PLANTEAMIENTO DE MODELO GENERAL POR MEDIO DE PROGRAMACION LINEAL PARA LA OPTIMIZACION DE PROCESOS DE MAQUINARIA PESADA

UNIVERSIDAD INDUSTRIAL DE SANTANDER

ESCUELA DE INGENIERÍA CIVIL

BUCARAMANGA

2009

PLANTEAMIENTO DE MODELO GENERAL POR MEDIO DE PROGRAMACION LINEAL PARA LA OPTIMIZACION DE PROCESOS DE MAQUINARIA PESADA

AUTOR

ROGELIO ALFARO MEDINA

TRABAJO DE GRADO PARA OPTAR POR EL TÍTULO DE INGENIERO CIVIL

DIRECTOR:

Ingeniero Civil. M. Sc. ALVARO EFREN DIAZ

UNIVERSIDAD INDUSTRIAL DE SANTANDER

ESCUELA DE INGENIERÍA CIVIL

BUCARAMANGA

2009

Dedicatoria

A Dios por guiar mi vida y darme la
Oportunidad de salir adelante,
Llenándome de sabiduría y dedicación.
A mis padres Virgilio Alfaro González
Y Deyanira Medina, quienes con su amor, dedicación,
Esfuerzo y confianza, han hecho de mí,
La persona que hoy soy.
También a mis hermanos que de alguna u otra
Manera han dado un valor agregado a mi vida.
A mi familia, también han sido un gran
Apoyo y motivación.
A Sandra Milena Buitrago Porras, por su amor, apoyo,
Compañía y ánimo para seguir adelante.
A mis compañeros y amigos, por compartir
Conocimientos y experiencias durante la carrera.
A aquellas personas que han creído
En mí y en el comienzo de una
Nueva etapa en mí vida.

Rogelio Alfaro Medina.

AGRADECIMIENTOS

El autor agradece la colaboración recibida de todas aquellas personas que hicieron posible la realización de este proyecto y en especial

A mi director de proyecto Ingeniero M Sc. Álvaro Efrén Díaz, por brindarme la oportunidad de trabajar en este proyecto siendo mi guía y compartiendo su amplio conocimiento. También al Ingeniero Javier Arias Osorio por su asesoría que fue de vital ayuda en este grandioso tema que se empieza a incursionar en la escuela de Ingeniería Civil.

También al cuerpo de profesores que durante toda la carrera nos enseñaron a ser profesionales impartiéndonos sus experiencias y conocimientos.

CONTENIDO

RESUMEN

TITULO: PLANTEAMIENTO DE MODELO GENERAL POR MEDIO DE PROGRAMACION LINEAL PARA LA OPTIMIZACION DE PROCESOS DE MAQUINARIA PESADA [1]*

AUTOR:

ALFARO MEDINA Rogelio. **

PALABRAS CLAVES:

Programación lineal, Investigación de operaciones, función objetivo, restricciones, programación mixta, variables enteras, variables binarias, el medio,

DESCRIPCIÓN:

La programación lineal es una disciplina que contribuye enormemente a mejorar la productividad de los procesos industriales y al empleo óptimo de los recursos en los servicios y en la administración.

Para el planteamiento del modelo que se propone en el texto utilizaremos esta herramienta pensado que con esta forma tendremos una de las maneras de optimizar los requerimientos en la construcción de una carretera, Este consiste en "representar" una situación de una construcción típica de una carretera expresando en forma matemática por medio de ecuaciones lineales; para lograr esto debemos generar una función objetivo la cual estará sujeta a algunas restricciones que dependerán de los criterios que se este presentando en el medio.

En la generación de modelos tenemos que conocer la situación y tener claro que es lo que queremos mejorar (variables), esto sin olvidar que tenemos la libertad de escoger que técnica y tipo de modelo se ajuste mejor a esta situación.

Por ser un tema nuevo para la escuela de ingeniería civil de la universidad industrial de Santander se cree que la programación es la manera de sumergirnos en este cuento que es una ayuda muy utilizada en muchas áreas.

---

[1] * Proyecto de grado

[2]** Facultad de ingenierías físico mecánicas, escuela de ingeniería Civil, Director: DIAZ , Álvaro Efren

ABSTRAC

TITLE: A GENERAL MODEL APPROACH TO HEAVY MACHINERY PROCESSES OPTIMIZATION THROUGH LINEAR PROGRAMMING[2*]

AUTHOR (S):

ALFARO MEDINA Rogelio **

KEY WORDS: linear programming, operations research, objective function, restrictions, mixed programming, complete variables, binary variables, environment.

DESCRIPTION:

The lineal programming is a discipline that contributes vastly to improve the productivity of the industrial processes and to the good employment of the resources in the services and in the administration.

For this proposed approach, we plan to use linear programming as an important tool because it is believed that in this way it can be possible to optimize paving road requirements. Linear programming consists con "representing" an specific paving road situation, which is stated in mathematic expression by linear equations.

In order to achieve this goal, we have to generate a function objective, which is subjected to restrictions that depend on what criteria are appropriated for the environment. Along the model generation we need to know the specific situation and clearly see what is supposed to be improved (variables), without forgetting we are free to choose techniques and kind of model that better adjust to the situation.

Because this is a new subject for the engineering school at Universidad Industrial de Santander, it is considered in the present study that linear programming is a new way to submerge in this subject, due to its importance on many areas.

---

* Project of degree.

** Physics-Mechanics Engineering Faculty, Civil Engineering School, Director M. Sc. DIAZ, Alvaro Efrén

OBJETIVO GENERAL.

A través de una investigación sobre las operaciones generar un modelo implementando la programación lineal como herramienta que posiblemente servirá a la ingeniería civil a la planificación, programación y control de procesos.

OBJETIVOS ESPECIFICOS

Generar una metodología que conduzca al aprovechamiento de requerimientos cuando se administran obras con un dinamismo secuencial.

Conocer la importancia que se tiene programar los procesos de una pavimentación vial reduciendo los tiempos muertos para un mayor aprovechamiento de sus utilidades.

1. INTRODUCCION

En la actualidad el gran problema que se presenta en la industria de la construcción y en muchos sectores más es la difícil adquisición de experiencia por parte de los nuevos profesionales y el fortalecimiento de los que ya creen tenerla, esto en particular el caso de la ingeniería civil.

Debido a esta problemática aquí lo que se quiere plantear por medio de una herramienta que hace parte de la investigación de operaciones mas específicamente la programación lineal, es un modelo en el cual se pueda tomar las mejores decisiones en una parte de la industria constructiva como es la construcción de una vía, por que es común ver en nuestras vidas cotidianas la mala toma de decisiones en las obras produciendo perdidas y desprestigio para cualquier organización, de ahí radica la importancia que debemos tener al estudiar técnicas de optimización como las de investigación de operaciones.

En conclusión, exactamente es ver por medio de la programación lineal como se logra la optimización de los procesos de maquinaria pesada, esto pensando que las maquinas que se contraten sean las optimas con las cuales se tengan los menores tiempo muertos, esto si sin dejar atrás la posibilidad de aplicarlo a todas las áreas de la industria de la construcción.

2. ESTADO DEL ARTE

Cuando pensamos en tomar buenas decisiones y que al mismo tiempo presenten mejores beneficios dado una situación real estamos pretendiendo optimizar, para ello, debemos tener ciertos conocimientos en investigación de operaciones. (I. O).

Cuando se desea crear un modelo para representar un medio, cualquiera que este sea, puede darse el caso de que no se tenga algún planteamiento de modelo sobre ese medio, entonces nos encontramos que para solucionarlos debemos hacer uso de las analogías o parecidos que se tengan con modelos ya planteados; en esta etapa el problema del planteamiento es encontrar el cuello de botella sin perder de vista el objetivo final.

La (I.O) provee alternativas de solución que permiten coordinar eficientemente las actividades operativas de una empresa u organización. A continuación se hablara un poco sobre la investigación de operaciones (I.O), desde su origen y primeras aplicaciones hasta las aplicaciones que se le están dando en la actualidad.

2.1. HISTORIA DE LA INVESTIGACION DE OPERACIONES.

La primera acción en Investigación de Operaciones se dio durante la Segunda Guerra Mundial en Gran Bretaña, donde la Administración Militar llamó a un grupo de científicos de distintas áreas del saber para que estudiaran los problemas tácticos y estratégicos asociados a la defensa del país.

El nombre de Investigación de Operaciones fue dado aparentemente porque el equipo estaba llevando a cabo la actividad de investigar operaciones (militares). Motivados por los resultados alentadores obtenidos por los equipos británicos, los administradores militares de Estados Unidos comenzaron a realizar investigaciones similares. Para eso reunieron a un grupo selecto de especialistas, los cuales empezaron a tener buenos resultados y en sus estudios incluyeron problemas logísticos complejos, la planeación de minas en el mar y la utilización efectiva del equipo electrónico.

Al terminar la guerra y atraídos por los buenos resultados obtenidos por los estrategas militares, los administradores industriales empezaron a aplicar las herramientas de la Investigación de Operaciones a la resolución de sus problemas que empezaron a originarse debido al crecimiento del tamaño y la complejidad de las industrias.

Aunque se ha acreditado a Gran Bretaña la iniciación de la Investigación de Operaciones como una nueva disciplina, los Estados Unidos tomaron pronto el liderazgo en este campo rápidamente creciente. La primera técnica matemática ampliamente aceptada en el medio de Investigación de Operaciones fue el Método Simplex de Programación Lineal, desarrollado en 1947 por el matemático norteamericano George B. Dantzig. Desde esa época nuevas técnicas se han venido desarrollado gracias al interés de las personas interesadas dando de su esfuerzo y cooperación tanto en el área académica como en el área industrial.

Otro factor en el progreso impresionante de la Investigación de Operaciones fue con el avance tecnológico que se a presentado gracias al desarrollo del computador digital, que con sus enormes capacidades de velocidad de cómputo y de almacenamiento y salvación de información, cedieron al tomador de decisiones rapidez y precisión.

la Investigación de Operaciones no hubiera crecido al nivel de hoy en día con sus grandes problemas de computación si no se gozara de los equipos de cómputos digitales.

Actualmente la Investigación de Operaciones se está aplicando en muchas actividades. Estas actividades han ido más allá de las aplicaciones militares e industriales, para incluir hospitales, instituciones financieras, bibliotecas, planeación urbana, sistemas de transporte y sistemas de comercialización.

2.2. QUE ES INVESTIGACIÓN DE OPERACIONES.

Investigación de Operaciones o Investigación Operacional. Se puede definir de la siguiente manera: “La Investigación de Operaciones es la aplicación por grupos interdisciplinarios del método científico a problemas relacionados con el control de las organizaciones o sistemas a fin de que se produzcan soluciones que mejor sirvan a los objetivos de toda la organización”.

2.3 CARACTERÍSTICAS DE LA INVESTIGACIÓN DE OPERACIONES.

Es de fácil reconocimiento la manera de cómo el crecimiento del tamaño y la complejidad de las organizaciones (o empresas) que se vienen presentando en estos últimos tiempos. En cuanto al tamaño y la complejidad hace parte de la reflexión que debemos tener al momento de tomar decisiones, que una sola decisión equivocada puede repercutir grandemente en los intereses y objetivos de la organización y en ocasiones pueden pasar mucho tiempo inclusive años para rectificar tal error. También el ritmo de la empresa de hoy implica que las decisiones se tomen más rápidamente que nunca, pues el hecho de posponer la acción puede dar una decisiva ventaja al contrario en este mundo de la competencia.

Si nos trasladamos a una empresa que este dentro del campo de la construcción, esta se puede entender como un sistema, en el cual existen componentes; canales que comunican tales componentes e información que fluye por dichos canales. En todo medio las componentes interactúan unas con otras y tales interacciones pueden ser controlables e incontrolables. En un sistema grande, las componentes se relacionan de muchas maneras, pero no todas son importantes, o mejor dicho, no todas las interacciones tienen efectos importantes en las componentes del sistema.

Por lo tanto es necesario que exista un procedimiento sistemático que señale a quienes toman decisiones, las interacciones que tengan mayor importancia para los objetivos del sistema. Uno de esos procedimientos es precisamente la Investigación de Operaciones.

Los objetivos de toda organización serán siempre alcanzar el liderato en su rama, controlando la eficiencia y efectividad de todas sus componentes por medio de métodos que permitan encontrar las relaciones óptimas que mejor operen el sistema, dado un objetivo específico.

La contribución del enfoque de Investigación de Operaciones proviene principalmente de:

1. La estructuración de una situación de la vida real como un modelo matemático, logrando una abstracción de los elementos esenciales para que pueda buscarse una solución que concuerde con los objetivos del tomador de decisiones. Esto implica tomar en cuenta el problema dentro del contexto del sistema completo.

2. El análisis de la estructura de tales soluciones y el desarrollo de procedimientos sistemáticos para obtenerlas.

3. El desarrollo de una solución, incluyendo la teoría matemática si es necesario, que lleva al valor óptimo de la medida de lo que se espera del sistema (o quizá que compare los cursos de acción opcionales evaluando esta medida para cada uno).

