

Significados negociados de profesores de matemáticas al atender la diversidad en el aula:  
reflexiones de una propuesta curricular

Jenny Paola Millán Hernández

Trabajo de Grado para Optar el Título de Magister en Educación Matemática

Directora

Sandra Evely Parada Rico

Doctora en Ciencias de la Especialidad Matemática Educativa

Universidad Industrial De Santander

Facultad De Ciencias

Escuela De Matemáticas

Bucaramanga

2025

La publicación de este trabajo de investigación se logra gracias al apoyo del Ministerio de Ciencia, Tecnología e Innovación, Colombia – MINCIENCIAS quien está financiando el programa de investigación: “Innovar en la Educación Básica para formar ciudadanos matemáticamente competentes frente a los retos del presente y del futuro”. Código 1115-852 70767, con el proyecto: “Diseños didácticos para la inclusión en matemáticas con la mediación de tecnología: procesos de formación y reflexión con profesores”. Financiado por el Ministerio de Ciencia y Tecnología. Código 70783, con recursos del Patrimonio autónomo Fondo Nacional de financiamiento para la ciencia, la tecnología y la innovación Francisco José de Caldas, contrato CT 183-2021.

**Dedicatoria**

*A mi querido esposo Ivan Alfredo Saavedra Torres, por su paciencia infinita en mis momentos de estrés, por las traspasadas, por recordarme (con cariño) que dormir también es importante, por creer en mí incluso cuando yo dudaba, y por mostrarme siempre que los sueños se alcanzan con esfuerzo y pasión. Gracias por ser mi equilibrio y mi mejor equipo en esta aventura. Te amo.*

### **Agradecimientos**

*Primeramente, a Dios, por darme la vida, la fortaleza y la sabiduría para recorrer este camino. Por iluminar cada paso y brindarme la resiliencia necesaria para superar los desafíos.*

*A mi esposo, Iván Alfredo Saavedra Torres, por ser mi compañero de vida y mi mayor apoyo en este camino. Gracias por tu comprensión en los momentos de mayor exigencia, por tu aliento constante y por brindarme la tranquilidad necesaria para seguir adelante. Tu amor y compañía han sido fundamentales para que este logro sea posible.*

*A mis madres, María Teresa Blanco Ortega y Yolima Hernández Blanco, por enseñarme con su ejemplo el valor del esfuerzo, la disciplina y la pasión por el conocimiento. Su amor inagotable y su apoyo incondicional han sido mi mayor inspiración para alcanzar este logro. Gracias por cada palabra de aliento, por cada sacrificio silencioso y vela encendida que colocaron por mí. Todo lo que soy y lo que he logrado es, en gran parte, gracias a ustedes.*

*A mi directora de tesis, Sandra Evely Parada Rico, por su guía, paciencia y enseñanzas. Su compromiso con la investigación y la educación han sido fundamentales para mi crecimiento académico y profesional. Gracias por compartir su conocimiento con generosidad y por motivarme a alcanzar nuevos desafíos con rigor y pasión.*

*A mis compañeros de maestría, Carolina, Maira y Jaiver, por compartir conmigo este camino de aprendizaje, por las largas conversaciones, las reflexiones profundas, las discusiones y el apoyo mutuo en cada etapa de este proceso.*

*A la universidad pública, en especial a la Universidad Industrial de Santander (UIS), por brindarme el espacio y los recursos para formarme como investigadora y docente. La educación pública es un pilar fundamental para el desarrollo de nuestra sociedad, y me honra ser parte de esta comunidad académica.*

*Finalmente, a mí misma, por la perseverancia, el esfuerzo y la determinación con los que he enfrentado cada reto. Por no rendirme, por levantarme en los momentos difíciles y por seguir adelante con la convicción de que el conocimiento transforma vidas.*

## Tabla de contenido

Introducción y planteamiento del problema .....	11
1. Revisión de la literatura.....	14
1.1 Investigaciones sobre la Formación de profesores.....	14
1.1.1 Formación de profesores de matemáticas .....	16
1.1.2 La Reflexión como un proceso de formación docente.....	17
1.2 Atención a la diversidad en la educación .....	20
1.2.1 Actualización del concepto .....	21
1.2.2 Sobre Educación Especial y Atención a la Diversidad en Colombia .....	27
1.3 Formación de profesores de matemáticas sobre atención a la diversidad.....	30
2. Aspectos teóricos y conceptuales .....	32
2.1 Comunidades de práctica .....	33
2.1.1 Negociación de significados .....	34
2.1.2 Cosificación .....	35
2.1.3 Participación .....	35
2.2 Elementos del modelo de Reflexión y Acción.....	37
2.2.1 Actividad Matemática (AM).....	37
2.2.2 Procesos de reflexión .....	38
2.2.3 Pensamiento reflexivo (PR) del docente.....	40
2.2.4 Herramientas de apoyo para el análisis del PR.....	49
3. Aspectos Metodológicos.....	51
3.1 Fase 1: Conformación y caracterización de la CoP.....	52
3.1.1 Convocatoria para la participación en la CoP.....	52
3.1.2 Caracterización de la CoP.....	53
3.2 Fase 2: Planificación de actividades para los miembros de la CoP .....	58
3.2.1 Encuentros asincrónicos: sitio web.....	60
3.2.2 Encuentros sincrónicos: Intervenciones y procesos de reflexión .....	62
3.3 Fase 3: Procesos de reflexión y acción.....	69
3.3.1 Reflexión para la acción (RPA) .....	70
3.3.2 Reflexión en la acción (REA).....	71
3.3.3 Reflexión sobre la acción (RSA) .....	72

3.4	Fase 4: Sistematización y codificación del proceso de reflexión.....	73
3.5	Fase 5: Selección de casos representativos de la CoP.....	74
3.6	Fase 6: Análisis y caracterización de los significados en los casos representativos .....	75
3.7	Fase 7: Reporte de resultados de la investigación.....	77
4.	Pensamiento reflexivo de una CoP sobre el estudio de la longitud en el aula .....	78
4.1	La estimación como un proceso de medición .....	78
4.2	Las dimensiones de un rectángulo no dependen de su posición .....	91
4.3	Pensar en la diversidad del aula modifica la metodología de enseñanza .....	103
4.4	Uso de la regla como fundamento para los recursos digitales .....	129
5.	Conclusiones de la investigación.....	140
5.1	Significados negociados en el pensamiento matemático .....	140
5.2	Significados negociados en el pensamiento didáctico .....	142
5.3	Significados negociados en el pensamiento orquestal .....	143
5.4	Reflexiones y perspectivas de investigación.....	145
	Referencias bibliográficas.....	148
	Apéndices.....	161

### Lista de figuras

<b>Figura 1:</b> Esquema del modelo de Reflexión-y-Acción .....	33
<b>Figura 2:</b> Esquema de una ruta cognitiva .....	49
<b>Figura 3:</b> Proceso metodológico de la investigación .....	52
<b>Figura 4:</b> Póster de la convocatoria al Diplomado .....	53
<b>Figura 5:</b> Respuestas sobre el tiempo de planeación .....	57
<b>Figura 6:</b> Sitio web “Diplomado en Atención a la Diversidad en clase de Matemáticas” .....	61
<b>Figura 7:</b> Propósitos del diseño en cada nivel de profundidad .....	69
<b>Figura 8:</b> Ejemplo de actividades en el diseño seleccionado.....	69
<b>Figura 9:</b> Categorización por colores según los componentes del pensamiento reflexivo.....	73
<b>Figura 10:</b> Negociaciones graduales de cada significado .....	76
<b>Figura 11:</b> Actividad de estimación en el diseño.....	80
<b>Figura 12:</b> Respuestas tomadas del análisis del diseño de la profesora Ana.....	81
<b>Figura 13:</b> Conversión de unidades de longitud .....	83
<b>Figura 14:</b> Planeación del diseño.....	84
<b>Figura 15:</b> Ruta cognitiva de la planeación de la profesora Ana.....	85
<b>Figura 16:</b> Tomado de la planeación de Mónica y Emma.....	85
<b>Figura 17:</b> Sugerencias para explicar largo y ancho de las profesoras Ana y Emma.....	92
<b>Figura 18:</b> Planeación de Mónica y Emma sobre largo y ancho .....	94
<b>Figura 19:</b> Parte de la ruta cognitiva construida por Mónica y Emma sobre cardinalidad.....	94
<b>Figura 20:</b> Representación gráfica de la palabra “solapa”.....	95
<b>Figura 21:</b> Ruta cognitiva construida por Mónica y Emma sobre propiedades del rectángulo...	95
<b>Figura 22:</b> Sugerencia de la profesora Ana para el uso de material concreto .....	109
<b>Figura 23:</b> Rutas cognitivas de la planeación nivel 1 y niveles 3 y 4 de Mónica y Emma .....	114
<b>Figura 24:</b> Adaptaciones de Ana al diseño .....	115
<b>Figura 25:</b> Roles en la intervención de Mónica y Emma .....	120
<b>Figura 26:</b> El papel de la planeación para Ana .....	121
<b>Figura 27:</b> Actividad del diseño que no inicia la medida en cero.....	131
<b>Figura 28:</b> Planeación de Mónica y Emma – Solo se usará el cm en el uso de la regla .....	132
<b>Figura 29:</b> Adaptación al modelo considerando la atención a la diversidad .....	147

### Lista de tablas

<b>Tabla 1:</b> Diseños didácticos de la propuesta curricular .....	29
<b>Tabla 2:</b> Principios y pautas del DUA en la enseñanza de la longitud y la medida.....	47
<b>Tabla 3:</b> Información sobre la formación académica.....	55
<b>Tabla 4:</b> Respuestas sobre la atención a la diversidad y los recursos usados .....	55
<b>Tabla 5:</b> Tipos de participación en la CoP.....	58
<b>Tabla 6:</b> Módulos elaborados para el desarrollo del diplomado.....	59
<b>Tabla 7:</b> Primera selección de profesores .....	70
<b>Tabla 8:</b> Información recolectada de la primera selección de profesores en la RPA .....	71
<b>Tabla 9:</b> Datos recolectados de la primera selección de profesores en la REA.....	72
<b>Tabla 10:</b> Datos recolectados de la primera selección de profesores en la RSA .....	72
<b>Tabla 11:</b> Valoración obtenida en los documentos cosificados en el diplomado .....	74
<b>Tabla 12:</b> Colores asignados según las subcategorías establecidas para cada pensamiento.....	76
<b>Tabla 13:</b> Resumen del significado negociado 1 .....	91
<b>Tabla 14:</b> Explicación de largo y ancho de un rectángulo.....	101
<b>Tabla 15:</b> Resumen del significado negociado 2 .....	103
<b>Tabla 16:</b> Concepciones sobre diversidad .....	104
<b>Tabla 17:</b> Resumen del significado negociado 3 .....	128
<b>Tabla 18:</b> Interpretaciones del uso de la reglad de Ana y Emma .....	130
<b>Tabla 19:</b> Resumen del significado negociado 4 .....	139

### Lista de Apéndices

<b>Apéndice A.</b> Cronograma establecido para la CoP .....	161
<b>Apéndice B.</b> Formato de caracterización de estudiantes.....	162
<b>Apéndice C.</b> Rúbrica de valoración de los documentos cosificados por las 6 docentes.....	163

## Resumen

**Título:** Significados negociados de profesores de matemáticas al atender la diversidad en el aula: reflexiones de una propuesta curricular \*

**Autor:** Jenny Paola Millán Hernández\*\*

**Palabras Clave:** Formación continua de profesores, atención a la diversidad, reflexión y acción, longitud.

### Descripción:

Este documento reporta una investigación acción – colaborativa que tiene como objetivo caracterizar los significados negociados por profesores de matemáticas en ejercicio que reflexionan sobre la atención a la diversidad en el aula basado en una propuesta curricular. La investigación usa el modelo de Reflexión y Acción de Parada (2011) como orientación del proceso metodológico y de análisis desarrollado en el marco de las Comunidades de Práctica (CoP). Como contexto de estudio, se creó un diplomado, posibilitando espacios para analizar, planificar e implementar diseños didácticos adaptados a una estructura inclusiva, lo que permitió negociaciones de significados en torno a sus pensamientos matemático, didáctico y orquestal.

Los resultados que se muestran emergen de reflexiones de tres profesoras participantes de la CoP quienes usaron un diseño sobre la noción de longitud con niños de 6 a 10 años. Entre los hallazgos se destaca que los docentes negociaron significados en su pensamiento reflexivo pensando en cómo planear e implementar el diseño para atender la diversidad de sus estudiantes, lo cual implicó negociar los siguientes significados: el reconocimiento de la estimación como un proceso de medición; las dimensiones de un rectángulo no dependen de su posición; la incursión de un nuevo recurso implica un cambio de metodología y el uso de la regla como fundamento para los recursos digitales.

---

\* Trabajo de Grado

\*\* Facultad de Ciencias. Escuela de Matemáticas. Programa académico. Directora: Sandra Evely Parada Rico.

### Abstract

**Title:** Negotiated meanings of mathematics teachers when addressing diversity in the classroom: reflections on a curricular proposal \*

**Author:** Jenny Paola Millán Hernández\*\*

**Key Words:** Continuing teacher training, attention to diversity, reflection and action, length.

**Description:**

This document reports on a collaborative action research that aimed to characterize the meanings negotiated by practicing mathematics teachers who reflect on attention to diversity in the classroom based on a curricular proposal. The research made use of the Reflection and Action model of Stop (2011) as a guide for the methodological and analytical process developed within the framework of the Communities of Practice (CoP). As a study context, a diploma course was created, enabling spaces to analyze, plan and implement didactic designs adapted to an inclusive structure, which allowed negotiations of meanings around their mathematical, didactic and orchestral thoughts.

The results shown emerge from reflections of three participating teachers of the CoP who used a design on the notion of length with children from 6 to 10 years old. Among the findings, it is highlighted that teachers negotiated meanings in their reflective thinking, thinking about how to plan and implement the design to address the diversity of their students, which involved negotiating the following meanings: the recognition of estimation as a measurement process; the dimensions of a rectangle do not depend on its position; the introduction of a new resource implies a change in methodology and the use of the ruler as a foundation for digital resources.

---

\* Degree Thesis

\*\* Facultad de Ciencias. Escuela de Matemáticas. Programa académico. Directora: Sandra Evely Parada Rico

### **Introducción y planteamiento del problema**

En un estudio hecho por Peri y Gómez (2024) muestran que la formación de profesores es un pilar para la mejora constante de la educación, pues el conocimiento se mantiene en constante evolución, por lo que los docentes deben estar en actualizaciones periódica de sus saberes matemáticos, metodologías y enfoques que les permitan enfrentar los desafíos actuales en el aula. Este enfoque intenta asegurar una educación de calidad, que garantice la equidad y el acceso a oportunidades de aprendizajes significativos para todos los estudiantes.

Como resultado del análisis sobre el rol del docente en las últimas décadas, la formación de profesores de matemáticas ha experimentado un enfoque en el fortalecimiento de los conocimientos matemáticos. Estudios como los de Shulman (1987), Ball (2008) y Montes et al. (2013), han desarrollado modelos que describen los saberes necesarios que debe tener un docente al enseñar matemáticas, reconociendo que la calidad de la enseñanza está vinculada con la profundidad que tiene de la materia. Asimismo, Thompson (1992) asume que las concepciones, actitudes y creencias de los docentes inciden en el aprendizaje de los estudiantes.

Estos modelos han tenido un impacto significativo en la formación inicial y continua de profesores, promoviendo un enfoque más cognitivo y disciplinar que ha contribuido al perfeccionamiento del contenido matemático enseñado en el aula. Sin embargo, a pesar de los aportes de estos enfoques, autores como Parada (2011), Castro (2022) y Velasco (2022), entre otros, han señalado una carencia en la formación de profesores en servicio, relacionada con la falta de espacios dedicados a la reflexión sobre las prácticas docentes.

En relación con ello, se han encontrado estudios que han mostrado la reflexión docente dentro de Comunidades de Práctica (CoP, tal como lo define Wenger, 1998), como un espacio propicio para la negociación de significados (construcción de aprendizajes), donde los profesores

comparten sus experiencias, discuten retos de la enseñanza, y construyen saberes que respondan a las necesidades de sus estudiantes.

Estos procesos de reflexión colectiva, según Ponte (2008), permiten que los profesores no solo refuercen sus conocimientos, sino que también revisen sus prácticas, actitudes y creencias, abordando de manera crítica los desafíos que enfrentan en sus aulas. En consonancia con lo anterior, Aldana et al. (2017) sostienen que:

El trabajo colaborativo se vuelve relevante al formar docentes que reconozcan la diversidad, los ritmos de aprendizaje de los estudiantes, las situaciones económicas, sociales, políticas y de las comunidades donde se desarrolla el sistema educativo, para que de esta forma actúe a partir de dicho reconocimiento y facilite el acceso al conocimiento matemático (p. 67).

De acuerdo a esto y, considerando que los profesores se enfrentan constantemente a la necesidad de adaptarse a los retos del aula, particularmente con respecto a la diversidad de sus estudiantes, los programas de desarrollo profesional, a menudo pasan por alto la importancia de incluir una mirada crítica y reflexiva sobre cómo se desarrollan estas prácticas en el día a día (Aldahmash et al. 2020). Esta situación se agudiza en el contexto de Colombia, donde la promulgación del Decreto 1421 de 2017, que establece la necesidad de una educación inclusiva para todos, ha generado un cambio en las expectativas sobre la labor docente. Pues la normativa se implanta sin que ellos reciban orientación (Velasco, 2022).

Como consecuencia, muchos docentes se sienten desorientados al intentar equilibrar la enseñanza de contenidos matemáticos con la atención a la diversidad de sus estudiantes, generando una aplicación no efectiva de las políticas en el aula. En este sentido, atender la diversidad en el contexto educativo no puede limitarse a normativas o conocimientos matemáticos, sino un enfoque de reflexión sobre prácticas docentes y la adaptación de diseños curriculares. Con relación a esto, el grupo de investigación Educación Matemática (Edumat) UIS, desde el 2020 ha venido

desarrollando proyectos con financiación interna y externa relacionados con la atención a la diversidad y la formación de profesores.

A partir de uno de estos proyectos, surge una propuesta curricular que reconoce la diversidad del aula y la necesidad de ofrecer recursos que acerquen los objetos matemáticos a los estudiantes con diferentes niveles de profundidad. La propuesta consta de: i) mallas curriculares; ii) diseños didácticos, y iii) orientaciones a los profesores. Reconociendo desde la estructura, la necesidad de formación de los profesores para que su implementación sea efectiva.

Frente a lo anterior y, reconociendo que el reto para la formación continua de profesores de matemáticas es garantizar que ellos construyan conocimiento reflexionando sobre su práctica, se plantea la pregunta de investigación: ¿qué significados negocian profesores de matemáticas en ejercicio que reflexionan sobre la atención a la diversidad en el aula basado en una propuesta curricular? Cuyo objetivo es: caracterizar los significados negociados por profesores de matemáticas en ejercicio que reflexionan sobre la atención a la diversidad en el aula basado en una propuesta curricular.

Para ello, se consolidó un diplomado que siguió el modelo de Reflexión-y-Acción de Parada (2011) en el marco de las CoP; modelo que sirvió de guía metodológica y de análisis. En el diplomado se discutió la propuesta curricular, generando espacios para que los profesores analizaran, planearan e implementaran los diseños, con adaptaciones acordes a las características de sus estudiantes, lo que facilitó negociaciones de significados en torno a sus pensamientos.

En este documento se reporta el proceso de investigación desarrollado en cinco capítulos: 1) revisión de literatura, dando a conocer estudios relacionados con la formación de profesores de matemáticas y la diversidad; 2) referentes teóricos que sustentaron las dinámicas de trabajo y el análisis de datos; 3) descripción de aspectos metodológicos; 4) resultados del análisis de los datos, y 5) conclusiones, respondiendo a la pregunta y trazando algunas perspectivas de investigación.

## **1. Revisión de la literatura**

En este capítulo se presenta el rastreo de investigaciones relacionadas con el fenómeno estudiado. Inicialmente, se recuperan aquellas interesadas en la formación de profesores, específicamente en el ámbito de la educación matemática y, basadas en la reflexión sobre su práctica. Luego, se hace una actualización breve de los conceptos relacionados con la educación especial y la atención a la diversidad desde el ámbito educativo con el propósito de colocar la postura de la investigación sobre lo que se entenderá como diversidad. Finalmente, se presentan trabajos que vinculan la formación de profesores con la atención a la diversidad, poniendo énfasis en el desarrollo profesional, también conocido como formación continua.

Esta selección hacia la formación continua surge porque, según Peri y Gómez (2024) el mayor interés en la línea de formación de profesores ha sido la formación inicial. Esta última busca dotar a los futuros educadores de herramientas para sus prácticas educativas. Sin embargo, se tiende a olvidar a los docentes en servicio, bajo la suposición de que ya han adquirido suficientes conocimientos durante su formación de pregrado. Por tanto, las investigaciones esbozadas corresponden mayormente a la formación continua, posicionando este estudio en la perspectiva de investigación que se ha venido describiendo.

### **1.1 Investigaciones sobre la Formación de profesores**

El término formación tiene raíces desde el latín mostrado en la RAE (2010), la cual considera que *formatio*, es la "acción y efecto de formar o formarse." (23 e.d), es decir, es el proceso de adquirir las habilidades necesarias para realizar una tarea específica y, se enfoca en el desarrollo de algo en una forma particular. A partir de estas definiciones, se pueden afirmar las dos corrientes descritas por Castro (2021) sobre el concepto de "formación": i) como un proceso de entrenamiento o capacitación, enfocándose en el desarrollo de habilidades; o, ii) como un proceso que implica relaciones sociales y culturales. En el presente estudio, se considera la primera corriente.

Desde esta perspectiva de desarrollo de capacidades, Guacaneme et al. (2013) señalan que, en el contexto colombiano, el proceso formativo del profesorado se estructura en tres etapas: la educación en pregrado o formación inicial; la educación en posgrado, abarcando especializaciones, maestrías y doctorados; y la formación continua, mediante la actualización de los conocimientos. Estas tres etapas han sido objeto de estudio y debate en la literatura académica durante décadas (Rodríguez, 2017), principalmente se ha abordado la importancia del papel del profesorado como elemento clave para lograr la calidad educativa.

Por tanto, investigaciones como De Alba y Imbernón (2017) y Sherin et al. (2019) han subrayado la necesidad de una formación que considere tanto la formación inicial como la formación continua. Pero, ¿es necesaria la formación permanente del profesorado? ¿Es útil para su desarrollo profesional?, ¿no es suficiente con la formación inicial? Según Díaz (2015), la sociedad vive cambios constantemente en todos los ámbitos y esto repercute directamente en la educación, exigiendo que, los profesores en servicio no se queden con sus estudios iniciales, sino que busquen maneras de formarse y poder dar respuesta a las problemáticas.

Por lo tanto, el interés en el presente estudio está en la formación continua, adoptando la definición de Pascual-Arias et al. (2022), quienes mencionan que:

la formación continua de profesores implica un proceso constante de reflexión sobre su práctica educativa buscando profundizar sus conocimientos para facilitar la mejora e innovación en su trabajo. Este es extendido a lo largo de toda su carrera y puede estar orientado hacia metas específicas, como la actualización en su área de conocimiento o la adquisición de nuevas estrategias didácticas. (pp. 5)

De modo parecido Ávalos (2007) expresa que esta formación puede darse a través de: educación informal, mediante capacitaciones personales, autónomas y espontáneas, es decir, ser autodidactas; o educación no formal, con cursos, entrenamientos técnicos o tecnológicos, seminarios, diplomados entre otros. A pesar de ello, Sherin et al (2019) sostienen que el desarrollo de actividades de este tipo de modalidades, suelen a veces no corresponder a problemas que los

docentes deben resolver en el aula, ya que no son escuchadas sus problemáticas y se limitan a ser exposiciones de corte mayormente teórico.

Estas ideas fueron tomadas en consideración para la intervención teórica y práctica del contexto de estudio creado (diplomado), promoviendo el desarrollo profesional de los profesores, de tal forma que sientan que estar en actualización constante aporta y complementa su formación inicial e incide directamente en las situaciones que encuentra, permitiéndole atender necesidades que surgen, innovar y aplicar reformas educativas.

### ***1.1.1 Formación de profesores de matemáticas***

Desde la educación matemática, la línea de formación de profesores comparte similitudes con el surgimiento de la investigación en el campo de la enseñanza de las matemáticas, en la década de 1980 impulsado por la investigación-acción (Rowland et al., 2003). Hasta entonces, el enfoque se centraba en los estudiantes en lugar de los profesores. No obstante, los resultados han arrojado una creciente necesidad de que el profesor de matemáticas no solo se esté formando conceptualmente en el área, sino también tenga conocimiento didáctico, que le permitan hacer frente a las problemáticas que en su aula de clase surjan (Llinares, 2023; Peri y Gómez, 2024).

Investigaciones como las de Shulman (1987); Ball (2008); Carrillo et al. (2017), entre otras, han caracterizado los conocimientos matemáticos que necesita el docente para una enseñanza eficaz dando paso a modelos cognitivos tales como el Mathematics Teacher's Specialised Knowledge (MTSK) que estudian al profesor de manera individual. Por la misma línea, autores como Thompson (1992), Hoffman y Even (2023), centraron su atención en la relación existente entre las concepciones y las creencias del profesor, y cómo éstas influyen en los estudiantes, afirmando que, si el docente no concibe una imagen completa de las matemáticas, difícilmente aprovechará su riqueza para la enseñanza.

En contraparte a los modelos cognitivos que estudian al profesor de manera individual, Lerman (2006) concluye en su investigación que, la construcción del conocimiento matemático y didáctico debería darse mediante interacciones sociales, es decir, estudiando al profesor en grupos de discusión. Sus ideas fueron basadas en Lave y Wenger (1991) quienes señalaron, que este tipo de aprendizaje se da dentro de Comunidades de Práctica (CoP), entornos en el que se construye aprendizajes a través de las prácticas laborales para luego ser analizados en las prácticas sociales.

De esta forma, Pascual-Arias et al. (2022) y Llinares (2023), concordaron en que llevar a cabo los procesos de formación de profesores de manera colaborativa contribuye al desarrollo profesional, debido a que, en muchos casos estos procesos se enfocan en crear materiales curriculares adaptados al contexto escolar específico, o en experimentar nuevas maneras de comprender y aplicar en el aula ciertos elementos, como la metodología y la evaluación, o incluso en adoptar modelos más generales.

Este trabajo colaborativo se buscó complementar en el presente estudio, considerando las ideas de Parada y Fiallo (2022), quienes mencionan que, analizar al docente más allá de lo cognitivo, es buscar espacios de reflexión sobre problemáticas de sus contextos educativos y, sobre los conocimientos que tienen procurando encontrar estrategias de mejora para su práctica educativa teniendo en cuenta las características de sus estudiantes.

Es así que, se encontraron investigaciones referentes a la reflexión como herramienta de desarrollo profesional en comunidades. Por tanto, en el siguiente apartado se exponen estudios que evidenciaron resultados sobre aprendizajes construidos en los profesores haciendo uso de la reflexión, fortaleciendo aspectos didácticos y la promoción del uso de recursos educativos.

### ***1.1.2 La Reflexión como un proceso de formación docente***

La reflexión se ha considerado por Dewey (1989) como un proceso activo, significativo y crítico para comprender y aprender de la experiencia, lo que a su vez permite la adaptación y el

crecimiento personal. De ahí, la reflexión tomada como un proceso de formación docente, ofrece notables ventajas al permitirles tomar decisiones sobre sus acciones en el ámbito educativo (Castro, 2021). Al respecto, Schoenfeld y Kilpatrick (2008) señalan que “una vez hecha habitual la reflexión puede llegar a ser el principal mecanismo para mejorar la propia práctica” (p. 348). Es decir, es esencial fomentar la reflexión desde las primeras etapas de la formación, ya que habilita al docente a cuestionar su desempeño en el entorno educativo.

Agregado a lo anterior, Freire (1997) dice que enseñar exige reflexión crítica sobre la práctica y que ésta, encierra el movimiento entre hacer y pensar sobre lo que se hace, resaltando:

cuanto más me asumo como estoy siendo y percibo la o las razones de ser del por qué estoy siendo así, más capaz me vuelvo de cambiar, de promoverme, en este caso, del estado de curiosidad ingenua al de curiosidad epistemológica” (p.40-41).

Esto da paso a las afirmaciones de Dewey (1989) quien considera que el propósito principal de los cursos de formación de profesores debe ser ayudarlos a reflexionar sobre su práctica profesional, enfatizando en que el Pensamiento Reflexivo (PR) es un logro del individuo, pero para ello, hay que poner en duda sus ideas preconcebidas. Este autor, reconoce que el Pensamiento Reflexivo (PR) se construye con constancia y con procesos de reflexión en formación, pues además de la actitud reflexiva se requiere el apoyo para el mejoramiento académico de los profesores.

Parada (2009, 2011) al considerar las anteriores ideas, propone el modelo de Reflexión y Acción (R-y-A) buscando analizar la influencia que tiene la reflexión y la participación en CoP, sobre el PR de los profesores de matemáticas, encontrando que: “la reflexión de los profesores comienza cuando en la experiencia evidencian dificultades y surgen problemas que no pueden resolverse de inmediato” (p. 36) y, además, que el modelo es un complemento al desarrollo profesional, debido a que se reflejaron significados negociados y cosificados en su PR a favor de la actividad matemática, enfatizando que:

cuando el maestro construye sus conocimientos en comunidad a través de sus procesos de reflexión centrados en el desarrollo de su pensamiento reflexivo, el cual dividimos en tres componentes: pensamiento matemático, pensamiento didáctico, y pensamiento orquestal; estos conocimientos son más significativos y viables de aplicar en el aula que los que pueden adquirir de la lectura directa de las teorías (p. 266).

Así pues, este PR puede ser descompuesto en tres ejes, de tal forma que facilite su desarrollo y construcción en: Pensamiento Matemático (PM), con la idea de que el docente tenga un claro entendimiento de los contenidos a enseñar; Pensamiento Didáctico (PD), donde se busca que el profesor prevea dificultades y realice adaptaciones de acuerdo a sus estudiantes; y, Pensamiento Orquestal (PO), buscando, seleccionando y usando aquellos recursos didácticos que le ayuden a desarrollar su clase de matemáticas.

En línea con estos pensamientos, se evidencia en otros autores como Ramos-Rodríguez et al. (2017) y Seckel y Font (2019) la necesidad de fortalecer el PM en profesores en ejercicio. Lo anterior debido a que detectaron confusiones en su trabajo con diversas temáticas entre estas: expresiones algebraicas, el uso de representaciones gráficas, manejo de calculadoras y omisión de ideas clave para enseñar proporcionalidad (fracciones y regla de tres). Reportaron que, mediante la reflexión de sus conocimientos en comunidad, fortalecieron conceptos que consideraban básicos pero que, en realidad, se presentaron como obstáculos para enseñar.

De acuerdo al PD y PO, Ponte (2008) y Turner (2008) se interesaron en trabajar con profesores de secundaria sobre metodologías de trabajo, objetos matemáticos de estudio y recursos educativos, mediante la reflexión con otros. Concluyeron que lo anterior, ayudó a reforzar los conocimientos matemático y didáctico. Señalaron también que, los espacios en comunidad posibilitan en mayor medida discusiones críticas sobre sus experiencias, y ayudaron a dar cuenta de otras alternativas para implementar en sus aulas. Se observa como el desarrollo del PR de los profesores de matemáticas está tomando relevancia.

Investigaciones más recientes usan la reflexión y descripción de los avances en el PR mediante el modelo R-y-A de Parada (2011), el cual, enmarcado en las CoP, promueve tres momentos de reflexión: para la acción, en la acción y sobre la acción; tomando la acción como el accionar del docente, dentro y fuera del aula. Dicho modelo, será ampliamente expuesto en el siguiente capítulo.

La aplicación del modelo R-y-A (Parada, 2011), en investigaciones como las de Velasco (2022), Mejía (2022) y Parada y Fiallo (2022) con profesores en ejercicio, han mostrado un favorecimiento en la comprensión de la complejidad del proceso educativo, tomando conciencia de la intervención ejercida como docente para mejorar progresivamente la enseñanza y crecer profesionalmente. Estos autores sugieren que la reflexión entre docentes enriquece su PR y estimulan el intercambio de ideas, lo que resulta en la revisión y ajuste de las tareas planificadas. Este proceso contribuye a entender las fortalezas y desafíos de dichas tareas, promoviendo habilidades orales y escritas fundamentales para el crecimiento profesional de los docentes.

Entre los desafíos persistentes que menciona Velasco (2022) en la formación de profesores en servicio, se encuentra la atención a la diversidad, la cual se considera una problemática que recae en el docente sin las orientaciones adecuadas para abordarla. Por lo tanto, la línea de investigación sobre la formación docente que se adopta en este estudio se centrará en esta problemática. En el siguiente apartado, se presenta una reflexión sobre lo que se entiende por "diversidad" y cómo se debe atender según diversos autores.

## **1.2 Atención a la diversidad en la educación**

Una de las mayores preocupaciones ha sido que los docentes tengan el conocimiento necesario para enseñar. Sin embargo, los cambios en la sociedad han mostrado que, al no considerar al estudiante como eje central de la enseñanza y del aprendizaje, el dominio conceptual no es suficiente (Echeita et al., 2017). Por esta razón, se han venido creando normativas en pro de

garantizar la educación decretado en la Declaración Universal de los Derechos Humanos (ONU, 1948); lo que ha generado que los investigadores se interesen en saber cuál sería la atención que deben recibir los estudiantes y, cuál debería ser la formación de un profesor para generar dicha atención. En respuesta a esta inquietud, Castro (2022) menciona que:

La preocupación se ha centrado con mayor intensidad en contar con plantas físicas adecuadas a las necesidades de cada persona; en garantizar que todos los estudiantes ingresen al sistema educativo; en contar con apoyo pedagógico de diferentes especialistas; en procurar que desde las Tecnologías de la Información y la Comunicación más personas puedan acceder a la información con facilidad, lo que ha implicado quizás una mayor focalización en la manera como se presentan los contenidos para cada una de las disciplinas y no en cómo se favorece el proceso de enseñanza y aprendizaje; entre otros aspectos. (p.16)

Este enfoque ha llevado a una mayor atención en la presentación de contenidos en diversas materias, descuidando el cómo mejorar los procesos de enseñanza y aprendizaje (Castro, 2022). Agregado a lo anterior, la situación educativa generada por la pandemia de COVID-19 dio lugar a una serie de desafíos adicionales (Atweh et al., 2022). Acentuando que ya no solo se estaría hablando de discapacidades, sino de múltiples diversidades educativas para abordar el derecho de educación con calidad en toda su amplitud. De acuerdo a esto, en el siguiente apartado se presenta un breve recorrido de la definición de diversidad que será tomado en la investigación.

### ***1.2.1 Actualización del concepto***

El estudio de la diversidad se remonta a hechos históricos y sociales (Camargo, 2018), transformados a través de diferentes épocas, culturas, creencias y por la evolución de la ciencia y la medicina que han ayudado a dar respuestas a muchos interrogantes. Asimismo, la política, la sociedad y el ámbito económico han influido en el desarrollo de este concepto, especialmente al abordar conductas diferenciadas que, al no considerarse “estándar,” han sido objeto de exclusión (Camargo, 2018). Haciendo una revisión de literatura, se evidenciaron cuatro etapas principales

reportadas por Camargo (2018) y Castro (2021), las cuales trazan el recorrido de la atención a la diversidad, desde una perspectiva internacional hasta su adopción en el contexto colombiano.

**1.2.1.1 Perspectiva Internacional sobre diversidad.** A nivel internacional, el concepto de diversidad ha ido evolucionando en respuesta a las diferencias individuales. Una primera etapa desarrollada en el siglo X fue denominada “**exclusión**”, implicando el rechazo hacia personas consideradas enfermas, quienes sufrían daños, eran privadas de decisiones, educación y actividades, sin incluirse en la vida social. Posteriormente, surge la “**segregación**”, reconociendo las particularidades de ciertos individuos, permitiéndoles acceso a servicios básicos como la alimentación y la salud, aunque permanecían separados de la sociedad en lugares como asilos.

A medida que se entiende que las discapacidades no impiden desarrollar el pensamiento, emerge la etapa de “**integración**”, en la que se reconoce la capacidad de estas personas para desenvolverse en la sociedad. Dando paso a los primeros atisbos de la educación especial, donde se comienza a crear, en el siglo XIX, instituciones especializadas en atender personas con discapacidades sensoriales y cognitivas y, la Declaración de los Derechos Humanos (ONU, 1948) incluye por primera vez a todas las personas.

Finalmente, en los años 70 y 80, surgen movimientos en el ámbito educativo, social y político, los cuales impulsan cambios estructurales en las instituciones educativas, promoviendo la igualdad y el acceso a la educación de personas con discapacidades. Este proceso evoluciona hacia la **inclusión** en el siglo XX, la cual, según Camargo (2018), incluye a todos los estudiantes en el sistema educativo, sin importar sus características particulares. Por tanto, la cantidad de estudiantes en las instituciones educativas iba incrementando, requiriendo aulas adaptadas, recursos necesarios para atenderlos y maestros capacitados.

Lo que generó que, organizaciones internacionales como la UNESCO, la OMS, la ONU, entre otras, hayan impulsado políticas de educación inclusiva enfocadas en atender la diversidad.

No obstante, Marchesi et al. (2021) señalan que esta inclusión aún enfrentaba limitaciones, ya que no bastaba con incorporar a los estudiantes en el aula; es fundamental reconocer y comprender la diversidad en toda su amplitud para poder atenderla adecuadamente. Como ellos argumentan, "todos tenemos limitaciones de algún tipo" (pp. 110), extendiendo así el concepto de diversidad más allá de la discapacidad para abarcar factores como condiciones emocionales, lingüísticas, talentos excepcionales, superdotación, vulnerabilidad económica, diferencias culturales, etc.

Se encuentran los primeros acercamientos en considerar "diversidad" y "atención a la diversidad", sin centrarse exclusivamente en las "discapacidades" así:

La reforma del programa de estudio y la **atención a la diversidad** de los alumnos son esenciales en todos los niveles. Los maestros gozan de una autonomía considerable para adaptar el programa a las necesidades de sus alumnos, formular criterios de evaluación y tener acceso a apoyo técnico y humano (UNESCO, 1994, p.25).

El avance más significativo de esta nueva regulación del sistema educativo radica fundamentalmente en que hace la **atención a la diversidad** de todos los alumnos su eje vertebrador. Debe ser la escuela quien se adapte a las **particularidades y diferencias** de éstos, propiciando modelos de intervención, de organización escolar y de flexibilidad del currículum coherentes con la idea de una educación para todos. (Ainscow y Booth, 2002, p.84).

(...) no se hablará de discapacidades debido a que cada persona es diferente, lo que genera una **diversidad**, buscando ahora **educar en esa diversidad**, es decir, ejercer los principios de igualdad y de equidad a los que todo ser humano tiene derecho lo que conlleva a desarrollar estrategias de enseñanza-aprendizaje que personalice la enseñanza en un marco y dinámica para todos. (OMS, 2001, p. 190)

La **atención a la diversidad** sigue siendo la clave de la calidad de la enseñanza (UNESCO, 2006, p.113).

El proceso de abordar y responder a la **diversidad de necesidades** de todos los alumnos implica cambios, modificaciones en el contenido, enfoques, estructuras, estrategias, cambiar nuestra visión de manera que cubra a todos los niños en el rango apropiado, ya sea por edad, ya sea por alguna condición y además se convierte en una responsabilidad del sistema educar a todos los niños. (UNESCO, 2008, p.)

Se subraya la importancia de reconocer y atender la diversidad dentro del sistema educativo a través de un enfoque pedagógico que se ajuste a las necesidades individuales de cada estudiante. Esto implica aceptar las diferencias sin tratar a los grupos como homogéneos, evitando un único modelo de enseñanza y aprendizaje. Los principios establecidos en estos textos han influido de manera significativa en la evolución de las políticas educativas en Colombia, promoviendo una visión inclusiva y flexible que valora y respeta la diversidad de los estudiantes.

**1.2.1.2 Perspectiva Nacional en Colombia sobre Diversidad.** En el contexto colombiano, se observó un proceso de transición desde la exclusión y segregación hacia una fase de integración parcial, donde las personas con discapacidad comenzaron a ser atendidas en instituciones especializadas (Castro, 2021). Con el tiempo, impulsado por avances internacionales, el gobierno colombiano inició la implementación de políticas que promovían la equidad educativa, extendiendo el enfoque más allá de la discapacidad para abarcar expresiones de diversidad.

Este cambio comenzó con la Constitución Política de Colombia (1991), que respondió a las peticiones de ciudadanos y colectivos sociales que buscaban el reconocimiento y la valoración de la diversidad sociocultural del país. La Constitución marcó un punto de inflexión en la historia colombiana, al establecer la igualdad de derechos y responsabilidades para todos y asignar al estado la obligación de garantizar estos principios a cada individuo.

De acuerdo a este avance, en la Ley 115 (1994) se subrayó la necesidad de hacer la educación accesible para todos y promovió una visión integradora. Esta ley buscaba que cada ciudadano se sintiera parte de un proyecto común, respetando y reconociendo las diferencias de raza, género, color, religión, orientación política y otros elementos del multiculturalismo colombiano. Ya en su artículo 1 plantea:

De conformidad con el artículo 67 de la Constitución Política, define y desarrolla la organización y la prestación de la educación formal en sus niveles preescolar, básica (primaria y secundaria) y media,

no formal e informal, dirigida a niños y jóvenes en edad escolar, a adultos, a campesinos, a grupos étnicos, a personas con limitaciones físicas, sensoriales y psíquicas, con capacidades excepcionales, y a personas que requieran rehabilitación social (Ley General de Educación, 1994).

No obstante, el concepto “diversidad” se evidenció de manera literal en el Decreto 2082 (1996), donde se abordó en relación con las necesidades educativas particulares de algunos sectores de la población, aunque este enfoque aún era limitado. Fue la Resolución 2565 (2003) y posteriormente el Decreto 366 (2009) los que introdujeron un significado más inclusivo del término, buscando aceptar y respetar las diferencias individuales. Este cambio normativo marcó el paso hacia una educación inclusiva que no se limitaba solo a la discapacidad, sino que procuraba que el estado integrara a todos los estudiantes en función de sus necesidades (Castro, 2021).

