

DISEÑO DE UN MARCO DE TRABAJO PARA EL PROBLEMA DE RUTEO
E INVENTARIOS (IRP), INVOLUCRANDO TRES TÉCNICAS
METAHEURÍSTICAS ADICIONALES A LA BÚSQUEDA TABÚ.

JOHN ALEJANDRO BARRERA BARBOSA
MARÍA PAULA SANTOS RUEDA

UNIVERSIDAD INDUSTRIAL DE SANTANDER
FACULTAD DE INGENIERÍAS FÍSICO-MECÁNICAS
ESCUELA DE ESTUDIOS INDUSTRIALES Y EMPRESARIALES
BUCARAMANGA
2016

DISEÑO DE UN MARCO DE TRABAJO PARA EL PROBLEMA DE RUTEO E
INVENTARIOS (IRP), INVOLUCRANDO TRES TÉCNICAS METAHEURÍSTICAS
ADICIONALES A LA BÚSQUEDA TABÚ.

JOHN ALEJANDRO BARRERA BARBOSA
MARÍA PAULA SANTOS RUEDA

Trabajo de grado para optar por el título de
Ingeniero Industrial

Director
JAVIER ARIAS OSORIO
Magíster en Administración

UNIVERSIDAD INDUSTRIAL DE SANTANDER
FACULTAD DE INGENIERÍAS FÍSICO-MECÁNICAS
ESCUELA DE ESTUDIOS INDUSTRIALES Y EMPRESARIALES
BUCARAMANGA

2016

DEDICATORIA

Quiero dedicar este logro a mis padres por siempre estar a mi lado apoyándome en todo momento. Son ellos los que con su esfuerzo me han permitido alcanzar mis metas.

A mis hermanos porque son ejemplo de trabajo y esfuerzo, siempre han hecho lo mejor para mí y me han ayudado a tomar muchas de las decisiones en mi vida.

A mi novia, quien me ha acompañado en cada paso de este trabajo, creamos un perfecto equipo lo que nos permitió salir a adelante en nuestro proyecto. A su familia puesto que han sido grandes colaboradores y parte importante de mi desarrollo personal.

John Alejandro Barrera Barbosa

DEDICATORIA

Dedico este logro a mis padres, Jorge Enrique Santos y María Cristina Rueda, por brindarme su apoyo y amor incondicional, porque son mi guía y mi motivación cada día, y porque gracias a su sacrificio y esfuerzo he logrado culminar esta importante etapa de mi vida.

A mi hermano Jorge Andrés Santos, por ser mi alegría cada día y mi compañero de sueños, por estar siempre conmigo y ser quien me da paz y tranquilidad cuando lo he necesitado.

A mi novio, Alejandro Barrera por ser mi compañero y mejor amigo, por apoyarme en mi crecimiento profesional y ayudarme a ser mejor persona. Por alentarme y escucharme, porque con su paciencia y amor hemos logrado culminar este logro juntos.

A mis nonos por su amor y sus oraciones, por hacer especial cada momento durante el cumplimiento de este logro junto al resto de mi familia y amigos.

María Paula Santos Rueda

AGRADECIMIENTOS

Primero que todo queremos agradecerle a Dios por bendecirnos y llenarnos de sabiduría. Él ha guiado nuestro camino y hoy nos permite disfrutar de nuestros logros.

Al magíster Javier Arias Osorio, nuestro guía y director de proyecto, por su inmensa colaboración y paciencia durante el planteamiento y elaboración de todo el proyecto. Gracias por impartirnos conocimiento y compartirnos muchas de las herramientas que hicieron posible este trabajo. Gracias por ser nuestro mentor en esta experiencia investigativa.

A la profesora Myriam Leonor Niño, por asesorarnos en la elección de nuestro proyecto, por confiar en nuestras capacidades y aconsejarnos sobre nuestro futuro.

A la Universidad Industrial de Santander y la Escuela de Estudios Industriales y Empresariales por brindarnos las herramientas necesarias para nuestra formación y preparación para ingresar a la vida profesional.

A Jorge Andrés Santos, por todo su apoyo y colaboración durante el desarrollo del proyecto.

A nuestros familiares y amigos por creer en nosotros, apoyarnos y compartir este momento de nuestras vidas.