2.4. METODOLOGÍA INVESTIGACIÓN DE OPERACIONES.

En el proceso de la Investigación de Operaciones se comprende las siguientes etapas:

1. Formulación y definición del problema.
2. Construcción del modelo.
3. Solución del modelo.
4. Validación del modelo.
5. Implementación de resultados.

2.4.1. Formulación y definición del problema.

En esta fase del proceso se requiere: una descripción de los objetivos del medio, es decir, qué se desea optimizar; identificar las variables implicadas, ya sean controlables o no; determinar las restricciones del medio. También hay que tener en cuenta las alternativas posibles de decisión y las restricciones para producir una solución adecuada.

2.4.2. Construcción del modelo.

En esta fase, el investigador de operaciones debe decidir el modelo a utilizar para representar el medio. Debe ser un modelo tal que relacione a las variables de decisión con los parámetros y restricciones del medio. Los parámetros (o cantidades conocidas) se pueden obtener ya sea a partir de datos pasados o ser estimados por intermedio de algún método estadístico. Es recomendable determinar si el modelo es probabilístico o determinístico. El modelo puede ser matemático, de simulación o heurístico, dependiendo de la complejidad de los cálculos matemáticos que se requieran.

2.4.3. Solución del modelo.

Una vez que se tiene el modelo, se procede a derivar una solución matemática empleando las diversas técnicas y métodos matemáticos para resolver problemas y ecuaciones. Debemos tener en cuenta que las soluciones que se obtienen en este punto del proceso, son matemáticas y debemos interpretarlas en el mundo real. Además, para la solución del modelo, se deben realizar análisis de sensibilidad, es decir, ver como se comporta el modelo a cambios en las especificaciones y parámetros del medio. Esto se hace, debido a que los parámetros no necesariamente son precisos y las restricciones pueden estar equivocadas.

2.4.4. Validación del modelo.

La validación de un modelo requiere que se determine si dicho modelo puede predecir con certeza el comportamiento del sistema. Un método común para probar la validez del modelo, es someterlo a datos pasados disponibles del sistema actual y observar si reproduce las situaciones pasadas del medio. Pero como no hay seguridad de que el comportamiento futuro del sistema continúe replicando el comportamiento pasado, entonces siempre debemos estar atentos de cambios posibles del medio con el tiempo, para poder ajustar adecuadamente el modelo.

2.1.5. Implementación de resultados.

Una vez que hayamos obtenido la solución o soluciones del modelo, el siguiente y último paso del proceso es interpretar esos resultados y dar conclusiones y cursos de acción para la optimización del medio. Si el modelo utilizado puede servir a otro problema, es necesario revisar, documentar y actualizar el modelo para sus nuevas aplicaciones

3. ESTRUCTURA DE LOS MODELOS EMPLEADOS EN LA INVESTIGACIÓN DE OPERACIONES.

El enfoque de la Investigación de Operaciones es el modelaje. Un modelo es una herramienta que nos sirve para lograr una visión bien estructurada de la realidad. Así, el propósito del modelo es proporcionar un medio para analizar el comportamiento de las componentes de un sistema con el fin de optimizar su desempeño. La ventaja que tiene el sacar un modelo que represente una situación real, es que nos permite analizar tal situación sin interferir en la operación que se realiza, ya que el modelo es como si fuera "un reflejo" de lo que ocurre.

Para tener mejores contemplaciones del mundo real, los modelos se clasifican como: Icónicos, análogos, simbólicos.

3.1. Los modelos icónicos:

Es representación física, a escala reducida o aumentada de un sistema real.

3.2. Los modelos análogos:

Esencialmente requieren la sustitución de una propiedad por otra con el fin de permitir la manipulación del modelo. Después de resolver el problema, la solución se reinterpreta de acuerdo al sistema original.

Y por ultimo los modelos más importantes para la investigación de operaciones, son los

3.3. modelos simbólicos o matemáticos:

Emplean un conjunto de símbolos y funciones para representar las variables de decisión y sus relaciones para describir el comportamiento del medio. El uso de las matemáticas para representar el modelo, el cual es una representación aproximada de la realidad, nos permite aprovechar los computadores con velocidades alta de procesamiento y aplicaciones de solución con matemáticas avanzadas o de iteración.

4. LIMITACIONES Y RIESGO AL APLICAR INVESTIGACIÓN DE OPERACIONES

Limitaciones

1. Comúnmente es necesario hacer simplificaciones del problema original para poder manipularlo y obtener una solución

2. La mayoría de los modelos sólo considera un solo objetivo y frecuentemente en las organizaciones se tienen objetivos múltiples.

Riesgo

Al aplicar la I.O al estudio de sistemas (o como se mencionó anteriormente el medio) y a la resolución de problemas se corre el riesgo de tratar de manipular los problemas para buscar que se ajusten a las diferentes técnicas, modelos de algoritmos establecidos en lugar de analizar los problemas y buscar resolverlos obteniendo las soluciones mejores, utilizando los métodos apropiados, es decir resolver el problema utilizando los métodos que proporcionen las mejores soluciones y no buscar ajustar el problema a un método específico.

Para llegar a hacer un uso apropiado de la I O, es necesario primero comprender la metodología para resolver los problemas, así como los fundamentos de las técnicas de solución para de esta forma saber cuándo utilizarlas o no en las diferentes circunstancias.

5. CONSTRUCCIÓN DE UN MODELO MATEMÁTICO.

Para la construcción de un modelo matemático debemos tener principalmente tres cosas básicas en las cuales debemos pensar, estos son:

5.1. Variables y parámetros de decisión.

Las variables de decisión son las incógnitas (o decisiones) que deben determinarse resolviendo el modelo. Los parámetros son los valores conocidos que relacionan las variables de decisión con las restricciones y función objetivo.

5.2. Restricciones.

Para tener en cuenta las limitaciones tecnológicas, económicas y otras del medio, el modelo debe incluir restricciones (implícitas o explícitas) que restrinjan las variables de decisión a un rango de valores factibles.

5.3. Función objetivo.

La función objetivo define la medida de efectividad del medio como una función matemática de las variables de decisión.
La solución óptima será aquella que produzca el mejor valor de la función objetivo cumpliendo con las restricciones.

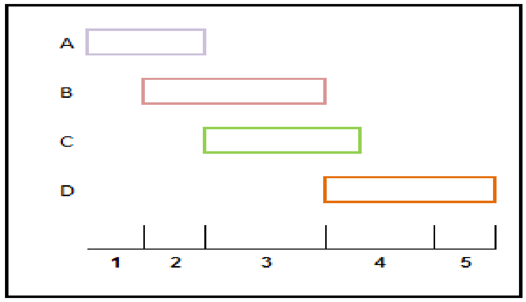
6.0. OTRAS METODOLOGÍAS PARA PROGRAMAR ACTIVIDADES.

Cuando trabajamos en programación podemos decir que es para obtener un conocimiento más acertados en la duración que tendrán las actividades y procesos en general, conocer las fechas de inicio y terminación, para poder realizar un mejor control durante la ejecución de obra. Identificar las actividades críticas, que componen la ruta crítica, es decir, aquellas cuyo retraso en la ejecución suponen un retraso del proceso completo. Detectar y cuantificar las holguras de las actividades no críticas, es decir, el tiempo que pueden retrasarse (en su comienzo o finalización) sin que el proceso se vea retrasado por ello.
Hacer una asignación de los recursos de las actividades teniendo en cuenta las prioridades que se puedan presentar guiados por la ruta crítica y otras restricciones que se puedan presentar durante la ejecución de los procesos. Para ello contamos con una diversidad de herramientas con las cuales podemos cuantificar toda la programación entre ellas están.

6.1. Diagrama de Gantt.

El diagrama de **Gantt** es un diagrama de barras desarrollado por Henry **Gantt** durante la I Guerra Mundial, para la programación del arsenal **Frankford**. En él, se muestran las fechas de comienzo y finalización de las actividades y las duraciones consideradas, pero no aparecen dependencias entre ellas. Es una forma de presentar el plan de ejecución de un proceso, colocando en las filas la relación de actividades a realizar y en las columnas la serie de tiempos que se este manejando; la duración y posición en el tiempo de cada actividad se representa mediante el dibujo de líneas.

La ventaja de un gráfico de este tipo es mayor cuando se añaden los recursos y su grado de disponibilidad en los momentos oportunos. Como ventajas está la facilidad de construcción, comprensión y el mantenimiento de la información global del proceso; como desventajas, no muestra la dependencia que existe entre las actividades y el concepto de porcentaje de realizaciones un sentido muy personal.



Este tipo de diagrama sirvió como base para la elaboración de redes direccionadas como las de PERT, CPM y barras conectadas como las que se usa en el software de programación PROJECT, donde entre dos o más actividades se pueden presentar cuatro tipos principales de precedencia.
Existen varios métodos de programación utilizados en la actualidad, pero dependiendo del tipo de proyecto, algunos son más recomendados que otros. Enunciando algunos tenemos:

- PERT
- CPM
- GERT
- PDM
- ADM
- Q-GERT
- SLAM
- RESOURCE LOADING.

Conozcamos algunos de los métodos mencionados.

6.2. PDM (**Precedente Diagraming Method**):

Se basa en la utilización de una red en la que figuran las actividades en los nodos y los arcos representan demoras de tiempo entre los puntos (comienzo o fin de nodo) que unen, a la vez que muestran las dependencias (fin-comienzo, comienzo-fin). Permiten reflejar distintas relaciones de precedencia entre tareas.

Entre las ventajas esta que el método PDM tiene más flexibilidad que el método PERT para la modelización de grandes proyectos, la representación gráfica es más sencilla y no hay actividades ficticias.

6.3. ADM (Getec) ibit, (**Arrow Diagraming Method**):

Está orientada a las actividades y se aplica en la industria de la construcción, en la que de forma habitual el tiempo de cada actividad es muy controlable. Las actividades se representan con flechas que se conectan con nodos para mostrar las dependencias.

6.4. PERT (**Project evaluation and review technique, evolución y revisión de proyectos**).

La programación de proyectos por PERT-CPM consiste en tres fases básicas: Planeación, Programación y Control.
El método **PERT**, fue desarrollado por la armada para controlar los tiempos de ejecución de las diversas actividades que conformaban el proyecto de mísiles **Polaris** que fue un plan masivo en el que estaban involucrados más de 3000 contratistas; debido a que la mayoría de las actividades no se habían desempeñado antes, el método PERT se desarrolló para controlar las variables de tiempos inciertos. Con el paso de los años las características que distinguían al CPM de PERT han disminuido.

6.5. Método CPM. (**Critical Path Metod; Método del Camino o Ruta Crítica).**

En este método, las redes son medios adecuados para presentar un proyecto, maneja problemas determinístico y los tiempos se pueden variar cambiando el nivel de recursos utilizados. Al asignar un tiempo de ejecución a cada actividad, CPM asume conocidos los tiempos exactos de cada una de ellas a medida que el proyecto avanza. Estos estimados se utilizan para controlar y monitorear su progreso, si ocurre algún retardo en el proyecto se hacen esfuerzos por lograr que el proyecto que de de nuevo en orden cambiando la asignación de recursos.
Pero también métodos de programación mediante la construcción de modelos matemáticos.

7.0 MODELOS DE PROGRAMACIÓN MATEMÁTICA.

La programación matemática es la herramienta que utiliza la investigación de operaciones, la característica común que comparten todas las maneras de modelar matemáticamente es que representan la realidad mediante variables y parámetros (y algunos otros artificios como funciones o conjuntos). De este modo la realidad queda cuantificada. Los modelos de Programación Matemática se distinguen por que representan la realidad mediante funciones. Estas son combinación de variables y parámetros en forma de restricciones y/o funciones objetivo. En general, las restricciones se deben respetar y las funciones objetivo optimizar.

7.1. Programación Lineal (PL).

Entre los tipos de modelos de uso más generalizado en Programación Matemática se encuentra la denominada Programación Lineal. Esta en su forma más básica, consiste en un conjunto de variables reales, que mediante combinación lineal de parámetros ciertos, permite establecer un objetivo y restricciones lineales.
Este texto tiene la finalidad de tratar sobre este tema, por lo tanto se profundizará mas adelante.

7.2. Programación Lineal Entera (PLE).

Si tenemos casos donde alguna o varias de las variables de un problema lineal se le impone la condición de integridad el problema pasa a ser de Programación Lineal Entera (o PLE Mixta si todas no son variables enteras). Esta condición de integridad puede estar dada, entre otros motivos, por la imposibilidad del fraccionamiento de determinados recursos (por ejemplo: calcular el numero de volquetas mas cercanas a las optimas para un movimiento de tierra que se va hacer; teniendo en cuenta que aquí no se podrá tomar valores como 5.45 volquetas, deben ser enteros). Uno de los procedimientos más efectivos para la resolución de este tipo de problemas se fundamenta en el concepto de ramificación y cota. Otro procedimiento para la resolución de estos problemas se basa en los métodos de planos cortantes, aunque este método levantó grandes expectativas por ahora no han fructificado de modo eficiente.
Una variante especial de los problemas de Programación Lineal Entera lo constituyen aquellos donde algunas variables son binarias. El uso de este tipo de variables tiene su origen en la representación de aquellas decisiones que sólo

admiten dos valores, pero también aquellos problemas que exigen restricciones de tipo lógico. De este tipo de variables hablaremos mas adelante.

