

**EVALUACIÓN DE LA CONFIABILIDAD DE UNA ESTRUCTURA CON PÓRTICOS DE  
ACERO CONSIDERANDO LA VARIABILIDAD EN LAS PROPIEDADES DEL  
MATERIAL**

**ELKIN MAURICIO LÓPEZ MORANTES**

**Ing. Civil, MSc.**

**UNIVERSIDAD INDUSTRIAL DE SANTANDER  
FACULTAD DE INGENIERÍAS FÍSICO-MECÁNICAS  
ESCUELA DE INGENIERÍA CIVIL  
MAESTRÍA EN INGENIERÍA ESTRUCTURAL  
BUCARAMANGA**

**2018**

**EVALUACIÓN DE LA CONFIABILIDAD DE UNA ESTRUCTURA CON PÓRTICOS DE  
ACERO CONSIDERANDO LA VARIABILIDAD EN LAS PROPIEDADES DEL  
MATERIAL**

**ELKIN MAURICIO LÓPEZ MORANTES**  
**Ing. Civil, MSc.**

**Trabajo de grado para optar el título de:**  
**Magister en Ingeniería Estructural**

**Director:**  
**GUSTAVO CHIO CHO**  
**Ingeniero Civil, PhD**

**UNIVERSIDAD INDUSTRIAL DE SANTANDER**  
**FACULTAD DE INGENIERÍAS FÍSICO-MECÁNICAS**  
**ESCUELA DE INGENIERÍA CIVIL**  
**BUCARAMANGA**  
**2018**

**DEDICADO A:**

A Dios quién día tras día me indica el camino a seguir.

A mis padres y mi hermano, quienes con su apoyo incondicional y esfuerzo han  
hecho posible alcanzar esta meta.

A mi querida Lucy por su paciencia y acompañamiento en este trasegar de la vida.

Al profesor Gustavo Chío Cho, por su confianza depositada y valioso aporte en la  
dirección y asesoramiento en el desarrollo del presente trabajo de aplicación.

## TABLA DE CONTENIDO

<b>INTRODUCCIÓN</b> .....	22
1. OBJETIVOS.....	24
1.1. OBJETIVO GENERAL .....	24
1.2. OBJETIVOS ESPECÍFICOS:.....	24
2. TEORÍA DE LA CONFIABILIDAD.....	25
2.1. DEFINICIÓN Y PROPÓSITO.....	25
2.2. ORÍGENES .....	26
2.3. INCERTIDUMBRE Y RIESGO.....	27
2.4. MÉTODOS APROXIMADOS PARA EL CÁLCULO DE LA CONFIABILIDAD ESTRUCTURAL. ....	28
2.4.1. Enfoque determinístico .....	28
2.4.2. Enfoque Semiprobabilístico .....	29
2.4.3. Enfoque Probabilístico .....	29
2.5. PROBABILIDAD DE FALLA ( <i>PF</i> ).....	30
2.6. ÍNDICE DE CONFIABILIDAD ( $\beta$ ).....	35
2.6.1. Valores típicos de $\beta$ empleados en confiabilidad estructural .....	38
3. CONFIABILIDAD ESTRUCTURAL MEDIANTE SIMULACIÓN DE MONTECARLO.....	41
3.1. GENERACIÓN DE NÚMEROS ALEATORIOS.....	42
3.1.1. Generación de números aleatorios no correlacionados.....	42
3.2. EXTRACCIÓN DE LA INFORMACIÓN ESTADÍSTICA .....	43
3.3. EVALUACIÓN DE LA PROBABILIDAD DE FALLA .....	43
3.4. EFICIENCIA Y PRECISIÓN DEL MÉTODO .....	44
4. EDIFICACIÓN SELECCIONADA PARA EL ANÁLISIS.....	47
5. ANÁLISIS CONVENCIONAL (DETERMINÍSTICO) DEL ÍNDICE DE FLEXIBILIDAD (IF) Y LOS PERIODOS FUNDAMENTALES ( $T_x$ , $T_y$ ) .....	54

6. ANÁLISIS DE CONFIABILIDAD (PROBABILÍSTICO) DEL ÍNDICE DE FLEXIBILIDAD (IF) Y LOS PERIODOS FUNDAMENTALES (Tx, Ty) VARIANDO LAS PROPIEDADES DEL ACERO.....	60
6.1. DESARROLLO DE LA APLICACIÓN OAPI.....	60
6.2. DATOS DE ENTRADA DE LA APLICACIÓN.....	65
6.3. FUNCIONES DE ESTADO LÍMITE EMPLEADAS.....	66
6.4. VARIACIONES EN LAS PROPIEDADES ESTUDIADAS (CASOS DE ESTUDIO).....	67
6.5. ANÁLISIS DE CONFIABILIDAD. CASO 1: VARIACIÓN SIMULTÁNEA DE PROPIEDADES EN ESTUDIO (Es, $\rho_s$ , Fy y Fu).....	68
6.5.1. Resultados para el Índice de Flexibilidad (IF) por Piso .....	69
6.5.1.1. Resultados para el Nivel N+6,0m – varían simultáneamente (Es, $\rho_s$ , Fy y Fu). .....	69
6.5.1.2. Resultados para el Nivel N+3,0m – varían simultáneamente (Es, $\rho_s$ , Fy y Fu). .....	73
6.5.1.3. Resultados para el Nivel N+9,0m – varían simultáneamente (Es, $\rho_s$ , Fy y Fu). .....	75
6.5.1.4. Resultados para el Nivel N+12,0m – varían simultáneamente (Es, $\rho_s$ , Fy y Fu). .....	77
6.5.2. Resultados para los Periodos Fundamentales en las direcciones principales de la Estructura (Tx, Ty) Variando Es, $\rho_s$ , Fy y Fu .....	79
6.5.2.1. Resultados para el Periodo Fundamental en Sentido X (Tx) .....	79
6.5.2.2. Resultados para el Periodo Fundamental en Sentido Y (Ty) .....	81
6.6. ANÁLISIS DE CONFIABILIDAD. CASO 2: VARIACIÓN SÓLO DEL MÓDULO DE ELASTICIDAD Es (Fy, Fu Y $\rho_s$ SON CONSTANTES) .....	83
6.6.1. Resultados para el Índice de Flexibilidad (IF) por Piso .....	83
6.6.1.1. Resultados para el Nivel N+6,0m – varía sólo Es.....	83
6.6.1.2. Resultados para el Nivel N+3,0m – varía sólo Es.....	86
6.6.1.3. Resultados para el Nivel N+9,0m – varía sólo Es.....	88
6.6.1.4. Resultados para el Nivel N+12,0m – varía sólo Es.....	90

6.6.2. Resultados para los Periodos Fundamentales en las direcciones principales de la Estructura (Tx, Ty) Variando Es .....	92
6.6.2.1. Resultados para el Periodo Fundamental en Sentido X (Tx) .....	92
6.6.2.2. Resultados para el Periodo Fundamental en Sentido Y (Ty) .....	94
6.7. ANÁLISIS DE CONFIABILIDAD. CASO 3: VARIACIÓN SÓLO DE LA DENSIDAD $\rho_s$ ( $F_y$ , $F_u$ Y $E_s$ SON CONSTANTES) .....	96
6.7.1. Resultados para el Índice de Flexibilidad (IF) por Piso .....	96
6.7.1.1. Resultados para el Nivel N+6,0m – varía sólo $\rho_s$ .....	96
6.7.1.2. Resultados para el Nivel N+3,0m – varía sólo $\rho_s$ .....	99
6.7.1.3. Resultados para el Nivel N+9,0m – varía sólo $\rho_s$ .....	101
6.7.1.4. Resultados para el Nivel N+12,0m – varía sólo $\rho_s$ .....	103
6.7.2. Resultados para los Periodos Fundamentales en las direcciones principales de la Estructura (Tx, Ty) Variando $\rho_s$ . .....	105
6.7.2.1. Resultados para el Periodo Fundamental en Sentido X (Tx) .....	105
6.7.2.2. Resultados para el Periodo Fundamental en Sentido Y (Ty) .....	107
6.8. PRUEBAS DE BONDAD DE AJUSTE PARA LOS RESULTADOS OBTENIDOS .....	109
7. RESUMEN DE LOS RESULTADOS OBTENIDOS PARA EL ANÁLISIS DETERMINÍSTICO Y DE CONFIABILIDAD DE LA ESTRUCTURA .....	113
8. CONCLUSIONES .....	116
<b>BIBLIOGRAFÍA</b> .....	121

## LISTA DE FIGURAS

Figura 1. Enfoques de la confiabilidad estructural .....	28
Figura 2. Dominio de fallo para la función de estado limite $g(x) = R - S$ .....	32
Figura 3. Función de Densidades Marginales de la Resistencia y la Solicitación. 34	
Figura 4. Función de Densidad Marginal de la Solicitación ( $f_s$ ) y Función de Distribución de Probabilidad Acumulada de la Resistencia ( $FR$ ).....	35
Figura 5. Definición del Índice de Confiabilidad para cuando R y S son distribuidas normalmente. ....	36
Figura 6. Gráfica de la Probabilidad de falla (PF) vs Índice de Confiabilidad ( $\beta$ )...37	
Figura 7. Convergencia de la Probabilidad de falla y la Varianza estimada vs Número de Iteraciones. ....	46
Figura 8. Vista en planta de la estructura seleccionada.....	47
Figura 9. Vista lateral sobre el Eje 1 de la estructura seleccionada.....	48
Figura 10. Vista Frontal sobre el Eje A de la estructura seleccionada.....	48
Figura 11. Modelo tridimensional en SAP2000®. ....	49
Figura 12. Sección transversal de losas de entrepiso.....	50
Figura 13. Espectro elástico y sus parámetros .....	52
Figura 14. Espectro elástico de aceleraciones empleado.....	53
Figura 15. Representación esquemática de los desplazamientos y derivas de piso .....	54
Figura 16. Columnas de la estructura con numeración de nodos.....	57
Figura 17. Interfaz general de la aplicación “OAPI”. ....	62
Figura 18. Ingreso de los datos de entrada en la aplicación “OAPI”......	63
Figura 19. Diagrama explicativo del funcionamiento de la aplicación, desde la metodología UML.....	64
Figura 20. Zona segura y Zona de falla del Índice de Flexibilidad (IF) para el Nivel Nv+6,0m. Varían ( $E_s$ , $\rho_s$ , $F_y$ y $F_u$ ).....	69

Figura 21. Histograma del Índice de Flexibilidad (IF) para el Nivel N+6,0m. Varían (Es, $\rho_s$ , Fy y Fu).....	70
Figura 22. Convergencia de la Probabilidad de falla (Pf) del Índice de Flexibilidad (IF) para el Nivel Nv+6,0m. Varían (Es, $\rho_s$ , Fy y Fu). .....	71
Figura 23. Convergencia del Índice de Confiabilidad ( $\beta$ ) del Índice de Flexibilidad (IF) para el Nivel Nv+6,0m. Varían (Es, $\rho_s$ , Fy y Fu). .....	72
Figura 24. Zona segura y Zona de falla del Índice de Flexibilidad (IF) para el Nivel N+3,0m. Varían (Es, $\rho_s$ , Fy y Fu) .....	73
Figura 25. Histograma del Índice de Flexibilidad (IF) para el Nivel N+3,0m. Varían (Es, $\rho_s$ , Fy y Fu).....	73
Figura 26. Convergencia de la Probabilidad de Falla (Pf) del Índice de Flexibilidad (IF) para el Nivel Nv+3,0m. Varían (Es, $\rho_s$ , Fy y Fu). .....	74
Figura 27. Convergencia del Índice de Confiabilidad ( $\beta$ ) del Índice de Flexibilidad (IF) para el Nivel Nv+3,0m. Varían (Es, $\rho_s$ , Fy y Fu). .....	74
Figura 28. Zona segura y Zona de falla del Índice de Flexibilidad (IF) para el Nivel N+9,0m. Varían (Es, $\rho_s$ , Fy y Fu) .....	75
Figura 29. Histograma del Índice de Flexibilidad (IF) para el Nivel N+9,0m. Varían (Es, $\rho_s$ , Fy y Fu).....	75
Figura 30. Convergencia de la Probabilidad de Falla (Pf) del Índice de Flexibilidad (IF) para el Nivel Nv+9,0m. Varían (Es, $\rho_s$ , Fy y Fu). .....	76
Figura 31. Convergencia del Índice de Confiabilidad ( $\beta$ ) del Índice de Flexibilidad (IF) para el Nivel Nv+9,0m. Varían (Es, $\rho_s$ , Fy y Fu). .....	76
Figura 32. Zona segura y Zona de falla del Índice de Flexibilidad (IF) para el Nivel N+12,0m. Varían (Es, $\rho_s$ , Fy y Fu).....	77
Figura 33. Histograma del Índice de Flexibilidad (IF) para el Nivel N+12,0m. Varían (Es, $\rho_s$ , Fy y Fu).....	77
Figura 34. Convergencia de la Probabilidad de Falla (Pf) del Índice de Flexibilidad (IF) para el Nivel Nv+12,0m. Varían (Es, $\rho_s$ , Fy y Fu) .....	78
Figura 35. Convergencia del Índice de Confiabilidad ( $\beta$ ) del Índice de Flexibilidad (IF) para el Nivel Nv+12,0m. Varían (Es, $\rho_s$ , Fy y Fu) .....	78

Figura 36. Zona segura y Zona de falla para el Periodo Tx. Varían (Es, $\rho_s$ , Fy y Fu)	79
Figura 37. Histograma para el Periodo Tx. Varían (Es, $\rho_s$ , Fy y Fu)	79
Figura 38. Convergencia de la Probabilidad de Falla (Pf) para el Periodo Tx. Varían (Es, $\rho_s$ , Fy y Fu)	80
Figura 39. Convergencia del Índice de Confiabilidad ( $\beta$ ) para el Periodo Tx. Varían (Es, $\rho_s$ , Fy y Fu)	80
Figura 40. Zona segura y Zona de falla para el Periodo Ty. Varían (Es, $\rho_s$ , Fy y Fu)	81
Figura 41. Histograma para el Periodo Ty. Varían (Es, $\rho_s$ , Fy y Fu)	81
Figura 42. Convergencia de la Probabilidad de Falla (Pf) para el Periodo Ty. Varían (Es, $\rho_s$ , Fy y Fu)	82
Figura 43. Convergencia del Índice de Confiabilidad ( $\beta$ ) para el Periodo Ty. Varían (Es, $\rho_s$ , Fy y Fu)	82
Figura 44. Zona segura y Zona de falla del Índice de Flexibilidad (IF) para el Nivel Nv+6,0m. Varía (Es)	83
Figura 45. Histograma del Índice de Flexibilidad (IF) para el Nivel N+6,0m. Varía (Es)	84
Figura 46. Convergencia de la Probabilidad de falla (Pf) del Índice de Flexibilidad (IF) para el Nivel Nv+6,0m. Varía (Es)	84
Figura 47. Convergencia del Índice de Confiabilidad ( $\beta$ ) del Índice de Flexibilidad (IF) para el Nivel Nv+6,0m. Varía (Es)	85
Figura 48. Zona segura y Zona de falla del Índice de Flexibilidad (IF) para el Nivel Nv+3,0m. Varía (Es)	86
Figura 49. Histograma del Índice de Flexibilidad (IF) para el Nivel N+3,0m. Varía (Es)	86
Figura 50. Convergencia de la Probabilidad de falla (Pf) del Índice de Flexibilidad (IF) para el Nivel Nv+3,0m. Varía (Es)	87
Figura 51. Convergencia del Índice de Confiabilidad ( $\beta$ ) del Índice de Flexibilidad (IF) para el Nivel Nv+3,0m. Varía (Es)	87

Figura 52. Zona segura y Zona de falla del Índice de Flexibilidad (IF) para el Nivel Nv+9,0m. Varía (Es). .....	88
Figura 53. Histograma del Índice de Flexibilidad (IF) para el Nivel N+9,0m. Varía (Es). .....	88
Figura 54. Convergencia de la Probabilidad de falla (Pf) del Índice de Flexibilidad (IF) para el Nivel Nv+9,0m. Varía (Es). .....	89
Figura 55. Convergencia del Índice de Confiabilidad ( $\beta$ ) del Índice de Flexibilidad (IF) para el Nivel Nv+9,0m. Varía (Es). .....	89
Figura 56. Zona segura y Zona de falla del Índice de Flexibilidad (IF) para el Nivel Nv+12,0m. Varía (Es). .....	90
Figura 57. Histograma del Índice de Flexibilidad (IF) para el Nivel N+12,0m. Varía (Es). .....	90
Figura 58. Convergencia de la Probabilidad de falla (Pf) del Índice de Flexibilidad (IF) para el Nivel Nv+12,0m. Varía (Es). .....	91
Figura 59. Convergencia del Índice de Confiabilidad ( $\beta$ ) del Índice de Flexibilidad (IF) para el Nivel Nv+12,0m. Varía (Es). .....	91
Figura 60. Zona segura y Zona de falla para el Periodo Tx. Varía (Es) .....	92
Figura 61. Histograma para el Periodo Tx. Varía (Es) .....	92
Figura 62. Convergencia de la Probabilidad de Falla (Pf) para el Periodo Tx. Varía (Es) .....	93
Figura 63. Convergencia del Índice de Confiabilidad ( $\beta$ ) para el Periodo Tx. Varía (Es) .....	93
Figura 64. Zona segura y Zona de falla para el Periodo Ty. Varía (Es) .....	94
Figura 65. Histograma para el Periodo Ty. Varía (Es) .....	94
Figura 66. Convergencia de la Probabilidad de Falla (Pf) para el Periodo Ty. Varía (Es) .....	95
Figura 67. Convergencia del Índice de Confiabilidad ( $\beta$ ) para el Periodo Ty. Varía (Es). .....	95
Figura 68. Zona segura y Zona de falla del Índice de Flexibilidad (IF) para el Nivel Nv+6,0m. Varía ( $\rho_s$ ). .....	96

Figura 69. Histograma del Índice de Flexibilidad (IF) para el Nivel N+6,0m. Varía ( $\rho_s$ ).....	97
Figura 70. Convergencia de la Probabilidad de falla (Pf) del Índice de Flexibilidad (IF) para el Nivel Nv+6,0m. Varía ( $\rho_s$ ) .....	97
Figura 71. Convergencia del Índice de Confiabilidad ( $\beta$ ) del Índice de Flexibilidad (IF) para el Nivel Nv+6,0m. Varía ( $\rho_s$ ). .....	98
Figura 72. Zona segura y Zona de falla del Índice de Flexibilidad (IF) para el Nivel Nv+3,0m. Varía ( $\rho_s$ ). .....	99
Figura 73. Histograma del Índice de Flexibilidad (IF) para el Nivel N+3,0m. Varía ( $\rho_s$ ). .....	99
Figura 74. Convergencia de la Probabilidad de falla (Pf) del Índice de Flexibilidad (IF) para el Nivel Nv+3,0m. Varía ( $\rho_s$ ). .....	100
Figura 75. Convergencia del Índice de Confiabilidad ( $\beta$ ) del Índice de Flexibilidad (IF) para el Nivel Nv+3,0m. Varía ( $\rho_s$ ). .....	100
Figura 76. Zona segura y Zona de falla del Índice de Flexibilidad (IF) para el Nivel Nv+9,0m. Varía ( $\rho_s$ ). .....	101
Figura 77. Histograma del Índice de Flexibilidad (IF) para el Nivel N+9,0m. Varía ( $\rho_s$ ). .....	101
Figura 78. Convergencia de la Probabilidad de falla (Pf) del Índice de Flexibilidad (IF) para el Nivel Nv+9,0m. Varía ( $\rho_s$ ). .....	102
Figura 79. Convergencia del Índice de Confiabilidad ( $\beta$ ) del Índice de Flexibilidad (IF) para el Nivel Nv+9,0m. Varía ( $\rho_s$ ). .....	102
Figura 80. Zona segura y Zona de falla del Índice de Flexibilidad (IF) para el Nivel Nv+12,0m. Varía ( $\rho_s$ ).....	103
Figura 81. Histograma del Índice de Flexibilidad (IF) para el Nivel N+12,0m. Varía ( $\rho_s$ ). .....	103
Figura 82. Convergencia de la Probabilidad de falla (PF) del Índice de Flexibilidad (IF) para el Nivel Nv+12,0m. Varía ( $\rho_s$ ). .....	104
Figura 83. Convergencia del Índice de Confiabilidad ( $\beta$ ) del Índice de Flexibilidad (IF) para el Nivel Nv+12,0m. Varía ( $\rho_s$ ). .....	104

Figura 84. Zona segura y Zona de falla para el Periodo Tx. Varía ( $\rho_s$ ) .....	105
Figura 85. Histograma para el Periodo Tx. Varía ( $\rho_s$ ) .....	105
Figura 86. Convergencia de la Probabilidad de Falla (Pf) para el Periodo Tx. Varía ( $\rho_s$ ) .....	106
Figura 87. Convergencia del Índice de Confiabilidad ( $\beta$ ) para el Periodo Tx. Varía ( $\rho_s$ ) .....	106
Figura 88. Zona segura y Zona de falla para el Periodo Ty. Varía ( $\rho_s$ ) .....	107
Figura 89. Histograma para el Periodo Ty. Varía ( $\rho_s$ ) .....	107
Figura 90. Convergencia de la Probabilidad de Falla (Pf) para el Periodo Ty. Varía ( $\rho_s$ ) .....	108
Figura 91. Convergencia del Índice de Confiabilidad ( $\beta$ ) para el Periodo Ty. Varía ( $\rho_s$ ). .....	108
Figura 92. Prueba de AD para el IF – N+6,0m.....	110
Figura 93. Prueba de KS para el IF – N+6,0m.....	110
Figura 94. Prueba de AD para el Periodo Tx.....	110
Figura 95. Prueba de KS para el Periodo Tx .....	110
Figura 96. Prueba de AD para el Periodo Ty.....	111
Figura 97. Prueba de KS para el Periodo Ty .....	111
Figura 98. Prueba de AD para el IF – N+6,0m – Datos Originales .....	112
Figura 99. Prueba de AD para el IF – N+6,0m – Datos Transformados .....	112
Figura 100. Zona segura y Zona de falla del Índice de Flexibilidad (IF) para el Nivel Nv+6,0m. Varía Fy, Fu.....	130
Figura 101. Convergencia de la Probabilidad de falla (PF) del Índice de Flexibilidad (IF) para el Nivel Nv+6,0m. Varía Fy, Fu .....	131
Figura 102. Convergencia del Índice de Confiabilidad ( $\beta$ ) del Índice de Flexibilidad (IF) para el Nivel Nv+6,0m. Varía Fy, Fu .....	131
Figura 103. Zona segura y Zona de falla para el Periodo Tx. Varía Fy, Fu .....	132
Figura 104. Convergencia de la Probabilidad de Falla (Pf) para el Periodo Tx. Varía Fy, Fu.....	133

Figura 105. Convergencia del Índice de Confiabilidad ( $\beta$ ) para el Periodo Tx. Varía Fy, Fu..... 133

Figura 106. Zona segura y Zona de falla para el Periodo Ty. Varía Fy, Fu ..... 134

Figura 107. Convergencia de la Probabilidad de Falla (Pf) para el Periodo Ty. Varía Fy, Fu..... 134

Figura 108. Convergencia del Índice de Confiabilidad ( $\beta$ ) para el Periodo Ty. Varía Fy, Fu..... 135

## LISTA DE TABLAS

Tabla 1. Riesgos “aceptados” como probabilidad de muertes debido a exposiciones a diversas amenazas .....	31
Tabla 2. Valores de $\beta$ objetivo para estados límite de resistencia en diferentes países. ....	38
Tabla 3. Valores de $\beta$ empleados para la calibración de algunos códigos de diseño. ....	39
Tabla 4. Valores de $\beta$ según combinaciones de carga. ....	39
Tabla 5. Valores de $F_y$ y $F_u$ para el acero A572 Grado 50.....	49
Tabla 6. Perfiles empleados como secciones transversales.....	50
Tabla 7. Parámetros del espectro elástico de diseño (NSR-10) .....	52
Tabla 8. Derivas máximas como porcentaje de la altura de piso $h_{pi}$ .....	55
Tabla 9. Derivas máximas como porcentaje de la altura de piso $h_{pi}$ .....	57
Tabla 10. Periodos Fundamentales de la Estructura en Sentido X y Y.....	58
Tabla 11. Valores de $C_t$ y $\alpha$ para determinar $T_a$ .....	59
Tabla 12. Parámetros estadísticos para el acero A572 Grado 50.....	66
Tabla 13. Resumen de Resultados: Confiabilidad del Índice de Flexibilidad (IF) para el Nivel N+6,0m (Varían: $E_s$ , $\rho_s$ , $F_y$ y $F_u$ ).....	72
Tabla 14. Resumen de Resultados: Confiabilidad del Índice de Flexibilidad (IF) para el Nivel N+3,0m (Varían: $E_s$ , $\rho_s$ , $F_y$ y $F_u$ ).....	74
Tabla 15. Resumen de Resultados: Confiabilidad del Índice de Flexibilidad (IF) para el Nivel N+9,0m (Varían: $E_s$ , $\rho_s$ , $F_y$ y $F_u$ ).....	76
Tabla 16. Resumen de Resultados: Confiabilidad del Índice de Flexibilidad (IF) para el Nivel N+12,0m (Varían: $E_s$ , $\rho_s$ , $F_y$ y $F_u$ ).....	78
Tabla 17. Resumen de Resultados: Confiabilidad para el Periodo $T_x$ de la Estructura (Varían: $E_s$ , $\rho_s$ , $F_y$ y $F_u$ ) .....	80
Tabla 18. Resumen de Resultados: Confiabilidad para el Periodo $T_y$ de la Estructura (Varían: $E_s$ , $\rho_s$ , $F_y$ y $F_u$ ) .....	82

Tabla 19. Resumen de Resultados: Confiabilidad del Índice de Flexibilidad (IF) para el Nivel N+6,0m Varía (Es). .....	85
Tabla 20. Resumen de Resultados: Confiabilidad del Índice de Flexibilidad (IF) para el Nivel N+3,0m Varía (Es). .....	87
Tabla 21. Resumen de Resultados: Confiabilidad del Índice de Flexibilidad (IF) para el Nivel N+9,0m Varía (Es). .....	89
Tabla 22. Resumen de Resultados: Confiabilidad del Índice de Flexibilidad (IF) para el Nivel N+12,0m Varía (Es). .....	91
Tabla 23. Resumen de Resultados: Confiabilidad para el Periodo Tx de la Estructura (Varían: Es. Son constantes: $\rho_s$ , Fy y Fu) .....	93
Tabla 24. Resumen de Resultados: Confiabilidad para el Periodo Ty de la Estructura (Varían: Es. Son constantes: $\rho_s$ , Fy y Fu) .....	95
Tabla 25. Resumen de Resultados: Confiabilidad del Índice de Flexibilidad (IF) para el Nivel N+6,0m Varía ( $\rho_s$ ).....	98
Tabla 26. Resumen de Resultados: Confiabilidad del Índice de Flexibilidad (IF) para el Nivel N+3,0m Varía ( $\rho_s$ ).....	100
Tabla 27. Resumen de Resultados: Confiabilidad del Índice de Flexibilidad (IF) para el Nivel N+9,0m Varía ( $\rho_s$ ).....	102
Tabla 28. Resumen de Resultados: Confiabilidad del Índice de Flexibilidad (IF) para el Nivel N+12,0m Varía ( $\rho_s$ ).....	104
Tabla 29. Resumen de Resultados: Confiabilidad para el Periodo Tx de la Estructura (Varía: $\rho_s$ . Son constantes: Es, Fy y Fu) .....	106
Tabla 30. Resumen de Resultados: Confiabilidad para el Periodo Ty de la Estructura (Varía: $\rho_s$ . Son constantes: Es, Fy y Fu) .....	108
Tabla 31. Resumen de resultados (análisis determinístico y por confiabilidad), del Índice de Flexibilidad (IF) de la estructura por piso o nivel .....	114
Tabla 32. Resumen de resultados (análisis determinístico y por confiabilidad), de los periodos de la estructura Tx, Ty.....	115
Tabla 33. Resumen de Resultados: Confiabilidad del Índice de Flexibilidad (IF) para el Nivel N+6,0m Varía Varía Fy, Fu .....	131

Tabla 34. Resumen de Resultados: Confiabilidad para el Periodo Tx de la Estructura  
(Varía:  $F_y$ ,  $F_u$ . Son constantes:  $E_s$ ,  $\rho_s$ ,  $F_y$  y  $F_u$ ) ..... 133

Tabla 35. Resumen de Resultados: Confiabilidad para el Periodo Ty de la Estructura  
(Varía:  $F_y$ ,  $F_u$ . Son constantes:  $E_s$ ,  $\rho_s$ ,  $F_y$  y  $F_u$ ) ..... 135

## LISTA DE ANEXOS

ANEXO A – TABLAS DE DERIVAS ELÁSTICAS: MÉTODO DETERMINÍSTICO TRADICIONAL MEDIANTE FHE.....	124
ANEXO B – ANÁLISIS DE CONFIABILIDAD. CASO: VARIACIÓN SÓLO DEL $F_y$ Y $F_u$ (Es, $\rho_s$ SON CONSTANTES).....	130

## RESUMEN EN ESPAÑOL

**TÍTULO:** *Evaluación de la confiabilidad de una estructura con pórticos de acero considerando la variabilidad en las propiedades del material\**

**AUTOR:** Elkin Mauricio López Morantes\*\*

**PALABRAS CLAVES:** Probabilidad de falla, índice de confiabilidad, simulación de MonteCarlo, índice de flexibilidad, aleatoriedad de los materiales.

### DESCRIPCIÓN

En este trabajo de aplicación es evaluada la confiabilidad empleando simulación de MonteCarlo para el índice de flexibilidad (IF) y los periodos, de una edificación regular de cuatro niveles con pórticos de acero, considerando la variabilidad en las propiedades del acero (A572 Gr50) de los elementos estructurales (columnas, vigas, viguetas y riostras) mediante simulación de MonteCarlo. Las propiedades del acero: módulo de elasticidad ( $E_s$ ), densidad ( $\rho_s$ ), resistencia a la fluencia ( $F_y$ ) y resistencia a la rotura ( $F_u$ ), son consideradas como variables aleatorias que se ajustan a una distribución normal. Las simulaciones se realizaron mediante una aplicación tipo OAPI (Open Application Programming Interface) desarrollada en lenguaje Visual Basic for Application el cual se encuentra incorporado en Microsoft Excel®, para automatizar los análisis elásticos realizados a la edificación en estudio, modelada en SAP2000®, generando e ingresando valores aleatorios de las propiedades del acero, ejecutando los análisis y extrayendo las salidas (Desplazamientos nodales y Periodos). Posteriormente la aplicación realiza el tratamiento estadístico de los resultados y determina la probabilidad de falla ( $P_f$ ) junto con el índice de confiabilidad ( $\beta$ ) para el índice de flexibilidad (IF) de cada entrepiso y los periodos de la estructura, los cuales son cotejados con valores típicos establecidos en la literatura.

---

\* Proyecto de Maestría

\*\* Facultad de Ingenierías Físico-Mecánicas. Escuela de Ingeniería Civil. Director: PhD. Gustavo Chío Cho.

## ABSTRACT

**TITLE:** *Reliability assessment of a steel framed building taking into consideration the variability in the properties of the material\**

**AUTHOR:** Elkin Mauricio López Morantes\*\*

**KEYWORDS:** Probability of failure, reliability index, MonteCarlo simulation, material variability, lateral drift.

## DESCRIPTION

In this application work the reliability of lateral drift and the period of a regular building of four levels with steel frames is evaluated using MonteCarlo simulation, considering the variability in the steel properties (A572 Gr50) of the structural elements (columns, beams, secondary beams and braces) by simulation of MonteCarlo. The properties of steel: modulus of elasticity ( $E_s$ ), density ( $\rho_s$ ), yield strength ( $F_y$ ) and ultimate tensile strength ( $F_u$ ), are considered as random variables that fits normal distribution. The simulations were carried out using an OAPI application (Open Application Programming Interface) developed in Microsoft Excel® Visual Basic for Application, to automate the elastic analyzes carried out on the building with SAP2000®, randomly entering the values of steel properties, executing the analyzes and extracting the outputs (Nodal displacements and Periods). Subsequently, the application performs the statistical treatment of the results and determines the probability of failure ( $P_f$ ) and the reliability index ( $\beta$ ) for the lateral drift and the period of the structure, which are compared with typical values established in the literature.

---

\* Master's project

\*\* School of Physics and Mechanical Engineering. School of Civil Engineering.  
Directed by PhD. Gustavo Chío Cho

## INTRODUCCIÓN

El análisis y diseño de estructuras de acero en Colombia, está reglamentado por el Capítulo F de la Norma NSR-10 (Asociación Colombiana de Ingeniería Sísmica (AIS), 2010), el cual a su vez es una adaptación de las normas americanas emitidas por el AISC (American Institute of Steel Construction). El enfoque dado en estos códigos se considera como semiprobabilístico, es decir, solo tiene en cuenta algunas variables como probabilísticas, como por ejemplo la carga, para con esto determinar su valor máximo de diseño, pero el diseño de la estructura es en esencia determinístico. Este enfoque ampliamente empleado actualmente en el diseño de estructuras es mejor conocido como LRFD (Load Resistance Factor Design), el cual emplea factores de carga y de resistencia sobre una base estadística de la resistencia de los materiales empleados y la naturaleza de las solicitaciones consideradas, pretendiendo con ello simplificar el diseño al no considerar de manera directa la naturaleza aleatoria de las variables involucradas.

De acuerdo con Ruíz (Ruiz et al., 2012), el diseño determinístico convencional, conlleva a diferencias importantes entre los resultados analíticos y experimentales de respuestas de edificios sometidos a eventos sísmicos, ocasionadas en gran medida por las incertidumbres involucradas en el proceso de diseño, relacionadas con la variación entre la resistencia real y nominal de los materiales, las diferencias entre las solicitaciones reales y las consideradas en el diseño, y el grado de aproximación entre el modelo propuesto y el construido. La estimación de estas incertidumbres no se realiza frecuentemente en el caso colombiano.

Una manera de contemplar estas incertidumbres en el diseño es aplicando la metodología de confiabilidad estructural, mediante simulación, en donde es posible considerar en los modelos elásticos de análisis, las propiedades del

material y de las cargas como funciones de probabilidad comúnmente de tipo normal (caso de los materiales). Con lo anterior, se obtiene del modelo resultados igualmente variables, los cuales son tratados estadísticamente determinando su nivel de confiabilidad a partir de dos indicadores: El Índice de Confiabilidad ( $\beta$ ) y la Probabilidad de Falla ( $P_f$ ), los cuales me permiten a su vez, cuantificar el nivel de seguridad y confiabilidad estructural que posee una estructura para determinada condición.

Es así como en el presente trabajo, se propone abordar el tema de confiabilidad estructural, para determinar el índice de confiabilidad ( $\beta$ ) y la probabilidad de falla ( $P_f$ ), como indicadores de la confiabilidad del índice de flexibilidad ( $IF$ ) y el periodo de una estructura regular de cuatros niveles con pórticos de acero considerando la variabilidad de las propiedades del acero (Módulo de elasticidad “ $E_s$ ”, densidad  $\rho_s$ , Esfuerzo de fluencia “ $F_y$ ” y Rotura “ $F_u$ ”), para finalmente comparar dichos indicadores con los formulados en las normatividades de diseño nacionales e internacionales vigentes.

## 1. OBJETIVOS

### 1.1. OBJETIVO GENERAL

Evaluar la incidencia en la confiabilidad de una estructura tipo pórtico en acero, al considerar la variabilidad de las propiedades del material en la respuesta del índice de flexibilidad.

### 1.2. OBJETIVOS ESPECÍFICOS:

- Determinar el índice de confiabilidad ( $\beta$ ) y la probabilidad de falla ( $P_f$ ) para el índice de flexibilidad de una estructura regular de 4 niveles con pórticos de acero.
- Realizar un análisis paramétrico determinando la propiedad del material que presenta mayor incidencia en la variación de la confiabilidad ( $\beta$  y  $P_f$ ) para el índice de flexibilidad.

## 2. TEORÍA DE LA CONFIABILIDAD

### 2.1. DEFINICIÓN Y PROPÓSITO

El término “confiabilidad” establece la probabilidad de que un sistema cumpla satisfactoriamente con la función para la que fue diseñado, durante determinado período y en condiciones especificadas de operación. Cualquier evento que interrumpa o altere ese funcionamiento se denomina falla. Como la información usada en su concepción posee incertidumbres, es claro que no existe la confiabilidad absoluta.

En el caso particular de la confiabilidad estructural, su propósito es determinar la probabilidad de falla de estructuras tomando en consideración las incertidumbres asociadas con las resistencias de los materiales que constituyen el sistema resistente de la edificación y las diferentes solicitaciones o cargas a las cuales estará sometida. La respuesta de una estructura se evalúa por medio de modelos basados en datos estadísticos recopilados previamente. La teoría de confiabilidad estructural toma como base el modelo probabilístico de estas incertidumbres y provee los métodos para la cuantificación de la probabilidad de que las estructuras no cumplan con la función para la que fueron diseñadas.

Los códigos de diseño de estructuras son por naturaleza determinísticos, calibrados a partir de estudios probabilísticos. Un ejemplo de ello son los códigos de diseño del AISC (Método LRFD) (Galambos, 1981) y (East et al., 2001). Los parámetros debidos a las propiedades de los materiales siempre son valores fijos obtenidos de la caracterización de los materiales, los cuales se multiplican por factores de resistencia para disminuirlos; mientras que las cargas tienen valores característicos altos, los cuales son multiplicados por factores de carga para incrementarlos (James, 2003). El propósito de estos factores de carga y de resistencia, es compensar la incertidumbre involucrada en estos valores característicos y la incertidumbre de los modelos utilizados.

## **2.2. ORÍGENES**

Durante la guerra de Corea el Departamento de Defensa de los Estados Unidos realizó estudios de confiabilidad de equipos electrónicos militares, cuyos fallos estaban ocasionando graves pérdidas económicas y disminución de la efectividad militar. Estos estudios resaltaron la importancia de la relación entre confiabilidad, costos y mantenimiento. Desde entonces, las compras de equipos electrónicos por las fuerzas armadas de los Estados Unidos fueron reglamentadas según especificaciones de confiabilidad de los equipos.

En la década de 1950 el desarrollo de la industria nuclear empleó los conceptos relacionados con la confiabilidad en el diseño de plantas nucleares y de sus sistemas de seguridad.

Hasta antes de 1960, los estudios de confiabilidad eran realizados principalmente en los Estados Unidos y la Unión Soviética. Es en esta década donde los estudios se extienden hacia otros países y también hacia otras tecnologías. De igual modo, tiene lugar un gran desarrollo de los fundamentos y de los conceptos teóricos relacionados con la confiabilidad, y se produce la consolidación de la Teoría de la Confiabilidad (Barlow and Proschan (1964, 1975) y Gnedenko et al. (1965)).

En lo que respecta a estructuras de acero, el enfoque actual de diseño se basa en los trabajos investigativos basados en teorías de confiabilidad estructural desarrollados por GALAMBOS y RA VINDRA (Galambos, 1981), quienes por encargo del AISI y del AISC desarrollaron las bases del código LRFD (Load and Resistance Factor Design) que entró en vigencia en el año 1986 para el diseño por "rotura" en acero, en paralelo con los códigos ASD (Allowable Stress Design) que han venido siendo usados para el diseño en acero en los últimos años.