CONTENIDO

	Pág.
INTRODUCCIÓN	20
1.GENERALIDADES DEL PROYECTO	24
1.1. PLANTEAMIENTO DEL PROBLEMA	24
1.2. OBJETIVOS	26
1.2.1. Objetivo general.....	26
1.2.2. Objetivos específicos	26
1.3. RESULTADOS ESPERADOS	26
1.3.1. Alcance del proyecto.....	26
1.3.2. Entregables.....	27
1.4. MARCO DE REFERENCIA.....	28
1.4.1. Marco de antecedentes.....	28
1.4.2. Marco teórico.	30
1.4.2.1. Logística.....	31
1.4.2.2. Logística integral.....	31
1.4.2.3. Investigación de Operaciones.....	32
1.4.2.4. Programación computacional.....	32
1.4.2.5. Herramienta computacional Matlab (Matrix Laboratory).	33
1.4.2.6. Problemas de Optimización.	33
1.4.2.7. Optimización combinatoria.....	34
1.4.2.8. Complejidad de los problemas combinatorios.....	35
1.4.2.9. Métodos Exactos en problemas de optimización.	37
1.4.2.10. Métodos Aproximados en problemas de optimización.	37
1.4.2.11. Problema de Ruteo de vehículos (VRP).	42
1.4.2.12. Gestión de Inventarios.	43

1.4.2.13. Problema de ruteo e Inventario (IRP).....	44
1.5. METODOLOGÍA DE LA INVESTIGACIÓN	46
1.5.1. Naturaleza y diseño del estudio.....	46
1.5.2. Procedimiento para el logro de objetivos	47
2. REVISIÓN DE LITERATURA.....	51
2.1. ANÁLISIS BIBLIOMÉTRICO.....	52
2.2. ANÁLISIS PRELIMINAR DE LA LITERATURA.....	56
2.2.1. Síntesis de los artículos en el gráfico.....	58
2.2.1.1. Metaheurística colonia de hormigas (ACO)	58
2.2.1.2. Metaheurística enjambre de partículas (PSO)	59
2.2.1.3. Metaheurística algoritmo genético (AG).....	60
3. ESTUDIO DEL MODELO MATEMÁTICO.....	63
3.1. MODELO MATEMÁTICO IRP.....	63
3.2. COMPARACIÓN DE ESCENARIOS.....	65
3.3. COMPLEJIDAD DEL MODELO	66
3.3.1. Número de variables y restricciones	67
3.3.2. Numero de soluciones factibles.	69
4. CONSTRUCCIÓN DE LAS METAHEURÍSTICAS	71
4.1. METAHEURÍSTICA ALGORITMOS GENÉTICOS.....	71
4.2. METAHEURÍSTICA ENJAMBRE DE PARTÍCULAS. (PSO)	81
4.3. METAHEURÍSTICA COLONIA DE HORMIGAS (ACO)	92
5. INSTANCIAS	100
6. DEFINICIÓN DE PARÁMETROS	101
6.1. ENJAMBRE DE PARTÍCULAS	101
6.2. COLONIA DE HORMIGAS	104
6.3. ALGORITMOS GENÉTICOS.....	106
7. VALIDACIÓN DE LOS RESULTADOS.....	109
8. RESULTADOS.....	111
8.1. ENJAMBRE DE PARTÍCULAS	111
8.2. COLONIA DE HORMIGAS	113

8.3.ALGORITMOS GENÉTICOS.....	115
9.COMPARACIÓN DE RESULTADOS.....	118
9.1.ANÁLISIS DE CADA INSTANCIA.....	118
9.2.ANÁLISIS CONSOLIDADO INCLUYENDO BUSQUEDA TABÚ.....	124
10.ARTÍCULO PUBLICABLE.....	127
11.CONCLUSIONES.....	128
12.RECOMENDACIONES.....	129
BIBLIOGRAFÍA.....	130

LISTA DE TABLAS

	Pág.
Tabla 1. Keywords más usadas	53
Tabla 2. Hot papers en IRP	54
Tabla 3. Datos análisis bibliométrico	55
Tabla 4. Índice de productividad de autores	56
Tabla 5. Instancias	100
Tabla 6. Prueba de sensibilidad Enjambre de Partículas	102
Tabla 7. Prueba de sensibilidad Colonia de Hormigas	105
Tabla 8. Prueba de sensibilidad Algoritmos Genéticos	107
Tabla 9. Resultados, comparación Instancia 1 (4nCMlb)	118
Tabla 10. Resultados, comparación Instancia 2 (6nCMlb)	119
Tabla 11. Resultados, comparación Instancia 3 (8nCMlb)	120
Tabla 12. Resultados, comparación Instancia 4 (10nCMlb)	121
Tabla 13. Resultados, comparación Instancia 5 (20nCMlb)	122
Tabla 14. Resultados, comparación Instancia 6 (100nCMlb)	123
Tabla 15. Resultados consolidados incluyendo búsqueda tabú	124
Tabla 16. Diferencia porcentual sobre el mínimo costo.	125

LISTA DE GRÁFICOS

	Pág.
Gráfico 1. Cantidad de Publicaciones por País.....	53
Gráfico 2. Distribución de Lotka	55
Gráfico 3. Crecimiento del número de variables	68
Gráfico 4. Crecimiento del número de restricciones	68
Gráfico 5. Cantidad de soluciones factibles para TSP y aproximación IRP	70

