetros en el modelo.

Sin embargo, también se observa un esfuerzo de control caracterizado por micro-oscilaciones de alta frecuencia (*chattering*) las cuales degradan la vida útil de actuadores en la práctica e imprimen ruidos de alta frecuencia que eventualmente excitan dinámicas no modeladas en el sistema.

Dicho fenómeno se verifica en las demás señales de control y estados restantes del modelo, según presentado en la Fig. 4.9, donde también se alcanzan condiciones nominales aunque a expensas de un efecto incluso más evidente de las conmutaciones en los comandos de control.

Para una discusión formal acerca de estas micro-oscilaciones de alta frecuencia y sus efectos en sistemas dinámicos, se recomienda al lector interesado consultar [5].

Una manera de aliviar el efecto de estas micro-oscilaciones es suavizando la acción de corrección en (4.22), mediante la función de saturación

$$\text{sat} \left(\frac{s}{\phi} \right) = \begin{cases} \text{sgn} \left(\frac{s}{\phi} \right) \rightarrow \left| \frac{s}{\phi} \right| \geq 1 \\ \frac{s}{\phi} \rightarrow \left| \frac{s}{\phi} \right| < 1 \end{cases}, \quad (4.26)$$

siendo ϕ un parámetro que determina la pendiente de transición entre los extremos de la función signo original, según representado gráficamente en la Fig. 4.10.

Lo anterior, genera un menor efecto de discontinuidad, reduciendo el *chattering* pero alterando también la precisión del control en cuanto a su capacidad para reducir el efecto de las perturbaciones paramétricas en el sistema.

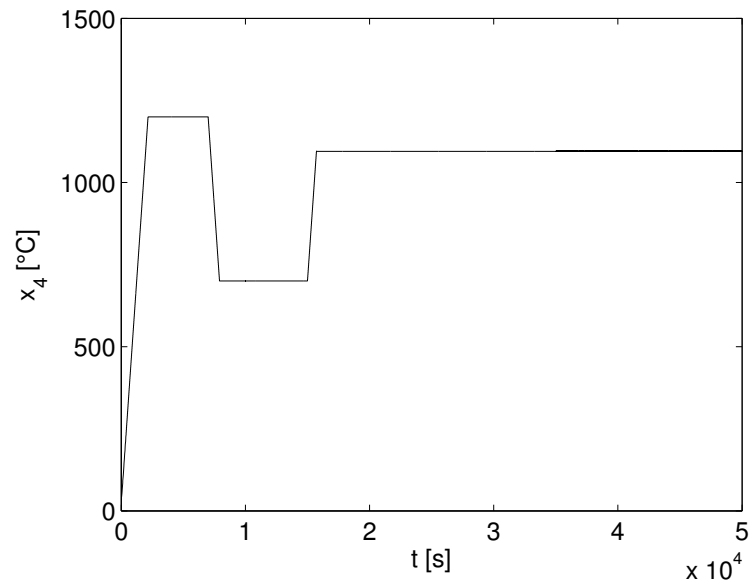
De esta manera, ϕ constituye un parámetro importante en el diseño de la ley de control por modos deslizantes, cuando lo que se busca es un suavizado que respete las propiedades de robustez.

Mediante un procedimiento de ensayo de error fundamentado en tentativas individuales para ϕ_i sobre cada s_i , en modo tal de obtener reducción de amplitud de micro-oscilaciones pero conservando características dinámicas apropiadas, fue posible seleccionar

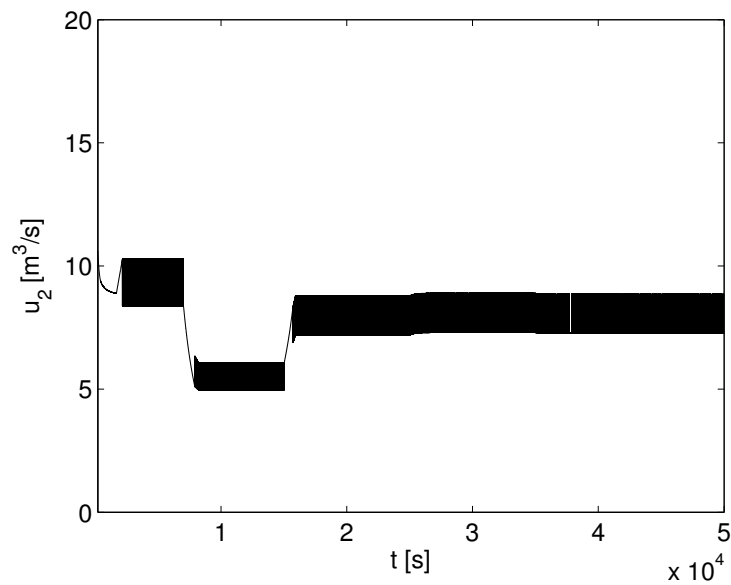
$$\phi_1 = 0.5; \phi_2 = 1.5; \phi_3 = 1$$

En las Figs. 4.11 y 4.12 se muestran resultados de simulación en el caso de suavizado por función de saturación, donde se resalta una atenuación importante del efecto de micro-oscilaciones sin sacrificar la calidad de la dinámica.

Más aún, la Fig. 4.13 realiza un contraste para las técnicas implementadas que permite verificar las bondades del control de linealización global, robusto, por modos deslizantes.



(a)



(b)

Figura 4.8: Control por modos deslizantes ante cambios paramétricos: (a) respuesta del sistema para T_{se} y (b) esfuerzo de control \dot{m}_{pa}

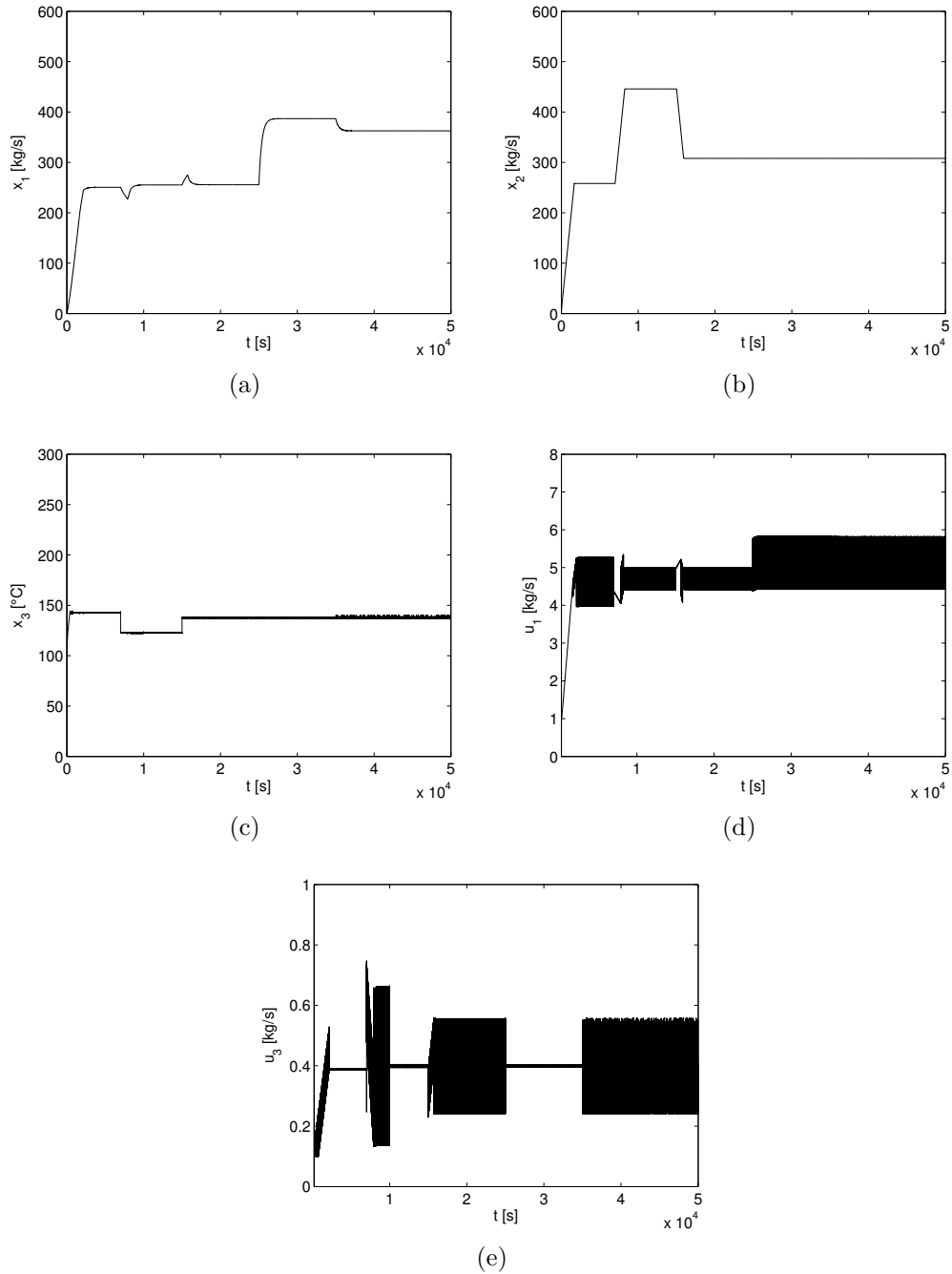


Figura 4.9: Comportamiento temporal para conjunto restante de variables de estado, entrada y salida del sistema controlado por modos deslizantes

