

**EVALUACIÓN Y COMPARACIÓN ENTRE LOS MÉTODOS NEWTON
RAPHSON Y ARTIFICIAL BEE COLONY (ABC) PARA EL ANÁLISIS DEL
FLUJO DE CARGA DE UN SISTEMA DE POTENCIA**

**JULIETH VIVIANA CELIS NUÑEZ
FRANCIS NATHALIA RINCÓN SUÁREZ**

**UNIVERSIDAD INDUSTRIAL DE SANTANDER
FACULTAD DE INGENIERÍAS FÍSICO – MECÁNICAS
ESCUELA DE INGENIERÍAS ELÉCTRICA, ELECTRÓNICA
Y TELECOMUNICACIONES
BUCARAMANGA
2013**

**EVALUACIÓN Y COMPARACIÓN ENTRE LOS MÉTODOS NEWTON
RAPHSON Y ARTIFICIAL BEE COLONY (ABC) PARA EL ANÁLISIS DEL
FLUJO DE CARGA DE UN SISTEMA DE POTENCIA**

**JULIETH VIVIANA CELIS NUÑEZ
FRANCIS NATHALIA RINCÓN SUÁREZ**

**Trabajo de Grado para optar al título de
Ingeniero Electricista**

**DIRECTOR
PhD. CARLOS RODRIGO CORREA CELY**

**CODIRECTOR
PhD(c) IVAN MAURICIO AMAYA**

**UNIVERSIDAD INDUSTRIAL DE SANTANDER
FACULTAD DE INGENIERÍAS FÍSICO – MECÁNICAS
ESCUELA DE INGENIERÍAS ELÉCTRICA, ELECTRÓNICA
Y TELECOMUNICACIONES
BUCARAMANGA**

2013

DEDICATORIA

A Dios, por permitirme vivir este momento tan especial, por los triunfos y las derrotas que me han enseñado a valorarte cada día más.

A mis padres, quienes me dieron vida, educación, apoyo y consejos, las personas que hicieron todo en la vida para motivarme a lograr cada uno de mis sueños y quienes me tendían la mano cuando sentía que el camino se terminaba, a ellos mi corazón y mi más sincero agradecimiento.

A mis hermanos, quienes con su amor y paciencia me han enseñado la importancia de la familia, a quienes compartieron sus vidas, pero sobretodo, a quienes están presentes en un momento tan especial de mi vida.

A mis sobrinos, quienes son el motor de mi vida y que con una sonrisa alegran mis días.

FRANCIS NATHALIA RINCÓN SUÁREZ

DEDICATORIA

A Dios, por darme la vida y la sabiduría necesaria para ser cada día mejor.

*A mis padres y mis abuelos por el esfuerzo y apoyo que me brindaron para
realizar el sueño de ser una profesional.*

A todos mis amigos quienes siempre me brindaron su apoyo incondicional.

JULIETH VIVIANA CELIS NUÑEZ

CONTENIDO

INTRODUCCIÓN	20
1. DESCRIPCIÓN DEL TRABAJO DE GRADO	22
1.1 OBJETIVO GENERAL.....	22
1.2 OBJETIVOS ESPECIFICOS.....	22
2. FUNDAMENTOS TEÓRICOS	23
2.1 FLUJO DE CARGA.....	23
2.1.1 CLASIFICACIÓN DE LAS BARRAS	25
2.2 MÉTODO NEWTON RAPHSON (NR).....	26
2.3 ARTIFICIAL BEE COLONY (ABC)	29
2.4 FUNCIÓN OBJETIVO.....	35
3. EVALUACIÓN DEL ALGORITMO CON FUNCIONES ESTÁNDAR	35
3.1 FUNCIÓN DE JONG.....	36
3.2 FUNCIÓN DEL VALLE DE ROSENBROCK.....	39
3.3 FUNCIÓN DE RASTRIGIN	43
3.4 FUNCIÓN DE SCHWEFEL.....	48
4. EVALUACIÓN DE LOS SISTEMAS DE POTENCIA MEDIANTE EL MÉTODO NEWTON RAPHSON	55
4.1 PRUEBA UNO: SISTEMA DE TRES BARRAS	55
4.2 PRUEBA DOS: SISTEMA DE CINCO BARRAS	56
4.3 SISTEMA DE NUEVE BARRAS	58
4.4 SISTEMA ESTÁNDAR IEEE 14	60
5. EVALUACIÓN DE LOS SISTEMAS DE POTENCIA MEDIANTE EL METODO ABC	66

5.1	PRUEBA UNO: SISTEMA DE TRES BARRAS	66
5.2	PRUEBA DOS: SISTEMA DE CINCO BARRAS	72
5.3	SISTEMA DE NUEVE BARRAS	76
5.4	SISTEMA ESTANDAR IEEE 14	79
6.	CONTRASTE DE RESULTADOS	81
6.1	SISTEMA DE TRES BARRAS	81
6.2	SISTEMA DE CINCO BARRAS	82
6.3	SISTEMA DE NUEVE BARRAS	84
6.4	SISTEMA ESTÁNDAR IEEE 14	85
7.	CONCLUSIONES.....	87
8.	RECOMENDACIONES	88
	REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS.....	89
	ANEXOS	91

LISTA DE TABLAS

Tabla 1. Clasificación de las barras y sus características [1], [3].	26
Tabla 2. Ecuaciones para el cálculo de los elementos de la matriz Jacobiana.	28
Tabla 3. Parámetros de Entrada	35
Tabla 4. Solución de la función de Jong mediante ABC (100 fuentes)	37
Tabla 5. Solución de la función de Jong mediante ABC (200 fuentes)	38
Tabla 6. Solución de la función de Jong mediante ABC (300 fuentes)	38
Tabla 7. Solución de la función de Rosenbrock mediante ABC (100 fuentes).	41
Tabla 8. Solución de la función de Rosenbrock mediante ABC (200 fuentes)	41
Tabla 9. Solución de la función de Rosenbrock mediante ABC (300 fuentes)	42
Tabla 10. Solución de la función de Rastrigin mediante ABC (100 fuentes)	44
Tabla 11. Solución de la función de Rastrigin mediante ABC (200 fuentes)	44
Tabla 12. Solución de la función de Rastrigin mediante ABC (300 fuentes)	45
Tabla 13. Solución de la función de Rastrigin 6D mediante ABC (100 fuentes)	47
Tabla 14. Solución de la función de Rastrigin 6D mediante ABC (200 fuentes)	47
Tabla 15. Solución de la función de Rastrigin 6D mediante ABC (300 fuentes)	48
Tabla 16. Solución de la función de Schwefel mediante ABC (100 fuentes)	50
Tabla 17. Solución de la función de Schwefel mediante ABC (200 fuentes)	50
Tabla 18. Solución de la función de Schwefel mediante ABC (300 fuentes)	51
Tabla 19. Solución de la función de Schwefel 15D mediante ABC (200 fuentes)	52
Tabla 20. Solución de la función de Schwefel 30D mediante ABC (400 fuentes)	53
Tabla 21. Magnitudes y ángulos de fases en las tensiones de las barras, para el sistema de tres barras	56

Tabla 22. Solución al flujo de Carga, sistema de tres barras	56
Tabla 23. Magnitudes y ángulos de fases en las tensiones de las barras para el sistema de cinco barras.	57
Tabla 24. Solución al flujo de Carga, sistema de cinco barras	58
Tabla 25. Magnitudes y ángulos de fases en las tensiones de las barras para el sistema de nueve barras.....	59
Tabla 26. Solución al flujo de Carga, sistema de nueve barras	60
Tabla 27. Características de las barras, sistema estándar IEEE 14	62
Tabla 28. Características de las líneas, sistema estándar IEEE 14.....	63
Tabla 29. Magnitudes y ángulos de fases en las tensiones de las barras para el sistema estándar IEEE 14.	64
Tabla 30. Solución al flujo de Carga, sistema estándar IEEE 14.....	65
Tabla 31. Parámetros de entrada, sistema tres barras	67
Tabla 32. Solución al sistema de tres barras mediante ABC (200 fuentes)	68
Tabla 33. Solución al sistema de tres barras mediante ABC (350 fuentes)	69
Tabla 34. Solución al sistema de tres barras mediante ABC (500 fuentes)	70
Tabla 35. Magnitudes y ángulos de fases en las tensiones de las barras para el sistema de tres barras.	72
Tabla 36. Solución al flujo de carga, sistema de tres barras.....	72
Tabla 37. Magnitudes y ángulos de fases en las tensiones de las barras para el sistema de cinco barras.	76
Tabla 38. Solución al flujo de carga, sistema de cinco barras.	76
Tabla 39. Parámetros de entrada, sistema de nueve barras	77
Tabla 40. Magnitudes y ángulos de fases en las tensiones de las barras para el sistema de nueve barras.....	78

Tabla 41. Solución al flujo de Carga, sistema de nueve barras.	78
Tabla 42. Magnitudes y ángulos de fases en las tensiones de las barras para el sistema estándar IEEE 14.	80
Tabla 43. Solución al flujo de Carga, sistema estándar IEEE 14.....	80
Tabla 44. Contraste de resultados para el sistema de tres barras.....	81
Tabla 45. Contraste de resultados para el sistema de cinco barras.	83
Tabla 46. Contraste de resultados para el sistema de nueve barras.	84
Tabla 47. Contraste de resultados para el sistema estándar IEEE 14.....	85
Tabla 48: Solución obtenida para 200 fuentes, sistema cinco barras	91
Tabla 49: Solución obtenida para 350 fuentes, sistema cinco barras	92
Tabla 50: Solución obtenida para 500 fuentes, sistema cinco barras	93
Tabla 51: Solución obtenida para 350 fuentes, sistema nueve barras.....	101
Tabla 52: Solución obtenida con 500 fuentes, sistema nueve barras	102
Tabla 53: Solución obtenida para 700 fuentes, sistema nueve barras.....	103
Tabla 54: Solución obtenida para 350 fuentes, sistema estándar IEEE 14	116
Tabla 55: Solución obtenida para 500 fuentes, sistema estándar IEEE 14	117
Tabla 56: Solución obtenida para 700 fuentes, sistema estándar IEEE 14	118
Tabla 57: Parámetros sistema nueve barras	119
Tabla 58: Solución obtenida para un Límite de 50, sistema nueve barras.....	120
Tabla 59: Solución obtenida para un Límite de 150, sistema nueve barras....	121
Tabla 60: Solución obtenida para $\nu \in [0.5, 1.5]$ y $\delta \in [-8, 8]$	122
Tabla 61: Solución obtenida para $\nu \in [0.9, 1.1]$ y $\delta \in [-2, 2]$	123
Tabla 62. Parámetros sistema 14 barras	124
Tabla 63. Solución obtenida para un Límite de 100, sistema 14 barras	125

Tabla 64. Solución obtenida para un Límite de 180, sistema 14 barras126

LISTA DE FIGURAS

Figura 1. Potencias asociadas a una barra [1].	24
Figura 2. Comportamiento de la abeja melífera para la recolección de néctar, Basada en [7] y [11].	33
Figura 3. Diagrama de flujo del algoritmo ABC, basado en [11].	34
Figura 4. Función de Jong en 2D.	37
Figura 5. Mejor valor de la función vs número de iteraciones para la función de Jong en 2D	39
Figura 6. Función de Rosenbrock en 2D	40
Figura 7. Mejor valor de la función vs número de iteraciones para la función de Rosenbrock en 2D	42
Figura 8. Función de Rastrigin en 2D	43
Figura 9. Mejor valor de la función vs número de iteraciones para la función de Rastrigin en 2D	45
Figura 10. Mejor valor de la función vs número de iteraciones para la función de Rastrigin en 6D	46
Figura 11. Función de Schwefel en 2D	49
Figura 12. Diagrama unifilar para el sistema de tres barras	55
Figura 13. Diagrama unifilar para el sistema de cinco barras	57
Figura 14. Diagrama unifilar para el sistema de nueve barras.	59
Figura 15. Diagrama unifilar para el sistema estándar IEEE 14.	61
Figura 16. Mejor valor de la función vs número de iteraciones para el sistema de tres barras.	71
Figura 17. Potencia compleja transmitida para NR y ABC del sistema de tres barras.	82

Figura 18. Potencia compleja transmitida para NR y ABC del sistema de cinco barras.....83

Figura 19. Potencia compleja transmitida para NR y ABC del sistema de nueve barras.....84

Figura 20. Potencia compleja transmitida para NR y ABC del sistema estándar IEEE 14.....86

ANEXOS

ANEXO A: TABLAS RESUMEN SISTEMA CINCO BARRAS.....	91
ANEXO B: FUNCIÓN OBJETIVO SISTEMA NUEVE BARRAS	94
ANEXO C: TABLAS RESUMEN SISTEMA NUEVE BARRAS.....	101
ANEXO D: FUNCIÓN OBJETIVO SISTEMA ESTANDAR IEEE 14.....	104
ANEXO E: TABLAS RESUMEN SISTEMA ESTANDAR IEEE 14	116
ANEXO F: PRUEBAS ADICIONALES	119

RESUMEN

TÍTULO:

Evaluación y Comparación entre los métodos Newton Raphson y Artificial Bee Colony (ABC) para el análisis del flujo de carga de un sistema de potencia.¹

AUTORES: JULIETH VIVIANA CELIS NUÑEZ²
FRANCIS NATHALIA RINCÓN SUÁREZ²

PALABRAS CLAVE: Sistemas de potencia, metaheurístico, Artificial Bee Colony.

DESCRIPCIÓN: A medida que el tamaño de los sistemas de potencia ha aumentado y se ha incrementado el número de interconexiones entre sistemas vecinos, la planeación de la expansión futura se ha tornado más compleja, creando la necesidad de implementar nuevas técnicas computacionales.

Actualmente, se están utilizando métodos de optimización basados en procesos iterativos para la solución de problemas de ingeniería, que buscan aportar soluciones con un buen rendimiento. *Artificial Bee Colony (ABC)*, es una técnica metaheurística basada en la inteligencia artificial de enjambres, y es uno de los algoritmos propuestos recientemente.

En este informe de investigación se presenta la adaptación del algoritmo Artificial Bee Colony (ABC) en la solución del análisis del flujo de carga de un sistema de potencia. En primer lugar, se ejecutó el algoritmo en funciones estándar de prueba para validar su efectividad. Posteriormente, se seleccionaron diferentes topologías de sistemas de potencia, (aumentando su complejidad, en términos del número de barras) para obtener su solución mediante el método ABC y, adicionalmente, se utilizó el método de Newton Raphson. Finalmente, se compararon los resultados.

A partir de los resultados obtenidos en esta investigación, se demuestra que el algoritmo Artificial Bee Colony (ABC) es capaz de dar solución para pequeños sistemas de potencia (tres y cinco barras), pero no para los sistemas de mayor complejidad (nueve y catorce barras).

¹ Proyecto de Grado

² Facultad de Ingenierías Físico-Mecánicas. Escuela de Ingenierías eléctrica, electrónica y de telecomunicaciones. Director: Carlos Rodrigo Correa. Codirector: Iván Mauricio Amaya.

ABSTRACT

TITLE:

Evaluation and Comparison between methods Newton Raphson and Artificial Bee Colony (ABC) for the load flow analysis of a power system.³

AUTHORS: JULIETH VIVIANA CELIS NUÑEZ⁴
FRANCIS NATHALIA RINCÓN SUÁREZ²

KEYWORDS: Power system, metaheuristic, Artificial Bee Colony.

DESCRIPTION: : As the size of power systems has increased and has increased the number of interconnections between neighboring systems , planning for future expansion has become more complex , creating the need to implement new computational techniques .

Currently , they are using optimization methods based on iterative processes for solving engineering problems , seeking to provide solutions with good performance . Artificial Bee Colony (ABC) is a metaheuristic technique based on artificial intelligence of swarms, and is one of the recently proposed algorithms .

This research report presents the adaptation of the Artificial Bee Colony algorithm (ABC) in solving the load flow analysis of a power system . First, the algorithm was implemented in standard test functions to validate its effectiveness. Subsequently , we selected different power system topologies , (increasing its complexity , in terms of the number of bars) for its solution by ABC method and, additionally , we used the Newton Raphson method . Finally, the results were compared .

From the results of this investigation shows that the algorithm Artificial Bee Colony (ABC) is able to provide a solution for small power systems (three and five bars) , but not for more complex systems (nine and fourteen bars) .

³ Undergraduate Thesis

⁴ Physics-mechanical Engineering Faculty. Electrical, Electronic and Telecommunications Engineering School. Director: Carlos Rodrigo Correa. Subdirector: Iván Mauricio Amaya.

INTRODUCCIÓN

El cálculo del flujo de carga de un sistema de potencia, es con mayor frecuencia uno de los procedimientos computacionales más utilizados en ingeniería eléctrica, por lo que se han implementado diferentes métodos de solución numérica que han sido una poderosa herramienta para el diagnóstico rápido y eficiente de sistemas pequeños.

Entre los métodos de mayor aplicación en la solución del problema de flujo de carga están el de Gauss-Seidel y el de Newton Raphson. El primero ha sido ampliamente utilizado porque resulta muy sencillo de aplicar; mientras que el segundo, y a pesar de su complejidad, presenta mayores ventajas en la velocidad de convergencia y en los costos relacionados con el tiempo de cálculo [1].

Actualmente existen métodos de optimización de propósito general, comúnmente conocidos como algoritmos metaheurísticos (que pueden ser o no determinísticos), los cuales se basan en procesos iterativos que buscan aportar soluciones a un problema con un buen rendimiento, en lo referente a la calidad de las soluciones y a los recursos empleados. *Artificial Bee Colony (ABC)*, un algoritmo basado en una colonia artificial de abejas, es uno de los algoritmos propuestos recientemente en el área de la inteligencia colectiva [2].

Por su parte, el continuo crecimiento de la demanda de energía eléctrica debido al aumento de industrias, centros comerciales y áreas residenciales, hace que nunca se termine de adicionar componentes a los sistemas de potencia, haciéndolos más grandes estructural y geográficamente con muchas interconexiones entre sistemas vecinos [3]. La planeación apropiada, la operación y el control de estos sistemas a gran escala, requieren de técnicas computacionales avanzadas; por esta razón, el objetivo del presente proyecto es verificar una nueva posible herramienta de solución al problema del análisis del flujo de carga, mediante el estudio de la

solución del modelo matemático de un sistema de potencia utilizando el método ABC, como se define en el capítulo 1.

Para facilitar la interpretación de los resultados obtenidos y del funcionamiento del algoritmo, se presentan los respectivos fundamentos teóricos en el capítulo 2. Posteriormente, en el capítulo 3 se valida la efectividad del algoritmo mediante el uso de cuatro funciones estándar. En los capítulos 4 y 5 se presenta la evaluación de los sistemas de potencia considerados, a partir de los métodos de Newton Raphson y ABC, respectivamente. En el capítulo 6 se exhibe el contraste de estos resultados. Finalmente, las conclusiones y recomendaciones se presentan en los capítulos 7 y 8, respectivamente.

1. DESCRIPCIÓN DEL TRABAJO DE GRADO⁵

Este informe de investigación se realiza con el fin de mostrar los resultados obtenidos en el desarrollo del presente trabajo de grado, y evidenciar el cumplimiento de los objetivos aprobados.

1.1 OBJETIVO GENERAL

Contrastar la efectividad entre el método de optimización Artificial Bee Colony (ABC) y el tradicional Newton Raphson en el análisis del flujo de carga de un sistema de potencia.

1.2 OBJETIVOS ESPECIFICOS

El cumplimiento del objetivo general del trabajo de grado comprende:

1. Implementar el algoritmo de optimización del método Artificial Bee Colony (ABC) para realizar el análisis del flujo de carga del sistema de ecuaciones que describe el modelo de un sistema de potencia específico (Ver capítulo 5, página 50).

2. Analizar el sistema de potencia seleccionado a través del método tradicional de Newton Raphson (Ver capítulo 4, página 41).

⁵ Esto constituye un aporte intelectual consensuado de las estudiantes Julieth Celis y Francis Rincón junto con el profesor Rodrigo Correa y el Ingeniero Iván Amaya.

3. Comparar los resultados obtenidos con el método Artificial Bee Colony (ABC) y con el método tradicional de Newton Raphson en el análisis del flujo de carga del sistema de ecuaciones que describe el modelo matemático del sistema de potencia (Ver capítulo 6, página 63).

2. FUNDAMENTOS TEÓRICOS

En la actualidad, la energía eléctrica tiene gran importancia a nivel mundial, no solo a razón de poderse obtener en forma directa a partir de otras clases de energía (tales como la energía térmica, eólica, atómica, solar, geotérmica, hidráulica entre otras), sino también porque se puede controlar y transmitir de una forma rápida y eficiente. El elemento básico para realizar esta transformación y transmisión de energía a los centros de carga, se conoce como sistema de potencia y su objetivo principal es suministrar energía eléctrica a los diferentes usuarios en un área de servicio [1].

2.1 FLUJO DE CARGA

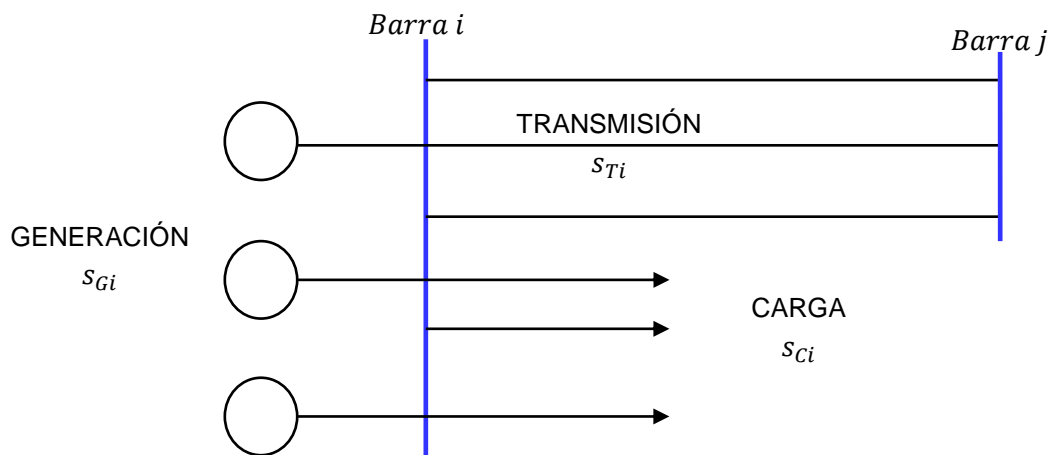
En los sistemas de potencia se llama flujo de carga a la solución de la red en estado estable en la cual, debido a la presencia de potencias (activa y reactiva), es necesario utilizar ecuaciones no lineales. Éste representa la respuesta eléctrica del sistema de transmisión a un conjunto particular de cargas y potencias generales [1].

El análisis del flujo de carga es fundamental para llevar a cabo el proceso de planeación, diseño y control de un sistema de potencia. Además, tiene como propósito determinar tensiones en las barras y flujos de potencias (tanto activas como reactivas) en los diferentes puntos de una red eléctrica, permitiendo así

analizar las diferentes alternativas para la planificación de nuevos sistemas o la ampliación de los ya existentes.

En la Figura 1. se muestran las potencias asociadas a una barra, siendo s_{Gi} la potencia compleja generada trifásica, s_{Ti} la potencia compleja transmitida trifásica y s_{Ci} la potencia compleja consumida trifásica, cada una de ellas representada como el resultado de la suma de las potencias activa y reactiva generadas (P_{Gi} y Q_{Gi} , valores controlables), transmitidas (P_{Ti} y Q_{Ti} , incógnitas) y consumidas (P_{Ci} y Q_{Ci} , valores conocidos) por las ecuaciones (1), (2) y (3), respectivamente. Los valores asociados a las potencias transmitidas P_{Ti} y Q_{Ti} deben ser calculados a partir de las ecuaciones (4) y (5), respectivamente.

Figura 1. Potencias asociadas a una barra [1].



$$s_{Gi} = s_{Ci} + s_{Ti} = P_{Gi} + jQ_{Gi} \quad (1)$$

$$s_{Ti} = P_{Ti} + jQ_{Ti} \quad (2)$$

$$s_{Ci} = P_{Ci} + jQ_{Ci} \quad (3)$$

$$P_{Ti} = P_{Gi} - P_{Ci} = |V_i| \sum_{j=1}^{NB} |V_j| |Y_{ij}| \cos(\delta_i - \delta_j - \gamma_{ij}) \quad (4)$$

$$Q_{Ti} = Q_{Gi} - Q_{Ci} = |V_i| \sum_{j=1}^{NB} |V_j| |Y_{ij}| \sin(\delta_i - \delta_j - \gamma_{ij}) \quad (5)$$

Lo anterior implica que para cada sistema que cuente con NB barras se tendrán 2NB ecuaciones, y las variables por barra i son P_{Gi}, Q_{Gi} , magnitud y ángulo de la tensión de la barra i ($|V_i|$ y δ_i). Para la solución de las ecuaciones es necesario conocer los valores iniciales de mínimo dos de estas variables por barra y es a partir de esto que surge la necesidad de clasificar las barras de un sistema de potencia, como se muestra a continuación, donde Y_{ij} y γ_{ij} corresponde al valor de la magnitud y el ángulo de la admitancia entre las barras conectadas.

2.1.1 CLASIFICACIÓN DE LAS BARRAS

Las variables asociadas a las barras de un sistema de potencia pueden considerarse de dos tipos:

✓ **Variables de estado:**

Son las variables que permiten conocer las condiciones en que se encuentra trabajando el sistema, tales como: $|V_i|$ y δ_i , [1].

✓ **Variables de control:**

Son aquellas variables que se pueden controlar directamente, tales como: P_{Gi}, Q_{Gi} , [1].

En la Tabla 1. se muestra como pueden clasificarse las barras de un sistema de potencia de acuerdo a sus variables conocidas.

Tabla 1. Clasificación de las barras y sus características [1], [3].

Nombre de la Barra	Característica	Tipo	Variable conocida	Variable desconoci	Numero aprox. por sistema
Referencia o Slack	Esta barra debe tener conectado un generador, se le asignan valores de magnitud de tensión $ V_{slack} $ y ángulo de fase δ_{slack} el cual normalmente es cero, δ_{slack} es el ángulo de referencia y los ángulos de las demás barras son medidos a partir de este.	0	$\delta_i, V_i $	P_{Gi}, Q_{Gi}	1
Carga	Este tipo de barras no presenta potencia generada, es decir P_G y Q_G son cero. Esta es la barra más común en un sistema de potencia.	1	P_{Gi}, Q_{Gi}	$\delta_i, V_i $	85%
Generación	Son las barras que tienen conectado un generador, esto hace que la potencia activa generada P_G y la magnitud de tensión $ V $ sean conocidas.	2	$P_{Gi}, V_i $	Q_{Gi}, δ_i	10%

2.2 MÉTODO NEWTON RAPHSON (NR)

En la actualidad existe una variedad de métodos para la solución del flujo de carga de un sistema de potencia. Entre ellos se encuentra el método de Newton Raphson que es uno de los más usados debido a sus fuertes características de convergencia. La base de este método es la expansión en series de Taylor para una función de dos o más variables. Éste se ha desarrollado considerando condiciones de linealidad, es decir, los términos cuadráticos y superiores se desprecian. Su objetivo es calcular los valores de tensión (magnitud y ángulo) a partir de valores iniciales propuestos para cada una de las barras del sistema, ya que una vez calculados es posible obtener las inyecciones de potencia activa y reactiva [1].

Este método está caracterizado por la ecuación (6), siendo ΔX el vector de correcciones, es decir, aquel que representa la variación en cada una de las incógnitas (magnitud y ángulo de tensión de cada una de las barras) y permite determinar el punto de inicio de la nueva iteración definido por la ecuación (7), donde $[J]$ es la matriz Jacobiana y ΔF es el vector de error dependiente de los valores de las potencias conocidas del sistema, definido por la ecuación (8), donde F_{esp} corresponde a la potencia especificada total que está siendo inyectada dentro de la red a una determinada barra y F_{cal} representa una potencia calculada a partir de los valores conocidos de cada una de las barras de la red [4].

$$\begin{bmatrix} \Delta F_1 \\ \Delta F_2 \\ \vdots \\ \Delta F_n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{\partial F_1}{\partial X_1} & \frac{\partial F_1}{\partial X_2} & \dots & \frac{\partial F_1}{\partial X_n} \\ \frac{\partial F_2}{\partial X_1} & \frac{\partial F_2}{\partial X_2} & \dots & \frac{\partial F_2}{\partial X_n} \\ \vdots & \vdots & \dots & \vdots \\ \frac{\partial F_n}{\partial X_1} & \frac{\partial F_n}{\partial X_2} & \dots & \frac{\partial F_n}{\partial X_n} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta X_1 \\ \Delta X_2 \\ \vdots \\ \Delta X_n \end{bmatrix} \quad (6)$$

$$\Delta X = \Delta F \cdot [J]^{-1} \quad (7)$$

$$\Delta F = F_{esp} + F_{cal} \quad (8)$$

Dado que la matriz Jacobiana contiene las derivadas parciales de la potencia (activa y reactiva) respecto a las tensiones (magnitud y ángulo), la ecuación (6) puede expresarse como la ecuación (9) para el análisis del flujo de carga de un sistema de potencia a partir del método de Newton Raphson.

$$\begin{bmatrix} \Delta P \\ \Delta Q \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{\partial P}{\partial \delta} & \frac{\partial P}{\partial |V|} |V| \\ \frac{\partial Q}{\partial \delta} & \frac{\partial Q}{\partial |V|} |V| \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta \delta \\ \frac{\Delta |V|}{|V|} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} H & N \\ J & L \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta \delta \\ \frac{\Delta |V|}{|V|} \end{bmatrix} \quad (9)$$

Los elementos H, N, J y L , se calculan a partir de las ecuaciones de la Tabla 2. donde el subíndice k corresponde al número de la barra de envío y el subíndice m al número de la barra de recepción.

Tabla 2. Ecuaciones para el cálculo de los elementos de la matriz Jacobiana.