La responsabilidad del estado es reafirmada nuevamente en el Decreto 1421 (2017) mediante orientaciones técnicas, administrativas y pedagógicas para la atención educativa enfatizando la importancia de la diversidad en la educación. Este documento impulsó la necesidad de una capacitación docente para atender dicha diversidad, promoviendo enfoques inclusivos a través de estrategias como el Diseño Universal para el Aprendizaje (DUA) y el Plan Individual de Ajustes Razonables (PIAR) (MEN, 2017). Es aquí, donde el Ministerio de Educación Nacional (MEN, 2017), enfatiza que:

la educación inclusiva no se limita a estudiantes con discapacidad, sino que debe abarcar a **todos los grupos que, por su singularidad, puedan experimentar exclusión en el sistema educativo**. En su definición, la educación inclusiva **reconoce que la diversidad potencia el aprendizaje** de todos, afirmando que “todos pueden aprender y desarrollarse en la vida normal de la escuela y de la comunidad” (p. 16).

Por tanto, la inclusión se da al reconocer, aceptar y atender la diversidad del aula. Este término (diversidad) es entendido en el presente estudio partir de las ideas de Arnaiz (2004) quien menciona que:

La diversidad está presente en el ser humano desde el momento que cada persona tiene sus propias características evolutivas, distintos ritmos de aprendizaje que en interacción con su contexto se traducen en distintos intereses académicos-profesionales, expectativas y proyectos de vida, especialmente, a partir de la etapa de la educación secundaria. Además de estas manifestaciones, podemos encontrar otras de carácter individual, como pueden ser las deficiencias intelectuales, físicas, sensoriales, altas capacidades, o aquellas otras que se manifiestan en contextos socioculturales desfavorecidos o relacionados con las minorías étnicas y culturales. (p. 29)

Ahora, atender esta diversidad “es atender al conjunto total del alumnado, teniendo en consideración que cualquier estudiante tiene una forma particular de aprender a la que se deben hacer ajustes en la enseñanza” (UNESCO, 2006, p. 144). Es decir, no basta con colocar a los estudiantes en aulas ordinarias, es necesario que se sientan incluidos en la vida del salón, del centro y de la comunidad a la que pertenecen y, lo más importante, se sientan aceptados y atendidos.

Lo anterior presenta no solo a los docentes sino a toda la comunidad educativa, una serie de herramientas que permiten atender la diversidad. Si bien, se han mejorado los procesos de apoyo y acompañamiento en Colombia, Celis y Zea (2018) mencionan que, aún se presenta brechas que limitan el derecho a la educación y, en lugar de considerar la diversidad como una oportunidad, se convierte en obstáculos que limitan su participación y desarrollo. Por lo tanto, para intentar cerrar brechas, es necesario que los docentes cuenten con una formación, ya que la creación de normativas no implica una interpretación adecuada que les permita enfrentar estos retos presentes en el aula (Velasco, 2022), elemento esencial que permitirá construir una escuela para todos.

Por lo anterior, en Colombia, varios investigadores han identificado en la presentación de actividades una vía para promover la inclusión mencionada en los documentos. Esto ha llevado a distinguir entre estudios dirigidos a la educación especial, enfocados en diagnósticos específicos, y aquellos centrados en la atención a la diversidad, particularmente desde la educación matemática.

### ***1.2.2 Sobre Educación Especial y Atención a la Diversidad en Colombia***

La mayoría de los estudios encontrados se centran en la enseñanza dirigida a los estudiantes, ofreciendo estrategias pedagógicas. Algunas están diseñadas específicamente para la educación especial, mientras que otras se orientan al alumnado en general, considerando sus diversas necesidades. Aunque se reconoce la cantidad de investigaciones publicadas, se presentan aquí algunas que permiten evidenciar una clasificación en categorías que abordan aspectos sensoriales, cognitivos, conductuales y, de manera general, aquellas dirigidas a toda la población estudiantil.

En cuanto a las necesidades sensoriales, estudios realizados por Pacheco et al. (2015) y Pinto (2017) destacan que los estudiantes con discapacidad auditiva pueden aprender matemáticas de manera equiparable a sus compañeros oyentes, ya que su limitación se centra en la audición sin afectar sus capacidades cognitivas. Estos autores recomiendan a los docentes utilizar recursos visuales, como gráficos y colores, además de tecnología visual y lengua de señas, con el fin de mejorar la interacción y comprensión en el aula de matemáticas.

De forma similar, Villadiego et al. (2020) aseguran que los estudiantes con discapacidad visual pueden aprender matemáticas mediante actividades adaptadas, tales como el uso de ábacos abiertos, diagramas en alto relieve y recursos que convierten la información escrita en auditiva. Los autores enfatizan la relevancia de herramientas tiflotécnicas, como el ábaco Cranmer y dispositivos de audio, que hacen accesible el contenido matemático a través de medios táctiles o auditivos. Estas herramientas fomentan un aprendizaje inclusivo y autónomo, al permitir a los estudiantes desarrollar habilidades matemáticas sin depender de la visión.

Dentro de las investigaciones relacionadas con la discapacidad intelectual, se destaca el trabajo de Martínez (2019), quien identificó diversas dificultades en estudiantes con síndrome de Down en aspectos como la memoria, la elección de estrategias para resolver problemas y la habilidad en operaciones aritméticas. Además, observó problemas en la distinción entre conceptos

cardinales y ordinales, así como en la comprensión de la numerosidad y el sentido numérico. Para abordar estas dificultades, el autor propuso actividades basadas en el uso de materiales concretos y la expresión corporal, lo cual ayudó a los estudiantes a mejorar en la comprensión y el uso del lenguaje matemático.

En el ámbito de la discapacidad motora, Arciniegas y Mendoza-Higuera (2023) presentan un caso de adaptación curricular en la enseñanza de operaciones aritméticas para una estudiante con esta discapacidad. Las autoras identificaron que la dificultad de la estudiante para coordinar sus movimientos, así como su limitada familiaridad con actividades escolares, influían en su aprendizaje matemático, afectando el desarrollo de habilidades como el conteo y la comprensión de secuencias numéricas. Para superar estas limitaciones, se implementaron actividades con material concreto, como la recta numérica y juegos de agrupamiento, los cuales fortalecieron su pensamiento matemático y su participación en el aula inclusiva.

Una percepción de Pineda (2018), es que la mayoría de investigaciones en la línea de educación especial en Colombia, exhiben diseños de actividades dirigidos a estudiantes con diagnósticos específicos. Esta realidad genera preguntas críticas, tales como: ¿todos los estudiantes en una misma aula comparten la misma discapacidad?, ¿cómo orientar a un alumno con discapacidad cuando sus actividades difieren de las de su grupo?, ¿el uso de materiales distintos permite una inclusión real en el aula?, y, finalmente, ¿se está realmente apoyando a los docentes en su labor de atender a todos sus estudiantes?

Ante esta situación, la autora identificó la necesidad de ofrecer a los futuros profesores de matemáticas de la UIS un curso que los conectara con la realidad de las aulas. Así, su investigación llevó a que el grupo de Investigación Edumat UIS, desarrollara el proyecto 70783: “Diseños didácticos para la inclusión en matemáticas con la mediación de tecnología: procesos de formación y reflexión con profesores”, con el objetivo de dar acercamientos de cómo implementar propuestas

y regulaciones nacionales para atender la diversidad desde las matemáticas. Lo anterior, a partir de diseños con 4 niveles de profundidad del mismo objeto matemático, pero considerando los diferentes ritmos que se puedan encontrar en el aula de clase. En el capítulo 3 se presenta la propuesta con mayor detalle enfocada al diseño seleccionado por los docentes del estudio.

El logro de la propuesta curricular con diseños y orientaciones para los docentes, fue el producto de trabajos de grado de estudiantes de la licenciatura en matemáticas de la UIS, así como de la colaboración de investigadores del grupo Edumat. Estos trabajos se sintetizan en la Tabla 1, donde se presentan las preguntas problematizadoras y los temas abordados en cada caso.

**Tabla 1:** *Diseños didácticos de la propuesta curricular*

Temática abordada	Pregunta problematizadora	Conjunto de grados	Autores
Longitud y medida	¿Cómo se miden las monedas y billetes colombianos?	1° a 3°	Hernández et al., (2024)
Razones y proporciones	¿Cómo se han resuelto problemas en lo histórico usando razones y proporciones?		Rey (2022)
Patrones y secuencias	¿Cómo organizar las competencias de natación sincronizada?	4° a 5°	Jacome y Parada (2023)
Fracciones	¿Cómo reconocer los ritmos musicales según la medida de sus sonidos y silencios?		Delgado (2023)
Patrones y secuencias	¿Qué relaciones existen entre los números y las figuras?	6° a 7°	Ariza (2023)
Notación científica	¿Cuántas partículas de plástico se encuentran en el medio ambiente?	8° a 9°	Becerra (2023)
Razones trigonométricas	¿Cómo podemos medir las sombras?		Rueda (2023)
Función lineal	¿Cómo las matemáticas pueden ayudarme a entender el consumo del agua en mi hogar?	10° a 11°	Murallas et al. (2024)

Los estudios previos han suscitado interrogantes de saber cómo se han configurado los espacios de formación docente en relación con la atención a la diversidad, en particular para profesores de matemáticas en servicio. Esto ha llevado a plantear el siguiente apartado, en el que se vinculan los dos ejes centrales de esta investigación: la formación continua de profesores de matemáticas y la atención a la diversidad.

### **1.3 Formación de profesores de matemáticas sobre atención a la diversidad**

Las investigaciones nacionales y locales que se han unido a perspectivas internacionales, asumen como punto central la reflexión en la formación de profesores, a través de la conformación de CoP para reflexionar sobre la atención a la diversidad en clase de matemáticas. Entre las nacionales se destaca la de Castro (2022), quien abordó el desarrollo profesional docente a través de procesos reflexivos, identificando la importancia de las CoP como un espacio para la reflexión conjunta, en donde los maestros discuten y comparten sus experiencias en el aula, favoreciendo la adaptación de sus estrategias para atender la diversidad.

Sin embargo, el autor observa que estos espacios de reflexión carecen de una vinculación directa con las problemáticas del aula planteadas por los propios docentes, y sugiere que la formación continua debería basarse en problemas reales que permitan una transformación efectiva de las prácticas docentes hacia una enseñanza inclusiva. Menciona además que, a medida que el sistema educativo valora la diversidad como una oportunidad de aprendizaje, las diferencias entre los estudiantes dejan de ser vistas como obstáculos. Es así que, este enfoque otorga a los docentes un papel esencial en este proceso debido a que su actuación requiere:

Compromiso (voluntad de ayudar a todos los alumnos), afecto (entusiasmo y cariño hacia los alumnos), conocimiento de la didáctica de la materia enseñada (hacerla accesible para todos), múltiples modelos de enseñanza (flexibilidad y habilidad para resolver lo imprevisto), reflexión sobre la práctica y trabajo en equipo que promueva el aprendizaje (Castro, 2022, p. 81).

Entre los estudios locales, se reportan el de Velasco (2022) y Mejía (2022) las cuales hicieron uso del modelo de Reflexión y Acción de Parada (2011), concluyendo con un aporte significativo hacia la caracterización de significados en el Pensamiento Reflexivo (PR) del docente. Las autoras posibilitaron espacios de reflexión en CoP a docentes del departamento de Santander, sobre la enseñanza para estudiantes con características particulares y cómo esto transformaba el PR del docente, convirtiéndose en herramientas cognitivas y didácticas para su práctica educativa.

Por su lado Mejía (2022), se preocupó por la formación de profesores de matemáticas de escuelas rurales, preguntándose qué significados lograban negociar al reflexionar con otros sobre la selección y uso de recursos en época de pandemia. Su interés fue dado a partir de la contingencia del COVID-19, en donde los estudiantes de escuelas rurales tienen poco acceso a diferentes recursos que les permita una educación virtual, convirtiéndose en una necesidad educativa que en algunas ocasiones inhibe el acceso a la educación. Su estudio reportó que el recurso más utilizado por los profesores para sus clases fueron los vídeos y, que este, algunas veces es usado sin reconocer sus alcances en el aula.

De manera similar, Velasco (2022) trabajó con una CoP de profesores de matemáticas de instituciones educativas urbanas, alrededor de la atención a la diversidad. La autora, al ver las necesidades que manifestaban los docentes hacia las normativas nacionales en torno a cómo aplicarlas en el aula y atender esta diversidad, fomenta un proceso de reflexión hacia la planeación de actividades que tuvieran en cuenta las orientaciones del Diseño Universal del Aprendizaje (DUA) reglamentado en el Decreto 1421.

Sus resultados mostraron significados negociados en el pensamiento didáctico del docente alrededor de ofrecer a los estudiantes mediante las actividades planteadas: múltiples formas de representación y múltiples formas de acción y expresión (principio I y II del Diseño Universal del Aprendizaje – DUA). Finaliza su investigación con una interpretación del DUA hacia las matemáticas, la cual fue considerada para el desarrollo del presente estudio como análisis del pensamiento reflexivo de los profesores. Aunque se observan avances en la comprensión y uso del DUA, su estudio concluye en que se deben proporcionar ejemplos concretos que faciliten a los docentes un primer acercamiento a estas políticas en la práctica cotidiana.

Con base a lo expuesto, se asume que uno de los objetivos principales de los programas de formación continua, es aportar en los procesos de aprendizaje de los estudiantes mediante la

actualización permanente de sus profesores. No obstante, es necesario desarrollar investigaciones que integren problemas reales del aula planteados por los propios profesores, y que ofrezcan herramientas prácticas para la atención a la diversidad. Por esta razón, en el presente estudio se emplearon los diseños del proyecto 70783 como recursos concretos para facilitar el uso de políticas de inclusión en el aula.

Además, al analizar los resultados de las investigaciones de Mejía (2022) y Velasco (2022), se percibió que el modelo de Reflexión y Acción (R-y-A) de Parada (2011) sería una herramienta teórica y metodológica para guiar el análisis de los datos, con la finalidad de caracterizar los significados negociados por profesores de matemáticas en ejercicio que reflexionan sobre la atención a la diversidad en el aula, basados en la propuesta curricular. A continuación, se presenta una descripción de este modelo.

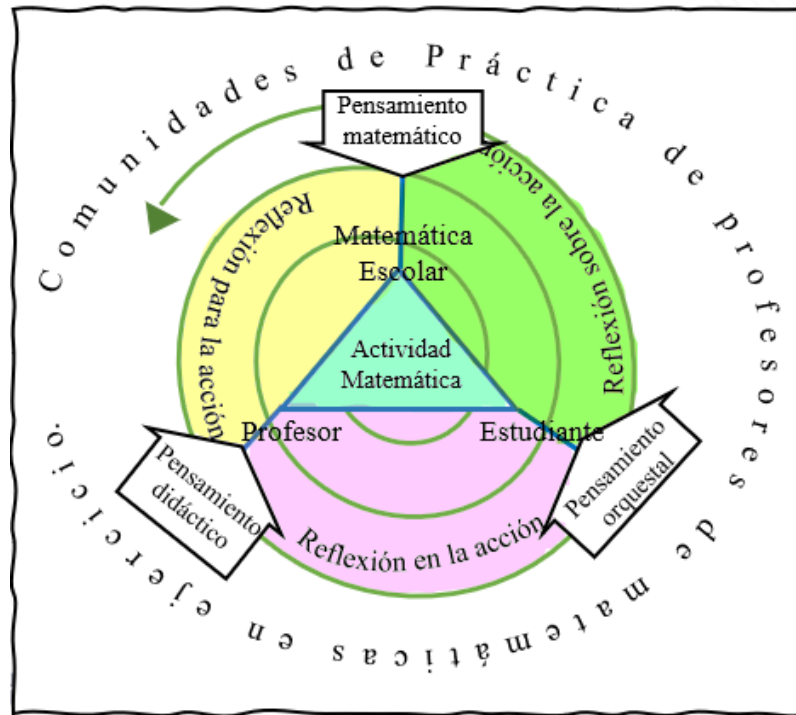
## **2. Aspectos teóricos y conceptuales**

El estudio que se expone aquí, se desarrolló bajo las orientaciones metodológicas y conceptuales del modelo de Reflexión y Acción (R-y-A) de Parada (2011), que se enmarca en la teoría social de las Comunidades de Práctica expuesta por Wenger (1998). Además, se incluyen elementos conceptuales que fueron necesarios para el análisis de los resultados en cada uno de los componentes del PR: desde el PM se incluyen aspectos curriculares y conceptuales sobre “longitud y medida” por ser este el objeto matemático que emergió con los profesores participantes. Y, desde los pensamientos didáctico y orquestal, se incluyen las orientaciones del DUA, al ser la herramienta teórica usada en los diseños didácticos de la propuesta curricular con relación a la atención a la diversidad en clase de matemáticas.

En la Figura 1, se presenta un esquema tomado y adaptado de la metodología R-y-A (Parada, 2011) que permite detallar los elementos que componen el modelo, leyéndose de adentro hacia

afuera, centrando la atención en la reflexión sobre la Actividad Matemática (AM) pensada para la enseñanza del concepto de longitud y medida atendiendo la diversidad del aula.

**Figura 1:** Esquema del modelo de Reflexión-y-Acción



## 2.1 Comunidades de práctica

Como se mencionó, el modelo se enmarca en la teoría social de las Comunidades de práctica (CoP) de Wenger (1998) quien las describe como un entorno en constante evolución, donde un grupo de individuos se reúnen para compartir preocupaciones e intereses sobre un tema específico y comprensión a través del trabajo colaborativo. Para efectos de esta investigación, la CoP fue conformada por profesores de matemáticas en ejercicio, y la construcción de aprendizajes se promovió mediante acciones e interacciones entre los miembros de la comunidad teniendo en cuenta adaptaciones que realizaban en pro de la actividad matemática mientras atendían la diversidad. Lo que requería de una participación constante, compromiso y responsabilidad.

Las CoP pueden llevarse a cabo tanto en entornos físicos como virtuales, y en ambas modalidades es fundamental la presencia de un moderador, el cual es responsable de identificar los temas de interés común para facilitar el intercambio de experiencias y promover la negociación de significados. La autora del presente estudio, representó un papel dual siendo investigadora y moderadora de la CoP al mismo tiempo, planificando las dinámicas con relación al objetivo de investigación. Un aspecto relevante en las CoP es que emplean como estrategia el aprendizaje colaborativo dado por interacciones entre los participantes de manera recíproca. Este aprendizaje es desarrollado de manera gradual y se da mediante la negociación de significados, la participación y la cosificación.

### ***2.1.1 Negociación de significados***

Wenger (2001) describe esta negociación de significados como los constantes reajustes con el contexto cultural en el que se produce, ya que no es un consenso de conceptos o solo recepción de información de una sola persona, por el contrario, son construidos mediante las reflexiones propias, participaciones y los saberes de los demás a partir de un trabajo colaborativo, intercambio de ideas y experiencias con los miembros de la CoP.

Esta acción es el enfoque del estudio que da respuesta a la pregunta de investigación, mediante el intercambio de ideas en los momentos de reflexión alrededor de la enseñanza de la longitud y la medida: reconociendo y evidenciando los procesos matemáticos involucrados, buscar diferentes estrategias o adaptaciones que consideren pertinentes para la práctica educativa y, la selección de recursos necesarios para promover actividad matemática. Lo anterior, fueron las evidencias que se analizaron y caracterizaron como un significado negociado. A partir de lo aprendido y consensado en la CoP, los profesores lograron realizar productos de su práctica, que es llamado cosificación.

### **2.1.2 *Cosificación***

Parada (2011) toma esta palabra del inglés “reification” de Wenger (1998) y la relaciona con hacer cosa, es decir, es cuando el docente logra reflexionar constantemente para poder así diseñar, representar, codificar, utilizar, realizar adaptaciones a los diferentes recursos que usa para promover la actividad matemática. La cosificación no se limita a la creación de resultados tangibles, sino también son las prácticas y experiencias compartidas por los miembros de la CoP al hacer parte de un proceso de participación constante en la creación de significados mutuos.

### **2.1.3 *Participación***

Esta acción para Wenger (1998) constituye como el fundamento teórico de las CoP, ya que involucra un proceso complejo que abarca acciones, conversaciones, reflexiones, emociones y el sentido de pertenencia. Cada profesor muestra su interés expresando sus ideas, interactuando y comunicándose de manera activa con los otros miembros desde sus experiencias de aula. En concordancia con estas ideas, se buscó que la participación en la CoP conformada, no se limitara a estar presente en las actividades o inscribirse con el propósito de recibir información. Más bien implicó que, cada miembro aportara sus conocimientos, tanto de lo que conoce como lo que desconoce de la noción de longitud y su medida y, como a partir de estos conceptos atiende la diversidad de sus estudiantes.

Estas dos últimas acciones (cosificación y participación) son duales en el proceso, ya que, como lo menciona Wenger:

[...] la participación y la cosificación se dan conjuntamente. El resultado es que el diseño no puede suponer simplemente una disyuntiva entre las dos. No podemos suponer que la cosificación se traducirá en una práctica sin problemas y la participación no se coordinará necesariamente suficiente para constituir un diseño. (2001, p. 276)

De la misma forma, Lave y Wenger (1991) evidencian dos etapas por las que transita un participante cuando ingresa a la CoP, la periférica, cuando al ingresar no se integra de forma

inmediata, sino que, a medida que va participando en las actividades se incorpora más en la CoP y la participación plena, ya es cuando el participante se siente con más confianza y expresa sus ideas activamente hablando, pensando, reflexionando, sintiendo, haciendo y permaneciendo en la CoP. No obstante, en el presente estudio se toma la clasificación hecha por Parada (2011), apoyada en Lave y Wenger (1991) de acuerdo a los comportamientos de los participantes en las actividades sincrónicas y asincrónicas así:

- Periférico asincrónico: quien se registró en el sitio Web y entraba para usar recursos, pero nunca asistió a las sesiones sincrónicas.
- Periférico sincrónico: asistió, al menos una vez, a las sesiones sincrónicas hechas en la plataforma de zoom, pero no se registró en el sitio web.
- Periférico sincrónico y asincrónico: asistió al menos una vez a las sesiones sincrónicas y se registró en el sitio web.
- Ocasional sincrónico: asistió por lo menos a la mitad de las sesiones sincrónicas, pero no se registró en el sitio Web.
- Ocasional sincrónico y asincrónico: asistió por lo menos a la mitad de las sesiones sincrónicas y se registró en el sitio Web.
- Frecuente sincrónico: asistió a la mayoría de sesiones, pero no se registró en el sitio web.
- Frecuente sincrónico y asincrónico: desarrolló las actividades, y de manera cohibida compartía sus experiencias de reflexión; socializaba muy poco en el sitio web.
- Permanente asincrónico: tuvo una participación continua a través de correo electrónico, WhatsApp, y/o en el sitio Web.
- Participante pleno: quien participó activamente, tanto en las actividades sincrónicas como asincrónicas, en la medida de sus posibilidades y habilidades.

Es importante mencionar que, esta clasificación ayudó a seleccionar los casos representativos de la CoP con mayor participación. Es decir, los que se han clasificado como miembros frecuentes y plenos, porque se tiene más evidencia sobre el desarrollo de su pensamiento reflexivo. Esta participación no solo dependía de las contribuciones del participante a la CoP sino

también de la comprensión sobre la práctica, que aparece gracias al contacto con los demás participantes de la CoP, generando cambios en sus aprendizajes.

## **2.2 Elementos del modelo de Reflexión y Acción**

El modelo es basado en dos ideas fundamentales: la reflexión, que es entendida como la revisión del actuar permitiéndole al profesor analizar sus implementaciones, logrando corregir, mejorar y potenciar los conocimientos que tiene y experiencias a favor del aprendizaje y enseñanza de las matemáticas; y la acción, la cual se entiende como el actuar del docente en sus prácticas profesional sobre la cual se reflexiona para favorecer y promover actividad matemática.

### **2.2.1 Actividad Matemática (AM)**

En el centro del modelo se ubica la Actividad Matemática (AM) que se promueve de las interacciones del triángulo pedagógico (descrito por Saint-Onge en 1997): profesor, estudiante y matemática escolar. Teniendo en cuenta que, la investigación está orientada hacia el desarrollo profesional, es importante que el docente reflexione sobre su propia AM para poderla promover en todos sus estudiantes considerando sus características particulares.

En esta línea, el modelo define esta actividad matemática, considerando las ideas de Chevallard et al. (1998), el cual identifica tres maneras de promoverla: i) utilizando matemáticas conocidas, al resolver problemas con herramientas conocidas; ii) aprendiendo y enseñando matemáticas para abordar cuestiones desconocidas, donde los profesores desempeñan un papel importante al ayudar a los estudiantes a adquirir estos recursos; y, iii) creando matemáticas nuevas, teniendo en cuenta que quienes utilizan o enseñan matemáticas también contribuyen a esta creación al adaptar modelos existentes a sus necesidades específicas.

Dentro de la CoP conformada para el estudio, los profesores desarrollaron su PR sobre la AM pensada hacia la noción de longitud y su medida, lo cual implicaba la capacidad de reconocer cualidades como largo, ancho, matematizar situaciones que involucran procesos de medición por

medio de la estimación y los instrumentos de medida, ya sea transformando problemas reales en problemas matemáticos o reorganizando significados para su comprensión y aplicación. Lo anterior, se llevó a cabo durante tres procesos de reflexión.

### **2.2.2 *Procesos de reflexión***

Para Dewey (1989), la reflexión es una secuencia de propósitos organizada de forma progresiva, donde cada idea surge de la anterior y conduce a la siguiente, creando un flujo lógico y coherente. En este sentido, la reflexión en los profesores de matemáticas se activa cuando, en su práctica profesional, enfrentan retos o problemas que no pueden resolver de manera inmediata (Parada, 2011), lo que genera un sentimiento de incertidumbre que los impulsa a analizar su práctica, ya sea durante o después de la acción.

Parada (2011), Castro (2021) y Parada y Fiallo (2022) coinciden en que la reflexión se convierte en un proceso dinámico y complejo, que permite la resolución de conflictos y, ofrece oportunidades para revisar y mejorar las prácticas docentes. Este enfoque facilita en los profesores la capacidad de reconocer, repensar y reconstruir diversas formas de enseñar matemáticas. Dado que la investigación buscaba promover procesos de reflexión en los docentes sobre los diseños que atienden la diversidad, se fomentaron reflexiones en los tres momentos clave: reflexión para la acción (antes de la clase), reflexión en la acción (durante la clase) y reflexión sobre la acción (después de la clase).

**2.2.2.1 Reflexión para la acción.** La autora del modelo, basándose en las ideas de Dewey (1989), menciona que este proceso tiene lugar antes de la clase, específicamente durante la planificación. En este momento, se establece una relación entre la matemática escolar y el rol del profesor (véase la Figura 1, color amarillo). Es aquí, donde el maestro selecciona los recursos que utilizará para presentar los conceptos de manera precisa y accesible a sus estudiantes, anticipará posibles desafíos de aprendizaje y considerará alternativas para abordarlas (Parada, 2011).

Para la investigación, se promueve la colaboración en la búsqueda de adaptaciones hacia el diseño, facilitando la negociación de significados entre los miembros de la CoP en relación con la enseñanza de la noción de longitud y su medida. Posteriormente, los docentes materializaron esta reflexión en sus planeaciones, estructurando cómo enseñar este concepto, y planteando qué recursos usar y cómo usarlos considerando las características particulares de sus estudiantes.

**2.2.2.2 Reflexión en la acción.** Este segundo proceso de reflexión es descrito como aquel que ocurre durante la clase, específicamente cuando el profesor está llevando a cabo una acción en respuesta a lo que se presenta en el aula de clase con sus estudiantes (véase la Figura 1, color morado). El propósito es identificar cómo el conocimiento en la acción podría haber dado lugar a un resultado inesperado. Este proceso se compone de elementos tanto intuitivos (emocionales, creativos, etc.) como racionales (selección y análisis de información) que se combinan para ajustar la intervención del profesor durante la práctica.

En la investigación que se reporta, en este momento de reflexión, se evidenciaron ciertas dificultades y fortalezas en el pensamiento reflexivo de los profesores que los llevaron a actuar de manera improvisada o de formas rutinarias tal como lo expresa Parada (2011). Haciendo que, las situaciones que no coincidían con su conocimiento previo, los llevara a enfrentarse a una fase de reflexión. En otras palabras, esta reflexión en la acción se desencadenó cuando los docentes no anticiparon la situación en la reflexión para la acción.

**2.2.2.3 Reflexión sobre la acción.** El último momento cumple con una función crítica y evaluativa y, se lleva a cabo después de la clase. Durante este proceso de reflexión, el profesor realiza una comparación entre lo que había planificado para la clase y lo que realmente ocurrió (véase la Figura 1, color verde). Además, reflexiona sobre las situaciones imprevistas que surgieron durante la clase y desarrolla estrategias de acción futuras para abordarlas.

Durante el desarrollo del diplomado, la reflexión sobre la acción se dio mediante el compartir de los episodios significativos que los profesores seleccionaban, queriendo mostrar el actuar de ellos o de sus estudiantes ante ciertas situaciones. Esta reflexión permitió que tomaran conciencia de sus conocimientos y estrategias que aplicaban en su enseñanza, comparándolas con los demás, para así, consolidar algunos significados en su pensamiento reflexivo.

### **2.2.3 *Pensamiento reflexivo (PR) del docente***

Como se mencionó en el capítulo de revisión de la literatura, varios estudios han abordado la cuestión de “¿qué necesitan saber y dominar los profesores de matemáticas con respecto a la enseñanza?” Sin embargo, Parada y Fiallo (2022) destacan, que en algunas ocasiones no se tiene en cuenta la realidad y las opiniones de los docentes y se hacen muchos supuestos al respecto dentro de la investigación, porque no se trata de crear un currículum para enseñarlo todo, sino de preguntarse: “¿cómo saber qué es lo que un profesor necesita dominar realmente?” (p. 44)

Es así, que Parada (2011) en la propuesta de su modelo destaca que, la idea principal de la formación de profesores no es acumular conocimientos matemáticos, sino, desarrollar un Pensamiento Reflexivo (PR). Es decir, que el docente sea capaz de reflexionar sobre los aprendizajes que tiene y, los use para resolver problemas prácticos, cognitivos, didácticos, entre otros tipos que se generan en el aula. La autora también menciona que durante los tres procesos de reflexión (para-en-sobre) se evidencia este PR movilizado por sus propios saberes para la construcción de otros, y se da a partir de tres pensamientos: matemático, didáctico y orquestal.

**2.2.3.1 Pensamiento matemático (PM).** En el modelo, no se hace referencia al conocimiento matemático sino al pensamiento matemático del docente. Esto significa que el interés no radica únicamente en conocer la cantidad de matemáticas que el profesor sabe, sino en comprender cómo utiliza y modifica ese conocimiento en su práctica docente. Por ende, este pensamiento se manifiesta cuando el docente emplea lo que sabe sobre diversos conceptos

matemáticos en actividades como la creación de tareas, la selección y uso de recursos, la comunicación en el aula, la adaptación curricular y la evaluación. Por lo tanto, se considera fundamental que el docente, antes de la clase, reflexione sobre si los objetos matemáticos son completamente dominados por él y que, durante la clase, su PM se confronte con situaciones inesperadas o preguntas que no se habían previsto.

En esta investigación, el PM se vinculó con el objeto matemático derivado del diseño seleccionado por los profesores representativos de la CoP, el cual se centró en la noción de longitud y su medición, así como en otros conceptos relacionados con el diseño. Esto implicó relacionar el PM con los pensamientos métrico y espacial. Según el Ministerio de Educación Nacional de Colombia (MEN, 2006), estos dos pensamientos pueden desarrollarse desde la educación preescolar y básica primaria a través de actividades de reconocimiento y estimación, extendiéndose posteriormente a los niveles de educación media y superior.

Al respecto, el National Council of Teachers of Mathematics (NCTM, 2000) menciona que la enseñanza de estos dos pensamientos debe relacionarse con la habilidad para aplicar conocimientos de medida en la resolución de problemas reales. Es decir, la enseñanza debe permitir que los estudiantes reconozcan las figuras geométricas y, comprendan el uso práctico de la medida en situaciones cotidianas, desde la estimación y comparación, hasta la precisión con el uso adecuado de instrumentos de medida en la obtención de asignaciones numéricas.

Por su parte, el MEN (1998) en los Lineamientos curriculares de Matemáticas establece que el pensamiento métrico desarrolla la capacidad de estimar magnitudes y cuantificarlas relacionándose con conceptos como: magnitudes (longitud, superficie, volumen, masa y tiempo), medida (estimación, unidades de medida, instrumentos de medida), precisión, exactitud entre otros. Mientras que, el pensamiento espacial lo relaciona con la capacidad para visualizar y manipular figuras geométricas, reconocer sus propiedades, y utilizarlas para resolver problemas.

Esta unión de los pensamientos se realiza debido a que, en el diseño didáctico se pretendía que los estudiantes desarrollaran la capacidad de reconocer atributos medibles y características de las figuras geométricas involucradas en las actividades (rectángulo y círculo). De esta forma, podrán comparar, ordenar y medir sus longitudes mediante procesos de estimación, aproximación y el uso de instrumentos y unidades estandarizadas.

Con relación a los Estándares Básicos de Competencias (MEN, 2006), la longitud y su medida son estudiados desde 1° de básica primaria relacionándose con (p. 80):

- Reconozco figuras geométricas y algunas.
- Comparo objetos del entorno y establezco semejanzas y diferencias empleando características geométricas de las formas bidimensionales y tridimensionales (Curvo o recto, abierto o cerrado, largo o ancho, bajo o alto, número de lados, número de caras, entre otros).
- Reconozco en los objetos propiedades o atributos que se puedan medir (longitud, área, volumen, capacidad, peso y masa) y, en los eventos, su duración.
- Comparo y ordeno objetos respecto a atributos medibles.
- Realizo estimaciones de medidas requeridas en la resolución de problemas relativos particularmente a la vida social, económica y de las ciencias.
- Realizo y describo procesos de medición con patrones arbitrarios y algunos estandarizados, de acuerdo al contexto.
- Analizo y explico sobre la pertinencia de patrones e instrumentos en procesos de medición.
- Reconozco el uso de las magnitudes y sus unidades de medida.

Esto implica iniciar con actividades de reconocimiento y manipulación de atributos presentes en las figuras geométricas, con la finalidad de generar comparaciones por tamaños o cualidades en las longitudes. Para posteriormente, ofrecer actividades de estimación de longitudes de objetos cotidianos, relacionándolos con referentes conocidos. A partir de estas estimaciones, se les puede guiar para comparar longitudes y, eventualmente, utilizar instrumentos y unidades de medida para verificar sus estimaciones numéricas.

De acuerdo a ello, proponer una articulación entre los pensamientos métrico y espacial es posible (Clements y Sarama, 2009; Araujo, 2020), considerando que las actividades de medición

se pueden realizar una vez que los estudiantes han reconocido las longitudes y sus características en las figuras geométricas. Por tanto, los docentes deben promover la identificación de las magnitudes presentes en figuras geométricas y a interactuar con ellas, vinculándolas con sus experiencias previas.

En este contexto, Araujo (2020) afirma que el desarrollo de estos dos pensamientos en los docentes de matemáticas se asocia con: i) el conocimiento de los conceptos geométricos y espaciales, como las propiedades de las figuras y sus cualidades (largo, ancho, corto, alto), tanto en la geometría plana como en la tridimensional; ii) el sentido de la medida, mediante la comprensión de magnitudes, la estimación, y el uso adecuado de instrumentos y unidades de medida; y, iii) conocer cómo los aspectos geométricos se relacionan con su medición.

Estas ideas fueron fundamentales para analizar y reportar los significados negociados con los profesores seleccionados durante el desarrollo del diplomado, fomentando discusiones que movilizaran su PM en torno a la enseñanza de estos conceptos. Además, este pensamiento también se vio modificado en la búsqueda de estrategias para atender la diversidad de sus estudiantes, lo que influyó en la negociación de significados. Como resultado, al inicio de cada apartado del capítulo 4, se presenta una breve introducción a las consideraciones matemáticas de los términos o conceptos relacionados con los significados negociados por los docentes.

**2.2.3.2 Pensamiento didáctico (PD).** Se evidencia cuando el profesor se plantea cómo abordar de maneras diferentes los contenidos matemáticos, con el fin de hacerlo más comprensibles para todos los estudiantes. Lo anterior, implica: exploración de propuestas pedagógicas y didácticas, estrategias, ilustraciones, ejemplos, explicaciones y demostraciones para lograr hacer adaptaciones. Según Luque y Romero (2002, citado por Bautista y Mantilla, 2007), estas adaptaciones se pueden entender de dos tipos: significativas, entendidas como las modificaciones hechas directamente al currículo, ya sean a los objetivos, competencias estándares

o criterios de evaluación; y, no significativas, relacionadas los ajustes de tamaño, recursos, formas de presentar la información y modificaciones al tiempo de actividades, entre otras.

Además, los autores mencionan que las adaptaciones se realizan como resultado de los ajustes que se deben hacer en respuesta a las necesidades educativas de los estudiantes. Acorde a ello, Pineda (2018) menciona que, las adaptaciones significativas representan una estrategia necesaria para abordar la diversidad del aula, implicando una revisión del currículo para asegurar que se consideren las necesidades de todos los estudiantes, en concordancia con esto, Parada (2019) afirma que, para pensar en adaptaciones curriculares, los profesores de matemáticas deben conocer a sus estudiantes, para planear las actividades ajustadas a sus particularidades.

Es así que, además de reflexionar y negociar significados acerca de la noción de longitud y su medida, se buscaba problematizar con los profesores de cómo ellos lo enseñarían. Para ello, se propusieron actividades como: conferencias, preguntas y lecturas alrededor de propuestas educativas y normativas políticas sobre la atención a la diversidad, debates centrados en la enseñanza del objeto matemático del diseño, reflexiones sobre las adaptaciones significativas y no significativas y, la forma de evaluar a los estudiantes considerando sus características.

Cabe mencionar que la investigación, desde el inicio estuvo enfocada en la atención a la diversidad, lo que permitió negociar significados del PD desde las primeras sesiones del diplomado. Para el análisis de este pensamiento, se consideró la enseñanza del objeto matemático de acuerdo a lo expuesto en el apartado anterior y, las propuestas reglamentadas en el decreto 1421 (MEN, 2017), que dan orientaciones para atender a todos los estudiantes en el aula mediante el Diseño Universal del Aprendizaje (DUA) y el Plan Individual de Ajustes Razonables (PIAR). El objetivo fue que los docentes comprendieran que cada estudiante puede desarrollar los pensamientos métrico y espacial a su propio ritmo, favoreciendo una enseñanza inclusiva y adaptada a las necesidades y capacidades individuales.

➤ *Diseño Universal del Aprendizaje (DUA)*: Esta propuesta nacional fue considerada en la investigación debido a: i) la imposición que se está llevando a cabo en los colegios de las normativas sobre inclusión (Velasco, 2022) sin ofrecer ejemplos de su uso e implementación en las aulas de clase, provocando ciertas dificultades en los docentes; y ii) la creación de los diseños del proyecto 70783, bajo estas orientaciones como un primer acercamiento a las políticas desde las matemáticas.

En este sentido, el DUA según CAST (2011), representa una forma innovadora de estructurar el currículo, alejándose de un enfoque único y rígido, y proponiendo entornos de aprendizaje flexibles que incluyan a toda la diversidad de estudiantes, incluyendo aquellos que se encuentran en los extremos de una curva de “normalidad”. En línea con esta visión, el MEN (2017), ha reglamentado, a través del decreto 1421, definiciones y orientaciones para que los docentes atiendan a toda la población estudiantil mediante la adopción del DUA, así:

Propuesta pedagógica que facilita un diseño curricular en el que tengan cabida todos los estudiantes sin discriminación alguna, a través de objetivos, métodos, materiales, apoyos y evaluaciones formulados partiendo de sus capacidades y realidades. Permite al docente transformar el aula y la práctica pedagógica y facilita la evaluación y seguimiento a los aprendizajes. (MEN, 2017, p. 4).

Esta definición es tomada para la presente investigación, porque se considera que aporta dos elementos significativos para atender la diversidad: i) por un lado, elimina la distinción entre estudiantes con discapacidad y estudiantes sin discapacidad; y, ii) y por otro, cambia el foco de la discapacidad desde el estudiante, hacia los materiales y el currículo en su conjunto. Esta perspectiva permite que la atención a la diversidad sea vista como una responsabilidad de todos los actores del sistema educativo y no como una excepción. De allí, el uso del DUA se convierte en una estrategia fundamental para las dinámicas dentro de la CoP, posibilitando que el docente busque cómo cada estudiante, puede alcanzar el desarrollo de los pensamientos métrico y espacial, a través de ajustes que se adapten a sus necesidades y contextos específicos.

De acuerdo a las interpretaciones dadas en Pastor, et al., (2011), Pastor (2018) y Velasco (2022) de los tres principios y nueve pautas que conforman el DUA, se hizo una vinculación con la enseñanza de la noción de longitud y la medida tal como se expone en la Tabla 2, para servir como análisis de los pensamientos didáctico y orquestal de los profesores participantes. Cabe mencionar que, se da prioridad sobre las orientaciones del DUA, sin embargo, se incluyen elementos del PIAR para analizar adaptaciones significativas necesarias en algunos estudiantes.

➤ Plan Individual de Ajustes Razonables (PIAR): Este plan es un complemento al DUA, aplicado cuando el profesor observa que los estudiantes continúan teniendo dificultades para aprender (Figueroa et al., 2019), proporcionando herramientas para adaptar el currículo a dichos estudiantes. La implementación se lleva a cabo durante todo el año escolar y se desarrolla en el aula junto con los demás estudiantes.

Para construirlo, es importante considerar desde el área de matemáticas: las características del estudiante, una evaluación pedagógica, definir metas y objetivos de aprendizaje, tener en cuenta aprendizajes como el dominio del lenguaje oral y escrito, manejo de las operaciones básicas, ubicación en el espacio, creatividad, relaciones interpersonales, interculturales y sociales, y la autonomía en sus actividades (Figueroa et al., 2019). Es importante resaltar que, algunas orientaciones de las anteriores propuestas también se ven reflejadas en el PO del docente, por ejemplo, el ofrecer múltiples opciones para percibir información implica llevar diversos recursos que representen el objeto matemático de otras formas y, su orquestación en el aula influye en la forma de cómo lo percibe el estudiante.

