

**METODOLOGÍA PARA CARACTERIZAR UN SISTEMA DE
FRACTURAS, UTILIZANDO INVERSIÓN
DE DATOS DE ONDAS P Y S.**

KAREN LINNETE PACHANO PELÁEZ

**UNIVERSIDAD INDUSTRIAL DE SANTANDER
FACULTAD DE INGENIERÍAS FÍSICOQUÍMICAS
ESCUELA DE INGENIERÍA DE PETRÓLEOS
BUCARAMANGA
2008**



**METODOLOGÍA PARA CARACTERIZAR UN SISTEMA DE
FRACTURAS, UTILIZANDO INVERSIÓN DE DATOS DE ONDAS P Y
S.**

**Trabajo de grado como requisito parcial para optar el título de Magíster en
Ingeniería con énfasis en Hidrocarburos**

KAREN LINNETE PACHANO PELÁEZ

DIRECTORES

ZULY HIMELDA CALDERÓN CARRILLO
Ph.D. en Ingeniería

CARLOS CÉSAR PIEDRAHITA ESCOBAR
Ph.D. en Matemáticas Aplicada

**UNIVERSIDAD INDUSTRIAL DE SANTANDER
FACULTAD DE INGENIERÍAS FÍSICOQUÍMICAS
ESCUELA DE INGENIERÍA DE PETRÓLEOS
BUCARAMANGA
2008**

DEDICATORIA

A Dios

A mi hijo Manuel Salvador y a mi esposo Salvador

A mis padres Pablo y Miladys, a mi hermano Kevin

A mi abuela Ana

A mis tíos y demás familiares

A mis amigos.

AGRADECIMIENTOS

En estos momentos quisiera expresar mi gratitud a todas las personas que hicieron posible el desarrollo de este trabajo, en especial a:

Salvador Ruz Rojas, por su ayuda incondicional y orientación en el desarrollo de la herramienta computacional.

Ruby Arbeláez de Moncaleano, por su apoyo y acompañamiento durante cada etapa de este trabajo.

Mis directores Zuly Calderón Carrillo y Carlos Piedrahita Escobar, por la confianza y colaboración en el desarrollo de esta investigación.

Mis compañeros Diana Mercado Sierra y Emiliano Ariza León, por el tiempo compartido y los valiosos consejos.

Samuel Muñoz Navarro, por el apoyo brindado durante la maestría.

Mis calificadores José Gildardo Osorio y Héctor Hugo Pérez, por la revisión y aceptación de este trabajo.

TABLA DE CONTENIDO

	Pág.
INTRODUCCIÓN	16
1. PROBLEMAS INVERSOS EN GEOFÍSICA DE EXPLORACIÓN	21
1.1 DETECCIÓN DE FRACTURAS CON SÍSMICA DE REFLEXIÓN	27
1.1.1 Modelos del Medio Efectivo.....	29
1.1.2 Anisotropía Sísmica	37
1.2 REDES NEURONALES ARTIFICIALES	47
1.2.1 Redes Neuronales de Alimentación Hacia Adelante	48
1.2.2 Algoritmo de Propagación del Error Hacia Atrás (Backpropagation) '	53
2. RELACIÓN ENTRE LOS MODELOS DE MEDIO EFECTIVO Y LAS VELOCIDADES ACÚSTICAS DE ONDAS P Y S	62
2.1 ESTUDIO COMPARATIVO DE LOS MODELOS BÁSICOS PARA EL MEDIO EFECTIVO.....	65
2.1.1 Modelo de Hudson, 1980	67
2.1.2 Modelo de Schoenberg y Douma, 1988	70
2.1.3 Modelo de Tod, Hudson y Liu, 2003.....	74
2.1.4 Indicadores y Escalas	79
2.1.5 Comparación de los modelos	83
2.2 DISEÑO EXPERIMENTAL.....	86
2.2.1 Definición de Variables.....	86
2.2.2 Diseño Cuasi – Experimental	87

2.3	DEFINICIÓN DEL ÁREA DE ESTUDIO	94
2.3.1	Modelos a escala del medio efectivo.....	94
2.3.2	Datos de ondas P y S obtenidos en el laboratorio	97
3.	DESARROLLO DE LA HERRAMIENTA PARA LA INVERSIÓN DE DATOS	
	103	
3.1	DISEÑO DE LA HERRAMIENTA	103
3.1.1	Definición de los conjuntos de entrenamiento	108
3.2	ESTRUCTURA DE LA HERRAMIENTA.....	115
3.3	SIMULACIÓN UTILIZANDO DATOS DE ONDAS P Y S	116
3.3.1	Simulación Tipo I.....	116
3.3.2	Simulación Tipo II.....	116
4.	METODOLOGÍA PARA LA CARACTERIZACIÓN DE UN SISTEMA DE	
	FRATURAS UTILIZANDO INVERSIÓN DE VELOCIDADES ACÚSTICAS.....	118
4.1	DESCRIPCIÓN DE LA METODOLOGÍA PROPUESTA	118
4.2	APLICACIÓN DE LA METODOLOGÍA PROPUESTA UTILIZANDO DIFERENTES DATOS DE ONDAS P Y S.....	121
5.	CONCLUSIONES.....	143
6.	RECOMENDACIONES	145
	BIBLIOGRAFÍA.....	146
	BIBLIOGRAFÍA DE REFERENCIA	146



BIBLIOGRAFÍA DE CONSULTA.....	150
BIBLIOGRAFÍA METODOLÓGICA.....	152
ANEXOS.....	153
ANEXO A – MÓDULO ELÁSTICO PARA EL MEDIO ESTRATIFICADO	153
ANEXO B – DESCRIPCIÓN DE LOS EQUIPOS DE LABORATORIO PARA LAS MEDIDAS DE ONDAS PY S.....	166
ANEXO C – DESCRIPCIÓN DEL FUNCIONAMIENTO DE LA HERRAMIENTA SOFTWARE.....	167



LISTA DE FIGURAS

	Pág.
Figura 1 Experimento de reflexiones sísmicas.....	22
Figura 2 Esquema de desplazamiento de las ondas P y S.....	24
Figura 3 Representación de la traza sísmica.....	26
Figura 4 Esquema del modelo de medio efectivo, conformado por una matriz (background) con inclusiones.	30
Figura 5 Representación del modelo de Hudson.....	31
Figura 6 Simetría con respecto a un plano, un eje y un punto.....	40
Figura 7 Funciones de activación.	48
Figura 8 Estructura Feedforward.	49
Figura 9 Estructura de una neurona.	49
Figura 10 Estructura de la neurona modificada.	51
Figura 11 Funciones de activación derivables.	52
Figura 12 Representación de los sistemas VTI y HTI.....	63
Figura 13 Comparación de los modelos de acuerdo a los indicadores.....	81
Figura 14 Comportamiento de los modelos de acuerdo a la valoración.....	82
Figura 15 Evaluación de cada modelo.....	82
Figura 16 Diagrama de barras para cada uno de los modelos, según la evaluación cuantitativa.....	85
Figura 17 Muestras del medio efectivo.....	95
Figura 18 Configuración para tomar las medidas de velocidades.....	98
Figura 19 Cristales piezocerámicos utilizados en el experimento.....	98
Figura 20 Cristales piezocerámicos sobre el medio efectivo. Vista superior.....	99
Figura 21 Cristales piezocerámicos sobre el medio efectivo. Vista lateral.....	99
Figura 22 Montaje para realizar las medidas experimentales sobre los medios efectivos.....	100



Figura 23 Detalle de la onda S.....	101
Figura 24 Red neuronal de tres entradas y dos salidas.....	107
Figura 25 Red neuronal de tres entradas y tres salidas.....	108
Figura 26 Conjunto de entrenamiento para la red de tres entradas y dos salidas	109
Figura 27 Variación de épsilon en función de la densidad de fractura y la relación Vs/Vp.....	110
Figura 28 Variación de delta en función de la densidad de fractura y la relación Vs/Vp.....	110
Figura 29 Variación de gamma en función de la densidad de fractura y la relación Vs/Vp.....	111
Figura 30 Conjunto de valores posibles de ϵ , δ , γ vs. Conjunto de entrenamiento.	111
Figura 31 Rangos de variación de la relación de aspecto.	113
Figura 32 Conjunto de entrenamiento para la red de tres entradas y tres salidas.	114
Figura 33 Conjunto de valores posibles de ϵ, δ, γ vs. Conjunto de entrenamiento.	114
Figura 34 Esquema de la simulación Tipo II.....	117
Figura 35 Esquema general de la metodología propuesta.....	120
Figura 36 Conjunto de entrenamiento vs. Datos a simular (Thomsen, 1986).....	127
Figura 37 Conjunto de entrenamiento vs. datos a simular. Medio efectivo (Pachano et al, 2005).....	130
Figura 38 Resultados de la simulación utilizando una red FFBP_LM_GDM_MSE_3_10_10_3.....	131
Figura 39 Conjunto de entrenamiento vs. Datos a simular. Formación Tambor (Valera et al, 2005).....	134
Figura 40 Conjunto de entrenamiento vs datos a simular. Muestras sintéticas (Rueda et al., 2006).....	137





Figura 41 Conjunto de entrenamiento vs. Datos a simular. Muestras sintéticas (Aguilera, 2008)141



LISTA DE TABLAS

	Pág.
Tabla 1 Número de coeficientes elásticos de acuerdo al tipo de simetría.	38
Tabla 2 Número total de simetrías en los cristales	41
Tabla 3 Indicadores para los modelos del medio efectivo	79
Tabla 4 Escala numérica definida para la evaluación de cada indicador	80
Tabla 5 Valoración para los modelos del medio efectivo	80
Tabla 6 Evaluación cualitativa de los modelos del medio efectivo.....	83
Tabla 7 Evaluación cuantitativa	84
Tabla 8 Diseño Cuasiexperimental	90
Tabla 9 Caracterización de los medios efectivos.....	96
Tabla 10 Diferentes diámetros de las cavidades en los medios efectivos	96
Tabla 11 Dimensiones del modelo físico escogido	97
Tabla 12 Tiempos de viaje de las ondas P y S	101
Tabla 13 Velocidades de onda.....	101
Tabla 14 Coeficientes elásticos para el modelo efectivo	102
Tabla 15 Parámetros anisótropos para el medio efectivo	102
Tabla 16 Rango de valores para los conjuntos de entrenamiento	123
Tabla 17 Parámetros anisótropos reportados por Thomsen, 1986.....	125
Tabla 18 Resultados de la inversión de datos con un % de error menor al 20%. 128	
Tabla 19 Resultados de la inversión de datos con un % de error entre el 20% y 40%.....	128
Tabla 20 Valores anómalos simulados por la red.	129
Tabla 21 Datos de laboratorio para el medio efectivo (Pachano et al., 2005).....	130
Tabla 22 Porcentaje de error de los resultados obtenidos con la simulación	132
Tabla 23 Datos reportados para la formación Tambor (Valera et al.,2005)	132





Tabla 24 Resultados para la simulación. Datos de la formación Tambor	135
Tabla 25 Datos de laboratorio para muestras sintéticas (Rueda et al., 2006)	136
Tabla 26 Resultados de la simulación para las muestras sintéticas – Ed.....	138
Tabla 27 Resultados de la simulación para las muestras sintéticas - Vs/Vp	139
Tabla 28 Datos de laboratorio para las muestras sintéticas (Aguilera, 2008)	140
Tabla 29 Resultados para la simulación muestras sintéticas – Ed	141
Tabla 30 Resultados para la simulación muestras sintéticas – Vs/Vp	142



TÍTULO: METODOLOGÍA PARA CARACTERIZAR UN SISTEMA DE FRACTURAS, UTILIZANDO INVERSIÓN DE DATOS DE ONDAS P Y S.*

AUTOR: PACHANO PELÁEZ, Karen Linnete**

PALABRAS CLAVES: Anisotropía, Inversión, Redes Neuronales Artificiales, Parámetros de Thomsen, Velocidades de ondas P y S, Matlab, Fracturas, Medio Efectivo.

CONTENIDO:

Uno de los retos de la industria de los hidrocarburos ha sido la caracterización y el entendimiento de los Yacimientos Naturalmente Fracturados. Muchas veces los parámetros que caracterizan este tipo de yacimientos, tales como: densidad de fracturas, relación de aspecto, y las velocidades del medio (ondas P y S) no pueden ser medidos directamente de los datos sísmicos, por lo que se deben inferir a partir de relaciones teóricas propuestas por diferentes autores.

En la presente investigación, se desarrolló una metodología para determinar las propiedades de fractura a partir de los datos de ondas P y S obtenidos en laboratorio (parámetros de Thomsen: ϵ , δ , γ). De acuerdo a las ecuaciones planteadas para relacionar estos parámetros con las propiedades físicas de las fracturas, se construyó un conjunto de datos para entrenar una red neuronal artificial, teniendo en cuenta que son herramientas útiles en la solución de problemas inversos.

Inicialmente, se revisaron los conceptos de anisotropía y medio efectivo, temas fundamentales para entender la detección de fracturas con sísmica; seguidamente se analizaron las estructuras de las redes neuronales artificiales, específicamente las redes de alimentación hacia delante y propagación del error hacia atrás, dada la característica no lineal del problema planteado.

Posteriormente, se establecieron las relaciones de causalidad para los modelos a escala y los datos obtenidos en laboratorio; además se realizó un estudio comparativo de los modelos del medio efectivo, debido a que en la literatura no existía. Adicionalmente, se presentó el diseño experimental tenido en cuenta para la planeación y adquisición de datos; así como el procedimiento para obtener las medidas acústicas en el laboratorio.

Finalmente, se evaluó la metodología utilizando datos de la literatura, así como, con datos reales obtenidos en las recientes investigaciones desarrolladas por la Universidad Industrial de Santander y el Instituto Colombiano del Petróleo.

* Trabajo de Investigación.

** Facultad de Ingenierías Físicoquímicas. Maestría en Ingeniería con énfasis en Hidrocarburos. Directora: ZULY H. CALDERÓN CARRILLO. Codirector: CARLOS C. PIEDRAHITA ESCOBAR.



TITLE: METHODOLOGY TO CHARACTERIZE A FRACTURE SYSTEM USING INVERSION OF P AND S DATA*

AUTHOR: PACHANO PELÁEZ, Karen Linnete**

KEY WORDS: Anisotropy, Inversion, Artificial Neural Networks, Thomsen Parameters, P and S Velocities, Matlab, Fracture, Effective Medium.

SUMMARY:

One of the challenges in the oil industry has been the characterization of naturally fractured reservoirs. Usually the fracture parameters such as: fracture density, aspect ratio, and medium velocities (P and S) can not be obtained by seismic measurements, therefore it is necessary to obtain them from theoretical relationships.

In this research, there was developed a methodology to find out fracture parameters from P and S wave laboratory measurements (Thomsen's parameters ϵ , δ , γ). According to the equations, there was constructed a dataset to train a neural network. This computer science methodology was applied because it is considered a useful tool for solving inverse problems.

The basic concepts about anisotropy and effective medium were reviewed because of its importance in the fracture detection with reflection seismic. In addition, and considering the high complexity and non-linearity of the problem, an artificial neural network software was built, specifically a feedforward backpropagation one, to surrogate the original fractured system.

The relationships between scaling models and the laboratory measurements, including the experimental design to data acquisition, were established. Also, there was achieved a comparative study among the effective medium theories.

The methodology obtained in this study was evaluated using papers and recent laboratory measurements obtained in researches developed in the Universidad Industrial de Santander and the Instituto Colombiano del Petróleo.

* Research Project.

** Physical Chemistry Faculty. Master at Hydrocarbon. Director: ZULY H. CALDERÓN CARRILLO. Codirector: CARLOS C. PIEDRAHITA ESCOBAR.



INTRODUCCIÓN

Uno de los retos de la industria de los hidrocarburos ha sido la caracterización y el entendimiento de los Yacimientos Naturalmente Fracturados. En muchos de estos se evidencia una gran cantidad de reservas, pero su explotación es demasiado compleja. Por consiguiente, es de gran interés la detección de fracturas con datos de sísmica de reflexión.

Muchas veces los parámetros que caracterizan este tipo de yacimientos, tales como: densidad de fracturas, relación de aspecto, y las velocidades del medio (ondas P y S) no pueden ser medidos directamente de los datos sísmicos, por lo que se deben inferir a partir de relaciones teóricas propuestas por diferentes autores.

Por esta razón, uno de los mayores interrogantes que se intentan responder sobre los yacimientos naturalmente fracturados, tiene que ver con nivel de fracturamiento en la zona de interés (intensidad y densidad de fracturas). Entender las interacciones entre los coeficientes elásticos y el espacio poroso, a nivel de laboratorio, se constituye en una primera aproximación para establecer las relaciones entre la litología, el grado de anisotropía y por consiguiente el drenaje del yacimiento.

En el análisis de fracturas con sísmica de reflexión, se pretende establecer la relación entre la respuesta sísmica y la estructura interna de las rocas, es decir, presencia de cavidades, fracturas o grietas. Los autores Crampin, 1980, Chen, 1995, Schoenberg, 1988, Tsvankin, 2000, Thomsen, 1986, Bakulin, 2000, Grechka, 2000 y Rüger, 1996; han tratado de explicar el comportamiento de las ondas P y S cuando atraviesan medios fracturados.



Según Chen, 1995; cuando se propagan ondas sísmicas en un medio fracturado, generalmente éstas experimentan: bajas velocidades, cambios en la velocidad con la dirección de propagación (anisotropía) y pérdida de energía (alta atenuación). Por otro lado, Schoenberg, 1988, comenta que, en muchas regiones del subsuelo, es común que se presenten velocidades azimutalmente anisótropas, lo cual es atribuido a la presencia de microfracturas verticales alineadas y/o grietas o cavidades generadas por esfuerzos tectónicos.

Es importante mencionar que en el estudio de fracturas con sísmica, además de tener en cuenta las velocidades anisótropas, resulta conveniente revisar las teorías del medio efectivo, lo cual permite relacionar las características físicas de la red de fracturas con los datos o respuesta de las velocidades de ondas P y S.

En la literatura se encuentran muchas teorías de medio efectivo, entre ellas las propuestas por Hudson, 1980; Schoenberg, 1988; Toksöz, 1981; entre otros. En el estudio de estas teorías, es indispensable entender los fundamentos, suposiciones y simplificaciones, para poder derivar información a partir de ellas. En este trabajo se utilizó la teoría propuesta por Hudson, 1980, por ser la que mejor se ajusta a la descripción de los modelos físicos y, además, por permitir la representación, a nivel macro de la estructura de un yacimiento, sin dejar de considerar la teoría elástica.

Conocer las interacciones entre la roca, espacio poroso y fluidos y como estos controlan las propiedades de las rocas es crucial para un mejor entendimiento de los datos acústicos y sísmicos, de modo que contribuiría a definir mecanismos de explotación adecuados que permitan una mayor extracción de hidrocarburos.

En la presente investigación, se propone una metodología para determinar las propiedades de fractura a partir de los datos de ondas P y S obtenidos en laboratorio (ϵ , δ , γ). De acuerdo a las ecuaciones planteadas para relacionar los parámetros anisótropos con las propiedades físicas de las fracturas (densidad de



fracturas, relación de aspecto y V_s/V_p) se construyó un conjunto de datos para entrenar una red neuronal artificial, teniendo en cuenta que son herramientas útiles en la solución de problemas inversos.

Adicionalmente se tomaron las medidas de velocidades acústicas en las muestras utilizando cristales piezocerámicos (materiales electromecánicos) que pueden emitir y recibir pulsos ultrasónicos, estas mediciones se realizaron siguiendo la configuración planteada por Lo, et al. 1985; estos datos son simulados en la red para verificar los resultados obtenidos en la solución del problema inverso. Por último se evaluó la metodología con datos de experimentos con medios efectivos, reportados en la literatura.

Este documento se encuentra dividido en cuatro capítulos, que van desde los conceptos fundamentales sobre el tema, pasando por el diseño experimental, la obtención de los datos y el análisis de resultados, hasta la estructura de la metodología por medio de la cual se determinarán las propiedades físicas a partir de datos acústicos.

En el **primer capítulo** correspondiente a los fundamentos teóricos, se presenta en dos partes. En la primera parte, se hace referencia a las generalidades de la sísmica de reflexión y su uso para la caracterización de las zonas fracturadas; para entender el tema de detección de fracturas con datos sísmicos, es necesario revisar los modelos del medio efectivo, es decir, aquellos modelos que estudian las propiedades elásticas de un medio compuesto. Así mismo, se presentan los conceptos de anisotropía sísmica, la cual está definida como la variación de las propiedades de acuerdo con la dirección de referencia, en geofísica el análisis más utilizado es el de la anisotropía de las velocidades de propagación de las ondas P y S.



Seguidamente se analizan las estructuras de las redes neuronales artificiales (RNA). Estos sistemas fueron escogidos para resolver el problema inverso dada su característica de emular las redes neuronales biológicas, y se utilizan para aprender estrategias de solución basadas en ejemplos de comportamiento típico de patrones. Una de las ventajas de estos sistemas es que no requieren que la tarea a ejecutar se programe, si no que se generalizan y aprenden de la experiencia; específicamente se exploraron las redes neuronales de alimentación hacia delante y propagación del error hacia atrás (feed forward backpropagation FFBP) debido a la característica no lineal del problema planteado.

En el **segundo capítulo** se establecen las relaciones de causalidad para los modelos a escala y los datos obtenidos en laboratorio. Debido a que en la literatura no existía un estudio comparativo de los modelos, se inicia con el desarrollo de este estudio, en el cual recopilaron los estudios e investigaciones de varias escuelas y autores, esta fase comparativa tuvo como objeto la valoración de los modelos y por consiguiente la escogencia del que mejor representara las condiciones de estudio, en términos de eficacia, efectividad y eficiencia.

De igual manera, se presenta el diseño experimental tenido en cuenta para la planeación y adquisición de datos, así mismo se expone el tipo de diseño (cuasi experimental) y las estrategias de contrastación utilizadas. Por último, se muestra el procedimiento para obtener las medidas acústicas en el laboratorio de acuerdo al modelo del medio efectivo.

En el **tercer capítulo** se presenta el desarrollo de la herramienta software. Se inicia explicando el problema inverso que se quiere solucionar y con base en las relaciones establecidas entre los parámetros anisótropos y las características del medio efectivo, se procede a la construcción de un conjunto de entrenamiento para la red neuronal y a establecer el patrón más adecuado de acuerdo al tipo de entrenamiento, definición de épocas, número de capas ocultas.



De igual manera, se explica el tipo de simulación que se utilizó, es decir, como se realiza la inversión de datos, de acuerdo al conjunto de entrenamiento y los datos obtenidos en el laboratorio. En este espacio se hace énfasis en el diseño y construcción de la aplicación computacional.

En el **cuarto capítulo**, se estructura la metodología para obtener los parámetros de fracturas, a partir de los datos de laboratorio (ϵ , δ , γ). En este capítulo se presentan paso a paso los requerimientos para poder establecer la solución al problema inverso. Adicionalmente, se presenta la aplicación de la metodología utilizando datos de la literatura (Thomsen, 1986), así como, con datos reales obtenidos en las recientes investigaciones (Pachano et al., 2005, Valera et al., 2005, Rueda et al., 2006, Aguilera, 2008) desarrolladas por la Universidad Industrial de Santander y el Instituto Colombiano del Petróleo.



1. PROBLEMAS INVERSOS EN GEOFÍSICA DE EXPLORACIÓN

Los métodos de exploración sísmica, están basados en la generación de ondas sísmicas a partir de una explosión o mediante el uso de vibradores. Las ondas sísmicas son ondas mecánicas y elásticas, debido a que causan deformaciones no permanentes en el medio en el que se propagan, esta propagación está descrita por la ecuación de onda. Su principal objetivo es obtener información geofísica del medio.

La prospección sísmica es una herramienta que permite observar con buena resolución desde los primeros metros del subsuelo (sísmica de alta resolución o sísmica superficial - *shallow seismic*) hasta varios kilómetros de profundidad (sísmica profunda - *deep seismic*), como se mencionó antes, consiste en generar ondas sísmicas mediante una fuente emisora y registrarlas en una serie de estaciones (geófonos) distribuidas sobre el terreno. A partir del estudio de las distintas formas de onda y sus tiempos de viaje, se consiguen obtener imágenes del subsuelo que luego se relacionan con las capas geológicas (secciones sísmicas, campos de velocidades, etc.).

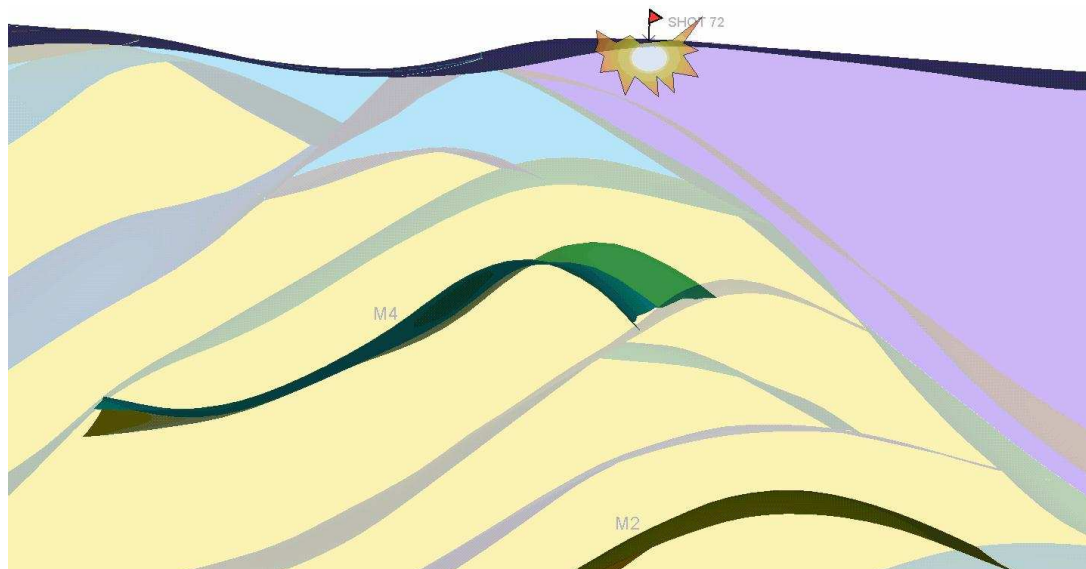
Es así como la caracterización implica la determinación de propiedades físicas de las rocas a partir de los datos sísmicos. Los datos sísmicos pueden estar representados por una sección apilada y migrada, cubos de inversión sísmica (impedancia acústica) y/o datos de AVO (amplitud vs. Offset).

Por tal razón el modelamiento de la propagación de ondas es comúnmente usado en la industria del petróleo para solucionar los problemas inversos en prospección



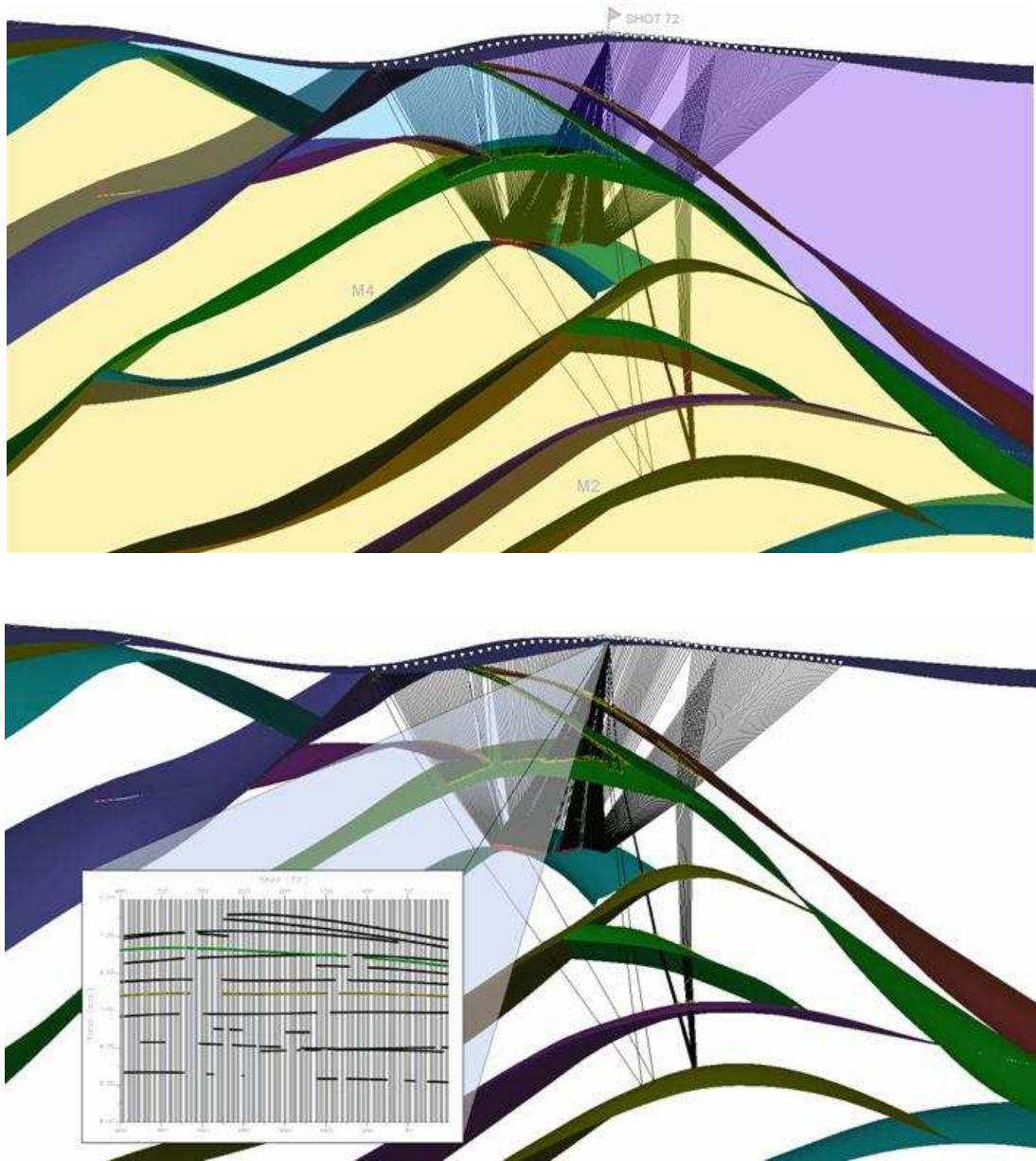
geofísica, el objetivo de la inversión sísmica es transformar los datos de reflexión sísmica en propiedades de yacimiento, como son: porosidad, paquetes de arena neta, volumen de arcilla, tipos y saturaciones de fluidos, litologías, entre otros y de esta manera reconstruir la imagen del subsuelo. De forma intuitiva, se puede decir que se realizan cálculos de los registros de impedancia acústica¹ y de esta manera establecer como serían dichos registros si se hubiera perforado y tomado datos de un pozo. En la figura 1, se presenta de manera esquemática el experimento de reflexiones sísmicas.

Figura 1 Experimento de reflexiones sísmicas



¹ La impedancia acústica (Z), para un determinado material, está definida como el producto de la densidad (ρ) del material y la velocidad acústica (v).





FUENTE: Modelo Norsar 3D. Grupo de Petrosísmica UIS-ICP

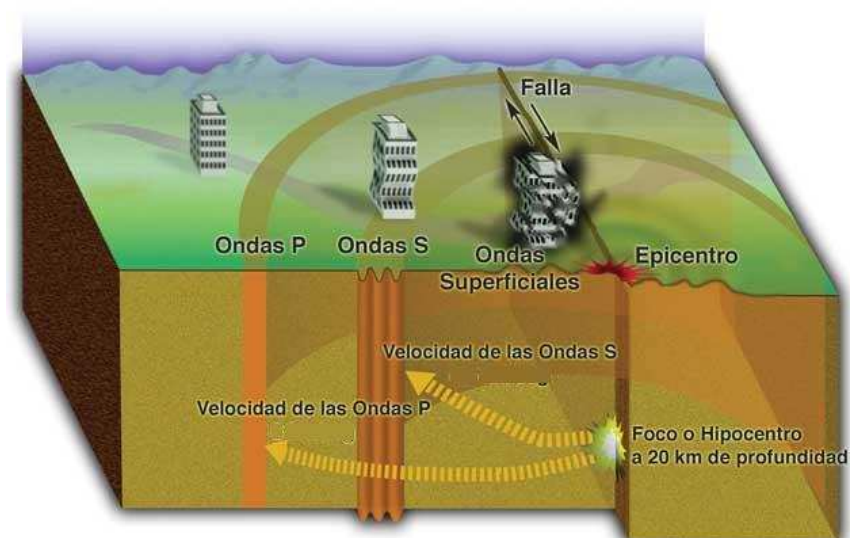


Ondas Sísmicas

Las ondas sísmicas se dividen en internas y superficiales. Dentro de las ondas internas se tienen las ondas P (longitudinales o de compresión) y las ondas S (transversales o de cizalla). En el caso de las ondas P las partículas del medio, oscilan en la misma dirección de propagación de la onda, también son llamadas principales, puesto que se propagan mas rápido que las ondas S.

Por otro lado, las partículas de una onda S, oscilan perpendicularmente a la dirección de propagación. En este caso se presentan dos tipos, si las partículas del medio oscilan en el plano horizontal y perpendicular a la dirección de propagación se denominan ondas S_H , y si las partículas del medio oscilan en el plano vertical y perpendicular a la dirección de propagación, de denominan ondas S_V . En las ondas S polarizadas sus partículas oscilan en un único plano perpendicular a su dirección de propagación. Ver figura 2.

Figura 2 Esquema de desplazamiento de las ondas P y S.



FUENTE: Valdivieso R. www.fpolar.org.ve/escien/09/12.jpg



Matemáticamente las ondas sísmicas pueden interpretarse como señales analíticas que poseen una parte real y otra parte imaginaria, de la cual sólo la parte real es detectada y visualizada². Esto se corresponde con un fasor dependiente del tiempo, y de esta forma se puede analizar a la traza sísmica $g(t)$ como:

$$g(t) = R(t)\cos\theta(t) \dots\dots\dots(1)$$

Donde:

$R(t)$ es la envolvente de la traza sísmica

$\theta(t)$ es su fase.

Para describir la traza sísmica, se podría imaginar un vector perpendicular al eje del tiempo cuya longitud varía en el tiempo y que rota alrededor de dicho eje como una función temporal. La proyección de este vector rotatorio sobre el plano real genera la traza sísmica convencional $g(t)$, pero si es proyectado sobre un plano imaginario se obtiene la traza cuadratura $h(t)$, la cual se define como:

$$h(t) = R(t)\sin\theta(t) \dots\dots\dots(2)$$

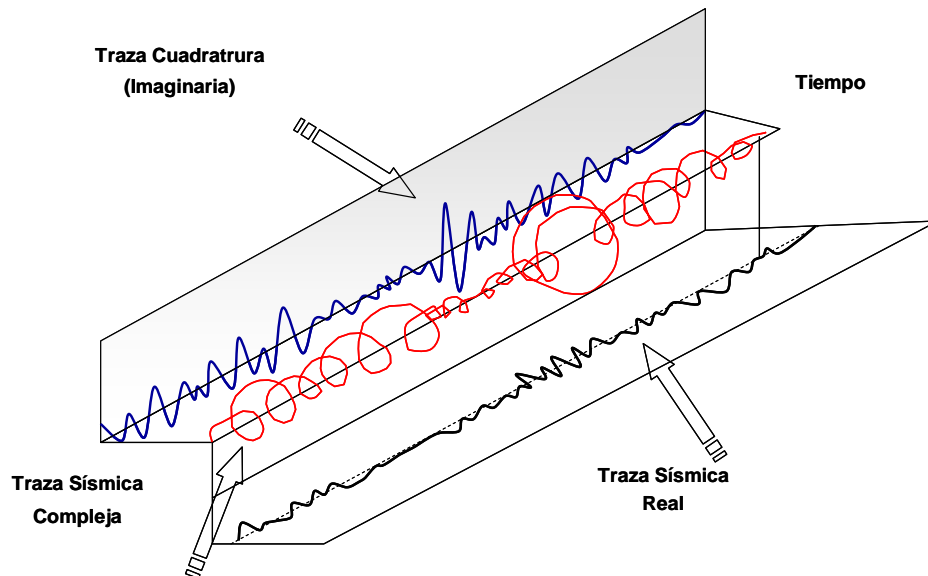
Aplicando la transformada de Hilbert a la traza grabada se obtiene la traza cuadratura imaginaria. Ver figura 3. Es decir, la traza analítica estaría definida como: (ecuación 2a)

$$\text{Traza analítica} = g(t) + iH[g(t)] \dots\dots\dots(2a)$$

² TANER M., KOEHLER F., SHERIFF R. Complex Trace Analysis. Geophysics, 44, 1041-1063, 1979.



Figura 3 Representación de la traza sísmica



FUENTE: Modificado de: Complex Trace Analysis. TANER M., KOEHLER F., SHERIFF R Geophysics, 44, 1041-1063, 1979.