Elemento	para $m \neq k$	para $m = k$
H_{km}	$H_{km} = V_k Y_{km} V_m \text{Sen}(\delta_k - \gamma_{km} - \delta_m)$	$H_{km} = -Q_k - V_k ^2 Y_{kk} \text{Sen}(\gamma_{kk})$
N_{km}	$N_{km} = V_k Y_{km} V_m \text{Cos}(\delta_k - \gamma_{km} - \delta_m)$	$N_{km} = P_k + V_k ^2 Y_{kk} \text{Cos}(\gamma_{kk})$
J_{km}	$J_{km} = - V_k Y_{km} V_m \text{Cos}(\delta_k - \gamma_{km} - \delta_m)$	$J_{km} = P_k - V_k ^2 Y_{kk} \text{Cos}(\gamma_{kk})$
L_{km}	$L_{km} = V_k Y_{km} V_m \text{Cos}(\delta_k - \gamma_{km} - \delta_m)$	$L_{km} = Q_k - V_k ^2 Y_{kk} \text{Sen}(\gamma_{kk})$

Cada barra del sistema aporta elementos H, N, J y L , a la matriz Jacobiana, excepto cuando se tienen barras de generación, ya que éstas solo tienen como referencia ΔP y $|V|$ no varía. Por ello estas barras solo aportan una fila (correspondiente a ΔP) y una columna (correspondiente a $\Delta \delta$), y por lo tanto en la matriz Jacobiana solo aparecerán los términos H y J para este tipo de barras [1].

2.3 ARTIFICIAL BEE COLONY (ABC)

Es un algoritmo metaheurístico basado en la inteligencia artificial de enjambres. Fue presentado por Dervis Karaboga en 2005 para la optimización de problemas numéricos [2]. Su desempeño es comparable con estrategias como algoritmos genéticos (GA), evolución diferencial (DE), y optimización por enjambres de partículas (PSO), entre otros [5], [6], [7].

En el modelo ABC, la colmena artificial está formada por una zona de comunicación, denominada zona de baile, y por tres tipos de abejas [2], [7], [8]:

Abejas empleadas: son responsables de encontrar, alrededor de la colmena, nuevas fuentes de alimento y de evaluar la cantidad de néctar en cada una de ellas, para así transmitir dicha información a las demás abejas.

Abejas espectadoras: son aquellas que se encuentran en la zona de baile a la espera de recibir la información de las abejas empleadas, para seleccionar una fuente de alimento en función de su calidad.

Abejas exploradoras: son aquellas abejas empleadas cuyas fuentes de alimento han sido agotadas, y se encargan de llevar a cabo la búsqueda aleatoria en la colmena en aras de encontrar otra fuente de alimento para explotar.

La primera mitad de la colonia consiste en las abejas empleadas y la segunda mitad incluye las abejas espectadoras. ABC está diseñado para encontrar el mínimo global de la función objetivo en un espacio determinado, conocido como espacio de búsqueda, el cual está definido por la expresión (10), donde $i = 1, \dots, n$ corresponde a las dimensiones del problema y x_i es la variable de decisión.

$$x_i^{min} \leq x_i \leq x_i^{max} \quad (10)$$

En el algoritmo, las fuentes de alimento iniciales son generadas aleatoriamente dentro del rango de los límites de los parámetros de optimización, como muestra la ecuación (11), donde $i = 1, \dots, SN$, $j = 1, \dots, D$, siendo SN el número de fuentes de alimento y D el número de parámetros que se requieren optimizar.

$$x_{ij} = x_j^{min} + rand(0,1) * (x_j^{max} - x_j^{min}) \quad (11)$$

Una abeja empleada produce una modificación de la posición (solución) en su memoria en función de la información local (información visual) y de las pruebas de la cantidad de néctar (fitness) de la nueva fuente (nueva solución). Siempre que ésta sea mejor que la anterior, la abeja memoriza la nueva posición y se olvida de la anterior. De lo contrario, conserva la posición antigua en su memoria. Una posición de alimento candidata está definida por la ecuación (12), donde $j \in \{1,2, \dots, D\}$ y $k \in \{1,2, \dots, SN\}$, siendo k diferente de i , y ϕ_{ij} un número aleatorio entre $[-1,1]$. Esto controla la producción de fuentes de alimento vecinas alrededor de x_{ij} y representa la comparación de dos posiciones de alimento visibles a una abeja [2], [6].

$$u_{ij} = x_{ij} + \phi_{ij} * (x_{ij} - x_{kj}) \quad (12)$$

La posición de una fuente de alimento representa una posible solución al problema de optimización, y la cantidad de néctar corresponde a la rentabilidad (fitness) asociada a dicha fuente, definida en las ecuaciones (13) y (14), donde f_i

corresponde al valor de la función objetivo evaluada en x_{ij} y u_{ij} . Cada fuente es explotada por una única abeja empleada, lo que en otras palabras quiere decir que, el número de abejas empleadas es igual al número de soluciones en la población (SN) [2], [6], [9].

$$fit_i = \frac{1}{1 + f_i} \text{ si } f_i \geq 0 \quad (13)$$

$$fit_i = 1 + abs(f_i) \text{ si } f_i < 0 \quad (14)$$

Una abeja espectadora elige una fuente de alimento dependiendo del valor de probabilidad asociado con ésta última, p_i , calculado por la expresión (15), [4], [6], [10]:

$$p_i = \frac{fit_i}{\sum_{n=1}^{SN} fit_n} \quad (15)$$

donde SN , como se mencionó, es el número de fuentes de alimento e indica el tamaño de la población, y fit_i es el valor de fitness de la solución asociada con las ecuaciones (13) y (14), [6], [10].

Una vez que todas las abejas empleadas completan el proceso de búsqueda, comparten la información de cada fuente de alimento y su respectiva posición en la zona de baile con las espectadoras, quienes se encargan de seleccionar la fuente de alimento candidata en función de su contenido de néctar. Al igual que la abeja empleada, la espectadora produce un cambio de la posición en su memoria, es decir, retiene la posición de aquella fuente que le ofrece mayor néctar [2], [6].

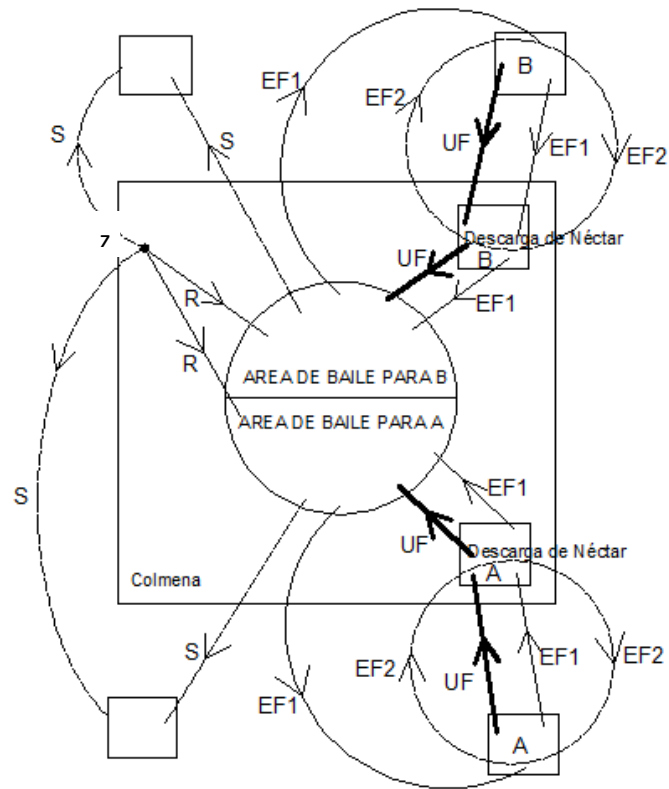
Finalmente, las abejas exploradoras se encargan de reemplazar las fuentes de alimento que han sido agotadas con nuevas fuentes elegidas al azar. ABC asume

que en cada ciclo, una única fuente puede ser agotada y una única abeja empleada puede ser exploradora, por lo que, si más de una fuente ha excedido el valor límite para ser abandonada, debe ser elegida aquella fuente que tiene el mayor valor [9].

La Figura 2. muestra el comportamiento y el recorrido seguido por la abeja melífera, donde *A* y *B* corresponden a dos fuentes de alimento y *z* es una abeja desempleada que inicialmente tiene dos opciones; la primera, ser una abeja exploradora que inicia un proceso de búsqueda alrededor de la colmena de forma espontánea (S), y la segunda, ser una abeja espectadora que inicia un proceso de búsqueda una vez que ha recibido información sobre la cantidad de néctar de una fuente de alimento (R), [9].

Una vez hallada la fuente de alimento, las abejas utilizan su propia capacidad para memorizar su ubicación e iniciar el proceso de explotación, el cual es responsabilidad tanto de las empleadas como de las espectadoras. Las empleadas pueden en primer lugar, convertirse en una espectadora después de abandonar la fuente (UF), bailar y reclutar otras abejas antes de regresar a la misma fuente de alimento (EF1) o continuar la explotación de la fuente de alimento sin reclutar otras abejas (EF2) [6], [9].

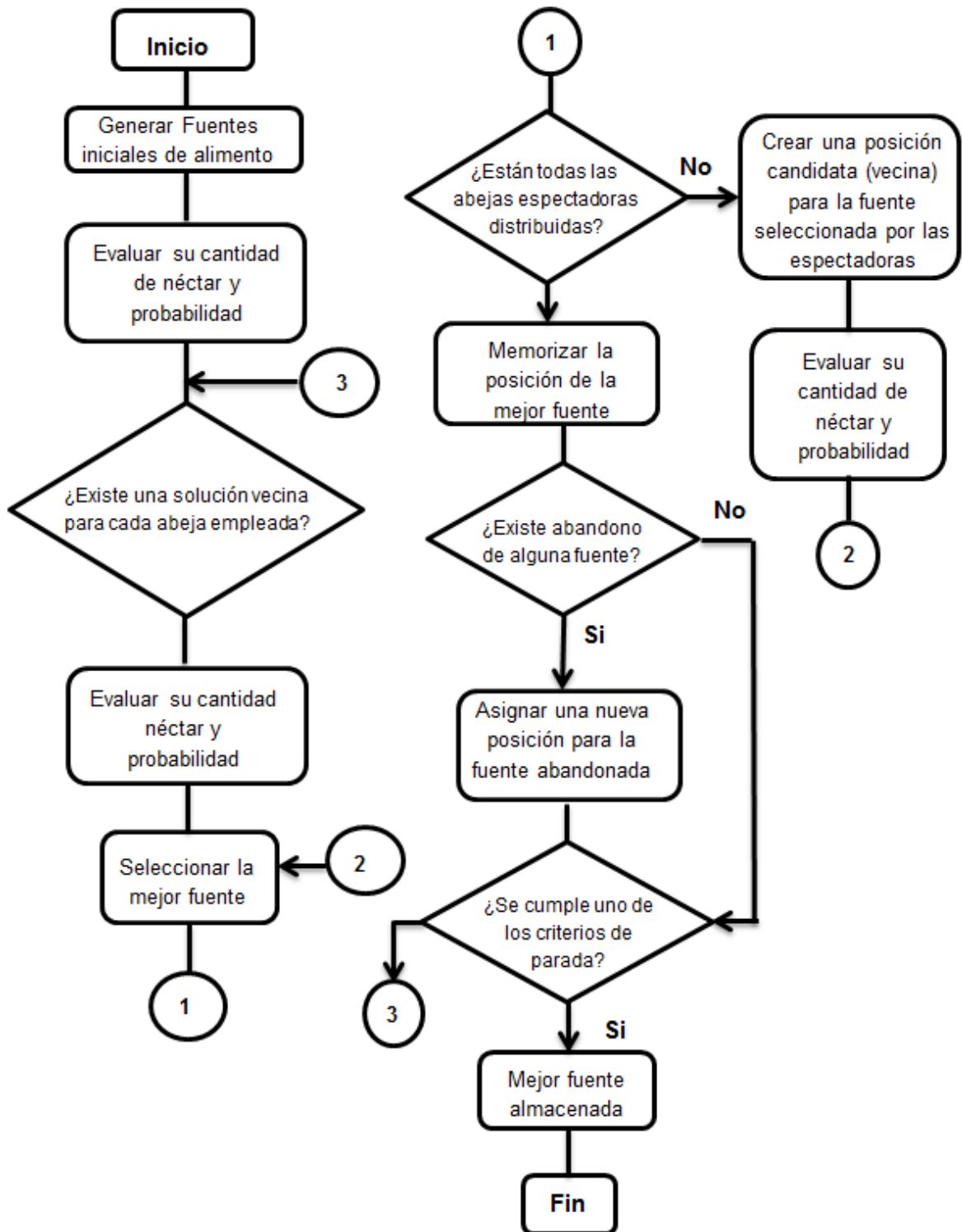
Figura 2. Comportamiento de la abeja melífera para la recolección de néctar, Basada en [7] y [11].



Fuente: Autores

El criterio de parada del algoritmo ABC, puede ser definido por un máximo número de ciclos (MCN) y por un error de tolerancia (ϵ). En la Figura 3. se presenta el diagrama de flujo utilizado para la programación del algoritmo.

Figura 3. Diagrama de flujo del algoritmo ABC, basado en [11].



2.4 FUNCIÓN OBJETIVO

La función objetivo representa el sistema objeto de estudio, que en este caso es un sistema de potencia, modelado por un conjunto de ecuaciones. Para construirla, sus componentes se igualan a cero, se elevan al cuadrado y finalmente se suman, de la forma mostrada por la ecuación (16), [12].

$$f(x) = (\text{ecuación } 1)^2 + (\text{ecuación } 2)^2 + \dots + (\text{ecuación } N)^N \quad (16)$$

3. EVALUACIÓN DEL ALGORITMO CON FUNCIONES ESTÁNDAR

En este capítulo se desarrollan ejemplos ilustrativos para validar la efectividad del método de optimización ABC, utilizando cuatro de las funciones estándar y los parámetros de la Tabla 3. Estas pruebas se realizaron para 2, 6, 15 y 30 dimensiones.

Tabla 3. Parámetros de Entrada

Número de fuentes (<i>SN</i>)	100, 200 y 300
Limite	20, 40 y 60
MCN	1000
Saturación (<i>S</i>)	20%
Error de tolerancia (ϵ)	1,00E-05

Cabe resaltar que el límite es una variable dependiente tanto del número de fuentes como del número de dimensiones, por lo que $limite = 0.1 * D * SN$.

La saturación (*S*), es uno de los criterios de parada del algoritmo, el cual se encarga de generar una salida cuando la respuesta no mejora después de un

determinado número de iteraciones, es decir, es directamente proporcional al número máximo de ciclos, $S = 0.2 * MCN$.

Para la selección de la mejor respuesta se tienen en cuenta el mejor valor de la función $f(x)$ y el tiempo de cómputo, por lo que, cuando el valor de $f(x)$ sea igual en varias pruebas, la selección será a partir del tiempo de cómputo. A continuación, se presentan las tablas de los resultados obtenidos donde la variable (S) representa la salida del algoritmo por saturación, y (C) la salida por convergencia.

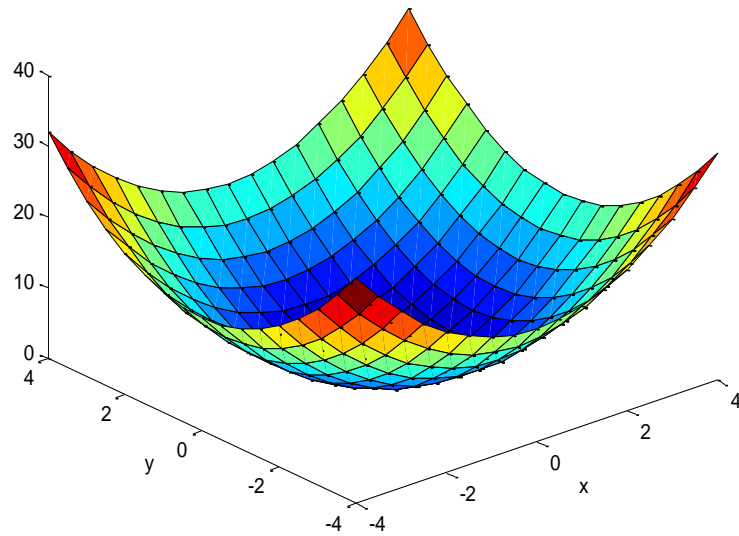
3.1 FUNCIÓN DE JONG

Es la función de prueba más sencilla, también llamada primera función de Jong. Es una función continua, convexa y unimodal (Ver Figura 4) definida por la siguiente expresión general:

$$f(x) = \sum_{i=1}^n x_i^2 \quad (17)$$

Su espacio de búsqueda generalmente está limitado por el intervalo $-5.12 \leq x_i \leq 5.12, i = 1, \dots, n$. Su mínimo global es $f(x) = 0$, en $x_i = 0, \forall i$.

Figura 4. Función de Jong en 2D



Fuente: Autores

Las Tablas 4, 5 y 6 resumen los resultados obtenidos para 100, 200 y 300 fuentes, respectivamente, probando que el algoritmo converge a la respuesta en tiempos promedios de 0,31 [s], 0,83 [s] y 1,44 [s], y resaltando la mejor respuesta.

Tabla 4. Solución de la función de Jong mediante ABC (100 fuentes)

FUNCIÓN DE JONG						
Prueba	Tiempo cómputo [s]	$f(x)$	Posición		Salida	Mejor fuente
			x_1	x_2		
1	0,31	7,3736E-06	5,2951E-04	-2,6633E-03	C	86
2	0,39	9,1039E-06	-2,9889E-03	4,1275E-04	C	51
3	0,41	1,8079E-07	4,0303E-04	1,3547E-04	C	80
4	0,18	6,3770E-07	-6,5199E-04	4,6109E-04	C	28
5	0,29	7,3257E-06	-3,3240E-04	2,6861E-03	C	47
6	0,35	3,3274E-06	5,3629E-04	-1,7435E-03	C	9
7	0,39	1,7526E-06	1,3224E-03	6,2229E-05	C	30
8	0,32	3,9626E-07	-5,9996E-04	-1,9057E-04	C	11
9	0,24	1,4726E-06	1,5499E-04	-1,2036E-03	C	91
10	0,26	5,8504E-06	-2,2515E-03	-8,8384E-04	C	93
Promedio	0,31					

Tabla 5. Solución de la función de Jong mediante ABC (200 fuentes)

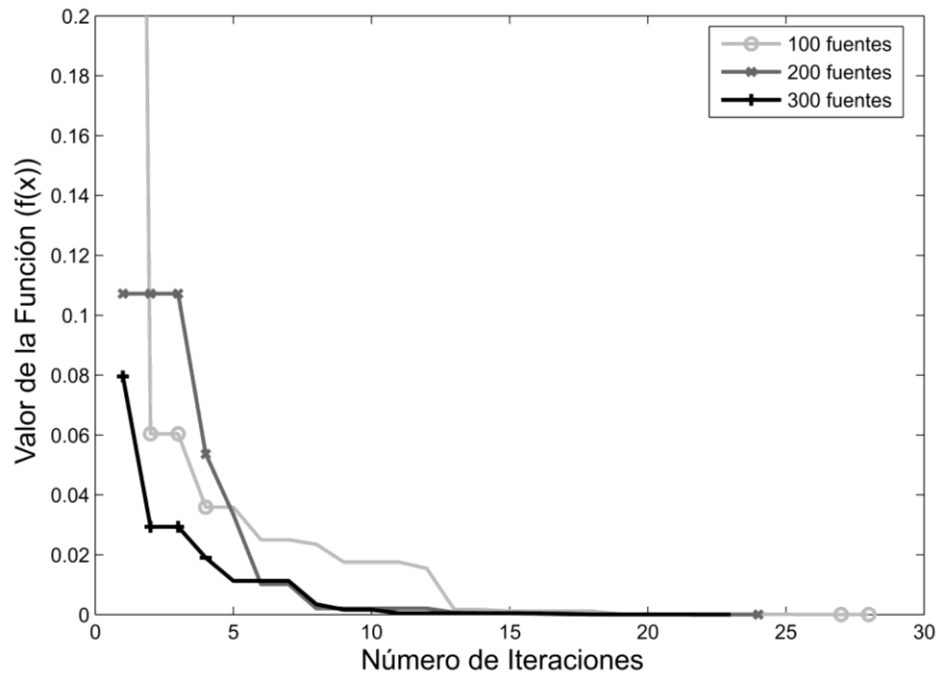
FUNCIÓN DE JONG						
Prueba	Tiempo cómputo [s]	$f(x)$	Posición		Salida	Mejor fuente
			x_1	x_2		
1	0,92	4,5866E-06	2,0059E-03	-7,5042E-04	C	68
2	0,88	4,0159E-06	-1,9113E-03	6,0235E-04	C	147
3	0,61	8,6214E-06	2,9362E-03	-2,3763E-06	C	188
4	0,87	7,9249E-06	1,9141E-03	-2,0643E-03	C	90
5	0,87	9,1172E-06	2,6001E-03	1,5352E-03	C	68
6	0,92	9,9332E-06	2,0626E-03	2,3831E-03	C	101
7	0,89	1,7682E-06	1,1400E-03	-6,8449E-04	C	74
8	0,81	3,9201E-06	-9,7150E-04	-1,7252E-03	C	169
9	0,89	6,0859E-06	2,0401E-03	1,3870E-03	C	89
10	0,61	9,1559E-06	8,1771E-04	-2,9133E-03	C	157
Promedio	0,83					

Tabla 6. Solución de la función de Jong mediante ABC (300 fuentes)

FUNCIÓN DE JONG						
Prueba	Tiempo cómputo [s]	$f(x)$	Posición		Salida	Mejor fuente
			x_1	x_2		
1	1,81	3,0518E-08	-5,7419E-05	-1,6499E-04	C	282
2	1,57	6,5228E-06	-1,9515E-03	-1,6475E-03	C	230
3	1,23	1,7725E-06	-9,3671E-04	9,4608E-04	C	49
4	2,01	5,3872E-06	-2,2377E-03	6,1634E-04	C	107
5	0,95	4,1882E-06	1,9213E-03	-7,0486E-04	C	265
6	0,86	8,2357E-06	-2,6654E-03	-1,0636E-03	C	54
7	1,56	3,2533E-06	-1,3962E-03	-1,1419E-03	C	254
8	1,64	2,0390E-06	4,5230E-05	-1,4272E-03	C	286
9	1,35	7,1097E-06	5,5270E-04	-2,6085E-03	C	234
10	1,44	1,5426E-06	-5,9932E-04	1,0879E-03	C	111
Promedio	1,44					

Usando los mejores resultados de cada prueba, se construyó la Figura 5 donde se observa que para 100, 200 y 300 fuentes el algoritmo converge en 28, 24 y 23 iteraciones, respectivamente.

Figura 5. Mejor valor de la función vs número de iteraciones para la función de Jong en 2D



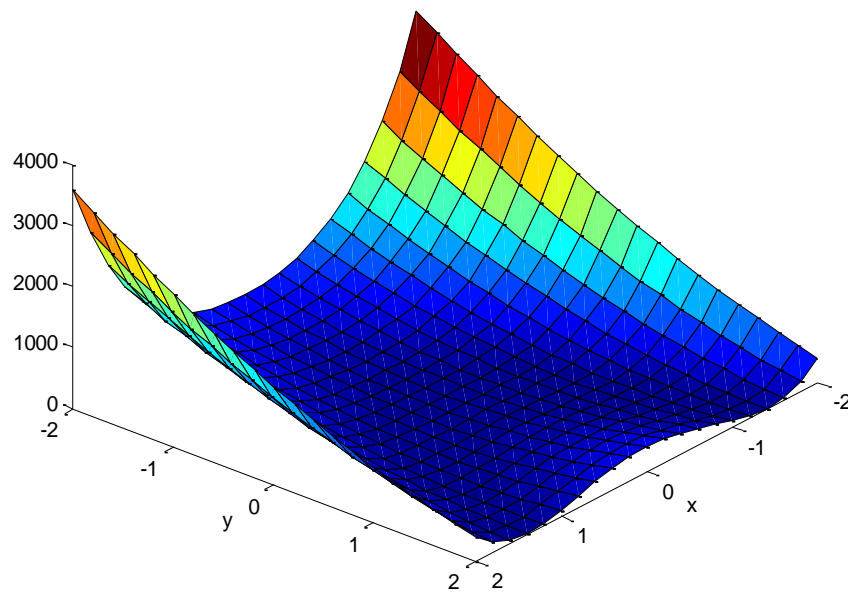
3.2 FUNCIÓN DEL VALLE DE ROSENBROCK

Es una función frecuentemente utilizada para probar el rendimiento de los algoritmos de optimización, también conocida como la función banano o la segunda función de Jong (Ver Figura 6). Su óptimo global se encuentra en un largo y estrecho valle parabólico. Su expresión general está dada por la ecuación (18):

$$f(x) = \sum_{i=1}^n [100(x_{i+1} - x_i^2)^2 + (1 - x_i)^2] \quad (18)$$

Su espacio de búsqueda suele estar condicionado por el intervalo $-2,048 \leq x_i \leq 2,048, i = 1, \dots, n$. Su mínimo global es $f(x) = 0$, el cual se obtiene para $x_i = 1, \forall i$.

Figura 6. Función de Rosenbrock en 2D



Fuente: Autores

Las tablas 7, 8 y 9 sintetizan los resultados para 100, 200 y 300 fuentes, respectivamente, y se resalta la mejor respuesta; cabe resaltar que el algoritmo converge en tiempos promedios de 0,98 [s], 4,42 [s] y 5,40 [s].

Tabla 7. Solución de la función de Rosenbrock mediante ABC (100 fuentes)

Función de Rosenbrock						
Prueba #	Tiempo de Computo [s]	$f(x)$	Posición		Salida	Mejor Fuente
			x_1	x_2		
1	0,8180	9,5440E-04	1,0237E+00	1,0461E+00	S	100
2	1,6810	9,4216E-07	9,9903E-01	9,9807E-01	C	44
3	0,5260	3,0723E-04	9,8505E-01	9,7124E-01	S	13
4	0,6270	4,6204E-04	9,8115E-01	9,6370E-01	S	47
5	0,2740	1,5260E-03	1,0144E+00	1,0253E+00	S	89
6	1,8740	3,1079E-05	1,0049E+00	1,0096E+00	S	100
7	0,7140	1,2644E-04	9,8895E-01	9,7824E-01	S	11
8	0,1400	1,1432E-02	9,9795E-01	1,0066E+00	S	21
9	1,5230	7,9703E-05	9,9186E-01	9,8343E-01	S	47
10	1,6340	9,4216E-07	9,9903E-01	9,9807E-01	C	44
Promedio	0,9811					

Tabla 8. Solución de la función de Rosenbrock mediante ABC (200 fuentes)

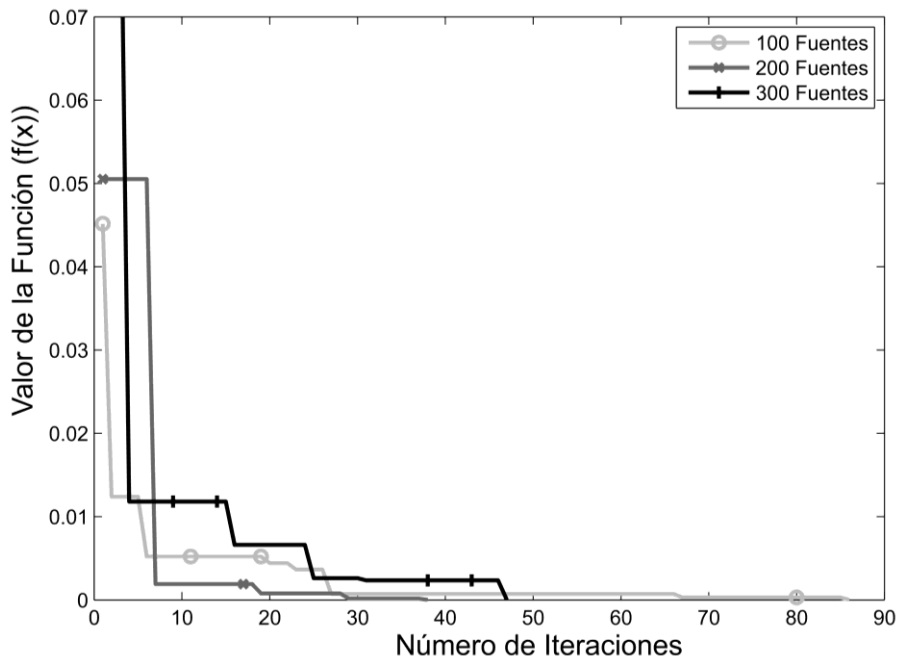
Función de Rosenbrock						
Prueba #	Tiempo de Computo [s]	$f(x)$	Posición		Salida	Mejor Fuente
			x_1	x_2		
1	6,8160	3,8518E-04	1,0194E+00	1,0395E+00	S	165
2	10,4450	4,8960E-06	1,0006E+00	1,0009E+00	C	200
3	2,5500	2,2728E-04	9,8496E-01	9,7026E-01	S	37
4	5,4100	2,3834E-04	1,0136E+00	1,0280E+00	S	165
5	2,1230	6,6221E-06	9,9778E-01	9,9570E-01	C	14
6	3,0240	2,1067E-04	1,0049E+00	1,0112E+00	S	183
7	3,3740	3,2583E-04	1,0149E+00	1,0310E+00	S	87
8	5,4860	9,1360E-05	1,0055E+00	1,0119E+00	S	156
9	3,4950	1,8954E-05	9,9615E-01	9,9253E-01	S	154
10	1,4950	1,5099E-04	1,0030E+00	1,0048E+00	S	48
Promedio	4,4218					

Tabla 9. Solución de la función de Rosenbrock mediante ABC (300 fuentes)

Función de Rosenbrock						
Prueba #	Tiempo de Computo [s]	$f(x)$	Posición		Salida	Mejor Fuente
			x_1	x_2		
1	2,8130	1,4104E-04	9,9885E-01	9,9653E-01	S	294
2	15,2170	2,7040E-05	9,9493E-01	9,8977E-01	S	285
3	1,3480	2,1075E-04	9,8638E-01	9,7344E-01	S	176
4	2,7700	1,8784E-05	1,0037E+00	1,0077E+00	S	23
5	6,1960	1,1725E-04	9,8960E-01	9,7900E-01	S	128
6	4,5640	7,9647E-06	1,0018E+00	1,0035E+00	C	43
7	12,3670	1,4989E-05	9,9753E-01	9,9537E-01	S	187
8	3,4540	6,2212E-06	9,9793E-01	9,9573E-01	C	104
9	3,9010	1,4104E-04	9,9885E-01	9,9653E-01	S	294
10	1,3890	2,1075E-04	9,8638E-01	9,7344E-01	S	176
Promedio	5,4019					

A partir de los resultados de las respuestas seleccionadas, se obtiene el comportamiento de la Figura 7, en la cual se puede observar que el algoritmo converge en 86, 38 y 47 iteraciones, respectivamente.

