

**ANÁLISIS DE TÉCNICAS DE CONTROL BASADO EN PASIVIDAD  
PARA MANIPULAR EL COMPORTAMIENTO DE CIRCUITOS  
CONVERTIDORES DE POTENCIA CC-CC**

**CARLOS JESÚS VEGA PÉREZ**

**UNIVERSIDAD INDUSTRIAL DE SANTANDER  
FACULTAD DE INGENIERÍAS FÍSICO-MECÁNICAS  
ESCUELA DE INGENIERÍAS ELÉCTRICA, ELECTRÓNICA Y DE  
TELECOMUNICACIONES  
BUCARAMANGA**

**2016**

**ANÁLISIS DE TÉCNICAS DE CONTROL BASADO EN PASIVIDAD  
PARA MANIPULAR EL COMPORTAMIENTO DE CIRCUITOS  
CONVERTIDORES DE POTENCIA CC-CC**

**CARLOS JESÚS VEGA PÉREZ**

Trabajo de Grado para optar al título de  
Magister en Ingeniería Electrónica

Director

**RICARDO ALZATE CASTAÑO, Ph.D.**

Co-Director

**DANIEL ALFONSO SIERRA BUENO, Ph.D.**

**UNIVERSIDAD INDUSTRIAL DE SANTANDER  
FACULTAD DE INGENIERÍAS FÍSICO-MECÁNICAS ESCUELA DE  
INGENIERÍAS ELÉCTRICA, ELECTRÓNICA Y DE  
TELECOMUNICACIONES  
BUCARAMANGA**

**2016**

## Agradecimientos

El desarrollo de esta proyecto me permitió tener valiosas nuevas experiencias tanto desde el punto de vista científico como personal. Este trabajo no hubiera sido posible sin el constante respaldo y Motivación de muchas personas. En primer lugar, quisiera agradecer a Dios por todo su gracia y amor mostrada para mi vida, Jesucristo es el camino, la verdad y la vida, nadie va al Padre sino por el. También quisiera hacer constar mi sincero agradecimiento a mi director, Ricardo Alzate, al cual sin su decidido apoyo y dedicación no hubiera sido posible terminar este proceso de formación profesional. Asimismo, quiero agradecer a mi familia y amigos por su compañía y palabras de aliento. Finalmente, Amorchis gracias por todo.

Carlos Jesús Vega Pérez

*"La fuerza viva (energía) es un don con el que Dios ha dotado a la naturaleza y por tanto ésta no puede ser creada ni destruida"*

*James Prescott Joule*

*Juan 3 : 14-16 Reina-Valera 1960*

*14 Y como Moisés levantó la serpiente en el desierto,  
así es necesario que el Hijo del Hombre sea levantado,  
15 para que todo aquel que en él cree, no se pierda, mas  
tenga vida eterna.*

*16 Porque de tal manera amó Dios al mundo, que ha dado  
a su Hijo unigénito, para que todo aquel que en él cree, no  
se pierda, mas tenga vida eterna.*

## TABLA DE CONTENIDO

<b>1. INTRODUCCIÓN Y MOTIVACIÓN</b>	<b>15</b>
1.1. OBJETIVOS . . . . .	16
<b>2. OPTIMALIDAD ENERGÉTICA: UN ENFOQUE DESDE LOS SISTEMAS DINÁMICOS</b>	<b>19</b>
2.1. ECUACIÓN DE HAMILTON JACOBI BELLMAN . . . . .	20
2.2. REGULADOR CUADRÁTICO LINEAL LQR . . . . .	23
2.3. OPTIMIZACIÓN DE SISTEMA MASA-RESORTE . . . . .	25
<b>3. CONTROL ÓPTIMO INVERSO PARA UN CONVERTIDOR ELEVADOR</b>	<b>32</b>
3.1. PROBLEMA DE CONTROL ÓPTIMO INVERSO . . . . .	33
3.2. REGULACIÓN ÓPTIMA DE UN CONVERTIDOR ELEVADOR . .	35
3.2.1. Cálculo para la ley de control óptimo inverso . . . . .	38
3.2.2. Robustez del control óptimo . . . . .	41
3.3. SIMULACIÓN DEL CONTROL ÓPTIMO INVERSO . . . . .	41
<b>4. PASIVIDAD Y OPTIMALIDAD EN CONVERSIÓN DE ENERGÍA</b>	<b>46</b>
4.1. PRELIMINARES MATEMÁTICOS . . . . .	47
4.1.1. Ejemplo de ilustración . . . . .	48
4.2. CONTROL BASADO EN PASIVIDAD . . . . .	50
4.2.1. PBC para el convertidor elevador . . . . .	51
4.3. OPTIMALIDAD Y PASIVIDAD . . . . .	55
<b>5. REALIZACIONES PARA REGULACIÓN DIGITAL DE POTENCIA</b>	<b>59</b>

5.1. SIMULACIÓN MIXTA UTILIZANDO PSPICE A/D Y VHDL . . . . .	60
5.1.1. Realización para módulo de actuación digital . . . . .	61
5.1.2. Realización para algoritmos de control . . . . .	61
5.2. VERIFICACIÓN EXPERIMENTAL EN LABORATORIO . . . . .	69
<b>CONCLUSIONES</b>	<b>73</b>
<b>BIBLIOGRAFÍA</b>	<b>79</b>
<b>A. DISEÑO Y CONSTRUCCIÓN DEL CONVERTIDOR ELEVADOR</b>	<b>86</b>
A.1. DIMENSIONADO DE COMPONENTES . . . . .	86
A.2. CONSTRUCCIÓN DE PROTOTIPO DE LABORATORIO . . . . .	87
A.2.1. Dispositivos de sensado . . . . .	88
A.2.2. Circuito acoplador . . . . .	90
A.2.3. Unidad de control y generador PWM . . . . .	90
A.2.4. Perturbaciones . . . . .	91

## LISTA DE FIGURAS

2.1.	Sistema masa-resorte. . . . .	25
2.2.	Simulación para sistema MRA sin forzante . . . . .	26
2.3.	Simulación MRA forzante teórica . . . . .	29
2.4.	Simulación MRA forzante óptima . . . . .	30
2.5.	Forzante $u(t)$ para estrategias de control simuladas. . . . .	30
2.6.	Funcional de costo $J$ para estrategias de control simuladas. . . . .	31
3.1.	Esquema del convertidor elevador con un conmutador ideal. . . . .	36
3.2.	Esquema del convertidor elevador en modo de no conducción. . . . .	36
3.3.	Esquema del convertidor elevador en modo de conducción. . . . .	37
3.4.	Ilustración de lazo externo para cálculo dinámico de referencia $V_d$ . . . . .	41
3.5.	Corriente y tensión de salida en lazo abierto . . . . .	43
3.6.	Control óptimo inverso vs. Proporcional y corrección integral . . . . .	44
3.7.	Esquema de control proporcional y corrección integral . . . . .	45
3.8.	Funcionales de costo para estrategias de control . . . . .	45
4.1.	Circuito RLC. . . . .	49
4.2.	Control PBC simulado para diferentes valores de $\alpha$ . . . . .	56
4.3.	Funcional de costo $J$ para diferentes valores del parámetro de control $\alpha$ . . . . .	58
5.1.	Metodología de diseño para sistemas de señal mixta, modificado de [51]. . . . .	60
5.2.	Diseño de señal mixta para modulador PWM . . . . .	62
5.3.	Componentes analógicos del sistema en OrCAD. . . . .	63

5.4. Simulación mixta para convertidor elevador en lazo abierto . . . . .	63
5.5. Implementación de algoritmos de control digital en VHDL. . . . .	64
5.6. Diseño de señal mixta para control proporcional . . . . .	66
5.7. Diseño de señal mixta para control basado en pasividad . . . . .	67
5.8. Simulación mixta control proporcional y basado en pasividad . . . . .	68
5.9. Funcional de costo para simulación de señal mixta . . . . .	69
5.10. Implementación hardware del convertidor elevador en lazo abierto . .	70
5.11. Implementación hardware control proporcional y basado en pasividad	71
5.12. Funcional de costo para implementación hardware . . . . .	72
A.1. Estructura general del sistema experimental. . . . .	87
A.2. Dispositivo para sensado de corriente. . . . .	88
A.3. Convertidor analógico a digital. . . . .	89
A.4. Seguidor de tensión para acople de salida a sensor. . . . .	89
A.5. Interfaz de señal digital a señal de potencia. . . . .	90
A.6. Sistema de desarrollo para algoritmos de control. . . . .	91
A.7. Diagrama de bloques para actuador PWM. . . . .	91
A.8. Sumador de tensión para perturbación de entrada. . . . .	92
A.9. Prototipo de sistema implementado en laboratorio. . . . .	92
A.10. Diagramas para prototipo de sistema implementado. . . . .	93

## LISTA DE TABLAS

3.1. Parámetros circuitales del convertidor elevador . . . . .	42
A.1. Descripción elementos de circuito convertidor elevador . . . . .	87
A.2. Valores considerados para el sensado de corriente . . . . .	88

## LISTA DE ANEXOS

ANEXO A. DISEÑO Y CONSTRUCCIÓN DEL CONVERTIDOR . . .	86
ELEVADOR	

## RESUMEN

**TÍTULO:** ANÁLISIS DE TÉCNICAS DE CONTROL BASADO EN PASIVIDAD PARA MANIPULAR EL COMPORTAMIENTO DE CIRCUITOS CONVERTIDORES DE POTENCIA CC-CC<sup>1</sup>

**AUTOR:** CARLOS JESÚS VEGA PÉREZ<sup>2</sup>

**PALABRAS CLAVE:** CONTROL BASADO EN PASIVIDAD, CONTROL ÓPTIMO INVERSO, CONVERTIDOR DE POTENCIA, EFICIENCIA ENERGÉTICA, IMPLEMENTACIÓN HARDWARE, SIMULACIÓN DE SEÑAL MIXTA.

Se presenta la formulación y análisis de técnicas de control basado en pasividad para regular la tensión de salida en circuitos convertidores de potencia DC-DC. Empleando la propiedad de pasividad de los sistemas físicos, se muestra la manera de establecer reglas para determinar la forzante óptima que minimiza la energía requerida para satisfacer un objetivo de control. Esta idea es mostrada en términos generales para un sistema constituido por una masa acoplada a un resorte sin fricción, con solución explícita a través del denominado regulador lineal cuadrático. Posteriormente, se aborda el problema de control óptimo de un convertidor CC-CC elevador que, siendo de naturaleza no lineal, implica resolver el problema de optimización mediante una técnica alternativa denominada control óptimo inverso. Asimismo, se verifica a partir de una función de energía de Lyapunov la relación entre la optimalidad y la pasividad del sistema controlado, con evidentes implicaciones de estabilidad. Las leyes de control son verificadas a través de simulación de modelos matemáticos y mediciones experimentales en laboratorio, empleando una metodología para implementación de algoritmos a partir de simulación de señal mixta. A través de estos desarrollos fue posible verificar la reducción en el esfuerzo de control por parte de las técnicas basadas en pasividad comparadas con un controlador convencional. Como trabajo futuro se propone la extensión de los resultados presentados a circuitos inversores de potencia y al control de flujos de carga en sistemas eléctricos de mayor escala.

---

<sup>1</sup>Trabajo de investigación

<sup>2</sup>Facultad de Ingenierías Físico Mecánicas. Escuela de Ingenierías Eléctrica, Electrónica y Telecomunicaciones. Grupo CEMOS. Director PhD. Ricardo Alzate

## ABSTRACT

**TITLE:** ANALYSIS OF CONTROL TECHNIQUES BASED ON PASSIVITY TO MANIPULATE THE PERFORMANCE OF CIRCUITS POWER CONVERTERS DC-DC <sup>3</sup>

**AUTHOR:** CARLOS JESÚS VEGA PÉREZ <sup>4</sup>

**KEYWORDS:** PASSIVITY-BASED CONTROL, INVERSE OPTIMAL CONTROL, POWER CONVERTER CIRCUIT, ENERGY EFFICIENCY, HARDWARE IMPLEMENTATION, MIXED-SIGNAL SIMULATION.

The formulation and analysis of passivity-based control techniques is presented for voltage regulation in DC-DC power converter circuits. By using the principle of the passivity of physical systems, It is shown how to establish rules to determine the optimal forcing that minimizes the energy required to accomplish a control objective. This is further illustrated in general terms for undamped spring-mass system, with explicit solution through the called linear quadratic regulator. Then the optimal control problem is addressed to regulate the output voltage of a boost DC-DC converter that, being a nonlinear model, requires a special solution by an alternative technique known as the inverse optimal control. Likewise, the connection between optimality and passivity of the controlled system is unveiled from analysis performed on a performance index formulated from a Lyapunov energy function implying also stability features. Theoretical predictions were verified by numerical simulations and hardware implementation of control algorithms by using a methodology based on mixed-signal simulation. Results confirmed the reduction in the energy of the control effort expected for the passivity-based technique compared with a conventional controller. Ongoing work includes the extension of the results presented to power inverter circuit and the control of load flows in larger scale electrical power systems.

---

<sup>3</sup>Research Work.

<sup>4</sup>Physical Faculty of Mechanical Engineering. School of Electrical, Electronics, and Telecommunications. Group CEMOS. Director PhD. Ricardo Alzate

# CAPÍTULO 1

## INTRODUCCIÓN Y MOTIVACIÓN

En la sociedad actual los recursos energéticos pueden considerarse un bien vital para el ser humano. La dependencia tecnológica convierte a la energía en un activo indispensable para afrontar los retos de la vida moderna, de allí que exista una preocupación manifiesta por asegurar su disponibilidad. A esto se suma la necesidad de garantizar una sostenibilidad medioambiental para prevenir efectos como el calentamiento global, derivado de una mala administración de recursos [13, 21, 25]. De mantenerse la tendencia actual, se prevé que las emisiones contaminantes a nivel mundial en el 2020 se vean aumentadas en un 20%, lo cual demostraría el hecho de que las políticas energéticas actuales no son sostenibles [1]. Es por ello que para garantizar un suministro de energía sostenible, seguro y competitivo, las organizaciones mundiales en la materia plantean disminuir la demanda energética mediante el uso racional de los recursos y aumentar la eficiencia energética de los sistemas transformadores y consumidores de energía.

En este contexto, cualquier esfuerzo por mejorar el aprovechamiento energético por parte de los sistemas de ingeniería es importante para contribuir con esta causa. Analizando el caso particular de la gestión energética, se requiere de una mayor y mejor transferencia de potencia desde la fuente principal hacia las cargas, garantizando que dicha energía en un mayor porcentaje se convierta en trabajo y asimismo se reduzcan al mínimo (idealmente cero) las pérdidas por disipación. Al dispositivo o sistema encargado de realizar esta labor se le denomina convertidor de potencia [19, 57] y en aplicaciones de circuitos eléctricos posee la característica de regular los niveles de tensión y corriente entregados a una carga, a partir de la conmutación controlada de un dispositivo electrónico (en general un tiristor). Cualquiera sea el caso, se requiere una forma de onda específica en las cargas, con la menor pérdida de energía respecto a la fuente de suministro principal. La técnica más utilizada en aplicaciones para manipular un circuito convertidor de potencia, corresponde con la modificación del ciclo útil de una señal modulada en ancho de pulso (PWM - Pulse Width Modulation [19, 57]) empleando técnicas de control.

En la literatura técnica se documenta un gran número de resultados referidos al

control de circuitos convertidores de potencia. Una manera de clasificar las alternativas de control disponibles es a través del rango de operación considerado. A partir de ello, se definen técnicas de pequeña señal (*small signal*) en las cuales se considera el sistema en una vecindad de su condición de equilibrio. Trabajos representativos en esta línea temática incluyen [15, 40, 19, 29, 33, 76]. Una aproximación quizás más realista desde el punto de vista práctico es la denominada de gran señal (*large signal*), en la cual se asume que el sistema actúa en un rango amplio donde son factibles comportamientos no lineales. Trabajos referidos al respecto incluyen [72, 35, 63].

Adicionalmente, particular interés despierta en la comunidad académica el mejoramiento del desempeño del convertidor para compensar las pérdidas por conmutación. A este respecto, las técnicas de control basadas en consideraciones energéticas y de control de Lyapunov ofrecen una alternativa interesante [16, 26, 80]. También lo son técnicas de optimización que buscan minimizar un funcional de costo que puede ser equivalentemente formulado en términos de la energía del sistema [3, 9, 22].

Sin embargo, en un problema de control óptimo tradicional existe una alta complejidad asociada a la determinación formal (i.e. que exista y que sea estable) para la ley de control óptima, la cual depende de las condiciones particulares del problema en consideración. Más aún, en términos matemáticos esta clase de problemas implica obtener soluciones analíticas para la ecuación hamiltoniana o la ecuación de Hamilton Jacobi Bellman, siendo en ciertos casos inviables o simplemente inexistentes, como puede ocurrir por cuenta de no linealidades asociadas a modelos. Por tanto, para solucionar problemas de control óptimo sin la necesidad de resolver tales ecuaciones, se propone como alternativa el denominado control óptimo inverso.

De esta manera, el presente proyecto de investigación de maestría expone la formulación para un problema de control óptimo inverso en tiempo continuo, relacionado con la propiedad de pasividad de los sistemas físicos, para mantener regulada la tensión de salida de un convertidor de potencia CC-CC elevador (tipo Boost).

## 1.1 OBJETIVOS

### Objetivo general

- Aplicar control basado en pasividad para mejorar el comportamiento dinámico de un circuito convertidor de potencia CC-CC.

### Objetivos específicos

- Identificar los principios fundamentales de la teoría de pasividad de los sistemas dinámicos y la formulación de técnicas de control asociadas.

- Aplicar una técnica de control basado en pasividad para gobernar la dinámica de un circuito convertidor de potencia CC-CC empleando simulación de modelos matemáticos.
- Contrastar el desempeño del sistema controlado mediante la técnica basada en pasividad con el caso de una técnica de control clásico o convencional.

## RESUMEN DE CAPÍTULOS

El contenido de la tesis es desarrollado como sigue:

- **Capítulo 2: Optimalidad energética - un enfoque desde los sistemas dinámicos**

Aborda los principios fundamentales del control óptimo a partir de la definición de la ecuación de Hamilton Jacobi Bellman (HJB) y presenta su aplicación en el problema de regulación lineal cuadrática (LQR) para determinar la forzante óptima aplicada en una masa acoplada a un resorte sin fricción. Dicha forzante óptima es verificada mediante análisis de simulación para la minimización del funcional de costo cuadrático propuesto. Esta elección óptima redundante en una reducción de la energía empleada para conseguir el objetivo de control (i.e. optimización energética).

- **Capítulo 3: Control óptimo inverso para un convertidor elevador**

Se presenta el diseño de una técnica de control óptimo inverso para regular la tensión de salida de un convertidor de potencia CC-CC elevador. La ley óptima de control depende de una selección apropiada para una función Lyapunov  $V$ , a su vez constituida por una matriz  $\mathbf{P}$  definida positiva. Se propone una elección para  $\mathbf{P}$  basada en análisis de magnitudes físicas del sistema, con el fin de minimizar la energía del error de tensión. Resultados de simulación muestran cómo el control óptimo inverso permite regular la tensión de salida del circuito ante perturbaciones en la tensión de suministro, con rendimiento dinámico comparable a un controlador proporcional con corrección integral. Se verifica también que el controlador óptimo propuesto emplea menor energía para conseguir el resultado deseado.

- **Capítulo 4: Pasividad y optimalidad en conversión de energía**

Se aborda la conexión entre la pasividad y la optimalidad en el control de circuitos convertidores potencia. Empleando como base el concepto de pasividad de los sistemas dinámicos, se muestra cómo la estabilidad de un lazo de control realimentado puede asociarse con las propiedades de disipación energética en

un circuito eléctrico conmutado. Más aún, se analiza la relación existente entre dicha estabilidad (dependiente de la pasividad) y la optimalidad para una ley de control formulada a partir de la apropiada selección para una función de Lyapunov, en términos de la potencia eléctrica entregada a una carga. Resultados de simulación sobre un circuito convertidor de potencia CC-CC confirman la dependencia de la respuesta dinámica del sistema y del funcional de costo asociado, en el coeficiente de disipación para la ley de control.

#### ■ **Capítulo 5: Realizaciones para regulación digital de potencia**

Presenta el diseño e implementación digital para las estrategias de control formuladas sobre el circuito convertidor de potencia, a partir de herramientas de simulación de señal mixta. Las estrategias de control son codificadas en VHDL y convertidas a lenguaje PSpice mediante la creación de librerías que pueden ser posteriormente reconocidas y simuladas como elementos digitales en OrCAD. Resultados de simulación y de implementación hardware muestran un desempeño satisfactorio de los algoritmos para regular la tensión de salida del circuito convertidor de potencia. Análisis adicionales realizados sobre el funcional de costo, permiten determinar la reducción en la energía del error de tensión obtenida con las técnicas basadas en pasividad, en comparación con un control convencional. Se verifica sin embargo una alta incidencia en la precisión de los resultados con respecto a la resolución disponible en la representación digital de señales.

## CAPÍTULO 2

### OPTIMALIDAD ENERGÉTICA: UN ENFOQUE DESDE LOS SISTEMAS DINÁMICOS

Actualmente, la energía se puede considerar un bien vital para el ser humano, debido principalmente a la alta dependencia tecnológica de la sociedad moderna. Por tanto, existe una necesidad por asegurar la disponibilidad permanente de energía en sus distintas formas (eléctrica, térmica, química, etc.) pero sin alterar el equilibrio natural del planeta. A causa de esto, las organizaciones mundiales expertas en la materia plantean nuevas políticas para disminuir la demanda energética mediante el uso racional de los recursos y aumentar la eficiencia de los sistemas transformadores y consumidores de energía [1]. Sobre esta tendencia, se pueden encontrar numerosas investigaciones que apuntan hacia dicho fin [6, 37, 47].

De otro lado, la optimización es una característica deseable en los sistemas físicos de ingeniería, puesto que siempre se busca aprovechar los recursos de una manera apropiada u óptima (i.e. la más apropiada) en términos de consideraciones deseadas de desempeño. La optimización puede ser clasificada como optimización estática cuando las variables del sistema no cambian con respecto al tiempo y el comportamiento lo describen ecuaciones algebraicas, y optimización dinámica cuando las variables evolucionan en el tiempo y su comportamiento lo describen ecuaciones diferenciales [68]. Este último enfoque está relacionado directamente con la teoría del control óptimo, donde el objetivo se centra en determinar la señal de control (forzante) que permite maximizar o minimizar un criterio de desempeño elegido (índice de rendimiento o función de costo). Las variables involucradas en este tipo de problemas son las variables de estado y las señales de control, además de condiciones de contorno como son condiciones iniciales y de frontera [4]. Dentro de la teoría de control óptimo encontramos dos enfoques que garantizan la existencia, unicidad y estabilidad para la ley de control: las condiciones necesarias de tipo Pontryagin (Principio del Máximo) y las condiciones de suficiencia de tipo Bellman (Programación Dinámica)[32].

Ahora bien, la interacción de los conceptos anteriores permite proyectar un mejoramiento en la eficiencia energética de los sistemas dinámicos descritos mediante

ecuaciones diferenciales, a partir del control óptimo de la energía, en el cual se busca minimizar un índice de desempeño que involucra el gasto energético total. Al respecto, se pueden encontrar en la literatura diversas investigaciones orientadas hacia este tipo de control, aplicadas en: vehículos eléctricos híbridos [10, 55, 67] sistemas de energías renovables [12, 70, 78] y sistemas electromecánicos [7, 58, 75] entre otros. Así pues, el presente capítulo presenta las bases conceptuales para formular la minimización energética de un sistema de control, con orientación particular a problemas de ingeniería, permitiendo ilustrar la optimalidad del control y su significado físico. Como ejemplo de aplicación, se manipulará el comportamiento energético de un sistema masa-resorte a través de una forzante óptima.

## 2.1 ECUACIÓN DE HAMILTON JACOBI BELLMAN

La ecuación de Hamilton Jacobi Bellman (HJB) es un resultado central en la teoría del control óptimo. Muchos otros principios y técnicas de diseño se siguen de la ecuación de HJB, que en sí es sólo una declaración del principio de programación dinámica en tiempo continuo.

Para su formulación, considérese el siguiente sistema dinámico no lineal en tiempo continuo:

$$\dot{\mathbf{x}} = f(\mathbf{x}, u, t), \quad (2.1)$$

donde  $\mathbf{x} \in \mathbb{R}^n$  es el vector de las variables de estado del sistema y  $u \in \mathbb{R}^m$  es el vector de entradas correspondiente con las señales de control aplicadas al mismo.

El objetivo del control óptimo es minimizar, un índice de desempeño o funcional de costo de la forma:

$$J(\mathbf{x}, t) = \Psi(\mathbf{x}(t_f), t_f) + \int_{t_0}^{t_f} L(\mathbf{x}(t), u(t), t) dt, \quad (2.2)$$

donde  $\Psi(\mathbf{x}(t_f), t_f)$  y  $L(\mathbf{x}(t), u(t), t)$  son funciones continuamente diferenciables con respecto a  $\mathbf{x}(t)$  y  $L(\mathbf{x}(t), u(t), t)$  es continua para  $u(t)$ . El término  $\Psi(\mathbf{x}(t_f), t_f)$  es la contribución del estado final al funcional de costo conocido como *costo final*, mientras que el término integral representa la contribución que se acumula con el tiempo y se conoce como *función de costo integral*. Por otra parte, se asume una condición inicial  $\mathbf{x}(t_0) = \mathbf{x}_0$  con  $t_0$  fijo y  $t_f$  posiblemente variable.

En la teoría del control óptimo, los problemas que involucran sólo el *costo final* ( $L = 0$ ) se denominan costos en la *forma de Mayer*, los que involucran sólo la *función de costo integral* ( $\Psi = 0$ ) se denominan costos en la *forma de Lagrange*, y los problemas generales que involucran ambos costos se denominan en la *forma de Bolza*.