Físicamente se puede decir que la traza sísmica refleja la medida de la velocidad con que oscila una partícula o de la presión que experimenta (si se graba con geófonos o hidrófonos, respectivamente) como resultado del paso de las ondas sísmicas a través del medio que la contiene. Una onda sísmica perturba las partículas del medio a través del cual se propaga, alterando su posición de equilibrio, y por esto, se puede decir que la traza sísmica convencional $g(t)$ puede ser vista como una medida de la energía cinética.

De igual manera el movimiento de las partículas se recupera a través de una fuerza restauradora, por lo que dicha energía es preservada en forma de energía potencial: a medida que una partícula se mueve como respuesta al paso de la



onda sísmica, la energía es transformada de cinética a potencial de forma cíclica, la medida de esta energía potencial se representa por la traza de cuadratura $h(t)$.

1.1 DETECCIÓN DE FRACTURAS CON SÍSMICA DE REFLEXIÓN

Cuando se trabaja en la interpretación y caracterización de zonas fracturadas o tectónicamente complejas, se deben involucrar varios efectos que conduzcan a un mejor entendimiento y validación de los datos obtenidos, por ejemplo: datos de velocidades sísmicas, registros de pozos, información de producción, etc.

Se considera que el fracturamiento de un material, con una determinada orientación de grietas o fracturas, genera efectos anisótropos³; que consisten en la variación de una o más propiedades del material con la dirección. En la sísmica de exploración se trabaja con la anisotropía de las velocidades de las ondas sísmicas, que considera una velocidad de propagación de energía, diferente a la velocidad de propagación de onda, es decir, que se puede distinguir entre una velocidad de grupo, y una velocidad de fase; es importante resaltar que la anterior no es la única propiedad afectada, ya que también se puede presentar anisotropía en la amplitud y forma de la ondícula⁴.

Debido a la complejidad del problema mencionado anteriormente, es necesario usar un modelo simplificado para describir el fenómeno físico y seleccionar una descripción matemática aproximada; estos requerimientos, conducen

³ CHEN W. AVO In Azimuthally Anisotropic Media Fracture Detection Using P-Wave Data And Seismic Study Of Naturally Fractured Tight Gas Reservoir. Stanford University. Department of Geophysics, 1995, p.1.

⁴ SLAWINSKI M.A. On Elastic-wave Propagation in Anisotropic Media: Reflection/Refraction Laws, Ray tracing, and Traveltime Inversion. Calgary. Department of Geology and Geophysics, The University of Calgary, 1996, p2.



implícitamente a la integración de diferentes disciplinas, tales como: física de rocas, registros de pozos, inversión sísmica y metodología AVO⁵.

La descripción matemática del fenómeno, relacionado con la propagación de ondas en un medio anisótropo, difiere significativamente del medio isótropo. Según recientes investigaciones, se considera que cuando se propagan ondas sísmicas en un medio fracturado, generalmente éstas experimentan: bajas velocidades, cambios en la velocidad con la dirección de propagación y pérdida de energía⁶.

Los estudios hechos acerca de la detección de fracturas con sísmica⁷, muestran que la red de fracturas hace al medio azimutalmente anisótropo con respecto a la propagación de ondas sísmicas, aunque la presencia de anisotropía azimutal tiene gran influencia sobre todos los modos de propagación, es decir, sobre las ondas P y S, estos estudios se concentran en el comportamiento particular de las ondas S. Cuando las ondas S atraviesan medios compuestos, ocurre una división – *splitting* generando dos ondas, una rápida y otra lenta, llamadas S1 y S2 respectivamente, por consiguiente muchas de las investigaciones están encaminadas a analizar el retraso de las amplitudes de reflexión de las ondas S divididas.

Recientemente se demostró que la dependencia azimutal de características de las ondas P, tiene el potencial de no solo restringir entre la orientación e intensidad de fractura, sino que también pueden discriminar entre fracturas secas y llenas de fluidos⁸; esto se logra con la integración de la relación entre parámetros

⁵ LI Y., DOWNTON J., and XU Y. AVO modeling in seismic processing and interpretation, Part III: Applications. Calgary, *Recorder*, 30 February, 2003, p.3.

⁶ CHEN W. Op. cit.p.65.

⁷ CRAMPIN S. A Review Of Wave Motion In Anisotropic An Cracked Elastic Media. *Wave motion*, 3, 343-391, 1980.

⁸ BAKULIN A., GRECHKA V. and TSVANKIN I. Estimation of fracture parameters from reflection seismic data – Part I: HTI model due to a single fracture set. *Geophysics*, 65, p. 1788-1802, 2000, p.1796.



anisótropos, las propiedades físicas del sistema de fracturas y la combinación de métodos sísmicos.

Para identificar los parámetros de fracturas de los datos sísmicos, se hace necesario, comparar los resultados de las diferentes aproximaciones de la teoría del medio efectivo, las cuales consisten en obtener las propiedades elásticas del sistema a nivel macro y los módulos elásticos equivalentes, y posteriormente relacionarlos con los coeficientes anisótropos adimensionales.

Los modelos utilizados para representar los medios fracturados incluyen los basados en:

- Fracturas infinitas paralelas
- Fracturas en forma elipsoidal
- Fracturas elipsoidales saturadas o hidráulicamente conectadas: matriz y poros.

1.1.1 Modelos del Medio Efectivo

Como se mencionó anteriormente, un aspecto importante en la detección de fracturas con datos de sísmica de reflexión, es la definición de medio efectivo el cual se enmarca dentro de las *teorías del medio efectivo*, que consisten en promediar los módulos elásticos del sistema, utilizando la superposición de dos medios continuos.⁹

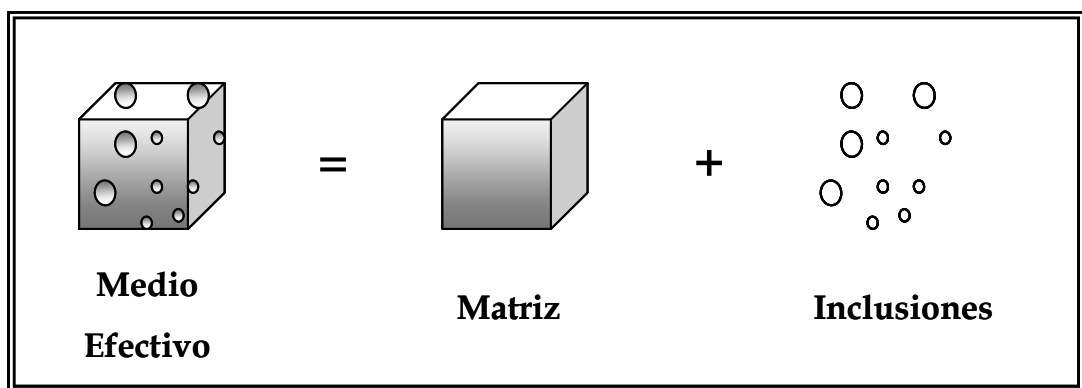
Existen numerosas teorías de medio efectivo las cuales se desarrollaron para estudiar las propiedades de un medio compuesto, estas teorías cubren un amplio rango de materiales tales como los sólidos agrietados, medios porosos y

⁹ SEN M. Seismic Wave Propagation in Anisotropic Media. Texas, The University of Texas A&M, 2002, Lecture 5. p.2.



materiales compuestos (*composite materials*). Cualquier modelo que estudie las propiedades elásticas de un medio compuesto, se considera teoría del medio efectivo¹⁰. Ver figura 4.

Figura 4. Esquema del modelo de medio efectivo, conformado por una matriz (background) con inclusiones.



Generalmente al medio continuo que conforma la matriz, se le llama *background* y las inclusiones corresponden a las grietas o fracturas *cracks*.

Debido a que la presencia de grietas, cavidades, discontinuidades u otros elementos, hace al medio anisótropo; es necesario representar el comportamiento de rocas no consolidadas con alineación preferencial de granos y/o fracturas, con modelos más complejos, tal como los sistemas anisótropos.

En el trabajo realizado por Wang y Nur, 1992, se presenta una recopilación de todas las investigaciones acerca de las teorías del medio efectivo, para el caso particular de esta investigación solo se tendrán en cuenta tres de las teorías las

¹⁰ WANG Z. and NUR A. Seismic and Acoustic Velocities in Reservoir Rocks. Vol 2, Theoretical and Model Studies. Society of Exploration Geophysicists, 1992, p.2



cuales pueden representar el comportamiento de las ondas en los modelos a escala.

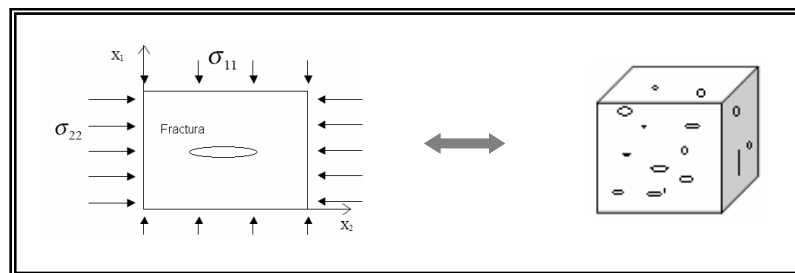
Modelo de grietas elipsoidales

En 1980, Hudson¹¹ desarrolló un modelo para explicar el comportamiento elástico de un sólido con presencia de grietas o cavidades, las suposiciones de este trabajo, se enuncian a continuación:

- Las grietas son elipsoides con una pequeña relación de aspecto.
- No existe interconexión entre las grietas.
- El espaciamiento entre las grietas es mucho más pequeño que la longitud de onda.

En la figura 5, se presenta en forma gráfica las suposiciones de la teoría de Hudson:

Figura 5. Representación del modelo de Hudson.



FUENTE: Natural Fracture Modeling and Characterization. QIU Y., The University of Texas at Austin, 2002.

¹¹ HUDSON J. A. Overall properties of a cracked solid. *Math. Proc. Camb. Phil. Soc.*, 88, 371-384, 1980.



El desarrollo matemático inicia con la ley de Hooke generalizada, cuya representación tensorial está dada por: (ver ecuación 3).

$$\sigma_{ij} = C_{ijkl} \varepsilon_{kl} \dots\dots\dots(3)$$

Donde:

σ_{ij} , ε_{kl} , C_{ijkl} son los tensores de esfuerzos, deformaciones y constantes elásticas, respectivamente.

Debido a que el tensor de esfuerzos y deformaciones es simétrico y cada uno solo tiene seis (6) componentes independientes la ecuación 3 puede ser escrita en notación simplificada o notación de Voigt. Ver ecuación 3a, la cual es una representación matricial de la ecuación 3.

$$\sigma_I = C_{IJ} \varepsilon_J \dots\dots\dots(3a)$$

Donde:

σ_I , ε_J , son los componentes de los vectores 6X1 que representan los términos independientes de los respectivos tensores de esfuerzo y deformación.

Los subíndices ij ó kl pueden ser mapeados en i o j de acuerdo a la siguiente regla:

<i>ij o kl</i>	11	22	33	23=32	31=13	12=21
<i>I o J</i>	1	2	3	4	5	6

En forma matricial, la ley de Hooke se expresa como: (ver ecuación 3b)



$$\begin{bmatrix} \sigma_1 \\ \sigma_2 \\ \sigma_3 \\ \sigma_4 \\ \sigma_5 \\ \sigma_6 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} c_{11} & c_{12} & c_{13} & c_{14} & c_{15} & c_{16} \\ c_{12} & c_{22} & c_{23} & c_{24} & c_{25} & c_{26} \\ c_{13} & c_{23} & c_{33} & c_{34} & c_{35} & c_{36} \\ c_{14} & c_{24} & c_{34} & c_{44} & c_{45} & c_{46} \\ c_{15} & c_{25} & c_{35} & c_{45} & c_{55} & c_{56} \\ c_{16} & c_{26} & c_{36} & c_{46} & c_{56} & c_{66} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \epsilon_1 \\ \epsilon_2 \\ \epsilon_3 \\ \epsilon_4 \\ \epsilon_5 \\ \epsilon_6 \end{bmatrix} \dots\dots\dots(3b)$$

Es importante resaltar que el tensor de cuarto orden de coeficientes elásticos es simétrico por lo tanto:

$$C_{ijkl} = C_{klij} \quad \text{ó} \quad C_{ijij} = C_{jiji}$$

O en notación de Voigt

$$C_{IJ} = C_{JI}$$

De esta manera la matriz de coeficientes elásticos es simétrica y por lo tanto sólo tiene 21 constantes elásticas independientes¹², las cuales representan el medio más general de elasticidad lineal, físicamente estas constantes elásticas representan la relación entre esfuerzos y deformaciones en notación simplificada.

La matriz “C” muchas veces es llamada matriz de coeficientes elásticos o matriz de rigidez (*stiffness matrix*). Teniendo en cuenta que la matriz de coeficientes elásticos C es una matriz positiva definida, posee una inversa, es decir C^{-1} existe y se puede denotar como la matriz $S = C^{-1}$, de tal manera que:

$$\epsilon = S\sigma$$

Donde la matriz “S” es llamada la matriz de conformidad (*compliance matrix*) en la teoría de la elasticidad.

¹² Es importante resaltar que la matriz de constantes elásticas tiene 36 componentes (6X6), pero debido a su simetría, sólo 21 constantes son independientes.



Con base en las suposiciones mencionadas anteriormente, Hudson desarrolló una expresión para el módulo elástico de un medio efectivo, el cual está dado por la ecuación 4.

$$C_{Hudson} = -\frac{N\langle a^3 \rangle}{\nu} \begin{bmatrix} \lambda^2 U_3 & \lambda^2 U_3 & \lambda(\lambda + 2\mu)U_3 & 0 & 0 & 0 \\ \lambda^2 U_3 & \lambda^2 U_3 & \lambda(\lambda + 2\mu)U_3 & 0 & 0 & 0 \\ \lambda(\lambda + 2\mu)U_3 & \lambda(\lambda + 2\mu)U_3 & \lambda(\lambda + 2\mu)U_3 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 2\mu^2 U_1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 2\mu^2 U_1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \dots\dots\dots(4)$$

Donde:

a : radio de las fracturas

N/ν : número de fracturas por unidad de volumen

λ, μ : constantes de Lamé

U_1 y U_3 : son parámetros adimensionales

Los parámetros adimensionales U_1 y U_3 , están definidos de acuerdo al tipo de fluido presente en las cavidades. Para las grietas secas, las constantes se expresan de acuerdo a las ecuaciones 5a y 5b; de igual forma para las grietas con fluidos, se expresan según las ecuaciones 6a y 6b respectivamente:

Para grietas secas:

$$U_1 = \frac{16}{3} \frac{\lambda + 2\mu}{3\lambda + 4\mu} \dots\dots\dots(5a)$$



$$U_3 = \frac{4}{3} \frac{\lambda + 2\mu}{\lambda + \mu} \dots\dots\dots(5b)$$

Para grietas con fluidos

$$U_1 = \frac{16}{3} \frac{\lambda + 2\mu}{3\lambda + 4\mu} \dots\dots\dots(6a)$$

$$U_3 = 0 \dots\dots\dots(6b)$$

Modelo de capas paralelas

Schoenberg y Douma en 1988¹³ derivaron las expresiones correspondientes para modelar la propagación de ondas en un medio compuesto, cuyas fracturas presentaban deformación constante.

Para entender el modelo de placas paralelas, es necesario definir primero el módulo elástico para un medio estratificado,¹⁴ el cual se describe en el anexo A. En la ecuación 7 se presenta el módulo elástico para el medio efectivo:

¹³ SCHOENBERG M. and DOUMA J. Elastic wave propagation in media with parallel fractures and aligned cracks. . Geophysical Prospecting 39, 571-590, 1988, p.574.

¹⁴ Ibidem, p.573.





$$c_{Schoenberg} = \begin{bmatrix} (\lambda + 2\mu)\Delta_N & \lambda\Delta_N & \lambda\Delta_N & 0 & 0 & 0 \\ \lambda\Delta_N & \frac{\lambda^2}{\lambda + 2\mu}\Delta_N & \frac{\lambda^2}{\lambda + 2\mu}\Delta_N & 0 & 0 & 0 \\ \lambda\Delta_N & \frac{\lambda^2}{\lambda + 2\mu}\Delta_N & \frac{\lambda^2}{\lambda + 2\mu}\Delta_N & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \mu\Delta_T & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \mu\Delta_T \end{bmatrix} \dots\dots\dots(7)$$

Donde:

Δ_N : efecto normal de las fracturas sobre el “background”. Ver ecuación 8

Δ_T : efecto tangencial de las fracturas. Ver ecuación 9

λ , μ constantes de Lamé.

$$\Delta_N = \frac{(\lambda + 2\mu)K_N}{1 + (\lambda + 2\mu)K_N} \dots\dots\dots(8)$$

$$\Delta_T = \frac{\mu K_T}{1 + \mu K_T} \dots\dots\dots(9)$$

Fracturas elipsoidales saturadas o hidráulicamente conectadas: matriz y poros

Dentro de esta teoría se describir el comportamiento de las velocidades y la atenuación de las ondas cuando se propagan en medios porosos, es decir, se intenta relacionar las propiedades elásticas de una roca saturada con fluido ligeramente compresible.



1.1.2 Anisotropía Sísmica

La anisotropía está definida como la variación de las propiedades de acuerdo con la dirección de referencia. Cualquier propiedad puede presentar un comportamiento anisótropo¹⁵, en geofísica el análisis más utilizado es el de la anisotropía de las velocidades de propagación de las ondas P y S. Existen diferentes casos de anisotropía, éstos están ligados con las propiedades de simetría de las redes cristalinas que forman los materiales.

El punto de partida para entender la anisotropía de las velocidades de ondas sísmicas, son las ecuaciones de Navier (ecuaciones de Newton para un sistema continuo. Ver ecuación 10). Por medio de ellas, se describe el movimiento relativo de los puntos del medio, provocado por los esfuerzos internos y las fuerzas de volumen aplicadas en dicho medio¹⁶.

Ecuaciones de Navier en forma tensorial:

$$\frac{1}{\rho} \partial_i (\sigma_{ij}) - F_j = \partial_t^2 u_j \dots\dots\dots (10)$$

Donde:

- ρ : densidad
- σ_{ij} : tensor de esfuerzos
- F_j : campo de fuerzas
- u_j : vector de desplazamiento

¹⁵ SLAWINSKI. Op. cit.

¹⁶ CAICEDO Mario. Temas de Propagación de Ondas. Caracas. Departamento de Física – Universidad Simón Bolívar, 2002, p.9.



Ya que las ecuaciones de Navier contienen demasiadas incógnitas, es necesario complementarlas con las llamadas Ecuaciones Constitutivas (así se conocen en la literatura) que corresponden a un conjunto de relaciones empíricas entre los esfuerzos y las deformaciones.

Debido a que en sismica de exploración se considera la propagación de ondas en medios elásticos lineales, la ecuación constitutiva utilizada es la Ley de Hooke (ecuación 3b), ésta suposición se basa en las siguientes premisas:

- Deformaciones pequeñas.
- Bajas frecuencias (según la sismica de reflexión).
- Tiempos cortos de registro (similar a la duración del experimento sísmico).

Como se mencionó anteriormente, la matriz 6x6 (C_{ij}), representa las constantes elásticas, las cuales definen el comportamiento del medio continuo. Si este continuo es simétrico ante determinadas transformaciones de coordenadas, es posible expresar estos coeficientes de acuerdo a sus simetrías, y a su vez, reducir el número de constantes elásticas independientes. Ver tabla 1

Tabla 1 Número de coeficientes elásticos de acuerdo al tipo de simetría.

TIPO DE SIMETRÍA	No. DE COEFICIENTES ELÁSTICOS
Triclínico	21
Monoclínico	13
Ortorrómbico	9
Trigonal	7
Tetragonal	6
Hexagonal	5
Cúbica	3



Existe una estrecha relación entre la simetría cristalina y la anisotropía. Es importante aclarar, que se establece una relación categórica para el estudio de la anisotropía en las rocas, ya que estas no son cristales. En esta sección se presentan las analogías para estudiar el comportamiento global de las rocas frente a las simetrías del experimento mecánico.

La simetría cristalina está relacionada con la disposición de las superficies de un cuerpo que son lisas y planas y están dispuestas regularmente, esta simetría depende de los ángulos entre las caras, es así como la simetría puede ser definida con respecto a un punto, un eje o un plano.

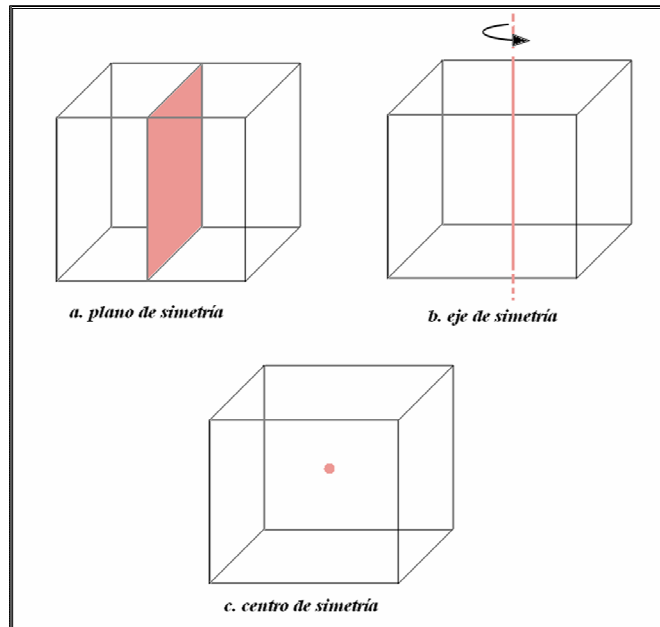
Un centro de simetría (o simetría con respecto a un punto) existe cuando, para cada punto sobre la superficie de un cristal existe un punto similar en el lado opuesto del cristal, estando los dos puntos sobre una línea recta que pasa a través del centro del cristal y está a iguales distancias del centro.

Un eje de simetría es una línea imaginaria sobre la cual un cristal puede girarse de forma que adopte posiciones que son cristalográficamente la misma dos o tres veces en un giro completo de 360° . Un eje de simetría puede ser el doble (*2-fold rotation axis*), el triple, el cuádruple o séxtuple (pero no quíntuple), éstos son los llamados ejes propios (1, 2, 3, 4 y 6) y los ejes impropios son aquellos en los que se presenta la rotación e inversión de los ejes propios respecto a un centro de simetría ($\bar{1}, \bar{2}, \bar{3}, \bar{4}, \bar{6}$).

De igual manera, un plano de simetría es una superficie plana imaginaria que divide un cuerpo, como un cristal en dos mitades, cada una de las cuales es como la otra reflejada en un espejo. En la figura 6 se representa la simetría con respecto a un plano, un eje y un punto.



Figura 6. Simetría con respecto a un plano, un eje y un punto



FUENTE: Diccionario Ilustrado de la Geología. p. 44.

La nomenclatura utilizada para los diferentes tipos de simetría, se describe a continuación:

- Ejes propios: 1, 2, 3, 4, 6
- Ejes impropios: $\bar{1}, \bar{2}, \bar{3}, \bar{4}, \bar{6}$
- Centro de simetría: $\bar{1}$
- Plano de simetría: $\bar{2}$, denotado también por m

De esta manera todas las simetrías pueden ser clasificadas en 10 elementos básicos:

$$1, \bar{1}, 2, m, 3, \bar{3}, 4, \bar{4}, 6, \bar{6}$$



En la tabla 2 se presentan las diferentes combinaciones o grupos de simetría que se pueden presentar.

Tabla 2 Número total de simetrías en los cristales

Triclínico	$1, \bar{1}$
Monoclínico	$2, m, 2/m$
Ortorrómico	$222, 2mm, 2/m \ 2/m \ 2/m$
Tetragonal	$4, \bar{4}, 4/m, 422, 4mm, \bar{4}2m, 4/m \ 2/m \ 2/m$
Cúbico	$233, 432, \bar{4}3m, 2/m \ \bar{3}, 4/m \ \bar{3} \ 2/m$
Trigonal	$3, \bar{3}, 322, 3mm, \bar{3} \ 2/m \ 2/m$
Hexagonal	$6, \bar{6}, 6/m, 622, 6mm, 62m, 6/m \ 2/m \ 2/m$

FUENTE: Seismic Wave Propagation in Anisotropic Media. SEN M. The University of Texas A&M, Texas 2002, Lecture 3. p 14.

Para explicar y reducir el número de constantes elásticas de un medio, es necesario hacer uso del tipo de simetría que se presenten. A continuación se presentan los medios con simetría que pueden ser utilizados en geofísica de exploración, para modelar el comportamiento de algunas formaciones del subsuelo¹⁷.

¹⁷ Las simetrías que se omiten no tienen aplicación en geofísica de exploración, estos medios tales como el cúbico y el trigonal tienen aplicación en ciencias de los materiales, específicamente metales y cristalografía.



Medio Triclínico

Es el modelo más general de anisotropía, consta de 21 constantes elásticas independientes. Algunas investigaciones señalan que es posible considerar este sistema en algunas formaciones del subsuelo, en particular las formaciones con diferentes conjuntos - sets de fracturas, sería muy complicado modelarlos debido al gran número de parámetros independientes.

La matriz de coeficientes elásticos está dada por la ecuación 11.

$$\begin{bmatrix} c_{11} & c_{12} & c_{13} & c_{14} & c_{15} & c_{16} \\ c_{12} & c_{22} & c_{23} & c_{24} & c_{25} & c_{26} \\ c_{13} & c_{23} & c_{33} & c_{34} & c_{35} & c_{36} \\ c_{14} & c_{24} & c_{34} & c_{44} & c_{45} & c_{46} \\ c_{15} & c_{25} & c_{35} & c_{45} & c_{55} & c_{56} \\ c_{16} & c_{26} & c_{36} & c_{46} & c_{56} & c_{66} \end{bmatrix} \dots\dots\dots(11)$$

Medio Monoclínico

Este modelo de simetría consta de 13 coeficientes elásticos independientes. En contraste con el modelo triclínico, este modelo tiene un plano de simetría (espejo) con la orientación espacial definida por el laminado del modelo físico. Por ejemplo una formación que contenga dos sistemas de fracturas (no ortogonales) contenidas en un matriz (*background*) isótropa azimutalmente, el medio efectivo utilizado para representar este sistema sería un medio monoclínico con un plano de simetría. Los sets de fracturas pueden ser tres o más, para considerarlo monoclínico, pero si la matriz (*background*) no es isótropa azimutalmente, este medio tendería a ser triclínico.



Si el plano de simetría del medio monoclinico es ortogonal al eje x_3 (o eje z) la matriz de coeficientes elásticos tiene la siguiente forma: (ecuación 12)

$$\begin{bmatrix} c_{11} & c_{12} & c_{13} & 0 & 0 & c_{16} \\ c_{12} & c_{22} & c_{23} & 0 & 0 & c_{26} \\ c_{13} & c_{23} & c_{33} & 0 & 0 & c_{36} \\ 0 & 0 & 0 & c_{44} & c_{45} & c_{46} \\ 0 & 0 & 0 & c_{45} & c_{55} & c_{56} \\ c_{16} & c_{26} & c_{36} & 0 & 0 & c_{66} \end{bmatrix} \dots\dots\dots(12)$$

Medio Ortorrómico

También llamado ortotrópico, este medio está caracterizado por tres planos ortogonales de simetría. En el sistema de coordenadas asociados con los planos de simetría, el medio ortorrómico tiene 9 coeficientes elásticos independientes.

Los siguientes modelos físicos pueden ser considerados como medios ortorrómicos: la combinación de fracturas verticales paralelas con una matriz (background) que presenta isotropía transversal vertical, la presencia de dos o tres sistemas de fracturas ortogonales entre sí o dos sistemas idénticos de fracturas que forman un ángulo arbitrario entre ellos.

Una vez se consideren los planos coordenados como planos de simetría, la matriz de coeficientes elásticos para el medio ortorrómico es: (ver ecuación 13)

$$\begin{bmatrix} c_{11} & c_{12} & c_{13} & 0 & 0 & 0 \\ c_{12} & c_{22} & c_{23} & 0 & 0 & 0 \\ c_{13} & c_{23} & c_{33} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & c_{44} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & c_{55} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & c_{66} \end{bmatrix} \dots\dots\dots(13)$$



Medio Hexagonal (transversalmente isótropo)

La mayoría de los estudios acerca de anisotropía sísmica han sido desarrollados para medios con simetría hexagonal o medios transversalmente isótropos (TI), los cuales tienen un eje de simetría rotacional, todas las características sísmicas en tales modelos dependen del ángulo formado entre la dirección de propagación y el eje de simetría. Cualquier plano que contenga el eje de simetría representa un plano de simetría (espejo), el plano de simetría o también llamado plano de isotropía y es perpendicular al eje de simetría

Los medios que contienen partículas en forma elipsoidal (*penny-shaped*) alineadas pueden exhibir un comportamiento TI, de igual manera la laminación encontrada en algunas cuencas sedimentarias pueden tener esta simetría siempre y cuando sea a pequeña escala comparada con la longitud de onda predominante.

La matriz de coeficientes elásticos para un medio transversalmente isótropo con eje de simetría vertical (VTI) está dada por:

$$\begin{bmatrix} c_{11} & c_{11} - 2c_{66} & c_{13} & 0 & 0 & 0 \\ c_{11} - 2c_{66} & c_{11} & c_{13} & 0 & 0 & 0 \\ c_{13} & c_{13} & c_{33} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & c_{44} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & c_{44} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & c_{66} \end{bmatrix} \dots\dots\dots(14)$$

Para describir el comportamiento de las ondas elásticas cuando se propagan en un medio homogéneo anisótropo (con cualquier tipo de simetría) es necesario combinar la ecuación constitutiva (ley de Hooke) y las ecuaciones de Navier. Una vez se realizan los procedimientos respectivos, se obtiene la llamada ecuación



general de la elastodinámica para medios homogéneos, la cual consiste en un sistema de ecuaciones diferenciales con derivadas en el espacio y el tiempo (ver ecuación 15).

$$C_{ijkl} \frac{\partial^2 u_k}{\partial x_j \partial x_l} = \rho \frac{\partial^2 u_i}{\partial t^2} = -\rho \omega^2 u_i \dots \dots \dots (15)$$

Donde:

C_{ijkl} : tensor de coeficientes elásticos¹⁸

u_i : vector de desplazamiento

ρ : densidad

ω : velocidad angular

x_i : coordenadas espaciales

t : tiempo

La solución de la ecuación elastodinámica se busca de la siguiente forma (onda plana):

$$\vec{u}(\vec{x}, t) = U \vec{d} e^{(i\omega(\vec{p} \cdot \vec{x} - t))} \dots \dots \dots (16)$$

Donde:

U es la constante de integración (amplitud)

\vec{d} : vector de polarización

\vec{p} : vector de lentitud (inverso de la velocidad)

¹⁸ El tensor de coeficientes elásticos C_{ijkl} puede ser reducido a la matriz de coeficientes elásticos C_{ij} mediante la notación de Voigt.



Reemplazando la solución en la ecuación elastodinámica y usando las propiedades de la transformada de Fourier se llega a la ecuación de Christoffel, ver ecuación 17. Es importante tener en cuenta que para los medios homogéneos se asumen constantes los coeficientes elásticos y la densidad.

$$k^2 \Gamma_{ij} u_{ij} = \rho \omega^2 u_i \dots \dots \dots (17)$$

Donde:

Γ_{ij} es la matriz de Christoffel

La ecuación de Christoffel tiene solución no trivial cuando el determinante de la matriz característica es igual a cero, ecuación 18.

$$|p^2 \Gamma_{ij} - \rho \delta_{ij}| = 0 \dots \dots \dots (18)$$

Por lo tanto la solución de la ecuación general de la elastodinámica, para medios homogéneos, se reduce a un problema de valores propios de la matriz de Christoffel, es importante resaltar que cuando se obtiene la ecuación de Christoffel se obtiene información sobre el tipo de polarización de la onda, las velocidades de las ondas P, SV, SH y su relación con la dirección de propagación¹⁹.

Otro de los comportamientos que se analiza en medios anisótropos está relacionado con la idea de que la onda y su energía no se desplazan en la misma dirección, por tal razón en la sísmica de exploración se considera una velocidad de grupo y fase, la primera está relacionada con la propagación de la energía y la segunda con la propagación de la onda.

¹⁹ PACHANO et al. Calculation of phase and group angles, slowness surface and ray tracing in transversely isotropic media. Revista CT&F- Ciencia Tecnología y Futuro – Vol 3 Núm 2. Dic 2006. p. 46.



1.2 REDES NEURONALES ARTIFICIALES

Las redes neuronales artificiales RNA pueden ser caracterizadas de mejor manera como “modelos computacionales” con propiedades particulares como la habilidad para adaptarse o aprender, generalizar, agrupar u organizar datos, y para operaciones basadas en procesamiento en paralelo. Sin embargo, estas características pueden ser adjudicadas a algunos de los modelos (no neuronales) ya existentes.

Los aspectos generales que distinguen un modelo de distribución paralela son: un conjunto de unidades de procesamiento (neuronas, celdas), un estado de activación para cada unidad con su correspondiente salida, conexiones entre unidades (generalmente definidas por pesos), una regla de propagación, una función de activación, una señal de desviación para cada unidad y un método de agrupamiento de la información (regla de aprendizaje).

Las unidades de procesamiento desempeñan un trabajo relativamente simple, reciben la entrada de sus vecinos o de fuentes externas y la utilizan para calcular la señal de salida que se propaga a las otras unidades. El sistema es inherentemente paralelo en el sentido de que muchas unidades pueden ejecutar sus tareas al mismo tiempo.

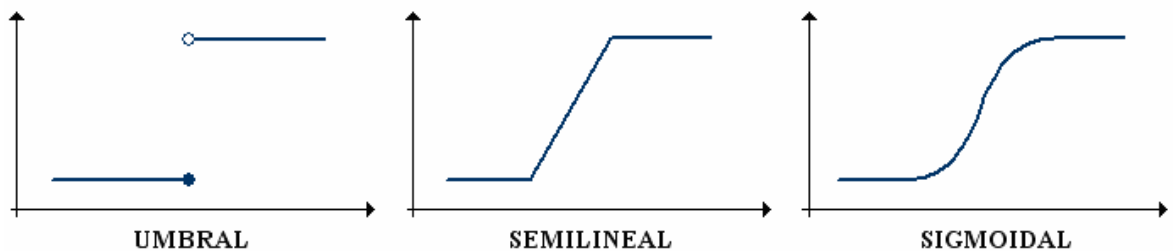
En algunos casos se asume que cada unidad provee una contribución a la entrada de la unidad a la cual está conectada. El total de entradas a una unidad es simplemente la suma ponderada (por los pesos) de todas las salidas de las unidades que están conectadas, sumadas a un término de desviación.

La función de activación es una regla que da el efecto total de la señal de entrada en la activación de la unidad. La función debe tomar el total de las entradas y la



actual desviación, y producir un nuevo valor de activación de la unidad²⁰. Estas funciones pueden ser de tipo umbral, semilineal y sigmoidea (ver figura 7).

Figura 7. Funciones de activación.



FUENTE: An Introduction to Neural Networks. KRÖSE B. AND VAN DER SMAGT P. University of Amsterdam. 1996.

De acuerdo con los patrones de conexión se pueden tener diferentes tipos de propagación. La principal diferenciación se hace entre redes de avance de señal hacia delante (feedforward) y las redes recurrentes.

1.2.1 Redes Neuronales de Alimentación Hacia Adelante

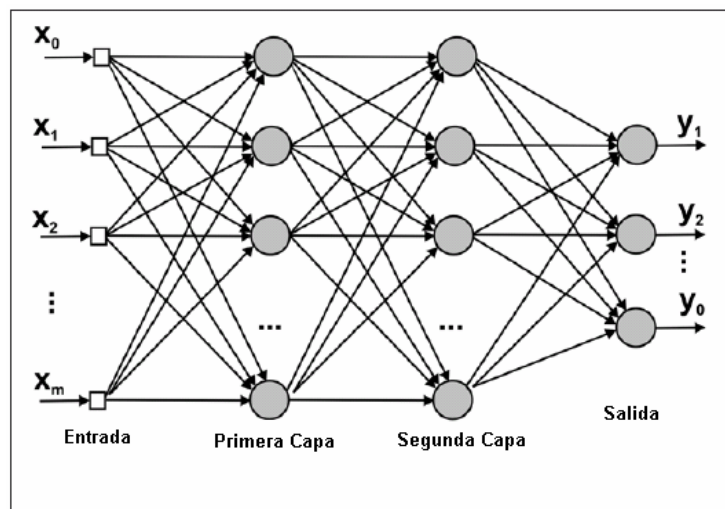
Las redes neuronales de alimentación hacia delante, más conocidas como **feedforward**, son aquellas que, como su nombre lo indica, están constituidas por capas que propagan las señales estrictamente hacia adelante, sin que existan conexiones entre neuronas ni conexiones hacia atrás (ver figura 8).