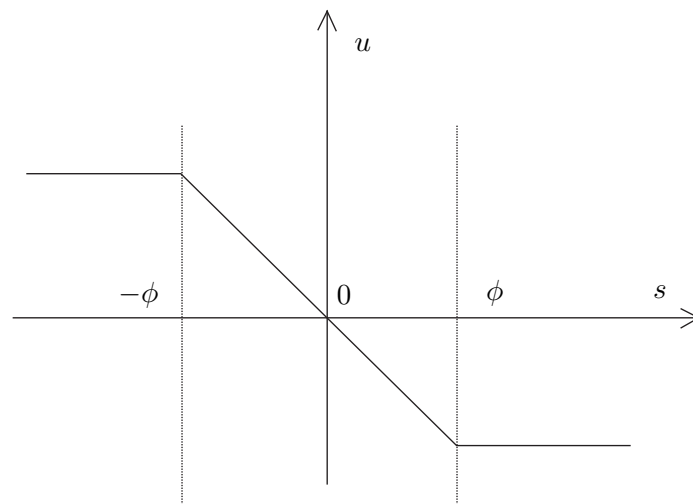
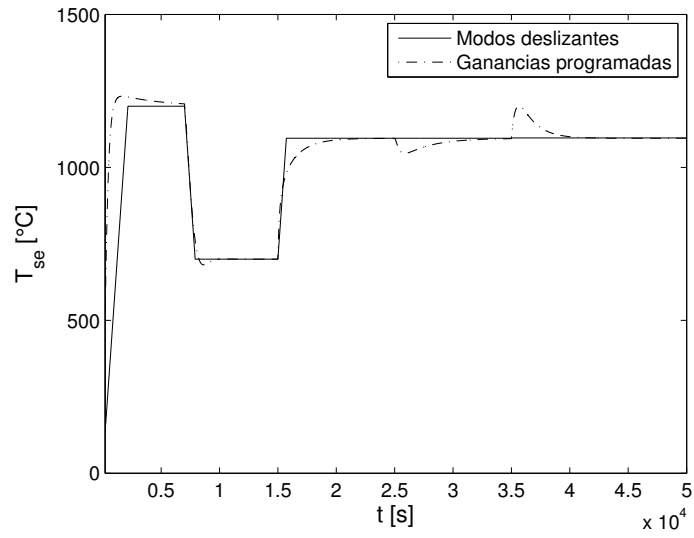
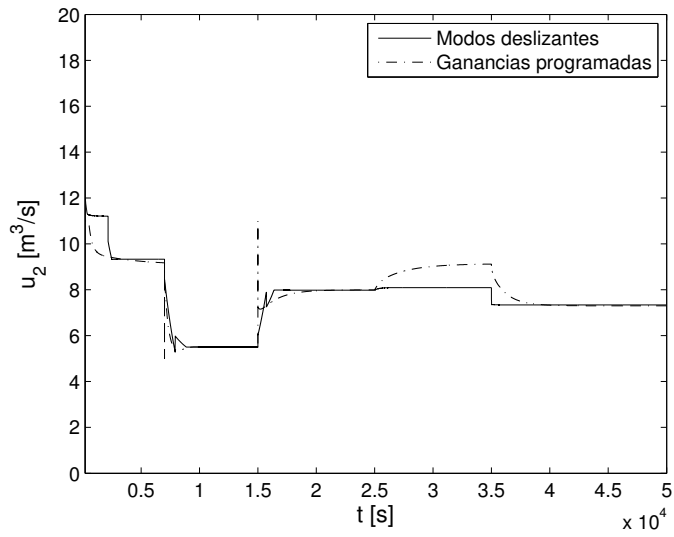


Figura 4.10: Función $sat\left(\frac{s}{\phi}\right)$



(a)



(b)

Figura 4.11: Comportamiento del control por modo deslizante suavizado: (a) respuesta del sistema para T_{se} y (b) esfuerzo de control \dot{m}_{pa}

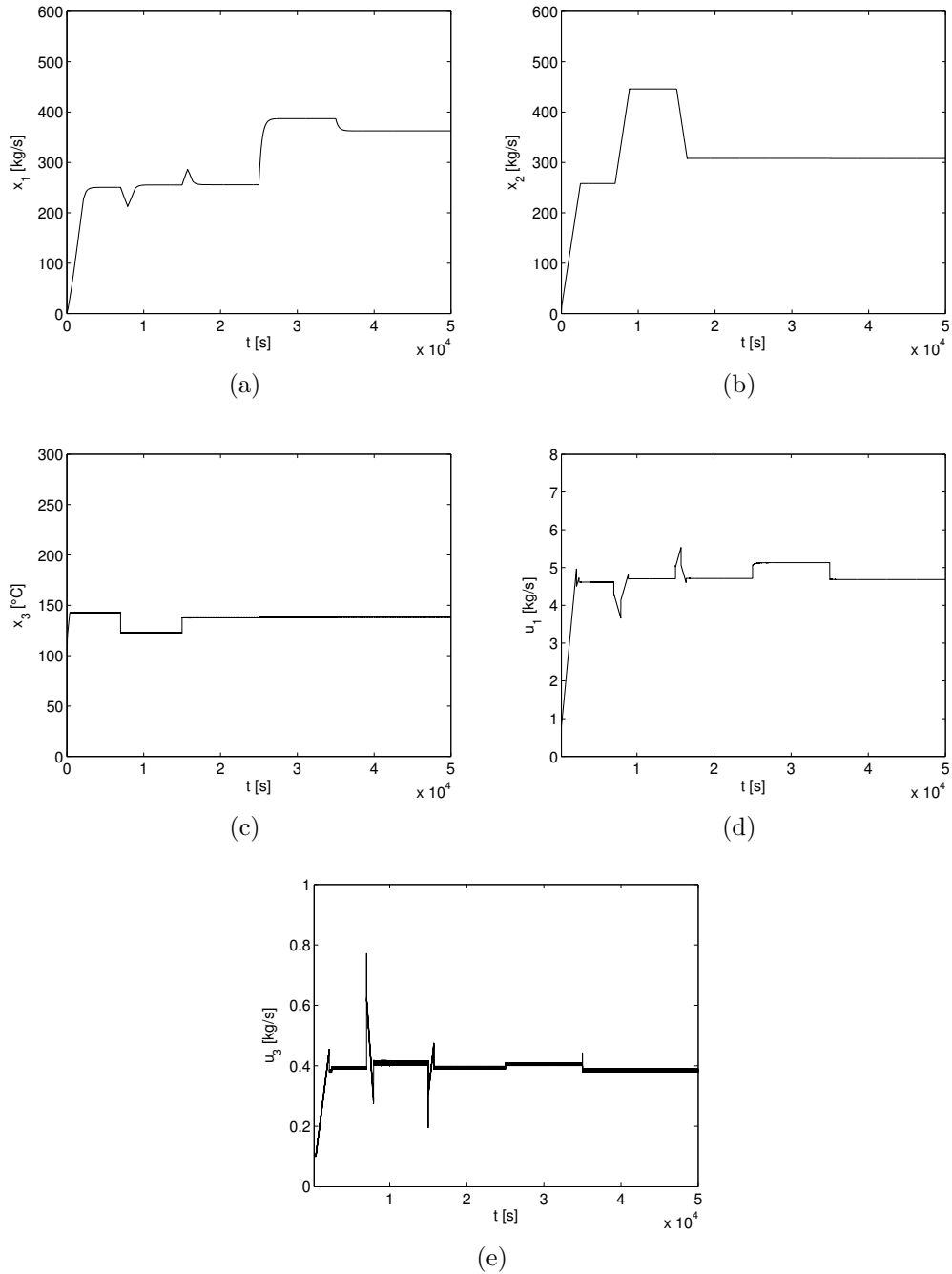
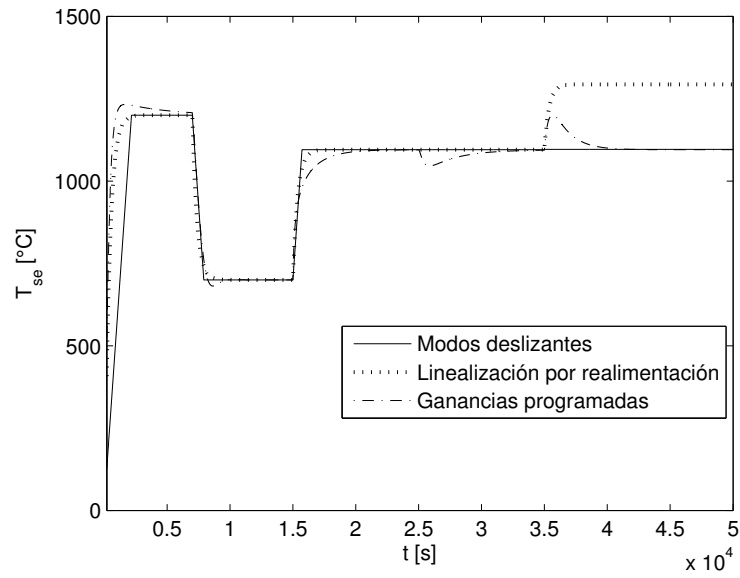
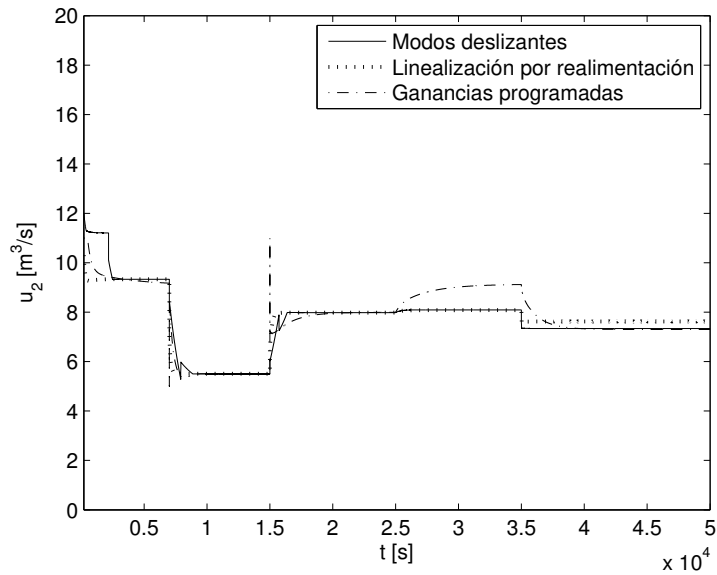


Figura 4.12: Comportamiento temporal para conjunto restante de variables de estado, entrada y salida del sistema controlado mediante modo deslizante suavizado.