### 2.3. INCERTIDUMBRE Y RIESGO

En un diseño las fuentes de datos no son exactas solo aproximadas, por ende, está latente una INCERTIDUMBRE, que es el concepto por el cual se considera el hecho de que la frecuencia de ocurrencia de un evento es desconocida, sea porque no se tiene suficiente información histórica o porque no se puede precisar un modelo que permita simular su ocurrencia. Toda incertidumbre implica un RIESGO, que es la medida de la incertidumbre asociada a una pérdida o daño producido por la ocurrencia de un evento; la unidad de medida del riesgo es la probabilidad de ocurrencia de ese evento (Probabilidad de Falla “ $P_F$ ”).

Según Melchers (Melchers, 1999) y Lemaire (Lemaire, Chateauneuf y Mitteau, 2009) existen seis tipos de incertidumbres asociadas al cálculo de la confiabilidad estructural:

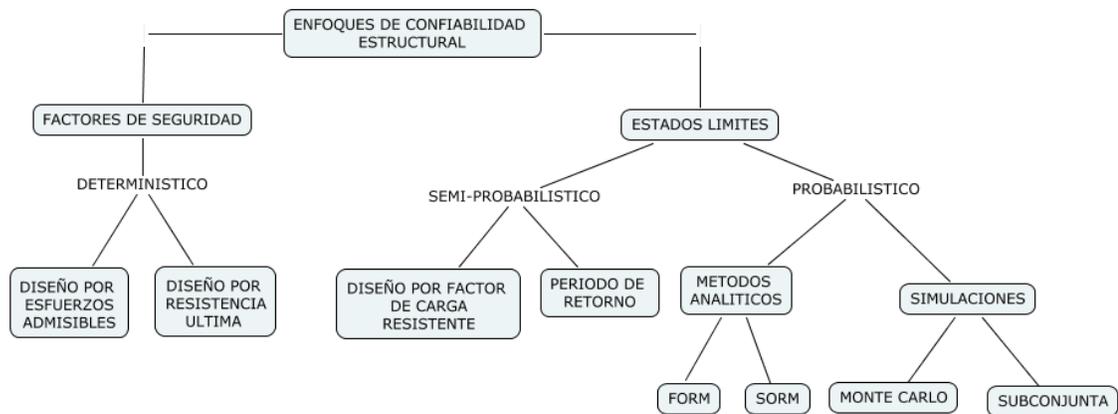
- Incertidumbre física.
- Incertidumbre Estadística.
- Incertidumbre de Decisión.
- Incertidumbre del Modelo o de la Modelación.
- Incertidumbre de Predicción.
- Incertidumbre del Factor Humano.

Todos los seis tipos de incertidumbres tienen en común características que determinan el nivel de incertidumbre: la aleatoriedad, la dificultad en la definición y la disponibilidad de la información. El estudio de la confiabilidad estructural es por tanto un tratamiento racional de las incertidumbres en la estructura mediante el cálculo de las funciones de probabilidad y las violaciones de los estados límites en cualquier momento en la vida del sistema estructural.

## 2.4. MÉTODOS APROXIMADOS PARA EL CÁLCULO DE LA CONFIABILIDAD ESTRUCTURAL.

En función de la filosofía del diseño que se emplee (Factores de seguridad o Estados límites), la confiabilidad estructural se puede abordar desde tres enfoques distintos, los cuales se resumen en la Figura 1.

Figura 1. Enfoques de la confiabilidad estructural



Fuente: Adaptado de (Vanegas Herrera, 2018)

**2.4.1. Enfoque determinístico.** Es el enfoque que tradicionalmente han adoptado la gran mayoría de normas y códigos de diseño incluyendo nuestra norma actual (NSR-10), se caracteriza por usar valores específicos para las propiedades de los materiales y las cargas principalmente, para con ello diseñar, dejándose de lado el enfoque estadístico.

Este método tiene en cuenta factores de seguridad (Método AS), los cuales hacen exceder las cargas y disminuyen la capacidad de resistencia de los materiales. Estos números tradicionalmente se tienen debido a la experiencia.

El diseño por esfuerzos admisibles y por resistencia última son los métodos que existen en este enfoque. Ellos no consideran las variables aleatorias, sino por el

contrario, mantienen valores constantes a los parámetros de entrada, junto con una serie de factores de seguridad (que normalmente van asociados con el análisis de tensión elástica). Con esto, se pierde el carácter estadístico y por ende, no se maneja la incertidumbre como variable

**2.4.2. Enfoque Semiprobabilístico.** Solo se consideran algunas variables probabilísticas, como por ejemplo la carga, para con esto hallar una carga máxima de diseño, pero el diseño de la estructura se calcula de manera determinista. La probabilidad de falla se asocia solo a un índice de seguridad o confiabilidad. En el caso del Método Load Resistance Factor Design (LRFD), la magnitud de cada factor de seguridad depende de la variación de las cargas y de las resistencias, por lo cual, los códigos de diseño formulan valores sobre una base estadística y de resistencia.

**2.4.3. Enfoque Probabilístico.** Es un enfoque donde las cantidades deterministas se pueden interpretar como variables aleatorias y se necesita de un modelo matemático para describir la realidad de la estructura. Estos métodos se basan en funciones de *Estados Límites*. Un Estado Límite es una situación caracterizada por un valor de magnitud física, tal que, de ser rebasada, haría que la estructura dejara de ser apta para su uso, ya sea por ruina estructural total o parcial o por una pérdida significativa de funcionalidad o deje de ser apta para su uso normal. Dependiendo de si se está considerando el posible colapso de la estructura o solo afectaciones en su funcionalidad, los estados límite pueden ser: *Estados Límites Últimos* o *Estados Límites de Servicio*.

Cuando el abordaje probabilístico se realiza mediante modelamiento analítico, los métodos empleados son:

- Método de Primer Orden - FORM (First Order Reliability Method)
- Método de Segundo Orden - SORM (Second Order Reliability Method).

Estos métodos son ampliamente usados en los problemas de la ingeniería práctica y para propósitos de calibración de códigos, se basan en una descripción del

problema en el espacio Gaussiano. El objetivo de estos métodos es encontrar un punto de diseño  $\mathbf{x}^*$  en el espacio real, donde se sustituye la función actual por el primer o segundo término de la serie de Taylor, mediante algunas transformaciones de variables no correlacionadas, manteniendo la media en cero y la desviación estándar en uno. El punto de diseño  $\mathbf{x}^*$  se elige de manera que se maximice la Función de Distribución de Probabilidad (PDF) dentro del dominio del error.

Finalmente, el enfoque probabilístico se puede orientar o desarrollar por medio de Simulaciones, donde se pueden encontrar dos caminos: el Método de MonteCarlo y la simulación Subconjunta. Este último es un procedimiento adaptativo de simulación estocástica para calcular eficientemente pequeñas probabilidades de fallo en sistemas de ingeniería (Au, Ching y Beck, 2007). El Método de MonteCarlo será detallado en profundidad en el Capítulo, puesto que es la metodología empleada en el presente trabajo.

## **2.5. PROBABILIDAD DE FALLA (PF)**

La determinación de la probabilidad de falla depende principalmente al modelo probabilístico empleado, la cantidad de variables aleatorias que se consideren y las asunciones determinísticas, estas últimas son las que simplifican el problema y convierten a los valores de la Probabilidad de falla en solo indicadores de un determinado nivel de riesgo.

El considerar un riesgo como "aceptable" a nivel estructural, se define principalmente por las posibles muertes humanas resultante de una falla estructural, lo cual es un tema sensible y depende mucho de la percepción social. Se considera que las muertes debidas a accidentes, que figuran en la Tabla 1, reflejan la percepción pública de la aceptabilidad de las muertes para diferentes tipos de accidentes y la exposición a peligros graves (Jean Armand y Haig, 2015).

Tabla 1. Riesgos “aceptados” como probabilidad de muertes debido a exposiciones a diversas amenazas

Hazard	Risk ( $\times 10^{-6}$ p.a.) <sup>a</sup>	Hazard	Risk ( $\times 10^{-6}$ p.a.) <sup>a</sup>
<i>Building hazards</i>		<i>Occupations (UK)</i>	
Structural failure (UK)	0,14	Chemical and allied industries	85
Building fires (Australia)	4	Ship building and marine engineering	105
		Agriculture	110
		Construction industries	150
		Railways	180
		Coal mining	210
		Quarrying	295
		Mining (non-coal)	750
		Offshore oil and gas (1967-1976)	1650
		Deep sea fishing (1959-1978)	2800
<i>Natural hazards (U.S)</i>		<i>Sports (U.S)</i>	
Hurricanes (1901-1972)	0,4	Cave exploration (1970-1978)	45
Tomadoes (1953-1971)	0,4	Glider flying (1970-1978)	400
Lightning (1969)	0,5	Scuba diving (1970-1978)	420
Earthquakes (California)	2	Hang gliding (1977-1979)	1500
		Parachuting (1978)	1900
<i>General accidents (U.S 1969)</i>		<i>All causes (U.K. 1977)</i>	
Poisoning	20	Whole population	12000
Drowning	30	Woman aged 30	600
Fires and burns	40	Man aged 30	1000
Falls	90	Woman aged 60	10000
Road accidents	300	Man aged 60	20000

<sup>a</sup> risk expressed as probability of death for typical exposed person per calendar year

Fuente: Tomado de (Jean Armand y Haig, 2015)

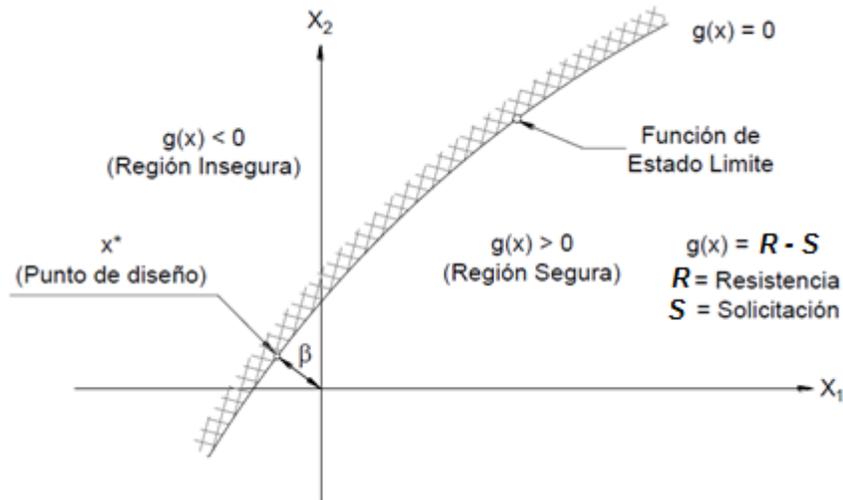
Para definir la  $P_f$  se suele considerar lo siguiente:

El comportamiento de una estructura se puede describir mediante variables aleatorias básicas ( $x_i$ ) las cuales toman en cuenta el valor de las acciones ( $x_1$ ), propiedades mecánicas de los materiales ( $x_2$ ), cantidades geométricas ( $x_3$ ) y aquellas variables que toman en cuenta los modelos de incertidumbre ( $x_4$ ).

El estado limite se define por la función de estado limite, la cual establece la frontera entre la zona segura ( $g(x_i) > 0$ ) e insegura ( $g(x_i) < 0$ ). Una forma habitual de definir la función de estado límite la podemos ver en la siguiente ecuación y en la Figura 2:

$$g(x) = R - S \quad (1)$$

Figura 2. Dominio de fallo para la función de estado límite  $g(x) = R - S$



En términos de sollicitación ( $S$ ) y resistencia ( $R$ ),  $g(x)$ , puede reescribirse como  $g(R,S)$  y de forma genérica queda definida como:

$$g(x_i) = g(R, S) = g(x_1, x_2, x_3, x_n) \quad (2)$$

La ecuación (2), definida como la Función de Estado Límite o Margen de Seguridad, divide el espacio  $x$  en dos espacios, uno llamado la *Zona o Región Segura (ZS)*, cuando  $g(R, S) > 0$ ; y el otro es la *Zona de Falla (ZF)*, cuando  $g(R, S) < 0$ . El sector que divide estos dos conjuntos se llama Superficie de Estado Límite o Superficie de Falla, donde la función de estado límite  $g(R, S) = 0$ .

A partir de la función de estado límite, la probabilidad de falla de una estructura queda definida como:

$$P_f = [g(R, S) < 0 = R - S \leq 0] \quad (3)$$

Para el caso de que todas las variables aleatorias básicas se puedan considerar independientes del tiempo, la  $P_f$  se puede de evaluar de manera precisa

describiendo las variables mediante modelos probabilísticos, en términos función de densidades marginales conjunta de R y S " $f_{RS}(r, s)$ ", de la Resistencia "R" y la Solicitación "S", de la siguiente manera:

$$P_f = \iint_D f_{R,S}(r, s) dr ds \quad (4)$$

Y en donde D representa el dominio de falla (ZF), representado por todos los  $g(R,S) \leq 0$ .

Si R y S son independientes, es decir que ninguna variable de la Resistencia depende de las de Solicitación, entonces se expresa de la siguiente manera:

$$P_f = p(g(R,S) = R - S \leq 0) = \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{r \leq s} f_R(r) \cdot f_S(s) dr ds \quad (5)$$

Los límites de la Solicitación en la integral van desde  $-\infty$  hasta  $+\infty$ , mientras que la Resistencia se evalúa desde  $-\infty$  hasta cuando los valores de la resistencia son menores que los de la sollicitación  $r \leq s$ , que es la condición de que ocurra falla. Las ecuaciones (4) y (5) están expresadas mediante funciones de densidad de probabilidad marginal  $f_R(r)$  y  $f_S(s)$ ; pero, en la ecuación (5), se puede expresar la Resistencia mediante una distribución de probabilidad acumulada:

$$F_R = \int_{-\infty}^{r \leq s} f_R(r) dr \quad (6)$$

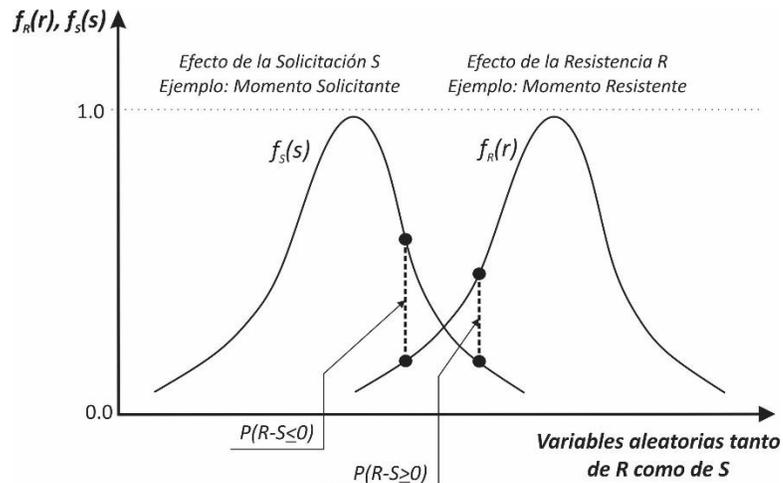
$$P_f = p(g(R,S) = R - S \leq 0) = \int_{-\infty}^{\infty} F_R(s) \cdot f_S ds \quad (7)$$

La ecuación (7) se conoce como la Ecuación de Convolución. Solo en algunas ocasiones es posible integrar esta ecuación analíticamente, por ejemplo, cuando las variables aleatorias están distribuidas normalmente y las formulaciones son

sencillas y lineales. Cuando la Función de Estado Límite no se puede definir de manera explícita en términos de R y S, se dice que la función es implícita, que es un caso muy común en la realidad, por ejemplo, para estructuras complicadas que requieren análisis o modelado mediante elementos finitos. Es entonces cuando los métodos de simulación resultan una alternativa favorable.

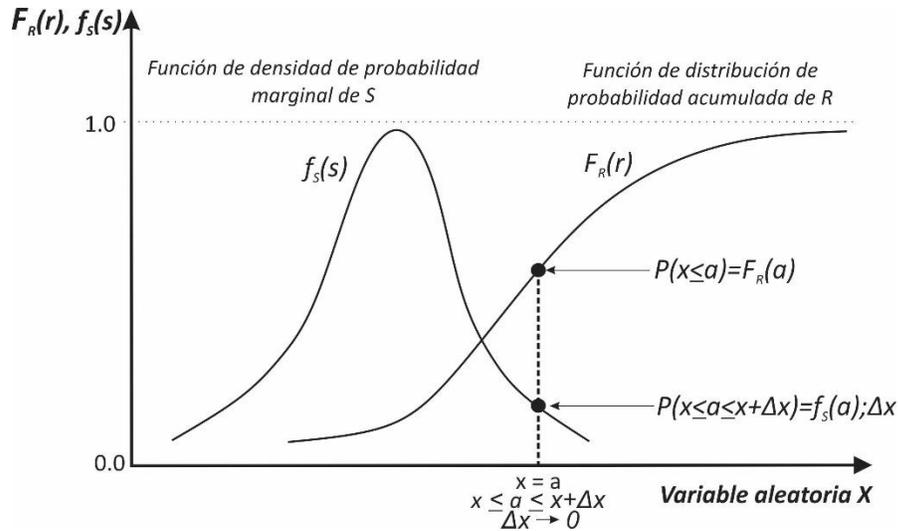
En las Figuras 3 y 4 se muestran gráficamente las ecuaciones (5), (6) y (7)

Figura 3. Función de Densidades Marginales de la Resistencia y la Solicitación.



Fuente: Tomada de (Vanegas Herrera, 2018)

Figura 4. Función de Densidad Marginal de la Solicitación ( $f_s$ ) y Función de Distribución de Probabilidad Acumulada de la Resistencia ( $F_R$ )



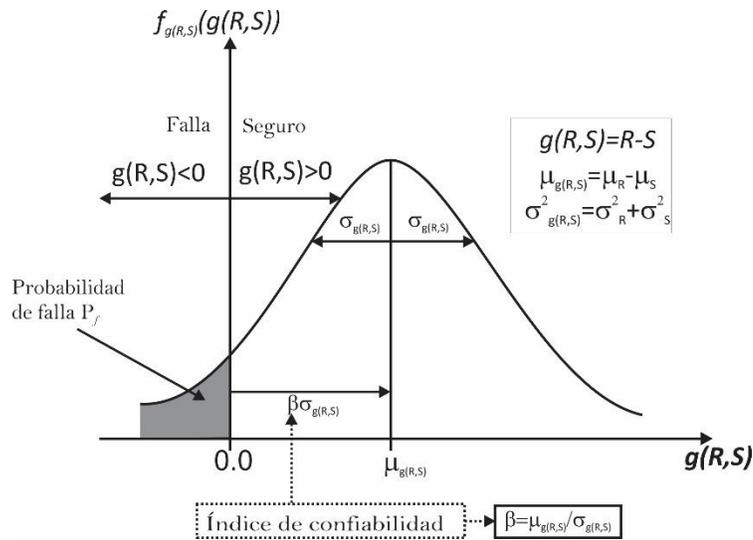
Fuente: Tomada de (Vanegas Herrera, 2018)

### 2.6. ÍNDICE DE CONFIABILIDAD ( $\beta$ )

Este parámetro fue introducido por Hasofer y Lind en 1973 (Hasofer y Lind, 1973), definido como la distancia más corta desde el origen hasta la función de estado límite  $g(R, S) = R - S$ , medida en el espacio normalizado. Tiene una característica muy importante que es invariante con respecto a las diferentes elecciones de funciones de estado límite para un dominio de falla dado. Hoy día es el índice más usado para medir el nivel de seguridad de un sistema y para calibrar códigos de diseño con enfoque semiprobabilístico.

Cuando las variables tanto de Resistencia “R” y Solicitación “S” están distribuidas normalmente o log-normal, se define como el número de desviaciones estándar entre el valor medio de la Función de Estado Límite o Margen de Seguridad  $g(R, S) = R - S$ , y el borde o línea que define la región segura (Figura 5).

Figura 5. Definición del Índice de Confiabilidad para cuando R y S son distribuidas normalmente.



Fuente: Tomada de (Vanegas Herrera, 2018)

Con base a lo planteado, por Hasofer y Lind, la distancia más corta corresponde a:

$$\beta = \frac{\mu_R - \mu_S}{\sqrt{\sigma^2_R + \sigma^2_S}} \quad (8)$$

Donde:

$\mu_R$  : Valor medio de la Resistencia R.

$\mu_S$  : Valor medio de la Solicitación S.

$\sigma^2_R$  : Desviación estándar al cuadrado de la Resistencia R.

$\sigma^2_S$  : Desviación estándar al cuadrado de la Solicitación S.

Otra definición de este índice, y considerando que las variables tanto de Resistencia "R" como de Solicitación "S" están distribuidas normalmente, es por medio de la Probabilidad de falla. La ecuación se expresa de la siguiente manera:

$$P_f = p(g(R, S) < 0) = \Phi(-\beta) \rightarrow \beta = -\Phi^{-1}(P_f) \quad (9)$$

$$\beta = \Phi^{-1}(1 - P_f) \quad (10)$$

Donde:

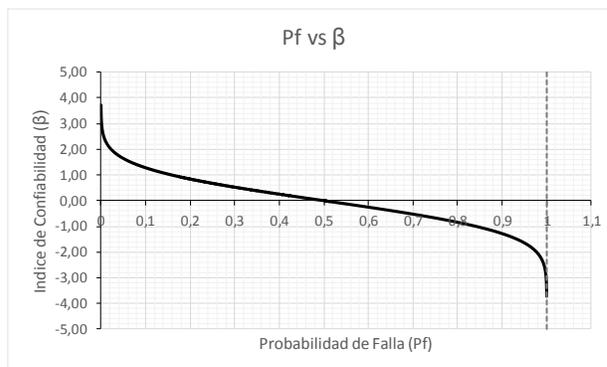
$\Phi(-\beta)$  : Función de distribución acumulada de probabilidad normal estándar con media 0 y desviación 1 del valor negativo del índice de confiabilidad  $\beta$ .

$-\Phi^{-1}(P_f)$  : Función inversa de la distribución de probabilidad normal acumulada estándar, con media 0 y desviación 1, de la Probabilidad de falla.

Las ecuaciones (8) y (10), definen el índice de confiabilidad ( $\beta$ ) y la Probabilidad de falla ( $P_f$ ); se consideran exactas si R y S están distribuidas normalmente. No obstante, de no serlo su resultado es un buen indicador que está muy próximo al índice real, con un error mínimo y aceptable (Ang y Tang, 2007).

Si se grafica la ecuación (10), se observa como la gráfica de  $\beta$  (Figura 6) presenta un comportamiento asintótico en valores de PF cercanos a cero y uno. Por tal motivo, se acota la función con un valor máximo de  $\beta_{max} = 5,0$  para valores de probabilidad de falla de 0,0. De igual modo, y considerando que solo los valores positivos de  $\beta$ , tienen relevancia para estudios de confiabilidad, cuando la probabilidad de falla excede de 0.5 ( $P_f \geq 0,5$ ), el valor de confiabilidad mínimo se toma como 0,0.

Figura 6. Gráfica de la Probabilidad de falla (PF) vs Índice de Confiabilidad ( $\beta$ ).



Fuente: Tomada de (Vanegas Herrera, 2018)

**2.6.1. Valores típicos de  $\beta$  empleados en confiabilidad estructural.** La selección del valor del índice de confiabilidad es en esencia un problema económico. Se debe seleccionar de acuerdo con el costo y a la probabilidad de falla en el tiempo, el tipo de sollicitación, el tipo de elemento a diseñar, etc. Normalmente para los criterios de diseño empleados por el Método LRFD, los valores de  $\beta$  oscilan en el rango de 2.0 a 4.0 (Galambos, 1981).

Para efectos del presente trabajo de aplicación, fue necesario dentro de la revisión bibliográfica, incluir los valores típicos de  $\beta$  comúnmente empleados en los diferentes códigos de diseño internacional y en particular los empleados por el Método LRFD del AISC (American Institute of Steel Construction), dado que, este código es la base del Código Colombiano de Diseño Sismoresistente (NSR-10).

En la Tabla 2 se encuentran valores de  $\beta$  objetivos para diseños por estados límite de resistencia en diferentes países en función de la vida útil de la estructura.

Tabla 2. Valores de  $\beta$  objetivo para estados límite de resistencia en diferentes países.

Código	Origen	$\beta$ Objetivo	Vida Útil de diseño [años]
AISC (2011)	USA	3,0-4,5	50
ACI (2011)	USA	2,5-4,0	50
AASHTO LRFD (2012)	USA	3,5	75
AASHTO MBE (2011)	USA	2,5	5
CAN/CSA-S6 (2012)	Canada	3,75	75
CEN (2002) Eurocódigo	Europa	3,3-3,8-4,3	50
ISO 13822 (2010)	ISO 2010	2,3-4,3	50
AIJ (2002)	Japón	1,5-2,5	50
Chinese Standards (2011)	China	2,7-4,2	50

Fuente: Adaptado de (Performance et al., 2016).

La Tabla 3 presenta valores de  $\beta$  empleados para la calibración de algunos códigos de diseño en función de la naturaleza de la carga considerada.

Tabla 3. Valores de  $\beta$  empleados para la calibración de algunos códigos de diseño.

<b>Estándar</b>	<b>Comentarios</b>	<b><math>\beta</math></b>
AISC, LRFD 1984, ANSI A 58.1 1982	- Cargas Verticales (muertas, vivas y de nieve)	3.00
	- Cargas verticales y de viento	2.50
	- Cargas verticales y sísmicas	1.75
Código canadiense para acero, estructuras de concreto y puentes	- Con un periodo de diseño de 30 años	3.50
Euro-código	- Construcción normal	3.50
Códigos nórdicos (Dinamarca, Finlandia, Noruega, Groenlandia y Suecia)	-----	4.30

Fuente: Adaptado de (Martinez, 2005).

La Tabla 4 presenta valores de  $\beta$  empleados dependiendo de las combinaciones de cargas empleadas en los diseños o análisis estructurales.

Tabla 4. Valores de  $\beta$  según combinaciones de carga.

<b>Descripción</b>	<b><math>\beta</math></b>
Combinaciones de Carga Muerta y Viva	3.00
Combinaciones de Carga Muerta, Viva y Viento	2.50
Cargas con Sismos	1.75
Mampostería	Varia de 4.0 a 8.0

Fuente: (Ellingwood, 1982).

Las Tablas 3 y 4 tienen especial importancia en el presente trabajo, puesto que con el valor de  $\beta = 1,75$  (Cargas verticales y sísmicas) se harán las comparaciones de los resultados obtenidos en el análisis por confiabilidad de la estructura elegida.

Es importante saber que, altos valores de  $\beta$  muestran sistemas más seguros (menos Probabilidad de falla); por el contrario, valores bajos de  $\beta$  demuestran sistemas menos confiables (mayor Probabilidad de falla).

### 3. CONFIABILIDAD ESTRUCTURAL MEDIANTE SIMULACIÓN DE MONTECARLO

El uso de métodos de Monte Carlo para el análisis de confiabilidad de sistemas tiene varias ventajas respecto a los métodos analíticos, siendo la más importante que el criterio de falla es relativamente fácil de verificar, siendo casi independientemente de la complejidad del sistema. Por otra parte, la desventaja de estos métodos es el elevado costo computacional que pueden involucrar, dependiendo de la complejidad del análisis desarrollado (Naess, Leira y Batsevych, 2009).

La simulación de MonteCarlo nace con los trabajos de Von Newman y Stanislaw Ulam en la II guerra mundial en el laboratorio Nacional de Los Álamos en Nuevo México, Estados Unidos. Pero el concepto nace en la ciudad de MONTECARLO, Mónaco, conocida como la “capital del juego y el azar” en donde los juegos de casinos tenían un gran parecido con el análisis aleatorio y probabilístico de la simulación.

Un procedimiento detallado que describe una simulación de MonteCarlo, de modo general presentado por Sánchez Silva (Sánchez Silva, 2010), es el siguiente:

- a) Definir la función que describe el problema, en términos de todas las variables aleatorias. Ejemplo  $Y = g(X_1, X_2, \dots, X_n)$ .
- b) Determinar la distribución de probabilidad y los parámetros de cada variable  $X_i$ .
- c) Generar valores aleatorios  $\hat{x}_i$ , para cada una de las variables  $X_i$ , mirando su función de distribución que mejor se ajuste.

- d) Evaluar la función  $Y$  deterministamente usando las relaciones de cada variable un numero de  $N$  veces, que sea suficientemente grande. Ejemplo:  
 $\hat{y}_j = f(\hat{x}_1, \hat{x}_2, \dots, \hat{x}_n)$ , donde  $j = 1, \dots, N$ .
- e) Extraer información estadística y probabilística de los resultados
- f) Determinación de la precisión de la simulación.

De manera detallada se describe a continuación los pasos más importantes del procedimiento general de simulación por MonteCarlo desarrollado en conjunto para el presente trabajo (estructuras de acero) y el de Vanegas (Vanegas Herrera, 2018) (estructuras de concreto).

### 3.1. GENERACIÓN DE NÚMEROS ALEATORIOS

Actualmente algunos softwares como Matlab®, Excel®, entre otros, ya internamente tienen programados algoritmos que generan números aleatorios a partir de diferentes distribuciones de probabilidad, en el rango de  $[0,1]$ .

Para la generación de números aleatorios, se debe diferenciar entre las variables aleatorias que están correlacionadas y las que no. Una variable es correlacionable con otra cuando ellas tienen alguna dependencia matemática o física para su determinación.

**3.1.1. Generación de números aleatorios no correlacionados.** Se aplica el Método de la Transformación Inversa, el cual permite obtener valores de  $X_i$  a partir de los números generados aleatoriamente en el rango de  $[0,1]$  con la siguiente función:

$$\hat{x}_1 = F_X^{-1}(u_i) \tag{11}$$

$$F_X(x_i) = u_i, \quad u_i \in [0,1]$$

Donde:

$F_X^{-1}(u_i)$ : Función de distribución acumulada inversa de la variable  $u_i$ .

### 3.2. EXTRACCIÓN DE LA INFORMACIÓN ESTADÍSTICA

Cada Simulación de MonteCarlo permite evaluar el sistema en un punto con sus variables aleatorias  $X_1, X_2, \dots, X_n$ , y esto se hace en un espacio muestral común. El análisis estadístico provee información sobre la aleatoriedad de los resultados. Con la simulación se puede determinar cuál distribución de probabilidad es la que mejor se ajusta al problema. Cuando la simulación se ha corrido un número  $N$  de veces, lo siguiente es determinar los parámetros estadísticos clásicos como la media  $\mu$  y la desviación estándar  $\sigma$  de los resultados:

$$\mu = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^n x_i \quad (12)$$

$$\sigma = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \mu)^2}{n - 1}} \quad (13)$$

### 3.3. EVALUACIÓN DE LA PROBABILIDAD DE FALLA

Para evaluar la Probabilidad de falla por las simulaciones de MonteCarlo, se debe conocer de antemano la función de estado límite, y que las simulaciones se evalúen en ella. Para  $N$  simulaciones la probabilidad de falla es de la siguiente manera (Insua et al., 2008), (Marek, 2001), (Rubinstein y Kroese, 2008) y (Kalos y Whitlock, 2008):

$$p_f \approx \frac{N_f(g(\vec{x}) \leq 0)}{N} \quad (14)$$

Dónde:

$\vec{x}$  : Vector de números randómicos de las variables  $R - S$ .

$N_f()$  : Número de simulaciones que producen falla del sistema ( $g(\vec{x}) = R - S \leq 0$ ).

$N$  : Número total de simulaciones.

Una manera de mostrar la ecuación anterior, en forma vectorial y de fácil programación, puede ser mediante la función indicador:

$$I[\vec{x}] = \begin{cases} 1, & \text{si } \rightarrow g(\vec{x}) \leq 0 \\ 0, & \text{si } \rightarrow g(\vec{x}) > 0 \end{cases} \quad (15)$$

Una vez la función indicador  $I[\vec{x}]$  esté completa, después de conseguido el número de iteraciones proyectadas, se realiza la sumatoria de los valores uno (1) que se hallan encontrado. La Probabilidad de falla será entonces:

$$p_f \approx \frac{\sum_{i=1}^N I(g(\vec{x}) \leq 0)}{N} \quad (16)$$

### 3.4. EFICIENCIA Y PRECISIÓN DEL MÉTODO

El problema radica en saber cuántas simulaciones se deben hacer para que haya un resultado preciso. Para  $N$  simulaciones, la probabilidad de falla es un valor estimado  $E[\bar{p}_f] = p_v$ , entonces la varianza y el coeficiente de variación tienen las siguientes ecuaciones:

$$\sigma_{\bar{p}_f}^2 = \frac{1}{N} [p_v(1 - p_v)] \quad (17)$$

$$V_{\bar{p}_f} = \sqrt{\frac{(1-p_v)}{Np_v}} \quad (18)$$

y el número necesario para  $N$  se calcula mediante:

$$N = \frac{(1-p_v)}{V_{p_f}^2 p_v} \quad (19)$$

Otra forma de calcular el número de ensayos es por medio del ensayo de Bernoulli y que el número de fallas  $N_f$  sigue una distribución binomial. Si la distribución binomial se aproxima a la distribución normal, se obtiene el nivel de confianza  $C$  ( $0 \leq C \leq 1$ ) y la probabilidad de falla es:

$$P \left[ -k \sqrt{\frac{(1-p_v)p_v}{N}} \leq \frac{N_f}{N} - p_v \leq k \sqrt{\frac{(1-p_v)p_v}{N}} \right] = C \quad (20)$$

Dónde:

$N_f$  : Número de simulaciones de falla.

$k$  : Número de desviaciones estándar que se toman para definir el intervalo.

Si  $k = 1$  entonces  $C \approx 68\%$ , si  $k = 2$  entonces  $C \approx 95\%$  y  $k = 3$  entonces  $C \approx 99\%$ .

El error se puede calcular como:

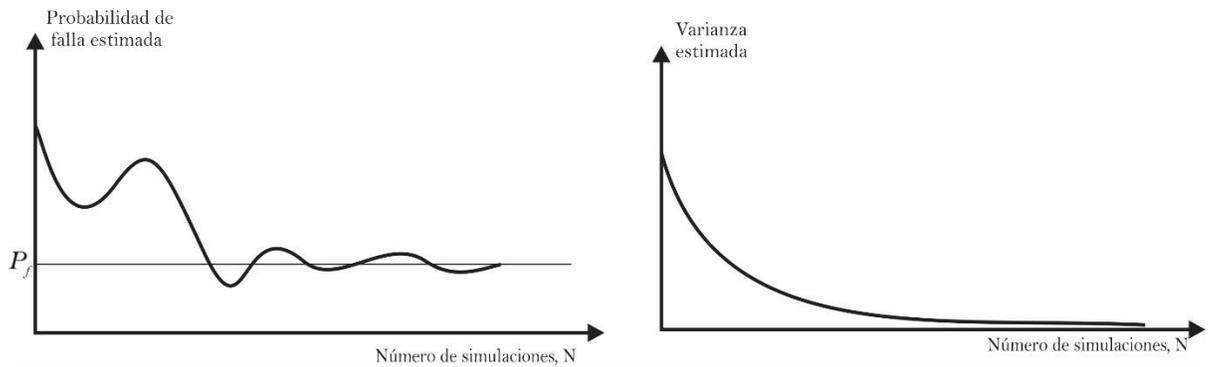
$$\varepsilon(\%) = \sqrt{\frac{(1-p_v)}{N \cdot p_v}} k \cdot 100 \quad (21)$$

La otra alternativa para obtener el número de simulaciones a realizar es partiendo de los valores típicos de probabilidad de falla en ingeniería civil, la cual suele oscilar entre  $10^{-3}$  y  $10^{-6}$  (González Costa, 2016). Con base en esos valores, en la literatura se propone un número de simulaciones diez veces mayor a la probabilidad mínima esperada. En el caso del presente trabajo, en donde se parte de probabilidad de  $10^{-3}$ , el número de simulaciones a realizar es de  $10^4$  o  $N = 10000$  iteraciones.

En general, la simulación de MonteCarlo sigue la tendencia de que a un mayor número de simulaciones  $N$ , mayor será la convergencia de los resultados, como se

puede ver en la Figura 7, luego de cierto número de iteraciones, el valor de la probabilidad de falla tiende a estabilizarse.

Figura 7. Convergencia de la Probabilidad de falla y la Varianza estimada vs Número de Iteraciones.



Fuente: (Sánchez Silva, 2010).

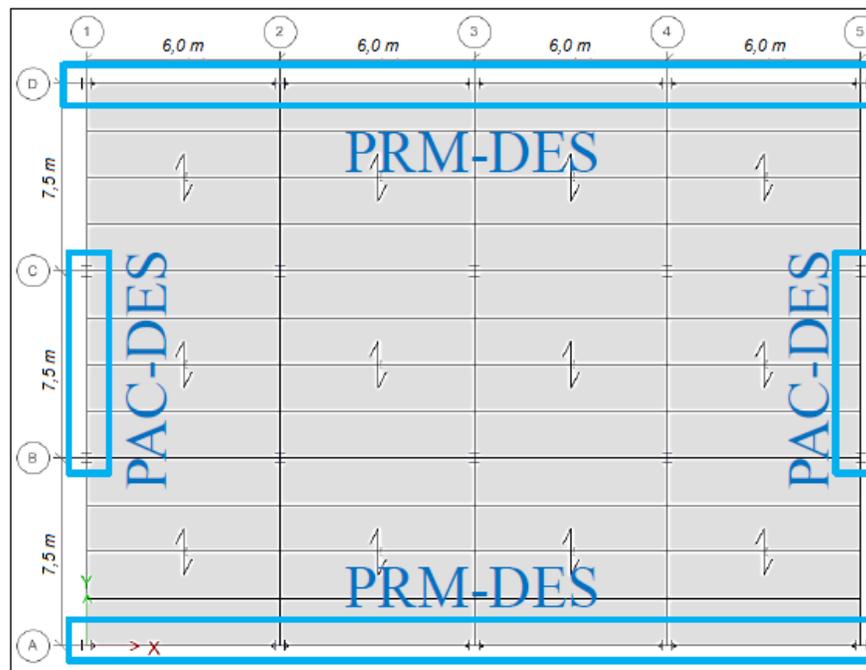
#### 4. EDIFICACIÓN SELECCIONADA PARA EL ANÁLISIS

Para efectos de tener una estructura de referencia como objeto de estudio, se tomó como base una edificación de 4 niveles, empleada en la tesis del ingeniero Miguel Peralta (Peralta Hernández, 2015). A la estructura seleccionada inicialmente se le realiza un análisis clásico determinístico de derivas elásticas o índice de flexibilidad y posteriormente el análisis probabilístico de dicho parámetro.