Figura 7. Mejor valor de la función vs número de iteraciones para la función de Rosenbrock en 2D



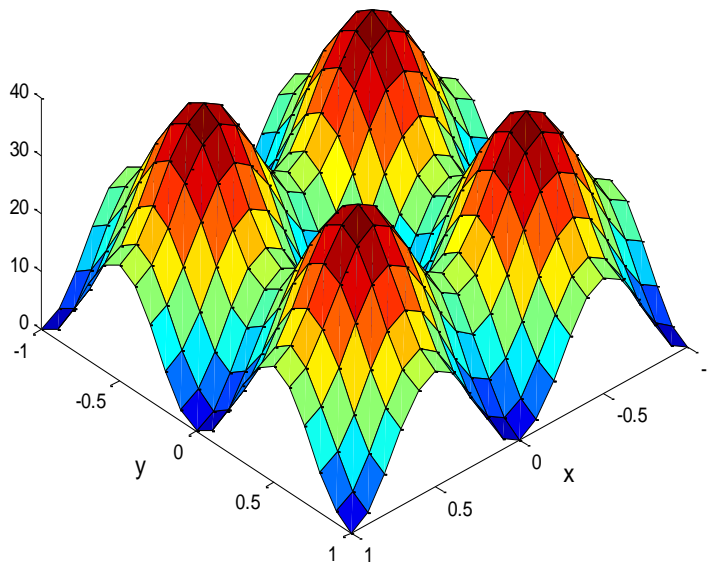
3.3 FUNCIÓN DE RASTRIGIN

Es una función de prueba altamente multimodal. Sin embargo, sus mínimos se distribuyen regularmente. Está basada en la función de Jong, adicionándole un coseno modulado mediante el cual se busca producir mínimos locales periódicos (Ver Figura 8). Su expresión general está dada por la ecuación (19):

$$f(x) = 10n + \sum_{i=1}^n [x_i^2 - 10 \cos(2\pi x_i)] \quad (19)$$

Su espacio de búsqueda está restringido al intervalo $-5.12 \leq x_i \leq 5.12, i = 1, \dots, n$. Su mínimo global es $f(x) = 0$, el cual se obtiene en $x_i = 0, \forall i$.

Figura 8. Función de Rastrigin en 2D



Fuente: Autores

Las tablas 10,11 y 12 resumen los resultados obtenidos para 100, 200 y 300 fuentes, respectivamente, donde se observa que el algoritmo converge a la respuesta en tiempos promedios de 0,87 [s], 2,25 [s] y 4,25 [s]. Nuevamente, la mejor respuesta es seleccionada bajo el criterio del mejor valor de la función $f(x)$.

Tabla 10. Solución de la función de Rastrigin mediante ABC (100 fuentes)

FUNCIÓN DE RASTRIGIN						
Prueba	Tiempo cómputo [s]	$f(x)$	Posición		Salida	Mejor fuente
			x_1	x_2		
1	0,89	6,3435E-06	-2,1537E-05	1,7751E-04	C	12
2	0,71	3,1743E-06	-3,9440E-05	-1,2019E-04	C	47
3	1,12	8,9491E-06	2,0044E-04	7,0218E-05	C	20
4	1,00	5,6495E-07	4,8869E-07	5,3361E-05	C	19
5	0,82	2,8294E-06	-1,1671E-04	-2,5314E-05	C	52
6	0,91	2,6950E-06	1,0976E-04	-3,9220E-05	C	86
7	0,95	5,9753E-06	1,5064E-04	8,6170E-05	C	97
8	0,86	2,1749E-06	7,5798E-05	7,2229E-05	C	65
9	0,71	9,4143E-06	1,7189E-04	-1,3382E-04	C	46
10	0,76	5,7166E-06	-1,3301E-04	1,0547E-04	C	46
Promedio	0,87					

Tabla 11. Solución de la función de Rastrigin mediante ABC (200 fuentes)

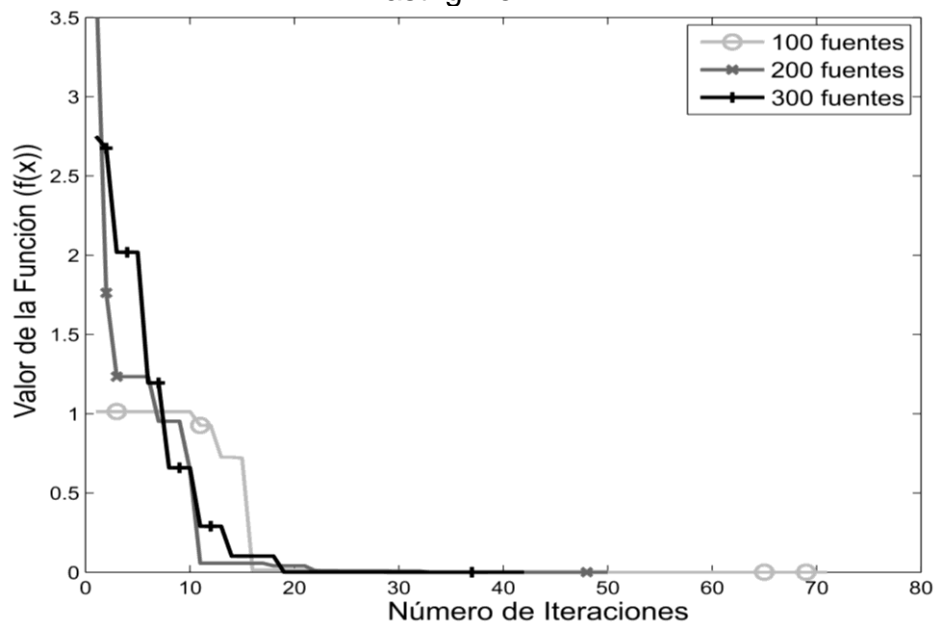
FUNCIÓN DE RASTRIGIN						
Prueba	Tiempo cómputo [s]	$f(x)$	Posición		Salida	Mejor fuente
			x_1	x_2		
1	2,34	3,4166E-06	-6,9389E-05	-1,1138E-04	C	98
2	2,05	5,7990E-06	8,7180E-05	-1,4707E-04	C	115
3	2,24	6,5843E-06	-1,7858E-04	3,6031E-05	C	161
4	1,96	8,7857E-06	7,5806E-05	1,9631E-04	C	157
5	1,84	6,8575E-07	-5,7828E-05	1,0602E-05	C	195
6	2,48	6,9922E-06	8,0846E-05	1,6944E-04	C	59
7	2,66	7,1941E-06	-1,7492E-04	7,5263E-05	C	95
8	2,38	6,9192E-06	1,4333E-04	-1,1973E-04	C	49
9	2,53	7,8778E-07	3,8820E-05	-4,9637E-05	C	163
10	2,06	2,2576E-06	-1,0515E-04	1,7957E-05	C	109
Promedio	2,25					

Tabla 12. Solución de la función de Rastrigin mediante ABC (300 fuentes)

FUNCIÓN DE RASTRIGIN						
Prueba	Tiempo cómputo [s]	$f(x)$	Posición		Salida	Mejor fuente
			x_1	x_2		
1	3,65	5,0729E-06	1,5534E-04	-3,7944E-05	C	169
2	3,39	9,3300E-06	-2,0826E-04	-6,0463E-05	C	91
3	4,52	8,4978E-07	-3,0087E-05	-5,8122E-05	C	112
4	4,47	8,8158E-06	-1,3290E-04	1,6363E-04	C	291
5	3,18	1,3934E-06	-7,9756E-05	-2,5735E-05	C	145
6	4,79	2,3629E-06	9,7155E-05	4,9711E-05	C	147
7	3,24	6,0560E-07	1,4214E-05	-5,3390E-05	C	141
8	4,37	1,8015E-06	1,3158E-05	-9,4380E-05	C	200
9	6,09	5,9485E-06	3,4957E-05	1,6959E-04	C	282
10	4,84	2,5688E-06	1,1195E-04	2,0402E-05	C	241
Promedio	4,25					

Los datos de cada mejor prueba nuevamente se utilizaron para generar la gráfica de convergencia. En la Figura 9 se puede observar que para 100, 200 y 300 fuentes el algoritmo logra una respuesta en 71, 50 y 42 iteraciones, respectivamente.

Figura 9. Mejor valor de la función vs número de iteraciones para la función de Rastrigin en 2D



Adicionalmente, las Tablas 13, 14 y 15 resumen los resultados obtenidos para 100, 200 y 300 fuentes en seis dimensiones, donde se observa que el algoritmo converge a la respuesta en tiempos promedios de 7,11 [s], 19,93[s] y 26,06[s], respectivamente. La mejor respuesta es seleccionada a partir del valor de $f(x)$, y se presentan en la Figura 10.

Figura 10. Mejor valor de la función vs número de iteraciones para la función de Rastrigin en 6D

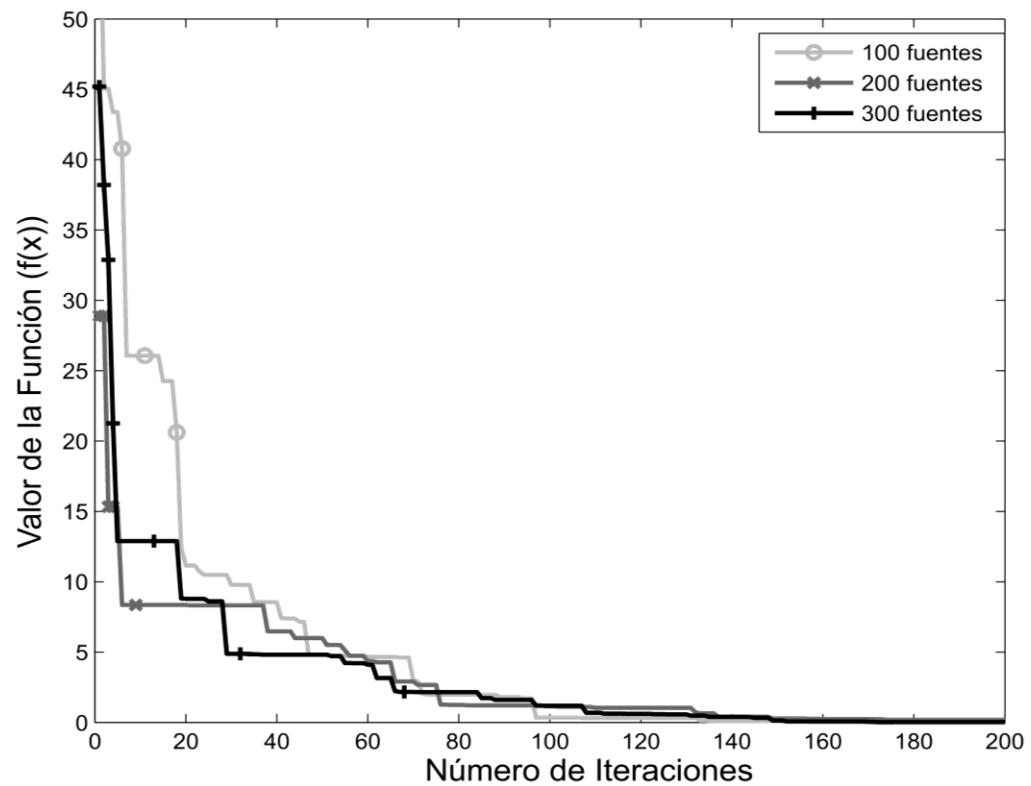


Tabla 13. Solución de la función de Rastrigin 6D mediante ABC (100 fuentes)

FUNCIÓN DE RASTRIGIN										
Prueba	Tiempo cómputo [s]	$f(x)$	Posición						Salida	Mejor fuente
			x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	x_6		
1	7,29	1,9013E-05	3,0191E-04	1,9642E-07	-1,8191E-07	4,0810E-05	-9,6572E-09	5,4964E-05	S	81
2	7,15	1,8121E-04	-9,5447E-04	-4,8721E-05	-2,5043E-06	-2,1999E-06	2,2247E-06	1,3970E-06	S	88
3	6,58	8,1827E-05	-8,2005E-06	-1,0515E-06	-1,4174E-06	-1,5100E-04	-2,8903E-05	-6,2349E-04	S	17
4	8,22	8,5290E-05	-4,9225E-04	1,5682E-04	1,2837E-04	-1,9351E-05	1,2087E-06	3,8229E-04	S	55
5	8,46	5,1501E-06	-1,1363E-04	-8,2395E-07	1,0731E-08	2,1789E-07	1,2358E-08	1,1422E-04	C	63
6	5,01	4,7367E-06	-3,1024E-06	-1,0576E-06	-7,0685E-06	1,3346E-04	9,8286E-06	7,6863E-05	C	48
7	7,03	1,1177E-05	-3,7476E-05	-2,8645E-08	-3,0291E-07	-2,1901E-06	3,4165E-07	2,3437E-04	S	44
8	8,68	3,1329E-04	2,0800E-04	-5,2837E-07	1,9730E-05	-2,4105E-05	6,9208E-06	1,2389E-03	S	42
9	8,14	8,0951E-06	1,1956E-04	1,5192E-05	1,2376E-06	1,4306E-04	2,9685E-06	7,6163E-05	C	31
10	4,51	2,5876E-05	3,1529E-04	1,4685E-06	1,6308E-05	5,5956E-07	-1,2400E-05	-1,7492E-04	S	43
Promedio	7,11									

Tabla 14. Solución de la función de Rastrigin 6D mediante ABC (200 fuentes)

FUNCIÓN DE RASTRIGIN										
Prueba	Tiempo cómputo [s]	$f(x)$	Posición						Salida	Mejor fuente
			x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	x_6		
1	17,86	7,9005E-06	-6,2493E-05	2,3981E-05	4,3060E-05	1,3364E-04	1,1977E-04	3,5811E-05	C	104
2	25,83	8,4839E-06	1,2656E-04	-6,9530E-07	-4,6908E-05	-2,2077E-05	2,5617E-05	-1,5298E-04	C	77
3	16,03	7,2918E-04	2,8214E-04	-1,5229E-05	-8,9471E-05	-1,7842E-03	1,6612E-06	-6,3570E-04	S	21
4	17,74	5,2838E-06	4,3702E-05	9,0656E-08	-1,6473E-07	-1,0920E-05	8,8866E-08	1,5686E-04	C	81
5	16,58	5,2191E-06	7,1779E-05	-4,5453E-06	-3,0799E-05	1,4208E-04	7,5698E-08	4,8042E-07	C	77
6	31,31	9,2471E-06	1,9744E-04	2,2916E-05	-1,5749E-05	5,3291E-07	5,1346E-08	8,2798E-05	C	31
7	15,71	2,0589E-05	-3,0722E-04	-9,7156E-06	3,2052E-05	6,2695E-07	-7,1288E-05	-5,6471E-05	S	37
8	16,80	1,7037E-04	8,0819E-04	5,4388E-06	4,8114E-06	3,0929E-05	4,2616E-04	-1,5161E-04	S	177
9	22,64	6,1540E-06	5,8492E-05	-5,4046E-06	-2,7323E-05	-7,2082E-07	1,3495E-05	-1,6322E-04	C	125
10	18,83	5,6519E-04	3,8034E-04	1,2563E-03	2,9977E-05	7,6331E-05	3,1715E-04	-1,0093E-03	S	163
Promedio	19,93									

Tabla 15. Solución de la función de Rastrigin 6D mediante ABC (300 fuentes)

FUNCIÓN DE RASTRIGIN										
Prueba	Tiempo cómputo [s]	$f(x)$	Posición						Salida	Mejor fuente
			x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	x_6		
1	26,59	9,3279E-06	1,8754E-04	1,8156E-05	4,9837E-05	-5,6754E-05	8,8201E-07	7,6230E-05	C	195
2	25,11	6,3545E-06	-1,7227E-04	2,1672E-06	-2,1167E-06	-1,1405E-06	-6,9421E-07	4,8398E-05	C	154
3	23,82	9,2487E-06	-1,9630E-04	2,4917E-05	-2,4032E-05	2,1105E-06	-2,4425E-05	7,9272E-05	C	114
4	27,39	4,6458E-06	-9,7295E-05	5,6327E-07	-5,5694E-07	-1,3138E-05	4,1030E-06	1,1731E-04	C	152
5	25,33	9,2861E-06	5,4816E-06	5,2081E-05	2,0038E-04	-9,2396E-06	-1,3043E-06	-6,1863E-05	C	236
6	26,94	6,6295E-06	-2,9674E-06	1,1623E-06	-5,8561E-07	3,3226E-07	-9,3852E-07	1,8277E-04	C	9
7	24,16	7,4250E-06	1,3955E-04	-3,5885E-06	-3,9299E-06	-1,2966E-06	-1,8178E-05	-1,3263E-04	C	270
8	27,51	9,8196E-06	-1,6059E-05	2,9138E-05	1,7753E-05	1,0676E-04	3,6279E-06	1,9148E-04	C	262
9	30,28	4,5238E-06	7,9086E-05	-8,6237E-06	6,5264E-06	-9,5929E-08	-6,4124E-09	1,2818E-04	C	269
10	23,48	2,4457E-06	9,4472E-05	1,4389E-06	-1,1427E-05	-2,0312E-06	3,4832E-06	5,7040E-05	C	114
Promedio	26,06									

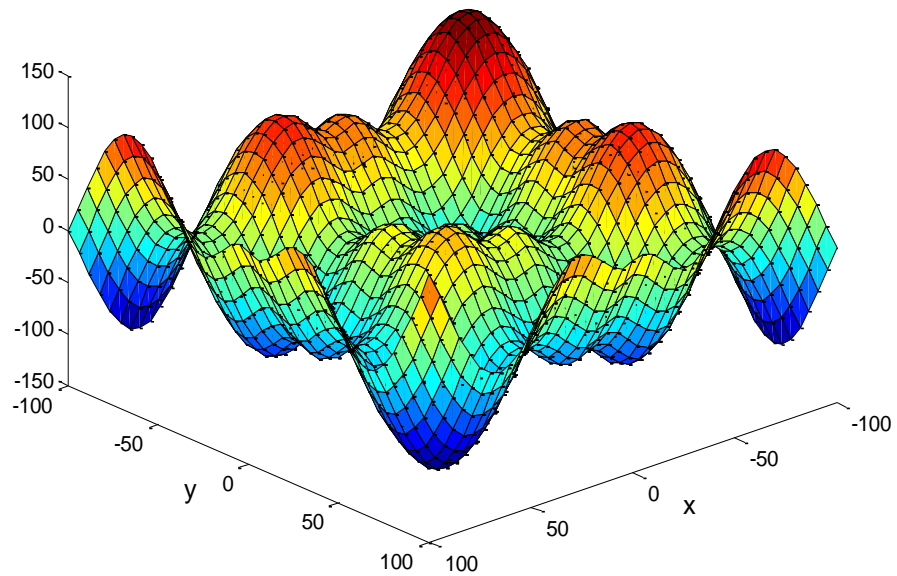
3.4 FUNCIÓN DE SCHWEFEL

Es una función cuyo mínimo global está geográficamente muy lejano a sus mínimos locales, generando que los algoritmos sean potencialmente propensos a converger en una dirección equivocada (Ver Figura 11). Su expresión general está dada por la ecuación (20):

$$f(x) = \sum_{i=1}^n [-x_i \sin(\sqrt{|x_i|})] \quad (20)$$

Su espacio de búsqueda usualmente está condicionado por el intervalo $-500 \leq x_i \leq 500, i = 1, \dots, n$. Su mínimo global es $f(x) = -418.9829n$, el cual se obtiene en $x_i = 421, \forall i$.

Figura 11. Función de Schwefel en 2D



Fuente: Autores

Las tablas 16, 17 y 18 muestran los resultados obtenidos para 100, 200 y 300 fuentes, respectivamente. En ellas se observa que el algoritmo converge a una respuesta en tiempos promedios de 1,24 [s], 2,41 [s] y 5,01 [s]. Se señala nuevamente en cada tabla de pruebas la mejor respuesta, bajo el criterio del mejor valor de la función $f(x)$.

Tabla 16. Solución de la función de Schwefel mediante ABC (100 fuentes)

Función Schwefel						
Prueba #	Tiempo de Computo [s]	fx	Posición		Salida	Mejor Fuente
			x1	x2		
1	1,4120	-8,3797E+02	4,2100E+02	4,2092E+02	C	5
2	1,4830	-8,3797E+02	4,2100E+02	4,2092E+02	C	94
3	1,2670	-8,3797E+02	4,2101E+02	4,2095E+02	C	92
4	0,9270	-8,3797E+02	4,2094E+02	4,2100E+02	C	23
5	1,1450	-8,3797E+02	4,2092E+02	4,2093E+02	C	44
6	1,2140	-8,3797E+02	4,2099E+02	4,2095E+02	C	69
7	0,9890	-8,3797E+02	4,2092E+02	4,2092E+02	C	33
8	1,3910	-8,3797E+02	4,2095E+02	4,2098E+02	C	63
9	0,9120	-8,3797E+02	4,2100E+02	4,2103E+02	C	39
10	1,6230	-8,3797E+02	4,2098E+02	4,2098E+02	C	21
Promedio	1,2363					

Tabla 17. Solución de la función de Schwefel mediante ABC (200 fuentes)

Función Schwefel						
Prueba #	Tiempo de Computo [s]	fx	Posición		Salida	Mejor Fuente
			x1	x2		
1	2,2070	-8,3797E+02	4,2095E+02	4,2101E+02	C	182
2	2,9920	-8,3797E+02	4,2093E+02	4,2101E+02	C	43
3	3,6690	-8,3797E+02	4,2096E+02	4,2101E+02	C	21
4	2,3370	-8,3797E+02	4,2097E+02	4,2103E+02	C	39
5	2,7320	-8,3797E+02	4,2096E+02	4,2094E+02	C	49
6	2,4430	-8,3797E+02	4,2093E+02	4,2091E+02	C	97
7	1,1410	-8,3797E+02	4,2098E+02	4,2092E+02	C	59
8	2,1200	-8,3797E+02	4,2096E+02	4,2103E+02	C	18
9	2,8310	-8,3797E+02	4,2099E+02	4,2097E+02	C	71
10	1,6340	-8,3797E+02	4,2101E+02	4,2096E+02	C	65
Promedio	2,4106					

Tabla 18. Solución de la función de Schwefel mediante ABC (300 fuentes)

Función Schwefel						
Prueba #	Tiempo de Computo [s]	fx	Posición		Salida	Mejor Fuente
			x1	x2		
1	4,8890	-8,3797E+02	4,2101E+02	4,2102E+02	C	40
2	6,0310	-8,3797E+02	4,2095E+02	4,2099E+02	C	220
3	6,3110	-8,3797E+02	4,2093E+02	4,2103E+02	C	181
4	5,2880	-8,3797E+02	4,2091E+02	4,2093E+02	C	88
5	4,1160	-8,3797E+02	4,2101E+02	4,2095E+02	C	128
6	6,4670	-8,3797E+02	4,2102E+02	4,2097E+02	C	231
7	3,9350	-8,3797E+02	4,2103E+02	4,2096E+02	C	69
8	3,7820	-8,3797E+02	4,2099E+02	4,2098E+02	C	34
9	4,1900	-8,3797E+02	4,2103E+02	4,2096E+02	C	71
10	5,0390	-8,3797E+02	4,2091E+02	4,2100E+02	C	230
Promedio	5,0048					

Debido al tamaño de los sistemas de potencia considerados para análisis, se hace necesario comprobar la respuesta del algoritmo en 15 y 30 dimensiones, utilizando la función Schwefel, por la forma de su expresión, como se resumen en las tablas 19 y 20. Los resultados para 15 dimensiones se obtuvieron utilizando 200 fuentes, MCN=2000 y una saturación del 40%. Se observa que el algoritmo sale por saturación en un valor de $f(x)$ muy cercano al teórico (-6284,7435), en un tiempo promedio de 34,36 [s]. Para esta función, también es seleccionada la mejor respuesta a partir del valor de $f(x)$.

Tabla 19. Solución de la función de Schwefel 15D mediante ABC (200 fuentes)

Función Schwefel										
Prueba	Tiempo cómputo [s]	$f(x)$	Posición							
			x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	x_6	x_7	x_8
1	31,11	-6284,0000	418,8200	420,7900	420,9700	420,8800	420,9500	420,9300	420,9000	420,9700
2	31,49	-6205,4000	418,3100	420,9700	421,0600	420,8700	421,0300	420,9200	401,7500	420,1800
3	39,85	-6214,2000	421,2100	420,9700	420,9400	420,9700	420,9700	420,0400	420,9300	420,9700
4	33,16	-6251,3000	417,3400	420,8700	412,0600	419,6200	420,9700	420,9700	420,9700	420,9600
5	33,83	-6158,8000	417,0200	-302,6400	420,9700	420,9700	421,0400	420,8500	418,1000	420,9600
6	33,73	-6269,7000	422,0500	420,9700	420,6100	411,0800	420,9100	421,0200	420,9600	420,9500
7	37,11	-6279,0000	419,3100	420,9600	420,9700	414,8200	420,9700	420,9700	420,9200	420,9300
8	34,04	-6284,4000	419,3100	420,9500	420,9700	420,9900	420,9700	420,9700	421,0300	420,9700
9	34,35	-6262,5000	412,6300	420,9600	420,9600	420,9600	420,7800	421,0300	420,9700	420,9600
10	34,92	-6263,8000	420,0100	420,9800	412,2500	420,9700	420,9600	420,9700	420,9700	420,9600
Promedio	34,36									

Prueba	Posición							Salida	Mejor fuente
	x_9	x_{10}	x_{11}	x_{12}	x_{13}	x_{14}	x_{15}		
1	420,9700	420,2700	420,9700	420,9600	421,0300	421,9000	421,9000	S	27
2	420,9700	420,9700	421,0800	420,9700	420,9700	417,7500	436,8700	S	19
3	396,9400	420,9700	421,0500	420,9700	420,9700	420,9600	422,5900	S	153
4	420,9700	420,9100	420,9800	421,4900	421,6700	420,9800	407,8300	S	17
5	420,9400	420,9800	420,9800	420,9800	420,9500	419,8500	426,8100	S	47
6	421,2300	420,9800	419,4800	420,9400	416,7700	421,0500	421,8500	S	149
7	421,3300	420,7300	420,9600	420,7500	420,9700	420,9400	423,0800	S	145
8	421,0600	420,9700	420,9800	420,9300	420,9700	421,0200	420,8100	S	44
9	420,9700	420,9700	420,8700	420,9800	420,9700	410,5900	420,0800	S	102
10	420,9700	420,9100	421,0000	420,9700	420,9700	411,4500	420,9300	S	125

Para el análisis en 30 dimensiones, se hizo necesario variar un poco más los parámetros de entrada para obtener la respuesta esperada, por lo que, se utilizaron 400 fuentes, un MCN=4000 y una saturación del 65%. Los resultados obtenidos se resumen en la Tabla 20. En ella se puede observar que el algoritmo sale por saturación en un valor de $f(x)$ muy cercano al teórico (-12569,487), en un tiempo promedio de 354.93 [s]. La mejor respuesta es escogida a partir del valor de $f(x)$.

Tabla 20. Solución de la función de Schwefel 30D mediante ABC (400 fuentes)

Prueba	Posición									
	x_9	x_{10}	x_{11}	x_{12}	x_{13}	x_{14}	x_{15}	x_{16}	x_{17}	x_{18}
1	420,9700	420,9700	417,1800	420,9700	420,9700	420,9700	420,9700	420,9700	420,9700	420,9700
2	420,9700	420,8700	420,9700	420,9700	420,9700	420,9700	420,9700	420,9700	420,9700	420,9700
3	420,9700	420,9700	420,9700	420,9700	420,9700	420,9700	420,9700	420,9700	420,9700	420,9700
4	420,9700	420,9700	420,6500	420,9600	420,9700	420,9700	420,9700	420,9700	420,9700	420,9700
5	420,9700	420,9700	420,9700	420,9700	420,9700	420,9700	420,9700	420,9700	420,9700	420,9700
6	420,9700	420,9700	420,9700	420,8600	420,9700	420,9700	420,9700	420,9700	420,9700	420,9700
7	420,9700	420,9700	420,9700	420,9700	420,9700	420,9700	420,9700	420,9700	420,9500	420,9700
8	420,9700	420,9700	416,6900	420,9700	420,9700	420,9700	420,9700	420,8200	420,9700	420,9300
9	420,9700	420,9700	420,9700	420,9700	420,9700	420,9700	420,9700	420,9700	420,9700	420,9700
10	420,9700	420,9700	420,9700	420,9700	420,9700	420,9700	420,9700	420,2000	420,9700	420,9700

Función Schwefel										
Prueba	Tiempo cómputo [s]	$f(x)$	Posición							
			x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	x_6	x_7	x_8
1	356,08	-12567,0000	420,9500	420,9700	420,9700	420,9700	420,9700	420,9700	420,9700	420,9700
2	355,27	-12451,0000	420,9700	420,9700	420,8900	420,9700	420,9700	420,9700	420,9700	420,9700
3	365,63	-12451,0000	-302,7200	420,9700	420,9700	420,8900	420,9700	420,9700	420,9700	420,9700
4	369,31	-12569,0000	420,9500	420,9700	420,9700	420,9700	420,9700	420,9700	420,9700	420,8600
5	346,54	-12568,0000	420,8000	420,3400	420,9700	420,9700	420,9700	420,9700	420,9700	420,9700
6	358,22	-12569,0000	420,3000	420,9700	420,9700	420,9700	420,9700	420,9700	420,9700	420,9700
7	349,64	-12569,0000	420,9100	420,9700	420,9700	420,9700	420,9700	420,9700	420,9700	420,9700
8	345,90	-12567,0000	420,9600	420,9700	420,9700	420,9700	420,9400	420,9700	420,9700	420,9700
9	337,53	-12569,0000	420,9600	420,9700	420,9700	420,9700	420,9700	420,9700	418,5700	420,9700
10	365,13	-12565,0000	415,1300	420,9700	420,9700	420,9700	420,9700	420,9700	420,9700	420,9700
Promedio	354,93									

Prueba	Posición									
	x_{19}	x_{20}	x_{21}	x_{22}	x_{23}	x_{24}	x_{25}	x_{26}	x_{27}	x_{28}
1	420,9700	420,9700	420,9700	420,9700	420,9700	420,9700	419,700	420,9600	420,9700	420,9700
2	420,9700	420,9700	420,9700	-302,5300	420,9700	420,9400	420,9700	420,9700	420,9700	420,9400
3	420,9700	420,9700	420,9700	420,9700	420,8800	420,9700	420,9600	420,9700	420,9700	420,9700
4	420,9700	420,9700	420,9700	420,9700	420,9700	420,9700	420,9700	420,9700	420,9700	420,9700
5	420,9700	420,9700	420,9700	420,7200	420,9700	420,9700	420,9700	420,9700	418,2000	420,9700
6	420,9700	420,9700	420,9700	420,9700	420,9700	420,0500	420,9700	420,9700	420,9700	420,9700
7	420,9700	420,9700	420,9700	420,9700	420,9700	420,9700	420,9700	420,9700	420,9700	420,9700
8	420,9700	420,9700	420,9700	420,9700	420,9700	420,9700	420,9700	420,9700	420,9700	420,9700
9	420,9700	420,9700	420,9700	420,9700	420,9700	420,9700	420,9700	420,9700	420,9700	420,9700
10	420,9700	420,9700	420,6900	420,9700	420,9700	420,9700	420,9700	420,9700	420,9700	420,9700

Prueba	Posición		Salida	Mejor fuente
	x_{29}	x_{30}		
1	420,9700	421,0200	S	345
2	420,9700	420,5500	S	355
3	420,9700	421,1100	S	61
4	420,9700	420,9600	S	332
5	420,7500	420,9600	S	63
6	420,9700	421,0400	S	379
7	420,9700	421,0400	S	94
8	420,9700	420,9700	S	372
9	420,9700	421,0500	S	132
10	420,9500	421,0000	S	285

Para concluir esta sección, se puede mencionar que al aumentar el número de dimensiones en las diferentes funciones de prueba, se observa que se mantiene la calidad de la respuesta, validando así el algoritmo programado.