(a)



(b)

Figura 4.13: Comportamiento las tres técnicas control: (a) respuesta del sistema para T_{se} y (b) esfuerzo de control \dot{m}_{pa}

5 CONCLUSIONES

Los desarrollos contenidos en la presente tesis de maestría, permiten concluir que la implementación de un control no lineal robusto multivariado (MIMO) en el espacio de estados, a partir de la técnica de modos deslizantes adaptada al caso de linealización por realimentación, compensa en un modo global los efectos de incertidumbres paramétricas para un sistema de incineración de residuos sólidos de tipo biomasa, aproximado mediante un modelo simplificado basado en ecuaciones diferenciales (planteado por Markus Golles [36]). La técnica de control implementada, verifica su validez tras contrastar su desempeño con técnicas de control de linealización por realimentación convencional (feedback linearization) y PID semi-global mediante ganancias programadas (gain scheduling).

A continuación se enuncian los principales aportes en cada capítulo:

- El **Capítulo 2** permitió interpretar la formulación matemática del modelo planteado por Markus Golles [36] y adaptarla al caso de un incinerador de biomasa de referencia, a través de datos numéricos generados por un simulador (Cycle-Tempo®) compatible con el tipo de fenómeno estudiado. Asimismo, se propuso una estructura basada en mínimos cuadrados recursivos (RLS) que asignando valores a los parámetros desconocidos del modelo, ajustara las condiciones en estado estacionario para la variable de interés. Para el caso particular analizado, se mostró que un proceso iterativo simple basado en el error de estimación permite encontrar soluciones convergentes a valores consistentes con el fenómeno físico, adicional a la capacidad de replicar los parámetros conocidos.
- El **Capítulo 3** abordó la determinación de los puntos de equilibrio en el modelo simplificado de un incinerador de biomasa y la posterior clasificación para su estabilidad, caracterizando los escenarios posibles de operación dinámica del proceso. A partir de ello, se implementó un controlador PID semi-global utilizando la técnica de ganancias programadas (gain scheduling), con el objetivo de manipular el comportamiento dinámico del proceso de incineración de biomasa, extendiendo los beneficios ampliamente conocidos de la acción de control PID convencional a una mayor región del espacio de estados.

- Finalmente, el **Capítulo 4** presentó la implementación de un control no lineal a partir de la técnica de linealización (global) por realimentación (feedback linearization), adaptada al caso MIMO, para manipular el comportamiento dinámico del proceso de incineración de biomasa a través de la cancelación analítica de los efectos de no linealidades en el sistema. Además, permitió implementar un control no lineal robusto multivariado (MIMO) en el espacio de estados, a partir de la técnica por modos deslizantes adaptada al caso de linealización (global) por realimentación, compensando los efectos de incertidumbres paramétricas, en un modo global que garantiza la estabilidad en el sentido de Lyapunov.

TRABAJO FUTURO

Debido a que la utilización de los productos agrícolas en Colombia sólo cumple con el aproximado de aprovechamiento del 9-10% [78], es llamativo emplear los desechos agroindustriales como insumo para tareas de recuperación energética a base de biomasa, constituyendo un foco de sostenibilidad que genera valor y posibilidad de retorno, sobre residuos que de otra manera serían simples desperdicios.

La generación eléctrica a partir de biomasa como combustible se lleva a cabo a través de calderas de vapor [80]. Los humos de la combustión de biomasa son utilizados para calentar un alambique contenedor de agua, llevándola hasta su punto de ebullición. Este vapor es utilizado en turbinas, transformando el flujo en energía mecánica y finalizando el proceso con acople hacia generadores eléctricos. En países como Alemania, España, Portugal y Escocia, se utilizan estas calderas para cogeneración energética [20, 50], es decir, para la generación simultánea de energía térmica y eléctrica.

Estos métodos de cogeneración basados en calderas, son inviables en zonas donde el agua no se encuentra a disposición en grandes cantidades o cuyo uso es restringido a satisfacer necesidades de consumo, como lo es el caso de las zonas rurales [24]. Por tanto, un método de transformación energética más adecuado con las condiciones rurales corresponde con los denominados motores de combustión externa, operados a partir de diferencias de temperatura. De esta manera, es posible utilizar la temperatura de los gases de combustión de biomasa para impulsar este tipo de motores, convirtiendo la energía térmica en trabajo mecánico. Un caso típico de uso para micro-cogeneración es el motor Stirling [6, 23].

En el proceso de conversión del calor en trabajo, el motor Stirling alcanza un rendimiento superior a cualquier otro motor real, acercándose hasta el máximo posible ideal de Carnot [79]. En la Fig 5.1 se aprecian las partes del motor térmico y su posible implementación a través de la combustión controlada de biomasa.

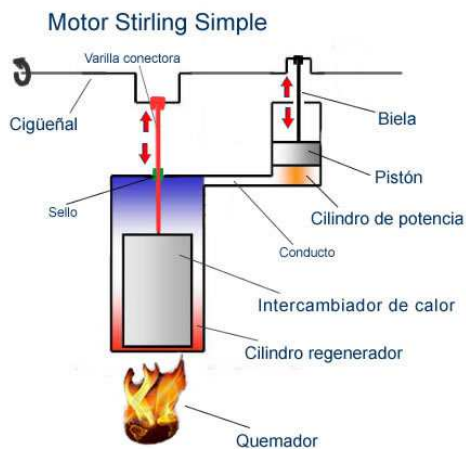


Figura 5.1: Esquema general para operación de un motor Stirling [42]

Estos motores no son utilizados en grandes industrias debido a la baja potencia que generan y al tiempo que tardan en iniciar el trabajo. Sin embargo, gracias a su alta eficiencia son una alternativa tecnológica importante para satisfacer demandas en el campo colombiano, a nivel de consumo doméstico y de pequeños procesos agrícolas [2], mejorando las condiciones socio-económicas para este frágil sector de la sociedad colombiana.

En este contexto, se destaca el aporte de la Universidad Nacional de Colombia en el desarrollo de un prototipo de motor térmico tipo Stirling para uso agroindustrial [33] y de la Universidad Industrial de Santander con un diseño de motor gamma, impulsado mediante energía solar [29]. Sin embargo, no se verifican reportes alrededor de un prototipo funcional de sistema de cogeneración, automatizado y con emisiones controladas.

Por todo lo anterior, se propone como trabajo complementario al presente proyecto de investigación de maestría, el diseño e implementación de un prototipo de sistema para micro-cogeneración, basado en combustión electrónicamente controlada de residuos agroindustriales, para uso potencial en zonas rurales colombianas.

DIVULGACIÓN DE RESULTADOS

Durante la presente tesis de maestría se realizó la siguiente ponencia en evento internacional:

- S. F. Muñoz, R. Alzate (2015). “Comparación de técnicas de control para seguimiento de velocidad en un motor de combustión interna”. Congreso Nacional Mexicano de Control Automático (AMCA), Cuernavaca - México.

Asimismo, se participó en la co-dirección de los siguientes trabajos de grado en Ingeniería electrónica de la E3T-UIS:

- M. Olarte, J. Garcia. “Modelado y control de un motor de combustión interna”. Trabajo de grado concluido en diciembre 2015, evaluado con calificación de 4.7/5
- H. Monroy, D. Prieto. “Caracterización de emisiones en un destilador de aceites esenciales que utiliza biocombustible, del CENIVAM-UIS”. Trabajo de grado concluido en diciembre de 2016, evaluado con calificación de 4.7/5

BIBLIOGRAFÍA

- [1] ACHOUR, N. *Evaluating energy efficiency and emissions of chered biomass used as a fuel for household cooking in rural Kenya*. Tesis doctoral, Department of energy and technology University of agricultural sciences, 2015.
- [2] AGUERO, V. Diseño y construcción de un motor stirling para la generación de energía eléctrica. *Universidad Nacional de Ingeniería* (2006).
- [3] ALHAMAMR, Z. Wastes and biomass materials as sustainable renewable energy resources for jordan. *Renewable and Sustainable Energy* 67 (2015).
- [4] ALTAFINI, C. R. Modelling of wood waste fuel cell/gas turbine for small power generation. *18th international congress of mechanical engineering* (2005).
- [5] ALZATE, R. *Analysis and application of bifurcations in systems with impacts and chattering*. Tesis doctoral, Universita degli studi di Napoli Federico II, 2008.
- [6] ARASHNIA, I. Development of micro-scale biomass-fuelled chp system using stirling engine. *Energy Procedia* 75 (2015), 1108–1113.
- [7] ARENA, U. Process and technological aspects of municipal solid waste gasification. *Waste Management* 32 (2012), 625–639.
- [8] ARNAVAT, M. P. *Performance and validation of biomass gasifiers for trigeneration plants*. Tesis doctoral, Universitat Rovira I Virgili, 2011.
- [9] ASTROM, K., AND HAGGLUND, T. *PID controllers: Theory, design and tuning*, 2 ed. 1995.
- [10] BARDI, S., AND ASTOLFI, A. Modeling and control of a waste-to-energy plant. waste-bed temperature regulation. *Applications of control: IEEE Control systems* (2010).
- [11] BARMINA, I. Effect of biomass composition on combustion characteristics and energy quality. *International Conference on Renewable Energies and Power Quality* (2012).