**Tabla 2:** Principios y pautas del DUA en la enseñanza de la longitud y la medida

	<b>Pauta 1</b> <i>Percibir la información</i>	<b>Pauta 2</b> <i>El lenguaje y los símbolos</i>	<b>Pauta 3</b> <i>La comprensión</i>
<b>Principio 1:</b> <b>Proporcionar múltiples formas de representación</b>	Utilizar gráficos grandes y claros, herramientas visuales como reglas o cintas métricas. Si algún estudiante tiene dificultades visuales, ajustar el tamaño de la letra y usar colores contrastantes. Acompañar las actividades con instrucciones verbales claras, asegurando que el ritmo sea adecuado para todos.	Introducir los símbolos y términos matemáticos de manera asequible. Por ejemplo, cuando los estudiantes midan explicarles qué significan las siglas cm o mm y, cómo estos se relacionan con lo que están midiendo. Utilizar ejemplos concretos, de cómo comparar la longitud de un billete con la de otros objetos, para que hacer conexiones entre lo abstracto y lo concreto.	Activar conocimientos previos sobre situaciones en las que los estudiantes han visto a alguien medir. Luego, usar estos ejemplos para enseñarles cómo medir con una regla. Introducir las actividades de manera gradual, comenzando con la estimación de longitudes ("¿Cuál billete crees que es más largo?") antes de usar instrumentos de medición.
	<b>Pauta 4</b> <i>Medios físicos de acción</i>	<b>Pauta 5</b> <i>Expresión y la comunicación</i>	<b>Pauta 6</b> <i>Funciones ejecutivas</i>
<b>Principio 2:</b> <b>Proporcionar múltiples formas de acción y expresión</b>	Permitir que los estudiantes elijan cómo expresar sus respuestas. Algunos pueden escribir los números de las mediciones, otros explicar con gráficos o incluso verbalmente cómo llegaron a sus resultados. Además, posibilitar el uso de materiales como los billetes y reglas para explorar físicamente cómo se mide.	Fomentar el uso de diferentes medios de comunicación para que compartan sus resultados. Algunos podrían preferir usar sus cuadernos, otros de manera verbal o en las guías de trabajo. Buscar cómo presentar sus hallazgos al resto de la clase, ya sea hablando o mostrando sus resultados en el tablero.	Ayudar a los estudiantes a planificar y organizar sus tareas de medición. Invitarlos a pensar en los pasos que seguirán para medir un objeto y, luego decidir cómo estimarán antes de medir con precisión. Este proceso de planificación les enseñará a abordar las tareas de manera estratégica, lo que les ayudará a organizar mejor sus ideas y acciones durante las actividades.
	<b>Pauta 7</b> <i>Captar el interés</i>	<b>Pauta 8</b> <i>Esfuerzo y la persistencia</i>	<b>Pauta 9</b> <i>Autorregulación</i>
<b>Principio 3:</b> <b>Proporcionar múltiples formas de implicación</b>	Motivar a los estudiantes usando ejemplos, actividades de visualización y objetos de su entorno cotidiano, como monedas y billetes, que ellos reconocen y manejan a diario. Se pueden incorporar juegos, vídeos, preguntas para captar su interés hacia el objeto matemático involucrado. Esto fomenta la participación activa de todos.	Comprender que las actividades tienen diferentes niveles de dificultad, por tanto, comenzar con tareas sencillas de estimación, y avanzar gradualmente hacia actividades con precisión usando instrumentos. Proporcionar retroalimentaciones y celebrar logros, para la participación. Es importante que cada uno avance a su propio ritmo, con apoyo adicional a quienes lo necesiten.	Enseñar a reflexionar sobre su propio proceso de aprendizaje proponiendo metas, como un buen recorte de los billetes, el uso adecuado de la regla o completar una actividad en un tiempo determinado. Al final reflexionar sobre lo aprendido y cómo pueden mejorar en futuras actividades. Esto ayudará a la autorregulación y a manejar sus emociones y expectativas en torno al aprendizaje.

**2.2.3.3 Pensamiento orquestal (PO).** En este último pensamiento, Parada (2011) sostiene que es esencial observar cómo los profesores emplean los recursos disponibles en sus prácticas profesionales. En el modelo, se incorporan conceptos de la orquestación instrumental de Trouche (2004) para ilustrar que la "orquestación", hace referencia a la capacidad que tiene el docente para

elegir los recursos que emplea en su clase, actuando como un director de orquesta. Es decir, busca presentar de la mejor manera posible los recursos que tiene a su disposición.

De esta manera, el modelo caracteriza cómo los profesores de matemáticas seleccionan, organizan y utilizan estos recursos en relación con su conocimiento matemático y la actividad matemática a todos sus estudiantes. Lo que implica conocer y entender el propósito de cada recurso, el alcance en el aula, el lenguaje matemático usado y el uso de preguntas y presaberes.

Asimismo, Pineda (2018) enfatiza que este pensamiento es relevante al momento de hablar de diversidad, porque se debe reflexionar acerca de los recursos que son acordes a las características particulares de cada estudiante. Por ello, para su uso y desarrollo dentro de la investigación, el PO fue relacionado con la incursión del diseño didáctico como un recurso que atiende la diversidad en diferentes niveles de profundidad y, además, aquellos materiales (regla, billetes didácticos) que eran necesarios para llevar a cabo la implementación del diseño. De la misma forma, se quería ver el cambio en la metodología considerando que “la incorporación de un nuevo material, requiere que en el docente un rol diferente al tradicional” (Parada y Fiallo, 2022)

De esta manera, los aprendizajes consolidados por los profesores de matemáticas en el marco de la investigación se clasifican en los componentes del pensamiento reflexivo, como: PM necesario para atender la diversidad en el aula, PD para hacer accesible la actividad matemática para todos y, el PO que permite la participación de todos en las actividades matemáticas. Esta categorización refleja la compleja desarticulación de los pensamientos, ya que el análisis, la planificación y el uso del diseño implican una reflexión profunda sobre el objeto matemático (PM) en diversos niveles, las estrategias para fomentar la actividad matemática (PD) y los materiales necesarios para su implementación (PO).

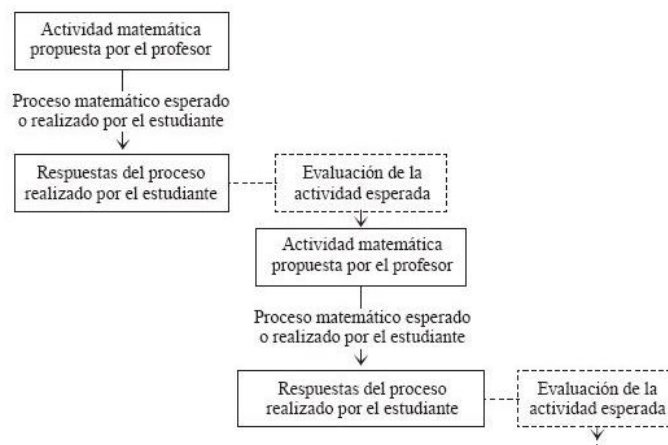
En este contexto, el modelo de Reflexión y Acción (R-y-A) propone diversas herramientas para apoyar los procesos de reflexión de los docentes en las CoP. A continuación, se presenta una descripción breve de estas herramientas, que facilitan el análisis y reflexión docente.

#### 2.2.4 Herramientas de apoyo para el análisis del PR

Parada (2011) sugiere diversas herramientas para facilitar el análisis de los procesos de reflexión de los docentes, entre las cuales se incluyen: rutas cognitivas, planificaciones de clase, videos, y la selección y guía de observación de eventos en clase (episodios).

**2.2.4.1 Rutas cognitivas.** Se basan en la AM que el docente propone, donde detalla los objetivos, posibles respuestas de los estudiantes y los recursos empleados para fomentar el aprendizaje (ver Figura 2). Estas rutas son tanto una herramienta de análisis para el investigador como una herramienta de reflexión para el docente. Por esta razón, se sugiere elaborar dos rutas cognitivas: una de la clase planificada y otra de la clase realizada, con el fin de compararlas.

**Figura 2:** Esquema de una ruta cognitiva



Tomado de Parada (2011, p. 50)

**2.2.4.2 Planificación de clases.** Esta etapa en el proceso de reflexión, es clave para los docentes reflexivos que buscan mejorar su práctica. La planificación debe realizarse antes de entrar al aula porque actúa como una guía para la actividad matemática que se desea promover,

asegurando que el trabajo no se haga de manera improvisada. Además, permite observar los recursos, estrategias, metodologías y adaptaciones que el docente implementa para atender la diversidad en las clases de matemáticas. También facilita la reflexión del profesor al comparar lo planificado con lo realizado, permitiéndole identificar si las actividades propuestas favorecieron el desarrollo de la actividad matemática y si se ajustaron a las necesidades de los estudiantes.

**2.2.4.3 Selección y guía de observación de episodios de clase.** En el proceso de reflexión sobre la acción, es importante la elección de episodios de clase en los que surgieron dudas del docente sobre los conocimientos matemáticos, formas de enseñanza, manera de conducir la clase, preguntas de los estudiantes que desviaron los objetivos y no fueron atendidas, o momentos en que el docente consideró las características particulares de sus estudiantes, promoviendo la actividad matemática de acuerdo con sus estilos y ritmos de aprendizaje.

**2.2.4.4 Videograbaciones de las clases.** Este insumo es recolectado en las implementaciones de clase, ya que esto proporciona información directa y permite identificar episodios que muestren si se promovió o no la actividad matemática. Las videograbaciones complementan la comparación entre las rutas cognitivas de lo planificado y lo que realmente se logró en clase, ayudando a responder preguntas como: ¿qué actividades no se consideraron para fomentar la actividad matemática? ¿qué situaciones hicieron que la clase tomara un rumbo distinto? Estas y otras cuestiones surgen del análisis crítico de las videograbaciones.

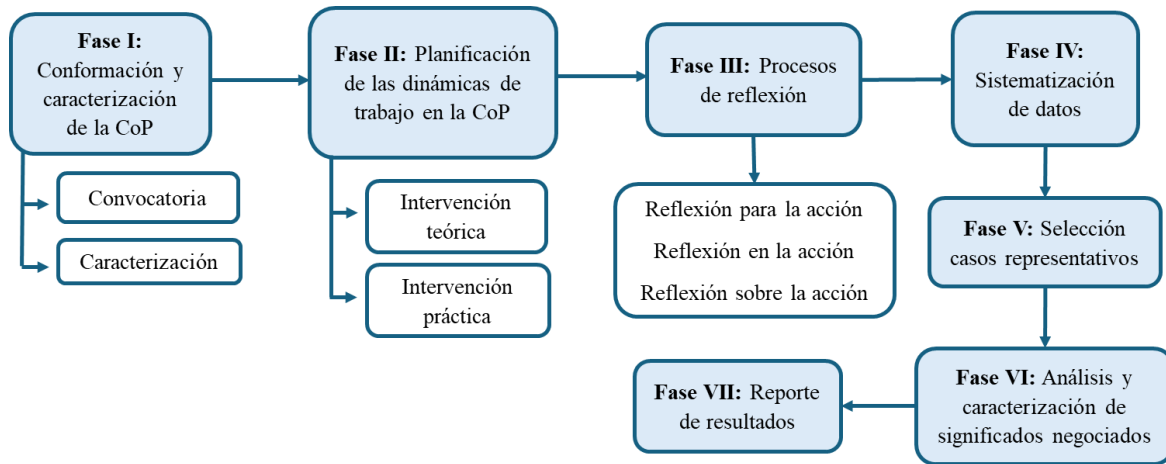
Los elementos del modelo R-y-A se utilizaron como aportes teóricos, metodológicos y de análisis, ya que los procesos de reflexión fueron fundamentales en las fases de la metodología y, los componentes del pensamiento reflexivo se establecieron como categorías de análisis para abordar la pregunta de investigación. Por lo tanto, en el siguiente capítulo se presentará la planificación de las fases que atravesó la investigación para su adecuada realización.

### 3. Aspectos Metodológicos

El estudio presentado puede considerarse una investigación-acción colaborativa, basada en las ideas de Zuber-Skerritt (1992; citado en Parada, 2011), quien sostiene que este enfoque combina investigación y acción práctica en colaboración con una comunidad, centrándose en las perspectivas de los participantes. Su objetivo es la mejora práctica y el cambio social crítico, respaldado por estrategias cualitativas. Elliot (1993) complementa esta visión al definir la investigación-acción como un medio para que los profesores identifiquen problemas educativos y mejoren su práctica.

Por tanto, en esta investigación, la interpretación de “lo que ocurre” se realiza desde la perspectiva de quienes interactúan en la situación problemática, lo que implica reflexión sobre la enseñanza, autoevaluación, integración de teoría y práctica, y diálogo con otros. Además, la investigadora actuó como moderadora de la comunidad de práctica (CoP), facilitando procesos de reflexión orientados a mejorar la práctica educativa y fomentar aprendizajes compartidos.

La recolección de datos se dio dentro de un contexto de formación informal (diplomado) diseñado para fines específicos de este estudio, es decir, usado para seleccionar casos representativos, que ofrecieron información para responder a la pregunta de investigación. Estos datos fueron analizados mediante una codificación de colores, considerando aspectos del objeto matemático del diseño y, las orientaciones nacionales para atender la diversidad. En la Figura 3 se muestra un esquema del proceso planteado el cual se explica fase por fase a continuación.

**Figura 3:** *Proceso metodológico de la investigación*

### 3.1 Fase 1: Conformación y caracterización de la CoP

Para los fines de la investigación se creó un contexto mediante un diplomado llamado “Atención a la diversidad en clase de Matemáticas”, que surtió todos los procesos administrativos requeridos en la universidad para ser ofertado como un programa de extensión de carácter solidario, con el fin de poder certificar a los profesores participantes. Para la conformación se hizo una convocatoria a profesores de Santander, los cuales, después de su inscripción y decisión de participar, se caracterizaron.

#### 3.1.1 Convocatoria para la participación en la CoP

Con el propósito de conformar la Comunidad de Práctica, se lanzó una convocatoria abierta para inscribirse al diplomado creado, dirigido a profesores de matemáticas que estuviesen actualmente laborando en instituciones educativas del departamento de Santander. La divulgación fue por diferentes medios de comunicación (redes sociales, correos electrónicos y mensajes por WhatsApp a profesores participantes del grupo Edumat-UIS), donde se les compartió un póster (véase la Figura 4) que incluía el enlace al formulario de inscripción.

**Figura 4:** *Póster de la convocatoria al Diplomado*

La difusión terminó con la inscripción de 220 profesores de Santander y de otros departamentos de Colombia (Bogotá, Arauca, Bolívar, Norte de Santander y Cesar) e incluso de México. Debido al número de inscritos y el cupo máximo (40) que el proyecto avalado había definido, fue necesario hacer una selección más exhaustiva. Para ello, se preseleccionaron a los profesores que manifestaron en la inscripción, atender en sus aulas estudiantes con alguna necesidad educativa, observando las diversidades identificadas por ellos. Sumado a esto, se buscaba que los docentes laboraran en Santander, puesto que uno de los propósitos de la investigación, era que la investigadora acompañara en los sitios de trabajo a los docentes. La CoP finalmente se conformó con 59 profesores de matemáticas del Departamento de Santander.

### 3.1.2 Caracterización de la CoP

Los medios de inscripción y recolección de requisitos se presentaron como instrumentos para la caracterización de los participantes de la CoP. El *formulario* fue usado para solicitar datos

personales (nombre, edad, género, correo, número de teléfono y sus niveles de educación alcanzados), profesionales (título académico, cantidad de años de experiencia laboral, el nombre de la institución educativa donde ejercen, materias que enseñan y los grados en los que dan clases) y preparación académica en relación con la enseñanza hacia la diversidad de sus estudiantes.

Por otro lado, la *encuesta complementaria* reunió información extra como el municipio en Santander donde laboran, horarios disponibles para la reunión semanal y, una constancia institucional (firmada por alguna autoridad educativa) que corroborara la información dada y los grados a cargo. A continuación, se muestra cómo fueron caracterizados los profesores de acuerdo a estos instrumentos.

**3.1.2.1 Caracterización inicial de la Comunidad de Práctica.** En esta fase metodológica se describen, de manera general, los 59 participantes de la CoP. Sin embargo, es importante mencionar que, la descripción y caracterización de los casos representativos que fueron seleccionados, se detalla en la fase 5.

De los 59 inscritos en la CoP, 43 son mujeres y 16 hombres, cuyas edades oscilan entre los 23 y 66 años. Además, 37 laboran en instituciones educativas públicas y 22 en privadas distribuidos en el departamento de Santander así: Bucaramanga (28), Floridablanca (10), Piedecuesta (2), Girón (5), Lebrija (2), Socorro (2), Vetas (1), San Gil (2), Sabana de Torres (1), La Paz (1), Mogotes (2), Aratocha (1), Concepción (1) y Suratá (1). De secundaria se encontraban 38 docentes y en primaria, 21; enseñaban matemáticas y otras asignaturas como: física, español, informática, química, artística, filosofía, economía, naturales, sociales, inglés, ética y religión. La Tabla 3 muestra la formación académica teniendo en cuenta que su experiencia laboral se encuentra entre 1 y 20 años en instituciones educativas.

**Tabla 3:** *Información sobre la formación académica*

Formación académica	N° de profesores
Normalista	1
Licenciados en matemáticas	19
Licenciados en otras áreas (pedagogía infantil y ciencias sociales)	2
Profesionales diferentes a licenciados (ingenieros, matemáticos y físicos)	7
Especialización relacionada a la educación	9
Maestría con algo relacionado a la educación	21
Total, participantes	59

El formulario reveló que el 78% (46 de 59) de los profesores manifestaron no haber recibido ningún tipo de formación formal o informal sobre la atención a la diversidad o la inclusión educativa, lo que los ha llevado a implementar estrategias de enseñanza basadas en sus experiencias y sus creencias. Mientras que, el 22% (13 de 59) de los docentes que dijeron que sí, lo han hecho mediante capacitaciones de las mismas instituciones educativas o, de manera autónoma a través de cursos de educación especial, donde no se considera otro tipo de diversidad en el aula, diferente a los diagnósticos sensoriales, físicos y cognitivos y, no se hace énfasis hacia el área de las matemáticas.

En la parte final del formulario, se enfatizaron algunas preguntas relacionadas con las concepciones y prácticas que traían los docentes al iniciar el diplomado acerca de: “¿Qué entiende por atender la diversidad en el aula de clase?”, “¿Qué recursos planea y usa en sus clases con el propósito de promover actividad matemática?”, las cuales se resumen en la Tabla 4 donde se considera la clasificación dada por Mejía (2022) sobre los diferentes recursos que usan los docentes en las instituciones educativas.

**Tabla 4:** *Respuestas sobre la atención a la diversidad y los recursos usados*

Concepción de atender la diversidad	Recursos usados en sus clases
<ul style="list-style-type: none"> <li>• Poder dar una clase completa, generando una igualdad en términos de metodología y didáctica para reunir todo tipo de diversidad.</li> <li>• Flexibilizar el currículum enfocándose en la necesidad educativa de los estudiantes, así como potenciar la forma de aprendizaje de cada uno.</li> <li>• Buscar los recursos pertinentes, mediaciones, y orientar la forma de enseñar según la necesidad del educando, en pro de que se logre su aprendizaje.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Recursos de ilustraciones: Vídeos, diapositivas</li> <li>• Softwares gratuitos como: Geogebra, dg pad, simulación phet</li> <li>• Plataformas online que permiten realizar quices y/o evaluaciones en línea: quizziz, kahoot, educaplay.</li> <li>• Sitios web que facilitan interacciones matemáticas: Wordwall, symbolab</li> </ul>

- 
- Aplicar estrategias didácticas que favorezcan a los estudiantes que tienen diversos ritmos de aprendizaje y otro tipo de necesidades educativas.
  - Considerar a la hora de planear las características de los estudiantes para facilitar el aprendizaje. Comprender la necesidad de usar diferentes maneras de entregar la información y de evaluar, además de conectar con la emoción lo cual permite que el aprendizaje sea más duradero.
  - Herramientas tecnológicas: Computadores, televisores, calculadoras y/o celulares
  - Material concreto: regletas de cuisenaire, fichas de foami, billetes didácticos, estacas, lanas, cintas métricas, ábacos, tangram.
  - Herramientas de proyección: Video beam, pizarra digital, open board
- 

Frente a la pregunta: “¿Cuáles normativas nacionales conoce sobre atención a la diversidad en el ámbito educativo y qué conoce de ellas?” El 68% (40 de 59) de los profesores manifestaron que no conocen ninguna normativa nacional sobre la temática o no han sido informados, mientras que el 32% (19 de 59) dicen que conocen algunas, pero lo que dicen sobre ellas no se corresponde con lo que en ellas se expone, como se evidencia en los siguientes ejemplos:

- Un profesor menciona que no considera el DUA y PIAR como propuestas pedagógicas, que facilitan orientaciones para un diseño curricular en el que tenga cabida todos los estudiantes, sino como aquellas charlas que se brindan desde la secretaria de educación.
- Otro profesor, menciona que la ley 115 de 1994 surge en el decreto 1075 del 2015. Mientras que en la primera se establece las normas generales para la organización del sistema educativo, niveles de educación y autonomía de las instituciones; en la segunda se muestran las modificaciones que fueron dadas al sector de Educación, es decir, los ajustes a la ley 115 de 1994, como, por ejemplo, la organización a los servicios educativos, no da orientaciones a los docentes para atender a sus estudiantes.
- Una docente especifica la ley 5136 que, aunque si se trata temas sobre acciones para la creación de un modelo educativo inclusivo dentro del sistema regular, no hace parte del ámbito nacional puesto que fue reglamentada en Paraguay.

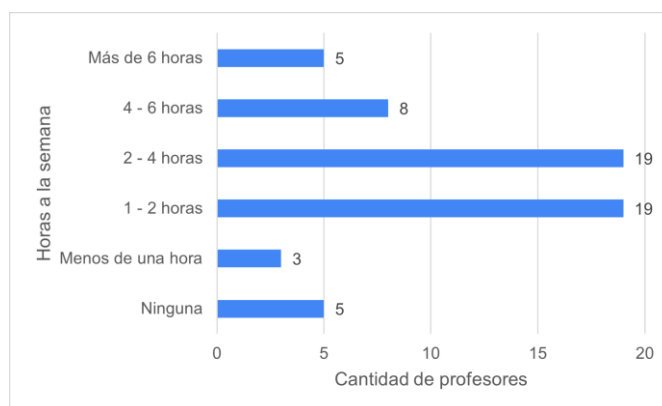
Esto pone en evidencia, la necesidad de complementar la formación inicial docente con espacios de actualización y reflexión, que se relacione con la diversidad y normativas inclusivas.

Si bien, la formación inicial aborda algunos aspectos pedagógicos, seguir aportando al desarrollo

profesional les permite a los docentes en cierta medida, impactar su práctica educativa y su responsabilidad en el respeto a la diversidad en las aulas.

De la misma manera, la Figura 5 evidencia que a pesar de que los docentes reconocen que no tienen mucha formación en este aspecto y, que son pocos los que conocen orientaciones o normativas nacionales, aún existe 8,5% (5 de 59) de profesores que no dedican tiempo a sus planeaciones y, un 5,1% (3 de 59) que dedica menos de una hora. Lo que afirma la poca importancia que algunos docentes le dan a este aspecto reportada por Velasco (2022).

**Figura 5:** *Respuestas sobre el tiempo de planeación*



Y finalmente, se quiso indagar en si la profundidad de los objetos matemáticos que enseñaban los docentes, era planeada y presentada con igual nivel de complejidad para todos. De esto se obtuvo, que un 68% (40 de 59) de docentes planean para todos de igual forma, generando una desestimación de las diferencias individuales que existen entre cada estudiante, afirmando lo reportado por Velasco (2022), que menciona que la enseñanza homogénea tiende a pasar por alto la diversidad de estilos de aprendizaje y las necesidades específicas de los estudiantes; y, solo un 32% (19 de 59) afirman que consideran algunos ajustes de acuerdo a los estudiantes que tienen diagnosticados en sus clases.

**3.1.2.2 Caracterización de los profesores como una CoP.** De acuerdo a la clasificación dada por Parada (2011), la cual fue descrita en el capítulo 3, se categorizaron los miembros del diplomado según su participación tal como se muestra en la Tabla 5.

**Tabla 5:** *Tipos de participación en la CoP*

Tipo de participación	N° de profesores
Periférico asincrónico	5
Periférico sincrónico	7
Periférico sincrónico y asincrónico	13
Ocasional sincrónico	3
Ocasional sincrónico y asincrónico	2
Frecuente sincrónico	2
Frecuente sincrónico y asincrónico	19
Permanente asincrónico	0
Participante pleno	10
Total, participantes	59

Se consideró entonces que, el grupo de los 33 profesores de matemáticas en ejercicio que terminaron el Diplomado tiene características de una Comunidad de Práctica en términos de Wenger (1998), porque: i) cada integrante de la comunidad aportó su propio conocimiento, intereses y experiencias en relación con la atención a la diversidad en las clases de matemáticas; ii) la CoP se entendió como una empresa conjunta, ya que todos los miembros compartían el objetivo de transformar sus enfoques pedagógicos para fomentar la participación activa de todos los estudiantes, sin exclusión; iii) y, se generó un repertorio compartido gracias a las dinámicas propuestas en los encuentros, tanto sincrónicos como asincrónicos, donde la reflexión y el intercambio de ideas jugaron un papel fundamental.

### **3.2 Fase 2: Planificación de actividades para los miembros de la CoP**

Pensando en los docentes que se encontraban en otros municipios alejados del casco urbano de Bucaramanga, se propuso trabajar en dos modalidades: presencialidad sincrónica por medio de zoom y, asincrónica a través de un sitio web. El rol de la moderadora fue esencial en ambas modalidades, pues, según Parada (2011), al trabajar en CoP es necesario que una persona se

encargue de organizar los encuentros, orientar a los participantes en las actividades programadas, establecer conexiones de diálogo entre los miembros, promover el intercambio de experiencias, mantener un proceso de comunicación activo e identificar temas de interés.

Las actividades sincrónicas y asincrónicas se organizaron en un plan de 8 módulos (véase Tabla 6), siguiendo los lineamientos metodológicos del modelo R-y-A (Parada, 2011), con el objetivo de fomentar los procesos de reflexión y acción (para, en y sobre). Basado en esta estructura, se desarrolló un cronograma (ver Apéndice A) que guió el proceso completo.

Es importante mencionar que el modelo R-y-A propone tres etapas de intervención: sin intervenciones (observación de la práctica docente basada en su experiencia y formación, sin intervención directa); con intervenciones (cuando se proponen actividades planificadas para influir en el pensamiento y la práctica del docente con el objetivo de promover cambios); y posterior a las intervenciones (evaluación de cómo la práctica docente ha sido modificada tras la intervención, reflejando cambios en su forma de pensar y actuar). Dado el interés en ofrecer orientaciones sobre normativas políticas y los diseños como recursos aplicables a estas políticas, se optó por aplicar la etapa con intervención, la cual se detalla en el apartado 3.2.2.

**Tabla 6:** *Módulos elaborados para el desarrollo del diplomado*

<b>Módulo</b>	<b>I.H. SINCRÓNICA</b>	<b>I.H. ASINCRÓNICA</b>
1. Conociendo y consolidando una comunidad de práctica.	4	2
2. Reflexiones sobre políticas y normativas de inclusiva y atención a la diversidad.	6	2
3. Reflexiones sobre algunas necesidades educativas particulares presentes en las aulas.	8	4
4. Presentación y discusión de una propuesta curricular para la atención a la diversidad en clase de matemáticas.	8	4
5. Proceso de reflexión -para -la acción: Revisión y análisis de diseños didácticos de matemáticas para atender la diversidad, para la posterior planeación de una intervención en el aula.	10	12
6. Proceso de reflexión – en- la acción: puesta en escena de planeaciones ajustadas a las aulas.	10	12
7. Proceso de reflexión – sobre- la acción: análisis y discusión de experiencias realizadas.	8	12
8. Socialización de experiencia.	6	12
Total, horas	60	60

Como se observa, se estableció una duración de 120 horas distribuidas en trabajo personal (asincrónico) y, trabajo sincrónico, durante 30 sesiones con encuentros de 2 horas semanales todos los jueves, o adicionales en común acuerdo con los profesores. Atendiendo los requisitos para conferir el título del Diplomado, se definió que los profesores debían asistir mínimo con el 80% de las sesiones y cumplir con la presentación de los compromisos. Cada sesión se videograbó para seleccionar los episodios que permitieron dar cumplimiento, al objetivo de caracterizar los significados negociados por los profesores participantes del proceso de reflexión y acción.

El Diplomado por haberse creado como un programa de extensión formal en la universidad, tuvo la disponibilidad de elaborarse como un curso dentro de la plataforma Moodle, favoreciendo los encuentros asincrónicos. De allí, se recolectaron las cosificaciones de los casos representativos que se reportan en la presente investigación como: análisis de diseños, planeaciones, hojas de trabajo, foros de discusión, vídeos finales e informes. También funcionó como un repositorio en el que se les subía material bibliográfico para apoyar sus planeaciones e intervenciones.

### ***3.2.1 Encuentros asincrónicos: sitio web***

Este sitio, le permitía al profesor compartir información, comunicarse con los demás miembros, participar en foros de discusión creados después de cada sesión, usar material bibliográfico y, adjuntar videos, archivos PDF, Word, Excel, entre otros recursos. Para su desarrollo, se configuraron ocho secciones de contenido, que se muestran en la Figura 6, brindando a los docentes herramientas que le permitían favorecer las prácticas profesionales.

**Figura 6:** Sitio web “Diplomado en Atención a la Diversidad en clase de Matemáticas”

En la primera sección denominada “¡Bienvenidos!” se colocó el objetivo del diplomado, la metodología y horarios de encuentros sincrónicos. En la pestaña de “Cronograma”, se iba actualizando semanalmente la sesión que se realizaba y, sus asistencias a las reuniones sincrónicas. En la parte de “Encuentros sincrónicos”, los docentes podían encontrar memorias o materiales usados en cada sesión tales como: presentaciones de conferencias, preguntas y respuestas dadas por los conferencistas y material bibliográfico que apoyaba teóricamente las actividades. En la pestaña de “Diseños Curriculares”, se cargaron los diseños presentados y ofrecidos desde el proyecto 70783, para que los docentes los conocieran e hicieran su análisis y debidas adaptaciones para poder planearlos e implementarlos.

Las secciones de “Actividades” y “Procesos de reflexión” tenían recolectaban las tareas que enviaban los docentes, las cuales sirvieron como evidencias para analizar, entre estas estaban: la caracterización de los estudiantes, el análisis del diseño seleccionado por cada docente y los documentos de reflexión. Los “Anuncios” son aquellos posters que semanalmente se iban subiendo para informar y comunicar sobre la próxima sesión. Finalmente, el espacio de “Foros” se creó con

la idea de tomar registro de aquellas participaciones, inquietudes, comentarios y discusiones que surgían después de cada conferencia, charla y socialización; registros que fueron insumos para categorizar la CoP según las características propuestas por Wenger (1998).

Para facilitar la exploración del sitio web, se grabó un vídeo de pantalla, explicando la forma de ingresar, cómo participar en los foros y la manera de subir actividades. La creación del Moodle se consideró como un producto necesario para dinamizar el trabajo colaborativo y participativo de los miembros de la CoP, permitiendo la comunicación y el acceso a la información en línea, por parte de participantes ubicados en diversos lugares.

### **3.2.2 Encuentros sincrónicos: Intervenciones y procesos de reflexión**

Cuando se habla de procesos de reflexión "con intervención", se refiere a un conjunto de actividades diseñadas para la comunidad educativa en torno a temas de interés común (Parada, 2011). En este estudio, el enfoque fue centrado hacia la diversidad. ¿Por qué este tema? Porque tanto la literatura como los resultados del formulario inicial, indicaron que los profesores de matemáticas en servicio mostraban un especial interés por este asunto. Esto se debe, presumiblemente, a que en las instituciones educativas se exige la implementación de normativas inclusivas y la atención a estudiantes con características particulares, sin proporcionar una orientación adecuada para ello.

En este, se organizaron dos tipos de intervención en los encuentros sincrónicos para los profesores participantes: teórica y práctica. La intervención teórica se llevó a cabo a través de conferencias, charlas, talleres y actividades a partir de las problemáticas que surgen en la educación, expuestas y encontradas en la literatura por otros investigadores, relacionadas con la atención a la diversidad en las clases de matemáticas. Y, la intervención práctica fue mediante la presentación del proyecto 70783, donde se mostraron los diseños, se explicaron y a partir de allí se fomentaron los procesos de reflexión (para-en-sobre).

El propósito de las intervenciones era contribuir en el desarrollo profesional de los docentes participantes, mediante actividades que abordaran algunas de las problemáticas y necesidades evidenciadas en la literatura. Además, generar interacciones entre los miembros de la CoP de acuerdo a sus experiencias que se relacionaran con lo tratado en cada sesión. Seguido de esto, se detalla las dos intervenciones planificadas para la CoP.

**3.2.2.1 Intervención teórica:** En este espacio, se precisan las conferencias relacionadas con la atención a la diversidad desde la Educación Matemática hacia problemáticas que se encontraron en la literatura (Aldana et al, 2017; Parada, 2019; Castro, 2022; Velasco, 2022 entre otras) evidenciando que, la necesidad latente en las aulas de clase está orientada hacia saber, cómo atender la diversidad de sus estudiantes sin dejar a un lado la actividad matemática que se pretende enseñar. Lo anterior, llevó a buscar y planear 7 conferencias que se explican a continuación.

- Conferencia 1: ¿Por qué hablar de diversidad en Educación Matemática? La primera conferencia estuvo a cargo del doctor Domingo Yojcom, director general de Educación Bilingüe intercultural del Ministerio de Educación de Guatemala, quien tituló su charla: "¿Por qué hablar de diversidad en educación matemática?". En esta, abordó la importancia de considerar la diversidad en el contexto educativo, especialmente en la enseñanza de las matemáticas, enfatizando que la diversidad no solo se refiere a la inclusión de personas con discapacidades, sino también a la rica variedad de culturas, lenguajes, y cosmovisiones que existen en el mundo.

- Conferencia 2. Normativas políticas sobre atención a la diversidad. La investigadora del presente estudio y moderadora de la CoP, estuvo a cargo de la segunda conferencia centrándose en la evolución histórica y social del concepto de atención a la diversidad en el ámbito educativo. Se abordó cómo este concepto ha pasado por varias etapas, y cómo han influido en la creación de políticas actuales, tanto en la sociedad como en la educación para garantizar una atención adecuada

a la diversidad de estudiantes. Se concluye la charla mediante ejemplos concisos de las normativas en el ámbito educativo, mostrando posibles adaptaciones curriculares que se pueden hacer desde las matemáticas para promover una educación para todos.

- Conferencia 3. Una mirada del DUA desde la Educación Matemática. Esta tercera conferencia estuvo a cargo de la autora del estudio Velasco (2022), quien la basó en la aplicación de esta propuesta en la enseñanza de las matemáticas, explicando que, es visto como un enfoque para todas las asignaturas, pero que, puede ser adaptado y resignificado específicamente en la Educación Matemática. Destacó sus tres principios: representación, expresión y motivación, presentando ejemplos de estrategias y herramientas (fichas nemotécnicas, decodificación de símbolos y notaciones matemáticas) y discutió cómo estos, pueden ser implementados en el aula.

- Conferencia 4: Diseño, adaptación e implementación de materiales didácticos para la enseñanza de las matemáticas a personas con discapacidad visual. Esta cuarta conferencia fue dada por la doctora Carolina Carrillo junto con el doctor José Ivan López, ambos profesores de la Universidad de Zacatecas (México). En este espacio, compartieron su experiencia y conocimientos en la creación de materiales que facilitan la inclusión de estudiantes con discapacidad visual. Diferenciaron, la educación inclusiva y la educación especial, centrándose la primera en cambiar el entorno para que todos los estudiantes, independientemente de sus capacidades, puedan acceder y participar. Mientras que, la segunda se enfoca en las discapacidades, aunque también busca la inclusión de estos grupos dentro del sistema educativo regular.

- Conferencia 5: Diarios de clase como apoyo metodológico para la formación docente en una educación matemática incluyente. La quinta conferencia estuvo a cargo de la doctora Angelica Maria Martínez, enfatizando cómo el uso de diarios de clase puede ser una herramienta valiosa para la formación de docentes, especialmente en el contexto de la educación matemática inclusiva.

La ponente, destacó la reflexión continua a través de la escritura en los diarios, como una herramienta que le permite a los docentes reconocer sus propias prácticas, describir características clave de los estudiantes para mejorar tanto en el aspecto didáctico como conceptual.

- Conferencia 6. ¿Cómo, cuándo y sobre qué reflexionar para promover actividad matemática en el aula? La directora de la presente investigación, la doctora Sandra Parada estuvo a cargo de la sexta conferencia. Debido a que se iniciarían los procesos de reflexión dentro del diplomado, se vio la necesidad de planificar esta charla centrada en la reflexión en la práctica docente y cómo puede ser utilizada para promover actividad matemática en el aula, con el enfoque particular en la atención a la diversidad. La doctora presentó el modelo de reflexión y acción, base teórica y conceptual del estudio, cuyo objetivo era orientar a los profesores en los procesos reflexivos antes, durante y después de la clase.

- Conferencia 7. Caracterización del grupo como punto de partida para el proceso de enseñanza y aprendizaje en un aula inclusiva de matemáticas. Esta última conferencia fue planeada pensando en los procesos de planeación del diseño, queriendo mostrar a los docentes, la importancia de caracterizar a sus estudiantes antes de hacer sus implementaciones. Fue dirigida por la Magister Haided Lised Arciniegas quien destacó cómo la caracterización de los estudiantes puede ayudar a sobrellevar la diversidad en el aula, especialmente en la educación matemática. Mencionó que es crucial reconocer la heterogeneidad de los grupos en las clases y cómo esto afecta las formas de aprender y enseñar.

La intervención teórica fue acompañada por un espacio de intervención práctica, que iniciaba desde la presentación del proyecto 70783 con la propuesta curricular, hasta la selección, planeación e implementación del diseño seleccionado.

**3.2.2.2 Intervención práctica.** En esta etapa se expuso el proyecto 70783 mencionado anteriormente con sus respectivos objetivos:

(a) proponer una estructura curricular que permita atender la diversidad en la clase de matemáticas, posibilitando la flexibilidad y adaptación de acuerdo con las particularidades de los estudiantes y (b) construir diseños didácticos de matemáticas ajustados a una estructura curricular flexible y adaptable, que atienda la diversidad en el aula de matemáticas en Colombia. (Jacome et al., 2024)

El proyecto fue relacionado con las actividades en el diplomado, para presentar a los profesores una propuesta curricular que acoge orientaciones pedagógicas y matemáticas de Colombia (DUA – Lineamientos Curriculares de Matemáticas – Estándares Básicos de Competencias) en pro de atender a todos los estudiantes según sus particularidades.

La propuesta curricular fue creada con la idea de atender la diversidad en la clase de Matemáticas, la cual es fundamentada en dos aspectos: i) la flexibilidad que está relacionada con la adaptabilidad para responder a la diversidad cultural y social de los estudiantes, por lo que el currículo debe ser susceptible de revisión, modificación y permanente actualización; ii) y, la adaptabilidad que implica que la educación debe ser compatible con los requerimientos, intereses y condiciones particulares de todos los niños en la sociedad.

Teniendo en cuenta esta flexibilidad y adaptabilidad, los investigadores del proyecto comprendieron, a partir DUA, que en las aulas conviven estudiantes con diversas condiciones, capacidades y características, cada una con un amplio espectro de diferenciación. Por ello, concluyeron que los objetos de estudio en matemáticas deben abordarse en cuatro niveles de profundidad, de manera que el docente, al conocer las particularidades de sus estudiantes, pueda adaptar el diseño didáctico a las necesidades específicas de cada uno. Los niveles son descritos por Jacome y Parada (2023, p. 4) así:

- Nivel de profundidad 1: Las actividades se enfocan en estudiantes que enfrentan desafíos significativos, ya sea a nivel físico, intelectual o psicosocial. Estos estudiantes suelen ser altamente visuales y su principal medio de comunicación es la expresión oral. Por lo tanto, las actividades deben incorporar recursos visuales o materiales concretos.
- Nivel de profundidad 2: Las actividades se diseñan para estudiantes que enfrentan desafíos moderados en las áreas mencionadas anteriormente. Presenta habilidades de comunicación escrita y oral superiores en comparación al nivel 1, aunque las actividades seguirán centrándose en el uso de materiales y en la atención proporcionada por el profesor.
- Nivel de profundidad 3: Las actividades se destinan a estudiantes con desafíos mínimos, lo que permite emplear un lenguaje matemático más preciso y requerir una menor orientación y supervisión por parte del docente.
- Nivel de profundidad 4: Las actividades se orientan hacia estudiantes con habilidades excepcionales en matemáticas, lo que implica crear tareas que fomenten la curiosidad, la capacidad de demostración y la generación de nuevas preguntas e ideas.

Además, cada diseño fue estructurado en 4 momentos de actividades: i) una contextualización, donde se proponen actividades que introducen el objeto matemático a partir de un contexto, incorporando elementos motivadores y lúdicos, que permitan hacer conexiones con los presaberes necesarios; ii) el proceso de conceptualización o matematización del objeto matemático mediante intervenciones del docente, estimulando la construcción individual de los conocimientos necesarios para abordar dicho objeto; iii) ejercitación, al aplicar los conocimientos adquiridos en los dos momentos anteriores; iv) la evaluación, a través de tareas diseñadas para evaluar el desempeño de los estudiantes (Jacome y Parada, 2023).