7.3 Programación Estocástica.

Si, a demás a los problemas de Programación Matemática (en general) se le incorpora la incertidumbre en los parámetros, esta incertidumbre se puede abordar mediante la denominada Programación Estocástica.
Existen diferentes modos de formular mediante un problema de Programación Lineal un Problema Estocástico aunque básicamente consiste en obtener una decisión para el instante actual teniendo en cuenta los escenarios futuros. De este modo la decisión a tomar no será óptima, en general, para ninguno de los escenarios aunque sí para el conjunto de ellos.
Otro modo de abordar la estocasticidad en los parámetros es obtener el óptimo para cada escenario y comparar el valor que esta decisión tendría para el resto de escenarios, eligiendo como decisión definitiva la más buena, o la menos mala o cualquier otro mecanismo que se considere oportuno.

7.4 Programación No Lineal (PNL).

Si decimos que a los modelos de Programación Lineal se les elimine la obligación de que la función objetivo y las restricciones sean lineales, se obtienen modelos de Programación No-Lineal. La eliminación de esta obligación de linealidad se suele fundamentar en la estructura no lineal del medio, o parte de él a modelar. Sin embargo muchas de las circunstancias aparentemente no lineales pueden ser linealizadas sin pérdida de su significado.

El motivo por el que se trata de linealizar es, fundamentalmente, la falta de eficacia en la obtención de soluciones óptimas, mediante el uso de los procedimientos actualmente existentes para la resolución de problemas no-lineales en general.

8. PROGRAMACION LINEAL.

8.1 QUE ES LA PROGRAMACION:

Es la manera de cómo Idealizar y ordenar los procesos necesarios para realizar un proyecto. Cuando pensamos en programación seguramente nos imaginamos que hablamos solo de un medio computacional, que tiene una gran variedad de lenguajes y códigos que son complejos y requeriría sentarse para entender cada uno de ellos, pero cuando hablamos de programación lineal podemos decir que es una forma global de programar estructuradamente una situación real por medio de expresiones lineales.

La programación lineal es un conjunto de técnicas procedentes de análisis y de resolución de problemas que tiene un gran número de variables. Consiste en el empleo de modelos matemáticos para proporcionar pautas que permitan a los gestores tomar decisiones efectivas partiendo de la información de la que disponen para llegar a la decisión adecuada.

8.2. INTRODUCCIÓN A LA PROGRAMACIÓN LINEAL.

Un gran número de personas consideran el desarrollo de la programación lineal como uno de los avances científicos más importantes de mediados del siglo XX, su impacto desde 1950 ha sido extraordinario. Actualmente es una herramienta de uso normal que ha ahorrado miles y millones de pesos a muchas compañías o negocios, incluyendo empresas medianas y pequeñas en distintos países del mundo; su aplicación a otros sectores de la sociedad se está ampliando con rapidez, la idea es que se pueda emplear con más frecuencia en la industria de la construcción.

En la programación lineal se utiliza un modelo matemático para describir el problema. El denominado lineal significa que todas las funciones matemáticas del modelo deben ser funciones lineales. Hablando de la palabra programación no se refiere a programación en computadores; se refiere análogamente a la planeación. De esta forma se entiende que la programación lineal trata de la planeación de las actividades para obtener un resultado óptimo, esto es, el resultado que mejor alcance la meta especificada (según el modelo matemático) entre todas las alternativas de solución.

Si bien se tiene que la asignación de recursos a las actividades es la aplicación más frecuente, la programación lineal tiene muchas otras posibilidades de aplicación como por ejemplo: optimizar los recursos ya existentes. De hecho, cualquier problema cuyo modelo matemático se ajuste a la forma general del modelo de programación lineal este es un problema de programación lineal.

8.3. HISTORIA DE LA PROGRAMACION   LINEAL.

El nombre de programación lineal no procede de la creación de programas de computador, sino de un término militar (programar), que significa “realizar planes o propuestas de tiempo para el entrenamiento, la logística o el despliegue de las unidades de combate”.

Aunque parece ser que la programación lineal fue utilizada por Gaspard[3] Monge en 1776 durante su etapa de profesor de física en la universidad de Mézières; se considera a Kantoróvich[4] (catedrático de análisis funcional en la Universidad de Leningrado desde 1932, cuando tan solo contaba con 21 años de edad) uno de sus creadores. Kantoróvich, fue consultado a finales de 1938 por una industria maderera (productora de culatas para fusiles, entre otras piezas) acerca de la forma de efectuar los cortes en los tablones minimizando los desperdicios. Una vez resuelto el problema concreto, escribe en mayo de 1939 una memoria que contiene la teoría, un método numérico y, sobre todo, aplicaciones potenciales de la PL a la planificación de la producción. La memoria (que solo fue publicada 20 años más tarde, la presentó en su libro Métodos matemáticos para la organización y la producción en 1959) y la desarrolló en su trabajo sobre la transferencia de masas (1942). Kantoróvich recibió el premio Nobel de economía en 1975 por sus aportes al problema de la asignación óptima de recursos humanos.

[3] Gaspard Monge (1746-1818), matemático francés, considerado el inventor de la geometría descriptiva.

[4] Leonid Vitaliévich Kantoróvich (1912-1986), economista y matemático soviético

8.4. Aplicaciones de PL.

|

Se pueden construir modelos de PL para una serie de problemas económicos. sin incluir precios (ni costes, ni beneficios), y suelen perseguir maximizar el número de lotes (surtidos de bienes) o minimizar tiempos muertos cuya composición establece el plan. Este artificio le evita considerar problemas multiobjetivo.
Los problemas más comunes planteados y desarrollados mediante ejemplos numéricos, son los siguientes:

1. Asignación de tareas a máquinas capaces de producir las mismas piezas, que deben de ser ensambladas para completar un artículo. Se maximiza el número de artículos completos producidos con recursos asignados a la empresa.

2. Maximización del número de lotes producidos en industrias fabriles.

3. Minimización del tiempo de ejecución de tareas en las que pueden utilizarse máquinas de diferentes características.

3. Planificación de la producción minimizando los desperdicios (el problema que originó la investigación).

4. Maximización de un surtido de sustancias producidas a través de mezclas y aleaciones (para las industrias químicas y refinerías).

5. Minimización del valor (eufemismo que evita hablar de costes) del combustible utilizado en una red de transportes.

6. Maximización del número de obras públicas, o viviendas, construidas utilizando los recursos puestos a disposición de la empresa constructora.

7. Maximización de un surtido de productos agrarios mediante la asignación óptima de las parcelas (con varias características) a los diferentes cultivos.

8. Determinación de rutas para el tráfico de tal forma que se minimice el combustible utilizado.

8.5. MODELO DE PROGRAMACIÓN LINEAL

Las expresiones claves que pueden presentar al querer generar modelos son recursos y actividades (o procesos depende como se maneje), en donde "i" denota el número de distintos tipos de recursos que se pueden usar y "j" denota el número de actividades bajo consideración. Los modelos mas frecuentes que se presentan de recursos son dinero y tipos especiales de maquinaria, equipo, vehículos y personal. Los ejemplos de actividades incluyen inversión en proyectos específicos, publicidad en un medio determinado y el envío de bienes de cierta fuente a cierto destino entre otras.

Los modelos más usados en la aplicación de programación lineal involucran la asignación de recursos a ciertas actividades. La cantidad disponible de cada recurso estará limitada, de forma que deben establecerse con mucho cuidado. La determinación de esta asignación incluye elegir los niveles de las actividades que lograrán el mejor valor posible. La notación para los planteamientos se hace con ciertos símbolos de manera convencional para denotar las distintas componentes de un modelo de programación lineal. Estos símbolos se enumeran a continuación, junto con su interpretación para el problema general de asignación de recursos a actividades.

8.5.1. Forma estándar del modelo.

Miremos como se puede formular el modelo matemático para el problema general de asignación de recursos a actividades. En Datos necesarios para un modelo de programación lineal que maneja la asignación de recursos a una actividad en particular, este modelo consiste en elegir valores de $x1, x2, \ldots, xn$ para optimizar (maximizar o minimizar).

Maximizar Z

$$Z = c1x1 + c2x2 + \ldots + cnxn,$$

Sujeta a las restricciones:

$$a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + ... + a_{1n}x_n < b_1$$

$$a_{21}x_1 + a_{22}x_2 + ... + a_{2n}x_n < b_2$$

.

.

$$a_{m1}x_1 + a_{m2}x_2 + ... + a_{mn}x_n < b_m$$

Z = valor de la medida general de efectividad.

X_j = nivel de la actividad j (para j = 1,2,..., n).

c_j = incremento en Z que resulta al aumentar una unidad en el nivel de la actividad j.

b_i = cantidad de recurso i disponible para asignar a las actividades (para i = 1,2,..., m).

a_{ij} = cantidad del recurso i consumido por cada unidad de la actividad j.

El modelo establece el problema en términos de tomar decisiones sobre los niveles de las actividades, por lo que x_1, x_2,...., x_n se llaman variables de decisión. Los valores de c_j, b_i y a_{ij} (para i = 1,2,...., m y j = 1,2,...., n) son las constantes de entrada al modelo. Las c_j, b_i y a_{ij} también se conocen como parámetros del modelo.

8.6. SOLUCIONES.

8.6.1 Método grafico.

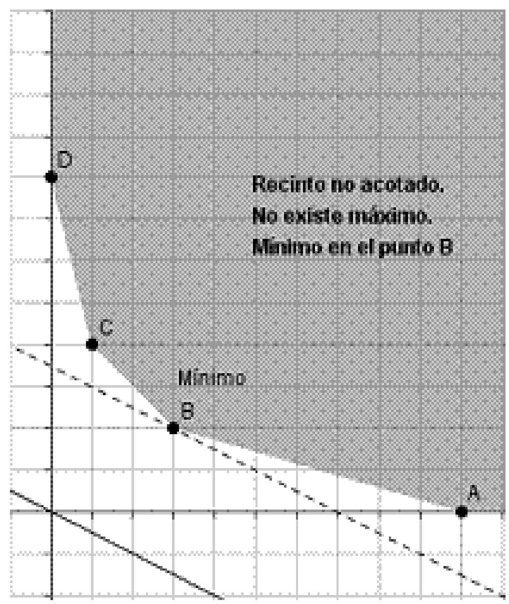
Para la solución de estos sistemas de ecuaciones podemos hacer uso del método gráfico, pero este no puede aplicarse cuando existen más de dos variables de decisión.
Al conjunto de valores de x e y que verifican todas y cada una de las restricciones se lo denomina región factible, La solución óptima del problema será un par de

valores (x_0, y_0) de la región factible que haga que la función objetivo tome el valor máximo o mínimo.

a) Solución única.
Único máximo y mínimo

Región factible acotada

b) Región factible no acotada



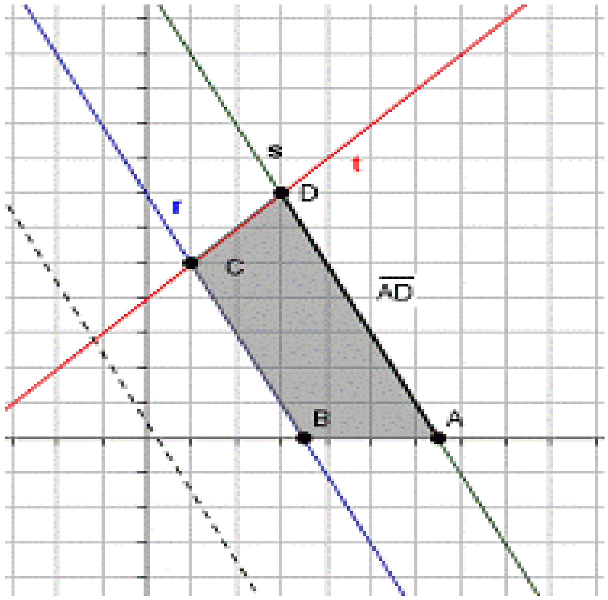
.

Solución única

No puede tener máximo.

Un sólo mínimo.

c) Solución múltiples



Puntos del segmento AD.

EJEMPLO: suponga que necesita maximizar las utilidades de alguna actividad.