Por lo general, en este tipo de problemas se suelen incluir condiciones sobre el estado final del sistema de la forma

$$\varphi(\mathbf{x}(t_f), t_f) = 0, \quad (2.3)$$

con  $\varphi : \mathbb{R} \times \mathbb{R} \Rightarrow \mathbb{R}^p$  siendo una función suave.

La solución al problema planteado, se puede obtener en términos de la formulación conocida como *programación dinámica* establecida por Bellman en [8] a partir del principio de optimalidad, el cual se puede resumir como: “Dada una trayectoria óptima entre los instantes inicial  $t_0$ , y un instante intermedio  $t$ , se puede calcular la trayectoria óptima entre  $t_0$ , y un instante final  $t_f > t$ , uniendo la trayectoria inicial a la calculada entre  $t$  y  $t_f$  tomando como estados y controles iniciales de esta trayectoria, los estados y controles finales de la trayectoria previamente calculada entre  $t_0$  y  $t$ ”.

Para este fin, se introduce el concepto de *función de costo residual* como:

$$J^*(\mathbf{x}, t) = \min_{u(\cdot)} \left\{ \Psi(\mathbf{x}(t_f), t_f) + \int_{t_0}^{t_f} L(\mathbf{x}(t), u(t), t) dt \right\}, \quad (2.4)$$

siendo  $J^*(\mathbf{x}, t)$  continuamente diferenciable como función de  $\mathbf{x}$  y  $t$ . A continuación, se aplica el principio de optimalidad de Bellman realizando las siguientes consideraciones:

- El sistema tiene una condición inicial  $\mathbf{x}_0$  y evoluciona durante  $\Delta t$  con una cierta acción de control  $u$ ;
- Para  $t + \Delta t$  el estado es  $\mathbf{x}'$ ;
- Si desde  $\mathbf{x}'$  el sistema sigue la trayectoria óptima hasta el instante  $t_f$ , el costo acumulado será  $J^*(\mathbf{x}', t + \Delta t)$ ;
- Para  $\Delta t \rightarrow 0$  podemos aproximar  $\mathbf{x}' \approx \mathbf{x} + f(\mathbf{x}, u, t)\Delta t$ .

Ahora, si se establece a  $J'(\mathbf{x}, t)$  como el costo asociado a la evolución desde el estado  $\mathbf{x}$  en  $t$ , hasta el punto final pasando por  $\mathbf{x}'$  en  $t_0$ , se tiene:

$$J'(\mathbf{x}, t) = J^*(\mathbf{x}', t + \Delta t) + L(\mathbf{x}, u)\Delta t. \quad (2.5)$$

Ciertamente  $J^*(\mathbf{x}, t) \leq J'(\mathbf{x}, t)$ , debido a que  $J^*(\mathbf{x}, t)$  es, por hipótesis, el mínimo correspondiente a la trayectoria óptima, por tanto:

$$\begin{aligned} J^*(\mathbf{x}, t) &= \min_{u \in U} \{ J^*(\mathbf{x}', t + \Delta t) + L(\mathbf{x}, u)\Delta t \} \\ &= \min_{u \in U} \{ J^*(\mathbf{x} + f(\mathbf{x}, u, t)\Delta t, t + \Delta t) + L(\mathbf{x}, u)\Delta t \}. \end{aligned} \quad (2.6)$$

Luego, si se considera  $\Delta t \rightarrow 0$  y a  $J^*(\mathbf{x}, t)$  como una función suave, se puede aproximar  $J^*(\mathbf{x} + f(\mathbf{x}, u, t)\Delta t, t + \Delta t)$  mediante series de Taylor de la siguiente forma:

$$\begin{aligned} J^*(\mathbf{x} + f(\mathbf{x}, u, t)\Delta t, t + \Delta t) &\simeq J^*(\mathbf{x}, t) + \frac{\partial^T J^*}{\partial \mathbf{x}} f(\mathbf{x}, u, t)\Delta t + \\ &+ \frac{\partial J^*}{\partial t} \Delta t + 0(\Delta t^2). \end{aligned} \quad (2.7)$$

Sustituyendo este resultado en (2.6) se obtiene:

$$J^*(\mathbf{x}, t) = \min_{u \in U} \left\{ J^*(\mathbf{x}, t) + \frac{\partial^T J^*}{\partial \mathbf{x}} f(\mathbf{x}, u, t)\Delta t + \frac{\partial J^*}{\partial t} \Delta t + L(\mathbf{x}, u)\Delta t \right\}.$$

Sin embargo, como  $J^*(\mathbf{x}, t)$  y  $\frac{\partial J^*}{\partial t} \Delta t$  no dependen de  $u$  se pueden extraer de la operación de minimización y por tanto:

$$\begin{aligned} J^*(\mathbf{x}, t) &= J^*(\mathbf{x}, t) + \frac{\partial J^*}{\partial t} \Delta t + \min_{u \in U} \left\{ \frac{\partial^T J^*}{\partial \mathbf{x}} f(\mathbf{x}, u, t)\Delta t + L(\mathbf{x}, u)\Delta t \right\} \\ \frac{\partial J^*}{\partial t} \Delta t &= - \min_{u \in U} \left\{ \frac{\partial^T J^*}{\partial \mathbf{x}} f(\mathbf{x}, u, t)\Delta t + L(\mathbf{x}, u)\Delta t \right\} \\ \frac{\partial J^*}{\partial t} &= - \min_{u \in U} \left\{ \frac{\partial^T J^*}{\partial \mathbf{x}} f(\mathbf{x}, u, t) + L(\mathbf{x}, u) \right\} \end{aligned} \quad (2.8)$$

siendo esta última denominada la ecuación de Hamilton Jacobi Bellman (HJB) con condición de contorno  $J^*(\mathbf{x}, t_f) = \Psi(\mathbf{x}(t_f), t_f)$ .

Por otra parte, (2.8) puede relacionarse con el concepto del *hamiltoniano óptimo* planteado por Pontryagin [48], empleando la siguiente notación:

$$\mathcal{H}(\mathbf{x}, \frac{\partial^T J}{\partial \mathbf{x}}, u) = \frac{\partial^T J^*}{\partial \mathbf{x}} f(\mathbf{x}, u, t) + L(\mathbf{x}, u), \quad (2.9)$$

incorporando una dependencia explícita de la señal de control  $u$ . En concordancia con esta nueva definición, la ecuación HJB puede reescribirse como

$$\frac{\partial J^*}{\partial t} = -\mathcal{H}^*(\mathbf{x}, \frac{\partial^T J}{\partial \mathbf{x}}, u); \quad \mathcal{H}^* = \min_{u \in U} \mathcal{H}. \quad (2.10)$$

En todos los casos no es posible formular una solución analítica para la ecuación HJB. Una solución reportada en la literatura [32, 68] corresponde con el regulador cuadrático lineal LQR (del inglés, *Linear Quadratic Regulator*) ilustrado a continuación.

## 2.2 REGULADOR CUADRÁTICO LINEAL LQR

Considere el siguiente sistema dinámico, lineal e invariante en tiempo continuo:

$$\dot{\mathbf{x}} = \mathbf{A}\mathbf{x} + \mathbf{B}u, \quad (2.11)$$

donde  $\mathbf{A}$  y  $\mathbf{B}$  son matrices de términos constantes que representan los parámetros del sistema, con un funcional de costo cuadrático asociado de la forma:

$$J(\mathbf{x}, t) = \mathbf{x}^T(T) \mathbf{Q}_f \mathbf{x}(T) + \frac{1}{2} \int_0^T (\mathbf{x}^T \mathbf{Q} \mathbf{x} + u^T \mathbf{R} u) dt, \quad (2.12)$$

donde  $\mathbf{Q}_f$  y  $\mathbf{Q}$  son matrices simétricas, reales, semidefinidas positivas y  $\mathbf{R}$  es no singular, simétrica, real y definida positiva, no necesariamente constante. Este funcional (2.12), relaciona la energía consumida por el sistema en términos del vector de estados  $\mathbf{x}$  y la fuerza externa de control  $u$ .

En general, los elementos de las matrices  $\mathbf{Q}$ ,  $\mathbf{Q}_f$  y  $\mathbf{R}$  inciden directamente sobre los valores de las señales  $\mathbf{x}$  y  $u$ , afectando su ponderación y costo energético.

Si  $\mathbf{R} \gg \mathbf{Q}$  la contribución energética del control  $u$  es grande comparándola con la contribución del estado  $\mathbf{x}$ . Es decir, se disminuye el esfuerzo del control, pero puede llegar a degenerar el comportamiento del sistema.

Si  $\mathbf{Q} \gg \mathbf{R}$  mejora la respuesta del sistema a costo de aumentar el esfuerzo del control. Dicho de otra manera, el vector de estado  $\mathbf{x}$  estará muy controlado, pero las señales de control  $u$  tendrán mayor amplitud.

Por otra parte, la ecuación de HJB para el problema del LQR, suponiendo que  $J^*(\mathbf{x}, t) = V(\mathbf{x}, t)$  es el funcional de costo óptimo, puede formularse como:

$$\frac{\partial V}{\partial t} = - \min_{u \in \mathcal{U}} \left\{ \frac{\partial^T V}{\partial \mathbf{x}} (\mathbf{A}\mathbf{x} + \mathbf{B}u) + \frac{1}{2} (\mathbf{x}^T \mathbf{Q} \mathbf{x} + u^T \mathbf{R} u) \right\}, \quad (2.13)$$

con la condición de frontera:

$$V(\mathbf{x}, t_f) = \mathbf{x}^T(T) \mathbf{Q}_f \mathbf{x}(T).$$

Luego, la ley de control óptima  $u^*$  con la cual se obtiene  $V(\mathbf{x}, t)$ , se puede hallar igualando a cero la derivada del hamiltoniano óptimo (2.9) con respecto a  $u$ , es decir:

$$0 = \frac{\partial \mathcal{H}}{\partial u} = \frac{\partial^T V}{\partial \mathbf{x}} \mathbf{B} + \mathbf{R} u^* \quad \Rightarrow \quad u^* = -\mathbf{R}^{-1} \mathbf{B}^T \frac{\partial V}{\partial \mathbf{x}}. \quad (2.14)$$

Así, tras suponer que  $V(\mathbf{x}, t)$  toma la forma cuadrática:

$$V(\mathbf{x}, t) = \frac{1}{2} \mathbf{x}^T \mathbf{P}(t) \mathbf{x}, \quad (2.15)$$

se pueden formular las siguientes expresiones:

$$\frac{\partial V}{\partial t} = \frac{1}{2} \mathbf{x}^T \dot{\mathbf{P}}(t) \mathbf{x}; \quad \frac{\partial V}{\partial \mathbf{x}} = \mathbf{P}(t) \mathbf{x}. \quad (2.16)$$

Por tanto, reemplazando (2.14) y (2.16) en (2.13) y considerando válida la igualdad:

$$\mathbf{x}^T \mathbf{P}(t) \mathbf{A} \mathbf{x} = \frac{1}{2} \mathbf{x}^T [\mathbf{P}(t) \mathbf{A} + \mathbf{A}^T \mathbf{P}(t)] \mathbf{x},$$

la ecuación de HJB para el LQR toma la siguiente forma:

$$0 = \frac{1}{2} \mathbf{x}^T \left[ \dot{\mathbf{P}}(t) - \mathbf{P}(t) \mathbf{A} - \mathbf{A}^T \mathbf{P}(t) + \mathbf{Q} - \mathbf{P}(t) \mathbf{B} \mathbf{R}^{-1} \mathbf{B}^T \mathbf{P}(t) \right] \mathbf{x},$$

$$0 = \dot{\mathbf{P}}(t) - \mathbf{P}(t) \mathbf{A} - \mathbf{A}^T \mathbf{P}(t) + \mathbf{Q} - \mathbf{P}(t) \mathbf{B} \mathbf{R}^{-1} \mathbf{B}^T \mathbf{P}(t), \quad (2.17)$$

conocida como ecuación diferencial matricial en tiempo continuo de Ricatti, con solución  $\mathbf{P}(t)$ , matriz simétrica, real y semidefinida positiva.

Por consiguiente, se obtiene el control óptimo global de retroalimentación, lineal y variante en el tiempo, de la forma:

$$u^* = \mathbf{K}(t) \mathbf{x}, \quad (2.18)$$

donde la matriz de ganancia óptima es:

$$\mathbf{K}(t) = -\mathbf{R}^{-1} \mathbf{B}^T \mathbf{P}(t). \quad (2.19)$$

En este punto es conveniente aclarar que, en general, la solución de la ecuación diferencial (2.17) no es trivial, debido a la dificultad de aproximar infinitos puntos de  $\mathbf{P}(t)$  para valores decrecientes del tiempo. Por tal razón, se prefiere una solución óptima estacionaria,  $\mathbf{K}(t) = \mathbf{K}$ , válida si se supone que todas las matrices del problema de control óptimo ( $\mathbf{A}$ ,  $\mathbf{B}$ ,  $\mathbf{Q}$  y  $\mathbf{R}$ ) son constantes y  $T \rightarrow \infty$ . Bajo estas suposiciones,  $\mathbf{P}(t)$  es constante y  $\dot{\mathbf{P}}(t) = 0$ . Por tanto, se puede demostrar (para un sistema controlable), que  $\mathbf{P}(t)$  se aproxima a la solución, semidefinida positiva constante  $\mathbf{P}$ , de la ecuación algebraica de Riccati:

$$0 = -\mathbf{P} \mathbf{A} - \mathbf{A}^T \mathbf{P} + \mathbf{Q} - \mathbf{P} \mathbf{B} \mathbf{R}^{-1} \mathbf{B}^T \mathbf{P}. \quad (2.20)$$

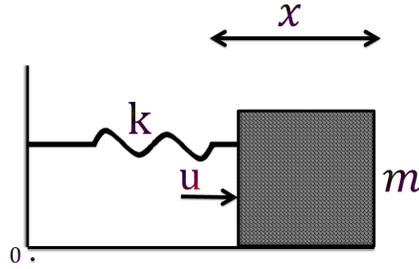


Figura 2.1: Sistema masa-resorte.

### 2.3 OPTIMIZACIÓN DE SISTEMA MASA-RESORTE

Para efectos de ilustración, se aplicará la técnica de control óptimo al sistema masa-resorte ilustrado en la Fig. 2.1. La ecuación diferencial que gobierna dicho sistema puede hallarse empleando la segunda ley de Newton:

$$m\ddot{x}(t) + kx(t) = u(t); \quad x(0) = 0; \quad \dot{x}(0) = 1, \quad (2.21)$$

donde  $x(t)$  es la posición de la masa,  $u(t)$  es el esfuerzo de entrada (en forma de una fuerza positiva hacia la derecha),  $m = 8 [kg]$  es la masa representativa del sistema y  $k = 20 [N/m]$  es la constante elástica lineal del resorte.

Por tanto, definiendo como variables de estado a la posición y la velocidad de la masa:

$$x_1(t) = x(t); \quad x_2(t) = \dot{x}(t),$$

se obtiene, en un modo similar y equivalente a la expresión (2.11), el siguiente conjunto de ecuaciones para la dinámica del sistema:

$$\dot{\mathbf{x}} = \begin{bmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -k/m & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 1/m \end{bmatrix} u. \quad (2.22)$$

Con base en ello, se considera inicialmente el comportamiento del sistema libre ( $u = 0$ ), para lo cual se realizó simulación numérica en MATLAB® para las trayectorias de posición y velocidad mostradas en las Figs. 2.2(a) y 2.2(b), respectivamente, en las cuales se observa el comportamiento oscilatorio permanente propio de un sistema no amortiguado. Asimismo, se verifica en la Fig. 2.2(c) un valor constante de  $4 [J]$  para la energía del sistema, consecuencia de la conservatividad (no disipatividad) del modelo. Esta energía total, corresponde a la superposición de las energías potencial del resorte y cinética de la masa:

$$E = E_C + E_P = \frac{1}{2}kx_1^2 + \frac{1}{2}mx_2^2. \quad (2.23)$$

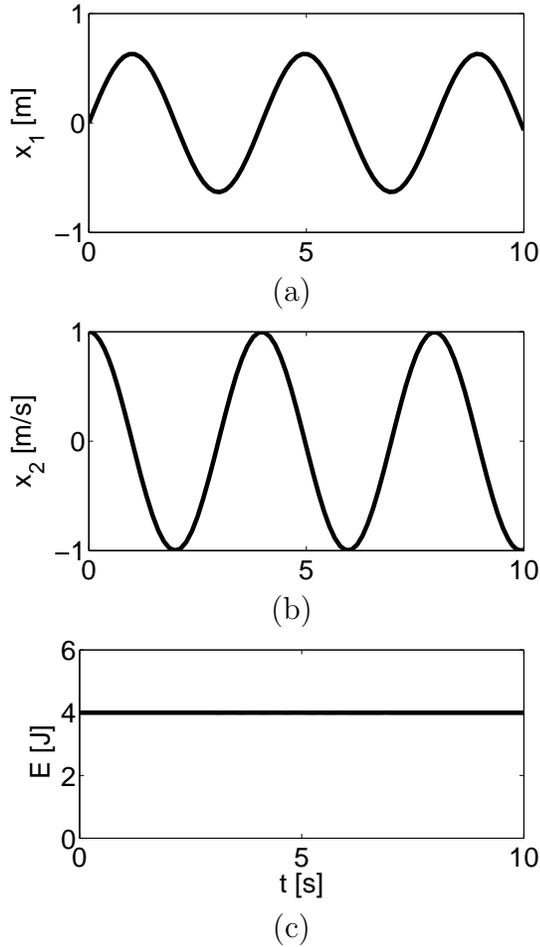


Figura 2.2: Resultados de simulación para sistema MRA sin forzante: (a) Posición en función del tiempo, (b) Velocidad en función del tiempo, (c) Energía en función del tiempo.

En este punto, es posible formularse la siguiente pregunta: ¿Cuál es el valor de  $u$  que debe ser aplicado para frenar de manera instantánea la masa en  $x = 0$ ?

La respuesta para dicho interrogante implica la eliminación (instantánea) de la energía acumulada en el sistema. En otras palabras,  $u(t)$  será una fuerza que compense la energía cinética de la masa, obtenida a partir de consideraciones físicas fundamentales como

$$u(t) = \frac{\frac{1}{2}mx_2^2}{x_1}. \quad (2.24)$$

En la Fig. 2.3 se muestra el efecto del cambio para la dinámica del sistema, pasando de un modo sin forzante a un modo forzado en  $t = 10$  [s] empleando (2.24).

Como se observa, la masa converge rápidamente hacia la posición de equilibrio en  $(x_1, x_2) = (0, 0)$ . También se observa de la misma Figura el cambio hacia cero para la energía acumulada, influenciado por la forzante.

Por tanto, una nueva pregunta que surge es la siguiente: ¿Es posible calcular  $u(t)$  de manera alternativa, tal que se emplee a lo sumo la misma cantidad de energía (esfuerzo de control) para realizar el mismo trabajo (objetivo de control)?

La respuesta para este nuevo interrogante se resuelve formulando un problema de control óptimo. Para ello, considere el funcional de costo cuadrático (2.12) para  $\mathbf{x}(T) = [0 \ 0]^T$ , dado por

$$J = \int_0^\infty \left( \frac{1}{2} 10 x_2^2 + \frac{1}{2} \mathbf{R} \| u \|^2 \right) dt$$

tras seleccionar  $\mathbf{Q} = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 10 \end{bmatrix}$  y  $\mathbf{R} = 0.1$ .

Para hallar  $\mathbf{P}$  se resuelve la ecuación algebraica de Ricatti (2.20), obteniendo:

$$\mathbf{P} = \begin{bmatrix} k & 0 \\ 0 & m \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 20.0000 & 0.0000 \\ 0.0000 & 8.0000 \end{bmatrix},$$

con lo cual la función de Lyapunov calculada a partir de (2.15) replica la energía del sistema dada en (2.23).

Asimismo, es posible resolver la ganancia óptima de realimentación de estados a partir de (2.19) como

$$\mathbf{K} = [0 \ 10]$$

y la correspondiente ley óptima de control en (2.18), para obtener

$$u^* = -10 x_2 \tag{2.25}$$

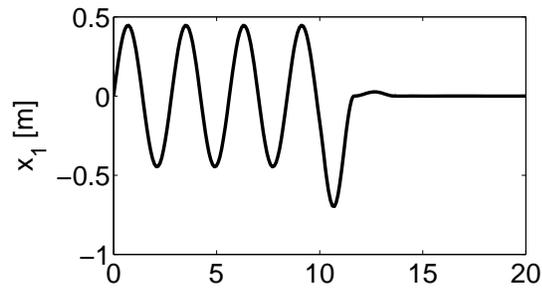
resultado que sugiere un esfuerzo de control a manera de término de disipación energética (amortiguamiento) en el sistema. Más aún, el coeficiente constante de  $u^*$  es un parámetro de amortiguamiento viscoso óptimo, relacionado con la potencia entregada por el control para moldear el comportamiento energético del sistema.

La Fig. 2.4 presenta resultados equivalentes a los previamente ilustrados en la Fig. 2.3, esta vez para la acción de control óptimo LQR. Como se observa, también se obtiene una convergencia de las variables de estado hacia cero, en este caso de modo altamente amortiguado. En el caso de la energía se nota una tendencia hacia cero que sin embargo, se encuentra más dispersa en el tiempo.

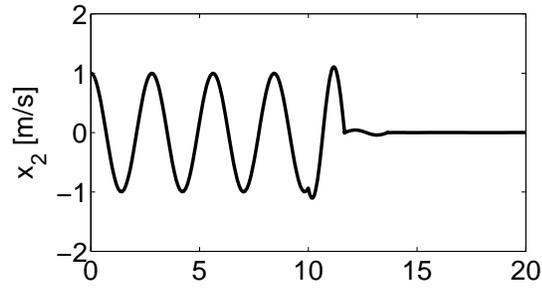
Las señales de control para los dos casos analizados se muestran en la Fig. 2.5. De este contraste se concluye que la fuerza dada en (2.24) aplica un mayor esfuerzo en menos tiempo, para lograr compensar el movimiento de la masa. De otro lado la ley de óptima de control, distribuye este esfuerzo en un mayor intervalo de tiempo.

En términos del funcional de costo (2.12), la Fig. 2.6 superpone el cálculo correspondiente para ambas leyes de control, permitiendo verificar la optimalidad de la ley dada en (2.25) tras alcanzar un menor valor para  $J$  en el tiempo. Asimismo es importante notar que su valor tiende en el estado estacionario al resultado esperado a partir de la teoría, dado por:

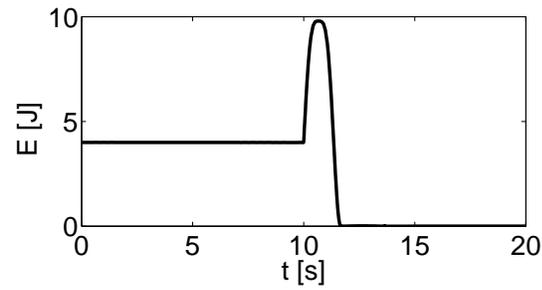
$$V(0) = \frac{1}{2} \mathbf{x}^T(0) \mathbf{P} \mathbf{x}(0) = 4.0.$$



(a)



(b)



(c)

Figura 2.3: Resultados de simulación para sistema MRA forzado calculado teóricamente: (a) Posición en función del tiempo, (b) Velocidad en función del tiempo, (c) Energía en función del tiempo.

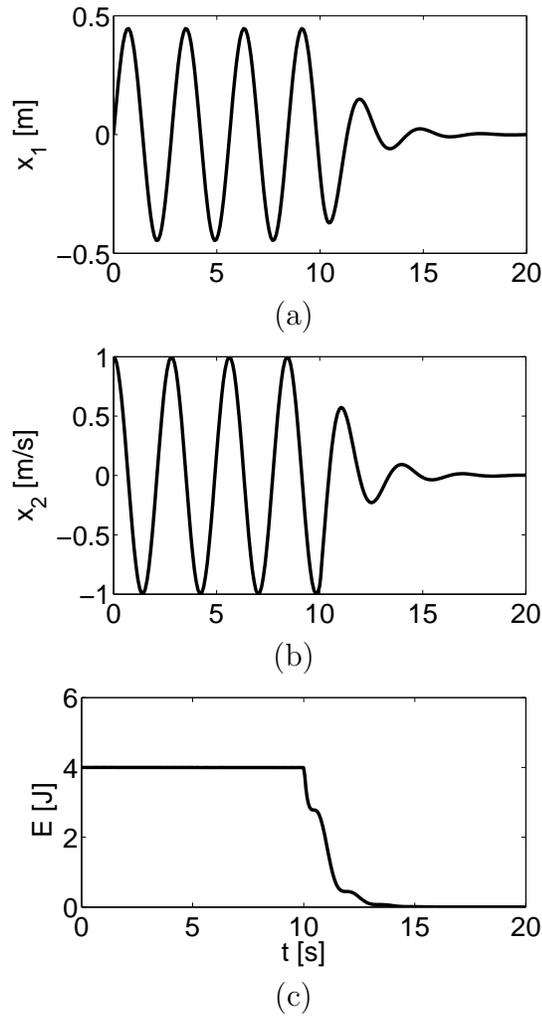


Figura 2.4: Resultados de simulación para sistema MRA con forzante óptima LQR: (a) Posición en función del tiempo, (b) Velocidad en función del tiempo, (c) Energía en función del tiempo.

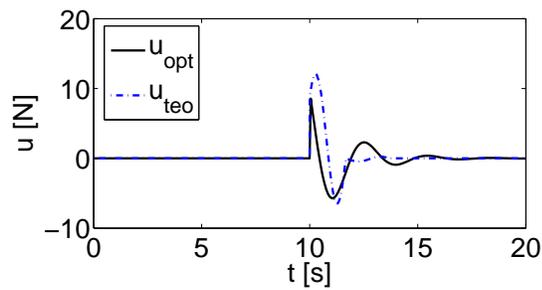


Figura 2.5: Forzante  $u(t)$  para estrategias de control simuladas.