##### Descripción de la Estructura.

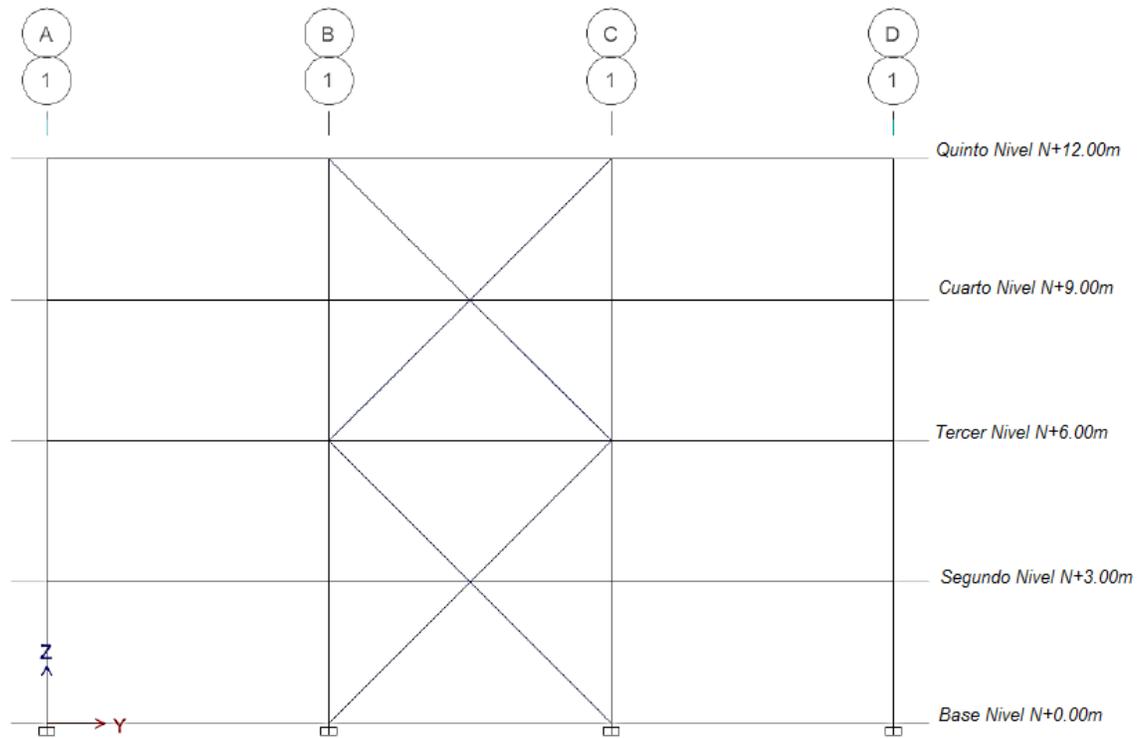
La estructura es de uso residencial y como sistema estructural presenta en una dirección un sistema de Pórticos con Arriostramiento Concéntrico (PAC) y en la otra se dispone de Pórticos Resistentes a Momentos (PRM) como se observa en la Figura 8. Las alturas de entrepiso son de 3.0m, para una altura total de 12m. Las Figuras 9 y 10, muestran la vista lateral y frontal respectivamente.

Figura 8. Vista en planta de la estructura seleccionada.



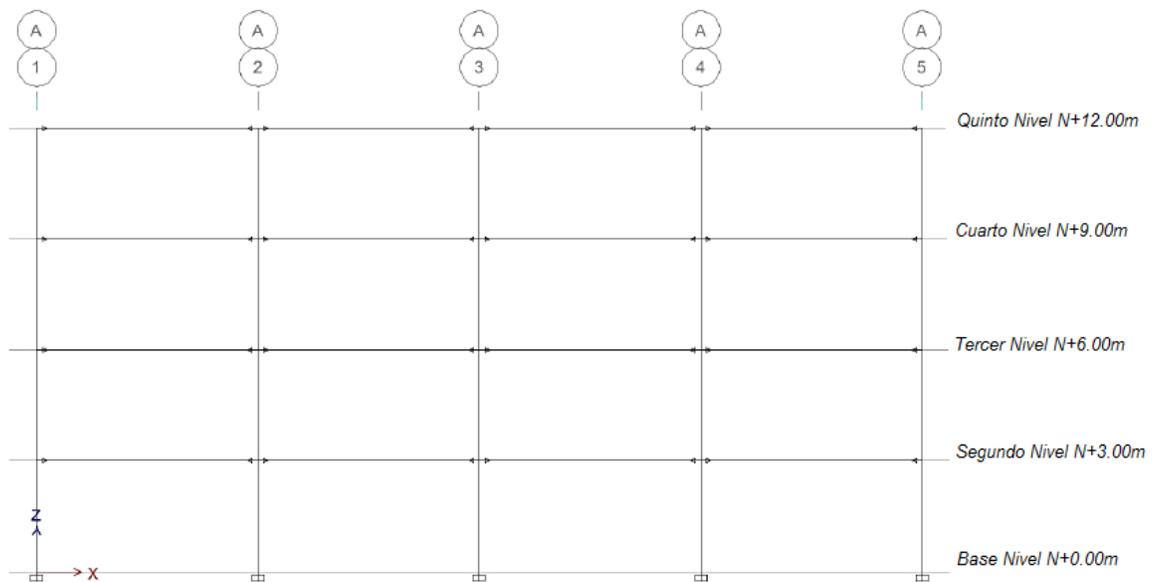
Fuente: Adaptada de (Peralta Hernández, 2015)

Figura 9. Vista lateral sobre el Eje 1 de la estructura seleccionada.



Fuente: Adaptada de (Peralta Hernández, 2015)

Figura 10. Vista Frontal sobre el Eje A de la estructura seleccionada.

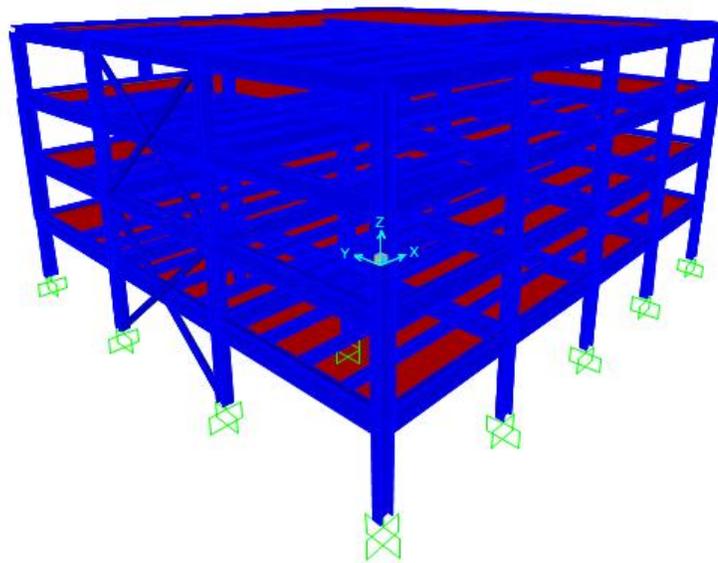


Fuente: Adaptada de (Peralta Hernández, 2015)

## Modelamiento Estructural

En la realización del modelamiento estructural de la edificación, se empleó el Software de análisis y diseño estructural SAP2000® V.16. En la Figura 11 se muestra un modelo tridimensional de la estructura modelada.

Figura 11. Modelo tridimensional en SAP2000®.



## Materiales

El acero empleado tanto en los elementos estructurales primarios (vigas, columnas, riostras) como en los secundarios (viguetas de entrepiso) son de acero estructural A572 Grado 50. Los valores de fluencia y rotura se muestran en la Tabla 5.

Tabla 5. Valores de  $F_y$  y  $F_u$  para el acero A572 Grado 50

ACERO	Esfuerzo de Fluencia $F_y$ [MPa]	Esfuerzo de Rotura $F_u$ [MPa]	Módulo de Elasticidad $E$ [MPa]	Densidad $\rho$ [Kg/m <sup>3</sup> ]
A572 G50	350	450	200000	7850

### Secciones Transversales Empleadas (Perfiles)

Con base en los perfiles comúnmente comercializados en Colombia, se emplean los perfiles “W” y perfiles circulares que se detallan en la Tabla 6.

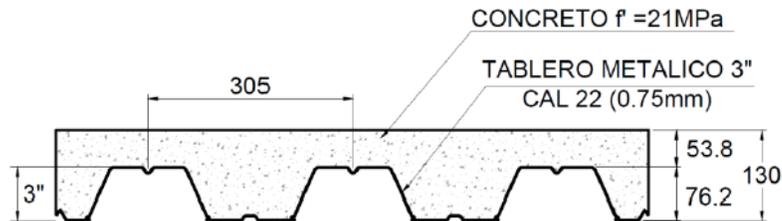
Tabla 6. Perfiles empleados como secciones transversales

Elemento	Perfil
Vigas (Primarias)	W24x104
Viguetas (Secundarias)	W14x30
Columnas	W18x92 W21x101
Riostras Sección Circular (t= 12mm)	10-3/4"

### Sección Transversal Losas de Entrepiso (Losa Colaborante-Steel Deck)

En el análisis se considera una losa rígida como sistema de losa colaborante, con una lámina de 3" calibre 22 y un espesor total de placa de 130mm. La cual se considera proporciona efecto de diafragma rígido a cada uno de los entrepisos. Como referencia se toman los datos del manual técnico Metaldeck Grado 40 de ACESCO. La Figura 12 muestra la sección transversal típica.

Figura 12. Sección transversal de losas de entrepiso.



Fuente: Tomada de (Peralta Hernández, 2015)

### **Solicitaciones Consideradas en el Análisis**

A continuación, se presentan las cargas muertas consideradas en el análisis. Las cargas muertas que se presentan son sobreimpuestas, puesto que las cargas por peso propio de los elementos se consideran directamente en el SAP2000®.

- Cargas Muertas Sobreimpuestas

Conforme a la Tabla B.3.4.3-1 (Asociación Colombiana de Ingeniería Sísmica (AIS), 2010), se toman los siguientes valores:

<b>Descripción</b>	<b>Valor [KN/m<sup>2</sup>]</b>
Acabados	1.6
Muros Divisorios	2.0

- Cargas Vivas

Con base a lo establecido en la NSR-10 Tabla B.4.2.1-1 (Asociación Colombiana de Ingeniería Sísmica (AIS), 2010), se toman las siguientes cargas para uso residencial:

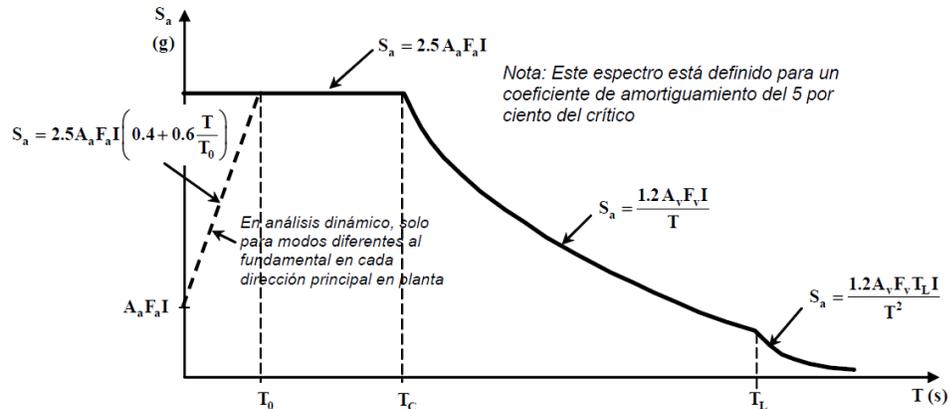
<b>Descripción</b>	<b>Valor [KN/m<sup>2</sup>]</b>
Balcones	5.0
Cuartos privados y corredores	1.8
Escaleras	3.0

### **Espectro Elástico para Análisis de Derivas**

Para efectos de estudiar la deriva elástica de la estructura, se determina el espectro elástico de aceleraciones con base a lo establecido en la NSR-10, Capítulo A.2.6 (Figura 13). Para efectos de la amenaza sísmica, se toman las mismas

consideraciones dadas por Peralta. Estructura localizada en la ciudad de Bucaramanga; zona clasificada como de Amenaza Sísmica Alta y sobre un suelo tipo C (Peralta Hernández, 2015)

Figura 13. Espectro elástico y sus parámetros



Fuente: Tomada de (Asociación Colombiana de Ingeniería Sísmica (AIS), 2010)

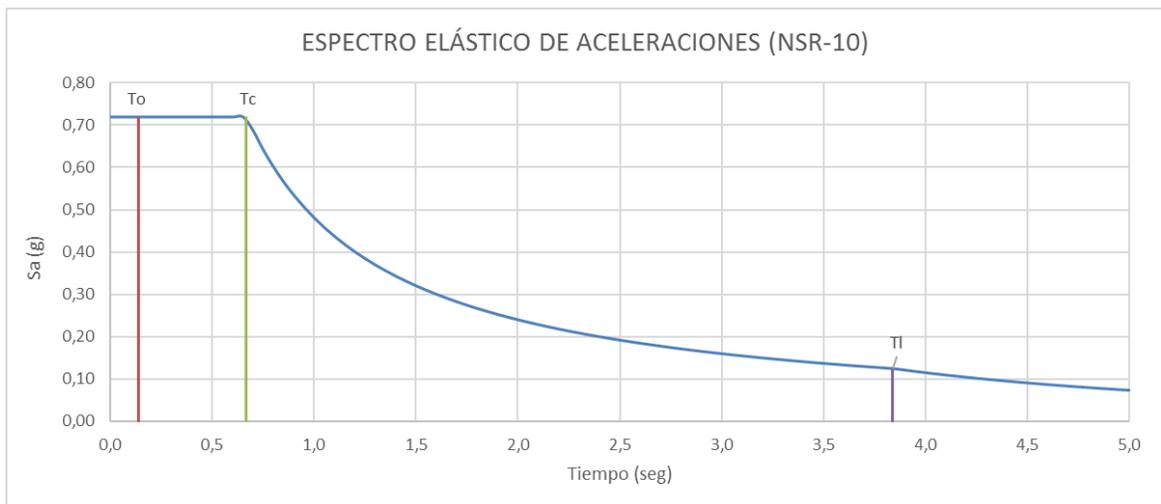
Con base en lo anterior y considerando el uso de la estructura como residencial, se presentan los demás parámetros empleados para obtener el espectro elástico, junto con los valores de  $T_0$ ,  $T_c$  y  $T_L$  y sus respectivas aceleraciones en la Tabla 7.

Tabla 7. Parámetros del espectro elástico de diseño (NSR-10)

Suelo Tipo	C	
Municipio / Ciudad	Bucaramanga/ Santander	
Aa	0,25	
Av	0,25	
Fa	1,15	
Fv	1,6	
Coef. Importancia (I)	1	Uso Residencial
	<b>Seg.</b>	<b>Sa (g)</b>
To	0,139	0,719
Tc	0,668	0,719
TL	3,84	0,125

Finalmente, y con los anteriores valores, se construye el espectro elástico de aceleraciones **Sa** en fracciones de la gravedad para el análisis de derivas, con un coeficiente de amortiguamiento del 5% del crítico, el cual se muestra en la Figura 14.

Figura 14. Espectro elástico de aceleraciones empleado



## 5. ANÁLISIS CONVENCIONAL (DETERMINÍSTICO) DEL ÍNDICE DE FLEXIBILIDAD (IF) Y LOS PERIODOS FUNDAMENTALES (Tx, Ty)

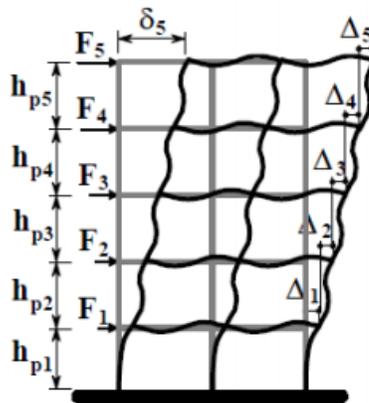
### Deriva Máxima

Indica la susceptibilidad de la estructura a tener deflexiones o derivas excesivas, con respecto a las permitidas por el reglamento. Para edificaciones convencionales, es decir, estructuras que presentan losas de entrepiso que conforman diafragmas rígidos que concentran su masa en ellas, la evaluación de la deriva se realiza teniendo en cuenta la definición proveniente del código que es: “Se entiende por deriva de piso  $\Delta_i$ , el desplazamiento horizontal relativo entre dos puntos dispuestos en la misma línea vertical en dos pisos o niveles consecutivos de la edificación”(Asociación Colombiana de Ingeniería Sísmica (AIS), 2010).

En la Figura 14, se muestra lo que establece la anterior definición y que matemáticamente se expresa como:

$$\text{Deriva Piso } i: \Delta_i = \delta_i - \delta_{i-1} \quad (22)$$

Figura 15. Representación esquemática de los desplazamientos y derivas de piso



Este mismo procedimiento se realiza en las dos direcciones principales de la estructura, para luego obtener la deriva total máxima como la resultante de éstas.

$$\Delta_{max}^i = \sqrt{\sum_{j=1}^2 (\delta_{tot,j}^i - \delta_{tot,j}^{i-1})^2} \quad (23)$$

Este proceso se realiza de manera alternativa, en los todos los ejes verticales de columnas de la edificación. Tomando como deriva de piso  $\Delta_i$ , la máxima deriva que se obtenga de todos los puntos así estudiados dentro del mismo piso  $i$  ( $\Delta_{max}^i$ ).

### Límite de Deriva según NSR-10

La norma colombiana NSR-10, establece que las derivas máximas para cualquier piso no deben exceder los límites dados en la Tabla A.6.4-1 de la NSR-10 (Ver Tabla 8), en donde la deriva máxima se expresa como un porcentaje de la altura del piso  $h_{pi}$

Tabla 8. Derivas máximas como porcentaje de la altura de piso  $h_{pi}$

Estructura de:	Deriva máxima
Concreto reforzado, metálicas, de madera y de mampostería que cumplen los requisitos de A.6.4.2.2	1,0% ( $\Delta_{max}^i \leq 0,01h_{pi}$ )
De mampostería que cumplen los requisitos de A.6.4.2.3	0,5% ( $\Delta_{max}^i \leq 0,005h_{pi}$ )

Fuente: Adaptada de (Asociación Colombiana de Ingeniería Sísmica (AIS), 2010)

### Índice de Flexibilidad (IF)

El índice de flexibilidad se define como el cociente entre la deflexión máxima o deriva obtenida del análisis de la estructura y la permitida por el Reglamento NSR-10 para cada uno de los pisos de la edificación. Matemáticamente se expresa como:

$$IF = \frac{\Delta_{\text{Piso } i}}{\Delta_{\text{Max } i}} \quad (24)$$

Este es el principal parámetro empleado en el presente trabajo para evaluar el cumplimiento o no de los desplazamientos en términos de derivas elásticas de la edificación. Para lo cual, la deriva en cada nivel para considerarse satisfactoria debe cumplir con:

$$\frac{\text{Deriva Piso}}{\text{Deriva max}} \leq 1.0 \quad \text{ó} \quad IF \leq 1.0 \quad (25)$$

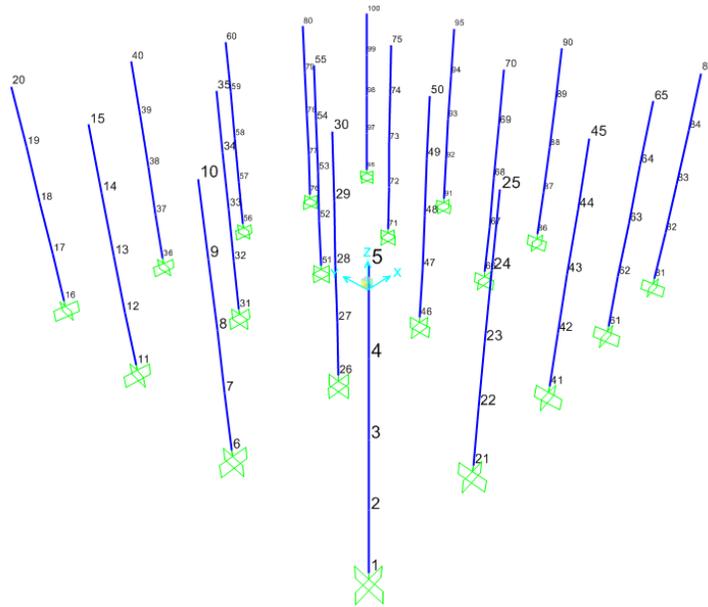
### **Derivas e Índice de Flexibilidad (IF) de la Estructura**

A continuación, se presentan las derivas elásticas de la estructura, obtenidas con la metodología determinística tradicional mediante el Método de la Fuerza Horizontal Equivalente (FHE).

La estructura elegida es totalmente regular en planta y en altura y cuenta con menos de 20 pisos o 60m de altura medidos desde la base. Lo cual se ajusta a los requisitos dados en la NSR-10 Capítulo A.3.4.2.1 para la aplicación del Método de la Fuerza Horizontal Equivalente. Por tanto, aplicando este método, se obtuvieron las derivas elásticas e índice de flexibilidad de la estructura mediante lo expuesto en el numeral anterior y el modelo generado en SAP2000® de la misma.

Para la determinación de esta, se obtuvieron los desplazamientos máximos de cada eje de columnas en las dos direcciones principales "X" y "Y" (Figura 16) y posteriormente la deriva total conforme a la Ecuación 80. Finalmente, la deriva de piso se establece como el máximo desplazamiento en cada nivel. Los resultados detallados nodo a nodo de cada columna se muestran en el Anexo A.

Figura 16. Columnas de la estructura con numeración de nodos.



Producto de los extenso de la tabla de determinación de derivas, éstas son mostradas en detalle en el Anexo A. Como resumen del análisis de estas se presenta en la Tabla 9 los valores de derivas máximas para nivel de la estructura.

Tabla 9. Derivas máximas como porcentaje de la altura de piso  $h_{pi}$

PISO	DERIVA MAX (%)	DERIVA MAX GLOBAL (%)
Piso 1 N+3,0m	0,74	0,98
Piso 2 N+6,0m	0,98	
Piso 3 N+9,0m	0,88	
Piso 4 N+12,0m	0,68	

Las secciones de los elementos estructurales (Columnas, Vigas) fueron seleccionadas buscando que, en el análisis tradicional determinístico, se obtuviera un valor de deriva máxima en la estructura (0.98% para el segundo piso N+6,0m)

cercano al límite máximo permitido (1%). Esto con la finalidad de representar lo que comúnmente se suele realizar en la práctica y para que, en el posterior análisis probabilístico de confiabilidad, poder observar la variabilidad del cumplimiento de este requisito en la medida que varían las propiedades de los materiales.

### Periodos Fundamentales de la Estructura (Tx y Ty)

A continuación, se presentan las derivas elásticas de la estructura, obtenidas con la metodología determinística tradicional mediante el Método de la Fuerza Horizontal Equivalente (FHE).

Tabla 10. Periodos Fundamentales de la Estructura en Sentido X y Y

Caso	Modo	Periodo	Sentido X	Sentido Y
		[seg]	Coef. Part Masa	Coef. Part Masa
MODAL	1	0,529239	0,826	3,669E-20
MODAL	2	0,361959	8,044E-16	0,824
MODAL	3	0,32109	1,053E-15	1,046E-17
MODAL	4	0,172923	0,123	1,775E-19
MODAL	5	0,130103	6,328E-15	2,609E-16
MODAL	6	0,130063	5,475E-08	3,207E-16
MODAL	7	0,130015	3,318E-15	2,852E-14
MODAL	8	0,126796	3,55E-15	2,88E-08
MODAL	9	0,126709	9,072E-15	3,315E-14
MODAL	10	0,126603	3,901E-16	5,054E-08
MODAL	11	0,123963	6,685E-15	5,503E-14
MODAL	12	0,123916	5,635E-08	5,236E-14

Los periodos resaltados de la Tabla 10, corresponden a los periodos fundamentales de la estructura, determinados de manera convencional o determinística en el modelo realizado en SAP2000®, manteniendo constante los parámetros de las propiedades del acero dadas en la Tabla 5. Se observa que el Periodo en sentido X corresponde a  $T_x = 0.529$ seg y el Periodo en sentido Y corresponde a  $T_y = 0.361$ seg.

Estos valores son los que se emplean como referencia para determinar los valores de aceleración a considerar en la determinación de las derivas en el programa SAP2000®.

### Límite para el Periodo Fundamental de la Estructura según NSR-10

La norma colombiana NSR-10, establece que El valor de  $T$  no puede exceder  $C_u T_a$ . Donde  $C_u$  se calcula por medio de la ecuación (26) y  $T_a$  se calcula de acuerdo con la ecuación (27). Los valores de  $C_t$  y  $\alpha$  se toman acorde a la Tabla 11 en función del tipo de sistema estructural de la edificación.

$$C_u = 1.75 - 1.2A_v F_v \geq 1.2 \quad (26)$$

$$T_a = C_t h^\alpha \quad (27)$$

Tabla 11. Valores de  $C_t$  y  $\alpha$  para determinar  $T_a$

Sistema estructural de resistencia sísmica	$C_t$	$\alpha$
Pórticos resistentes a momentos de concreto reforzado que resisten la totalidad de las fuerzas sísmicas y que no están limitados o adheridos a componentes más rígidos, estructurales o no estructurales, que limiten los desplazamientos horizontales al verse sometidos a las fuerzas sísmicas.	0.047	0.9
Pórticos resistentes a momentos de acero estructural que resisten la totalidad de las fuerzas sísmicas y que no están limitados o adheridos a componentes más rígidos, estructurales o no estructurales, que limiten los desplazamientos horizontales al verse sometidos a las fuerzas sísmicas.	0.072	0.8
Pórticos arriostrados de acero estructural con diagonales excéntricas restringidas a pandeo.	0.073	0.75
Todos los otros sistemas estructurales basados en muros de rigidez similar o mayor a la de muros de concreto o mampostería	0.049	0.75
Alternativamente, para estructuras que tengan muros estructurales de concreto reforzado o mampostería estructural, pueden emplearse los siguientes parámetros $C_t$ y $\alpha$ , donde $C_w$ se calcula utilizando la ecuación A.4.2-4.	$\frac{0.0062}{\sqrt{C_w}}$	1.00

Fuente: Tomada de (Asociación Colombiana de Ingeniería Sísmica (AIS), 2010)

Con base en lo anterior y al tratarse de un sistema de pórticos de acero, el límite de los periodos para la estructura seleccionada es:

$$C_u = 1,27 \geq 1.2$$

$$T_a = 0,525 \text{ seg}$$

$$C_u T_a = 0,6675 \text{ seg (Se cumple para los periodos } T_x \text{ y } T_y)$$

## **6. ANÁLISIS DE CONFIABILIDAD (PROBABILÍSTICO) DEL ÍNDICE DE FLEXIBILIDAD (IF) Y LOS PERIODOS FUNDAMENTALES (Tx, Ty) VARIANDO LAS PROPIEDADES DEL ACERO**

Luego de haberse realizado en análisis determinístico del Índice de Flexibilidad (IF) y los Periodos Fundamentales (Tx y Ty), se realiza el análisis probabilístico de estos, con el fin de determinar su variabilidad cuando se considera la aleatoriedad de las propiedades del acero A572 Grado 50 (Módulo de Elasticidad, Densidad y sus Esfuerzos de fluencia  $F_y$  y rotura  $F_u$ ). Para ello, fue necesario desarrollar una aplicación tipo OAPI (Open Application Programming Interface) que permita automatizar los cálculos con el SAP2000® dada la gran cantidad de análisis que se debieron hacer (10000 iteraciones por cada variación en el material que se considere) para obtener los valores de probabilidad de falla ( $P_f$ ) e índice de Confiabilidad ( $\beta$ ).

En los numerales siguientes se presenta el desarrollo de la aplicación empleada y la descripción general de su funcionamiento. Seguidamente, se muestran los resultados obtenidos, mediante el uso de la aplicación en el análisis de confiabilidad.

### **6.1. DESARROLLO DE LA APLICACIÓN OAPI**

Es una especificación formal sobre cómo un módulo de un software se comunica o interactúa con otro mediante un conjunto de subrutinas. Se maneja este tipo de aplicación (OAPI), dada que esta, permite enlazar el programa SAP2000 con Microsoft Excel, mediante macros programados en lenguaje Visual Basic for Application (VBA), el cual está incorporado en Excel®.

El propósito de la aplicación es ingresar y extraer información de la estructura modelada previamente en SAP2000® para posteriormente determinar el índice de confiabilidad ( $\beta$ ) y la Probabilidad de falla ( $P_f$ ) para el índice de Flexibilidad (IF) de una estructura tipo pórtico de acero.

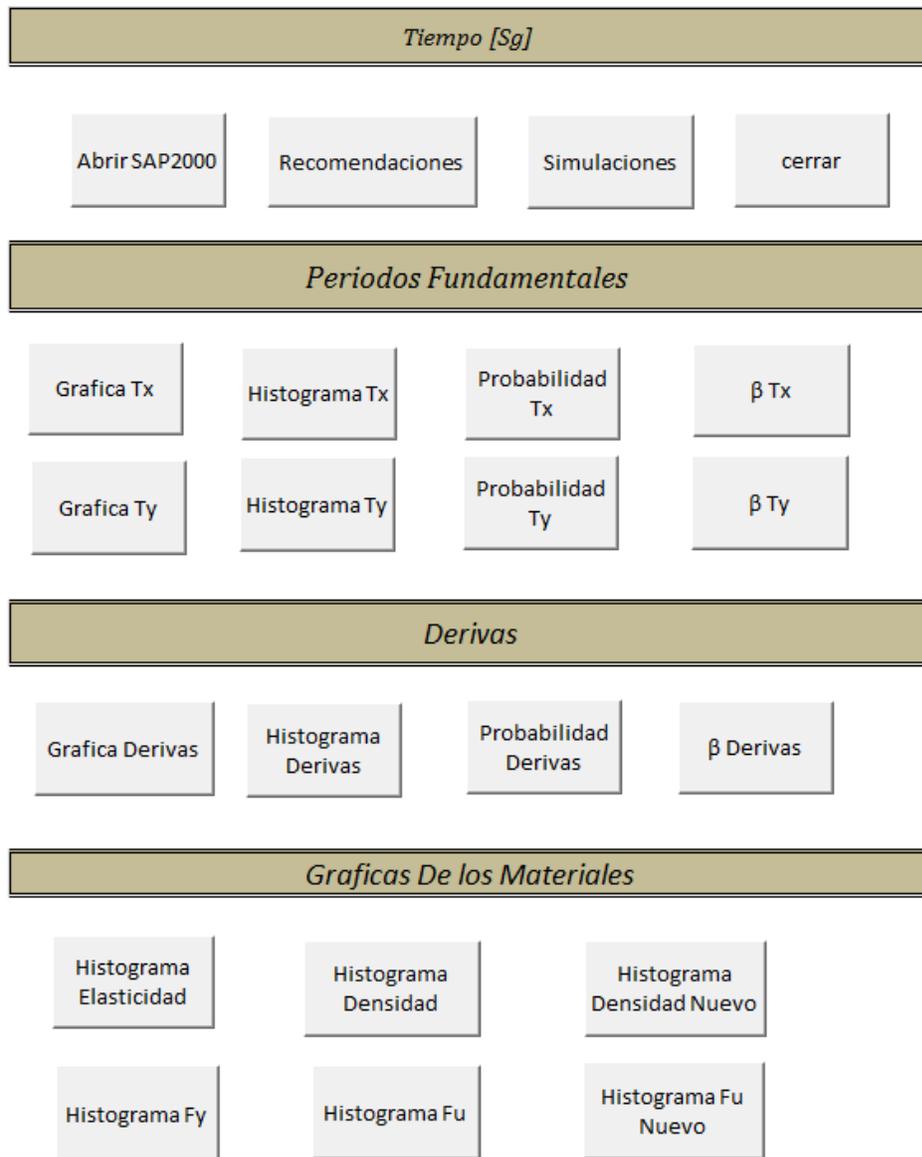
Acorde al número de simulaciones a realizar, la aplicación en cada una de ellas varía aleatoriamente las propiedades del acero, acorde a los valores de entrada suministrado para el módulo de elasticidad ( $E_s$ ), la densidad ( $\rho_s$ ), y los valores de resistencia a la fluencia y última ( $F_y$  y  $F_u$  respectivamente). Los datos de entrada en la aplicación son la media ( $\mu$ ), la desviación estándar ( $\sigma$ ) y el tipo de función de distribución de probabilidad correspondiente para cada propiedad (Acorde a la literatura consultada, se dispone de Función Normal/Lognormal).

Finalizadas las iteraciones y obtenido los datos de salida, mediante una interfaz compuesta por una serie de botones en la aplicación desarrollada en Excel®, se procede con el análisis estadístico básico y la determinación de la Probabilidad de falla ( $P_f$ ) y el índice de confiabilidad ( $\beta$ ) del índice de flexibilidad de la estructura.

A continuación, se presenta una descripción general de la metodología de la aplicación “OAPI” desarrollada:

1. Previo al uso de la aplicación, el usuario debe modelar en SAP2000® la estructura (tipo pórtico) en estudio, y realizar el análisis de derivas determinístico convencional de la misma. En este caso, acorde a la NSR-10 Capítulo A. Por cada eje de columnas asignar un grupo; esto para la determinación en la aplicación de las derivas de la estructura a partir de los desplazamientos de los nodos obtenidos en cada simulación (salidas).
2. Desde la aplicación creada en Excel®, se abre el modelo estructural creado previamente en SAP2000® (Ver Figura 17). La aplicación cargará la información referente a las propiedades de los materiales.

Figura 17. Interfaz general de la aplicación “OAPI”.



3. Se ingresan los valores de entrada correspondientes a la media ( $\mu$ ) y la desviación estándar ( $\sigma$ ) de las propiedades del material a variar ( $E_s$ ,  $\rho_s$ ,  $F_y$  y  $F_u$ ). En la Figura 18 se muestra la interfaz para el ingreso de los parámetros mencionados y seleccionar el tipo de función a emplear en cada caso.
4. Paralelamente con el numeral anterior, se elige la función de distribución de probabilidad de cada propiedad entre Normal y Lognormal.

Figura 18. Ingreso de los datos de entrada en la aplicación “OAPI”.

The screenshot shows the input interface for the OAPI application, divided into several sections:

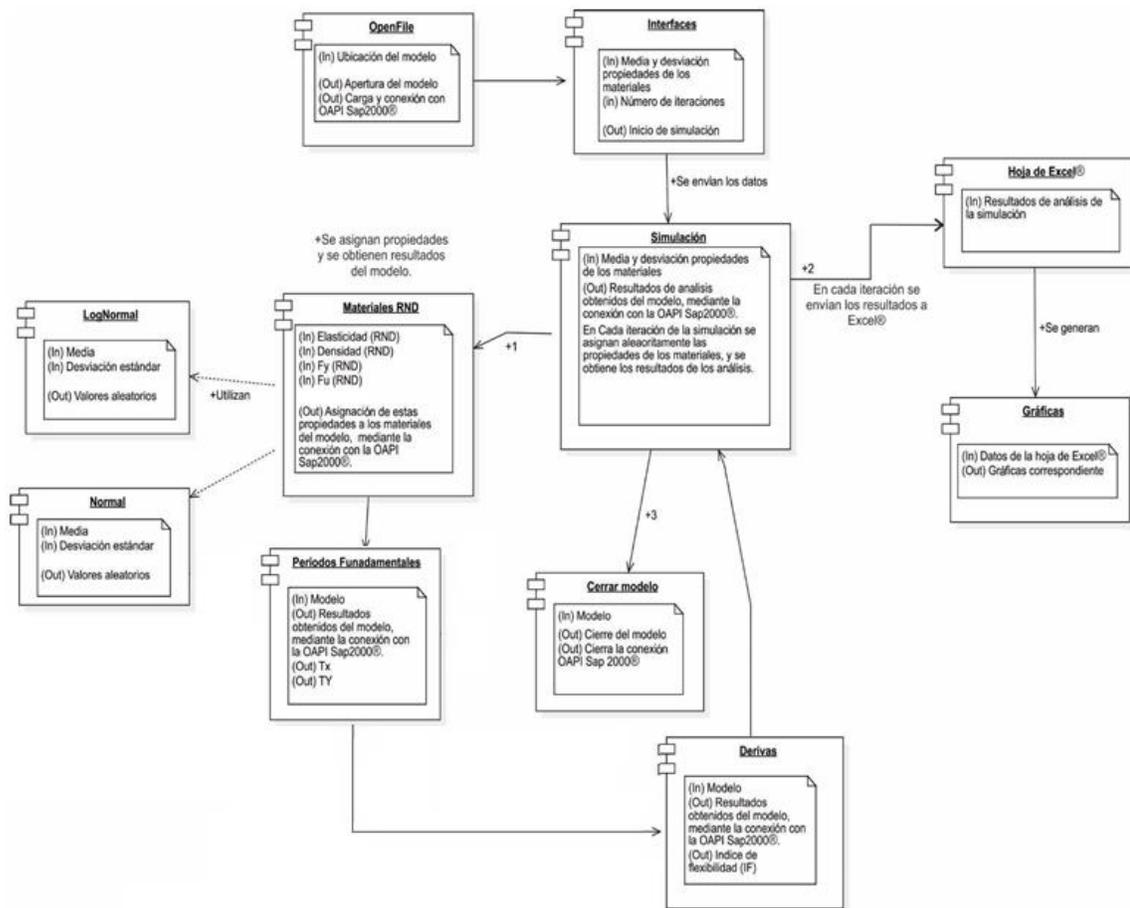
- MATERIAL:** Includes a text box for material properties (A992Fy50, A572Gr50, 3000Psi) and a 'Valores Típicos' button.
- UNIDADES ACTUALES DEL MODELO:** A dropdown menu currently set to 'kgf\_m\_C'.
- ELASTICIDAD, DENSIDAD, FY, Fu:** Each has a 'MEDIA' (Mean) and 'DESVIACIÓN ESTÁNDAR' (Standard Deviation) input field, and a dropdown for 'ELIGE LA DISTRIBUCIÓN DE PROBABILIDAD DE LOS VALORES' (Normal or LogNormal).
- FACTOR DE REDUCCIÓN:** A dropdown menu for selecting a reduction factor (DE 0 A 1 EQUIVALENTE AL %).
- CARGA SHELL ENTRE- PISO, CARGA SHELL CUBIERTA:** Each has input fields for 'CARGA' and 'GRUPO' (ALL, 1, 2, 3).
- PERIODO FUNDAMENTAL:** Includes input fields for 'Aa', 'Av', 'Fa', 'Fv', 'I', 'Altura Total [m]', 'Alpha α', and 'Ct'.
- CASO PARA DERIVA EN X and Y:** Two columns of dropdown menus for selecting load cases (DEAD, MODAL, Viva, Sismo Deriva X, Sismo Deriva Y).
- LOAD PATERN EN X and Y:** Two columns of dropdown menus for selecting load patterns (DEAD, Viva, Sismo Deriva X, Sismo Deriva Y).
- Buttons:** 'ENVIAR DATOS' and 'SIMULACIÓN' are located at the bottom.

5. Se define el número de simulaciones a realizar. (Acorde a la literatura, se sugiere emplear un mínimo de 100000 iteraciones para probabilidades de falla de alrededor de  $10^{-3}$  (González Costa, 2016)).
6. Se inicia el análisis elástico de la estructura según el número de simulaciones indicado. El tiempo (costo computacional) demandado dependerá de la cantidad de elementos que tenga la estructura y del número de simulaciones. En cada simulación la aplicación extrae como salidas del SAP2000®, los desplazamientos nodales y los valores de periodo fundamental en X y Y.
7. Finalizadas las simulaciones, la aplicación dispone de una interfaz en la cual se determinan las derivas elásticas de la estructura acorde al procedimiento descrito en el capítulo 7, a partir de los desplazamientos nodales obtenidos en las salidas de cada simulación. Seguidamente, se pueden generar las diferentes gráficas del análisis estadístico realizado (Histogramas de

frecuencias, gráficas de convergencia de la simulación, y gráficas de zonas seguras y de falla, Probabilidad de falla ( $P_f$ ) e índice de confiabilidad ( $\beta$ ) del Índice de Flexibilidad (IF), por cada piso de la estructura y para los periodos en las direcciones principales X y Y).

En la Figura 19, se presenta el esquema general que describe el funcionamiento de la aplicación “OAPI” desde la metodología UML (Unified Modeling Language).