Como se mencionó en el capítulo 2, del proyecto surgieron diseños didácticos elaborados a partir de tesis de licenciatura y trabajos de investigación realizados por los miembros del grupo Edumat. Sin embargo, en el contexto del diplomado, se presentaron los siguientes diseños: “¿cómo se miden las monedas y billetes colombianos?” (Hernández et al. 2024), para grados 1° y 3°; “¿cómo organizar las competencias de natación sincronizada con patrones y secuencias?” (Jácome y Parada, 2023) para 4° y 5°; “¿qué relaciones existen entre los números y las figuras?” (Ariza, 2024) para el conjunto de grados de 6° y 7°; “¿cuántas partículas de plástico se encuentran en el medio ambiente?” (Becerra, 2023) para 8° y 9°; y “¿cómo podemos medir las sombras con trigonometría?”, (Rueda, 2023) para 10° y 11°.

Al considerar la presentación de los cinco diseños, se dedicaron cinco sesiones sincrónicas para que los autores de cada diseño explicaran a los profesores de la CoP, sus fundamentos teóricos y sugerencias para la implementación. Se abrieron foros de discusión, para que los profesores expresaran sus opiniones, preguntas frente a la estructura de los diseños, situaciones planteadas, recursos y la viabilidad de implementarlos, concluyendo con la elección de un diseño acorde al plan curricular que llevaban en su momento y el grado a cargo.

De acuerdo a la organización por conjuntos de grados de los diseños y la preselección que se explica en la fase 3, la recolección de datos se llevó a cabo con la reflexión del diseño: “¿cómo se miden las monedas y billetes colombianos?” Según Hernández et al. (2024), este diseño se relaciona con los conceptos longitud, medida, cualidades de un rectángulo entre otros. Como se mencionó, cada diseño tenía cuatro niveles de profundidad de los cuales sus propósitos se muestran en la Figura 7. Estos propósitos fueron considerados de acuerdo a los ritmos de aprendizaje clasificados por Heredia y Moscoso (2019, citados en Jácome y Parada, 2024).

**Figura 7:** *Propósitos del diseño en cada nivel de profundidad*

Nivel de profundidad 1 Propósito	Nivel de profundidad 2 Propósito	Nivel de profundidad 3 Propósito	Nivel de profundidad 4 Propósito
Reconocer atributos medibles en los billetes y monedas colombianas para realizar comparaciones.	Reconocer atributos medibles en los billetes y monedas colombianas para estimar sus longitudes usando el centímetro como unidad para realizar comparaciones.	Comparar los atributos presentes en las monedas y billetes colombianos para usar procesos de medición utilizando unidades estandarizadas (cm y mm).	Comparar y ordenar los atributos presentes en las monedas y billetes colombianos usando la estimación como el proceso para dar sentido a la medida mediante unidades estandarizadas (cm y mm) y, así inferir información de las asignaciones numéricas encontradas.

Además, en cada uno de los cuatro momentos del diseño, se abordaba una enseñanza progresiva, es decir, las actividades contenían el mismo objeto matemático y la misma situación a trabajar, pero en diferentes niveles de dificultad, tal como se observa en la Figura 8 donde se trabaja la misma situación, pero en los niveles 3 y 4 se amplía la cantidad de texto e información que el estudiante debe analizar. Esto, considerando los propósitos de cada nivel de profundidad.

**Figura 8:** *Ejemplo de actividades en el diseño seleccionado*

Nivel de Profundidad 1	Nivel de Profundidad 2	Nivel de Profundidad 3	Nivel de Profundidad 4
<p><b>MOMENTO 1</b></p> <p> Felipe tenía ordenados sus billetes y monedas según su tamaño desde el más largo hasta el más corto. Un día su hermano se desordenó, ¿puede ayudarte a ordenarlos otra vez?</p>  <p><i>Figura 1. ¿Cómo ordeno el dinero?</i></p>	<p><b>MOMENTO 1</b></p> <p> Felipe tenía ordenados sus billetes y monedas según su tamaño desde el más largo hasta el más corto. Un día su hermano se desordenó, ¿puede ayudarte a ordenarlos otra vez?</p>  <p><i>Figura 1. ¿Cómo ordeno el dinero?</i></p>	<p><b>MOMENTO 1</b></p> <p> Felipe era rico, sus billetes ordenados, sus monedas y billetes según su tamaño, desde el más largo hasta el más corto. Un día mientras su hermano estaba jugando en su cuarto dejó ordenar sus monedas y billetes que él tenía y los desordenó.</p> <p> ¿Qué me enseñan las preguntas que me voy a hacer cómo ordenarlo. Así me voy a hacer preguntas que me voy a hacer.</p>  <p><i>Figura 1. ¿Cómo ordeno el dinero?</i></p>	<p><b>MOMENTO 1</b></p> <p> Felipe era rico, sus billetes ordenados, sus monedas y billetes según su tamaño, desde el más largo hasta el más corto. Un día mientras su hermano estaba jugando en su cuarto dejó ordenar sus monedas y billetes que él tenía y los desordenó.</p> <p> ¿Qué me enseñan las preguntas que me voy a hacer cómo ordenarlo. Así me voy a hacer preguntas que me voy a hacer.</p>  <p><i>Figura 1. ¿Cómo ordeno el dinero?</i></p>

A partir de la explicación de cada diseño y la selección de uno de ellos, se comenzaron los procesos de reflexión que ayudaron a los profesores participantes del diplomado, a reflexionar sobre cómo considerar la diversidad presente en las aulas y atenderla mediante un recurso.

### 3.3 Fase 3: Procesos de reflexión y acción

El propósito de esta etapa es la identificación de los aprendizajes matemáticos, estrategias, métodos, recursos, adaptaciones y ajustes que los profesores aplican para atender a la diversidad. Para lograr esto, se consolidó el plan antes presentado, donde se esperaba que los profesores usaran los nuevos aprendizajes de las intervenciones, para atender la diversidad en clase de matemáticas. Cabe mencionar que, en estos procesos de reflexión se hizo seguimiento y acompañamiento a seis de los 59 profesores que participaron en el proceso de reflexión tal como se explica a continuación.

### 3.3.1 Reflexión para la acción (RPA)

Tras las intervenciones teórica y práctica sobre la atención a la diversidad desde y para las clases de matemáticas, se inició el proceso de reflexión para la acción en la sesión 13 (de 30). Cada docente finalizó el módulo 4 (de la **Tabla 6**) eligiendo un diseño didáctico adecuado para el grado que enseñaba. Por ello, se organizaron subgrupos de trabajo según los conjuntos de grados, permitiendo que cada diseño contara con espacios específicos de reflexión y análisis. Todos los subgrupos tenían un investigador del proyecto 70783 como orientador en los procesos de reflexión, y cada quince días se hacía una reunión general con todos los miembros de la CoP.

En este punto, se hace una primera selección de profesores considerando a aquellos que habían tenido una participación plena en las sesiones iniciales, un fuerte interés y compromiso en reflexionar sobre su práctica. Concluyendo con un subgrupo de seis profesoras (Véase la Tabla 7), a quienes se acompañó en las actividades propuestas con dos diseños: “¿Cómo se miden las monedas y billetes colombianos?” en los grados de 1° a 3° trabajando el concepto de longitud y la medida y, el de “¿Cuánto tengo y para qué me alcanza?” para 4° y 5°, centrado en la resolución de problemas aritméticos. Cabe destacar que la selección de docentes no tuvo la intención de ser exclusivamente femenina; los criterios de selección se establecieron previamente.

**Tabla 7:** Primera selección de profesores

Nombre docente	Diseño seleccionado	Grado caracterizado
Ana	“¿Cómo se miden las monedas y billetes colombianos?”	3°
Mónica	“¿Cómo se miden las monedas y billetes colombianos?”	1°
Emma	“¿Cómo se miden las monedas y billetes colombianos?”	1°
Lorena	“¿Cuánto tengo y para qué me alcanza?”	4°
Camila	“¿Cuánto tengo y para qué me alcanza?”	5°
Daniela	“¿Cuánto tengo y para qué me alcanza?”	4°

Una vez seleccionados los diseños, se procedió a analizarlos mediante algunas preguntas que guiaron el proceso, lo que conllevó a una planificación del mismo, de tal manera que no irrumpiera el programa escolar. Reconociendo que la propuesta presentada ofrece diseños con cuatro niveles

de profundidad, los profesores vieron la necesidad de caracterizar a sus estudiantes para direccionar a cada uno, el que más se ajustara a sus particularidades. Por lo tanto, se les ofrece un formato de caracterización (Apéndice B) junto con una charla que orientara el diligenciamiento del mismo. Teniendo dicha caracterización, la planeación se llevó a cabo haciendo uso del análisis del diseño y las socializaciones acerca de los objetos matemáticos involucrados. Se recolectaron los instrumentos de información detallados en la Tabla 8.

**Tabla 8:** Información recolectada de la primera selección de profesores en la RPA

Profesores (seudónimos)	Información recolectada				
	Análisis del diseño	Caracterización de estudiantes	Planeación de la clase	Participación en los foros	Videos grupales
Lorena	✓	✓	✓	X	✓
Camila	✓	✓	✓	✓	✓
Daniela	✓	✓	✓	✓	✓
Ana	✓	✓	✓	✓	✓
Mónica	✓	✓	✓	✓	✓
Emma	✓	✓	✓	✓	✓

La información recolectada fue a través de: la plataforma de Moodle (interacciones en el foro), videos de las reuniones grupales con los seis profesores al tiempo o de manera individual, alrededor de: el análisis del diseño, discusión de la planeación del diseño, el formato de caracterización de los estudiantes y, las planeaciones cosificadas que permitieron proseguir al momento de implementación.

### 3.3.2 Reflexión en la acción (REA)

En este momento de reflexión, los profesores vieron viable implementar sus planeaciones, por lo que se lleva a cabo el acompañamiento previsto a sus aulas para tomar las evidencias mediante videograbaciones, notas de campo y fotografías de las hojas de trabajo de los estudiantes. Cabe mencionar que, se siguió todo el componente avalado por el Comité de ética de la UIS, presentando consentimientos informados a: la autoridad educativa (rector o coordinador), padres de familia y los estudiantes, especificando información de la investigación y su objetivo.

En términos generales del diplomado, de los 59 profesores que iniciaron, 33 lograron concluir su planeación e implementación del diseño con acompañamiento a sus salones de clase. Las seis profesoras preseleccionadas completaron el proceso, contando con la información de la Tabla 9, la cual sirvió como herramienta de análisis para el proceso de reflexión sobre la acción. Las siglas usadas en la tabla corresponden a: Videgrabaciones (V), Diarios de campo (DC), Hojas de trabajo (HT), clase 1 (C1), clase 2, (C2), clase 3 (C3).

**Tabla 9:** Datos recolectados de la primera selección de profesores en la REA

Profesores (seudónimos)	Información recolectada								
	V (C1)	DC (C1)	HT (C1)	V (C2)	DC (C2)	HT (C2)	V (C3)	DC (C3)	HT (C3)
Lorena	✓	✓	✓	✓	✓	✓	0	X	✓
Camila	X	✓	✓	✓	X	✓	✓	X	✓
Daniela	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓	X	✓
Ana	✓	✓	✓	X	X	X	X	X	X
Mónica	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓	X	✓
Emma	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓	X	✓

### 3.3.3 Reflexión sobre la acción (RSA)

En este último momento de reflexión, se hizo uso de las herramientas propuestas en el modelo R-y-A, para seleccionar aquellas evidencias que mostraron en los profesores, movilización de sus pensamientos reflexivos. Lo anterior, permitió hacer reuniones con cada docente y elegir aquellas evidencias significativas, las cuales compartieron con sus compañeros de la CoP. Una vez terminado este proceso se consolidó la información resumida en la Tabla 10.

**Tabla 10:** Datos recolectados de la primera selección de profesores en la RSA

Profesores (seudónimos)	Información recolectada			
	Rutas cognitivas	Vídeo selección evidencias	Vídeo socialización grupal	Informe final
Lorena	✓	✓	✓	✓
Camila	✓	X	✓	✓
Daniela	✓	✓	✓	✓
Ana	✓	✓	✓	✓
Mónica	✓	✓	✓	✓
Emma	✓	✓	✓	✓

Se generaron espacios de discusión donde los profesores, de manera respetuosa, pudieron ofrecer comentarios críticos y reflexivos. El objetivo era que estos aportes contribuyeran de manera significativa al desarrollo de las prácticas profesionales. Estos espacios también se aprovecharon para identificar los significados negociados, por lo que se esperaban respuestas sobre cómo se abordó el diseño teniendo en cuenta la diversidad de los estudiantes.

### 3.4 Fase 4: Sistematización y codificación del proceso de reflexión

La sistematización se direccionó en la búsqueda de evidencias que mostraran una negociación de significados con relación a cómo atender las necesidades individuales de sus estudiantes promoviendo actividad matemática a partir del diseño seleccionado, planeado e implementado. Esto abarcó aspectos como: orquestación de las actividades, dominio conceptual, lenguaje matemático, adaptaciones tanto significativas como no significativas, atención a las diferentes características y habilidades de los estudiantes, y todo lo tratado en las conferencias.

Se revisó minuciosamente cada documento presentado por los docentes preseleccionados, por lo que fue necesario hacer una organización y codificación inicial de colores para diferenciar párrafos o líneas correspondientes a cada tipo de pensamiento tal como se observa en la Figura 9: azul para el PM, amarillo para el PD y rosado para el PO; esto porque representaban una posible evidencia de significado negociado.

**Figura 9:** Categorización por colores según los componentes del pensamiento reflexivo



El método cromático permitió codificar las expresiones de los profesores y ubicarlas en un tipo de pensamiento, identificando qué profesores aportaban evidencias claras y suficientes para dar respuesta al objetivo de investigación.

### 3.5 Fase 5: Selección de casos representativos de la CoP

Una vez codificadas las evidencias de los seis profesores, se aplicó una rúbrica de valoración (ver Apéndice C) a los datos, para seleccionar de manera definitiva a los profesores representativos de la CoP bajo el criterio de las tres puntuaciones más altas, tal como se muestra en la Tabla 11.

**Tabla 11:** Valoración obtenida en los documentos cosificados en el diplomado

		Docentes					
		Lorena	Emma	Mónica	Daniela	Ana	Camila
Documentos cosificados	Análisis diseño	4.0	4.0	4.5	4.0	4.0	3.5
	Planeación diseño	2.5	4.5	4.5	4.0	4.5	3.5
	Implementación	3.5	5.0	5.0	4.0	4.5	4.5
	Informe final	3.5	4.5	4.5	3.5	4.5	2.5
	Calificación total	3.4	4.5	4.6	3.9	4.4	3.5

Como se observa, Emma, Mónica y Ana fueron las profesoras seleccionadas, de quienes se construyó la siguiente caracterización:

- *Ana*, es licenciada en Matemáticas con 4 años de experiencia como docente. Enseña matemáticas y geometría a 3°, 4° y 5° de primaria en una escuela privada de Floridablanca. Ella ha recibido capacitaciones relacionadas con la atención a la diversidad en el aula. Dedicaba entre 1 y 2 horas semanales a la planificación de sus clases porque debe entregar guías mensuales con los temas a enseñar. Especifica que tiene un conocimiento limitado sobre normativas, pero, no menciona ninguna en particular. Y, utiliza el programa Openboard<sup>2</sup> como un recurso para atender la diversidad.
- *Mónica*, es Licenciada en Matemáticas con 5 años de experiencia docente en colegios privados de Bucaramanga en educación primaria. Durante el desarrollo del diplomado, tuvo un cambio de escuela quedando en la misma institución que la profesora Emma. En el primer colegio, recibió orientaciones por la psicóloga para atender a los estudiantes diagnosticados, donde le era necesario dedicar entre 3 a 4 horas en la semana para planear. En el nuevo colegio no

<sup>2</sup> Software libre y abierto para pizarras digitales interactivas.

dedica tiempo a planear porque el material es entregado al inicio del año. Menciona no estar familiarizada con normativas y con el uso de recursos para atender la diversidad.

- *Emma*, es Licenciada en Matemáticas con una Especialización en Educación Matemática. Cuenta con 11 años de experiencia como docente enseñando matemáticas a 1° y 2° de primaria en una escuela privada. Atiende a una estudiante con discapacidad cognitiva y que no ha recibido capacitaciones al respecto. No dedica tiempo a la planeación porque en el colegio donde labora, le entrega el material al inicio del año. Desconoce las normativas creadas para atender la diversidad y menciona que usa la pizarra digital y herramientas interactivas como recursos para enseñar a sus estudiantes.

Al tener seleccionadas y caracterizadas las profesoras, se analizaron los datos con la finalidad de evidenciar las negociaciones de significado que tuvieron.

### **3.6 Fase 6: Análisis y caracterización de los significados en los casos representativos**

El análisis de los datos tuvo como base los aspectos teóricos y conceptuales tanto del concepto de longitud y la medida como de la atención a la diversidad haciendo uso de dos tipos de análisis (González-Teruel, 2015): del discurso, para profundizar en los temas identificados; y, del narrativo para comprender los relatos de los docentes sobre sus experiencias e implementación de estrategias, capturando sus aprendizajes y reflexiones.

Lo anterior, mostró la necesidad de hacer una segunda codificación de datos dentro de cada pensamiento, centrada en determinar si las evidencias iniciales podrían considerarse como significados negociados. En la Tabla 12, se presenta la nueva codificación de acuerdo a las subcategorías que surgieron al triangular la teoría, los datos y la interpretación de la autora de la investigación.

**Tabla 12:** Colores asignados según las subcategorías establecidas para cada pensamiento

Categoría	Color	Subcategorías
Pensamiento matemático	Azul	Reconocer la estimación como proceso de medida
	Verde	Reconocimiento de las cualidades en los rectángulos
Pensamiento didáctico	Amarillo	Modificación de las metodologías de enseñanza
Pensamiento orquestal	Rosado	Uso de la regla para las tecnologías digitales

Una forma de caracterizar el desarrollo del PR en los docentes, a partir de su participación en las actividades de la CoP, fue identificando episodios que evidenciaran la negociación de significados. Según Wenger (1998), para observar esa negociación de los significados entre los miembros de la CoP, se debe encontrar una interacción continua, es decir, un proceso gradual de construcción y un intercambio mutuo. Por ello, se hicieron tablas semejantes a las de la Figura 10 por cada docente para ver el desarrollo de las subcategorías como “una línea de tiempo”.

**Figura 10:** Negociaciones graduales de cada significado

Pensamientos reflexivos	Momentos de reflexión	Descriptor	¿Dónde?	Evidencias
Pensamiento matemático	Para	Considera la estimación y aproximación como procesos de medida.	Análisis	¿Domina el objeto matemático que se abordará en el diseño?, ¿qué dudas tiene? Rta: Sí, puedo decir que el tema lo domino muy bien, me queda una duda sobre la estimación de las medidas, ya que <b>no comprendí muy bien la indicación que se daba para medir o estimar objetos sin utilizar la regla.</b> Para usted, ¿qué es la medida? Rta: Es asignarle un valor numérico a una longitud <b>haciendo uso de la regla, metro, cartabón, o cualquier instrumento.</b>
			Socialización análisis	... y bueno, me adelanto a decir que yo <b>no sabía que estimar era algo válido como medir, entonces había colocado que medir era solo con un objeto</b> , en este caso la regla, pero sí, sería un primer acercamiento. Yo tengo niños de cuarto, entonces sería explicar la medición a partir de estimación antes de la regla.
			Planeación	Respecto a los ejercicios 3, y 4 del Nivel 4 se resolverá con ayuda de todos de tal manera que los estudiantes del Nivel 3 también <b>tengan la experiencia de estimar el largo de los billetes</b> , en este momento se escuchan opiniones e inquietudes de los estudiantes sobre sus aproximaciones, para que de esta manera los estudiantes del Nivel 4 puedan dar respuesta a estas preguntas sin usar la regla.
			Socialización planeación	Ya en el nivel 3 en el momento 1, traigo otra vez, pues a consideración lo que habíamos comentado entre las compañeras, que en este caso pues <b>sería bueno que primero estimaran practicarán como esa habilidad de estimar, porque a veces uno cree que digamos el atinar o el aproximar es algo como sencillo, pero para los estudiantes a veces es como difícil decir</b> , pero bueno, profe, ¿yo cómo voy a estimar o dar un valor si ni siquiera le he medido? Entonces es bueno como practicar esa parte. Y luego si llevarlo a lo concreto en donde pues se den como turno bueno digamos 30 segundos para que cada uno vaya y mirar. Ruta cognitiva planeada No hay indicios de estimación.

Cabe mencionar que, el reconocimiento de los significados negociados por las profesoras fue tomado del: análisis del diseño, planeaciones, hojas de trabajo de los estudiantes, informes finales, transcripciones de las videograbaciones de clase y socializaciones. Lo anterior se convirtió en los instrumentos del pensamiento reflexivo (PM, PD, PO), tal como lo propone el modelo R-y-A. La descripción de la negociación de significados de las profesoras seleccionadas se presenta en

el capítulo 4. Es importante mencionar que, en cada apartado se menciona la o las docentes de las que se resaltan las discusiones y su trabajo. Asimismo, las reflexiones en las intervenciones teóricas y prácticas se usaron en la descripción de los significados negociados en el PD.

### **3.7 Fase 7: Reporte de resultados de la investigación**

En esta etapa se presentan los hallazgos que responden a la pregunta de investigación, con el propósito de contribuir tanto al ámbito de la formación continua de docentes de matemáticas, como al estudio de la fenomenología de la atención a la diversidad en la educación. Los resultados específicos que responden a esta pregunta se detallan en el apartado 1 de conclusiones. Además, se incluye un espacio de reflexiones y perspectivas de investigación, con la intención de sensibilizar a los docentes de matemáticas y a los formadores de profesores sobre la importancia de mantenerse en constante actualización. Esto les permitirá adquirir herramientas que faciliten la atención a las características y necesidades particulares de sus estudiantes.

Como se señaló anteriormente, el modelo R-y-A sirvió de guía metodológica y de análisis en la investigación, facilitando la caracterización de los significados negociados a través de los pensamientos matemático, didáctico y orquestal. Así, en el capítulo siguiente se documenta y describe las reflexiones de las negociaciones de significados, ilustrando el desarrollo de los aprendizajes construidos en los pensamientos reflexivos de las profesoras Emma, Mónica y Ana mediante evidencias como fotografías, fragmentos de conversaciones y textos.

#### **4. Pensamiento reflexivo de una CoP sobre el estudio de la longitud en el aula**

Desde el primer momento de reflexión (para la acción), las profesoras Ana, Mónica y Emma, se agruparon y seleccionaron el diseño: “¿Cómo se miden las monedas y billetes colombianos?”, guiándose del plan curricular que llevaban en ese momento en cada institución educativa en sus diferentes grados. No obstante, la profesora Mónica, debido a su traslado de institución, tuvo inquietudes en si seguir con el mismo diseño porque sus grados a cargo ya no eran primaria, sino secundaria. A pesar de ello, Mónica habló con Emma y decidieron trabajar en una misma planeación e implementación para el grado 1° que estaba a cargo de la profesora Emma. Por tanto, se describen las reflexiones de las 3 docentes considerando que, Ana planeó e intervino de manera individual en grado 3° y, Mónica y Emma de manera grupal en grado 1°.

Este capítulo se divide en cuatro apartados: en los dos primeros se describe la negociación de significados en torno al PM relacionado con la longitud y la medida; el tercero se asocia al PD de acuerdo a las adaptaciones significativas y no significativas consideradas por las docentes de acuerdo al DUA y PIAR y, las caracterizaciones de los estudiantes; finalmente en el cuarto apartado se detalla las reflexiones del PO con la orquestación de los materiales necesarios para la implementación (regla, billetes didácticos). Cabe mencionar que, estos apartados se consideraron como los significados negociados durante el proceso de reflexión.

##### **4.1 La estimación como un proceso de medición**

La estimación es considerada, por los NCTM (2000) y por los Lineamientos Curriculares de Matemáticas (1998) como un proceso válido de medición que se debe realizar antes del uso de instrumentos de medida. De acuerdo a esto, Segovia y De Castro (2013) describen la acción de estimar medidas como el “proceso de obtener una medida sin el uso de instrumentos de medición”. Enfatizan que es basado en aspectos visuales, manipulativos, mental y dependen de lo que conoce.

Autores como Castillo et al. (2011), Segovia y De Castro (2013) y Pizarro et al. (2018) coinciden en distinguir tres diferentes estrategias de estimación que un docente podría promover: de manera mental, el empleo de referentes y, la transformación del objeto (descomponiéndolo en partes). Por lo tanto, la estimación como un proceso de medida implicaría, tantos conceptos como procedimientos relacionados con la medida y el cálculo, convirtiéndose así en un área clave para el desarrollo del sentido de la medida. De la misma forma, Segovia y De Castro (2013) mencionan:

“La estimación es una competencia matemática que implica el dominio de una gran red de conceptos y destrezas. Esto da sentido a la comprensión del cálculo mental como escrito, hasta la capacidad de percibir las distintas magnitudes, su medición, la familiarización con las unidades de medida y sus referentes, así como las tácticas utilizadas para comparar magnitudes”. (p. 43)

Se observa que la estimación de medida irrumpe como un concepto matemático a tratar en las aulas, que pone en juego conceptos y procedimientos, constituyéndose en un campo para el desarrollo del sentido de la medida. Sin embargo, Pizarro et al. (2018) reportan, basándose en las ideas de Forrester y Piqué (1998) que, en el discurso de los docentes se evidencia una clara separación entre la medición y la estimación. Percibiendo que la estimación es abordada como una “hipótesis predictiva”, es decir, de manera superficial, dando solución a diferentes situaciones solo con los instrumentos de medición. Este proceso lo asocian a un “pensamiento sensato” que no necesariamente se basa en criterios bien fundamentados llevando a conjeturas o adivinanzas, lo que debilitaría la comprensión matemática.

Lo anterior refuerza la percepción de que las matemáticas están exclusivamente asociadas al rigor y la exactitud, una visión que se aleja de lo que se busca promover en las aulas. Entonces, ¿por qué es necesario desarrollar la estimación de medidas en la escuela? De acuerdo con Segovia y De Castro (2013) y Pizarro et al. (2018), la estimación fomenta habilidades perceptivas que permiten reconocer las unidades de medida y comprender lo necesario para realizar mediciones.

Podría decirse por tanto que, desde el punto de vista de la presente investigación, tener la capacidad de realizar buenas estimaciones de medidas es tener sentido de la medida. Es así que, la estimación no debe entenderse únicamente como una fase preliminar antes del uso de instrumentos, sino como un componente esencial para comprender la noción de la medida. Considerando, además, que este proceso facilita el desarrollo de habilidades perceptivas y cognitivas en los estudiantes, permitiendo una transición entre la intuición y el uso de herramientas formales de medición.

#### **4.1.1 Reflexión para la acción**

Como parte inicial del proceso de reflexión, se dan orientaciones a los profesores para el análisis del diseño, el cual fue digitalizado en documentos individuales, proponiendo posibles cambios o adaptaciones a las actividades propuestas y, manifestando preguntas sobre otras. La primera observación se relaciona con la actividad expuesta en la Figura 11 donde se pide a los estudiantes estimar el largo y ancho de los billetes didácticos.

**Figura 11:** *Actividad de estimación en el diseño*

6. ¿Cuánto cree que mide el largo de los billetes?

---

---

---

7. ¿Cómo podría verificar la medida del largo de cada billete?

---

---

---

Ante esta actividad, la profesora Ana muestra inquietud ya que, para ella, medir implica exclusivamente asignar un valor numérico mediante el uso obligatorio de un instrumento de medición, como se observa en la Figura 12, extraído del documento de análisis que ella entrega. Es decir, no considera la estimación como parte esencial del proceso de medición.

**Figura 12:** *Respuestas tomadas del análisis del diseño de la profesora Ana*

- a. ¿Domina el objeto matemático que se aborda en el diseño?, ¿qué dudas tiene?  
*Rta: Sí, puedo decir que el tema lo domino muy bien son unidades de longitud pero me queda una duda sobre un ejercicio que pide a los estudiantes cuánto cree que mide los billetes, ¿eso sería al tanteo o se usa regla?*
- b. Para usted, ¿qué es la medida?  
*Rta: Es asignarle un valor numérico a una longitud haciendo uso de la regla, metro, cartabón, o cualquier instrumento.*

Al revisar la primera respuesta de la profesora Ana en la Figura 12, donde expresa que el tema es “unidades de longitud” y, compararla con los objetivos del diseño en la Figura 7, se decidió indagar más sobre la intención matemática que ella identificó en las actividades, solicitándole que explicara su análisis como se muestra en el fragmento 1.

**I:** ¿Qué temáticas considera que están involucradas en el diseño?

**Ana:** El tema son las unidades estandarizadas y no estandarizadas de longitud. Y también el largo y ancho de los billetes y los elementos del círculo por usar las monedas.

**Fragmento<sup>3</sup> 1:** *Temática que Ana evidenció en el diseño*

La temática expresada por Ana cae en lo mencionado por Policastro y Ribeiro (2023):

“tradicionalmente en las actividades de medición, los profesores tienden a centrarse en la enseñanza de unidades estandarizadas, sin explorar los procedimientos de medición para cada tipo de cantidad ni los procesos mentales (estimación) en los que se lleva a cabo la actividad de medir” (p. 4)

Es decir, usualmente en la enseñanza de la medida, los profesores de matemáticas se enfocan en la instrucción sobre unidades estandarizadas, sin profundizar en los procedimientos específicos de medición para diferentes tipos de cantidades, ni en los procesos mentales involucrados, como la estimación. Limitando su comprensión al no considerar aspectos como la variabilidad en los rangos de aproximación y, el estimar, como una habilidad cognitiva que facilita la interpretación de las asignaciones numéricas en contextos reales. Relacionándose esto, con la inquietud expuesta de la profesora Ana sobre el proceso de estimar, se fomenta la discusión del fragmento 2:

<sup>3</sup> Los fragmentos que aparecerán de esta página en adelante, son transcripciones de clase o de las sesiones en CoP. La voz de quien escribe (investigadora) será denotada con la letra I y, las demás voces serán los seudónimos de las profesoras seleccionadas. Además, se subraya aquellas ideas claves de los fragmentos para guiar al lector.

**I:** ¿Presentó alguna dificultad en la solución del diseño?

**Ana:** No, solo respondí las preguntas de si domino el tema y pues sí, es un tema fácil ya lo he dado. Pero le estaba comentando ahorita a la profesora que no sé si colocarles el ejercicio de tantear.

**I:** ¿El ejercicio de tantear?

**Ana:** Sí, el que les pide a los niños: “¿cuánto creen que miden los billetes?”

**I:** ¿Y por qué?

**Ana:** Es que no entiendo cómo lo pueden hacer sin adivinar los números, ¿deben suponer medidas?

**Emma:** No profe, que lo aproximen.

### **Fragmento 2:** *La estimación como un tanteo para Ana*

Segovia y De Castro (2013) clasifican este tipo de pensamiento hacia la estimación, como un proceso de tipo accidental o aleatorio, el cual se considera que afecta la precisión de las medidas. Los autores mencionan que los docentes suelen tomar este proceso así, debido a que conciben un carácter formal y exacto de las matemáticas y, no logran hallar la relación de la estimación con el sentido a las asignaciones numéricas que los estudiantes validarán. No obstante, se le realiza la pregunta a la profesora Ana, ¿qué sería medir?, a lo que ella responde:

**Ana:** Medir objetos con regla, metro o cualquier otra cosa y usar centímetros y metros. Aunque no sé si en 1° sepan usar la regla, pero los de 3° ya lo han trabajado y la conversión de unidades.

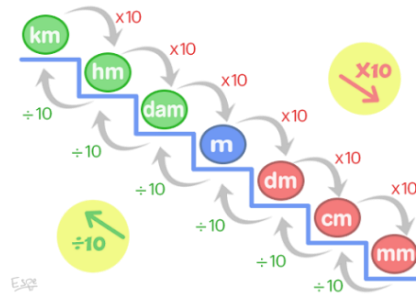
**Emma:** Incluyamos el decímetro y milímetro también.

**Ana:** ¿Pero los niños de 1° saben que si aumenta dividen y si disminuye multiplican?

**Emma:** No, pero quiero enseñarles primero las unidades pequeñas antes de pasar al metro.

### **Fragmento 3:** *Respuesta de Ana sobre qué sería medir*

El fragmento 3 revela que las profesoras están dando más énfasis a la exactitud de la medida mediante los instrumentos de medición y, a los procesos repetitivos de conversión de unidades tal como lo expresa Segovia y Castro (2017) y Policastro y Ribeiro (2023), en las formas de abordar los pensamientos métrico y geométrico. La pregunta de la profesora Ana, constata esta afirmación al mencionar “*si aumenta dividen y si disminuye multiplican*”, relacionándose con técnicas mecanizadas correspondientes al proceso de la Figura 13.

**Figura 13:** *Conversión de unidades de longitud*

*Nota.* Tomado de Sanchez (2016)

Al respecto, Araujo (2020) afirman que, en el campo de la educación matemática se ha mantenido el constante interés por favorecer el desarrollo de los pensamientos matemáticos, sin embargo, los pensamientos geométrico y métrico es olvidado porque los docentes suponen un aprendizaje de las propiedades de las figuras, de la construcción de magnitudes y un uso de procesos e instrumentos de medición desde casa, que a veces no necesitan ser fortalecido en las escuelas. Convirtiéndose en clases de conversión de unidades estándar, que terminan en actividades del pensamiento numérico dejando a un lado el proceso de reconocimiento de magnitudes, el uso de unidades no estándar, estimaciones de medida y explicación adecuada de instrumentos y unidades de medición.

En lo que restó de la socialización, otras docentes hicieron comentarios sobre la importancia de que se brindara la opción de estimar a los estudiantes con dificultades motrices o con ritmo de aprendizaje lento, porque se está haciendo uso del pensamiento métrico a partir de la comparación. Esta sesión es finalizada por las profesoras Emma y Ana como se observa en el fragmento 4:

**Emma:** Es mejor para el niño que su primer acercamiento sea estimar, para luego comprobar y le dé sentido a lo que hizo.

**Mónica:** Eso se podría hacer al realizar la manipulación de los billetes, ahí se desarrollaría la estimación de medidas y la corroboración de las mismas a partir de la regla.

**Fragmento 4:** *Intervenciones de Emma y Mónica sobre estimar*

Todas estas discusiones finalizaron en la cosificación de dos planeaciones: una de la profesora Ana para implementar en el curso de tercer grado y, otra de las profesoras Mónica y Emma, quienes, decidieron hacer una planeación grupal para primer grado. Los planes revelaron diferentes estrategias de incorporación de las ideas. En la Figura 14 se observa que la profesora Ana, en su planeación individual, refleja lo anterior dándole paso a procesos de estimación de medidas, pero pensando en los estudiantes que iban a tener el nivel de profundidad 4 del diseño<sup>4</sup>. En este nivel “se privilegian actividades de resolución, deducción y planteamiento de conjeturas matemáticas con el uso de lenguaje matemático formal,” (Jacome et al., 2024).

**Figura 14:** *Planeación del diseño*

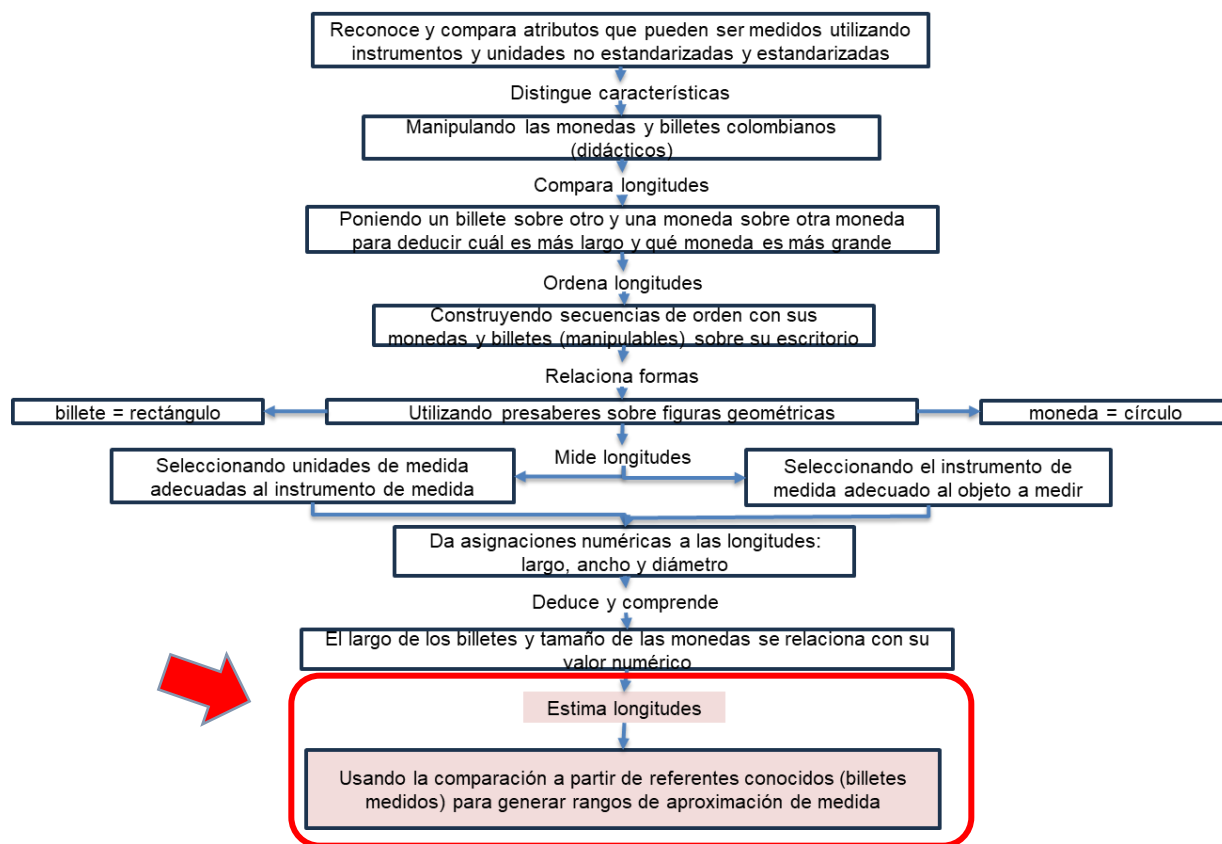
Respecto a los ejercicios 3, y 4 del Nivel 4 se resolverá con ayuda de todos de tal manera que los estudiantes del Nivel 3 también tengan la experiencia de estimar el largo de los billetes, en este momento se escuchan opiniones e inquietudes de los estudiantes sobre sus aproximaciones, para que de esta manera los estudiantes del Nivel 4 puedan dar respuesta a estas preguntas sin usar la regla.

Se percibe un reconocimiento de la estimación como un proceso de “aproximación” sin usar la regla, por lo que se decide, tomar el documento completo y construir la ruta cognitiva planeada, como se observa en la Figura 15, para dar estructura a la planeación de Ana.

En esta ruta se puede observar que el proceso de estimación que se encierra de rojo y colorea de rosado, fue considerada por la profesora como la última etapa de implementación. De acuerdo a esto, el propósito de Ana no se estaría relacionado con la progresión propuesta por el diseño didáctico, debido a que los estudiantes, al momento de estimar longitudes como ella lo propone, ya habrían medido con la regla y, este proceso solo funcionaría como algo “extra”.

---

<sup>4</sup> Para ampliar explicación de los niveles de profundidad del diseño, véase: Hernández, G., Parada, S. y Millán, J. (2024). Mateversas: ¿Cómo ordeno las monedas y billetes colombianos? Ediciones UIS.

**Figura 15:** Ruta cognitiva de la planeación de la profesora Ana

Por otro lado, al indagar en la planeación de las profesoras Mónica y Emma para el grado primero, se esperaba encontrar en su documento, un espacio para este proceso de estimación debido a sus intervenciones a favor de usarlo en clase antes de utilizar la regla. Por el contrario, optaron por priorizar la medición directa con herramientas, sin considerar la estimación como se percibe en la Figura 16: *Tomado de la planeación de Mónica y Emma.*

**Figura 16:** Tomado de la planeación de Mónica y Emma

Los estudiantes manipulan de forma libre el material y lo organizan a su gusto propio encontrando comparaciones para luego medir usando la regla.

A través del trabajo en equipo y mediación de las docentes se relacionarán las diferentes medidas de longitud usando como instrumento de medida estándar la regla (magnitud de longitud cm y mm).

Estas decisiones muestran una brecha entre lo discutido en la CoP y su planeación, dejando como inquietud las intenciones de las profesoras Mónica y Emma, las cuales, al revisar su proceso de reflexión en la acción, no evidencian un tránsito de negociación de significados de manera individual. Lo anterior llevó a mostrar, en el siguiente apartado, solo resultados de la implementación de la profesora Ana.

#### **4.1.2 Reflexión en la acción**

La planeación fue aplicada por la profesora Ana en dos sesiones a un grupo de 27 estudiantes de tercer grado con edades entre 7 y 9 años. Estas sesiones fueron videograbadas permitiendo una revisión directa del actuar de la docente, logrando ver un primer acercamiento al proceso de estimación en el fragmento 5:

**Ana:** ¿Cómo podríamos saber cuánto mide el largo y ancho de un billete?

**E:** Con una regla profe.

**Ana:** Pero con la regla no. Es que su compañero me pregunta que cómo respondemos a la pregunta “¿cuánto cree que mide el largo de los billetes?”, ¿ahí usaríamos regla?

**E:** No profe

**Ana:** Exacto, si yo les digo, ¿cuánto creen que mide el tablero?, ¿se van de una a medirlo?

**E:** Profe es muy grande, toca un aproximar la medida o traer otra cosa para medirlo.

**Ana:** Correcto, toca aproximar, entonces ¿ahí estaríamos que?, estimando. Cuando estimamos es cuando damos una medida sin necesidad de utilizar un instrumento de medida, “ah yo pienso que la puerta mide más o menos 2 metros de altura”, o “mide menos de 3 metros o más de 1 metro”.

**E:** Profe, o también podríamos usar, “probablemente mide 4 cm”.

**Ana:** Exacto, entonces, ¿qué pasa chicos?, lo que me dice aquí es: “¿cuánto yo creo que mida el largo del billete?”, “¿cuánto yo creo que mida el ancho del billete de 2 mil?” y así. Usen sus aproximaciones y luego comprobamos todos.