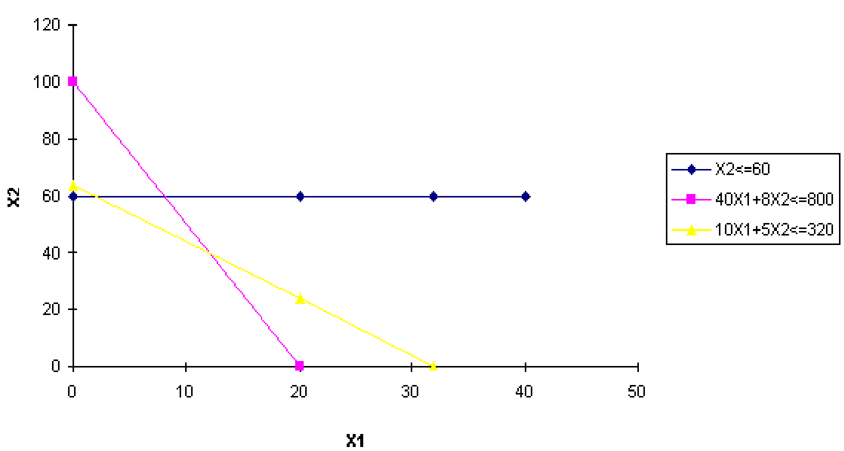
Maximizar

$$Z = 300X_1 + 100X_2$$

Sujeto a:

$$40X_1 + 8X_2 \leq 800$$
$$10X_1 + 5X_2 \leq 320$$
$$X_2 \leq 60$$

$$X_1, X_2 \geq 0$$



La solución óptima siempre se encuentra en uno de los vértices del conjunto de soluciones factibles. Se analizan estos valores en la función objetivo. El vértice que representa el mejor valor de la función objetivo será la solución óptima.

$(0,60)\ \ Z = 300(0) + 100(60) = \$6000$

$(2,60)\ \ Z = 300(2) + 100(60) = \$6600$

$(12,40)\ \ Z = 300(12) + 100(40) = \$7600$

$(20,0)\ \ Z = 300(20) + 100(60) = \$6000$

$(0,0)\ \ Z = 300(0) + 100(0) = \$0$

Solución optima.

X_1**=12,** X_2**=40**, Z**=$ 7600**

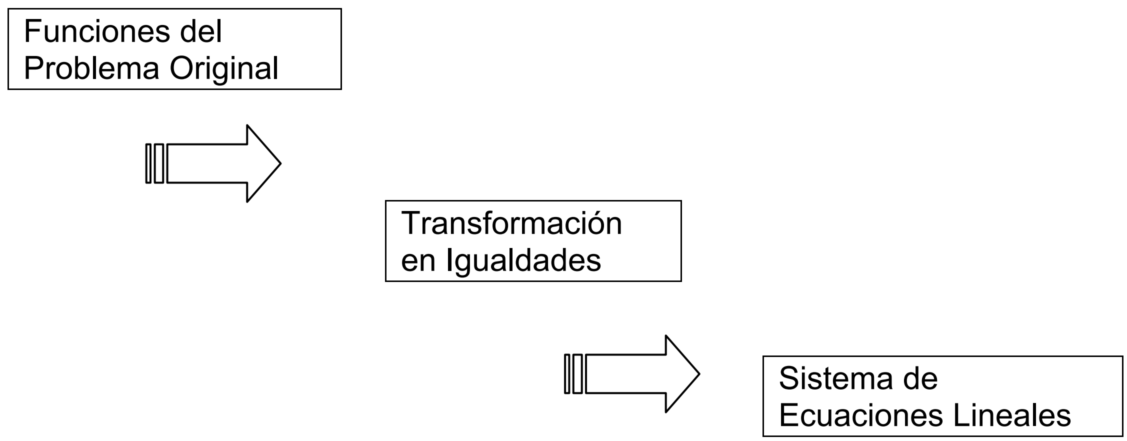
8.6.2. Método Simplex.

El Método Simplex publicado por George Dantzig en 1947 consiste en un algoritmo iterativo que secuencialmente a través de iteraciones se va aproximando al óptimo del problema de Programación Lineal en caso de existir esta última.

El Método Simplex hace uso de la propiedad de que la solución óptima de un problema de Programación Lineal se encuentra en un vértice o frontera del dominio de puntos factibles (esto último en casos muy especiales), por lo cual, la búsqueda secuencial del algoritmo se basa en la evaluación progresiva de estos vértices hasta encontrar el óptimo. El método sigue los siguientes pasos:

Procedimiento Algebraico.

Las soluciones se obtienen al resolver un sistema de ecuaciones lineales que surgen a partir de la formulación del problema original:



Ejemplo: Resolver el siguiente problema de Programación Lineal utilizando el Método Simplex:

Max

$$40*X1 + 60*X2$$

s. a.

$$2*X1 + 1*X2 <= 70$$

$$1*X1 + 1*X2 <= 40$$

$$1*X1 + 3*X2 <= 90$$

$$X1 >= 0 \quad X2 >= 0$$

Para poder aplicar el Método Simplex, es necesario llevar el modelo a su formato estándar, para lo cual definimos X3, X4, X5 >= 0 como las respectivas variables de holgura para la restricción 1, 2 y 3. De esta forma queda definida la tabla inicial del método de la siguiente forma:

X1	X2	X3	X4	X5	
2	1	1	0	0	70
1	1	0	1	0	40
1	3	0	0	1	90
-40	-60	0	0	0	0

En esta situación, las variables de holgura definen una solución básica factible inicial, condición necesaria para la aplicación del método. Luego, se verifican los costos reducidos de las variables no básicas (X1 y X2 en la tabla inicial) y se escoge como variable que entra a la base aquella con el costo reducido "más negativo". En este caso, X2

Luego, para escoger que variable básica deja la base debemos buscar el mínimo cociente entre el lado derecho y los coeficientes asociados a la variable entrante en cada fila (para aquellos coeficientes > 0 marcados en rojo en la tabla anterior). El mínimo se alcanza en Min {70/1, 40/1, 90/3} = 30 asociado a la tercera fila, el cual corresponde a la variable básica actual X5, en consecuencia, X5 deja la base. En la posición que se alcanza el mínimo cociente lo llamaremos "Pivote" (marcado con rojo) el cual nos servirá para realizar las respectivas operaciones filas, logrando la siguiente tabla al cabo de una iteración:

X1	X2	X3	X4	X5	
5/3	0	1	0	-1/3	40
2/3	0	0	1	-1/3	10
1/3	1	0	0	1/3	30
-20	0	0	0	20	1800

El valor de la función objetivo luego de una iteración ha pasado de 0 a 1.800. Se recomienda al lector hacer una representación gráfica del problema y notar como las soluciones factibles del método corresponden a vértices del dominio de puntos factibles.

La actual tabla no corresponde a la solución óptima del problema P) debido a que existe una variable no básica con costo reducido negativo, por tanto X1 entra a la base. Posteriormente, mediante el criterio del mínimo cociente calculamos la variable que debe dejar la base: Min {40/(5/3), 10/(2/3), 30/(1/3)} = 15, asociado a la fila 2 (variable básica actual X4), por tanto X4 deja la base. Obtenido lo anterior se aplica una iteración del método:

X1	X2	X3	X4	X5	
0	0	1	-5/2	1/2	15
1	0	0	3/2	-1/2	15
0	1	0	-1/2	1/2	25
0	0	0	30	10	2100

Finalmente se alcanza la solución óptima del problema P) y se verifica que los costos reducidos asociados a las variables no básicas (X4 y X5 son mayores o iguales que cero). Nótese que la existencia de un costo reducido igual a cero para una variable no básica en esta etapa define un problema con "infinitas soluciones".

La solución alcanzada es X1* = 15, X2* = 25 con V(P*) = 2.100. Adicionalmente, los costos reducidos asociados a las variables no básicas definen el precio sombra asociado a las restricciones 1, 2 y 3, respectivamente, lo cual es equivalente a la obtención del precio sombra mediante el método gráfico. Dejaremos para una posterior presentación, la forma de calcular el intervalo de variación para el lado derecho que permite la validez del precio sombra, utilizando la tabla final del Método Simplex.

8.7 SUPOSICIONES DEL MODELO DE PROGRAMACIÓN LINEAL.

8.7.1 Proporcionalidad.

La contribución de cada actividad al valor de la función objetivo Z es proporcional al nivel de actividad xj, como lo representa el término cjxj en la función objetivo. De manera similar, la contribución de cada actividad al lado izquierdo de cada restricción funcional es proporcional al nivel de la actividad xj, en la forma en que lo representa el término aijxj en la restricción.

8.7.2 Actividad.

Establece que en la entrada y salida de un medio en particular, el conjunto de actividades, deben ser la misma cantidad; o sea, que las actividades transforman los recursos y no los crean o destruyen. Esta suposición garantiza que la contribución total tanto a la función objetivo como a las restricciones, es igual a la suma de las contribuciones individuales. Cuando en un problema dado no se tenga la aditividad puede recurrirse al empleo de otras técnicas de la programación matemática, dependiendo de cada caso en particular.

8.7.3 Aditividad.

Cada función en un modelo de programación lineal (ya sea la función objetivo o el lado izquierdo de las restricciones funcionales) es la suma de las contribuciones individuales de las actividades respectivas.

8.7.4 Divisibilidad.

Las variables de decisión en un modelo de programación lineal pueden tomar cualquier valor, incluyendo valores no enteros, que satisfagan las restricciones funcionales y de no negatividad. Así, estas variables no están restringidas a sólo valores enteros. Como cada variable de decisión representa el nivel de alguna actividad, se supondrá que las actividades se pueden realizar a niveles fracciónales.

9.0 LIMITACIONES DEL MODELO DE PROGRAMACIÓN LINEAL.

9.1 Modelo Determinístico.

Los modelo de PL involucra únicamente parámetros de tipos: Cj, aij y bi; de ahí su sencillez y gran aplicación. Sin embargo, el valor de dichos parámetros deben ser conocidos y constantes. Cuando el valor de los parámetros tiene un cierto riesgo o incertidumbre, puede utilizarse la **programación estocástica.**

9.2 Modelo Estático.

En algunos modelos matemáticos se han empleado con éxito como es el caso de ecuaciones diferenciales, para incluir la variable tiempo en ellos. En este sentido, puede decidirse que la PL utiliza un modelo estático, ya que la variable tiempo no se involucra formalmente. Adquiriendo un poco de experiencia en la formulación de modelos de PL, puede inculcarse la temporabilidad mencionada, con el uso de subíndices en las variables. De hecho en este texto se plantea una forma sencilla que como incluir la variable tiempo.

9.3 Modelo que no suboptimiza.

Debido a la forma como se plantea el modelo de PL, se encuentra la solución óptima o declara que ésta no existe. Cuando no es posible obtener una solución óptima y se debe obtener alguna, se recurre a otra técnica más avanzada que la PL, la cual se denomina programación lineal por metas, que son condiciones se le pueden dar para obtener resultados factibles.

10. FORMULACIÓN DE MODELOS DE PRÓGRAMACIÓN LINEAL.

El problema general es asignar recursos limitados entre actividades competitivas de la mejor manera posible (óptima). Este problema incluye elegir el nivel de ciertas actividades que compiten por recursos escasos necesarios para realizarlas.

El adjetivo lineal significa que todas las funciones matemáticas del modelo deber ser funciones lineales. En este caso, las palabra programación no se refiere a programación en computadoras; en esencia es un sinónimo de planeación. La programación lineal trata la planeación de las actividades para obtener un resultado óptimo.

Variables de decisión. Son las incógnitas del problema. La definición de las variables es el punto clave y básicamente consiste en los niveles de todas las actividades que pueden llevarse a cabo en el problema a formular. Función objetivo. Consiste en optimizar el objetivo que persigue una situación la cual es una función lineal de las diferentes actividades del problema, la función objetivo se maximizar o minimiza.

Restricciones Estructurales Diferentes requisitos que debe cumplir cualquier solución para que pueda llevarse a cabo, dichas restricciones pueden ser de capacidad, mercado, materia prima, calidad, balance de materiales, etc. Restricciones de Signo. Todas las variables deben tomar valores positivos, o en algunos casos puede ser que algunas variables tomen valores negativos.

10.1 COMO EMPLEAR LAS VARIABLES DE DECISION Y SUS RESTRICCIONES

10.1.2 VARIABLES:

Cuando se analizan problemas de programación lineal en los que las variables toman valores, en muchos casos realistas, algunas de las variables no son reales sino enteras, o incluso están mas restringidas siendo binarias, es decir, que

toman exclusivamente los valores 0 ó 1, en el que el empleo de variables enteras hace más complejo el planteamiento del modelo.
Veamos la demostración de cómo trabaja.

10.1.2.1Enteras: son variables de decisión los cuales solo pueden tomar valores enteros. Ejemplo: 1,2,3,4,…n $\forall\ n \in Z^+$

10.1.2.2 Reales: son variables de decisión los cuales solo pueden tomar valores reales. Ejemplo: 1.56; 2.45, 0.48;….k $\forall\ k \in R^+$

10.1.2.3Binarias.

Muchos de los problemas que enfrentamos con la P.L es que presentan situaciones en que la linealidad del modelo se hace muy difícil de sostener con un conjunto de variables continuas, de esta forma surgen así variables binarias (aquellas que solo pueden tomar los valores 0 y 1), como un artificio que nos permite expresar situaciones no lineales como lineales. Para comprender con claridad este concepto veamos las situaciones mas frecuentes en que podemos emplear las variables binarias.