²⁰ KRÖSE, Ben and van der SMAGT, Patrick. An Introduction to Neural Networks. 6 ed. Amsterdam: University of Amsterdam, 1996. p. 17.



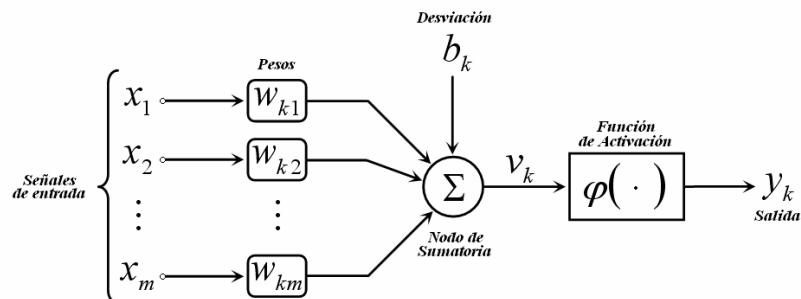
Cada capa se construye como la agrupación de varias neuronas. Cada neurona recibe las señales de la capa anterior (multiplicadas por los respectivos pesos), efectúa la sumatoria y agrega el factor de desviación (ver nodo de sumatoria en la figura 9). Al resultado se le aplica la función de activación y se genera así la salida de la neurona.

Figura 8. Estructura Feedforward.



FUENTE: Barbosa A. et al www.scielo.br/img/revistas/rem/v58n3/11f2.gif

Figura 9. Estructura de una neurona.



FUENTE: Neural Networks. A Comprehensive Foundation. HAYKIN, S. 2 ed. Prentice Hall, 1999.



En las ecuaciones 19 y 20 se presentan las expresiones que describen el funcionamiento de la neurona.

$$u_k = \sum_{j=1}^m w_{kj} \cdot x_j \dots\dots\dots(19)$$

$$y_k = \varphi(u_k + b_k) \dots\dots\dots(20)$$

En donde:

- w_{kj} es el peso que va desde una neurona o entrada j hasta una neurona k .
- m es el número de entradas a la red ó el número de salidas de una capa anterior.
- x_j es el valor de una entrada de la red ó el valor de salida de una capa anterior.
- b_k es el factor de desviación de una neurona.
- $\varphi(\cdot)$ es la función de activación de una neurona.
- y_k es una de las salidas de una capa (salida de una neurona).

El factor de desviación puede simularse como si fuese un factor de peso b_k cuya entrada es igual a uno (ver figura 10). En tal caso las nuevas ecuaciones son:

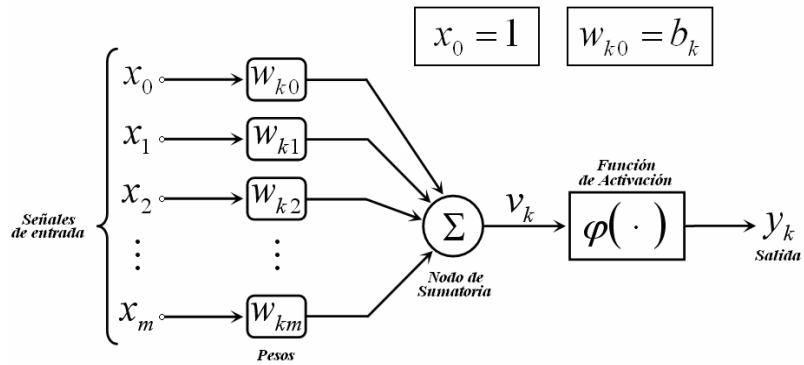
$$v_k = u_k + b_k \dots\dots\dots(21)$$

$$v_k = \sum_{j=0}^m w_{kj} \cdot x_j \dots\dots\dots(22)$$

$$y_k = \varphi(v_k) \dots\dots\dots(23)$$



Figura 10. Estructura de la neurona modificada.



FUENTE: Neural Networks. A Comprehensive Foundation. HAYKIN, S. 2 ed. Prentice Hall, 1999.

Una capa está construida por la adición de neuronas. Las ecuaciones de la capa son:

$$v_j = \sum_{i=0}^m w_{ji} x_i \dots\dots\dots(24)$$

$$y_j = \varphi_j(v_j), \quad j = 1, 2, \dots, q \dots\dots\dots(25)$$

En la ecuación 25, q es el número de salidas de la capa. Es importante anotar que en la ecuación 24 se utiliza el término x_i para denotar las entradas a la capa, estos datos pueden ser la entrada a la red o la salida de una capa anterior.

La ecuación 24 es equivalente con la expresión matricial:

$$\begin{bmatrix} v_1 \\ v_2 \\ v_3 \\ \vdots \\ v_m \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} b_1 & w_{1,1} & w_{1,2} & \cdots & w_{1,m} \\ b_2 & w_{2,1} & w_{2,2} & \cdots & w_{2,m} \\ b_3 & w_{3,1} & w_{3,2} & \cdots & w_{3,m} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ b_q & w_{q,1} & w_{q,2} & \cdots & w_{q,m} \end{bmatrix} * \begin{bmatrix} 1 \\ x_1 \\ x_2 \\ \vdots \\ x_q \end{bmatrix} \dots\dots\dots(26)$$



Existen tres funciones de activación continuas y diferenciables de amplio uso en las redes **feedforward**. Estas son la función lineal (ecuación 27), la logística (ecuación 28) y la tangencial hiperbólica (ecuación 29).

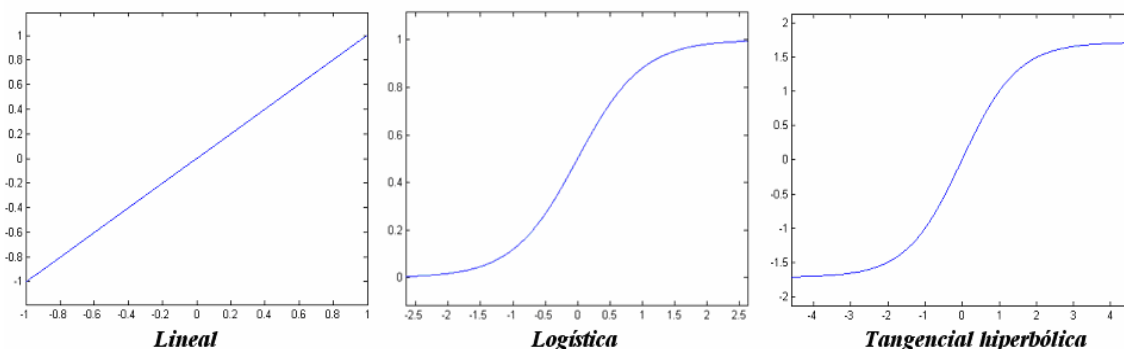
$$\varphi_j(v_j) = v_j \dots\dots\dots(27)$$

$$\varphi_j(v_j) = \frac{1}{1 + \exp(-a * v_j)} \dots\dots\dots(28)$$

$$\varphi_j(v_j) = a * \tanh(b * v_j) \dots\dots\dots(29)$$

En donde a y b son factores que definen las funciones de activación. En la función lineal la salida es igual a la entrada v_j . Esta función es particularmente útil para ajustar datos que no han sido apropiadamente escalados, por lo que es recomendable utilizarla en la capa de salida de la RNA. En la figura 11 se presentan tres gráficos construidos a partir de las ecuaciones 27, 28 y 29.

Figura 11. Funciones de activación derivables.



FUENTE: Modificado de: Neural Networks. A Comprehensive Foundation. HAYKIN, S. 2 ed. Prentice Hall, 1999.



La ventaja de estas ecuaciones con respecto a las de tipo escalón, está relacionada con el algoritmo de entrenamiento de propagación del error hacia atrás - *backpropagation*, definido a continuación, el cual requiere la derivación de las funciones de activación.

1.2.2 Algoritmo de Propagación del Error Hacia Atrás (Backpropagation) ^{21,22}

Minsky y Papert²³ demostraron en 1969, que una red de dos capas **feedforward** podía superar muchas restricciones no logradas por anteriores redes. Sin embargo, no dejaron la solución acerca de cómo ajustar los pesos de las unidades ocultas. Una solución a éste problema fue presentado por Rumelhart, Hinton y Williams²⁴ en 1986, y similares trabajos parecen haber sido publicados anteriormente por Werbos²⁵ 1974, Parker²⁶ 1985 y Cun²⁷ 1985.

La idea central detrás de ésta solución, es que los errores de las unidades de las capas ocultas son determinados por una retro-propagación (**backpropagation**) de la regla de aprendizaje.

²¹ HAYKIN, S. Neural Networks. A Comprehensive Foundation. 2 ed. Prentice Hall, 1999. p. 161.

²² KRÖSE, Ben and van der SMAGT, Patrick. An Introduction to Neural Networks. 6 ed. Amsterdam: University of Amsterdam, 1996. p. 33.

²³ MINSKY, M., and PAPERT, S. Perceptrons: an introduction to computational geometry. The MIT Press, 1969. Citado por: ver referencia 22.

²⁴ RUMELHART, D. E.; HINTON, G. E. and WILLIAMS R. J. Learning representations by backpropagating errors. Nature, 323, p. 533-536. Citado por: ver referencia 22.

²⁵ WERBOS, P. J. Beyond Regression: New Tools for Prediction and Analysis in the Behavioral Sciences. Unpublished doctoral dissertation, Harvard University, 1974. Citado por: ver referencia 22.

²⁶ PARKER, D. B. Learning-Logic (Tech. Rep. Nos. TR-47). Cambridge, MA: Massachusetts Institute of Technology, Center for Computational Research in Economics and Management Science, 1985. Citado por: ver referencia 22.

²⁷ CUN, Y. L. Une procedure d'apprentissage pour reseau a seuil assymetrique. Proceedings of Cognitiva, 85 (1985), p. 599-604. Citado por: ver referencia 22.



El algoritmo de **backpropagation** parte de principios básicos de optimización y es a su vez considerado como una generalización de la regla delta para funciones de activación no-lineal y redes multicapa²⁸.

En las técnicas de optimización no restringidas, la condición óptima se obtiene cuando²⁹:

$$\nabla \xi(W^*) = 0 \dots\dots\dots(30)$$

En donde:

W^* es el punto óptimo que se quiere encontrar.

$\xi(\cdot)$ es la función error a minimizar.

∇ es el operador gradiente expresado como:

$$\nabla = \left[\frac{\partial}{\partial w_1}, \frac{\partial}{\partial w_2}, \dots, \frac{\partial}{\partial w_m} \right]^T \dots\dots\dots(31)$$

Con cada iteración se debe conseguir que:

$$\xi(W(n+1)) < \xi(W(n)) \dots\dots\dots(32)$$

Siendo n un entero que representa las iteraciones.

²⁸ KRÖSE, Ben and van der SMAGT, Patrick. An Introduction to Neural Networks. 6 ed. Amsterdam: University of Amsterdam, 1996. p. 33.

²⁹ KRÖSE, Ben and van der SMAGT, Patrick. An Introduction to Neural Networks. 6 ed. Amsterdam: University of Amsterdam, 1996. p. 121.



El algoritmo de mayor descenso (*steepest descent*) considera que para alcanzar el punto óptimo, se debe partir de un punto inicial y avanzar en dirección contraria a la pendiente de la función error, es decir: moverse en la dirección que causaría el mayor descenso.

El tamaño del paso de avance en el algoritmo de mayor descenso está definido por un parámetro de aprendizaje η y la magnitud del gradiente (ver ecuación 33). Esta condición es desfavorable porque en las zonas de poca pendiente de la función error (zonas planas), el avance hacia el punto óptimo se hace más lento. Adicionalmente, en los casos en que la pendiente sea muy pronunciada y se haya elegido un parámetro de aprendizaje muy alto, el algoritmo puede oscilar sin convergir hacia el valor óptimo buscado.

$$W(n+1) = W(n) - \eta * g(n), \quad g = \nabla \xi(W) \dots\dots\dots(33)$$

En las redes neuronales artificiales, el objetivo del proceso de entrenamiento es ajustar los parámetros libres de la red (pesos y desviaciones) para minimizar una función de costo. Esto se puede lograr asumiendo la función error como la suma de los cuadrados de las diferencias entre los valores que se desean (valores objetivo) y los verdaderos valores obtenidos por la red.

La función a minimizar en el algoritmo más sencillo de **backpropagation** es:

$$\xi(n) = \frac{1}{2} \sum_{k \in C} e_k^2(n) \dots\dots\dots(34)$$

En donde:

$$e_k(n) = d_k(n) - y_k(n) \dots\dots\dots(35)$$



En la ecuación 35, el término $d_k(n)$ corresponde al valor que se espera obtener al simular la red y el término $y_k(n)$ es el resultado realmente obtenido por la RNA.

En la ecuación 34, el número dos que actúa como exponente garantiza que el error siempre será positivo. Por otra parte, el número dos que se encuentra en el denominador fue colocado por conveniencia debido a que al derivar la función error, éste dato se cancela durante la operación.

Por aplicación de la regla de la cadena se tiene que:

$$\frac{\partial \xi(n)}{\partial w_{kj}(n)} = \frac{\partial \xi(n)}{\partial e_k(n)} \frac{\partial e_k(n)}{\partial y_k(n)} \frac{\partial y_k(n)}{\partial v_k(n)} \frac{\partial v_k(n)}{\partial w_{kj}(n)} \dots\dots\dots(36)$$

La forma en que se propaga hacia atrás del error cometido por la RNA es la piedra angular que define al algoritmo de **backpropagation**. El cambio en los pesos en la última capa es diferente al que se efectúa en el resto de las capas. Por lo tanto, primero se definirá la pendiente del error con respecto a los pesos en la última capa. Para ello se define un subíndice k que representa una neurona ubicada en la capa de salida de la RNA y el subíndice j indica las neuronas de la capa oculta anterior a la última capa.

Partiendo del error en una sola neurona de la capa de salida de la RNA y según la ecuación 34 (note que el número dos del denominador desaparece con la derivación) se tiene que:

$$\frac{\partial \xi(n)}{\partial e_k(n)} = e_k(n) \dots\dots\dots(37)$$



De la ecuación 35:

$$\frac{\partial e_k(n)}{\partial y_k(n)} = -1 \dots\dots\dots(38)$$

De la definición de la función de activación:

$$\frac{\partial y_k(n)}{\partial v_k(n)} = \phi'_k(v_k(n)) \dots\dots\dots(39)$$

De la ecuación 24:

$$\frac{\partial v_k(n)}{\partial w_{kj}(n)} = y_j(n) \dots\dots\dots(40)$$

Agrupando todos los términos de la regla de la cadena, se tiene que para la última capa de la RNA:

$$\frac{\partial \xi(n)}{\partial w_{kj}(n)} = -e_k(n)\phi'_k(v_k(n))y_j(n) \dots\dots\dots(41)$$

Se define el gradiente local como:

$$\delta_k(n) = -\frac{\partial \xi(n)}{\partial v_k(n)} \dots\dots\dots(42)$$

Y por regla de la cadena:

$$\delta_k(n) = -\frac{\partial \xi(n)}{\partial w_{kj}(n)} \frac{\partial w_{kj}(n)}{\partial v_k(n)} \dots\dots\dots(43)$$



Si se reemplazan las ecuaciones 39 y 40 en la ecuación 43 se tiene que:

$$\delta_k(n) = e_k(n) \phi'_k(v_k(n)) \dots\dots\dots(44)$$

Por lo tanto, el delta que se debe efectuar sobre los pesos de la última capa es:

$$\Delta w_{kj}(n) = \eta \delta_k(n) y_j(n) \dots\dots\dots(45a)$$

Ésta ecuación puede ser modificada de manera que el cambio actual tenga en cuenta una parte del cambio que se obtuvo en la iteración pasada. De allí surge la ecuación delta generalizada (ver ecuación 45b).

$$\Delta w_{kj}(n) = \eta \delta_k(n) y_j(n) + \alpha \Delta w_{kj}(n-1) \dots\dots\dots(45b)$$

En donde el factor α se conoce como constante de momentum.

Extendiendo el concepto de gradiente local a las neuronas ubicadas en las capas ocultas se tiene que:

$$\delta_j(n) = -\frac{\partial \xi(n)}{\partial v_j(n)} = -\frac{\partial \xi(n)}{\partial y_j(n)} \frac{\partial y_j(n)}{\partial v_j(n)} = -\frac{\partial \xi(n)}{\partial y_j(n)} \phi'_j(v_j(n)) \dots\dots\dots(46)$$

En este punto es en donde se encuentran las ecuaciones que definen la forma en que se propaga hacia atrás el error. Retomando la ecuación 34 se obtiene:

$$\frac{\partial \xi(n)}{\partial y_j(n)} = \sum_k e_k(n) \frac{\partial e_k(n)}{\partial y_j(n)} = \sum_k e_k(n) \frac{\partial e_k(n)}{\partial v_k(n)} \frac{\partial v_k(n)}{\partial y_j(n)} \dots\dots\dots(47)$$

De acuerdo con la ecuación 35:



$$e_k(n) = d_k(n) - \varphi_k(v_k(n)) \dots\dots\dots(48)$$

Por lo tanto:

$$\frac{\partial e_k(n)}{\partial v_k(n)} = -\varphi'_k(v_k(n)) \dots\dots\dots(49)$$

Y según la ecuación 24:

$$\frac{\partial v_k(n)}{\partial y_j(n)} = w_{kj}(n) \dots\dots\dots(50)$$

Reemplazando las ecuaciones 49 y 50 en la ecuación 47 se tiene que:

$$\frac{\partial \xi(n)}{\partial y_j(n)} = -\sum_k e_k(n) \varphi'_k(v_k(n)) w_{kj}(n) = -\sum_k \delta_k(n) w_{kj}(n) \dots\dots\dots(51)$$

Sustituyendo la ecuación 51 en la ecuación 46 se obtiene:

$$\delta_j(n) = \varphi'_j(v_j(n)) \sum_k \delta_k(n) w_{kj}(n) \dots\dots\dots(52)$$

Se puede observar que el error que se le asigna a las neuronas “ocultas”, depende de los gradientes locales de las neuronas que se encuentran en la capa inmediatamente después (delante) de la capa que se está modificando en sus pesos (mecanismo de propagación hacia atrás del error).

El cambio en los pesos en las neuronas ocultas está dado por la ecuación:

$$\Delta w_{ji}(n) = \eta \delta_j(n) y_i(n) \dots\dots\dots(53a)$$



En consecuencia, para las neuronas “ocultas”, la ecuación delta generalizada es:

$$\Delta w_{ji}(n) = \eta \delta_j(n) y_i(n) + \alpha \Delta w_{ji}(n-1) \dots\dots\dots(53b)$$

Por definición, la modificación en los pesos viene dada por la ecuación:

$$W(n+1) = W(n) + \Delta W(n) \dots\dots\dots(54)$$

En las ecuaciones 55a, 55b y 55c, se presentan las soluciones de los gradientes locales para la última capa de la RNA según las funciones lineal, logística y tangencial hiperbólica, respectivamente.

$$\delta_k(n) = [O_k(n)][d_k(n) - O_k(n)] \dots\dots\dots(55a)$$

$$\delta_k(n) = [a O_k(n)(1 - O_k(n))][d_k(n) - O_k(n)] \dots\dots\dots(55b)$$

$$\delta_k(n) = \left[\frac{b}{a} (a - O_k(n))(a + O_k(n)) \right] [d_k(n) - O_k(n)] \dots\dots\dots(55c)$$

Para hacer claridad sobre la diferencia entre la salida total de la red y la salida de una neurona de una capa oculta, se definió $O_k(n)$ como el valor obtenido al evaluar la RNA.

En las ecuaciones 56a, 56b y 56c, se presentan las soluciones de los gradientes locales para las capas ocultas de la RNA según las funciones lineal, logística y tangencial hiperbólica, respectivamente.



$$\delta_j(n) = [y_j(n)] \left[\sum_k \delta_k(n) w_{kj}(n) \right] \dots\dots\dots(56a)$$

$$\delta_j(n) = [a y_j(n)(1 - y_j(n))] \left[\sum_k \delta_k(n) w_{kj}(n) \right] \dots\dots\dots(56b)$$

$$\delta_j(n) = \left[\frac{b}{a} (a - y_j(n))(a + y_j(n)) \right] \left[\sum_k \delta_k(n) w_{kj}(n) \right] \dots\dots\dots(56c)$$



2. RELACIÓN ENTRE LOS MODELOS DE MEDIO EFECTIVO Y LAS VELOCIDADES ACÚSTICAS DE ONDAS P Y S

En 1986, Thomsen³⁰ definió tres parámetros: ϵ , δ , y γ , para un medio transversalmente isótropo con eje de simetría vertical (medio VTI)³¹; los cuales concentran la influencia de la anisotropía sobre varias características sísmicas y además pueden ser determinados de datos sísmicos.

Los parámetros ϵ , δ , γ , significan físicamente:

ϵ : Diferencia fraccional entre la velocidad de la onda P (horizontal y vertical), está definido como:

$$\epsilon \equiv \frac{C_{11} - C_{33}}{2C_{33}} \dots\dots\dots(57)$$

γ : Diferencia fraccional entre la velocidad de la onda S.

$$\gamma \equiv \frac{C_{66} - C_{44}}{2C_{44}} \dots\dots\dots(58)$$

δ : Variación de la velocidad de la onda P con el ángulo de fase

$$\delta^* \equiv \frac{1}{2C_{33}} \left[2(C_{13} + C_{44})^2 - (C_{33} - C_{44})(C_{11} + C_{33} - 2C_{44}) \right] \dots\dots\dots(59)$$

³⁰ THOMSEN L. Weak Elastic Anisotropy. *Geophysics*, 51, 5, 1954-1966, 1986. p. 397-398.

³¹ En Geofísica los sistemas con simetría hexagonal son llamados Transversalmente Isótropos -TI

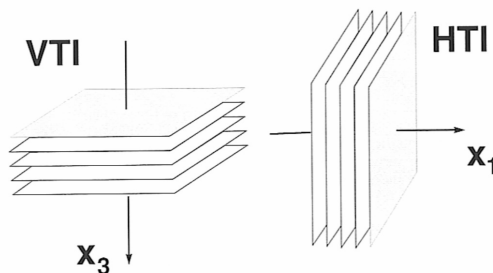


$$\delta \equiv \frac{1}{2} \left[\varepsilon + \frac{\delta^*}{(1 - \beta_0^2 / \alpha_0^2)} \right] = \frac{(C_{13} + C_{44})^2 - (C_{33} - C_{44})^2}{2C_{33}(C_{33} - C_{44})} \dots\dots\dots(60)$$

Las expresiones C_{ij} corresponden a los componentes de la matriz de coeficientes elásticos.

En la figura 12, se muestran los sistemas transversalmente isótropos, éstos pueden ser transversalmente isótropos con eje de simetría vertical (VTI) ó transversalmente isótropos con eje de simetría horizontal (HTI).

Figura 12 Representación de los sistemas VTI y HTI



FUENTE: Reflection Coefficients and Azimuthal AVO Analysis in Anisotropic Media. RÜGER A. Ph.D. Thesis. Colorado School of Mines, 1996. p.72.

Debido a que los parámetros anisótropos se derivaron exclusivamente para un medio VTI, si se va a trabajar con un sistema HTI, es necesario replantearlos, teniendo en cuenta la variación del eje de simetría³². Es así como se presentan nuevas expresiones denotadas por $\varepsilon^{(v)}$, $\delta^{(v)}$, $\gamma^{(v)}$.

$$\varepsilon^{(v)} \equiv -\frac{\varepsilon}{1 + 2\varepsilon} \dots\dots\dots(60)$$

³² RÜGER A., "Reflection Coefficients and Azimuthal AVO Analysis in Anisotropic Media", Ph.D. Thesis. Colorado School of Mines, 1996. p.72.



$$\gamma \equiv \frac{c66 - c44}{2c44} \dots\dots\dots(61)$$

$$\delta^{(v)} \equiv \frac{\delta - 2\varepsilon \left(1 + \frac{\varepsilon}{f}\right)}{(1 + 2\varepsilon) \left(1 + \frac{2\varepsilon}{f}\right)} \dots\dots\dots(62)$$

Siendo: ε , δ , γ los parámetros Tipo Thomsen y f :

$$f \equiv 1 - \left(\frac{V_{so}}{V_{po}}\right)^2 \dots\dots\dots(63)$$

A partir de la matriz de coeficientes elásticos para un medio con inclusiones elipsoidales, presentada por Hudson en 1980. Ver ecuaciones 4, 5a, 5b, 6a, 6b; es posible establecer una relación entre los parámetros anisótropos tipo Thomsen, y la densidad de fractura del medio.

Una vez se tiene la matriz de coeficientes elásticos, se procede a calcular los parámetros anisótropos ε , δ , γ del medio fracturado, teniendo en cuenta que la nueva matriz de coeficientes elásticos congrega el efecto de la matriz y las fracturas:

$$\varepsilon = \frac{2\xi(\lambda + \mu)U_3}{\lambda + 2\mu} \dots\dots\dots(64)$$

$$\delta = 2\xi \left(U_3 - \frac{2\mu}{\lambda + 2\mu} U_1 \right) \dots\dots\dots(65)$$

$$\gamma = \xi U_1 \dots\dots\dots(66)$$



2.1 ESTUDIO COMPARATIVO DE LOS MODELOS BÁSICOS PARA EL MEDIO EFECTIVO

Numerosas teorías y modelos existen en la literatura sobre las propiedades elásticas del medio efectivo. En la sísmica de exploración, el medio efectivo está referenciado a las rocas porosas las cuales pueden ser consolidadas o no consolidadas, con o sin fluidos en los poros. En el modelamiento matemático del comportamiento de estos medios se asume que están conformados por una parte homogénea, llamada matriz, en la cual están contenidas grietas o fracturas.

En física de rocas, se estudian las propiedades de las ondas elásticas de las rocas y el efecto de los parámetros del yacimiento sobre esas propiedades. Los parámetros de yacimiento pueden incluir porosidad, saturación de fluidos, presión o profundidad, composición mineralógica y grado de consolidación (Wang y Nur, 1992). Para identificar y evaluar precisamente los efectos de estos parámetros sobre las propiedades elásticas de las rocas de los yacimientos, resulta necesario realizar estudios teóricos y experimentos de laboratorio.

Teniendo en cuenta que en la literatura no se presenta un estudio comparativo de estas teorías; a continuación se presenta la comparación de tres modelos. Se inicia con la descripción de cada uno de los modelos teóricos escogidos para representar el comportamiento elástico de un medio efectivo. Los modelos involucrados en el presente estudio corresponden al de Hudson J.A., 1980; Schoenberg y Douma, 1988 y Tod, Hudson y Liu, 2003.

Éstos modelos se han escogido porque tienen en cuenta los dos mayores tipos de anisotropía: la isotropía transversal y anisotropía azimutal, por tal razón son utilizados para explicar el comportamiento de las cuencas sedimentarias.



En el estudio comparativo desarrollado, primero se hace un análisis de las características de cada modelo, que permita distinguir las semejanzas, debilidades, diferencias o complementos entre los modelos, esto con el fin de seleccionar el que cumpla las mejores condiciones para la aplicación en el presente estudio.

Para cada modelo se desarrolló una ficha conceptual donde se resumen: el origen, los antecedentes, las causas que lo originaron, el objetivo y sentido, los principios físicos en los que se basó y por consiguiente la estructura matemática que presenta. Con base en los parámetros anteriores es posible establecer los componentes y la utilidad de cada uno, así mismo, la relación con otros modelos y el contexto en el que puede ser utilizado.

Después de establecer la ficha o mapa conceptual para cada uno, se procedió a realizar la comparación; inicialmente se efectuó de forma cualitativa, pero al final se estableció una escala numérica para cada elemento evaluado (los cuales son presentados en la lista de chequeo). Teniendo en cuenta las valoraciones asignadas y la escala descriptiva, se pudo establecer cualitativa y cuantitativamente la efectividad, eficiencia y eficacia de cada modelo.

Como se mencionó anteriormente, el objetivo de esta comparación, fue establecer el modelo matemático que representara de una manera más aproximada el comportamiento de los sólidos (modelos físicos) caracterizados a partir de la inversión de datos de ondas P y S obtenidos en laboratorio.

A continuación se presenta la ficha conceptual para cada modelo.



2.1.1 Modelo de Hudson, 1980

MODELO DE GRIETAS ELIPSOIDALES	
HUDSON J. A., 1980	
ORIGEN DEL MODELO	Este modelo fue desarrollado Hudson J.A. en 1980.
ANTECEDENTES	<p>El modelo se generó a partir de las ideas y estudios que se tenían acerca del comportamiento de la tierra (movimientos telúricos).</p> <p>El tema de la investigación fue sugerido por Stuart Crampin del Instituto de Ciencias Geológicas – Edimburgo; quién se había interesado en estudiar el comportamiento de las ondas P y S cuando se propagan en medios fracturados.</p>
CAUSAS QUE LO ORIGINARON	<p>Necesidad de desarrollar un modelo para explicar el comportamiento elástico de un sólido con presencia de grietas o cavidades.</p> <p>Desarrollar las expresiones para la propagación de ondas en un medio efectivo, conformado por grietas elipsoidales las cuales podrían estar secas o llenas de fluido. Las expresiones corresponden a las velocidades y la atenuación de las ondas P y S.</p>
OBJETIVO	Definir las constantes elásticas de un medio conformado por grietas elipsoidales contenidas en una matriz isótropa.
SENTIDO	Explicar el comportamiento elástico de un sólido con inclusiones o grietas elipsoidales.
PRINCIPIOS	<ul style="list-style-type: none"> ❖ Ley de conservación de la materia ❖ Ley de Hooke
ESTRUCTURA DEL MODELO	<p>Suposiciones:</p> <ul style="list-style-type: none"> ❖ Las grietas son elipsoides con una baja relación de aspecto (cociente entre el ancho y el alto de las grietas). ❖ No existe interconexión entre las grietas. ❖ El espaciamiento entre las grietas es mucho más pequeño que la longitud de onda.



	<p>Relaciones matemáticas:</p> $C_{Hudson} = -\frac{N\langle a^3 \rangle}{\nu} \begin{bmatrix} \lambda U_3 & \lambda U_3 & \lambda(\lambda+2\mu)U_3 & 0 & 0 & 0 \\ \lambda U_3 & \lambda U_3 & \lambda(\lambda+2\mu)U_3 & 0 & 0 & 0 \\ \lambda(\lambda+2\mu)U_3 & \lambda(\lambda+2\mu)U_3 & \lambda(\lambda+2\mu)U_3 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 2\mu^2 U_1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 2\mu^2 U_1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$ <p>Donde</p> <p>C_{Hudson} :matriz de coeficientes elásticos para un medio efectivo</p> <p>a : radio de las fracturas</p> <p>N/ν : número de fracturas por unidad de volumen</p> <p>λ, μ : constantes de Lamé</p> <p>U_1 y U_3: son parámetros adimensionales, que se definen a continuación:</p> <p>Para grietas secas:</p> $U_1 = \frac{16}{3} \frac{\lambda + 2\mu}{3\lambda + 4\mu}$ $U_3 = \frac{4}{3} \frac{\lambda + 2\mu}{\lambda + \mu}$ <p>Para grietas con fluidos:</p> $U_1 = \frac{16}{3} \frac{\lambda + 2\mu}{3\lambda + 4\mu}$ $U_3 = 0$	
CLASIFICACIÓN	Teoría Elástica	
COMPONENTES	Variables independientes	Variables dependientes
	Esfuerzos	Deformaciones
	Propiedades elásticas (módulo elástico del medio compuesto)	Anisotropía



UTILIDAD	❖ Determinar el módulo elástico en un medio compuesto.	
POSIBLES USOS	Establecer la relación entre las constantes elásticas y las velocidades de ondas P y S.	
RELACION CON OTROS MODELOS	Modelo	Observaciones
		Primer modelo desarrollado para describir el módulo elástico para un medio efectivo (sistema matriz-fracturas), en este caso se consideran grietas en forma elipsoidal contenidas en una matriz isótropa.
CONTEXTO	<p>Cuando se publicaron los resultados de la investigación, Hudson J.A. pertenecía a la Universidad de Cambridge – Departamento de Matemáticas Aplicada y Física Teórica. Este trabajo corresponde a la publicación No. 1952 del Instituto de Geofísica y Física Planetaria de la UCLA (Universidad de California, Los Ángeles) dónde fue realizada la investigación.</p> <p>Dentro de los colaboradores para el desarrollo del trabajo, se encuentran: Stuart Crampin, Ajit Mal y León Knopoff.</p>	
VALOR	Modelar el comportamiento de las ondas P y S cuando atraviesan medios que no son homogéneos. De igual manera, establecer un módulo elástico, para el medio efectivo; lo cual constituye un elemento esencial en la detección de fracturas a partir de datos sísmicos.	



2.1.2 Modelo de Schoenberg y Douma, 1988

MODELO DE CAPAS PARALELAS – DE DEFORMACIÓN CONSTANTE	
MICHAEL SCHOENBERG Y J. DOUMA, 1988	
ORIGEN DEL MODELO	Este modelo fue desarrollado por Michael Schoenberg y J. Douma en 1988.
ANTECEDENTES	Los autores buscaban explicar el comportamiento de muchas regiones del subsuelo en las cuales se presentan microfracturas verticales alineadas, generadas por esfuerzos tectónicos (se hace referencia a los estudios de Crampin, 1985; Crampin y Atkinson 1985; Willis, Rethford y Bielanski, 1986; Crampin y Bush, 1986). La presencia de estas microfracturas genera lo que en geofísica se conoce como <i>velocidades anisótropas azimutalmente</i> .
CAUSAS QUE LO ORIGINARON	Necesidad de desarrollar un modelo para representar el comportamiento elástico de un medio compuesto por fracturas o los planos de estratificación (estratos o capas) observados en las cuencas sedimentarias.
OBJETIVO	Definir las constantes elásticas para un medio estratificado – placas paralelas.
SENTIDO	Explicar el comportamiento elástico de un sólido conformado por placas delgadas paralelas.
PRINCIPIOS	<ul style="list-style-type: none"> ❖ Ley de conservación de la materia ❖ Ley de Hooke
ESTRUCTURA DEL MODELO	<p>Suposiciones:</p> <ul style="list-style-type: none"> ❖ Se considera un medio estratificado conformado por capas homogéneas perfectamente unidas, las cuales no necesariamente son isotropas. ❖ Se toma el eje x_3 (z) perpendicular a la estratificación. ❖ Los estratos están conformados por n diferentes capas, las cuales están ordenadas de tal manera que en cada estrato se encuentre la misma proporción. Ver figura. ❖ Se debe cumplir la condición de longitud de onda larga, la cual está



relacionada con el ancho del intervalo o estrato.

Esta condición conlleva a que todos los componentes de los esfuerzos que actúan sobre las superficies paralelas a la estratificación son los mismos en todas las capas:

$$\sigma_{33i} = \sigma_{3i} = \sigma_3$$

$$\sigma_{23i} = \sigma_{4i} = \sigma_4$$

$$\sigma_{13i} = \sigma_{5i} = \sigma_5$$

Como las capas están unidas fuertemente, éstas se van a mover juntas, es decir que las capas están limitadas a tener la misma deformación en el plano x_1x_2 (xy), por lo tanto los componentes de las deformaciones en este plano son las mismas para cada capa.

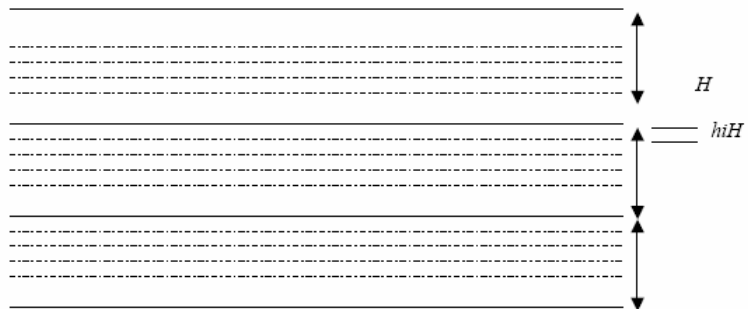
$$\epsilon_{11i} = \epsilon_{1i} = \epsilon_1$$

$$\epsilon_{22i} = \epsilon_{2i} = \epsilon_2$$

$$2\epsilon_{12i} = \epsilon_{6i} = \epsilon_6$$

Los otros componentes de los esfuerzos, así como de las deformaciones pueden variar de capa a capa.

Disposición de las capas paralelas en cada estrato.



FUENTE: Seismic Wave Propagation in Anisotropic Media. SEN M Texas, The University of Texas A&M, 2002, Lecture 4 p.3.