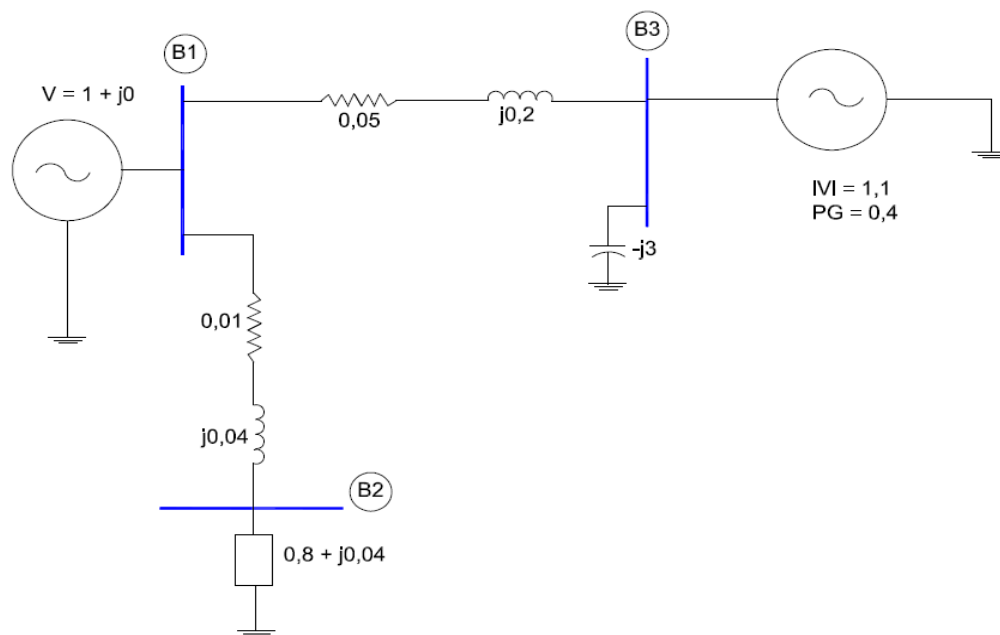
4. EVALUACIÓN DE LOS SISTEMAS DE POTENCIA MEDIANTE EL MÉTODO NEWTON RAPHSON

En este capítulo se presentan los diagramas y datos de tres sistemas de barras convencionales (tres, cinco y nueve barras) y un sistema estándar de la IEEE (14 barras), además de los resultados obtenidos para el flujo de carga haciendo uso del método de Newton Raphson.

4.1 PRUEBA UNO: SISTEMA DE TRES BARRAS

En la Figura 12 se muestran tanto el diagrama como los datos propios de un sistema de potencia de tres barras, donde la barra B1 es la barra slack o de referencia y las barras B2 y B3 son de carga y de generación, respectivamente.

Figura 12. Diagrama unifilar para el sistema de tres barras



Fuente: Autores

Los resultados obtenidos para las magnitudes y ángulos de las barras y la solución del flujo de carga se muestran en las Tablas 21 y 22. El número de iteraciones necesarias para alcanzar la convergencia es de dos, en un tiempo de 0,01 segundos. Cabe resaltar que converge a la respuesta teórica.

Tabla 21. Magnitudes y ángulos de fases en las tensiones de las barras, para el sistema de tres barras

# Barra	V [p.u]	δ [Grados]
1	1	0
2	0,96653	-1,5414
3	1,1	2,92

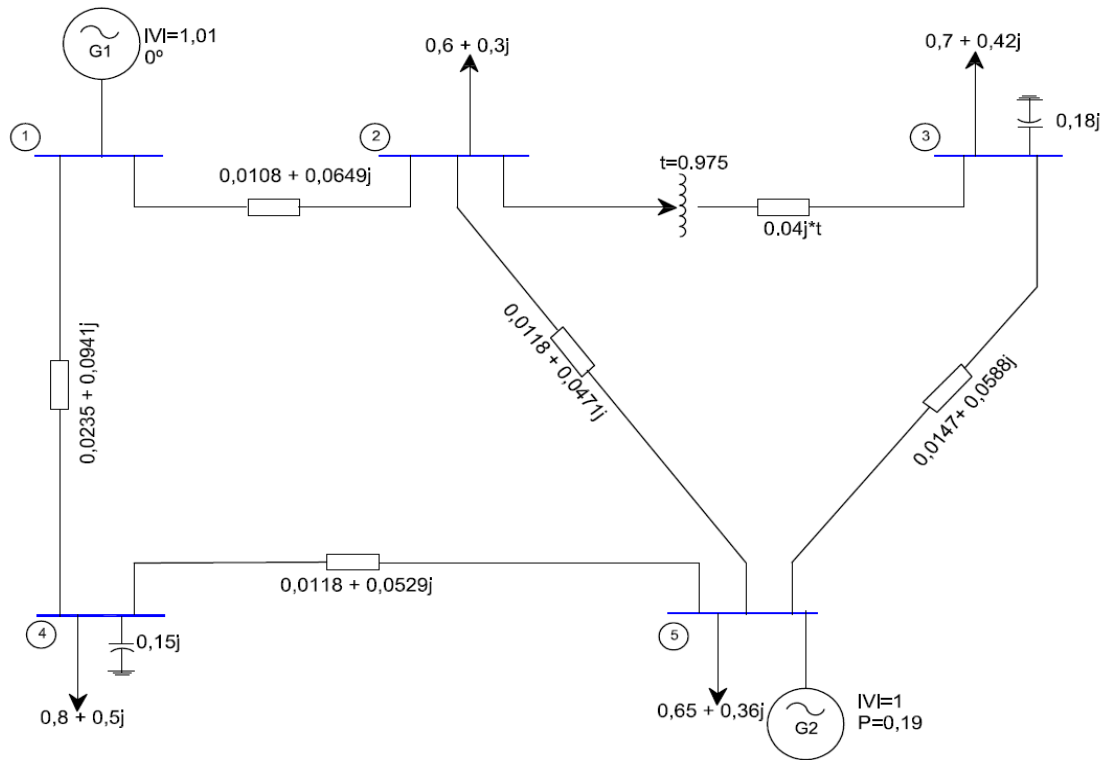
Tabla 22. Solución al flujo de Carga, sistema de tres barras

Barra de Envío	Barra de Recepcion	Potencia Transmitida		Perdidas	
		Activa	Reactiva	Activas	Reactivas
1	2	0,81	j0,64	0,011	j0.0428
1	3	-0,3787	-j0,3977	0,015	j0,0604

4.2 PRUEBA DOS: SISTEMA DE CINCO BARRAS

El diagrama de cinco barras que se analiza a continuación se muestra en la Figura 13, junto con los datos propios del sistema, que cuenta con la barra slack o referencia (1), una barra generadora (5) y tres barras de carga (2, 3 y 4).

Figura 13. Diagrama unifilar para el sistema de cinco barras



Fuente: Autores

Los resultados obtenidos para las magnitudes y ángulos de las barras y la solución del flujo de carga se muestran en las Tablas 23 y 24 y, nuevamente se converge a la respuesta en un tiempo de 0,174 [s] y dos iteraciones.

Tabla 23. Magnitudes y ángulos de fases en las tensiones de las barras para el sistema de cinco barras.

# BARRA	V (pu)	δ [Grados]
1	1,0100	0,0000
2	0,9835	-1,5844
3	0,9973	-2,2180
4	0,9863	-1,8665
5	1,0000	-0,6875

Tabla 24. Solución al flujo de Carga, sistema de cinco barras

Barra de Envío	Barra de Recepcion	Potencia Transmitida		Perdidas	
		Activa	Reactiva	Activas	Reactivas
1	2	0,4798	j0,3385	0,0037	j0,0219
1	4	0,3856	j0,1635	0,0040	j0,0162
2	3	0,2644	-j0,3294	0,0000	j0,0076
2	5	-0,3884	-j0,2452	0,0026	j0,0103
3	5	-0,4355	j0,0692	0,0029	j0,0115
4	5	-0,4185	-j0,1583	0,0024	j0,0109

4.3 SISTEMA DE NUEVE BARRAS

El diagrama y los datos propios del sistema de potencia de nueve barras se pueden observar en la Figura 13. Este sistema cuenta con dos barras generadoras (5 y 9) y seis barras de carga (2, 3, 4, 5, 6 y 7); la barra slack o de referencia nuevamente es la barra (1). Los resultados obtenidos para las magnitudes y ángulos de las barras y la solución del flujo de carga se muestran en las Tablas 25 y 26; nuevamente se converge a la respuesta, en un tiempo de 0,1460 [s] y dos iteraciones.

Figura 14. Diagrama unifilar para el sistema de nueve barras

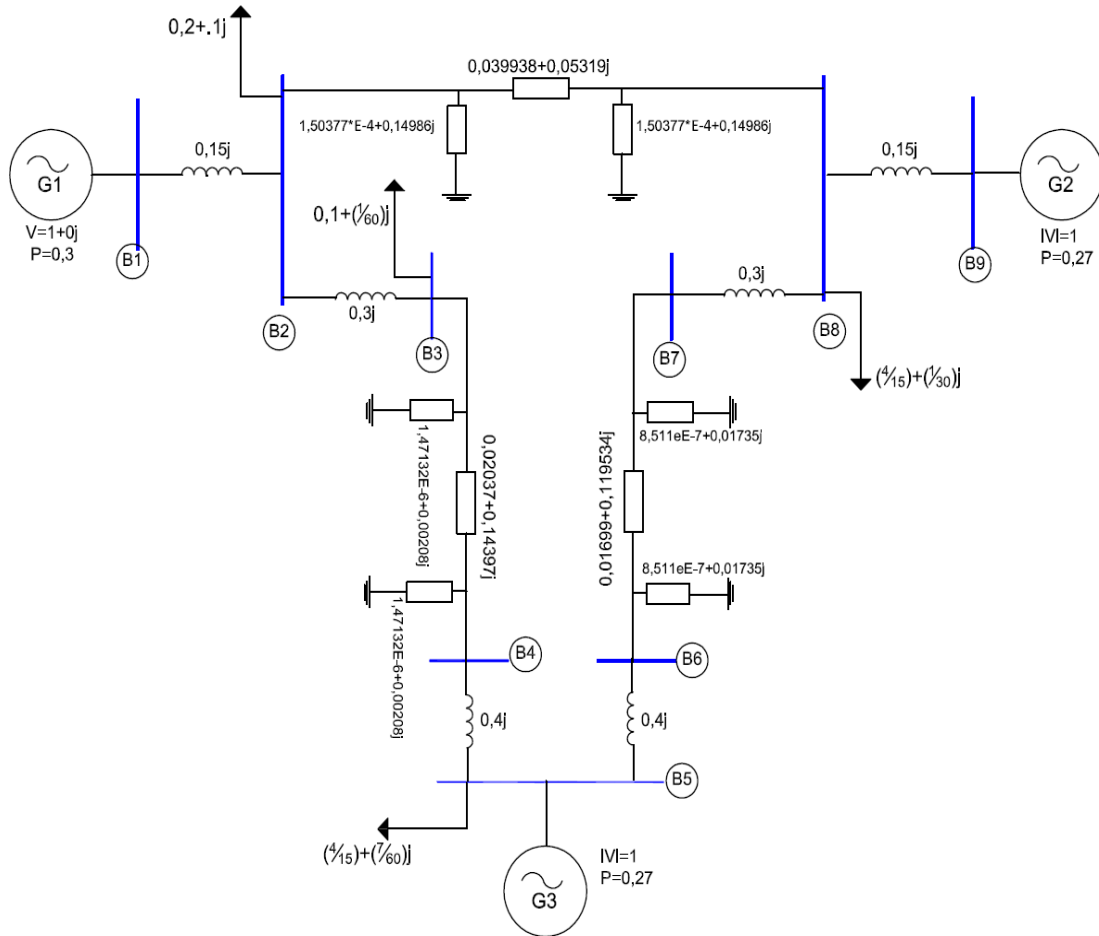


Tabla 25. Magnitudes y ángulos de fases en las tensiones de las barras para el sistema de nueve barras.

# BARRA	V (pu)	δ [Grados]
1	1	0
2	1,0099	-2,4995
3	1,0037	-3,8842
4	1,0032	-3,7269
5	1	-3,3076
6	1,0117	-2,9685
7	1,0133	-2,8798
8	1,0116	-2,6287
9	1	-0,3339

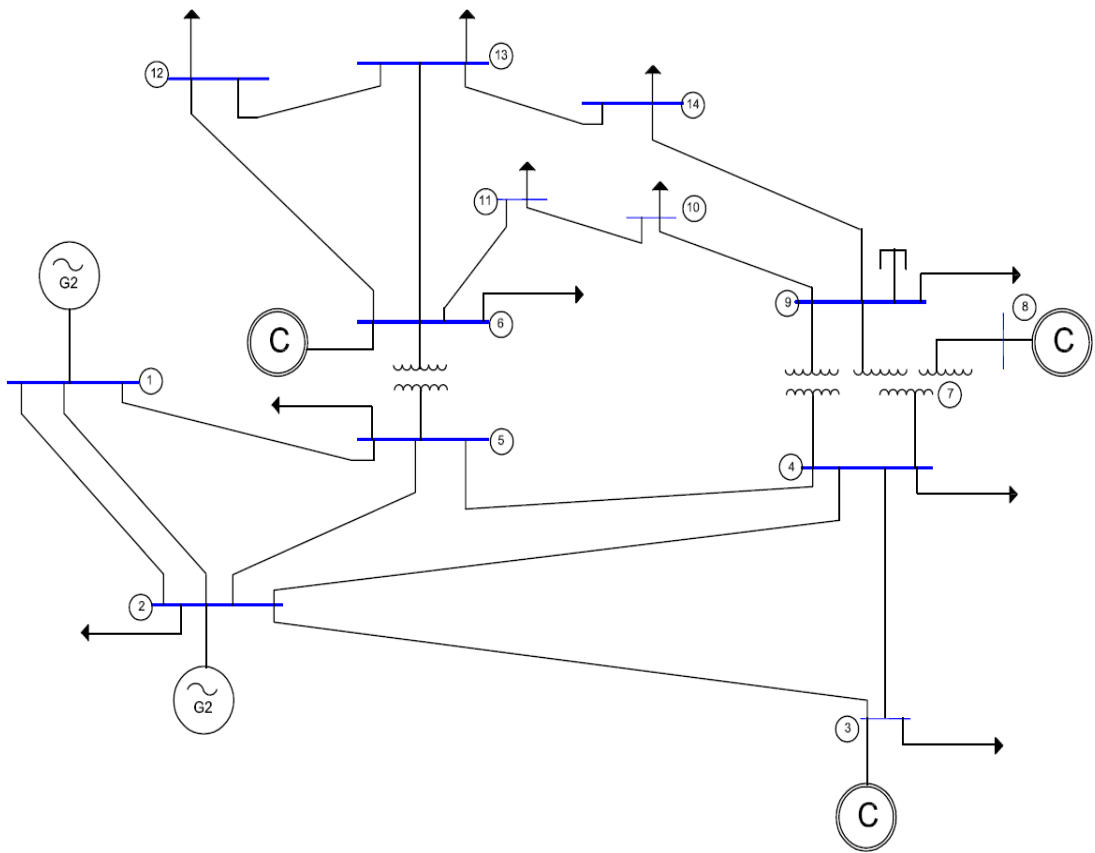
Tabla 26. Solución al flujo de Carga, sistema de nueve barras

Barra de Envío	Barra de Recepcion	Potencia Transmitida		Perdidas	
		Activa	Reactiva	Activas	Reactivas
1	2	0,2936	-j0,0596	0.0000	j0,0135
2	3	0,0816	j0,0219	0.0000	j0,0021
2	8	0,0122	-j0,0414	0.0000	0.0000
3	4	-0,0183	-j0,0198	0,0000	0,0000
4	5	-0,0184	j0,0081	0,0000	0,0000
5	6	-0,0150	-j0,0292	0.0000	0.0000
6	7	-0,0149	-j0,0114	0,0000	0,0000
7	8	-0,0150	j0,0058	0,0000	0,0000
8	9	-0,2700	j0,0836	0.0000	j0,0117

4.4 SISTEMA ESTÁNDAR IEEE 14

En la Figura 15 se muestra la configuración para el sistema estándar IEEE de 14 barras. Este sistema cuenta con dos generadores, un condensador de compensación, tres condensadores síncronos y 20 líneas de transmisión [13].

Figura 15. Diagrama unifilar para el sistema estándar IEEE 14



Fuente: Autores

Los datos propios de las barras y de las líneas de este sistema, se muestran en las tablas 27 y 28, respectivamente.

Tabla 27. Características de las barras, sistema estándar IEEE 14

BARRA	Tipo	Tensión (p.u.)	Ángulo (p.u.)	P _{Generada} (p.u.)*	Q _{Generada} (p.u.)*	P _{carga} (p.u.)*	Q _{carga} (p.u.)*	Q _{Genmax} (p.u.)*	Q _{Genmin} (p.u.)*
1	0	1,060	0	2,324	-0,169	0,000	0,000	-	-
2	2	1,045	0	0,400	0,424	0,217	0,127	0,50	-0,40
3	2	1,010	0	0,000	0,234	0,942	0,190	0,40	0,00
4	1	1,000	0	0,000	0,000	0,478	-0,039	-	-
5	1	1,000	0	0,000	0,000	0,076	0,016	-	-
6	2	1,070	0	0,000	0,122	0,112	0,075	0,24	-0,06
7	1	1,000	0	0,000	0,000	0,000	0,000	-	-
8	2	1,090	0	0,000	0,174	0,000	0,000	0,24	-0,06
9	1	1,000	0	0,000	0,000	0,295	0,166	-	-
10	1	1,000	0	0,000	0,000	0,090	0,058	-	-
11	1	1,000	0	0,000	0,000	0,035	0,018	-	-
12	1	1,000	0	0,000	0,000	0,061	0,016	-	-
13	1	1,000	0	0,000	0,000	0,135	0,058	-	-
14	1	1,000	0	0,000	0,000	0,149	0,050	-	-

*Potencia base: 100MVA

Tabla 28. Características de las líneas, sistema estándar IEEE 14

Barra de envío	Barra de recepción	Resistencia (p.u)	Reactancia (p.u)	Susceptancia (p.u)	Tap
1	2	0,01938	0,05917	0,058	0,000
1	5	0,05403	0,22304	0,0492	0,000
2	3	0,04699	0,19797	0,0438	0,000
2	4	0,05811	0,17632	0,0340	0,000
2	5	0,05695	0,17388	0,0346	0,000
3	4	0,06701	0,17103	0,0128	0,000
4	5	0,01335	0,04211	0,0000	0,000
4	7	0,00000	0,20912	0,0000	0,978
6	11	0,09498	0,19890	0,0000	0,000
6	12	0,12291	0,25581	0,0000	0,000
6	13	0,06615	0,13027	0,0000	0,000
9	10	0,03181	0,0845	0,0000	0,000
9	14	0,12711	0,27038	0,0000	0,000
10	11	0,08205	0,19207	0,0000	0,000
12	13	0,22092	0,19988	0,0000	0,000
13	14	0,17093	0,34802	0,0000	0,000
4	9	0,00000	0,55618	0,0000	0,969
5	6	0,00000	0,25202	0,0000	0,932
7	8	0,00000	0,17615	0,0000	0,000
7	9	0,00000	0,11001	0,0000	0,000

La barra (9) tiene un condensador compensador que presenta una reactancia de - 5,86 Ω . Los resultados obtenidos para las tensiones (magnitud y ángulo) de las barras y el flujo de carga se resumen en las Tablas 29 y 30, respectivamente, para los cuales el algoritmo⁶ converge a la respuesta en un tiempo de 0,16 [s] y 4 iteraciones.

⁶ Tomado de: "L. Álvarez Martínez, C. Niño Parra. 2011. Flexible AC Transmission Systems (FACTS): Modelos para el análisis del flujo de carga. Trabajo de grado. Bucaramanga. Universidad Industrial de Santander. "

Tabla 29. Magnitudes y ángulos de fases en las tensiones de las barras para el sistema estándar IEEE 14.

# BARRA	V [p.u]	δ [Grados]
1	1,060	0,0000
2	1,045	-4,9762
3	1,010	-12,704
4	1,019	-10,319
5	1,022	-8,807
6	1,070	-14,313
7	1,062	-13,339
8	1,090	-13,339
9	1,054	-14,908
10	1,050	-15,088
11	1,056	-14,830
12	1,055	-15,185
13	1,050	-15,278
14	1,035	-15,926

Tabla 30. Solución al flujo de Carga, sistema estándar IEEE 14

Barra de envío	Barra de recepción	Potencia Transmitida		Pérdidas	
		Activa	Reactiva	Activas	Reactivas
1	2	1,5671	-j0,1739	0,0429	j0,1309
1	5	0,7568	j0,0545	0,0277	j0,1143
2	3	0,7311	j0,0596	0,0232	j0,0975
2	4	-0,0088	j0,3717	-0,0340	j0,0099
2	5	0,4155	j0,0159	0,0090	-j0,0275
3	4	-0,2340	j0,0420	0,0037	j0,0095
4	5	-0,6098	j0,1366	0,005	j0,0158
4	7	0,2785	-j0,2009	0,0000	j0,0232
6	11	0,0705	j0,0402	0,0005	j0,0011
6	12	0,0792	j0,0252	0,0007	j0,0015
6	13	0,1823	j0,0729	0,0022	j0,0044
9	10	0,0554	j0,0379	0,0001	j0,0003
9	14	0,0878	j0,0343	0,001	j0,0022
10	11	-0,0350	-j0,0211	0,0001	j0,0003
12	13	0,0172	j0,0074	0,0000	j0,0000
13	14	0,0633	j0,0194	0,0000	j0,0000
4	9	0,1594	-j0,0599	0,0000	j0,0151
5	6	0,4447	-j0,1865	0,0000	j0,0525
7	8	0,0000	-j0,1741	-0,0000	j0,0047
7	9	0,2785	j0,0684	0,0000	j0,0080

El análisis de los sistemas de potencia de 3, 5, 9 y 14 barras por el método de Newton Raphson permite conocer el flujo de carga (potencia) de cada uno de ellos, con el fin de obtener su solución y poder realizar una comparación con el método propuesto de estudio, ABC.

5. EVALUACIÓN DE LOS SISTEMAS DE POTENCIA MEDIANTE EL METODO ABC

En este capítulo se presentan los resultados obtenidos para el análisis del flujo de carga de cuatro sistemas de potencia, tres convencionales y uno estándar de la IEEE; mediante la solución de las ecuaciones que los modelan matemáticamente, definidas por (4) y (5).

5.1 PRUEBA UNO: SISTEMA DE TRES BARRAS

Para el análisis del flujo de carga del sistema de tres barras de la Figura 12, solo se desconocen los valores de tensión (magnitud y ángulo) de la B2, por lo tanto, las ecuaciones características son:

$$-0,8 = |V_2|[24,253\cos(\delta_2 - 104,04^\circ) + 24,253|V_2|\cos(75,97^\circ)] \quad (21)$$

$$-0,6 = |V_2|[24,253\sin(\delta_2 - 104,04^\circ) + 24,253|V_2|\sin(75,97^\circ)] \quad (22)$$

A partir de las ecuaciones (21) y (22) se obtiene la función objetivo como se muestra en (23), (24), (25) y (26).

$$|V_2| = x_1 \quad \delta_2 = x_2 \quad (23)$$

$$f_1 = x_1[24,253\cos(x_2 - 104,04^\circ) + 24,253x_1\cos(75,97^\circ)] + 0,8 \quad (24)$$

$$f_2 = x_1[24,253\sin(x_2 - 104,04^\circ) + 24,253x_1\sin(75,97^\circ)] + 0,6 \quad (25)$$

$$f(x) = f_1^2 + f_2^2 \quad (26)$$

La ecuación (26) es la función objetivo que se resuelve, y los parámetros de entrada se dan en la Tabla 31.

Tabla 31. Parámetros de entrada, sistema tres barras

Número de fuentes (SN)	200, 350 y 500
Limite	40, 70 y 100
MCN	1000
Saturación (S)	40%
Error de tolerancia (ϵ)	1,00E-05

Las Tablas 32, 33 y 34 resumen los resultados obtenidos para 200, 350 y 500 fuentes, respectivamente, donde se observa que el algoritmo converge a la respuesta en tiempos promedios de 8,57 [s], 9,12 [s] y 18,97 [s]. Se señala en cada tabla la mejor respuesta, bajo el criterio del mejor valor de la función $f(x)$.

Tabla 32. Solución al sistema de tres barras mediante ABC (200 fuentes)

SISTEMA DE 3 BARRAS						
Prueba	Tiempo cómputo [s]	$f(x)$	Posición		Salida	Mejor fuente
			v	δ		
1	18,97	2,9730E-06	0,9666	-1,5327	C	137
2	11,62	8,0164E-06	0,9666	-1,5249	C	72
3	2,98	3,5472E-06	0,9665	-1,5297	C	118
4	8,85	3,1455E-06	0,9666	-1,5332	C	84
5	7,86	6,4987E-06	0,9664	-1,5327	C	124
6	3,94	6,6807E-06	0,9666	-1,5255	C	154
7	12,33	7,9758E-06	0,9666	-1,5273	C	33
8	8,75	5,7218E-06	0,9666	-1,5369	C	93
9	8,63	3,7222E-06	0,9665	-1,5356	C	6
10	1,75	9,9550E-06	0,9667	-1,5354	C	137
11	22,09	1,9190E-06	0,9665	-1,5336	C	129
12	2,98	4,3644E-06	0,9664	-1,5327	C	84
13	6,26	8,6646E-07	0,9666	-1,5333	C	157
14	13,03	6,3976E-06	0,9666	-1,5259	C	63
15	5,22	1,8993E-06	0,9666	-1,5284	C	42
16	6,46	6,8432E-07	0,9665	-1,5334	C	147
17	3,13	3,7353E-06	0,9666	-1,5293	C	109
18	2,42	3,6698E-06	0,9666	-1,5343	C	51
19	4,11	5,5257E-06	0,9666	-1,5262	C	112
20	6,65	7,3044E-06	0,9667	-1,5317	C	78
Promedio	7,90					

Tabla 33. Solución al sistema de tres barras mediante ABC (350 fuentes)

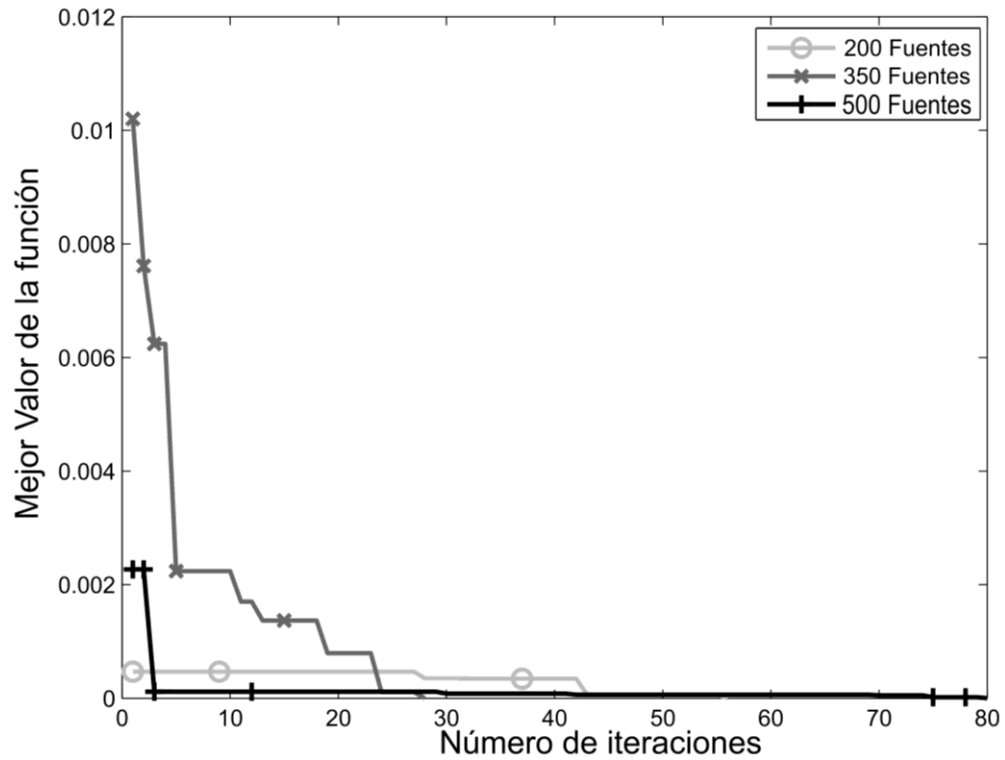
SISTEMA DE 3 BARRAS						
Prueba	Tiempo cómputo [s]	$f(x)$	Posición		Salida	Mejor fuente
			v	δ		
1	16,28	1,6585E-06	0,9665	-1,5331	C	120
2	1,13	4,8763E-06	0,9664	-1,5298	C	298
3	12,40	9,5840E-06	0,9665	-1,5381	C	316
4	5,91	1,6675E-06	0,9665	-1,5286	C	223
5	3,72	3,2846E-06	0,9666	-1,5287	C	120
6	12,42	6,1563E-06	0,9666	-1,5371	C	102
7	5,75	9,9795E-06	0,9664	-1,5367	C	131
8	9,60	7,1304E-07	0,9666	-1,5320	C	12
9	10,05	8,7836E-06	0,9666	-1,5268	C	169
10	13,99	9,3234E-06	0,9665	-1,5392	C	236
11	11,73	9,0020E-06	0,9666	-1,5357	C	24
12	17,31	2,9997E-06	0,9666	-1,5290	C	304
13	22,86	3,5331E-07	0,9665	-1,5316	C	13
14	26,54	5,9258E-06	0,9666	-1,5348	C	258
15	21,73	3,7994E-06	0,9665	-1,5276	C	140
16	7,19	1,5296E-07	0,9666	-1,5313	C	314
17	24,43	1,2309E-06	0,9665	-1,5344	C	106
18	8,13	5,6597E-06	0,9664	-1,5323	C	282
19	15,72	7,1777E-06	0,9664	-1,5332	C	82
20	10,67	6,1289E-06	0,9665	-1,5376	C	291
Promedio	12,88					

Tabla 34. Solución al sistema de tres barras mediante ABC (500 fuentes)

SISTEMA DE 3 BARRAS						
Prueba	Tiempo cómputo [s]	$f(x)$	Posición		Salida	Mejor fuente
			v	δ		
1	24,42	9,9404E-06	0,9666	-1,5243	C	9
2	20,34	8,2448E-06	0,9664	-1,5272	C	494
3	15,59	2,5234E-06	0,9666	-1,5289	C	175
4	27,37	3,3879E-06	0,9665	-1,5358	C	93
5	11,45	9,4329E-06	0,9664	-1,5359	C	427
6	9,71	4,3363E-07	0,9665	-1,5312	C	484
7	34,75	9,3221E-06	0,9667	-1,5311	C	356
8	9,65	7,6561E-06	0,9666	-1,5252	C	220
9	25,29	7,5948E-06	0,9667	-1,5289	C	442
10	11,13	4,1879E-06	0,9666	-1,5303	C	164
11	26,01	6,3218E-06	0,9665	-1,5363	C	410
12	40,75	7,2977E-06	0,9665	-1,5378	C	2
13	39,04	2,1613E-06	0,9665	-1,5326	C	324
14	47,6	5,8340E-06	0,9666	-1,5331	C	190
15	13,47	8,4521E-06	0,9664	-1,5273	C	481
16	30,01	2,3724E-06	0,9665	-1,5317	C	332
17	13,36	6,4298E-06	0,9665	-1,5258	C	456
18	35,81	1,5378E-07	0,9665	-1,5323	C	79
19	27,84	3,8689E-07	0,9666	-1,5327	C	180
20	30,14	2,3932E-07	0,9665	-1,5329	C	463
Promedio	24,69					

Los datos de cada mejor prueba, se utilizaron para generar la gráfica de convergencia (iteraciones contra mejor solución obtenida en cada una de ellas). En la Figura 16 se puede observar que para 200, 350 y 500 fuentes el algoritmo logra una respuesta en 56, 28 y 80 iteraciones, respectivamente.