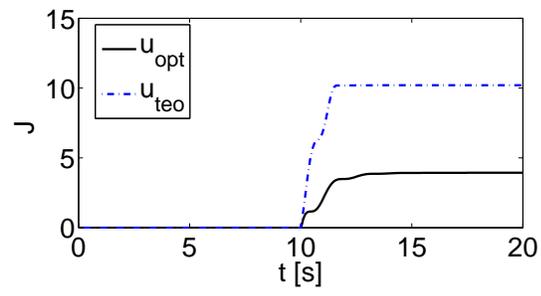


Figura 2.6: Funcional de costo  $J$  para estrategias de control simuladas.

## CAPÍTULO 3

### CONTROL ÓPTIMO INVERSO PARA UN CONVERTIDOR ELEVADOR

Los convertidores electrónicos de potencia son dispositivos con amplio uso en aplicaciones que van desde fuentes de alimentación reguladas, cargadores de batería y variadores de frecuencia para máquinas eléctricas, hasta etapas de potencia en vehículos eléctricos y sistemas de interconexión en plantas de energía renovable. Los convertidores de potencia regulan la transferencia de potencia con un alto rendimiento, a partir del control adecuado del disparo y bloqueo de dispositivos semiconductores (transistores-diodos), cumpliendo con condiciones de tensión y corriente nominales requeridas [23].

En múltiples casos prácticos, se requiere regular la salida de tensión del convertidor para que alcance un valor deseado aún ante la presencia de variaciones en voltajes de suministro y corrientes de carga. En la literatura técnica, se encuentra que una forma típica de realizar este control de regulación es a través de la modificación del ciclo útil de una señal modulada en ancho de pulso (PWM -*en inglés Pulse Width Modulation*). En general, esta regulación se logra cambiando el patrón de conmutación de los dispositivos electrónicos asociados al circuito convertidor. Entre las alternativas estudiadas para el control de un convertidor de potencia pueden listarse soluciones clásicas tradicionales incluyendo controladores convencionales (de pequeña señal) de tipo PI, PID y compensadores en el dominio de la frecuencia [19, 29]. También, se destacan técnicas no lineales (de gran señal) como el control por modos deslizantes, de linealización por retroalimentación de estados, de linealización por retroalimentación de entrada-salida, control basado en pasividad, control por realimentación de la salida pasiva de la dinámica exacta del error de seguimiento y control inteligente [18, 63, 72]. Asimismo, si se desea satisfacer (minimizar) un funcional de costo determinado, como bien pueden ser las pérdidas energéticas del sistema, es apropiado aplicar técnicas de control óptimo.

Sin embargo, en un problema de control óptimo convencional existe una alta complejidad asociada a la determinación formal (i.e. que exista y que sea estable) para la ley de control óptima, la cual depende de las condiciones particulares del problema en

consideración. Más aún, en términos matemáticos esta clase de problemas implican obtener soluciones analíticas para la ecuación diferencial parcial denominada ecuación de Hamilton Jacobi Bellman (HJB). Debido a esto, el enfoque de control óptimo inverso aparece como una alternativa que evita la solución de la ecuación HJB, partiendo del conocimiento de una función de control de Lyapunov, la cual convierte la ley de control en una forma explícita para construir el funcional de costo a minimizar [56]. Entre los principales resultados referidos al control óptimo inverso en aplicaciones de ingeniería se pueden citar [2, 45]. Particularmente, para el caso de regulación de circuitos convertidores de potencia se destacan los trabajos [36, 44, 54].

Al respecto, es importante mencionar que como todo control basado en el análisis de Lyapunov, uno de los elementos fundamentales para el diseño de un controlador óptimo inverso lo constituye la elección de la matriz de ponderación, a partir de la cual se propone la función de energía que garantiza las condiciones de estabilidad. Algunos trabajos reportados en la literatura sugieren elecciones poco precisas respecto a este parámetro o emplean métodos heurísticos para su cálculo [36, 53].

Por tanto, el presente capítulo muestra como principal aporte un criterio basado en consideraciones físicas, y más aún energéticas, para la selección de la matriz de ponderación a partir de la cual se plantea una ley de control óptimo inverso. Como caso de aplicación se considera la regulación de tensión a la salida de un circuito convertidor de potencia elevador.

### 3.1 PROBLEMA DE CONTROL ÓPTIMO INVERSO

Considere el sistema dinámico en tiempo continuo:

$$\dot{z}(t) = f(z(t)) + g(z(t))\nu(t), \quad z_o = z(0), \quad (3.1)$$

donde  $z(t) = x(t) - \bar{x}$ ,  $z \in \mathbb{R}^n$  es la variable de error,  $x(t)$  es el vector de estado,  $\bar{x}$  los valores deseados de  $x$ ,  $\nu(t) = u(t) - \bar{u}$ ,  $\nu \in \mathbb{R}^m$  es el error de control,  $u(t)$  es el vector de entradas de control y  $\bar{u}$  los valores deseados de  $u$ . Asimismo,  $f : \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}^n$  y  $g : \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}^{n \times m}$  son funciones no lineales del estado. A partir de ello, un problema de control óptimo para este sistema se define como la manera de encontrar una ley de control óptima  $\nu = \nu^*$ , que permita minimizar (o maximizar) el índice de desempeño dado por:

$$J = \int_0^{\infty} (l(z(t)) + \nu^T(t)\mathbf{R}(z(t))\nu(t))dt, \quad (3.2)$$

donde  $l(z(t)) \geq 0$  representa la ponderación del error y  $\mathbf{R}(z(t)) > 0$  es el esfuerzo de la ley de control. Para hallar esta ley de control óptima  $\nu^*$ , es condición suficiente el siguiente teorema tomado de [56] - Sección 3.3.1 - pág. 91:

**Teorema 3.1.1 (Optimalidad y estabilidad).** *Suponga que existe una función semidefinida positiva  $V(z)$  en  $C^1$ , que satisface la ecuación de Hamilton Jacobi Bellman (HJB):*

$$l(z) + \frac{\partial V^T}{\partial z} f(z) - \frac{1}{4} \frac{\partial V^T}{\partial z} g(z) \mathbf{R}^{-1}(z) g^T(z) \frac{\partial V}{\partial z} = 0, \quad (3.3)$$

para  $V(0) = 0$  y tal que la ley de control de retroalimentación

$$\nu^* = -k(z) = -\frac{1}{2} \mathbf{R}^{-1}(z) g^T(z) \frac{\partial V}{\partial z} \quad (3.4)$$

obtiene estabilidad asintótica para el equilibrio en el origen. Entonces,  $\nu^*$  es el control óptimo estabilizante que minimiza el funcional de costo (3.2) para cualquier  $\nu(t)$ , garantizando  $\lim_{t \rightarrow \infty} z(t) = 0$  y siendo  $V(z)$  la función de valor óptimo.

*Demostración.* La prueba para este teorema puede ser consultada en [56] y por tanto se omite. □

Así, para resolver el problema de control óptimo se hace necesario determinar la función  $V(z)$  que resuelve la expresión HJB en (3.3). En general, la solución explícita para dicha ecuación no es un problema trivial. Sólo en algunos casos simples como el regulador cuadrático lineal (LQR) es posible derivar resultados analíticos precisos.

Por tanto, como una alternativa para encontrar la ley de control óptima estabilizante sin necesidad de resolver la correspondiente ecuación HJB, se propone el denominado *Control Óptimo Inverso*. En este enfoque se establece a priori una ley de control para el problema y a posteriori se calcula el funcional de costo que dicha ley de control minimiza, siendo formalizado a partir de la siguiente definición adaptada de [56] - Sección 3.5.1 - pág. 108:

**Definición 3.1.1 (Controlador óptimo inverso (globalmente) estabilizante).**

*La ley de control  $\nu^*$  es óptima inversa (globalmente) estabilizante para el sistema (3.1), si:*

- (i) *permite obtener estabilidad asintótica global del equilibrio en el origen para el sistema (3.1), y*
- (ii) *es de la forma (3.4) para una función  $V(z)$  positiva semidefinida,  $C^1$  y radialmente ilimitada, tal que:*

$$\dot{V}|_{\nu=\frac{1}{2}\nu^*(z)} = \frac{\partial V^T}{\partial z} f(z) + \frac{1}{2} \frac{\partial V^T}{\partial z} g(z) \nu^* \leq 0. \quad (3.5)$$

□

Por tanto, asumiendo para  $V(z)$  la siguiente forma cuadrática:

$$V(z) = \frac{1}{2}z^T \mathbf{P}z \quad (3.6)$$

con  $\mathbf{P} = \mathbf{P}^T > 0$ , se define a partir de (3.4) la ley de control óptimo estabilizante:

$$\begin{aligned} \nu^* &= -\frac{1}{4}\mathbf{R}^{-1}(z)g^T(z)\frac{\partial(z^T \mathbf{P}z)}{\partial z} \\ &= -\frac{1}{2}\mathbf{R}^{-1}(z)g^T(z)\mathbf{P}z \end{aligned} \quad (3.7)$$

para  $\mathbf{R}(z) = \mathbf{R}^T(z) > 0$ .

Luego, con base en (3.5) y (3.7) la función  $\dot{V}$  debe satisfacer:

$$\dot{V} = \frac{\partial V^T}{\partial z} f(z) - \frac{1}{4} \frac{\partial V^T}{\partial z} g(z)\mathbf{R}^{-1}(z)g^T(z)\mathbf{P}z \leq 0, \quad (3.8)$$

permitiendo definir para  $l(z)$  la siguiente expresión:

$$l(z) = -\dot{V} = -\frac{\partial V^T}{\partial z} f(z) + \frac{1}{4} \frac{\partial V^T}{\partial z} g(z)\mathbf{R}^{-1}(z)g^T(z)\mathbf{P}z \quad (3.9)$$

que constituye una solución para (es decir, anula) la ecuación HJB en (3.3).

En resumen, el problema de control óptimo inverso consiste en que a partir de la definición de la ley de control óptimo (3.7), la cual a su vez depende de la función  $V(z)$  propuesta en (3.6), el funcional de costo (3.2) se minimiza siempre que  $l(z)$  corresponda con (3.9).

Para ilustrar el diseño de una ley de control óptimo inverso en un sistema no lineal, se realizará regulación de la tensión de salida de un circuito convertidor de potencia elevador.

### 3.2 REGULACIÓN ÓPTIMA DE UN CONVERTIDOR ELEVADOR

El diagrama esquemático de un convertidor de potencia CC-CC tipo elevador se muestra en la Fig.3.1. Este convertidor, amplifica la tensión de entrada  $E$  constante por un factor escalar relacionado con el ciclo útil  $D$ . Para obtener el modelo matemático que describe la dinámica del convertidor elevador en modo de conducción continua, se aplican las leyes de Kirchoff sobre el circuito resultante tras posicionar el interruptor en modo de encendido o apagado. En adelante, estos modos de conmutación serán representados mediante la variable de control  $U$ .

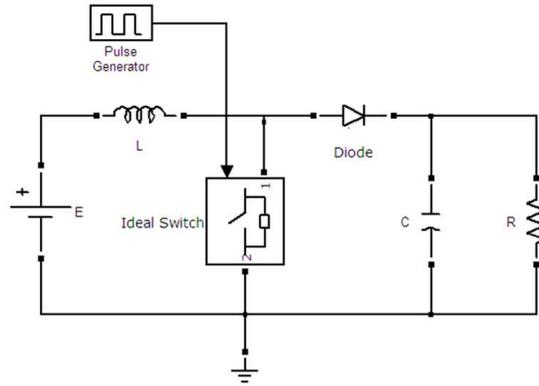


Figura 3.1: Esquema del convertidor elevador con un conmutador ideal.

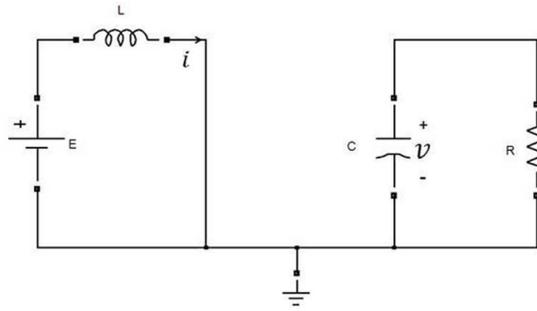


Figura 3.2: Esquema del convertidor elevador en modo de no conducción.

Inicialmente, se considera el modo de no conducción para el diodo ( $U = 1$ ). La topología correspondiente se muestra en la Fig.3.2. A partir de ello, se obtiene el sistema de ecuaciones diferenciales dado por:

$$\begin{aligned} L \frac{di}{dt} &= E \\ C \frac{dv}{dt} &= -\frac{v}{R}, \end{aligned} \tag{3.10}$$

donde  $i$  representa la corriente que pasa por el inductor y  $v$  es la tensión en el capacitor. Asimismo los parámetros  $R$ ,  $L$ ,  $C$  y  $E$  corresponden respectivamente con los valores de resistencia, inductancia, capacitancia y tensión de entrada constante para el circuito.

Una segunda topología de circuito, corresponde al modo de conducción para el diodo ( $U = 0$ ), la cual se muestra en la Fig.3.3. El sistema de ecuaciones diferenciales

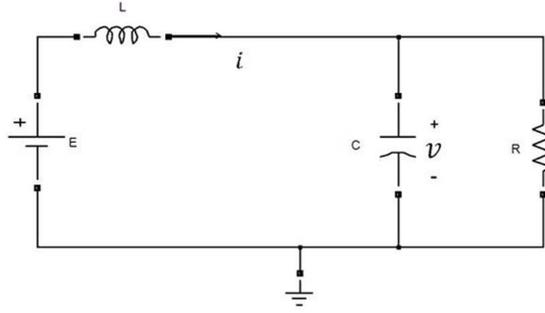


Figura 3.3: Esquema del convertidor elevador en modo de conducción.

que describe este modo de operación, está dado por:

$$\begin{aligned} L \frac{di}{dt} &= E - v \\ C \frac{dv}{dt} &= i - \frac{v}{R}, \end{aligned} \quad (3.11)$$

Posteriormente, tras combinar las ecuaciones (3.10) y (3.11), se puede obtener el modelo del sistema unificado incorporando la acción de control  $U$  de la manera presentada en la ecuación (3.12), donde se definen como variables de estado a la corriente en el inductor  $x_1 = i(t)$  y a la tensión en el capacitor  $x_2 = v(t)$  siendo  $U \in \{0, 1\}$  la acción de control en el conmutador.

$$\begin{aligned} L \frac{di}{dt} &= E - (1 - U)v \\ C \frac{dv}{dt} &= (1 - U)i - \frac{v}{R} \end{aligned} \quad (3.12)$$

Luego, tras suponer operación a una frecuencia de conmutación suficientemente alta, se puede aproximar el sistema (3.12) al modelo promediado del convertidor, dado por:

$$\begin{aligned} \dot{x}_1 &= \frac{E}{L} - \frac{(1 - u)x_2}{L} \\ \dot{x}_2 &= \frac{(1 - u)x_1}{C} - \frac{x_2}{RC}, \end{aligned} \quad (3.13)$$

donde  $x_1 = i(t)$ ,  $x_2 = v(t)$  son los estados del sistema,  $u$  admite valores en  $[0, 1]$  y se define el ciclo útil  $D = 1 - u$ . Ahora bien, debido a la naturaleza de fase no mínima del sistema cuando se escoge como salida la tensión del capacitor, se debe realizar una regulación indirecta de esta variable a través de la corriente, tomando como salida:

$$y = x_1. \quad (3.14)$$

Cuando la tensión de salida es constante, la relación existente entre la corriente del inductor y la tensión en el capacitor se puede encontrar a través de los puntos de equilibrio del sistema, definidos mediante:

$$\bar{x}_2 = V_d; \quad \bar{u} = 1 - \frac{E}{\bar{x}_2}; \quad \bar{x}_1 = \frac{\bar{x}_2^2}{ER}, \quad (3.15)$$

siendo  $V_d$  la tensión de salida deseada y  $\{\bar{u}, \bar{x}_1, \bar{x}_2\}$  los valores en estado estable para  $\{u, x_1, x_2\}$ .

### 3.2.1 Cálculo para la ley de control óptimo inverso

A partir de (3.13), la dinámica de los estados deseados del sistema puede expresarse como:

$$\begin{aligned} \dot{\bar{x}}_1 &= \frac{E}{L} - \frac{(1 - \bar{u})\bar{x}_2}{L} \\ \dot{\bar{x}}_2 &= \frac{(1 - \bar{u})\bar{x}_1}{C} - \frac{\bar{x}_2}{RC}, \end{aligned} \quad (3.16)$$

y por tanto, la dinámica del error  $z = x - \bar{x}$  corresponde con:

$$\begin{aligned} \dot{z}_1 &= \dot{x}_1 - \dot{\bar{x}}_1 \\ &= -\frac{(1 - u)x_2}{L} + \frac{(1 - \bar{u})\bar{x}_2}{L} \\ &= \frac{-x_2 + x_2u + \bar{x}_2 - \bar{x}_2\bar{u} + (\bar{x}_2u - \bar{x}_2u)}{L} \\ &= \frac{-x_2(1 - u) + \bar{x}_2(1 - u) - \bar{x}_2\bar{u} + \bar{x}_2u}{L} \\ &= \frac{-(1 - u)(x_2 - \bar{x}_2) + \bar{x}_2(u - \bar{u})}{L} \\ &= -(1 - u)\frac{z_2}{L} + \frac{\bar{x}_2}{L}\nu; \end{aligned} \quad (3.17)$$

$$\begin{aligned} \dot{z}_2 &= \dot{x}_2 - \dot{\bar{x}}_2 \\ &= \frac{(1 - u)x_1}{C} - \frac{x_2}{RC} - \frac{(1 - \bar{u})\bar{x}_1}{C} + \frac{\bar{x}_2}{RC} \\ &= \frac{x_1 - x_1u - \bar{x}_1 + \bar{x}_1\bar{u} + (\bar{x}_1u - \bar{x}_1u)}{C} - \frac{1}{RC}(x_2 - \bar{x}_2) \\ &= \frac{x_1(1 - u) - \bar{x}_1(1 - u) + \bar{x}_1\bar{u} - \bar{x}_1u}{C} - \frac{1}{RC}(x_2 - \bar{x}_2) \\ &= \frac{(1 - u)(x_1 - \bar{x}_1) - \bar{x}_1(u - \bar{u})}{C} - \frac{1}{RC}(x_2 - \bar{x}_2) \\ &= (1 - u)\frac{z_1}{C} - \frac{\bar{x}_1}{C}\nu - \frac{z_2}{RC}. \end{aligned} \quad (3.18)$$

De otro lado, definiendo:

$$g(z) = \begin{bmatrix} g_1(z) \\ g_2(z) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{1}{L}\bar{x}_2 \\ -\frac{1}{C}\bar{x}_1 \end{bmatrix},$$

$$\mathbf{P} = \begin{bmatrix} p_{11} & 0 \\ 0 & p_{22} \end{bmatrix}$$

se obtiene a partir de (3.7) la siguiente expresión para el ciclo útil de PWM, que resuelve de manera óptima el problema de regulación de tensión a la salida del circuito convertidor elevador:

$$\nu^* = -\frac{1}{2\mathbf{R}}(g_1(z)p_{11}z_1 + g_2(z)p_{22}z_2). \quad (3.19)$$

Un análisis detallado para esta última expresión permite notar que siendo  $\nu^*$  adimensional, se hace necesario ajustar las unidades de los elementos en dicha suma de productos de manera tal, que la combinación de sus magnitudes físicas satisfaga esa restricción.

Así entonces, siendo  $z_1$  una cantidad dada en *amperes* y  $g_1$  en *voltios/henrios*, la magnitud apropiada para  $\frac{1}{2\mathbf{R}}p_{11}$  será *henrios/vatios*.

Un razonamiento similar permite identificar que siendo  $z_2$  expresado en *voltios* y  $g_2$  en *amperios/faradios*, la magnitud apropiada para  $\frac{1}{2\mathbf{R}}p_{22}$  será *faradios/vatios*.

Por tanto, siendo  $\frac{1}{2\mathbf{R}}$  un término común relacionando unidades del denominador para ambas expresiones, se puede concluir que las unidades para  $\mathbf{R}$  deberán ser de potencia en *vatios* (con valor seleccionado como una constante ajustable según se requiera para penalizar el peso de la señal  $\nu(t)$  en el funcional de costo (3.2)), mientras que los elementos de la matriz  $\mathbf{P}$  pueden ser seleccionados como:

$$\mathbf{P} = \begin{bmatrix} L & 0 \\ 0 & C \end{bmatrix}, \quad (3.20)$$

permitiendo constituir a partir de (3.6) la función de Lyapunov:

$$V(z) = \frac{1}{2}(Lz_1^2 + Cz_2^2) \quad (3.21)$$

que expresa la energía total en los elementos almacenadores del circuito.

Ahora bien, considerando que  $\nu^*$  es una desviación del valor nominal de ciclo útil  $\bar{u}$ , la señal de control  $u$  para el circuito convertidor de potencia, es:

$$\begin{aligned} u &= \bar{u} + \nu^* \\ &= \bar{u} - \frac{1}{2\mathbf{R}} (x_1\bar{x}_2 - x_2\bar{x}_1) \\ &= 1 - \frac{E}{V_d} - \frac{1}{2\mathbf{R}} \left( x_1 V_d - x_2 \frac{V_d^2}{ER} \right), \end{aligned} \quad (3.22)$$

tras reemplazar los resultados de (3.15).

De esta manera, el funcional de costo minimizado por la ley de control óptima puede calcularse reemplazando (3.19) y (3.9) en (3.2).

A partir de ello se obtiene:

$$\begin{aligned} l(z) &= -\dot{V} \\ &= -\frac{1}{2} (2Lz_1\dot{z}_1 + 2Cz_2\dot{z}_2) \\ &= -Lz_1 \left( -(1-u)\frac{z_2}{L} + \frac{\bar{x}_2}{L}\nu \right) - Cz_2 \left( (1-u)\frac{z_1}{C} - \frac{\bar{x}_1}{C}\nu - \frac{z_2}{RC} \right) \\ &= z_1z_2(1-u) - z_1\bar{x}_2\nu - z_1z_2(1-u) + z_2\bar{x}_1\nu + \frac{z_2^2}{R} \\ &= -(z_1\bar{x}_2 - z_2\bar{x}_1)\nu + \frac{z_2^2}{R} \\ &= -(z_1\bar{x}_2 - z_2\bar{x}_1)\frac{1}{2}\nu^* + \frac{z_2^2}{R} \\ &= -(z_1\bar{x}_2 - z_2\bar{x}_1)\frac{1}{2} \left( -\frac{1}{2\mathbf{R}} (z_1\bar{x}_2 - z_2\bar{x}_1) \right) + \frac{z_2^2}{R} \\ &= \frac{1}{4}\mathbf{R}^{-1} (z_1\bar{x}_2 - z_2\bar{x}_1)^2 + \frac{z_2^2}{R}; \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} (\nu^*)^T \mathbf{R} \nu^* &= \left( -\frac{1}{2\mathbf{R}} (z_1\bar{x}_2 - z_2\bar{x}_1) \right)^T \mathbf{R} \left( -\frac{1}{2\mathbf{R}} (z_1\bar{x}_2 - z_2\bar{x}_1) \right) \\ &= \left( -\frac{1}{2\mathbf{R}} (z_1\bar{x}_2 - z_2\bar{x}_1) \right)^T \left( -\frac{1}{2} (z_1\bar{x}_2 - z_2\bar{x}_1) \right) \\ &= \frac{1}{4}\mathbf{R}^{-1} (z_1\bar{x}_2 - z_2\bar{x}_1)^2, \end{aligned}$$

y por tanto:

$$\begin{aligned} J &= \int_0^\infty (l(z(t)) + (\nu^*(t))^T \mathbf{R} (z(t)) \nu^*(t)) dt \\ &= \int_0^\infty \left( \frac{z_2^2}{R} + \frac{1}{2}\mathbf{R}^{-1} (z_1\bar{x}_2 - z_2\bar{x}_1)^2 \right) dt. \end{aligned} \quad (3.23)$$

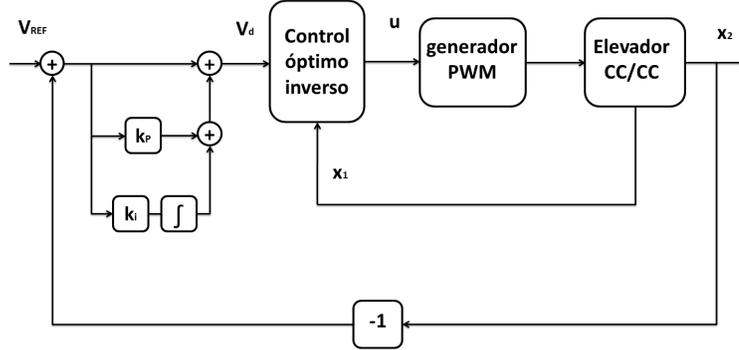


Figura 3.4: Ilustración de lazo externo para cálculo dinámico de referencia  $V_d$ .

Este funcional de costo así constituido, muestra que el sistema controlado por la ley óptima  $\nu^*$  en (3.19) minimiza la energía del error de voltaje en la resistencia de carga  $R$  (la energía es la integral de la potencia) a través de la influencia de un término dependiente del cambio cuadrático medio de potencia en la fuente, ponderado por  $\mathbf{R}^{-1}$ .

### 3.2.2 Robustez del control óptimo

A partir de (3.22), es evidente cómo la ley de control óptimo propuesta depende de valores nominales del circuito convertidor de potencia. Por tanto, con el objetivo de asegurar un desempeño favorable del control ante variaciones paramétricas o perturbaciones, es necesario adicionar un lazo externo que permita recalcular de manera dinámica el valor de  $V_d$ , tal y como se ilustra en la Fig. 3.4. Este lazo de control, se construye como una desviación del valor de referencia deseado para la salida de tensión  $V_{REF}$ , de manera tal que ante condiciones nominales  $V_{REF} = V_d$  y en estado estacionario  $x_2 = V_{REF}$ . En (3.24), se propone una acción PI para dicha desviación, como una manera de proporcionar robustez a la estrategia de control óptimo formulada.

$$V_d = V_{REF} + k_p(x_2 - V_{REF}) + k_i \int (x_2 - V_{REF}) dt \quad (3.24)$$

## 3.3 SIMULACIÓN DEL CONTROL ÓPTIMO INVERSO

En la Tabla 3.1, se incluyen los valores de parámetro calculados para un circuito convertidor de potencia CC-CC tipo elevador, sobre el cual se realizaron posteriores

simulaciones numéricas del comportamiento dinámico asociado empleando la librería *SimPowerSystems* de MATLAB®. El cálculo para los componentes del circuito se presenta en el Anexo A.