Relaciones matemáticas:

Módulo elástico para el medio estratificado:



	$C_{Schoenberg} = \begin{bmatrix} (\lambda + 2\mu)\Delta_N & \lambda\Delta_N & \lambda\Delta_N & 0 & 0 & 0 \\ \lambda\Delta_N & \frac{\lambda^2}{\lambda + 2\mu}\Delta_N & \frac{\lambda^2}{\lambda + 2\mu}\Delta_N & 0 & 0 & 0 \\ \lambda\Delta_N & \frac{\lambda^2}{\lambda + 2\mu}\Delta_N & \frac{\lambda^2}{\lambda + 2\mu}\Delta_N & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \mu\Delta_T & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \mu\Delta_T \end{bmatrix}$ <p>Donde:</p> <p>$C_{Schoenberg}$: Matriz de coeficientes elásticos para el medio efectivo</p> <p>Δ_N : efecto normal de las fracturas sobre el “background”</p> <p>Δ_T : efecto tangencial de las fracturas</p> <p>λ, μ constantes de Lamé</p> <p>K_N : es la conformidad – <i>compliance</i>³³ en la dirección normal de las fracturas.</p> <p>K_T : es la conformidad en la dirección tangencial de las fracturas.</p> $\Delta_N = \frac{(\lambda + 2\mu)K_N}{1 + (\lambda + 2\mu)K_N}$ $\Delta_T = \frac{\mu K_T}{1 + \mu K_T}$ <p>Las derivaciones para cada una de las expresiones se encuentran en el Apéndice A.</p>	
CLASIFICACIÓN	Teoría Elástica	
COMPONENTES	Variables independientes	Variables dependientes
	Esfuerzos	Deformaciones

³³ Teniendo en cuenta que los esfuerzos y las deformaciones son definidos positivamente, existe una matriz $S = C^{-1}$, de tal manera que: $\varepsilon = S\sigma$. Donde la matriz “S” es llamada la matriz de conformidad (*compliance matrix*) en la teoría de la elasticidad.



	Propiedades elásticas (módulo elástico del medio compuesto)	Anisotropía
UTILIDAD	Determinar el módulo elástico en un medio estratificado.	
POSIBLES USOS	Establecer la relación entre las constantes elásticas y las velocidades de ondas P y S.	
RELACION CON OTROS MODELOS	Modelo	Observaciones
	Modelo de grietas elipsoidales, Hudson 1980	Relaciona el modelo de placas paralelas con el de grietas elipsoidales y al final definen una equivalencia entre los dos, en cuanto a la matriz de coeficientes elásticos.
CONTEXTO	Cuando se publicaron los resultados de la investigación Michael Schoenberg hacía parte de Schlumberger – Doll Research y J. Douma pertenecía al Instituto de Ciencias de la Tierra, Departamento de Geofísica. Utrecht. Países Bajos.	
VALOR	EL desarrollo de estas expresiones, permiten modelar el comportamiento de yacimientos estratificados. Determinar la orientación de las grietas y/o fracturas en el subsuelo y medir la densidad de fracturas multiplicada por el esfuerzo (strength) lo cual podría llamarse “excess compliance” debido a la presencia de grietas.	



2.1.3 Modelo de Tod, Hudson y Liu, 2003.

MODELO DE GRIETAS CON FLUIDOS - POROELÁSTICO	
TOD S.R., HUDSON J.A. AND LIU E., 2003	
ORIGEN DEL MODELO	Este modelo fue desarrollado Tod S.R., Hudson J.A. And Liu E., 2003.
ANTECEDENTES	<p>En los modelos anteriores se trabajó con sólidos (llamados también medios efectivos) conformados por la superposición de dos medios continuos: matriz y fracturas. Muchas veces, la respuesta elástica de estos materiales depende de la parte “no sólida”.</p> <p>Para desarrollar el modelo inicialmente se revisan los conceptos de rocas porosas y permeables y luego se representa su comportamiento estático y dinámico utilizando la teoría propuesta por Maurice A. Biot.</p>
CAUSAS QUE LO ORIGINARON	Necesidad de desarrollar un modelo para explicar el comportamiento elástico de un sólido con presencia de grietas o cavidades, las cuales contienen fluidos. Este modelo representa de una manera más real los yacimientos de petróleo y se intentan explicar algunas interacciones entre roca y fluido.
OBJETIVO	Definir las constantes elásticas para un medio efectivo, conformado por grietas las cuales contienen fluidos. Las expresiones corresponden a las velocidades y atenuación de las ondas P y S.
SENTIDO	Explicar el comportamiento de los sólidos fracturados saturados de fluido, lo cual se acerca a la descripción de los yacimientos petrolíferos.
PRINCIPIOS	<ul style="list-style-type: none"> ❖ Ley de conservación de la materia ❖ Ley de Hooke ❖ Teoría Poroelástica
ESTRUCTURA DEL MODELO	<p>Suposiciones:</p> <ul style="list-style-type: none"> ❖ Medio isótropo, poroso y permeable ❖ Se tienen dos componentes: una parte sólida y una fluida



	<p>❖ El desplazamiento de la parte sólida es denotado por \bar{u}_s y el de la parte fluida por \bar{u}_f.</p> <p>Relaciones matemáticas:</p> <p>La deformación volumétrica está dada por:</p> $\varepsilon_V = \nabla \cdot \bar{u}_s$ <p>Donde:</p> <p>ε_V: deformación volumétrica</p> <p>∇: operador gradiente</p> <p>\bar{u}_s: vector desplazamiento de un sólido</p> <p>Para el fluido, se define un parámetro de deformación ζ, el cual describe la deformación volumétrica del fluido relativa a la de la parte sólida.</p> $\zeta = \phi \nabla \cdot (\bar{u}_s - \bar{u}_f)$ <p>ζ: parámetro de deformación de Biot</p> <p>ϕ: porosidad</p> <p>\bar{u}_f: vector desplazamiento del fluido.</p>	
CLASIFICACIÓN	Teoría Poroelástica	
COMPONENTES	Variables independientes	Variables dependientes
	Esfuerzos	Deformaciones
	Propiedades elásticas (módulo elástico del medio compuesto)	Anisotropía
UTILIDAD	❖ Determinar el módulo elástico en un medio compuesto saturado.	
POSIBLES USOS	Establecer la relación entre las constantes elásticas y las velocidades de ondas P y S.	



	Modelo	Observaciones
RELACION CON OTROS MODELOS	Modelo de grietas elipsoidales, Hudson 1980	En este modelo se tiene en cuenta el comportamiento de las ondas cuando atraviesan medios compuestos (matriz – fracturas) que están saturados de fluidos. Para desarrollar el modelo es necesario tener en cuenta el modelo de Hudson, así como la teoría poroelástica planteada por Biot, 1962.
CONTEXTO	Este modelo fue desarrollado durante la visita del primer autor al British Geological Survey - NERC <i>Natural Environment Research Council</i> , dentro del programa: “Entendiendo el comportamiento micro a lo macro de los sistemas roca – fluido” (Understanding the micro-to-macro behaviour of rock fluid systems)	
VALOR	Modelar el comportamiento de las ondas cuando atraviesan medios que no son homogéneos y que están saturados con fluidos.	

Después de desarrollar la ficha conceptual para cada modelo, se procedió a establecer una lista de chequeo con la que se pudiera contrastar que elemento no pudo ser descrito en cada uno de los modelos.



LISTA DE CHEQUEO				
MODELO		1. GRIETAS ELIPSOIDALES	2. CAPAS PARALELAS	3. PORO-ELÁSTICO
ORIGEN	Cuándo	√	√	√
	Dónde	√	√	√
	Quién lo hizo	√	√	√
CAUSAS QUE LO ORIGINARON	Técnicas	√	√	√
	Tecnológicas	X	X	X
	Socioeconómicas	X	X	X
OBJETIVO		√	√	√
SENTIDO	Esencia	√	√	√
	Hipótesis de trabajo	√	√	X
PRINCIPIOS		√	√	√
ESTRUCTURA DEL MODELO	Suposiciones	√	√	√
	Relaciones matemáticas	√	√	X
COMPONENTES	Variables independientes	√	√	√
	Variables dependientes	√	√	√
	Variables intervinientes	X	X	X



UTILIDAD	¿Para qué sirve?	√	√	√
	Efectos	√	X	X
POSIBLES USOS		√	√	√
RELACION ENTRE MODELOS		√	√	√
CONTEXTO		√	√	√
IMPORTANCIA		√	X	X



2.1.4 Indicadores y Escalas

Una vez se identificaron los elementos involucrados en cada modelo, fue necesario establecer una serie de indicadores los cuales permitieron realizar la evaluación y comparación de los modelos del medio efectivo. Ver tabla 3.

Tabla 3 Indicadores para los modelos del medio efectivo

INDICADORES	DESCRIPCIÓN
Estabilidad	Permite analizar si el conjunto de ecuaciones que modelan el medio efectivo representan adecuadamente su comportamiento físico y al ser manipuladas bajo diferentes valores iniciales y de frontera, la representación sigue siendo válida.
Estructura	Se refiere a la representación matemática que tiene cada modelo, teniendo en cuenta las variables y relaciones de causalidad.
Aplicabilidad	Contempla las diferentes áreas del conocimiento y escenarios dentro de los cuales pueden ser utilizados los modelos presentados.
Viabilidad	Dentro de este punto se tiene en cuenta si el modelo es técnicamente viable, además si es posible manejar las ecuaciones propuestas por cada modelo de acuerdo a los recursos informáticos con que se disponen.
Utilidad	Este es el factor más importante dentro de la evaluación de los modelos, puesto que hace referencia a la capacidad que tiene cada uno de representar el comportamiento elástico de un medio efectivo.
Variabilidad	Dentro de este ítem se tiene en cuenta el potencial de cada modelo para ajustarse a nuevas condiciones de trabajo.
Originalidad	Dentro de este aspecto se resalta la innovación de cada autor al plantear las ecuaciones de acuerdo a la época y el desarrollo científico del momento.



Después de tener los parámetros con los cuales se va a evaluar, se procedió a establecer un rango de valores o escala numérica para asignar las puntuaciones de acuerdo a los indicadores establecidos. Ver tabla 4.

Tabla 4 Escala numérica definida para la evaluación de cada indicador

CARACTERÍSTICAS	ALTA	BUENA	REGULAR	DEFICIENTE
El modelo representa acertadamente el comportamiento elástico de un medio efectivo: modela las constantes elásticas de la parte matriz y las inclusiones.	100 – 81	80 – 61	60 – 51	40 – 31

Con el rango de valores establecido, se calificó cada modelo teniendo en cuenta los indicadores descritos anteriormente. Ver tabla 5.

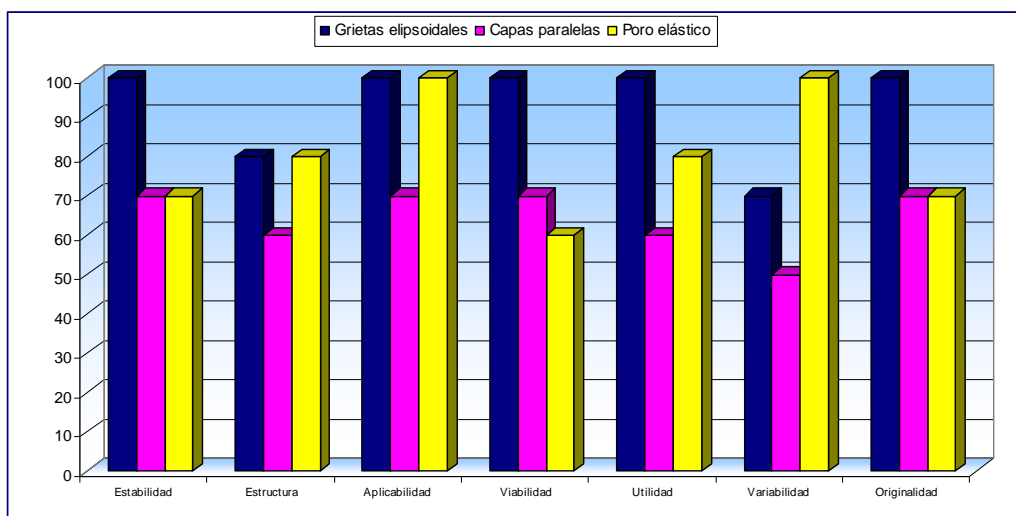
Tabla 5 Valoración para los modelos del medio efectivo

Indicadores	Modelo 1	Modelo 2	Modelo 3
1. Estabilidad	100	70	70
2. Estructura	80	60	80
3. Aplicabilidad	100	70	100
4. Viabilidad	100	70	60
5. Utilidad	100	60	80
6. Variabilidad	70	50	100
7. Originalidad	100	70	70



En la figura 13, se muestra un grafico comparativo según las puntuaciones de cada modelo, teniendo en cuenta la estabilidad, estructura, aplicabilidad, viabilidad, utilidad, variabilidad y originalidad. Se puede observar que el modelo poroelástico presenta una gran variabilidad, es decir, puede ajustarse a amplias condiciones de trabajo (puede representar de manera más acertada el flujo de fluidos en medios porosos) pero falla desde el punto de vista de la viabilidad; ya que las condiciones técnicas y económicas para el desarrollo del presente estudio (i.e. medidas en laboratorio; calculo de coeficientes de Biot y manejo de variables) no permitieron utilizarlo.

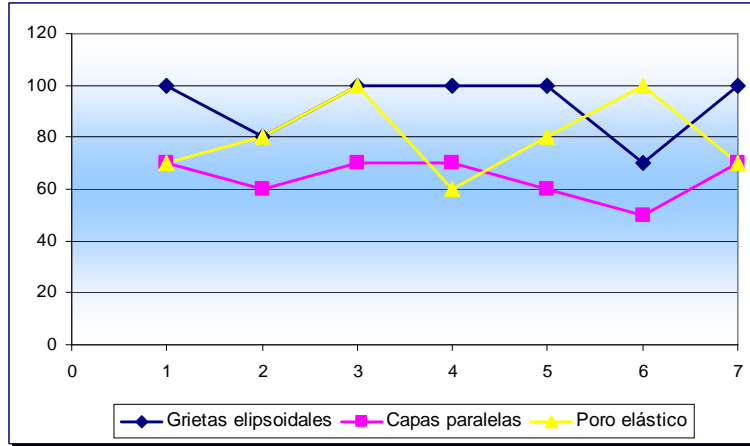
Figura 13 Comparación de los modelos de acuerdo a los indicadores.



De igual manera, en la figura 14 se observa que el modelo de Hudson, 1980 tiene un buen desempeño en cuanto a aplicabilidad, viabilidad y utilidad.

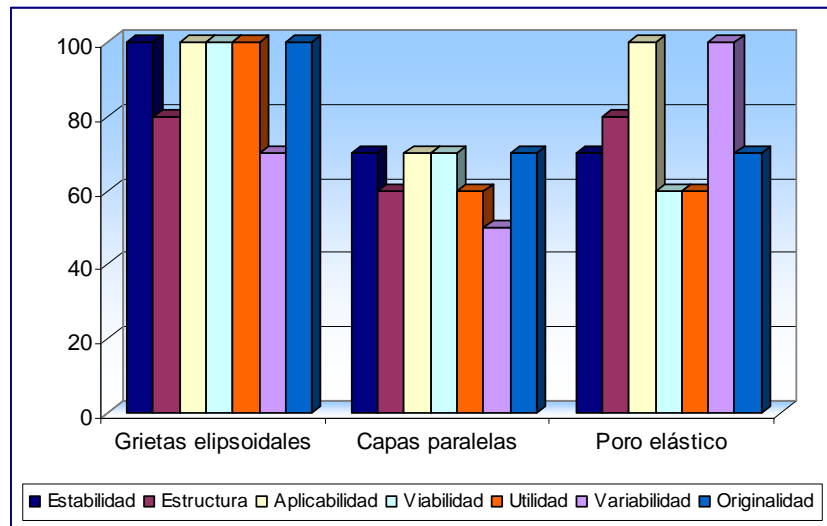


Figura 14 Comportamiento de los modelos de acuerdo a la valoración



Por último, se analiza para cada modelo la valoración obtenida en cada indicador; esto permitió establecer las ventajas y desventajas que ofrece cada uno. Ver figura 15.

Figura 15 Evaluación de cada modelo



2.1.5 Comparación de los modelos

Una vez se terminó la valoración para cada modelo, se procedió a analizar si cada uno cumplía con el objetivo de representar el comportamiento elástico de los medios compuestos, adicionalmente se consideró si cada modelo teórico podría ser comparado con datos experimentales (viabilidad de obtener los valores en el laboratorio). Los resultados de estas observaciones se presentan en la tabla 6.

Tabla 6 Evaluación cualitativa de los modelos del medio efectivo

COMPARACION DE MODELOS DEL MEDIO EFECTIVO			
CARACTERISTICAS	MODELOS		
	Grietas elipsoidales	Capas paralelas	Poros elástico
1. Determinación de la matriz de coeficientes elásticos para medios efectivos	SI	SI	SI
2. Análisis de las velocidades y de la atenuación de las ondas P y S	SI	NO	SI
3. Cantidad de datos de entrada que se requieren para el modelado	MEDIA	MEDIA	ALTA
4. EFECTIVIDAD. Exactitud de los resultados comparados con los experimentales	BUENO	REGULAR	REGULAR
5. EFICACIA. Logro del objetivo de representar el comportamiento elástico de un medio efectivo	SI	SI	SI
6. EFICIENCIA. Variables involucradas, obtención de datos, relaciones matemáticas	BUENO	BUENO	REGULAR



En la tabla anterior, se puede observar la evaluación para cada modelo. Es importante aclarar, que la apreciación del modelo poroelástico en cuanto a la efectividad y eficiencia, se analizó desde el punto de vista de este trabajo; ya que no se tendrían los datos de laboratorio necesarios para realizar la evaluación.

De igual manera, se derivaron los valores cuantitativos según los parámetros analizados anteriormente y de esta manera fue posible establecer la comparación cuantitativa para los modelos teóricos de acuerdo a la efectividad, eficacia y eficiencia. Ver tabla 7

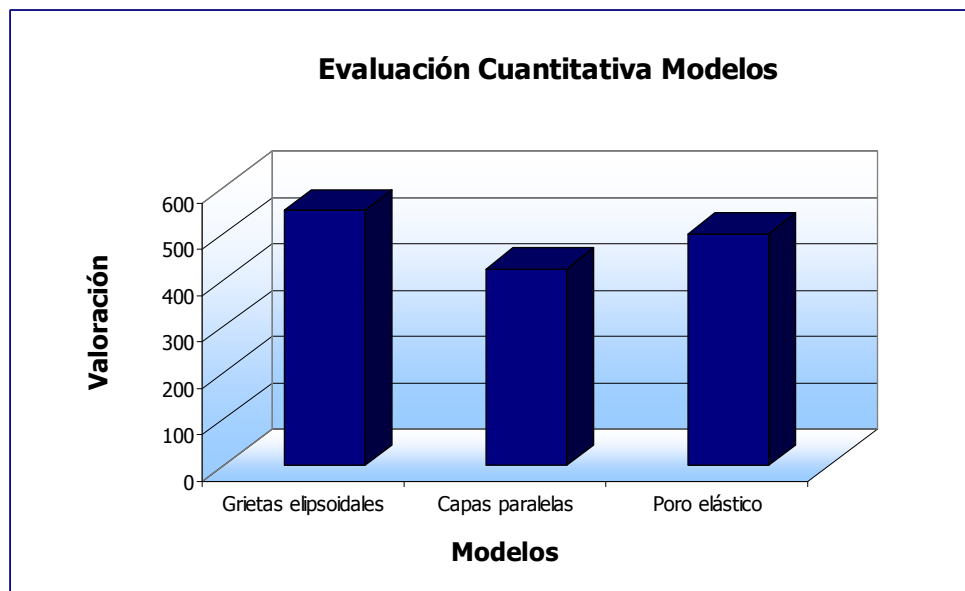
Tabla 7 Evaluación cuantitativa

COMPARACION DE MODELOS DEL MEDIO EFECTIVO			
CARACTERISTICAS	MODELOS		
	Grietas elipsoidales	Capas paralelas	Poros elástico
1. Determinación de la matriz de coeficientes elásticos para medios efectivos	100	100	100
2. Análisis de las velocidades y de la atenuación de las ondas P y S	100	0	100
3. Cantidad de datos de entrada que se requieren para el modelado	75	75	50
4. EFECTIVIDAD. Exactitud de los resultados comparados con los experimentales	75	50	75
5. EFICACIA. Logro del objetivo de representar el comportamiento elástico de un medio efectivo	100	100	100
6. EFICIENCIA. Variables involucradas, obtención de datos, relaciones matemáticas	100	100	75
PUNTAJE	550	425	500



Al graficar estos puntajes, se puede observar que el modelo más adecuado para describir el comportamiento de las muestras, es el de Hudson, 1980. Ya que a nivel de laboratorio se pueden obtener los valores involucrados en las relaciones matemáticas propuestas, de igual forma, este modelo presenta las relaciones de causalidad para realizar el análisis de ondas P y S en función de las características del medio compuesto. Por otra parte, si se cuenta con la disponibilidad de realizar medidas en laboratorio sobre muestras saturadas y establecer la respuesta debido a la interacción entre roca y fluido; es posible comparar las tendencias y el modelo que describiría adecuadamente estas condiciones de trabajo sería el modelo poroelástico. Ver figura 16.

Figura 16 Diagrama de barras para cada uno de los modelos, según la evaluación cuantitativa



2.2 DISEÑO EXPERIMENTAL

En este capítulo, se presenta la estrategia que se utilizó para comprobar las suposiciones teóricas planteadas para la investigación.

Se debe tener en cuenta, que debe existir una supervisión del proceso para establecer o contrastar, relaciones causales entre las variables y a su vez se deben instaurar las condiciones que permitan generalizar los resultados.

2.2.1 Definición de Variables

Una variable es cualquier característica o cualidad de la realidad que es susceptible de asumir diferentes valores, ya sea cuantitativa o cualitativamente. Es decir, se pueden definir como todo aquello que se mide, controla y estudia.

Dentro del contexto de los diseños experimentales³⁴, las variables involucradas en un experimento se pueden clasificar en: variables independientes, dependientes, extrañas y controladas. Las *variables independientes*, pueden ser definidas como el factor que se espera sea la causa de algo y se varían para evaluar el impacto o efecto sobre otras.

Por otra parte, las *variables dependientes* agrupan las respuestas de acuerdo la variación de las variables independientes.

Las *variables extrañas* son todas aquellas que el investigador no controla directamente, pero que pueden influir en el resultado de su investigación. Deben ser controladas, hasta donde sea posible, para asegurar que los resultados se deben a la variación de la variable independiente, más no por la presencia de

³⁴ LEÓN O. MONTERO I. Diseño de Investigaciones. Segunda Edición. McGraw-Hill, 1997, p.110-111.



variables extrañas, no controladas. Por esta razón estas variables deben ser identificadas e inmediatamente bloqueadas. Si no es posible excluirlas de los experimentos, se procede a analizar los datos teniendo en cuenta su presencia y son las denominadas *variables controladas*.

Una vez se tienen identificadas las variables que van a intervenir en el experimento, se procede a establecer sus definiciones, las cuales consisten en la definición nominal, real y operacional.

La definición nominal de una variable, corresponde a la explicación enmarcada dentro de la teoría, y muchas veces se encuentra resumida en la bibliografía especializada, o el marco de referencia del estudio.

La definición real, presenta la concepción particular que la variable tendría dentro del enfoque que respalda la investigación.

Por último, la definición operacional expresará la forma como se cuantificará o manipulará cada variable, para la consecución de la información.

2.2.2 Diseño Cuasi – Experimental³⁵

En los diseños cuasi – experimentales existen dificultades para alcanzar las condiciones necesarias para el establecimiento de una relación causal entre la variables. Se puede decir que NO hay experimentación verdadera, cuando no se pueden asignar los sujetos al azar a cada una de las condiciones experimentales, o sea que existe un muestreo intencionado, y los niveles de la variable independiente no son condiciones manipuladas, sino que son características de los sujetos.

³⁵ LEÓN O. MONTERO I. Diseño de Investigaciones. Segunda Edición. McGraw-Hill, 1997, p.110-111.



Antes de establecer el tipo de diseño que se va a utilizar es necesario definir los grupos involucrados en la experimentación: *Grupo Control* y *Grupo Experimental*

El grupo control es aquel que recibe un nivel nulo de la variable independiente, es decir, no recibe ningún tratamiento. Este grupo sirve de punto de referencia para comprobar las desviaciones del grupo experimental por efecto de la variable independiente.

Por otro lado, el grupo experimental recibe un nivel no nulo de la variable independiente, es decir, recibe algún tipo de tratamiento.

Campbell y Stanley en 1970³⁶, establecieron una esquematización que permite recordar y comunicar la lógica del diseño. En este esquema se denota con **O** la observación, lo cual se refiere al conjunto de registros de un grupo de sujetos en una determinada variable dependiente, cuando se utilizan subíndices, estos indican una secuencia temporal. Con **X** se representa que se ha producido una intervención (medidas o experimentos).

Para el caso de los modelos del medio efectivo, se utilizó el siguiente esquema para el diseño experimental:

X₁ O₁

Lo que indica que se realizaron medidas para posteriormente reportar los datos (observación). Este diseño es denominado: *diseño con observaciones sólo post*. Una mejora metodológica del diseño anterior, que no siempre es posible introducir, consiste en incluir en la investigación a un grupo control. Este caso se esquematizaría de la siguiente forma:

³⁶ CAMPBELL D. STANLEY J. Diseños Experimentales y Cuasiexperimentales en la Investigación Social. Amorrortu Editores. Buenos Aires, Argentina. 1970.



$$\begin{array}{c} X_1 O_1 \\ \hline O_1 \end{array}$$

Cuando se presenta un conjunto de registros O_1 y debajo de una línea discontinua hace referencia a otro grupo de sujetos. Es importante resaltar que debido al contexto cuasi-experimental, está implícito que la división entre los dos grupos no es aleatoria, de igual manera se deja el espacio en blanco para indicar que no hubo intervención.

Este diseño se planteó como una alternativa para aumentar la validez externa³⁷ de la metodología pero no pudo ser aplicado. En la tabla 8, se resume el diseño cuasi experimental desarrollado para el presente trabajo de investigación.

³⁷ La validez externa de un experimento, hace referencia al establecimiento de las condiciones que permitan la generalización de los resultados al ámbito en el que aparecen los procesos investigados.



Tabla 8 Diseño Cuasiexperimental

ESTRATEGIA DE CONTRASTACIÓN			
DISEÑO CUASIEXPERIMENTAL			
Tipo de diseño		Diseño de caso único: Muestras que representan la teoría de Hudson.	
Variables independientes	Definición nominal	Definición real	Definición operacional
Propiedades del medio efectivo	Según Wang y Nur (1992). En la sísmica de exploración, el medio efectivo está referenciado a las rocas porosas, las cuales pueden ser consolidadas o no consolidadas, con o sin fluidos en los poros.	<ul style="list-style-type: none"> • Número de grietas por unidad de volumen. 	<ul style="list-style-type: none"> • Intensidad de fracturas (No. de grietas/mm³)
	De igual forma comentan que, cualquier modelo que estudie las propiedades elásticas de un medio compuesto, es decir conformado por la superposición de dos continuos, se considera teoría del medio efectivo ³⁸ .	<ul style="list-style-type: none"> • Cociente entre el ancho y el alto de las grietas. 	<ul style="list-style-type: none"> • Relación de aspecto (Adimensional)
		<ul style="list-style-type: none"> • Dimensiones de los modelos 	<ul style="list-style-type: none"> • Alto, ancho y largo (mm)
		<ul style="list-style-type: none"> • Dimensiones de las grietas. 	<ul style="list-style-type: none"> • Ancho (mm) Las dimensiones anteriores se miden con un calibrador.

³⁸ Muchas veces el objeto de estudio es un objeto formado a partir de un fondo inicial que antiguamente era homogéneo (ya sea isótropo o anisótropo) y con el paso del tiempo adquirió grietas, fallas, capas, etc., que cambiaron las propiedades elásticas iniciales. (Helbig, 1998)



Variables dependientes	Definición nominal	Definición real	Definición operacional
<p>Velocidades de las ondas P y S.</p>	<p>Según Wang y Nur (1992)</p> <p>Las velocidades sísmicas usualmente implican que las velocidades de las ondas son para frecuencias entre 10 y unos pocos cientos de Hz.</p> <p>Las velocidades acústicas o sónicas, se refieren la mayoría de veces a velocidades compresionales para el rango de frecuencia audible (aprox. 20Hz a 20KHz).</p> <p>Y las velocidades de ondas elásticas se definen como las velocidades de las ondas sobre el rango total de frecuencias (de sísmica hasta frecuencias de ultrasonido).</p>	<ul style="list-style-type: none"> • Cociente ente la distancia y el tiempo de tránsito - onda P. • Cociente ente la distancia y el tiempo de tránsito - onda S. 	<ul style="list-style-type: none"> • Velocidad de ondas P (m/s) • Velocidad de ondas S (m/s) <p>Los datos son leídos de un osciloscopio calibrado.</p>
<p>Amplitudes de las ondas P y S (atenuación).</p>	<p>Valor máximo, tanto positivo como negativo, que puede llegar a adquirir una onda sinusoidal.</p>	<p>Diferencia entre el máximo desplazamiento de una onda y el punto "nulo" o de no desplazamiento.</p>	<ul style="list-style-type: none"> • Amplitud ondas P (m) • Amplitud ondas S (m)



Variables extrañas	Definición nominal	Definición real	Definición operacional	Estrategia de control
Aumento del tamaño y de la densidad de grietas, descomposición de las muestras (<i>alteración del medio efectivo</i>)	Ver definición según Wang y Nur (1992)	<ul style="list-style-type: none"> • Relación entre el ancho y el alto de las grietas • Dimensiones de las grietas. 	<ul style="list-style-type: none"> • mm <p>Las dimensiones se miden con un calibrador.</p>	<ul style="list-style-type: none"> • Garantizar que los ensayos sean no destructivos. • Seguimiento y medición de las propiedades del medio.
Tipo de muestras a emplear	Modelos del medio efectivo, específicamente con muestras que representen la teoría de Hudson (1980), estas muestras contienen grietas o inclusiones distribuidas aleatoriamente en un medio homogéneo.			
Tipo de muestreo a usar	El muestreo es intencional, ya que las muestras se escogen de acuerdo a las teorías de medio efectivo estudiadas.			
Tipo de grupo	Definición			Nomenclatura
Control	El grupo control corresponde a las medidas tomadas en muestras homogéneas, es decir, corresponden a modelos que no presenten grietas, fracturas o inclusiones. NO se utilizó un grupo control.			G.C.
Experimental	El grupo experimental corresponde a las medidas tomadas en los medios efectivos.			G.E.



Esquema de pruebas						
Esquema	Tipo de observación	Aspectos a observar	¿Cómo se observa?	¿Cuándo se observa?	¿Dónde se observa?	¿Cómo se registra la información?
$X_1 O_1$ Grupo Experimental	Sistemática Observación Estructurada	Variación de las medidas acústicas	Se realiza el montaje experimental siguiendo la metodología planteada por Lo, et al. (1985)	Cuando se tienen los modelos físicos y los equipos calibrados	Las medidas se toman en el laboratorio, una vez se tenga el montaje.	Formatos establecidos
$X_1 O_1$ ----- O_1 Grupo Experimental y Grupo Control <i>(Éste diseño no se utilizó)</i>						



2.3 DEFINICIÓN DEL ÁREA DE ESTUDIO

Como se explicó anteriormente, el contexto de la investigación corresponde a muestras sintéticas o modelos del medio efectivo, es decir, aquellos medios que presentan discontinuidades, inclusiones, grietas o fracturas.

Dentro del contexto teórico, se tiene el conjunto de estudios realizados en las diferentes universidades a nivel mundial (e.g. Universidad de Cambridge, Universidad de Calgary – CREWES, FRP, Universidad de Stanford, Colorado School of Mines – CWP, Universidad de Texas y la Universidad de Oklahoma), la información ha sido revisada desde 1980 hasta la fecha.

Es importante resaltar que no se tiene contexto geográfico, puesto que no se escalaron las propiedades y los resultados a un yacimiento colombiano.

2.3.1 Modelos a escala del medio efectivo

Siguiendo la metodología planteada por Lo, et. al³⁹, se tomaron medidas de velocidades acústicas en las muestras, la principal suposición del trabajo de Lo et al, es que el medio presenta una simetría hexagonal. Éstos medios son comúnmente llamados “transversalmente isótropos”, ya que las propiedades elásticas son iguales en dos ejes de los tres ejes (plano de isotropía).

De acuerdo a la orientación del eje de simetría los medios transversalmente isótropos, pueden ser VTI o HTI. Un ejemplo de medios VTI son los sistemas con laminación o estratificación, entre ellos las secuencias de shales, chalks y clays, comúnmente encontradas en cuencas sedimentarias, así como, los medios con

³⁹ LO T., CORNER K. and TOKSÖZ N.: “Experimental determination of elastic anisotropy of Berea sandstone, Chicopee shale and Chelsford granite”, Geophysics 51, 1985, p. 393.



presencia de grietas o fracturas aleatorias distribuidas en un medio homogéneo. El medio efectivo utilizado en el experimento se observa en la figura 17

Figura 17 Muestras del medio efectivo



FUENTE: Cortesía Ing. Hizardo Ariza. Comunicación personal.

El primer paso consistió en la caracterización de los modelos físicos. La tabla 9 resume las principales propiedades de los modelos, las cuales sirven de base para escoger el medio efectivo más adecuado.

Tabla 9 Caracterización de los medios efectivos

CARACTERÍSTICAS	MEDIO 1	MEDIO 2	MEDIO 3
Dimensiones cms (lado x ancho x alto)	4 x 5.5 x 4.5	2 x 3.5 x 2.5	2.8 x 4.6 x 5.1
Diámetro predominante de las cavidades mm	1.41. a 2	0.5 a 0.71	1.41 a 2
Contenido de las cavidades	secas	secas	secas
Forma de las grietas o cavidades	Subcirculares Subangulares	Subredondeadas	Subredondeadas
Relación de aspecto (estimada)	0.4-0.6	0.5-0.6	0.5-0.6
Densidad (gr./cm ³)	1.14	0.71	0.847

En la tabla 10 se muestra la distribución de tamaños de las cavidades presentes en los modelos físicos, este es uno de los parámetros que permite validar la suposición de longitud de onda larga. Es importante resaltar, que la teoría de anisotropía sísmica se fundamenta en la suposición de que el tamaño de las grietas o inclusiones es mucho menor que la longitud de onda (*suposición de longitud de onda larga*⁴⁰). De esta manera, se puede asumir que los modelos se comportan como un medio efectivo, es decir, un conjunto formado por matriz y grietas.

Tabla 10 Diferentes diámetros de las cavidades en los medios efectivos

MEDIO 1		MEDIO 2		MEDIO 3	
<i>Diámetro</i>	%	<i>Diámetro</i>	%	<i>Diámetro</i>	%
2 a 3 mm.	10	2 a 3 mm.	0	2 a 3 mm.	15
1.41 a 2 mm.	40	1.41 a 2 mm.	0	1.41 a 2 mm.	45

⁴⁰ SEN M. Seismic Wave Propagation in Anisotropic Media. Texas, The University of Texas A&M, 2002, Lecture 5. p 1.



1 a 1.41 mm.	30	1 a 1.41 mm.	15	1 a 1.41 mm.	25
0.71 a 1 mm.	10	0.71 a 1 mm.	40	0.71 a 1 mm.	10
0.5 a 0.71 mm.	10	0.5 a 0.71 mm.	45	0.5 a 0.71 mm.	5

El modelo escogido para las pruebas fue el medio 3. Este medio presentaba mayor diámetro de cavidades y estaba más consolidado. Las dimensiones del modelo se muestran en la tabla 11.

Tabla 11 Dimensiones del modelo físico escogido

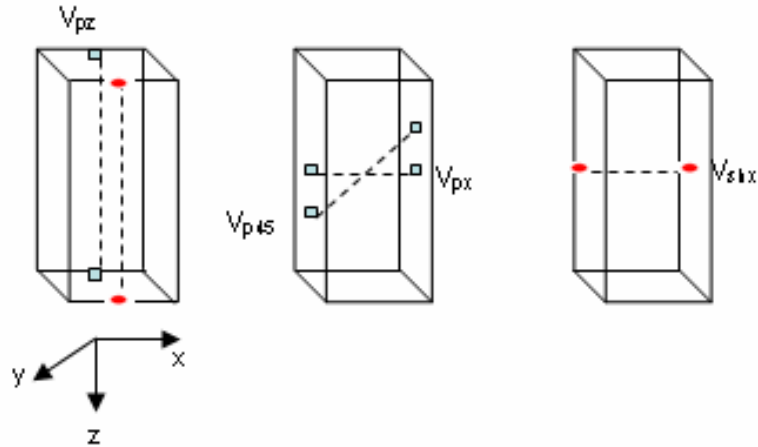
Dimensiones (m)		
x	y	z
0,02876	0,05088	0,04634

2.3.2 Datos de ondas P y S obtenidos en el laboratorio

Como se ya se dijo, para obtener las medidas en laboratorio se utilizó la metodología planteada por Lo et al, 1985; la cual consiste en medir los tiempos de viaje a través de los medios efectivos según la configuración mostrada en la figura 17 posteriormente se determina la velocidad de propagación de cada onda y por último se procede a calcular las constantes elásticas y los parámetros adimensionales (ϵ , δ , γ).