Figura 19. Diagrama explicativo del funcionamiento de la aplicación, desde la metodología UML.



Fuente: Adaptado de (Vanegas Herrera, 2018)

Una aplicación alterna se desarrolló paralelamente con Vanegas (Vanegas Herrera, 2018) para análisis de confiabilidad estructural en edificaciones con sistema pórtico en concreto reforzado.

## **6.2. DATOS DE ENTRADA DE LA APLICACIÓN**

Como se describió en el anterior numeral, para realizar las simulaciones o iteraciones, es necesario ingresar en la aplicación desarrollada los parámetros estadísticos de cada propiedad del material a variar. Por tal motivo, se realizó una revisión bibliográfica, buscando los valores típicos reportados en la literatura para el acero de uso estructural y en particular el Acero A572 grado 50, el cual es el material empleado en el presente trabajo de aplicación para los elementos estructurales.

De la información encontrada, se presentan los datos reportados por investigaciones adelantadas por el AISC (American Institute of Steel Construction), los cuales se tomaron como referencia, dado que, es esta norma en la cual se base en Capítulo F de la NSR-10. Éstas investigaciones fueron adelantadas inicialmente por Galambos (Galambos, 1981), quién presenta los valores empleados como factores de carga y resistencia para el Método LRFD de diseño actual, posteriormente el AISC realiza una actualización de los parámetros empleados para el diseño y confiabilidad de perfiles de acero en un documento titulado “Updating Standard Shape Material Properties Database for Design and Reliability” (East et al., 2001); documento del cual son extraídos los parámetros del presente trabajo para los valores de Esfuerzos de Fluencia, Rotura y Módulo de Elasticidad ( $F_y$ ,  $F_u$  y  $E_s$  respectivamente).

En lo que respecta a los parámetros estadísticos de la densidad de aceros estructurales al carbono laminados en caliente ( $\rho_s$ ), se tomó la información reportada por Cross y Hill (Cross y Hill, 1927).

Con base a lo recomendado por estos autores, la variabilidad en dichas propiedades puede ser representada como una función Normal o Lognormal. Para efectos del presente trabajo, los valores fueron considerados como normales. El resumen de los parámetros estadísticos empleados en el análisis probabilístico de confiabilidad se presenta en la Tabla 12.

Tabla 12. Parámetros estadísticos para el acero A572 Grado 50.

Propiedad	Valor Nominal	Media ( $\mu$ )	Desviación ( $\sigma$ )	Coef. Variación (CV)	Fuente	Tipo de Distribución
Fy [MPa]	345	410	27,02	0,07	(East et al., 2001),(G	Normal/Lognormal
Fu [MPa]	450	561	21,44	0,04		Normal/Lognormal
Es [MPa]	200000	200000	12000	0,06	alambos, 1981)	Normal/Lognormal
$\rho_s$ [Kg/m <sup>3</sup> ]	7850	7850	157	0,02	(Cross y Hill, 1927)	Normal/Lognormal

Fuente: Valores tomados de (Galambos, 1981), (East et al., 2001) y (Cross y Hill, 1927)

### 6.3. FUNCIONES DE ESTADO LÍMITE EMPLEADAS

Para poder establecer en cada iteración si la estructura superaba o no los límites normativos para las derivas (Tabla 8) o si los periodos excedían el límite  $C_u T_a$ . Se definieron las siguientes desigualdades como funciones de estado límite:

- Para el índice de Flexibilidad “IF” (Derivas elásticas)

$$IF = \frac{\text{Deriva Piso}}{\text{Deriva max}} \leq 1.0 \quad \text{ó} \quad IF \leq 1.0 \quad (28)$$

- Para los Periodos “T” Fundamentales en las direcciones principales (X y Y)

$$\frac{T}{C_u T_a} \leq 1.0 \quad (29)$$

Cuando se excede alguno de estos límites, se considera el resultado en dicha iteración como una condición de “Falla” o “No cumplimiento” para efectos del análisis de confiabilidad realizado.

#### **6.4. VARIACIONES EN LAS PROPIEDADES ESTUDIADAS (CASOS DE ESTUDIO)**

En los siguientes numerales se muestra el análisis probabilístico de confiabilidad, realizado mediante la aplicación OAPI desarrollada y descrita en el numeral 8.1 a la estructura aporticada de 4 pisos, modelada en SAP2000® y analizada elásticamente de manera convencional (determinística) en el capítulo 7, la cual presentó un índice de flexibilidad (IF) máximo de 0.98% en el segundo nivel (N+6,0m). Se analiza qué tanto varía el Índice de Flexibilidad (IF) al considerar la aleatoriedad en las propiedades del acero: Módulo de Elasticidad ( $E_s$ ), Densidad ( $\rho_s$ ), Resistencia a la Fluencia ( $F_y$ ) y a la Rotura ( $F_u$ ); en cada caso se determina la Probabilidad de falla ( $P_f$ ) y el índice de confiabilidad ( $\beta$ ), para las derivas elástica o Índice de Flexibilidad de todos los pisos. De manera complementaria, se verifica el requerimiento normativo ( $T \leq C_u T_a$ ) para los periodos fundamentales en las direcciones principales X y Y.

Buscando determinar la propiedad más influyente en la variación del índice de flexibilidad de la estructura, se realizaron simulaciones variando simultáneamente las propiedades del acero y variando individualmente cada propiedad dejando constante las demás. Esto solo para las propiedades que tienen incidencia directa sobre la flexibilidad de la estructura.

Los resultados que se presentan en detalle en las siguientes secciones, corresponden a los siguientes tres casos de estudio:

- **Caso 1:** Variación simultánea de todas las propiedades en estudio ( $E_s$ ,  $\rho_s$ ,  $F_y$  y  $F_u$ )
- **Caso 2:** Variación sólo del módulo de elasticidad  $E_s$  ( $\rho_s$ ,  $F_y$  y  $F_u$  son constantes)
- **Caso 3:** Variación sólo de la densidad  $\rho_s$  ( $E_s$ ,  $F_y$  y  $F_u$  son constantes)

En el acero a diferencia del concreto, la resistencia no está directamente relacionada con su rigidez. Por ende, al realizar variaciones del  $F_y$  y  $F_u$  y dejar constantes las demás propiedades, no se presenta cambio alguno en la flexibilidad de la estructura. Esta afirmación se verifica, al obtener el mismo valor de flexibilidad en los resultados de cada simulación. Por ser un parámetro no incidente con la flexibilidad, sus resultados no se detallan en el contenido del trabajo. No obstante, y para verificación del lector se pueden consultar en el Anexo B.

Como se mencionó anteriormente y acorde a lo recomendado en la literatura, en donde para fallas por causas estructurales, las probabilidades de falla aceptables son del orden de  $1 \times 10^{-3}$  (González Costa, 2016), se emplean en cada caso de estudio (4 en total) 10000 iteraciones.

En las secciones siguientes se muestran los resultados para cada caso de estudio y en el Capítulo 7 se resumen los resultados para todos los casos de estudio, realizando comentarios generales de los mismos, que posteriormente se complementan y profundizan en las conclusiones (Capítulo 8).

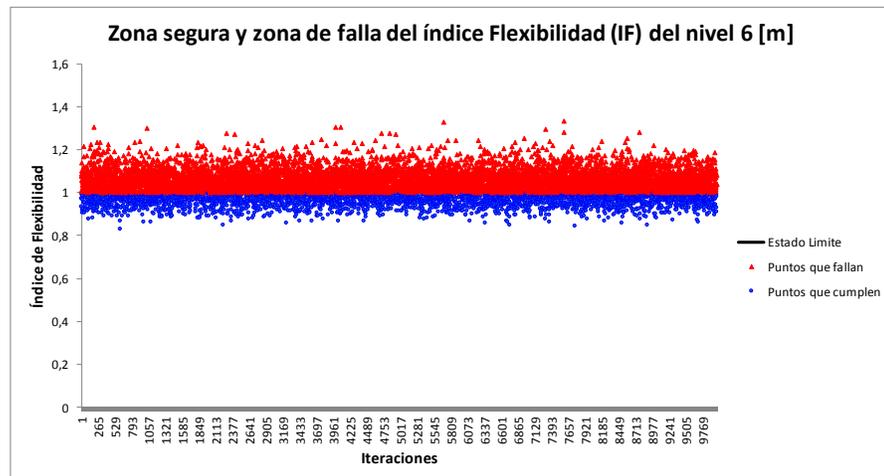
### **6.5. ANÁLISIS DE CONFIABILIDAD. CASO 1: VARIACIÓN SIMULTÁNEA DE PROPIEDADES EN ESTUDIO ( $E_s$ , $\rho_s$ , $F_y$ y $F_u$ )**

En esta sección se muestran los resultados de probabilidad de falla (PF) en índice de confiabilidad ( $\beta$ ) para el índice de Flexibilidad de la estructura por cada nivel y para sus periodos fundamentales en cada dirección ( $T_x$  y  $T_y$ ). Los parámetros estadísticos de las propiedades del acero en estudio empleadas en la simulación son los presentados en la Tabla 12.

**6.5.1. Resultados para el Índice de Flexibilidad (IF) por Piso.** En lo que respecta al índice de flexibilidad, a manera de ejemplo, se presenta en detalle los resultados obtenidos para el piso más crítico (Segundo piso N+6,0m). Posteriormente y de manera resumida, se muestran los resultados para los demás niveles o pisos de la estructura.

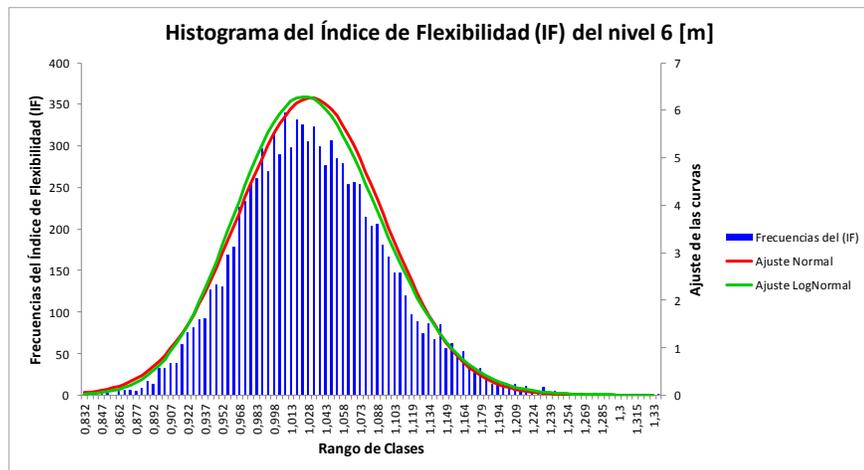
**6.5.1.1. Resultados para el Nivel N+6,0m – varían simultáneamente ( $E_s$ ,  $\rho_s$ ,  $F_y$  y  $F_u$ ).** El comportamiento variacional en 10000 iteraciones para el IF del segundo piso de la estructura (Nivel N+6,0m), se observa en la Figura 20. Los puntos azules representan un comportamiento satisfactorio de la estructura y se localizan en la zona segura (Estado límite  $IF \leq 1.0$ ); los puntos rojos son considerados como respuestas no satisfactorias y se localizan en la zona de falla (Estado límite  $IF > 1.0$ ). Para el nivel en mención se presentaron 6663 resultados en zona de falla, en donde el IF excede el límite máximo normativo del 1%.

Figura 20. Zona segura y Zona de falla del Índice de Flexibilidad (IF) para el Nivel N+6,0m. Varían ( $E_s$ ,  $\rho_s$ ,  $F_y$  y  $F_u$ ).



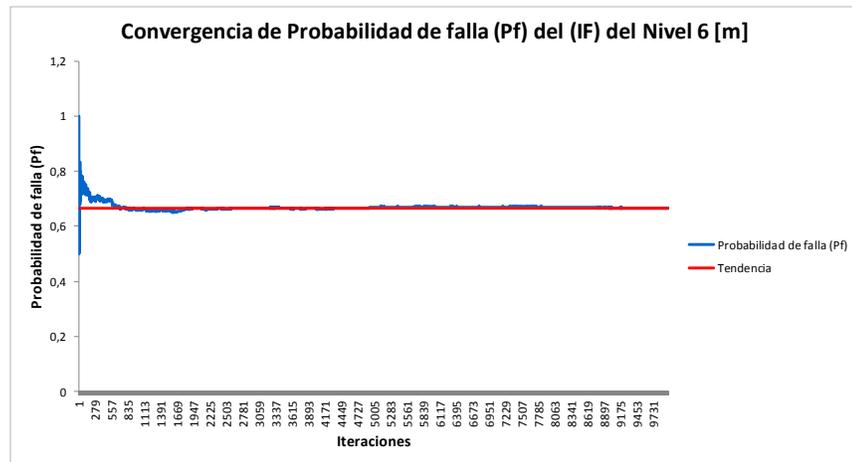
Para observar el grado de variabilidad que presenta el IF, y por ende, la dispersión de todos los valores obtenidos, se generaron histogramas de frecuencias. La Figura 21 muestra el histograma del Índice de Flexibilidad (IF) para el nivel N+6,0m de las 10.000 iteraciones realizadas. Este se obtiene agrupando en rangos de clases los resultados presentados en la Figura 20.

Figura 21. Histograma del Índice de Flexibilidad (IF) para el Nivel N+6,0m. Varían ( $E_s$ ,  $\rho_s$ ,  $F_y$  y  $F_u$ )



Con los datos obtenidos en las iteraciones, se determinan los parámetros estadísticos y con base en lo expresado en el marco teórico (Ecuación 16), se determina la Probabilidad de Falla (PF) del IF para cada uno de los niveles de la estructura. En la Figura 22 se muestra la convergencia de la Pf del IF, para el nivel N+6,0m a partir de las 10.000 iteraciones realizadas. Los saltos en la gráfica representan una falla o resultado no satisfactorio de la deriva; de igual modo se observa el valor en el cual tiende a estabilizarse.

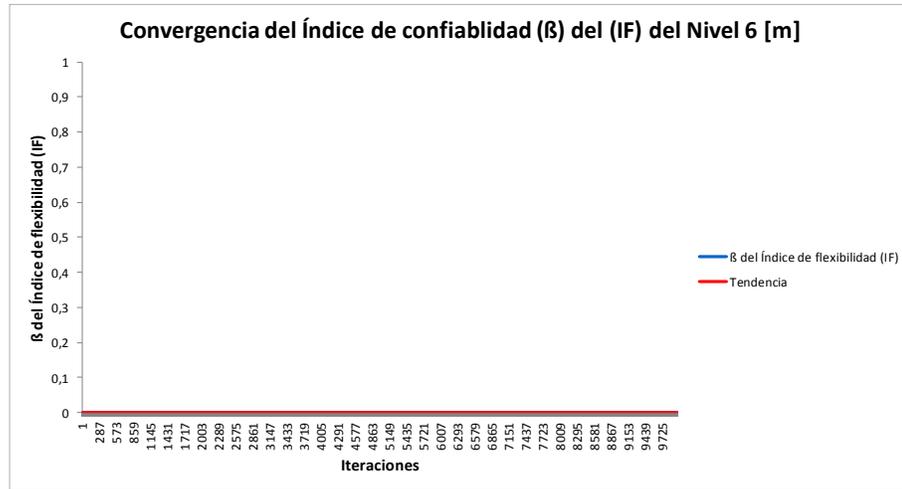
Figura 22. Convergencia de la Probabilidad de falla (Pf) del Índice de Flexibilidad (IF) para el Nivel Nv+6,0m. Varían ( $E_s$ ,  $\rho_s$ ,  $F_y$  y  $F_u$ ).



En la Figura 23 se muestra la convergencia del índice de confiabilidad ( $\beta$ ) del IF, para el nivel N+6,0m. La gráfica se genera conforme a la Ecuación 10. Recordando que la función que describe la confiabilidad fue acotada con un valor máximo de  $\beta_{max} = 5,0$  para valores de probabilidad de falla de 0,0; dado que, para este valor y en  $PF = 1,0$  la función es asintótica (Ver Figura 6).

De igual modo, y considerando que solo los valores positivos de  $\beta$ , tienen relevancia para estudios de confiabilidad, cuando la probabilidad de falla excede de 0.5 ( $PF \geq 0,5$ ), el valor de confiabilidad mínimo se toma como 0,0.

Figura 23. Convergencia del Índice de Confiabilidad ( $\beta$ ) del Índice de Flexibilidad (IF) para el Nivel Nv+6,0m. Varían (Es,  $\rho_S$ , Fy y Fu).



La Tabla 13 comprende el resumen de resultados del IF para el análisis de confiabilidad realizado a la estructura en el nivel N+6,0m (nivel crítico de la estructura).

Tabla 13. Resumen de Resultados: Confiabilidad del Índice de Flexibilidad (IF) para el Nivel N+6,0m (Varían: Es,  $\rho_S$ , Fy y Fu)

<b>Parámetro Estadístico</b>	<b>IF</b> <b>[Figura 21]</b>	<b>PF</b> <b>[Figura 22]</b>	<b><math>\beta</math></b> <b>[Figura 23]</b>
Media ( $\mu$ )	1,0303	6,69E-01	0,0000
Desviación ( $\sigma$ )	0,0637	1,29E-02	0,0000
Tendencia	-	6,66E-01	0,0000
Varianza ( <b>V</b> )	0,0041	1,66E-04	0,0000
Mínimo	0,8317	5,00E-01	0,0000
Máximo	1,3348	1,00	0,0000
Rango	0,5031	5,00E-01	0,0000
No. Fallas	6663/10000	-	-

En los siguientes numerales o secciones se registran los resultados para los niveles restantes de la estructura (N+3,0m, N+9,0m y N+12,0m) de manera compacta

**6.5.1.2. Resultados para el Nivel N+3,0m – varían simultáneamente ( $E_s$ ,  $\rho_s$ ,  $F_y$  y  $F_u$ ).** En las Figuras 24, 25, 26 y 27 se presentan los resultados correspondientes Zona segura y Zona de Falla, Histograma, Probabilidad de Falla e Índice de Confiabilidad respectivamente para el nivel N+3,0m para 10000 iteraciones. En La Tabla 14 se muestra el resumen de resultados.

El Comportamiento observado en las gráficas de Probabilidad de Falla e Índice de Confiabilidad, se debe a que, para ese nivel en particular, se presentó una única falla. Por ende, las curvas de PF y  $\beta$  presentan un salto brusco en la iteración donde se presenta dicha falla.

Figura 24. Zona segura y Zona de falla del Índice de Flexibilidad (IF) para el Nivel N+3,0m. Varían ( $E_s$ ,  $\rho_s$ ,  $F_y$  y  $F_u$ )

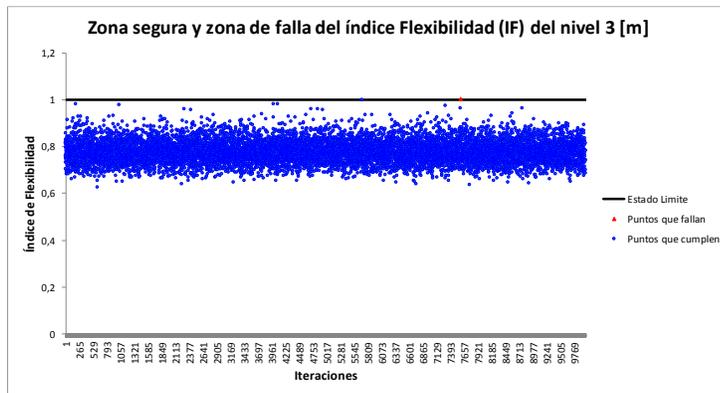


Figura 25. Histograma del Índice de Flexibilidad (IF) para el Nivel N+3,0m. Varían ( $E_s$ ,  $\rho_s$ ,  $F_y$  y  $F_u$ )

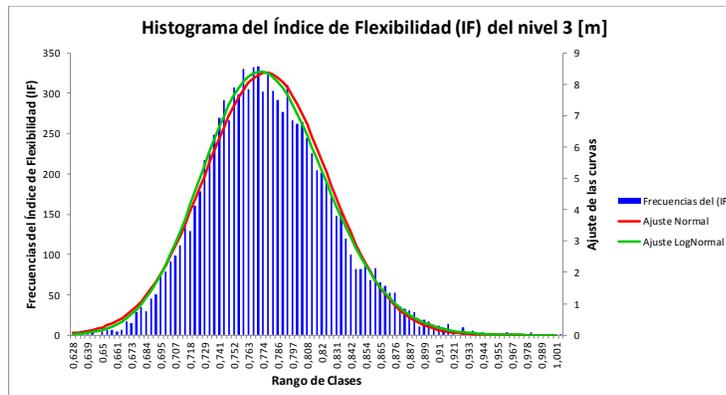


Figura 26. Convergencia de la Probabilidad de Falla (Pf) del Índice de Flexibilidad (IF) para el Nivel Nv+3,0m. Varían (Es,  $\rho_s$ , Fy y Fu).

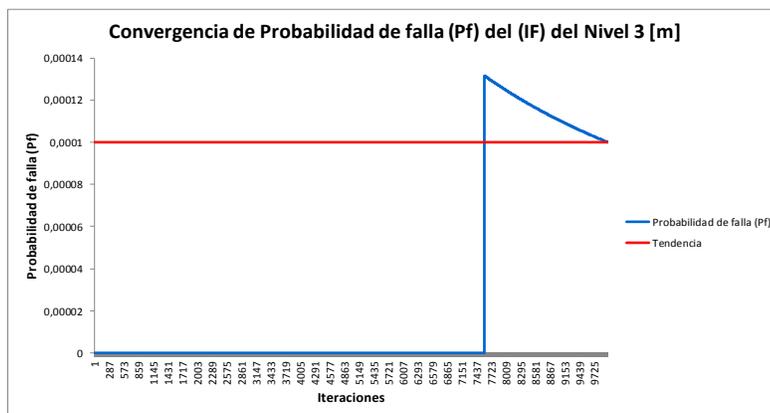


Figura 27. Convergencia del Índice de Confiabilidad ( $\beta$ ) del Índice de Flexibilidad (IF) para el Nivel Nv+3,0m. Varían (Es,  $\rho_s$ , Fy y Fu).

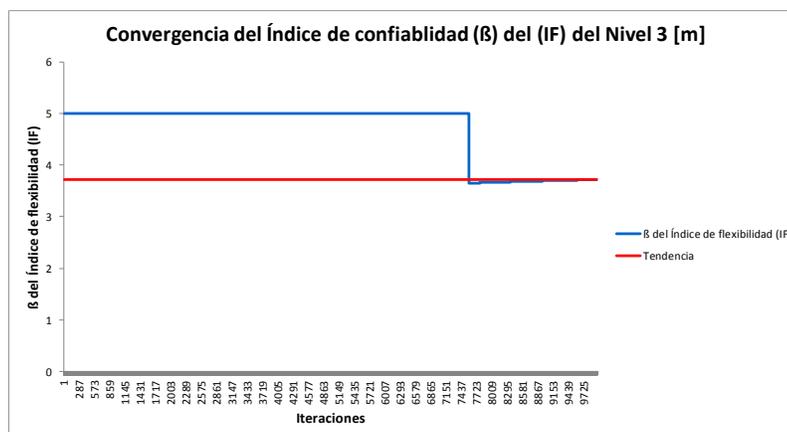


Tabla 14. Resumen de Resultados: Confiabilidad del Índice de Flexibilidad (IF) para el Nivel N+3,0m (Varían: Es,  $\rho_s$ , Fy y Fu)

<i>Parámetro Estadístico</i>	<i>IF</i> <i>[Figura 25]</i>	<i>PF</i> <i>[Figura 26]</i>	<i>β</i> <i>[Figura 27]</i>
Media ( $\mu$ )	0,7768	2,75E-05	4,6836
Desviación ( $\sigma$ )	0,0477	4,91E-05	0,5620
Tendencia	-	1,00E-04	3,7190
Varianza ( <i>V</i> )	0,0023	2,41E-09	0,3159
Mínimo	0,6276	0,00	3,6489
Máximo	1,0043	1,32E-04	5,0000
Rango	0,3767	1,32E-04	1,3511
No. Fallas	1,00/10000	-	-

**6.5.1.3. Resultados para el Nivel N+9,0m – varían simultáneamente (Es,  $\rho_s$ , Fy y Fu).** En las Figuras 28, 28, 30 y 31 se presentan los resultados correspondientes a Zona segura y Zona de Falla, Histograma, Probabilidad de Falla e Índice de Confiabilidad respectivamente para el nivel N+9,0m para 10000 iteraciones. En La Tabla 15 se muestra el resumen de resultados.

Figura 28. Zona segura y Zona de falla del Índice de Flexibilidad (IF) para el Nivel N+9,0m. Varían (Es,  $\rho_s$ , Fy y Fu)

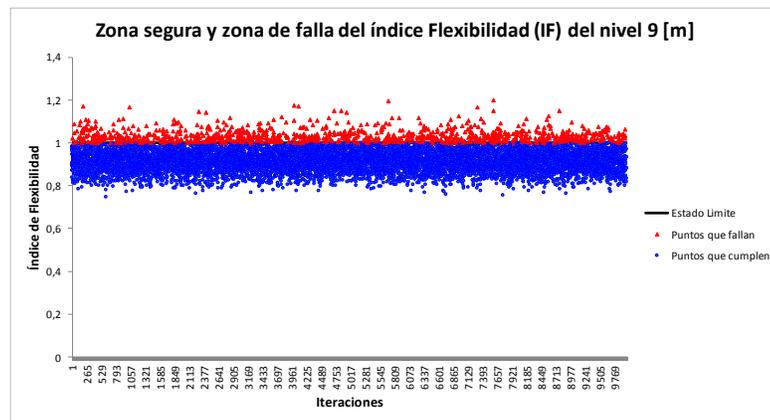


Figura 29. Histograma del Índice de Flexibilidad (IF) para el Nivel N+9,0m. Varían (Es,  $\rho_s$ , Fy y Fu)

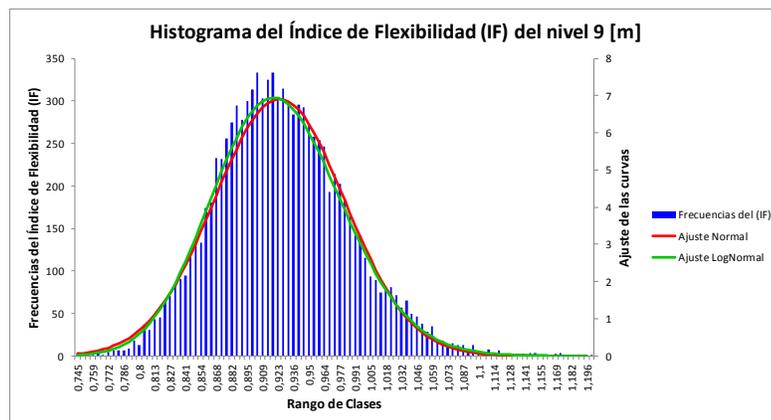


Figura 30. Convergencia de la Probabilidad de Falla (Pf) del Índice de Flexibilidad (IF) para el Nivel Nv+9,0m. Varían (Es,  $\rho_s$ , Fy y Fu).

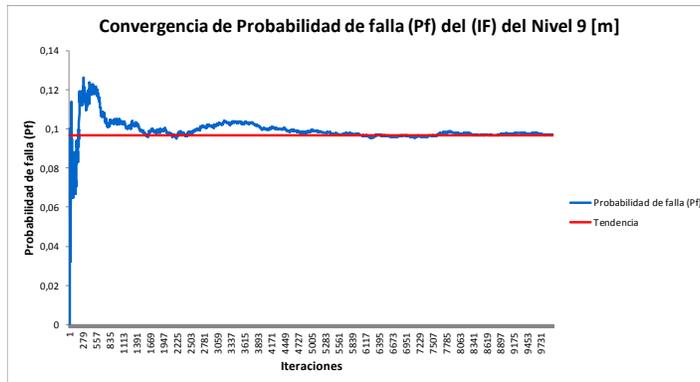


Figura 31. Convergencia del Índice de Confiabilidad ( $\beta$ ) del Índice de Flexibilidad (IF) para el Nivel Nv+9,0m. Varían (Es,  $\rho_s$ , Fy y Fu).

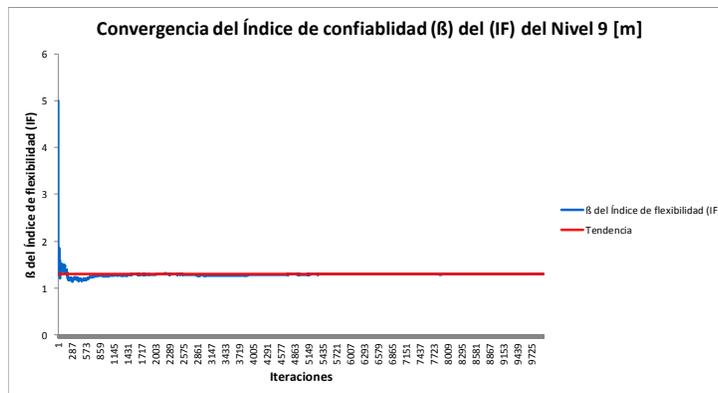


Tabla 15. Resumen de Resultados: Confiabilidad del Índice de Flexibilidad (IF) para el Nivel N+9,0m (Varían: Es,  $\rho_s$ , Fy y Fu)

<b>Parámetro Estadístico</b>	<b>IF [Figura 29]</b>	<b>PF [Figura 30]</b>	<b><math>\beta</math> [Figura 31]</b>
Media ( $\mu$ )	0,9240	9,91E-02	1,2902
Desviación ( $\sigma$ )	0,0577	6,42E-03	0,1166
Tendencia	-	9,68E-02	1,3000
Varianza ( <b>V</b> )	0,0033	4,12E-05	0,0136
Mínimo	0,7451	0,00	1,1442
Máximo	1,2005	1,26E-01	5,0000
Rango	0,4554	1,26E-01	3,8558
No. Fallas	968/10000	-	-

**6.5.1.4. Resultados para el Nivel N+12,0m – varían simultáneamente ( $E_s$ ,  $\rho_s$ ,  $F_y$  y  $F_u$ ).** En las Figuras 32, 33, 34 y 35 se presentan los resultados correspondientes a Zona segura y Zona de Falla, Histograma, Probabilidad de Falla e Índice de Confiabilidad respectivamente para el nivel N+12,0m para 10000 iteraciones. En La Tabla 16 se muestra el resumen de resultados.

El Comportamiento observado en las gráficas de Probabilidad de Falla e Índice de Confiabilidad, se debe a que, para ese nivel en particular, no se presentó ninguna falla. Por ende, la PF se hace cero y el valor de  $\beta$  se hace máximo ( $\beta = 5,0$ ).

Figura 32. Zona segura y Zona de falla del Índice de Flexibilidad (IF) para el Nivel N+12,0m. Varían ( $E_s$ ,  $\rho_s$ ,  $F_y$  y  $F_u$ )

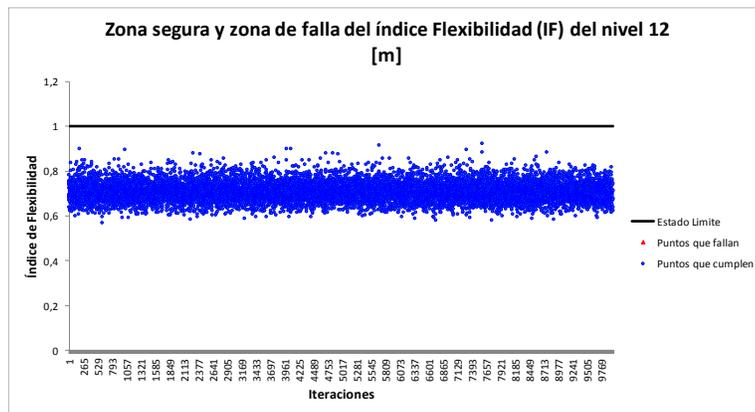


Figura 33. Histograma del Índice de Flexibilidad (IF) para el Nivel N+12,0m. Varían ( $E_s$ ,  $\rho_s$ ,  $F_y$  y  $F_u$ )

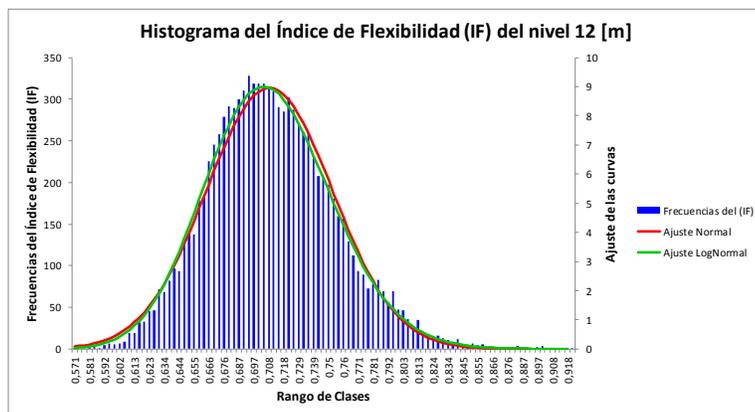


Figura 34. Convergencia de la Probabilidad de Falla (Pf) del Índice de Flexibilidad (IF) para el Nivel Nv+12,0m. Varían (Es,  $\rho_s$ , Fy y Fu)

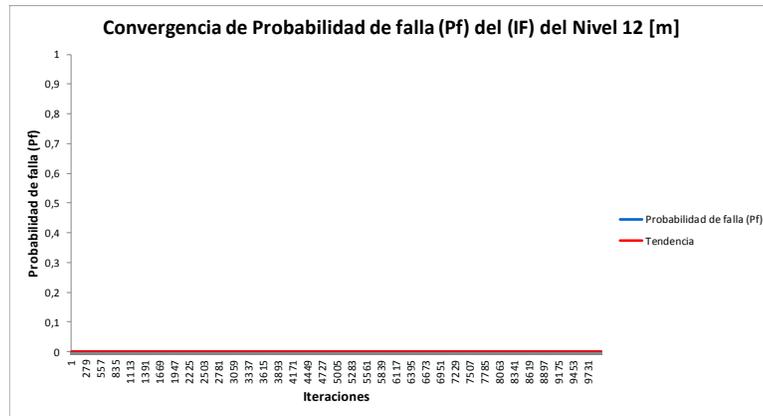


Figura 35. Convergencia del Índice de Confiabilidad ( $\beta$ ) del Índice de Flexibilidad (IF) para el Nivel Nv+12,0m. Varían (Es,  $\rho_s$ , Fy y Fu)

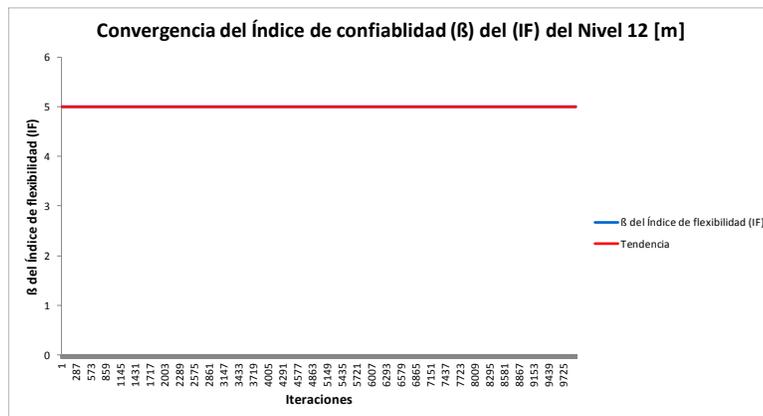


Tabla 16. Resumen de Resultados: Confiabilidad del Índice de Flexibilidad (IF) para el Nivel N+12,0m (Varían: Es,  $\rho_s$ , Fy y Fu)

<b>Parámetro Estadístico</b>	<b>IF [Figura 33]</b>	<b>PF [Figura 34]</b>	<b><math>\beta</math> [Figura 35]</b>
Media ( $\mu$ )	0,7082	0,00	5,00
Desviación ( $\sigma$ )	0,0445	0,00	0,00
Tendencia	-	0,00	5,00
Varianza ( <b>V</b> )	0,0020	0,00	0,00
Mínimo	0,5707	0,00	5,00
Máximo	0,9219	0,00	5,00
Rango	0,3512	0,00	0,00
No. Fallas	0,00/10000	-	-

**6.5.2. Resultados para los Periodos Fundamentales en las direcciones principales de la Estructura (Tx, Ty) Variando Es,  $\rho_s$ , Fy y Fu.** En cada una de las 10000 iteraciones, se extraían las salidas del análisis estructural de cada periodo fundamental en las direcciones principales X, Y. Su análisis estadístico tanto en sentido X (Tx) como Y (Ty) se presentan a continuación:

**6.5.2.1. Resultados para el Periodo Fundamental en Sentido X (Tx).** En las Figuras 36, 37, 38 y 39 se presentan los resultados correspondientes a Zona segura y Zona de Falla, Histograma, Probabilidad de Falla e Índice de Confiabilidad respectivamente para el periodo en sentido X. En La Tabla 17 se muestra el resumen de resultados.

Figura 36. Zona segura y Zona de falla para el Periodo Tx. Varían (Es,  $\rho_s$ , Fy y Fu)

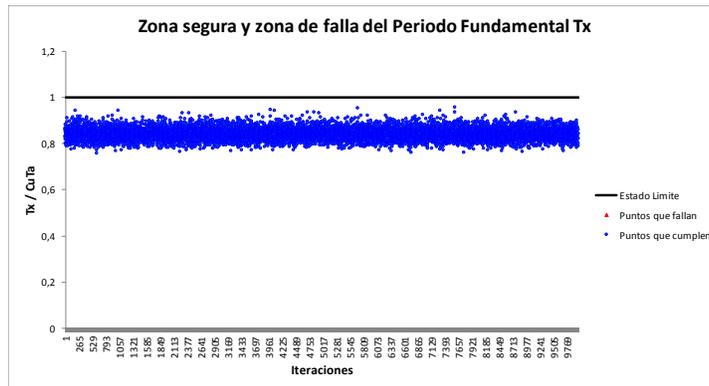


Figura 37. Histograma para el Periodo Tx. Varían (Es,  $\rho_s$ , Fy y Fu)

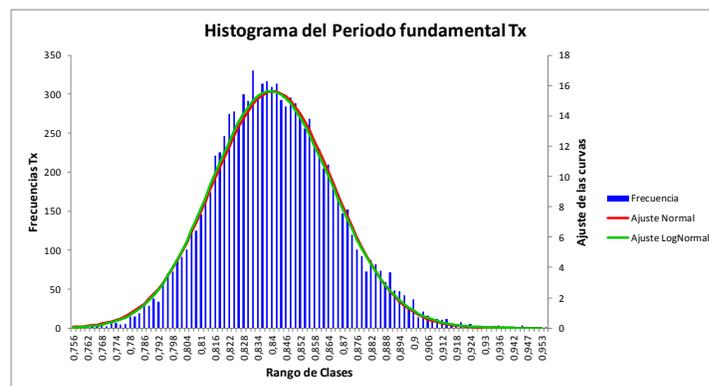


Figura 38. Convergencia de la Probabilidad de Falla (Pf) para el Periodo Tx. Varían (Es,  $\rho_s$ , Fy y Fu).