- [12] BARMINA, I. Effects of biomass composition variations on gasification and combustion characteristics. *Engineering for rural development Jelgava* (2013).
- [13] BARMINA, I. Effects of biomass composition variations on gasification and combustion characteristics. *Engineering for rural development* (2013).
- [14] BAUER, R., AND GOLLES, M. Modelling of grate combustion in a medium scale biomass furnace for control purposes. *Biomass and bioenergy* 34 (2010).
- [15] CANDEAS, D. V. *Generación eléctrica distribuida y aprovechamiento de los residuos de la industria del Olivar*. Tesis doctoral, Escuela politécnica superior de JAEN, departamento de ingeniería Eléctrica, 2013.
- [16] CANDEAS, D. V. *Generación eléctrica distribuida y aprovechamiento de los residuos de la industria del Olivar*. Tesis doctoral, Escuela politécnica superior de JAÉN, 2013.
- [17] CAO, Y. A novel biomass air gasification process for producing tar-free higher heating value fuel gas. *Fuel Processing Technology* 87, 343–353 (2006).
- [18] CASTELLS, X. E. *Tratamiento y valoración energética de residuos*. DIAZ DE SANTOS, 2005.
- [19] CHEREMISINOFF, P. *Waste Incineration Handbook*. Cahnerns Publishing Company, 1992.
- [20] CLARA SERRANO, H. P., AND MONEDERO, E. Pine chips combustion in a 50 kw domestic biomass boiler. *Fuel* 111 (2013), 564–573.
- [21] CORANTIOQUIA, G. *Requerimientos técnicos y normativos para incineradores*. Gobierno Nacional de Colombia, 2002.
- [22] CORRIPIO, AND SMITH. *Control automático de procesos. Teoría y práctica*. Noriega Limusa, 1991.
- [23] DAMIRCHI, H. Micro combined heat and power to provide heat and electrical power using biomass and gamma-type stirling engine. *Applied Thermal Engineering* 103 (2016), 1460–1469.
- [24] DÍAZ, A. Desarrollo sostenible y el agua como derecho en colombia. *Estud. Socio-Juríd* 11 (2009), 84–116.

- [25] DEPOORTER, V., OLIVELLA, P., SUDRIA, A., GIRAL, J., AND SUMPER, A. Simulation of a small-scale electricity generation system from biomass gasification. *International conference on Renewable Energies and power quality ICREPQ*, 12 (Spain 2014).
- [26] DER SHAFT, A. V. *Gain and Passivity Techniques in Nonlinear Control*. Springer, 2000.
- [27] DOHERTY, W. *Modelling of Biomass Gasification Integrated with a Solid Oxide Fuel Cell System*. Tesis doctoral, Dublin institute of Techology, 2014.
- [28] DOHERTY, W., REYNOLDS, A., AND KENNEDY, D. Aspen plus simulation of biomass gasification in a steam blown dual fluidised bed. *Materials and processes for energy* (2013).
- [29] DOMÍNGUEZ, J., AND MENESES, D. *Diseño y construcción de un sistema de generación eléctrica activado por un motor Stirling tipo gamma, que usa como fuente la energía solar*. Tesis de grado en ingeniería mecánica, Universidad Industrial de Santander, 2013.
- [30] ELMEGAARD, B. *Simulation of boiler dynamics. Development, evaluation and application of a general energy system simulation tool*. Tesis doctoral, University of Denmark, 1999.
- [31] FOCUS. Emerging waste-to-energy technologies. *Environmental Health Perspectives* 124, 6 (2016).
- [32] FRIEDRICH, B., AND INGWALD, O. Ash-related problems during biomass combustion and possibilities for a sustainable ash utilisation. *BIOS BIOENERGIESYSTEME GmbH* (2005).
- [33] FULA, M. *Modelización térmica, termodinámica y experimentación de un motor Ericsson de aire caliente en ciclo de Joule*. Tesis de doctorado en ingeniería mecánica, Universidad Nacional de Colombia, 2015.
- [34] FURLAN, F., COSTA, C., CRUZ, A., SECCHI, A., SOARES, R. P., AND GIOR-DANO, R. Integrated tool for simulation and optimization of a first and second generation ethanol-from-sugarcane production plant. *Computer Aided Chemical Engineering* (2012).
- [35] FYTILI, D., AND ZABANIOTOU, A. Utilization of sewage sludge in eu application of old and new methods—a review. *Renew. Sustain. Energy Rev.* 12, 1 (2008), 116–140.

- [36] GOLLES, M., AND BAUER, R. Model based control of a biomass grate furnace. *9th European conference on industrial furnaces and boilers 9th* (2010), 10.
- [37] GROSSI, J. R. Reglamento sanitario sobre manejo de residuos peligrosos. *Ministerio de salud, Division rectoria y regulacion sanitaria* (2004).
- [38] HRDLICKA, J. Impact of control solutions on ecology and economy of small-scale biomass boilers. *International Journal of Circuits* 5, 3 (2011), 247–254.
- [39] HUSSAIN, A. Cfd modeling of grate furnace designs for municipal solid waste combustion. *Asian Transactions on Engineering* 2, 3 (2012).
- [40] HUSSAIN, A. Cfd modeling of grate furnace designs for municipal solid waste combustion. *Asian Transactions on Engineering* 2, 3 (2012).
- [41] ISERMANN, R. *Digital Control Systems*. Springer, 1989.
- [42] ISIDORI, A. *Nonlinear Control Systems*. Springer-Verlag London, 1995.
- [43] JAYAH, T. Computer simulation of a downdraft wood gasifier for tea drying. *Biomass and Bio energy* 25 (2003), 459–469.
- [44] JHDLICKA, J., AND SULC, B. On-line operating adjustment of small biomass fired boilers optimizing co and nox emissions. *Energy and Enviroment* (2011), 35–40.
- [45] JURENA, T. *CFD modelling of a grate combustion of solid fuels*. Tesis doctoral, BRNO University of technology. Institute of mathematics, 2008.
- [46] KHALIL, H. *Nonlinear systems*, third ed. Prentice Hall inc., 2001.
- [47] KORTELA, J. *Fault tolerant model predictive control (FTMPC) of the biograte boiler*. Tesis doctoral, Aalto university, department of biotechnology and chemical technology, 2015.
- [48] KORTELA, J., AND JOUNELA, J. Modeling and model predictive control of the biopower combined heat and power (chp) plant. *Electrical power and energy systems* 65 (2015), 453–462.
- [49] KOZAK, S. State of the art in control engineering. *Journal of Electrical systems and information Technology* 1 (2014), 1–9.
- [50] L. NUNES, J. M., AND CATALAO, J. Biomass in the generation of electricity in portugal: A review. *Renewable and Sustainable Energy Reviews* 71 (2017), 373–378.

- [51] LEMMENS, B., ELSLANDER, H., VANDERREYDT, I., PEYS, K., DIELS, L., OSTERLINCK, M., AND JOOS, M. Assessment of plasma gasification of high caloric waste streams. *Waste Management 27* (2007), 1562–1569.
- [52] LEMMENS, B., ELSLANDER, H., VANDERREYDT, I., PEYS, K., DIELS, L., OSTERLINCK, M., AND JOOS, M. Effects of biomass composition variations on gasification and combustion characteristics. *Waste Management 27* (2007), 1562–1569.
- [53] LEONARD, E. Energy diversity through renewable energy source (res). a case study of biomass. *International Conference on Applied Energy, Energy Procedia 61* (2014).
- [54] LIN, H., AND MA, X. Simulation of co-incineration of sewage sludge with municipal solid waste in a grate furnace incinerator. *Waste Management 32* (2012), 561–567.
- [55] LJUNG, L. *System Identification: Theory for the User*. Prentice Hall, 1999.
- [56] LOPEZ, G., AND BAUTISTA, R. Combustion of municipal solid wastes in an experimental fluidized bed system. *Uciencia 24*, 2 (2008), 89–100.
- [57] MACZKA, T., SLIWKA, E., AND WNUKOWSKI, M. Gasification of waste plastics. *Journal of Ecological Engineering 14*, 1 (2013), 33–39.
- [58] MANYELE, S. V., AND KAGONJI, I. S. Analysis of medical waste incinerator performance based on fuel consumption and cycle times. *Engineering 4* (2012), 625–635.
- [59] MARTINEZ, J., AND MORALES, J. *Control aplicado con variables de estados*. Paraninfo, 2016.
- [60] MARTINEZ, J. M. R., AND LORA, E. S. *Bioenergía: Fuentes, conversión y sustentabilidad*. Red iberoamericana de aprovechamiento de residuos orgánicos en producción de energía, 2014.
- [61] MATHWORKS, I. *Optimization Toolbox, Users guide*, 2015.
- [62] MCKENDRY, P. Energy production from biomass (part1): overview of biomass. *Bioresource Technology 83* (2002).
- [63] MENDOZA, J. M., BULA, A. J., GÓMEZ, R. D., AND CORREDOR, L. A. Exergy analysis of biomass gasification. *Información tecnológica 23*, 5 (2012), 85–96.