#### **Fragmento 5: Estimación para Ana como un proceso de medida sin regla**

Se ve como en sus respuestas Ana, a partir de la inquietud de un estudiante, logra que todos intenten usar la estimación para las medidas de los billetes y, además, toma en consideración que la estimación es un proceso de medida que no necesita un instrumento para hallar rangos de

aproximación y que, luego comprobarán sus asignaciones numéricas, tal como lo menciona Segovia y De Castro (2013). Es decir, basado únicamente en los conocimientos y experiencias que podemos disponer. Y considerando las formas de estimar expuestas anteriormente, se aprecia el uso de Ana en la categoría dos: “por medio de referentes conocidos”, como otros objetos, asimismo un leve uso de la categoría uno: “por mediciones mentales o intuitivas”.

Siguiendo estas ideas, se resalta otro episodio (fragmento 6), donde una estudiante, al escuchar la explicación de la profesora que debían hallar las medidas de los largos de los billetes sin usar regla, le pregunta:

**E:** ¿Profe podría medirlo con una regla de una vez? Es que ya lo medí y me dio esto.

**Ana:** Sí, pero cuando te preguntan cuánto crees, es sin la regla. Use la regla cuando te piden usarla.

**E:** ¿Entonces profe?, ¿lo dejo así o me invento las medidas?

**Ana:** Pero, ¿por qué inventarlas?, ¿cuánto cree usted que mide el billete de 2 mil? Búsquelo.

**E:** Yo creo que mide más o menos 10.

**Ana:** ¿10 qué?

**E:** 10 centímetros.

**Ana:** Entonces eso colóquelo abajo, “yo pienso o considero que puede medir 10 centímetros, o un poquito más de 10 o casi 11 centímetros”, ¿listo?

**E:** ¿Y cómo sé que me quedó bien?

**Ana:** Chicos, me pregunta su compañera que cómo podemos comprobar que las estimaciones o aproximaciones nos quedaron bien. ¿Qué podríamos hacer?

**E:** Usar la regla.

**Ana:** Correcto, ya irían a revisar con la regla si lo que pusieron es, se pasaron o les faltó un poco.

**Fragmento 6:** *La regla como validadora del proceso de estimación para Ana*

En los fragmentos, se evidencia un cambio significativo en el PM de la profesora Ana durante las interacciones con sus estudiantes, mostrando un uso de la estimación, no como un proceso de "adivinanza" sino una estrategia para encontrar medidas basadas en la percepción o uso de referentes conocidos. Asimismo, es importante mencionar que considera el proceso de

“aproximación” y términos como: “más o menos”, “un poquito más”, “yo pienso”, “considero”, “yo creo”, entre otras, reflejando un sentido de la medida tal como lo expresa Van de Walle (2003):

Los siguientes términos de estimación se pueden utilizar con la mayoría de las actividades de estimación tempranas: más o menos que, más cerca de, acerca de, entre, un poco menos de. Pedir estimaciones utilizando estos formatos ayuda a los niños a aprender lo que quiere decir con “aproximadamente” y con “estimar”. (p. 130)

Si bien es cierto que, en el diálogo de la docente, no se logra reconocer la distinción entre los procesos de estimación y aproximación de una medida como lo expresa Pizarro et al (2014): estimar es el “proceso de asignar un valor cercano a una cantidad sin utilizar instrumentos de medición exactos” y, aproximar es “ajustar o redondear una cantidad a un valor más manejable o significativo”. Se rescata la consideración de la profesora Ana sobre estimar longitudes para luego comprobarlas y darles sentido a las asignaciones numéricas encontradas por los estudiantes, mostrando que todos pueden hacer una estimación sin tener que sacar un número de la nada.

#### **4.1.3 Reflexión sobre la acción**

Luego de la implementación, cada docente revisaba sus vídeos de clase y seleccionaba aquellos episodios que le parecían más significativos para socializarlos en la CoP. Asimismo, quien escribe, fungiendo como moderadora, hizo selección de aquellos momentos relevantes por medio de videoclips como una herramienta de análisis, tal como lo menciona el modelo R-y-A. Estos episodios fueron acompañados por preguntas, de tal forma que guiara el proceso de reflexión sobre la acción. En este apartado, se realiza seguimiento a la negociación grupal considerando la implementación de la profesora Ana, lo que permitió que las profesoras Mónica y Emma dieran sus opiniones al respecto.

La primera experiencia compartida fue la de las profesoras Mónica y Emma, quienes al explicar su implementación generan una inquietud en la profesora Ana (ver fragmento 7):

**Ana:** Profes ¿no tuvieron inconvenientes al estimar la altura de la puerta?

**Emma:** Decidimos no tomar la actividad con la puerta. La cambiamos por la altura del cuaderno, y con la regla lo hacían rapidito.

**Ana:** ¿Pero no aproximaron?

**Emma:** No, se demoraban mucho.

**Fragmento 7:** *La estimación no fue usada por Mónica y Emma*

Se observa que la profesora Ana muestra interés en conocer cómo las demás docentes utilizaron la estimación, con el propósito de compararla con su propia experiencia. No obstante, en el fragmento 7 se evidencia que la respuesta de Emma provoca en Ana cierta confusión, ya que no comprende por qué no utilizaron la estimación, especialmente cuando en las sesiones de planeación se mencionaba que esta estrategia beneficiaba a los estudiantes con dificultades para usar la regla o con limitaciones físicas.

En la segunda sesión en las que se compartieron las experiencias de reflexión, Ana habla sobre sus aprendizajes sobre estimación, saber que emergió de la pregunta de un estudiante y que ella entendió de una manera improvisada en la clase.

**Ana:** (...) cuando Samuel, me pregunta cómo hacer el ejercicio de “¿cuánto cree que mide...?”, me dije a mí misma, “acá pueden estimar...”. Entonces, lo relacioné con la estimación y les dije que eso era estimar.

**I:** Profe y, ¿era un proceso que esperaba utilizar en esta implementación?

**Ana:** La verdad al inicio no quería colocar el ejercicio porque me parecía que iban a adivinar las medidas, porque ustedes saben cómo son los niños. Cuando lo hicimos, así pasó, uno me colocó “15 metros”, pero bueno, lo habíamos hablado aquí y por decidí usar eso de estimar.

**Emma:** Profe y, ¿cómo fueron esas estimaciones?

**Ana:** Ay profe, unas bien y otras ahí. Como usted decía, se pierde algo de tiempo tratando de que todos comprendan que no deben adivinar, pero bueno. Si me acuerdo de que hubo un niño que me dijo que el billete de 5 mil, medía más o menos 10 centímetros, porque había medido el cuaderno y le dio 15 centímetros y como el billete era más pequeño pues debía medir menos. También, una estudiante que no tenía regla me comentó que sus papás no le habían podido comprar, y pues me sirvió que todos estimaran para que ella participara en el proceso.

**Fragmento 8:** *La estimación no era considerada por Ana para usarla*

Se observa que en el fragmento 8, el uso de la estimación de medidas por parte de la profesora Ana estuvo influenciado por dos factores: i) las intervenciones realizadas por las otras docentes durante las sesiones de RPA; y ii) su deseo de facilitar la participación de todos los estudiantes en el proceso de medición. Asimismo, se evidencia que la profesora Ana comprende el valor que la estimación previa puede aportar al sentido que los estudiantes dan al uso de la regla en las mediciones.

Por otro lado, durante la implementación, algunas respuestas de los niños dejaban ver un proceso de estimación usando los tres tipos de categorías: mental o intuitivo, diciendo respuestas rápidas para ellos; referentes conocidos con objetos (cuaderno, regla) o unidades de medida (cm o m); y, la descomposición del objeto de acuerdo a un objeto más grande. Lo que sugiere indagar si los estudiantes habían tenido acercamientos a este proceso de estimación en otros ámbitos:

**Ana:** Revisé y en el libro habíamos trabajado esos conceptos en la medición de ángulos, pero con preguntas de, “¿usted cree que ese ángulo pasa de  $90^\circ$  o es menos?”.

**I:** Ok, ¿y por qué no lo consideró en el análisis del diseño?

**Ana:** No sé, creo que la palabra “cuánto cree” la tomaba como adivinar.

**I:** Y, ahora, ¿qué tienes en cuenta al explicar esta estimación de medidas?

**Ana:** Ahora considero que la estimación va antes de utilizar el instrumento de medida para que el estudiante vea qué tan preciso, qué tan cerca pudo llegar a esa medición. Porque según lo que hablamos y lo que surgió en la clase, siento que eso es muy fundamental, le da como la base al estudiante de que más que adivinar, se base en algo para poder decir por qué cree que mide eso, qué tiene en cuenta para estimar, si me acerqué, no me acerqué.

#### **Fragmento 9:** *Estimación en el cálculo de ángulos usado por Ana*

Se aprecia en el fragmento 9, que Ana reconoce que este procedimiento de estimar longitudes si es válido, además, enfatiza que utilizarlo ayudó a sus estudiantes, porque, aunque pensaba en que estimar era “adivinar”, lograron darle sentido a las medidas que encontraron posteriormente con la regla y, que, además, la profesora logró la idea de poder elegir entre estimar o usar

instrumentos de medida en el caso más adecuado. En la Tabla 13, se explicita la negociación del significado de Ana sobre la estimación como un proceso de medida.

**Tabla 13:** *Resumen del significado negociado 1*

Estimación como un proceso de medición		
Reflexión para la acción	Reflexión en la acción	Reflexión sobre la acción
La profesora Ana inicialmente asocia la <b>estimación con “adivinar”</b> <sup>5</sup> , mostrando dudas sobre cómo orientar este proceso en los estudiantes, pero sin claridad del momento en que se necesita incorporar la regla. Las dinámicas de la comunidad la llevaron a hacer una revisión de este proceso.	La profesora Ana logra en la interacción con sus estudiantes, comprender que <b>la estimación no requiere necesariamente un instrumento de medida</b> , y con ello promueve la actividad matemática enfatizando en el uso de la regla como herramienta validadora de la estimación.	La profesora Ana, entendió que la <b>estimación es un proceso previo al uso de instrumentos para dar sentido a la medida</b> . Reconoce que la estimación tiene un valor formativo para que el estudiante reflexione sobre su cercanía a una medición precisa y como una actividad fundamentada, no basada en la adivinanza.

#### 4.2 Las dimensiones de un rectángulo no dependen de su posición

Rizkiano et al. (2013) destacan que, aunque el estudio de las dimensiones en figuras geométricas, en especial en rectángulos, ha recibido poca atención en la investigación educativa, tiene un impacto significativo en el desarrollo del pensamiento espacial y geométrico en la educación primaria, donde los estudiantes se enfrentan por primera vez a estos conceptos. Según los autores, las dificultades en este ámbito suelen deberse a que no se prioriza el entendimiento de las propiedades geométricas, lo que a menudo refuerza concepciones erróneas sobre las figuras.

En este sentido, Sinclair y Bruce (2015) señalan que esta dificultad se relaciona con la invarianza de las propiedades geométricas, lo cual puede llevar a los estudiantes a interpretar la base y la altura de un rectángulo de forma rígida, asociando estas dimensiones a posiciones específicas y limitando su capacidad para razonar sobre figuras en diversas orientaciones. Asimismo, Battista (2007) resalta que, para desarrollar el razonamiento geométrico, es crucial que los estudiantes reconozcan las propiedades fundamentales de las figuras, como la relación entre sus lados, sin depender de la orientación espacial.

<sup>5</sup> Cada vez que se use la palabra “adivinanza” se hará alusión al término literal usado por la profesora Ana para el proceso de estimación.

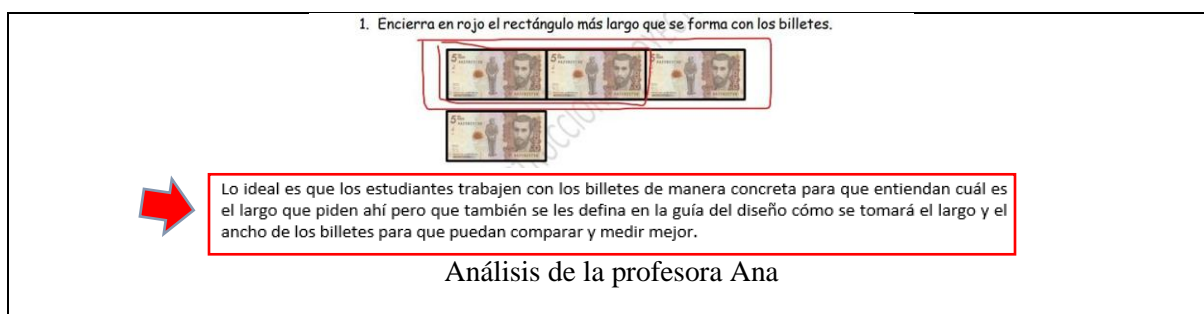
Este aprendizaje de propiedades según Smith y Jones (2019) se puede consolidar, mediante actividades de observación, medición, dibujo y modelado, de manera que los estudiantes reconozcan las dimensiones de una figura independientemente de su posición. Por tanto, entender que un rectángulo es un paralelogramo con cuatro ángulos rectos y lados opuestos de igual longitud, permite asimilar también que un cuadrado es un tipo particular de rectángulo. Por lo tanto, en un rectángulo con lados de diferente longitud, es fundamental identificar el "largo" como el lado más extenso y el "ancho" como el más corto, sin importar su orientación.

Se evidencia entonces que, inferir las dimensiones de un rectángulo como independientes de su posición fomenta en los estudiantes una visión abstracta y generalizada de las formas geométricas. Esta habilidad es esencial en este contexto, no solo para un aprendizaje de la geometría, sino para resolver problemas de medición del largo y ancho de los billetes didácticos, sin depender únicamente de la percepción inmediata de su posición.

#### 4.2.1 Reflexión para la acción


Durante el análisis del diseño, las profesoras Ana y Emma enfatizan la importancia de aclarar los términos "largo" y "ancho", tanto en la planificación, proporcionando definiciones claras, como en el aula, complementando con explicaciones detalladas. Buscando evitar confusiones en los estudiantes sobre la distinción de estas dimensiones al trabajar con los billetes didácticos, tal como se ilustra en la Figura 17: Sugerencias para explicar largo y ancho de las profesoras.

**Figura 17:** Sugerencias para explicar largo y ancho de las profesoras Ana y Emma



¿Conoces las dimensiones de un billete?

Recuerda que:



Ancho

Largo

Manipula el billete de 2 mil y el billete de 50 mil entregados.

¿Cuál de ellos es más largo? \_\_\_\_\_

¿Cuál de ellos es más corto? \_\_\_\_\_

Análisis de la profesora Emma

Definiría las dimensiones de un rectángulo y pondría el dibujo

Definir los conceptos: largo y ancho para dar claridad al ejercicio.

Esto refleja una preocupación por garantizar que los términos sean explicados correctamente; sin embargo, no se encuentra una definición explícita por lo que, durante la socialización de los análisis, se plantea la pregunta del fragmento 10, buscando generar un diálogo entre las docentes:

**I:** ¿En esta actividad [refiriendo la pregunta de largo y ancho de un billete], qué dificultades pueden surgir en los estudiantes?

**Ana:** Que no entiendan cuál es el largo y el ancho.

**I:** ¿Y qué se podría hacer para tener prevista la situación?

**Emma:** Podríamos preguntarles si ellos los conocen y, después decirles cuál es el ancho y largo usando el billete. Así se evita que confundan que el largo es el de abajo, y el ancho el de al lado.

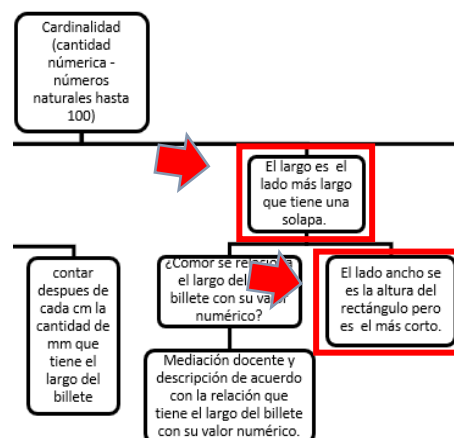
#### **Fragmento 10:** *Análisis de la pregunta sobre dimensiones de un rectángulo*

Lo anterior refleja una interpretación clara por parte de Emma del reconocimiento del largo y el ancho de un rectángulo, sin depender de su orientación. Se esperaba que esta claridad se reflejara en la planeación junto a Mónica, con una definición precisa de estos términos para evitar confusiones. No obstante, aunque no presentan una conceptualización formal, se aproximan a ella a través de comentarios, como se observa en la Figura 18.

**Figura 18:** *Planeación de Mónica y Emma sobre largo y ancho*

El uso de la regla permite identificar las principales unidades de medida (cm y su submúltiplo mm) en el largo y el alto de los billetes y diámetro de las monedas.

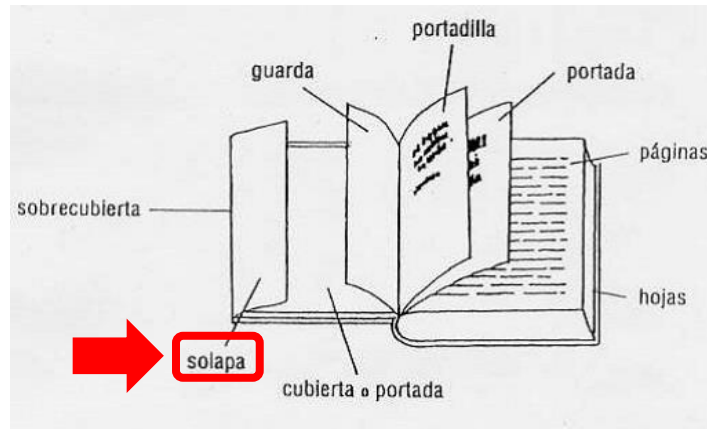
Al analizar la expresión “*el largo y alto de los billetes,*” se observa que las docentes asocian el término “*alto*” con el “*ancho*” de un rectángulo y “*largo*” con su “*base*.” Esto concuerda con lo señalado por Sinclair y Bruce (2015), quienes sostienen que enseñar la base y altura como dimensiones fijas e invariantes puede fomentar una percepción rígida de las propiedades de un rectángulo. Sin embargo, en su planeación incluyeron dos rutas cognitivas de apoyo para organizar sus intervenciones de acuerdo a los objetos matemáticos que las docentes habían reconocido en el diseño, lo que permitió examinar sus interpretaciones verbales de “*largo*” y “*ancho*” en un rectángulo. Una de estas rutas, mostrada en la Figura 19, proporciona las siguientes definiciones: “*el largo es el lado más largo, que tiene una solapa*” y “*el ancho es la altura del rectángulo, pero es el lado más corto.*”

**Figura 19:** *Parte de la ruta cognitiva construida por Mónica y Emma sobre cardinalidad*

Al investigar el significado de la palabra “*solapa*”, se consultó en la RAE (2023), donde es definida como una “*prolongación lateral de la cubierta de un libro o camisa.*” Esta definición

genera incertidumbre sobre cómo representarlo gráficamente en el contexto discutido. Por ello, se recurre a la Figura 20 para proporcionar una representación visual del término.

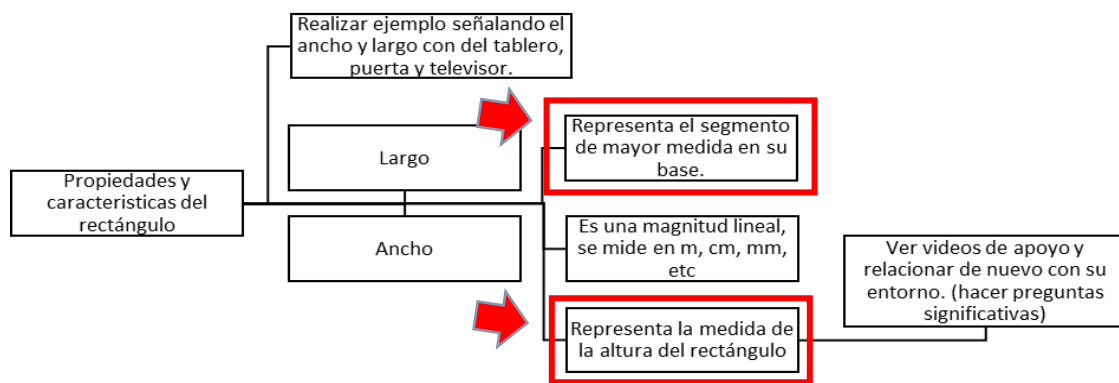
**Figura 20:** Representación gráfica de la palabra “solapa”



*Nota.* Tomado de Lumen Grafica (2011)

Como se ilustra, la "prolongación lateral" de la solapa sugiere que las profesoras efectivamente concebían el largo como el lado más prolongado de un rectángulo. Por lo tanto, se deduce que también comprendían el ancho como el lado más corto al mencionar “*es la altura del rectángulo, pero es el más corto*”, y que la comparación con la altura es una confusión terminológica. No obstante, en la segunda ruta cognitiva mostrada en la Figura 21, se presentan otras definiciones relacionadas con los términos "largo" y "ancho."

**Figura 21:** Ruta cognitiva construida por Mónica y Emma sobre propiedades del rectángulo



En esta segunda ruta, se reitera la comprensión de las docentes de que el largo es “*de mayor medida*”; sin embargo, persiste la asociación del ancho con la altura. Esto invita a reflexionar sobre cómo se interpretarían las dimensiones al rotar el rectángulo verticalmente. ¿Podrían las docentes intercambiar el largo por el lado más corto y el ancho por el lado más largo, manteniendo su relación con los términos base y altura?

Por su parte, la profesora Ana, en su planeación, no ofrece definiciones específicas ni expresiones o comentarios sobre cómo concibe los términos “*largo*” y “*ancho*” de un rectángulo. Por ello, en la reflexión en la acción, se presentan episodios de ambas implementaciones, dando énfasis a las intervenciones y diálogos de las profesoras Ana y Mónica ya que ofrecen evidencia de una negociación de significados sobre las dimensiones del rectángulo.

#### **4.2.2 Reflexión en la acción**

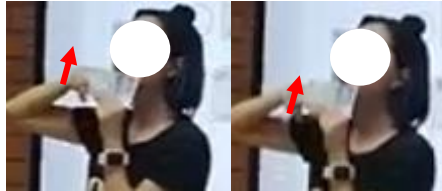
La implementación de las profesoras Mónica y Emma se llevó a cabo en un curso de primer grado de básica primaria integrado por 22 estudiantes. El apoyo en el aula estuvo distribuido de la siguiente manera: la profesora Mónica dirigía la clase y proporcionaba explicaciones generales, resolviendo las dudas de los estudiantes con los niveles de profundidad 3 y 4. Mientras que, la profesora Emma orientaba a las dos estudiantes que trabajaban con el diseño de nivel 1. Como resultado, las evidencias de implementación en este subapartado se centran principalmente en las intervenciones realizadas por la profesora Mónica.

Un primer episodio relevante ocurre cuando la profesora Mónica inicia la explicación de la primera actividad, que consistía en organizar los billetes según su largo. Mónica siente la necesidad de clarificar qué se entiende por “*largo*” y qué por “*ancho*” en un billete:

**Mónica:** Vamos a comparar en los billetes dos medidas importantes, tomemos el billete de 2 mil. Ubiquemos el billete en esta misma forma [*ubicando el billete de manera horizontal*]. Entonces, si yo me voy por aquí [*señalando la parte de abajo, base del rectángulo*], lo vamos a llamar largo.



**Mónica:** Si subo por acá [*señalando la parte del al lado, altura del rectángulo*] lo llamaremos ancho.



**Mónica:** Entonces van a dejar en el puesto, el billete de 2 mil y van a tomar el de 5 mil y todos con sus dedos me señalan el largo.

**E1:** ¿Este profe? [*señalando la base del rectángulo*]



**Mónica:** Sí. ¿Y cuál sería el ancho?

**E2:** Este profe [*señalando la altura del rectángulo*]



**Fragmento 11:** *Explicación de Mónica sobre las dimensiones de un rectángulo*

El diálogo del fragmento 11 con los estudiantes, muestra una ubicación adecuada de las dimensiones del rectángulo, donde el largo se entiende como el lado más prolongado y el ancho como el lado más corto. No obstante, la profesora Mónica hace la observación del fragmento 12:

**Mónica:** La forma en que vamos a usar los billetes para la actividad debe estar así [*ubica el billete de manera horizontal*], de tal forma que los personajes siempre se vean de pie y rectos y, que aquí quede el largo [*señalando la base*] y aquí quede el ancho [*señalando la altura*] para hallar las medidas que nos piden.



**Fragmento 12:** *Explicación de Mónica sobre la posición de los billetes para la actividad*

En este episodio de la clase, se observa cómo la profesora Mónica aplica las ideas discutidas previamente con la profesora Emma sobre las rutas cognitivas, asociando el largo con la base y el ancho con la altura proporcionando la idea de que “*los personajes siempre se vean de pie y rectos*”. Según Battista (2007), esta asociación es común entre docentes, quienes suelen vincular las dimensiones de las figuras con su posición en el plano en lugar de centrarse en las propiedades intrínsecas de dichas dimensiones. Mónica no vuelve a hacer referencia a las dimensiones del rectángulo en el resto de la clase, ya que su explicación de la posición del billete (de manera horizontal) no generó confusión entre los estudiantes.

Un proceso similar ocurrió con la profesora Ana, quien, durante la implementación de su planeación, al conceptualizar las dimensiones de un billete, realizó una representación geométrica en el tablero, explicando el “*ancho*” y el “*largo*” tal como se observa en el siguiente fragmento:

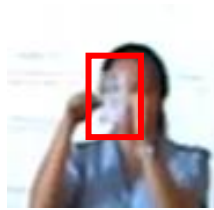
**Ana:** (...) ¿de qué dimensiones estamos hablando si nos referimos a un rectángulo?

**E1:** Del largo y el ancho.

**Ana:** ¿Y cómo podemos saber cuál sería el largo y cuál sería el ancho?

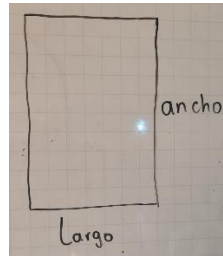
**E2:** Profe, el largo es como la parte más grande del billete y el ancho es como la parte que tiene más corta, ¿no?

**Ana:** No, nosotros pensamos que el largo, por como dice la palabra es lo más largo, y el ancho es como el más corto. Pero, analicemos esto: si yo pongo el billete así [*colocando el billete de manera horizontal*], de una vez se dice que este es el largo [*señalando el lado más largo*] y este es el ancho [*señalando el lado más corto*], ¿cierto?, y si yo se los pongo así [*colocando el billete de manera vertical*], ¿dónde queda el largo y el ancho?



**E:** El largo acá, [señalando la longitud más larga] y el ancho arriba [señalando la longitud corta].

**Ana:** ¿Seguro?, ¿entonces estaría mal si yo llego a colocar que este es el largo y este otro es el ancho? [hace una representación del billete de manera vertical en el tablero].



**E1:** Si profe, sí quedaría mal

**Ana:** ¿Sí? [hace gesto con la cabeza de que no queda mal]

**E2:** Ah no profe, no, porque de manera vertical se invierte las dimensiones.

**Fragmento 13:** *Explicación de Ana sobre las dimensiones de un rectángulo*

Este episodio del fragmento 13 permite preguntarse si la profesora Ana tenía dificultades para identificar las dimensiones del rectángulo o si, de manera intencional y guiada por una estrategia didáctica, buscaba fomentar una reflexión sobre ellas, al atribuirse un error. No obstante, al continuar con el episodio en el fragmento 14, se percibe un reconocimiento erróneo de las dimensiones del rectángulo por parte de la profesora Ana. Esto sugiere que su comprensión de las longitudes está influenciada por cómo percibe las dimensiones del rectángulo en función de su posición habitual, y cómo las relaciona con el área, entendida como base x altura.

**Ana:** Entonces, ¿realmente un billete qué forma tiene?

**E:** Rectangular

**Ana:** Rectángulo, entonces ya sabemos por lo que vimos de área que tiene base y altura. Así que no importa, o no afecta de que yo el largo lo tome como la dimensión más ancha o corta del billete, ¿listo?, porque dos por cuatro es lo mismo que cuatro por dos. Entonces acá estamos relacionando también el concepto que vimos de área de rectángulo.

**Fragmento 14:** *Relación de las dimensiones del rectángulo con el área en Ana*

Esto respalda lo planteado por Pickreign (2007), quien señala que los profesores de matemáticas a menudo desconocen las propiedades geométricas de las figuras que consideran “básicas” en el aula. Por ejemplo, en la relación que Ana establece entre dimensiones y área al afirmar "*dos por cuatro es lo mismo que cuatro por dos*", el autor argumenta que la falta de comprensión profunda de las dimensiones y magnitudes de los objetos fomenta una mecanización en el uso de fórmulas para calcular perímetros y áreas, sin una verdadera comprensión de las dimensiones de la figura. Esto conduce a una aplicación automatizada de “base por altura” en la creencia de que multiplicar estas medidas siempre producirá el área, sin cuestionar su relación con la configuración espacial de la figura.

Sin embargo, Ana al notar que sus estudiantes no avanzaban con las mediciones de largo y ancho debido a la confusión generada en ellos por no saber qué longitud medir del billete, ya que, si se ubicaba de forma horizontal, el largo era la dimensión más prolongada, pero si se colocaba vertical, el largo se convertía en la dimensión más corta, la docente aclara lo del fragmento 15:

**Ana:** Estamos trabajando el largo y el ancho, cierto, voy a hacer una aclaración para que sepan qué debemos medir. Vamos a trabajar así: el largo es la medida más larga, y el ancho quien se puede tomar como la más corta, pero también es la longitud que es perpendicular al lado más largo.

**Fragmento 15:** *Aclaración de las definiciones de largo y ancho hecha por Ana*


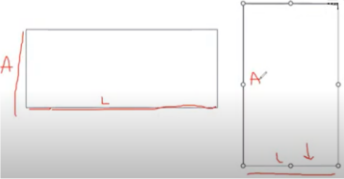
Esto lleva a pensar que su respuesta pudo haber sido dada de manera apresurada y sin una reflexión profunda, ya que no se retomó en los episodios posteriores de la clase, sino hasta la socialización de experiencias.

#### **4.2.3 Reflexión sobre la acción**

Las sesiones del compartir de experiencias abarcaron varios temas, destacándose la concepción de las dimensiones del rectángulo por parte de las profesoras Mónica y Ana. Al inicio de la sesión virtual a través de la plataforma Zoom, se les pidió a las profesoras que escribieran en

el chat privado cómo explicarían en ese momento cuál es el largo y el ancho de un rectángulo, además de dibujarlo. Las respuestas obtenidas se presentan en la Tabla 14.

**Tabla 14:** *Explicación de largo y ancho de un rectángulo*

Profesora Ana	Profesora Mónica
<p>El largo, definitivamente es la medida más larga de un rectángulo, y el ancho sería la más corta, que en este caso sería como la medida o el segmento perpendicular a ese largo que seleccionamos anteriormente. Entonces, largo como lo dice el nombre es la medida más larga y el ancho, pues la medida que nos queda la más corta.</p> 	<p>La figura que estamos viendo en la pantalla tiene cuatro lados, entonces esos cuatro lados vamos a distinguirlos entre horizontal y vertical. Entonces el largo es la línea horizontal, como si estuviéramos acostaditos y que el ancho es la línea vertical, como cuando estamos de pie. Así podemos diferenciar el largo del ancho.</p> 

La Tabla 14 refleja las interpretaciones de las profesoras sobre los términos "*largo*" y "*ancho*". En la respuesta de la profesora Ana se muestra un cambio significativo, ya que en el análisis del diseño enfatizaba la necesidad de aclarar estos términos, pero, durante la implementación surgieron dificultades que fueron aclaradas mediante una modificación en su PM, a raíz de las confusiones que los estudiantes enfrentaron al medir el largo y el ancho de los billetes. Por su parte, la profesora Mónica aún parece no reconocer plenamente las dimensiones del rectángulo en función de sus propiedades intrínsecas, sino las asocia a su posición. Esta diferencia de enfoques llevó a que se decidiera comenzar la sesión con la profesora Ana, pidiéndole que compartiera su experiencia como se expresa en el fragmento 16:

**Ana:** En mi clase surgieron algunas dificultades, una de ellas fue cuando los estudiantes tenían que organizar los billetes. Ahí se les empezó a preguntar, ¿cuál es el largo y el ancho? Entonces les dije que el largo es la base y el ancho la altura, y les mostré este dibujo [*representación del billete en el tablero del fragmento 14*], diciendo que el largo es la parte corta y el ancho la parte larga.

**I:** Profe, ¿qué la llevó a darse cuenta de la confusión?

**Ana:** Porque vi que los niños estaban perdidos en las medidas, lo que me llevó a pensar en el por qué, y me di cuenta, leyendo el diseño que algo expliqué mal.

**Fragmento 16:** *Ana explica cómo fue su experiencia sobre la confusión de las dimensiones*

Lo anterior invitó a Mónica a intervenir en el diálogo entre Emma y Ana como se observa en el fragmento 17:

**Emma:** Es bonito a veces el reconocer que se tuvo un error, pero lo más interesante es saber que no dejó a los niños con eso. Uno valora el reconocer que también tiene fallas en las matemáticas y que uno no es perfecto.

**Ana:** Exacto sí, porque al pensar que uno es el profesor no se puede equivocar en lo más mínimo. Pero lo bueno es darse cuenta en qué se falló y reflexionar para mejorar. Además, que los mismos estudiantes le muestran a uno dónde se equivoca.

**Mónica:** Yo acabo de darme cuenta que tomaba el largo como la base y el ancho como la altura y no, o bueno sí, pero solo cuando está acostado el rectángulo. Ojalá los niños no se hayan quedado con alguna confusión.

**Fragmento 17:** *Mónica entiende cómo reconocer las dimensiones de un rectángulo*

Esto demuestra que las profesoras reconocen que el dominio conceptual influye directamente en su práctica docente, y que no basta con el interés de ofrecer una buena clase y querer atender a todos los estudiantes. Este aprendizaje es clave, ya que, la reflexión y la acción les ayuda a tomar conciencia de sus limitaciones y promoverse continuamente.

A través de estos episodios, Ana, Mónica y Emma negociaron otro significado de su PM, reconociendo que, aunque muchos docentes lo consideran un tema trivial, en realidad requiere estudio y preparación para mejorar los procesos de enseñanza y aprendizaje de sus estudiantes. Como lo expresa Mónica en el fragmento 18, el PM debe ser un aspecto en constante fortalecimiento y desarrollo para promover procesos de enseñanza más efectivos.

**Mónica:** Tenemos tantas ganas de aprender sobre cómo atender a nuestros estudiantes, entenderlos, conocerlos y a partir de lo que necesita cada uno diseñar, adaptar, crear, pero olvidamos que nuestros conceptos también deben ser fortalecidos, y que, sin ellos, cómo atendemos a cualquier estudiante, solo acumulamos más dificultades en ellos dándoles errores en las explicaciones.

**Fragmento 18:** *Conclusión de Mónica en la socialización de experiencias*

La anterior negociación se resume en la Tabla 15, donde se logra evidenciar el proceso gradual que tuvieron las profesoras hacia el reconocimiento de las dimensiones de un rectángulo.

**Tabla 15:** *Resumen del significado negociado 2*

<b>Las dimensiones de un rectángulo no dependen de su posición</b>			
	<b>Reflexión para la acción</b>	<b>Reflexión en la acción</b>	<b>Reflexión sobre la acción</b>
<b>Ana</b>	La profesora Ana en su planeación <b>no muestra dificultades al distinguir las dimensiones de un rectángulo</b> . Enfatiza la necesidad de definirlo, pero no aporta definición.	La profesora Ana en la interacción con los estudiantes, confunde las dimensiones del rectángulo. <b>“el largo es la base del rectángulo y el ancho la altura”</b> . Por dificultades en los estudiantes, se percató de ello y corrige a <b>“el largo es el lado más largo y el ancho es el lado perpendicular al largo”</b> .	La profesora Ana termina conceptualizando que <b>el largo es la medida más larga</b> de un rectángulo, y el <b>ancho sería la más corta</b> o el segmento perpendicular a ese largo y <b>no depende de su posición</b> .
<b>Mónica</b>	La profesora Mónica en su planeación deja en evidencia la relación <b>“largo” como la base del rectángulo y “ancho” como la altura</b> .	La profesora Mónica en la interacción con sus estudiantes, asocia el <b>“largo” siempre a la posición horizontal (base) y el “ancho” a la vertical (altura)</b> . Especifica que usarán el billete horizontal, lo que no genera dificultades en los estudiantes.	En el compartir de experiencias reconsideró la relación entre el largo y el ancho en función de la orientación del rectángulo. Reflexionó sobre <b>cómo la posición afecta la percepción de las dimensiones, pero no hace que cambien</b> .

### 4.3 Pensar en la diversidad del aula modifica la metodología de enseñanza

Las actividades de intervención teórica y práctica planeadas para fomentar la reflexión, evidenciaron negociaciones de significado en el PD de las docentes, mostrando cómo estos aprendizajes se manifestaron en la caracterización de sus estudiantes, en sus planeaciones y en sus metodologías de clase siguiendo las orientaciones del DUA.

En este contexto, se afirmó lo planteado por Parada y Fiallo (2022), quienes mencionan que “la metodología de enseñanza se modifica al incorporar un nuevo recurso, pues se requiere que el profesor asuma un rol muy diferente al tradicional.” Aquí, el “nuevo recurso” fue el diseño didáctico orientado a atender la diversidad de aprendizajes en el aula de matemáticas. Esta inclusión hizo complejo separar el PD del PO, ya que el uso del diseño motivó a las docentes a considerar nuevas formas de promover AM adaptada a las características de sus estudiantes.

Es así que, las reflexiones que se muestran se enfocaron en cómo intentaban aplicar los tres principios del DUA a través de sus diseños, evaluando en qué medida esto les permitió reconocer diferentes tipos de diversidad más allá de diagnósticos sensoriales, físicos y cognitivos.

**Parte inicial.** Al inicio del diplomado, en el formulario de inscripción, se les preguntó a los profesores: "¿Qué entiende por diversidad? y ¿Cómo atiende la diversidad en la clase de matemáticas?". Las profesoras Emma, Ana y Mónica relacionaron sus respuestas con lo expuesto en la Tabla 16.

**Tabla 16:** *Concepciones sobre diversidad*

Preguntas	Profesora Ana	Profesora Emma	Profesora Mónica
“¿Qué entiende por diversidad?”	Diferentes maneras de aprendizaje.	Lo relaciono con todos los tipos de aprendizaje, estudiantes con necesidades especiales, de inclusión o de discapacidad.	Talentos diferentes, NEE
¿Cómo atiende la diversidad en clase de matemáticas?	No excluir a ninguno de los estudiantes sin importar la condición de cada uno de ellos.	Buscar los recursos pertinentes, mediaciones, y orientar la forma de enseñar según la necesidad del educando, en pro de que se logre su aprendizaje.	Son los procesos y formas en que los estudiantes comprenden los temas de la clase, por lo tanto, se debe tener la capacidad de llegar a cada una de esas formas de aprendizaje y lograr que aprendan empleando diferentes metodologías.
¿Qué diversidad atiende en clase de matemáticas?	TDAH	Discapacidad cognitiva	Atención dispersa, TDH y aprendizaje limítrofe

Al analizar las concepciones expresadas por las profesoras Ana y Mónica, se observa que ambas inician con una comprensión limitada del concepto de "diversidad," enfocándose principalmente en diagnósticos preestablecidos. Emma, por su parte, tiene una noción más amplia, relacionando tipos de aprendizaje y necesidades educativas especiales. No obstante, al revisar sus respuestas sobre la diversidad en sus aulas, las tres docentes se restringen a mencionar únicamente a aquellos estudiantes con diagnósticos, lo cual concuerda con lo que Ainscow y Booth (2002) señalan sobre la tendencia de los docentes a asociar diversidad con categorías visibles, como discapacidades físicas, cognitivas o sensoriales. Esta visión podría estar influenciada por las mismas instituciones educativas, que enfatizan estas distinciones.

En relación con las respuestas obtenidas, las conferencias se orientaron a transformar la concepción de diversidad en los docentes, enfatizando que no solo los diagnósticos deben considerarse al planificar e implementar estrategias educativas. Un ejemplo de esto se dio en la

segunda conferencia, centrada en la historia de la creación de normativas. En esta, surgieron intervenciones de las profesoras que abordaron las diferencias entre la educación especial y la atención a la diversidad, así como cuál de estas prácticas se implementa actualmente en Colombia. En este contexto, destaca una pregunta formulada por la profesora Mónica, quien enseñaba a estudiantes de 9° grado en su segunda institución, como se evidencia en el fragmento 19:

**Mónica:** Hablamos de varios tipos de discapacidad, pero yo tengo en 9° un estudiante brillante en matemáticas, él ni siquiera toma apuntes, pero los previos siempre son de 100. Él cayó en las drogas y la institución está intentando sacarlo por las influencias a sus compañeros y sus comportamientos. Mi pregunta es ¿llegará un momento en que la drogadicción, pueda considerarse diversidad?

**Fragmento 19:** *Pregunta de Mónica sobre diversidad en la Conferencia 2*

La pregunta deja ver una ampliación al enfoque de diversidad en Mónica en relación con su respuesta a las preguntas iniciales, incluyendo tanto a estudiantes con talentos excepcionales como a aquellos con dificultades sociales como la drogadicción; comienza a considerar casos más complejos y menos visibles de diversidad. Este tipo de reflexión coincide con lo planteado por Celis y Zea (2018), quienes enfatizan que una concepción inclusiva debe ser flexible y capaz de abarcar múltiples dimensiones de la experiencia individual de los estudiantes.

En línea con lo anterior, en la tercera conferencia se discutió cómo atender la diversidad que reconocen las docentes en el aula con el uso del DUA. Durante esta sesión, se generó un diálogo con la conferencista (C), en el que el profesor P1 influye en las interpretaciones de las profesoras Emma y Ana sobre el concepto del DUA, clarificando además cómo distinguirlo del Plan Individual de Ajustes Razonables (PIAR):

**C:** ¿Alguno sabe qué es el diseño universal para el aprendizaje? ¿han escuchado algo?

**Emma:** Sé que el diseño universal de aprendizaje es como un ajuste en la planeación que se hace a un estudiante que tiene una necesidad de aprendizaje especial, entonces es como diseñarle a él, cómo sería la manera más óptima para enseñarle.