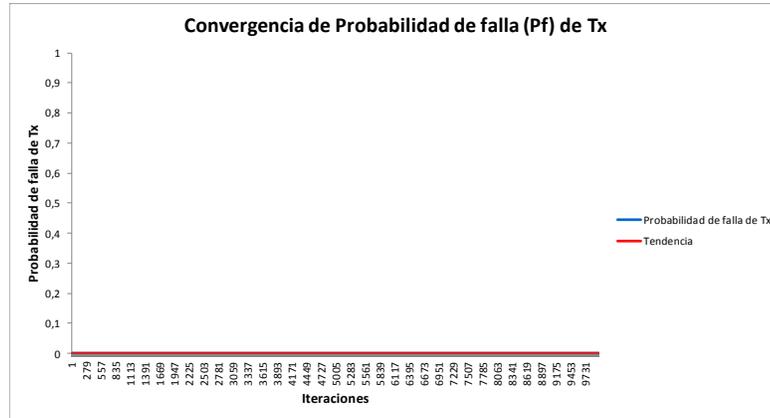


Figura 39. Convergencia del Índice de Confiabilidad ( $\beta$ ) para el Periodo Tx. Varían (Es,  $\rho_s$ , Fy y Fu).

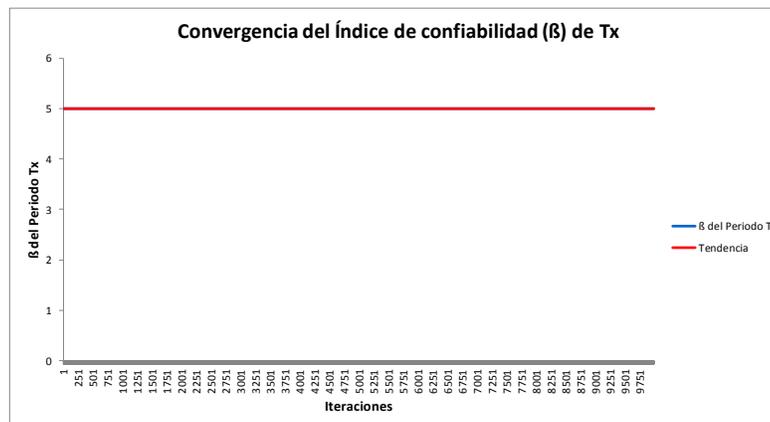


Tabla 17. Resumen de Resultados: Confiabilidad para el Periodo Tx de la Estructura (Varían: Es,  $\rho_s$ , Fy y Fu)

<b>Parámetro Estadístico</b>	<b>Tx [seg]</b>	<b>Tx/CuTa [Figura 37]</b>	<b>PF [Figura 38]</b>	<b><math>\beta</math> [Figura 39]</b>
Media ( $\mu$ )	0,5610	0,7082	0,00	5,00
Desviación ( $\sigma$ )	0,0171	0,0445	0,00	0,00
Tendencia	-	-	0,00	5,00
Varianza ( <b>V</b> )	0,0004	0,0020	0,00	0,00
Mínimo	0,5047	0,5707	0,00	5,00
Máximo	0,6378	0,9219	0,00	5,00
Rango	0,1331	0,3512	0,00	0,00
No. Fallas	0,00/10000	0,00/10000	-	-

**6.5.2.2. Resultados para el Periodo Fundamental en Sentido Y (Ty).** En las Figuras 40, 41, 42 y 43 se presentan los resultados correspondientes a Zona segura y Zona de Falla, Histograma, Probabilidad de Falla e Índice de Confiabilidad respectivamente para el periodo en sentido Y. En La Tabla 18 se muestra el resumen de resultados.

Figura 40. Zona segura y Zona de falla para el Periodo Ty. Varían (Es,  $\rho_s$ , Fy y Fu)

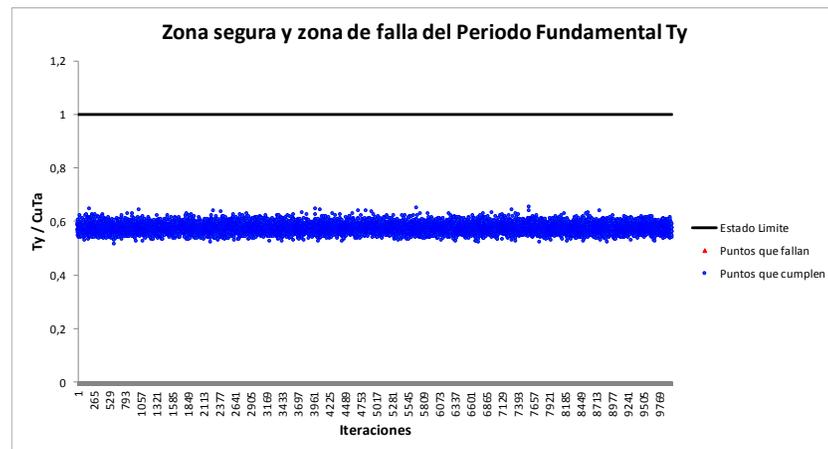


Figura 41. Histograma para el Periodo Ty. Varían (Es,  $\rho_s$ , Fy y Fu)

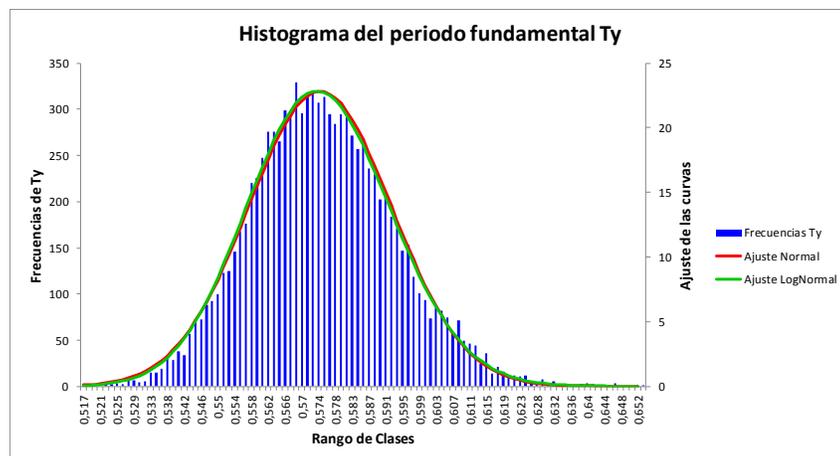


Figura 42. Convergencia de la Probabilidad de Falla (Pf) para el Periodo Ty. Varían (Es,  $\rho_s$ , Fy y Fu).

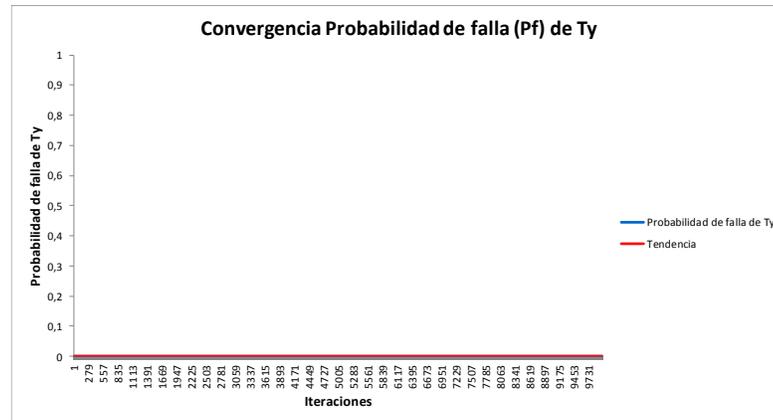


Figura 43. Convergencia del Índice de Confiabilidad ( $\beta$ ) para el Periodo Ty. Varían (Es,  $\rho_s$ , Fy y Fu).

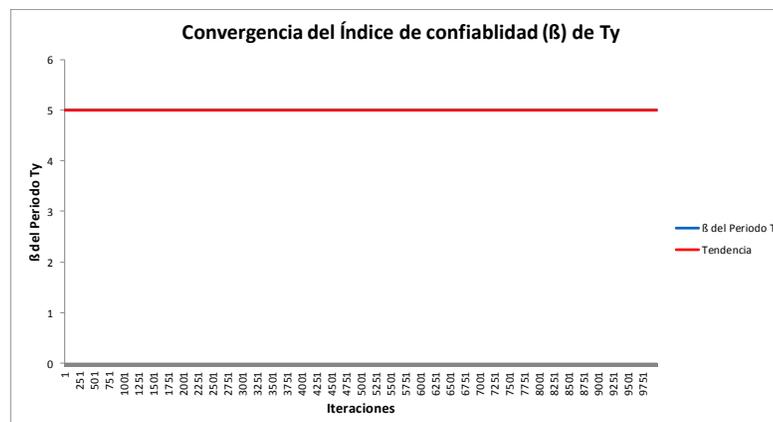


Tabla 18. Resumen de Resultados: Confiabilidad para el Periodo Ty de la Estructura (Varían: Es,  $\rho_s$ , Fy y Fu)

<b>Parámetro Estadístico</b>	<b>Ty [seg]</b>	<b>Ty/CuTa [Figura 41]</b>	<b>PF [Figura 42]</b>	<b><math>\beta</math> [Figura 43]</b>
Media ( $\mu$ )	0,3837	0,5748	0,00	5,00
Desviación ( $\sigma$ )	0,0117	0,0175	0,00	0,00
Tendencia	-	-	0,00	5,00
Varianza ( <b>V</b> )	0,0002	0,0003	0,00	0,00
Mínimo	0,3452	0,5171	0,00	5,00
Máximo	0,4362	0,6535	0,00	5,00
Rango	0,0911	0,1364	0,00	0,00
No. Fallas	0,00/10000	0,00/10000	-	-

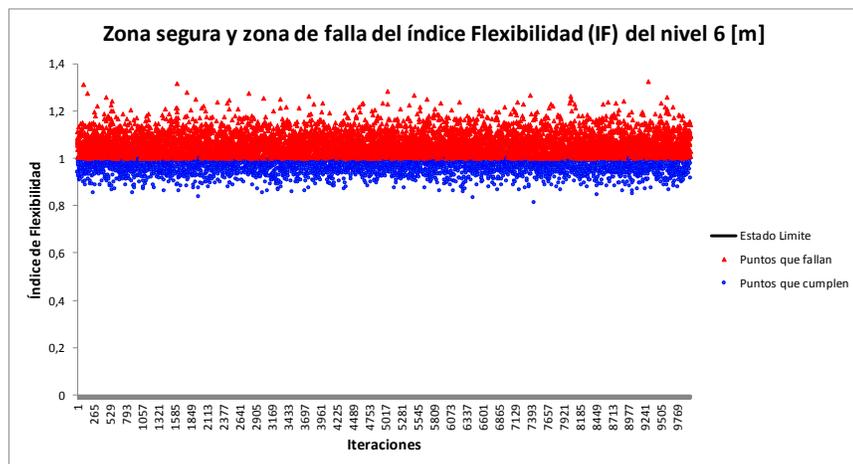
## 6.6. ANÁLISIS DE CONFIABILIDAD. CASO 2: VARIACIÓN SÓLO DEL MÓDULO DE ELASTICIDAD $E_s$ ( $F_y$ , $F_u$ Y $\rho_s$ SON CONSTANTES)

En esta sección se muestran los resultados de probabilidad de falla (PF) en índice de confiabilidad ( $\beta$ ) para el índice de Flexibilidad de la estructura por cada nivel y para sus periodos fundamentales en cada dirección ( $T_x$  y  $T_y$ ). A diferencia del caso anterior, solo varía la propiedad del Módulo de Elasticidad del acero ( $E_s$ ) y las demás propiedades se consideran como constantes. Los valores estadísticos del  $E_s$  empleados en la simulación son los presentados en la Tabla 12.

**6.6.1. Resultados para el Índice de Flexibilidad (IF) por Piso.** De igual modo que en caso de estudio anterior, se presenta primero el nivel crítico de la estructura (Segundo piso N+6,0m). Posteriormente y de manera resumida, se muestran los resultados para los demás niveles o pisos de la estructura.

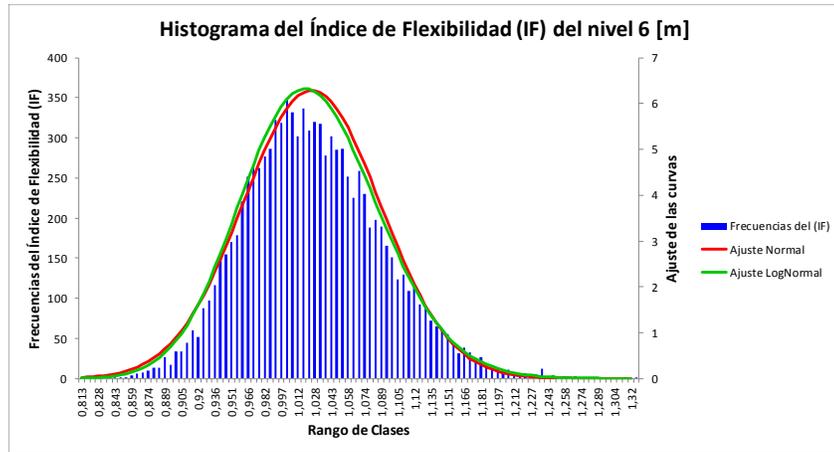
**6.6.1.1. Resultados para el Nivel N+6,0m – varía sólo  $E_s$ .** La Figura 44 muestra que, para el nivel en mención se presentaron 6309 resultados en zona de falla (Estado límite  $IF > 1.0$ ), en donde el IF excede el límite máximo normativo del 1% (Tabla 8).

Figura 44. Zona segura y Zona de falla del Índice de Flexibilidad (IF) para el Nivel Nv+6,0m. Varía ( $E_s$ ).



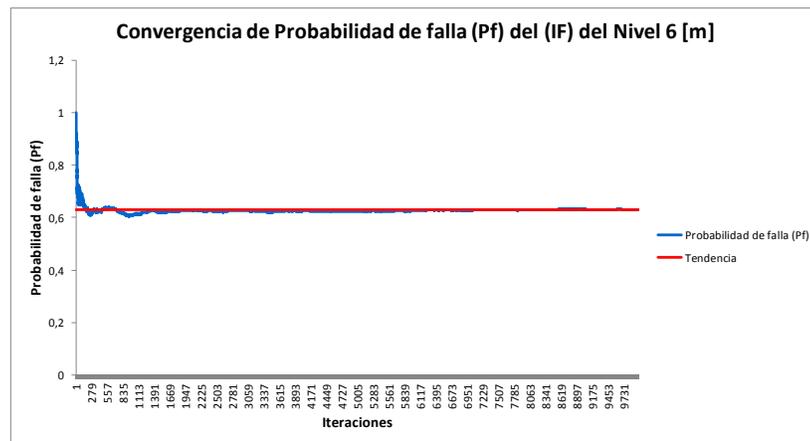
La Figura 45 muestra el histograma del Índice de Flexibilidad (IF) para el nivel N+6,0m de las 10.000 iteraciones realizadas.

Figura 45. Histograma del Índice de Flexibilidad (IF) para el Nivel N+6,0m. Varía (Es)



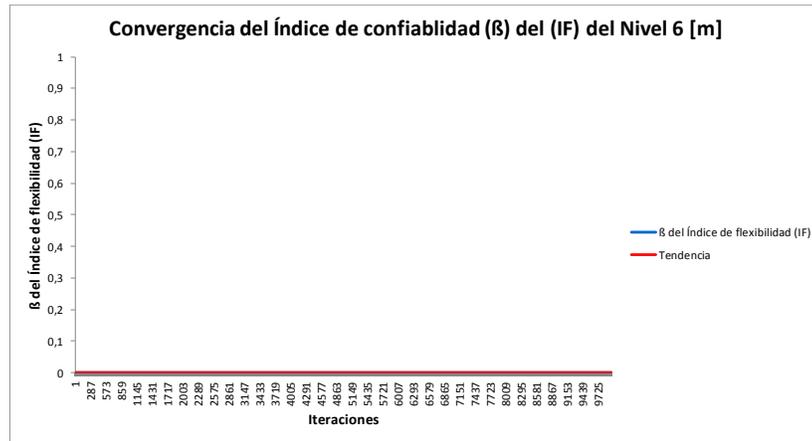
En la Figura 46 se muestra la convergencia de la Pf del IF, para el nivel N+6,0m a partir de las 10.000 iteraciones realizadas. Los saltos en la gráfica representan una falla o resultado no satisfactorio de la deriva; de igual modo se observa el valor en el cual tiende a estabilizarse.

Figura 46. Convergencia de la Probabilidad de falla (Pf) del Índice de Flexibilidad (IF) para el Nivel Nv+6,0m. Varía (Es)



En la Figura 47 muestra la convergencia del índice de confiabilidad ( $\beta$ ) del IF, para el nivel N+6,0m.

Figura 47. Convergencia del Índice de Confiabilidad ( $\beta$ ) del Índice de Flexibilidad (IF) para el Nivel Nv+6,0m. Varía (Es).



La Tabla 19 comprende el resumen de resultados del IF para el análisis de confiabilidad realizado a la estructura en el nivel N+6,0m

Tabla 19. Resumen de Resultados: Confiabilidad del Índice de Flexibilidad (IF) para el Nivel N+6,0m Varía (Es).

<b>Parámetro Estadístico</b>	<b>IF [Figura 45]</b>	<b>PF [Figura 46]</b>	<b><math>\beta</math> [Figura 47]</b>
Media ( $\mu$ )	1,0251	6,27E-01	0,00
Desviación ( $\sigma$ )	0,0634	1,60E-02	0,00
Tendencia	-	6,31E-01	0,00
Varianza ( <b>V</b> )	0,0040	2,57E-04	0,00
Mínimo	0,8126	6,04E-01	0,00
Máximo	1,3248	1,00	0,00
Rango	0,5122	3,96E-01	0,00
No. Fallas	6309/10000	-	-

En los siguientes numerales o secciones se registran los resultados para los niveles restantes de la estructura (N+3,0m, N+9,0m y N+12,0m) de manera compacta. El proceso de obtención de estos es el mismo explicado para el piso crítico o N+6,0m en la presente sección.

**6.6.1.2. Resultados para el Nivel N+3,0m – varía sólo Es.** En las Figuras 48, 49, 50 y 51 se presentan los resultados correspondientes a Zona segura y Zona de Falla, Histograma, Probabilidad de Falla e Índice de Confiabilidad respectivamente para el IF de la estructura en el nivel N+3,0m. En La Tabla 20 se muestra el resumen de resultados.

Figura 48. Zona segura y Zona de falla del Índice de Flexibilidad (IF) para el Nivel Nv+3,0m. Varía (Es).

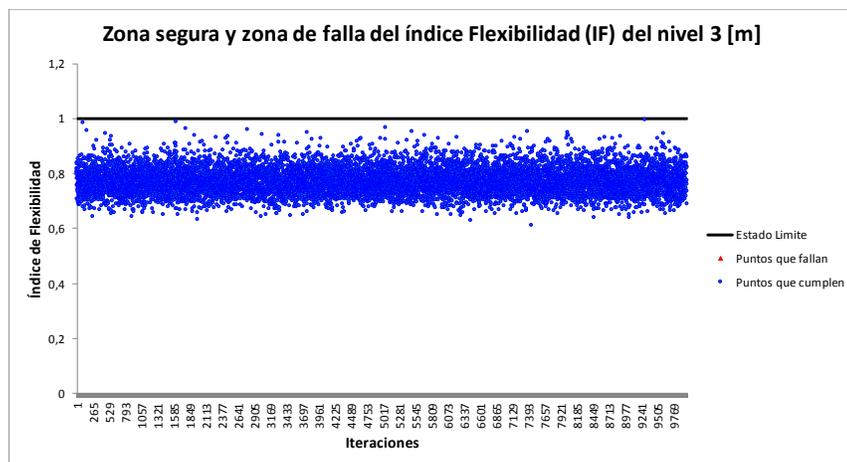


Figura 49. Histograma del Índice de Flexibilidad (IF) para el Nivel N+3,0m. Varía (Es).

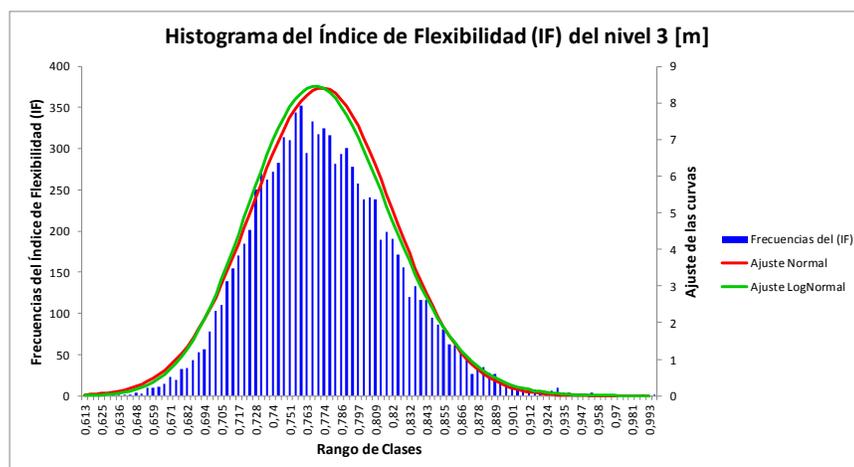


Figura 50. Convergencia de la Probabilidad de falla (Pf) del Índice de Flexibilidad (IF) para el Nivel Nv+3,0m. Varía (Es).



Figura 51. Convergencia del Índice de Confiabilidad ( $\beta$ ) del Índice de Flexibilidad (IF) para el Nivel Nv+3,0m. Varía (Es).

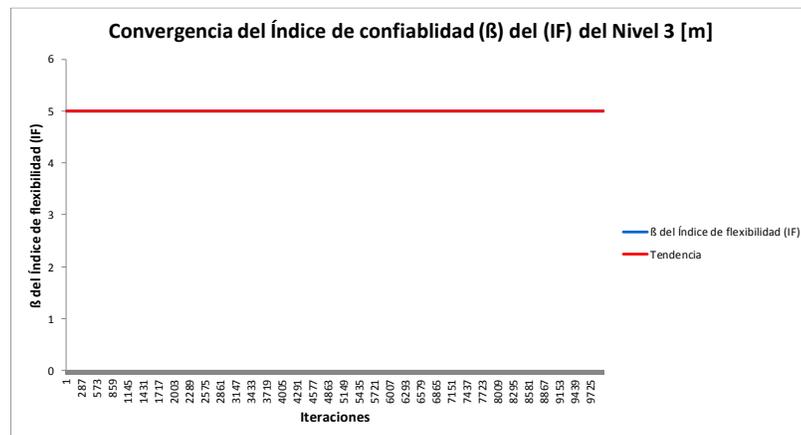


Tabla 20. Resumen de Resultados: Confiabilidad del Índice de Flexibilidad (IF) para el Nivel N+3,0m Varía (Es).

<b>Parámetro Estadístico</b>	<b>IF [Figura 49]</b>	<b>PF [Figura 50]</b>	<b><math>\beta</math> [Figura 51]</b>
Media ( $\mu$ )	0,7728	0,00	5,00
Desviación ( $\sigma$ )	0,0474	0,00	0,00
Tendencia	-	0,00	5,00
Varianza ( <b>V</b> )	0,0022	0,00	0,00
Mínimo	0,6131	0,00	5,00
Máximo	0,9967	0,00	5,00
Rango	0,3836	0,00	0,00
No. Fallas	0,00/10000	-	-

**6.6.1.3. Resultados para el Nivel N+9,0m – varía sólo Es.** En las Figuras 52, 53, 54 y 55 se presentan los resultados correspondientes a Zona segura y Zona de Falla, Histograma, Probabilidad de Falla e Índice de Confiabilidad respectivamente para el IF de la estructura en el nivel N+9,0m. En La Tabla 21 se muestra el resumen de resultados.

Figura 52. Zona segura y Zona de falla del Índice de Flexibilidad (IF) para el Nivel Nv+9,0m. Varía (Es).

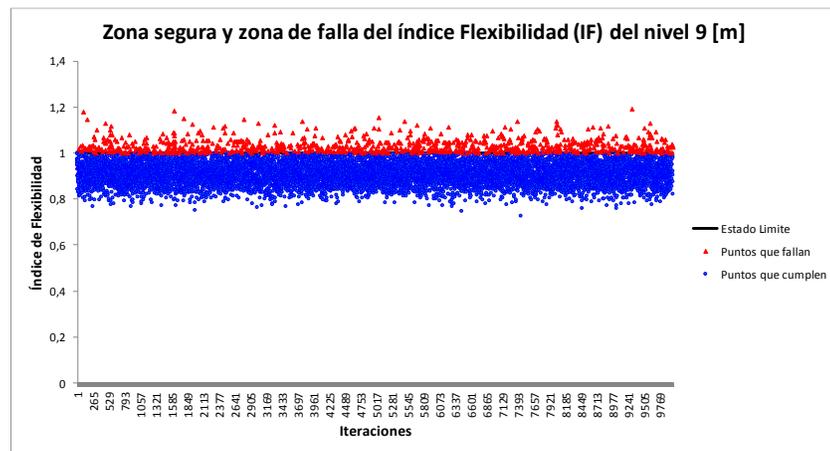


Figura 53. Histograma del Índice de Flexibilidad (IF) para el Nivel N+9,0m. Varía (Es).

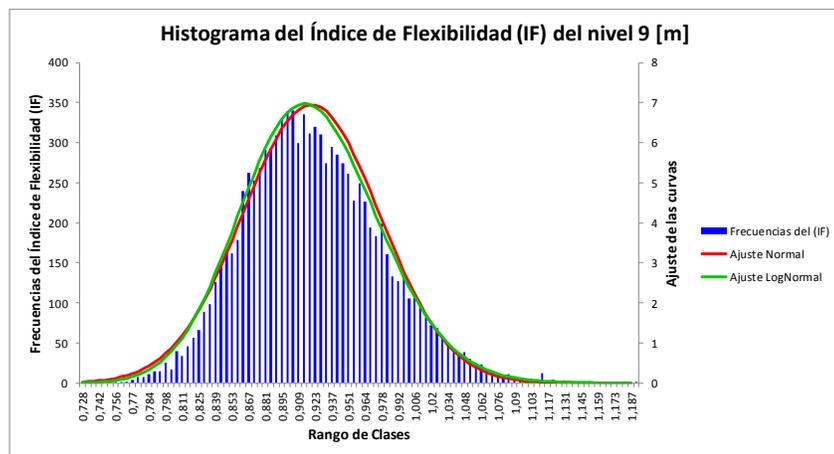


Figura 54. Convergencia de la Probabilidad de falla (Pf) del Índice de Flexibilidad (IF) para el Nivel Nv+9,0m. Varía (Es).

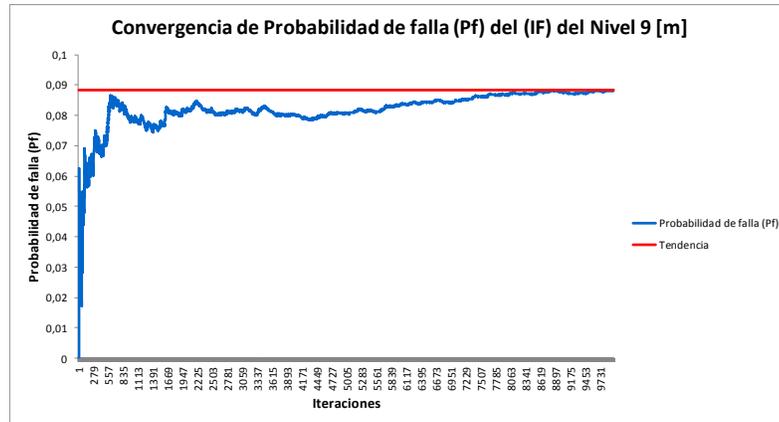


Figura 55. Convergencia del Índice de Confiabilidad ( $\beta$ ) del Índice de Flexibilidad (IF) para el Nivel Nv+9,0m. Varía (Es)

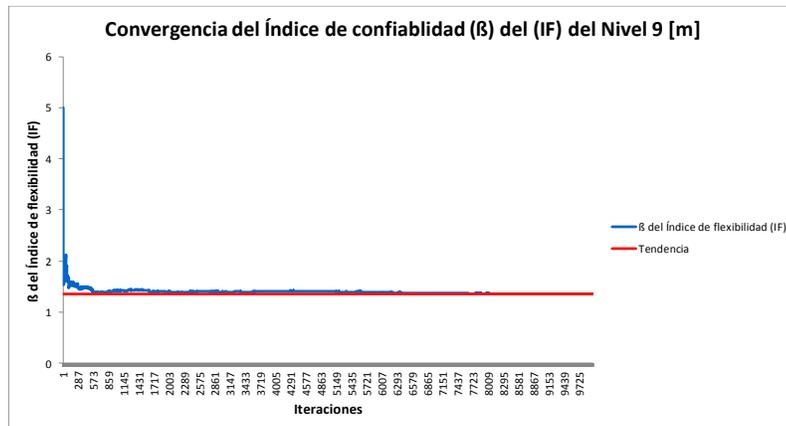


Tabla 21. Resumen de Resultados: Confiabilidad del Índice de Flexibilidad (IF) para el Nivel N+9,0m Varía (Es).

<b>Parámetro Estadístico</b>	<b>IF [Figura 53]</b>	<b>PF [Figura 55]</b>	<b><math>\beta</math> [Figura 55]</b>
Media ( $\mu$ )	0,9195	8,19E-02	1,3989
Desviación ( $\sigma$ )	0,0574	7,16E-03	0,1492
Tendencia	-	8,83E-02	1,3513
Varianza ( <b>V</b> )	0,0033	5,13E-05	0,0223
Mínimo	0,7281	0,00	1,3505
Máximo	1,1915	8,84E-02	5,0000
Rango	0,4634	8,84E-02	3,6495
No. Fallas	883/10000	-	-

**6.6.1.4. Resultados para el Nivel N+12,0m – varía sólo Es.** En las Figuras 56, 57, 58 y 59 se presentan los resultados correspondientes a Zona segura y Zona de Falla, Histograma, Probabilidad de Falla e Índice de Confiabilidad respectivamente para el IF de la estructura en el nivel N+12,0m. En La Tabla 22 se muestra el resumen de resultados.

Figura 56. Zona segura y Zona de falla del Índice de Flexibilidad (IF) para el Nivel Nv+12,0m. Varía (Es).

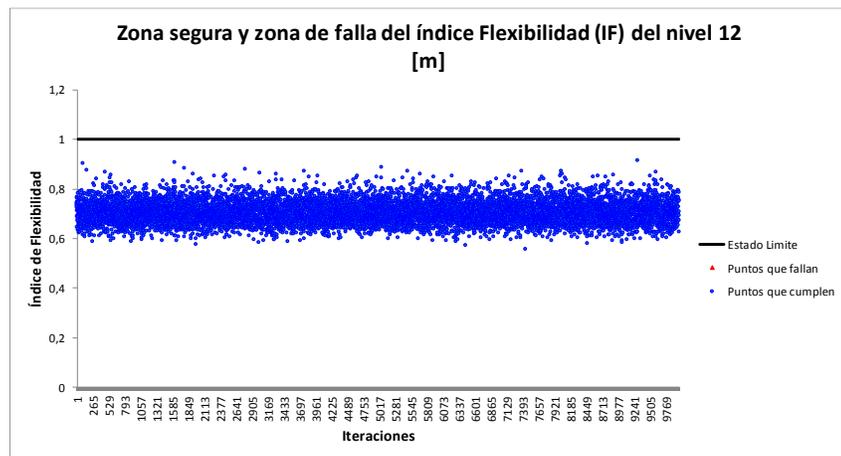


Figura 57. Histograma del Índice de Flexibilidad (IF) para el Nivel N+12,0m. Varía (Es).

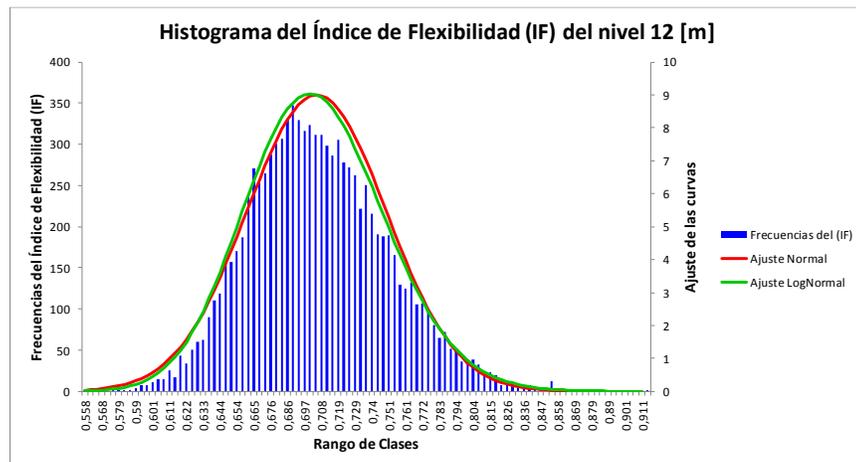


Figura 58. Convergencia de la Probabilidad de falla (Pf) del Índice de Flexibilidad (IF) para el Nivel Nv+12,0m. Varía (Es).

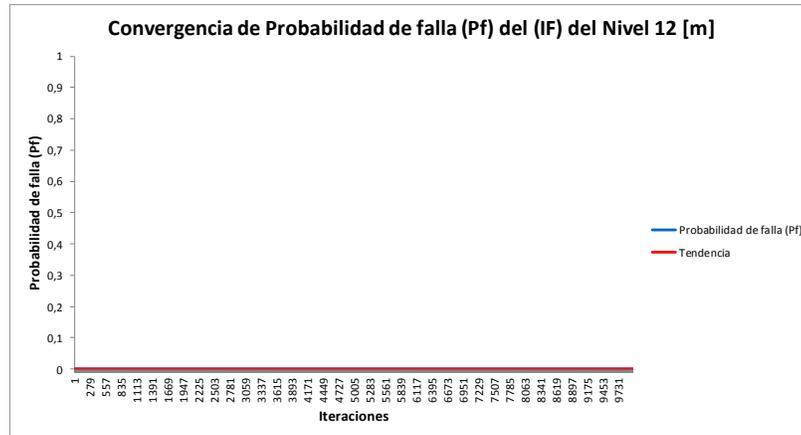


Figura 59. Convergencia del Índice de Confiabilidad ( $\beta$ ) del Índice de Flexibilidad (IF) para el Nivel Nv+12,0m. Varía (Es).

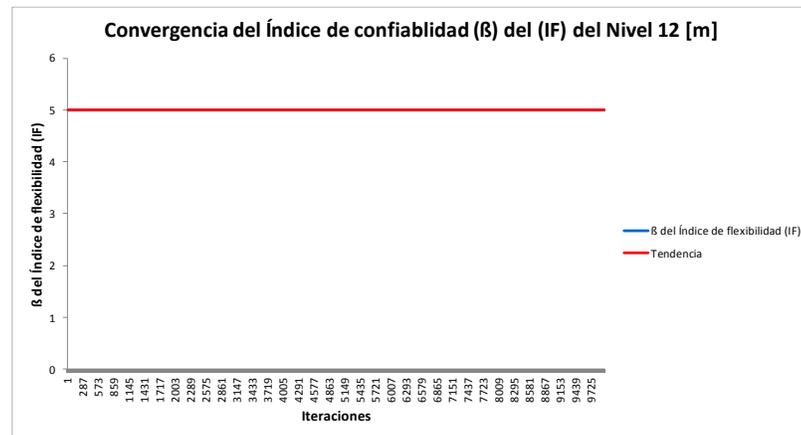


Tabla 22. Resumen de Resultados: Confiabilidad del Índice de Flexibilidad (IF) para el Nivel N+12,0m Varía (Es).

<b>Parámetro Estadístico</b>	<b>IF [Figura 57]</b>	<b>PF [Figura 58]</b>	<b><math>\beta</math> [Figura 59]</b>
Media ( $\mu$ )	0,7048	0,00	5,00
Desviación ( $\sigma$ )	0,0443	0,00	0,00
Tendencia	-	0,00	5,00
Varianza ( <b>V</b> )	0,0020	0,00	0,00
Mínimo	0,5578	0,00	5,00
Máximo	0,9150	0,00	5,00
Rango	0,3573	0,00	0,00
No. Fallas	0,00/10000	-	-

**6.6.2. Resultados para los Periodos Fundamentales en las direcciones principales de la Estructura (Tx, Ty) Variando Es.** Se presentan a continuación, los resultados obtenidos del análisis estadístico de confiabilidad para los periodos fundamentales de la estructura tanto en sentido X (Tx) como Y (Ty) en cada una de las 10000 iteraciones variando solo el Módulo de Elasticidad del acero Es.

**6.6.2.1. Resultados para el Periodo Fundamental en Sentido X (Tx).** En las Figuras 60, 61, 62 y 63 se presentan los resultados correspondientes a Zona segura y Zona de Falla, Histograma, Probabilidad de Falla e Índice de Confiabilidad respectivamente para el periodo en sentido X. En La Tabla 23 se muestra el resumen de estos resultados.

Figura 60. Zona segura y Zona de falla para el Periodo Tx. Varía (Es)

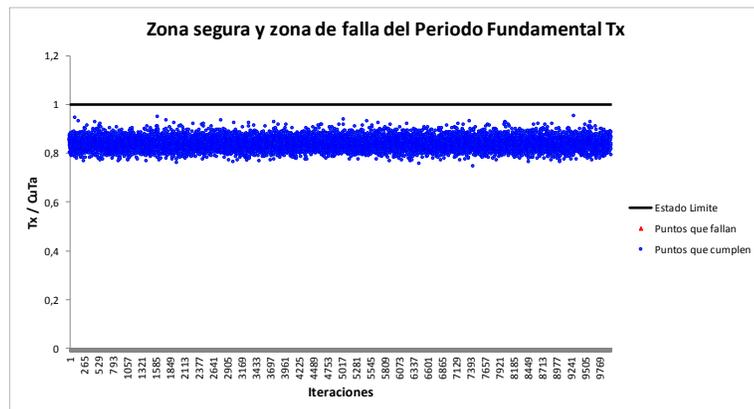


Figura 61. Histograma para el Periodo Tx. Varía (Es)

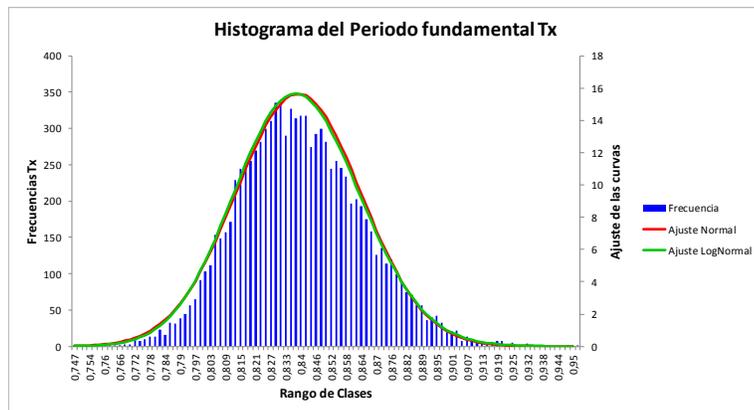


Figura 62. Convergencia de la Probabilidad de Falla (Pf) para el Periodo Tx. Varía (Es)



Figura 63. Convergencia del Índice de Confiabilidad ( $\beta$ ) para el Periodo Tx. Varía (Es)

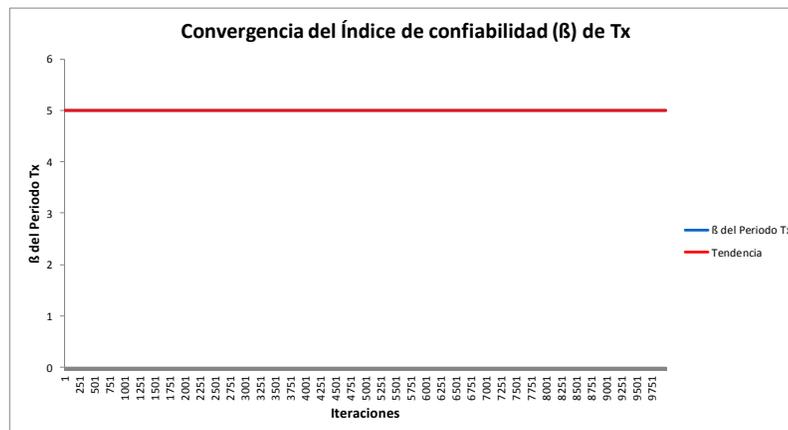


Tabla 23. Resumen de Resultados: Confiabilidad para el Periodo Tx de la Estructura (Varian: Es. Son constantes:  $\rho_s$ ,  $F_y$  y  $F_u$ )

<b>Parámetro Estadístico</b>	<b>Tx [seg]</b>	<b>Tx/CuTa [Figura 61]</b>	<b>PF [Figura 62]</b>	<b><math>\beta</math> [Figura 63]</b>
Media ( $\mu$ )	0,5597	0,8385	0,00	5,00
Desviación ( $\sigma$ )	0,0170	0,0255	0,00	0,00
Tendencia	-	-	0,00	5,00
Varianza ( <b>V</b> )	0,0004	0,0007	0,00	0,00
Mínimo	0,4990	0,7475	0,00	5,00
Máximo	0,6355	0,9520	0,00	5,00
Rango	0,1366	0,2046	0,00	0,00
No. Fallas	0,00/10000	0,00/10000	-	-

**6.6.2.2. Resultados para el Periodo Fundamental en Sentido Y (Ty).** En las Figuras 64, 65, 66 y 67 se presentan los resultados correspondientes a Zona segura y Zona de Falla, Histograma, Probabilidad de Falla e Índice de Confiabilidad respectivamente para el periodo en sentido Y. En La Tabla 24 se muestra el resumen de resultados.