- [64] MIEDEMA, J., LIEFHEDBER, F., AND OP DEN BROWN, H. *Cycle-Tempo Manual. Technical Notes*. Delft University of Technology, 1980.
- [65] MINISTERIO DE VIVIENDA, C. Y. T. Marco de gestion ambiental y social actualización 2014. *Banco Mundial - República de Colombia co-programa nacional para el manejo de residuos sólidos* (2014).
- [66] MOCEK, P. Modelling and configuration of electricity and heat generation system using gas from underground lignite gasification. *science technique 68* (2014), 1040–1055.
- [67] MONROY, H., AND PRIETO, D. *Caracterización de emisiones en un destilador de aceites esenciales que utiliza biocombustible del CENIVAM - UIS*. Tesis de pregado por el título de ingeniero electrónico, Universidad industrial de Santander, 2016.
- [68] MORILLA, F. Benchmark for pid control based on the boiler control problem. *2nd IFAC Conference on Advances in PID Control 45*, 3 (2012), 346–351.
- [69] MOUSTAKAS, K., FATTA, D., MALAMIS, S., HARALAMBOUS, K., AND LOIZIDOU, M. Demonstration plasma gasification/vitrification system for effective hazardous waste treatment. *Journal of Hazardous Materials 123* (2005), 120–126.
- [70] M.PIROUTI, J.WU, J.EKANAYAKE, AND N.JENKINS. Dynamic modelling and control of a direct- combustion biomass chp unit. *UPEC2010. Institute of energy. Cardiff University* (2010).
- [71] NAKAMURA, M., MILLRATH, K., AND THEMELIS, N. Modeling of waste-to-energy combustion with continuous variation of the solid waste fuel. *ASME International Mechanical Engineering Congress and Exposition* (2003).
- [72] NAKAMURA, M., ZHANG, H., MILLRATH, K., AND THEMELIS, N. Modeling of waste-to-energy combustion with continuous variation of the solid waste fuel. *ASME International Mechanical Engineering Congress and Exposition. Proceedings of IMECE* (2003).
- [73] NAYAK, R., AND MEWADA, R. K. Simulation of coal gasification process using aspen plus. *International conference on current trends in technology Nuicone* (2011).
- [74] OCAÑA, G. L. Combustión de residuos sólidos municipales en un sistema de lecho fluidizado experimental. *Universidad y ciencia 24*, 2 (2008), 89–100.

- [75] PIROUTI, M., WU, J., EKANAYAKE, J., AND N.JENKINS. Dynamic modelling and control of a direct- combustion biomass chp unit. *Institute of energy UPEC* (2010).
- [76] PITEL, J., AND MIZAKOVA, J. Biomass combustion control and stabilization using low-cost sensors. *SAGE journals* (2013).
- [77] REKLAITIS, G. V., AND SCHNEIDER, D. *Balances de materia y energia*. Universidad de las Americas, 2014.
- [78] RODRIGUEZ, N. Manejo de residuos en la agroindustria cafetera. *Cenicafe: Seminario internacional gestión integral de residuos sólidos y peligrosos* (2001).
- [79] ROLLE, K. *Termodinámica*. Prentice hall,, 2006.
- [80] SAIDUR, R. A review on biomass as a fuel for boilers. *Renewable and Sustainable Energy Reviews* 15 (2011), 2262–2289.
- [81] SALGADO, C. V. *Estudio Comparativo de la Utilización de las Tecnologías de Gasificación Dwindraft y Lecho Fluido Burbujeante para la Generación de Energía Eléctrica en Aplicaciones de Baja Potencia*. Tesis doctoral, Instituto de Ingeniería Energética, Universidad Politécnica de Valenica, 2012.
- [82] SASTRY, S. *Nonlinear Systems Analysis, Stability and Control*. Springer, 1999.
- [83] SEPULCHRE, R., AND KOKOTOVIC, P. *Constructive Nonlinear control*. Springer, 1997.
- [84] SLOTINE, J. E., AND LI, W. *Applied nonlinear control*. Prentice Hall inc., 1991.
- [85] SOARES, P., AND SECCHI, R. Emso: An integrated tool for process modeling, dynamic simulation and optimization. *Federal University of Rio Grande do Sul, Porto Alegre* (2003).
- [86] STRZALKA, R., ERHART, T. G., AND EICKER, U. Analysis and optimization of a cogeneration system based on biomass combustion. *Applied Thermal Engineering* 50, 1 (2013), 1418–1426.
- [87] TOONSEN, R. *Sustainable power from biomass*. Tesis doctoral, TU Delft, 2010.
- [88] TÓTHOVÁ, M. Using computational intelligence in biomass combustion control in medium-scale boilers. *IEEE 14th International Symposium* (2016).

- [89] TYUKIN, I. *Adaptation in dynamical system*. Cambridge, 2001.
- [90] VAN DER LANS, R., AND PEDERSEN, L. Modelling and experiments of straw combustion in a grate furnace. *Biomass and Bioenergy* 19 (2001).
- [91] VATAVUK, W. M. *Controles de Destrucción de COV*. Agencia de Protección Ambiental de los EE.UU., 2002.
- [92] VELASCO MANRIQUE, J. Caracterización y simulación del lecho de una caldera de biomasa en contracorriente. Tesis de maestría, UNIVERSIDAD DE VALLADOLID, 2015.
- [93] WANG, X. Effect of biomass/coal co-firing and air staging on nox emission and combustion efficiency in a drop tube furnace. *Energy Procedia* 61 (2014), 2331–2334.
- [94] WORLD BANK, T. What a waste: A global review of solid waste management. *Urban development series* (2012).
- [95] XIA, Z., LIA, J., WUA, T., CHENA, C., AND ZHANGB, X. Cfd simulation of msw combustion and sncr in a commercial incinerator. *Waste Management* 34, 3 (2014), 1609–1618.
- [96] YANG, Y. B., AND SWITENBANK, J. Mathematical modelling of particle mixing effect on the combustion of municipal solid wastes in a packed-bed furnace. *Waste Management* 28 (2008), 1290–1300.
- [97] YANG, Y. B., AND SWITENBANK, J. Mathematical modelling of particle mixing effect on the combustion of municipal solid wastes in a packed-bed furnace. *Waste Management* 28, 1 (2008), 1290–1300.
- [98] ZHANG, D. Biomass power for energy and sustainable development. *Maria Gavrilescu* 7 (2009).
- [99] ZHANG, D. Waste-to-energy in china: Key challenges and opportunities. *Environmental Health Perspectives* 8 (2015).
- [100] ZHAO, B. So₂/nox emissions and ash formation from algae biomass combustion: Process characteristics and mechanisms. *Energy* 113, 1 (2016), 821–830.

Anexos

ANEXO A. HERRAMIENTA DE SIMULACIÓN CYCLETEMPO®

Cycle-Tempo® es una potente herramienta de simulación para módulos termodinámicos (como generadores de vapor, intercambiadores de calor, turbinas, compresores y bombas) que interactúan con cámaras de combustión, gasificadores, reformadores, separadores y pilas de combustible, para construir escenarios de simulación que emulan procesos industriales reales. En la Fig. 5.2 se muestra la interfaz de usuario de la herramienta, a partir de la cual se destacan las opciones para componentes de simulación (ver Fig. 5.3(a)) y de líneas de conexión entre diferentes tipos de flujo (ver Fig. 5.3(b)).

También se dispone de opciones de menú para asignación de variables y composiciones químicas de interés, parámetros de simulación, codificación de programas y de visualización para diagramas de operación.

Asimismo, pueden definirse hasta cuatro variables de salida por bloque, seleccionadas a partir de las opciones mostradas en la Fig. 5.4.

ESTRUCTURA DEL SISTEMA SIMULADO

El proceso de recuperación energética simulado en la presente tesis de maestría, se divide en 5 fases o subprocesos (ver Fig. 5.5): 1) producción de combustible, 2) gasificación de combustible sólido, 3) limpieza de gases, 4) turbina de gas y 5) caldera de vapor. El objetivo del proceso es producir energía en forma de vapor a partir de la biomasa, para realizar trabajo de tipo mecánico en la turbina de gas y térmico en la caldera de vapor.