**P1:** ¿Lo que nombra la profesora no es más el PIAR? Está normatividad del DUA, dada por el MEN es más como ese estándar inicial de adaptar el conocimiento como hacia un contexto, como empezar de manera contextualizada.

**Emma:** Bueno, creo que tiene más relación lo que dice el profesor [*refiriéndose a PI*]. Aunque eso fue lo que les entendí a las coordinadoras cuando nos explicaron en el colegio al inicio del año. Me pasaron una lista de estudiantes a los que se les debe planear diferente diciéndonos que eso era el DUA. ¿Entonces nos pidieron fue un PIAR?

**P1:** Yo creería que sí profe, porque al decir la palabra “universal” creo que está diseñada para todos y no solo para algunos como si lo es el PIAR.

**Ana:** Profe, tengo entendido que son actividades que se diseñan para todos los estudiantes teniendo en cuenta sus necesidades. Y pues se realiza al mismo tiempo. O sea, se espera que no hagan actividades diferentes, sino que todos encajen en la misma actividad que se diseña.

**Fragmento 20:** *Dialogo de qué es el DUA en la Conferencia 3*

El fragmento 20 revela una confusión inicial entre las dos propuestas pedagógicas nacionales por parte de Emma debido a la poca claridad en las explicaciones que recibió en la institución educativa donde labora. Sin embargo, en el dialogo, se observó un proceso de negociación que le permitió diferenciar estos enfoques, comprendiendo que el DUA se dirige a todos los estudiantes mientras que el PIAR es específico para aquellos con necesidades especiales y que requieren adaptaciones curriculares.

Por otro lado, la claridad con la que Ana expone sus ideas refleja una asimilación más profunda del DUA, posiblemente por una mayor participación en capacitaciones hacia el tema. Su intervención destaca la esencia de este enfoque: diseñar actividades inclusivas desde el inicio, de manera que todos los estudiantes, independientemente de sus necesidades particulares, puedan participar en la misma actividad. En este sentido, los procesos de reflexión que se posibilitaron, buscaron cómo la consideración de la diversidad en sus estudiantes influyó en las metodologías de enseñanza de las profesoras y qué factores determinaron estos cambios.

### 4.3.1 Reflexión para la acción

Como se ha mencionado, en este primer proceso de reflexión, se presentaron los diseños creados para atender la diversidad con la expectativa de que las profesoras seleccionaran uno, discutieran sus análisis e inquietudes, y trataran de hacer adaptaciones en función de las características del grupo en el que se iba a implementar. Posteriormente se esperaba que planearan su aplicación, la llevaran a la práctica y, en una sesión colectiva, compartieran sus experiencias. Sin embargo, surgieron dudas con respecto al uso de la propuesta, como se evidencia:

**Emma:** Me preocupa el tiempo que dediquemos a estas actividades considerando que ya tenemos 32 horas de clase a la semana, dirección de grupo, y otras tareas adicionales que debemos cumplir. Sobre todo, porque estamos apresurados por finalizar los temas antes de que acabe el año.

**I:** ¿Profes cómo planean sus clases?

**Emma:** Un plus que tiene el colegio es que nos entregan al inicio del año las planeaciones y lo que mes a mes debemos hacer en las clases.

**Ana:** Yo si planeo por períodos, entonces debo organizar los temas y actividades revisando material externo y un libro guía que tenemos en la institución.

**I:** ¿Profes y en sus planes no estaba esta temática que abordarán?

**Ana:** Sí pero ya la vimos, sería aceptar la propuesta como un refuerzo.

**Emma:** Me parece bien, así revisamos si lo que explicamos fue entendido.

#### **Fragmento 21:** *Inquietudes hacia la propuesta curricular*

El fragmento 21 evidencia, en un inicio, cierta resistencia de las docentes a desviarse de sus planes establecidos, debido a preocupaciones sobre la carga horaria, la necesidad de cubrir contenidos antes del final del año escolar, y el tiempo requerido para planificar. Por ejemplo, Emma y Mónica destacan que sus instituciones ya les proporcionan planificaciones detalladas, lo cual estructura sus metodologías de enseñanza sin dedicar tiempo a la creación de estas; mientras que Ana sí planifica los temas por períodos. Al considerar estas ideas, surge la pregunta: ¿es posible pensar en una enseñanza para todos los estudiantes sin una planeación previa? Al respecto, Rodríguez (2009) menciona que, al considerar un propósito o meta dentro del aula de clase para

lograr un aprendizaje significativo para todos, se requiere de un plan que ayude a prever situaciones.

Es así, que la decisión de aceptar la propuesta curricular como un refuerzo de lo trabajado, representa un avance significativo en la disposición de las docentes a incorporar adaptaciones que respondan a la diversidad en sus aulas. Este diálogo refleja cómo la reflexión colectiva facilita la aceptación de nuevas propuestas. En este sentido, se quiso indagar por sus metodologías de enseñanza habituales, con el fin de analizar sus modificaciones al considerar la diversidad en el transcurso de los procesos de reflexión, tal como lo sugiere el enfoque del DUA.

**Emma:** A mí me gusta el trabajo individual, sigo la planificación que nos entrega la institución al principio del año y ahí ya está todo organizado. Me parece que así cubro todo el contenido.

**Ana:** Siempre uso el libro, lo complemento con material extra cuando es muy necesario. Y me gusta más el trabajo individual porque en grupo hacen mucho desorden.

**Mónica:** El colegio de donde salí me hizo preocuparme por buscar formas de hacer las clases más llamativas, especialmente en matemáticas ya que sabemos que a casi nadie le gusta. Creo que, si no logramos captar su atención desde el principio, los perdemos. Entonces busco mucho los juegos.

**I:** ¿Y sus esquemas les ha funcionado?

**Ana:** A veces no, pero es complicado estar buscando formas diferentes para cada grupo.

**Fragmento 22:** *Metodologías de enseñanza que usan las profesoras normalmente*

En el fragmento 22, se refleja una inclinación hacia una enseñanza tradicional por parte de Ana y Emma, caracterizada por un enfoque estructurado, centrado en el cumplimiento del currículo preestablecido, y con poca flexibilidad para adaptarse a las necesidades individuales de los estudiantes. Según sus planteamientos, esta metodología se alinea con lo que Aldana et al. (2017) denominan una enseñanza que prioriza la transmisión de contenidos y la organización de clases de forma predeterminada, sin mucha consideración por las variaciones en las características de sus estudiantes o la participación activa. Ambas profesoras destacan la importancia de seguir el plan, evitando la incertidumbre que podrían generar actividades más dinámicas o menos predecibles.

Mónica por su parte, evidencia una preocupación por acercar el contenido matemático a los estudiantes mediante formas más llamativas y motivadoras, como los juegos. Ella reconoce la dificultad que presentan las matemáticas para muchos estudiantes y, por ello, busca estrategias que promuevan el interés y la participación activa en sus clases. Este enfoque según Velasco (2022) se podría relacionar hacia una sensibilidad en considerar gustos de sus estudiantes, en relación con proporcionar diferentes formas para captar el interés.

Al analizar el diseño, plantearon adaptaciones hacia la redacción de los enunciados para evitar confusiones en los estudiantes y, ser más precisas las instrucciones y preguntas. Sin embargo, la mayoría de los comentarios coincidían en incorporar espacios para la manipulación de objetos, promoviendo un aprendizaje más práctico y tangible (véase Figura 22). Estas recomendaciones sugieren un leve uso del principio de proporcionar múltiples formas de acción y expresión, específicamente intentar proporcionar medios físicos de acción que le permitan un uso y manipulación de los mismos (Pastor, 2018).

**Figura 22:** *Sugerencia de la profesora Ana para el uso de material concreto*

En esta actividad el estudiante debería manipular las monedas reales, ya que estas permiten observar mejor el grosor, cosa que no es tan probable que suceda en las monedas impresas.

La sugerencia de Ana trata de mostrar que, al proporcionar únicamente la guía como recurso, será complicado para los estudiantes asociar o reconocer los atributos de los billetes, como cuál es más grande o más pequeño. Por ello, sugiere que el uso de material concreto sería ideal para que los estudiantes puedan superponerlo y manipularlo, subrayando la importancia de establecer la relación entre el tamaño y el valor numérico del dinero como una estrategia para estudiantes con limitaciones visuales, ya que podrían guiarse por el tamaño del billete o moneda para identificar su valor. Asimismo, esta aproximación ayudaría a aquellos estudiantes que tienen dificultades para reconocer qué número es mayor, relacionándolo con el tamaño de los billetes o monedas.

Al proseguir con la planeación del diseño, las profesoras vieron la necesidad de caracterizar a sus estudiantes para direccionar cada nivel de profundidad del objeto matemático. Lo que llevó a la discusión del fragmento 23:

**Emma:** ¿Qué tanto se tiene que conocer al grupo para identificar qué diversidad hay, si no hay diagnósticos y apenas se conocen? No quiero hacer sentir mal a ningún estudiante al darle el nivel 1.

**I:** (...) cuando llegamos a un nuevo grupo de estudiantes, no podemos dejarnos influenciar por ideas de otros docentes sobre ellos, ya que la afinidad es distinta, y como tú los percibas así podrás enseñarles. Ahora, es importante saber cómo estás percibiendo la diversidad.

**Emma:** Pues según lo que hemos estado viendo en las conferencias, son todos, o sea cada uno es diferente lo que hace presente la diversidad.

**I:** Entonces, ¿cómo podríamos caracterizarlos sin hacer que se sientan mal?

**Ana:** Yo creo que debemos darnos la oportunidad de conocer al estudiante desde la personalidad, no solo contemplando los asuntos médicos, que es lo que se le complica a uno. Porque si la psicóloga no le dice que tal estudiante tiene esto, uno piensa que todos aprenden igual.

**Fragmento 23:** *Inquietud de Emma sobre cómo caracterizar a los estudiantes*

La preocupación de algunos docentes sobre cómo caracterizar al grupo sin etiquetar a los estudiantes refleja una flexibilización de la enseñanza para facilitar el aprendizaje de los conceptos y atender las particularidades de cada estudiante. Se refuerza la idea de Arciniegas y Mendoza (2024), de que la caracterización del grupo no es solo un primer paso en la planificación educativa, sino una herramienta continua que permite a los docentes adaptarse a la diversidad del aula.

Sus caracterizaciones y direccionamientos del nivel de profundidad del diseño quedaron de la siguiente forma: Ana consideró los niveles 2, 3 y 4 del diseño; Emma y Mónica abarcaron todos los niveles (1, 2, 3 y 4), lo que llevó a Emma a cuestionarse lo del fragmento 24:

**Emma:** Lo que pasa es que tenemos 22 estudiantes. Pensábamos en cómo atenderlos a todos, porque tenemos dos casos de PIAR, dos estudiantes que colocamos en nivel 1, las pusimos ahí porque no saben leer. Pero también tenemos nivel 2, nivel 3 y tenemos casos 4. ¿Cómo vamos a hacer para tenerlos a todos en diferentes actividades? O sea, eso sí me parece, no sé cómo complicado.

**Fragmento 24:** *Preocupación de Emma por usar todos los niveles del diseño*

A partir de este momento, comienza a evidenciarse en las profesoras la preocupación por atender a todos los estudiantes simultáneamente, especialmente al enfrentar la dificultad de desarrollar actividades diferenciadas para cada uno. Sin embargo, en su diálogo surge la inquietud de si están utilizando los niveles de profundidad del diseño como una forma de clasificación de los estudiantes, al referirse a "*dos estudiantes que colocamos en nivel 1*" y "*casos 4*". Esto plantea la pregunta de cómo realizaron la asignación (fragmento 25):

**Ana:** Yo revisé las notas de mis estudiantes y recordé sus participaciones, y quienes necesitan un acompañamiento frecuente para relacionarlos con lo que dice cada nivel del diseño. Entonces tengo niños muy pilosos, y los ubiqué en los niveles 2, 3 y 4; en el 3 están la mayoría.

**Mónica:** ¿No tiene ninguno diagnosticado para el nivel 1?

**Ana:** No, yo tengo 3 casitos en el nivel 2, pero no son niños con discapacidad, pero se les dificulta la matemática y la parte de comprensión lectora. Además, hay sospechas de uno con TDAH. Ya hemos hablado con la psicóloga, porque se levanta muy seguido del puesto, habla mucho, no deja trabajar, molesta a sus compañeros, pero la mamá no quiere llevarlo a revisar. El niño es muy piloso, le gusta participar mucho, entonces lo coloqué en el nivel 3.

**Mónica:** Nosotras si tenemos una estudiante diagnosticada con discapacidad limítrofe, y otra niña de nivel 2. Ambas tienen PIAR, pero lo más raro es que la niña de nivel 2 no tiene diagnóstico, sino es por las dificultades que mostraba de aprendizaje. Con los demás, contemplamos algunos gustos de los niños, por ejemplo, los que les gustaba los dibujos los colocamos en donde tenía bastantes imágenes, pero si nos salió uno del nivel 1, uno del nivel y los demás en nivel 3 y 4.

**Fragmento 25:** *Razones de cómo caracterizaron a los estudiantes*

La caracterización realizada por las docentes revela dos aspectos: i) existe cierta confusión respecto a la estructura de la propuesta curricular, ya que interpretaron los niveles del diseño como una forma de clasificar a los estudiantes, en lugar de utilizarlos como una guía para determinar la profundidad en el abordaje de los temas; ii) su perspectiva sobre la diversidad aún es limitada, ya que al enfocarse en los niveles 1 y 2, priorizaron a estudiantes con diagnósticos específicos, aunque estos no siempre afectan su aprendizaje, dejando de lado a aquellos con dificultades en matemáticas sin diagnóstico formal. Esto se refleja en los comentarios de Mónica: "*¿No tiene*

*ninguno diagnosticado para el nivel 1?” y “Ambas tienen PIAR, pero lo más raro es que la niña (...) no tiene diagnóstico, sino por las dificultades que mostraba de aprendizaje.”*

Sin embargo, la profesora Ana, al señalar que *“no son niños con discapacidad, pero se les dificulta la matemática y la parte de comprensión lectora”*, sugiere la posibilidad de ajustar la profundidad de los contenidos para aquellos estudiantes con dificultades en matemáticas, destacando así la necesidad de revisar y ampliar las percepciones sobre el rendimiento y las necesidades de los estudiantes.

Estas evidencias invitan a reflexionar sobre si el conocimiento de la diversidad en el aula se reduce a identificar quién tiene un diagnóstico o simplemente a conocer los intereses y habilidades de los estudiantes. Sin embargo, Marbán (2023) señala que, la diversidad incluye no solo considerar los intereses y habilidades de los estudiantes como oportunidades para potenciar, sino también atender las necesidades que, aunque no estén clínicamente diagnosticadas, pueden afectar de alguna u otra forma su educación.

Sus caracterizaciones fueron terminadas, seleccionando Ana los niveles de profundidad 3 y 4 del diseño, argumentando que, al ser un tema de "refuerzo", podía ofrecer tanto un nivel básico como avanzado para todos los estudiantes. Por su parte, Mónica y Emma decidieron trabajar con los niveles 1, 3 y 4, asignando el nivel 1 a las dos estudiantes con PIAR, viendo la posibilidad de personalizar su planificación.

Al iniciar la planeación, Mónica y Emma manifestaron dificultades para realizarla, ya que en su institución no es requisito y no tenían un ejemplo para hacerla. Ante esta situación, se les proporcionó una plantilla que podían ajustar según sus necesidades. De acuerdo a este documento, las profesoras optaron por hacer adaptaciones al diseño siguiendo sus guías institucionales como se observa en el fragmento 26:

**Emma:** ¿Le podemos hacer adaptaciones al diseño?

**I:** Sí claro, ¿cómo cuáles?

**Emma:** Es que las guías que usamos deben tener tamaño de la letra más grande porque tenemos dos estudiantes que usan gafas con mucho aumento; el tipo de fuente que sea más redondo como por ejemplo Century Gothic; además, no manejamos el tuteo para dar indicaciones, solemos usar términos como: “coloree, subraye”.

**Mónica:** Profe también el tamaño de las hojas para que salgan menos impresiones y podamos colocar el membrete del logo de la institución. También las líneas en los espacios de respuestas para que los niños tengan dirección al escribir y el reducir espacios en respuestas escritas para aceptar respuestas orales, porque el diseño es extenso para implementar en una sesión y, de pronto se cansen algunos niños de escribir.

**Ana:** Yo no haré ninguna, aplicaré el diseño tal cual, siento que se acomoda a los niños.

**Fragmento 26:** *Adaptaciones que vieron necesarias hacia el diseño*

Las adaptaciones propuestas por las profesoras Mónica y Emma responden, por un lado, a los requisitos institucionales con el uso de guías, por lo que su enfoque principal es cumplir con esos requerimientos. Por otro lado, ellas buscan ofrecer opciones tanto en la percepción de la información, con adaptaciones no significativas, como en la expresión y la comunicación con respuestas orales. En contraste, la profesora Ana, quien tiene mayor autonomía en su institución para planear por sí misma, decide no hacer ninguna adaptación, considerando que los dos niveles seleccionados (3 y 4), se ajustan adecuadamente a las características de sus estudiantes, destinando una sola sesión para la implementación del diseño, lo que genera la pregunta de Mónica (ver fragmento 27).

**Mónica:** Profe, ¿si le alcanza el tiempo para los 4 momentos del diseño?

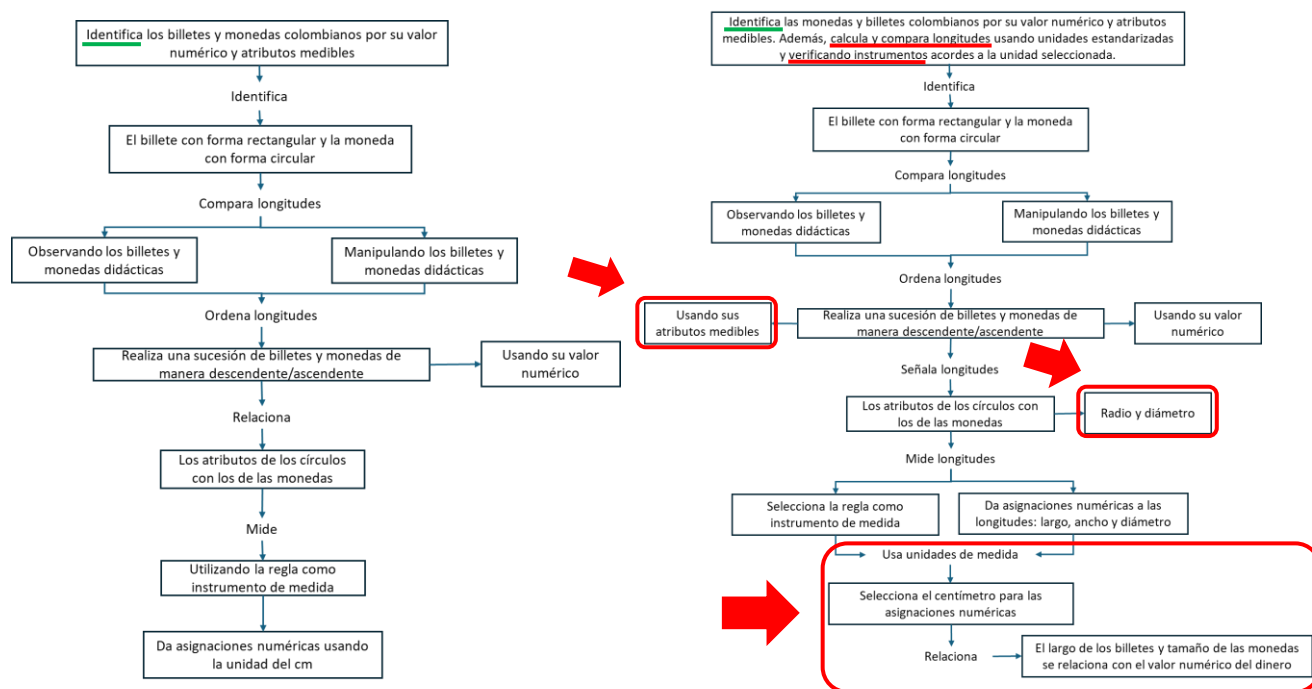
**Ana:** Pues estuve considerando que no puedo dedicar más clases al diseño por terminar los otros temas, entonces si no me alcanza el tiempo, dejo hasta ahí y retroalimentación lo visto a través de preguntas. Además, el tiempo siempre lo saco con una regla de tres así: hago yo las actividades y el tiempo que yo me gaste en desarrollar la actividad, lo multiplico por 5. Es decir, si me demoro 2 minutos, el estudiante demora 10 minutos.

**Fragmento 27:** *Tiempo destinado de Ana a la implementación del diseño*

El tiempo ajustado de Ana en su planeación, pone de manifiesto la necesidad explícita que Aldana et al (2017) mencionan de equilibrar la presión del currículo con la importancia de dedicar tiempo suficiente para el aprendizaje de todos los estudiantes, sin embargo, esta manera podría limitar la oportunidad para estudiantes que requieren más tiempo o atención.

Por su parte, Mónica y Emma elaboran dos planeaciones: una para las estudiantes que trabajarán en el nivel de profundidad 1, y otra para los estudiantes de niveles 3 y 4, dedicando dos sesiones para implementar el diseño. Las dos planeaciones se resumen en la Figura 23 mediante dos rutas cognitivas construidas por las docentes. Fue interesante observar cómo una misma actividad podía ser adaptada y planificada para diferentes grupos, lo que demuestra la flexibilidad del diseño en función de las características de los estudiantes.

**Figura 23:** Rutas cognitivas de la planeación nivel 1 y niveles 3 y 4 de Mónica y Emma



En las rutas cognitivas, el uso del color rojo enfatiza una clara distinción en los objetivos matemáticos en los niveles 3 y 4 en comparación con el nivel 1, logrando sintetizar las actividades de cada nivel en dos rutas diferenciadas. En la ruta cognitiva de la derecha (niveles 3 y 4), las

profesoras agregaron tres procesos adicionales: el uso de atributos medibles para crear secuencias de orden (a diferencia del nivel 1, donde se utiliza el valor numérico); la identificación del diámetro y radio en los elementos circulares; y el uso de unidades de medida para relacionar el largo y el tamaño de las monedas con su valor numérico. Esto sugiere un entendimiento sobre cómo adaptar en función de las caracterizaciones de los estudiantes y la asignación del PIAR, permitiéndoles planear los mismos conceptos con diferente profundidad.

Por otro lado, al revisar la planeación de Ana, se identificó un uso de preguntas orientadoras para guiar al estudiante, como se muestra en la Figura 24.

**Figura 24:** *Adaptaciones de Ana al diseño*

se les hace preguntas a los estudiantes  
¿las monedas son del mismo tamaño?  
¿Cómo se puede comparar el tamaño de  
las monedas? ¿A qué figura geométrica  
se asemejan las monedas?, para guiarlos

Según Velasco (2022), el uso de preguntas orientadoras está vinculado a ofrecer opciones para sostener el esfuerzo y la persistencia, e incluye estrategias como la retroalimentación y el fomento de la motivación del estudiante hacia el tema, guiándolo progresivamente hacia el aprendizaje deseado. En este contexto, se ha observado que las docentes han llevado a cabo negociaciones de significado en aspectos como: ampliación de su concepción sobre diversidad, ver la necesidad de caracterizar a los estudiantes para direccionar los niveles de diseño y, un uso leve de los principios del DUA en consonancia con la propuesta curricular. Por tanto, se procuró dar seguimiento a estos cambios en el siguiente momento de reflexión.

#### **4.3.2 Reflexión en la acción**

La profesora Ana en su implementación del diseño, optó por una metodología de trabajo individual, solicitando a los estudiantes que sacaran el taller enviado por la plataforma y entregándoles hojas con el dinero didáctico para recortar; una modificación no prevista en su

planeación. Durante la actividad, pedía a algún estudiante que leyera las instrucciones mientras circulaba por el aula resolviendo dudas y planteando preguntas de tal forma que todos los estudiantes pudieran responder, sin importar la profundidad del diseño que tenían. En ocasiones, generalizaba las inquietudes pidiendo que un estudiante resolviera el ejercicio en el tablero para incentivar la resolución entre todos, tal como se observa en el fragmento 28.

**Ana:** Su compañera tiene una inquietud que entre todos vamos a resolver. Por favor pasa al tablero y verificamos si les quedó bien a todos o no. Comencemos manipulando todas las monedas. Trae tus monedas. ¿Cómo podemos saber cuál es más grande y cuál es más pequeña?

**E1:** Colocando una sobre la otra profe.

**Ana:** Bien, cojamos las monedas y miremos, ¿cuál es la más grande de todas?

**E1:** La de 1000 profe.

**Ana:** Correcto, coloca en el tablero el número 1 para la de 1000 porque es la más grande. ¿Qué proceso estamos haciendo acá para saber cuál es más grande?

**E2:** Comparar y ordenar profe.

**Ana:** Exacto, estamos usando tres procesos, estamos manipulando las monedas para saber su tamaño, las comparamos colocando una sobre la otra y las ordenamos de mayor a menor tamaño.

**Fragmento 28:** *Método de Ana para resolver las dudas en clase*

La estrategia de resolución de dudas utilizada por Ana ofrece una oportunidad para aclarar confusiones o inquietudes de aquellos estudiantes que no se atreven a preguntar directamente. Además, fomenta el apoyo entre compañeros, ayudando a que los estudiantes que pasan al tablero se sientan respaldados al responder las preguntas de la profesora. Se observa una relación con los objetivos del diseño en torno al objeto matemático, mediante la exploración a través de manipulaciones y la posterior comparación y ordenación del dinero didáctico.

Sin embargo, debido a la decisión de Ana de no adaptar las hojas de trabajo del diseño, se presentaron episodios en clase (ver fragmentos 29 y 30) donde los propios estudiantes identificaron errores de redacción en las actividades propuestas.

**Ana:** Colóquenle 1 a la más grande y 6 a la más pequeña.

**E:** Pero profesora ahí aparece un 6 y monedas solo tenemos 5.

**Ana:** Tiene razón, ¿qué deberíamos hacer? Si manipulamos las monedas nos damos cuenta que sería hasta el número 5. Entonces corriamos ahí todos, en vez de 6, colocamos 5.

**Fragmento 29:** *Corrección 1 de Ana en clase a las actividades del diseño*

**E:** Profe en esta actividad dice que miremos el ejemplo dado, pero no hay ningún ejemplo.

**Ana:** Se me pasó colocarlo. Bueno, les explicaré el ejemplo en el tablero.

**Fragmento 30:** *Corrección 2 de Ana en clase a las actividades del diseño*

Al analizar estos dos episodios se supone que, si la profesora Ana hubiese realizado su planeación considerando hacer las adaptaciones necesarias al diseño, habría tal vez detectado las correcciones requeridas. De acuerdo a esto, Reyes-Salvador (2016) mencionan que, una de las funciones que tiene la planeación es la de “Control de la clase”, debido a que se conoce con antelación momentos de orientación, explicación y ejecución, dificultades que puedan surgir o, prever ejercicios no resolubles.

Uno de los aspectos destacados en la implementación de Ana es el protagonismo que brindó al estudiante con sospechas de TDAH, permitiéndole una participación más activa e incorporando pausas activas que no estaban previstas en la planificación. Esto le permitió observar que el estudiante comenzó a levantarse con frecuencia, mostró desinterés y empezó a distraer a sus compañeros. En varias ocasiones, Ana lo guió de vuelta a su lugar y, en una de ellas, le preguntó:

**Ana:** ¿Qué pasó? Tus compañeros están intentando terminar, ¿tú ya acabaste?

**E1:** Sí profe, ya hice todo, ¿puedo ayudarle a mis compañeros?

**Ana:** No, mejor intenta realizar lo siguiente [*le recoge la guía de nivel 3 y le da la de nivel 4*]. Esta guía tiene más preguntas del tema. Si tienes alguna duda me avisas.

**Fragmento 31:** *Ana se da cuenta que el estudiante con sospechas de TDAH acabó antes*

La respuesta de Ana en el fragmento 31, podría interpretarse como una negativa a permitir que el estudiante asumiera el rol de monitor o guía. No obstante, es posible que su decisión tuviera una intención didáctica influenciada por la intervención de Emma en una sesión anterior, donde sugirió que el estudiante podría estar demandando más desafíos matemáticos en vez de tener

hiperactividad. Este episodio se retoma en siguiente momento para clarificar la intención de Ana en este aspecto.

Durante la implementación, Ana se dio cuenta de que necesitaba una sesión adicional, ya que los estudiantes no avanzaban al ritmo que esperaba. Pero, para esta segunda sesión, usó un enfoque grupal, ofreciendo espacios de socialización entre pares, tal como lo recomienda el DUA en proporcionar opciones para la comunicación. Además, se observó que utilizó dos vídeos en cada sesión como iniciación a la clase, lo que sugiere que su práctica fue influenciada por las ideas de Mónica y Emma, quienes al socializar sus planeaciones mencionaron que suelen iniciar las clases con videos como ambientación.

Hasta este punto, es posible identificar que Ana ha implementado orientaciones de los principios del DUA (opciones para la comunicación, para percibir la información y, para la motivación), aunque no se reflejan explícitamente en sus comentarios ni en su planeación. En contraste, los documentos y las intervenciones de Mónica y Emma muestran un uso moderado de los tres principios en sus metodologías de enseñanza.

Las actividades iniciales de Mónica y Emma se alinean con las orientaciones del DUA de la siguiente manera: opciones para la implicación y motivación, invitando a los estudiantes a buscar en el salón objetos con forma de rectángulo o que se le asemejen, activando sus conocimientos previos; opciones de representación, mediante la proyección de un video que muestra algunas propiedades de los rectángulos; opciones para la comunicación, organizando a los estudiantes en parejas; y opciones para el uso de lenguaje y símbolos matemáticos como se observa en el fragmento 32.

**Mónica:** Para que sea rectángulo, ¿qué características o formas tiene?, ¿es así [*haciendo alusión a curvas*] o así [*haciendo alusión a algo recto*]?



**E:** Recto.

**Mónica:** Correcto, y, ¿qué otra característica tiene el rectángulo?, ¿qué pasa si me voy por acá, y luego por acá, subo y cruzo?, a ¿dónde vuelvo?



**E1:** Al inicio.

**Mónica:** Eso significa qué es una figura...

**E1:** Cerrada.

**E2:** Tiene 4 lados con puntas.

**Mónica:** Muy bien.

**Fragmento 32:** *Explicación de Mónica haciendo uso de un lenguaje para el grado*

Las explicaciones dadas por Mónica reflejan su interés por adaptar el lenguaje y los símbolos a las necesidades de los estudiantes de primer grado (6 -7 años). Esto no solo facilitó una conceptualización adecuada, sino que ofreció una alternativa accesible para el uso del lenguaje y los símbolos matemáticos, aprovechando los conocimientos previos de los estudiantes, en relación a una significación de las expresiones de los objetos que se quieren estudiar, “porque de lo contrario puede generar confusiones y frustración en los estudiantes” (Velasco, 2022, p. 252).

Este principio del DUA se evidenció en Mónica no solo al inicio de la implementación, sino también a lo largo de su intervención en el diseño, ya que sus estrategias incluían historias, juegos y preguntas para involucrar a los estudiantes en la clase. Además, realizaba pausas activas para reenfoque la atención de aquellos chicos que se distraían. De manera similar, con las estudiantes

que tenían el nivel 1, utilizó ejemplos prácticos antes de hacer preguntas generales, buscando abordar las matemáticas de manera "lúdica".

Sin embargo, se dieron cuenta que la explicación de las actividades del diseño de manera general, no lograba asegurar la comprensión de todos los estudiantes. Por esta razón, durante la primera sesión, decidieron distribuirse la atención a las preguntas y explicaciones de la siguiente manera: Emma apoyó a las estudiantes del diseño de nivel 1 durante los momentos de duda, mientras que Mónica impartía la clase de manera general y se centraba en resolver las dudas de los estudiantes de los niveles 3 y 4, como se muestra en la Figura 25.

**Figura 25:** Roles en la intervención de Mónica y Emma



En la imagen de la izquierda, se observa a las dos profesoras recorriendo los puestos de los estudiantes sin tener en cuenta el nivel de diseño que tenían. En la segunda imagen, ocurrió el cambio de roles: Mónica explica la clase utilizando la pizarra interactiva, Emma se encuentra sentada con las estudiantes con el nivel 1, brindando un acompañamiento más directo. De acuerdo a las orientaciones que se dan en Jacome y Parada (2023) sobre las actividades en este nivel de profundidad 1, mencionan que "están dirigidas a estudiantes con mayores dificultades y deben contar con un apoyo constante por parte del profesor". Así, la adaptación no prevista por las profesoras parece responder a las observaciones de la propuesta, al mismo tiempo que modifican sus metodologías tradicionales de enseñanza.

En este momento de reflexión se pudo evidenciar un esfuerzo constante en las docentes, por querer involucrar a todos sus estudiantes en la clase mediante la resolución de dudas, favorecimiento de la comunicación por medio del trabajo grupal y, los cambios de roles para personalizar la educación de acuerdo a las necesidades de los estudiantes. Como resultado, Ana completó los momentos 1, 2 y 3 del diseño en dos sesiones, mientras que Mónica y Emma extendieron el tiempo a tres clases, lo que les permitió finalizar los cuatro momentos del diseño. A continuación, se presentan las reflexiones resultantes de este proceso.

### 4.3.3 *Reflexión sobre la acción*

El momento de reflexionar después de la clase, les permitió a las docentes analizar su accionar y considerar qué porcentaje de lo planeado se había cumplido y de qué formas favorecieron actividad matemática alrededor de la longitud y la medida. También reflexionaron sobre qué preguntas, respuestas o episodios de la clase desviaron el objetivo de la clase y cómo mejorar estos aspectos. Aquí atribuyeron significancia al uso del diseño bajo las orientaciones del DUA para reconocer y atender la diversidad del aula.

Una primera reflexión fue dada hacia la planeación como un recurso que guía y orienta (véase Figura 26) las intervenciones en la clase tal como lo propone Reyes-Salvador (2016).

#### **Figura 26:** *El papel de la planeación para Ana*

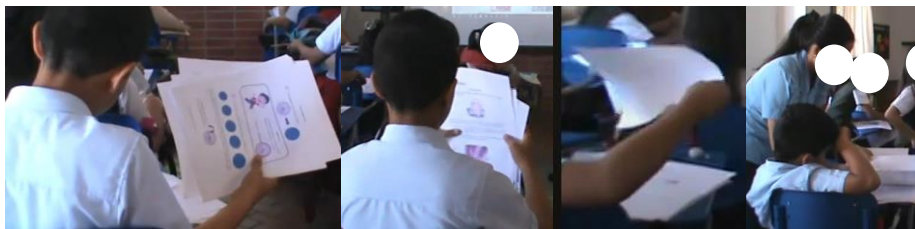
La planeación funcionó como una guía para mi implementación porque en ciertos momentos iba y revisaba si de pronto había pasado por alto algo, porque al estar explicando, revisando que estén trabajando, las diferentes preguntas, considerar que todos participen, pues hace que se olviden ciertas cosas. Sin embargo, al no realizarla con anticipación y dedicación, se puede alejar mucho de la realidad. Pensamos en lo ideal. Sin embargo, es difícil seguir la planeación al pie de la letra por tantos imprevistos que surgen y la cuestión del tiempo es que se pasa muy rápido, hay que pensar que a veces no sucede tal cual la planeamos, a veces algo diferente pasa, sea mínimo y hace que, que todo varíe, no entonces, pero también eso enriquece.

Como se evidencia, uno de los comentarios de Ana es que la planeación inicial no siempre se cumple, sin embargo, tiene un papel fundamental al momento de considerar las características de los estudiantes porque ayuda a prever ciertas situaciones si se realiza de una manera consciente.

Asimismo, Ana dice que *"es difícil seguir la planeación al pie de la letra por tantos imprevistos que surgen y la cuestión del tiempo es que se pasa muy rápido"*. Esta reflexión subraya que la diversidad en el aula, requiere de una planificación flexible y adaptable, lo que coincide con lo que Garzón y Bohórquez (2023) destacan como uno de los desafíos del PD en contextos inclusivos, anticipar y reaccionar frente a la heterogeneidad del grupo.

Sus planeaciones estuvieron algo alejadas de la realidad en el aula, debido a la no consideración de situaciones cotidianas como: organización de los recursos a utilizar, redacción correcta de los enunciados del diseño, entre otras cosas que se resaltan en el fragmento 33.

**Ana:** Como pedí el taller impreso, muchos me llegaron con las hojas desgrapadas y fácilmente las desordenaban. Esto me ayudó a pensar en que una posible adaptación que hubiera hecho es paginar las hojas y pasar puesto a puesto grapando a aquellos que no las traían grapadas. Eso hacía que se me distrajeran o no supieran en donde íbamos.



**Emma:** Las preguntas abiertas causaron problemas al responderla. Los niños responden con una palabra corta o un monosílabo, y tener que justificar les costaba escribirlo. Aunque nosotras quitamos algunas, nos quedaron aún bastantes. Pero optamos por escuchar sus respuestas.

**Mónica:** Otra idea que tuvimos es no darles todo el diseño de una vez, sino entregar lo que se trabajará en la sesión para no agobiar a los niños al ver tantas preguntas.

**Ana:** El diseño está bien estructurado, tal vez fueron nuestras adaptaciones que no consideraron ciertos factores como el tiempo, actividades escolares. Entonces si tuviera otra posibilidad de implementarlo lo programaría con anticipación para sacarle el tiempo suficiente y de pronto no andar corriendo otras actividades ya planteadas, que se pueda fragmentar los momentos por días.

**Mónica:** Sí el tiempo a nosotras también se nos extendió porque esperábamos tal vez un poco más de algunos estudiantes de nivel 3 y, el acompañamiento tuvo que ser más explícito y eso pues, no permitió que se realizara en ese tiempo, se extendió a 3.

**Fragmento 33:** *Adaptaciones pensadas hacia el diseño después de implementarlo*

Este cambio metodológico refleja en las docentes, un enfoque flexible en ofrecer diferentes opciones para acción y expresión entendiendo que, adaptar las formas de participación no solo permitía un acceso más equitativo, sino que también respetaba la diversidad presente en el aula. Además, las docentes reflexionaron sobre cómo la planeación con anticipación y los ajustes metodológicos pudieron haber tenido un impacto significativo en la gestión del tiempo y en la motivación de los estudiantes. Por ejemplo, al sugerir Emma que una adaptación sea dividir el diseño en varias sesiones, mejora la dinámica de la clase permitiendo a los estudiantes participar y sentirse menos abrumados por la cantidad de trabajo, lo que, sería fundamental para mantener el interés y la motivación en entornos de aprendizaje efectivos.

En este sentido, se presentan discusiones alrededor de las adaptaciones que implementaron las profesoras en el aula, con el objetivo de indagar las razones detrás de los cambios no contemplados en sus planeaciones. Por un lado, la profesora Ana, implementó varias modificaciones que no estaban contempladas inicialmente, lo que nos lleva a iniciar la sesión como se observa en el fragmento 34.

**I:** Profe Ana el uso de dos vídeos, ¿lo habías considerado?, ¿qué intención tuviste al usarlos?

**Ana:** Me quedó sonando que funcionan como una ambientación, y pues pensando en los principios del DUA, me di cuenta que no ofrecí muchas opciones para percibir la información entonces quise buscar uno con las figuras geométricas, y otro con el círculo.

**I:** Entiendo y, ¿el recorte del dinero?

**Ana:** Quería que tuvieran una manipulación con el dinero más directa, además quería desarrollar motricidad, tengo un estudiante que se le dificulta recortar y, al ver que todos estaban recortando hacía se esforzara más. Les coloqué como un borde punteado para que supieran por dónde recortar.

**Mónica:** Profe y, ¿no dañaron alguno?

**Ana:** Sí claro, pero yo les coloqué dos de cada denominación, entonces si dañaban uno ya les decía que cuidado con el otro porque no había más.

**Fragmento 34:** *Modificaciones que Ana reconoció importantes en su implementación*

El uso de los vídeos se relaciona con el DUA en dos categorías: se presentan como un recurso que fomenta el interés del estudiante hacia la temática a tratar, permitiéndole interactuar con el objeto matemático a través de diferentes medios visuales; ofrece la posibilidad de percibir y comprender la información, buscando activar conocimientos previos y relacionarlos con el contenido que se abordará, tal como señala Velasco (2022). Por otro lado, la actividad de recortar, que no se había previsto desde la propuesta curricular, se introdujo al considerar las características de un estudiante. Dicho estudiante, que no fue mencionado en la planeación, fue descrito en las caracterizaciones como: “*se le facilita la comprensión lectora y tiene habilidades matemáticas*”, lo que refleja una consideración más amplia de la diversidad en Ana.

Otro cambio significativo en la intervención de Ana se dio, al usar en la segunda sesión las actividades grupales. Surgiendo como una solución para promover espacios de comunicación entre sus estudiantes. Recordando lo mencionado en el momento de reflexión para la acción al planear, Ana enfatiza en el fragmento 35 lo siguiente.

**Ana:** En la segunda sesión usé grupos porque escuché que a las profesoras les había funcionado. Además, como en la malla curricular del diseño decía que se deben ofrecer espacios de comunicación decidí usarlo. Y, pude promover diferentes respuestas, y formas de escribir la solución requerida.

**Fragmento 35:** *Trabajo individual a trabajo grupal en Ana*

Esta flexibilidad en la toma de decisiones refleja una práctica adaptativa que responde a las necesidades del momento y fomenta la colaboración entre estudiantes, alineándose con las recomendaciones de Celis y Zea (2018) sobre el aprendizaje cooperativo como estrategia para atender la diversidad. Aunque Ana había mencionado que prefería el trabajo individual para brindar apoyo más focalizado a quienes lo requerían, al escuchar sobre el trabajo en grupos, se animó a probar nuevas formas de interacción. Esto le permitió descubrir que, en ciertos casos, el trabajo en parejas puede resolver dificultades inesperadas y, al mismo tiempo, promover un aprendizaje más significativo a través de la comunicación.