Tabla 3.1: Parámetros circuitales del convertidor elevador

Componente	Descripción	Valor
R	Resistencia de carga	100 $\Omega$
L	Inductor	1 $mH$
C	Capacitor	10 $\mu F$
E	Tensión de suministro	5 $VDC$
$V_{REF}$	Tensión de salida nominal	10 $VDC$
D	Ciclo útil nominal	50 %
f	Frecuencia de conmutación	20 $kHz$

De esta manera, la Fig. 3.5 permite observar los resultados de simulación para el circuito en lazo abierto sin control. A partir de ello, la tensión de salida presenta un comportamiento oscilatorio que se establece trascurridos 0.007 s en un valor ligeramente superior al deseado y con sobreimpulso cercano al 60 %. Posteriormente, tras aplicar una perturbación en la tensión de suministro  $E$  incrementada 20 % respecto a su valor nominal en 0.014 s, se observa como la tensión final se incrementa hacia alrededor de 12 V evidenciando la incapacidad del sistema para autoregularse. En el caso de la corriente del inductor, se experimenta un pico de aproximadamente 1 A con posteriores oscilaciones amortiguadas en tiempos similares a la respuesta de tensión.

Por su parte, la Fig. 3.6 presenta resultados para el sistema controlado en lazo cerrado considerando dos tipos distintos de control: una estrategia proporcional con corrección integral [34] (según diagrama de la Fig. 3.7 con valores de ganancia  $k_1 = 40$  y  $k_2 = 5000$ , ajustados de manera empírica para máximo desempeño dinámico) y el control óptimo inverso (3.22) con  $\mathbf{R} = 2$  vatios y referencia ajustable según (3.24). Como se observa, en ambos casos el comportamiento transitorio es ostensiblemente mejorado en comparación con el lazo abierto, reduciendo oscilaciones, sobreimpulso y tiempo de establecimiento. También es importante la atenuación obtenida en el efecto de la perturbación por parte de los dos controladores. Sin embargo, el controlador proporcional presenta un asentamiento más lento y mayor amplificación del pico de perturbación, con respecto al controlador óptimo inverso. Otro aspecto interesante se visualiza en el comportamiento de la señal de control, la cual alcanza niveles altos para los dos controladores en un modo oscilatorio, lo cual eventualmente ayuda a reducir más rápidamente el error hacia cero.

De otro lado, el resultado que representa la mayor relevancia en el presente análisis se da a partir de la reproducción del comportamiento temporal de la función de costo

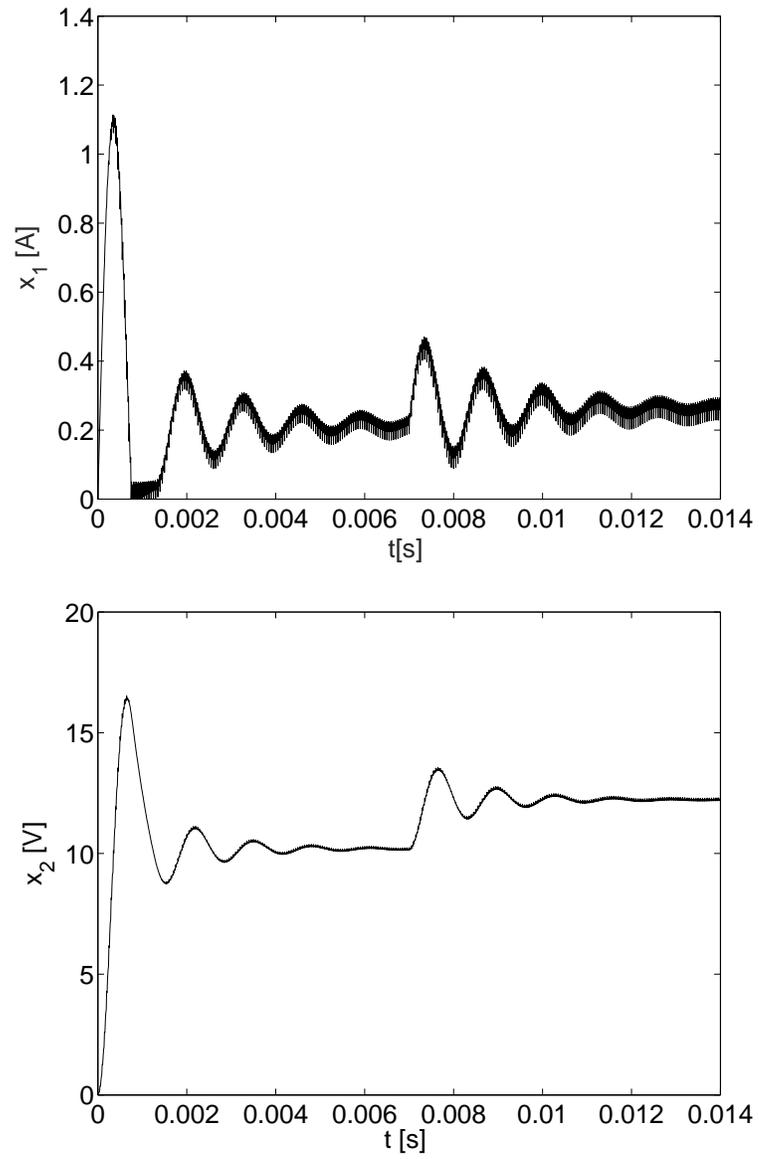


Figura 3.5: Tensión de salida y corriente de inductor en lazo abierto, sin control, para el circuito convertidor de potencia.

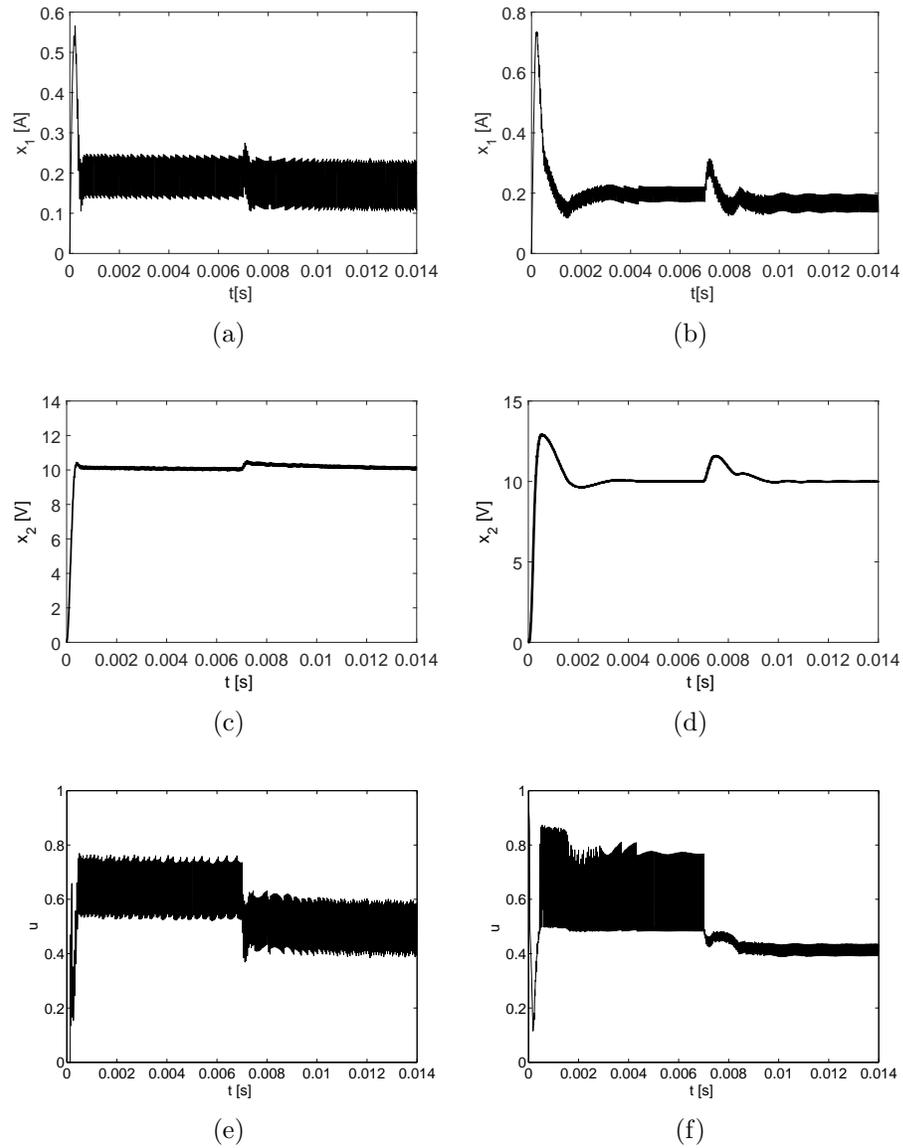


Figura 3.6: Simulación para el sistema controlado con perturbación en la tensión de suministro  $E$ , considerando los casos de control óptimo inverso ((a), (c) y (e)) y control proporcional con corrección integral ((b), (d) y (f)).

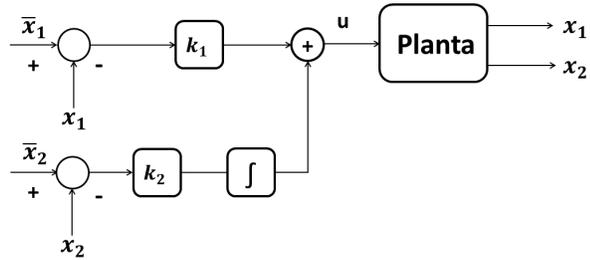


Figura 3.7: Ilustración para ley de control proporcional al error de corriente e integral al error de tensión, implementada para efectos de comparación.

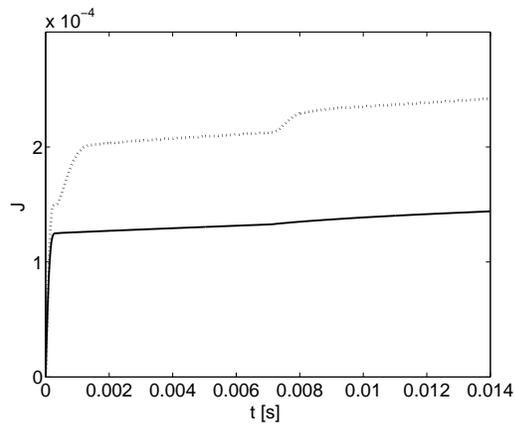


Figura 3.8: Funcional de costo calculado para estrategias de control proporcional con corrección integral (línea punteada) y óptimo inverso (línea sólida).

para ambas estrategias de control, según se visualiza en la Fig. 3.8. A partir de ello, puede notarse como en ambos casos se parte de un valor diferente de cero, que se incrementa con una cierta pendiente. En el caso del controlador proporcional el valor inicial para  $J$  es mayor, significando en el tiempo un mayor costo energético asociado. Lo anterior, permite evidenciar que el controlador óptimo representa una solución más eficiente desde el punto de vista energético, que una estrategia convencional no desarrollada a partir de consideraciones de optimalidad.

## CAPÍTULO 4

# PASIVIDAD Y OPTIMALIDAD EN CONVERSIÓN DE ENERGÍA

Es posible documentar en la literatura técnicas de modelado y control para circuitos convertidores de potencia a partir de consideraciones de energía, como son los modelos de Euler-Lagrange [60], los sistemas hamiltonianos [20] y la teoría de pasividad. Esta última, es una propiedad fundamental de los sistemas dinámicos retroalimentados que tiene sus orígenes en la teoría de redes y se ocupa principalmente del intercambio de energía entre sistemas interconectados [77]. Existe una importante conexión entre pasividad y estabilidad [11, 24, 74], que permite desarrollar técnicas de control basado en pasividad (PBC - passivity-based control [43]) empleando funciones de Lyapunov.

La técnica PBC para convertidores de potencia CC-CC fue inicialmente propuesta por Sira-Ramírez en [62], siendo extremadamente sensible a cambios de carga. Versiones mejoradas de la técnica incluyen entre otros los trabajos: [61] que propone un PBC adaptativo; [52] IDA-PCB (Interconnection and damping assignment passivity-based control); [14, 27] PD-PBC (Parallel-Damped PBC) y [63] ETEDPOF (Exact Tracking Error Dynamics Passive Output Feedback). Complementos adicionales incorporan lazos externos para anular errores en estado estable [65, 79].

Adicionalmente, es posible conectar las propiedades de pasividad con la optimalidad de un sistema. Para sistemas lineales y el problema del regulador cuadrático lineal (LQR), R. E. Kalman propuso en [28] una relación para estos dos conceptos, la cual fue extendida para el problema del regulador óptimo no lineal en [42] y utilizada en [54, 56, 73] para el desarrollo de controladores no lineales. El presente Capítulo ilustra la relación entre la pasividad y la optimalidad para un convertidor de potencia CC-CC tipo elevador, considerando el caso de regulación para la tensión de salida del circuito.

## 4.1 PRELIMINARES MATEMÁTICOS

Considere el sistema dinámico

$$\begin{aligned} \dot{x} &= f(x, u) \\ y &= h(x, u) \end{aligned} \quad (4.1)$$

con vector de entrada  $u$  y vector de salida  $y$ , donde  $f : \mathbb{R}^n \times \mathbb{R}^m \rightarrow \mathbb{R}^n$  es Lipschitz localmente,  $h : \mathbb{R}^n \times \mathbb{R}^m \rightarrow \mathbb{R}^m$  es continua,  $f(0, 0) = 0$  y  $h(0, 0) = 0$ . Se asume que  $u : \mathbb{R}^+ \rightarrow \mathbb{R}^m$  pertenece a un conjunto  $U$  de funciones delimitadas en subintervalos acotados de  $\mathbb{R}^+$ . El sistema tiene el mismo número de entradas y salidas. Las siguientes definiciones, aplicadas sobre el sistema (4.1) son adaptaciones de las formulaciones presentadas en [30, 56]:

**Definición 4.1.1 (Disipatividad).** *Suponga que asociada al sistema (4.1) existe una función  $w : \mathbb{R}^n \times \mathbb{R}^m \rightarrow \mathbb{R}$ , conocida como función de suministro, la cual es localmente integrable para todo  $u \in U$ , es decir, satisface*

$$\int_{t_0}^{t_1} |w(u(t), y(t))| dt < \infty \quad \forall t_0 \leq t_1$$

y sea  $X$  un subconjunto conexo de  $\mathbb{R}^n$  que contiene el origen. Se dice que el sistema (4.1) es **disipativo** en  $X$  con función de suministro  $w(u, y)$  si existe una función  $S(x)$ ,  $S(0)=0$ , tal que para cada  $x \in X$  se verifica

$$S(x) \geq 0$$

y

$$S(x(t_1)) - S(x(t_0)) \leq \int_{t_0}^{t_1} w(u(t), y(t)) dt, \quad (4.2)$$

para todo  $u \in U$  tal que  $x(t) \in X \quad \forall t \in [t_0, t_1]$ , conocida como desigualdad de disipación. La función  $S(x)$  es denominada función de almacenamiento  $S : \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R} \geq 0$ . El sistema (4.1) con función de suministro  $w(u, y)$  se denomina **conservativo** si se cumple en (4.2) la relación de igualdad, para todo  $u \in U$  tal que  $x(t) \in X \quad \forall t \in [t_0, t_1]$ .

Si la función de almacenamiento  $S(x)$  es diferenciable, (4.2) se puede escribir alternativamente como

$$\dot{S}(x(t)) \leq w(u(t), y(t)). \quad (4.3)$$

□

**Definición 4.1.2 (Pasividad).** *El sistema (4.1) es **pasivo**, si es disipativo con respecto a la función de suministro  $w(u, y) = u^T y$ . Adicionalmente, puede denominarse:*

- *estrictamente pasivo respecto a la salida (**OSP**) si es disipativo con respecto a la función de suministro  $w(u, y) = u^T y - \sigma y^T y$ , donde  $\sigma > 0$ ;*
- *estrictamente pasivo respecto al estado (**SSP**) si es disipativo con respecto a la función de suministro  $w(u, y) = u^T y - \varepsilon \Psi(x)$ , donde  $\Psi(x)$  es una función definida positiva y  $\varepsilon > 0$ ;*
- *pasivo respecto a la salida realimentada (**OFP**) si es disipativo con respecto a la función de suministro  $w(u, y) = u^T y - \sigma y^T y$ , para todo  $\sigma \in \mathbb{R}$ .*

□

**Definición 4.1.3 (Estado-Cero Observable).** *El sistema (4.1) se dice de estado-cero observable (**ZSO**), si ninguna solución de  $\dot{x} = f(x, 0)$  aparte de la solución trivial, permanece en*

$$\mathbf{W} = \{ x \in \mathbb{R}^n \mid h(x, 0) = 0 \}.$$

□

**Teorema 4.1.1 (Estabilidad).** *Las siguientes afirmaciones son verdaderas para el sistema (4.1):*

- *el origen de  $\dot{x} = f(x, 0)$  es estable, si el sistema es pasivo para una función de almacenamiento definida positiva;*
- *si el sistema es OSP, entonces es de ganancia finita  $L_2$  estable;*
- *el origen de  $\dot{x} = f(x, 0)$  es asintóticamente estable, si el sistema es ZSO y OSP para una función de almacenamiento definida positiva o, SSP para una función de almacenamiento definida positiva.*

*Demostración.* La prueba para este teorema puede ser consultada en [30] y por tanto se omite.

□

#### 4.1.1 Ejemplo de ilustración

Considere el circuito RLC de la Fig. 4.1. Asumiendo como variables de estado del sistema a la corriente en el inductor  $i_L = x_1$  y a la tensión en el capacitor  $v_C = x_2$ , como entrada  $u = E$  y como salida  $y = i_L$ , se formula en (4.4) el modelo de circuito correspondiente con la forma general (4.1).

$$\begin{aligned} \dot{x} &= \begin{bmatrix} 0 & -1/L \\ 1/C & -1/RC \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 1/L \\ 0 \end{bmatrix} u \\ y &= \begin{bmatrix} 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix} + [0] u \end{aligned} \tag{4.4}$$

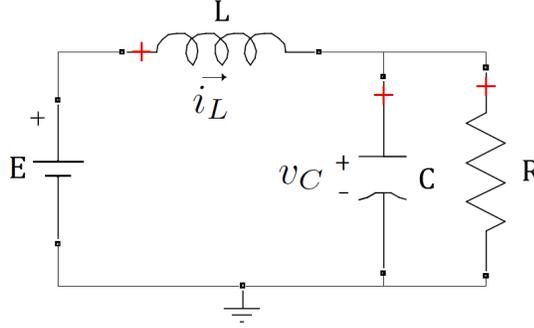


Figura 4.1: Circuito RLC.

Un análisis de la energía del sistema (es decir, la energía acumulada en el inductor más la energía acumulada en el capacitor), permite concluir que la energía total en el circuito es

$$S(x) = \frac{1}{2}Lx_1^2 + \frac{1}{2}Cx_2^2,$$

con derivada temporal dada por

$$\dot{S}(x) = Lx_1\dot{x}_1 + Cx_2\dot{x}_2 = uy - \frac{1}{R}x_2^2$$

y por tanto, definiendo como función de suministro a la forma bilineal  $w(u, y) = uy$ , se tiene

$$uy - \frac{1}{R}x_2^2 \leq w(u, y)$$

verificando a partir de la Definición 4.1.1 que el sistema (4.4) es disipativo para  $R > 0$ . De hecho, el sistema es conservativo si  $R \rightarrow \infty$ . Físicamente, la función de suministro  $w$  es la potencia eléctrica entregada por la fuente de tensión  $E$ .

De la Definición 4.1.2 el sistema es también pasivo y SSP con una función de almacenamiento  $S(x)$  definida positiva, demostrando que la potencia entregada por la fuente es siempre mayor al incremento de energía almacenada en el circuito, debido a la acción del elemento disipador  $R$ .

Asimismo, de la Definición 4.1.3 el sistema es ZSO y entonces con base en el Teorema 4.1.1 el origen de  $\dot{x} = f(x, 0)$  es asintóticamente estable. En la práctica, una desconexión de la fuente  $E$  hace que la energía almacenada en el capacitor y en el inductor sea disipada, llevando el estado del sistema a la condición de equilibrio en  $(x_1, x_2) = (0, 0)$ .

## 4.2 CONTROL BASADO EN PASIVIDAD

El objetivo principal de la técnica PBC es asegurar la estabilidad, empleando propiedades de pasividad a partir del intercambio energético entre los bloques del sistema controlado (planta + controlador). Por tanto, el controlador modifica la energía de la planta de forma que el sistema resultante tenga una función de almacenamiento con comportamiento disipativo y cumpla la estabilidad en el sentido de Lyapunov. A esta técnica también se le conoce como moldeo de energía [69].

El procedimiento para calcular una ley PBC (ver [61, 59, 66]) se enuncia como sigue:

- i. Represente el sistema en la forma generalizada de Hamilton:

$$\mathbf{A} \dot{x} = \mathbf{J}(u)x - \mathbf{D}x + \mathbf{B}u + \mathbf{E}$$

donde  $x \in \mathbb{R}^n$  es el vector de variables de estado;  $u \in \mathbb{R}^m$  es el vector de entradas;  $\mathbf{A} \in \mathbb{R}^{n \times n}$  es simétrica, definida positiva y contiene los elementos almacenadores de energía;  $\mathbf{B} \in \mathbb{R}^{n \times m}$  pondera el efecto del control en la dinámica del estado;  $\mathbf{D} \in \mathbb{R}^{n \times n}$  es semidefinida positiva y contiene los elementos que disipan energía;  $\mathbf{E} \in \mathbb{R}^n$  es el vector de fuerzas externas y  $\mathbf{J}(u) \in \mathbb{R}^{n \times n}$  es antisimétrica, definida como:

$$\mathbf{J}(u) := J_0 + \sum_{i=1}^m J_i u_i, \quad (4.5)$$

siendo  $\{J_0, J_i\}$  matrices antisimétricas constantes;

- ii. Determine la dinámica del estado deseado:

$$\mathbf{A} \dot{\bar{x}} = \mathbf{J}(\bar{u})\bar{x} - \mathbf{D}\bar{x} + \mathbf{B}\bar{u} + \mathbf{E}$$

siendo  $\bar{x}$  y  $\bar{u}$  los vectores deseados de estado y control, respectivamente;

- iii. Determine la dinámica del error de estado  $z = x - \bar{x}$ :

$$\mathbf{A} \dot{z} = \mathbf{J}(u)x - \mathbf{J}(\bar{u})\bar{x} - \mathbf{D}z + \mathbf{B}\nu \quad (4.6)$$

siendo  $\nu = u - \bar{u}$ ;

- iv. Defina como señal de control PBC

$$\nu = -\alpha \mathbf{\Gamma}^T z \quad (4.7)$$

siendo  $\alpha \in \mathbb{R}^{m \times m}$  una matriz constante, simétrica, definida positiva y

$$\mathbf{\Gamma} = [\mathbf{J}_1 \bar{x} + b_1, \mathbf{J}_2 \bar{x} + b_2, \dots, \mathbf{J}_m \bar{x} + b_m] \quad (4.8)$$

con  $b_i \forall i = 1, 2, \dots, m$  representando los vectores columna de  $\mathbf{B}$ ;

- v. Verifique la condición de acoplamiento

$$\mathbf{D} + \mathbf{\Gamma} \alpha \mathbf{\Gamma}^T > 0 \quad (4.9)$$

para convergencia (semi)global y asintótica del vector de error  $z$  hacia cero.