También es importante resaltar que para los objetivos del presente proyecto, y tomando en cuenta el modelo de sistema generado a partir de (2.25), las etapas del proceso relevantes serán 1) y 2), incluyendo procedimientos de evaporación de agua,

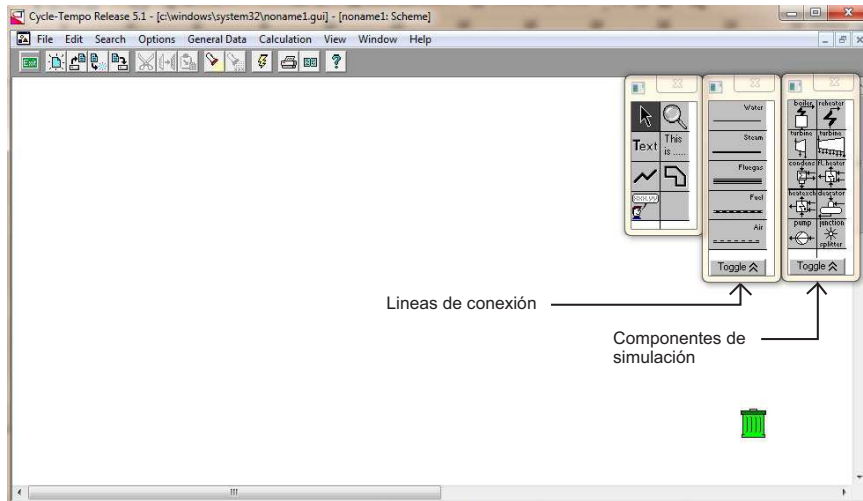


Figura 5.2: Interfaz principal para el CycleTempo®

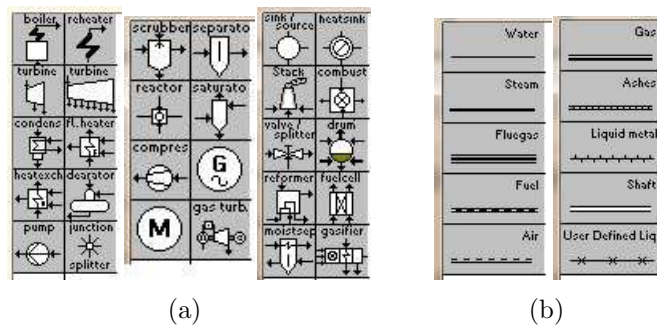


Figura 5.3: Detalle para componentes de simulación (a) y líneas de conexión (b) en CycleTempo®

p	T
h	Φ_m
p = Pressure [bar]	
T = Temperature [°C]	
h = Enthalpy [kJ/kg]	
Φ_m = Massflow [kg/s]	
X = Steamquality [%]	
ΔT_l = Low end temp. diff. [K]	
ΔT_h = High end temp. diff. [K]	
X_{O_2} = Oxidant-fuel ratio [kg/kg]	
p_{resc} = Reaction pressure [bar]	
T_{resc} = Reaction temperature [°C]	
P = Power [kW]	
η_i = Isentropic efficiency [%]	
η_{me} = Mechanical/Electrical eff. [-]	
x = Circulation ratio [-]	

Figura 5.4: Opciones para selección de variables de visualización

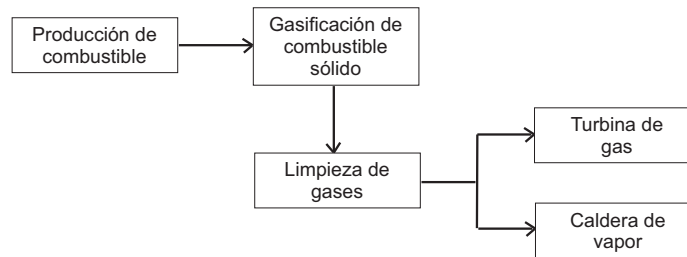


Figura 5.5: Fases del proceso de recuperación energética

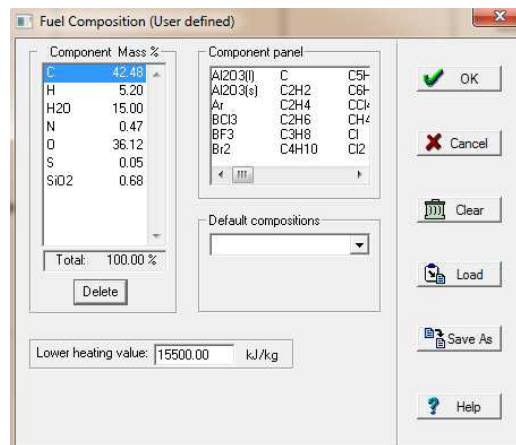


Figura 5.6: Composición de biomasa por defecto

descomposición térmica y gasificación de biomasa.

Al respecto, se tomará como referencia el estudio reportado por [4] donde se propone como configuración eficiente de gasificación una estructura en serie implementada en CycleTempo®.

A continuación, se presentan características principales para cada subsistema implementado en la herramienta de simulación.

Subproceso de producción de combustible

Se selecciona el tipo de combustible a utilizar a partir de los valores configurados por defecto para la biomasa ilustrados en la Fig. 5.6.

Adicionalmente, se configuran bloques de intercambiador de calor para secado de biomasa a partir de recirculación de gases residuales; y de fuente de alimentación para ingresar la biomasa sólida que servirá de combustible al incinerador. El esquema para este subproceso se presenta en la Fig. 5.7.

Subproceso de gasificación de combustible sólido

El sistema de gasificación emplea la conexión en serie para dos bloques de gasificación, configurando la entrada de aire primario con los valores por defecto presentados

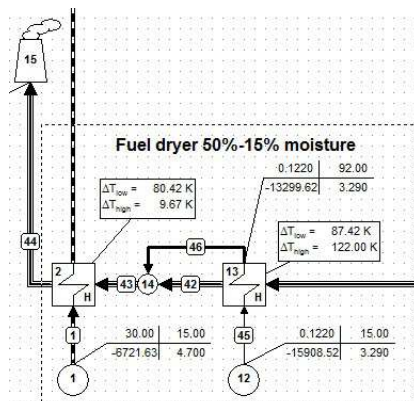


Figura 5.7: Subsistema de producción de combustible

en la Fig. 5.8.

A partir de esta composición, se definen bloques de separación para porcentaje de combustible no utilizado por pérdidas en el sistema (asumidas del 2 %); de separación para impurezas (cenizas o escorias) del gas de residuo final; y de gasificación, mediante un combustor y un intercambiador de calor interactuando con el agua, producto de la evaporación de la biomasa y la descomposición térmica.

Para este último bloque es necesario configurar variables como presión, temperatura límite de gasificación y la relación aire/combustible del proceso representada como OFRATI o Xof (ver Fig. 5.9). Este subproceso se presenta en la Fig. 5.10.

Subproceso de limpieza de gases

El gas producto de la combustión intercambia calor con la caldera para producir evaporación del agua contenida en el tanque de calentamiento y generar vapor. Posteriormente, este gas de combustión pasa por un proceso de lavado donde se agrega agua para precipitar las partículas sólidas más pequeñas y aumentar su pureza. Este subproceso se presenta en la Fig. 5.11, a través de un bloque intercambiador de calor y un separador de material. Los elementos a separar deben ser especificados a partir de la composición química de las cenizas producto de la combustión, según ilustrado en la Fig. 5.12.