Por otro lado, en los cambios realizados por las profesoras Emma y Mónica, se resaltan dos:

i) un uso gradual del lenguaje para niños de 1° (véase fragmento 36).

**I:** Profe Mónica, cuéntanos cómo explicaste los términos radio y diámetro.

**Mónica:** Se me ocurrió en el momento, yo iba hablando con ellos y pensé, “¿cómo les enseño esos conceptos?”, entonces decidí relacionarlo con la mamá círculo que tiene un ombligo en su mitad. Entonces, la mamá círculo se quiere poner un cinturón que vaya de extremo a extremo pero que pase por el ombligo. Ello lo iban asimilando con el diámetro. Luego les dije, y si solo se coloca el cinturón desde el ombligo hasta el extremo, entendieron el radio. La historia les permitió compararlo con la imagen, ellos son muy visuales. Se les repitió que si no toca el ombligo no sirve.

**Fragmento 36:** *Explicación de Mónica sobre el diámetro y radio de un círculo*

La metáfora de Mónica muestra una adaptación instantánea y creativa que conecta los conceptos matemáticos con una historia visual para los estudiantes. Este enfoque evidencia opciones para percibir la información haciendo que los conceptos abstractos se vuelvan accesibles, especialmente para estudiantes que aprenden a través de imágenes y relatos. Mónica supo identificar esta necesidad y crear una estrategia sobre la marcha, que resultó en una comprensión más clara de los términos, algo que refleja su capacidad de ajustarse a los modos de aprendizaje.

Y, ii) la decisión de que Emma apoyara a las estudiantes con el nivel 1 mientras que Mónica explicaba de manera general y resolvía dudas a los que tenían el nivel 3 y 4 (véase fragmento 37).

**Emma:** No pensamos que nos hubiese tocado repartirnos el salón, porque al implementar nos dimos cuenta que si dábamos las explicaciones de forma general, las niñas que tenían el diseño de nivel 1, al no haber estado en grupo antes, se distraían con facilidad, generando que a veces no supieran qué hacer. Además, su lectura y comprensión es nula, entonces ese proceso tocaba apoyarlo, así que decidimos que yo estaría acompañándolas durante las sesiones ampliando las ideas que Mónica explicara y la profe resolvería dudas de los demás.

**Fragmento 37:** *Emma atendió nivel 1 y Mónica nivel 3 y 4*

El cambio de rol les permitió a Mónica y Emma enfocarse en las distintas necesidades de los estudiantes, reconociendo que la instrucción generalizada, a menudo no funciona igual para todos y deciden dividir el grupo para responder mejor a la diversidad en el aula. Marbán (2023) expone

que la consideración de la diversidad no solo implica un cambio en los contenidos o en los métodos didácticos, sino también en la estructura de la clase y en la forma en que se asignan las tareas entre los docentes. Este enfoque diferenciado, demuestra una evolución en las prácticas de las docentes hacia una educación inclusiva, en la que los métodos se transforman en respuesta directa a las necesidades observadas de las estudiantes.

Con el objetivo de investigar la pertinencia del diseño y las caracterizaciones hechas por las docentes, se consultó si el direccionamiento de los niveles se había adaptado a sus estudiantes:

**Emma:** Un poco sí. Uno que otro que observamos que tenía el nivel 3 pudo darnos más y no nos percatamos en su afinidad por las matemáticas. Otro que le dimos el nivel 4, y casi no sabía leer entonces se le dificultó mucho texto. El diseño 1, sí estuvo perfecto para ellas.

**Ana:** Yo me di cuenta que el estudiante que tenía sospechas de TDAH es brillante en matemáticas. Al inicio pensaba que me iba a molestar en la actividad y pues le di el nivel 3 y, empezó a levantarse del puesto, me dijo que ya había acabado, así que decidí darle el nivel 4. Entonces estuvo más concentrado, respondía todo, bueno él siempre participa, pero quería participar más, creo que la caracterización con él fue algo superficial, considero que sí debí entregarle el nivel 4.

### **Fragmento 38:** *Pertinencia del direccionamiento de los diseños*

El fragmento 38, sugiere que la caracterización inicial no siempre es suficiente para prever todas las dificultades, lo que coincide con lo que señala Arciniegas (2022), quien argumenta que la diferenciación requiere una observación continua y ajustes flexibles en función de la respuesta de los estudiantes. Por lo que una enseñanza efectiva requiere que el docente reconozca las diferencias individuales entre los estudiantes y haga ajustes para facilitar su aprendizaje. En este sentido, las profesoras no solo observaban las respuestas académicas, sino que se cuestionaban constantemente si la profundidad de los niveles asignados era adecuada. Esta reflexión colectiva muestra que las adaptaciones, no solo son un proceso de ajuste durante la planificación inicial, sino una respuesta dinámica a las interacciones observadas en el aula.

Al reflexionar sobre la aplicación de las orientaciones del DUA, se destaca un comentario de la profesora Ana en el fragmento 39.

**Ana:** Las representaciones las desarrollé con dibujos de los conceptos de largo, ancho, diámetro y eso. La motivación siempre estaba como que bueno, intentémoslo siempre como tratándole de responder con otra pregunta, pero que el chico llegara a la respuesta, entonces la motivación siempre me gustaba implementarla con ellos. También las múltiples respuestas de los estudiantes, siento que la abarqué porque se les da la participación a los chicos siempre les estaba preguntando, bueno, cómo lo hizo, él lo hizo de otra manera, entonces siempre como llevando a la socialización con ellos.

**Fragmento 39:** *Uso de los principios del DUA en la implementación*

Esto demuestra que las docentes incorporaron y cosificaron en sus prácticas la necesidad de hacer adaptaciones, emplear apoyos, recursos y estrategias, y flexibilizar el objeto de estudio matemático según las características de sus estudiantes. Estas acciones se alinean con la implementación de las políticas de inclusión en Colombia bajo el decreto 1421 (MEN, 2017). En sus reflexiones, se enfocaron en aplicar el DUA, realizar adaptaciones curriculares y flexibilizar las formas en que los estudiantes pueden responder, permitiendo así múltiples vías de solución. Además, hicieron un uso constante de ejemplos de los conceptos matemáticos a partir de situaciones concretas.

Las socializaciones de experiencias permitieron preguntar a las docentes cómo se sintieron al utilizar la propuesta curricular con 4 niveles de profundidad, como se ve en el fragmento 40.

**Ana:** La experiencia fue enriquecedora, me permitió obtener diversas respuestas sobre el concepto. Además, reconocí que Tomás<sup>6</sup>, no presenta síntomas de TDAH, sino necesita retos en clase. Aún estoy aprendiendo qué es diversidad, reconozco que debo adaptarme a mis estudiantes en vez de que ellos se adapten a mí.

**Mónica:** La planeación fue un verdadero reto para mí ya que hace bastante no planeada. Hice mi mayor esfuerzo por atender a cada estudiante, moviéndome por el salón y revisando cada puesto, incluso me agachaba para hablar con ellos. Me di cuenta de la importancia de mantener un tono de voz claro y pausado y hacer pausas cuando los veía dispersos.

---

<sup>6</sup> Seudónimo del estudiante con sospechas de TDAH.

**Emma:** Todo lo que nos mostraron me motivan a seguir mejorando mis prácticas tradicionales, pensando no solo en los que tienen discapacidad, sino en todos. Debo reconocer que no puedo enseñar de la misma manera a todos los estudiantes.

#### **Fragmento 40:** *Reflexiones finales de las docentes*

Este proceso ayudó a las docentes a reconocer la diversidad presente en el aula, sin enfocarse solo en estudiantes identificados por la institución. Así, los aprendizajes significativos incluyeron la interpretación y aplicación del DUA, resultando en un cambio en sus concepciones de diversidad y, en su metodología de enseñanza. En la Tabla 17 se resume el proceso de reflexión en el PD.

**Tabla 17:** *Resumen del significado negociado 3*

<b>Pensar en la diversidad modifica la metodología de enseñanza</b>			
	<b>Reflexión para la acción</b>	<b>Reflexión en la acción</b>	<b>Reflexión sobre la acción</b>
<b>Ana</b>	Al planear sus clases, Ana reconoce <b>su método como tradicional con actividades individuales</b> . Su concepción inicial de diversidad está orientada hacia <b>la adaptación de contenido sin modificar la metodología de enseñanza</b> .	Durante la implementación, Ana nota que <b>algunos estudiantes requieren más apoyo visual, mientras que otros necesitan mayor interacción</b> . Decide improvisar, ofreciendo materiales manipulativos y <b>fomentando el trabajo en parejas</b> para que los estudiantes puedan colaborar.	Al final, Ana reflexiona sobre la <b>efectividad de las adaptaciones</b> improvisadas. Comprende que la <b>diversidad no solo implica ajustar los contenidos, sino también las estrategias de enseñanza</b> . Concluye que <b>incorporar diversas metodologías es fundamental para atender las necesidades</b> de cada estudiante y decide usar de forma gradual estas prácticas en sus futuras planeaciones.
<b>Mónica</b>	Mónica se prepara para su clase pensando en la <b>diversidad como una diferencia en el nivel de comprensión de sus estudiantes</b> . Su enfoque inicial es <b>agrupar a los estudiantes por habilidades similares y adaptar el nivel de dificultad de las tareas</b> , sin cambiar su metodología central de enseñanza.	Durante la clase, Mónica observa que los estudiantes <b>responden de maneras variadas a las tareas</b> , con <b>algunos necesitando más apoyo</b> y otros completando las actividades rápidamente. Se da cuenta de que <b>las explicaciones generales no son suficientes</b> y empieza a introducir dinámicas de grupo para fomentar el <b>aprendizaje colaborativo</b> .	Al reflexionar después, Mónica reconoce que <b>la diversidad implica más que el nivel de comprensión; también abarca distintos estilos de aprendizaje y ritmos de trabajo</b> . Decide que, en adelante, <b>adoptará una metodología más flexible que permita a los estudiantes interactuar y aprender unos de otros</b> , en lugar de depender únicamente de su instrucción directa.
<b>Emma</b>	En su planificación, Emma intenta <b>considerar la diversidad ajustando los tiempos de actividades, pero sin modificar su enfoque de enseñanza expositiva</b> . Su idea inicial de diversidad está relacionada con el <b>tiempo necesario</b> para que cada estudiante complete una tarea, sin atender a la variedad de estilos de aprendizaje.	Durante la clase, Emma se percató de que <b>algunos estudiantes no logran comprender</b> los conceptos con explicaciones generales. Decide <b>cambiar su estrategia y dar orientaciones más personalizadas</b> de acuerdo a la necesidad del estudiante. Además, <b>se apoya en las ideas de Mónica para hacer actividades más interactivas</b> , captando la atención de todos y facilitar la comprensión.	Al reflexionar, Emma se da cuenta de que <b>su metodología debe ser inclusiva y dinámica</b> para realmente atender la diversidad de su aula. Entiende que <b>no se trata solo del tiempo, sino también de cómo presenta el contenido</b> y de involucrar a los estudiantes de manera activa. En el futuro, <b>planea usar más actividades prácticas</b> para involucrar a los estudiantes en el aprendizaje.

#### 4.4 Uso de la regla como fundamento para los recursos digitales

Para Ana, Mónica y Emma el diseño didáctico “¿Cómo se miden las monedas y billetes colombianos?” se convirtió en un recurso transversal, que por un lado, permitió un acercamiento a los dominios conceptuales de las profesoras (en este caso específico sobre la longitud y la medida) y por otro lado, favoreció su comprensión del DUA como herramienta didáctica para promover actividad matemática en todos los estudiantes, dando oportunidad para conectar significados entre el PM y PD, mediante la reflexión de las potencialidades y limitaciones de diferentes recursos (concretos y digitales).

La implementación del diseño implicó el uso de materiales concretos como la regla, el dinero didáctico (billetes y monedas), herramientas de proyección (videobeam o pizarras interactivas), entre otros. En este apartado, se destaca específicamente la orquestación de la "regla", ya que, al momento de explicar, los docentes percibieron sus limitados conocimientos sobre su uso, porque como lo señalan Gómez-Escobar et al. (2018), la regla es un instrumento que introduce a los estudiantes a la longitud, pero su uso no es intuitivo y presenta dificultades en términos de identificación y comprensión del intervalo de espacio como unidad discreta dentro de una herramienta de medida continua. Esto implica que los estudiantes no solo deben aprender a alinear el objeto con el cero de la regla, sino también a entender conceptos subyacentes como la iteración y la aditividad de las unidades de medida (Gómez-Escobar et al., 2018).

Sin embargo, el aprendizaje adecuado del uso de la regla no suele reforzarse en la formación inicial de los docentes (Figuroa et al., 2015). En su experiencia académica, suelen recibir una instrucción sin espacios específicos para reflexionar sobre la aplicación de los objetos. Por lo que los futuros profesores adoptan prácticas basadas en lo que han observado, escuchado o enseñado, en lugar de un aprendizaje estructurado que les permita guiar a sus estudiantes en el uso conceptual de esta herramienta. Ospina y Oviedo (2020) indican que los errores en la medición, como el uso

incorrecto del cero o la interpretación errónea de las unidades, son comúnmente explicados por los docentes, quienes en ocasiones no han interiorizado la noción de longitud como una magnitud abstracta, sino como un valor numérico asociado a la regla.

En este sentido, el uso de los recursos digitales como Geogebra, podría parecer una solución para incursionar los objetos geométricos de forma dinámica, pero, como afirman Davis y Hersh (1989; citados por Villareal, 2012), estos avances son poco útiles si los conceptos fundamentales de la geometría y el uso de la regla y compás no están bien cimentados, lo que puede desfavorecer el desarrollo del pensamiento métrico, dada la relevancia que tiene la intuición en el proceso.

En los momentos de reflexión de Emma, Ana y Mónica, se identificaron evidencias de la negociación de estos significados, las cuales se describen a continuación.

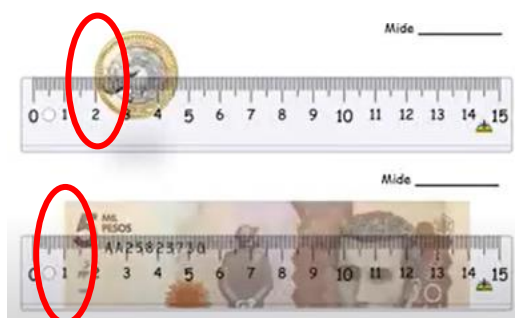
#### 4.4.1 Reflexión para la acción

Al inicio del proceso de análisis del diseño, una de las primeras reflexiones que realizaron las profesoras Emma y Ana fue establecer que las mediciones deben comenzar desde el cero, como se muestra en ambas secciones de la Tabla 18.

**Tabla 18:** Interpretaciones del uso de la reglad de Ana y Emma

Interpretación de Ana	Interpretación de Emma
Se proyecta en el tablero la imagen de la regla, con el fin de indicarles que con la regla se pueden medir centímetros, pero también milímetros y que para poder usarla de <u>manera correcta a la hora de medir se debe ubicar el extremo inicial sobre 0, ya que de cero a 1 se tendría el primer cm.</u>	Se ha insistido con mis estudiantes que las <u>medidas se toman desde el cero</u> , considero que se debería adecuar para no presentar confusiones.

Esto llevó a reflexionar con las profesoras sobre sus interpretaciones. Emma recordó la actividad del diseño propuesto (Figura 27) en el que ella señala la necesidad de aclarar que deben comenzar la medición desde el cero para no causar confusión. Ella comparte que tuvo que incluir esa precisión cuando los estudiantes usaron por primera vez la regla, lo que expresa en el Fragmento 41.

**Figura 27:** *Actividad del diseño que no inicia la medida en cero*

**Emma:** Genera confusión esta actividad porque para mí es muy insistente decirles, que se debe medir desde cero, entonces acá de pronto me digan: “pero profe, usted empezó desde dos, entonces, ¿cómo contaríamos? ¿Qué haríamos ahí?” Entonces empezar desde otro, no. No he leído esta parte completa, pero viendo la medida desde 2 ya ellos van a decir que mide 14 cm el largo del billete y en realidad son 12cm.

**Fragmento 41:** *Para Emma se genera confusión si se comienza en otro número*

En este sentido, Ospina y Oviedo (2019) sostienen que al introducir el uso de la regla exigiendo que la medición comience desde el cero, se corre el riesgo de que, al variar las condiciones (una regla rota sin el número cero), los estudiantes concluyan que la regla no es útil para medir. No obstante, se observa que Ana comprende que, aunque se inicie desde el cero, entre cada número hay una unidad de centímetro, lo cual podría usarse para trabajar en medidas discretas. Sin embargo, dado que los objetos en el diseño requieren el uso de magnitudes continuas, esto podría dificultar que los estudiantes reconozcan la continuidad en dichas mediciones.

En la socialización de las planeaciones se volvió a dar espacio para reflexionar sobre el uso de regla mediante el diálogo del fragmento 42.

**I:** ¿Cómo explicarán el uso de la regla?

**Ana:** Inicio explicando la posición de la regla a la hora de medir para que no inicien en otro número que les haga cambiar la medida.

**I:** ¿Les haga cambiar la medida?

**Ana:** Sí, porque si miden algo iniciando en cero les da 8cm, pero si inician desde 3 les da 11cm, ahí les está cambiando la medida.

**Fragmento 42:** *Cómo se debe explicar el uso de la regla*

Las respuestas de Ana, muestran que al cambiar la posición inicial de la regla hay un cambio en la medida, lo que podría indicar una interpretación vinculada al número inicial que al concepto de magnitud constante. Esta perspectiva podría reflejar un conocimiento aún en proceso respecto a la invariabilidad de la longitud, independientemente del punto de inicio en la regla. No obstante, la profesora Mónica le contesta a Ana lo que se observa en el fragmento 43.

**Mónica:** Profe sigue midiendo los mismos 8cm.

**Emma:** Pero para el niño no, ellos toman esa medida como 11cm.

**I:** ¿Qué podríamos hacer para que sigan conservando la medida de la longitud encontrada?

**Mónica:** Explicarles que cada número representa una unidad de centímetro, entonces se siguen teniendo los 8cm del inicio.

**Fragmento 43:** *¿La medida cambia al iniciar en otro número?*

Mónica introduce una idea que podría ayudar a superar esta confusión señalando que "*se siguen teniendo los mismos 8 cm*", y que el valor de la magnitud no depende de la posición de inicio, sino de la distancia total medida. Su intervención sugiere una interpretación adecuada del concepto de longitud como una propiedad invariable del objeto, incluso cuando se desplaza su ubicación en la regla tal como lo expresa Ospina y Oviedo (2020).

Para concluir esta reflexión, se revisan las planeaciones de las profesoras, y en la de Emma y Mónica se encuentra el comentario expresado en la Figura 28, sobre las unidades estandarizadas presentes en la regla. Enfatizando que, al tratarse de primer grado de básica primaria, solo abordarán el centímetro, aproximando las medidas obtenidas al número más cercano o al siguiente, explicándoles a los estudiantes que es una medida "*más chiquita*" que el centímetro.

**Figura 28:** *Planeación de Mónica y Emma – Solo se usará el cm en el uso de la regla*

Aquí especificamos que la regla permite identificar las principales unidades de medida, centímetro y los milímetros. No queremos avanzar más. Los estudiantes no se les va a explicar milímetro, no como tal, pero sí van a decir está cercano o está después, sí. Esa es la idea, no hablarles como tal del milímetro, pero sí que hay una medida que es mucho más chiquitita.

En la educación infantil, abordar el concepto de medición de manera precisa, incluso en términos simplificados, es fundamental para desarrollar una base sólida en las medidas (Chamorro, 2003). Es por ello que, introducir solo centímetros puede simplificar el concepto para los estudiantes de primer grado, llevándolos tal vez, a malentendidos sobre la escala y la precisión. Diversos autores (Chamorro, 2003; Ospina y Oviedo, 2019) sugieren que los niños se benefician de ser expuestos tanto a centímetros como a milímetros, para diferenciar las unidades y el valor de la precisión. Además, omitir los milímetros puede afectar la comprensión de los niños sobre la estimación y la conservación, dos habilidades clave en el aprendizaje temprano de la medición. De acuerdo a esto, en la reflexión en la acción se detallan aquellos episodios que muestren un avance de la explicación y uso de la regla de las profesoras.

#### ***4.4.2 Reflexión en la acción***

En las implementaciones realizadas por Emma, Mónica y Ana, se utilizó la regla para medir la longitud, el ancho y el diámetro del dinero didáctico, con el objetivo de facilitar comparaciones y establecer secuencias de orden. Al respecto, en el apartado 4.1 se mencionó que la profesora Ana orquestó adecuadamente este recurso, usando las reflexiones discutidas en las sesiones en la CoP sobre la estimación. Así, pudo determinar con claridad cuándo y con qué propósito emplear la regla en su intervención en el aula.

Su explicación comenzó enfatizando la importancia de llegar a las unidades estandarizadas (véase fragmento 44) dado que la utilización de unidades no estándar (la mano u otros objetos), no daba una misma magnitud para todos. Esta reflexión subraya la necesidad de consolidar el uso de herramientas estandarizadas en el aprendizaje de la medición, lo que contribuye a la comprensión del concepto de longitud por parte de Ana.

**Ana:** Este instrumento nos permite dar medidas iguales, ¿por qué iguales? Porque no es lo mismo que yo mida el largo del tablero con mis pies a que lo mida por ejemplo con las manos, la medida

puede variar mucho. Entonces chicos, se hizo necesario hacer una estandarización que permitiera que todos habláramos, por así decirlo, en el mismo idioma en las mediciones. Es así, que vamos a recordar cómo se usa la regla para las actividades de este momento.

**Fragmento 44:** *Significancia del uso de la regla – Explicación de Ana*

Esta perspectiva se alinea con lo que menciona Clements y Sarama (2009) sobre la importancia de la coherencia en el uso de instrumentos de medición en la educación matemática. Al utilizar una regla, Ana no solo está proporcionando a los estudiantes un recurso, sino que también les está enseñando a compartir un “idioma común” en las mediciones, lo cual es esencial en su desarrollo matemático. Su intervención estuvo acompañada de la descripción (fragmento 45) de los elementos de la regla abordándolo antes de proseguir con las mediciones.

**Ana:** ¿En una regla, qué elementos podemos encontrar?

**E:** Números

**Ana:** Exacto, la regla tiene numeritos grandes y pequeños. Esos numeritos grandes son los centímetros. Pero, ¿y los numeritos pequeños que están por dentro del 0 y el 1 qué son?

**E:** Los milímetros

**Ana:** Muy bien, los milímetros se utilizan para medir objetos pequeñitos. Y el milímetro aparte de eso, nos ayuda a tener más exactitud a la hora de medir. Por ejemplo, decir, mi cuaderno mide 10 centímetros y un poquito más estaría bien, pero la regla nos ayuda a ser más exactos y decir mide 10 centímetros con 7 milímetros

**Fragmento 45:** *Explicación de los elementos de la regla - Ana*

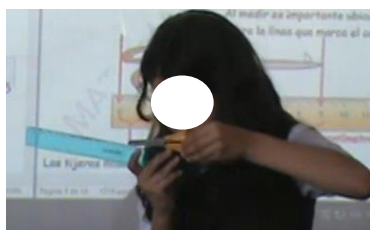
Durante su explicación, Ana enfatiza la diferencia entre centímetros y milímetros, lo que permite a los estudiantes establecer relaciones entre las unidades de longitud, promoviendo así, AM. Esta aclaración es fundamental, ya que, como se indicó en el momento de reflexión anterior, una comprensión de las relaciones entre diferentes unidades de medida es esencial para desarrollar habilidades de estimación y precisión. Su enfoque permite a los estudiantes reconocer cómo la regla no solo mide longitudes, sino que también les ofrece una forma de entender las relaciones

entre las unidades. Al insistir en que “*la regla nos ayuda a ser más exactos,*” refuerza la idea de que la precisión es un componente crítico del proceso de aprendizaje en matemáticas.

Continuando con lo anterior, se rescata el diálogo del fragmento 46 en la medición de la longitud de unas tijeras con el uso de la regla.

**Ana:** Vamos a medir un objeto. Valentina, si yo le dijera a usted mida las tijeras usando la regla, ¿usted como haría para hacerlo?

**E:** Primero, agarro las tijeras, después las pongo en esta posición [*colocándolas de manera horizontal*], pongo la regla debajo de ella y mido.



**Ana:** ¿Listo, desde dónde debemos iniciar?

**E:** Desde el cero.

**Ana:** ¿Y por qué en cero?

**E:** Porque pues de ahí empieza la medida, ¿no?

**Ana:** ¿Cuánto medirían tus tijeras si empiezas en cero?

**E:** Pero profe, mi regla está partida, me presta una.

**Ana:** Alguien que le preste una regla completa. Listo, ¿cuánto mediría desde cero?

**E:** Mediría aproximadamente 12cm.

#### **Fragmento 46:** *Iniciar a medir con la regla desde cero – Ana*

La profesora Ana enfrenta la situación con fluidez cuando una estudiante menciona que su regla está incompleta. Luego, busca que los estudiantes reflexionen sobre cómo proceder si la medición comenzara desde un punto distinto al cero (ver fragmento 47).

**Ana:** Bueno, ahora mide con tu regla, ¿cómo harías si inicia..., desde dónde inicia?

**E1:** Desde 3 centímetros profe.

**Ana:** Bueno, si inicias midiendo en 3cm, ¿la medida que hallaste de tus tijeras va a cambiar?

**E1:** Sí

**Ana:** ¿Qué harías si ya no empieza desde cero centímetros sino desde 3 centímetros? ¿Como haría para ubicar las tijeras si ya no empieza en cero?

**E1:** Colocarla en el 3. Pero me daría 15 centímetros.

**Ana:** Entonces, ¿mide 15 centímetros tus tijeras?

**E1:** [La niña niega con la cabeza]

**Ana:** ¿Entonces?

**E2:** Le restamos 3

**Ana:** ¿Por qué?

**E2:** Porque no tenemos esos 3 centímetros iniciales.

**Fragmento 47:** *Explicación de cómo medir desde otro número con la regla – Ana*

Este intercambio muestra una negociación de significado por parte de la profesora Ana quien, aprovechando la participación de sus estudiantes, puede abordar aspectos del proceso didáctico de la medición, como: la importancia de establecer un punto de inicio y reconocer que cuando ese punto no es el cero debe hacerse la resta de la medida obtenida menos el valor del punto de inicio. De esta manera, Ana fomenta la precisión, cualidad esencial en el desarrollo de habilidades matemáticas. Esto le permitió ahondar más al respecto, como se muestra en el fragmento 48.

**Ana:** Exacto, porque ahora 3 centímetros serían nuestra posición inicial. Muy bien. Entonces hay dos formas, una es tomando una posición inicial en cero, y el elemento mediría hasta donde llegue la última parte. Pero si empezamos en otro número, ¿qué se hace?

**E:** Le restamos el número donde inicia profe

**Ana:** Entonces, ¿está claro?, cuando empezamos en cero, y si empezamos en un número diferente.

**Fragmento 48:** *Aprovechamiento de la pregunta para profundizar el tema – Ana*

Este espacio de reflexión, propiciado por el cuestionamiento de Ana y la activa participación de los estudiantes, facilitó mayor comprensión sobre la medición antes de avanzar hacia el uso de otros instrumentos de medida (cartabón, decámetro, etc.). Además, se observa un cambio significativo en la interpretación y uso que la profesora atribuye a la regla, lo que permite una exploración en el siguiente momento de reflexión.

#### 4.4.3 Reflexión sobre la acción

Al iniciar los procesos de reflexión sobre la acción, se les sugirió a las profesoras pensar qué recursos consideraron en su planeación e implementación con la finalidad de llevar a cabo el diseño. Ana y Emma responden a esta inquietud (fragmento 49), mencionando cuáles usaron y cómo fue su uso en el aula.

**I:** ¿Qué recursos utilizó en su experiencia con el diseño?

**Ana:** Los billetes, el diseño, el videobeam, computador, las hojas al trabajar. Sin embargo, con los billetes al inicio, me gasté un poquito de tiempo en los recortes. Las guías ayudaron mucho para ir revisando la progresión de los estudiantes, y que ellos vieran actividades adecuadas a su necesidad educativa. El videobeam me ayudó a proyectar la guía en el tablero, y así orientar las preguntas.

#### **Fragmento 49:** *Recursos usados por Ana*

En su intervención, Ana menciona los recursos que para ella fueron esenciales en su implementación, sin embargo, no hace alusión al uso de la regla. Por lo que Emma agrega lo expresado en el Fragmento 50.

**Emma:** Con los estudiantes que tenían las actividades el nivel 1, procuré que logaran ubicar la regla sobre los billetes para que pudieran medirlos. Con Mónica decidimos explicar la medida iniciando desde cero, y luego si surgían dudas para iniciar en otro número explicábamos, pero ninguno preguntó.

**Ana:** Yo pasé a una estudiante al tablero y llevó una regla que estaba partida, yo aproveché y le pregunté a todos ¿cómo harían para iniciar la medida en otro número? Sus respuestas fueron muy acertadas, y aunque les iba a explicar que podíamos contar centímetro a centímetros, un estudiante que tenía un diseño de nivel 4 menciona “le restamos donde inició”. Y mientras él decía eso, yo iba procesando: “él tiene razón...”

**Emma:** ¿Qué se le resta?

**Ana:** Si voy a medir un rectángulo y lo inicio en cero su medida es 4 centímetros, pero, si iniciamos en 3 llega a 7 centímetros, pero el rectángulo no mide 7 centímetros, sino que se trasladó 3 cm a la derecha, entonces ellos decían no contemos esos 3 porque si a 7 le quitamos 3 da 4.

#### **Fragmento 50:** *Iniciar la medida desde otro número diferente de cero*

Este espacio de reflexión permitió a las docentes explorar una nueva forma de enseñar la medición con el uso de la regla, en línea con lo expresado por Figueroa et al. (2015), quienes

afirman que reflexionar sobre el uso de diversos recursos ayuda al docente a interiorizar sus propiedades y aplicaciones para la enseñanza de conceptos matemáticos. Ana menciona que esta estrategia ayudó a que varios estudiantes mejoraran en el uso de la regla durante sus actividades, logrando comprender el punto de inicio de la medida con mayor claridad.

Al preguntarles sobre posibles dificultades en la enseñanza de conceptos como el inicio en cero, conservación de la magnitud, uso de los centímetros y milímetros con la regla, entre otros aspectos relacionados en Ospina y Oviedo (2020), las docentes señalaron una falta de formación inicial en el uso de instrumentos de medición. Ana menciona (véase fragmento 51) que, aunque utilizó herramientas como GeoGebra en la universidad, fue gracias a las intervenciones de Mónica en las sesiones, junto con el conocimiento previo de los estudiantes, que pudo construir un significado más claro sobre el uso de la regla como se observa a continuación.

**Ana:** Estos temas no los vi en la universidad. Yo vi una materia que se llama Geometría Euclidiana, y el profesor se basó en demostraciones, donde se aseguraba que uno relacionaba eso con las propiedades o teoremas vistos. Y pues uno creería que si sabe las propiedades pues ya saber bien geometría y me di cuenta que no, el largo y ancho no sabía reconocerlo, la estimación jamás la había visto como una medida, y la regla seguía explicando siempre el uso desde cero. Yo pensaba que si los niños iniciaban en otro número comprenderían que su tamaño aumenta o algo así.

**Fragmento 51:** *Ana reconoce que en su formación inicial vio Geometría*

Las reflexiones de Ana plantean interrogantes sobre el momento y el contexto más adecuado para abarcar estrategias de enseñanza de conceptos básicos de geometría elemental en la formación inicial de profesores: ¿es necesario incluir en los cursos de geometría euclidiana temáticas que aborden la geometría elemental mediante construcciones con regla y compás? ¿Debería analizarse en las materias didácticas y pedagógicas la aplicación de la matemática escolar en el aula? ¿Los recursos digitales pueden sustituir de manera efectiva el uso de la regla y el compás? En este sentido, se coincide con Villareal (2012) en que los recursos tecnológicos pueden abordar ciertas

situaciones del aula que a menudo se enseñan de forma estática, pero emplear estas herramientas para conceptos estáticos, podría afectar su correcto funcionamiento en el aula.

Las reflexiones anteriores permitieron a las profesoras coincidir en que el uso de la regla debe ir acompañado de una discusión y reflexión previas, que permitan anticipar posibles situaciones y preguntas de los estudiantes. Asimismo, señalaron que el inicio de la medida no influye en la longitud obtenida y que la regla puede ser utilizada para introducir unidades estándar, promoviendo así la precisión en el aula. La negociación que se resume en la Tabla 19: Resumen del significado negociado 4es del proceso de Ana hacia el uso de la regla.

**Tabla 19:** *Resumen del significado negociado 4*

Uso de la regla como fundamento para los recursos digitales		
Reflexión para la acción	Reflexión en la acción	Reflexión sobre la acción
La profesora Ana consideraba que <b>siempre se debía iniciar la medida con la regla en cero</b> , ya que de lo contrario podría confundir a los estudiantes. Las unidades a trabajar serían solo centímetros, considerando los <b>milímetros como algo extra</b> . Se discutió al respecto en la comunidad donde Ana mencionó que <b>sí es necesario el uso de los milímetros</b> .	Mediante las interacciones con sus estudiantes, la profesora Ana, entendió que <b>el inicio de la medida no afecta la magnitud del objeto medido</b> . Por la respuesta de un estudiante, entiende que al cambiar la posición de la regla <b>solo resta el punto de inicio</b> . Reconoció que <b>el uso de centímetros y milímetros proporciona mayor precisión</b> .	Reconoció que <b>no había recibido formación o explicaciones específicas sobre el uso de la regla</b> . Atribuyó su <b>aprendizaje a las discusiones en la Comunidad</b> , y a la intervención del estudiante, entendiendo que <b>el punto de inicio no altera la medida</b> . Afirmó que <b>los milímetros son útiles para medir cantidades continuas</b> y que la identificación de la unidad es clave en el proceso de medición.

## 5. Conclusiones de la investigación

En este apartado se responde a la pregunta de investigación ¿qué significados negocian profesores de matemáticas en ejercicio que reflexionan sobre la atención a la diversidad en el aula basados en una propuesta curricular?, mediante las categorías de análisis expuestas en el capítulo anterior. Asimismo, se expresan algunas reflexiones e interrogantes que surgieron a partir del estudio realizado.

### 5.1 Significados negociados en el pensamiento matemático

Las tres profesoras, a través del proceso de reflexión con intervención, tuvieron la oportunidad de resignificar sus saberes en el PM, especialmente desde la perspectiva del pensamiento métrico y espacial relacionados con los objetos matemáticos del diseño, de acuerdo al nivel de educación básica primaria (1° y 3°), siendo este su contexto de práctica. Se destaca que el mayor aprendizaje construido por las docentes fue reconocer que, aunque un tema matemático pueda parecer trivial, requiere de preparación y estudio. Además, se considera que una primera manera de abordar la diversidad en el aula es contar con una preparación conceptual adecuada, que les permita conocer la matemática escolar necesaria para cada nivel de sus estudiantes, potenciando así sus capacidades. A partir de esto, se negociaron los siguientes significados.

- **La estimación como un proceso de medición**

La estimación fue identificada por Mónica, Emma y Ana como un proceso fundamental en el desarrollo del pensamiento métrico, especialmente en un contexto de diversidad donde es necesario posibilitar experiencias de medición en clase, incluso con los estudiantes que puedan manifestar dificultades psicomotrices, buscando los ajustes que sean necesarios de acuerdo a las características de los estudiantes.

Además, la estimación se convirtió en un puente que facilitó el sentido de las asignaciones numéricas que posteriormente los estudiantes comprobarían con el uso de la regla. Al ofrecer una alternativa para aproximar valores, la estimación no solo se posicionó como una habilidad, sino también como una estrategia. Este uso fomentó la discusión y la construcción de aprendizajes donde cada estudiante aportó desde sus propias habilidades.

La negociación del significado de la estimación representó un avance en la práctica docente orientada a la diversidad como modificación del PM. La capacidad de incluir a todos los estudiantes en actividades de medida, independientemente de sus limitaciones, demuestra un enfoque de enseñanza donde el énfasis no solo está en los resultados exactos, sino también en la participación activa de todos.

- **Las dimensiones de un rectángulo no dependen de su posición**

El reconocimiento de que las dimensiones de un rectángulo son invariantes ante su posición fue otro significado negociado de manera significativa. Las profesoras identificaron que esta invariancia es fundamental para evitar confusiones comunes entre los estudiantes, especialmente entre aquellos que presentan dificultades en matemáticas o que aprenden a un ritmo más lento. Esta confusión suele surgir cuando los estudiantes interpretan que el largo y el ancho de un rectángulo cambian de acuerdo con la orientación del objeto, en lugar de comprender que lo que realmente define a estas dimensiones es su longitud relativa.

Las profesoras significaron que la falta de claridad en el concepto generó obstáculos en la comprensión de las medidas y en la resolución de problemas espaciales. Al enseñar a los estudiantes que la longitud y la anchura de un rectángulo no dependen de su orientación, se les proporciona una herramienta conceptual sólida que les permite aplicar el conocimiento de manera consistente, independientemente de las variaciones de posición. Este aspecto es especialmente

relevante para estudiantes que requieren una instrucción clara y reiterada, permitiéndoles avanzar en su comprensión sin malentendidos que puedan obstaculizar su aprendizaje.

Las implicaciones prácticas en la enseñanza de la geometría que tiene este significado, permitieron incluir ejercicios específicos y comparaciones visuales, ayudando a construir en los estudiantes, una representación mental adecuada de las propiedades geométricas, contribuyendo a un aprendizaje más profundo y menos susceptible a interpretaciones erróneas.

## **5.2 Significados negociados en el pensamiento didáctico**

Aunque se conectaron aprendizajes emergentes relacionados con el PD en un solo significado negociado, se considera que esto permitió captar el propósito de la investigación: observar cómo los docentes a través de intervenciones, explicaciones, charlas y espacios de reflexión, podían participar activamente, incorporar nuevos aprendizajes y concretarlos en sus prácticas educativas mediante la modificación de sus metodologías de enseñanza y de su PR. Este proceso implicó cambios importantes, como conocer a los estudiantes desde diferentes perspectivas, utilizar las planeaciones como guías para la implementación, y reconocer la diversidad del aula, entre otros aspectos que se detallan a continuación.

- **Reconocimiento de la diversidad en la clase de matemáticas**

La reflexión sobre la atención a la diversidad en el aula llevó a los profesores a reevaluar y modificar sus metodologías de enseñanza. Este cambio no solo reflejó un compromiso hacia la enseñanza, sino también un cambio significativo en entender qué es la diversidad dentro de un aula. Comprender que cada estudiante tiene un ritmo y estilo de aprendizaje único (de acuerdo a las interpretaciones del DUA), que los contextos de cada uno son diferentes, que las habilidades y capacidades influyen en la forma de aprender. Al adaptar sus métodos, las docentes intentaron asegurar que todos pudieran acceder a los mismos procesos matemáticos, aunque a niveles de

profundidad diferentes. Este enfoque respalda una atención donde todos los alumnos tienen oportunidad de participar activamente y construir su comprensión desde sus propias capacidades.

En este contexto, los profesores llegaron a ver la diversidad no como una limitación, sino como una oportunidad para enriquecer la experiencia de aprendizaje. Al implementar métodos diferenciados, como el uso de recursos visuales, ejemplos adaptados y niveles de complejidad, lograron que los estudiantes con diferentes habilidades se sintieran valorados y apoyados.

Además, los profesores de matemáticas reconocieron la importancia de flexibilizar las maneras de promover la actividad matemática en el aula ajustando sus prácticas a las necesidades individuales de sus alumnos. Las cuales, a través de las dinámicas en la CoP en el Diplomado, lograron valorar la neurodiversidad y considerar las situaciones psicosociales de sus alumnos, reflexionando sobre la oportunidad de crear un espacio donde todos puedan aceptarse, aprender y convertirse en agentes de cambio.

### **5.3 Significados negociados en el pensamiento orquestal**

Se considera que el aprendizaje de los objetos matemáticos está estrechamente relacionado con las estrategias didácticas y los recursos que facilitan su enseñanza. Dependiendo del objeto matemático a abordar, es fundamental seleccionar recursos específicos que promuevan la AM en el estudiante, teniendo en cuenta sus habilidades y ofreciendo diversas formas de percibir la información. Por lo tanto, comprender el propósito de cada recurso y su adecuada incorporación en el aula requiere una planificación anticipada, lo que permite al docente prever posibles dificultades en su uso o desviaciones de la AM prevista, evitando confusiones en los estudiantes.

En la CoP, se reconocieron los diseños didácticos como un recurso para conectar significados entre el PM y PD, mediante la reflexión de las potencialidades y limitaciones de diferentes recursos (concretos y digitales), al respecto se rescata la discusión del cómo y el cuándo usar los recursos concretos versus los recursos digitales para promover la actividad matemática del aula.

- **Uso de la regla como fundamento para los recursos digitales**

En la formación docente, se debe enfatizar que el manejo adecuado de la regla y la comprensión profunda de sus principios (como el punto de origen, la iteración de unidades y la aditividad) son indispensables para construir una base sólida en la enseñanza de la medida y la geometría. Esto les permite a los estudiantes desarrollar una noción precisa de la longitud y la medición antes de utilizar recursos digitales, como GeoGebra u otros programas interactivos.

Incluir la regla como el primer paso en la enseñanza de la geometría no solo ayuda a los estudiantes a interiorizar conceptos espaciales básicos, sino que también establece un fundamento conceptual sobre el cual pueden comprender y utilizar herramientas digitales de manera significativa. Cuando los estudiantes ya tienen claridad sobre cómo se miden y se representan las longitudes en el mundo real, pueden aprovechar las herramientas digitales para explorar conceptos más complejos, como construcciones geométricas y transformaciones, sin perder de vista los principios de la geometría básica.

Para los docentes, entender esta progresión les permite planificar secuencias de aprendizaje que van de lo concreto a lo digital, reconociendo que el uso de la regla no es una técnica aislada, sino un paso formativo fundamental para que sus estudiantes comprendan la geometría. Esto refuerza la importancia de construir conocimientos escalonados y de usar los diferentes recursos como una extensión de habilidades previamente desarrolladas, en lugar de un sustituto.