Ejemplo:

La manera más práctica de comprender este tipo de restricciones es, pues a través de un ejemplo:

Considere que existen 2 restricciones de las cuales se requiere que solo una de ellas sea satisfecha:

(1) $3x1 + 2x2 <= 18$

Ó

(2) $x1 + 4x2 <= 16$

y se requiere que para solucionar solo se satisfaga una de ellas.

No se podría modelar así, por que en este formato de programación matemática se asume que se deben cumplir todas las inecuaciones (restricciones).
Sean:

$$y = \begin{cases} 1 \text{ Si la restricción } & (1) \text{ es la que se cumple.} \\ 0 \text{ Si la restricción } & (2) \text{ es la que se cumple.} \end{cases}$$

M: muy grande ($M >> 1$)

$$(1) \quad 3x1 + 2x2 <= 18 + M \cdot (1 - y)$$

$$(2)\ 5x1 + 4x2 <= 16 + M \cdot y$$

10.1.3 RESTRICCIONES.

Las restricciones son expresiones matemáticas en las que se relacionan las variables. Dichas relaciones se representan mediante restricciones en la programación matemática, y tienen la formulación de una composición lineal de variables limitada por un determinado valor. Dichas restricciones se pueden especificar en función de la realidad que intentan representar, o en función de su relación con el resto del modelo matemático. Según las relaciones con el medio que intentan representar se pueden clasificar las siguientes:

10.1.3.1 De Capacidad.

Se limita la obtención de un conjunto de productos debido a la limitación de alguno de los recursos utilizados en su fabricación.

10.1.3.2 De disponibilidad

Se limita la obtención de un conjunto de productos según la cantidad de materia prima disponible.

10.1.3.3 De continuidad o Balance de Materiales.

En programación multiperiodo, lo producido que queda al final de un periodo son las que hay al principio del siguiente.
También si un producto se descompone la suma de las cantidades descompuestas es igual a la cantidad original (o con un factor de rendimiento).

10.1.3.4 De requisitos de Calidad.

Al hacer mezcla de productos, se pueden establecer restricciones en función de características de calidad de la mezcla y las materias primas.

Las anteriores restricciones forman parte de las relaciones concretas entre las variables de los problemas. También se podrían clasificar las restricciones en función de su comportamiento en el resto del modelo de esta forma:

10.1.3.5 Duras y Blandas

Una restricción del tipo:

$$\Sigma\, a_j\, x_j \;\leq b_j$$

Elimina, evidentemente, cualquier solución para la que la suma sobre *j* exceda el valor de *b*. Esto puede ser considerado como poco realista en algunas ocasiones. Por ejemplo, si b son las horas disponibles quizá, si interesara, habría que contratar algunas horas extras. En este caso la restricción se denomina blanda. Son duras aquellas restricciones que no se pueden violar de algún modo.
Un mecanismo para modelar las restricciones blandas podría ser:

$$\Sigma\, a_j\, x_j - u_j \;\leq b_j$$

Donde **u** es una variable que aparecería en la función objetivo con un coste ***c.u*.**

10.1.3.6 Conflictivas

En ocasiones ocurre que un problema incorpora un conjunto de restricciones que no siempre pueden satisfacer al máximo cada una de las restricciones. En este caso los objetivos serían también conflictivos.
El tipo de modelo que se tiene en esta situación es de los que se llaman modelos de “coordinación de objetivos”. Cada restricción es, en este caso un objetivo, que debe cumplirse tanto como sea posible. Por ejemplo, si se pretendiera imponer el siguiente conjunto de restricciones:

$$\sum_j a_{ij}\, x_j = b_i \qquad \forall\, i$$

10.1.3.7 Redundantes

En el caso en que se tenga una restricción del tipo.

$$\sum_j a_j x_j \leq b$$

y la evaluación $\sum_j a_j x_j$ sea en cualquier caso inferior a b, se puede decir que la restricción es redundante, es decir no tiene influencia sobre la función objetivo. Una restricción redundante puede ser eliminada sin afectar al óptimo. Generalmente no es posible eliminar las restricciones redundantes a priori. Además, si el modelo se va a usar de modo continuo, la restricción no se puede eliminar por si nuevos valores de los coeficientes convierten a la restricción en relevante.

Hay que tener en cuenta que en la Programación Entera la redundancia no es tan fácil de considerar como en la Programación Lineal, más aún en ocasiones las restricciones redundantes facilitan la búsqueda del óptimo.

10.1.3.8 Cotas Simples y Generalizadas.

Las cotas simples se pueden manejar de manera mucho más eficiente definiéndolas como tales. El motivo, que ya se ha indicado anteriormente es la existencia de una versión revisada del Simplex que maneja de manera especial estas cotas y reduciendo el tiempo total de computación.

Las cotas simples tienen las siguientes formulaciones

$$x \leq U \quad \text{o} \quad x \geq L$$

Las otras cotas que algunos paquetes de resolución consideran son las denominadas Cotas

$$\Sigma x_i \leq U$$

10.1.3.9 De Rango

En ocasiones las restricciones adquieren este formato:

$$b_2 \leq \sum_j a_j x_j \leq b_1$$

Otro modo de expresarlas consiste en transformar las restricciones en otras de este tipo:

$$\sum_j (a_j x_j) + u = b_1$$

$$U \leq b_1 - b_2$$

Siendo estas restricciones más fáciles de manejar por la mayor parte de paquetes y, por tanto, el tiempo de computación para obtener la solución se verá reducido.

10.1.3.10 Otras restricciones.

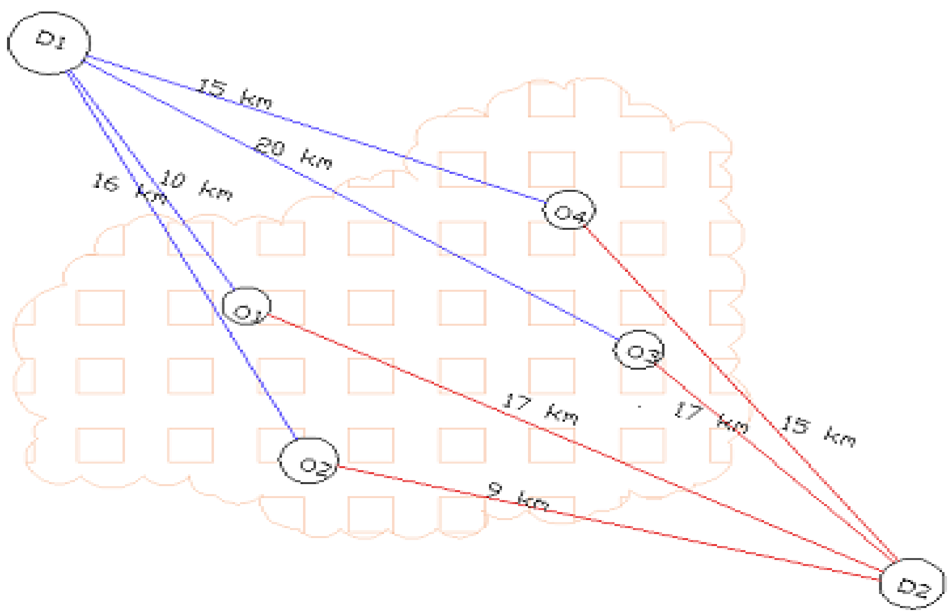
Hasta ahora se ha centrado el interés en restricciones que se pueden representar mediante combinaciones lineales. En ocasiones aparecen otras restricciones de tipo lógico que para ser modelado exigen de variables de tipo binario, y por tanto de Programación Entera.

10.2 Ejemplo de aplicación:

Ahora veamos un ejemplo referente a la ingeniería civil.

Suponga que usted esta realizando un contrato en la ciudad de Bucaramanga pero se realiza en cuatro lugares al mismo tiempo, en cada uno de estos puntos se hace necesario un movimiento de tierra bastante considerables diferentes en cada punto de acuerdo a sus condiciones. Usted tiene que contratar volquetas depende a su disponibilidad para botar los diferentes volúmenes de tierra. A demás tiene la posibilidad llevarlos a dos botaderos oficiales, la idea es asignarle las rutas a las volquetas que se tienen disponibles para que estas presenten mayor utilidad. A continuación la disponibilidad con sus respectivas tarifas, en la figura se muestra las rutas desde su origen hasta su destino con sus respectivas distancias.

Tipo de volqueta	Capacidad en (m^3)	Tarifa en $/m^3-Km	Disponibilidad
V_1	6	700	8
V_2	8	800	5
V_3	14	750	6



O_1	40 (m^3)
O_2	60 (m^3)
O_3	70 (m^3)
O_4	48 (m^3)

	ORIGEN	DESTINO	DISTANCIA (Km)
RUTAS	1	1	10
		2	17
	2	1	16
		2	9
	3	1	20
		2	15
	4	1	15
		2	17

Notación:

i= tipo de maquina; j **=** origen; k **=** destino

Variables de decisión:

$\mathbf{X}_{ijk}$

Función objetivo: Min Z

Los coeficientes que acompañan a las variables de decisión en la función objetivo será entonces la tarifa ($/m^3-Km) multiplicado por capacidad de la volqueta (m^3) y por la distancia del acarreo (Km).

$Z= 42000X_{111} +71400X_{112} +67200X_{121} +37800X_{122} +84000X_{131} +63000X_{132} +63000X_{141} +71400X_{142} +64000X_{211} +1E+1E+05X_{221} +05X_{212} +57600X_{222} +1E+05 +96000X_{232} +96000X_{241} +108800X_{242} +105000X_{311} +178500X_{312} +168000X_{321} +94500X_{322} +210000X_{331} +157500X_{332} +157500X_{341} +178500X_{342}$.

Restricción:

Las restricciones 1-3 es que la suma de cada tipo en todos los centros de trabajo debe ser menor o igual a las disponibles.

1	X_{111}	$+ X_{112}$	$+X_{121}$	$+X_{122}$	$+X_{131}$	$+X_{132}$	$+X_{141}$	$+X_{142}$	≤	8
2	X_{211}	$+X_{212}$	$+X_{221}$	$+X_{222}$	$+X_{231}$	$+X_{232}$	$+X_{241}$	$+X_{242}$	≤	9
3	$+X_{311}$	$+X_{312}$	$+X_{321}$	$+X_{322}$	$+X_{331}$	$+X_{332}$	$+X_{341}$	$+X_{342}$	≤	10

Las restricciones 4 -7 es que la suma de la capacidad en volumen que hacen las volquetas de cada tipo en centro de trabajo debe ser menor o igual a al volumen generado en cada centro de trabajo.

4	6X111	+6X112	+8X211	+8X212	+14X311	+14X312	=	40
5	6X121	+6X122	+8X221	+8X222	14X321	+14X322	=	60
6	6X131	+6X132	+8X231	+8X232	+14X331	+14X332	=	70
7	6X141	+6X142	+8X241	+8X242	+14X341	+14X342	=	48

Resultados:

Para los resultados se utilizo Solver una herramienta Excel, resuelve este tipo de ecuaciones por medio de iteraciones.

Los resultados fueron los siguientes:

X111	X112	X121	X122	X131	X132	X141	X142
0	0	0	0	0	0	8	0

X211	X212	X221	X222	X231	X232	X241	X242
5	0	0	4	0	0	0	0

X311	X312	X321	X322	X331	X332	X341	X342
0	0	0	2	0	5	0	0

Interpretación de los resultados:

Esto nos indica las rutas en debemos emplear los diferentes tipos de volquetas determinando asi que sean las rutas que menor costo me va generar.

	ORIGEN	DESTINO	Tipo /volqueta
RUTAS	1	1	5 V_2
		2	-
	2	1	-
		2	4 V_2 + 2 V_3
	3	1	-
		2	5 V_3
	4	1	8 V_1
		2	

11. OTRO TIPO DE PROGRAMACIÓN ES LA NO LINEAL. (PNL)

Si nos detenemos un momento a mirar a nuestro alrededor y tomáramos una partecita, (por ejemplo: de que forma podemos organizar nuestra casa) y tratamos de simular en nuestra mente como seria la posibilidad de generar un modelo matemático, de seguro nuestra imaginación nos llevaría a pensar en cada cosa como una variable, y al tratar de relacionar cada una de ellas llegaríamos a tener combinaciones de todos los tipos, como ecuaciones de no linealidad. Es así que podemos definir que nuestro mundo se encuentra en un campo no lineal.

La programación lineal es una de las mayores contribuciones al campo de la toma efectiva de decisiones. Su versatilidad y adaptabilidad ha hecho que este modelo tenga aplicación en casi todos los campos de la ingeniería y de la ciencia.

La metodología de la PNL se asemeja a la PL por que también se tiene una función objetivo que esta sujeta a sus restricciones.

Ejemplo:

Función Objetivo

Min Z $$Z = 2X^2 + Y^2 - 2XY - 6Y - 4X$$

Restricciones

$$X^2 + Y^2 = 1$$

$$-X + 2Y \leq 8$$

$$X + Y^2 \leq 1$$

$$X, Y \geq 0$$

Resultados:
En la mayoría de los casos de este tipo se hace necesario el uso del computador para su solución.