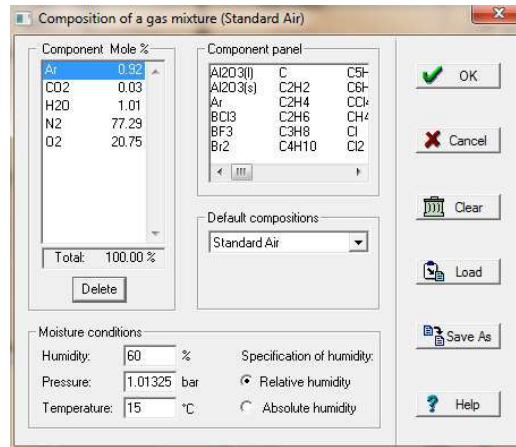


Figura 5.8: Composición de aire por defecto en CycleTempo®

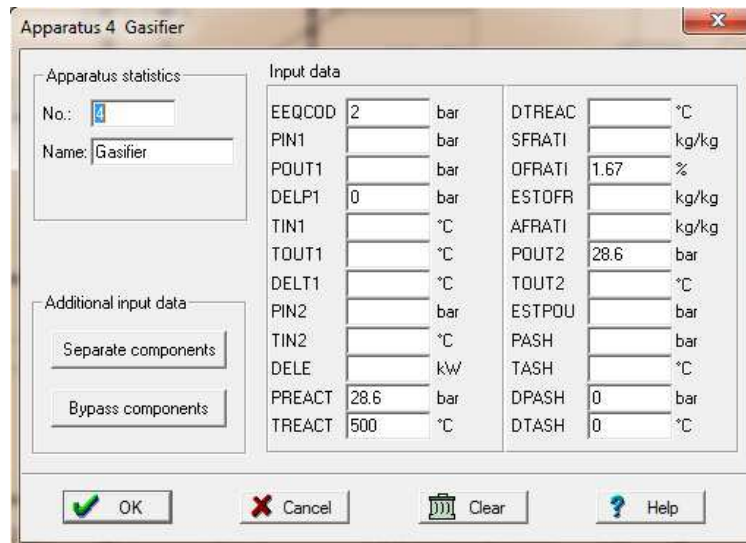


Figura 5.9: Configuración del bloque gasificador

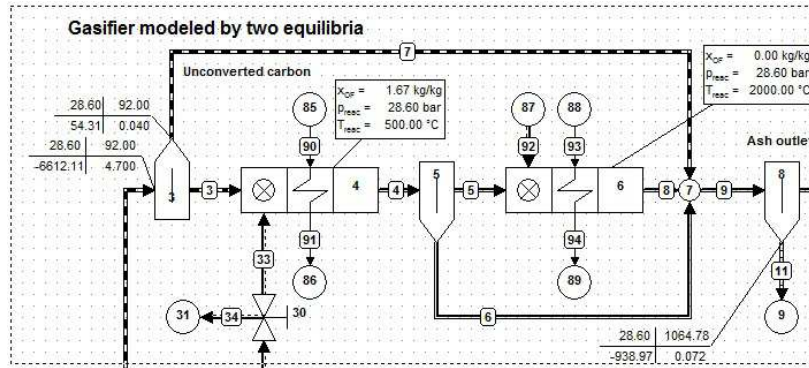


Figura 5.10: Subsistema de gasificación de combustible sólido

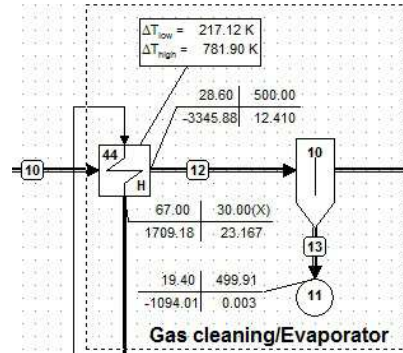


Figura 5.11: Subsistema de limpieza de gases

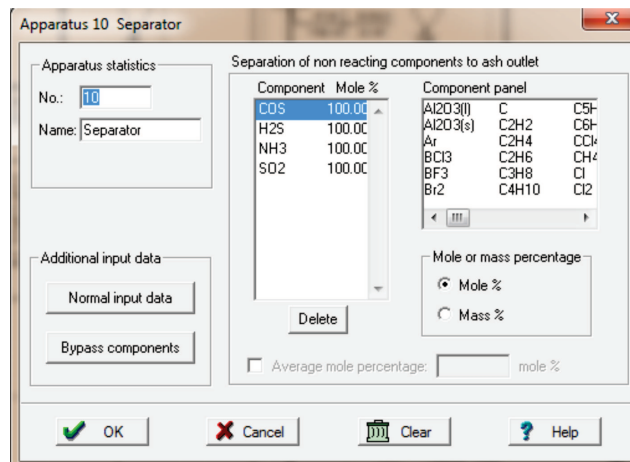


Figura 5.12: Configuración de separador en subproceso de limpieza de gases

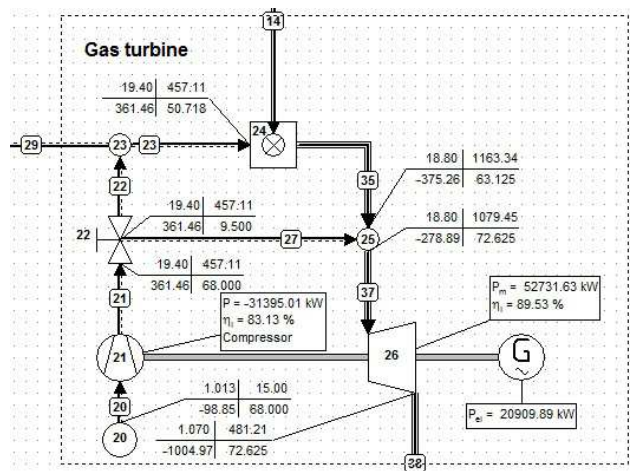


Figura 5.13: Subsistema de turbina de gas

Subproceso de turbina de gas

El gas sintetizado y purificado, es utilizado para mover un motor de combustión y generar energía mecánica. Este subproceso se presenta en la Fig. 5.13.

La eficiencia de las máquinas rotativas debe ser especificada, siendo configurada al 90 % (ver Fig. 5.14). De igual manera, se configura la potencia límite del combustor y un régimen de trabajo con exceso de aire, según mostrado en la Fig. 5.15.

Subproceso de caldera de vapor

Los gases de combustión pasan por el tanque de calentamiento de la caldera, convirtiendo el agua en vapor y posteriormente en energía mecánica a través de una turbina acoplada a un bloque representativo de motor (ver Fig. 5.16).

En esta etapa se considera una eficiencia menor que para el caso de la turbina de gas, ya que el vapor de agua es más susceptible al medio y por tanto no transfiere la misma cantidad de energía en movimiento. Esta eficiencia se considera del 77 % y se configura según se indica en la Fig. 5.17.

Apparatus 26 Turbine

Apparatus statistics		Input data					
No.:	26	TUCODE	1	-	PINCND		bar
Name:	Turbine	GDCODE		-	POUTDS		bar
Additional input data		PIN		bar	POUTRT		bar
Geometry input data		TIN		°C	ETHAID		-
Off-design input data		TOUT		°C			
		DELTA		°C			
		ETHAI	0.8953	-			
		ETHAM		-			
		DIAIN		m			
		DIAOUT		m			
		SLENG		m			
		DESMAS		kg/s			

OK Cancel Clear Help

Figura 5.14: Configuración de la turbina de gas

Apparatus 24 Combustor

Apparatus statistics		Input data					
No.:	24	EEQCOD	2	-	DPASH		bar
Name:	Combustor	PIN		bar	ESTPDU	18.8	bar
Additional input data		POUT		bar	TREACT	1147	°C
Separate components		DELP	0.6	bar	DTREAC		°C
Bypass components		TIN		°C	PREACT	18.8	bar
		TOUT		°C	DPREAC		bar
		DELE	500	kW			
		LAMBDA		-			
		ESTOFR	5	%			
		TASH		°C			
		DTASH		°C			
		PASH		bar			

OK Cancel Clear Help

Figura 5.15: Configuración de combustor en turbina de gas

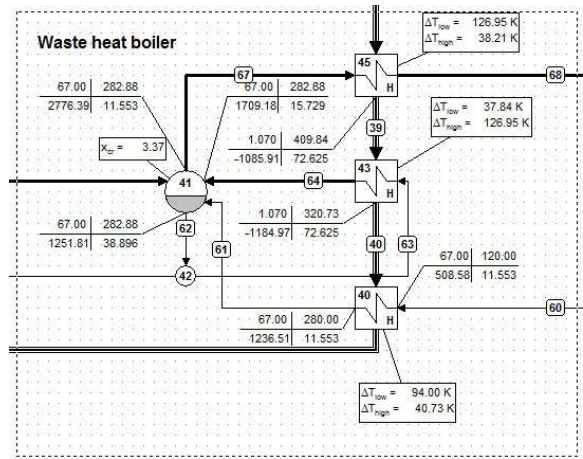


Figura 5.16: Subsistema de caldera de vapor

The 'Apparatus 46 Turbine' configuration window includes the following sections:

- Apparatus statistics:**
 - No.: 46
 - Name: Turbine
- Additional input data:**
 - Geometry input data
 - Off-design input data
- Input data:**
 - TUCODE: -
 - GDCODE: -
 - PIN: - bar
 - TIN: - °C
 - TOUT: - °C
 - DELT: - °C
 - ETHAI: 0.77
 - ETHAM: -
 - DIAIN: - m
 - DIAOUT: - m
 - SLENG: - m
 - DESMAS: - kg/s
 - PINCND: - bar
 - POUTDS: - bar
 - POUTRT: - bar
 - ETHAID: -

Figura 5.17: Configuración de turbina de vapor

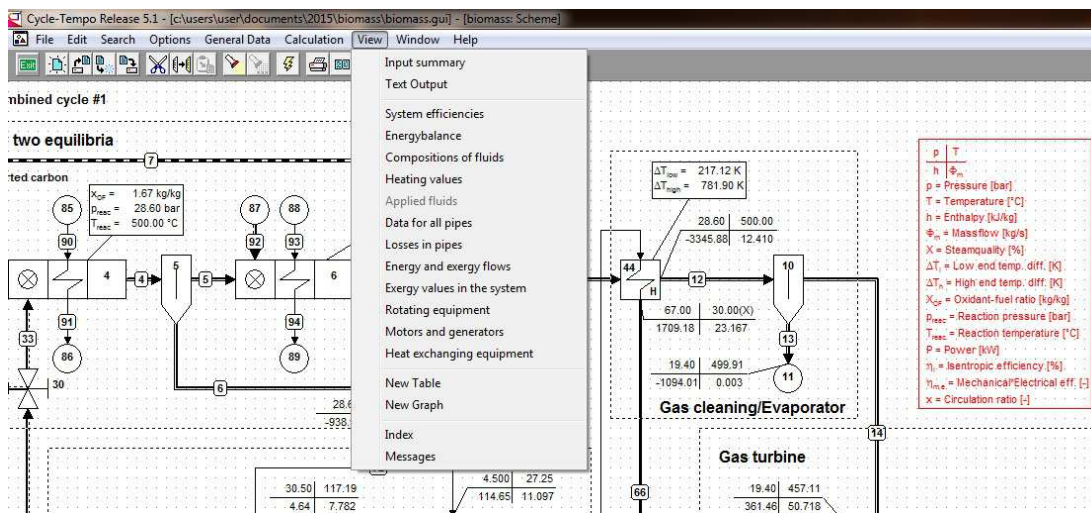


Figura 5.18: Opciones de visualización de resultados en CycleTempo®

RESULTADOS DEL PROCESO DE INCINERACIÓN

Posterior a la construcción y configuración de los bloques para las diferentes etapas del sistema, se procede a ejecutar la simulación del proceso en CycleTempo®. Las opciones de visualización se ilustran en la Fig 5.18.

En este punto es conveniente aclarar que la herramienta de simulación está desarrollada para presentar resultados en estado estacionario. Por tanto, los valores de simulación en régimen permanente serán empleados para ajustar las condiciones nominales de operación, en el conjunto de ecuaciones diferenciales para el sistema de incineración de biomasa.