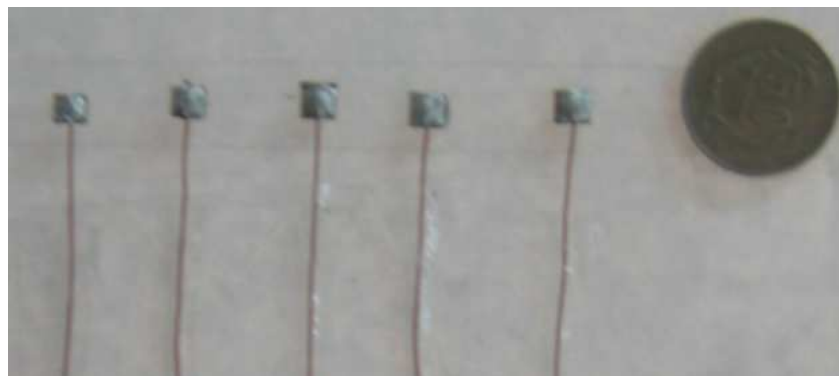
Figura 18 Configuración para tomar las medidas de velocidades



Nota: los cuadros verdes representan los cristales emisores y receptores de ondas P y los círculos rojos muestran los cristales emisores y receptores de ondas S.

Para determinar el tiempo de viaje se utilizaron cristales piezocerámicos, que pueden emitir y recibir pulsos ultrasónicos (transforman un pulso eléctrico en una onda P). En la figura 19 se presentan los cristales piezocerámicos utilizados en el experimento.

Figura 19 Cristales piezocerámicos utilizados en el experimento



Inicialmente se registra la señal proveniente del cristal emisor (ya sea P ó S), teniendo esta señal como referencia, se procede a registrar simultáneamente la onda que se propaga a través del medio en el cristal receptor. La diferencia entre estas dos señales es el tiempo de viaje. En las figuras 20 y 21, se observa el montaje de los cristales en las muestras del medio efectivo.

Figura 20 Cristales piezocerámicos sobre el medio efectivo. Vista superior

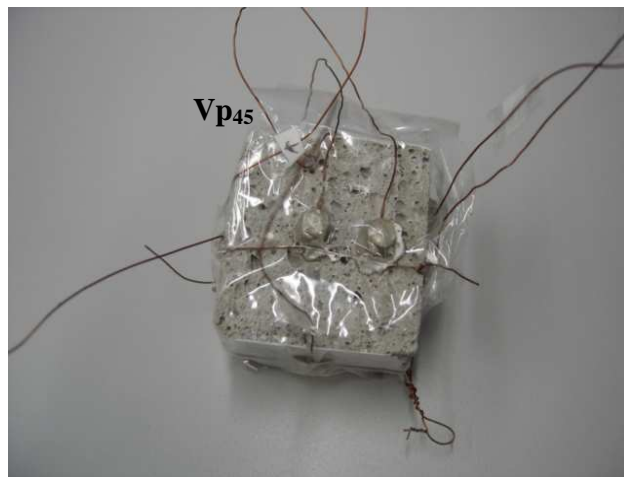
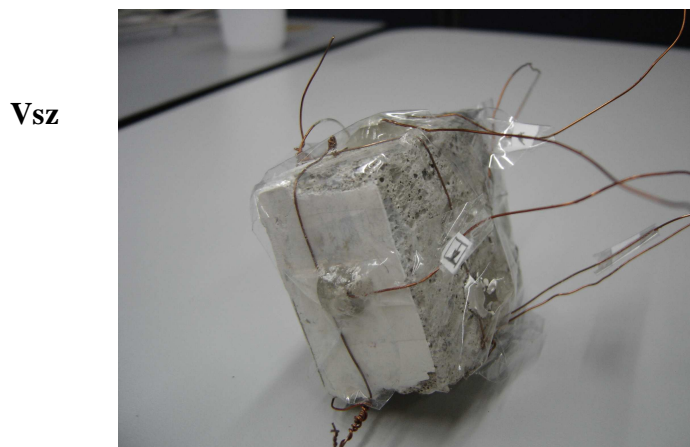
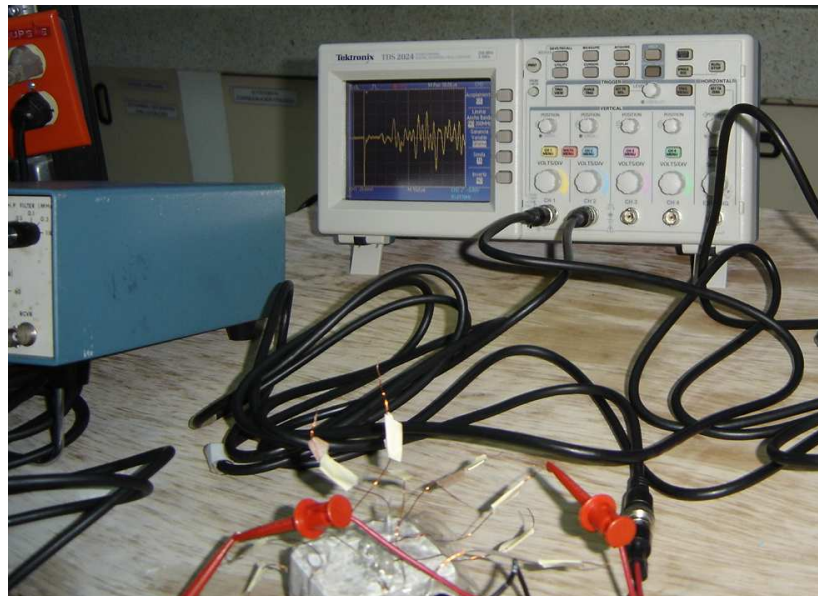


Figura 21 Cristales piezocerámicos sobre el medio efectivo. Vista lateral



El montaje experimental para obtener las velocidades de ondas P y S consistió en un pulsador y un osciloscopio y en cada uno de ellos se ubicaron las terminales; de tal manera que las señales de ondas P y S se registraran en el osciloscopio. Ver figura 22. Estas mediciones se realizaron en el Laboratorio de Mecánica de Rocas del Instituto Colombiano del Petróleo; en el anexo B se encuentra una breve descripción de los equipos utilizados en el experimento.

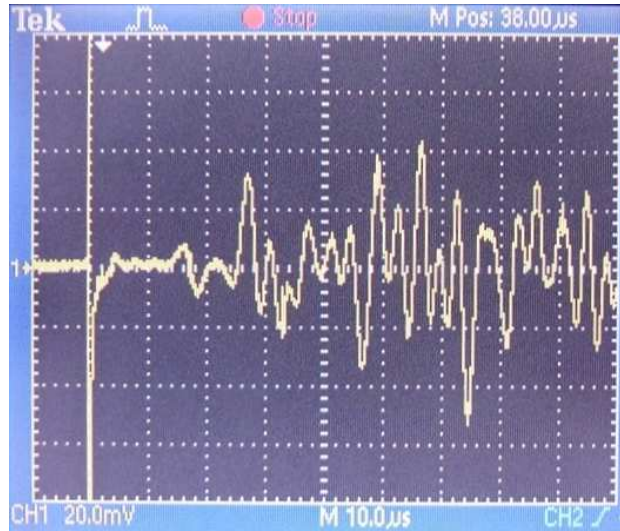
Figura 22 Montaje para realizar las medidas experimentales sobre los medios efectivos.



Como ya se mencionó, la señal que se registró fue los tiempos de viaje entre la fuente y el receptor (ver figura 23), una vez establecido el sistema de referencia y las dimensiones de la muestra, se obtuvieron las velocidades de onda. Los pulsos acústicos emitidos estaban en el rango de frecuencias de 0.081 a 0.03 MHz, por lo que las medidas en los tres modelos son válidas de acuerdo a la suposición de onda larga.



Figura 23 Detalle de la onda S



Los tiempos de viaje y las velocidades para el medio 1 se muestran en las tablas 12 y 13 respectivamente.

Tabla 12 Tiempos de viaje de las ondas P y S

Tiempos de Viaje (seg.)				
tpz	tsz	tp ₄₅	tpx	tsy
2,20E-05	3,00E-05	4,40E-05	1,40E-05	1,75E-05

Tabla 13 Velocidades de onda

Velocidades de Onda				
Vpz (m/s)	Vsz (m/s)	Vpx (m/s)	Vp ₄₅ (m/s)	Vsx (m/s)
2100,00	1500,00	2000,00	900,00	1640,00

Una vez se obtienen las velocidades en las diferentes direcciones, se procede a calcular las cinco constantes o coeficientes elásticos (C_{11} , C_{12} , C_{33} , C_{44} , C_{13}) que caracterizan un medio VTI (medio efectivo que presenta grietas distribuidas aleatoriamente en un medio homogéneo), teniendo en cuenta las ecuaciones explicadas en el capítulo 2. Ver tabla 14

Tabla 14 Coeficientes elásticos para el modelo efectivo

Coeficientes elásticos para el medio efectivo				
C11 Pa	C12 Pa	C33 Pa	C44 Pa	C13 Pa
3,3899E+09	1,1688E+09	3,7373E+09	1,9068E+09	2,1870E+09

Por último se calculan los parámetros anisótropos de Thomsen ϵ , δ , γ . Ver tabla 15.

Tabla 15 Parámetros anisótropos para el medio efectivo

Épsilon	Delta	Gamma
0.0465	0.09818	0.0977



3. DESARROLLO DE LA HERRAMIENTA PARA LA INVERSIÓN DE DATOS

En el presente capítulo se explica el desarrollo de la herramienta construida, para resolver el problema inverso.

3.1 DISEÑO DE LA HERRAMIENTA

Como se mencionó en el capítulo dos, existen ciertas relaciones entre los parámetros de Thomsen (forma compacta de representar la relación de velocidades) y los parámetros de fracturas. En esta sección se describen las funciones que van a ser invertidas utilizando redes neuronales artificiales RNA.

Entre las aplicaciones de las redes neuronales, se encuentran la aproximación de funciones, las predicciones y la optimización.

La aproximación de funciones se presenta cuando se tiene un cierto conjunto de datos con ruido y se quiere hallar una correlación (una función desconocida)

En aquellos casos en que es extremadamente complicado despejar analíticamente la inversa de la función original, la aproximación de funciones puede utilizarse para hallar el mapeo de datos salida-entrada. Tal caso es particularmente útil cuando se desea conocer cuáles valores hay que insertar en la función original para obtener un resultado deseado.

Con respecto a la predicción, el ajuste de los parámetros libres de una RNA puede ser visto como una forma de construcción de modelos, en el sentido que entre más pequeño sea el error de predicción, en términos estadísticos, mejor será el



servicio que preste la red como un modelo del proceso físico subyacente, responsable de la generación de los datos.

Cuando este proceso es no-lineal, el uso de la RNA se convierte en un método poderoso debido a la unidad de procesamiento no-lineal que puede ser lograda en su construcción. Una excepción al uso de la unidad de procesamiento no-lineal es aquella situación en la cual el rango dinámico de las series de tiempo es desconocida, en tales casos la escogencia de una unidad de salida lineal es la selección más razonable⁴¹.

Una amplia variedad de problemas en matemáticas, estadística, ingeniería, ciencias, medicina y economía pueden ser planteados como problemas de optimización. El objetivo de un algoritmo de optimización es encontrar una solución satisfactoria a un conjunto de restricciones, tales como una función objetivo que debe ser maximizada o minimizada.

En resumen, para la solución del problema inverso de la presente investigación, se escogió este tipo de herramienta, debido a que:

1. Las RNAs son capaces de construir relaciones entre datos en cualquier dirección, por lo que son muy útiles para resolver problemas en donde es analíticamente imposible invertir las funciones originales que describen el sistema.
2. Permiten construir un modelo que mapee la relación entre datos de entrada y salida para sistemas de relativa complejidad.
3. Son herramientas muy útiles en la representación de sistemas con características no lineales.

⁴¹ HAYKIN, S. Neural Networks. A Comprehensive Foundation. 2 ed. Prentice Hall, 1999. p.73.



Para realizar la inversión de datos, se propone un cambio de variables en las relaciones explicadas en el capítulo dos, esto con el fin de visualizar de una mejor manera las funciones a invertir:

$$\varepsilon = \frac{2(1-r^2)E_d M}{1-r^2 E_d M} \dots\dots\dots(67)$$

$$\delta = 2 \frac{E_d M - r^2 E_d N}{1-r^2 E_d M} \dots\dots\dots(68)$$

$$\gamma = \frac{E_d N}{2(1-E_d N)} \dots\dots\dots(69)$$

$$N = \frac{16}{3} \frac{1}{3-2r^2} \dots\dots\dots(70)$$

$$M = \begin{cases} \frac{4}{3} r^2 r_f^2 & \text{fractura con fluido} \\ \frac{4}{3} \frac{1}{1-r^2} & \text{fractura seca} \end{cases} \dots\dots\dots(71)$$

Donde:

$$r = \frac{\beta_b}{\alpha_b} \dots\dots\dots(72)$$

$$r_f = \frac{\alpha_b \sqrt{\pi E_{ar}}}{\alpha_f} \dots\dots\dots(73)$$



$\varepsilon, \delta, \gamma =$ Parámetros de Thomsen

$\alpha_b =$ Velocidad P

$\beta_b =$ Velocidad S

$E_d =$ Densidad de fractura

$E_{ar} =$ Relación de aspecto

$\alpha_f =$ Velocidad P en el fluido

De forma compacta, los parámetros de Thomsen para un medio efectivo, están en función de la densidad de fracturas, relación de velocidades y un factor de forma que involucra la forma de las fracturas. Ver 74, 75 y 76.

$$\varepsilon = F_1(E_d, r, r_f) \dots\dots\dots(74)$$

$$\delta = F_2(E_d, r, r_f) \dots\dots\dots(75)$$

$$\gamma = F_3(E_d, r, r_f) \dots\dots\dots(76)$$

Por lo tanto, las funciones inversas son:

$$F_1^{-1}, F_2^{-1}, F_3^{-1} \dots\dots\dots(77)$$

Teniendo en cuenta que las ecuaciones anteriores (74 a 77) y el trabajo desarrollado por Dai H. et al., 1999⁴², para resolver el problema se planteó una red neuronal de alimentación hacia adelante – **BPNN** la cual se utiliza para simular la relación inversa entre los parámetros de fractura y Thomsen.

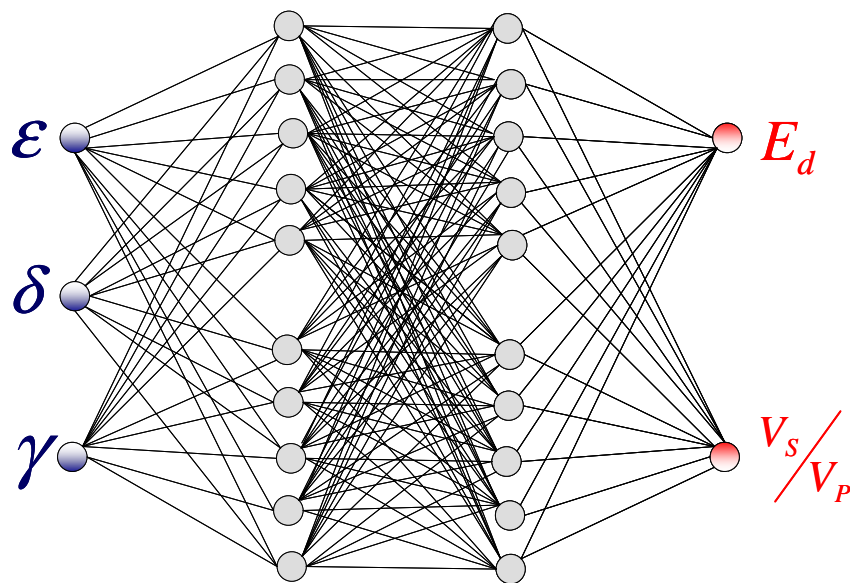
⁴² DAI H., LI X. AND MACBETH C. Inversion of Fracture Parameters by Using the Artificial Neural Network. IC-AI '99 International Conference. 517-52, p. 518.



Las entradas de la red corresponden a los parámetros de Thomsen (ε , δ , γ) y las salidas a los parámetros de fractura (densidad de fracturas, E_d y relación de velocidades V_s/V_p). El número de capas ocultas y neuronas puede variarse de acuerdo a la aplicación software desarrollada (en la siguiente sección se explicará con detalle).

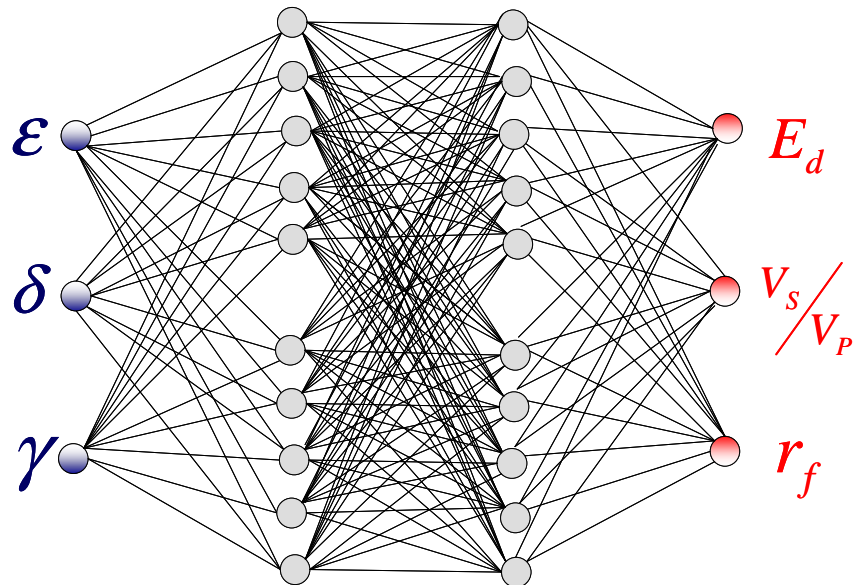
En la figura 24 se observa la red de tres entradas y dos salidas, la cual se utilizó para el caso particular de las fracturas secas (ver ecuación 71).

Figura 24 Red neuronal de tres entradas y dos salidas



De igual forma, el diagrama más generalizado, involucra el factor de forma r_f , el cual a su vez incluye el efecto de la relación de aspecto y el comportamiento de la onda P en el fluido que está saturando la muestra (ver ecuación 73). En este caso, se utiliza una red de tres entradas y tres salidas. Ver figura 25

Figura 25 Red neuronal de tres entradas y tres salidas



Después de diseñada la red, se procedió a crear el conjunto de entrenamiento.

3.1.1 Definición de los conjuntos de entrenamiento

Una de las etapas más importantes en el desarrollo de la herramienta para la inversión de datos, fue la selección del conjunto de entrenamiento para los patrones de entradas y salidas. En esta parte se calcularon los parámetros de Thomsen a partir de un rango de valores para la densidad de fractura, las relaciones de velocidades y el factor de forma (para grietas secas y saturadas respectivamente).

Matemáticamente las variables E_d y V_s/V_p pueden tomar valores entre 0 a 1 pero físicamente no es posible (i.e. La velocidad de la onda P en un material no puede ser igual a la velocidad de la onda S).



Por lo antes mencionado, se eligió un rango de valores⁴³ en los cuales la red pudiera aprender la tendencia en las relaciones y posteriormente evaluar los comportamientos de estos parámetros. Es importante resaltar que no se planteó entrenar la herramienta con datos experimentales por dos razones fundamentales:

1. Con los datos experimentales, **no** es posible abarcar todo el rango de valores, con los que se analizan las tendencias de las relaciones entre los parámetros anisótropos y las características de fracturas.
2. En los valores experimentales se deben tener en cuenta las desviaciones causadas por la variación o error en la toma de datos.

A continuación se presenta el conjunto de entrenamiento para la red de tres entradas y dos salidas, las cual se utiliza en el caso de grietas secas. (Figura 26).

Figura 26 Conjunto de entrenamiento para la red de tres entradas y dos salidas

	Inicio	Final	Intervalo	Divisiones
Ed:	0.04	0.4	0.04	10
Vs/Vp:	0.1	0.8	0.05	15
rf:	NaN	NaN	NaN	NaN

Fractura saturada con fluido.

Guarde para simulación.

LEER ARCHIVO ACEPTAR

Con estos valores es posible visualizar la tendencia de las relaciones entre los parámetros de Thomsen y las características de fracturas. Ver figuras 27, 28 y 29.

⁴³ Se utilizó el mismo rango de datos presentado en el artículo: DAI H., LI X. AND MACBETH C. Inversion of Fracture Parameters by Using the Artificial Neural Network. IC-AI '99 International Conference. 517-523, p.519.

Figura 27 Variación de épsilon en función de la densidad de fractura y la relación Vs/Vp.

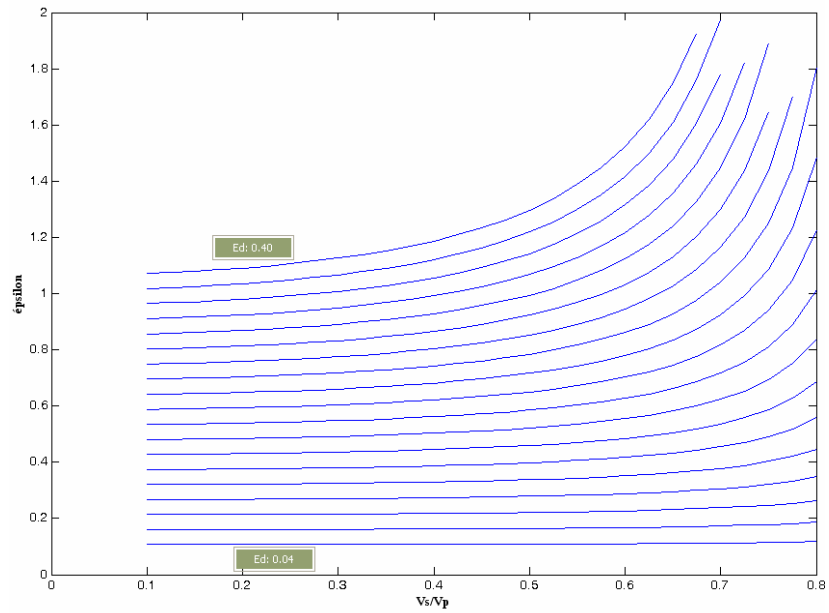


Figura 28 Variación de delta en función de la densidad de fractura y la relación Vs/Vp

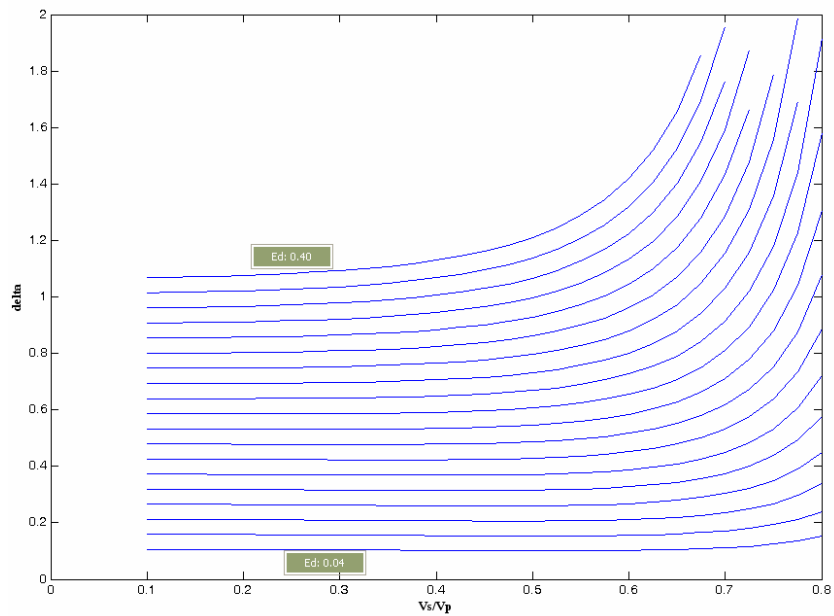
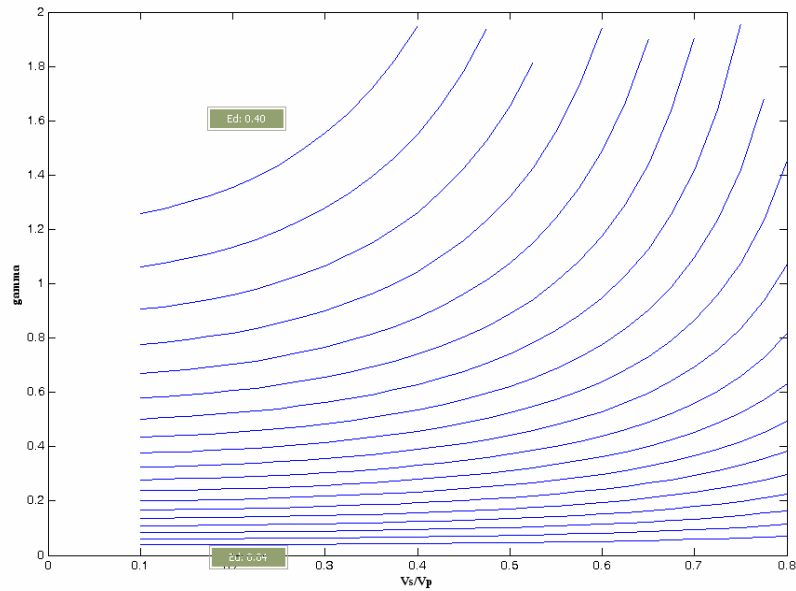
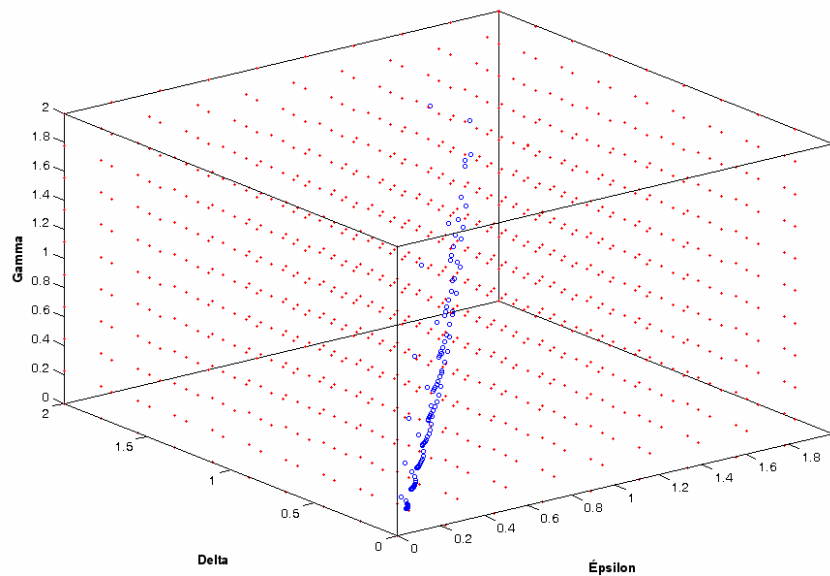


Figura 29 Variación de gamma en función de la densidad de fractura y la relación Vs/Vp



Finalmente en la figura 30, se muestra el espacio de los valores que podrían tomar los parámetros anisótropos y el conjunto de entrenamiento

Figura 30 Conjunto de valores posibles de ϵ , δ , γ vs. Conjunto de entrenamiento.



Nota: En rojo se representa el espacio de valores que pueden tomar los parámetros anisótropos; en azul el conjunto de entrenamiento establecido para resolver el problema inverso (fracturas secas)

Posteriormente se definió el rango de valores para establecer el conjunto de entrenamiento para las fracturas saturadas. En este caso se revisó el rango de valores aceptable para el factor de forma - r_f el cual depende de la relación de aspecto, velocidad de onda P en la matriz y fluido.

Para cada uno de los parámetros involucrados en la ecuación 73 se analizó los valores extremos que se podrían presentar y de esta forma se estableció el respectivo conjunto de entrenamiento.

Schoenberg y Douma en 1988⁴⁴, reportaron que la relación de aspecto para las microfracturas podía variar en un rango de 0.1 – 0.3. Para valores mayores el módulo elástico calculado con la teoría de Hudson presentaba diferencia vs el calculado con la teoría de placas paralelas. Ver figura 31.

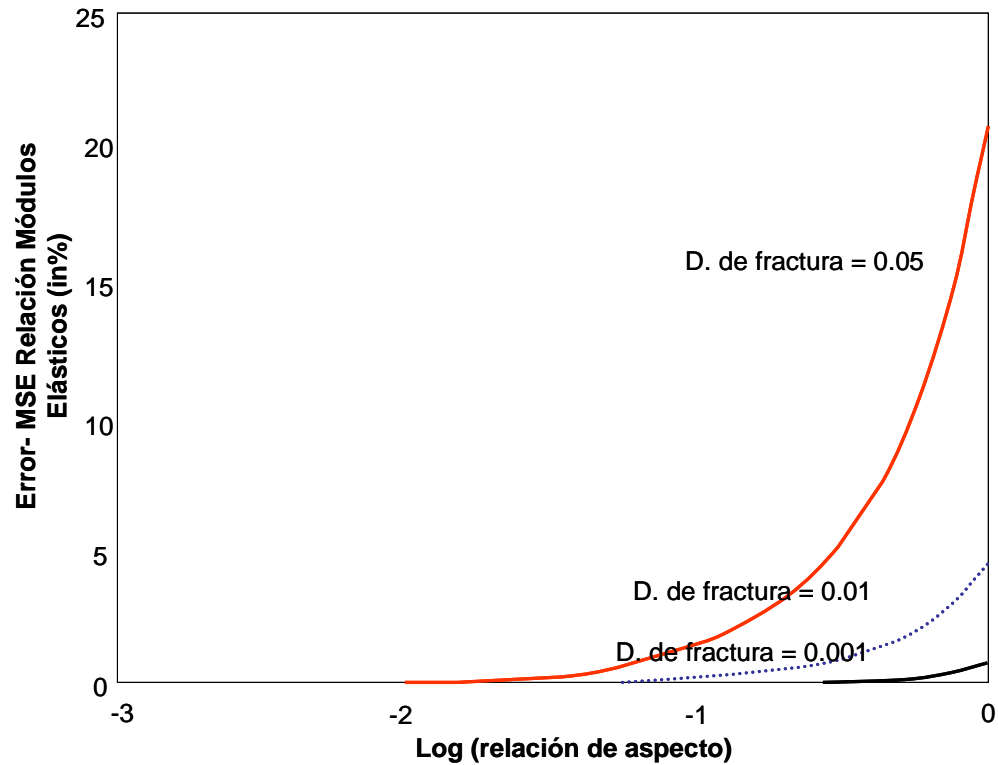
El rango de valores para la velocidad de onda P en la matriz y en el fluido se calculó siguiendo las correlaciones presentadas en la literatura⁴⁵. La ecuación 78, se utilizó para calcular la velocidad de la onda P en una roca saturada con aceite muerto (*dead oil*), es decir, aquellos fluidos que no presentan gas en solución. Esta correlación está en función de la densidad del fluido y las condiciones de presión y temperatura. Ver ecuación 78.

$$\alpha_f (m/s) = 2096 \left(\frac{\rho_o}{2.6 - \rho_o} \right)^{1/2} - 3.7T + 4.64P + 0.0115 \left[4.12(1.08\rho_o^{-1} - 1)^{1/2} - 1 \right] TP \dots\dots\dots(78)$$

⁴⁴ SCHOENBERG M. and DOUMA J. Elastic wave propagation in media with parallel fractures and aligned cracks. Geophysical Prospecting 39, 571-590, 1988. p.587.

⁴⁵ MAVKO G., MUKERJI T., DVORKIN J. Rock Physics Handbook. Stanford University. June 1996. p.236



Figura 31 Rangos de variación de la relación de aspecto.

FUENTE: Modificado de: Elastic wave propagation in media with parallel fractures and aligned cracks. SCHOENBERG M. and DOUMA J. "Geophysical Prospecting 39, 571-590, 1988. p.587.

De igual manera, para los valores de la velocidad de la onda P en la matriz, se utilizaron los rangos presentados para las areniscas secas (Tight Gas Sandstones) y las areniscas saturadas (Sandstones)⁴⁶

Una vez se tiene los límites para las variables involucradas en la ecuación 73 se procede a calcular el rango de valores para el factor de forma. Ver figura 32 y 33.

⁴⁶ MAVKO G., MUKERJI T., DVORKIN J. Rock Physics Handbook. Stanford University. June 1996. p.302-304.



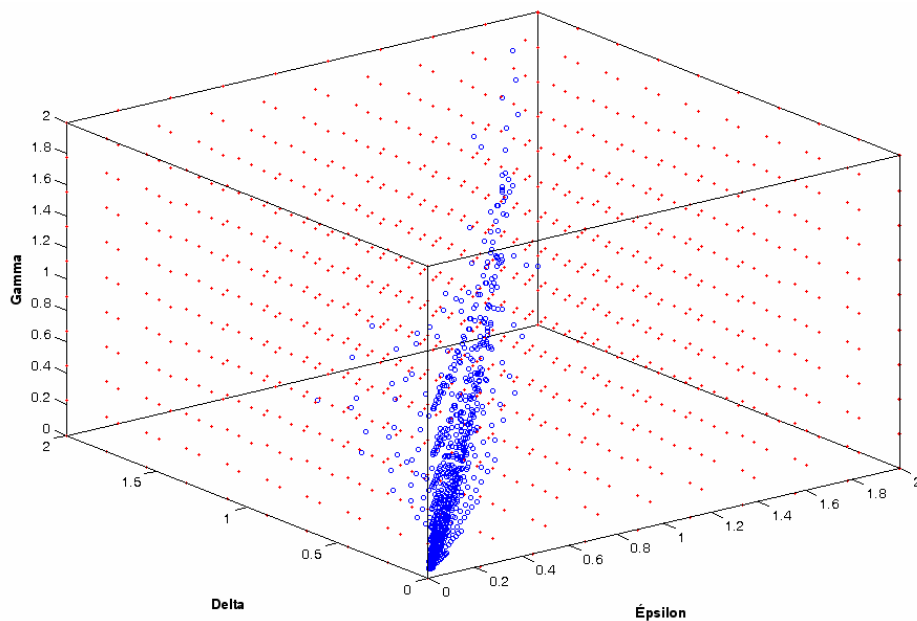
Figura 32 Conjunto de entrenamiento para la red de tres entradas y tres salidas.

	Inicio	Final	Intervalo	Divisiones
Ed:	0.04	0.4	0.04	10
Vs/Vp:	0.1	0.8	0.05	15
rf:	1.2	3.8	0.2	14

Fractura saturada con fluido.

Leer Archivo Guarde para simulación.

Figura 33 Conjunto de valores posibles de ϵ, δ, γ vs. Conjunto de entrenamiento.



Nota: En rojo se representa el espacio de valores que pueden tomar los parámetros anisótropos; en azul el conjunto de entrenamiento establecido para resolver el problema inverso (fracturas saturadas).



3.2 ESTRUCTURA DE LA HERRAMIENTA

Debido al nivel de desarrollo que tiene la herramienta de redes neuronales artificiales de Matlab (ésta es una marca comercial de Mathworks Inc.), se seleccionó este software para construir la herramienta para la inversión de datos.

La aplicación se divide en dos partes principales:

- Definición del conjunto de entrenamiento y simulación – Datos a evaluar
- Construcción, entrenamiento y simulación de la red neuronal

En la primera parte se define el rango de datos para establecer el conjunto de entrenamiento, para grietas secas o saturadas como se estableció en la sección anterior; así mismo, se establece el número de épocas y la distancia de exclusión (filtrado) para los parámetros de Thomsen que no estén dentro del rango de entrenamiento. Ver Anexo C.

En la segunda parte, la aplicación permite crear y entrenar una red neuronal para posteriormente simular los resultados y evaluar con datos de laboratorio. Es importante resaltar, que se pueden realizar varias configuraciones de redes, hasta definir cual es la de mejor desempeño y garantizar el éxito en la inversión de datos.

En el anexo C se explican los módulos correspondientes a la herramienta desarrollada.



3.3 SIMULACIÓN UTILIZANDO DATOS DE ONDAS P Y S

Una vez se tiene construida y entrenada la red se procede a realizar la simulación de los datos. Dentro de la aplicación software, se definieron dos tipos de simulación, tal como se explica a continuación:

3.3.1 Simulación Tipo I

Terminada la construcción y el entrenamiento de la red. Se procede a ingresar los valores de los parámetros de Thomsen (ϵ , δ , γ) obtenidos en el laboratorio.

Estos datos deben ser cargados en el módulo de entrada de datos, tal como se explica en el anexo C. Con los parámetros de Thomsen, la red entrenada, procede a simular el comportamiento e invertir las funciones con el fin de proporcionar los valores de densidad de fractura y relación de velocidades (datos calculados), los cuales a su vez son comparados con los datos de laboratorio (datos objetivos).

Por último se compara la desviación entre los valores de V_s/V_p y la densidad de fractura calculados por la herramienta y los medidos en laboratorio; de esta manera es posible establecer el porcentaje de error obtenido en la inversión de datos.