12. NUESTRO PROBLEMA EN CONTRUCCION DE OBRAS LINEALES.

12.1. DESCRIPCION PARA EL MODELO DE PROGRAMACION LINEAL.

En la industria de la construcción particularmente en pavimentación de vías, se ve en muchos casos el desbalance que se tiene en la programación de actividades por parte de una mala asignación de tiempos en los diferentes tipo de maquinas en cada uno de sus procesos, este desbalance se ve reflejado en los tiempos muertos de las maquinas entre procesos que, son bastante considerables. Estos tiempos muertos, se puede decir que es la variable mas importante para el éxito o fracaso de constructor, debido a que el alquiler de cada maquina se paga por horas, entre mas grande sea el valor de la integración de todos los tiempos muertos mas se tendrá que pagar ociosamente, “regalar la platica”.

El modelo consiste en la pavimentación de una carretera de tipo tradicional la cual tiene las siguientes operaciones.

1. **ESCARIFICACION Y COMPACTACION:** sus rendimientos son m^2/h
   En esta operación se emplean las siguientes maquina:

   - Moto niveladora
   - Carro tanque (agua)
   - Compactador de rodillo.

2. **CAPA DE SUBBASE GRANULAR**: sus rendimientos son m^3/h

   En esta operación se presentan varias actividades que son: cargue del material, transporte de material, uniformizar, humectar, nivelar y compactar Para estas actividades se hace el uso de las siguientes maquinas:

   - Cargador.
   - Volquetas
   - Moto niveladora
   - Carro tanque
   - Compactador.

3. **CAPA DE BASE GRANULAR**: sus rendimientos son m^3/h

   En esta operación se presentan las mismas actividades que en la capa granular.
   Se hace el uso de las siguientes maquinas.
   - Cargador.
   - Volquetas
   - Moto niveladora
   - Carro tanque
   - Compactador

4. **LIGA DE EMULSION**: sus rendimientos son m^2/h
   En esta operación solo se tiene un solo tipo de maquinaria.
   - Carro tanque (emulsión).

5. **CAPA DE RODADURA**: sus rendimientos son m^3/h

   En esta operación se presentan las siguientes operaciones: transportar la capa de rodadura, extender y controlar temperatura. Se hace el uso de las siguientes maquinas:

   - Moto niveladora.

6. **COMPACTACION ÚLTIMA DE CAPA DE RODADURA.** sus rendimientos son m^3/h

   Se emplean dos tipos de maquinas que son:
   - Compactador de rodillo liso
   - Compactador de llanta

Nota: para la formulación del modelo de PL. para esta situación se tuvieron que tener ciertas consideraciones como la de disminuir el numero de variables de decisión. Estas son las volquetas y, cargadores.

El modelo se crea suponiendo que se tiene una disponibilidad de material siempre en el centro de trabajo, es decir que las volquetas y cargadores están constantes en sus actividades. Por otra parte también supone que las maquinas están en perfecto estado (no van a fallar por mecánica o combustible).

12.2 PARÁMETROS DE ENTRADA PARA RELAJAR EL PROBLEMA.

Para obtener el modelo de PL fue necesario hacer las siguientes manipulaciones de los datos para así darle la forma de PL.

Datos de entrada

1. Rendimientos.
2. Cantidad de Maquinas a utilizar
3. Especificaciones de diseño de carretera (espesores de capas).

En los problemas de secuenciación como el de pavimentación de vías no se puede pensar que en una jornada todas las maquinas trabajan un igual numero de horas, el tiempo de trabajo de cada una va a depender de sus rendimientos. Para saber que tanto va atrabajar cada maquina se propone la siguiente metodología.

Nuestro objetivo $\left\{ \right.$ **TI_{ij}** =tiempo de inicio de cada maquina en cada operación

En el modelo: pavimentación de una carretera se presentan seis procesos en los cuales cada uno presenta una serie de actividades (o trabajos).

En las siguientes tablas se explican las nomenclaturas de cada maquina y las que se encuentran en cada proceso.

X_i: Representa el numero de maquinas de cada tipo.

P_i: Representa un proceso donde intervienen diferentes tipos de maquinas.

X_1	Moto niveladora
X_2	Carro tanque agua
X_3	Cargador
X_4	Volquetas
X_5	Carro tanque liga
X_6	Compactador de rodillo
X_7	Compactador de llanta

P_1	X_1, X_2, X_6
P_2	X_1, X_2, X_6
P_3	X_1, X_2, X_6
P_4	X5
P_5	X1
P_6	X6 , X7

Debido a que se tiene un gran número de variables, se ha simplificado el problema quitando las variables **X3 y X4,** ya que en la medida en que se incrementa el número de variables también se incrementa la complejidad. Se relajo para simplificar el modelo.

12.3 EXPLICACION DEL MODELO

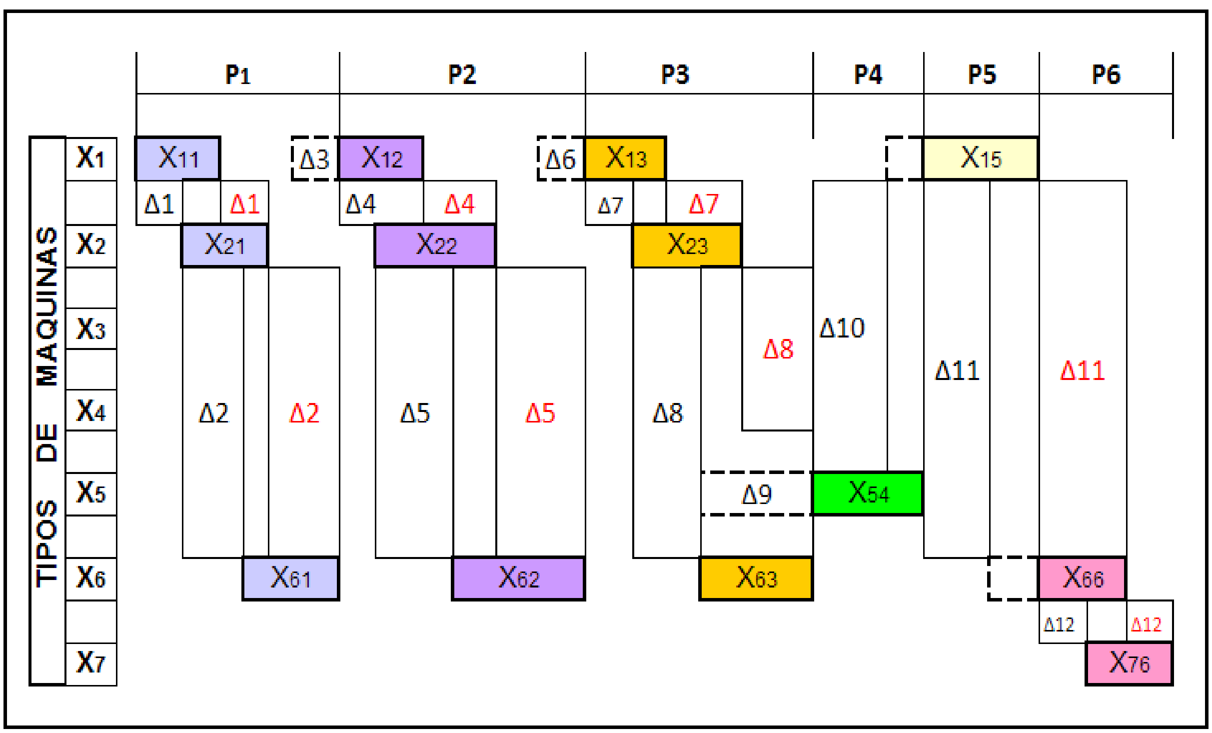
Nota:

Los rendimientos que se utilizan para el análisis ya están afectados por el factor de expansión y contracción, también por la eficiencia de los operarios.   .

El área de pavimentación que se construirá dependerá de lo que se solicite, depende de la magnitud del proyecto.

Los coeficientes que acompañan al tiempo de operación de cada tipo de maquina en cada proceso es pues la tarea que se tiene en (m^2 o m^3) según su proceso, dividida entre el rendimiento (($m^{2/}h$ o $m^{3/}h$) y por el numero de maquinas, para tener así tiempos de cada operación en horas.

En la siguiente grafica se explica de una forma mas clara la secuencia que se tendría en el centro de trabajo (construcción de una carretera).



Como se ha señalado anteriormente sabemos que en el mundo real los entornos se dan dentro del campo no lineal debido a eso se relajo el problema de las operaciones de maquinaria pesada para darle una visión de tipo lineal pero se podría plantear como PNL

FUNCION OBJETIVO.

La idea de esta función objetivo es hacer que se minimicen los tiempos muertos que se presentan entre las operaciones de esta forma se consigue mayor producción y por lo tanto se tendrán mayores utilidades.

Minimizar Z

$$
\begin{aligned}
Z = \quad & (TI_{76} - (TI_{66} + T_{66})) \quad + \quad (TI_{12} - (TI_{11} + T_{11})) \quad + \quad (TI_{13} - (TI_{12} + T_{12})) \\
& (TI_{18} - (TI_{13} + T_{13})) \quad + \quad (TI_{22} - (TI_{21} + T_{21})) \quad + \quad (TI_{23} - (TI_{22} + T_{22})) \\
& (TI_{36} - (TI_{61} + T_{61})) \quad + \quad (TI_{63} - (TI_{62} + T_{62})) \quad + \quad (TI_{66} - (TI_{63} + T_{63}))
\end{aligned}
$$

RESTRICCIONES

Vale decir que se tendrán restricciones por proceso:

T_{11},T_{21}, T_{61}, T_{12}, T_{22}, T_{62},T_{63}:Designan el tiempo que gastan las maquinas de tipo *i* en el proceso *j.*

Δ_1, Δ_2, Δ_3, Δ_4, Δ_5, Δ_6**:** Designan el tiempo de espera o tiempo muerto como se describe comúnmente. En la práctica estos tiempos siempre van a existir por que físicamente las maquinas no van a poder centrar su trabajo en un mismo lugar.

Estos Δ o pérdida de tiempo productivo se generan también por los tiempos que se presentan de transporte dentro de una obra. Cuando se piensa en optimizar lo mas ideal seria que estos Δ fueran cero, pero en la practica esto no es posible, entonces tratamos que sean lo mínimo.

Calcular estos tiempos es posiblemente un problema diferente en cada caso, que para solucionarlo se haría necesario conocer el centro de trabajo. Por ejemplo: en el proceso de escarificación se tiene un desplazamiento de la motoniveladora que dependiendo el ancho de la carretera, será su avance linealmente y, para continuar con el proceso de subbase se tendrá que devolver y tomara un tiempo que dependerá del suficiente espacio que tenga para hacerlo y si no se obstruye el paso con las maquinas sucesoras.

Estos tiempos de transporte posiblemente son tiempos cortos o tratamos que sean así, adecuando el centro de trabajo a medida que se avanza; para fines del modelo daremos un Δ, iguales en todos los procesos con un valor de 10 minutos o 0.166 horas, es razonable pensando que al optimizar se tratará de hacerse asi en la obra.

NOTA: estos Δ son los mínimos tiempos que se consideran apropiados por que físicamente no se pueden tener dos maquinas de diferente tipo saliendo o llegando al mismo tiempo.

Por ser maquinas que tienen una secuencia tienen un dinamismo, entonces los tiempos de inicio de cada trabajo (o actividad) en cada proceso debe ser mayor en la medida que se va avanzando. Se tiene entonces:

PROCESO 1:

- $TI_{11} = 0$
- $TI_{21} \geq TI_{11} + \Delta_1$
- $TI_{61} \geq TI_{21} + \Delta_2$

PROCESO 2:

- $TI_{12} \geq TI_{11} + T_{11}$
- $TI_{12} \geq TI_{61} + \Delta_3$
- $TI_{22} \geq TI_{21} + T_{21}$
- $TI_{22} \geq TI_{12} + \Delta_4$
- $TI_{62} \geq TI_{61} + T_{61}$
- $TI_{62} \geq TI_{22} + \Delta_5$

PROCESO 3:

- $TI_{13} \geq TI_{12} + T_{12}$
- $TI_{13} \geq TI_{62} + \Delta_6$
- $TI_{23} \geq TI_{22} + T_{22}$
- $TI_{23} \geq TI_{13} + \Delta_7$
- $TI_{63} \geq TI_{62} + T_{62}$
- $TI_{63} \geq TI_{23} + \Delta_8$

PROCESO 4:

- $TI_{64} \geq TI_{63} + \Delta_9$

PROCESO 5:

- $TI_{15} \geq TI_{13} + T_{13}$
- $TI_{15} \geq TI_{54} + \Delta_{10}$

PROCESO 6:

- $TI_{66} \geq TI_{63} + T_{63}$
- $TI_{66} \geq TI_{15} + \Delta_{11}$
- $TI_{76} \geq TI_{66} + \Delta_{12}$

De esta manera se asegura que los tiempos de inicio consecutivos serán mayores en la medida en que se avanza en la construcción de la carretera, pero no se asegura que se los tiempos finales consecutivos sean mayores por ello se genera las siguientes restricciones.