Figura 16. Mejor valor de la función vs número de iteraciones para el sistema de tres barras.



Al comparar los resultados de las tablas 32, 33 y 34 se puede observar que la mejor respuesta obtenida para la solución de la función objetivo que modela el sistema de tres barras, se encuentra en las pruebas realizadas con 350 fuentes, por lo que, a partir de ésta se realiza el cálculo del flujo de carga.

Los resultados obtenidos para las magnitudes y ángulos de las barras del sistema de la Figura 12, junto con la solución del flujo de carga se encuentran en las Tablas 35 y 36, respectivamente.

Tabla 35. Magnitudes y ángulos de fases en las tensiones de las barras para el sistema de tres barras.

# Barra	V [p.u]	δ [Grados]
1	1	0
2	0,9666	-1,5312
3	1,1	2,97

Tabla 36. Solución al flujo de carga, sistema de tres barras

Barra de Envío	Barra de Recepcion	Potencia Transmitida		Perdidas	
		Activa	Reactiva	Activas	Reactivas
1	2	0,8065	j0,6425	0,0106	j0.0425
1	3	-0,3831	-j0,3964	0,0152	j0,0609

5.2 PRUEBA DOS: SISTEMA DE CINCO BARRAS

Para el sistema de la Figura 13, se desconocen la magnitud y ángulo de las barras (2, 3 y 4) además del ángulo de la barra de generación (5), por lo tanto sus ecuaciones características vienen dadas por las ecuaciones (27) a (33).

Para la barra 2:

$$\begin{aligned}
 -0.6 = & 15,3589 |V_2| \cos(\delta_2 - 99,4623^\circ) \\
 & + 60,399 |V_2|^2 \cos(82,8669^\circ) \\
 & + 24,375 |V_2| |V_3| \cos(\delta_2 - \delta_3 - 90^\circ) \\
 & + 20,6155 |V_2| |V_5| \cos(\delta_2 - \delta_5 - 104,036^\circ)
 \end{aligned} \tag{27}$$

$$\begin{aligned}
-0,35 &= 15,3589 |V_2| \sin(\delta_2 - 99,4623^\circ) \\
&+ 60,399 |V_2|^2 \sin(82,8669^\circ) \\
&+ 24,375 |V_2| |V_3| \sin(\delta_2 - \delta_3 - 90^\circ) \\
&+ 20,6155 |V_2| |V_5| \sin(\delta_2 - \delta_5 - 104,036^\circ)
\end{aligned} \tag{28}$$

Para la barra 3:

$$\begin{aligned}
-0,7 &= 24,375 |V_3| |V_2| \cos(\delta_3 - \delta_2 - 90^\circ) \\
&+ 39,747 |V_3|^2 \cos(84,224^\circ) \\
&+ 16,4924 |V_3| |V_5| \cos(\delta_3 - \delta_5 - 104,036^\circ)
\end{aligned} \tag{29}$$

$$\begin{aligned}
-0,42 &= 24,375 |V_3| |V_2| \sin(\delta_3 - \delta_2 - 90^\circ) \\
&+ 39,747 |V_3|^2 \sin(84,224^\circ) \\
&+ 16,4924 |V_3| |V_5| \sin(\delta_3 - \delta_5 - 104,036^\circ)
\end{aligned} \tag{30}$$

Para la barra 4:

$$\begin{aligned}
-0,8 &= 10,4108 |V_4| |V_1| \cos(\delta_4 - \delta_1 - 104,036^\circ) + \\
&28,549 |V_4|^2 \cos(76,8399^\circ) + 18,439 |V_4| |V_5| \cos(\delta_4 - \delta_5 - \\
&102,528^\circ)
\end{aligned} \tag{31}$$

$$\begin{aligned}
-0,5 &= 10,4108 |V_4| |V_1| \sin(\delta_4 - \delta_1 - 104,036^\circ) + \\
&28,549 |V_4|^2 \sin(76,8399^\circ) + 18,439 |V_4| |V_5| \sin(\delta_4 - \delta_5 - \\
&102,528^\circ)
\end{aligned} \tag{32}$$

Para la barra 5:

$$\begin{aligned}
1,25 &= 20,6155 |V_5| |V_2| \cos(\delta_5 - \delta_2 - 104,036^\circ) \\
&+ 16,4924 |V_5| |V_3| \cos(\delta_5 - \delta_3 - 104,036^\circ) \\
&+ 18 |V_5| |V_4| \cos(\delta_5 - \delta_4 - 102,5288^\circ) \\
&+ 55,4406 |V_5|^2 \cos(76,4387^\circ)
\end{aligned} \tag{33}$$

Para obtener la función objetivo $f(x)$ se realiza la siguiente sustitución de variables:

$$\begin{aligned} |V_2| = x_1 \quad \delta_2 = x_2 \quad |V_3| = x_3 \quad \delta_3 = x_4 \\ |V_4| = x_5 \quad \delta_4 = x_6 \quad \delta_5 = x_7 \end{aligned} \quad (34)$$

$$\begin{aligned} f_3 = 15,3589 x_1 \cos(x_2 - 99,4623^\circ) \\ + 60,399 x_2^2 \cos(82,8669^\circ) \\ + 24,375 x_1 x_3 \cos(x_2 - x_4 - 90^\circ) \\ + 20,6155 x_1 \cos(x_2 - x_7 - 104,036^\circ) + 0,6 \end{aligned} \quad (35)$$

$$\begin{aligned} f_4 = 15,3589 x_1 \sin(x_2 - 99,4623^\circ) \\ + 60,399 x_2^2 \sin(82,8669^\circ) \\ + 24,375 x_1 x_3 \sin(x_2 - x_4 - 90^\circ) \\ + 20,6155 x_1 \sin(x_2 - x_7 - 104,036^\circ) + 0,35 \end{aligned} \quad (36)$$

$$\begin{aligned} f_5 = 24,375 x_3 x_1 \cos(x_4 - x_2 - 90^\circ) \\ + 39,747 x_3^2 \cos(84,224^\circ) \\ + 16,4924 x_3 \cos(x_4 - x_7 - 104,036^\circ) + 0,7 \end{aligned} \quad (37)$$

$$\begin{aligned} f_6 = 24,375 x_3 x_1 \sin(x_4 - x_2 - 90^\circ) \\ + 39,747 x_3^2 \sin(84,224^\circ) \\ + 16,4924 x_3 \sin(x_4 - x_7 - 104,036^\circ) + 0,42 \end{aligned} \quad (38)$$

$$\begin{aligned} f_7 = 10,4108 x_5 \cos(x_6 - 104,036^\circ) \\ + 28,549 x_5^2 \cos(76,8399^\circ) \\ + 18,439 x_5 \cos(x_6 - x_7 - 102,528^\circ) - 0,8 \end{aligned} \quad (39)$$

$$\begin{aligned}
f_8 = & 10,4108x_5\sin(x_6 - 104,036^\circ) \\
& + 28,549x_5^2\sin(76,8399^\circ) \\
& + 18,439x_5\sin(x_6 - x_7 - 102,528^\circ) - 0,5
\end{aligned} \tag{40}$$

$$\begin{aligned}
f_9 = & 20,6155x_1\cos(x_7 - x_2 - 104,036^\circ) \\
& + 16,4924x_3\cos(x_7 - x_4 - 104,036^\circ) \\
& + 18x_5\cos(x_7 - x_6 - 102,5288^\circ) \\
& + 55,4406\cos(76,4387^\circ) - 1,25
\end{aligned} \tag{41}$$

A partir de estas ecuaciones se obtiene la función objetivo:

$$f(x) = f_3^2 + f_4^2 + f_5^2 + f_6^2 + f_7^2 + f_8^2 + f_9^2 \tag{42}$$

El resumen de los resultados obtenidos para la solución de la función objetivo descrita en la ecuación (42) usando 200, 350 y 500 fuentes se muestra en el Anexo A, donde se puede observar que el algoritmo converge a la respuesta en tiempos promedios de 170,34 [s], 305,72 [s] y 330,81 [s] para 429, 467 y 902 iteraciones, respectivamente. Se selecciona en cada tabla la mejor respuesta, bajo el criterio del mejor valor de la función $f(x)$.

Nuevamente se comparan los resultados obtenidos para seleccionar la mejor respuesta obtenida para la solución de la función objetivo que modela el sistema de cinco barras, que se encuentra en las pruebas realizadas con 500 fuentes, cuyos valores de magnitud y ángulo se resumen en la Tabla 37 y la solución al flujo de carga en la Tabla 38.

Tabla 37. Magnitudes y ángulos de fases en las tensiones de las barras para el sistema de cinco barras.

# BARRA	V (pu)	δ [Grados]
1	1,0100	0,0000
2	0,9846	-1,6053
3	0,9987	-2,2745
4	0,9865	-1,9460
5	1,0000	-0,7438

Tabla 38. Solución al flujo de carga, sistema de cinco barras.

Barra de Envío	Barra de Recepcion	Potencia Transmitida		Perdidas	
		Activa	Reactiva	Activas	Reactivas
1	2	0,4830	j0,3210	0,0036	j0,0214
1	4	0,3991	j0,1585	0,0043	j0,0170
2	3	0,2799	-j0,3368	0,0000	j0,0081
2	5	-0,3723	-j0,2362	0,0023	j0,0092
3	5	-0,4306	j0,0916	0,0029	j0,0114
4	5	-0,4250	-j0,1530	0,0025	j0,0111

5.3 SISTEMA DE NUEVE BARRAS

El cálculo de la función objetivo de este sistema y el sistema estándar IEEE 14, se realizó de la misma forma como se ilustró en los sistemas de tres y cinco barras. Por tal motivo en estos sistemas solo se mostrará la función objetivo.

La ecuación (43) muestra la función objetivo para el sistema de nueve barras de la Figura 13.

$$f(x) = f_3^2 + f_4^2 + f_5^2 + f_6^2 + f_7^2 + f_8^2 + f_9^2 + f_{11}^2 + f_{12}^2 + f_{13}^2 + f_{14}^2 + f_{15}^2 + f_{16}^2 + f_{17}^2 \quad (43)$$

El detalle de cada uno de los componentes de la ecuación (43) se encuentra en el ANEXO B.

Tabla 39. Parámetros de entrada, sistema de nueve barras

Número de fuentes (SN)	350, 500 y 700
Limite	70, 100 y 140
MCN	2000
Saturación(S)	20%
Error de tolerancia (ϵ)	1,00E-05

Al igual que con los sistemas de tres y cinco barras se realizaron pruebas para diferentes números de fuentes como se muestra en la Tabla 39. La mejor respuesta para la solución de la función objetivo que modela el sistema de nueve barras se obtuvo con 500 fuentes, cuyos valores de magnitud y ángulo se resumen en la Tabla 40 y la solución al flujo de carga en la Tabla 41. Las tablas resumen de las pruebas se encuentran en el Anexo C.

Tabla 40. Magnitudes y ángulos de fases en las tensiones de las barras para el sistema de nueve barras.

# BARRA	V (pu)	δ [Grados]
1	1	0
2	1,0117	-1,7845
3	1,0033	-3,1662
4	1,0015	-3,0782
5	1	-2,9509
6	1,0149	-2,6882
7	1,0167	-2,5263
8	1,0127	-1,6859
9	1	0,8144

Tabla 41. Solución al flujo de Carga, sistema de nueve barras.

Barra de Envio	Barra de Recepcion	Potencia Transmitida		Perdidas	
		Activa	Reactiva	Activas	Reactivas
1	2	0,2100	-j0,0747	0,0000	j0,0075
2	3	0,0816	j0,0293	0,0000	j0,0022
2	8	-0,0303	j0,0038	0,0000	0,0000
3	4	-0,0088	j0,0138	0,0000	0,0000
4	5	-0,0056	j0,0038	0,0000	0,0000
5	6	-0,0116	-j0,0372	0,0000	0,0000
6	7	-0,0260	-j0,0115	0,0000	0,0000
7	8	-0,0503	j0,0139	0,0000	0,0000
8	9	-0,2945	j0,0922	0,0000	j0,0139

5.4 SISTEMA ESTANDAR IEEE 14

La función objetivo para el sistema de 14 barras de la Figura 15 viene dada por la ecuación (44). El detalle de cada uno de sus componentes se encuentra en el ANEXO D.

$$\begin{aligned} f(x) = & f_1^2 + f_2^2 + f_3^2 + f_4^2 + f_5^2 + f_6^2 + f_7^2 + f_8^2 + f_9^2 \\ & + f_{10}^2 + f_{11}^2 + f_{12}^2 + f_{13}^2 + f_{14}^2 + f_{15}^2 + f_{16}^2 \quad (44) \\ & + f_{17}^2 + f_{18}^2 + f_{19}^2 + f_{20}^2 + f_{21}^2 + f_{22}^2 \end{aligned}$$

Para la solución de este sistema, nuevamente se utilizaron los parámetros descritos en la Tabla 39. La mejor respuesta para la solución de la función objetivo que modela el sistema estándar IEEE 14 se obtuvo con 700 fuentes, cuyos valores de magnitud y ángulo se resumen en la Tabla 42 y la solución al flujo de carga en la Tabla 43. Las tablas resumen de las pruebas se encuentran en el Anexo E.

Tabla 42. Magnitudes y ángulos de fases en las tensiones de las barras para el sistema estándar IEEE 14.

# BARRA	V [p.u]	δ [Grados]
1	1,0600	0,0000
2	1,0450	-2,4060
3	1,0100	-7,9433
4	1,0250	-4,4850
5	1,0333	-3,4884
6	1,0700	-3,9987
7	1,0237	-3,9625
8	1,0900	-3,3304
9	1,0352	-3,9546
10	1,0343	-3,0832
11	1,0555	-2,8289
12	1,0857	-4,2574
13	1,0859	-5,1502
14	1,0605	-4,6881

Tabla 43. Solución al flujo de Carga, sistema estándar IEEE 14

Barra de envío	Barra de recepción	Potencia Transmitida		Perdidas	
		Activa	Reactiva	Activas	Reactivas
1	2	0,7941	j0,0251	0,0109	j0,0332
1	5	0,3134	j0,0601	0,0049	j0,0202
2	3	0,5341	j0,0829	0,0126	j0,0530
2	4	-0,0352	j0,1549	-0,0062	j0,0018
2	5	0,1271	j0,0298	0,0009	j0,0027
3	4	-0,3429	j0,0568	0,0079	j0,0203
4	5	-0,4546	-j0,0541	0,0027	j0,0084
4	7	-0,0468	j0,0067	0,0000	j0,0000
6	11	0,5957	-j0,1662	0,0371	j0,0664
6	12	0,5226	-j0,2697	0,0371	j0,0773
6	13	1,1205	-j0,5861	0,0924	j0,1820
9	10	-0,1647	j0,0745	0,0010	j0,0026
9	14	0,0054	-j0,0991	0,0012	j0,0025
10	11	-0,0626	-j0,0874	0,0009	j0,0021
12	13	0,0412	-j0,0459	0,0000	j0,0000
13	14	0,027	j0,0933	0,0000	j0,0000
4	9	-0,0182	-j0,0193	0,0000	j0,0000
5	6	-0,6105	-j0,1208	0,0000	j0,0856
7	8	-0,0699	-j0,3849	0,0000	j0,0257
7	9	-0,0013	-j0,1070	0,0000	j0,0012

6. CONTRASTE DE RESULTADOS

Este capítulo se desarrolló con el fin de observar paralelamente los resultados obtenidos con los dos métodos propuestos, y poder lograr una evaluación sobre el desarrollo del método ABC (Artificial Bee Colony). Esta comparación se realiza con los valores de tensión (magnitud y ángulo), debido a que para el flujo de carga éstos son los valores determinantes del sistema.

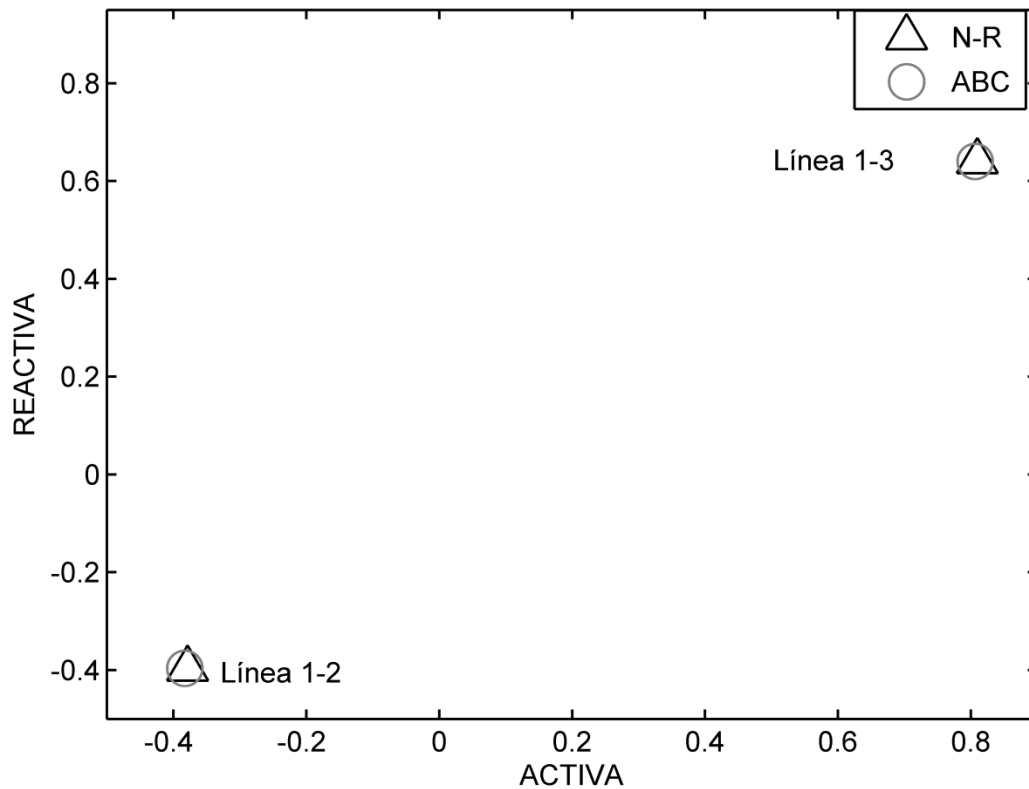
6.1 SISTEMA DE TRES BARRAS

En la Tabla 44 se muestran los valores obtenidos para la solución de la función objetivo del sistema de la Figura 12.

Tabla 44. Contraste de resultados para el sistema de tres barras.

# Barra	NEWTON-RAPHSON		ABC		% ERROR	
	V [p.u]	δ [Grados]	V [p.u]	δ [Grados]	V [p.u]	δ [Grados]
1	1	0	1	0	0	0
2	0,96653	-1,5414	0,9421	-1,5401	2,5276	0,0843
3	1,1	2,92	1,1	2,97	0	1,7123
Tiempo	0,01 [s]		7,19 [s]			

Figura 17. Potencia compleja transmitida para NR y ABC del sistema de tres barras.



A partir de la Figura 17 se puede observar que en los dos casos se obtuvieron respuestas muy similares, casi exactas. Por tanto, para este sistema el método ABC es adecuado.

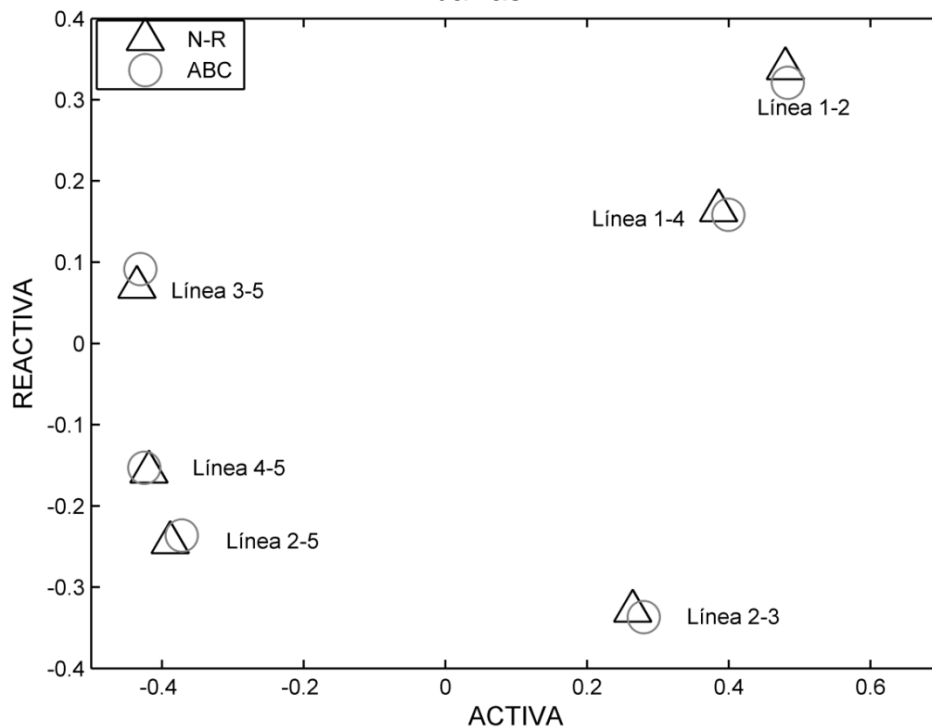
6.2 SISTEMA DE CINCO BARRAS

En la Tabla 45 se muestran los valores obtenidos para la solución de la función objetivo del sistema de la Figura 13

Tabla 45. Contraste de resultados para el sistema de cinco barras.

# BARRA	NEWTON RAPHSON		ABC		% ERROR	
	V (pu)	δ [Grados]	V (pu)	δ [Grados]	V (pu)	δ [Grados]
1	1,0100	0,0000	1,0100	0,0000	0,0000	0,0000
2	0,9835	-1,5844	0,9846	-1,6053	0,1118	1,3191
3	0,9973	-2,2180	0,9987	-2,2745	0,1404	2,5473
4	0,9863	-1,8665	0,9865	-1,9460	0,0203	4,2593
5	1,0000	-0,6875	1,0000	-0,7438	0,0000	8,1891
Tiempo	0,174 [s]		330,81 [s]			

Figura 18. Potencia compleja transmitida para NR y ABC del sistema de cinco barras.



En la Figura 18 se puede observar que la solución al flujo de carga del sistema de cinco barras obtenida mediante el método ABC tiende a ser muy similar a la solución obtenida mediante el método de NR, lo cual permite deducir, que ABC es adecuado para la solución de los sistemas pequeños propuestos en esta investigación (tres y cinco barras).

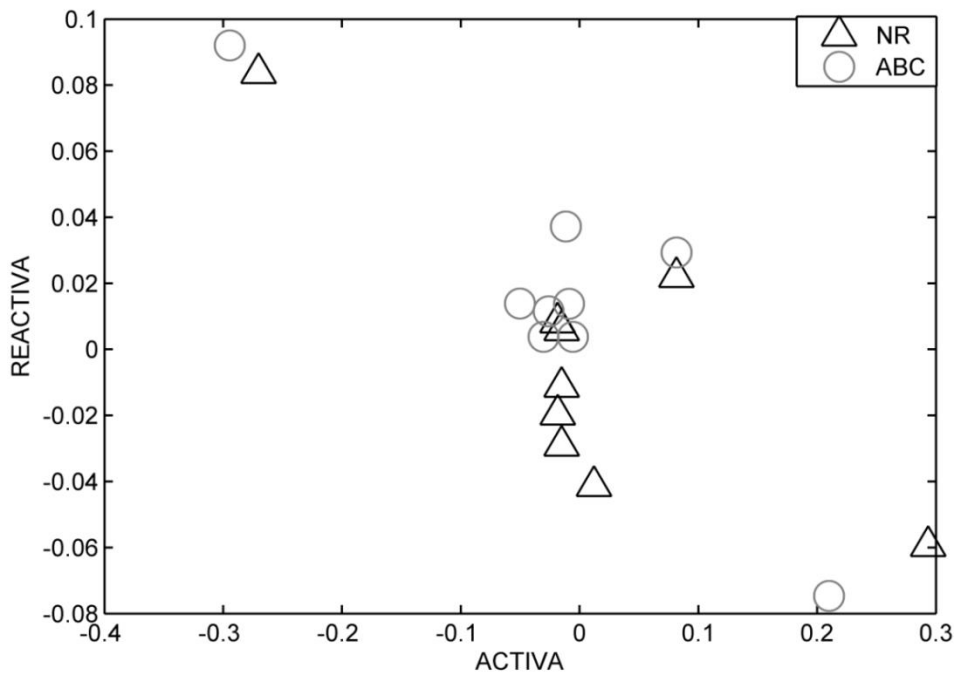
6.3 SISTEMA DE NUEVE BARRAS

Como en los casos anteriores, la Tabla 46 muestra los valores obtenidos para la solución de la función objetivo del sistema de la Figura 13.

Tabla 46. Contraste de resultados para el sistema de nueve barras.

# Barra	NEWTON-RAPHSON		ABC		% ERROR	
	V [p.u]	δ [Grados]	V (pu)	δ [Grados]	V (pu)	δ [Grados]
1	1,000	0,0000	1,0000	0,0000	0,0000	0,0000
2	1,010	-2,4995	1,0117	-1,7845	0,1782	28,6057
3	1,004	-3,8842	1,0033	-3,1662	0,0399	18,4851
4	1,003	-3,7269	1,0015	-3,0782	0,1695	17,4059
5	1,000	-3,3076	1,0000	-2,9509	0,0000	10,7843
6	1,012	-2,9685	1,0149	-2,6882	0,3163	9,4425
7	1,013	-2,8798	1,0167	-2,5263	0,3355	12,2752
8	1,012	-2,6287	1,0127	-1,6859	0,1087	35,8656
9	1,000	-0,3339	1,0000	0,8144	0,0000	343,9054
Tiempo	0,1460 [s]		435,96 [s]			

Figura 19. Potencia compleja transmitida para NR y ABC del sistema de nueve barras.



Como se puede observar en la Figura 19, la solución para el flujo de carga del sistema de nueve barras obtenida mediante el método ABC se aleja considerablemente de la solución obtenida mediante NR, dificultando así la identificación de los respectivos valores de potencia en cada una de las líneas. Esto se debe a la interrelación de las variables implícitas de las ecuaciones de potencia propuestas para su solución.

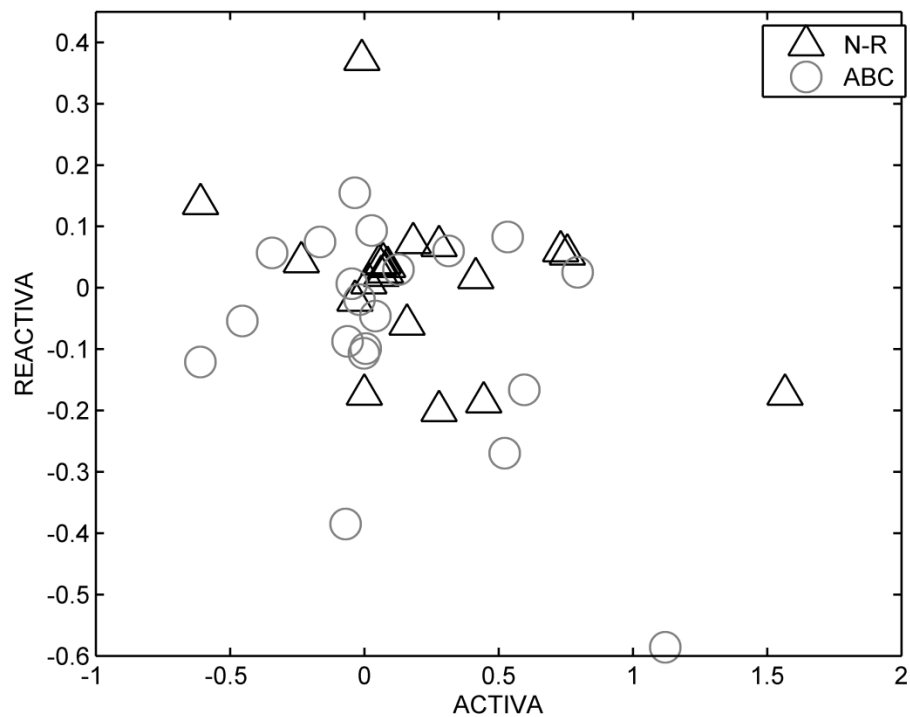
6.4 SISTEMA ESTÁNDAR IEEE 14

En la Tabla 47 se muestran los valores obtenidos para la solución de la función objetivo del sistema de la Figura 15.