Figura 64. Zona segura y Zona de falla para el Periodo Ty. Varía (Es)

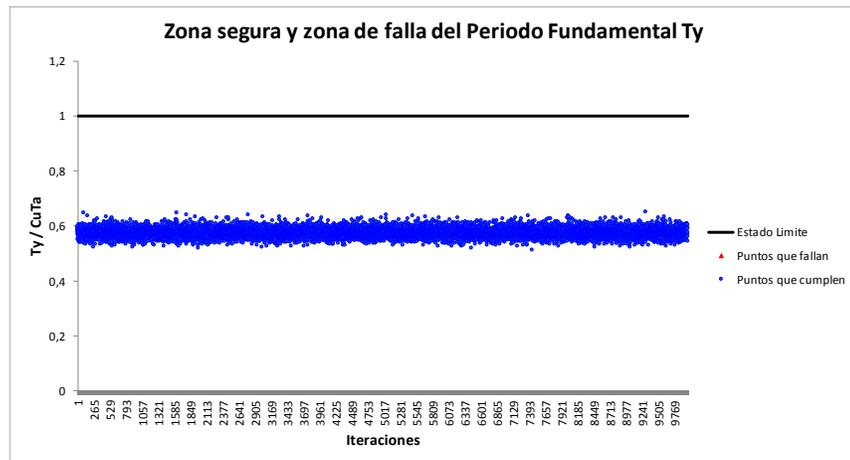


Figura 65. Histograma para el Periodo Ty. Varía (Es)

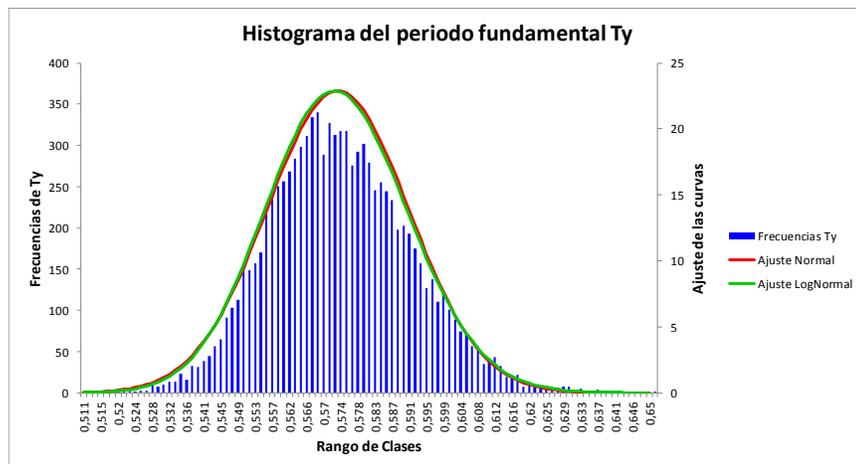


Figura 66. Convergencia de la Probabilidad de Falla (Pf) para el Periodo Ty. Varía (Es)

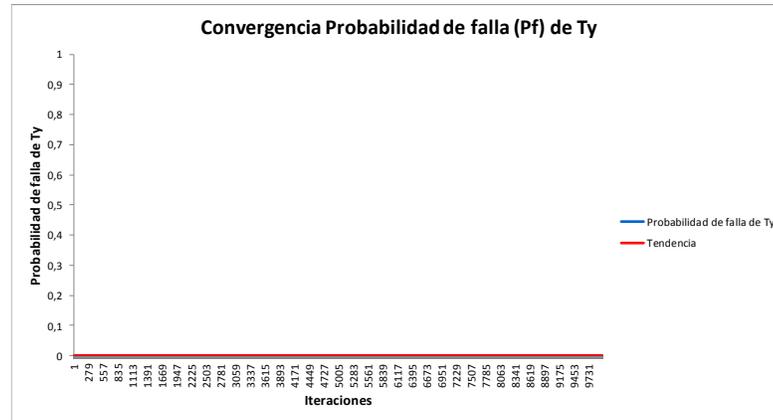


Figura 67. Convergencia del Índice de Confiabilidad ( $\beta$ ) para el Periodo Ty. Varía (Es).

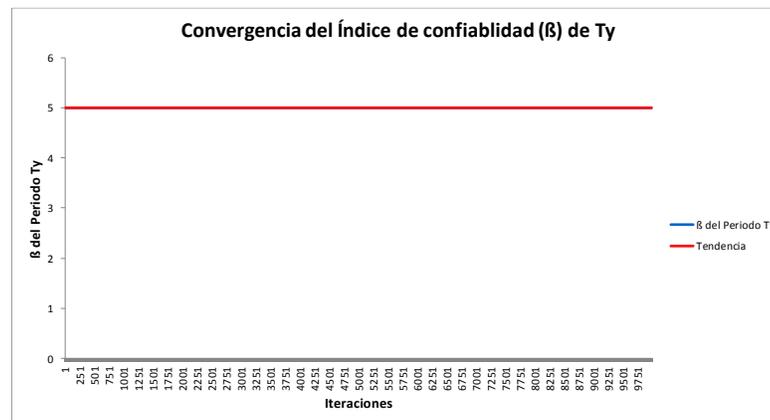


Tabla 24. Resumen de Resultados: Confiabilidad para el Periodo Ty de la Estructura (Varían: Es. Son constantes:  $\rho_s$ , Fy y Fu)

<b>Parámetro Estadístico</b>	<b>Ty [seg]</b>	<b>Ty/CuTa [Figura 65]</b>	<b>PF [Figura 66]</b>	<b><math>\beta</math> [Figura 67]</b>
Media ( $\mu$ )	0,3828	0,5735	0,00	5,00
Desviación ( $\sigma$ )	0,0116	0,0174	0,00	0,00
Tendencia	-	-	0,00	5,00
Varianza (V)	0,0002	0,0003	0,00	0,00
Mínimo	0,3412	0,5112	0,00	5,00
Máximo	0,4347	0,6512	0,00	5,00
Rango	0,0934	0,1400	0,00	0,00
No. Fallas	0,00/10000	0,00/10000	-	-

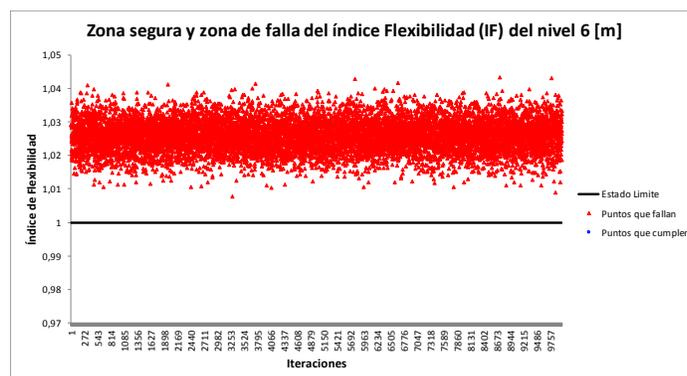
## 6.7. ANÁLISIS DE CONFIABILIDAD. CASO 3: VARIACIÓN SÓLO DE LA DENSIDAD $\rho_s$ ( $F_y$ , $F_u$ Y $E_s$ SON CONSTANTES)

En esta sección se muestran los resultados de probabilidad de falla (PF) en índice de confiabilidad ( $\beta$ ) para el índice de Flexibilidad de la estructura por cada nivel y para sus periodos fundamentales en cada dirección ( $T_x$  y  $T_y$ ). A diferencia del caso anterior, solo varía la propiedad de la Densidad del acero ( $\rho_s$ ) y las demás propiedades se consideran como constantes ( $F_y$ ,  $F_u$  y  $E_s$ ). Los valores estadísticos de  $\rho_s$  empleados en la simulación son tomados de la Tabla 12.

**6.7.1. Resultados para el Índice de Flexibilidad (IF) por Piso.** De igual modo que en caso de estudio anterior, se presenta primero el nivel crítico de la estructura (Segundo piso N+6,0m). Posteriormente y de manera resumida, se muestran los resultados para los demás niveles o pisos de la estructura.

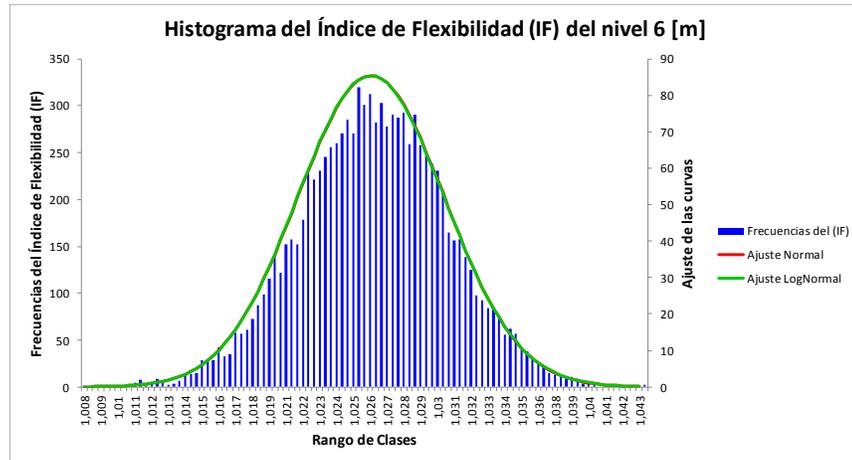
**6.7.1.1. Resultados para el Nivel N+6,0m – varía sólo  $\rho_s$ .** La Figura 68 muestra que, para el nivel en mención se presentaron 10000 resultados en zona de falla o no satisfactorios (Color rojo) (Estado límite  $IF > 1.0$ ), que corresponden a la totalidad de las iteraciones realizadas, reflejando una incidencia mayor de esta propiedad respecto a los demás estudiadas.

Figura 68. Zona segura y Zona de falla del Índice de Flexibilidad (IF) para el Nivel Nv+6,0m. Varía ( $\rho_s$ ).



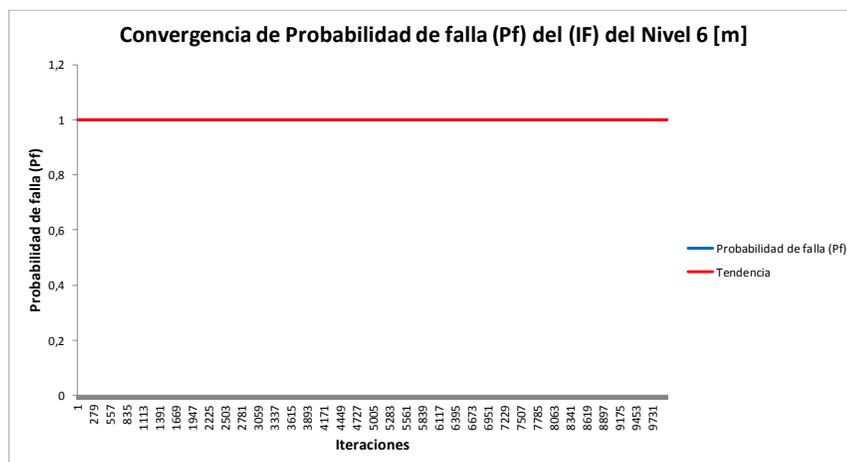
La Figura 69 muestra el histograma del Índice de Flexibilidad (IF) para el nivel N+6,0m de las 10.000 iteraciones realizadas.

Figura 69. Histograma del Índice de Flexibilidad (IF) para el Nivel N+6,0m. Varía ( $\rho_s$ )



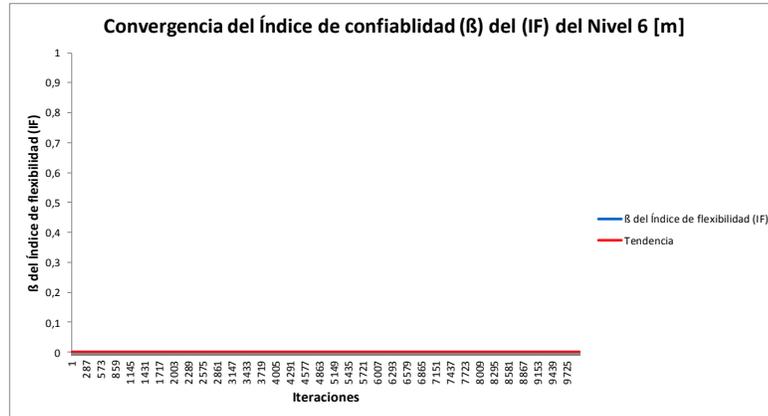
En la Figura 70 se muestra la convergencia de la Pf del IF, para el nivel N+6,0m a partir de las 10.000 iteraciones realizadas. Se observa que la gráfica es una constante debido a la falla presentada en el 100% de las iteraciones.

Figura 70. Convergencia de la Probabilidad de falla (Pf) del Índice de Flexibilidad (IF) para el Nivel Nv+6,0m. Varía ( $\rho_s$ )



En la Figura 71 se observa la convergencia del índice de confiabilidad ( $\beta$ ) del IF, para el nivel N+6,0m. Al fallar en todas las 10000 iteraciones, el índice de confiabilidad se hace nulo ( $\beta = 0$ )

Figura 71. Convergencia del Índice de Confiabilidad ( $\beta$ ) del Índice de Flexibilidad (IF) para el Nivel Nv+6,0m. Varía ( $\rho_s$ ).



La Tabla 25 comprende el resumen de resultados del IF para el análisis de confiabilidad realizado a la estructura en el nivel N+6,0m (Piso crítico de la estructura en flexibilidad).

Tabla 25. Resumen de Resultados: Confiabilidad del Índice de Flexibilidad (IF) para el Nivel N+6,0m Varía ( $\rho_s$ ).

<b>Parámetro Estadístico</b>	<b>IF [Figura 69]</b>	<b>PF [Figura 70]</b>	<b><math>\beta</math> [Figura 71]</b>
Media ( $\mu$ )	1,0259	1,00	0,00
Desviación ( $\sigma$ )	0,0047	0,00	0,00
Tendencia	-	1,00	0,00
Varianza ( <b>V</b> )	0,0000	0,00	0,00
Mínimo	1,0077	1,00	0,00
Máximo	1,0432	1,00	0,00
Rango	0,0355	0,00	0,00
No. Fallas	10000/10000	-	-

En los siguientes numerales o secciones se registran los resultados para los niveles restantes de la estructura (N+3,0m, N+9,0m y N+12,0m) de manera compacta. El proceso de obtención de estos es el mismo explicado para el piso crítico o N+6,0m.

**6.7.1.2. Resultados para el Nivel N+3,0m – varía sólo  $\rho_s$ .** En las Figuras 72, 73, 74 y 75 se presentan los resultados correspondientes a Zona segura y Zona de Falla, Histograma, Probabilidad de Falla e Índice de Confiabilidad respectivamente para el IF de la estructura en el nivel N+3,0m. En La Tabla 26 se muestra el resumen de resultados.

Figura 72. Zona segura y Zona de falla del Índice de Flexibilidad (IF) para el Nivel Nv+3,0m. Varía ( $\rho_s$ ).

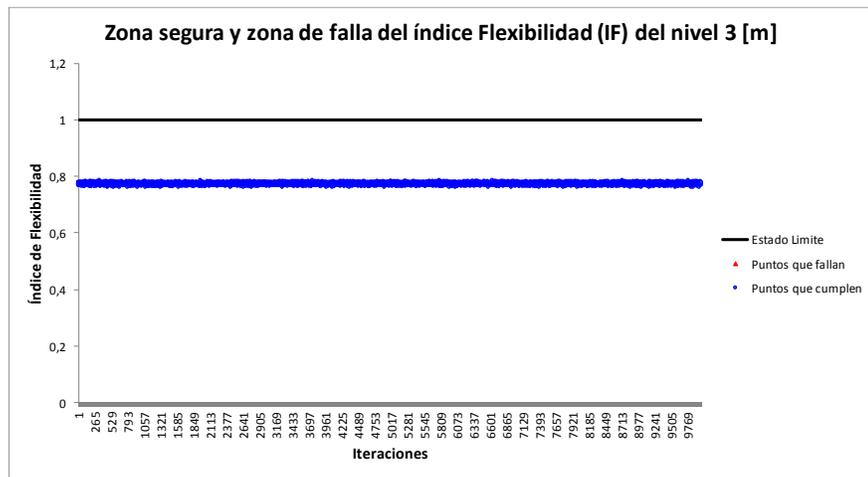


Figura 73. Histograma del Índice de Flexibilidad (IF) para el Nivel N+3,0m. Varía ( $\rho_s$ ).

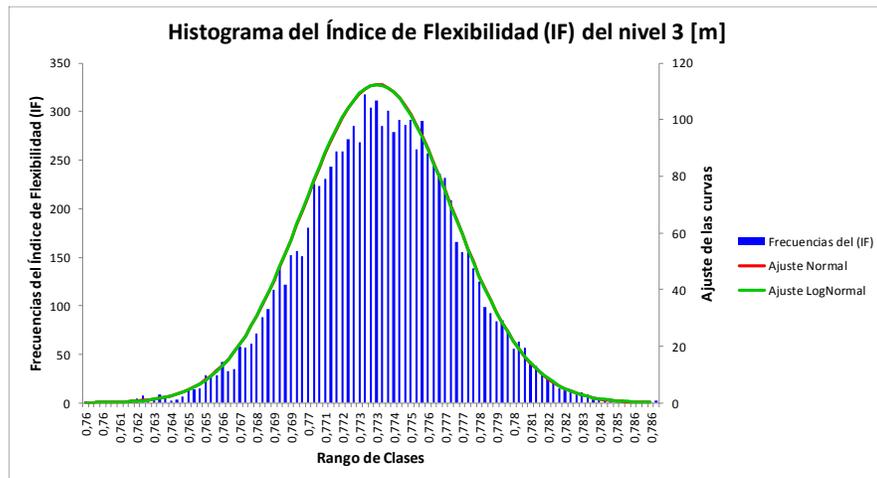


Figura 74. Convergencia de la Probabilidad de falla (Pf) del Índice de Flexibilidad (IF) para el Nivel Nv+3,0m. Varía ( $\rho_s$ ).



Figura 75. Convergencia del Índice de Confiabilidad ( $\beta$ ) del Índice de Flexibilidad (IF) para el Nivel Nv+3,0m. Varía ( $\rho_s$ ).

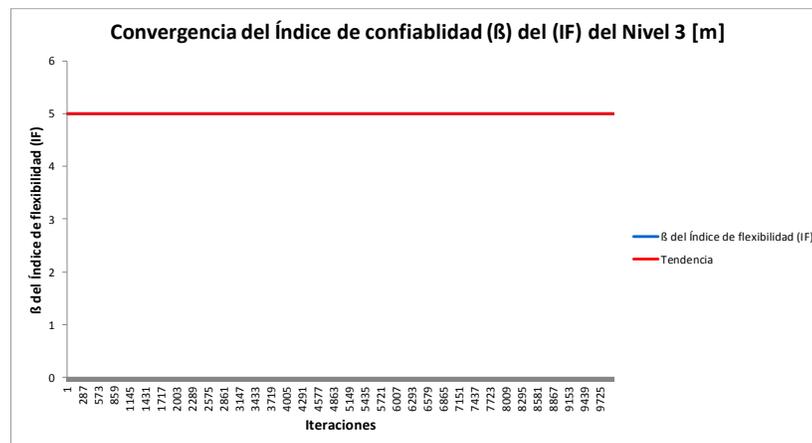


Tabla 26. Resumen de Resultados: Confiabilidad del Índice de Flexibilidad (IF) para el Nivel N+3,0m Varía ( $\rho_s$ ).

<b>Parámetro Estadístico</b>	<b>IF [Figura 73]</b>	<b>PF [Figura 74]</b>	<b><math>\beta</math> [Figura 75]</b>
Media ( $\mu$ )	0,7735	0,00	5,00
Desviación ( $\sigma$ )	0,0035	0,00	0,00
Tendencia	-	0,00	5,00
Varianza ( <b>V</b> )	0,0000	0,00	0,00
Mínimo	0,7597	0,00	5,00
Máximo	0,7867	0,00	5,00
Rango	0,0270	0,00	0,00
No. Fallas	0,00/10000	-	-

**6.7.1.3. Resultados para el Nivel N+9,0m – varía sólo  $\rho_s$ .** En las Figuras 76, 77, 78 y 79 se presentan los resultados correspondientes a Zona segura y Zona de Falla, Histograma, Probabilidad de Falla e Índice de Confiabilidad respectivamente para el IF de la estructura en el nivel N+9,0m. En La Tabla 27 se muestra el resumen de resultados.

Figura 76. Zona segura y Zona de falla del Índice de Flexibilidad (IF) para el Nivel Nv+9,0m. Varía ( $\rho_s$ ).

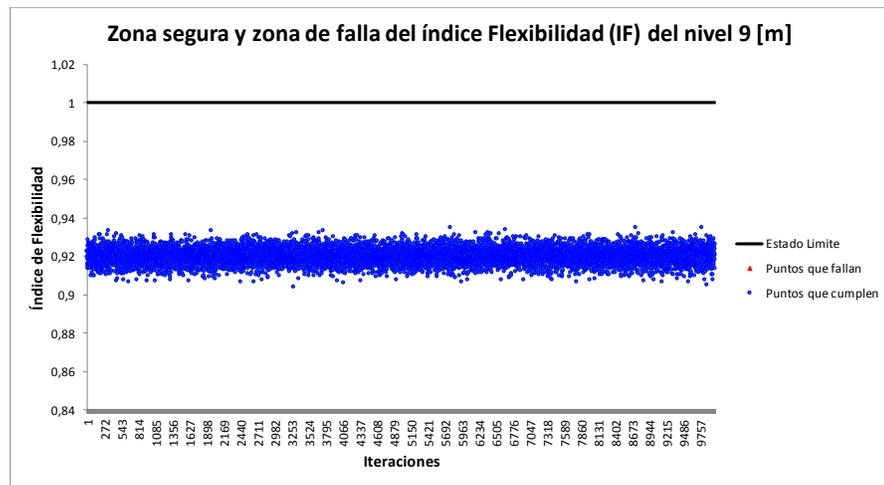


Figura 77. Histograma del Índice de Flexibilidad (IF) para el Nivel N+9,0m. Varía ( $\rho_s$ ).

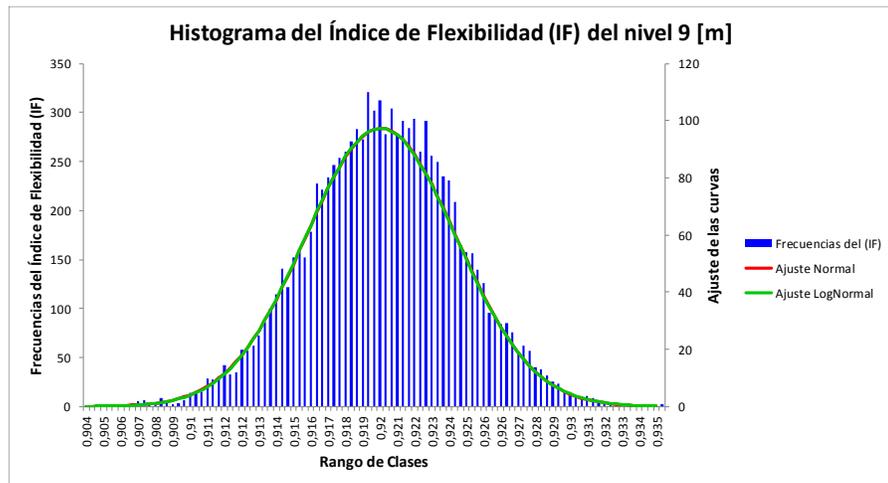


Figura 78. Convergencia de la Probabilidad de falla (Pf) del Índice de Flexibilidad (IF) para el Nivel Nv+9,0m. Varía ( $\rho_s$ ).

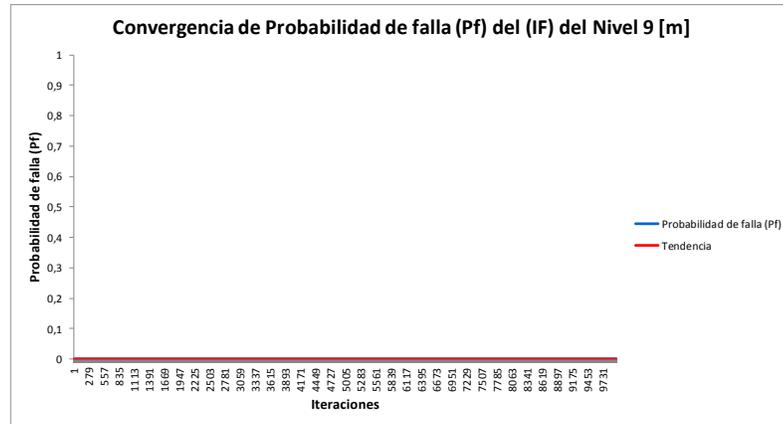


Figura 79. Convergencia del Índice de Confiabilidad ( $\beta$ ) del Índice de Flexibilidad (IF) para el Nivel Nv+9,0m. Varía ( $\rho_s$ ).

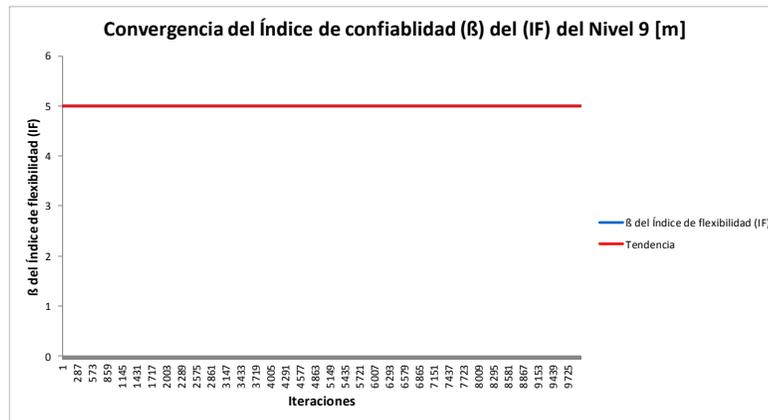


Tabla 27. Resumen de Resultados: Confiabilidad del Índice de Flexibilidad (IF) para el Nivel N+9,0m Varía ( $\rho_s$ ).

<b>Parámetro Estadístico</b>	<b>IF [Figura 77]</b>	<b>PF [Figura 78]</b>	<b><math>\beta</math> [Figura 79]</b>
Media ( $\mu$ )	0,9200	0,00	5,00
Desviación ( $\sigma$ )	0,0041	0,00	0,00
Tendencia	-	0,00	5,00
Varianza ( <b>V</b> )	0,0000	0,00	0,00
Mínimo	0,9041	0,00	5,00
Máximo	0,9352	0,00	5,00
Rango	0,0312	0,00	0,00
No. Fallas	0,00/10000	-	-

**6.7.1.4. Resultados para el Nivel N+12,0m – varía sólo  $\rho_s$ .** En las Figuras 80, 81, 82 y 83 se presentan los resultados correspondientes a Zona segura y Zona de Falla, Histograma, Probabilidad de Falla e Índice de Confiabilidad respectivamente para el IF de la estructura en el nivel N+9,0m. En La Tabla 28 se muestra el resumen de resultados.

Figura 80. Zona segura y Zona de falla del Índice de Flexibilidad (IF) para el Nivel Nv+12,0m. Varía ( $\rho_s$ ).

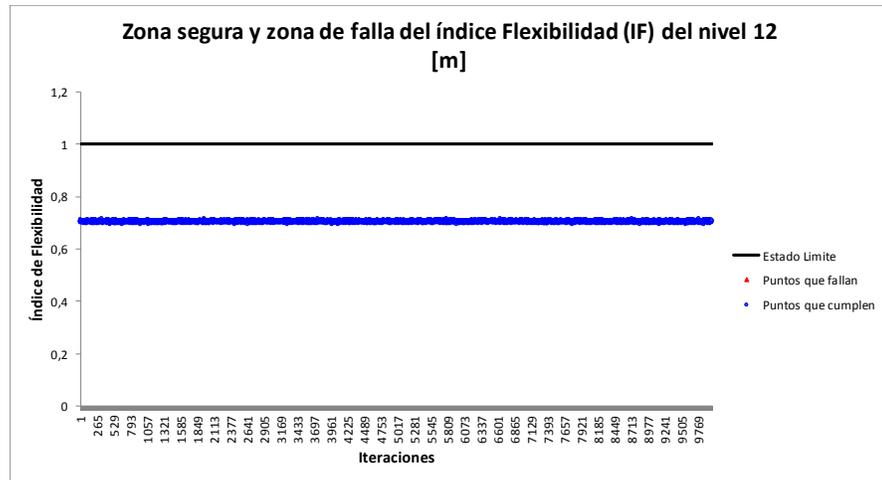


Figura 81. Histograma del Índice de Flexibilidad (IF) para el Nivel N+12,0m. Varía ( $\rho_s$ ).

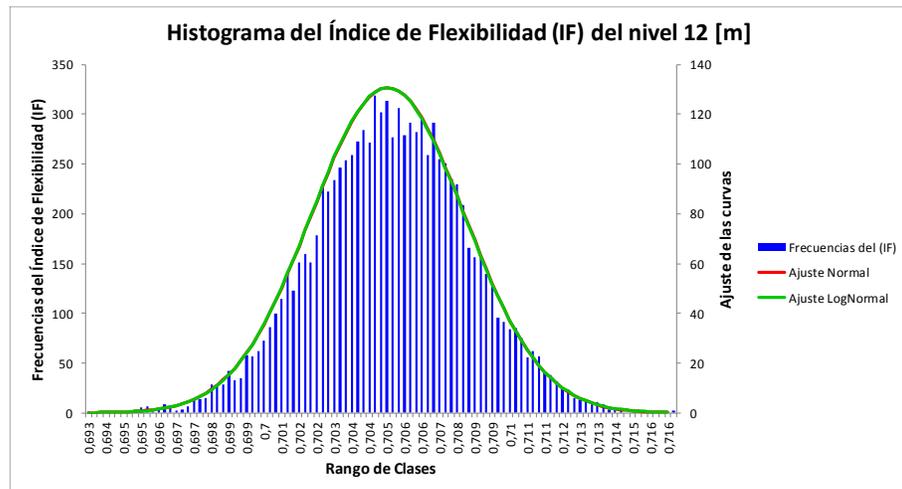


Figura 82. Convergencia de la Probabilidad de falla (PF) del Índice de Flexibilidad (IF) para el Nivel Nv+12,0m. Varía ( $\rho_s$ ).

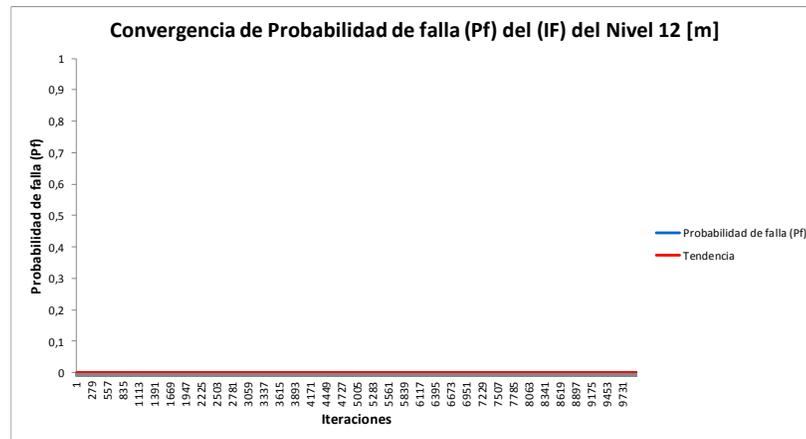


Figura 83. Convergencia del Índice de Confiabilidad ( $\beta$ ) del Índice de Flexibilidad (IF) para el Nivel Nv+12,0m. Varía ( $\rho_s$ ).

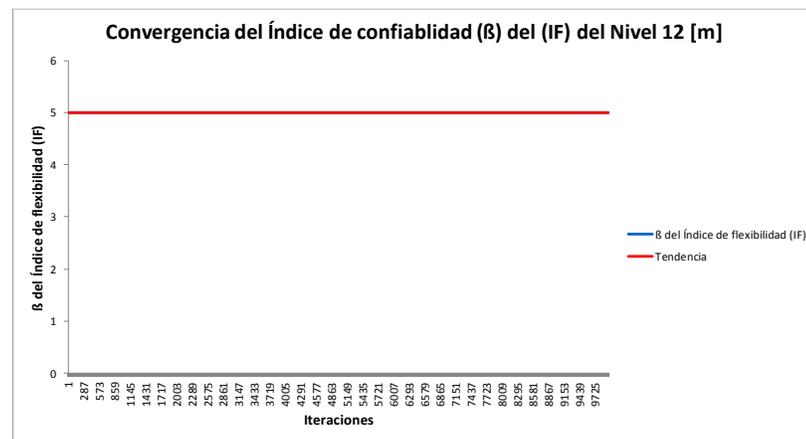


Tabla 28. Resumen de Resultados: Confiabilidad del Índice de Flexibilidad (IF) para el Nivel N+12,0m Varía ( $\rho_s$ ).

<b>Parámetro Estadístico</b>	<b>IF [Figura 81]</b>	<b>PF [Figura 82]</b>	<b><math>\beta</math> [Figura 83]</b>
Media ( $\mu$ )	0,7051	0,00	5,00
Desviación ( $\sigma$ )	0,0031	0,00	0,00
Tendencia	-	0,00	5,00
Varianza ( <b>V</b> )	0,0000	0,00	0,00
Mínimo	0,6932	0,00	5,00
Máximo	0,7164	0,00	5,00
Rango	0,0232	0,00	0,00
No. Fallas	0,00/10000	-	-

**6.7.2. Resultados para los Periodos Fundamentales en las direcciones principales de la Estructura (Tx, Ty) Variando  $\rho_s$ .** Se presentan los resultados obtenidos del análisis estadístico de confiabilidad para los periodos fundamentales de la estructura tanto en sentido X (Tx) como Y (Ty) en cada una de las 10000 iteraciones variando solo la densidad del acero  $\rho_s$ .

**6.7.2.1. Resultados para el Periodo Fundamental en Sentido X (Tx).** En las Figuras 84, 85, 86 y 87 se presentan los resultados correspondientes a Zona segura y Zona de Falla, Histograma, Probabilidad de Falla e Índice de Confiabilidad respectivamente para el periodo en sentido X. En La Tabla 29 se muestra el resumen de estos resultados.

Figura 84. Zona segura y Zona de falla para el Periodo Tx. Varía ( $\rho_s$ )

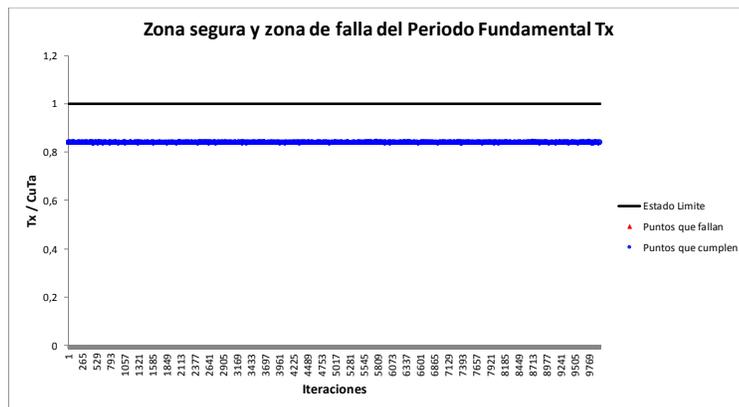


Figura 85. Histograma para el Periodo Tx. Varía ( $\rho_s$ )

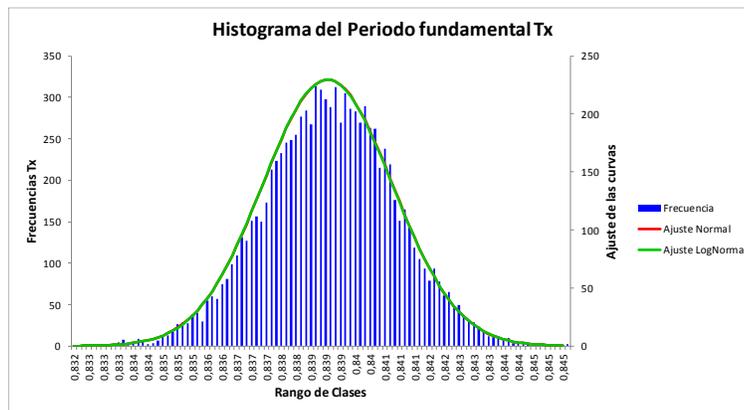


Figura 86. Convergencia de la Probabilidad de Falla (Pf) para el Periodo Tx. Varía ( $\rho_s$ )



Figura 87. Convergencia del Índice de Confiabilidad ( $\beta$ ) para el Periodo Tx. Varía ( $\rho_s$ )

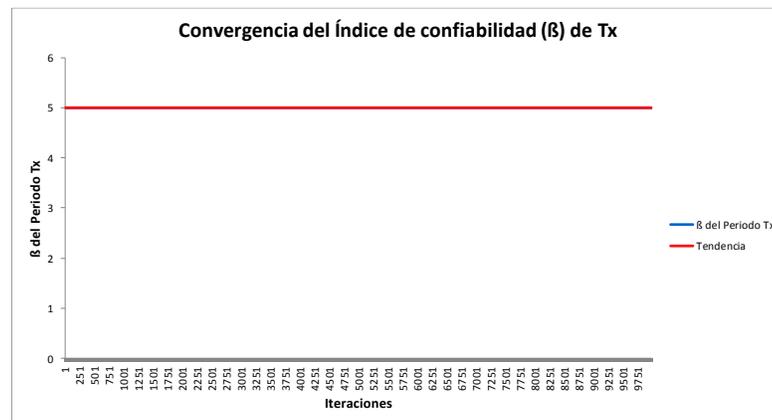


Tabla 29. Resumen de Resultados: Confiabilidad para el Periodo Tx de la Estructura (Varia:  $\rho_s$ . Son constantes: Es, Fy y Fu)

<b>Parámetro Estadístico</b>	<b>Tx [seg]</b>	<b>Tx/CuTa [Figura 85]</b>	<b>PF [Figura 86]</b>	<b><math>\beta</math> [Figura 87]</b>
Media ( $\mu$ )	0,5601	0,8391	0,00	5,00
Desviación ( $\sigma$ )	0,0012	0,0017	0,00	0,00
Tendencia	-	-	0,00	5,00
Varianza ( <b>V</b> )	0,0000	0,0000	0,00	0,00
Mínimo	0,5556	0,8323	0,00	5,00
Máximo	0,5644	0,8455	0,00	5,00
Rango	0,0088	0,0132	0,00	0,00
No. Fallas	0,00/10000	0,00/10000	-	-

**6.7.2.2. Resultados para el Periodo Fundamental en Sentido Y ( $T_y$ ).** En las Figuras 88, 89, 90 y 91 se presentan los resultados correspondientes a Zona segura y Zona de Falla, Histograma, Probabilidad de Falla e Índice de Confiabilidad respectivamente para el periodo en sentido Y. En La Tabla 30 se muestra el resumen de resultados.