### 4.2.1 PBC para el convertidor elevador

Para ilustrar la metodología de diseño basado en pasividad, se determina la ley de control PBC para el circuito convertidor de potencia (3.13) empleando los resultados presentados en la Sección 3.2. En particular, se parte del numeral *iii* de la metodología a partir de las expresiones para la dinámica de error dadas en (3.17) y (3.18), presentadas en modo conveniente como sigue:

$$\begin{aligned} L\dot{z}_1 &= -(1-u)z_2 + \bar{x}_2\nu \\ C\dot{z}_2 &= (1-u)z_1 - \frac{z_2}{R} - \bar{x}_1\nu. \end{aligned} \quad (4.10)$$

Dichas expresiones pueden reescribirse a su vez en la forma matricial:

$$\begin{bmatrix} L & 0 \\ 0 & C \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{z}_1 \\ \dot{z}_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & -(1-u) \\ (1-u) & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} z_1 \\ z_2 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1/R \end{bmatrix} \begin{bmatrix} z_1 \\ z_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \bar{x}_2 \\ -\bar{x}_1 \end{bmatrix} \nu. \quad (4.11)$$

Ahora bien, para poder relacionar el resultado anterior con (4.6) es necesario realizar la manipulación siguiente:

$$\begin{aligned} \mathbf{A}\dot{z} &= \mathbf{J}(u)x - \mathbf{J}(\bar{u})\bar{x} - \mathbf{D}z + \mathbf{B}\nu \\ &= \mathbf{J}(u)x - \mathbf{J}(\bar{u})\bar{x} - \mathbf{D}z + \mathbf{B}\nu + (\mathbf{J}(u)\bar{x} - \mathbf{J}(\bar{u})\bar{x}) \\ &= \mathbf{J}(u)x - \mathbf{J}(u)\bar{x} + \mathbf{J}(u)\bar{x} - \mathbf{J}(\bar{u})\bar{x} - \mathbf{D}z + \mathbf{B}\nu \\ &= \mathbf{J}(u)z + \mathbf{J}(u)\bar{x} - \mathbf{J}(\bar{u})\bar{x} - \mathbf{D}z + \mathbf{B}\nu \\ &= \mathbf{J}(u)z + \left( J_0 + \sum_{i=1}^m J_i u_i \right) \bar{x} - \left( J_0 + \sum_{i=1}^m J_i \bar{u}_i \right) \bar{x} - \mathbf{D}z + \mathbf{B}\nu \\ &= \mathbf{J}(u)z + \sum_{i=1}^m J_i (u_i - \bar{u}_i) \bar{x} - \mathbf{D}z + \mathbf{B}\nu \end{aligned} \quad (4.12)$$

tras emplear (4.5). Por tanto, tomando en cuenta que  $(u_i - \bar{u}_i) = \nu_i$  es un escalar y

$$\mathbf{B} = [b_1, b_2, \dots, b_m],$$

es posible escribir:

$$\begin{aligned}
\mathbf{A}\dot{z} &= \mathbf{J}(u)z + \sum_{i=1}^m J_i \bar{x} \nu_i - \mathbf{D}z + [b_1, b_2, \dots, b_m] \nu \\
&= \mathbf{J}(u)z - \mathbf{D}z + \sum_{i=1}^m J_i \bar{x} \nu_i + \sum_{i=1}^m b_i \nu_i \\
&= \mathbf{J}(u)z - \mathbf{D}z + \sum_{i=1}^m (J_i \bar{x} + b_i) \nu_i \\
&= \mathbf{J}(u)z - \mathbf{D}z + \mathbf{\Gamma} \nu
\end{aligned} \tag{4.13}$$

tras reemplazar (4.8). De esta manera, un contraste entre (4.11) y (4.13) permite encontrar las siguientes relaciones:

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} L & 0 \\ 0 & C \end{bmatrix}, \tag{4.14}$$

$$\mathbf{J}(u) = \begin{bmatrix} 0 & -(1-u) \\ (1-u) & 0 \end{bmatrix}, \tag{4.15}$$

$$\mathbf{D} = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1/R \end{bmatrix}, \tag{4.16}$$

$$\mathbf{\Gamma} = \begin{bmatrix} \bar{x}_2 \\ -\bar{x}_1 \end{bmatrix} \tag{4.17}$$

a partir de las cuales se verifica que:

- $\mathbf{A}$  contiene los elementos almacenadores de energía del circuito;
- $\mathbf{D}$  contiene los elementos que disipan energía en el circuito;
- $\mathbf{J}(u)$  es antisimétrica y puede descomponerse de la manera siguiente:

$$\begin{aligned}
\begin{bmatrix} 0 & -(1-u) \\ (1-u) & 0 \end{bmatrix} &= \mathbf{J}_0 + \mathbf{J}_1 u \\
\begin{bmatrix} 0 & -1+u \\ 1-u & 0 \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} J_{011} & J_{012} \\ J_{021} & J_{022} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} J_{111} & J_{112} \\ J_{121} & J_{122} \end{bmatrix} u \\
&= \begin{bmatrix} J_{011} + J_{111} u & J_{012} + J_{112} u \\ J_{021} + J_{121} u & J_{022} + J_{122} u \end{bmatrix}
\end{aligned}$$

o equivalentemente:

$$\begin{aligned}
\mathbf{J}_0 &= \begin{bmatrix} 0 & -1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix} \\
\mathbf{J}_1 &= \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -1 & 0 \end{bmatrix},
\end{aligned}$$

siendo matrices antisimétricas constantes.

-  $\Gamma$  permite reconstruir de (4.8) la matriz  $\mathbf{B} = b_1$ , dada por:

$$\begin{bmatrix} b_{11} \\ b_{21} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \bar{x}_2 \\ -\bar{x}_1 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \bar{x}_1 \\ \bar{x}_2 \end{bmatrix} \quad (4.18)$$

$$= \begin{bmatrix} \bar{x}_2 \\ -\bar{x}_1 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} \bar{x}_2 \\ -\bar{x}_1 \end{bmatrix} \quad (4.19)$$

$$= \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (4.20)$$

verificando (3.13) donde la única incidencia de  $u$  se da a través de combinaciones bilineales con el vector de estados (es decir,  $\mathbf{J}(u)$ ).

Por tanto, se selecciona como señal de control PBC:

$$\begin{aligned} \nu &= -\alpha \begin{bmatrix} \bar{x}_2 & -\bar{x}_1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} z_1 \\ z_2 \end{bmatrix} \\ &= -\alpha (\bar{x}_2 z_1 - \bar{x}_1 z_2) \\ &= -\alpha (\bar{x}_2 (x_1 - \bar{x}_1) - \bar{x}_1 (x_2 - \bar{x}_2)) \\ &= -\alpha (\bar{x}_2 x_1 - \bar{x}_2 \bar{x}_1 - \bar{x}_1 x_2 + \bar{x}_1 \bar{x}_2) \\ &= -\alpha (\bar{x}_2 x_1 - \bar{x}_1 x_2) \end{aligned} \quad (4.21)$$

y así a partir de (3.15), se determina el ciclo útil de control en el modo siguiente:

$$\begin{aligned} u &= \bar{u} + \nu \\ &= \bar{u} - \alpha (\bar{x}_2 x_1 - \bar{x}_1 x_2) \\ &= 1 - \frac{E}{V_d} - \alpha \left( x_1 V_d - x_2 \frac{V_d^2}{ER} \right), \end{aligned} \quad (4.22)$$

expresión que coincide con la ley de control óptimo inverso (3.22) en la medida que  $\alpha \equiv \frac{1}{2R}$ .

La ley de control PBC en (4.21), demuestra convergencia hacia cero en la dinámica del error a través de la condición de acoplamiento:

$$\begin{aligned} 0 &< \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1/R \end{bmatrix} + \alpha \begin{bmatrix} \bar{x}_2 \\ -\bar{x}_1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \bar{x}_2 & -\bar{x}_1 \end{bmatrix} \\ &< \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1/R \end{bmatrix} + \alpha \begin{bmatrix} \bar{x}_2^2 & -\bar{x}_2 \bar{x}_1 \\ -\bar{x}_2 \bar{x}_1 & \bar{x}_1^2 \end{bmatrix} \\ &< \alpha \begin{bmatrix} \bar{x}_2^2 & -\bar{x}_2 \bar{x}_1 \\ -\bar{x}_2 \bar{x}_1 & \bar{x}_1^2 + \frac{1}{\alpha R} \end{bmatrix} \end{aligned}$$

que se satisface a través del criterio de Sylvester [64], en el cual una matriz es definida positiva si todos los determinantes de sus menores principales son positivos. Así entonces, siendo  $\alpha > 0$  el determinante del primer menor es positivo, mientras que para

el segundo menor la condición  $\alpha \frac{\bar{x}_2^2}{R} > 0$  se cumple dada la naturaleza física de  $R$ .

La pasividad del sistema controlado se verifica a partir de la Definición 4.1.2 (con  $\nu^T = \nu$  por ser escalar) para  $y = \mathbf{\Gamma}^T z$ , mediante la función de suministro siguiente:

$$\begin{aligned} w(\nu, y) &= \nu y \\ &= (-\alpha \mathbf{\Gamma}^T z) (\mathbf{\Gamma}^T z) \\ &= -\alpha (\mathbf{\Gamma}^T z)^2 \\ &= -\alpha (\bar{x}_2 x_1 - \bar{x}_1 x_2)^2 \end{aligned}$$

tras reemplazar (4.21). Dicha función de suministro relaciona el cambio de la potencia cuadrática (siendo  $x_1$  una cantidad en *amperios* y  $x_2$  en *voltios*) almacenada en los elementos del circuito, ponderada por el término constante  $-\alpha$ . El signo negativo, debe interpretarse como indicador del consumo de energía para valores positivos de  $\alpha$ . En caso contrario, se aceptaría que el circuito provee energía, alterando las características de pasividad del sistema y por tanto su estabilidad (dada la definidad positiva asumida para  $\alpha$ ). De esta manera,  $\alpha$  se constituye en un parámetro de control que proporciona amortiguamiento (o disipación) de energía a la dinámica del sistema.

De manera similar, asumiendo como función de almacenamiento al error de energía total en los elementos acumuladores del sistema, es decir:

$$S(z) = \frac{1}{2} L z_1^2 + \frac{1}{2} C z_2^2$$

es posible escribir a partir de (4.10) la siguiente expresión para su derivada:

$$\begin{aligned} \dot{S}(z) &= L z_1 \dot{z}_1 + C z_2 \dot{z}_2 \\ &= L z_1 \left( -(1-u) \frac{z_2}{L} + \frac{\bar{x}_2}{L} \nu \right) + C z_2 \left( (1-u) \frac{z_1}{C} - \frac{z_2}{RC} - \frac{\bar{x}_1}{C} \nu \right) \\ &= -(1-u) z_1 z_2 + \bar{x}_2 z_1 \nu + (1-u) z_1 z_2 - \frac{z_2^2}{R} - \bar{x}_1 z_2 \nu \\ &= (\bar{x}_2 z_1 - \bar{x}_1 z_2) \nu - \frac{z_2^2}{R} \\ &= (\bar{x}_2 (x_1 - \bar{x}_1) - \bar{x}_1 (x_2 - \bar{x}_2)) \nu - \frac{z_2^2}{R} \\ &= (\bar{x}_2 x_1 - \bar{x}_1 \bar{x}_2 - \bar{x}_1 x_2 + \bar{x}_1 \bar{x}_2) \nu - \frac{z_2^2}{R} \\ &= -\alpha (\bar{x}_2 x_1 - \bar{x}_1 x_2)^2 - \frac{z_2^2}{R}, \end{aligned} \tag{4.23}$$

que de paso satisface:

$$\dot{S}(z) \leq w(\nu, y)$$

para todo  $R > 0$ . En términos prácticos, este resultado confirma que el sistema a partir de su condición de ser pasivo, posee un cambio energético decreciente en proporción al parámetro de amortiguamiento (o disipación) de energía  $\alpha$ , evitando que el sistema sea conservativo debido a las pérdidas de potencia en  $R$  representadas mediante el término  $\frac{\alpha^2}{R}$ .

La Fig. 4.2 presenta resultados de simulación en la herramienta *SimPowerSystems* de MATLAB® para la técnica PBC aplicada sobre el circuito convertidor elevador, empleando diferentes valores del parámetro  $\alpha$ . A partir de ello, es clara la dependencia del comportamiento dinámico del sistema ante variaciones nominales de  $\alpha$ . En particular, la tensión de salida  $x_2 = v(t)$  alcanza el valor deseado de  $10V$  en un modo dinámicamente aceptable para valores positivos del parámetro. Un comportamiento similar es evidenciado para la corriente del inductor  $x_1 = i(t)$ . En el caso de la señal de control, se muestra un mayor esfuerzo de actuación en la medida que  $\alpha$  se incrementa. En general, el amortiguamiento de las respuestas se relaciona con la magnitud de  $\alpha$  y así también la estabilidad relativa en la dinámica del sistema controlado.

### 4.3 OPTIMALIDAD Y PASIVIDAD

Para sistemas lineales de la forma:

$$\dot{x} = Ax + Bu$$

con funcional de costo cuadrático:

$$J = \int (x^T Qx + u^T Ru) dt,$$

la ley óptima de control posee la forma  $u = -B^T Px$ , siendo  $P$  la matriz simétrica y definida positiva que resuelve la ecuación algebraica de Ricatti. Asimismo, es posible definir a través de  $P$  una función de Lyapunov que determina la estabilidad asintótica del sistema, garantizando un margen de ganancia infinito y un margen de fase de  $60^\circ$  para el control de realimentación óptima. A partir de ello, R. E. Kalman estableció en [28] que un sistema lineal puede ser óptimo sólo si este es pasivo con respecto a la salida  $y = B^T Px$ .

Una formulación equivalente para sistemas no lineales de la forma:

$$\dot{x} = f(x) + g(x)u \tag{4.24}$$

con funcional de costo:

$$J = \int (l(x) + u^2) dt,$$

donde  $l(x)$  es semidefinida positiva, fue propuesta por Moylan y Anderson en [5]. Dicho resultado enuncia que la ley de control  $u = k(x)$  es óptima, si y solo si el

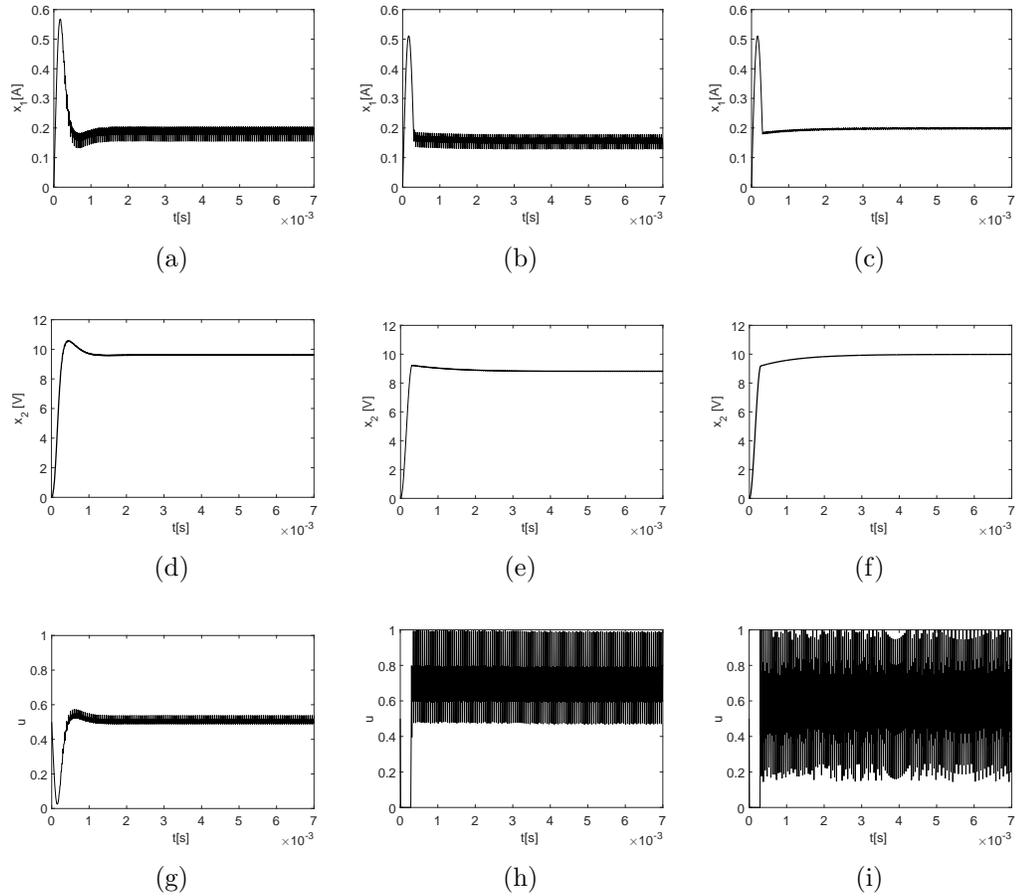


Figura 4.2: Simulación para sistema controlado con acción PBC ante condiciones nominales y diferentes valores del parámetro de control:  $\alpha = 0.1$  ((a), (d) y (g)),  $\alpha = 1$  ((b), (e) y (h)) y  $\alpha = 10$  ((c), (f) e (i)).

sistema (4.24) con entrada  $u$  y salida  $y = -k(x)$ , es disipativo con respecto a la función de suministro:

$$w(u, y) \leq u^T y + \frac{1}{2} y^T y.$$

Por tanto, retomando de la Sección 3.1 la definición general del sistema (3.1):

$$\dot{z}(t) = f(z(t)) + g(z(t))\nu(t),$$

del funcional de costo (3.2):

$$J = \int_0^\infty (l(z(t)) + \nu^T(t)\mathbf{R}(z(t))\nu(t))dt,$$

y de la ley de control óptimo inverso estabilizante (3.7):

$$\nu^* = -\frac{1}{2}\mathbf{R}^{-1}(z)g^T(z)\mathbf{P}z,$$

es posible mostrar la pasividad del sistema controlado óptimo para  $y = -2\mathbf{R}\nu^*$ , mediante la función de suministro:

$$\begin{aligned} w(\nu^*, y) &= (\nu^*)^T y \\ &= \nu^* y \\ &= \nu^* (-2\mathbf{R}\nu^*) \\ &= -2\mathbf{R}(\nu^*)^2 \\ &= -2\mathbf{R} \left( -\frac{1}{2}\mathbf{R}^{-1}g^T\mathbf{P}z \right)^2 \\ &= -\frac{1}{2}\mathbf{R}^{-1} (g^T\mathbf{P}z)^2, \end{aligned}$$

que para el caso del convertidor de potencia elevador puede calcularse como:

$$w(\nu^*, y) = -\frac{1}{2}\mathbf{R}^{-1} (\bar{x}_2 x_1 - \bar{x}_1 x_2)^2.$$

Tras seleccionar a  $S(z)$  como el error de energía total en los elementos acumuladores del sistema, es posible obtener resultados y conclusiones similares que para el caso considerado previamente en (4.23), a partir de la relación de equivalencia entre los parámetros de control óptimo inverso y PBC dada por:

$$\frac{1}{2}\mathbf{R}^{-1} = \alpha.$$

La Fig. 4.3 muestra el cálculo de  $J$  para los mismos valores de  $\alpha$  considerados en la Fig. 4.2. De estos resultados se observa como la amplitud de la acción de control afecta el valor de la integral, presentando un menor costo en la medida que el parámetro de control  $\alpha$  disminuye (o equivalentemente cuando  $\mathbf{R}$  aumenta).

Por tanto, tomando en consideración la forma explícita para el funcional en (??):

$$J = \int_0^{\infty} \left( \frac{z_2^2}{R} + \frac{1}{2} \mathbf{R}^{-1} (z_1 \bar{x}_2 - z_2 \bar{x}_1)^2 \right) dt,$$

es posible relacionar la optimalidad de la acción de control en términos de la potencia entregada a la resistencia de carga, pues aumentar la incidencia de  $\frac{z_2^2}{R}$  en  $J$  al disminuir  $\alpha$  implica disminuir las pérdidas de potencia en  $R$ .

Así entonces, asegurar un mínimo  $J$  implica optimalidad, pero a la vez pasividad tras redistribuir la energía del sistema mediante el valor asignado a  $\alpha$  (o equivalentemente a  $\mathbf{R}$ ).

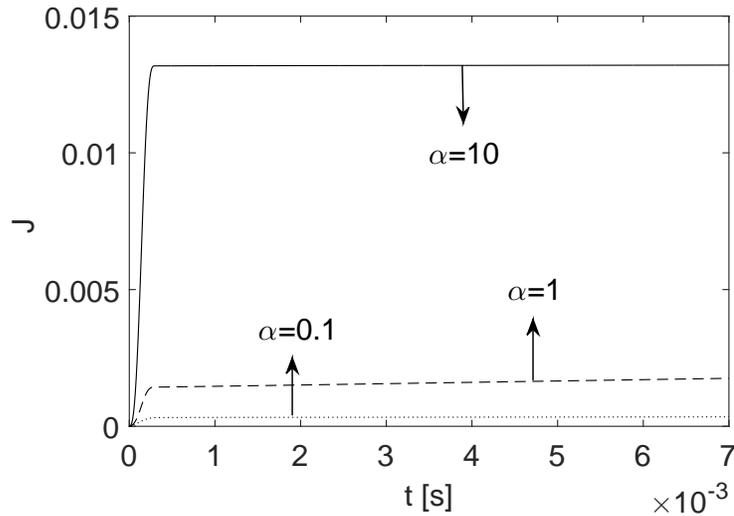


Figura 4.3: Funcional de costo  $J$  para diferentes valores del parámetro de control  $\alpha$ .

## CAPÍTULO 5

### REALIZACIONES PARA REGULACIÓN DIGITAL DE POTENCIA

El diseño tradicional de circuitos convertidores de potencia, implica elaborar cálculos y verificar condiciones operacionales en lazo abierto, sin incluir información explícita al respecto de acciones de control realimentado. Lo anterior, parte de una filosofía de diseño de controladores de manera independiente de las características de la planta (en este caso el convertidor). Sin embargo, en la práctica el desempeño de una acción de control depende altamente de las restricciones operacionales del sistema que se controla. De otro lado, las tecnologías actuales de diseño asistido por computadora para circuitos eléctricos y electrónicos, permiten integrar herramientas de simulación para etapas de control en el proceso de cálculo de circuitos de conversión de potencia, facilitando la implementación circuital (realización) para leyes avanzadas de control de disparo, que atenúen los efectos de perturbaciones y mejoren el desempeño dinámico y/o energético del sistema.

En este proceso, pueden darse situaciones en las cuales sea necesario combinar dominios de señal (continua, discreta, mixta) e incluso tecnologías (dispositivos de estado sólido, arquitecturas programables, arquitecturas programadas, elementos activos, elementos pasivos). Al respecto, algunos desarrollos se presentan para proponer herramientas que permitan verificar dispositivos digitales genéricos en diseños de señal mixta, a partir de simuladores tradicionales [31, 41, 50, 51]. También se reportan estudios en herramientas genéricas de simulación para controladores en circuitos convertidores de potencia [17, 38, 49, 71]. Sin embargo, no existe mayor documentación al respecto de procedimientos de diseño específicos, orientados a realización en hardware digital para controladores no convencionales aplicados a convertidores de potencia, empleando herramientas de simulación circuital.

Por tanto, el presente Capítulo aborda el procedimiento de adecuación hacia implementación en hardware empleando herramientas de simulación mixta en OrCAD, para las estrategias de control de regulación de la tensión de salida de un convertidor de potencia elevador analizadas en los Capítulos anteriores.

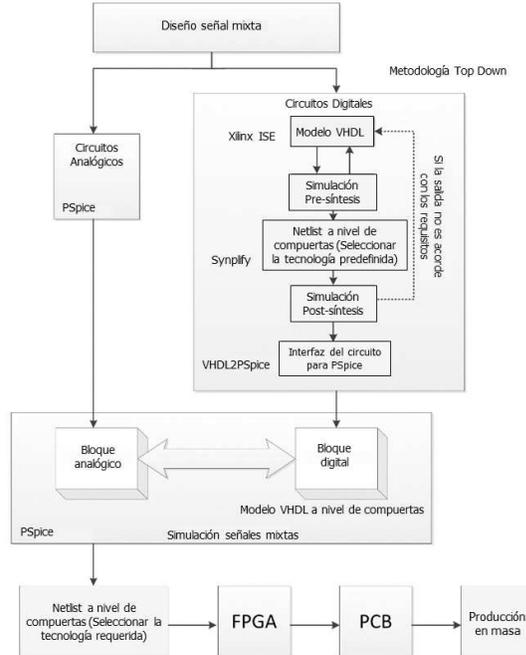


Figura 5.1: Metodología de diseño para sistemas de señal mixta, modificado de [51].

## 5.1 SIMULACIÓN MIXTA UTILIZANDO PSpICE A/D Y VHDL

En el camino hacia obtener una simulación del sistema controlado en lazo cerrado, se toma como base la metodología propuesta en [51] para desarrollar sistemas electrónicos con señales de naturaleza mixta (es decir, analógicas y digitales) empleando PSpice A/D y componentes digitales elaborados en código VHDL, ilustrada en la Fig. 5.1.

La herramienta OrCAD es configurable para realizar simulaciones de señal mixta. Sin embargo, la mayoría de construcciones digitales en PSpice A/D están disponibles sólo a nivel de compuertas. Por lo tanto, para llevar a cabo una simulación digital en PSpice A/D de componentes analógicos interconectados a circuitos digitales modelados utilizando lenguajes de descripción de hardware como VHDL o Verilog, estos deben ser primero traducidos a una realización a nivel de compuertas. También es necesario realizar una conversión entre este archivo a nivel de compuertas y el tipo de formato reconocido por PSpice A/D (netlist). Para mayores detalles respecto a la metodología de diseño presentada y a las herramientas empleadas en su ejecución, se recomienda al lector interesado consultar [46].

### 5.1.1 Realización para módulo de actuación digital

Para ilustrar la metodología de diseño de la Fig. 5.1, se abordará la codificación VHDL del bloque de modulación PWM correspondiente con el módulo de actuación del circuito convertidor de potencia (ver Sección A.2.3). Este procedimiento se ejecuta siguiendo los siguientes pasos:

- Inicialmente, se concibe el diagrama de operaciones lógicas que constituirá el algoritmo del flujo digital de señales. Para el caso considerado, la señal diente de sierra se construye con un contador incremental reiniciado periódicamente y con valor (cuenta incremental) comparado con un valor de referencia (ciclo útil  $D$ ). La Fig. 5.2(a) ilustra el diagrama de flujo correspondiente.
- Teniendo una descripción lógico-algorítmica del sistema a diseñar, el paso siguiente corresponde con la codificación VHDL para el diagrama de flujo digital de señales. Posteriormente, este código VHDL debe ser optimizado hacia una realización a nivel de compuertas empleando la herramienta Synplify Pro. La Fig. 5.2(b) ilustra el diagrama resultante para el ejemplo de ilustración considerado.
- Esta realización a nivel de compuertas, debe ser transformada a una descripción un poco más rudimentaria del tipo lista de conexiones (netlist). Para ello se emplea la herramienta VHDL2PSpice, la cual genera un archivo que puede ser interpretado en OrCAD para crear un bloque (o librería) para el componente digital correspondiente, como el presentado en la Fig. 5.2(c).

Las librerías digitales así creadas pueden interactuar con otros componentes digitales y analógicos del circuito a partir de configuraciones tradicionales para simulación mixta en OrCAD. La Fig. 5.3 presenta los elementos fundamentales del circuito convertidor de potencia (de naturaleza analógica), incluyendo el circuito conmutado, un sensor de corriente basado en el amplificador de instrumentación *INA168*, un acondicionador de señal para medida de tensión (*TLV2252*) y conversores de señal analógica a digital para interactuar con el bloque de control digital realimentado. El Anexo A presenta mayores detalles sobre la configuración para estos elementos. La Fig. 5.4 muestra la simulación en OrCAD para las variables de tensión del capacitor y corriente del inductor, obtenidas tras acoplar el módulo de PWM digital al circuito.