Tabla 47. Contraste de resultados para el sistema estándar IEEE 14.

# Barra	NEWTON-RAPHSON		ABC		% ERROR	
	V [p.u]	δ [Grados]	V [p.u]	δ [Grados]	V [p.u]	δ [Grados]
1	1,060	0,0000	1,0600	0,0000	0,0000	0,0000
2	1,045	-4,9762	1,0450	-2,4060	0,0000	51,6499
3	1,010	-12,704	1,0100	-7,9433	0,0000	37,4755
4	1,019	-10,319	1,0250	-4,4850	-0,5888	56,5382
5	1,022	-8,807	1,0333	-3,4884	-1,1057	60,3892
6	1,070	-14,313	1,0700	-3,9987	0,0000	72,0621
7	1,062	-13,339	1,0237	-3,9625	3,6064	70,2945
8	1,090	-13,339	1,0900	-3,3304	0,0000	75,0332
9	1,054	-14,908	1,0352	-3,9546	1,8209	73,4740
10	1,050	-15,088	1,0343	-3,0832	1,4671	79,5656
11	1,056	-14,830	1,0555	-2,8289	0,0757	80,9249
12	1,055	-15,185	1,0857	-4,2574	2,9100	71,9626
13	1,050	-15,278	1,0859	-5,1502	3,4190	66,2905
14	1,035	-15,926	1,0605	-4,6881	2,4440	70,5623
Tiempo	0,16 [s]		1461,25 [s]			

Figura 20. Potencia compleja transmitida para NR y ABC del sistema estándar IEEE 14



A partir de la Figura 20 se puede observar que la repuesta del flujo de carga obtenida mediante el método ABC para el sistema estándar IEEE 14 presenta un comportamiento similar al sistema de nueve barras considerado anteriormente. Por lo tanto este método no es recomendable para analizar el flujo de carga del sistema estándar IEEE considerado en esta investigación.

7. CONCLUSIONES

- Se implementó un algoritmo capaz de encontrar el mínimo de una función objetivo y de dar solución a un sistema de ecuaciones no lineales. Luego de aplicarlo al sistema de ecuaciones que describe el modelo matemático de un sistema de potencia, se encontró que funciona satisfactoriamente para los sistemas propuestos de tres y cinco barras.
- Para los sistemas propuestos de 9 y 14 barras, se encontró que el algoritmo no funciona apropiadamente debido a la interrelación de las incógnitas para las ecuaciones de potencia propuestas, por lo que en el algoritmo las abejas tienden a detenerse en una sola fuente, incrementando el tiempo de cómputo y hallando una respuesta por saturación muy alejada de la respuesta teórica. Esto permite concluir que, probablemente, para sistemas de mayor complejidad (por ejemplo, sistema estándar IEEE 30) el algoritmo tampoco funcionará satisfactoriamente. No se realizaron las pruebas por el considerable consumo de tiempo para sistemas de mayor tamaño.
- El algoritmo no logra adaptarse al espacio de búsqueda-pues las partículas siguen dispersas por todo el rango y no alrededor de la solución- generando respuestas que se alejan significativamente de las teóricas.
- Debido a lo mencionado, se concluye que la versión de ABC implementada en este primer trabajo de aplicación, no es una estrategia recomendable para la solución del análisis del flujo de carga de un sistema de potencia.

8. RECOMENDACIONES

Debido a que el método ABC solo funcionó para pequeños sistemas de potencia, se recomienda, para investigaciones futuras, analizar el comportamiento de otros métodos de optimización en sistemas de mayor complejidad.

REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- [1] Gilberto Carrillo C., “Notas de Clase: Sistemas Eléctricos de Potencia,” Universidad Industrial de Santander, 1984.
- [2] “Erciyas ‘Artificial Bee Colony Algorithm,’ Disponible en línea en: <http://mf.erciyes.edu.tr/abc>: Este es el sitio web oficial dedicado al algoritmo ABC. [Fecha de consulta: Junio 06, 2012].”
- [3] S. J. W. D. Grainger John J, “Análisis de Sistemas de Potencia,” Mc Graw Hill, 1996.
- [4] S. C. ; C. R. P. Chapra, “Métodos numéricos para ingenieros,” 5th ed., Mcgraw-Hill, Ed. 2007.
- [5] S. P. J. Berrocal P. Víctor, Vega R. Miguel, Gómez P. Juan, “Metaheurística Aplicada al Problema de Planificación de Red en IEEE 802.16 Fija,” 2012. [Online]. Disponible en: <http://congresomaeb2012.uclm.es/index.php/sepconferencia/menartacep>. [Accessed: 06-Jul-1BC].
- [6] D. Karaboga and C. Ozturk, “A novel clustering approach: Artificial Bee Colony (ABC) algorithm,” *Applied Soft Computing*, vol. 11, no. 1, pp. 652–657, Jan. 2011.
- [7] D. Karaboga and B. Basturk, “On the performance of artificial bee colony (ABC) algorithm,” *Applied Soft Computing*, vol. 8, no. 1, pp. 687–697, Jan. 2008.
- [8] D. Karaboga and B. Basturk, “A powerful and efficient algorithm for numerical function optimization: artificial bee colony (ABC) algorithm,” *Journal of Global Optimization*, vol. 39, no. 3, pp. 459–471, Apr. 2007.

- [9] B. Akay and D. Karaboga, "A modified Artificial Bee Colony algorithm for real-parameter optimization," *Information Sciences*, vol. 192, pp. 120–142, Jun. 2012.
- [10] D. Teodorovic, P. Lucic, G. Markovic, and M. Dell'Orco, "Bee Colony Optimization: Principles and Applications," in *8th Seminar on Neural Network Applications in Electrical Engineering*, 2006, vol. 00, pp. 151–156.
- [11] D. Karaboga, "An idea based on honey bee swarm for numerical optimization," *Information Sciences*, 2005.
- [12] I. Amaya, J. Cruz, and R. Correa, "Real Roots of Nonlinear Systems of Equations Through a Metaheuristic Algorithm," *Revista Dyna*, vol. 78, no. 170, pp. 15–23, 2011.
- [13] "Universidad de washington 'Sistema de 14 barras- IEEE,' Disponible en línea en: http://www.ee.washington.edu/research/pstca/pf14/pg_tca14bus.htm: [Fecha de consulta: Mayo 02, 2013]."

ANEXOS

ANEXO A: TABLAS RESUMEN SISTEMA CINCO BARRAS

Tabla 48: Solución obtenida para 200 fuentes, sistema cinco barras

SISTEMA DE 5 BARRAS						
Prueba	Tiempo cómputo [s]	$f(x)$	Posición			
			v_2	δ_2	v_3	δ_3
1	81,24	4,8604E-02	0,9816	-1,8822	0,9962	-2,6513
2	188,68	3,1503E-02	0,9848	-1,6860	1,0022	-2,3275
3	196,78	4,9617E-02	0,9810	-1,6548	0,9967	-2,4518
4	179,93	3,3560E-02	0,9831	-2,0724	0,9959	-2,8576
5	422,35	3,5175E-02	0,9814	-1,4375	0,9949	-1,8602
6	89,42	6,3837E-02	0,9809	-0,7789	0,9944	-1,2476
7	204,36	5,6089E-02	0,9849	-0,9518	0,9986	-1,5778
8	77,65	5,4213E-02	0,9848	-1,5471	0,9971	-2,2174
9	162,30	3,1811E-02	0,9810	-2,1933	0,9958	-2,9913
10	100,66	5,8718E-02	0,9807	-0,7718	0,9957	-1,2182
Promedio	170,34					

SISTEMA DE 5 BARRAS					
Prueba	Posición			Salida	Mejor fuente
	v_4	δ_4	δ_5		
1	0,9866	-1,7099	-0,9557	S	137
2	0,9862	-1,8468	-0,7465	S	106
3	0,9845	-2,0287	-0,9665	S	24
4	0,9855	-2,5367	-1,4456	S	192
5	0,9874	-1,6804	-0,5196	S	117
6	0,9865	-1,4779	0,0307	S	37
7	0,9881	-0,9835	0,1692	S	167
8	0,9824	-2,2059	-0,9087	S	66
9	0,9880	-2,2870	-1,3743	S	90
10	0,9875	-0,9976	0,2962	S	191

Tabla 49: Solución obtenida para 350 fuentes, sistema cinco barras

SISTEMA DE 5 BARRAS						
Prueba	Tiempo cómputo [s]	$f(x)$	Posición			
			v_2	δ_2	v_3	δ_3
1	144,19	2,0831E-02	0,9860	-1,2766	0,9982	-1,8456
2	389,98	6,6309E-03	0,9824	-1,3924	0,9958	-2,0076
3	386,99	2,2327E-02	0,9842	-1,1271	0,9999	-1,5833
4	218,24	1,8695E-02	0,9807	-1,5012	0,9931	-2,1794
5	162,51	1,2805E-02	0,9829	-1,7971	0,9957	-2,4001
6	391,56	8,1892E-03	0,9816	-1,5751	0,9945	-2,2130
7	286,53	1,6352E-02	0,9814	-1,4995	0,9949	-2,0763
8	307,85	2,5460E-02	0,9839	-2,1245	0,9982	-2,8586
9	283,13	1,0773E-02	0,9851	-1,5851	0,9986	-2,2717
10	486,22	1,7291E-02	0,9826	-1,0647	0,9959	-1,5368
Promedio	305,72					

SISTEMA DE 5 BARRAS					
Prueba	Posición			Salida	Mejor fuente
	v_4	δ_4	δ_5		
1	0,9858	-1,5430	-0,2755	S	36
2	0,9866	-1,6513	-0,4271	S	250
3	0,9865	-1,4959	-0,1673	S	341
4	0,9856	-1,8543	-0,6905	S	164
5	0,9850	-2,0790	-0,9826	S	187
6	0,9863	-1,9233	-0,6888	S	96
7	0,9845	-1,9407	-0,6891	S	348
8	0,9880	-2,1060	-1,1919	S	255
9	0,9880	-1,7541	-0,6595	S	252
10	0,9854	-1,4156	-0,0987	S	235

Tabla 50: Solución obtenida para 500 fuentes, sistema cinco barras

SISTEMA DE 5 BARRAS						
Prueba	Tiempo cómputo [s]	$f(x)$	Posición			
			v_2	δ_2	v_3	δ_3
1	500,612	8,9099E-03	0,9848	-1,4001	0,9984	-1,9084
2	461,438	7,4402E-03	0,9834	-1,4414	0,9972	-2,0038
3	255,574	1,0107E-02	0,9838	-1,7655	0,9978	-2,3914
4	657,803	8,9099E-03	0,9848	-1,4001	0,9984	-1,9084
5	201,404	1,5710E-02	0,9822	-1,8374	0,9936	-2,5386
6	346,837	3,3403E-03	0,9846	-1,6053	0,9987	-2,2745
7	344,169	5,2741E-03	0,9838	-1,8663	0,9977	-2,5866
8	113,196	8,9229E-03	0,9854	-1,7653	0,9997	-2,3920
9	129,465	1,9407E-02	0,9821	-1,1510	0,9966	-1,7176
10	297,588	3,4708E-03	0,9845	-1,6299	0,9984	-2,3110
Promedio	330,81					

SISTEMA DE 5 BARRAS					
Prueba	Posición			Salida	Mejor fuente
	v_4	δ_4	δ_5		
1	0,9860	-1,6696	-0,4577	S	142
2	0,9855	-1,8860	-0,6005	S	372
3	0,9863	-1,8407	-0,7696	S	180
4	0,9860	-1,6696	-0,4577	S	142
5	0,9870	-2,0554	-0,9828	S	186
6	0,9865	-1,9460	-0,7438	S	423
7	0,9852	-2,1615	-1,0400	S	51
8	0,9862	-2,0138	-0,8839	S	406
9	0,9865	-1,5352	-0,2835	S	315
10	0,9858	-1,8604	-0,7176	S	49

ANEXO B: FUNCIÓN OBJETIVO SISTEMA NUEVE BARRAS

Para el sistema de potencia de la Figura 13, las ecuaciones características de potencia son:

Para la barra 1:

$$0,3 = \frac{20}{3} \cos(90^\circ) + \frac{20}{3} |V_2| \cos(-\delta_2 - 90^\circ) \quad (B.1)$$

$$0 = \frac{20}{3} \sin(90^\circ) + \frac{20}{3} |V_2| \sin(-\delta_2 - 90^\circ) \quad (B.2)$$

Para la barra 2:

$$\begin{aligned} -0,2 = & \frac{20}{3} |V_2| \cos(\delta_2 - 90^\circ) + 23,6623 |V_2|^2 \cos(65,573^\circ) \\ & + \frac{10}{3} |V_2| |V_3| \cos(\delta_2 - \delta_3 - 90^\circ) \\ & + 15,0342 |V_2| |V_8| \cos(\delta_2 - \delta_8 - 126,9012^\circ) \end{aligned} \quad (B.3)$$

$$\begin{aligned} -0,1 = & \frac{20}{3} |V_2| \sin(\delta_2 - 90^\circ) + 23,6623 |V_2|^2 \sin(65,573^\circ) \\ & + \frac{10}{3} |V_2| |V_3| \sin(\delta_2 - \delta_3 - 90^\circ) \\ & + 15,0342 |V_2| |V_8| \sin(\delta_2 - \delta_8 - 126,9012^\circ) \end{aligned} \quad (B.4)$$

Para la barra 3:

$$\begin{aligned} -0,1 = & \frac{10}{3} |V_3| |V_2| \cos(\delta_3 - \delta_2 - 90^\circ) \\ & + 10,1858 |V_3|^2 \cos(84,5723^\circ) \\ & + 6,8774 |V_3| |V_4| \cos(\delta_3 - \delta_4 - 98,053^\circ) \end{aligned} \quad (B.5)$$

$$\begin{aligned}
-\frac{1}{60} &= \frac{10}{3} |V_3||V_2|\sin(\delta_3 - \delta_3 - 90^\circ) \\
&+ 10,1858|V_3|^2\sin(84,5723^\circ) \\
&+ 6,8774|V_3||V_4|\sin(\delta_3 - \delta_4 - 98,053^\circ)
\end{aligned} \tag{B.6}$$

Para la barra 4:

$$\begin{aligned}
0 &= 6,8774|V_4||V_3|\cos(\delta_4 - \delta_3 - 98,053^\circ) \\
&+ 9,3572|V_4|^2\cos(84,09^\circ) \\
&+ \frac{5}{2}|V_4|\cos(\delta_4 - \delta_5 - 90^\circ)
\end{aligned} \tag{B.7}$$

$$\begin{aligned}
0 &= 6,8774|V_4||V_3|\cos(\delta_4 - \delta_3 - 98,053^\circ) \\
&+ 9,3572|V_4|^2\cos(84,09^\circ) \\
&+ \frac{5}{2}|V_4|\cos(\delta_4 - \delta_5 - 90^\circ)
\end{aligned} \tag{B.8}$$

Para la barra 5:

$$\begin{aligned}
0.0033 &= \frac{5}{2}|V_4|\cos(\delta_5 - \delta_4 - 90^\circ) + 5\cos(90^\circ) \\
&+ \frac{5}{2}|V_6|\cos(\delta_5 - \delta_6 - 90^\circ)
\end{aligned} \tag{B.9}$$

$$\begin{aligned}
0 &= \frac{5}{2}|V_4|\sin(\delta_5 - \delta_4 - 90^\circ) + 5\sin(90^\circ) \\
&+ \frac{5}{2}|V_6|\sin(\delta_5 - \delta_6 - 90^\circ)
\end{aligned} \tag{B.10}$$

Para la barra 6:

$$\begin{aligned}
0 &= \frac{5}{2}|V_6|\cos(\delta_6 - \delta_5 - 90^\circ) \\
&+ 10,7462|V_6|^2\cos(83.7735^\circ) \\
&+ 8,2826|V_6||V_7|\cos(\delta_6 - \delta_7 - 98,0895^\circ)
\end{aligned} \tag{B.11}$$

$$\begin{aligned}
0 &= \frac{5}{2}|V_6|\sin(\delta_6 - \delta_5 - 90^\circ) \\
&+ 10,7462|V_6|^2\sin(83.7735^\circ) \\
&+ 8,2826|V_6||V_7|\sin(\delta_6 - \delta_7 - 98,0895^\circ)
\end{aligned} \tag{B.12}$$

Para la barra 7:

$$\begin{aligned}
0 &= 8,2826|V_7||V_6|\cos(\delta_7 - \delta_6 - 98,089^\circ) \\
&+ 11,575|V_7|^2\cos(84,220^\circ) \\
&+ \frac{10}{3}|V_7||V_8|\cos(\delta_7 - \delta_8 - 90^\circ)
\end{aligned} \tag{B.13}$$

$$\begin{aligned}
0 &= 8,2826|V_7||V_6|\sin(\delta_7 - \delta_6 - 98,089^\circ) \\
&+ 11,575|V_7|^2\sin(84,220^\circ) \\
&+ \frac{10}{3}|V_7||V_8|\sin(\delta_7 - \delta_8 - 90^\circ)
\end{aligned} \tag{B.14}$$

Para la barra 8:

$$\begin{aligned}
\frac{4}{15} &= 15,03424|V_8||V_2|\cos(\delta_8 - \delta_2 - 126,9012^\circ) \\
&+ \frac{10}{3}|V_8||V_7|\cos(\delta_8 - \delta_7 - 90^\circ) \\
&+ 23,6623|V_8|^2\cos(67.573^\circ) \\
&+ \frac{20}{3}|V_8|\cos(\delta_8 - \delta_9 - 90^\circ)
\end{aligned} \tag{B.15}$$

$$\begin{aligned}
\frac{1}{30} &= 15,03424|V_8||V_2|\sin(\delta_8 - \delta_2 - 126,9012^\circ) \\
&+ \frac{10}{3}|V_8||V_7|\sin(\delta_8 - \delta_7 - 90^\circ) \\
&+ 23,6623|V_8|^2\sin(67.573^\circ) \\
&+ \frac{20}{3}|V_8|\sin(\delta_8 - \delta_9 - 90^\circ)
\end{aligned} \tag{B.16}$$

Para la barra 9:

$$0,27 = \frac{20}{3}|V_8|\cos(\delta_9 - \delta_8 - 90^\circ) + \frac{20}{3}\cos(90^\circ) \tag{B.17}$$

$$0 = \frac{20}{3}|V_8|\cos(\delta_9 - \delta_8 - 90^\circ) + \frac{20}{3}\cos(90^\circ) \tag{B.18}$$

Para este sistema se desconocen los valores de tensión (magnitud y ángulo) de las barras 2, 3, 4, 6, 7 y 8; y para las barras 5 y 9 solamente los valores de tensión en ángulo. Por lo tanto, las ecuaciones necesarias para resolver el flujo de carga de este sistema son:

$$\begin{aligned}
|V_2| &= x_1 & \delta_2 &= x_2 & |V_3| &= x_3 & \delta_3 &= x_4 \\
|V_4| &= x_5 & \delta_4 &= x_6 & \delta_5 &= x_7 \\
|V_6| &= x_8 & \delta_6 &= x_9 & |V_7| &= x_{10} & \delta_7 &= x_{11} \\
|V_8| &= x_{12} & \delta_8 &= x_{13} & \delta_8 &= x_{14}
\end{aligned} \tag{B.19}$$

$$\begin{aligned}
f_3 = & \frac{20}{3} x_1 \cos(x_2 - 90^\circ) + 23,6623x_1^2 \cos(65,573^\circ) \\
& + \frac{10}{3} x_1 x_3 \cos(x_2 - x_4 - 90^\circ) \\
& + 15,0342 x_1 x_{12} \cos(x_2 - x_{13} - 126,9012^\circ) \\
& + 0.2
\end{aligned} \tag{B.20}$$

$$\begin{aligned}
f_4 = & \frac{20}{3} x_1 \sin(x_2 - 90^\circ) + 23,6623x_1^2 \sin(65,573^\circ) \\
& + \frac{10}{3} x_1 x_3 \sin(x_2 - x_4 - 90^\circ) \\
& + 15,0342 x_1 x_{12} \sin(x_2 - x_{13} - 126,9012^\circ) \\
& + 0.1
\end{aligned} \tag{B.21}$$

$$\begin{aligned}
f_5 = & \frac{10}{3} x_3 x_1 \cos(x_4 - x_2 - 90^\circ) + 10,1858x_3^2 \cos(84,5723^\circ) \\
& + 6,8774x_3 x_5 \cos(x_4 - x_6 - 98,053^\circ) + 0.1
\end{aligned} \tag{B.22}$$

$$\begin{aligned}
f_6 = & \frac{10}{3} x_3 x_1 \sin(x_4 - x_2 - 90^\circ) + 10,1858x_3^2 \sin(84,5723^\circ) \\
& + 6,8774x_3 x_5 \sin(x_4 - x_6 - 98,053^\circ) + \frac{1}{60}
\end{aligned} \tag{B.23}$$

$$\begin{aligned}
f_7 = & 6,8774x_5 x_3 \cos(x_6 - x_4 - 98,053^\circ) \\
& + 9,3572x_5^2 \cos(84,09^\circ) + \frac{5}{2} x_5 \cos(x_6 - x_7 - 90^\circ)
\end{aligned} \tag{B.24}$$

$$\begin{aligned}
f_8 = & 6,8774x_5 x_3 \sin(x_6 - x_4 - 98,053^\circ) \\
& + 9,3572x_5^2 \sin(84,09^\circ) + \frac{5}{2} x_5 \sin(x_6 - x_7 - 90^\circ)
\end{aligned} \tag{B.25}$$

$$\begin{aligned}
f_9 &= \frac{5}{2}x_5\cos(x_7 - x_6 - 90^0) + 5\cosd(90^0) \\
&\quad + \frac{5}{2}x_8\cos(x_7 - x_9 - 90^0) - 0.0033
\end{aligned} \tag{B.26}$$

$$\begin{aligned}
f_{10} &= \frac{5}{2}x_5\sin(x_7 - x_6 - 90^0) + 5\sin(90^0) \\
&\quad + \frac{5}{2}x_8\sin(x_7 - x_9 - 90^0)
\end{aligned} \tag{B.27}$$

$$\begin{aligned}
f_{11} &= \frac{5}{2}x_8\cos(x_9 - x_7 - 90) + 10,7462x_8^2\cos(83.7735^0) \\
&\quad + 8,2826x_8x_{10}\cos(x_9 - x_{11} - 98,0895^0)
\end{aligned} \tag{B.28}$$

$$\begin{aligned}
f_{12} &= \frac{5}{2}x_8\sin(x_9 - x_7 - 90^0) + 10,7462x_8^2\sin(83.7735^0) \\
&\quad + 8,2826x_8x_{10}\sin(x_9 - x_{11} - 98,0895)
\end{aligned} \tag{B.29}$$

$$\begin{aligned}
f_{13} &= 8,2826x_{10}x_8\cos(x_{11} - x_9 - 98,089^0) \\
&\quad + 11,575x_{10}^2\cos(84,220^0) \\
&\quad + \frac{10}{3}x_{10}x_{12}\cos(x_{11} - x_{13} - 90^0)
\end{aligned} \tag{B.30}$$

$$\begin{aligned}
f_{14} &= 8,2826x_{10}\sin(x_{11} - x_9 - 98,089^0) \\
&\quad + 11,575x_{10}^2\sin(84,220^0) \\
&\quad + \frac{10}{3}x_{10}x_{12}\sin(x_{11} - x_{13} - 90^0)
\end{aligned} \tag{B.31}$$

$$\begin{aligned}
f_{15} &= 15,03424x_{12}x_1\cos(x_{13} - x_2 - 126,9012^0) \\
&\quad + \frac{10}{3}x_{10}x_{12}\cos(x_{13} - x_{11} - 90^0) \\
&\quad + 23,6623x_{12}^2\cos(67.573^0) \\
&\quad + \frac{20}{3}x_{12}\cos(x_{13} - x_{14} - 90^0) + \frac{4}{15}
\end{aligned} \tag{B.32}$$

$$\begin{aligned}
f_{16} = & 15,03424x_{12}x_1\sin(x_{13} - x_2 - 126,9012^0) \\
& + \frac{10}{3}x_{10}x_{12}\sin(x_{13} - x_{11} - 90^0) \\
& + 23,6623x_{12}^2\sin(67.573^0) \\
& + \frac{20}{3}x_{12}\sin(x_{13} - x_{14} - 90^0) + \frac{1}{30}
\end{aligned} \tag{B.33}$$

$$f_{17} = \frac{20}{3}x_{12}\cos(x_{14} - x_{13} - 90^0) + \frac{20}{3}\cos(90^0) - 0,27 \tag{B.34}$$

$$f_{18} = \frac{20}{3}x_{12}\sin(x_{14} - x_{13} - 90^0) + \frac{20}{3}\sin(90^0) \tag{B.35}$$

Entonces, la ecuación objetivo del sistema de nueve barras puede expresarse como:

$$\begin{aligned}
f(x) = & f_3^2 + f_4^2 + f_5^2 + f_6^2 + f_7^2 + f_8^2 + f_9^2 + f_{11}^2 \\
& + f_{12}^2 + f_{13}^2 + f_{14}^2 + f_{15}^2 + f_{16}^2 + f_{17}^2
\end{aligned} \tag{B.36}$$

ANEXO C: TABLAS RESUMEN SISTEMA NUEVE BARRAS

Tabla 51: Solución obtenida para 350 fuentes, sistema nueve barras

SISTEMA DE 9 BARRAS									
Prueba	Tiempo cómputo [s]	$f(x)$	Posición						
			v_2	δ_2	v_3	δ_3	v_4	δ_4	δ_5
1	376,76	3,8818E-02	1,0245	-1,6639	1,0458	-3,2317	1,0425	-3,2405	-3,2173
2	909,81	1,7259E-02	1,0132	-2,0870	1,0119	-2,7899	1,0110	-2,6231	-3,2749
3	565,96	3,6157E-02	1,0187	-1,2893	1,0398	-1,5719	1,0414	-1,0811	0,5969
4	784,97	3,9099E-02	1,0150	-0,0871	1,0348	0,8023	1,0360	1,6510	3,3046
5	395,60	1,9775E-02	1,0137	-2,3441	1,0226	-3,2620	1,0223	-2,7678	-1,8134
6	516,98	4,8119E-02	0,99937	-0,48361	1,0083	0,45668	1,0104	1,407	2,5164
7	526,17	3,9186E-02	1,0118	-1,8453	1,0033	-2,7842	1,0047	-2,6080	-2,7348
8	771,47	3,9334E-02	1,0068	-0,6839	0,9957	-2,4306	0,9948	-2,0032	0,6483
9	515,29	3,6640E-02	1,0085	-1,1986	1,0059	-0,2645	1,0075	0,3977	1,0302
10	906,20	4,0606E-02	1,0221	-2,4409	1,0037	-2,5544	0,9986	-1,8145	-1,4847
Promedio	626,92								
SISTEMA DE 9 BARRAS									
Prueba	Posición							Salida	Mejor fuente
	v_6	δ_6	v_7	δ_7	v_8	δ_8	δ_9		
1	1,0139	-2,2772	1,0194	-2,0299	1,0236	-1,3838	1,1427	S	209
2	1,0024	-3,8723	1,0058	-3,5626	1,0121	-2,3657	0,0318	S	35
3	1,0088	1,2330	1,0120	0,9974	1,0204	-0,9401	1,2444	S	90
4	1,0046	3,2105	1,0072	2,6325	1,0193	0,5656	3,0763	S	129
5	0,9909	-1,8899	0,9926	-1,9030	1,0137	-2,2715	-0,0575	S	141
6	1,0187	2,245	1,0155	1,4409	1,004	-0,2726	2,0178	S	98
7	0,9965	-4,2777	1,0019	-4,0492	1,0120	-2,0224	0,7988	S	121
8	1,0049	2,1005	1,0058	1,6893	1,0142	-0,3259	1,8414	S	169
9	1,0177	0,3976	1,0202	-0,0337	1,0164	-1,3082	0,5736	S	249
10	1,0129	-1,7856	1,0180	-2,0610	1,0229	-2,5727	-0,3854	S	302

Tabla 52: Solución obtenida con 500 fuentes, sistema nueve barras

SISTEMA DE 9 BARRAS									
Prueba	Tiempo cómputo [s]	$f(x)$	Posición						
			v_2	δ_2	v_3	δ_3	v_4	δ_4	δ_5
1	185,547	2,2071E-02	1,0020	-0,4996	0,9900	-0,3163	0,9905	0,3217	0,8869
2	123,021	4,0180E-02	1,0058	-0,1733	1,0081	1,2153	1,0091	1,4463	0,9939
3	194,419	3,5302E-02	1,0061	-1,7295	0,9909	-2,7553	0,9895	-2,5050	-1,9771
4	395,374	2,2207E-02	0,9999	-3,1520	0,9938	-4,2920	0,9957	-4,2501	-4,1879
5	435,957	1,2440E-02	1,0117	-1,7845	1,0033	-3,1662	1,0015	-3,0782	-2,9509
6	447,868	2,8395E-02	1,0085	-2,0583	1,0015	-2,8185	1,0006	-2,5492	-2,7609
7	478,014	2,7020E-02	1,0062	-0,3281	0,9807	0,2221	0,9823	1,0265	1,9372
8	445,872	2,3674E-02	0,9982	-3,0402	0,9641	-4,5832	0,9638	-4,3935	-4,0137
9	290,071	3,0629E-02	1,0048	-2,7216	1,0045	-3,6456	1,0068	-2,9921	-1,4324
10	471,915	2,4384E-02	0,9927	-2,3797	0,9773	-4,0384	0,9791	-4,1836	-3,7441
Promedio	346,81								