Figura 88. Zona segura y Zona de falla para el Periodo  $T_y$ . Varía ( $\rho_s$ )

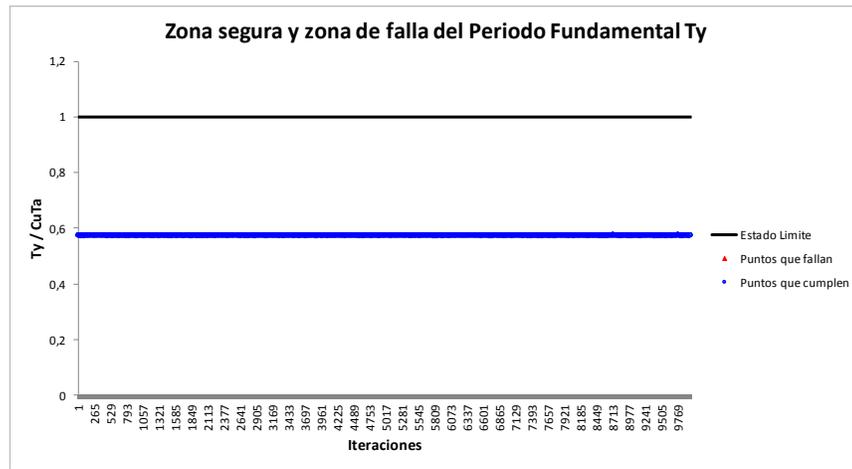


Figura 89. Histograma para el Periodo  $T_y$ . Varía ( $\rho_s$ )

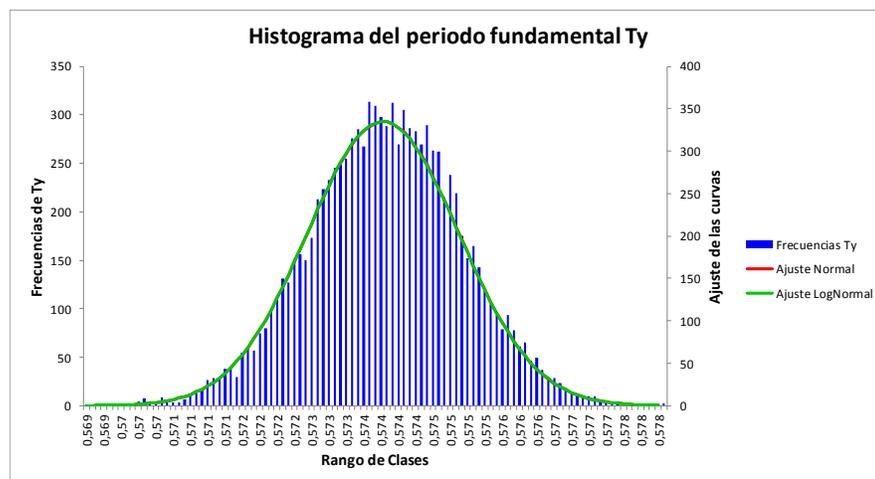


Figura 90. Convergencia de la Probabilidad de Falla (Pf) para el Periodo Ty. Varía ( $\rho_s$ )



Figura 91. Convergencia del Índice de Confiabilidad ( $\beta$ ) para el Periodo Ty. Varía ( $\rho_s$ ).

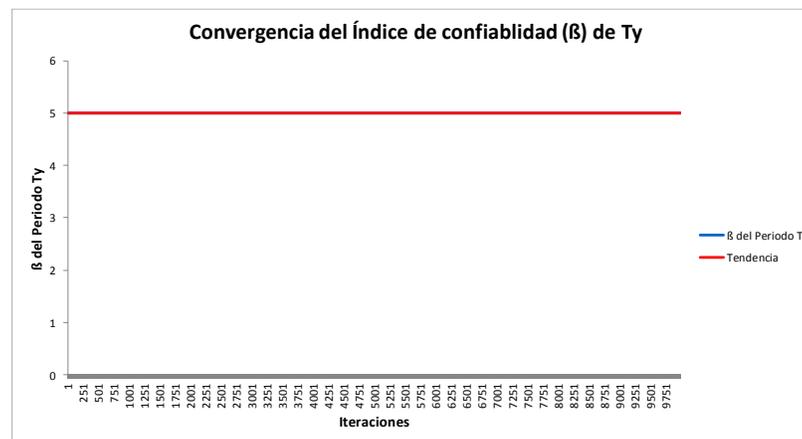


Tabla 30. Resumen de Resultados: Confiabilidad para el Periodo Ty de la Estructura (Varía:  $\rho_s$ . Son constantes: Es, Fy y Fu)

<b>Parámetro Estadístico</b>	<b>Ty [seg]</b>	<b>Ty/CuTa [Figura 89]</b>	<b>PF [Figura 90]</b>	<b><math>\beta</math> [Figura 91]</b>
Media ( $\mu$ )	0,3831	0,5739	0,00	5,00
Desviación ( $\sigma$ )	0,0008	0,0012	0,00	0,00
Tendencia	-	-	0,00	5,00
Varianza ( <b>V</b> )	0,0000	0,0000	0,00	0,00
Mínimo	0,3800	0,5692	0,00	5,00
Máximo	0,3860	0,5783	0,00	5,00
Rango	0,0060	0,0091	0,00	0,00
No. Fallas	0,00/10000	0,00/10000	-	-

## 6.8. PRUEBAS DE BONDAD DE AJUSTE PARA LOS RESULTADOS OBTENIDOS

Si bien el comportamiento variacional de las propiedades del material, se tomaron con un comportamiento normal basados en lo registrado en la literatura, es necesario verificar si la respuesta del índice de flexibilidad (IF) y de periodos de la estructura siguen también dicho comportamiento, dado que, la formulación empleada parte de dicha suposición.

Para tal fin, se llevaron a cabo pruebas de normalidad de ajuste (Función normal), mediante uso del programa de análisis estadístico Minitab®. Al tratarse de variables continuas, las pruebas aplicadas corresponden a Kolmogorov-Smirnov (KS) y Anderson-Darling (AD). Tanto para las pruebas de KS como de AD, la hipótesis nula ( $H_0$ ) y alternativa ( $H_1$ ) son las siguientes:

- $H_0$ : Los datos siguen la distribución normal.
- $H_1$ : Los datos no siguen la distribución normal.

Para poder decidir si se rechaza o no la hipótesis nula, cada función emplea un nivel de significancia (denotado como  $\alpha$  o alfa), el indica el porcentaje de riesgo de concluir que los datos no siguen la distribución, cuando en realidad sí lo hacen. En el caso de AD, el valor de alfa es de  $\alpha = 0,05$  y para la prueba de KS se suele emplear un valor de  $\alpha = 0,10$ .

Para cada prueba (AD y KS), Minitab® indica un valor “p”. El valor p es una probabilidad que mide la evidencia en contra de la hipótesis nula. Para una prueba AD y KS, la hipótesis nula ( $H_0$ ) es que los datos siguen la distribución. Por lo tanto, valores menores que  $\alpha$  proporcionan fuerte evidencia de que los datos no siguen la distribución.

Las pruebas de normalidad fueron realizadas a todos los resultados obtenidos del análisis de confiabilidad. No obstante, y debido a la gran cantidad de análisis, solo se presentan a manera de ejemplo, los resultados para el Caso 1 de estudio (Variación simultánea de todas las propiedades en estudio: Es,  $\rho_s$ , Fy y Fu) de los periodos Tx-Ty y del IF para el piso más crítico de la estructura (N+6,0m). Los resultados de las pruebas AD y KS junto con sus respectivos valores de “p” para el índice de flexibilidad IF se presentan en las Figuras 92 y 93. Y para los periodos de la estructura en las Figuras 94, 95 (Tx) y 96, 97 (Ty).

Figura 92. Prueba de AD para el IF – N+6,0m

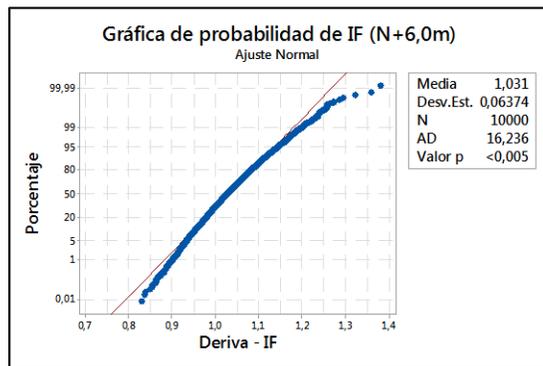


Figura 93. Prueba de KS para el IF – N+6,0m

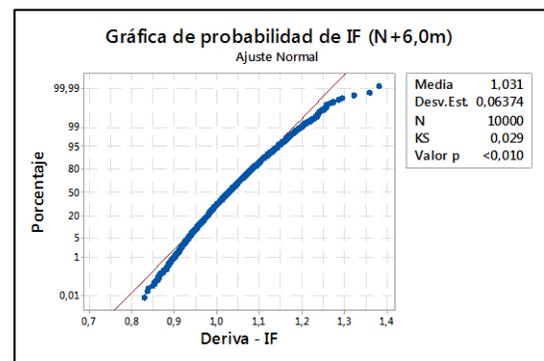


Figura 94. Prueba de AD para el Periodo Tx

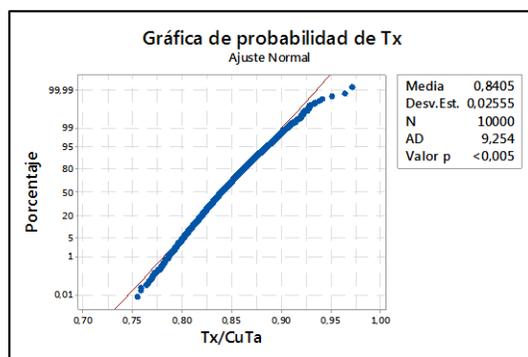


Figura 95. Prueba de KS para el Periodo Tx

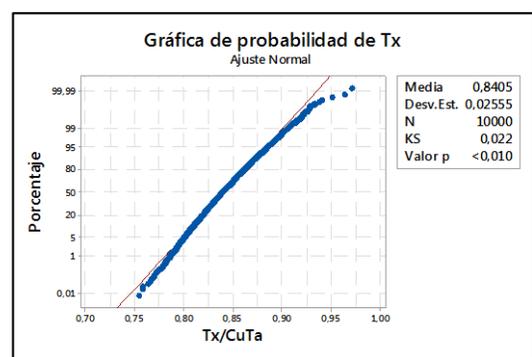


Figura 96. Prueba de AD para el Periodo Ty

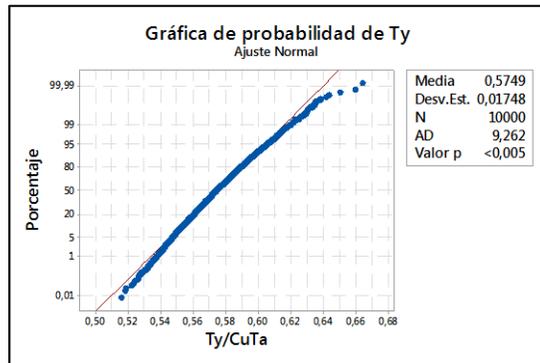
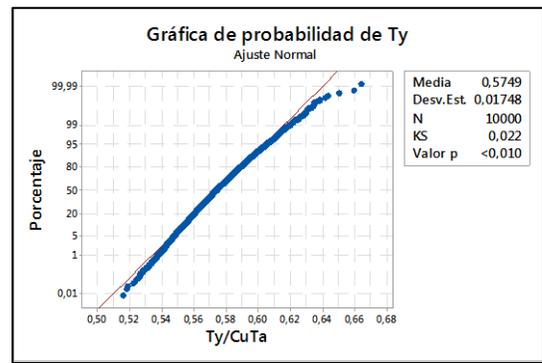


Figura 97. Prueba de KS para el Periodo Ty



Revisando los valores de  $p$  que se muestran en la parte superior derecha de cada gráfica, se observa que en ambas pruebas (AD y KS) los valores  $p$  ( $p_{AD} < 0,005$  y  $p_{KS} < 0,010$ ) están por debajo del nivel de significancia  $\alpha$  de cada prueba ( $\alpha_{AD} = 0,05$  y  $\alpha_{KS} = 0,10$ ). Lo cual significa que se rechaza la hipótesis nula  $H_0$  y los datos no siguen una distribución de probabilidad normal. Este mismo comportamiento se observó para los demás niveles de la estructura. No obstante en la literatura, se ha evidenciado que aunque los datos no se ajusten en las pruebas de bondad a una distribución normal, el considerarlos como tal, no conduce a errores significativos (Ang y Tang, 2007).

Una manera alternativa de tratar datos estadísticos de variables continuas no normales es aplicar transformaciones a los datos. En el presente trabajo se emplea las familias de distribuciones de Johnson para transformar los datos de modo que sigan una distribución normal usando el sistema de distribución de Johnson (Lagos y Vargas, 2003).

El análisis se realizó nuevamente mediante el programa Minitab® a todos los resultados de IF de cada piso y los periodos de la estructura, dando como resultado que una vez realizadas las transformaciones de Johnson los datos se ajustaban a la distribución normal. Un ejemplo de dicho procedimiento se muestra en las Figuras 98 y 99 para el piso crítico de la estructura N+6,0m.

Figura 98. Prueba de AD para el IF – N+6,0m – Datos Originales

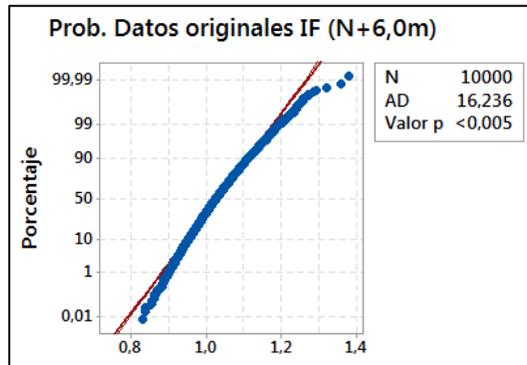
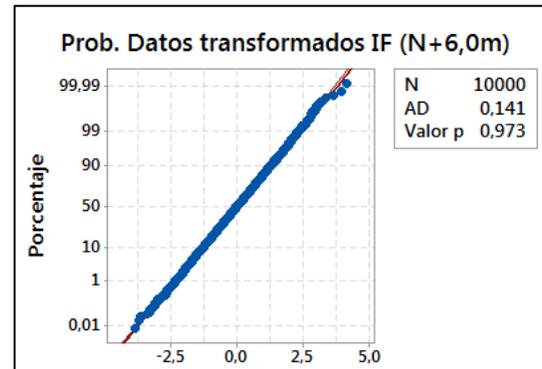


Figura 99. Prueba de AD para el IF – N+6,0m – Datos Transformados



Revisando los valores de  $p$  en las gráficas de las Figuras 93 y 94, se observa como para la prueba de AD, al aplicar la transformación de los datos, el ajuste a la función normal se logra con un valor de  $p_{AD} = 0,973$ , por encima del nivel de significancia  $\alpha$  de la prueba ( $\alpha_{AD} = 0,05$ ). Este mismo resultado de ajuste se encontró los resultados de los demás niveles en todos los casos de estudio abordados en el presente trabajo.

## 7. RESUMEN DE LOS RESULTADOS OBTENIDOS PARA EL ANÁLISIS DETERMINÍSTICO Y DE CONFIABILIDAD DE LA ESTRUCTURA

En ese capítulo se consolidan los resultados obtenidos en los análisis realizados a la estructura en estudio (determinístico y de confiabilidad) y se presentan de forma resumida y tabulada, tanto para el índice de flexibilidad (IF) como para los periodos en los sentidos principales de la estructura (Tx, Ty).

En la Tabla 31, se resumen los resultados para el IF de la estructura detallado por cada piso o nivel clasificados por cada caso de análisis realizado. Centrándonos en el segundo piso o nivel N+6,0m, el cuál presenta el mayor IF, se observa como en todos los casos de estudio evaluados por confiabilidad siempre presentó fallas ( $IF \geq 1,0$ ), al punto tal, que su probabilidad de falla PF siempre excedía el umbral de referencia de  $1 \times 10^{-3}$  en incluso sobrepasaba valores de 0,5 lo que resultaba en niveles nulos de confiabilidad ( $\beta = 0,0$ ). Para este nivel en particular, el mayor número de fallas (10000/10000) se presentó en el caso de estudio en el cual se varió solo la densidad del acero ( $\rho_s$ ).

También se observa que al variar solo el módulo de elasticidad (Es), el piso crítico presenta un menor número de fallas (6309/10000), pero se produce también un número importante de fallas (883/10000) en el tercer nivel de la edificación N+9,0m.

En la Tabla 32, se encuentran resumidos los resultados para los periodos de la estructura Tx, Ty. Es de resaltar que, aunque en todos los casos de estudio, los periodos fueron ligeramente superiores respecto al análisis determinístico, en ninguno de los casos se presentó falla, es decir no se superaba el valor límite normativo ( $\frac{T}{C_u T_a} \leq 1,0$ ). En todos los casos los periodos presentaron muy poca variabilidad (alrededor de un 5%) respecto a los obtenidos en el análisis determinístico.

Tabla 31. Resumen de resultados (análisis determinístico y por confiabilidad), del Índice de Flexibilidad (IF) de la estructura por piso o nivel

ANÁLISIS PROBABILÍSTICO DE CONFIABILIDAD											ANÁLISIS DETERMINÍSTICO
CASO DE ESTUDIO:		CASO 1: Varían Simultáneamente (Fy, Fu, Es y ps)			CASO 2: Varía Sólo Es (Fy, Fu y ps son constantes)			CASO 3: Varía Sólo ps (Fy, Fu y Es son constantes)			
PISO/NIVEL	Parámetro Estadístico	Índice de Flexibilidad (IF)	Probabilidad de Falla (PF)	Índice de Confiabilidad (β)	Índice de Flexibilidad (IF)	Probabilidad de Falla (PF)	Índice de Confiabilidad (β)	Índice de Flexibilidad (IF)	Probabilidad de Falla (PF)	Índice de Confiabilidad (β)	Índice de Flexibilidad (IF)
PISO 1 (N+3,0m)	Media (μ)	0,7768	2,75E-05	4,6836	0,7728	0,00	5,00	0,7735	0,00	5,00	0,7387
	Desviación (σ)	0,0477	4,91E-05	0,5620	0,0474	0,00	0,00	0,0035	0,00	0,00	
	Tendencia	-	1,00E-04	3,7190	-	0,00	5,00	-	0,00	5,00	
	Varianza (V)	0,0023	2,41E-09	0,3159	0,0022	0,00	0,00	0,0000	0,00	0,00	
	Mínimo	0,6276	0,00	3,6489	0,6131	0,00	5,00	0,7597	0,00	5,00	
	Máximo	1,0043	1,32E-04	5,0000	0,9967	0,00	5,00	0,7867	0,00	5,00	
	Rango	0,3767	1,32E-04	1,3511	0,3836	0,00	0,00	0,0270	0,00	0,00	
	No. Fallas	1,00/10000	-	-	0,00/10000	-	-	0,00/10000	-	-	
PISO 2 (N+6,0m)	Media (μ)	1,0303	6,69E-01	0,00	1,0251	6,27E-01	0,00	1,0259	1,00	0,00	0,9823
	Desviación (σ)	0,0637	1,29E-02	0,00	0,0634	1,60E-02	0,00	0,0047	0,00	0,00	
	Tendencia	-	6,66E-01	0,00	-	6,31E-01	0,00	-	1,00	0,00	
	Varianza (V)	0,0041	1,66E-04	0,00	0,0040	2,57E-04	0,00	0,0000	0,00	0,00	
	Mínimo	0,8317	5,00E-01	0,00	0,8126	6,04E-01	0,00	1,0077	1,00	0,00	
	Máximo	1,3348	1,00	0,00	1,3248	1,00	0,00	1,0432	1,00	0,00	
	Rango	0,5031	5,00E-01	0,00	0,5122	3,96E-01	0,00	0,0355	0,00	0,00	
	No. Fallas	6663/10000	-	-	6309/10000	-	-	10000/10000	-	-	
PISO 3 (N+9,0m)	Media (μ)	0,9240	9,91E-02	1,2902	0,9195	8,19E-02	1,3989	0,9200	0,00	5,00	0,8838
	Desviación (σ)	0,0577	6,42E-03	0,1166	0,0574	7,16E-03	0,1492	0,0041	0,00	0,00	
	Tendencia	-	9,68E-02	1,3000	-	8,83E-02	1,3513	-	0,00	5,00	
	Varianza (V)	0,0033	4,12E-05	0,0136	0,0033	5,13E-05	0,0223	0,0000	0,00	0,00	
	Mínimo	0,7451	0,00	1,1442	0,7281	0,00	1,3505	0,9041	0,00	5,00	
	Máximo	1,2005	1,26E-01	5,0000	1,1915	8,84E-02	5,0000	0,9352	0,00	5,00	
	Rango	0,4554	1,26E-01	3,8558	0,4634	8,84E-02	3,6495	0,0312	0,00	0,00	
	No. Fallas	968/10000	-	-	883/10000	-	-	0,00/10000	-	-	
PISO 4 (N+12,0m)	Media (μ)	0,7082	0,00	5,00	0,7048	0,00	5,00	0,7051	0,00	5,00	0,6790
	Desviación (σ)	0,0445	0,00	0,00	0,0443	0,00	0,00	0,0031	0,00	0,00	
	Tendencia	-	0,00	5,00	-	0,00	5,00	-	0,00	5,00	
	Varianza (V)	0,0020	0,00	0,00	0,0020	0,00	0,00	0,0000	0,00	0,00	
	Mínimo	0,5707	0,00	5,00	0,5578	0,00	5,00	0,6932	0,00	5,00	
	Máximo	0,9219	0,00	5,00	0,9150	0,00	5,00	0,7164	0,00	5,00	
	Rango	0,3512	0,00	0,00	0,3573	0,00	0,00	0,0232	0,00	0,00	
	No. Fallas	0,00/10000	-	-	0,00/10000	-	-	0,00/10000	-	-	

Tabla 32. Resumen de resultados (análisis determinístico y por confiabilidad), de los periodos de la estructura Tx, Ty.

ANÁLISIS PROBABILÍSTICO DE CONFIABILIDAD														ANÁLISIS DETERMINÍSTICO
CASO DE ESTUDIO:		CASO 1: Varían Simultáneamente (Fy, Fu, Es y ps)				CASO 2: Varía Sólo Es (Fy, Fu y ps son constantes)				CASO 3: Varía Sólo ps (Fy, Fu y Es son constantes)				
DIRECCIÓN	Parámetro Estadístico	Periodo (T) [seg]	T/(CuTa)	Probabilidad de Falla (PF)	Índice de Confiabilidad (β)	Periodo (T) [seg]	T/(CuTa)	Probabilidad de Falla (PF)	Índice de Confiabilidad (β)	Periodo (T) [seg]	T/(CuTa)	Probabilidad de Falla (PF)	Índice de Confiabilidad (β)	
En X (Tx)	Media (μ)	0,5610	0,8404	0,00	5,00	0,5597	0,8385	0,00	5,00	0,5601	0,8391	0,00	5,00	0,5292
	Desviación (σ)	0,0171	0,0256	0,00	0,00	0,0170	0,0255	0,00	0,00	0,0012	0,0017	0,00	0,00	
	Tendencia	-	-	0,00	5,00	-	-	0,00	5,00	-	-	0,00	5,00	
	Varianza (V)	0,0004	0,0007	0,00	0,00	0,0004	0,0007	0,00	0,00	0,0000	0,0000	0,00	0,00	
	Mínimo	0,5047	0,7561	0,00	5,00	0,4990	0,7475	0,00	5,00	0,5556	0,8323	0,00	5,00	
	Máximo	0,6378	0,9555	0,00	5,00	0,6355	0,9520	0,00	5,00	0,5644	0,8455	0,00	5,00	
	Rango	0,1331	0,1994	0,00	0,00	0,1366	0,2046	0,00	0,00	0,0088	0,0132	0,00	0,00	
	No. Fallas	0,00/10000	0,00/10000	-	-	0,00/10000	0,00/10000	-	-	0,00/10000	0,00/10000	-	-	
En Y (Ty)	Media (μ)	0,3837	0,5748	0,00	5,00	0,3828	0,5735	0,00	5,00	0,3831	0,5739	0,00	5,00	0,3619
	Desviación (σ)	0,0117	0,0175	0,00	0,00	0,0116	0,0174	0,00	0,00	0,0008	0,0012	0,00	0,00	
	Tendencia	-	-	0,00	5,00	-	-	0,00	5,00	-	-	0,00	5,00	
	Varianza (V)	0,0002	0,0003	0,00	0,00	0,0002	0,0003	0,00	0,00	0,0000	0,0000	0,00	0,00	
	Mínimo	0,3452	0,5171	0,00	5,00	0,3412	0,5112	0,00	5,00	0,3800	0,5692	0,00	5,00	
	Máximo	0,4362	0,6535	0,00	5,00	0,4347	0,6512	0,00	5,00	0,3860	0,5783	0,00	5,00	
	Rango	0,0911	0,1364	0,00	0,00	0,0934	0,1400	0,00	0,00	0,0060	0,0091	0,00	0,00	
	No. Fallas	0,00/10000	0,00/10000	-	-	0,00/10000	0,00/10000	-	-	0,00/10000	0,00/10000	-	-	

## 8. CONCLUSIONES

En el presente trabajo se analizó el Índice de Flexibilidad (IF) y los periodos en las direcciones principales Tx y Ty de una estructura con pórticos de acero de 4 niveles, con alturas de entrepiso de 3m para una altura total de 12m. Se aplicó un análisis elástico convencional (determinístico-Capítulo 6) de derivas y periodos y posteriormente se sometió a un análisis de confiabilidad (probabilístico Capítulo 7). Las conclusiones de los resultados obtenidos se detallan acorde a los tipos de análisis realizados y casos estudiados, cuyos resultados se resumen en la Tablas 31 y 32. En todos los casos los resultados son cotejados con los umbrales normativos vigentes (NSR-10), verificando en cada caso si la edificación analizada los satisface o no.

### CONCLUSIONES PARA EL ANÁLISIS DETERMINÍSTICO

El análisis elástico de derivas se realizó mediante el Método de la Fuerza Horizontal Equivalente (FHE) en el programa SAP2000, obteniendo un Índice de Flexibilidad máximo en el segundo piso de la estructura (Nivel N+6,0m) de 0,9823 cumpliendo al límite con el requisito normativo ( $IF \leq 1$ ). Los periodos obtenidos fueron  $T_x = 0,5292\text{seg}$  y  $T_y = 0,3619\text{seg}$ ; encontrando que se ajustaban al límite normativo  $\frac{T}{c_u T_a} \leq 1.0$ .

### CONCLUSIONES PARA EL ANÁLISIS DE CONFIABILIDAD

Con la finalidad de evaluar los periodos y la flexibilidad de la estructura al variar las propiedades del material, se llevó a cabo el análisis probabilístico de confiabilidad para tres casos de estudio. De los resultados de dichos análisis (ver Tablas 31 y 32) se formulan conclusiones para cada uno de los casos de estudio abordados, teniendo como referencia en los análisis y comparaciones realizadas probabilidades de falla máximas aceptables del orden de  $1 \times 10^{-3}$  e índices de confiabilidad mínimos

de 1,75 (para cargas gravitacionales y sísmicas) establecidos por el AISC y consignados en las Tablas 3 y 4.

- CASO DE ESTUDIO 1: Variación simultánea de todas las propiedades en estudio ( $E_s$ ,  $\rho_s$ ,  $F_y$  y  $F_u$ )

En lo que respecta al índice de flexibilidad de la estructura “IF”, de las 10000 iteraciones realizadas se encontraron fallas ( $IF \geq 1$ ) principalmente en los niveles N+9,0m (938 fallas) y N+6,0m (6663 fallas), siendo este último el nivel crítico de la estructura. Con base en el nivel más crítico, se establece para la estructura un IF promedio de  $IF_{prom}=1,030$  con una probabilidad de falla “PF” en la estructura de  $PF= 0,6689$  y un correspondiente índice de confiabilidad “ $\beta$ ” de  $\beta \cong 0,0$ . Estos valores claramente exceden los límites de referencia dados por el AISC y la estructura en estudio desde el punto de vista de confiabilidad no satisface los requisitos de deriva dados por la NSR-10.

Para los periodos de la estructura  $T_x$  y  $T_y$ , no se presentaron fallas en ninguna de las iteraciones y se obtuvieron periodos promedio en X de  $T_x= 0,5610$  seg y en Y de  $T_y= 0,3837$  seg, con probabilidades de falla  $PF= 0,0$  y una confiabilidad  $\beta \cong 5,0$ . Es de resaltar que la diferencia con los periodos en el análisis determinístico ( $T_x= 0.5292$  seg y  $T_y= 0,3619$  seg) es mínima (menor al 6%) y en ambos casos se cumple con el requerimiento normativo de  $\frac{T}{C_u T_a} \leq 1.0$

- CASO DE ESTUDIO 2: Variación sólo del módulo de elasticidad  $E_s$  ( $\rho_s$ ,  $F_y$  y  $F_u$  son constantes)

Al igual que el caso de estudio anterior, las fallas para el índice de flexibilidad IF se presentaron en los niveles N+9,0m (883 fallas) y N+6,0m (6309 fallas), siendo este último el nivel crítico de la estructura. Se obtuvo un IF promedio de  $IF_{prom}=1,0251$

con una probabilidad de falla “PF” en la estructura de  $PF= 0,6273$  y un correspondiente índice de confiabilidad “ $\beta$ ” de  $\beta \cong 0,0$ . Para el caso del nivel N+9,0m, se obtuvo una  $PF= 0.082$  y un  $\beta =1,3989$ . Nuevamente en ambos niveles donde se presentaron fallas, se exceden los límites de referencia para la PF y  $\beta$  dados por el AISC y la estructura por análisis de confiabilidad no satisface los requisitos de deriva dados por la NSR-10.

En los periodos de la estructura no se presentaron fallas en ninguna de las iteraciones y se obtuvieron periodos promedio en X de  $T_x= 0,5597$  seg y en Y de  $T_y= 0,3828$  seg, con probabilidades de falla  $PF= 0,0$  y una confiabilidad  $\beta \cong 5,0$ . De igual modo que el caso anterior se cumple con el requerimiento normativo de  $\frac{T}{C_u T_a} \leq 1.0$

- CASO DE ESTUDIO 3: Variación sólo de la densidad  $\rho_s$  (Es,  $F_y$  y  $F_u$  son constantes)

Para este caso las fallas para el índice de flexibilidad IF se presentaron únicamente en el nivel N+6,0m con fallas en la totalidad de las iteraciones (10000 fallas), siendo nuevamente el nivel crítico de la estructura.

El IF promedio fue de  $IF_{prom}=1,0259$  con una probabilidad de falla “PF” en la estructura de  $PF= 1,0$  y un correspondiente índice de confiabilidad “ $\beta$ ” de  $\beta \cong 0,0$ . Nuevamente se exceden los límites de referencia para la PF y  $\beta$  dados por el AISC y la estructura por análisis de confiabilidad no satisface los requisitos de deriva dados por la NSR-10.

En los periodos de la estructura no se presentaron fallas en ninguna de las iteraciones y se obtuvieron periodos promedio en X de  $T_x= 0,5601$  seg y en Y de  $T_y= 0,3831$  seg, con probabilidades de falla  $PF= 0,0$  y una confiabilidad  $\beta \cong 5,0$ . De

igual modo que el caso anterior se cumple con el requerimiento normativo de  $\frac{T}{c_u T_a} \leq$

1.0

## **CONCLUSIONES GENERALES DE LOS ANÁLISIS REALIZADOS A LA ESTRUCTURA**

Con los análisis probabilísticos de confiabilidad realizados a la estructura de estudio, se demuestra como oscilan las respuestas de la estructura cuando se considera la variabilidad en las propiedades del acero. En el presente trabajo la respuesta que se evaluó fue el Índice de flexibilidad IF y los periodos  $T_x$  y  $T_y$ . A excepción de las propiedades de resistencia del acero ( $F_y$  y  $F_u$ ) las cuales no tienen influencia directa sobre la rigidez, en todos los casos donde variaron las demás propiedades ( $E_s$  y  $\rho_s$ ) se presentó incidencia directa en la respuesta del índice de flexibilidad por encima del valor obtenido en análisis determinístico, siendo el segundo piso N+6,0m el crítico en la estructura con probabilidades de falla  $PF= 1,0$  o 100%, lo que se traduce en una confiabilidad  $\beta \cong 0,0$ . Esto indica que realizar diseños que presenten valores muy cercanos a los límites normativos de flexibilidad, la tendencia general producto de la naturaleza aleatoria del material será a incrementar dichos valores. Para el caso particular estudiado en este trabajo, los valores máximos de IF fueron alrededor del 33% (para el caso donde se varió solo  $E_s$ ) por encima de la deriva máxima de piso del 1% establecida por la NSR-10. Aunque estos valores pueden no necesariamente comprometer la integridad estructural de la edificación, si pudieran afectar en alguna medida la integridad de los elementos no estructurales e incrementar los efectos de segundo orden.

Las propiedades de módulo de elasticidad ( $E_s$ ) y densidad del acero ( $\rho_s$ ) desde el punto de vista de la cantidad de fallas registradas, presentan influencia similar en la flexibilidad de la estructura, siendo más predominante en términos de cantidad de fallas la densidad del acero, en donde el 100% de los casos del nivel N+6,0m la estructura superó el límite normativo ( $PF= 1$ ). No obstante, los valores de dispersión

son notoriamente bajos y los datos se agrupan muy cerca de la media  $IF_{prom}=1,0259$  con una desviación estándar de  $\sigma =0,0047$  y un IF máximo obtenido de 1,0432. Las fallas en el caso de  $\rho_s$  variable, solo se presentan en un piso de la edificación (N+6,0m).

Por otra parte, los resultados variando el módulo de elasticidad ( $E_s$ ) generan un número importante de fallas y valores no satisfactorios de PF y  $\beta$  en dos niveles de la estructura (N+6,0m y N+9,0m) con valores elevados de dispersión en los resultados del IF. Para el caso del nivel crítico (N+6,0m) se obtuvo un  $IF_{prom}=1,0259$ , una desviación estándar de  $\sigma =0,0634$  y un IF máximo de 1,32. Valores de IF y de dispersión similares se presentaron en el nivel N+9,0m. Esto a su vez, nos lleva a concluir que para la edificación analizada la mayor incidencia en la respuesta del índice de flexibilidad está dada por el módulo de elasticidad del acero ( $E_s$ ). Esto debido en gran medida al mayor valor de Coeficiente de Variación (CV) que presenta el módulo de elasticidad (CV= 0.06) respecto al de la densidad (CV= 0.02).

En lo que respecta al costo computacional en las simulaciones por MonteCarlo, para la estructura estudiada, con un equipo de cómputo con procesador Intel Core i7, y memoria Ram de 8 GB, el tiempo promedio en completar las 10000 iteraciones para la estructura analizada era de aproximadamente 72 horas. Es de resaltar que en la medida que aumente la complejidad de la estructura (un mayor número de elementos o irregularidades) o la complejidad del análisis realizado (no lineal) los costos computacionales incrementarían significativamente.

No obstante, con la optimización de los métodos de simulación y los continuos avances computacionales, estas limitaciones se han venido superando, constituyendo los métodos de simulación como una alternativa viable respecto a los métodos analíticos clásicos de confiabilidad.

## BIBLIOGRAFÍA

- ANG, Alfredo H-S. y TANG, Wilson H., 2007. *Probability Concepts in Engineering: Emphasis on Applications to Civil and Environmental Engineering*. S.I.: Wiley. ISBN 9780471720645.
- ASOCIACIÓN COLOMBIANA DE INGENIERÍA SÍSMICA (AIS), 2010. *Reglamento Colombiano de Construcción Sismo Resistente NSR-10*. 2010. Bogotá D.C., Colombia: s.n.
- AU, Siu Kiu, CHING, J. y BECK, J. L., 2007. Application of subset simulation methods to reliability benchmark problems. *Structural Safety*, vol. 29, no. 3, pp. 183-193. ISSN 0167-4730. DOI <http://dx.doi.org/10.1016/j.strusafe.2006.07.008>.
- CROSS, H C y HILL, E E, 1927. Density of hot-rolled and heat-treated carbon steels. *Scientific Papers of the Bureau of Standards*, vol. 22, pp. 451-466.
- EAST, One, DRIVE, Wacker, BARTLETT, F M, JELINEK, J J, SCHMIDT, B J, DEXTER, R J, GRAESER, M D y GALAMBOS, T V, 2001. Updating Standard Shape Material Properties Database for Design and Reliability (k-Area 4). . S.I.:
- ELLINGWOOD, Bruce R, 1982. Probability based load criteria: load factors and combinations. *Journal of the Structural Division*, vol. 108.
- GALAMBOS, Theodore V., 1981. Load and Resistance Factor Design. *AISC Engineering Journal*, pp. 74-82.
- GONZÁLEZ COSTA, Zacarías, 2016. *Verificación de la fiabilidad estructural en estructuras ejecutadas mediante metodología probabilística*. S.I.: Universidade da Coruña.
- HASOFER, A M y LIND, N C, 1973. *An Exact and Invariant First-order Reliability Format*. S.I.: Solid Mechanics Division, University of Waterloo.