3.3.2 Simulación Tipo II

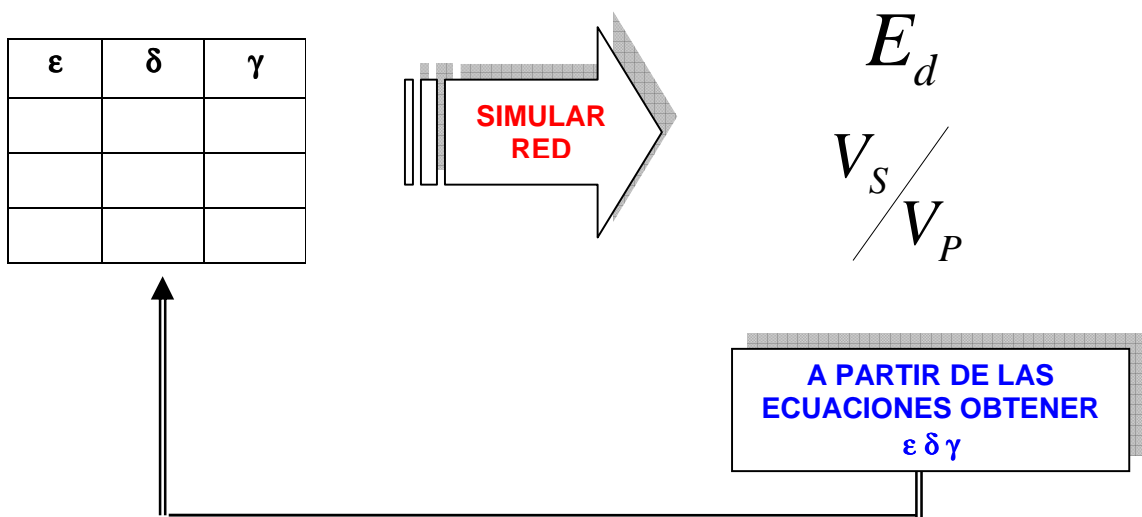
Durante el desarrollo de la herramienta, se realizó este ejercicio para profundizar en la teoría y evaluar el comportamiento de la red cuando se ingresaban datos en la entrada, es decir, se realizó una tabulación de los parámetros de Thomsen, para considerarlos como un conjunto de entrenamiento.



El razonamiento para la simulación Tipo II fue el siguiente:

Dado un conjunto de entrada conformado por los parámetros de Thomsen, se procede a determinar las respuestas de la densidad de fractura – E_d y la relación de velocidades – V_s/V_p . Si los datos arrojados por la red son ciertos; se capturan los valores de V_s/V_p y E_d y con las ecuaciones nuevamente se calculan ϵ , δ , γ . Al final se comparan los dos valores de Thomsen para evaluar las desviaciones. Ver figura 34.

Figura 34 Esquema de la simulación Tipo II



Con este tipo de simulación se verifica la complejidad y no linealidad del problema planteado.

4. METODOLOGÍA PARA LA CARACTERIZACIÓN DE UN SISTEMA DE FRACTURAS UTILIZANDO INVERSIÓN DE VELOCIDADES ACÚSTICAS

4.1 DESCRIPCIÓN DE LA METODOLOGÍA PROPUESTA

De acuerdo con los resultados obtenidos en la evaluación de los diferentes esquemas de redes neuronales artificiales, se presenta esta metodología como un resumen de los pasos que se deben seguir para entrenar redes que puedan simular las relaciones altamente no lineales y complejas, tal como lo es la relación entre los parámetros anisótropos y las características de las fracturas.

El objetivo principal de éste capítulo, es recopilar todos los aspectos considerados en el desarrollo de la investigación. A continuación se presenta el esquema general para la metodología propuesta

Primer paso

Durante esta etapa, se deben seleccionar las variables representativas del problema que se va a simular. Es importante tener en cuenta que esta selección se hace para establecer el alcance y la fundamentación teórica que será necesario revisar.

Segundo paso

Posteriormente, se establece el modelo teórico que más se ajuste a las condiciones que se van a trabajar. Es importante resaltar que pueden existir modelos muy robustos que tienen en cuenta todos los factores que intervienen en



el estudio, se debe tener especial cuidado, puesto que aportan una gran cantidad de variables diferente a las variables dependientes que pueden llegar a convertirse en variables extrañas o no controladas.

Tercer paso

En esta etapa, se debe establecer el diseño experimental, el cual consiste en la definición de la estrategia de contrastación para probar las hipótesis desarrolladas durante la planeación. Con base en este diseño se realizarán los experimentos o ensayos necesarios para establecer los datos que se van a estudiar.

Cuarto paso

Debido a que se intenta resolver un problema inverso con RNA, deben tenerse en cuenta los datos de entrenamiento y simulación, de manera que queden ubicados en el rango que abarcan las funciones de activación, es decir, se deben establecer conjuntos de entrenamiento válidos para la solución del problema.

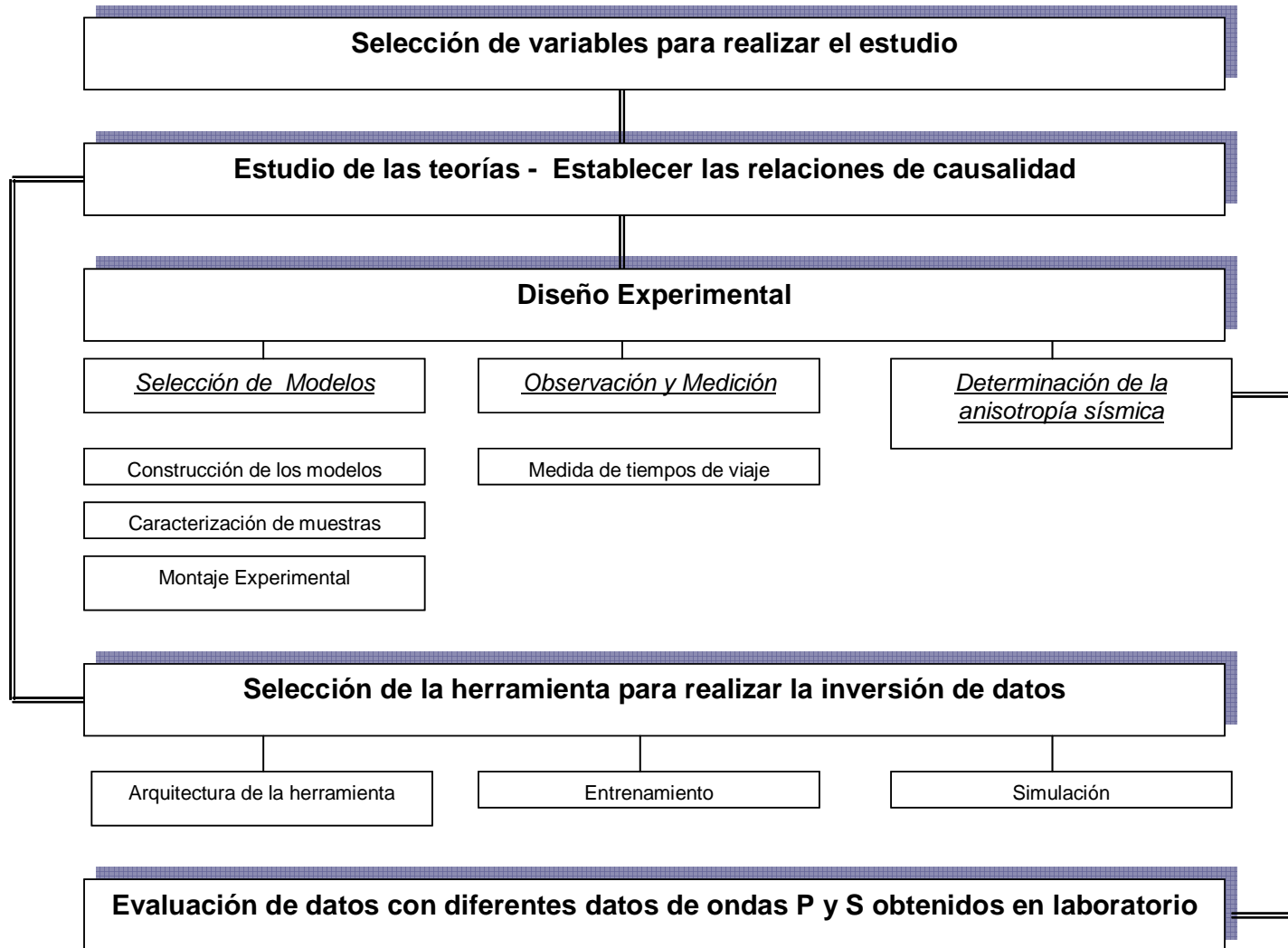
De igual manera, se deben incluir en los datos originales, las restricciones físicas y todas las relaciones que se puedan inferir del sistema que se quiere simular.

Quinto paso

Realizar la evaluación con datos obtenidos en laboratorio sobre diferentes muestras, esto con el fin de valorar el desempeño de la herramienta. En la figura 35, se muestra el esquema general para la metodología propuesta.



Figura 35 Esquema general de la metodología propuesta



4.2 APLICACIÓN DE LA METODOLOGÍA PROPUESTA UTILIZANDO DIFERENTES DATOS DE ONDAS P Y S

A continuación se presenta la aplicación de la metodología propuesta, dónde se obtienen las características de las fracturas a partir de datos de ondas P y S obtenidos laboratorio:

Primer paso

En esta etapa se identificaron las variables involucradas en el estudio, las cuales corresponden a las *características de las fracturas*: densidad de fracturas, relación de aspecto y al *comportamiento de las ondas P y S*: específicamente las velocidades anisótropas. Para analizar el comportamiento de las velocidades de propagación, se utilizaron los parámetros anisótropos ϵ , δ , γ definidos por Thomsen, 1986.

Los parámetros anisótropos concentran el efecto de la anisotropía y representan la variación de las ondas P y S de acuerdo a la dirección de propagación y ángulo de fase respectivamente.

Segundo paso

Posteriormente, se analizaron tres modelos básicos para describir el medio efectivo: Modelo de Hudson, Shoenberg and Douma, Liu et al; en este caso se establecieron las fortalezas y debilidades de cada uno con el fin de escoger el modelo que mejor representara a los modelos físicos, en cuanto a la relación de las respuestas de las ondas P y S como función de las propiedades del medio.



En este trabajo se seleccionó el modelo de Hudson, debido a que el conjunto de ecuaciones que modelan el medio efectivo representan adecuadamente su comportamiento físico y al ser estudiadas bajo diferentes valores iniciales y de frontera, la representación sigue siendo válida⁴⁷. De igual forma el modelo es técnicamente viable, teniendo en cuenta que el número de variables y ecuaciones propuestas pueden manipularse de acuerdo a los recursos de laboratorio e informáticos con los que se disponían.

Tercer paso

Después de seleccionar el modelo teórico con el cual se plantearon las relaciones de causalidad; se estructuró un diseño cuasiexperimental de caso único con el fin de contrastar las hipótesis de la investigación.

Dentro del diseño presentado, se resaltó que las muestras estudiadas, correspondían a modelos del medio efectivo que representarían la teoría de Hudson, 1980; estas muestras contienen grietas o inclusiones distribuidas aleatoriamente en un medio homogéneo. De igual manera, se hizo énfasis en que el muestreo fue intencional y que no se utilizó grupo control en el momento de realizar los experimentos.

Dentro de la esquematización para diseños cuasiexperimentales, el presentado en esta investigación puede catalogarse como *diseño con observaciones sólo post*, debido a que se los sujetos muestreados fueron sometidos a diferentes medidas (propagación de ondas P y S) y posteriormente se reportaron los datos (observación).

⁴⁷PACHANO et al., "Propagación de Ondas en Medios Efectivos - Mediciones en Modelos a Escala" ACIPET. XI Congreso Colombiano de Petróleo y Gas. ISBN 33-8394-5. Bogotá 2005.



Cuarto paso

En esta parte se desarrollaron los conjuntos de entrenamiento y el espacio físico y matemático en el cual se realizó la inversión de datos. Los rangos de entrenamiento se definieron para fracturas secas y fracturas saturadas, tal como se muestra en la tabla 16.

Tabla 16 Rango de valores para los conjuntos de entrenamiento

RANGO DE VALORES PARA LOS CONJUNTOS DE ENTRENAMIENTO			
	Ed	Vs/Vp	rf
Límite inferior	0.04	0.1	1.2
Límite superior	0.4	0.8	3.8

Las funciones que se utilizaron para entrenar las redes construidas fueron: regularización bayesiana (TRAINBR), gradiente descendente con momentum (TRAINGDM) y Levenberg-Marquardt (TRAINLM). La librería de Matlab, específicamente del *Toolbox Neural Networks*[®] ofrece diferentes tipos de funciones, tal como se explicó en el capítulo tres (ver figura 37)

Para las funciones de activación que conectan las capas ocultas, se recomienda que en las primeras se utilice siempre una función sigmoideal, ya sea tangente sigmoidea (TANSIG) ó logarítmica sigmoidea (LOGSIG) y para la última capa siempre se utilice una función lineal (PURELIN).



Quinto paso

Como se mencionó anteriormente, en esta etapa se realizó la valoración de la metodología con diferentes datos de ondas P y S obtenidos en laboratorio. Para realizar la evaluación, se recopilaron datos de la literatura y de recientes investigaciones, tal como se muestra:

- Recopilación de Pruebas – AMOCO. Thomsen, 1986
- Medios Efectivos. Pachano et al, 2005
- Formación Tambor. Valera et al, 2005
- Muestras sintéticas. Rueda et al, 2006
- Muestras sintéticas. Aguilera, 2008

Los resultados para cada conjunto de datos se presentan a continuación:

Recopilación de Pruebas AMOCO, Thomsen 1986.

En el artículo de Thomsen, 1986⁴⁸, se presenta un listado de pruebas de laboratorio para diferentes rocas sedimentarias y algunos materiales sintéticos. En total el autor reporta datos de parámetros anisótropos para 58 muestras, la desventaja de estos datos es que no publican la caracterización de las muestras, por lo que no se puede obtener un valor de densidad de fracturas. Ver la tabla 17.

⁴⁸ THOMSEN L. Weak Elastic Anisotropy. *Geophysics*, 51, 5, 1954-1966, 1986. p. 399-402.



Tabla 17 Parámetros anisótropos reportados por Thomsen, 1986

Muestra	Épsilon	Delta	Gamma	Ed	Vs/Vp
Taylor Sandstone	0.11	-0.035	0.255	NR	0.5431
Mesaverde mudshale	0.034	0.211	0.046	NR	0.5968
Mesaverde immature sandstone	0.097	0.091	0.051	NR	0.6287
Mesaverde immature sandstone	0.077	0.01	0.066	NR	0.5723
Mesaverde silty sandstone	0.056	-0.003	0.067	NR	0.5831
Mesaverde immature sandstone	0.091	0.148	0.105	NR	0.5912
Mesaverde clayshale	0.334	0.73	0.575	NR	0.5232
Mesaverde immature sandstone	0.06	0.143	0.045	NR	0.5962
Mesaverde laminated siltstone	0.091	0.565	0.046	NR	0.5810
Mesaverde immature sandstone	0.023	0.002	0.013	NR	0.6064
Mesaverde clayshale	0.189	0.204	0.175	NR	0.5467
Mesaverde calcareous sandstone	0	-0.264	-0.007	NR	0.5896
Mesaverde immature sandstone	0.053	0.158	0.133	NR	0.5856
Mesaverde immature sandstone	0.08	-0.003	0.093	NR	0.5771
Mesaverde mudshale	0.01	0.012	-0.005	NR	0.5910
Mesaverde sandstone	0.033	0.04	-0.019	NR	0.5979
Mesaverde mudshale	0.081	0.129	0.048	NR	0.5752
Mesaverde shale	0.065	0.059	0.071	NR	0.7207
Mesaverde sandstone	0.081	0.057	0	NR	0.7522
Mesaverde shale	0.137	-0.012	0.026	NR	0.6875
Mesaverde sandstone	0.036	-0.039	0.03	NR	0.7123
Mesaverde shale	0.063	0.008	0.028	NR	0.6541
Mesaverde sandstone	-0.026	-0.033	0.035	NR	0.6974
Mesaverde shale	0.172	0	0.157	NR	0.6992
Mesaverde sandstone	0.055	-0.089	0.041	NR	0.7385
Mesaverde shale	0.128	0.078	0.1	NR	0.6991
Dog Creek shale	0.225	0.1	0.345	NR	0.4405
Wills Point shale	0.215	0.315	0.28	NR	0.3658
	0.085	0.12	0.185	NR	0.5763
Cotton Valley shale	0.135	0.205	0.18	NR	0.6122
Pierre shale	0.11	0.09	0.165	NR	0.4190
	0.195	0.175	0.3	NR	0.4212
	0.015	0.06	0.03	NR	0.4401



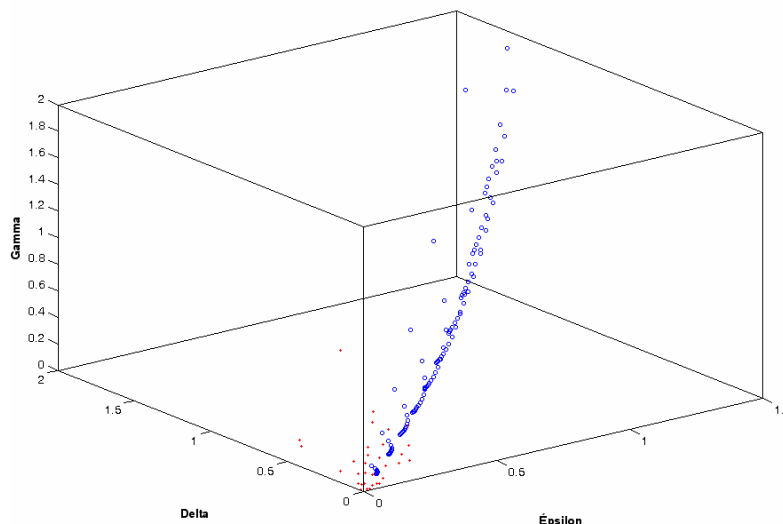
Shale	0.255	-0.05	0.48	NR	0.4888
	0.2	-0.075	0.51	NR	0.4412
Oil shale	0.2	0.1	0.145	NR	0.6001
Green River shale	0.04	0.01	0.03	NR	0.5836
	0.025	0.055	0.02	NR	0.5863
Berea sandstone	0.002	0.02	0.005	NR	0.6334
Bandera sandstone	0.03	0.045	0.03	NR	0.6215
Green River shale	0.195	-0.22	0.18	NR	0.5371
Lance sandstone	-0.005	-0.015	0.005	NR	0.5940
Ft. Union silstone	0.045	-0.045	0.04	NR	0.6030
Timber Mtn tuff	0.02	-0.03	0.105	NR	0.3830
Muscovite crystal	1.12	-0.235	2.28	NR	0.4731
Quartz crystal (hexag. Approx.)	-0.096	0.273	-0.159	NR	0.7351
Calcite crystal (hexag. Approx.)	0.369	0.579	0.169	NR	0.6286
Biotite crystal	1.222	-0.388	6.12	NR	0.3308
Apatite crystal	0.097	0.586	0.079	NR	0.6923
Ice I crystal	-0.038	-0.164	0.031	NR	0.4621
Aluminum - lucite composite	0.97	-0.09	1.3	NR	0.4707
Sandstone shale	0.013	-0.001	0.035	NR	0.5497
SS-anisotropic shale	0.059	-0.001	0.163	NR	0.5497
Limestone - shale	0.134	0	0.156	NR	0.5502
LS-anisotropic shale	0.169	0	0.271	NR	0.5502
Anisotropic shale	0.103	-0.001	0.345	NR	0.5494
Gas sand - Water sand	0.022	0.018	0.004	NR	0.5536
Gypsum - weathered material	1.161	-0.14	2.781	NR	0.4160

FUENTE: Modificado de: Weak Elastic Anisotropy. THOMSEN L. *Geophysics*, 51, 5, 1954-1966, 1986. p. 399-402.

Una vez se tienen los datos, se procede a construir el archivo *.txt para cargarlo en la herramienta y realizar la inversión de datos. En la figura 36 se observa el conjunto de entrenamiento vs. la población de datos con los que se va a realizar la simulación.



Figura 36 Conjunto de entrenamiento vs. Datos a simular (Thomsen, 1986)



Nota: En azul se presenta el conjunto de entrenamiento y en rojo los datos experimentales que se simularon.

Es importante resaltar que algunos datos están por fuera del conjunto de entrenamiento, en este caso, la red no podrá simular la tendencia. Por tal motivo se diseñó en la herramienta un módulo capaz de filtrar los datos que están por fuera del conjunto de entrenamiento. Ver anexo C.

Posteriormente, se procede a realizar la simulación de datos, para esto se define, construye y entrena una red neuronal (feedforward backpropagation)

Una vez se tienen los resultados, algunos datos son cercanos al objetivo, pero en otros no se representa bien la tendencia, esto se debe principalmente a que están por fuera del conjunto de entrenamiento y la red no “aprende” el comportamiento, por lo tanto no lo puede simular. En la tabla 18 se presentan los resultados de la red con un margen de error menor del 20%



Tabla 18 Resultados de la inversión de datos con un % de error menor al 20%

Épsilon	Delta	Gamma	Vs/Vp Objetivo	Vs/Vp Red	%Error
0.034	0.211	0.046	0.5968	0.6305	6
0.097	0.091	0.051	0.6287	0.697	11
0.06	0.143	0.045	0.5962	0.7066	19
0.023	0.002	0.013	0.6064	0.6592	9
0.081	0.129	0.048	0.5752	0.6669	16
0.063	0.008	0.028	0.6541	0.6715	3
0.025	0.055	0.02	0.5863	0.6331	8

De igual forma en la tabla 19 se presentan los resultados de la inversión de datos con un rango de error entre el 20% y 40%

Tabla 19 Resultados de la inversión de datos con un % de error entre el 20% y 40%

Épsilon	Delta	Gamma	Vs/Vp Objetivo	Vs/Vp Red	%Error
0.065	0.059	0.071	0.7207	0.9366	30
0.172	0	0.157	0.6992	0.8795	26
0.128	0.078	0.1	0.6991	0.873	25
0.2	0.1	0.145	0.6001	0.8321	39
0.04	0.01	0.03	0.5836	0.8195	40
0.002	0.02	0.005	0.6334	0.4917	22
0.03	0.045	0.03	0.6215	0.8331	34

Por último, se presentan los datos que la red no pudo invertir (ver tabla 20).



Tabla 20 Valores anómalos simulados por la red.

Épsilon	Delta	Gamma	Vs/Vp Objetivo	Vs/Vp Red	%Error
0.091	0.565	0.046	0.581	-24.3146	4285
0.081	0.057	0	0.7522	-3.7791	602
0.225	0.1	0.345	0.4405	0.9247	110
0.215	0.315	0.28	0.3658	0.9396	157
0.11	0.09	0.165	0.419	0.9489	126
0.195	0.175	0.3	0.4212	0.9305	121
0.015	0.06	0.03	0.4401	0.8858	101
0.369	0.579	0.169	0.6286	-0.6233	199
0.097	0.586	0.079	0.6923	-16.368	2464

Los valores que no pudieron ser simulados por la red, son aquellos que presentaban parámetros anisótropos bastante altos (superiores a 0.5); generalmente estos valores son característicos de formaciones laminadas – *shales*, de los valores incluidos en el artículo de Thomsen, presentaron anomalías las mediciones para las siguientes formaciones: Pierre shale, Dog Creek shale, Mesaverde shale, además de las mediciones realizadas en cristales de calcita (calcite crystal).

Para evaluar la efectividad de las redes construidas, se realizaron varias simulaciones las cuales se encuentran en un archivo digital que acompaña las rutinas de la herramienta construida. Ver archivo *Thomsen_1986.xls* guardado en la carpeta *simulaciones*.



Medio Efectivo, Pachano et al., 2005⁴⁹

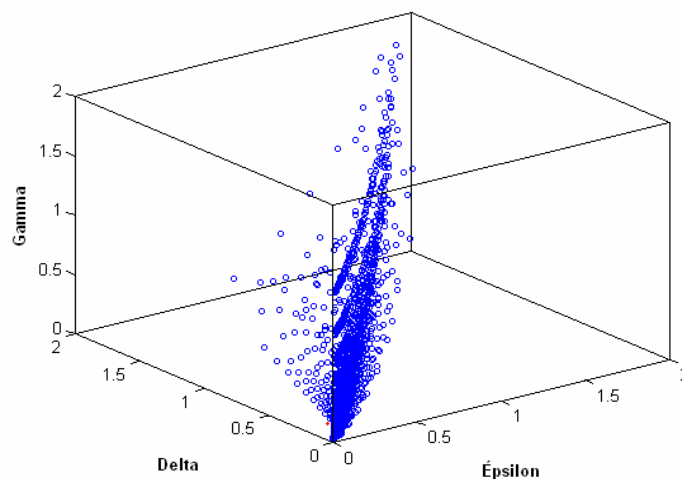
De manera similar, se analizaron los datos de laboratorio obtenidos utilizando muestras del medio efectivo; la obtención de los parámetros anisótropos para este caso (ver tabla 21), se explicó en la sección 2.3 del presente documento.

Tabla 21 Datos de laboratorio para el medio efectivo (Pachano et al., 2005).

Épsilon	Delta	Gamma	Ed	Vs/Vp	rf
0.04649	0.09818	0.09770	0.03	0.71429	2.402

Posteriormente, se procede a graficar el conjunto de entrenamiento y los datos a invertir. Ver figura 37.

Figura 37 Conjunto de entrenamiento vs. datos a simular. Medio efectivo (Pachano et al, 2005)



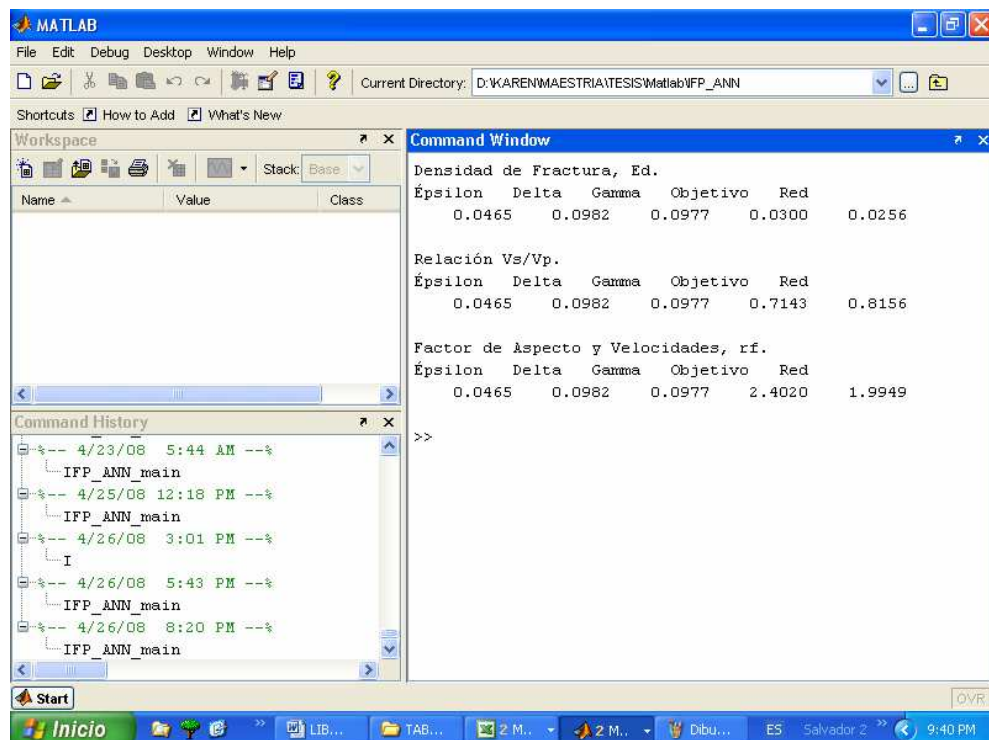
⁴⁹ PACHANO et al., "Propagación de Ondas en Medios Efectivos - Mediciones en Modelos a Escala" ACIPET. XI Congreso Colombiano de Petróleo y Gas. ISBN 33-8394-5. Bogotá 2005.



A diferencia del ejemplo anterior, en este caso se tenían los datos referentes a la caracterización de las grietas (densidad de fracturas y relación de aspecto), por lo tanto el conjunto de entrenamiento se amplía tal como muestra en la figura 37. Con base en los resultados obtenidos, se prepara el archivo *.txt para realizar la simulación con la herramienta software.

La red escogida para realizar la inversión de datos fue una FFBP_LM_GDM_MSE_3_10_10_3. De igual manera, se realizaron varias simulaciones para comprobar el desempeño de la red escogida, en la figura 38 se muestran los resultados para la simulación de 190 épocas.

Figura 38 Resultados de la simulación utilizando una red FFBP_LM_GDM_MSE_3_10_10_3



En la tabla 22 se muestra el porcentaje de error de los resultados obtenidos con la simulación, en este caso, la red pudo simular de manera acertada las características del medio efectivo, con una desviación no mayor al 20%.

Tabla 22 Porcentaje de error de los resultados obtenidos con la simulación

Parámetro Calculado	Épsilon	Delta	Gamma	Objetivo	Red	%Error
Ed	0.0465	0.0982	0.0977	0.030	0.0256	15
Vs/Vp	0.0465	0.0982	0.0977	0.714	0.8156	14
rf	0.0465	0.0982	0.0977	2.402	1.9949	17

Formación Tambor, Valera et al., 2005⁵⁰.

A continuación se presenta el ejemplo para la formación tambor. Ver tabla 23. Con base en estos datos se construye el conjunto de entrenamiento para realizar la respectiva inversión de datos.

Tabla 23 Datos reportados para la formación Tambor (Valera et al.,2005)

Épsilon	Delta	Gamma	Ed	Vs/Vp
0.010299	0.019347	0.005761	0.010000	0.553846
0.006276	0.001531	0.007028	0.010000	0.543597
0.015388	0.022079	0.004287	0.010000	0.542398
0.008171	0.016295	0.004287	0.010000	0.495614
0.020073	0.004650	0.004621	0.010000	0.544426
0.013357	-0.009221	0.009240	0.010000	0.554983

⁵⁰ VALERA et al., "Caracterización de la anisotropía de medios porosos a partir de la medición de velocidades acústicas en la formación Tambor" ACIPET. XI Congreso Colombiano de Petróleo y Gas. ISBN 33-8394-5. Bogotá 2005.

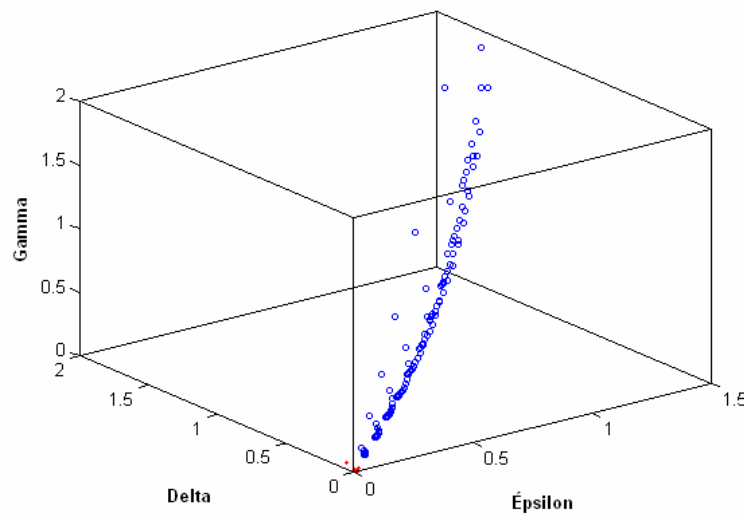


0.012960	-0.006589	0.003463	0.010000	0.553603
0.015713	0.007523	0.003491	0.010000	0.538053
0.018697	0.023212	0.004075	0.010000	0.523214
0.011640	0.002274	0.005908	0.010000	0.527174
0.011152	0.005598	0.003075	0.010000	0.524074
0.007546	-0.004983	0.002523	0.010000	0.532075
0.010636	0.009137	0.002814	0.010000	0.520833
0.010367	0.010993	0.002814	0.010000	0.513258
-0.004588	0.028051	0.003017	0.010000	0.519455
-0.004588	0.028053	0.004880	0.010000	0.521484
-0.019320	0.044994	0.004880	0.010000	0.513672
0.009511	0.016947	0.002637	0.010000	0.516966
0.025246	0.002415	0.002870	0.010000	0.522541
0.025246	0.002415	0.002870	0.010000	0.522541
0.008897	0.021271	0.004143	0.010000	0.518595
0.008897	0.021272	0.002782	0.010000	0.520747
0.020870	-0.005755	0.002742	0.010000	0.511435
0.020870	-0.005758	0.003460	0.010000	0.518987
0.012298	0.004670	0.002331	0.010000	0.517094
0.012298	0.004670	0.002331	0.010000	0.517094
0.012018	0.006693	0.003951	0.010000	0.533632
0.012018	0.006693	0.003951	0.010000	0.533632
0.012018	0.006691	0.001344	0.010000	0.556075
0.012018	0.006689	0.002261	0.010000	0.569378
0.011729	0.008794	0.002261	0.010000	0.559809
0.011729	0.008793	0.003376	0.010000	0.572127
0.011729	0.008793	0.003376	0.010000	0.572127
0.006992	-0.002156	0.001450	0.010000	0.575377
0.006992	-0.002156	0.001450	0.010000	0.575377
0.006992	-0.002156	0.001450	0.010000	0.575377
0.043521	0.034397	0.000821	0.010000	0.590206
0.043521	0.034397	0.000821	0.010000	0.590206
0.043521	0.034384	0.002663	0.010000	0.604222
0.043521	0.034384	0.002663	0.010000	0.604222
0.043521	0.034384	0.002663	0.010000	0.604222
0.043521	0.121291	0.001782	0.010000	0.615591



En la figura 39 se muestra el conjunto de entrenamiento vs los datos a simular, es importante resaltar, que los datos utilizados corresponden a las medidas realizadas durante el primer ciclo de carga.

Figura 39 Conjunto de entrenamiento vs. Datos a simular. Formación Tambor (Valera et al, 2005)



Los resultados de la simulación, utilizando una red de tipo FFBP_BR_GDM_MSE_3_8_2_e120, se presentan en la tabla 24. En este caso se puede observar que la red simuló correctamente (con un porcentaje de error menor al 5%) los valores más cercanos al conjunto de entrenamiento mostrado en la figura anterior. Al disminuir el número de épocas se evita que la red “memorice” los resultados y evite los mínimos locales (overfitting)



Tabla 24 Resultados para la simulación. Datos de la formación Tambor

Épsilon	Delta	Gamma	Vs/Vp Objetivo	Vs/Vp Red	%Error
0.0103	0.0193	0.0058	0.5538	0.5456	1
0.0063	0.0015	0.007	0.5436	0.719	32
0.0154	0.0221	0.0043	0.5424	0.4419	19
0.0082	0.0163	0.0043	0.4956	0.5366	8
0.0201	0.0046	0.0046	0.5444	0.5157	5
0.0157	0.0075	0.0035	0.5381	0.499	7
0.0187	0.0232	0.0041	0.5232	0.4014	23
0.0116	0.0023	0.0059	0.5272	0.6353	21
0.0112	0.0056	0.0031	0.5241	0.5351	2
0.0106	0.0091	0.0028	0.5208	0.5109	2
0.0104	0.011	0.0028	0.5133	0.5025	2
0.0095	0.0169	0.0026	0.517	0.4711	9
0.0252	0.0024	0.0029	0.5225	0.4413	16
0.0252	0.0024	0.0029	0.5225	0.4413	16
0.0089	0.0213	0.0041	0.5186	0.4989	4
0.0089	0.0213	0.0028	0.5207	0.4575	12
0.0123	0.0047	0.0023	0.5171	0.509	2
0.0123	0.0047	0.0023	0.5171	0.509	2
0.012	0.0067	0.004	0.5336	0.5477	3
0.012	0.0067	0.004	0.5336	0.5477	3
0.012	0.0067	0.0013	0.5561	0.4696	16
0.012	0.0067	0.0023	0.5694	0.4971	13
0.0117	0.0088	0.0023	0.5598	0.4872	13
0.0117	0.0088	0.0034	0.5721	0.5206	9
0.0117	0.0088	0.0034	0.5721	0.5206	9
0.0435	0.0344	0.0008	0.5902	0.0596	90
0.0435	0.0344	0.0008	0.5902	0.0596	90
0.0435	0.0344	0.0008	0.5902	0.0596	90
0.0435	0.0344	0.0027	0.6042	0.1119	81
0.0435	0.0344	0.0027	0.6042	0.1119	81
0.0435	0.0344	0.0027	0.6042	0.1119	81
0.0435	0.1213	0.0018	0.6156	-0.3292	153



Muestras sintéticas. Rueda et al., 2006⁵¹

Siguiendo con la evaluación de la metodología, en esta sección realizó la simulación utilizando los datos de ondas P y S obtenidos en muestras sintéticas; estas muestras se construyeron con arena tamizada, resina, las grietas se simulaban con inclusiones de aluminio que posteriormente fueron disueltas. En la tabla 25, se reportan las propiedades de las muestras sintéticas.