Resultados tabulados

Un primer resultado obtenido del simulador es la composición química de los gases, tabulada en la Fig. 5.19. Se realiza especial énfasis en las columnas marcadas con los números 8 y 9, correspondientes con la concentración de gases a la salida del subproceso de gasificación de combustible sólido, destacándose las composiciones de CO_2 , CO , SO_2 y N_2 .

Otro resultado importante se produce en las temperaturas y flujos másicos para las diferentes etapas del proceso, según se muestra en la Fig. 5.20. Con base en ello,

Composition number	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
C(S)	0.4362	0.4313	0.1111	0.1412		1.0000	0.0000	0.0068		0.8621
H2	0.3182	0.3210	0.0278	0.0141	0.0782		0.0926	0.0889	0.0896	
H2O	0.1027	0.1036	0.1992	0.1772	0.2799		0.0994	0.1370	0.1381	
N2	0.0021	0.0021	0.4307	0.5476			0.5475	0.4278	0.4312	
O2	0.1392	0.1405					0.0000	0.0000	0.0000	
S	0.0002	0.0002								
SiO2	0.0014	0.0014	0.0011	0.0014			0.0014	0.0011		0.1379
AR			0.0051	0.0065			0.0065	0.0051	0.0051	
CO2			0.1659	0.1054	0.3886		0.0419	0.1151	0.1160	
CH4			0.0541		0.2534			0.0537	0.0541	
COS			0.0000	0.0000			0.0000	0.0000	0.0000	
H2S			0.0002	0.0002			0.0002	0.0001	0.0001	
NH3			0.0004	0.0005			0.0000	0.0000	0.0000	
SO2							0.0000	0.0000	0.0000	
CO			0.0046	0.0058			0.2104	0.1644	0.1657	
Avg. molemass [kg/kmol]	12.33	12.34	25.62	25.42	26.37	12.01	25.41	25.52	25.57	18.64
LHV [kJ/mol]	191.11	191.27	95.31	60.89	222.22	393.46	82.04	113.85	112.04	339.21
HHV [kJ/mol]	209.62	209.95	101.32	61.55	247.95	393.46	86.12	122.49	120.75	339.21

Figura 5.19: Composición química de gases del proceso

Pipe no.	Medium	Mass flow [kg/s]	Mole flow [kmol/s]	Volume flow [m3/s]	Pressure [bar]	Temperature [°C]	Enthalpy [kJ/kg]	Entropy [kJ/kg.K]	Exergy [kJ/kg]	Quality [%]
1	FUEL 1	4.700	0.381	0.0024877	30.00	15.00	-6721.63	1.8886	17561.25	
2	FUEL 1	4.700	0.381	0.0024877	30.00	92.00	-6612.11	3.3695	17244.07	
3	FUEL 2	4.660	0.378	0.0024700	28.60	92.00	-6521.32	3.3824	17241.29	
4	GASMX 3	12.442	0.486	2.2015	28.60	1481.24	-2451.11	8.6219	5681.23	
5	GASMX 4	9.709	0.382	1.6730	28.60	1481.24	-1391.01	8.1671	4150.16	
6	GASMX 5	2.733	0.104	0.52845	28.60	1481.24	-6217.41	9.8910	11220.62	
7	GASMX 6	0.040	0.003	1.7747e-05	28.60	92.00	54.31	0.6367	34142.64	
8	GASMX 7	9.709	0.382	1.2782	28.60	877.38	-1442.51	8.3991	4031.77	
9	GASMX 8	12.482	0.489	1.8894	28.60	1064.78	-2483.16	8.8366	5662.98	
10	GASMX 9	12.410	0.485	1.8874	28.60	1064.78	-2492.10	8.8646	5580.74	

Figura 5.20: Información tabulada para válvulas en cada etapa del proceso

se verifica que el flujo de entrada de biomasa se define como 4.7 kg/s (haciendo alusión a la válvula 1) y de manera similar, una temperatura de los gases de salida de 1064.78°C para el subproceso de gasificación (denotado por las válvulas 9 y 10), siendo consistente con las predicciones sugeridas en la literatura.

Resultados en forma de gráficos paramétricos

Alteraciones en los parámetros del sistema, permiten obtener diferentes condiciones de simulación y por ende diferentes valores tabulados, representando cambios en las magnitudes de régimen permanente para las variables del proceso.

Como ejemplo de ilustración, la Fig. 2.12 muestra el resultado obtenido en la temperatura de salida de los gases con respecto a diferentes valores en la relación aire/combustible λ , manteniendo invariantes los demás parámetros.

Esta gráfica se constituye en el resultado de simulación más importante para efectos del presente proyecto de investigación de maestría, pues representa las salidas del modelo de incineración de biomasa analizado.

Es conveniente aclarar que cada punto de la gráfica corresponde a una simulación (tabla de resultados) diferente.

ANEXO B. FUNCIÓN *FMINSEARCH* DE MATLAB®

El objetivo de las técnicas de identificación, es obtener los parámetros de un modelo que mejor se ajustan a las condiciones de operación de un sistema de referencia.

El proceso de identificación de parámetros puede ser: de caja negra, cuando sólo se tiene información de las señales de entrada y salida del sistema; o de caja gris, cuando se posee algún tipo de información adicional acerca de la estructura y/o de los parámetros del modelo.

Reglas estadísticas juegan un papel muy importante en procesos de identificación de parámetros. La señal aplicada como entrada, debe ser de excitación persistente, es decir, debe excitar la mayor cantidad de componentes dinámicas del sistema, de manera tal que las señales de salida sean ricas en términos de información dinámica [55].

Las estructuras algorítmicas para realizar identificación de parámetros adoptan en la mayoría de casos soluciones basadas en problemas de estimación, como son los criterios de gradiente descendiente o mínimos cuadrados recursivos, entre otros.

Asimismo, es posible formular un problema de identificación de parámetros (o equivalentemente de estimación) de manera óptima, adicionando un funcional de costo a satisfacer, generalmente relacionado con las medidas de error del proceso de identificación.

Esta optimización puede ser resuelta empleando métodos computacionales de programación lineal, no lineal, con o sin restricciones.

MATLAB® ofrece un paquete de herramientas de optimización denominado *Optimization Toolbox* [61], el cual dispone de funciones para resolver numéricamente diferentes tipos de problemas, incluyendo:

- Optimización no lineal y multiobjetivo;
- Algoritmos para solución de mínimos cuadrados no lineales, ajuste de datos y ecuaciones no lineales;

- Programación lineal y cuadrática;
- Programación lineal mixta entera;
- Herramientas de computación paralela.

Asimismo, para formular y resolver un problema de optimización de forma numérica, se procede siguiendo la secuencia de pasos siguiente:

- Seleccione un algoritmo de optimización ajustado a su problema;
- Defina la función objetivo a minimizar;
- Determine las restricciones del problema, si las hay;
- Seleccione las opciones de simulación del algoritmo o emplee las disponibles por defecto;
- Desarrolle una rutina para interacción apropiada con el algoritmo de optimización.

Por tanto, tomando como base el modelo matemático definido en (2.25) se decidió resolver el problema de identificación de parámetros Θ a partir de una formulación de optimización no lineal multivariada sin restricciones, con resolución numérica efectuada mediante la función *fminsearch* de MATLAB®.

Esta función permite formular un problema de identificación de parámetros en el modo siguiente:

$$[\Theta, fval, exitflag] = fminsearch(J, \Theta_0, options)$$

donde a partir del vector de condiciones iniciales Θ_0 se calcula un mínimo local para la función objetivo J , con el error cuadrático medio definido a partir de:

$$J = \min_{\Theta} \left\{ \frac{\left(T_{se}(\Lambda) - \tilde{T}_{se}(\Lambda, \Theta) \right)^2}{2} \right\}$$

De manera más general, los argumentos de salida del método permiten obtener información tal como banderas de terminación del proceso (*exitflag*) y el valor de la

función J en cada evaluación ($fval$).

Como opciones de entrada ($options$) pueden configurarse entre otros, parámetros de visualización ($display$) y la cantidad de iteraciones realizadas ($iter$).

$$options = optimset('display','iter')$$

En la Fig. 5.21 se muestra el tiempo de cómputo empleado (28.81 s) y el número de ciclos requeridos (17 iteraciones), en la identificación de los parámetros para el modelo simplificado de incineración de biomasa, mostrados en la Tabla 2.4.

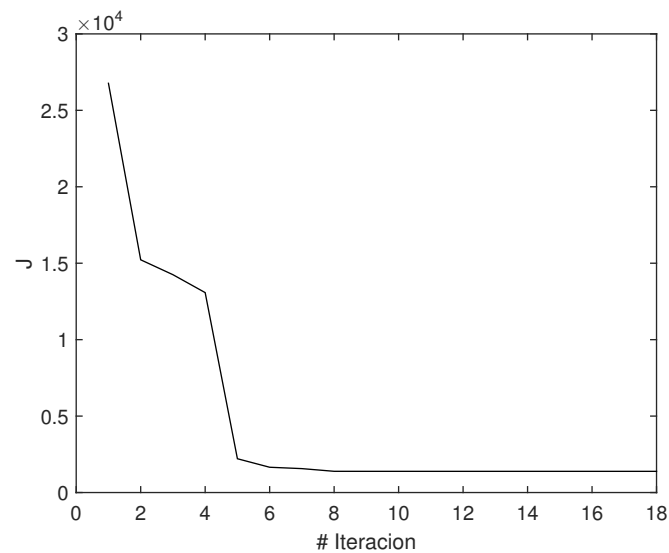


Figura 5.21: Convergencia hacia cero del error de identificación