- INSUA, D R, INSUA, S R, MARTÍN, A J y JIMENEZ, J R M, 2008. *Simulación. Métodos y aplicaciones (2a edición)*. S.I.: RA-MA S.A. Editorial y Publicaciones. ISBN 9788478978953.
- JAMES, Gerard, 2003. *Analysis of Traffic Load Effects on Railway Bridges*. S.I.: Royal Institute of Technology.
- JEAN ARMAND, Calgaro y HAIG, Gulvanessian, 2015. *Management of reliability and risk in the Eurocode System*. 2015. Paris, France: s.n.
- KALOS, M H y WHITLOCK, P A, 2008. *Monte Carlo Methods*. S.I.: Wiley. A Wiley Interscience publication. ISBN 9783527407606.
- LAGOS, Ingrid Juliana y VARGAS, José Alberto, 2003. Sistema de familias de distribuciones de Johnson, una alternativa para el manejo de datos no normales en cartas de control. *Revista Colombiana de Estadística* [en línea], vol. 26, no. 1, pp. 25-40. Disponible en: <https://revistas.unal.edu.co/index.php/estad/article/view/28675/28991>.
- LEMAIRE, Maurice, CHATEAUNEUF, Alaa y MITTEAU, Jean-Claude, 2009. *Structural Reliability*. S.I.: s.n. ISBN 9780470611708.
- MAREK, P, 2001. *Probabilistic assessment of structures using Monte Carlo Simulation : background, exercises and software*. S.I.: Inst. of Theoretical and Applied Mechanics. ISBN 9788086246086.
- MARTINEZ, Arturo Ramiro, 2005. *Confiabilidad del puente Cáceres de Piura ante eventos del fenomeno del niño: Tesis Pregrado*. S.I.: Universidad de Piura.
- MELCHERS, Robert, 1999. *Structural Reliability Analysis and Prediction 2nd ed*. John Wiley. S.I.: s.n. ISBN 978-0-471-98771-0.
- NAESS, A., LEIRA, B. J. y BATSEVYCH, O., 2009. System reliability analysis by enhanced Monte Carlo simulation. *Structural Safety* [en línea], vol. 31, no. 5, pp. 349-355. ISSN 01674730. DOI 10.1016/j.strusafe.2009.02.004. Disponible

en: <http://dx.doi.org/10.1016/j.strusafe.2009.02.004>.

- PERALTA HERNÁNDEZ, Miguel Antonio, 2015. *Diseño de Conexiones de Estructuras de Acero Actualizado al Reglamento de Construcción Sismo Resistente NSR-10*. S.l.: Universidad Industrial de Santander.
- PERFORMANCE, Life-cycle, GHOSN, M, FRANGOPOL, D M, MCALLISTER, T P, SHAH, M, DINIZ, S, ELLINGWOOD, B R, MANUAL, L, BIONDINI, F, CATBAS, N, STRAUSS, A y ZHAO, Z L, 2016. Reliability-based structural performance indicators for structural members. *Journal of Structural Engineering*, pp. 1-13. DOI 10.1061/(ASCE)ST.1943-541X.0001546.
- RUBINSTEIN, Reuven Y. y KROESE, Dirk P., 2008. Simulation and the Monte Carlo Method. *Wiley*, pp. 377. ISSN 03067734. DOI 10.1111/j.1751-5823.2009.00074\_8.x.
- RUIZ, Daniel M, BORRERO, Maria C, LEÓN, María P y VACCA, Hermes A, 2012. Estimación de los niveles de desempeño estructural y de la deriva inelástica de pórticos de concreto considerando la variabilidad de los materiales de Bogotá. *Ingeniería y Competitividad*, vol. 14, no. 1, pp. 165-183.
- SÁNCHEZ SILVA, Mauricio, 2010. *Introducción a la Confiabilidad y Evaluación de Riesgos*. 2 Edición. Bogota D.C.: Universidad de los Andes. ISBN 978-958-695-511-9.
- VANEGAS HERRERA, Sergio Andrés, 2018. *INFLUENCIA EN LA CONFIABILIDAD ESTRUCTURAL DEBIDA A LA VARIABILIDAD DE LAS PROPIEDADES DEL HORMIGÓN EN PÓRTICOS DE CONCRETO REFORZADO*. S.l.: Universidad Industrial de Santander.

## ANEXOS

### ANEXO A – TABLAS DE DERIVAS ELÁSTICAS: MÉTODO DETERMINÍSTICO TRADICIONAL MEDIANTE FHE.

COLUMNA	PISO/NIVEL	NODO	CASO	DESP X [mm]	DESP Y [mm]	DERIVA X [mm]	DERIVA Y [mm]	DERIVA TOTAL (%)
1	Piso 1 N+0,0	1	Sismo Deriva X	0,000	0,000			
	Piso 1 N+0,0	1	Sismo Deriva Y	0,000	0,000			
	Piso 1 N+3,0	2	Sismo Deriva X	18,791	0,636	18,791	8,229	0,68
	Piso 1 N+3,0	2	Sismo Deriva Y	0,635	8,229			
	Piso 2 N+6,0	3	Sismo Deriva X	43,646	1,458	24,855	11,358	0,91
	Piso 2 N+6,0	3	Sismo Deriva Y	1,452	19,586			
	Piso 3 N+9,0	4	Sismo Deriva X	66,303	2,173	22,657	9,765	0,82
	Piso 3 N+9,0	4	Sismo Deriva Y	2,159	29,351			
	Piso 4 N+12,0	5	Sismo Deriva X	83,639	2,721	17,336	7,664	0,63
	Piso 4 N+12,0	5	Sismo Deriva Y	2,699	37,016			
2	Piso 1 N+0,0	6	Sismo Deriva X	0,000	0,000			
	Piso 1 N+0,0	6	Sismo Deriva Y	0,000	0,000			
	Piso 1 N+3,0	7	Sismo Deriva X	19,189	0,636	19,189	8,229	0,70
	Piso 1 N+3,0	7	Sismo Deriva Y	0,212	8,229			
	Piso 2 N+6,0	8	Sismo Deriva X	44,558	1,458	25,369	11,358	0,93
	Piso 2 N+6,0	8	Sismo Deriva Y	0,484	19,586			
	Piso 3 N+9,0	9	Sismo Deriva X	67,661	2,173	23,104	9,765	0,84
	Piso 3 N+9,0	9	Sismo Deriva Y	0,720	29,351			
	Piso 4 N+12,0	10	Sismo Deriva X	85,340	2,721	17,678	7,664	0,64
	Piso 4 N+12,0	10	Sismo Deriva Y	0,900	37,016			
3	Piso 1 N+0,0	11	Sismo Deriva X	0,000	0,000			
	Piso 1 N+0,0	11	Sismo Deriva Y	0,000	0,000			
	Piso 1 N+3,0	12	Sismo Deriva X	19,586	0,636	19,586	8,229	0,71
	Piso 1 N+3,0	12	Sismo Deriva Y	-0,212	8,229			
	Piso 2 N+6,0	13	Sismo Deriva X	45,469	1,458	25,883	11,358	0,94
	Piso 2 N+6,0	13	Sismo Deriva Y	-0,484	19,586			
	Piso 3 N+9,0	14	Sismo Deriva X	69,019	2,173	23,550	9,765	0,85
	Piso 3 N+9,0	14	Sismo Deriva Y	-0,720	29,351			
	Piso 4 N+12,0	15	Sismo Deriva X	87,041	2,721	18,021	7,664	0,65
	Piso 4 N+12,0	15	Sismo Deriva Y	-0,900	37,016			

4	Piso 1 N+0,0	16	Sismo Deriva X	0,000	0,000			
	Piso 1 N+0,0	16	Sismo Deriva Y	0,000	0,000			
	Piso 1 N+3,0	17	Sismo Deriva X	19,983	0,636	19,983	8,229	0,72
	Piso 1 N+3,0	17	Sismo Deriva Y	-0,635	8,229			
	Piso 2 N+6,0	18	Sismo Deriva X	46,380	1,458	26,397	11,358	0,96
	Piso 2 N+6,0	18	Sismo Deriva Y	-1,452	19,586			
	Piso 3 N+9,0	19	Sismo Deriva X	70,377	2,173	23,997	9,765	0,86
	Piso 3 N+9,0	19	Sismo Deriva Y	-2,159	29,351			
	Piso 4 N+12,0	20	Sismo Deriva X	88,741	2,721	18,364	7,664	0,66
	Piso 4 N+12,0	20	Sismo Deriva Y	-2,699	37,016			
5	Piso 1 N+0,0	21	Sismo Deriva X	0,000	0,000			
	Piso 1 N+0,0	21	Sismo Deriva Y	0,000	0,000			
	Piso 1 N+3,0	22	Sismo Deriva X	18,791	0,318	18,791	8,567	0,69
	Piso 1 N+3,0	22	Sismo Deriva Y	0,635	8,567			
	Piso 2 N+6,0	23	Sismo Deriva X	43,646	0,729	24,855	11,793	0,92
	Piso 2 N+6,0	23	Sismo Deriva Y	1,452	20,361			
	Piso 3 N+9,0	24	Sismo Deriva X	66,303	1,086	22,657	10,142	0,83
	Piso 3 N+9,0	24	Sismo Deriva Y	2,159	30,503			
	Piso 4 N+12,0	25	Sismo Deriva X	83,639	1,361	17,336	7,953	0,64
Piso 4 N+12,0	25	Sismo Deriva Y	2,699	38,455				
6	Piso 1 N+0,0	26	Sismo Deriva X	0,000	0,000			
	Piso 1 N+0,0	26	Sismo Deriva Y	0,000	0,000			
	Piso 1 N+3,0	27	Sismo Deriva X	19,189	0,318	19,189	8,567	0,70
	Piso 1 N+3,0	27	Sismo Deriva Y	0,212	8,567			
	Piso 2 N+6,0	28	Sismo Deriva X	44,558	0,729	25,369	11,793	0,93
	Piso 2 N+6,0	28	Sismo Deriva Y	0,484	20,361			
	Piso 3 N+9,0	29	Sismo Deriva X	67,661	1,086	23,104	10,142	0,84
	Piso 3 N+9,0	29	Sismo Deriva Y	0,720	30,503			
	Piso 4 N+12,0	30	Sismo Deriva X	85,340	1,361	17,678	7,953	0,65
	Piso 4 N+12,0	30	Sismo Deriva Y	0,900	38,455			
7	Piso 1 N+0,0	31	Sismo Deriva X	0,000	0,000			
	Piso 1 N+0,0	31	Sismo Deriva Y	0,000	0,000			
	Piso 1 N+3,0	32	Sismo Deriva X	19,586	0,318	19,586	8,567	0,71
	Piso 1 N+3,0	32	Sismo Deriva Y	-0,212	8,567			
	Piso 2 N+6,0	33	Sismo Deriva X	45,469	0,729	25,883	11,793	0,95
	Piso 2 N+6,0	33	Sismo Deriva Y	-0,484	20,361			
	Piso 3 N+9,0	34	Sismo Deriva X	69,019	1,086	23,550	10,142	0,85
	Piso 3 N+9,0	34	Sismo Deriva Y	-0,720	30,503			

	Piso 4 N+12,0	35	Sismo Deriva X	87,041	1,361	18,021	7,953	0,66
	Piso 4 N+12,0	35	Sismo Deriva Y	-0,900	38,455			
8	Piso 1 N+0,0	36	Sismo Deriva X	0,000	0,000	19,983	8,567	0,72
	Piso 1 N+0,0	36	Sismo Deriva Y	0,000	0,000			
	Piso 1 N+3,0	37	Sismo Deriva X	19,983	0,318	26,397	11,793	0,96
	Piso 1 N+3,0	37	Sismo Deriva Y	-0,635	8,567			
	Piso 2 N+6,0	38	Sismo Deriva X	46,380	0,729	23,997	10,142	0,87
	Piso 2 N+6,0	38	Sismo Deriva Y	-1,452	20,361			
	Piso 3 N+9,0	39	Sismo Deriva X	70,377	1,086	18,364	7,953	0,67
	Piso 3 N+9,0	39	Sismo Deriva Y	-2,159	30,503			
	Piso 4 N+12,0	40	Sismo Deriva X	88,741	1,361			
	Piso 4 N+12,0	40	Sismo Deriva Y	-2,699	38,455			
9	Piso 1 N+0,0	41	Sismo Deriva X	0,000	0,000	18,791	8,906	0,69
	Piso 1 N+0,0	41	Sismo Deriva Y	0,000	0,000			
	Piso 1 N+3,0	42	Sismo Deriva X	18,791	0,000	24,855	12,229	0,92
	Piso 1 N+3,0	42	Sismo Deriva Y	0,635	8,906			
	Piso 2 N+6,0	43	Sismo Deriva X	43,646	0,000	22,657	10,519	0,83
	Piso 2 N+6,0	43	Sismo Deriva Y	1,452	21,135			
	Piso 3 N+9,0	44	Sismo Deriva X	66,303	0,000	17,336	8,241	0,64
	Piso 3 N+9,0	44	Sismo Deriva Y	2,159	31,654			
	Piso 4 N+12,0	45	Sismo Deriva X	83,639	0,000			
	Piso 4 N+12,0	45	Sismo Deriva Y	2,699	39,895			
10	Piso 1 N+0,0	46	Sismo Deriva X	0,000	0,000	19,189	8,906	0,71
	Piso 1 N+0,0	46	Sismo Deriva Y	0,000	0,000			
	Piso 1 N+3,0	47	Sismo Deriva X	19,189	0,000	25,369	12,229	0,94
	Piso 1 N+3,0	47	Sismo Deriva Y	0,212	8,906			
	Piso 2 N+6,0	48	Sismo Deriva X	44,558	0,000	23,104	10,519	0,85
	Piso 2 N+6,0	48	Sismo Deriva Y	0,484	21,135			
	Piso 3 N+9,0	49	Sismo Deriva X	67,661	0,000	17,678	8,241	0,65
	Piso 3 N+9,0	49	Sismo Deriva Y	0,720	31,654			
	Piso 4 N+12,0	50	Sismo Deriva X	85,340	0,000			
	Piso 4 N+12,0	50	Sismo Deriva Y	0,900	39,895			
11	Piso 1 N+0,0	51	Sismo Deriva X	0,000	0,000	19,586	8,906	0,72
	Piso 1 N+0,0	51	Sismo Deriva Y	0,000	0,000			
	Piso 1 N+3,0	52	Sismo Deriva X	19,586	0,000	25,883	12,229	0,95
	Piso 1 N+3,0	52	Sismo Deriva Y	-0,212	8,906			
	Piso 2 N+6,0	53	Sismo Deriva X	45,469	0,000			
	Piso 2 N+6,0	53	Sismo Deriva Y	-0,484	21,135			

	Piso 3 N+9,0	54	Sismo Deriva X	69,019	0,000	23,550	10,519	0,86
	Piso 3 N+9,0	54	Sismo Deriva Y	-0,720	31,654			
	Piso 4 N+12,0	55	Sismo Deriva X	87,041	0,000	18,021	8,241	0,66
	Piso 4 N+12,0	55	Sismo Deriva Y	-0,900	39,895			
12	Piso 1 N+0,0	56	Sismo Deriva X	0,000	0,000			
	Piso 1 N+0,0	56	Sismo Deriva Y	0,000	0,000			
	Piso 1 N+3,0	57	Sismo Deriva X	19,983	0,000	19,983	8,906	0,73
	Piso 1 N+3,0	57	Sismo Deriva Y	-0,635	8,906			
	Piso 2 N+6,0	58	Sismo Deriva X	46,380	0,000	26,397	12,229	0,97
	Piso 2 N+6,0	58	Sismo Deriva Y	-1,452	21,135			
	Piso 3 N+9,0	59	Sismo Deriva X	70,377	0,000	23,997	10,519	0,87
	Piso 3 N+9,0	59	Sismo Deriva Y	-2,159	31,654			
	Piso 4 N+12,0	60	Sismo Deriva X	88,741	0,000	18,364	8,241	0,67
Piso 4 N+12,0	60	Sismo Deriva Y	-2,699	39,895				
13	Piso 1 N+0,0	61	Sismo Deriva X	0,000	0,000			
	Piso 1 N+0,0	61	Sismo Deriva Y	0,000	0,000			
	Piso 1 N+3,0	62	Sismo Deriva X	18,791	-0,318	18,791	9,245	0,70
	Piso 1 N+3,0	62	Sismo Deriva Y	0,635	9,245			
	Piso 2 N+6,0	63	Sismo Deriva X	43,646	-0,729	24,855	12,665	0,93
	Piso 2 N+6,0	63	Sismo Deriva Y	1,452	21,910			
	Piso 3 N+9,0	64	Sismo Deriva X	66,303	-1,086	22,657	10,896	0,84
	Piso 3 N+9,0	64	Sismo Deriva Y	2,159	32,805			
	Piso 4 N+12,0	65	Sismo Deriva X	83,639	-1,361	17,336	8,529	0,64
Piso 4 N+12,0	65	Sismo Deriva Y	2,699	41,334				
14	Piso 1 N+0,0	66	Sismo Deriva X	0,000	0,000			
	Piso 1 N+0,0	66	Sismo Deriva Y	0,000	0,000			
	Piso 1 N+3,0	67	Sismo Deriva X	19,189	-0,318	19,189	9,245	0,71
	Piso 1 N+3,0	67	Sismo Deriva Y	0,212	9,245			
	Piso 2 N+6,0	68	Sismo Deriva X	44,558	-0,729	25,369	12,665	0,95
	Piso 2 N+6,0	68	Sismo Deriva Y	0,484	21,910			
	Piso 3 N+9,0	69	Sismo Deriva X	67,661	-1,086	23,104	10,896	0,85
	Piso 3 N+9,0	69	Sismo Deriva Y	0,720	32,805			
	Piso 4 N+12,0	70	Sismo Deriva X	85,340	-1,361	17,678	8,529	0,65
Piso 4 N+12,0	70	Sismo Deriva Y	0,900	41,334				
15	Piso 1 N+0,0	71	Sismo Deriva X	0,000	0,000			
	Piso 1 N+0,0	71	Sismo Deriva Y	0,000	0,000			
	Piso 1 N+3,0	72	Sismo Deriva X	19,586	-0,318	19,586	9,245	0,72
	Piso 1 N+3,0	72	Sismo Deriva Y	-0,212	9,245			

	Piso 2 N+6,0	73	Sismo Deriva X	45,469	-0,729	25,883	12,665	0,96
	Piso 2 N+6,0	73	Sismo Deriva Y	-0,484	21,910			
	Piso 3 N+9,0	74	Sismo Deriva X	69,019	-1,086	23,550	10,896	0,86
	Piso 3 N+9,0	74	Sismo Deriva Y	-0,720	32,805			
	Piso 4 N+12,0	75	Sismo Deriva X	87,041	-1,361	18,021	8,529	0,66
	Piso 4 N+12,0	75	Sismo Deriva Y	-0,900	41,334			
16	Piso 1 N+0,0	76	Sismo Deriva X	0,000	0,000			
	Piso 1 N+0,0	76	Sismo Deriva Y	0,000	0,000			
	Piso 1 N+3,0	77	Sismo Deriva X	19,983	-0,318	19,983	9,245	0,73
	Piso 1 N+3,0	77	Sismo Deriva Y	-0,635	9,245			
	Piso 2 N+6,0	78	Sismo Deriva X	46,380	-0,729	26,397	12,665	0,98
	Piso 2 N+6,0	78	Sismo Deriva Y	-1,452	21,910			
	Piso 3 N+9,0	79	Sismo Deriva X	70,377	-1,086	23,997	10,896	0,88
	Piso 3 N+9,0	79	Sismo Deriva Y	-2,159	32,805			
	Piso 4 N+12,0	80	Sismo Deriva X	88,741	-1,361	18,364	8,529	0,67
	Piso 4 N+12,0	80	Sismo Deriva Y	-2,699	41,334			
17	Piso 1 N+0,0	81	Sismo Deriva X	0,000	0,000			
	Piso 1 N+0,0	81	Sismo Deriva Y	0,000	0,000			
	Piso 1 N+3,0	82	Sismo Deriva X	18,791	-0,636	18,791	9,583	0,70
	Piso 1 N+3,0	82	Sismo Deriva Y	0,635	9,583			
	Piso 2 N+6,0	83	Sismo Deriva X	43,646	-1,458	24,855	13,101	0,94
	Piso 2 N+6,0	83	Sismo Deriva Y	1,452	22,684			
	Piso 3 N+9,0	84	Sismo Deriva X	66,303	-2,173	22,657	11,272	0,84
	Piso 3 N+9,0	84	Sismo Deriva Y	2,159	33,957			
	Piso 4 N+12,0	85	Sismo Deriva X	83,639	-2,721	17,336	8,817	0,65
	Piso 4 N+12,0	85	Sismo Deriva Y	2,699	42,774			
18	Piso 1 N+0,0	86	Sismo Deriva X	0,000	0,000			
	Piso 1 N+0,0	86	Sismo Deriva Y	0,000	0,000			
	Piso 1 N+3,0	87	Sismo Deriva X	19,189	-0,636	19,189	9,583	0,71
	Piso 1 N+3,0	87	Sismo Deriva Y	0,212	9,583			
	Piso 2 N+6,0	88	Sismo Deriva X	44,558	-1,458	25,369	13,101	0,95
	Piso 2 N+6,0	88	Sismo Deriva Y	0,484	22,684			
	Piso 3 N+9,0	89	Sismo Deriva X	67,661	-2,173	23,104	11,272	0,86
	Piso 3 N+9,0	89	Sismo Deriva Y	0,720	33,957			
	Piso 4 N+12,0	90	Sismo Deriva X	85,340	-2,721	17,678	8,817	0,66
	Piso 4 N+12,0	90	Sismo Deriva Y	0,900	42,774			
19	Piso 1 N+0,0	91	Sismo Deriva X	0,000	0,000			
	Piso 1 N+0,0	91	Sismo Deriva Y	0,000	0,000			

	Piso 1 N+3,0	92	Sismo Deriva X	19,586	-0,636	19,586	9,583	0,73
	Piso 1 N+3,0	92	Sismo Deriva Y	-0,212	9,583			
	Piso 2 N+6,0	93	Sismo Deriva X	45,469	-1,458	25,883	13,101	0,97
	Piso 2 N+6,0	93	Sismo Deriva Y	-0,484	22,684			
	Piso 3 N+9,0	94	Sismo Deriva X	69,019	-2,173	23,550	11,272	0,87
	Piso 3 N+9,0	94	Sismo Deriva Y	-0,720	33,957			
	Piso 4 N+12,0	95	Sismo Deriva X	87,041	-2,721	18,021	8,817	0,67
	Piso 4 N+12,0	95	Sismo Deriva Y	-0,900	42,774			
20	Piso 1 N+0,0	96	Sismo Deriva X	0,000	0,000			
	Piso 1 N+0,0	96	Sismo Deriva Y	0,000	0,000			
	Piso 1 N+3,0	97	Sismo Deriva X	19,983	-0,636	19,983	9,583	0,74
	Piso 1 N+3,0	97	Sismo Deriva Y	-0,635	9,583			
	Piso 2 N+6,0	98	Sismo Deriva X	46,380	-1,458	26,397	13,101	0,98
	Piso 2 N+6,0	98	Sismo Deriva Y	-1,452	22,684			
	Piso 3 N+9,0	99	Sismo Deriva X	70,377	-2,173	23,997	11,272	0,88
	Piso 3 N+9,0	99	Sismo Deriva Y	-2,159	33,957			
	Piso 4 N+12,0	100	Sismo Deriva X	88,741	-2,721	18,364	8,817	0,68
	Piso 4 N+12,0	100	Sismo Deriva Y	-2,699	42,774			

## ANEXO B – ANÁLISIS DE CONFIABILIDAD. CASO: VARIACIÓN SÓLO DEL $F_y$ Y $F_u$ ( $E_s$ , $\rho_s$ SON CONSTANTES)

Como resultado de la no incidencia directa de los valores de resistencia a la fluencia y la rotura del acero en la rigidez de la estructura, los resultados obtenidos para este caso de estudio no presentaron variación alguna.

A continuación, se presenta a manera de ejemplo, los resultados para el segundo piso de la estructura Nivel N+6,0m (Nivel crítico en flexibilidad).

### Resultados para el Nivel N+6,0m – varía sólo $F_y$ , $F_u$ .

En las Figuras 100, 101 y 102 se presentan los resultados correspondientes a Zona segura y Zona de Falla, Probabilidad de Falla e Índice de Confiabilidad respectivamente para el IF de la estructura en el nivel N+6,0m. En La Tabla 33 se muestra el resumen de resultados.

Figura 100. Zona segura y Zona de falla del Índice de Flexibilidad (IF) para el Nivel Nv+6,0m. Varía  $F_y$ ,  $F_u$ .

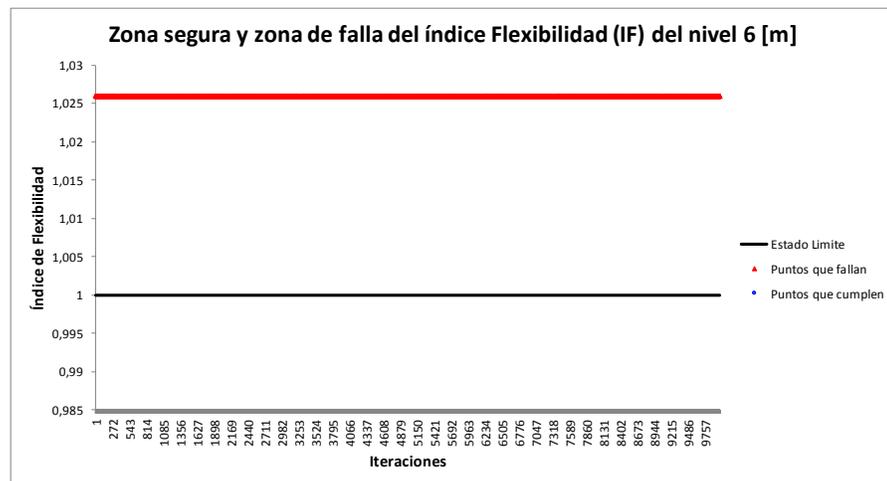


Figura 101. Convergencia de la Probabilidad de falla (PF) del Índice de Flexibilidad (IF) para el Nivel Nv+6,0m. Varía Fy, Fu

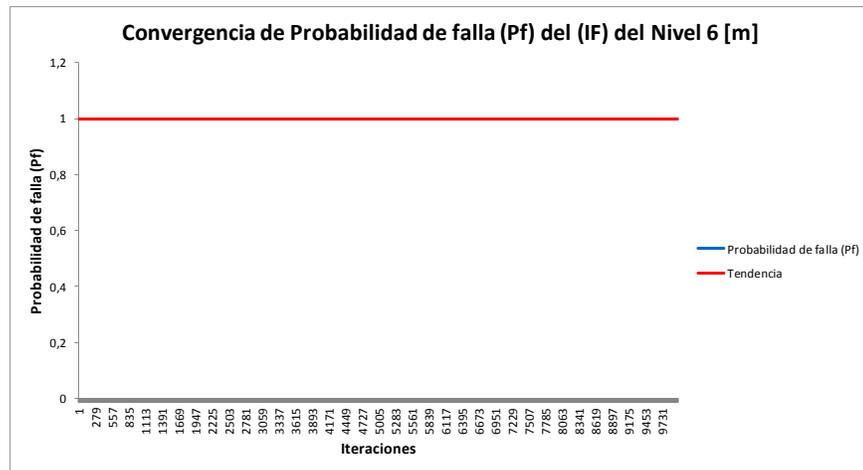


Figura 102. Convergencia del Índice de Confiabilidad ( $\beta$ ) del Índice de Flexibilidad (IF) para el Nivel Nv+6,0m. Varía Fy, Fu

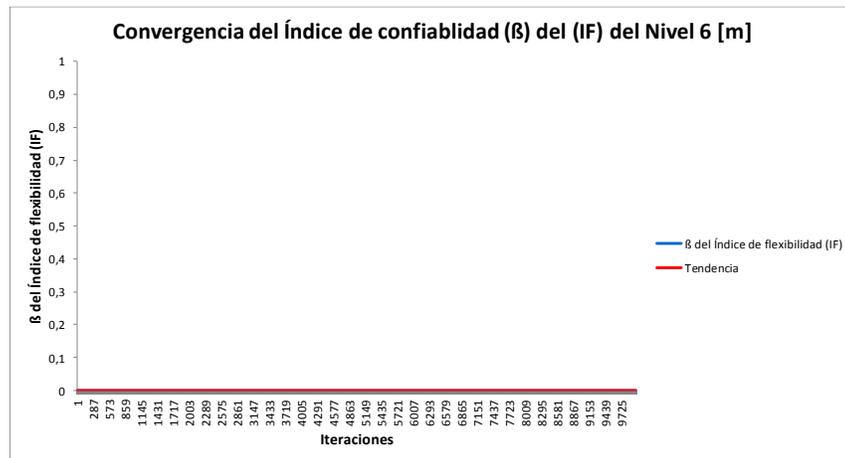


Tabla 33. Resumen de Resultados: Confiabilidad del Índice de Flexibilidad (IF) para el Nivel N+6,0m Varía Varía Fy, Fu

<b>Parámetro Estadístico</b>	<b>IF [Figura 101]</b>	<b>PF [Figura 102]</b>	<b><math>\beta</math> [Figura 103]</b>
Media ( $\mu$ )	1,0259	1,00	0,00
Desviación ( $\sigma$ )	0,0000	0,00	0,00
Tendencia	-	1,00	0,00
Varianza ( <b>V</b> )	0,0000	0,00	0,00
Mínimo	1,0259	1,00	0,00
Máximo	1,0259	1,00	0,00
Rango	0,0000	0,00	0,00
No. Fallas	10000	-	-

## Resultados para los Periodos Fundamentales en las direcciones principales de la Estructura (Tx, Ty) Variando Fy, Fu.

Se presentan los resultados obtenidos del análisis estadístico de confiabilidad para los periodos fundamentales de la estructura tanto en sentido X (Tx) como Y (Ty) en cada una de las 10000 iteraciones. Al igual que con el IF, tampoco se presentó variación alguna en los resultados.

### Resultados para el Periodo Fundamental en Sentido X (Tx)

En las Figuras 103, 104 y 105 se presentan los resultados correspondientes a Zona segura y Zona de Falla, Histograma, Probabilidad de Falla e Índice de Confiabilidad respectivamente para el periodo en sentido X. En La Tabla 34 se muestra el resumen de estos resultados.

Figura 103. Zona segura y Zona de falla para el Periodo Tx. Varía Fy, Fu

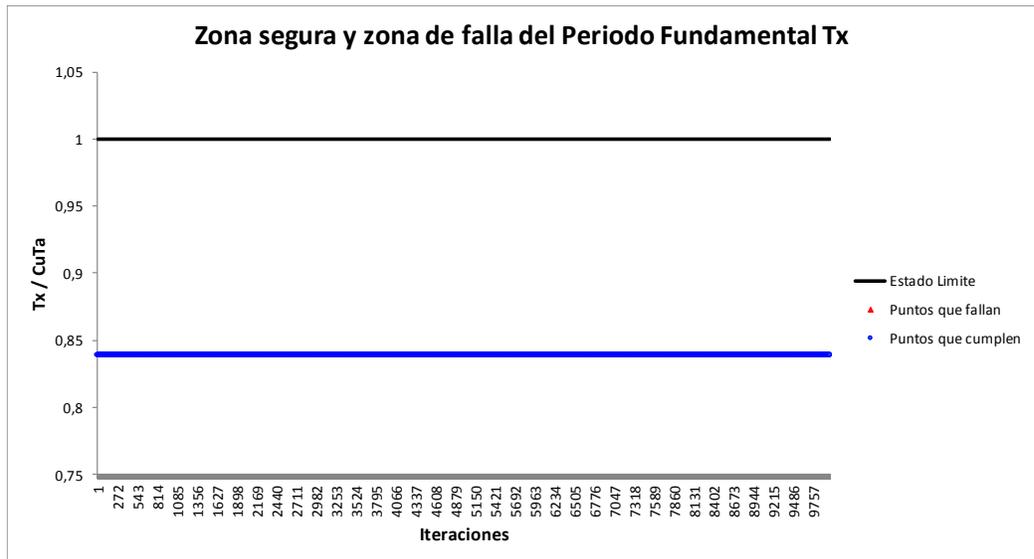


Figura 104. Convergencia de la Probabilidad de Falla (Pf) para el Periodo Tx. Varía Fy, Fu

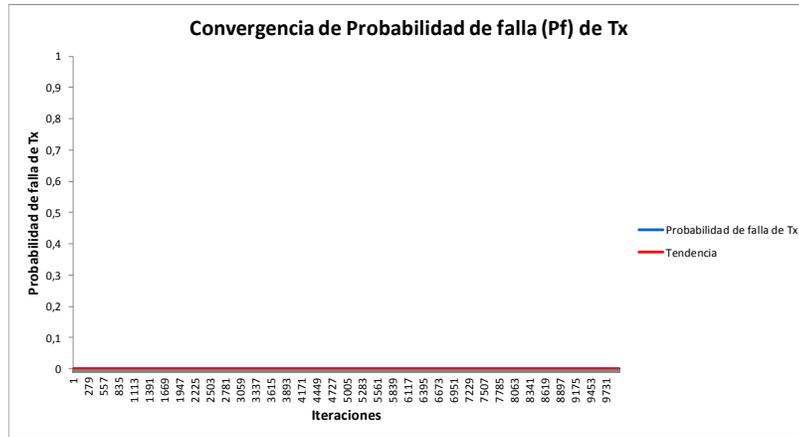


Figura 105. Convergencia del Índice de Confiabilidad ( $\beta$ ) para el Periodo Tx. Varía Fy, Fu

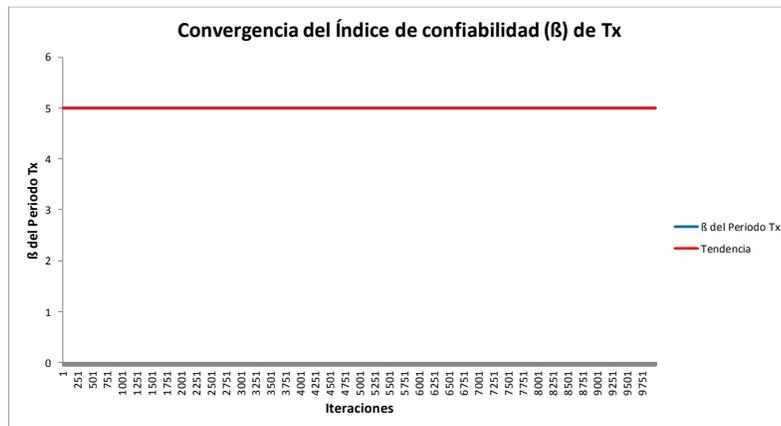


Tabla 34. Resumen de Resultados: Confiabilidad para el Periodo Tx de la Estructura (Varía: Fy, Fu. Son constantes: Es,  $\rho_s$ , Fy y Fu)

<b>Parámetro Estadístico</b>	<b>Tx [seg]</b>	<b>Tx/CuTa [Figura 85]</b>	<b>PF [Figura 86]</b>	<b><math>\beta</math> [Figura 87]</b>
Media ( $\mu$ )	0,5601	0,8391	0,00	5,00
Desviación ( $\sigma$ )	0,0000	0,0000	0,00	0,00
Tendencia	-	-	0,00	5,00
Varianza ( <b>V</b> )	0,0000	0,0000	0,00	0,00
Mínimo	0,5601	0,8391	0,00	5,00
Máximo	0,5601	0,8391	0,00	5,00
Rango	0,0000	0,0000	0,00	0,00
No. Fallas	0	0	-	-

## Resultados para el Periodo Fundamental en Sentido Y (Ty)

En las Figuras 106, 107 y 108 se presentan los resultados correspondientes a Zona segura y Zona de Falla, Histograma, Probabilidad de Falla e Índice de Confiabilidad respectivamente para el periodo en sentido Y. En La Tabla 35 se muestra el resumen de resultados.

Figura 106. Zona segura y Zona de falla para el Periodo Ty. Varía Fy, Fu

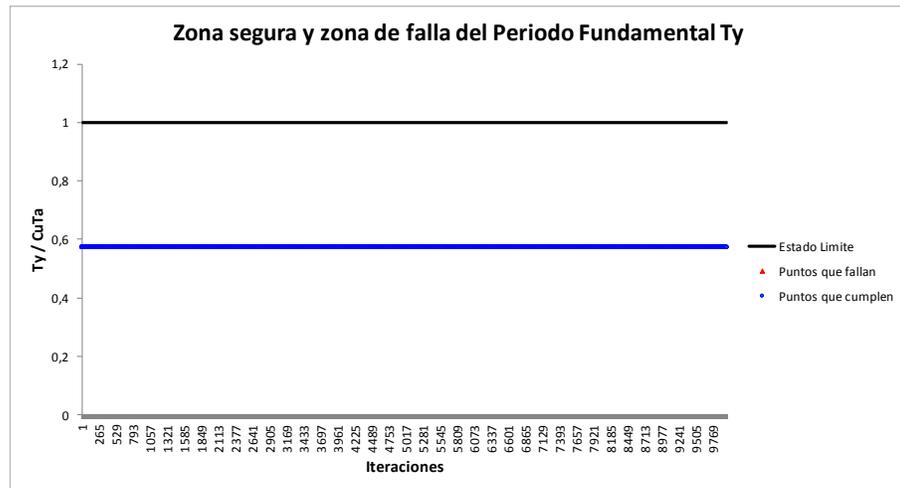


Figura 107. Convergencia de la Probabilidad de Falla (Pf) para el Periodo Ty. Varía Fy, Fu



Figura 108. Convergencia del Índice de Confiabilidad ( $\beta$ ) para el Periodo Ty. Varía Fy, Fu

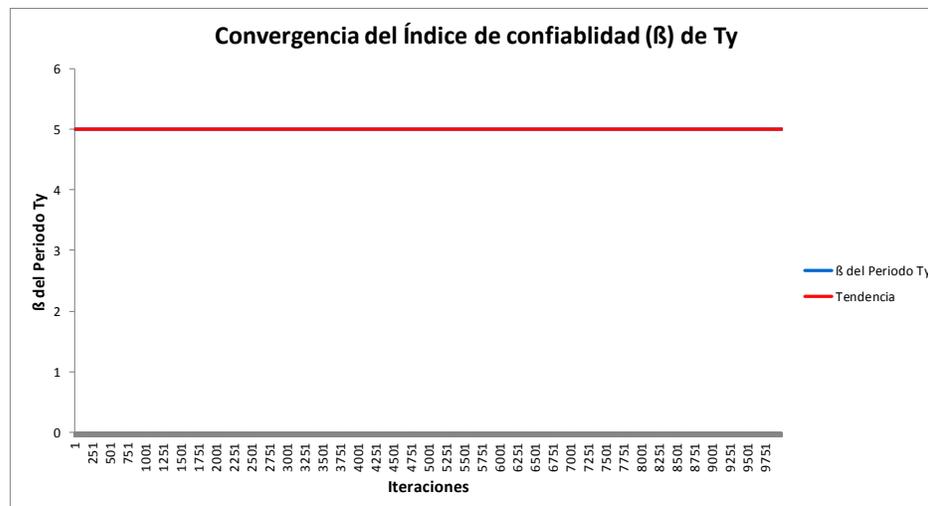


Tabla 35. Resumen de Resultados: Confiabilidad para el Periodo Ty de la Estructura (Varía: Fy, Fu. Son constantes: Es,  $\rho_s$ , Fy y Fu)

<b>Parámetro Estadístico</b>	<b>Ty [seg]</b>	<b>Ty/CuTa [Figura 89]</b>	<b>PF [Figura 90]</b>	<b><math>\beta</math> [Figura 91]</b>
Media ( $\mu$ )	0,3831	0,5739	0,00	5,00
Desviación ( $\sigma$ )	0,0000	0,0000	0,00	0,00
Tendencia	-	-	0,00	5,00
Varianza ( <b>V</b> )	0,0000	0,0000	0,00	0,00
Mínimo	0,3831	0,5739	0,00	5,00
Máximo	0,3831	0,5739	0,00	5,00
Rango	0,0000	0,0000	0,00	0,00
No. Fallas	0	0	-	-