- $TF_{76} \geq TF_{56} + \Delta_{12}$
- $TF_{66} \geq TF_{15} + \Delta_{11}$
- $TF_{15} \geq TF_{54} + \Delta_{10}$
- $TF_{54} \geq TF_{53} + \Delta_{9}$
- $TF_{63} \geq TF_{23} + \Delta_{8}$
- $TF_{23} \geq TF_{13} + \Delta_{7}$
- $TF_{13} \geq TF_{52} + \Delta_{6}$
- $TF_{62} \geq TF_{22} + \Delta_{5}$

- $TF_{22} \geq TF_{12} + \Delta_4$
- $TF_{12} \geq TF_{61} + \Delta_3$
- $TF_{61} \geq TF_{21} + \Delta_2$
- $TF_{21} \geq TF_{11} + \Delta_1$

Los tiempos finales para todos los procesos será el tiempo de inicio mas el tiempo que demora la operación, así por ejemplo para la restricción $TF_{76} \geq TF_{66}$ será entonces: $TI_{76} + TI_{76} \geq TI_{66} + T_{66}$

SOLUCIÓN DE MODELO (validación)

Para los resultados se utilizo Solver una herramienta Excel, resuelve este tipo de ecuaciones por medio de iteraciones.

1. Se analizo el modelo utilizando 1 maquina de cada tipo

Los resultados se encuentran en las tablas siguientes y en los diagramas donde por medio de líneas de tiempos se representan la secuenciación.

2 .Se analizo el modelo utilizando 2 maquinas de tipo 1 (motoniveladora).

Para utilizar el modelo: en el archivo MODELO LINEAL en EXCEL se introducen los siguientes datos en la hoja que dice DATOS-RESULTADOS.

En la columna D desde la fila 5 hasta la 25 se introducen los rendimientos

de las diferentes maquinas y sus diferentes procesos.

En la C31 se introduce la tarea a realizar en m^2

En la D33 se introduce el espesor de la capa de subbase en (m)

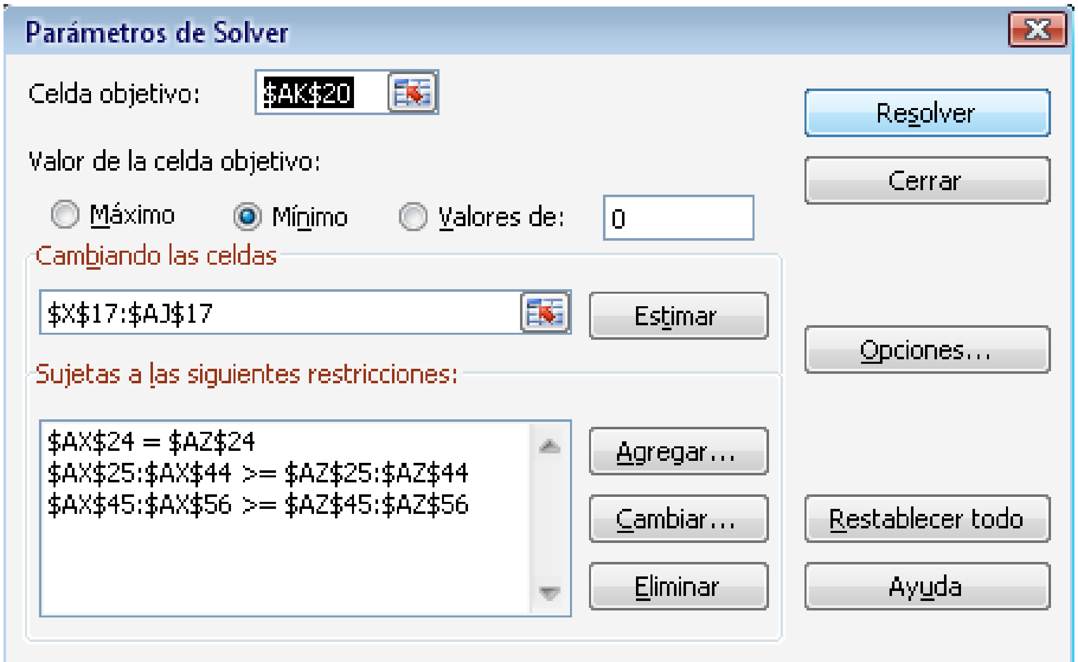
En la D34 se introduce el espesor de la capa de base en (m)

En la D35 se introduce el espesor de la capa de rodadura en (m)

En la columna G desde la fila 5 hasta la 28 se introducen el numero de cada maquina que se dispondrá para trabajar.

Luego de haber introducidos los datos se dirige a la hoja que dice MODELO, luego en la pestaña que dice DATOS y solver, aparecerá una ventana así:

Ver siguiente hoja.



Luego resolver y por ultimo aceptar.

Los resultados los presenta en la hoja que dice DATOS-RESULTADOS.

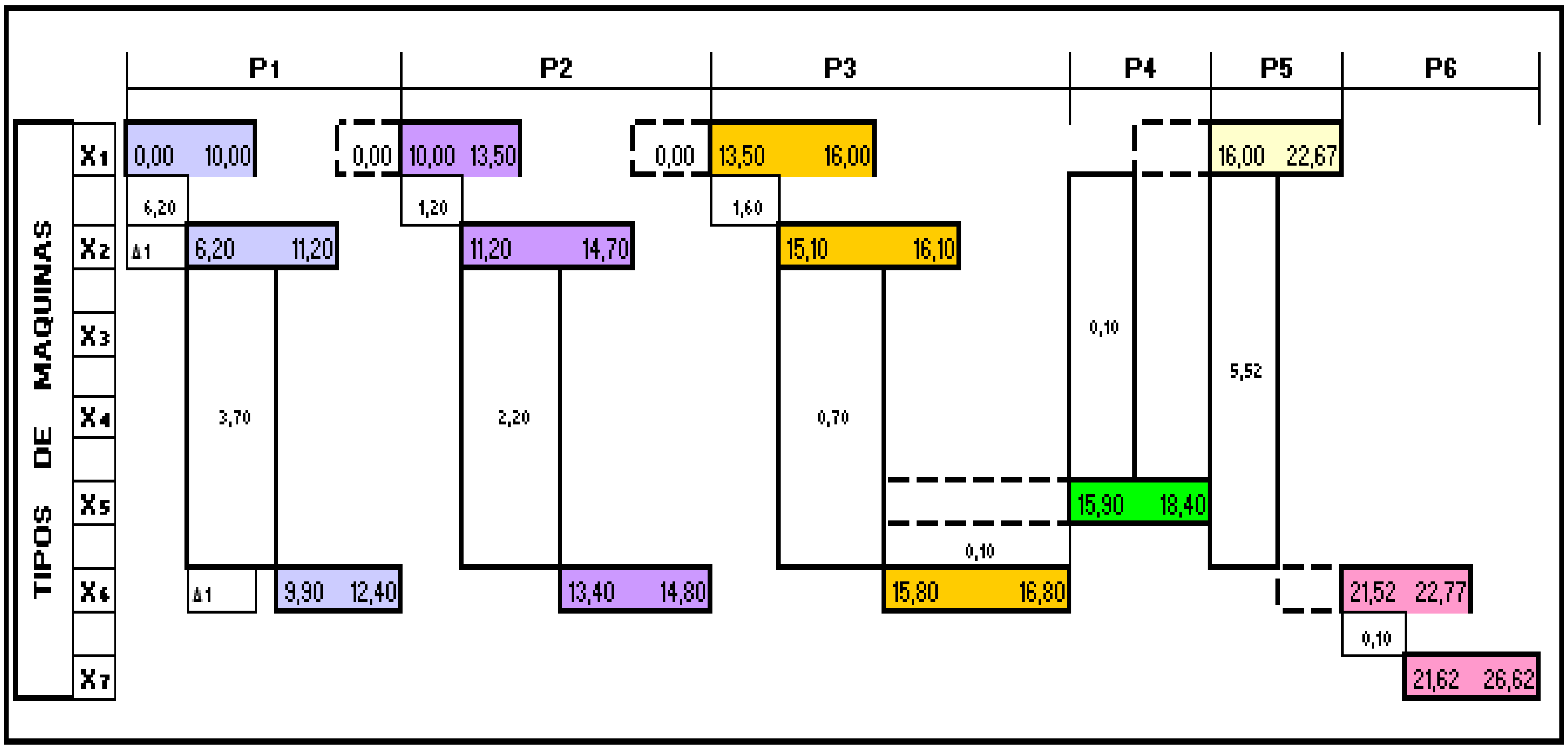
Y un diagrama con los tiempos de inicio y fin de cada proceso.

Ver siguientes pagina: hoja modelo

1. Se analiza con 1 tipo de maquina de cada tipo.

equipo	proceso		rendimiento	unifcado	Num maquinas	t inicio	duracion	t final	unidades
Motoniveladora	Escarificar	m^2/h	100,00	100,00	1	0,00	10,00	10,00	1000
	extender SB	m^3/h	100,00	250		10,00	3,50	13,50	400
	Extender Base	m^3/h	100,00	500		13,50	2,50	16,00	200
	Capa rodadura	m^3/h	15,00	150		16,00	6,67	22,67	100
carrotanque agua	hum subrasante	m^2/h	200,00	200,00	1	6,20	5,00	11,20	1000
	hum subbase	m^3/h	100,00	250		11,20	3,50	14,70	350
	hum base	m^3/h	250,00	1250		15,10	1,00	16,10	250
Carrotanque liga	regar liga	m^2/h	400,00	400,00	1	15,90	2,50	18,40	1000
Compactador	com SR	m^2/h	400,00	400,00	1	9,90	2,50	12,40	1000
	Com SB	m^3/h	250,00	625		13,40	1,40	14,80	400
	Com B	m^3/h	250,00	1250		15,80	1,00	16,80	200
	Com Cde R	m^3/h	80,00	800		21,52	1,25	22,77	100
compac. Llanta	Com Cde R	m^3/h	20,00		1	21,62	5,00	26,62	100
tarea diaria	1000	M2							
Espesores de capa (m)	extender SB		0,4						
	Extender Base		0,2						
	Capa rodadura		0,1						

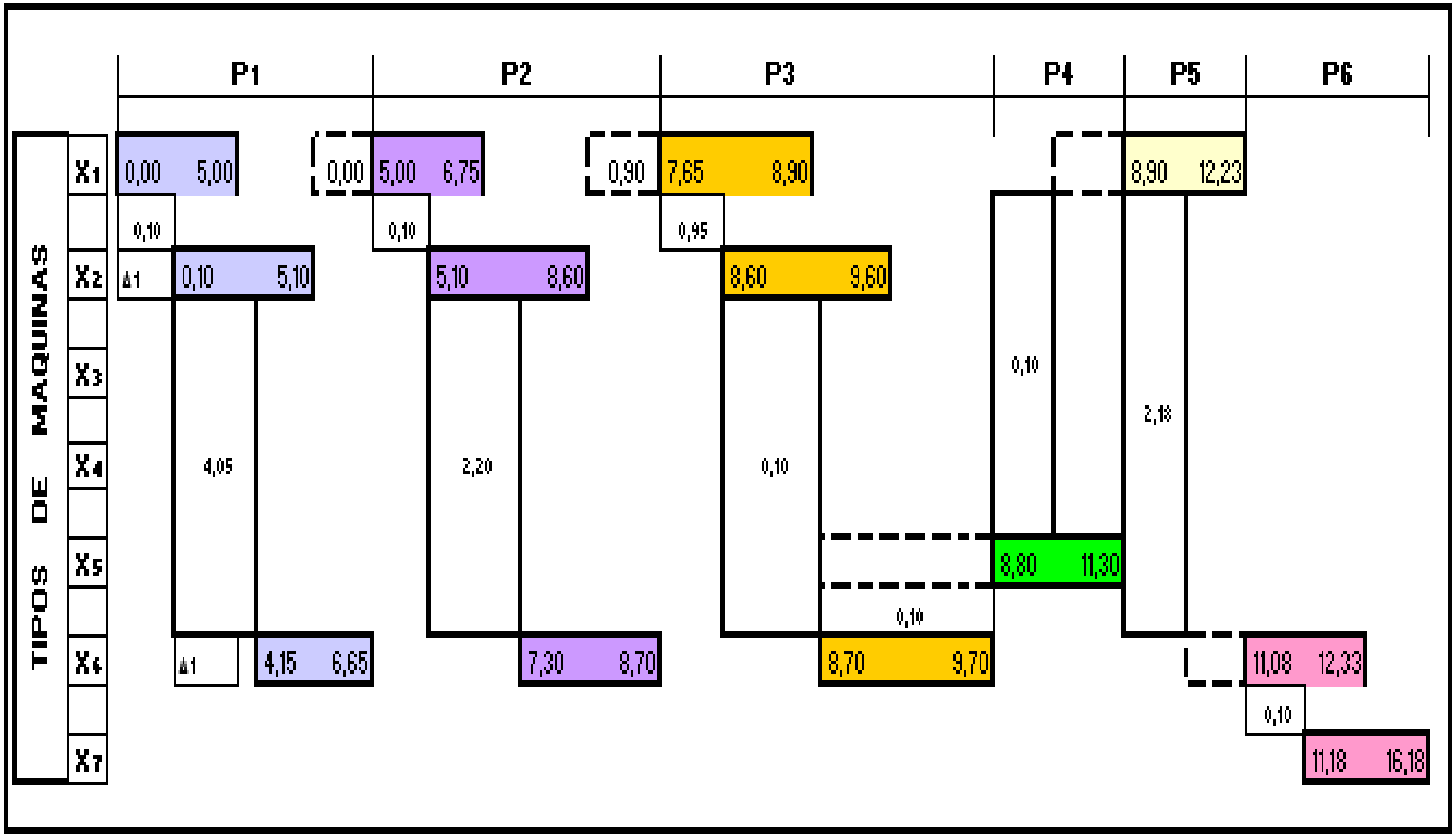
ESQUEMA   REPRESENTANDO LINEAS DE TIEMPOS