SISTEMA DE 9 BARRAS									
Prueba	Posición							Salida	Mejor fuente
	v_6	δ_6	v_7	δ_7	v_8	δ_8	δ_9		
1	1,0033	0,4400	1,0055	0,0800	1,0076	-0,5334	1,8635	S	366
2	0,9986	0,3394	0,9968	0,3264	1,0077	-0,1081	1,9401	S	183
3	1,0485	-1,7968	1,0486	-1,9124	1,0121	-1,8395	0,7367	S	25
4	0,9755	-4,5094	0,9782	-4,4338	0,9991	-3,4235	-1,0061	S	51
5	1,0149	-2,6882	1,0167	-2,5263	1,0127	-1,6859	0,8144	S	28
6	0,9752	-3,1092	0,9774	-2,9443	1,0085	-2,0570	0,4123	S	72
7	1,0321	2,0944	1,0338	1,7609	1,0162	0,0000	2,4863	S	234
8	1,0064	-3,6005	1,0074	-3,5082	1,0041	-3,3435	-1,0584	S	464
9	1,0225	-1,0850	1,0223	-1,5432	1,0086	-2,9487	-1,0301	S	291
10	0,9906	-3,3328	0,9912	-3,1515	0,9977	-2,4141	0,3435	S	342

Tabla 53: Solución obtenida para 700 fuentes, sistema nueve barras

SISTEMA DE 9 BARRAS									
Prueba	Tiempo cómputo [s]	$f(x)$	Posición						
			v_2	δ_2	v_3	δ_3	v_4	δ_4	δ_5
1	1408,050	2,3480E-02	1,0160	-1,7395	1,0061	-1,3522	1,0051	-0,8075	-0,3451
2	4298,830	1,9833E-02	1,0136	-0,3058	1,0121	-0,6652	1,0118	0,0856	1,9872
3	883,590	3,8933E-02	1,0082	-0,5251	1,0234	-1,2516	1,0255	-0,4399	1,5761
4	1372,510	2,3480E-02	1,0160	-1,7395	1,0061	-1,3522	1,0051	-0,8075	-0,3451
5	1392,000	3,3457E-02	1,0078	0,2092	1,0116	-0,7177	1,0112	-0,0114	1,3152
6	1784,190	2,0522E-02	1,0119	-1,6693	1,0046	-3,6267	1,0021	-3,7247	-2,5163
7	1346,750	2,3480E-02	1,0160	-1,7395	1,0061	-1,3522	1,0051	-0,8075	-0,3451
8	1429,530	2,3480E-02	1,0160	-1,7395	1,0061	-1,3522	1,0051	-0,8075	-0,3451
9	1267,050	2,7075E-02	1,0123	-0,0785	1,0290	0,6176	1,0301	1,3172	1,7825
10	1410,870	2,3480E-02	1,0160	-1,7395	1,0061	-1,3522	1,0051	-0,8075	-0,3451
Promedio	1659,34								

SISTEMA DE 9 BARRAS									
Prueba	Posición							Salida	Mejor fuente
	v_6	δ_6	v_7	δ_7	v_8	δ_8	δ_9		
1	1,0185	-0,6307	1,0186	-1,0644	1,0175	-1,8374	0,7154	S	634
2	1,0231	2,5709	1,0258	2,2470	1,0214	0,1961	2,6388	S	25
3	1,0112	2,6593	1,0140	2,3723	1,0147	-0,0049	1,9622	S	236
4	1,0185	-0,6307	1,0186	-1,0644	1,0175	-1,8374	0,7154	S	634
5	1,0125	1,8755	1,0151	1,7752	1,0179	1,0447	4,3028	S	479
6	1,0111	-1,6336	1,0129	-1,5653	1,0125	-1,5769	0,7681	S	491
7	1,0185	-0,6307	1,0186	-1,0644	1,0175	-1,8374	0,7154	S	634
8	1,0185	-0,6307	1,0186	-1,0644	1,0175	-1,8374	0,7154	S	634
9	1,0113	1,4199	1,0098	1,2028	1,0161	0,2372	2,5703	S	264
10	1,0185	-0,6307	1,0186	-1,0644	1,0175	-1,8374	0,7154	S	634

ANEXO D: FUNCIÓN OBJETIVO SISTEMA ESTANDAR IEEE 14

Para el sistema de potencia de la Figura 15, las ecuaciones características de potencia son:

Para la barra 1:

$$\begin{aligned} 2,324 &= 22,87256\cos(72,784^0) & (D.1) \\ &+ 17,7906\cos(-\delta_2 - 108,135^0) \\ &+ 4,61895|V_5|\cos(-\delta_5 - 103,6172^0) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 0,169 &= 22,87256\sin(72,784^0) & (D.2) \\ &+ 17,7906\sin(-\delta_2 - 108,135^0) \\ &+ 4,61895|V_5|\sin(-\delta_5 - 103,6172^0) \end{aligned}$$

Para la barra 2:

$$\begin{aligned} 0,183 &= 17,7906\cos(\delta_2 - 108,135^0) \\ &+ 34,6517\cos(72,5389^0) \\ &+ 5,1872\cos(\delta_2 - \delta_3 - 103,3522^0) & (D.3) \\ &+ 5,6287|V_4|\cos(\delta_2 - \delta_4 - 108,2405^0) \\ &+ 5,71123|V_5|\cos(\delta_2 - \delta_5 - 108,1345^0) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 0,297 &= 17,7906\sin(\delta_2 - 108,135^0) \\ &+ 34,6517\sin(72,5389^0) \\ &+ 5,1872\sin(\delta_2 - \delta_3 - 103,3522^0) & (D.4) \\ &+ 5,6287|V_4|\sin(\delta_2 - \delta_4 - 108,2405^0) \\ &+ 5,71123|V_5|\sin(\delta_2 - \delta_5 - 108,1345^0) \end{aligned}$$

Para la barra 3:

$$\begin{aligned} -0,942 &= 5,1872\cos(\delta_3 - \delta_2 - 103,3522^0) \\ &+ 10,5134\cos(72,3727^0) \\ &+ 5,4983|V_4|\cos(\delta_3 - \delta_4 - 111.3956^0) \end{aligned} \quad (D.5)$$

$$\begin{aligned} 0,044 &= 5,1872\sin(\delta_3 - \delta_2 - 103,3522^0) \\ &+ 10,5134\sin(72,3727^0) \\ &+ 5,4983|V_4|\sin(\delta_3 - \delta_4 - 111.3956^0) \end{aligned} \quad (D.6)$$

Para la barra 4:

$$\begin{aligned} -0,478 &= 5,6287|V_4|\cos(\delta_4 - \delta_2 - 108,2405^0) + \\ &5,498339|V_4|\cos(\delta_4 - \delta_3 - 111.3956^0) + \\ &40,0423|V_4|^2\cos(74,778^0) + \\ &22,6370|V_4||V_5|\cos(\delta_4 - \delta_5 - 107,59^0) + \\ &4,8871|V_4||V_7|\cos(\delta_4 - \delta_7 - 90^0) + \\ &1,8537|V_4||V_9|\cos(\delta_4 - \delta_9 - 90^0) \end{aligned} \quad (D.7)$$

$$\begin{aligned} 0,039 &= 5,6287|V_4|\sin(\delta_4 - \delta_2 - 108.2405^0) + \\ &5,498339|V_4|\sin(\delta_4 - \delta_3 - 111,3956^0) + \\ &40,0423|V_4|^2\sin(74,778^0) + \\ &22,6370|V_4||V_5|\sin(\delta_4 - \delta_5 - 107,59^0) + \\ &4,8871|V_4||V_7|\sin(\delta_4 - \delta_7 - 90^0) + \\ &1,8537|V_4||V_9|\sin(\delta_4 - \delta_9 - 90^0) \end{aligned} \quad (D.8)$$

Para la barra 5:

$$\begin{aligned}
 -0,076 = & 4,61895|V_5|\cos(\delta_5 - \delta_1 - 103,6172^0) \\
 & + 5,7112385|V_5|\cos(\delta_5 - \delta_2 \\
 & - 108,1345^0) \\
 & + 22,63705|V_5||V_4|\cos(\delta_5 - \delta_4 \\
 & - 107,59^0) \\
 & + 36,7231|V_5|^2\cos(74.8976^0) \\
 & + 4,53644|V_5|\cos(\delta_5 - \delta_6 - 90^0)
 \end{aligned} \tag{D.9}$$

$$\begin{aligned}
 -0,016 = & 4,61895|V_5|\sin(\delta_5 - \delta_1 - 103,6172^0) \\
 & + 5,7112385|V_5|\sin(\delta_5 - \delta_2 \\
 & - 108,1345^0) \\
 & + 22,63705|V_5||V_4|\sin(\delta_5 - \delta_4 \\
 & - 107,59^0) \\
 & + 36,7231|V_5|^2\sin(74.8976^0) \\
 & + 4,53644|V_5|\sin(\delta_5 - \delta_6 - 90^0)
 \end{aligned} \tag{D.10}$$

Para la barra 6:

$$\begin{aligned}
 -0,112 = & 4,5344|V_5|\cos(\delta_6 - \delta_5 - 90^0) \\
 & + 21,2345\cos(69,2208^0) \\
 & + 4,854483|V_{11}|\cos(\delta_6 - \delta_{11} \\
 & - 115,5252^0) \\
 & + 3,7701|V_{12}|\cos(\delta_6 - \delta_{12} - 115,6632^0) \\
 & + 7,32361|V_{13}|\cos(\delta_6 - \delta_{13} - 116,9207^0)
 \end{aligned} \tag{D.11}$$

$$\begin{aligned}
0,047 &= 4,5344|V_5|\sin(\delta_6 - \delta_5 - 90^0) \\
&+ 21,2345\sin(69,2208^0) \\
&+ 4,854483|V_{11}|\sin(\delta_6 - \delta_{11} \\
&- 115,5252^0) \\
&+ 3,7701|V_{12}|\sin(\delta_6 - \delta_{12} - 115,6632^0) \\
&+ 7,32361|V_{13}|\sin(\delta_6 - \delta_{13} - 116,9207^0)
\end{aligned} \tag{D.12}$$

Para la barra 7:

$$\begin{aligned}
0 &= 4,8871|V_7||V_4|\cos(\delta_7 - \delta_4 - 90^0) \\
&+ 19,549|V_7|^2\cos(90^0) \\
&+ 6,18793|V_7|\cos(\delta_7 - \delta_8 - 90^0) \\
&+ 9,0901|V_7||V_9|\cos(\delta_7 - \delta_9 - 90^0)
\end{aligned} \tag{D.13}$$

$$\begin{aligned}
0 &= 4,8871|V_7||V_4|\sin(\delta_7 - \delta_4 - 90^0) \\
&+ 19,549|V_7|^2\sin(90^0) \\
&+ 6,18793|V_7|\sin(\delta_7 - \delta_8 - 90^0) \\
&+ 9,0901|V_7||V_9|\sin(\delta_7 - \delta_9 - 90^0)
\end{aligned} \tag{D.14}$$

Para la barra 8:

$$0 = 6,18793|V_7|\cos(\delta_8 - \delta_7 - 90^0) + 6,74484\cos(90^0) \tag{D.15}$$

$$0 = 6,18793|V_7|\sin(\delta_8 - \delta_7 - 90^0) + 6,74484\sin(90^0) \tag{D.16}$$

Para la barra 9:

$$\begin{aligned}
 -0,295 &= 1,8537|V_9||V_4|\cos(\delta_9 - \delta_4 - 90^0) & (D.17) \\
 &+ 9,0901|V_9||V_7|\cos(\delta_9 - \delta_7 - 90^0) \\
 &+ 24,6931|V_9|^2\cos(77,5439^0) \\
 &+ 11,0755|V_9||V_{10}|\cos(\delta_9 - \delta_{10} \\
 &- 110,6285^0) \\
 &+ 3,3471|V_9||V_{14}|\cos(\delta_9 - \delta_{14} \\
 &- 115,1785^0)
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 -0,166 &= 1,8537|V_9||V_4|\sin(\delta_9 - \delta_4 - 90^0) & (D.18) \\
 &+ 9,901|V_9||V_7|\sin(\delta_9 - \delta_7 - 90^0) \\
 &+ 24,6931|V_9|^2\sin(77,5439^0) \\
 &+ 11,0755|V_9||V_{10}|\sin(\delta_9 - \delta_{10} \\
 &- 110,6285^0) \\
 &+ 3,3471|V_9||V_{14}|\sin(\delta_9 - \delta_{14} \\
 &- 115,1785^0)
 \end{aligned}$$

Para la Barra 10:

$$\begin{aligned}
 -0,09 &= 11,0755|V_{10}||V_9|\cos(\delta_{10} - \delta_9 - 110,6285^0) & (D.19) \\
 &+ 15,8601|V_{10}|^2\cos(68,6159^0) \\
 &+ 4,7878|V_{11}||V_{10}|\cos(\delta_{10} - \delta_{11} \\
 &- 113,1319^0)
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 -0,058 &= 11,0755|V_{10}||V_9|\sin(\delta_{10} - \delta_9 - 110,6285^0) & (D.20) \\
 &+ 15,8601|V_{10}|^2\sin(68,6159^0) \\
 &+ 4,7878|V_{11}||V_{10}|\sin(\delta_{10} - \delta_{11} \\
 &- 113,1319^0)
 \end{aligned}$$

Para la Barra 11:

$$\begin{aligned} -0,035 &= 4,854483|V_{11}|\cos(\delta_{11} - \delta_6 - 115,5262^0) & (D.21) \\ &+ 4,7878|V_{11}||V_{10}|\cos(\delta_{11} - \delta_{10} \\ &- 113,1319^0) \\ &+ 9,3227|V_{10}|^2\cos(65,7035^0) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} -0,018 &= 4,854483|V_{11}|\sin(\delta_{11} - \delta_6 - 115,5262^0) & (D.22) \\ &+ 4,7878|V_{11}||V_{10}|\sin(\delta_{11} - \delta_{10} \\ &- 113,1319^0) \\ &+ 9,3227|V_{10}|^2\sin(65,7035^0) \end{aligned}$$

Para la Barra 12:

$$\begin{aligned} -0,061 &= 3,7701|V_{12}|\cos(\delta_{12} - \delta_6 - 115,6632^0) & (D.23) \\ &+ 6,7514|V_{12}|^2\cos(53,9057^0) \\ &+ 3,3566|V_{12}||V_{13}|\cos(\delta_{12} - \delta_{13} \\ &- 137,8618^0) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} -0,016 &= 3,7701|V_{12}|\sin(\delta_{12} - \delta_6 - 115,6632^0) & (D.24) \\ &+ 6,7514|V_{12}|^2\sin(53,9057^0) \\ &+ 3,3566|V_{12}||V_{13}|\sin(\delta_{12} - \delta_{13} \\ &- 137,8618^0) \end{aligned}$$

Para la Barra 13:

$$\begin{aligned} -0,135 &= 7,323615|V_{13}|\cos(\delta_{13} - \delta_6 - 116,9207^0) & (D.25) \\ &+ 3,3566|V_{13}||V_{12}|\cos(\delta_{13} - \delta_{12}) \\ &- 137,8618^0) \\ &+ 13,3844|V_{13}|^2\cos(55,9848^0) \\ &+ 3,3335|V_{13}||V_{14}|\cos(\delta_{13} - \delta_{14}) \\ &- 124,7374^0) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} -0,058 &= 7,323615|V_{13}|\sin(\delta_{13} - \delta_6 - 116,9207^0) & (D.26) \\ &+ 3,3566|V_{13}||V_{12}|\sin(\delta_{13} - \delta_{12}) \\ &- 137,8618^0) \\ &+ 13,3844|V_{13}|^2\sin(55,9848^0) \\ &+ 3,3335|V_{13}||V_{14}|\sin(\delta_{13} - \delta_{14}) \\ &- 124,7374^0) \end{aligned}$$

Para la Barra 14:

$$\begin{aligned} -0,149 &= 3,3471|V_{14}||V_9|\cos(\delta_{14} - \delta_9 - 115,1785^0) & (D.27) \\ &+ 3,3335|V_{14}||V_{13}|\cos(\delta_{13} - \delta_{14}) \\ &- 124,7374^0) \\ &+ 6,6574|V_{14}|^2\cos(60,0517^0) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} -0,05 &= 3,3471|V_{14}||V_9|\sin(\delta_{14} - \delta_9 - 115,1785^0) & (D.28) \\ &+ 3,3335|V_{14}||V_{13}|\sin(\delta_{13} - \delta_{14}) \\ &- 124,7374^0) \\ &+ 6,6574|V_{14}|^2\sin(60,0517^0) \end{aligned}$$

En este sistema se desconocen los valores de la magnitud de tensión de las barras 4, 5, 7, 9, 10, 11, 12, 13 y 14, y los valores de los ángulos de tensión de las barras 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12, 13 y 14 por lo tanto, las ecuaciones necesarias para resolver el flujo de carga de este sistema son:

$$\delta_2 = x_1 \quad \delta_3 = x_2 \quad |V_4| = x_3 \quad \delta_4 = x_4 \quad |V_5| = x_5 \quad \delta_5 = x_6 \quad (D.29)$$

$$\delta_6 = x_7 \quad |V_7| = x_8 \quad \delta_7 = x_9 \quad \delta_8 = x_{10} \quad |V_9| = x_{11} \quad \delta_9 = x_{12}$$

$$|V_{10}| = x_{13} \quad \delta_{10} = x_{14} \quad |V_{11}| = x_{15} \quad \delta_{11} = x_{16} \quad |V_{12}| = x_{17}$$

$$\delta_{12} = x_{18} \quad |V_{13}| = x_{19} \quad \delta_{13} = x_{20} \quad |V_{14}| = x_{21} \quad \delta_{14} = x_{22}$$

$$\begin{aligned} f_1 = & 17,7906 \cos(x_1 - 108,135^0) \\ & + 34,6517 \cos(72,5389^0) \\ & + 5,1872 \cos(x_1 - x_2 - 103,3522^0) \\ & + 5,6287 x_3 \cos(x_1 - x_4 - 108,2405^0) \\ & + 5,71123 x_5 \cos(x_1 - x_6 - 108,1345^0) \\ & - 0,183 \end{aligned} \quad (D.30)$$

$$\begin{aligned} f_2 = & 5,1872 \cos(x_2 - x_1 - 103,3522^0) + \\ & 10,5134 \cos(72,3727^0) + 5,4983 x_3 \cos(x_2 - x_4 - \\ & 111.3956^0) + 0,942 \end{aligned} \quad (D.31)$$

$$\begin{aligned} f_3 = & 5,6287 x_3 \cos(x_4 - x_1 - 108,2405^0) + \\ & 5,498339 x_3 \cos(x_4 - x_4 - 111.3956^0) + \\ & 40,0423 x_3^2 \cos(74,778^0) + 22,6370 x_3 x_5 \cos(x_4 - x_6 - \\ & 107,59^0) + 4,8871 x_3 x_8 \cos(\delta_4 - \delta_7 - 90^0) + \end{aligned} \quad (D.32)$$

$$1,8537x_3x_{11}\cos(x_4 - x_{12} - 90^0) + 0,478$$

$$\begin{aligned}
f_4 = & \\
& 5,6287x_3\sin(x_4 - x_1 - 108,2405^0) + \\
& 5,498339x_3\sin(x_4 - x_4 - 111.3956^0) + \\
& 40,0423x_3^2\sin(74,778^0) + 22,6370x_3x_5\sin(x_4 - x_6 - \\
& 107,59^0) + 4,8871x_3x_8\sin(\delta_4 - \delta_7 - 90^0) + \\
& 1,8537x_3x_{11}\sin(x_4 - x_{12} - 90^0) - 0,039
\end{aligned} \tag{D.33}$$

$$\begin{aligned}
f_5 = & 4,61895x_5\cos(x_6 - 103,6172^0) \\
& + 5,7112385x_5\cos(x_6 - x_1 - 108,1345^0) \\
& + 22,63705x_5x_3\cos(x_6 - x_4 - 107,59^0) \\
& + 36,7231x_5^2\cos(74.8976^0) \\
& + 4,53644x_5\cos(x_6 - x_7 - 90^0) + 0,076
\end{aligned} \tag{D.34}$$

$$\begin{aligned}
f_6 = & 4,61895x_5\sin(x_6 - 103,6172^0) \\
& + 5,7112385x_5\sin(x_6 - x_1 - 108,1345^0) \\
& + 22,63705x_5x_3\sin(x_6 - x_4 - 107,59^0) \\
& + 36,7231x_5^2\sin(74.8976^0) \\
& + 4,53644x_5\sin(x_6 - x_7 - 90^0) + 0,016
\end{aligned} \tag{D.35}$$

$$\begin{aligned}
f_7 = & 4,5344x_5\cos(x_7 - x_6 - 90^0) \\
& + 21,2345\cos(69,2208^0) \\
& + 4,854483x_{15}\cos(x_7 - x_{16} - 115,5252^0) \\
& + 3,7701x_{17}\cos(x_7 - x_1 - 115,6632^0) \\
& + 7,32361x_{19}\cos(x_7 - x_{20} - 116,9207^0) \\
& + 0,112
\end{aligned} \tag{D.36}$$

$$\begin{aligned}
f_8 = & 4,8871x_8x_3\cos(x_9 - x_4 - 90^0) \\
& + 19,549x_8^2\cos(90^0) \\
& + 6,18793x_8\cos(x_9 - x_{10} - 90^0) \\
& + 9,0901x_8x_{11}\cos(x_9 - x_{12} - 90^0)
\end{aligned} \tag{D.37}$$

$$\begin{aligned}
f_9 = & 4,8871x_8x_3\sin(x_9 - x_4 - 90^0) \\
& + 19,549x_8^2\sin(90^0) \\
& + 6,18793x_8\sin(x_9 - x_{10} - 90^0) \\
& + 9,0901x_8x_{11}\sin(x_9 - x_{12} - 90^0)
\end{aligned} \tag{D.38}$$

$$\begin{aligned}
f_{10} = & \\
& 6,18793x_8\cos(x_{10} - x_9 - 90^0) + 6,74484\cos(90^0)
\end{aligned} \tag{D.39}$$

$$\begin{aligned}
f_{11} = & 1,8537x_{11}x_3\cos(x_{12} - x_4 - 90^0) \\
& + 9,0901x_{11}x_8\cos(x_{12} - x_9 - 90^0) \\
& + 24,6931x_{11}^2\cos(77,5439^0) \\
& + 11,0755x_{11}x_{13}\cos(x_{12} - x_{14} \\
& - 110,6285^0) \\
& + 3,3471x_{11}x_{21}\cos(x_{12} - x_{22} \\
& - 115,1785^0) + 0,295
\end{aligned} \tag{D.40}$$

$$\begin{aligned}
f_{12} = & 1,8537x_{11}x_3\sin(x_{12} - x_4 - 90^0) \\
& + 9,0901x_{11}x_8\sin(x_{12} - x_9 - 90^0) \\
& + 24,6931x_{11}^2\sin(77,5439^0) \\
& + 11,0755x_{11}x_{13}\sin(x_{12} - x_{14} \\
& - 110,6285^0) \\
& + 3,3471x_{11}x_{21}\sin(x_{12} - x_{22} \\
& - 115,1785^0) + 0,166
\end{aligned} \tag{D.41}$$

$$\begin{aligned}
f_{13} &= 11,0755x_{13}x_{11}\cos(x_{14} - x_{12} - 110,6285^0) \\
&\quad + 15,8601x_{13}^2\cos(68,6159^0) \\
&\quad + 4,7878x_{13}x_{15}\cos(x_{14} - x_{16} - 113,1319^0) \quad (D.42) \\
&\quad + 0,09
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
f_{14} &= 11,0755x_{13}x_{11}\sin(x_{14} - x_{12} - 110,6285^0) \\
&\quad + 15,8601x_{13}^2\sin(68,6159^0) \\
&\quad + 4,7878x_{13}x_{15}\sin(x_{14} - x_{16} - 113,1319^0) \quad (D.43) \\
&\quad + 0,058
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
f_{15} &= 4,854483x_{15}\cos(x_{16} - x_7 - 115,5262^0) \\
&\quad + 4,7878x_{15}x_{13}\cos(x_{16} - x_{14} - 113,1319^0) \\
&\quad + 9,3227x_{15}^2\cos(65,7035^0) + 0,035 \quad (D.44)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
f_{16} &= 4,854483x_{15}\sin(x_{16} - x_7 - 115,5262^0) \\
&\quad + 4,7878x_{15}x_{13}\sin(x_{16} - x_{14} - 113,1319^0) \\
&\quad + 9,3227x_{15}^2\sin(65,7035^0) + 0,018 \quad (D.45)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
f_{17} &= 3,7701x_{17}\cos(x_{18} - x_7 - 115,6632^0) \\
&\quad + 6,7514x_{17}^2\cos(53,9057^0) \\
&\quad + 3,3566x_{17}x_{19}\cos(x_{18} - x_{20} - 137,8618^0) \quad (D.46) \\
&\quad + 0,061
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
f_{18} &= 3,7701x_{17}\sin(x_{18} - x_7 - 115,6632^0) \\
&\quad + 6,7514x_{17}^2\sin(53,9057^0) \\
&\quad + 3,3566x_{17}x_{19}\sin(x_{18} - x_{20} - 137,8618^0) \quad (D.47) \\
&\quad + 0,061
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
f_{19} = & 7,323615x_{19}\cos(x_{20} - x_7 - 116,9207^0) \\
& + 3,3566x_{19}x_{17}\cos(x_{20} - x_{18} - 137,8618^0) \\
& + 13,3844x_{19}^2\cos(55,9848^0) \\
& + 3,3335x_{19}x_{21}\cos(x_{20} - x_{22} - 124,7374^0) \\
& + 0,135
\end{aligned} \tag{D.48}$$

$$\begin{aligned}
f_{20} = & 7,323615x_{19}\sin(x_{20} - x_7 - 116,9207^0) \\
& + 3,3566x_{19}x_{17}\sin(x_{20} - x_{18} - 137,8618^0) \\
& + 13,3844x_{19}^2\sin(55,9848^0) \\
& + 3,3335x_{19}x_{21}\sin(x_{20} - x_{22} - 124,7374^0) \\
& + 0,058
\end{aligned} \tag{D.49}$$

$$\begin{aligned}
f_{21} = & 3,3471x_{21}x_{11}\cos(x_{22} - x_{12} - 115,1785^0) \\
& + 3,3335x_{21}x_{19}\cos(x_{22} - x_{20} - 124,7374^0) \\
& + 6,6574x_{21}^2\cos(60,0517^0) + 0,149
\end{aligned} \tag{D.50}$$

$$\begin{aligned}
f_{22} = & 3,3471x_{21}x_{11}\cos(x_{22} - x_{12} - 115,1785^0) \\
& + 3,3335x_{21}x_{19}\cos(x_{22} - x_{20} - 124,7374^0) \\
& + 6,6574x_{21}^2\cos(60,0517^0) + 0,05
\end{aligned} \tag{D.51}$$

Entonces, la ecuación objetivo del sistema estándar IEEE 14 puede expresarse como:

$$\begin{aligned}
f(x) = & f_1^2 + f_2^2 + f_3^2 + f_4^2 + f_5^2 + f_6^2 + f_7^2 + f_8^2 \\
& + f_9^2 + f_{10}^2 + f_{11}^2 + f_{12}^2 + f_{13}^2 \\
& + f_{14}^2 + f_{15}^2 + f_{16}^2 + f_{17}^2 + f_{18}^2 \\
& + f_{19}^2 + f_{20}^2 + f_{21}^2 + f_{22}^2
\end{aligned} \tag{D.52}$$

ANEXO E: TABLAS RESUMEN SISTEMA ESTANDAR IEEE 14

Tabla 54: Solución obtenida para 350 fuentes, sistema estándar IEEE 14

SISTEMA DE 14 BARRAS								
Prueba	Tiempo cómputo [s]	$f(x)$	Posición					
			δ_2	δ_3	v_4	δ_4	v_5	δ_5
1	547,08	5,6001E-01	-0,7277	-5,1490	1,0110	-0,3558	1,0260	0,2779
2	558,20	2,7772E-01	-3,1479	-9,4538	1,0024	-5,6098	1,0145	-4,9574
3	175,54	6,7806E-01	-1,8779	-8,8780	0,9988	-2,3585	1,0208	-1,7814
4	564,86	5,6001E-01	-0,7277	-5,1490	1,0110	-0,3558	1,0260	0,2779
5	571,03	5,6461E-01	-0,7277	-5,1490	1,0110	-0,3558	1,0260	0,2779
6	502,29	4,1737E-01	-5,0501	-13,4560	0,9703	-9,3224	0,9857	-8,0371
7	302,74	5,4067E-01	-4,4061	-12,2400	0,9767	-9,2473	0,9932	-7,7639
8	375,38	5,6592E-01	-4,7579	-13,4060	1,0111	-8,1399	1,0216	-6,9072
9	495,69	5,6001E-01	-0,7277	-5,1490	1,0110	-0,3558	1,0260	0,2779
10	653,13	5,6001E-01	-0,7277	-5,1490	1,0110	-0,3558	1,0260	0,2779
Promedio	474,59							

SISTEMA DE 14 BARRAS									
Prueba	Posición								
	δ_6	v_7	δ_7	δ_8	v_9	δ_9	v_{10}	δ_{10}	v_{11}
1	2,8819	0,9313	1,7816	2,7776	0,9727	2,2267	0,9981	1,9272	1,0472
2	-8,6201	0,9642	-5,3817	-4,4978	0,9952	-5,5074	1,0124	-6,0138	1,0406
3	-0,0683	0,9030	0,5819	2,1295	0,9319	-0,1115	0,9448	-0,4080	0,9958
4	2,8819	0,9313	1,7816	2,7776	0,9727	2,2267	0,9981	1,9272	1,0472
5	2,8819	0,9313	1,7816	2,7776	0,9727	2,2267	0,9981	1,8728	1,0472
6	-11,2210	0,9001	-10,7670	-10,6720	0,9618	-11,3640	0,9997	-11,6290	1,0417
7	-10,4570	0,9415	-10,9180	-10,2330	0,9525	-10,7710	0,9502	-9,6848	0,9890
8	-9,0889	0,9726	-7,4375	-6,3199	0,9655	-8,9072	0,9550	-7,6373	0,9896
9	2,8819	0,9313	1,7816	2,7776	0,9727	2,2267	0,9981	1,9272	1,0472
10	2,8819	0,9313	1,7816	2,7776	0,9727	2,2267	0,9981	1,9272	1,0472

SISTEMA DE 14 BARRAS									
Prueba	Posición							Salida	Mejor fuente
	δ_{11}	v_{12}	δ_{12}	v_{13}	δ_{13}	v_{14}	δ_{14}		
1	1,9416	1,0551	4,6834	1,0084	5,2254	1,0013	4,8035	S	266
2	-7,0821	0,9993	-8,2546	0,9528	-5,1869	0,9735	-4,4236	S	134
3	-1,3395	1,0483	3,0664	1,0057	3,2960	0,9770	3,7669	S	96
4	1,9416	1,0551	4,6834	1,0084	5,2254	1,0013	4,8035	S	266
5	1,9416	1,0551	4,6834	1,0084	5,2254	1,0013	4,8035	S	266
6	-11,0520	1,0028	-9,7027	0,9302	-7,6336	0,9572	-10,6290	S	37
7	-9,7168	1,0258	-8,8361	0,9714	-7,7489	0,9519	-8,9154	S	315
8	-7,7096	1,0508	-7,5787	1,0290	-10,0190	0,9775	-10,3320	S	274
9	1,9416	1,0551	4,6834	1,0084	5,2254	1,0013	4,8035	S	266
10	1,9416	1,0551	4,6834	1,0084	5,2254	1,0013	4,8035	S	266