La enseñanza mediante el uso de la regla, subraya una importancia de construir una base sólida través de la manipulación directa y la comprensión tangible de las herramientas tradicionales de medición. Esto sugiere que la incorporación de los recursos tecnológicos en cualquier aula debe hacerse de manera progresiva y estructurada. Por tanto, las docentes concluyeron que los recursos digitales pueden ser poderosos, pero solo cuando se construyen sobre una comprensión clara de

los fundamentos geométricos. Mencionaron, además que, si hubiesen recibido una formación inicial priorizando el uso de elementos básicos de la geometría, como la regla, les hubiese permitido interiorizar los conceptos básicos y entender los principios de la medición antes de enfrentarse a herramientas digitales que, aunque útiles, podrían complicar la comprensión si se introducen prematuramente.

Esta reflexión destaca la necesidad de que la formación inicial docente incluya una enseñanza del uso de instrumentos básicos como la regla, donde a menudo se da más énfasis a procesos demostrativos. A través de este enfoque, los futuros profesores podrían incluir recursos tecnológicos de manera adecuada, como un complemento a los conocimientos tradicionales.

#### **5.4 Reflexiones y perspectivas de investigación**

Este estudio ha revelado que la reflexión sobre la atención a la diversidad, en el marco de un enfoque curricular basado en el DUA, permite a los docentes negociar y construir significados que mejoran su práctica educativa. La incorporación de estrategias inclusivas, la adaptación de metodologías y la reflexión sobre el uso progresivo de recursos digitales indican un compromiso hacia una educación matemática más accesible y equitativa. Los significados negociados por las profesoras evidenciaron un enfoque de enseñanza en el que cada estudiante, independientemente de sus necesidades y habilidades, tiene un lugar y una oportunidad para aprender y desarrollarse.

Se puede señalar que la propuesta curricular empleada, del proyecto 70783 en la investigación, demostró ser un recurso valioso para fomentar el proceso de reflexión en los docentes, permitiéndoles conocer una aplicación concreta de las políticas inclusivas dentro del ámbito de la enseñanza de las matemáticas. Al brindarles un contexto práctico para analizar y adaptar sus prácticas, el diseño facilitó la comprensión y puesta en escena de orientaciones hacia la diversidad, fortaleciendo su habilidad para aplicar estas políticas en sus clases.

Dado que las reflexiones de las profesoras fueron alrededor del diseño “¿cómo se miden las monedas y billetes colombianos?”, a lo largo de la investigación se reconocen algunas adaptaciones que significaron un uso más efectivo, considerando características diferentes de sus estudiantes. Estos ajustes se resumen así: paginación de las guías del diseño que permitan una manipulación más flexible para los estudiantes; para los grados de básica primaria, reducir la cantidad de preguntas abiertas debido a que algunos no han desarrollado buena motricidad de escritura; y otras modificaciones referentes a algunos errores de redacción en las actividades, que se plasmaron en Hernández et al. (2024)<sup>7</sup>.

La creación de los espacios de reflexión permitió concretar estas adaptaciones del diseño, de las metodologías de enseñanza y de recursos necesarios. Además, resultaron esenciales las discusiones sobre normativas de atención a la diversidad, para que los docentes puedan identificar y valorar las características diversas de sus estudiantes. Estos espacios no solo les proporcionan herramientas para responder de manera efectiva a las necesidades de sus alumnos, sino que también enriquecen su práctica educativa, promoviendo una enseñanza más inclusiva y consciente de las particularidades de cada estudiante.

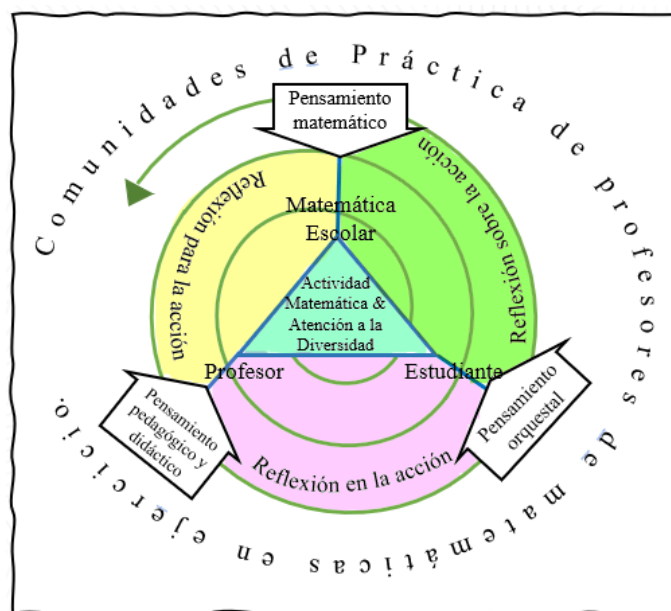
A partir de esta investigación, se concluye que el modelo de Reflexión y Acción de Parada (2011) fue pertinente para orientar los procesos reflexivos de los profesores sobre su práctica educativa. Un hallazgo relevante es que los docentes, además de reflexionar sobre la actividad matemática que buscan promover, también consideran constantemente la atención a la diversidad. Los datos muestran que este enfoque hacia la diversidad transformó su pensamiento reflexivo en sus tres componentes, tal como se expuso previamente. Queda así la inquietud de si la atención a la diversidad debe considerarse un eje central junto con la actividad matemática dentro del modelo,

---

<sup>7</sup> Para ampliar la información sobre los diseños hasta ahora publicados se puede acceder a los materiales mediante el siguiente enlace: <https://n9.cl/7sfj29>

como se muestra en la Figura 29: Adaptación al modelo considerando la atención a la diversidad, o si enmarca el modelo en un contexto similar al de las CoP.

**Figura 29:** Adaptación al modelo considerando la atención a la diversidad



Futuros estudios podrían enfocarse en analizar cómo estos significados negociados afectan la práctica docente a largo plazo, particularmente en el desarrollo profesional y en la implementación de métodos inclusivos en otros contenidos matemáticos. Además, sería útil explorar cómo los recursos digitales, introducidos de manera progresiva, pueden complementar la enseñanza tradicional en la geometría y otras áreas. Por último, se podrían investigar las estrategias efectivas para fortalecer la reflexión pedagógica en la formación inicial docente, promoviendo una comprensión equilibrada de los fundamentos matemáticos y los recursos digitales.

Adicionalmente, se plantea la necesidad de investigar cuáles conocimientos matemáticos deben adquirir los futuros docentes en su formación inicial para abordar la matemática escolar que enseñarán. La actual desconexión entre los contenidos de la formación inicial y las exigencias de la práctica educativa hace relevante explorar cómo una formación continua puede complementar y profundizar estos conocimientos.

**Referencias bibliográficas**

- Ainscow, M y Booth, T. (2002). *Guía para la evaluación y mejora de la educación inclusiva*.  
Universidad Autónoma de Madrid
- Aldahmash, A. H., & Alamri, N. M. (2020). Mathematics teachers' reflective thinking: Level of understanding and implementation in their professional practices. PLOS ONE, 15(2), e0228767. <https://doi.org/10.1371/journal.pone.0228767>
- Aldana, E., Gutiérrez, H., y Wagner, G. (2018). Formación de profesores para una educación matemática en y para la diversidad. *Sophia*, 14(1), 65-74.
- Araujo, D. (2020). Desarrollo del pensamiento métrico espacial a través de la implementación de un laboratorio de geometría interactivo. Revista *ESPACIOS*, 41 (35) 798, 1015.
- Arciniegas, H. (2022). *Aula inclusiva de matemáticas. Un estudio de situaciones de variación y cambio*. [Tesis de Maestría, Universidad Industrial de Santander].  
<https://noesis.uis.edu.co/home>
- Arciniegas Rueda, H. L., & Mendoza-Higuera, E. J. (2023). Adaptación curricular para la enseñanza de operaciones aritméticas. El caso de una estudiante con discapacidad psicomotora. *Cuadernos Pedagógicos*, 25(36), 1–19. Recuperado a partir de <https://revistas.udea.edu.co/index.php/cp/article/view/354300>
- Arnaiz Sánchez, P. (2000). Educar en e para a diversidade. Revista *Galega do Ensino*-ISSN: 1133-911X- (29). 143-160
- Ariza, C. (2024). *Diseño didáctico en el aula virtual de GeoGebra para promover el desarrollo del pensamiento algebraico y la inclusión en grado séptimo*. [Tesis de Licenciatura, Universidad Industrial de Santander]. <https://noesis.uis.edu.co/home>

- Atweh, B., Kaur, B., Nivera, G. et al. (2023). Futures for Post-Pandemic Mathematics Teacher Education: responsiveness and responsibility in the Face of a Crisis. *ZDM Mathematics Education* 55, 65–77. <https://doi.org/10.1007/s11858-022-01394-y>
- Ávalos, B. (2007). *Formación docente continua y factores asociados a la política educativa en América Latina y el Caribe*.
- Ball, D., Thames, M., y Phelps, G. (2008). Content knowledge for teaching: What makes it special? *Journal of Teacher Education*, 59(5), 389-407.
- Battista, M. T. (2007). The development of geometric and spatial thinking. In Lester, F. K. (Ed.), *Second handbook of research on mathematics teaching and learning* (pp. 843–908). Charlotte, NC: Information Age Publishing.
- Bautista, L., y Mantilla, L. (2007). *Una alternativa de adaptación curricular grupal en matemáticas para los educandos con Necesidades Educativas Especiales del instituto de Adaptación Laboral en Santander “IDEALES”*. [Tesis de pregrado, Universidad Industrial de Santander], Bucaramanga, Colombia.
- Becerra, A. (2023). *Diseño didáctico para la inclusión en la enseñanza de la notación científica en el grado noveno*. [Tesis de Licenciatura, Universidad Industrial de Santander]. <https://noesis.uis.edu.co/home>
- Camargo, A. (2018). Breve reseña histórica de la inclusión en Colombia. *Revista Internacional de apoyo a la inclusión, logopedia, sociedad y multiculturalidad*, 4(4), 181-187. <https://bit.ly/3Dllyv6>
- Carrillo, J., Montes, M., Contreras, L., y Climent, N. (2017). El conocimiento del profesor desde una perspectiva basada en su especialización : *MTSK. Annales de Didactique et de Sciences Cognitives*. (22), 185-205.
- CAST (2011). *Universal Design for Learning Guidelines version 2.0*. Wakefield, MA.

- Castillo, J. J., Segovia, I., Castro, E. y Molina, M. (2011). *Estudio sobre la Estimación de Cantidades Continuas: Longitud y Superficie*. En J. L. Lupiáñez, M. C. Cañadas, M. Molina, M. Palarea, y A. Maz (Eds.), *Investigaciones en Pensamiento Numérico y Algebraico e Historia de la Matemática y Educación Matemática* - 2011 (pp. 165-172). Granada: Dpto. Didáctica de la Matemática, Universidad de Granada.
- Castro, L. (2021). Formación continuada de profesores de matemáticas para la atención de poblaciones en contextos de diversidad. *IEEE Revista Iberoamericana de Tecnologías del Aprendizaje*. 16 (4), 355-364
- Castro, L. (2022). *Formación continuada de profesores de Preescolar y Básica Primaria en una educación Matemática escolar accesible*. [Tesis de Doctorado, Universidad Distrital Francisco José de Caldas]. <http://hdl.handle.net/11349/31084>
- Celis, J., y Zea, M. (2018). *Aprendizaje Cooperativo y Diseño Universal para el Aprendizaje, como Facilitadores de una Educación Inclusiva* [Tesis de Maestría, Universidad de la Sabana]. <https://intellectum.unisabana.edu.co/bitstream/handle/10818/34939/TesisEducacionInclusiva.pdf?sequence=1&isAllowed=y>
- Chamorro, M. C. (2003). *Didáctica de las matemáticas para primaria*. Pearson Educación.
- Chevallard, Y., Bosch, M. y Gascón, J. (1997). *Estudiar matemáticas. El eslabón perdido entre la enseñanza y el aprendizaje*. ICE/Horsori.
- Sarama, J. y Clements, D. (2009). *Early childhood mathematics education research: Learning trajectories for young children*. Routledge.
- Congreso de Colombia. (1994) *Ley General de Educación*. [Ley 115].
- Congreso de Paraguay. (2013). *Ley N° 5136/13, de educación inclusiva*.
- Constitución Política de Colombia [Const.]. Art. 6. 7 de julio de 1991 (Colombia).

- De Alba, N., & Imbernón, F. (Eds.). (2017). *La formación del profesorado y la mejora de la educación. Nuevos discursos, prácticas y políticas*. Graó
- Delgado, J. (2023). *Diseño Didáctico Sobre Fracciones: Un Acercamiento Desde La Música Como Contexto Para Atender La Diversidad*. [Tesis de Licenciatura, Universidad Industrial de Santander]. <https://noesis.uis.edu.co/home>
- Dewey, J. (1989). *Cómo pensamos. Nueva exposición de la relación entre pensamiento reflexivo y proceso educativo*. Barcelona, España: Paidós.
- Díaz, M. (2015). *Uso de las TIC como estrategias que facilitan a los estudiantes la construcción de aprendizajes significativos*. [Tesis de Licenciatura, Universidad Rafael Landívar].
- Echeita, S. (2014). *Educación para la inclusión o educación sin exclusiones*. Madrid: España.
- Elliott, J. (1993). *El cambio educativo desde la investigación-acción*. Madrid, Morata.
- Figuroa, R., González, P. y Rodríguez, D. (2015, julio). *Laboratorio de aprendizaje de la medida en la formación de maestros*. [Ponencia]. Educación matemática, un mar de posibilidades: 17 Jornadas para el Aprendizaje y la Enseñanza de las Matemáticas. Sociedad de Educación Matemática de la Región de Murcia, Cartagena, Colombia.
- Figuroa, L., Ospina, M., y Tuberquia, J. (2019). Prácticas pedagógicas inclusivas desde el diseño universal de aprendizaje y plan individual de ajuste razonable. *Revista de Inclusión y Desarrollo*. 1(6), 1-12.
- Freire (1997). *Pedagogía de la Autonomía*. México D.F.: Siglo XXI.
- Garzón y Bohórquez (2023, julio 30 - agosto 4). *Algunas implicaciones de un proceso de inclusión en la Educación Matemática*. [Ponencia]. Conferencia Iiteramericana de Educación Matemática, Lima, Perú.

- Gómez-Escobar, C. A., Fernández-César, R., y Guerrero-Moreno, S. (2018). Medidas de longitud: Propuesta para la comprensión del uso de la regla convencional. *Educación Matemática en la Infancia*, 7(2) 67-75
- González-Teruel, A. (2015). *Estrategias metodológicas para la investigación del usuario en los medios sociales: análisis de contenido, teoría fundamentada y análisis del discurso*. Profesional de la Información, 24(3), 321-328.
- Guacaneme, E., Obando, G., Garzón, D. y Villa-Ochoa, J. (2013). Informe sobre la Formación inicial y continua de Profesores de Matemáticas: El caso de Colombia. Cuadernos de Investigación y Formación en Educación Matemática, 11-49.
- Hernández, G., Parada, S. y Millán, J. (2024). *Mateversas: ¿Cómo ordeno las modenas y billetes Colombianos?* Ediciones UIS.
- Hoffmann, A., & Even, R. (2023). The mutual contribution between mathematics and other fields: Mathematicians' and teachers' views. *ZDM – The International Journal on Mathematics Education*, 55, 909-921. <https://doi.org/10.1007/s11858-023-01496-1>
- Jacome, I. y Parada, S. (2023, julio 30 - agosto 4). *Enseñanza de las secuencias en grados 4° y 5° atendiendo la diversidad de estudiantes*. [Ponencia]. Conferencia Iiteramericana de Educación Matemática, Lima, Perú.
- Jacome, I. y Parada, S. (2024). Curricular proposal to address diversity in mathematics class: A design on sequences and patterns. *EURASIA Journal of Mathematics, Science and Technology Education*, 20(6), em2458.
- Lave, J., y Wenger (1991). *Situated learning: Legitimate peripheral participation*. Cambridge: Cambridge University Press.

- Lerman, S. (2006). Socio-cultural research in PME. En A. Gutiérrez, P. Boero (Eds.). *Handbook of Research on the Psychology of Mathematics Education: Past, Present and Future* (pp. 347-366). Rotterdam/Taipei: Sense Publishers.
- Llinares, S. (2023). *Formación de profesores de matemáticas “basada” en la práctica. El aprendizaje de prácticas profesionales específicas*. [Ponencia]. Conferencia Iteramericana de Educación Matemática, Lima, Perú.
- Lumen Gráfica. (2011, febrero 14). Partes internas de un libro. Lumen Gráfica. <https://lumengrafica.wordpress.com/2011/02/14/partes-internas-de-un-libro/>
- Marbán (2023, julio 30 - agosto 4). *Educación matemática inclusiva: desafíos, compromisos y oportunidades*. [Ponencia]. Conferencia Iteramericana de Educación Matemática, Lima, Perú.
- Marchesi, Á., Blanco, R., Hernández, L., & Educativas, M. (2014). *Avances y desafíos de la educación inclusiva en Iberoamérica*. Madrid: OEI.
- Martínez, E. (2019). *Juego y trayectorias de aprendizaje de la aritmética inicial en ambientes de aprendizaje que incluyen estudiantes en situación de discapacidad intelectual*. [Tesis de maestría, Universidad Distrital Francisco José de Caldas]. <http://hdl.handle.net/11349/15638>
- Mejía, Y. (2022). *Reflexiones de profesores sobre selección, diseño y uso de recursos para promover actividad matemática: una experiencia desde la ruralidad*. [Tesis de Maestría, Universidad Industrial de Santander]. <https://noesis.uis.edu.co/home>
- Ministerio de Educación Nacional [Colombia]. (1996). *Decreto 2082 de 1996, por el cual se reglamenta la atención educativa para personas con limitaciones o con capacidades o talentos excepcionales*. Diario Oficial 42.887.

- Ministerio de Educación Nacional [Colombia]. (1998). *Lineamientos Curriculares para el área de Matemáticas*. [https://www.mineducacion.gov.co/1621/articles-89869\\_archivo\\_pdf9.pdf](https://www.mineducacion.gov.co/1621/articles-89869_archivo_pdf9.pdf)
- Ministerio de Educación Nacional [Colombia]. (2003). *Resolución 2565 de 2003, por la cual se establecen parámetros y criterios para la prestación del servicio educativo para la población con discapacidad*. Diario Oficial 45.340.
- Ministerio de Educación Nacional [Colombia]. (2006). *Estándares Básicos de Competencia*. [https://www.mineducacion.gov.co/1621/articles-340021\\_recurso\\_1.pdf](https://www.mineducacion.gov.co/1621/articles-340021_recurso_1.pdf)
- Ministerio de Educación Nacional [Colombia]. (2009). *Decreto 366 de 2009, por el cual se reglamenta la organización de la prestación del servicio educativo para la población con discapacidad en los niveles de preescolar, básica y media*. Diario Oficial 47.248.
- Ministerio de Educación Nacional [Colombia]. (2015). *Decreto 1075 de 2015, por medio del cual se expide el Decreto Único Reglamentario del Sector Educación*. Diario Oficial 49.523.
- Ministerio de Educación Nacional [Colombia]. (2017). *Decreto 1421 de 2017, Por el cual reglamenta en el marco de la educación inclusiva la atención educativa a la población con discapacidad*. <https://www.funcionpublica.gov.co/eva/gestornormativo/norma.php?i=87040>
- Miranda, C., y Rivera, P. (2009). Formación permanente de profesores: ¿Quién es el formador de formadores? *Estudios pedagógicos (Valdivia)*, 35(1), 155-169.
- Montes, M., Contreras, L. C., y Carrillo, J. (2013). *Conocimiento del profesor de matemáticas: Enfoques del MKT y del MTSK*.
- Murallas (2024). *Componentes curriculares para la construcción de un diseño didáctico dirigido a estudiantes con discapacidad auditiva*. [Tesis de Licenciatura, Universidad Industrial de Santander]. <https://noesis.uis.edu.co/home>

Naciones Unidas. (1948). *Declaración Universal de Derechos Humanos*.

<https://www.un.org/en/universal-declaration-human-rights/>

Organización Mundial de la Salud (OMS). (2001). *Informe Mundial sobre la Discapacidad*.

Ginebra: Organización Mundial de la Salud.

Organización de las Naciones Unidas. (1948). *Declaración Universal de los Derechos Humanos*.

<https://www.un.org/es/about-us/universal-declaration-of-human-rights>

Ospina, C. y Oviedo, A. (2020). Entendiendo la longitud: errores en el uso de la regla. [Tesis de

Licenciatura, Universidad de los Llanos]. <https://repositorio.unillanos.edu.co>

Pacheco, N., Blanquicett, H. y Vergel, M. (2015). Pensamiento, Inclusión y Motivación en el aprendizaje matemático de estudiantes sordos. *Revista Logos Ciencia & Tecnología*, 6(3),

73-83

Parada, S. (2009). *Reflexión sobre la práctica profesional: actividad matemática promovida por el profesor en su salón de clase*. [Tesis de maestría, Centro de Investigación y de Estudios

Avanzados del IPN] Distrito Federal, México

Parada, S. (2011). *Reflexión y acción en comunidades de práctica: Un modelo de desarrollo profesional*. [Tesis de doctorado, Centro de Investigación y de Estudios Avanzados del

IPN] Distrito Federal, México.

Parada (2019, mayo 5-10). *Experiencias para la formación de profesores de matemáticas en atención a la diversidad*. [Conferencia]. XV Inter American Conference on Mathematics

Education. Medellín, Colombia.

Parada, S. y Fiallo, J. (2022). *Comunidades de práctica de profesores de matemáticas que incorporan tecnologías digitales en el aula*. Ediciones UIS.

Pascual-Arias, C., López-Pastor, V., Fuentes, T. y Hortigüela-Alcalá, D. (2022). La formación permanente del profesorado como elemento influyente para implicar al alumnado en su

- evaluación: Un estudio de caso. *Revista Iberoamericana de Evaluación Educativa*, 15(1), 81-100.
- Pastor, A., Sánchez, J., y Zubillaga, A. (2011). *Diseño Universal Para el Aprendizaje (DUA). Pautas para su introducción en el currículo*. España: DUALETIC. Recuperado de: [https://www.educadua.es/doc/dua/dua\\_pautas\\_intro\\_cv.pdf](https://www.educadua.es/doc/dua/dua_pautas_intro_cv.pdf)
- Pastor, A. (2018). Diseño Universal para el Aprendizaje un modelo para brindar oportunidades de aprender a todos los estudiantes. *Educación es ofrecer oportunidades*, 374, 21-27.
- Peri, A., y Zaccarelli, F. G. (2024). Características de la investigación sobre desarrollo profesional en educación matemática y su aproximación a los aprendizajes de los estudiantes. *Educación Matemática*, 36(1), 157-188.
- Pickreign, J. (2007). Rectangles and Rhombi: How Well Do Preservice Teachers Know Them? Issues in the undergraduate mathematics preparation of school teachers. *The Journal*, 1 (1) 1-7.
- Pineda, S. (2018). *Formación inicial de profesores de matemáticas alrededor de la atención a la diversidad*. [Tesis de Maestría, Universidad Industrial de Santander]. <https://noesis.uis.edu.co/home>
- Pinto, J. (2017). *Propuesta didáctica que promueve el aprendizaje de estrategias para la solución de problemas matemáticos por medio del proceso de comunicación en estudiantes en situación de discapacidad: Sordos*. [Tesis de maestría, Universidad Nacional de Colombia], Medellín, Colombia.
- Pizarro, N., Albarracín, L., y Gorgorió, N. (2018). Actividades de Estimación de Medida: La interpretación de los docentes de Educación Primaria. *Bolema: Boletim de Educação Matemática*, 32, 1177-1197.

- Policastro, M., Ribeiro, M., y Fiorentini, D. (2019). Mathematics Teachers' Specialized Knowledge on division: a focus on knowledge of topics and structures of mathematics. In *Proceedings of the 43rd Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education*, 3, 209-216
- Ponte, J. (2008). Investigar a nossa própria prática: uma estratégia de formação e de construção do conhecimento profissional. *PNA*, 2(4), 153-180.
- Real Academia Española (RAE). (s.f.). *Formación*. En Diccionario de la lengua española. Recuperado 10 de septiembre del 2023, de <https://dle.rae.es/formaci%C3%B3n?m=form>
- Real Academia Española (RAE). (s.f.). *Solapa*. En Diccionario de la lengua española. Recuperado 24 de junio del 2024, de <https://dle.rae.es/solapa>
- Ramos-Rodríguez, E., Ponte, J. y Flores, P. (2017). Práctica y reflexión de profesores de matemáticas chilenos bajo perspectiva del estudio de clases. *Cuadrante*, XXVI (2), 153-178
- Rey, J. (2022). Estudio del razonamiento proporcional en educación primaria: un acercamiento histórico-epistemológico para favorecer la inclusión. [Tesis de Licenciatura, Universidad Industrial de Santander]. <https://noesis.uis.edu.co/home>
- Reyes, J. (2016). La planeación de clase; una tarea fundamental en el trabajo docente. *Maestros y sociedad revista electrónica*, (14)1, 87-96.
- Rizkianto, I. y Zulkardi, D. (2013). Constructing Geometric Properties of Rectangle, Square, and Triangle in the Third Grade of Indonesian Primary Schools. *Indonesian Mathematical Society Journal on Mathematics Education*, 4(2), 169-182.
- Rodríguez, L. (2009). La planeación de clase: Una habilidad docente que requiere de un marco teórico. *Odiseo, revista electrónica de pedagogía*, 7, (13). [http://www.odiseo.com.mx/2009/7-13/rodriguez-planeacion\\_clase.html](http://www.odiseo.com.mx/2009/7-13/rodriguez-planeacion_clase.html)

- Rodríguez, H. (2017). Importancia de la formación de los docentes en las instituciones educativas. *Ciencia huasteca boletín científico de la Escuela Superior de Huejutla*, 5(9).  
<https://doi.org/10.29057/esh.v5i9.2219>
- Rowland, T., Huckstep, P., y Thwaites, A. (2003). The knowledge quartet. *Proceedings of the British society for research into learning mathematics*, 23(3), 97-102.
- Rueda, D. (2022). *Estudio de razones trigonométricas para atender características de aprendizaje de estudiantes de décimo grado*. [Tesis de Licenciatura]. Universidad Industrial de Santander. <https://noesis.uis.edu.co/home>
- Saint-Onge, M. (1997). *Yo explico pero... ¿ellos aprenden?* Ediciones mensajero.
- Sanchez Fuentes, A. (2016, abril 14). Fichas para aprender las unidades de medida. Escuela en la Nube. <https://www.escuelaenlanube.com/fichas-aprender-unidades-medidas/>
- Seckel, M. y Font, V. (2019). Competencia reflexiva en formadores del profesorado de matemática. *magis, Revista Internacional de Investigación en Educación*, 12 (25), 127-144. DoI: 10.11144/Javeriana.m12-25.crfp.
- Segovia, I. y De Castro, C. (2013). *La estimación y el sentido de la medida*. En L. Rico, M. C. Cañadasm J. Gutierrez, M. Molina e I. Segovia (Eds.), *Investigación en Didáctica de la Matemática. Homenaje a Encarnación Castro* (pp. 43-49). Granada, España: Editorial Comares.
- Schoenfeld, A. H., y Kilpatrick, J. (2008). Toward a theory of proficiency in teaching mathematics. *In International handbook of mathematics teacher education*, 2. 321-354. Brill Sense.
- Sherin, M. G., Jacobs, V. R., & Philipp, R. A. (Eds.). (2019). *Mathematics Teacher Noticing: Seeing Through Teachers' Eyes*. Routledge.
- Shulman, L. (1987). Knowledge and teaching: Foundations of the new reform. *Harvard Educational Review*, 57(1), 1-22

Sinclair, N. y Bruce, C. (2015). New opportunities in geometry education at the primary school.

*ZDM Mathematics Education*, 47, 319-329.

Smith, A., & Jones, B. (2019). Digital tools for mathematical learning: An evolving landscape.

*Journal of Educational Computing Research*, 57(6), 1347-1365.

Thompson, A. (1992). Teacher's beliefs and conceptions: a synthesis of the research. En D. Grows

(Eds.), *International Handbook of Research on Mathematics Teaching and Learning* (pp. 127-146). MacMillan Publishing Company.

Trouche, L. (2004). Managing Complexity of Human/Machine Interactions in Computerized

Learning Environments: Guiding Student's Command Process Through Instrumental Orchestrations. *International Journal of Computers for Mathematical Learning*, 9(3), 281-307.

Turner, F. (2008). *Growth in teacher knowledge: Individual reflection and community*

*participation*. En O. Figueras, J.L. Cortina, S. Alatorre, T. Rojano y A. Sepúlveda (Eds.), *Proceedings of the Joint Meeting of the 32nd Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education and XXXth Annual Meeting of the North American Chapter of PME*, 4, pp. 353-360.

UNESCO (1994): *Informe Final. Conferencia mundial sobre necesidades educativas especiales:*

*acceso y calidad*. Madrid: UNESCO/Ministerio de Educación y Ciencia.

UNESCO. (2006). *El Currículo a debate*. Revista Prelac, 171, illus.

<https://unesdoc.unesco.org/ark:/48223/pf0000151698>

UNESCO. (2009). *Directrices sobre políticas de inclusión en la educación* (ED.2009/WS/31). 38

p. [https://unesdoc.unesco.org/ark:/48223/pf0000177849\\_spa](https://unesdoc.unesco.org/ark:/48223/pf0000177849_spa)

Van de Walle, J. A. (2003). Designing and selecting problem-based tasks. *Teaching mathematics*

*through problem solving: Prekindergarten-grade*, 6, 67-80.

- Velasco, A.M. (2022). *Profesores de matemáticas en ejercicio que reflexionan sobre la atención a la diversidad en clase de matemáticas*. [Tesis de Maestría, Universidad Industrial de Santander] <https://noesis.uis.edu.co/home>
- Villadiego, K., Moreno, J, y Rodríguez, E. (2020). *Desarrollo de Habilidades del Pensamiento Crítico en Estudiantes con Limitación Visual*. CIE. 1 (9), 26-36.
- Wenger, E. (1998). *Communities of Practice: Learning, Meaning, and Identity*. Cambridge: Cambridge University Press.
- Villarreal, M. E. (2012). *Tecnologías y educación matemática: necesidad de nuevos abordajes para la enseñanza*. *Virtualidad, Educación y Ciencia*, 3(5), pp-73.
- Wenger, E. (1998). *Communities of Practice: Learning, Meaning, and Identity*. Cambridge: Cambridge University Press.

## Apéndices

## Apéndice A. Cronograma establecido para la CoP

Módulos	Sesión	Fecha	Actividades encuentros sincrónicos	Actividad asincrónica
Conociendo y consolidando la comunidad de práctica	1	08-06-2023	Presentación de los investigadoras y miembros de la CoP. Presentación del diplomado, metodología de trabajo y cronograma de actividades.	Foro: dudas sobre la metodología de trabajo. Compartir material bibliográfico que aporta en la enseñanza de las matemáticas. Ingreso y exploración del curso de Moodle.
Reflexiones sobre políticas y normativas de inclusiva y atención a la diversidad	2	15-06-2023	Conferencia: ¿Por qué hablar de diversidad en Educación Matemática?	Revisar material de apoyo sugerido para cada sesión
	3	22-06-2023	Conferencia: Normativas políticas sobre atención a la diversidad	
	4	06-07-2023	Conferencia: Una mirada del DUA desde la Educación Matemática	
Reflexiones sobre la enseñanza y aprendizaje de las matemáticas teniendo en cuenta la diversidad de estudiantes	5	13-07-2023	Conferencia: Diseño, adaptación e implementación de materiales didácticos para estudiantes con Discapacidad visual	Revisar material de apoyo sugerido para cada sesión.
	6	20-07-2023	Conferencia: Diarios de clase como apoyo metodológico para la formación docente en una Educación Matemática Incluyente	
	7	27-07-2023	Conferencia: Repensando el libro escolar	
Presentación de una propuesta curricular para la atención a la diversidad en clase de matemáticas	8	10-08-2023	Charla sobre la estructura curricular general	Responder preguntas sugeridas en un foro. Compartir en el Moodle los otros diseños creados que no fueron expuestos en las sesiones. Revisar material de apoyo.
	9	17-08-2023	Explicación de dos diseños para el conjunto de grados de 1 a 3 y 4 a 5	
	10	24-08-2023	Explicación de dos diseños para el conjunto de grados de 6 a 7 y 8 a 9	
	11	31-08-2023	Explicación de dos diseños para el conjunto de grados de 10 a 11	
Proceso de reflexión -para -la acción	13	07-09-2023	Conferencia: ¿Cómo, cuándo y sobre qué reflexionar para promover actividad matemática en el aula?"	Selección de un diseño curricular de acuerdo a su plan curricular y grupo a cargo a implementar.
	14	14-09-2023	Revisión general del diseño seleccionado por subgrupos.	Análisis individual del diseño seleccionado
	15	21-09-2023	Socialización de los análisis del diseño por subgrupos.	Subir al Moodle el documento del análisis del diseño.
	16	28-09-2023	Conferencia: Caracterización del grupo como punto de partida para el proceso de enseñanza y aprendizaje en un aula inclusiva	Hacer análisis del formato de caracterización y un primer acercamiento a una caracterización de sus estudiantes.
	17	Acordada con cada profesor	Planeación de clase individual con el diseño seleccionado por cada profesor según las características de su grupo.	Responder en un documento: ¿qué criterios tuvo en cuenta para la selección de los recursos para promover actividad matemática?, ¿tuvo en cuenta las características de sus estudiantes?
	18			
	19	05-10-2023	Socialización de las planeaciones por subgrupos.	Entregar el documento final de planeación
	20	12-10-2023	Socializar las correcciones o modificaciones hechas a la planeación	Buscar las fechas de implementación y solicitar los permisos de ingreso
Proceso de reflexión – en- la acción	21	16-10 al 8-11 2023	Puesta en escena de planeaciones y acompañamientos al aula	Implementar la planeación realizada. Sistematizar las clases mediante videos de clase, hojas de trabajo, etc. Cargar los videos en el Moodle y las hojas de trabajo.
	22			
	23			
Proceso de reflexión – sobre- la acción	24	9-11-2021	Orientaciones generales para el proceso de reflexión sobre la acción	Seleccionar episodios de la clase, en los que se evidencia actividad matemática. Identificar acciones frente a situaciones inesperadas Establecer si fueron acordes al objetivo propuesto.
	25	16-11-2021	Socialización de experiencias por subgrupos.	Seleccionar una de las planeaciones para preparar una presentación para compartir con sus colegas.
	26	23-11-2021	Socialización de experiencias de manera general en toda la CoP	
Socialización de experiencia.	27	30-11-2021	Presentación y explicación de lineamientos para la presentación del trabajo final	Preparación y ajustes de la presentación final que se va a compartir dentro de la CoP
	28	Acodada con cada profesor	Elaboración de informe final de manera individual.	Subir al Moodle el documento final del informe.
	29		Socialización del informe por subgrupos.	
Clausura del diplomado	30	15-12-2021	Clausura y experiencias de profesores seleccionados a nivel general.	

## Apéndice B. Formato de caracterización de estudiantes

EDUCACIÓN MATEMÁTICA Y ATENCIÓN A LA DIVERSIDAD: EDUMAT –UIS	
<b>PROYECTO:</b> <b>Diseños didácticos para la inclusión en matemáticas con la mediación de tecnologías: procesos de formación y reflexión con profesores</b>	
<i>Formato de caracterización de educandos para la implementación de diseños</i>	
<b>DATOS PERSONALES DEL ESTUDIANTE*</b>	
	
<div style="border: 1px solid black; padding: 5px; width: 50px; height: 50px; margin: 0 auto;">FOTO</div>	
Nombre(s):	Apellidos:
Edad (cronológica):	Sexo:
Dirección de residencia:	Teléfono:
Nombre de la madre:	Nombre del padre:
Ocupación de la madre:	Ocupación del padre:
Número de hermanos:	Nombre de los hermanos:
Personas con quien convive	Parentesco
DATOS ACADÉMICOS Y COGNITIVOS	
Nombre de la institución en la que se encuentra vinculado(a)	Característica de la institución: (especificar si es pública o privada)
Dirección de la institución:	Teléfono de contacto con la institución:
Grado en el que está incluido(a):	Nivel (primaria, secundaria, media vocacional)
¿Cuenta con apoyo particularizado en la institución?	¿Con qué apoyos cuenta en la institución?
¿Cuenta con apoyo particularizado en casa?	¿Con qué apoyos cuenta en casa?

\* El formato debe ser diligenciado por el profesor con la ayuda de los padres (o acudientes) y si es posible del personal encargado en cada institución.

1

¿Recibe alguna terapia o atención especializada por parte de la EPS (o algún servicio médico)?	¿Qué tipo de terapia o atención recibe?
<b>DATOS CLÍNICOS</b>	
¿El educando cuenta con algún diagnóstico clínico? Si ___ No ___	El diagnóstico es: Médico ___ Neurológico ___ Psiquiátrico ___ Psicológico ___ De trabajo de Social ___ Otro ___ Especifique cuáles _____
Si su respuesta es positiva indique cuál es el diagnóstico y explíquelo: _____ _____ _____	
¿Cómo describen los padres (o acudientes) al estudiante? _____ _____ _____	
¿Cómo describe usted como profesor al estudiante? (tenga en cuenta los siguientes aspectos: ¿cómo es la memoria (corto o largo plazo)? ¿es necesario repetirle continuamente las indicaciones? ¿comprende las consignas y enunciados dados? ¿cómo es su capacidad de respuesta en términos de tiempo y comprensión? ¿requiere de diferentes formas de comunicación o representación? ¿cuál es la forma de comunicación que más se ajusta a él/ella? ¿cómo es su atención? ¿cuáles son sus habilidades? ¿qué dificultades identifica en él/ella? ¿sigue el ritmo del curso? ¿qué ajuste curricular han realizado para él/ella?) _____ _____ _____ _____ _____	

Nombre de la persona que diligencia el formato- Cargo o relación

Nombre del investigador que acompaña el proceso- Rol dentro del proyecto

## Apéndice C. Rúbrica de valoración de los documentos cosificados por las 6 docentes

Evidencia	Rangos de calificación				Calificación asignada
	4.4 – 5.0	3.6 – 4.3	2.6 – 3.5	1.0 – 2.5	
Análisis del diseño	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Redacción precisa con un lenguaje técnico.</li> <li>• Análisis profundo y crítico del diseño, identificando problemas y proponiendo soluciones.</li> <li>• Ajustes realizados muestran una comprensión profunda de las necesidades específicas de los estudiantes.</li> <li>• Todas las preguntas orientadoras están respondidas de manera reflexiva y fundamentada.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Redacción clara con un lenguaje técnico.</li> <li>• Análisis detallado del diseño, identificando la mayoría de los problemas y proponiendo soluciones.</li> <li>• Ajustes realizados demuestran una comprensión sólida de las necesidades de los estudiantes.</li> <li>• La mayoría de las preguntas orientadoras están respondidas de manera reflexiva y fundamentada.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Redacción comprensible, aunque podría mejorar en términos de organización.</li> <li>• Análisis adecuado del diseño, identificando algunos problemas y proponiendo soluciones.</li> <li>• Ajustes realizados muestran una comprensión básica de las necesidades de los estudiantes.</li> <li>• Algunas preguntas orientadoras están respondidas de manera reflexiva y fundamentada.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Redacción limitada, dificultando la comprensión.</li> <li>• Análisis superficial del diseño, sin identificar problemas.</li> <li>• Ajustes realizados indican una comprensión mínima de las necesidades de los estudiantes.</li> <li>• Las respuestas a las preguntas orientadoras carecen de reflexión profunda.</li> </ul>	
Planeación del diseño	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Planeación detallada y completa, incluyendo duración, recursos, y actividades específicas.</li> <li>• Bibliografía utilizada es amplia y relevante, respaldando de manera efectiva la temática a abordar.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Planeación detallada, cubriendo aspectos importantes como duración, recursos, y actividades.</li> <li>• Bibliografía utilizada es adecuada y respalda la temática a abordar.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Planeación adecuada, pero con algunos aspectos que podrían mejorarse.</li> <li>• Bibliografía utilizada es suficiente, pero podría ser más amplia y relevante.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Planeación limitada y falta de detalle en algunos aspectos.</li> <li>• Bibliografía utilizada es limitada y no respalda completamente la temática.</li> </ul>	
Implementación del diseño	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Implementación efectiva y exitosa en el salón de clases.</li> <li>• Video muestra un manejo hábil de las actividades planificadas y la interacción con los estudiantes.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Implementación exitosa en la mayoría de los aspectos.</li> <li>• Video demuestra un buen manejo de las actividades planificadas y la interacción con los estudiantes.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Implementación aceptable, pero con algunos aspectos que podrían mejorarse.</li> <li>• Video muestra un manejo competente de las actividades planificadas y la interacción con los estudiantes.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Implementación limitada y con áreas significativas de mejora.</li> <li>• Video evidencia dificultades en el manejo de las actividades planificadas y la interacción con los estudiantes.</li> </ul>	
Informe final	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Redacción clara y reflexiva, demostrando un pensamiento profundo.</li> <li>• Síntesis efectiva de aprendizajes, destacando mejoras y estrategias significativas.</li> <li>• Reflexión antes, durante y después de la clase es profunda y bien fundamentada.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Redacción clara y reflexiva, aunque con algunos puntos que podrían mejorarse.</li> <li>• Síntesis efectiva de aprendizajes, destacando mejoras y estrategias importantes.</li> <li>• Reflexión antes, durante y después de la clase es sólida y bien fundamentada.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Redacción comprensible, pero con áreas de mejora en términos de claridad.</li> <li>• Síntesis adecuada de aprendizajes, destacando algunas mejoras y estrategias.</li> <li>• Reflexión antes, durante y después de la clase es básica y coherente.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Redacción limitada, dificultando la comprensión.</li> <li>• Síntesis limitada de aprendizajes, con pocas mejoras y estrategias identificadas.</li> <li>• Reflexión antes, durante y después de la clase es superficial y carece de profundidad.</li> </ul>	
				<b>Calificación final</b>	