### 5.1.2 Realización para algoritmos de control

El lazo de control realimentado se construye a partir de la interacción entre los elementos circuitales que representan la planta (Fig. 5.3) y las acciones de control. Estas últimas son ejecutadas a través del bloque de actuación digital (Fig. 5.2).

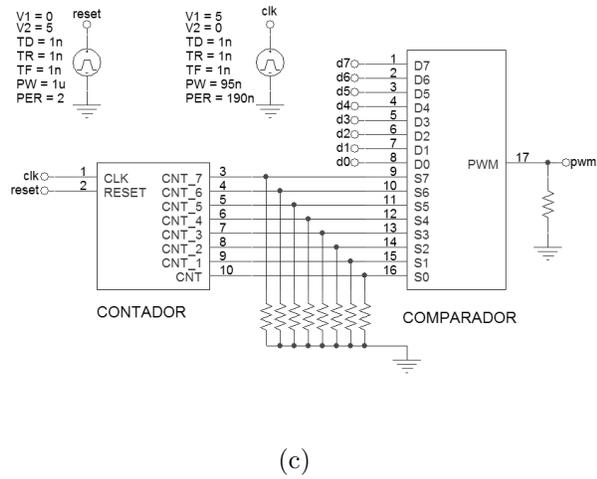
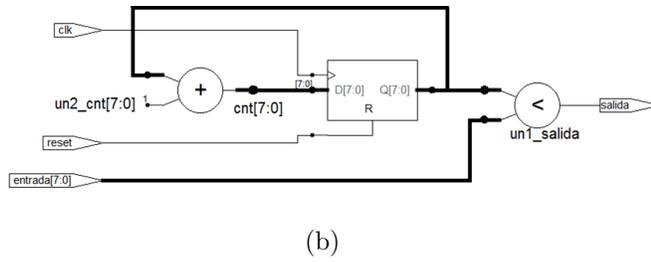
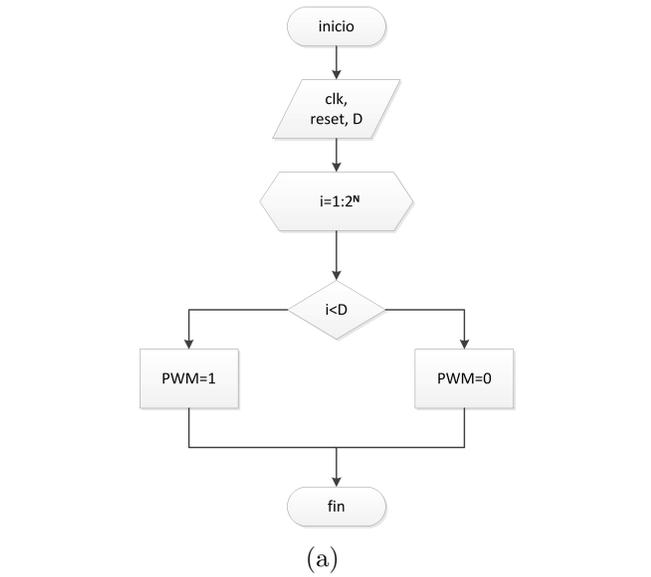


Figura 5.2: Diseño de señal mixta para modulador PWM: (a) Diagrama lógico de flujos de señal, (b) Esquema de realización a nivel de compuertas, (c) Librería creada en OrCAD para componente digital.

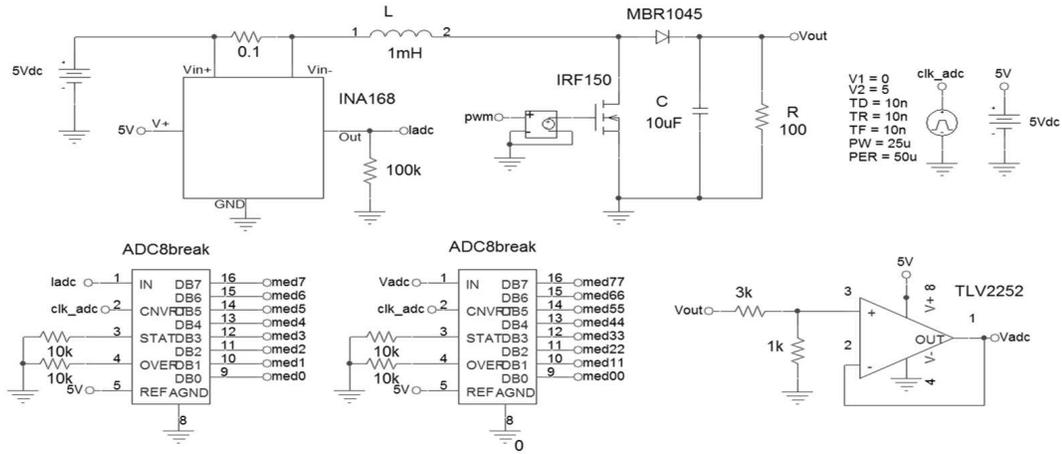


Figura 5.3: Componentes analógicos del sistema en OrCAD.

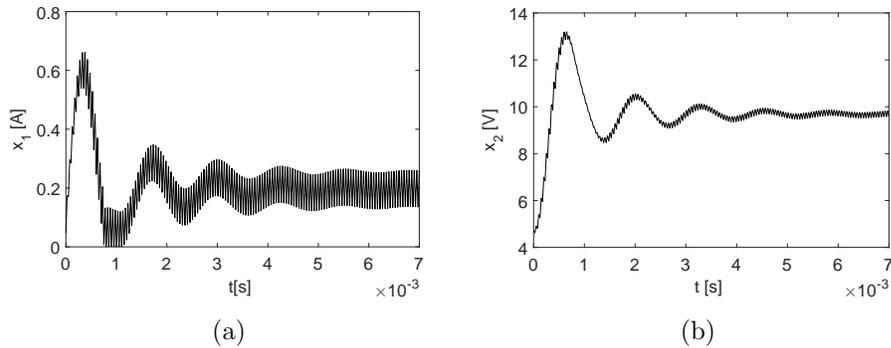


Figura 5.4: Comportamiento del convertidor elevador en lazo abierto a partir de simulación de señal mixta en OrCAD: (a) corriente de inductor  $x_1$  y (b) tensión de capacitor  $x_2$ .

Para obtener las realizaciones digitales de las leyes de control en el contexto de la metodología de diseño de señal mixta propuesta, se emplea el procedimiento ilustrado en la Fig. 5.5. El primer paso consiste en la formulación matemática para las ecuaciones de las leyes de control, con verificación en herramientas de análisis numérico como *MATLAB* o *MAPLE*. Posteriormente, estos modelos matemáticos (tanto de la planta como del controlador) pueden ser traducidos a un nivel intermedio de realización empleando simuladores de circuitos, en modo similar al recurso empleado en los Capítulos 3 y 4 para presentar resultados a través de la herramienta *SimPowerSystems* de *MATLAB*.

El paso siguiente (denotado como 2 en la Fig. 5.5) es la adecuación de los algoritmos, correspondiendo fundamentalmente con la metodología de simulación mixta

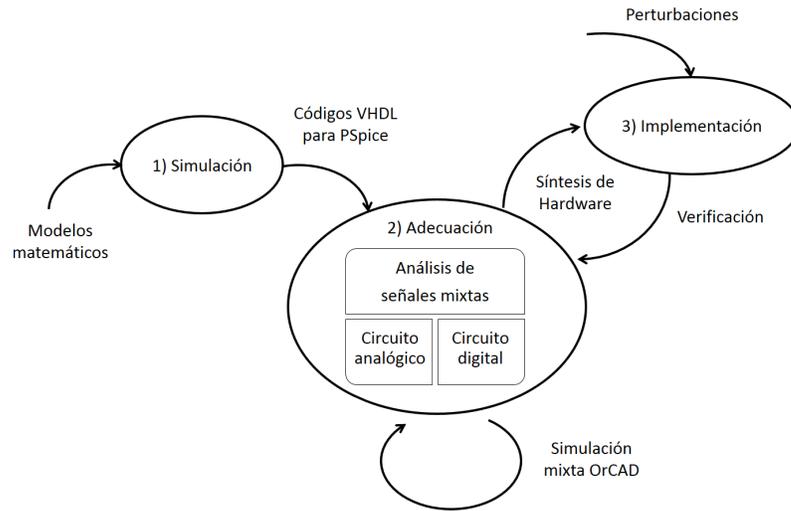


Figura 5.5: Implementación de algoritmos de control digital en VHDL.

propuesta.

Finalmente, a partir de una selección del dispositivo de implementación se realiza la ejecución de rutinas en hardware, con posibles reajustes de diseño como consecuencia de la verificación de operación real del sistema controlado.

Tomando lo anterior como referencia, se describen a continuación los resultados de diseño y simulación para las estrategias de control proporcional con corrección integral y basado en pasividad.

### Control proporcional con corrección integral

La primera estrategia de control implementada correspondió con la ley proporcional con factor de corrección integral, introducida en la Sección 3.3 para efectos de comparación con el control óptimo inverso. Su expresión en dominio discreto viene dada por:

$$U(z) = k_1 E_1(z) + k_2 \frac{1}{(1 - z^{-1})} E_2(z), \quad (5.1)$$

y por tanto, su representación digital corresponde con la ecuación en diferencias visualizada en la Fig. 5.6(a), donde además se incluye un control de saturación integral (anti-windup) para mejorar tiempos de respuesta ante la acción de perturbaciones en el sistema.

Asimismo, se desarrolla su realización circuital en VHDL (Fig. 5.6(b)) y a manera de bloque funcional en OrCAD (Fig. 5.6(c)). En dichas realizaciones se resaltan

dos bloques restadores que producen las señales de error de corriente  $e_1$  y tensión  $e_2$ , mismas que son posteriormente amplificadas a través de las ganancias  $k_1$  y  $k_2$ , respectivamente. También se destaca un bloque de acondicionamiento (ajuste) para evitar que los niveles de señal superen los valores establecidos como rango de operación del circuito.

### Control basado en pasividad

Una segunda ley de control implementada fue la basada en pasividad, que a su vez se mostró equivalente a la ley de control óptimo inverso (ver Sección 4.3). La forma discretizada para esta ley corresponde con:

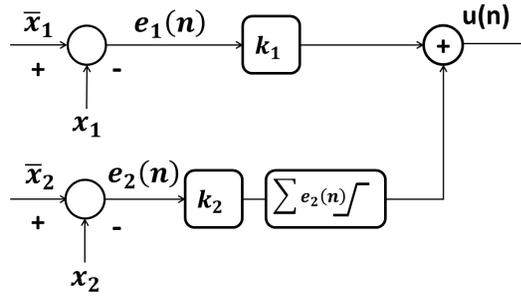
$$U(z) = \left(1 - \frac{E}{V_d}\right) - \frac{1}{2\mathbf{R}} \left(X_1(z)V_d - X_2(z)\frac{V_d^2}{ER}\right) \quad (5.2)$$

y sus realizaciones a nivel de ecuación en diferencias, de circuito codificado en VHDL y de bloque funcional en OrCAD, se presentan en la Fig. 5.7. La estructura del algoritmo de realización está compuesta fundamentalmente por un bloque restador y un multiplicador de ganancia  $\frac{1}{2}\mathbf{R}^{-1}$  que se suman al valor de ciclo útil nominal  $D = 1 - (E/V_d)$ . La señal de control que se genera, es la entrada de ciclo útil para el bloque digital de modulación PWM.

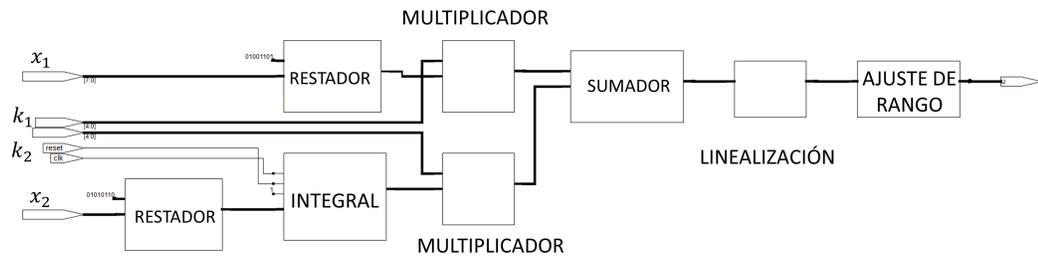
### Respuestas del sistema simulado

Los resultados de simulación presentados en la Fig. 5.4, permiten notar un comportamiento transitorio ampliamente oscilatorio para la respuesta del sistema en lazo abierto sin control, que no se establece estrictamente en los valores nominales esperados a partir del diseño. Estas discrepancias pueden explicarse debido a pérdidas no consideradas en los cálculos para elementos del circuito. Asimismo, teniendo en cuenta la realización digital del módulo de PWM, la resolución de valores posibles en la salida del sistema se reduce a partir de las correspondientes limitaciones ocasionadas por una precisión finita de 8 bits.

De otro lado, las respuestas del sistema controlado en la Fig. 5.8 muestran una evidente mejora tanto de las características en estado transitorio como de los valores finales. Se observa también sin embargo, una excursión alrededor del valor final para ambos controladores en estado permanente ocasionada una vez más por errores de precisión en la representación de los datos, en combinación con el efecto producido por la convergencia hacia cero del error debida a la acción de control. En otras palabras, dada la resolución finita del lazo de control (8 bits) no existirá un error cero, sino un valor mínimo comprendido entre  $\pm \left(\frac{M}{2^8}\right)$  siendo  $M$  el rango máximo de amplitud considerado. Esto se corrobora a partir del comportamiento oscilante alrededor del valor nominal  $D = 0.5$ , para las señales de actuación en la Fig. 5.8.

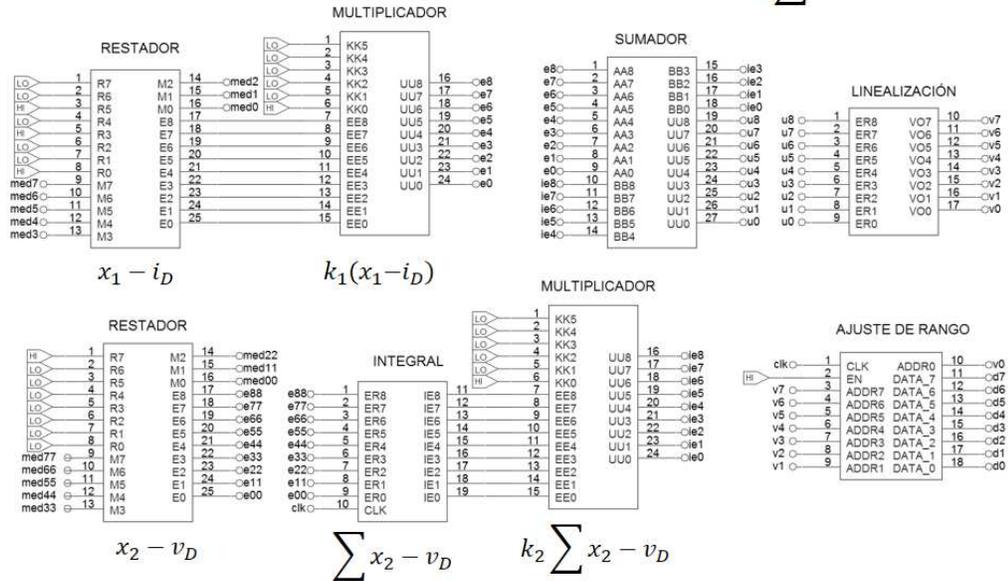


(a)



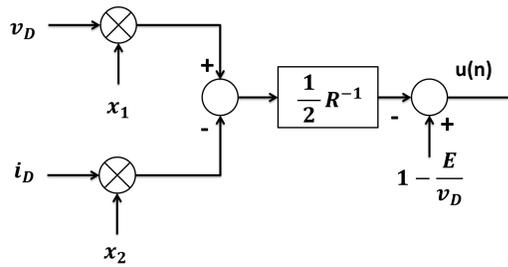
(b)

$$k_1(x_1 - i_D) + k_2 \sum x_2 - v_D$$

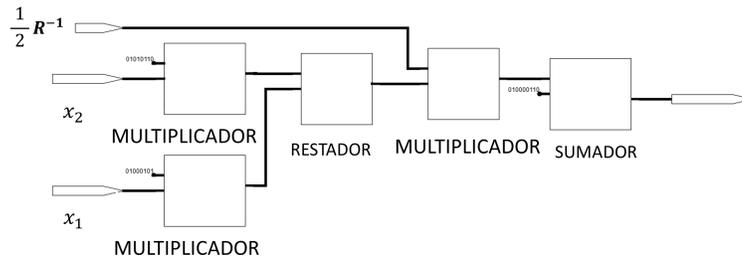


(c)

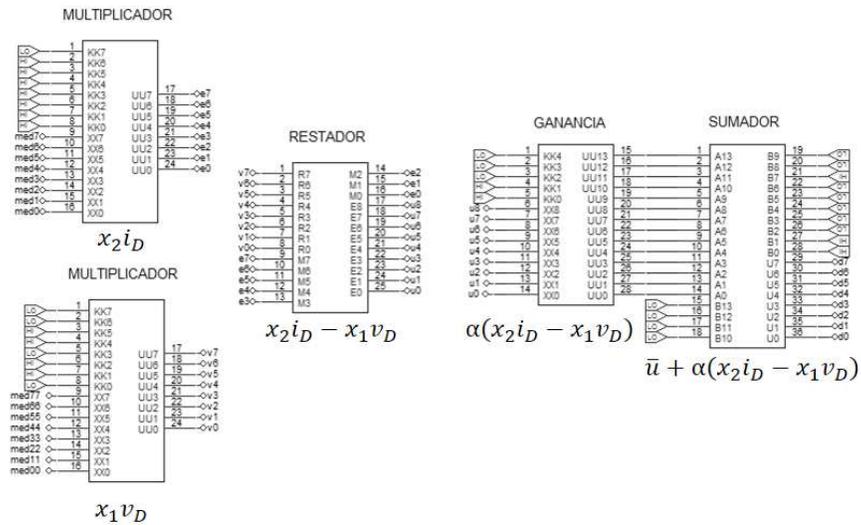
Figura 5.6: Diseño de señal mixta para control proporcional con corrección integral: (a) Diagrama de flujos de señal, (b) Esquema de realización VHDL, (c) Librería creada en OrCAD para componente digital.



(a)



(b)



(c)

Figura 5.7: Diseño de señal mixta para control basado en pasividad: (a) Diagrama de flujos de señal, (b) Esquema de realización VHDL, (c) Librería creada en OrCAD para componente digital.

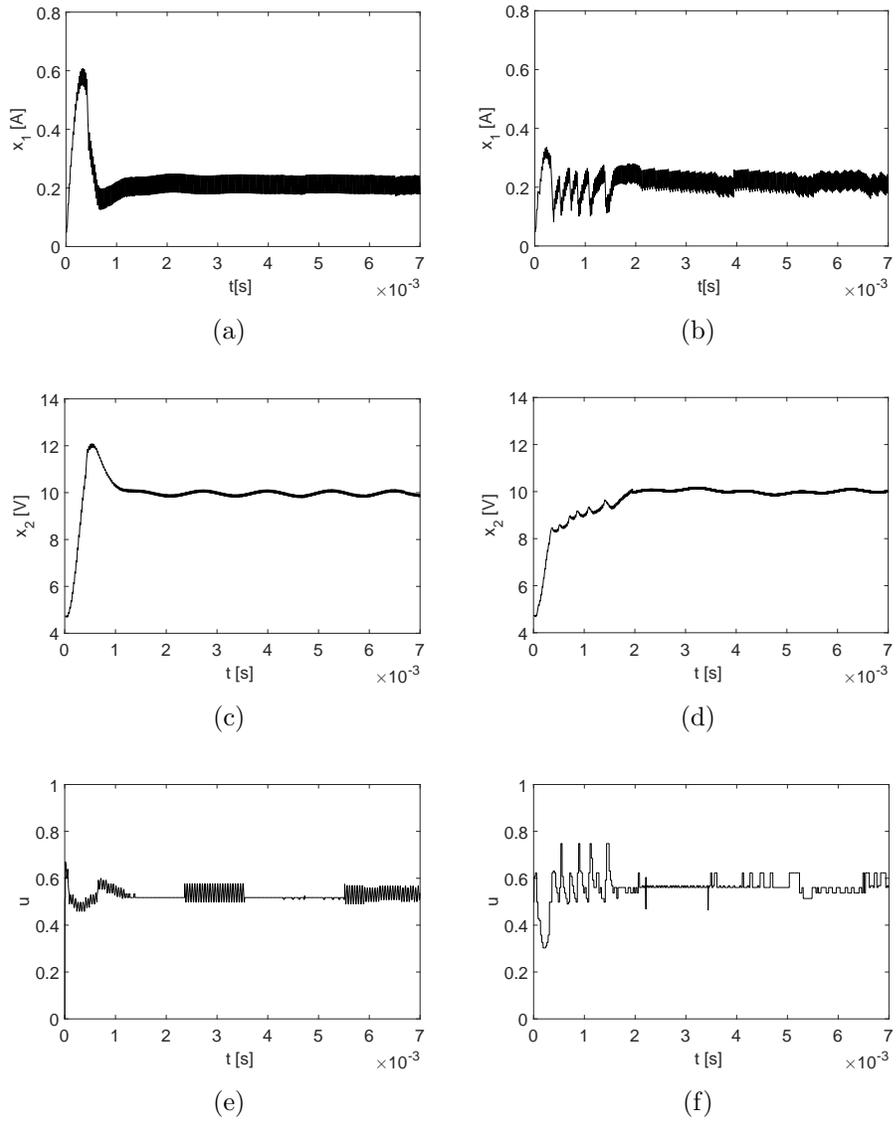


Figura 5.8: Simulación de señal mixta para el sistema controlado sin perturbación, considerando los casos de control proporcional con corrección integral ((a), (c) y (e)) y basado en pasividad ((b), (d) y (f)).

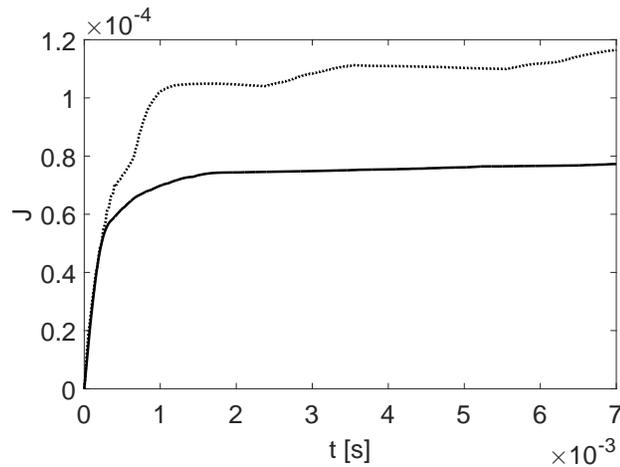


Figura 5.9: Funcional de costo calculado a partir de simulación de señal mixta para estrategias de control proporcional con corrección integral (línea punteada) y basado en pasividad (línea sólida).

### Optimalidad del sistema simulado

La Fig. 5.9 permite realizar un contraste de la energía de control para ambos controladores simulados a partir de la evaluación del funcional de costo asociado. Como se observa, la técnica de control proporcional con corrección integral requiere un costo energético mayor que su contraparte basada en pasividad para alcanzar el valor final deseado en el circuito. La tendencia en estado estacionario para este funcional simulado es hacia un valor levemente incremental, debido a que corresponde con la integral de un error que estrictamente no se hace cero debido a las apreciaciones de resolución mencionadas.

## 5.2 VERIFICACIÓN EXPERIMENTAL EN LABORATORIO

Las estrategias de control diseñadas y simuladas fueron verificadas a través de implementación en laboratorio sobre un prototipo de circuito convertidor de potencia elevador, según descrito en el Anexo A.

Inicialmente, considérese la respuesta del sistema implementado en lazo abierto sin control presentada en la Fig. 5.10. A partir de este resultado, se verifican características de comportamiento en estados transitorio y estacionario similares a las obtenidas en el caso simulado empleando herramientas de señal mixta (Fig. 5.4), presentando un tiempo de establecimiento más rápido y mayores valores pico en tensión y corriente.

Las correspondientes estrategias de control realimentado implementadas, generan las respuesta temporales visualizadas en la Fig. 5.11. Estos resultados muestran una

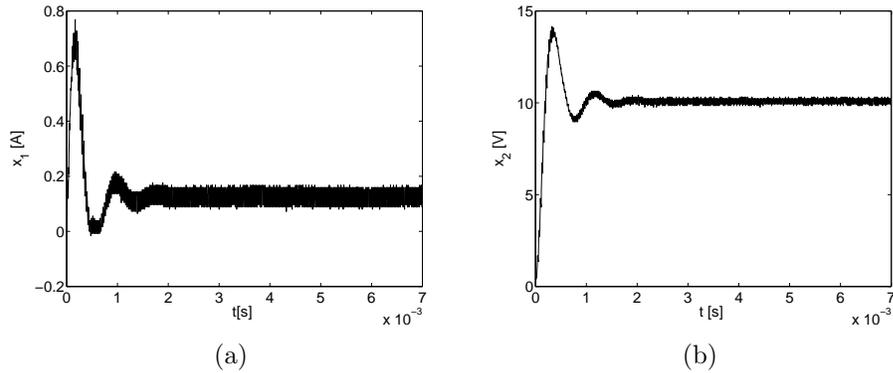


Figura 5.10: Comportamiento del convertidor elevador en lazo abierto a partir de implementación hardware: (a) corriente de inductor  $x_1$  y (b) tensión de capacitor  $x_2$ .

evidente oscilación en la respuesta del controlador proporcional como consecuencia de la sensibilidad experimental del término integral a los efectos del ruido de medida en el lazo de control, lo cual limita el desempeño de la técnica. Este resultado contrasta con una respuesta de rápida convergencia hacia el valor deseado en estado estacionario presentada por la técnica basada en pasividad la cual, a pesar de presentar un ligero sobreimpulso, replica cualitativamente las predicciones de simulación mixta presentadas en la Fig. 5.8. En ambos casos se nota una oscilación alrededor del valor final, consecuencia de la precisión finita de los datos en la implementación digital.