2. Se utilizan 2 maquinas del tipo 1 y 1 maquina del resto.

equipo	proceso	rendimiento	unifcado	Num maquinas	t inicio	duracion	t final	unidades
Motoniveladora	Escarificar m^2/h	100,00	100,00	2	0,00	5,00	5,00	1000
	extender SB m^3/h	100,00	250		5,00	1,75	6,75	400
	Extender Base m^3/h	100,00	500		7,65	1,25	8,90	200
	Capa rodadura m^3/h	15,00	150		8,90	3,33	12,23	100
carrotanque agua	hum subrasan m^3/h	200,00	200,00	1	0,10	5,00	5,10	1000
	hum subbase m^3/h	100,00	250		5,10	3,50	8,60	350
	hum base m^3/h	250,00	1250		8,60	1,00	9,60	250
Carrotanque liga	regar liga m^2/h	400,00	400,00	1	8,80	2,50	11,30	1000
Compactador	com SR m^2/h	400,00	400,00	1	4,15	2,50	6,65	1000
	Com SB m^3/h	250,00	625		7,30	1,40	8,70	400
	Com B m^3/h	250,00	1250		8,70	1,00	9,70	200
	Com Cde R m^3/h	80,00	800		11,08	1,25	12,33	100
compac. Llanta	Com Cde R m^3/h	20,00		1	11,18	5,00	16,18	100
tarea diaria	1000	M2						
Espesores de capa (m)	extender SB	0,4						
	Extender Base	0,2						
	Capa rodadura	0,1						

ESQUEMA REPRESENTANDO LINEAS DE TIEMPOS



12.4. Enfoque no lineal.

Para un modelo de maquinaria pesada por medio de PNL tendrá mas libertad en cuanto a sus ecuaciones y a la elección de la tarea de la jornada.

No se tendrá tantas limitaciones para la asignación de la tarea de la jornada, ahora se tendrá que limitar a un numero mínimo y máximo de maquinas que realizaran la tarea de forma eficiente.

Para la calcular la tarea se puede dar como el menor de los rendimientos del primer proceso multiplicado por un numero mayor o igual de horas al stand By, de esta forma nos aseguramos que las maquinas trabajaran mas de sus horas mínimos de alquiler.

Los datos de entrada serán pues el stand By, la disponibilidad de los equipos, los rendimientos de cada uno,

FUNCION OBJETIVO.

Minimizar Z

Z=

$$\left(TI_{76} - \left(TI_{66} + \frac{T_{66}}{X_{66}} \forall_{6}\right)\right) + \left(TI_{12} - \left(TI_{11} + \frac{T_{11}}{X_{11}} \forall_{1}\right)\right) + \left(TI_{13} - \left(TI_{12} + \frac{T_{12}}{X_{12}} \forall_{2}\right)\right)$$

$$\left(TI_{15} - \left(TI_{13} + \frac{T_{13}}{X_{13}} \forall_{3}\right)\right) + \left(TI_{22} - \left(TI_{21} + \frac{T_{21}}{X_{21}} \forall_{1}\right)\right) + \left(TI_{23} - \left(TI_{22} + \frac{T_{22}}{X_{22}} \forall_{2}\right)\right)$$

$$\left(TI_{56} - \left(TI_{61} + \frac{T_{61}}{X_{61}} \forall_{1}\right)\right) + \left(TI_{63} - \left(TI_{62} + \frac{T_{62}}{X_{62}} \forall_{2}\right)\right) + \left(TI_{66} - \left(TI_{63} + \frac{T_{62}}{X_{62}} \forall_{62}\right)\right)$$

RESTRICCIONES

PROCESO 1:

- $TI_{11} = 0$
- $TI_{21} \geq TI_{11} + \Delta_1$
- $TI_{61} \geq TI_{21} + \Delta_2$

PROCESO 2:

- $TI_{12} \geq TI_{11} + \frac{T_{11}}{X_{11}} \forall_1$
- $TI_{12} \geq TI_{61} + \Delta_3$
- $TI_{22} \geq TI_{21} + \frac{T_{21}}{X_{21}} \forall_1$
- $TI_{22} \geq TI_{12} + \Delta_4$
- $TI_{62} \geq TI_{61} + \frac{T_{61}}{X_{11}} \forall_1$
- $TI_{62} \geq TI_{22} + \Delta_5$

PROCESO 3:

- $TI_{13} \geq TI_{12} + \frac{T_{12}}{X_{12}} \forall_2$
- $TI_{13} \geq TI_{62} + \Delta_6$

- $TI_{23} \geq TI_{22} + \frac{T_{22}}{X_{22}} \forall_2$

- $TI_{23} \geq TI_{13} + \Delta_7$

- $TI_{63} \geq TI_{62} + \frac{T_{62}}{X_{62}} \forall_2$

- $TI_{63} \geq TI_{23} + \Delta_8$

PROCESO 4:

- $TI_{84} \geq TI_{63} + \Delta_9$

PROCESO 5:

- $TI_{15} \geq TI_{13} + \frac{T_{13}}{X_{13}} \forall_3$
- $TI_{15} \geq TI_{84} + \Delta_{10}$

PROCESO 6:

- $TI_{66} \geq TI_{63} + \frac{T_{63}}{X_{63}} \forall_{63}$

- $TI_{66} \geq TI_{15} + \Delta_{11}$

- $TI_{76} \geq TI_{66} + \Delta_{12}$

De esta manera se asegura que los tiempos de inicio consecutivos serán mayores en la medida en que se avanza en la construcción de la carretera, pero no se asegura que se los tiempos finales consecutivos sean mayores por ello se genera las siguientes restricciones.

- $TF_{76} \geq TF_{66}$
- $TF_{66} \geq TF_{15}$
- $TF_{15} \geq TF_{54}$
- $TF_{54} \geq TF_{63}$
- $TF_{63} \geq TF_{23}$
- $TF_{23} \geq TF_{13}$
- $TF_{13} \geq TF_{62}$
- $TF_{62} \geq TF_{22}$
- $TF_{22} \geq TF_{12}$
- $TF_{12} \geq TF_{61}$
- $TF_{61} \geq TF_{21}$
- $TF_{21} \geq TF_{11}$

Los tiempos finales para todos los procesos será el tiempo de inicio mas el tiempo que demora la operación, así por ejemplo para la restricción $TF_{76} \geq TF_{66}$ será entonces: $TI_{76} + \frac{T_{76}}{X_{76}} \forall_6 \geq TI_{66} + \frac{T_{66}}{X_{66}} \forall_6$

Cuando en una obra de pavimentación de una vía se contratan un numero determinado de maquinas de diferentes tipos, la idea es que se empleen todas en todos los diferentes procesos en un numero igual para así asegurarnos de que estamos sacándole la mayor producción, para lo cual tendremos entonces las siguientes restricciones.

- $X_{11} = \quad X_{12} = \quad X_{13} = \quad X_{15}$
- $X_{21} = \quad X_{22} = \quad X_{23}$
- $X_{61} = \quad X_{62} = \quad X_{63} = \quad X_{65}$

Otras restricciones que se le darán al modelo es que el mínimo numero de maquinas de cada tipo debe ser 1.

$X_{11} \geq 1 \quad X_{21} \geq 1 \quad X_{61} \geq 1 \quad X_{12} \geq 1 \quad X_{22} \geq 1 \quad X_{62} \geq 1 \quad X_{13} \geq 1$

$X_{23} \geq 1 \quad X_{63} \geq 1 \quad X_{64} \geq 1 \quad X_{15} \geq 1 \quad X_{66} \geq 1 \quad X_{76} \geq 1$

Encontramos también condiciones de disponibilidad.

$X_{11} \leq CTE, \quad X_{21} \leq CTE, \quad X_{61} \leq CTE, \quad X_{12} \leq CTE, \quad X_{22} \leq CTE, \quad X_{62} \leq CTE,$

$X_{13} \leq CTE, \quad X_{23} \leq CTE, \quad X_{63} \leq CTE, \quad X_{64} \leq CTE, \quad X_{15} \leq CTE, \quad X_{66} \leq CTE, \quad X_{76} \leq CTE$

Pensando ya en la construcción para la contratación de las maquinas se debe hacer un barrido en la zona para conocer la disponibilidad de cada uno, se tiene entonces

$X_1 \leq disponible$, $X_2 \leq disponible$, $X_6 \leq disponible$,

$X_5 \leq disponible$, $X_7 \leq disponible$

13. EL MODELO LOGRADO

Este modelo resulto interesante por que, cuando se presenta la pavimentación de una carretera siempre pensamos en como planificar las maquinas que se emplean para tener menores perdidas, pero si se piensa hacer esto solamente con un análisis mental seguramente quedaremos cortos de análisis y se hace dispendioso de generar un modelo de tal forma que lo podamos hacer.

Este modelo optimiza la producción de un grupo seleccionado probablemente por la disponibilidad que se tiene, minimizando los tiempos muertos y cumpliendo con la tarea propuesta de manera que utilicen al máximo las maquinas y minimizando los tiempos muertos.

Para los resultados se utilizo Solver una herramienta Excel, resuelve este tipo de ecuaciones por medio de iteraciones.

14. RECOMENDACIONES Y CONCLUSIONES.

Si queremos seguir mejorando en la industria de la construcción debemos ir implementando cambios en la gerencia moderna, empleando modelos de programación para ejecución de proyectos, que permitan un mejor control y optimización en cada una de las obras que se realicen.

Modelando procesos por medio de la programación facilitara además del control de imprevistos que se puedan presentar una optimización en los mismos procesos, de forma tal que se puedan obtener mayores utilidades con menores riesgos.

si se quiere generar un modelo en el cual se tenga un medio donde relacionan cosas que son relacionadas unas con otras de manera implícita, lo mejor es pensar en crear un modelo de programación no lineal para no encontrarse con limitaciones en el momento de crear la función objetivo y sus restricciones.

En la medida que se quiera obtener mayor precisión mediante un modelo matemático se aumentaran las variables y sus restricciones. Por esto se debe pensar en que la linealidad no la mejor herramienta y optar por lo no lineal que, en realidad es como se rige nuestro mundo y particularmente los procesos en la industria de la construcción.

Durante el proceso de la construcción del modelo, se encontraron muchas formas de abordarlo, la mayoría de ellas entraba en el campo no lineal, como la idea de este texto es demostrar como la importancia de la programación en la industria de la construcción toma un impresionante valor agregado con la creación de modelos, solo que aquí se demuestra esta importancia desde un punto de vista del campo lineal.

15. GLOSARIO.

Investigación de operaciones: Es la ciencia que se encarga de generar las metodologías y herramientas por medio de modelos para representar algún tipo de situación.

Programación lineal: Herramienta de la I.O que representa una situación por medio de ecuaciones lineales.

Función objetivo: Hace parte de la metodología de la I.O la cual representa un sistema que se tiene por maximizar o minimizar.

Restricciones: Conjunto de ecuaciones lineales o no con las cuales se limitan los modelos.

Programación mixta: Es la forma de generar modelos los cuales se expresen con variables de tipo binario o entero.

Variables enteras: Son variables de decisión las cuales solo pueden tomar valores enteros.

Variables binarias: Son variables de decisión las cuales solo pueden tomar de 0 y 1.

El medio: Forma de expresar una situación o sistema a modelar.

16. BIBLIOGRAFIA.

1. TAHA, HAMDY A. Investigación de operaciones, séptima edición, pearson educación, México, 2004.

2. EPPEN, Gary D. Investigación de operaciones en la ciencia administrativa, tercera edición,1992

3. LIEBERMAN, Gerald J. Investigación de operaciones séptima edición, México: McGraw-Hill, 2002.

4. MORAN. Investigación de operaciones

5. Planeamiento, programación y control de la producción.

   http://www.southlink.com.

6. Programación lineal

   http:// www.programacion lineal.net