Tabla 25 Datos de laboratorio para muestras sintéticas (Rueda et al., 2006)

Épsilon	Delta	Gamma	Densidad de fracturas	Vs/Vp
0.086	1.095	0.018	0	0.559
0.072	0.547	0.05	0.21	0.555
0.124	0.676	0.061	0.42	0.551
0.075	0.521	0.068	0.63	0.603
0.072	0.556	0.077	0.86	0.513
0.027	0.501	0.085	1.06	0.542
0.189	1.102	0.098	1.27	0.526
0.119	0.866	0.116	1.49	0.534
0.102	0.598	0.141	1.69	0.524
0.086	0.603	0.15	1.91	0.552
0.174	0.691	0.172	2.54	0.539
0.209	0.922	0.196	2.75	0.540
0.135	0.634	0.206	2.96	0.529
0.073	0.659	0.245	3.17	0.535
0.166	0.767	0.255	3.37	0.533
0.165	0.64	0.276	3.59	0.533
0.304	1.196	0.305	4	0.493
0.325	2.094	0.314	4.12	0.531
0.062	0.471	0.363	4.43	0.498
0.116	0.551	0.389	4.86	0.481

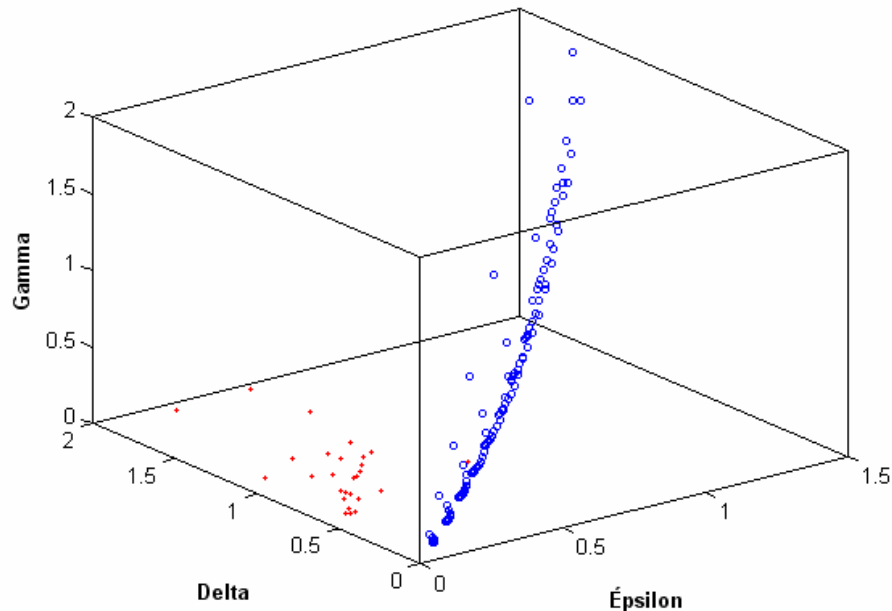
⁵¹ RUEDA J. MADERO H. "Metodología para determinar densidad de microfracturas en rocas cuya matriz presenta baja anisotropía, a partir de parámetros anisótropos: Aplicación a la formación Mirador del campo Cupiagua, Piedemonte Llanero" Universidad Industrial de Santander. Tesis de pregrado. Bucaramanga, 2006.



0.152	0.556	0.402	4.96	0.433
0.351	1.034	0.16	5.03	0.524
0.5	1.901	0.04	5.48	0.540
0.155	0.639	0.057	6.25	0.522
0.932	8.426	0.07	7.81	0.523
0.594	0.738	0.05	7.87	0.526
0.245	1.911	0.012	8.92	0.525
0.195	0.821	0.011	9.92	0.540
0.24	0.657	0.062	10.55	0.524

En la figura 40 se muestra el conjunto de entrenamiento y los datos a simular. Se puede observar que la mayoría de datos, están muy alejados del espacio físico posible, por lo que la herramienta **no** representará de manera adecuada este comportamiento.

Figura 40 Conjunto de entrenamiento vs datos a simular. Muestras sintéticas (Rueda et al., 2006)



En las tabla 26 y 27 se presentan los resultados de la simulación para la densidad de fractura y la relación de velocidades respectivamente. Para la inversión de datos, se utilizó una red neuronal del tipo FFBP_BR_GDM_MSE_3_4_4_2e80.

Tabla 26 Resultados de la simulación para las muestras sintéticas – Ed

Épsilon	Delta	Gamma	Ed Objetivo	Ed Red	%Error
0.072	0.547	0.05	0.21	0.0807	62
0.124	0.676	0.061	0.42	0.1004	76
0.075	0.521	0.068	0.63	0.0817	87
0.072	0.556	0.077	0.86	0.0855	90
0.027	0.501	0.085	1.06	0.0756	93
0.189	1.102	0.098	1.27	0.1483	88
0.119	0.866	0.116	1.49	0.1229	92
0.102	0.598	0.141	1.69	0.1029	94
0.086	0.603	0.15	1.91	0.1023	95
0.174	0.691	0.172	2.54	0.1251	95
0.209	0.922	0.196	2.75	0.1512	95
0.135	0.634	0.206	2.96	0.1201	96
0.073	0.659	0.245	3.17	0.119	96
0.166	0.767	0.255	3.37	0.1419	96
0.165	0.64	0.276	3.59	0.135	96
0.304	1.196	0.305	4	0.1975	95
0.062	0.471	0.363	4.43	0.1199	97
0.116	0.551	0.389	4.86	0.1375	97
0.152	0.556	0.402	4.96	0.1447	97
0.351	1.034	0.16	5.03	0.1734	97
0.5	1.901	0.04	5.48	0.2332	96
0.155	0.639	0.057	6.25	0.1013	98
0.594	0.738	0.05	7.87	0.1688	98
0.245	1.911	0.012	8.92	0.2018	98
0.195	0.821	0.011	9.92	0.1148	99
0.24	0.657	0.062	10.55	0.1157	99



Tabla 27 Resultados de la simulación para las muestras sintéticas - Vs/Vp

Épsilon	Delta	Gamma	Vs/Vp Objetivo	Vs/Vp Red	%Error
0.086	1.095	0.018	0.559	0.4143	26
0.072	0.547	0.05	0.555	0.412	26
0.124	0.676	0.061	0.551	0.4131	25
0.075	0.521	0.068	0.603	0.412	32
0.072	0.556	0.077	0.513	0.4122	20
0.027	0.501	0.085	0.542	0.4117	24
0.189	1.102	0.098	0.526	0.4158	21
0.119	0.866	0.116	0.534	0.4144	22
0.102	0.598	0.141	0.524	0.4132	21
0.086	0.603	0.15	0.552	0.4132	25
0.174	0.691	0.172	0.539	0.4145	23
0.209	0.922	0.196	0.54	0.416	23
0.135	0.634	0.206	0.529	0.4142	22
0.073	0.659	0.245	0.535	0.4141	23
0.166	0.767	0.255	0.533	0.4154	22
0.165	0.64	0.276	0.533	0.415	22
0.304	1.196	0.305	0.493	0.4187	15
0.062	0.471	0.363	0.498	0.4142	17
0.116	0.551	0.389	0.481	0.4152	14
0.152	0.556	0.402	0.433	0.4156	4
0.351	1.034	0.16	0.524	0.4172	20
0.5	1.901	0.04	0.54	0.4208	22
0.155	0.639	0.057	0.522	0.4131	21
0.594	0.738	0.05	0.526	0.417	21
0.245	1.911	0.012	0.525	0.4189	20
0.195	0.821	0.011	0.54	0.4139	23
0.24	0.657	0.062	0.524	0.4139	21

De acuerdo a los porcentajes de error encontrados en las relaciones de velocidades (no mayores del 30%), se puede concluir que a pesar de estar fuera del conjunto de entrenamiento, la red puede simular esta tendencia. En el caso de la densidad de fractura, la relación es más compleja y depende fuertemente del



conjunto de entrenamiento, es decir, de la tendencia que la red “aprende”; por tal razón la red no puede encontrar una relación que le permita simular y encontrar el valor objetivo (porcentajes de error mayores al 80%).

En este trabajo, los autores⁵² reportaron una diferencia en la toma de medidas, ya que desarrollaron un dispositivo para optimizar el uso de cristales, en este caso los piezocerámicos no se adhirieron directamente a la muestra, sino sobre una placa de acero la cual se adaptaba a la roca.

Muestras sintéticas. Aguilera, 2008.

Por último, se evaluaron los datos presentados por Aguilera, 2008⁵³. En este trabajo también construyeron muestras sintéticas, la diferencia con el trabajo anterior, es que se siguió la metodología tradicional planteada por Lo et al, 1985, en la cual los cristales están adheridos directamente a la muestra. Los resultados de los parámetros anisótropos medidos en las muestras sintéticas, se reportan en la tabla 28.

Tabla 28 Datos de laboratorio para las muestras sintéticas (Aguilera, 2008)

Épsilon	Delta	Gamma	Ed	Vs/Vp
0.10353184	0.09904024	0.0403461	0.03537368	0.58424223
0.14160868	0.13649372	0.0532809	0.04713406	0.57733631
0.18297087	0.17744615	0.06664639	0.05947539	0.57010703
0.24407249	0.23745673	0.08567046	0.07733417	0.55969848
0.34961938	0.33097927	0.11944385	0.10967666	0.54110399

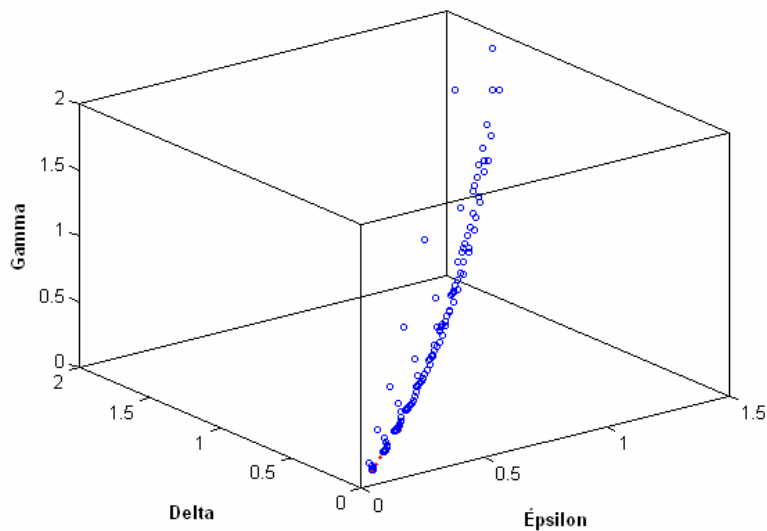
⁵² RUEDA J. MADERO H. “Metodología para determinar densidad de microfracturas en rocas cuya matriz presenta baja anisotropía, a partir de parámetros anisótropos: Aplicación a la formación Mirador del campo Cupiagua, Piedemonte Llanero” Universidad Industrial de Santander. Escuela de Geología. Tesis de pregrado. Bucaramanga, 2006. p.38-39.

⁵³ AGUILERA J. “Anisotropía sísmica inducida por la densidad de microfracturas en un medio elástico” Universidad Industrial de Santander. Escuela de Física. Tesis de pregrado. Bucaramanga, 2008.



Se procede a graficar el conjunto de entrenamiento vs los datos obtenidos en el laboratorio, ver figura 41.

Figura 41 Conjunto de entrenamiento vs. Datos a simular. Muestras sintéticas (Aguilera, 2008)



Como se puede observar los valores están dentro del rango del conjunto de entrenamiento. La simulación se realizó con una red del tipo FFBP_LM_GDM_MSE_3_10_10_3(190e), los resultados se presentan en la tabla 29 y 30.

Tabla 29 Resultados para la simulación muestras sintéticas – Ed

Épsilon	Delta	Gamma	Ed Objetivo	Ed Red	%Error
0.1035	0.099	0.0403	0.0354	0.0323	9
0.1416	0.1365	0.0533	0.0471	0.048	2
0.183	0.1774	0.0666	0.0595	0.0722	21
0.2441	0.2375	0.0857	0.0773	0.1046	35
0.3496	0.331	0.1194	0.1097	0.1169	7



Por lo tanto, la red simula de manera acertada la tendencia para la densidad de fracturas; aproximadamente el 80% de los datos tiene una desviación menor al 20%.

Tabla 30 Resultados para la simulación muestras sintéticas – Vs/Vp

Épsilon	Delta	Gamma	Vs/Vp Objetivo	Vs/Vp Red	%Error
0.1035	0.099	0.0403	0.5842	0.4002	31
0.1416	0.1365	0.0533	0.5773	0.4143	28
0.183	0.1774	0.0666	0.5701	0.374	34
0.2441	0.2375	0.0857	0.5597	0.2982	47
0.3496	0.331	0.1194	0.5411	0.404	25

Para esta relación, los valores calculados por la red muestran una desviación considerable del objetivo. Para este caso se recomienda entrenar en un número mayor de épocas la red y tener en cuenta la relación de aspecto para calcular el factor de forma y tener más parámetros de los que la red pueda aprender.



5. CONCLUSIONES

Con base en el estudio comparado de los modelos del medio efectivo, el modelo más adecuado para describir la relación entre las velocidades acústicas y los parámetros de fractura es el de Hudson; con el modelo físico estudiado, se corrobora que esta teoría puede representar el comportamiento de las ondas sísmicas en medios complejos. Sin embargo, para utilizar dicha teoría, es indispensable caracterizar las grietas o inclusiones del sistema.

Teniendo en cuenta la configuración para un medio VTI, fue posible obtener las medidas de velocidades de ondas P y S en laboratorio. De esta manera, se determinaron los parámetros anisótropos ϵ , δ , γ , para las diferentes muestras del medio efectivo.

Las redes neuronales artificiales permiten hacer la inversión de datos, debido a la versatilidad en el conjunto de entrenamiento y la fácil adaptabilidad. Es importante tener en cuenta que se debe analizar el conjunto de entrenamiento para las entradas de la red y establecer los rangos permitidos físicamente.

El diseño de una red neuronal de tres entradas y tres salidas permite plantear el problema para fracturas saturadas con fluidos, esto con el fin de incluir el factor de forma – r_f , es decir, se deben estipular los valores de velocidades de ondas P en la matriz y en el fluido que satura la muestra; de igual manera establecer los rangos para la relación de aspecto de las grietas.

A pesar de tener un amplio rango de estudio para las salidas (densidad de fracturas y relación de velocidades) no se pudo hacer un refinamiento en las entradas (parámetros de Thomsen); debido a la no linealidad del problema. Por tal razón las RNAs se convierten en una herramienta muy útil en el momento de



establecer un modelo que mapee la relación entre datos de entrada y salida para sistemas de relativa complejidad. De igual manera, son capaces de construir relaciones entre datos en cualquier dirección, por lo que son muy útiles para resolver problemas en donde es analíticamente imposible invertir las funciones originales que describen el sistema.

Con la metodología propuesta, es posible obtener las características de fracturas: densidad de fracturas – E_d , relación de velocidades V_s/V_p y el factor de forma – r_f ; a partir de los parámetros anisótropos ϵ , δ , γ , considerando que los valores estén en el rango de entrenamiento y el espacio físico posible.

Mediante la evaluación de la metodología con diferentes datos de la literatura, se pudo corroborar que es posible realizar exitosamente la inversión de datos; de igual manera la herramienta software identifica los datos anómalos que no corresponden a medidas representativas de la anisotropía del medio.



6. RECOMENDACIONES

Teniendo en cuenta los modelos teóricos estudiados, se recomienda saturar las muestras del medio efectivo construidas, con un fluido de propiedades conocidas (i.e. aceite muerto o miel) para avanzar en el estudio de las relaciones propuestas para el modelo poroelástico.

De igual manera, se pueden realizar modelos computacionales donde se pueda manipular en un amplio rango los parámetros del experimento, tal como la frecuencia y la densidad de fracturas; esto con el fin de validar la suposición de onda larga, además de la variación de los parámetros anisótropos como función de la frecuencia.

Debido a que la metodología se plantea como una primera aproximación para la caracterización de zonas complejas, se hace necesaria la búsqueda de información para poder realizar el escalamiento de propiedades y poder realizar la inversión de datos en un contexto geográfico, es decir, poder extrapolarlas a nivel de yacimiento.

Por último, se recomienda expandir la metodología teniendo en cuenta los parámetros anisótropos para medios HTI y ortorrómbico; puesto que estos sistemas son los que mejor caracterizan los medios laminados o con fracturas alineadas u orientadas, tal como las secuencias de shales o arcillas.



BIBLIOGRAFÍA

BIBLIOGRAFÍA DE REFERENCIA

1. TANER M., KOEHLER F., SHERIFF R. Complex Trace Analysis. Geophysics, 44, 1041-1063, 1979.
2. CHEN W. AVO In Azimuthally Anisotropic Media Fracture Detection Using P-Wave Data And Seismic Study Of Naturally Fractured Tight Gas Reservoir. Stanford: Stanford University. Department of Geophysics, 1995.
3. SLAWINSKI M.A. On Elastic-wave Propagation in Anisotropic Media: Reflection/Refraction Laws, Ray tracing, and Traveltime Inversion. Calgary. Department of Geology and Geophysics. The University of Calgary, 1996.
4. LI Y., DOWNTON J., and XU Y. AVO modeling in seismic processing and interpretation, Part III: Applications. Calgary, Recorder, 30 February, 2003.
5. CRAMPIN S. A Review Of Wave Motion In Anisotropic An Cracked Elastic Media. Wave motion, 3, 343-391, 1980.
6. BAKULIN A., GRECHKA V. and TSVANKIN I. Estimation of fracture parameters from reflection seismic data – Part I: HTI model due to a single fracture set. Geophysics, 65, p. 1788-1802, 2000.
7. SEN M. Seismic Wave Propagation in Anisotropic Media. Texas. The University of Texas A&M, 2002.



8. WANG Z. and NUR A. Seismic and Acoustic Velocities in Reservoir Rocks. Vol 2, Theoretical and Model Studies. Society of Exploration Geophysicists, 1992, 448 p.
9. QUI Y., Natural Fracture Modeling and Characterization M.Sc. The University of Texas at Austin, 2002.
10. SCHOENBERG M. and DOUMA J. Elastic wave propagation in media with parallel fractures and aligned cracks. Geophysical Prospecting 39, 571-590, 1988.
11. HUDSON J. A. Overall properties of a cracked solid. Math. Proc. Camb. Phil. Soc., 88, 371-384, 1980.
12. CAICEDO M. Temas de Propagación de Ondas. Caracas. Departamento de Física – Universidad Simón Bolívar, 2002, 9.
13. PACHANO et al., Calculation of phase and group angles, slowness surface and ray tracing in transversely isotropic media. Revista CT&F- Ciencia Tecnología y Futuro – Vol. 3 Núm. 2. Dic 2006. p. 46.
14. KRÖSE, B. and VAN DER SMAGT, P. An Introduction to Neural Networks. 6 ed. Amsterdam: University of Amsterdam, 1996. p. 17.
15. HAYKIN, S. Neural Networks. A Comprehensive Foundation. 2 ed. Prentice Hall, 1999. p. 161.
16. MINSKY, M., and PAPERT, S. Perceptrons: an introduction to computational geometry. The MIT Press, 1969. Citado por: ver referencia 14.



-
17. RUMELHART, D. E.; HINTON, G. E. and WILLIAMS R. J. Learning representations by backpropagating errors. *Nature*, 323, p. 533-536. Citado por: ver referencia 14.
 18. WERBOS, P. J. Beyond Regression: New Tools for Prediction and Analysis in the Behavioral Sciences. Unpublished doctoral dissertation, Harvard University, 1974. Citado por: ver referencia 14.
 19. PARKER, D. B. Learning-Logic (Tech. Rep. Nos. TR-47). Cambridge, MA: Massachusetts Institute of Technology, Center for Computational Research in Economics and Management Science, 1985. Citado por: ver referencia 14.
 20. CUN, Y. L. Une procedure d'apprentissage pour reseau a seuil assymetrique. *Proceedings of Cognitiva*, 85 (1985), p. 599-604. Citado por: ver referencia 14.
 21. THOMSEN L. Weak Elastic Anisotropy. *Geophysics*, 51, 5, 1954-1966, 1986.
 22. RÜGER A., Reflection Coefficients and Azimuthal AVO Analysis in Anisotropic Media, Ph.D. Thesis. Colorado School of Mines, 1996.
 23. LEÓN O. MONTERO I. Diseño de Investigaciones. Segunda Edición. McGraw-Hill, 1997, p.110-111.
 24. CAMPBELL D., STANLEY J., Diseños Experimentales y Cuasiexperimentales en la Investigación Social. Amorrortu editores. Buenos Aires, Argentina. 1970.
 25. LO T., CORNER K. and TOKSÖZ N.: Experimental determination of elastic anisotropy of Berea sandstone, Chicopee shale and Chelsford granite, *Geophysics* 51, 1985.



26. ARIZA H., Comunicación personal
27. DAI H., LI X. AND MACBETH C. Inversion of Fracture Parameters by Using the Artificial Neural Network. IC-AI '99 International Conference. 517-523.
28. MAVKO G., MUKERJI T., DVORKIN J. Rock Physics Handbook. Stanford University. June 1996. p.236.
29. PACHANO et al., Propagación de Ondas en Medios Efectivos - Mediciones en Modelos a Escala. ACIPET. XI Congreso Colombiano de Petróleo y Gas. ISBN 33-8394-5. Bogotá 2005.
30. VALERA et al., Caracterización de la anisotropía de medios porosos a partir de la medición de velocidades acústicas en la formación Tambor ACIPET. XI Congreso Colombiano de Petróleo y Gas. ISBN 33-8394-5. Bogotá 2005.
31. RUEDA J. MADERO H. Metodología para determinar densidad de microfracturas en rocas cuya matriz presenta baja anisotropía, a partir de parámetros anisótropos: Aplicación a la formación Mirador del campo Cupiagua, Piedemonte Llanero. Universidad Industrial de Santander. Escuela de Geología. Tesis de pregrado. Bucaramanga, 2006.
32. AGUILERA J. Anisotropía sísmica inducida por la densidad de microfracturas en un medio elástico. Universidad Industrial de Santander. Escuela de Física. Tesis de pregrado. Bucaramanga, 2008.



BIBLIOGRAFÍA DE CONSULTA

1. AKI, K.I., RICHARDS P.G. Quantitative Seismology, W.H. Freeman and Co, 1980
2. ATKINSON B.K. Fracture Mechanics of Rocks, Department of Geological Sciences, University College London, 1987.
3. CASTAGNA J. P., BACKUS M. Offset-Dependent Reflectivity – Theory and Practice of AVO Analysis, Society of Exploration Geophysicists, 1993.
4. CERVENY V. Seismic Ray Theory, Cambridge University Press, 2001.
5. CRAMPIN S. Evaluation of anisotropy by shear splitting, Geophysics. Vol. No. 50, 1985.
6. FANG K. Pseudo-Spectral Modelling of Cracked Anisotropic Media and Rotation of Multicomponent Shear-Wave Data, M.Sc. Thesis. Department of Geology and Geophysics – CREWES. The University of Calgary. Calgary, Alberta. 1998.
7. FJAER E., RISNES R., “Petroleum Related Rock Mechanics”. Elsevier, Noruega, 352 pp. 1996
8. HUDSON, J. A. Wave speeds and attenuation of elastic waves in material containing cracks, Geophys J. R. astr. Soc., 64, 133-150, 1981.
9. OSORIO J., Ingeniería de Yacimientos Naturalmente Fracturados, Universidad Nacional de Medellín, 2003.



10. TOKSÖZ N., and JOHNSTON D. Seismic wave attenuation. Society of Exploration Geophysicists. Tulsa, 1981. 459.



BIBLIOGRAFÍA METODOLÓGICA

1. CAMPBELL D., STANLEY J., “Diseños Experimentales y Cuasiexperimentales en la Investigación Social”. Amorroutu editores. Buenos Aires, Argentina. 1970.
2. DOMÍNGUEZ N., “Modelo de Análisis de los Procesos del Pensamiento”.
3. LEÓN O. MONTERO I., “Diseño de Investigaciones”. Mac Graw Hill. Segunda Edición. España, 1997
4. MIQUEL F., ESCOFET D., “Estudio Comparado por Comunidades Autónomas de la Normativa Concerniente al Proceso de Elaboración de PC”. *Aula De Innovación Educativa*, núm. 33, diciembre de 1994, 78pp.



ANEXOS

ANEXO A – MÓDULO ELÁSTICO PARA EL MEDIO ESTRATIFICADO

El desarrollo matemático inicia con la ley de Hooke generalizada, en notación simplificada o notación de Voigt. Ver ecuación 1.

$$\begin{bmatrix} \sigma_1 \\ \sigma_2 \\ \sigma_3 \\ \sigma_4 \\ \sigma_5 \\ \sigma_6 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} c_{11} & c_{12} & c_{13} & c_{14} & c_{15} & c_{16} \\ c_{12} & c_{22} & c_{23} & c_{24} & c_{25} & c_{26} \\ c_{13} & c_{23} & c_{33} & c_{34} & c_{35} & c_{36} \\ c_{14} & c_{24} & c_{34} & c_{44} & c_{45} & c_{46} \\ c_{15} & c_{25} & c_{35} & c_{45} & c_{55} & c_{56} \\ c_{16} & c_{26} & c_{36} & c_{46} & c_{56} & c_{66} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \varepsilon_1 \\ \varepsilon_2 \\ \varepsilon_3 \\ \varepsilon_4 \\ \varepsilon_5 \\ \varepsilon_6 \end{bmatrix} \quad (1)$$

Siendo:

$$\begin{bmatrix} \sigma_1 \\ \sigma_2 \\ \sigma_3 \\ \sigma_4 \\ \sigma_5 \\ \sigma_6 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \sigma_{11} \\ \sigma_{22} \\ \sigma_{33} \\ \sigma_{23} \\ \sigma_{31} \\ \sigma_{12} \end{bmatrix} \quad (2)$$

$$\begin{bmatrix} \varepsilon_1 \\ \varepsilon_2 \\ \varepsilon_3 \\ \varepsilon_4 \\ \varepsilon_5 \\ \varepsilon_6 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \varepsilon_{11} \\ \varepsilon_{22} \\ \varepsilon_{33} \\ 2\varepsilon_{23} \\ 2\varepsilon_{31} \\ 2\varepsilon_{12} \end{bmatrix} \quad (3)$$



Las consideraciones involucradas en este modelamiento son:

- n : capas
- $h_i H$: espesor de cada capa
- ρ_i : densidad
- C_{pqrsi} : tensor de coeficientes elásticos
- σ_{pqi} : esfuerzos
- ε_{rsi} : Deformaciones
- x_3 : eje perpendicular a las capas
- $\sum_{i=1}^n h_i = 1$: espesor relativo

Se supone que los esfuerzos actuando en el eje x_3 permanecen constantes y que las capas se mueven juntas o sea que los desplazamientos en x_1 y x_2 son iguales, ya que están unidas; esto implica que las deformaciones en el plano de estratificación son iguales.

Las componentes constantes de los esfuerzos y las deformaciones son:

- *Esfuerzos*

$$\sigma_{33i} = \sigma_{3i} = \sigma_3 \quad (4a)$$

$$\sigma_{23i} = \sigma_{4i} = \sigma_4 \quad (4b)$$

$$\sigma_{13i} = \sigma_{5i} = \sigma_5 \quad (4c)$$

- *Deformaciones*

$$\varepsilon_{11i} = \varepsilon_{1i} = \varepsilon_1 \quad (5a)$$



$$\varepsilon_{22i} = \varepsilon_{2i} = \varepsilon_2 \quad (5b)$$

$$2\varepsilon_{12i} = \varepsilon_{6i} = \varepsilon_6 \quad (5c)$$

Las componentes de los esfuerzos y las deformaciones que varían de capa a capa son:

- *Esfuerzos*

$$\sigma_{11i} = \sigma_{1i} \quad (6a)$$

$$\sigma_{22i} = \sigma_{2i} \quad (6b)$$

$$\sigma_{12i} = \sigma_{6i} \quad (6c)$$

- *Deformaciones*

$$\varepsilon_{33i} = \varepsilon_{3i} \quad (7a)$$

$$2\varepsilon_{23i} = \varepsilon_{4i} \quad (7b)$$

$$2\varepsilon_{13i} = \varepsilon_{5i} \quad (7c)$$

Los componentes de esfuerzo y deformación, para cada capa se toman como los promedios, evaluados a través del espesor de esa capa.

Posteriormente, se plantean nuevos vectores, en los que se distinguen los componentes constantes y los que varían de capa a capa; para reescribir la ley de Hooke en función de los nuevos vectores:

$$S_{1i} = \begin{bmatrix} \sigma_{1i} \\ \sigma_{2i} \\ \sigma_{6i} \end{bmatrix} \quad (8)$$



$$E_{2i} = \begin{bmatrix} \varepsilon_{3i} \\ \varepsilon_{4i} \\ \varepsilon_{5i} \end{bmatrix} \quad (9)$$

$$S_2 = \begin{bmatrix} \sigma_3 \\ \sigma_4 \\ \sigma_5 \end{bmatrix} \quad (10)$$

$$E_1 = \begin{bmatrix} \varepsilon_1 \\ \varepsilon_2 \\ \varepsilon_6 \end{bmatrix} \quad (11)$$

Reescribiendo la Ley de Hooke:

$$S_2 = P_i^T E_1 + N_i E_{2i} \quad (12)$$

$$S_{1i} = M_i E_i + P_i E_{2i} \quad (13)$$

Donde:

$$M_i = \begin{bmatrix} c_{11i} & c_{12i} & c_{16i} \\ c_{12i} & c_{22i} & c_{26i} \\ c_{16i} & c_{26i} & c_{66i} \end{bmatrix} \quad (14)$$

$$N_i = \begin{bmatrix} c_{33i} & c_{34i} & c_{35i} \\ c_{34i} & c_{44i} & c_{45i} \\ c_{35i} & c_{45i} & c_{55i} \end{bmatrix} \quad (15)$$



$$P_i = \begin{bmatrix} c_{13i} & c_{14i} & c_{15i} \\ c_{23i} & c_{24i} & c_{25i} \\ c_{36i} & c_{46i} & c_{56i} \end{bmatrix} \quad (16)$$

$$P_i^T = \begin{bmatrix} c_{13i} & c_{23i} & c_{36i} \\ c_{14i} & c_{24i} & c_{46i} \\ c_{15i} & c_{25i} & c_{56i} \end{bmatrix} \quad (17)$$

Se expresa S_{1i} (12) en función de S_2 (13)

$$\begin{aligned} N_i^{-1} S_2 &= P_i^T E_1 N_i^{-1} + N_i^{-1} N_i E_{2i} \\ N_i^{-1} S_2 &= P_i^T E_1 N_i^{-1} + E_{2i} \end{aligned} \quad (18)$$

Se despeja E_{2i} de (13) y se reemplaza en la expresión de S_{1i} (12)

$$E_{2i} = N_i^{-1} S_2 - N_i^{-1} P_i^T E_1 \quad (19)$$

$$S_{1i} = M_i E_i + P_i (N_i^{-1} S_2 - N_i^{-1} P_i^T E_1) \quad (20)$$

Tomando el promedio para cada capa se tiene:

$$\langle S_1 \rangle = \langle M \rangle - \langle P N^{-1} P^T \rangle E_1 + \langle P N^{-1} \rangle S_2 \quad (21)$$

$$S_2 = \langle N^{-1} \rangle^{-1} \langle N^{-1} P^T \rangle E_1 + \langle N^{-1} \rangle^{-1} \langle E_2 \rangle \quad (22)$$

Módulo elástico para el medio estratificado



Una vez se tienen las ecuaciones para el modelo de placas paralelas, se procede a determinar el módulo elástico.

$$\langle S_1 \rangle = MeE_1 + Pe\langle E_2 \rangle \quad (23)$$

$$S_2 = Pe^T E_1 + Ne\langle E_2 \rangle \quad (24)$$

Siendo:

$$Ne = \langle N^{-1} \rangle^{-1} \quad (25)$$

$$Pe = \langle PN^{-1} \rangle Ne \quad (26)$$

$$Me = \langle M \rangle - \langle PN^{-1}P^T \rangle + \langle PN^{-1} \rangle Ne \langle N^{-1}P^T \rangle \quad (27)$$

Casos particulares

El primer caso particular es un medio transversalmente isótropo, para este medio el módulo elástico para el i-jésimo componente es:

$$M_i = \begin{bmatrix} c_{11i} & c_{11i} - 2c_{66i} & 0 \\ c_{11i} - 2c_{66i} & c_{11i} & 0 \\ 0 & 0 & c_{66i} \end{bmatrix}$$

$$N_i = \begin{bmatrix} c_{33i} & 0 & 0 \\ 0 & c_{44i} & 0 \\ 0 & 0 & c_{44i} \end{bmatrix}$$

$$P_i = \begin{bmatrix} c_{13i} & 0 & 0 \\ c_{13i} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$



Realizando el procedimiento descrito anteriormente, se puede expresar el módulo equivalente de un medio transversalmente isótropo - TI, de la siguiente forma:

$$\begin{aligned}
 Ne &= \begin{bmatrix} 1/\langle 1/c_{33} \rangle & 0 & 0 \\ 0 & 1/\langle 1/c_{44} \rangle & 0 \\ 0 & 0 & 1/\langle 1/c_{44} \rangle \end{bmatrix} \\
 Pe &= \begin{bmatrix} \langle c_{13}/c_{33} \rangle \langle 1/c_{33} \rangle & 0 & 0 \\ \langle c_{13}/c_{33} \rangle \langle 1/c_{33} \rangle & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \\
 Me &= \begin{bmatrix} c_{11} & c_{11} - 2\langle c_{66} \rangle & 0 \\ c_{11} - 2\langle c_{66} \rangle & c_{11} & 0 \\ 0 & 0 & \langle c_{66} \rangle \end{bmatrix}
 \end{aligned}$$

Donde c_{11} es:

$$c_{11} = \langle c_{11} \rangle - \langle c_{13}^2/c_{33} \rangle + \langle c_{13}/c_{33} \rangle^2 \langle 1/c_{33} \rangle$$

Modelo de fracturas paralelas

Las fracturas paralelas largas es un medio anisótropo que puede ser modelado como un conjunto de capas delgadas, no necesariamente isótropas. Se utiliza el concepto de módulo elástico estratificado, tomando el límite del espesor - h_f , cuando tiende a cero.

Suposiciones:

- Fracturas paralelas, largas y delgadas
- Espesor de la fractura h_f tiende a cero



- Material que llena la fractura, conocido como cemento, es suave
- Se debe cumplir la condición de longitud de onda larga, la cual está relacionada con el ancho del intervalo o estrato
- Las fracturas son paralelas al plano x_1x_2

Se tiene la siguiente notación, los coeficientes elásticos para el fondo (background) están representados por: M_b, N_b, P_b y los coeficientes elásticos para las fracturas serán: $h_f \tilde{M}, h_f \tilde{N}, h_f \tilde{P}$

Con los módulos elásticos obtenidos para el medio estratificado (ver ecuaciones 25 a 27) se plantea el caso particular de las fracturas paralelas:

$$Ne = [(1 - hf)Nb^{-1} + hf\tilde{N}^{-1}]^{-1}$$

$$Ne = (Nb^{-1} + \tilde{N}^{-1})^{-1} \quad (28)$$

$$Ne = Nb(I + \tilde{N}^{-1}Nb)^{-1} \quad (29)$$

$$Me = Mb - PbNb^{-1}Pb^T + (PbNb^{-1})Ne(Nb^{-1}Pb^T) \quad (30)$$

Como se puede observar los componentes de las fracturas, aparecen sólo en la matriz \tilde{N} . Por lo tanto se reescribe la Ley de Hooke (ecuación 13); la cual involucra la sub-matriz \tilde{N} :

Para el sistema de fracturas se tiene:

$$S_2 = h_f \left(\tilde{P}^T \begin{bmatrix} \varepsilon_1 \\ \varepsilon_2 \\ \varepsilon_6 \end{bmatrix} + \tilde{N} \begin{bmatrix} \varepsilon_{3f} \\ \varepsilon_{4f} \\ \varepsilon_{5f} \end{bmatrix} \right) \quad (31)$$



La relación de las deformaciones con los desplazamientos está dada por:

$$\varepsilon_{3f} = \frac{\Delta U_3}{h_f H} \quad (32)$$

$$\varepsilon_{4f} = \frac{\Delta U_2}{h_f H} \quad (33)$$

$$\varepsilon_{5f} = \frac{\Delta U_1}{h_f H} \quad (34)$$

Si la expresión S_2 está dada por:

$$S_2 = h_f \left(\tilde{P}^T \begin{bmatrix} \varepsilon_1 \\ \varepsilon_2 \\ \varepsilon_6 \end{bmatrix} + \tilde{N} \begin{bmatrix} \Delta U_3/h_f H \\ \Delta U_2/h_f H \\ \Delta U_1/h_f H \end{bmatrix} \right) \quad (35)$$

Al igualar las ecuaciones (10) y (35), se tiene:

$$\begin{bmatrix} \sigma_3 \\ \sigma_4 \\ \sigma_5 \end{bmatrix} = h_f \left(\tilde{P}^T \begin{bmatrix} \varepsilon_1 \\ \varepsilon_2 \\ \varepsilon_6 \end{bmatrix} + \tilde{N} \begin{bmatrix} \Delta U_3/h_f H \\ \Delta U_2/h_f H \\ \Delta U_1/h_f H \end{bmatrix} \right) \quad (36)$$

Tomando el límite de h_f , cuando tiende a cero

$$\begin{bmatrix} \sigma_3 \\ \sigma_4 \\ \sigma_5 \end{bmatrix} = \left(\tilde{N} \begin{bmatrix} \Delta U_3/H \\ \Delta U_2/H \\ \Delta U_1/H \end{bmatrix} \right) \quad (37)$$



$$\begin{bmatrix} \Delta U_3/H \\ \Delta U_2/H \\ \Delta U_1/H \end{bmatrix} = Z \begin{bmatrix} \sigma_3 \\ \sigma_4 \\ \sigma_5 \end{bmatrix} \quad (38)$$

Siendo

$$Z \equiv \tilde{N}^{-1} \quad (39)$$

Reescribiendo la ecuación (28) se tiene:

$$Ne = Nb(I + ZNb)^{-1} \quad (40)$$

Este módulo equivalente Ne , se reemplaza en las ecuaciones (29) y (30); para obtener las expresiones de Pe y Me .