El equivalente experimental de los resultados presentados para el cálculo del funcional de costo se ilustra en la la Fig. 5.12. Una vez más, se confirma el resultado esperado respecto a la optimalidad de la técnica basada en pasividad. Una razón para ello se explica en el detrimento de comportamiento experimental para la acción proporcional por cuenta de las oscilaciones causadas a partir del efecto integral.

Finalmente, es necesario mencionar que los procedimientos de simulación mixta e implementación circuital presentados no consideraron el efecto de perturbaciones paramétricas en el sistema, debido a la reducción de desempeño evidenciada como consecuencia de los efectos de precisión en la representación de datos, de la sensibilidad de los algoritmos de integración y de las propiedades de robustez de las técnicas estudiadas (principalmente del control óptimo inverso), que deberán ser abordados en un estudio detallado a manera de trabajo futuro complementario.

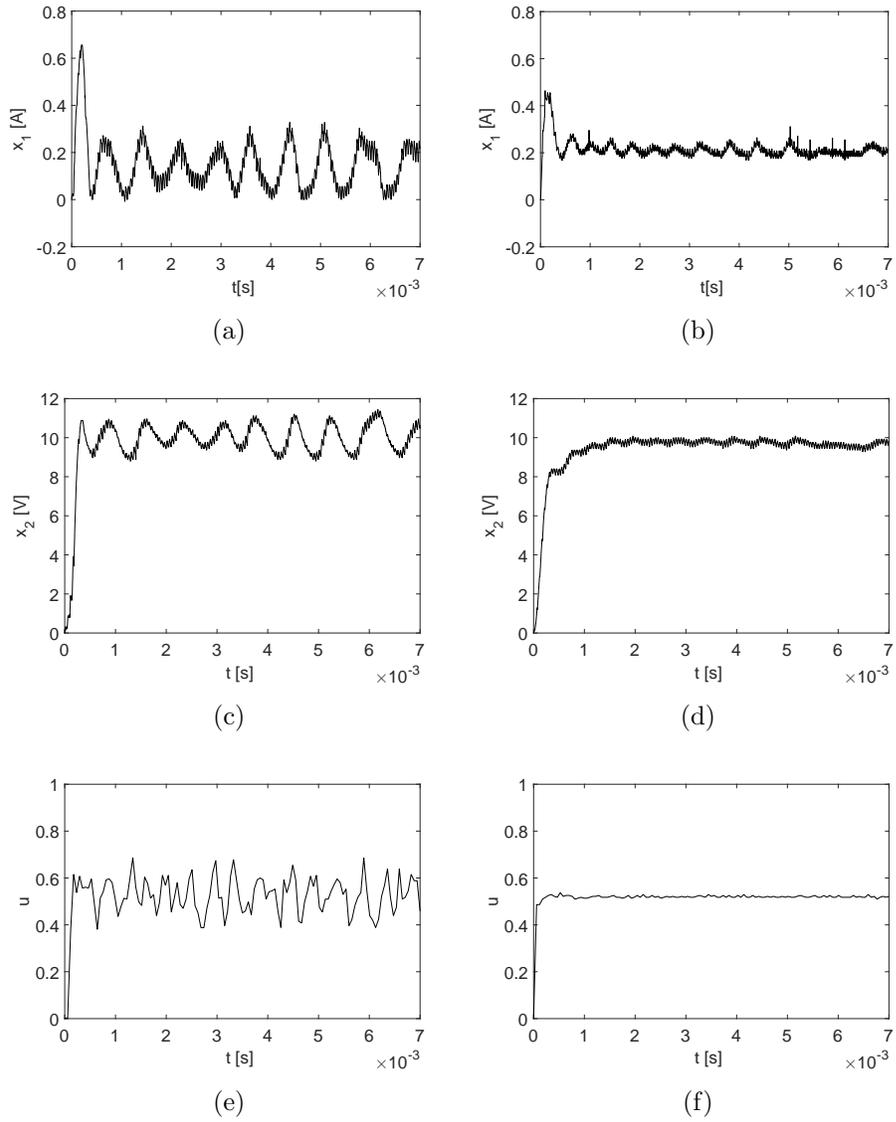


Figura 5.11: Implementación hardware para el sistema controlado sin perturbación, considerando los casos de control proporcional con corrección integral ((a), (c) y (e)) y basado en pasividad ((b), (d) y (f)).

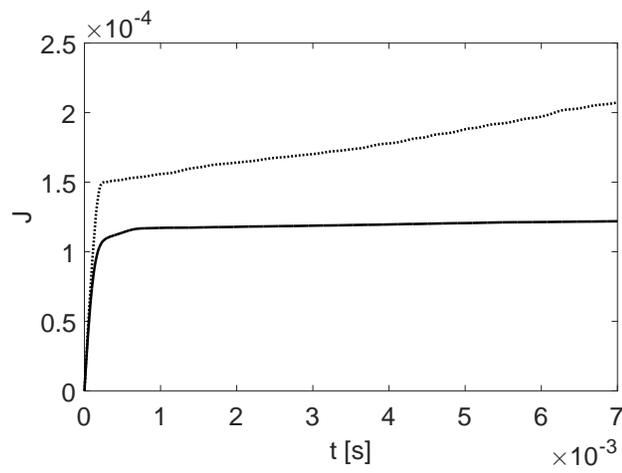


Figura 5.12: Funcional de costo calculado a partir de implementación hardware para estrategias de control proporcional con corrección integral (línea punteada) y basado en pasividad (línea sólida).

## CONCLUSIONES

Los desarrollos contenidos en la presente tesis de maestría permiten concluir que la formulación de leyes de control para regular el comportamiento dinámico de circuitos convertidores de potencia CC-CC puede ser realizada con base en consideraciones energéticas que explotan la pasividad de los sistemas físicos. En particular, se ha mostrado como partiendo la definición de una función de Lyapunov correspondiente con la energía de los elementos almacenadores del circuito, la estabilidad relativa del sistema y por consiguiente también su dinámica, quedan condicionados al valor asignado a un parámetro de control relacionando la disipación de energía en el lazo realimentado. Las formulaciones propuestas evidencian una equivalencia entre la ley de control basado en pasividad y la ley de control óptimo inverso, a través de la cual se minimiza un funcional de costo mediante una ley de control óptima, cuya existencia se garantiza a partir de la condición de pasividad (y por ende de estabilidad) del sistema. El contraste de las técnicas basadas en pasividad con controladores convencionales, demuestra un desempeño que aún siendo comparable en términos de parámetros dinámicos presenta marcadas diferencias en términos de consumo energético.

A continuación se enuncian los principales aportes en cada capítulo:

- El **Capítulo 2** permitió ilustrar mediante un ejemplo simple el concepto de optimalidad energética, a partir del cálculo de la forzante que minimiza el esfuerzo de control para conseguir el objetivo de llevar a la condición de equilibrio una masa acoplada a un resorte sin fricción. Desde el punto de vista físico, la energía que debe aplicarse a la masa para alcanzar la condición de equilibrio corresponde con su energía cinética. La ley de control óptimo implementada permitió alcanzar el objetivo de manera dosificada, es decir, aplicando la misma energía con una distribución de tiempo diferente (menor potencia), permitiendo reducir el funcional de costo correspondiente.
- En el **Capítulo 3** se realizó el diseño y la simulación de un controlador óptimo inverso para regular la tensión de salida en un circuito convertidor de potencia CC-CC elevador, ante perturbaciones en la tensión de suministro. Como principal aporte, se presenta la selección para la función de Lyapunov  $V$  que resuelve el problema de control mediante una forma cuadrática construida a partir de una matriz  $\mathbf{P}$  determinada con base en un análisis dimensional, asociado a la

energía de los elementos almacenadores del circuito. La optimalidad de la ley de control se verificó por contraste con una técnica de control convencional.

- El **Capítulo 4** presentó el concepto de pasividad de un sistema dinámico como herramienta para realizar tareas de control en circuitos convertidores de potencia, asociando la estabilidad del sistema controlado con un parámetro de control ( $\alpha$ ), que a su vez minimiza la energía entregada a la carga del circuito. Esta relación entre pasividad y optimalidad permitió verificar la equivalencia entre las leyes de control basado en pasividad y óptimo inverso y sus correspondientes parámetros de control.
- Finalmente, el **Capítulo 5** presentó una metodología para la realización de controladores digitales mediante herramientas de simulación mixta, integrada al diseño de circuitos convertidores de potencia. El principal aporte se centra en la posibilidad de llevar a la práctica estrategias de control (principalmente de tipo no convencional) mediante un procedimiento que posibilita la verificación de algoritmos en un simulador de circuitos de modo semejante y bastante próximo a la ejecución final sobre hardware.

## TRABAJO FUTURO

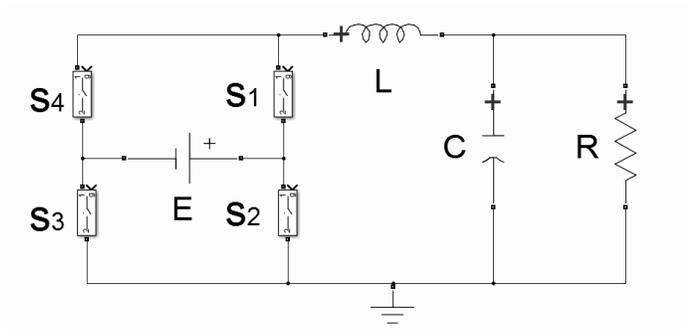
El problema de investigación abordado en el presente trabajo, posibilita una serie de futuras actividades destinadas a extender el ámbito de aplicación para las formulaciones propuestas. En particular, los resultados obtenidos sobre convertidores de potencia CC-CC pueden ser extendidos de manera natural a circuitos inversores (convertidores CC-CA), en tareas de seguimiento de perfiles de tensión de referencia.

Asimismo, la propiedad de pasividad para sistemas interconectados permite proponer soluciones para el problema de gestión optimizada de flujos de carga en redes eléctricas de potencia, a partir del modelamiento de la red como una estructura hamiltoniana. En este caso, el objetivo de control se relaciona con las señales de conmutación de los convertidores de potencia en modo tal que permitan mantener flujos de potencia activa y reactiva en las cargas de la red, con base en patrones preestablecidos.

A partir de ello, puede considerarse el circuito de la Fig. 5.13 que ilustra un convertidor DC-DC reductor (buck) configurado a manera de inversor de potencia mediante una topología de doble puente.

Para dicho circuito, el modelo promedio normalizado está dada por:

$$\begin{bmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & -1/L \\ 1/C & -1/RC \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 1/L \\ 0 \end{bmatrix} Eu \quad (5.3)$$



Convertidor tipo reductor doble puente con elementos ideales.

donde  $x_1$  es la corriente en el inductor,  $x_2$  es la tensión en el capacitor y  $u$  es la entrada de control promedio que admite valores en el conjunto cerrado  $[-1, 1]$ .

Definiendo como tensión deseada en la carga resistiva (tensión del capacitor) al perfil sinusoidal:

$$\bar{x}_2 = A \sin(\omega t),$$

es posible resolver analíticamente las ecuaciones del circuito, permitiendo obtener los siguientes valores de equilibrio para  $x_1$  y  $u$ :

$$\bar{x}_1 = \frac{A}{R} \sqrt{1 + (RC\omega)^2} \sin(\omega t + \tan^{-1}(RC\omega))$$

$$\bar{u} = \frac{A}{ER} \sqrt{(R + E)^2 + \omega^4 (RLC)^2} \sin\left(\omega t + \tan^{-1}\left(\frac{\omega^2 RLC}{R + E}\right)\right).$$

A partir de esto, la dinámica del error de estado puede formularse como:

$$\begin{bmatrix} \dot{z}_1 \\ \dot{z}_2 \end{bmatrix} = f(z) \begin{bmatrix} z_1 \\ z_2 \end{bmatrix} + g(z)(u - \bar{u})$$

donde:

$$f(z) = \begin{bmatrix} 0 & -1/L \\ 1/C & -1/RC \end{bmatrix} z; \quad g(z) = \begin{bmatrix} 1/L \\ 0 \end{bmatrix} E.$$

Así, definiendo:

$$V(z) = \frac{1}{2} z^T \begin{bmatrix} L & 0 \\ 0 & C \end{bmatrix} z$$

es posible formular una la ley de control óptimo inverso para el problema de seguimiento, calculada como:

$$\nu^* = -\frac{1}{2} \mathbf{R}^{-1} \begin{bmatrix} 1/L & 0 \end{bmatrix} \mathbf{E} \mathbf{P} z = -\frac{1}{2} \mathbf{R}^{-1} E (x_1 - \bar{x}_1),$$

que permite a su vez, generar el ciclo óptimo de control:

$$\begin{aligned} u &= \bar{u} + \nu^*, \\ &= \bar{u} - \frac{1}{2}\mathbf{R}^{-1}E(x_1 - \bar{x}_1). \end{aligned}$$

Se presentan resultados de simulación para el circuito inversor de doble puente. El escenario considerado parte de condiciones iniciales cero y verifica una convergencia casi instantánea de la tensión de salida hacia su valor de referencia. Posteriormente, en  $t = 0.03 \text{ s}$  se aplica una perturbación correspondiente con un cambio escalón en la tensión de suministro  $E$ , pasando de 220 a 160  $VDC$ .

Los resultados se presentan para tres valores distintos del parámetro de control, permitiendo observar un mejor desempeño del sistema controlado cuando  $\mathbf{R} = 1$ . Actividades adicionales implican analizar el comportamiento ante cargas con componentes inductivos y capacitivos, así como sus correspondientes flujos de potencia.

Parámetros circuitales para simulación de inversor en doble puente

Componente	Descripción	Valor
R	Resistencia de carga	10 $\Omega$
L	Inductor	10 $mH$
C	Capacitor	10 $\mu F$
E	Tensión de suministro	220 $VDC$
$\bar{x}_2$	Tensión de salida deseada	110 $\sin(120\pi t) VAC$

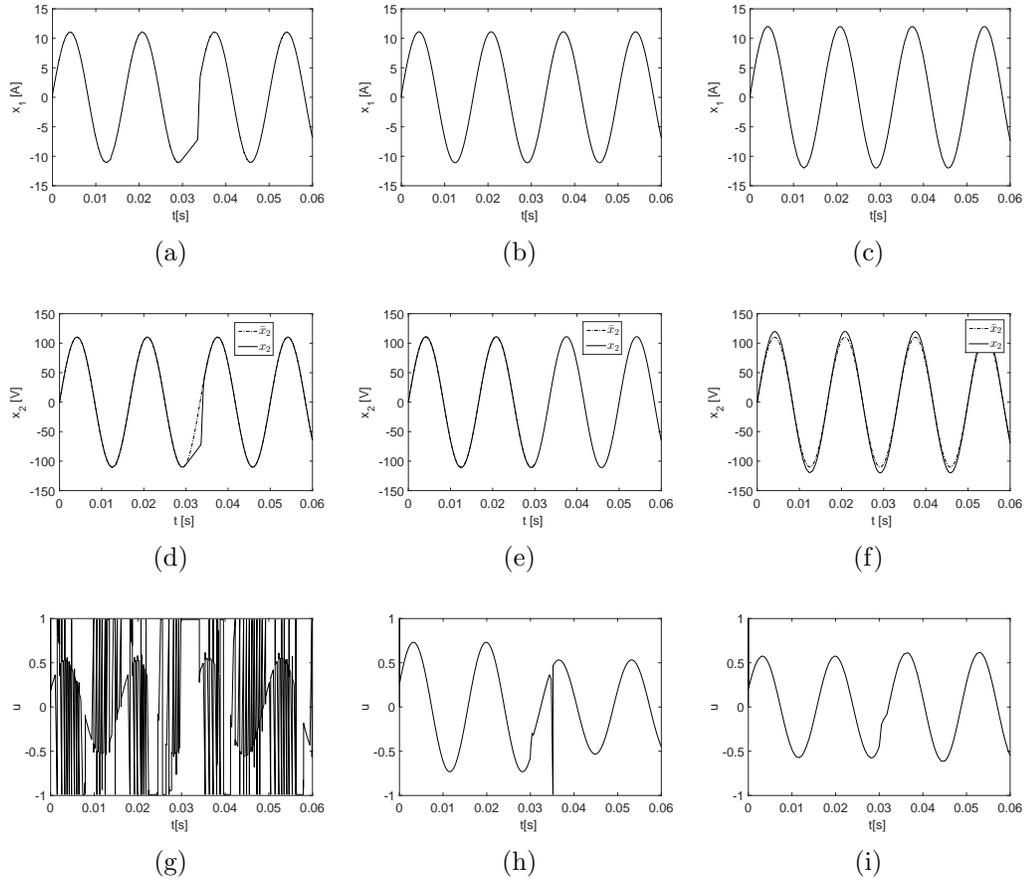
## DIVULGACIÓN DE RESULTADOS

La presente tesis de maestría fue desarrollada como parte del plan de trabajo para joven investigador e innovador de COLCIENCIAS del grupo CEMOS-UIS, financiado mediante la convocatoria N° 645 de 2014.

Se realizaron las siguientes publicaciones en revistas indexadas por COLCIENCIAS:

- C. J. Vega, R. Alzate, (2014). “Control óptimo inverso para sistemas no lineales en tiempo continuo”. Respuestas, 19(1), 13 - 18.
- C. J. Vega, R. Alzate (2015). “Control óptimo inverso como alternativa para la regulación de un convertidor DC-DC elevador”. Tecmura, 19(46), 65 - 78.

Se realizó la siguiente ponencia en evento nacional:



Control del inversor reductor de doble puente, simulado para diferentes valores del parámetro de control:  $\mathbf{R} = 0.1$  ((a), (d) y (g)),  $\mathbf{R} = 1$  ((b), (e) y (h)) y  $\mathbf{R} = 10$  ((c), (f) e (i)).

- C. J. Vega, R. Alzate (2015). “*Minimum-energy regulation of a power conversion circuit*”. IEEE 2nd Colombian Conference on Automatic Control (CCAC), Universidad Nacional de Colombia, Sede Manizales.

Se realizaron las siguientes ponencias en eventos internacionales:

- C. J. Vega, R. Alzate (2014). “*Inverse optimal control on electric power conversion*”. IEEE International Autumn Meeting on Power, Electronics and Computing (ROPEC), Ixtapa - México.
- C. J. Vega, R. Alzate (2015). “*Mixed-signal simulation of non-conventional controllers for power converter circuits*”. IEEE International Autumn Meeting on Power, Electronics and Computing (ROPEC), Ixtapa - México.

Asimismo, se participó en la co-dirección del siguiente trabajo de grado en Ingeniería Electrónica de la E3T-UIS:

- H. M. Moreno, M. F. Ortiz, “*Implementación de un control óptimo inverso en un convertidor DC-DC*”. Trabajo de grado concluido en julio de 2016, evaluado con calificación de 4.5/5.0.

## BIBLIOGRAFÍA

- [1] International Energy Agency, *World energy outlook*, (2013).
- [2] Navid Aghasadeghi, Andrew Long, and Timothy Bretl, *Inverse optimal control for a hybrid dynamical system with impacts*, Robotics and Automation (ICRA), 2012 IEEE International Conference on, IEEE, 2012, pp. 4962–4967.
- [3] Hedaya Alasooly, *Comparison between optimal control strategies applied to a system with unified power flow controller, shunt converter and series converter*, Computers & Mathematics with Applications **60** (2010), no. 4, 954–975.
- [4] B. D. Anderson and J. B. Moore, *Linear optimal control*, Prentice-Hall, 1971.
- [5] Brian Anderson, *Nonlinear regulator theory and an inverse optimal control problem*, Automatic Control, IEEE Transactions on **18** (1973), no. 5, 460–465.
- [6] J. Arai, K. Iba, T. Funabashi, Y. Nakanishi, K. Koyanagi, and R. Yokoyama, *Power electronics and its applications to renewable energy in japan*, IEEE Circuits and Systems Magazine **8** (2008), no. 3, 52–66.
- [7] L.A. Baranov, I.S. Meleshin, and L.M. Chin', *Optimal control of a subway train with regard to the criteria of minimum energy consumption*, Russian Electrical Engineering **82** (2011), no. 8, 405–410.
- [8] R. Bellman, *Dynamic programming*, Princeton Univ., Press, 1957.
- [9] Fernando D Bianchi, Agustí Egea-Alvarez, Adrià Junyent-Ferré, and Oriol Gomis-Bellmunt, *Optimal control of voltage source converters under power system faults*, Control Engineering Practice **20** (2012), no. 5, 539–546.
- [10] J. Brembeck and P. Ritzer, *Energy optimal control of an over actuated robotic electric vehicle using enhanced control allocation approaches*, 2012, pp. 322–327.
- [11] C.I. Byrnes, A. Isidori, and J.C. Willems, *Passivity, feedback equivalence, and the global stabilization of minimum phase nonlinear systems.*, IEEE Transactions on Automatic Control **36** (1991), no. 11, 1228 – 1240.

- [12] Q. Cai, C.S. Adjiman, and N.P. Brandon, *Optimal control strategies for hydrogen production when coupling solid oxide electrolyzers with intermittent renewable energies*, Journal of Power Sources **268** (2014), 212–224.
- [13] Jose Antonio Beleza Carvalho, *Rational and efficient use of energy in industrial electrical installations*, Proceedings of the 41st International Universities Power Engineering Conference, vol. 3, IEEE, 2006, pp. 951–955.
- [14] Chok-You Chan, *Simplified parallel-damped passivity-based controllers for DC-DC power converters*, Automatica **44** (2008), no. 11, 2977 – 2980.
- [15] Slobodan Cuk and RD Middlebrook, *Advances in switched-mode power conversion part I*, Industrial Electronics, IEEE Transactions on (1983), no. 1, 10–19.
- [16] PK Dash and N Nayak, *Nonlinear control of voltage source converters in AC-DC power system*, ISA transactions **53** (2014), no. 4, 1268–1285.
- [17] N.J. Elias, *Instruction set modeling of micro-controllers for power converter simulation*, Applied Power Electronics Conference and Exposition, 2003. APEC '03. Eighteenth Annual IEEE, vol. 2, 2003, pp. 996–1001 vol.2.
- [18] Cetin Elmas, Omer Deperlioglu, and Hasan Huseyin Sayan, *Adaptive fuzzy logic controller for DC-DC converters*, Expert Systems with Applications **36** (2009), no. 2, 1540–1548.
- [19] Robert W Erickson and Dragan Maksimovic, *Fundamentals of power electronics*, Springer, 2001.
- [20] Gerardo Escobar, Arjan J. van der Schaft, and Romeo Ortega, *A hamiltonian viewpoint in the modeling of switching power converters*, Automatica **35** (1999), no. 3, 445 – 452.
- [21] B Garzon and L Fernandez Abregu, *Rational biomass energy use for water heating in rural schools*, Clean Electrical Power, 2009 International Conference on, IEEE, 2009, pp. 128–134.
- [22] Tobias Geyer, Georgios Papafotiou, Roberto Frasca, and Manfred Morari, *Constrained optimal control of the step-down DC-DC converter*, IEEE Transactions on Power Electronics **23** (2008), no. 5, 2454–2464.
- [23] Daniel W Hart, *Electrónica de potencia*, Pearson Educación, SA, 2001.
- [24] David Hill and Peter Moylan, *The stability of nonlinear dissipative systems*, Automatic Control, IEEE Transactions on **21** (1976), no. 5, 708–711.

- [25] Tomoyuki Ikeyama, Hiroshi Watanabe, Satoru Isobe, and Hiroshi Takahashi, *An approach to optimize energy use in food plants*, SICE Annual Conference (SICE), 2011 Proceedings of, IEEE, 2011, pp. 1574–1579.
- [26] Seleme Isaac Jr, Lenin Martins Ferreira Morais, Arthur Hermano Rezende Rosa, Leonardo Antônio Borges Torres, et al., *Stability in passivity-based boost converter controller for power factor correction*, European Journal of Control **19** (2013), no. 1, 56–64.
- [27] D. Jeltsema and J.M.A. Scherpen, *Tuning of passivity-preserving controllers for switched-mode power converters*, Automatic Control, IEEE Transactions on **49** (2004), no. 8, 1333–1344.
- [28] Rudolf Emil Kalman, *When is a linear control system optimal?*, Journal of Fluids Engineering **86** (1964), no. 1, 51–60.
- [29] John G Kassakian, Martin F Schlecht, and George C Verghese, *Principles of power electronics*, Addison-Wesley Reading, USA, 1991.
- [30] Hassan K. Khalil, *Nonlinear systems*, vol. 2, Prentice-Hall New Jersey, 1996.
- [31] Tobias Kirchner, N. Bannow, and C. Grimm, *Analogue mixed signal simulation using spice and systemc*, Design, Automation Test in Europe Conference Exhibition, 2009. DATE '09., 2009, pp. 284–287.
- [32] D. E. Kirk, *Optimal control theory and introduction*, Dover publications, 1998.
- [33] William S Levine, *The control handbook. George Verghese. Dynamics Modelling and control in Power Electronics*, Section 17. CRC press, 1995.
- [34] R. Leyva, A. Cid-Pastor, C. Alonso, I. Queinnec, S. Tarbouriech, and L. Martinez-Salamero, *Passivity-based integral control of a boost converter for large-signal stability*, IEE Proceedings-Control Theory and Applications **153** (2006), no. 2, 139–146.
- [35] R Leyva Grasa, *Control de convertidores conmutados mediante técnicas no lineales: Pasividad, linealización entrada-salida y redes neuronales*, Ph.D. thesis, Universitat Politècnica de Catalunya, 2000.
- [36] Xinrui Liu, Guangru Zhang, Dongsheng Yang, Tongyu Shi, and Xusheng He, *Discrete-time optimal control of photovoltaic grid-connected inverter based on particle swarm optimization*, Mathematical Problems in Engineering (2014).
- [37] D.L. Loe, *Energy efficiency in lighting - considerations and possibilities*, Lighting Research and Technology **41** (2009), no. 3, 209–218.