Tabla 55: Solución obtenida para 500 fuentes, sistema estándar IEEE 14

SISTEMA DE 14 BARRAS								
Prueba	Tiempo cómputo [s]	$f(x)$	Posición					
			δ_2	δ_3	v_4	δ_4	v_5	δ_5
1	3542,97	2,7836E-01	-3,3592	-9,6678	1,0138	-5,6613	1,0211	-4,5252
2	3317,29	3,7480E-01	-2,0554	-7,0672	1,0425	-3,8264	1,0443	-2,9326
3	4617,21	3,8804E-01	-1,0596	-5,7047	1,0106	-2,3432	1,0239	-1,8001
4	3715,27	2,7836E-01	-3,3592	-9,6678	1,0138	-5,6613	1,0211	-4,5252
5	37228,33	3,4784E-01	-3,3157	-9,6204	0,9804	-6,1395	0,9906	-5,5441
6	3580,75	3,8131E-01	-2,8148	-9,7653	1,0188	-7,1681	1,0246	-6,2791
7	2427,31	4,7170E-01	-3,0774	-8,1893	0,9782	-5,5571	0,9933	-5,5391
8	3388,87	2,8969E-01	-3,5949	-10,4770	0,9891	-6,5211	1,0041	-5,6114
9	3485,49	2,7836E-01	-3,3592	-9,6678	1,0138	-5,6613	1,0211	-4,5252
10	3720,02	3,4784E-01	-3,3157	-9,6204	0,9804	-6,1395	0,9906	-5,5441
Promedio	6902,35							

SISTEMA DE 14 BARRAS									
Prueba	Posición								
	δ_6	v_7	δ_7	δ_8	v_9	δ_9	v_{10}	δ_{10}	v_{11}
1	-6,1275	1,0053	-4,4142	-3,8653	1,0204	-5,4159	1,0235	-4,9931	1,0400
2	-0,9940	1,0872	-1,0704	0,1977	1,0540	-1,3871	1,0598	-0,5021	1,0719
3	-1,3637	0,9504	-1,8398	-2,4728	0,9556	-1,1921	0,9545	-0,3766	0,9946
4	-6,1275	1,0053	-4,4142	-3,8653	1,0204	-5,4159	1,0235	-4,9931	1,0400
5	-11,0310	0,9117	-5,1529	-3,6841	0,9751	-6,7118	0,9954	-7,9091	1,0284
6	-11,5990	1,0273	-8,7849	-7,0666	1,0118	-11,5120	1,0031	-12,8410	1,0326
7	-11,1030	0,9117	-5,4483	-4,6954	0,9335	-6,8714	0,9389	-6,9646	0,9935
8	-7,1503	0,9061	-8,4742	-11,0060	0,9363	-6,9822	0,9511	-6,1809	1,0126
9	-6,1275	1,0053	-4,4142	-3,8653	1,0204	-5,4159	1,0235	-4,9931	1,0400
10	-11,0310	0,9117	-5,1529	-5,1529	-3,6841	0,9751	-6,7118	0,9954	-7,9091

SISTEMA DE 14 BARRAS									
Prueba	Posición							Salida	Mejor fuente
	δ_{11}	v_{12}	δ_{12}	v_{13}	δ_{13}	v_{14}	δ_{14}		
1	-4,1400	1,0569	-7,1259	1,0503	-7,0281	1,0210	-7,7231	S	184
2	-0,8827	1,0099	1,4384	0,9306	2,9822	0,9657	0,4091	S	244
3	0,0648	1,0501	-0,5645	1,0245	-0,0846	0,9717	1,0423	S	381
4	-4,1400	1,0569	-7,1259	1,0503	-7,0281	1,0210	-7,7231	S	184
5	-10,1390	1,0539	-11,8300	1,0485	-11,2470	1,0093	-9,2591	S	158
6	-13,3690	1,0136	-11,5090	0,9577	-9,2812	0,9670	-11,5750	S	442
7	-8,5776	1,0511	-11,8940	1,0747	-13,1860	0,9732	-10,1140	S	435
8	-5,6110	1,0520	-7,4271	1,0354	-7,1423	0,9703	-6,2184	S	49
9	-4,1400	1,0569	-7,1259	1,0503	-7,0281	1,0210	-7,7231	S	184
10	1,0284	-10,1390	1,0539	-11,8300	1,0485	-11,2470	1,0093	S	158

Tabla 56: Solución obtenida para 700 fuentes, sistema estándar IEEE 14

SISTEMA DE 14 BARRAS									
Prueba	Tiempo cómputo [s]	$f(x)$	Posición						
			δ_2	δ_3	v_4	δ_4	v_5	δ_5	
1	6628,16	3,2213E-01	-4,9931	-13,1640	1,0079	-9,2709	1,0161	-7,7911	
2	6275,63	3,2389E-01	-1,4222	-6,7468	1,0077	-2,4261	1,0226	-1,8152	
3	6400,74	3,2213E-01	-4,9931	-13,1640	1,0079	-9,2709	1,0161	-7,7911	
4	5959,97	3,2389E-01	-1,4222	-6,7468	1,0077	-2,4261	1,0226	-1,8152	
5	6075,13	2,8555E-01	-2,2720	-7,9162	0,9946	-5,4195	1,0086	-4,5383	
6	1894,77	3,5858E-01	-1,8265	-7,2877	1,0203	-2,9173	1,0309	-1,9378	
7	1704,26	2,4103E-01	-3,5751	-8,8397	1,0118	-7,7645	1,0183	-6,9425	
8	2627,64	2,4103E-01	-3,5751	-8,8397	1,0118	-7,7645	1,0183	-6,9425	
9	1461,25	1,8986E-01	-2,4060	-7,9433	1,0250	-4,4850	1,0333	-3,4884	
10	3257,50	2,7543E-01	-2,2118	-7,4120	0,9882	-4,0927	1,0067	-3,3812	
Promedio	4228,50								
SISTEMA DE 14 BARRAS									
Prueba	Posición								
	δ_6	v_7	δ_7	δ_8	v_9	δ_9	v_{10}	δ_{10}	v_{11}
1	-8,9191	0,9896	-9,6868	-10,6060	0,9825	-9,0452	0,9863	-7,6963	1,0237
2	-2,8713	0,9421	-1,2723	0,7943	0,9494	-2,3618	0,9549	-2,2114	1,0027
3	-8,9191	0,9896	-9,6868	-10,6060	0,9825	-9,0452	0,9863	-7,6963	1,0237
4	-2,8713	0,9421	-1,2723	0,7943	0,9494	-2,3618	0,9549	-2,2114	1,0027
5	-7,8390	0,9077	-5,8358	-4,2084	0,9472	-8,2534	0,9593	-8,4047	1,0110
6	-0,1344	0,9952	-2,6717	-4,1180	0,9991	-1,7763	1,0084	-0,6707	1,0416
7	-11,9310	1,0175	-9,6791	-8,4413	0,9991	-11,6760	0,9896	-12,3120	1,0145
8	-11,9310	1,0175	-9,6791	-8,4413	0,9991	-11,6760	0,9896	-12,3120	1,0145
9	-3,9987	1,0237	-3,9625	-3,3304	1,0352	-3,9546	1,0343	-3,0832	1,0555
10	-3,5678	0,9016	-2,7398	-2,2826	0,9516	-3,4355	0,9767	-3,9324	1,0283
SISTEMA DE 14 BARRAS									
Prueba	Posición							Salida	Mejor fuente
	δ_{11}	v_{12}	δ_{12}	v_{13}	δ_{13}	v_{14}	δ_{14}		
1	-7,2983	1,0241	-8,0626	0,9956	-7,3137	0,9748	-7,6056	S	120
2	-1,9377	1,0123	-1,8574	0,9638	-0,4712	0,9344	-2,2115	S	480
3	-7,2983	1,0241	-8,0626	0,9956	-7,3137	0,9748	-7,6056	S	120
4	-1,9377	1,0123	-1,8574	0,9638	-0,4712	0,9344	-2,2115	S	480
5	-7,4802	1,0725	-8,2902	1,0800	-9,7577	0,9928	-9,1627	S	514
6	0,6206	1,0479	1,7859	1,0026	1,9374	0,9936	0,1483	S	277
7	-11,9890	1,0212	-12,1210	0,9789	-10,3380	0,9667	-10,3070	S	348
8	-11,9890	1,0212	-12,1210	0,9789	-10,3380	0,9667	-10,3070	S	159
9	-2,8289	1,0857	-4,2574	1,0859	-5,1502	1,0605	-4,6881	S	575
10	-4,2328	1,0669	-2,7539	1,0370	-2,5924	0,9905	-2,2773	S	125

ANEXO F: PRUEBAS ADICIONALES

SISTEMA DE NUEVE BARRAS

En esta sección se presentan cuatro pruebas adicionales para el sistema de nueve barras, donde se varían tanto el valor del límite, como el espacio de búsqueda. Los parámetros utilizados se resumen en la Tabla 57.

Tabla 57: Parámetros sistema nueve barras

Número de fuentes (SN)	500
Límite	50 y 150
MCN	2000
Saturación (S)	20%
Error de tolerancia (ϵ)	1,00E-05
Espacio de Búsqueda menor	$0,9 \leq \nu \leq 1.1$ $-2 \leq \delta \leq 2$
Espacio de Búsqueda mayor	$0,5 \leq \nu \leq 1.5$ $-8 \leq \delta \leq 8$

A partir de los resultados obtenidos en las tablas 58 y 59 se puede observar que el algoritmo nuevamente encuentra una respuesta por saturación muy alejada de la teórica, lo cual permite concluir que una variación en el valor del límite no influye en la respuesta obtenida.

De forma similar, las tablas 60 y 61 muestran que para la aplicación propuesta en esta investigación, el algoritmo no logra adaptarse al espacio de búsqueda-pues las partículas siguen dispersas por todo el rango y no alrededor de la solución-generando respuestas que se alejan significativamente de las teóricas. Esto permite deducir que en términos de ángulos, el algoritmo requiere un espacio de

búsqueda muy estrecho, confirmando que ABC no es una estrategia recomendable para la solución del análisis del flujo de carga de un sistema de potencia.

Tabla 58: Solución obtenida para un Límite de 50, sistema nueve barras

SISTEMA DE 9 BARRAS			Posición						
Prueba	Tiempo cómputo [s]	$f(x)$	v_2	δ_2	v_3	δ_3	v_4	δ_4	δ_5
			1	548,09	5,7051E-02	0,9866	-2,2400	0,9845	-3,7339
2	1175,62	3,1533E-02	0,9957	-2,0685	0,9837	-2,9952	0,9839	-2,7681	-2,5369
3	789,34	4,4727E-02	1,0238	-1,8460	1,0003	-2,4246	0,9977	-1,6375	-1,0941
4	435,50	4,8318E-02	0,9983	-1,6578	0,9618	-0,9544	0,9683	-0,0554	0,3215
5	617,39	3,6887E-02	0,9939	-0,3860	0,9784	0,3135	0,9884	1,0419	1,6536
6	1120,98	3,2812E-02	1,0042	-3,4200	0,9740	-3,6272	0,9753	-3,2796	-3,4127
7	1039,35	3,3131E-02	1,0072	-0,2467	1,0107	-0,2384	1,0090	-0,1796	-0,3172
8	565,96	5,6067E-02	0,9900	-1,5327	0,9657	-0,9718	0,9743	0,4370	1,3850
9	936,20	4,2302E-02	1,0124	-2,6938	1,0273	-4,2661	1,0278	-4,0302	-4,2206
10	1263,40	2,9121E-02	1,0038	-1,0195	1,0061	-0,5486	1,0030	0,0425	0,1465
Promedio	849,18								
Prueba	Posición							Salida	Mejor fuente
	v_6	δ_6	v_7	δ_7	v_8	δ_8	δ_9		
1	0,9970	-2,2396	0,9885	-2,3025	0,9898	-2,2728	0,2395	S	390
2	0,9919	-2,2560	0,9951	-2,0721	1,0016	-2,1903	-0,3262	S	35
3	1,0199	-1,4156	1,0269	-1,4983	1,0255	-1,9821	0,1077	S	484
4	0,9902	0,0693	0,9946	-0,3372	1,0035	-1,8866	-0,1223	S	50
5	1,0052	1,9929	1,0058	1,7495	1,0022	-0,1789	2,0921	S	476
6	1,0146	-4,0163	1,0152	-4,1343	1,0062	-4,1274	-2,5790	S	424
7	1,0022	0,7090	1,0025	0,7695	1,0115	0,2586	3,5114	S	316
8	0,9942	0,8331	0,9912	0,3760	0,9968	-1,4570	0,7015	S	58
9	1,0266	-4,6621	1,0278	-4,1360	1,0101	-2,7485	-0,2851	S	465
10	1,0134	0,4348	1,0094	0,2553	1,0057	-0,7500	1,6109	S	230

Tabla 59: Solución obtenida para un Límite de 150, sistema nueve barras

SISTEMA DE 9 BARRAS									
Prueba	Tiempo cómputo [s]	$f(x)$	Posición						
			v_2	δ_2	v_3	δ_3	v_4	δ_4	δ_5
1	2057,71	9,9003E-03	1,0039	-0,9450	1,0014	-1,5810	1,0028	-1,2526	-0,3952
2	1109,54	3,0516E-02	1,0136	-1,2876	1,0064	-1,6539	1,0063	-1,2833	-0,2042
3	1324,98	1,4773E-02	0,9987	-2,3780	0,9836	-3,3616	0,9844	-3,3038	-3,2917
4	1803,04	2,0097E-02	1,0193	-1,0079	1,0304	-0,9978	1,0301	-0,4213	0,3480
5	2249,15	1,8347E-02	1,0160	-1,9301	1,0209	-2,8424	1,0191	-2,5336	-1,8845
6	1901,18	1,5311E-02	1,0023	-0,7516	1,0054	-1,7266	1,0082	-1,4785	-0,6480
7	2037,89	1,5471E-02	1,0041	-1,0363	0,9866	-1,2176	0,9876	-0,7861	-0,2920
8	1271,75	2,5131E-02	1,0152	-0,5086	1,0053	-0,5135	1,0030	0,0534	1,2720
9	1105,96	2,6375E-02	0,9989	-1,9295	0,9694	-2,5799	0,9686	-2,5064	-3,1769
10	1475,84	2,8650E-02	1,0098	-2,3279	1,0070	-4,5939	1,0088	-4,6239	-3,4895
Promedio	1633,70								

Prueba	Posición							Salida	Mejor fuente
	v_6	δ_6	v_7	δ_7	v_8	δ_8	δ_9		
1	1,0041	0,0270	1,0058	0,0225	1,0099	-0,7677	1,7014	S	208
2	1,0036	-0,1237	1,0066	-0,3013	1,0113	-1,2220	0,5253	S	308
3	1,0085	-3,0562	1,0090	-2,9601	1,0006	-2,5482	-0,1214	S	280
4	1,0313	-0,1447	1,0350	-0,3780	1,0231	-0,7918	1,6185	S	260
5	1,0422	-1,3852	1,0418	-1,4289	1,0191	-1,9198	0,1964	S	25
6	1,0052	-0,1911	1,0059	-0,1011	1,0080	-0,3712	2,3918	S	14
7	0,9877	-0,3543	0,9901	-0,4696	1,0071	-0,8576	1,6065	S	137
8	1,0289	1,8171	1,0310	1,4232	1,0210	-0,0779	2,7843	S	408
9	0,9965	-3,4676	0,9957	-3,2565	1,0007	-2,2071	0,2109	S	32
10	1,0379	-2,4869	1,0432	-2,3797	1,0176	-2,3857	-0,0683	S	418

Tabla 60: Solución obtenida para $\nu \in [0.5, 1.5]$ y $\delta \in [-8, 8]$

SISTEMA DE 9 BARRAS			Posición						
Prueba	Tiempo cómputo [s]	$f(x)$	ν_2	δ_2	ν_3	δ_3	ν_4	δ_4	δ_5
			1	1502,60	2,8038E-01	0,9670	-1,9575	0,8921	0,6015
2	973,39	2,1689E-01	0,9614	1,4050	0,9035	0,9583	0,9151	1,2542	2,4019
3	1061,51	3,8145E-02	0,9940	-0,5609	0,9990	-0,8462	1,0061	-0,3443	-0,1301
4	1257,84	2,2553E-01	1,0083	-1,8151	0,9629	0,8931	0,9810	1,7064	0,6998
5	695,47	2,3740E-01	1,0037	-4,0896	1,0256	-1,7476	1,0374	-0,1429	0,3413
6	1077,54	1,7967E-01	0,9745	2,0226	0,9545	2,0820	0,9651	3,1458	5,5648
7	2619,88	2,0643E-01	0,9761	-0,2884	0,9727	-1,5545	0,9761	-0,6824	2,7829
8	1088,08	2,1689E-01	0,9614	1,4050	0,9035	0,9583	0,9151	1,2542	2,4019
9	702,94	2,3740E-01	1,0037	-4,0896	1,0256	-1,7476	1,0374	-0,1429	0,3413
10	1077,54	1,7967E-01	0,9745	2,0226	0,9545	2,0820	0,9651	3,1458	5,5648
Promedio	1205,68								
Prueba	Posición							Salida	Mejor fuente
	ν_6	δ_6	ν_7	δ_7	ν_8	δ_8	δ_9		
1	1,0258	-1,5357	1,0197	-2,1824	0,9739	-3,1131	-1,9409	S	250
2	0,9150	3,4508	0,9159	3,3611	0,9747	2,2932	6,3315	S	258
3	0,9912	0,5293	0,9899	0,4421	0,9999	-0,2196	2,2153	S	218
4	0,9800	-2,0639	0,9940	-2,3737	1,0140	-1,8395	0,9730	S	37
5	0,9929	-1,0986	0,9886	-2,0257	0,9994	-4,3960	-2,2958	S	19
6	1,0308	7,0773	1,0288	6,6447	0,9954	3,3563	6,1079	S	261
7	1,0313	5,1036	1,0278	4,7025	0,9969	0,5095	3,3618	S	343
8	0,9150	3,4508	0,9159	3,3611	0,9747	2,2932	6,3315	S	258
9	0,9929	-1,0986	0,9886	-2,0257	0,9994	-4,3960	-2,2958	S	19
10	1,0308	7,0773	1,0288	6,6447	0,9954	3,3563	6,1079	S	261

Tabla 61: Solución obtenida para $v \in [0.9, 1.1]$ y $\delta \in [-2, 2]$

SISTEMA DE 9 BARRAS									
Prueba	Tiempo cómputo [s]	$f(x)$	Posición						
			v_2	δ_2	v_3	δ_3	v_4	δ_4	δ_5
1	998,93	2,3131E-02	1,0097	-0,9749	0,9940	-1,3828	0,9945	-0,6616	0,8451
2	941,55	1,5705E-02	1,0101	-0,8530	1,0180	-0,9772	1,0182	-0,4333	0,5368
3	1096,32	2,6002E-02	1,0146	-1,3258	1,0038	-1,0702	0,9995	-0,5977	-0,0544
4	1682,14	1,6037E-02	1,0077	-0,7059	1,0115	-0,5238	1,0119	-0,0278	0,2836
5	1087,57	9,9896E-03	1,0099	-1,5552	0,9918	-1,7264	0,9939	-1,2633	-0,7815
6	803,79	1,8862E-02	1,0223	-1,4704	1,0193	-1,3147	1,0174	-0,8300	-0,6128
7	1238,06	1,1130E-02	1,0081	-1,4882	1,0114	-1,3378	1,0117	-0,7902	0,0607
8	1840,04	1,9262E-02	1,0003	-1,1345	0,9899	-1,9587	0,9913	-1,5107	-0,4726
9	1145,64	1,4764E-02	1,0027	-1,1619	0,9817	-1,9777	0,9839	-1,6070	-0,5427
10	1145,64	1,4764E-02	1,0027	-1,1619	0,9817	-1,9777	0,9839	-1,6070	-0,5427
Promedio	1197,97								
Prueba	Posición							Salida	Mejor fuente
	v_6	δ_6	v_7	δ_7	v_8	δ_8	δ_9		
1	1,0341	1,3719	1,0357	1,0048	1,0198	-0,6803	1,7707	S	52
2	0,9995	0,6631	0,9980	0,4480	1,0115	-0,5814	1,8589	S	43
3	1,0087	0,1505	1,0118	0,0072	1,0142	-1,2723	0,9264	S	196
4	1,0144	-0,4521	1,0134	-0,5955	1,0117	-0,6220	1,9598	S	72
5	1,0087	-0,7851	1,0126	-0,9183	1,0135	-1,5459	0,8827	S	259
6	1,0308	-1,0875	1,0351	-1,2902	1,0249	-1,4913	0,7237	S	42
7	1,0140	-0,0343	1,0128	-0,2684	1,0109	-1,4063	0,6970	S	338
8	1,0256	-0,1100	1,0259	-0,1976	1,0095	-0,9136	1,7269	S	423
9	1,0243	0,1116	1,0248	-0,0372	1,0103	-1,0551	1,3093	S	328
10	1,0243	0,1116	1,0248	-0,0372	1,0103	-1,0551	1,3093	S	328

SISTEMA ESTÁNDAR IEEE 14

Para el sistema estándar IEEE 14, las tablas 63 y 64 muestran que el algoritmo tiene un comportamiento similar al sistema de nueve barras, donde la respuesta no se ve afectada por una variación en el valor del límite.

No se realizaron pruebas para una variación del espacio de búsqueda debido al considerable consumo de tiempo. A partir de los resultados obtenidos para el sistema de nueve barras se puede deducir que posiblemente para sistemas de mayor complejidad, estas pruebas no tendrán una mejor respuesta.

Tabla 62. Parámetros sistema 14 barras

Número de fuentes (SN)	700
Limite	100 y 180
MCN	2000
Saturación (S)	20%
Error de tolerancia (ϵ)	1,00E-05

Tabla 63. Solución obtenida para un Límite de 100, sistema 14 barras

SISTEMA DE 14 BARRAS								
Prueba	Tiempo cómputo [s]	$f(x)$	Posición					
			δ_2	δ_3	v_4	δ_4	v_5	δ_5
1	4700,61	3,9783E-01	-2,9664	-9,1230	0,9936	-4,3293	1,0100	-3,3726
2	5266,79	3,9111E-01	-3,1956	-8,1383	1,0084	-5,7328	1,0159	-5,1541
3	5019,66	3,9783E-01	-2,9664	-9,1230	0,9936	-4,3293	1,0100	-3,3726
4	9743,21	3,9783E-01	-2,9664	-9,1230	0,9936	-4,3293	1,0100	-3,3726
5	4978,70	3,9783E-01	-2,9664	-9,1230	0,9936	-4,3293	1,0100	-3,3726
6	5530,84	3,9783E-01	-2,9664	-9,1230	0,9936	-4,3293	1,0100	-3,3726
7	4654,68	3,9783E-01	-2,9664	-9,1230	0,9936	-4,3293	1,0100	-3,3726
8	5219,97	3,9783E-01	-2,9664	-9,1230	0,9936	-4,3293	1,0100	-3,3726
9	5647,46	3,9783E-01	-2,9664	-9,1230	0,9936	-4,3293	1,0100	-3,3726
10	4856,79	3,9783E-01	-2,9664	-9,1230	0,9936	-4,3293	1,0100	-3,3726
Promedio	5561,87							

SISTEMA DE 14 BARRAS									
Prueba	Posición								
	δ_6	v_7	δ_7	δ_8	v_9	δ_9	v_{10}	δ_{10}	v_{11}
1	-4,7743	0,9055	-3,5916	-2,0534	0,9073	-4,1766	0,9092	-3,7862	0,9818
2	-8,3093	0,9980	-4,8505	-5,2445	0,9950	-5,1400	1,0036	-5,2302	1,0364
3	-4,7743	0,9055	-3,5916	-2,0534	0,9073	-4,1766	0,9092	-3,7862	0,9818
4	-4,7743	0,9055	-3,5916	-2,0534	0,9073	-4,1766	0,9092	-3,7862	0,9818
5	-4,7743	0,9055	-3,5916	-2,0534	0,9073	-4,1766	0,9092	-3,7862	0,9818
6	-4,7743	0,9055	-3,5916	-2,0534	0,9073	-4,1766	0,9092	-3,7862	0,9818
7	-4,7743	0,9055	-3,5916	-2,0534	0,9073	-4,1766	0,9092	-3,7862	0,9818
8	-4,7743	0,9055	-3,5916	-2,0534	0,9073	-4,1766	0,9092	-3,7862	0,9818
9	-4,7743	0,9055	-3,5916	-2,0534	0,9073	-4,1766	0,9092	-3,7862	0,9818
10	-4,7743	0,9055	-3,5916	-2,0534	0,9073	-4,1766	0,9092	-3,7862	0,9818

SISTEMA DE 14 BARRAS									
Prueba	Posición							Salida	Mejor fuente
	δ_{11}	ν_{12}	δ_{12}	ν_{13}	δ_{13}	ν_{14}	δ_{14}		
1	-4,0290	0,9954	-2,4619	0,9070	0,3579	0,9045	-0,4360	S	39
2	-7,8112	0,9911	-7,3509	0,9265	-4,5899	0,9479	-3,4594	S	130
3	-4,0290	0,9954	-2,4619	0,9070	0,3579	0,9045	-0,4360	S	39
4	-4,0290	0,9954	-2,4619	0,9070	0,3579	0,9045	-0,4360	S	39
5	-4,0290	0,9954	-2,4619	0,9070	0,3579	0,9045	-0,4360	S	39
6	-4,0290	0,9954	-2,4619	0,9070	0,3579	0,9045	-0,4360	S	39
7	-4,0290	0,9954	-2,4619	0,9070	0,3579	0,9045	-0,4360	S	39
8	-4,0290	0,9954	-2,4619	0,9070	0,3579	0,9045	-0,4360	S	39
9	-4,0290	0,9954	-2,4619	0,9070	0,3579	0,9045	-0,4360	S	39
10	-4,0290	0,9954	-2,4619	0,9070	0,3579	0,9045	-0,4360	S	39

Tabla 64. Solución obtenida para un Límite de 180, sistema 14 barras

SISTEMA DE 14 BARRAS								
Prueba	Tiempo cómputo [s]	$f(x)$	Posición					
			δ_2	δ_3	ν_4	δ_4	ν_5	δ_5
1	6504,76	2,4272E-01	-2,5208	-8,2016	0,9939	-4,1518	1,0061	-3,8701
2	6504,76	2,4272E-01	-2,5208	-8,2016	0,9939	-4,1518	1,0061	-3,8701
3	6628,16	3,2213E-01	-4,9931	-13,1640	1,0079	-9,2709	1,0161	-7,7911
4	4768,39	2,9457E-01	-2,6779	-9,2439	1,0145	-5,4349	1,0261	-4,4503
5	5336,73	2,8260E-01	-2,6779	-9,2439	1,0145	-5,4349	1,0261	-4,4503
6	6504,76	2,4272E-01	-2,5208	-8,2016	0,9939	-4,1518	1,0061	-3,8701
7	5336,73	2,8260E-01	-2,6779	-9,2439	1,0145	-5,4349	1,0261	-4,4503
8	6628,16	3,2213E-01	-4,9931	-13,1640	1,0079	-9,2709	1,0161	-7,7911
9	6504,76	2,4272E-01	-2,5208	-8,2016	0,9939	-4,1518	1,0061	-3,8701
10	6628,16	3,2213E-01	-4,9931	-13,1640	1,0079	-9,2709	1,0161	-7,7911
Promedio	6134,54							

SISTEMA DE 14 BARRAS								
Prueba	Posición							
	δ_6	v_7	δ_7	δ_8	v_9	δ_9	v_{10}	δ_{10}
1	-6,0284	0,9224	-1,5576	0,9317	0,9581	-2,8319	0,9791	-3,1961
2	-6,0284	0,9224	-1,5576	0,9317	0,9581	-2,8319	0,9791	-3,1961
3	-8,9191	0,9896	-9,6868	-10,6060	0,9825	-9,0452	0,9863	-7,6963
4	-4,8244	0,9604	-4,2201	-2,8636	0,9622	-5,6611	0,9590	-5,5206
5	-4,8244	0,9604	-4,2201	-2,8636	0,9622	-5,6611	0,9607	-4,9317
6	-6,0284	0,9224	-1,5576	0,9317	0,9581	-2,8319	0,9791	-3,1961
7	-4,8244	0,9604	-4,2201	-2,8636	0,9622	-5,6611	0,9607	-4,9317
8	-8,9191	0,9896	-9,6868	-10,6060	0,9825	-9,0452	0,9863	-7,6963
9	-6,0284	0,9224	-1,5576	0,9317	0,9581	-2,8319	0,9791	-3,1961
10	-8,9191	0,9896	-9,6868	-10,6060	0,9825	-9,0452	0,9863	-7,6963

SISTEMA DE 14 BARRAS										
Prueba	Posición								Salida	Mejor fuente
	v_{11}	δ_{11}	v_{12}	δ_{12}	v_{13}	δ_{13}	v_{14}	δ_{14}		
1	1,0246	-4,5090	0,9846	-4,9904	0,9156	-1,9722	0,9289	-2,2342	S	566
2	1,0246	-4,5090	0,9846	-4,9904	0,9156	-1,9722	0,9289	-2,2342	S	566
3	1,0237	-7,2983	1,0241	-8,0626	0,9956	-7,3137	0,9748	-7,6056	S	120
4	1,0112	-4,0111	1,0432	-4,0804	0,9919	-3,6245	0,9563	-4,6641	S	493
5	1,0112	-4,0111	1,0432	-4,0804	0,9924	-3,6245	0,9563	-4,6641	S	493
6	1,0246	-4,5090	0,9846	-4,9904	0,9156	-1,9722	0,9289	-2,2342	S	566
7	1,0112	-4,0111	1,0432	-4,0804	0,9924	-3,6245	0,9563	-4,6641	S	493
8	1,0237	-7,2983	1,0241	-8,0626	0,9956	-7,3137	0,9748	-7,6056	S	120
9	1,0246	-4,5090	0,9846	-4,9904	0,9156	-1,9722	0,9289	-2,2342	S	566
10	1,0237	-7,2983	1,0241	-8,0626	0,9956	-7,3137	0,9748	-7,6056	S	120