Para varias capas, incluso para diferentes tipos de fracturas, se tiene una "matriz de conformidad" global, la cual se pueden representar como un comportamiento efectivo de fracturas; físicamente representaría el promedio de los diferentes tipos de fracturas y el factor de peso de la respectiva densidad de fractura.

Debido a que en algunos casos se obtienen matrices complejas para los módulos elásticos; es necesario definir algunas expresiones para simplificarlas:

$$E_N \equiv c_{33b} Z_N \quad (41)$$

$$E_T \equiv c_{44b} Z_T \quad (42)$$

$$c_{11}^* = c_{11b} - \frac{c_{13b}^2}{c_{33b}} \left[1 - \frac{1}{1 + E_N} \right] \quad (43)$$



Caso particular: Fracturas transversalmente isótropas.

Esta simetría ocurre cuando el comportamiento de las fracturas es invariante con respecto a la rotación sobre el eje x_3 , en este caso Z tiene la forma:

$$Z = \begin{bmatrix} Z_N & 0 & 0 \\ 0 & Z_T & 0 \\ 0 & 0 & Z_T \end{bmatrix}$$

Caso particular: Sistemas de fracturas transversalmente isótropas en un fondo (background) transversalmente isótropo. Hallar los módulos equivalentes N_e , P_e , M_e .

En la matriz N_b , se utiliza el subíndice b , para denotar “background”, para el caso transversalmente isotrópico es:

$$N_{bTI} = \begin{bmatrix} c_{33b} & 0 & 0 \\ 0 & c_{44b} & 0 \\ 0 & 0 & c_{44b} \end{bmatrix}$$

Tomando la matriz Z del ejemplo anterior y realizando las operaciones respectivas⁵⁴, se tiene la matriz N_e (ecuación 40) para el medio equivalente:

$$\text{a. } ZN_{bTI} = \begin{bmatrix} c_{33b}Z_N & 0 & 0 \\ 0 & c_{44b}Z_T & 0 \\ 0 & 0 & c_{44b}Z_T \end{bmatrix}$$

⁵⁴ Cuando las matrices son complejas, estas operaciones pueden realizarse con ayuda de un paquete simbólico, tal como MATLAB® o MAPLE®- Ver rutina Schoemberg1.m



$$\text{b. } I + ZN_{bTI} = \begin{bmatrix} 1 + c_{33b}Z_N & 0 & 0 \\ 0 & 1 + c_{44b}Z_T & 0 \\ 0 & 0 & 1 + c_{44b}Z_T \end{bmatrix}$$

$$\text{c. } (I + ZN_{bTI})^{-1} = \begin{bmatrix} 1/(1 + c_{33b}Z_N) & 0 & 0 \\ 0 & 1/(1 + c_{44b}Z_T) & 0 \\ 0 & 0 & 1/(1 + c_{44b}Z_T) \end{bmatrix}$$

La matriz resultante Ne es:

$$Ne = \begin{bmatrix} c_{33b}/(1 + c_{33b}Z_N) & 0 & 0 \\ 0 & c_{444b}/(1 + c_{44b}Z_T) & 0 \\ 0 & 0 & c_{444b}/(1 + c_{44b}Z_T) \end{bmatrix}$$

Para obtener la sub-matriz Pe , se reemplaza el valor obtenido de Ne , en la ecuación (29).

Teniendo en cuenta que la matriz Pb para el caso transversalmente isótropo es:

$$P_{bTI} = \begin{bmatrix} c_{13b} & 0 & 0 \\ c_{13b} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

Se puede obtener la matriz Pe :



$$Pe = \begin{bmatrix} c_{13b}/(1+c_{13b}Z_N) & 0 & 0 \\ c_{13b}/(1+c_{13b}Z_N) & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

Para calcular la sub-matriz Me , se reemplaza el valor obtenido de Ne , en la ecuación (30). La matriz Mb para el caso transversalmente isotrópico es:

$$M_{bTI} = \begin{bmatrix} c_{11b} & c_{11b} - 2c_{66b} & 0 \\ c_{11b} - 2c_{66b} & c_{44b} & 0 \\ 0 & 0 & c_{66b} \end{bmatrix}$$

Realizando las operaciones correspondientes y reemplazando los factores para el caso particular TI, la matriz Me es:

$$Me = \begin{bmatrix} \frac{(c_{11b} + c_{11b}c_{33b}Z_N - c_{13}^2Z_N)/(1+Z_Nc_{33b})}{-(c_{11b} - c_{11b}c_{33b}Z_N + 2c_{66b} + 2c_{66b}c_{33b}Z_N + c_{13b}^2Z_N)/(1+Z_Nc_{33b})} & \frac{-(-c_{11b} - c_{11b}c_{33b}Z_N + 2c_{66b} + 2c_{66b}c_{33b}Z_N + c_{13b}^2Z_N)/(1+Z_Nc_{33b})}{(c_{44b} + c_{33b}c_{44b}Z_N - c_{13}^2Z_N)/(1+Z_Nc_{33b})} & 0 \\ 0 & 0 & c_{66b} \end{bmatrix}$$

Para simplificar el resultado se reemplazan las expresiones (41) a (43):

$$Me = \begin{bmatrix} c_{11}^* & c_{11}^* - 2c_{66b} & 0 \\ c_{11}^* - 2c_{66b} & c_{11}^* & 0 \\ 0 & 0 & c_{66b} \end{bmatrix}$$



ANEXO B – DESCRIPCIÓN DE LOS EQUIPOS DE LABORATORIO PARA LAS MEDIDAS DE ONDAS PYS

PULSADOR

El pulsador que se utilizó en los experimentos, fue un equipo SOFRANEL modelo 5055 PR. Este aparato es un generador de señales que entrega 50 V a una carga de 50 Ω , su ancho de pulso es variable (1-10 μ s) y permite repeticiones de 20 a 100 rep/s.

UNIDAD DE DESPLIEGUE Y CRONOMETRAJE

Para recibir las señales se empleó un osciloscopio marca TEKTRONIX TDS 2024 de cuatro canales. Este aparato permitió mostrar las señales del transmisor y del receptor simultáneamente, con controles individuales; este dispositivo es activado por el generador de pulsos.

Para la determinación de los tiempos de arribo, se utilizaron cronómetros de alta precisión.

CRISTALES PIEZOELÉCTRICOS

Estos cristales son materiales que pueden ser utilizados para convertir la energía eléctrica en energía mecánica y viceversa. Actualmente estos cerámicos están disponibles en una amplia gama de aleaciones; en el desarrollo de esta investigación, para obtener las medidas acústicas, se utilizaron los PZT (Zirconato Titanato de Plomo). Adicionalmente para el ensamble de los cristales de las muestras, se utilizaron epóxicos de plata y alambres de cobre.



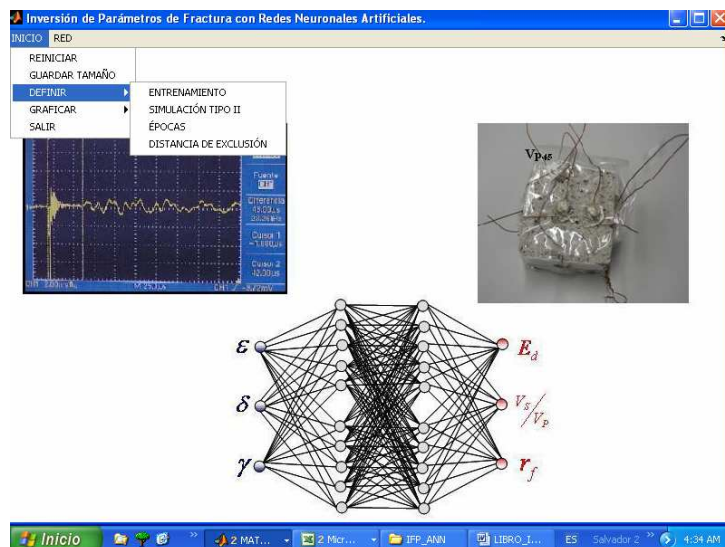
ANEXO C – DESCRIPCIÓN DEL FUNCIONAMIENTO DE LA HERRAMIENTA SOFTWARE.

La aplicación construida se divide en dos partes principales:

- Definición del conjunto de entrenamiento y simulación – Datos a evaluar
- Construcción, entrenamiento y simulación de la red neuronal

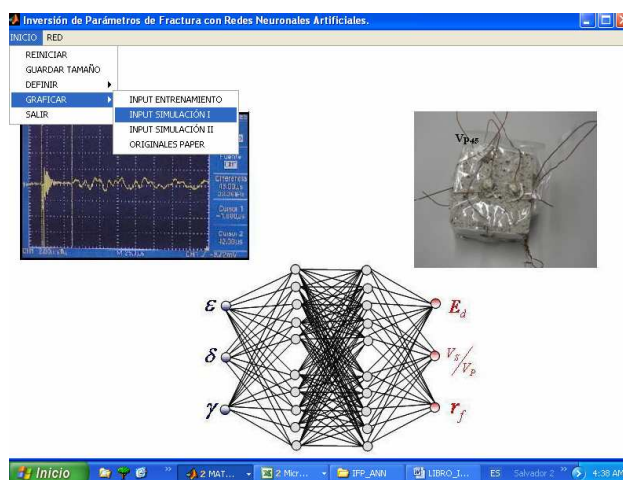
En la primera parte se define el rango de datos para establecer el conjunto de entrenamiento, para grietas secas o saturadas, de igual manera, se establece el número de épocas y la distancia de exclusión (filtrado) para los parámetros de Thomsen que no estén dentro del rango de entrenamiento. Ver figura C1

Figura C 1 Entrada de datos en la herramienta software desarrollada



En el submenú GRAFICAR, el usuario puede visualizar el conjunto de entrenamiento vs. los datos a simular, es decir, los datos obtenidos en laboratorio. Ver figura C2.

Figura C 2 Presentación del submenú GRAFICAR



En la segunda parte, la aplicación permite crear y entrenar una red neuronal para posteriormente simular los resultados y evaluar con datos de laboratorio. Cuando se despliega el submenú DEFINIR, se selecciona la opción **New** (figura C3) para crear la red.

En ese instante es posible definir con la ayuda del toolbox de Matlab la red que el usuario desee, ya que puede escoger el tipo de red, el tipo de entrenamiento, número de capas ocultas y neuronas, así mismo, las funciones de activación y el desempeño en el aprendizaje, tal como se muestra en la figura C4.



Figura C 3 Herramienta para crear la red neuronal

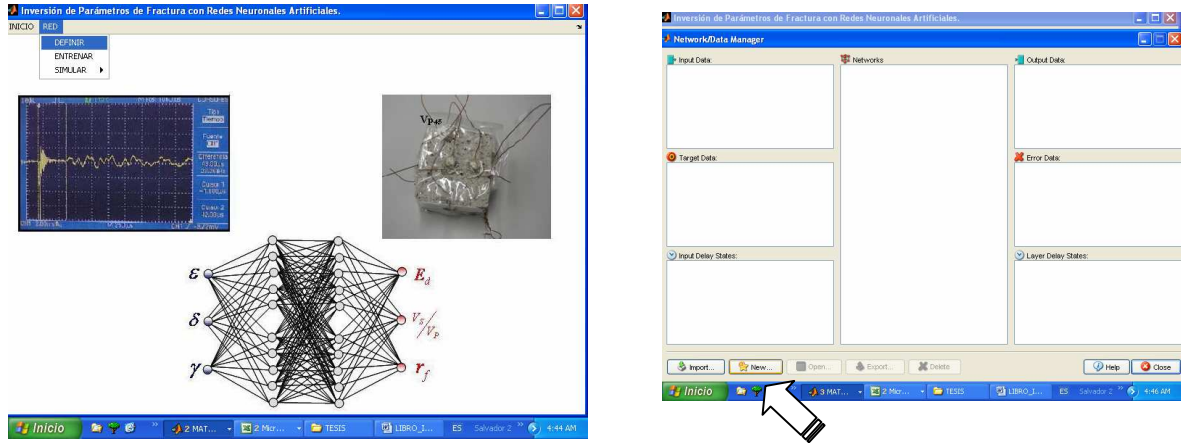
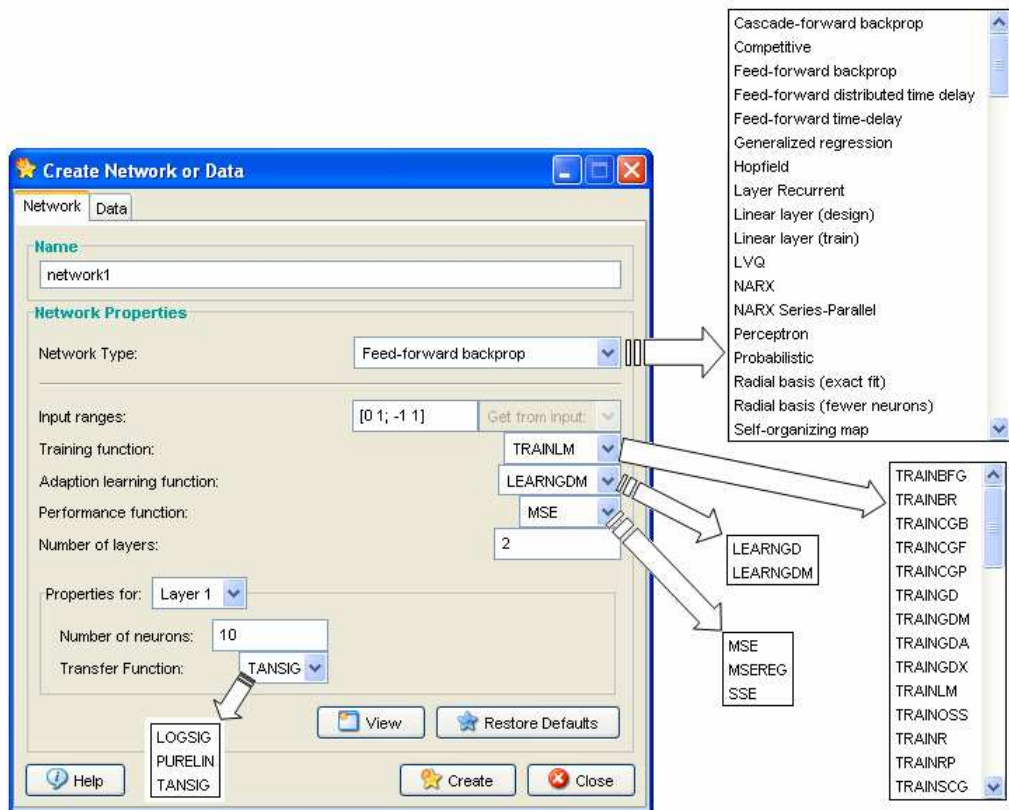
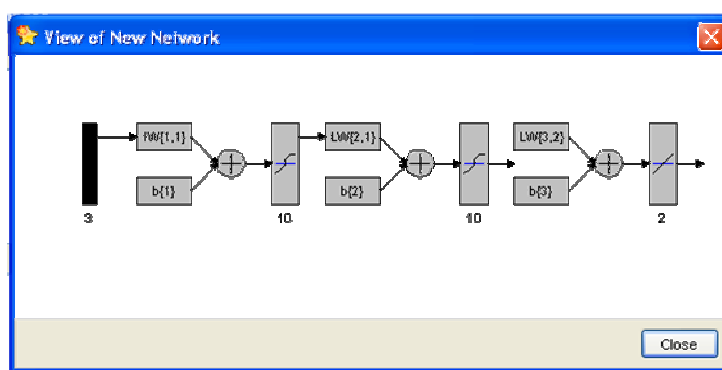


Figura C 4 Definición de la RNA utilizando Matlab



Una vez creada la red se podrá visualizar (figura C5) para posteriormente guardarla en la carpeta denominada RNAs NUEVAS. Es importante aclarar la nomenclatura que se utilizó en esta investigación para denotar las redes:

Figura C 5 Visualización de las redes definidas

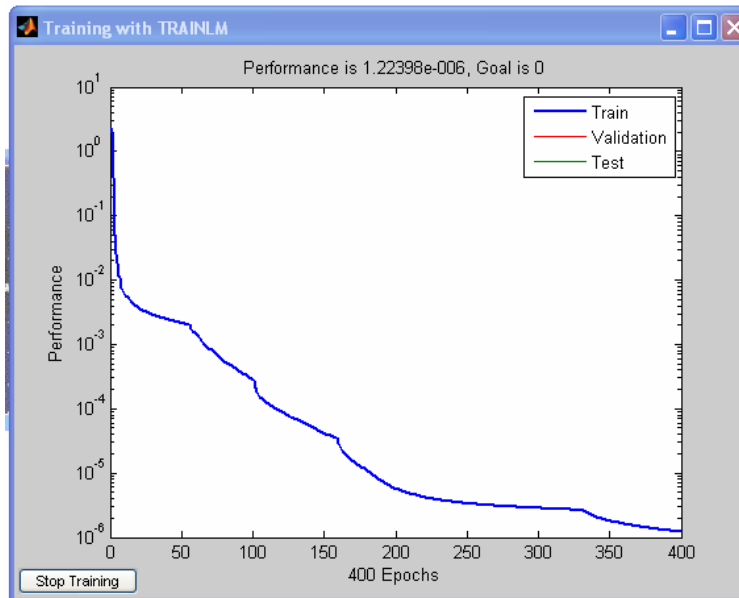


La red de la figura C5 corresponde a una red de alimentación hacia adelante con propagación del error hacia atrás; consta de tres entradas y dos salidas, dos capas ocultas, diez neuronas en cada capa. La primera y segunda capa se conectan mediante una función de activación sigmoide y la última con una función lineal.

Las funciones de entrenamiento de las redes utilizadas fueron: regularización bayesiana (TRAINBR), gradiente descendente con momentum (TRAINGDM) y Levenberg-Marquardt (TRAINLM), respectivamente. Esta red se guarda con el siguiente nombre: FFBP_LM_GDM_MSE_3_10_10_2 y se procede a entrenar; previamente se define el número de épocas para el entrenamiento, para este ejemplo se seleccionaron 400 épocas. Inmediatamente se selecciona el menú RED/ENTRENAR y aparece la siguiente ventana: ver figura C6.

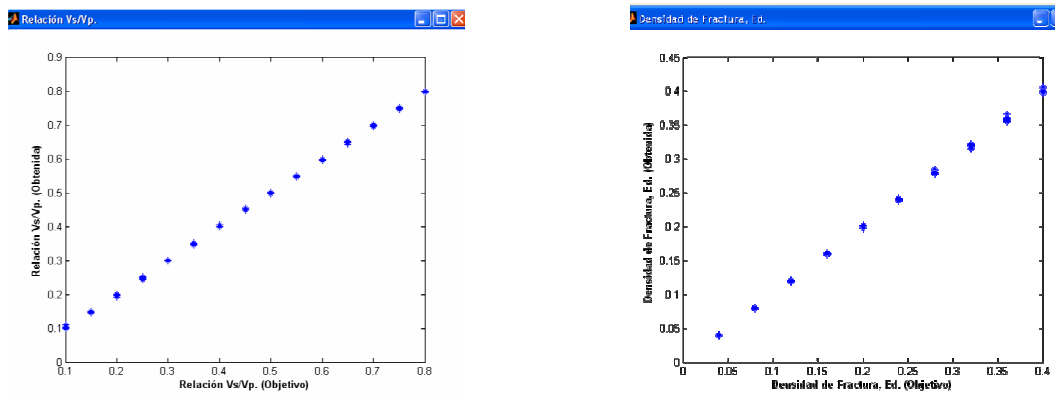


Figura C 6 Entrenamiento de la red con la función Levenberg-Marquardt (TRAINLM)



Terminado el entrenamiento, se despliegan las ventanas (ver figura C7) donde se observan los resultados del entrenamiento. En este caso el entrenamiento fue bueno, debido a que no se observa dispersión en las respuestas para la densidad de fracturas y la relación de velocidades.

Figura C 7 Resultados del entrenamiento con TRAINLM



En la figura C7 se muestra el caso en que la red está bien entrenada, pero no siempre ocurre esto; ya que el entrenamiento es función del diseño de la red, número de capas, número de neuronas en cada capa y función de entrenamiento.

Para visualizar mejor este fenómeno, se construyó una nueva red, variando la función de entrenamiento, en este caso se cambió la función Levenberg-Marquardt (TRAINLM) por la de gradiente descendente (TRAINGD); los demás parámetros se dejaron constantes.

De acuerdo a la nomenclatura propuesta, esta red se denominó FFBP_GD_GDM_MSE_3_10_10_2. En la figura C8 se muestra el desempeño del entrenamiento, así mismo, en la figura C9 se tienen los resultados del entrenamiento, en este caso no se tiene una buena predicción de los datos.

Figura C 8 Desempeño del entrenamiento de la red con la función de gradiente descendente (TRAINGD)

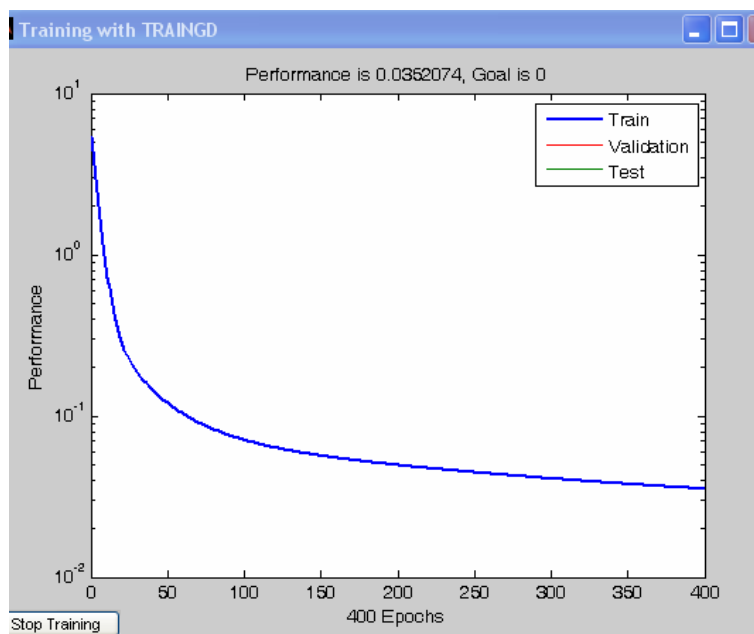
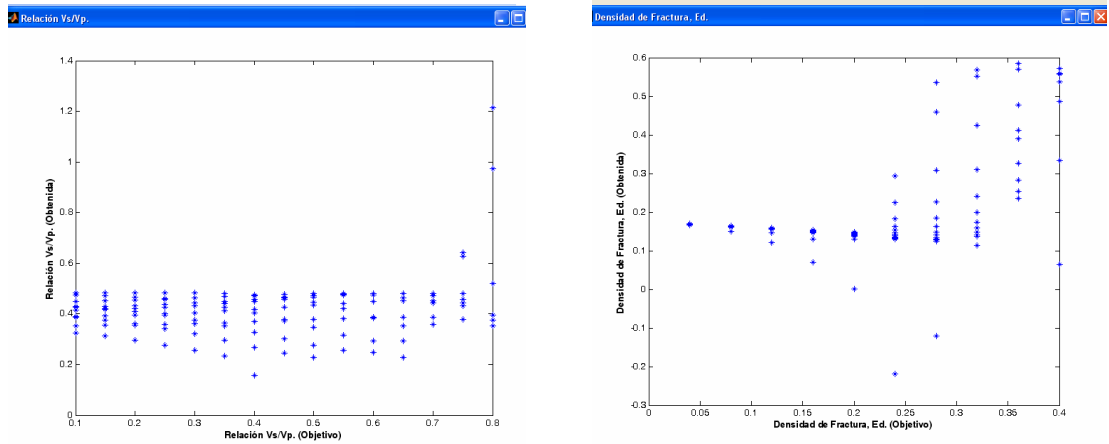
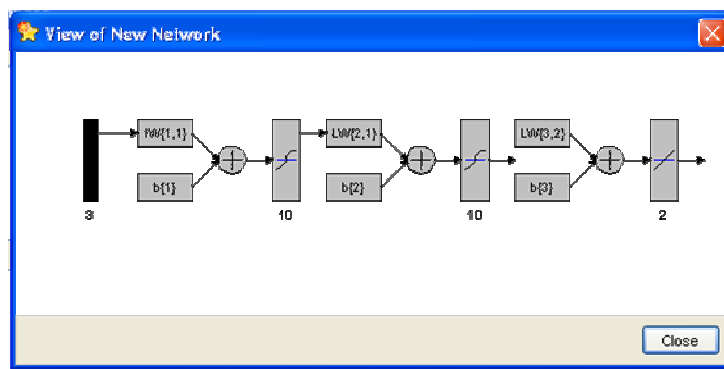


Figura C 9 Resultados del entrenamiento con TRAINGD.



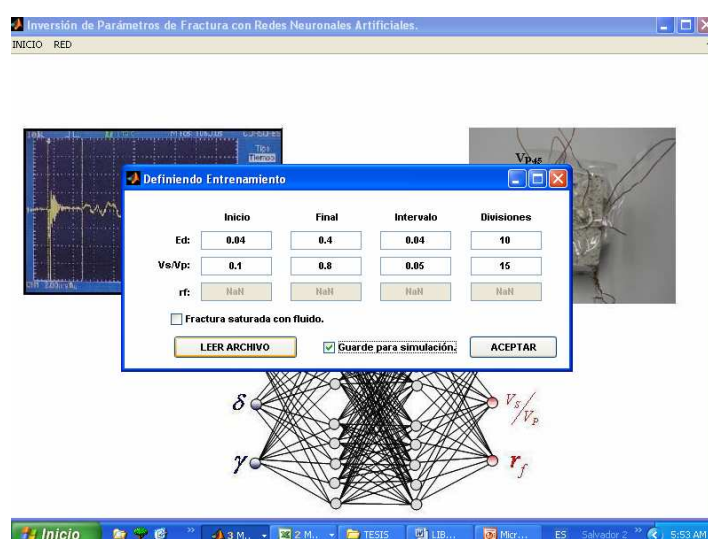
Con la herramienta construida, se pueden realizar varias configuraciones de redes, hasta definir cual es la de mejor desempeño y garantizar el éxito en la inversión de datos. En la figura C10 se muestra la configuración para una red neuronal.

Figura C 10 Visualización de las redes definidas



Los datos para la simulación deben ser cargados en el módulo de INICIO / DEFINIR/ ENTRENAMIENTO; pero esta vez debe estar activa la casilla de **“Guarde para simulación”** tal como se muestra en la figura C11. Seguidamente se presiona el boton **“LEER ARCHIVO”** lo cual permitirá importar los datos obtenidos en laboratorio. El programa lee los archivos en formato *.txt y la organización de la información es la siguiente: primero se colocan los valores de los parámetros de Thomsen ε , δ, γ seguidos de la densidad de fracturas y las relaciones de velocidades (esto para el caso de fracturas secas).

Figura C 11 Módulo para el ingreso de datos de simulación



Con los tres primeros datos la red entrenada, procede a simular el comportamiento e invertir las funciones con el fin de proporcionar los valores de densidad de fractura y relación de velocidades; estos a su vez son comparados con los que están en el archivo *.txt. En la figura C12, se muestra un ejemplo del formato de los archivos, que se ingresan a la herramienta.



Figura C 12 Formato para el ingreso de datos a la herramienta.

Datos de Thomsen_dos columnas - Bloc de notas				
Archivo	Edición	Formato	Ver	Ayuda
0.11	-0.035	0.255	0.01	0.543052257
0.034	0.211	0.046	0.01	0.59682049
0.097	0.091	0.051	0.01	0.628686327
0.077	0.01	0.066	0.01	0.572334716
0.056	-0.003	0.067	0.01	0.583065165
0.091	0.148	0.105	0.01	0.591170384
0.334	0.73	0.575	0.01	0.523167006
0.06	0.143	0.045	0.01	0.596166557
0.091	0.565	0.046	0.01	0.581029445
0.023	0.002	0.013	0.01	0.606378425
0.189	0.204	0.175	0.01	0.546652609
0	-0.264	-0.007	0.01	0.58956044
0.053	0.158	0.133	0.01	0.585559077
0.08	-0.003	0.093	0.01	0.57707151
0.01	0.012	-0.005	0.01	0.590971812
0.033	0.04	-0.019	0.01	0.597864038
0.081	0.129	0.048	0.01	0.57518622
0.065	0.059	0.071	0.01	0.720662134

Nota: Las tres primeras columnas corresponden a los parámetros ϵ , δ , γ , seguidos de la densidad de fracturas y la relación de velocidades.

Los datos de laboratorio que no están dentro del conjunto de entrenamiento, pueden ser filtrados con ayuda del submenú INICIO / DEFINIR / DISTANCIA DE EXCLUSIÓN. Ver figura C13 y C14.

Figura C 13 Submenú para excluir los parámetros lejanos del conjunto de entrenamiento

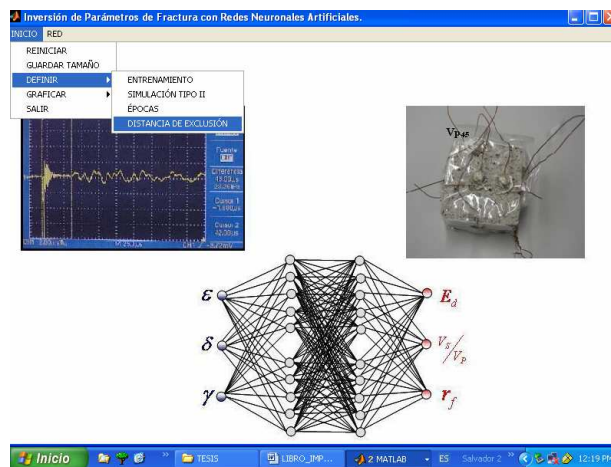


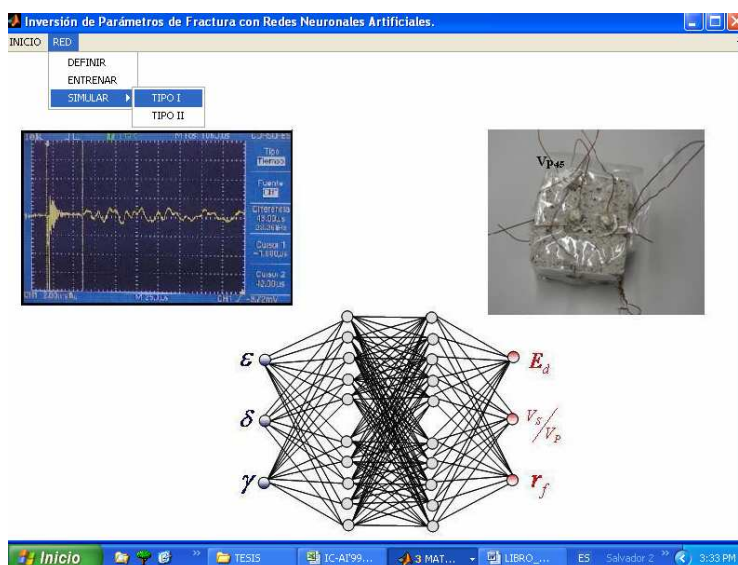
Figura C 14 Ventana para definir los límites de exclusión

	Mínimo	Máximo
Épsilon:	0	2
Delta:	0	2
Gamma:	0	2
Distancia de exclusión:	0.18	

ACEPTAR

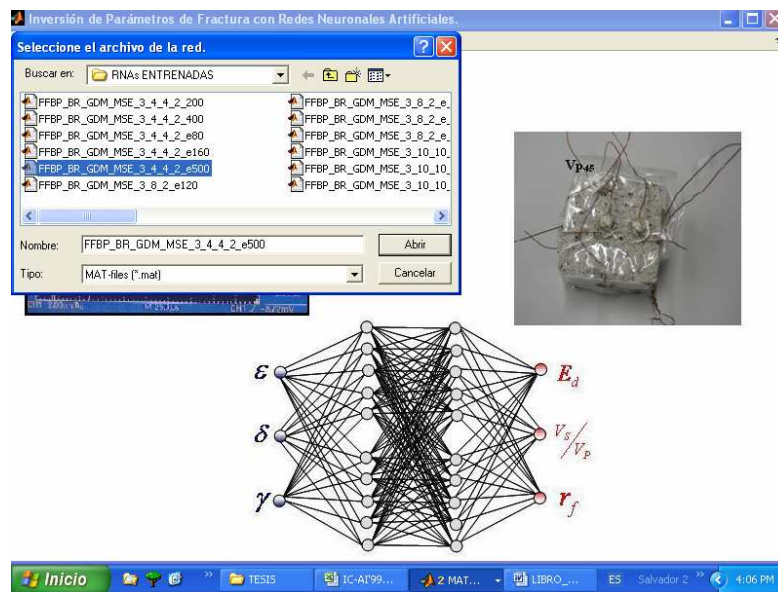
Seguidamente se procede a realizar la inversión de datos, en el menú RED / SIMULAR / TIPO I. Ver figura C15

Figura C 15 Menú para realizar la simulación



Inmediatamente el programa muestra una ventana en la cual el usuario debe escoger la red entrenada y realizar la simulación. Ver figura C16

Figura C 16 Ventana para escoger la red entrenada.

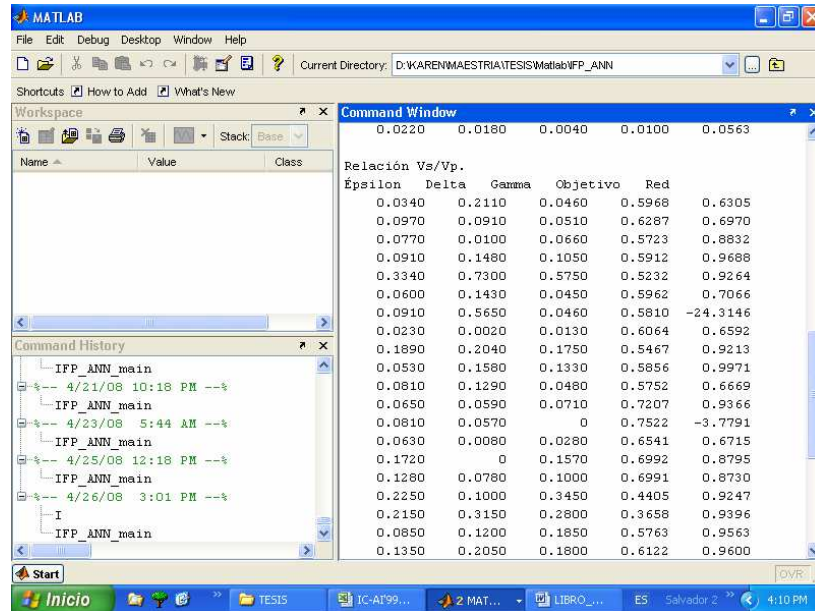


En la figura 16 se escogió una red FFBP_BR_GDM_MSE_3_4_4_2e500, la cual corresponde a una red feed forward back propagation con entrenamiento de tipo regularización bayesiana en 500 épocas; esta red consta de tres entradas, dos salidas y dos capas ocultas. En cada capa oculta se tienen cuatro neuronas las cuales están unidas por una función de activación de tipo tangente sigmoidea.

Una vez se escoge la red entrenada, en la ventana principal de Matlab, se visualizan los datos de la simulación, ver figura C17.



Figura C 17 Ventana de resultados de la simulación.



Por último se compara la desviación entre los valores de Vs/Vp y la densidad de fractura denominada OBJETIVO vs. RED.