- [38] F. Lopez-Colino, A. Sanchez, A. de Castro, and J. Garrido, *Modeling of power converters for debugging digital controllers through fpga emulation*, Power Electronics and Applications (EPE), 2013 15th European Conference on, 2013, pp. 1–8.
- [39] Joseph Herbert Mitchell Moreno and Miller Fabián Ortíz Jeréz, *Implementación de un control óptimo inverso en un convertidor DC-DC*, Trabajo de Grado (Ingeniero Electrónico), Universidad Industrial de Santander (2016).
- [40] Ned Mohan and Tore M Undeland, *Power electronics: converters, applications, and design*, John Wiley & Sons, INC, 1989.
- [41] Saeid Moslehpour, Chandrasekhar Puliroju, and Akram Abu-Aisheh, *Design of risc processor using vhdl and cadence*, Advanced Techniques in Computing Sciences and Software Engineering, Springer, 2010, pp. 517–525.
- [42] Peter Moylan and Brian Anderson, *Nonlinear regulator theory and an inverse optimal control problem*, Automatic Control, IEEE Transactions on **18** (1973), no. 5, 460–465.
- [43] Romeo Ortega and Mark W. Spong, *Adaptive motion control of rigid robots: A tutorial*, Automatica **25** (1989), no. 6, 877 – 888.
- [44] Majid Pahlevaninezhad, Pritam Das, Josef Drobnik, Gerry Moschopoulos, Praveen K Jain, and Alireza Bakhshai, *A nonlinear optimal control approach based on the control-lyapunov function for an AC/DC converter used in electric vehicles*, Industrial Informatics, IEEE Transactions on **8** (2012), no. 3, 596–614.
- [45] Yonmook Park, *Inverse optimal and robust nonlinear attitude control of rigid spacecraft*, Aerospace Science and Technology **28** (2013), no. 1, 257–265.
- [46] Adriano José Peña, *Herramientas eda para el diseño de controladores digitales en vhdl*, Trabajo de Grado (Ingeniero Electrónico), Universidad Industrial de Santander (2015).
- [47] J. O. Petinrin and M. Shaaban, *Overcoming challenges of renewable energy on future smart grid.*, Telkomnika **10** (2012), no. 2, 229 – 234.
- [48] L.S. Pontryagin, V.G. Boltyanskii, R. V. Gamkrelidze, and E. F. Mishchenko, *The mathematical theory of optimal processes*, English translation: Interscience, 1962.
- [49] A. Prodic and D. Maksimovic, *Mixed-signal simulation of digitally controlled switching converters*, Computers in Power Electronics, 2002. Proceedings. 2002 IEEE Workshop on, 2002, pp. 100–105.

- [50] Sreeram Rajagopalan, *A new design methodology for mixed level and mixed signal simulation using PSpice A/D and VHDL*, Master's thesis, Rochester Institute of Technology, 2005.
- [51] Sreeram Rajagopalan, EMA Design Automation, and Marcin Lukowiak, *Mixed level and mixed signal simulation using cadence PSpice A/D and VHDL*, (2007).
- [52] Hugo Rodriguez, Romeo Ortega, Gerardo Escobar, and Nikita Barabanov, *A robustly stable output feedback saturated controller for the boost DC-to-DC converter*, Systems & Control Letters **40** (2000), no. 1, 1 – 8.
- [53] Riemann Ruiz-Cruz, Edgar N Sanchez, Fernando Ornelas-Tellez, Alexander G Loukianov, and Ronald G Harley, *Particle swarm optimization for discrete-time inverse optimal control of a doubly fed induction generator*, Cybernetics, IEEE Transactions on **43** (2013), no. 6, 1698–1709.
- [54] Edgar N Sanchez and Fernando Ornelas-Tellez, *Discrete-time inverse optimal control for nonlinear systems*, CRC Press, 2013.
- [55] A. Sciarretta, M. Back, and L. Guzzella, *Optimal control of parallel hybrid electric vehicles*, IEEE Transactions on Control Systems Technology **12** (2004), no. 3, 352–363.
- [56] Rodolphe Sepulchre, Mrdjan Jankovic, and Petar V Kokotovic, *Constructive nonlinear control*, Springer-Verlag, Berlin., 1997.
- [57] William Shepherd and Li Zhang, *Power converter circuits*, CRC Press, 2004.
- [58] M.A. Sheta, V. Agarwal, and P.S.V. Nataraj, *A new energy optimal control scheme for a separately excited DC motor based incremental motion drive*, International Journal of Automation and Computing **6** (2009), no. 3, 267–276.
- [59] H Sira-Ramírez, *Are nonlinear controllers really necessary in power electronics devices?*, Power Electronics and Applications, 2005 European Conference on, IEEE, 2005, pp. 10–pp.
- [60] H. Sira-Ramírez, R. Ortega, and G. Escobar, *Lagrangian modeling of switch regulated dc-to-dc power converters*, Decision and Control, 1996., Proceedings of the 35th IEEE Conference on, vol. 4, Dec 1996, pp. 4492–4497 vol.4.
- [61] H. Sira-Ramírez, R. Ortega, and M. García-Esteban, *Adaptive passivity-based control of average dc-to-dc power converter models*, International journal of adaptive control and signal processing **12** (1998), no. 1, 63–80.
- [62] H. Sira-Ramírez, R.A. Perez-Moreno, R. Ortega, and M. Garcia-Esteban, *Passivity-based controllers for the stabilization of DC-to-DC power converters*, Automatica **33** (1997), no. 4, 499 – 513.

- [63] Hebertt Sira-Ramírez and Ramón Silva-Ortigoza, *Control design techniques in power electronics devices*, Springer, 2006.
- [64] J. J. Slotine and W. Li, *Applied nonlinear control*, Prentice-Hall, 1991.
- [65] Young Ik Son and In Hyuk Kim, *Complementary PID controller to passivity-based nonlinear control of boost converters with inductor resistance*, Control Systems Technology, IEEE Transactions on **20** (2012), no. 3, 826–834.
- [66] M Spinetti-Rivera, Domingo Biel Solé, and Hebertt Sira-Ramírez, *Síntesis de controladores para convertidores de potencia utilizando realimentación de la salida pasiva de la dinámica exacta del error de seguimiento: teoría y práctica*, Ph.D. thesis, Universitat Politècnica de Catalunya, 2010.
- [67] S. Stockar, V. Marano, M. Canova, G. Rizzoni, and L. Guzzella, *Energy-optimal control of plug-in hybrid electric vehicles for real-world driving cycles*, IEEE Transactions on Vehicular Technology **60** (2011), no. 7, 2949–2962.
- [68] D. Subbaram, *Optimal control systems*, CRC Press, 2003.
- [69] Morikazu Takegaki and Suguru Arimoto, *A new feedback method for dynamic control of manipulators*, Journal of Dynamic Systems, Measurement, and Control **103** (1981), no. 2, 119–125.
- [70] S. Teleke, M.E. Baran, S. Bhattacharya, and A.Q. Huang, *Optimal control of battery energy storage for wind farm dispatching*, IEEE Transactions on Energy Conversion **25** (2010), no. 3, 787–794.
- [71] I. Urriza, L.A. Barragán, J.I. Artigas, J. Acero, D. Navarro, and J.M. Burdio, *Using mixed-signal simulation to design a digital power measurement system for induction heating home appliances*, Industrial Electronics, 2007. ISIE 2007. IEEE International Symposium on, 2007, pp. 1447–1451.
- [72] Vadim Utkin, Jürgen Guldner, and Ma Shijun, *Sliding mode control in electro-mechanical systems*, vol. 34, CRC press, 1999.
- [73] Arjan Van der Schaft, *L<sub>2</sub>-gain and passivity techniques in nonlinear control*, Springer Science & Business Media, 2012.
- [74] M Vidyasagar, *New passivity-type criteria for large-scale interconnected systems*, IEEE Transactions on Automatic Control **24** (1979), no. 4, 575–579.
- [75] J. Wang and T. Gordon, *Energy optimal control of servo-pneumatic cylinders through nonlinear static feedback linearization*, Journal of Dynamic Systems, Measurement and Control, Transactions of the ASME **134** (2012), no. 5.

- [76] Liuping Wang, Shan Chai, Dae Yoo, Lu Gan, and Ki Ng, *Pid and predictive control of electrical drives and power converters using matlab/simulink*, John Wiley & Sons, 2015.
- [77] Jan C Willems, *Dissipative dynamical systems part I and II : General theory*, Archive for rational mechanics and analysis **45** (1972), no. 5, 321–393.
- [78] Y. Yang, Z. Fan, and R.X. Gao, *Optimal battery control strategy for wireless sensor networks with solar energy supply*, 2014, pp. 3559–3564.
- [79] Jianwu Zeng, Zhe Zhang, and Wei Qiao, *An interconnection and damping assignment passivity-based controller for a DC-DC boost converter with a constant power load*, Industry Applications, IEEE Transactions on **50** (2014), no. 4, 2314–2322.
- [80] Haihua Zhou, Ashwin M Khambadkone, and Xin Kong, *Passivity-based control for an interleaved current-fed full-bridge converter with a wide operating range using the Brayton–Moser form*, IEEE Transactions on Power Electronics **24** (2009), no. 9, 2047–2056.

## ANEXO A

### DISEÑO Y CONSTRUCCIÓN DEL CONVERTIDOR ELEVADOR

Para verificar las predicciones teóricas propuestas en el presente trabajo de investigación de maestría, se realizó el diseño y construcción de un circuito convertidor de potencia elevador a manera de prototipo de laboratorio. Inicialmente se presentará el diseño de componentes de circuito y posteriormente se ilustrarán las etapas configuradas para operarlo al interior de un lazo de control. Los desarrollos presentados son tomados de [39].

#### A.1 DIMENSIONADO DE COMPONENTES

El modelo matemático que aproxima el comportamiento de un circuito convertidor de potencia CC-CC elevador, viene dado por las siguientes ecuaciones para la dinámica del voltaje  $v$  en el capacitor y la corriente  $i$  en el inductor:

$$\begin{aligned} L \frac{di}{dt} &= E - (1 - U)v \\ C \frac{dv}{dt} &= (1 - U)i - \frac{v}{R}. \end{aligned} \tag{A.1}$$

A partir de ello, considerando una resistencia de carga  $R$  de  $100 \Omega/10 W$  y una frecuencia de conmutación  $f$  de  $20 kHz$ , se desea obtener una tensión de salida  $V_o$  de  $10 V$  ante una tensión de entrada  $E$  de  $5 V$ .

Por tanto, asumiendo un rizado de tensión de salida  $\Delta V_o$  del  $2.5\%$ , para un ciclo útil nominal  $D$  del  $50\%$ , se calcula el valor de capacitancia a partir de:

$$C > \frac{D}{(Rf(\Delta V_o/V_o))} = 1 \mu F,$$

con base en lo cual se selecciona un valor comercial cercano correspondiente con  $10 \mu F$ .

Tabla A.1: Descripción elementos de circuito convertidor elevador

Elemento	Descripción
Transistor	MOSFET de potencia comercial de referencia IRFP150
Diodo	Rectificador Schottky comercial de referencia SB550

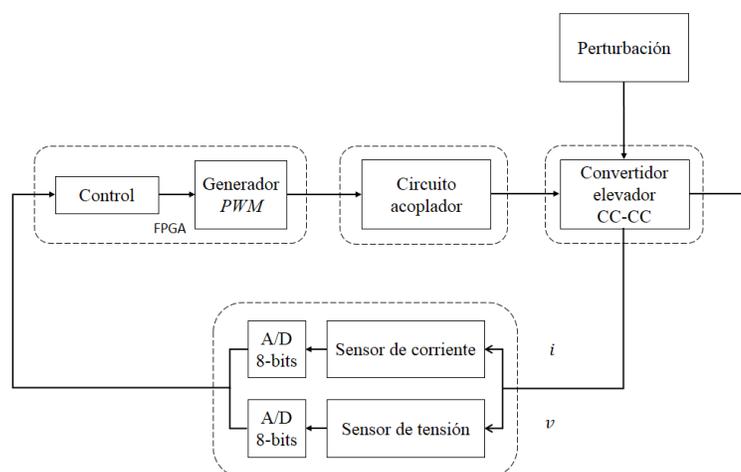


Figura A.1: Estructura general del sistema experimental.

Asimismo, se calcula el valor de la inductancia mínima a partir de:

$$L_{min} > \frac{D(1-D)^2 R}{2f} = 312.5 \mu H,$$

con base en lo cual se selecciona un valor comercial cercano correspondiente con  $1mH$ .

A partir de estos parámetros de diseño, se seleccionan los componentes adicionales para el circuito incluidos en la Tabla A.1.

## A.2 CONSTRUCCIÓN DE PROTOTIPO DE LABORATORIO

La estructura general del sistema implementado en laboratorio se ilustra en la Fig.A.1, de la cual se destacan bloques de actuación (generador PWM), sensado (transductores de corriente y voltaje), perturbación (alteración de valores nominales para tensión de suministro y resistencia de carga) y control (para modificar el ciclo útil de conmutación, con base en una ley de control determinada). A continuación, se realiza una breve descripción de la manera en la que cada uno de estos bloques fue constituido.

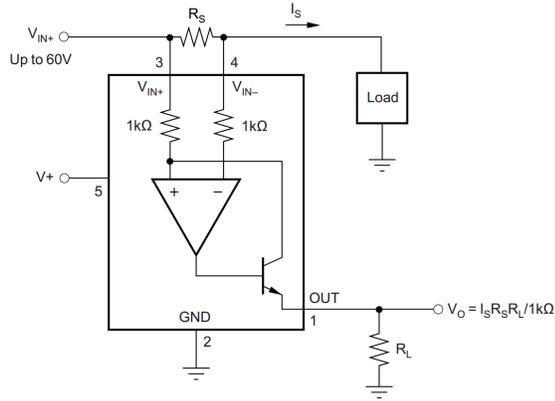


Figura A.2: Dispositivo para sensado de corriente.

Tabla A.2: Valores considerados para el sensado de corriente

Parámetro	$R_s$	$R_L$	$I_s$
Valor	$13\text{ m}\Omega$	$10\text{ k}\Omega$	$0.22\text{ A}$

### A.2.1 Dispositivos de sensado

Para sensar la corriente en el inductor, un amplificador de instrumentación (INA169) fue configurado para medir la corriente que pasa a través una resistencia shunt ( $R_s$ ), como se ilustra en la Fig.A.2. Esta resistencia shunt es colocada en serie con el inductor, de manera tal que su caída de tensión refleje la corriente que circula a través de ambos. La salida del amplificador de instrumentación se ajusta para una máxima tensión de  $5\text{ V}$ , seleccionando los valores de parámetro incluidos en la Tabla A.2. Este valor de tensión corresponde con el máximo configurable para resolución completa (8 bits) de un convertidor analógico a digital ADC0804, acoplado en cascada como camino hacia el dispositivo de proceso y configurado según mostrado en la Fig.A.3, para valores típicos de su hoja de datos.

De manera similar, para proceder con el sensado de la tensión de salida se acopló el capacitor a un circuito seguidor de tensión (constituido con un TLV2252) actuando como adaptador de impedancias, con ganancia ajustada para modificar los niveles de salida del convertidor elevador al rango  $0 - 5\text{ V}$ , convertidos posteriormente a niveles digitales en modo idéntico al caso descrito en el párrafo anterior. Los valores de resistencia incluidos en la configuración mostrada en la Fig. A.4 fueron seleccionados para constituir el divisor de tensión (A.2).

$$V_a = \left( \frac{1\text{k}\Omega}{1\text{k}\Omega + 5.6\text{k}\Omega} \right) x_2(t) \quad (\text{A.2})$$

Así, cuando la tensión en el capacitor  $x_2(t)$  alcance su valor máximo de  $30\text{ V}$

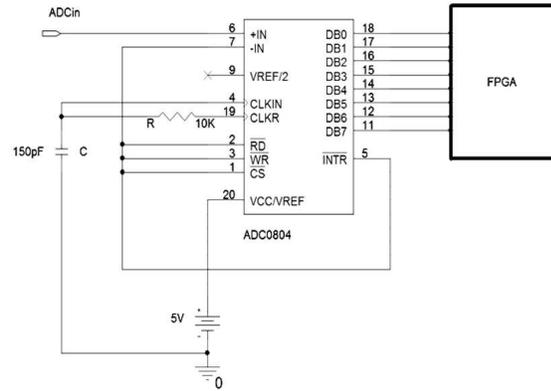


Figura A.3: Convertidor analógico a digital.

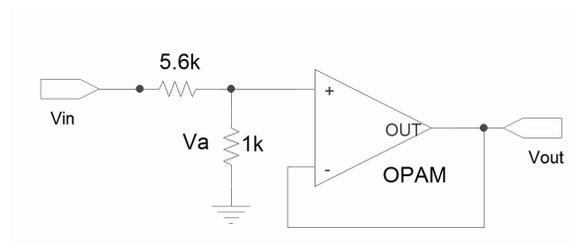


Figura A.4: Seguidor de tensión para acople de salida a sensor.

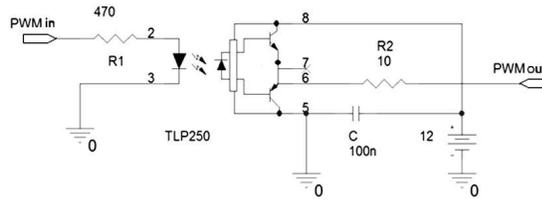


Figura A.5: Interfaz de señal digital a señal de potencia.

(rango evidenciado experimentalmente) el seguidor entregará como tensión máxima al convertidor analógico a digital un valor de  $4.54 V$ .

### A.2.2 Circuito acoplador

La interfaz entre la componente de gobierno digital y el circuito analógico de potencia del sistema, se realiza a través de acople óptico (empleando un optoacoplador TLP250) tal y como se ilustra en el diagrama esquemático de la Fig.A.5, configurado para valores típicos sugeridos en la hoja de datos del fabricante. Además de las características de aislamiento eléctrico (protección) y mejoramiento de las formas de onda (filtrado), esta etapa presenta una apropiada respuesta en ancho de banda (con tiempos de conmutación de hasta  $1.5 \mu s$ ) requerida para el tipo de aplicación considerada.

### A.2.3 Unidad de control y generador PWM

Para implementar los algoritmos de control, se empleó la plataforma de desarrollo para sistemas digitales de arquitectura FPGA (DIGILENT NEXYS 3 de Xilinx®) ilustrada en la Fig.A.6. Dicho dispositivo está basado en tecnología FPGA Spartan® – 6, con capacidad de memoria de  $16 Mb$  y frecuencia de reloj de  $100 MHz$ , lo cual le brinda altas prestaciones.

De manera complementaria, para operar el gobierno sobre el circuito convertidor de potencia es necesario constituir un bloque de actuación a partir de un modulador de señal por ancho de pulso (PWM). Dicho módulo fue construido en FPGA a partir del diagrama de bloques que se ilustra en la Fig.A.7, en el cual se realizó la comparación entre una entrada de referencia ( $D$  en el diagrama, correspondiente con el ciclo útil) y una señal de tipo diente de sierra, generada mediante un contador reiniciado cada periodo de la señal. De esta manera, la salida del comparador será “0” o “1” dependiendo de la magnitud relativa entre entradas. La base de tiempo para la señal diente de sierra fue configurada a través de un divisor de la frecuencia de reloj del FPGA, permitiendo obtener un periodo de  $50 \mu s$ .

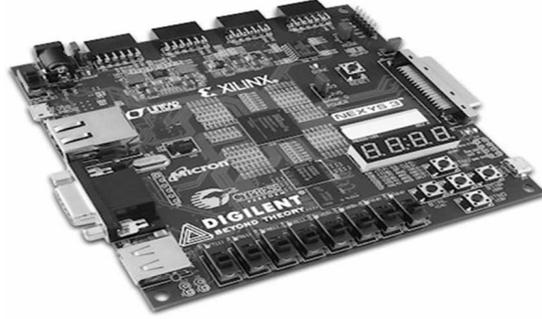


Figura A.6: Sistema de desarrollo para algoritmos de control.

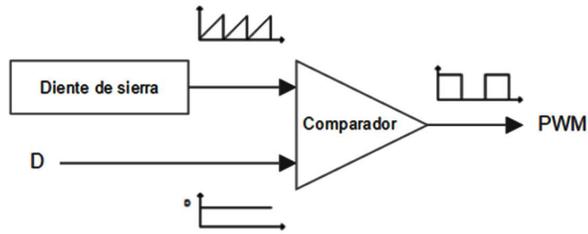


Figura A.7: Diagrama de bloques para actuador PWM.

#### A.2.4 Perturbaciones

Para alterar las condiciones de operación nominal del sistema, se realizaron modificaciones al circuito para variar los valores de la tensión de suministro  $E$  y de resistencia de carga  $R$ .

La modificación de la carga se realizó a partir de una resistencia de  $100\ \Omega/10\ W$  ubicada en paralelo con la carga original (accionada mediante un conmutador), provocando una reducción del 50% en el valor nominal.

El cambio en la tensión de suministro se obtuvo incorporando un sumador de tensión con características de alta potencia (OPA549) en la entrada del circuito, como ilustrado en la Fig. A.8. Este dispositivo fue necesario debido a las altas corrientes requeridas por el convertidor al momento de aplicar los cambios transitorios de la perturbación. Las resistencias de este circuito fueron ajustadas (de igual valor) para una ponderación unitaria sobre las señales sumadas.

El sistema final implementado en laboratorio se visualiza en la Fig. A.9. Asimismo, los diagramas y las capas del circuito impreso diseñado se presentan en la Fig. A.10.

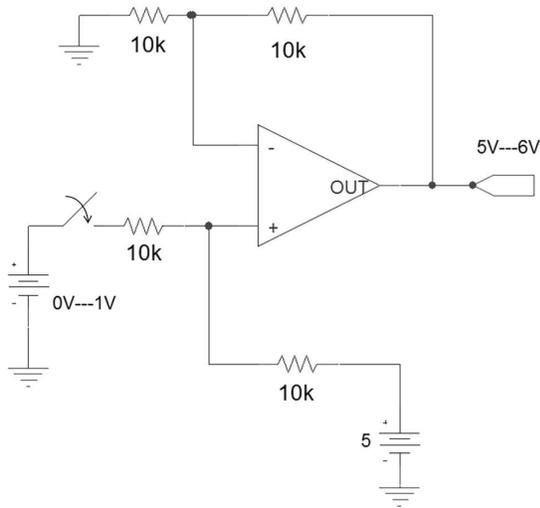


Figura A.8: Sumador de tensión para perturbación de entrada.

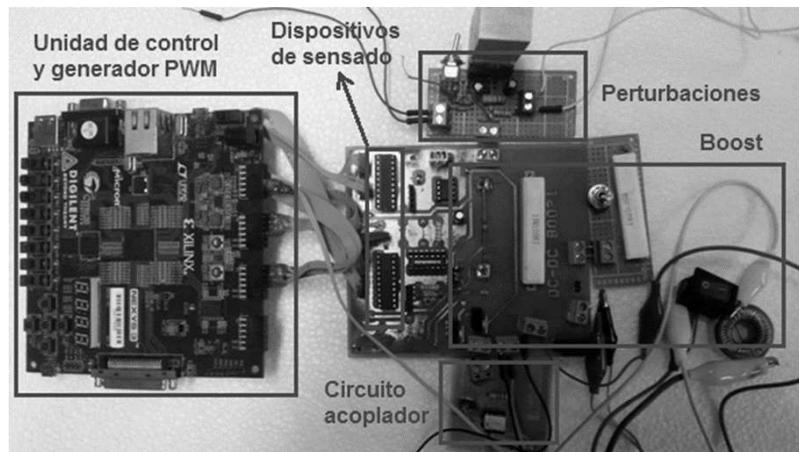
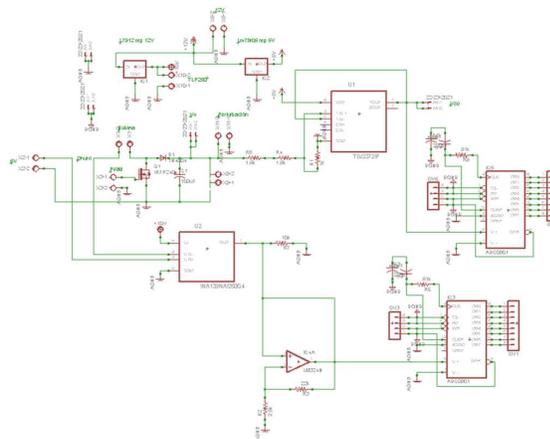
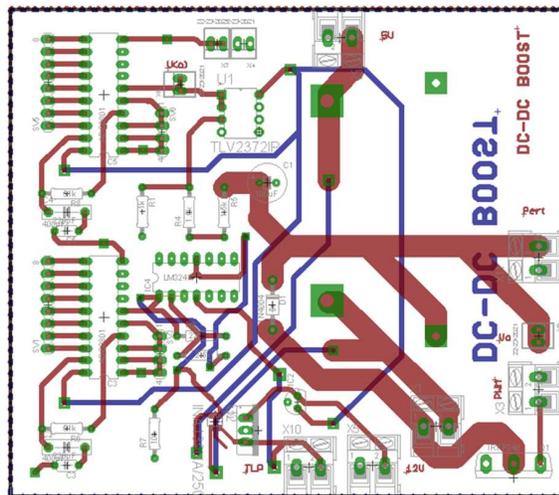


Figura A.9: Prototipo de sistema implementado en laboratorio.



(a) Esquemático para circuito diseñado



(b) Capas de circuito impreso diseñado

Figura A.10: Diagramas para prototipo de sistema implementado.