LISTA DE FIGURAS

	Pág.
Figura 1. Síntesis Revisión de Literatura proyecto previo	51
Figura 2. Línea de tiempo Actualizada.....	56
Figura 3. Artículos seleccionados para la Revisión de Literatura.....	57
Figura 4. Etapas de Algoritmos genéticos.....	72
Figura 5. Cromosoma Algoritmos genéticos MATLAB.....	73
Figura 6. N Cromosomas-Población inicial Algoritmos genéticos MATLAB.....	73
Figura 7. Código usado para generar cada cromosoma.	74
Figura 8. GA-Operadores genéticos-Selección.....	75
Figura 9. AG-Operadores genéticos-Recombinación Paso 1	76
Figura 10. AG-Operadores genéticos-Recombinación Paso 2	77
Figura 11. AG- Operadores genéticos- Recombinación Paso 3	78
Figura 12. AG- Operadores genéticos- Mutación.....	79
Figura 13. Pseudocódigo algoritmos genéticos	80
Figura 14. Pseudocódigo de Algoritmo Enjambre de partículas	82
Figura 15. Etapas, diagrama de flujo Enjambre de partículas.....	83
Figura 16. PSO- Operador de Cruce	85
Figura 17. PSO- Ejemplo población cruzada	86
Figura 18. PSO- Operador de Inversión	87
Figura 19. PSO- Operador de Adaptación al ruido	89
Figura 20. PSO- Aleatorio operador de inversión	90
Figura 21. PSO. Intercambio de Posición	90
Figura 22. PSO- Población después de operadores de movimiento.....	91
Figura 23. Movimiento de cada partícula	91
Figura 24. ACO- Valores iniciales-Visibilidad.....	92

Figura 25. ACO- Valores iniciales-Feromonas.....	93
Figura 26. ACO-Matriz de Probabilidad	94
Figura 27. Distribución de la ruleta para las alternativas en juego-ACO.....	95
Figura 28. ACO- Matriz de Probabilidad-Proceso construcción ruta.....	96
Figura 29. ACO-Matriz Hormiga y Colonia de Hormigas	97
Figura 30.Pseudocódigo Colonia de hormigas	99
Figura 31. Grafo del resultado de la Instancia 1 (4nCMlb), PSO.....	112
Figura 32. Grafo del resultado de la Instancia 2 (6nCMlb), PSO.....	113
Figura 33. Grafo del resultado de la Instancia 1(4nCMlb), ACO.....	114
Figura 34. Grafo del resultado de la Instancia 2 (6nCMlb), ACO.....	115
Figura 35. Grafo del resultado de la Instancia 1(4nCMlb), GA	116
Figura 36. Grafo del resultado de la Instancia 2 (6nCMlb), GA	117

LISTA DE ANEXOS

Nota: Ver los Anexos en carpeta adjunta al CD

RESUMEN

TÍTULO:

“DISEÑO DE UN MARCO DE TRABAJO PARA EL PROBLEMA DE RUTEO E INVENTARIOS (IRP), INVOLUCRANDO TRES TÉCNICAS METAHEURÍSTICAS ADICIONALES A LA BÚSQUEDA TABÚ” *

AUTORES: BARRERA BARBOSA, John Alejandro
SANTOS RUEDA, María Paula **

PALABRAS CLAVE:

Problema de ruteo e inventarios (IRP); Metaheurísticas, Enjambre de Partículas (PSO), Colonia de Hormigas (ACO); Algoritmo Genético (GA). Búsqueda Tabú.

DESCRIPCIÓN

En la presente investigación se analizó el problema de ruteo e inventarios (IRP), mediante la construcción de un marco de trabajo y el uso de técnicas de optimización que evalúan instancias previamente encontradas en la literatura.

Para lograr esto, se implementaron las siguientes metaheurísticas; Enjambre de partículas, la cual está basada en el comportamiento natural de algunos grupos como parvadas de aves, que realizan una búsqueda exhaustiva teniendo en cuenta experiencias personales y grupales, Colonia de hormigas, donde se imita el método usado por las hormigas para llegar a una fuente de alimento, y algoritmo genético que usa operadores de selección, recombinación y mutación para mejorar una población y obtener así una generación más apta.

Lo anterior se hizo con el objetivo de comparar resultados de cada algoritmo y los obtenidos por otros autores mediante la metaheurística Búsqueda Tabú, determinando así, el más eficiente y su diferencia respecto a los demás.

En consecuencia, la presente investigación tiene como objetivo tomar las características del "IRP" y encontrar diferentes enfoques o métodos para una solución del mismo. Por lo tanto, hacer una contribución a la línea de investigación seguida por la universidad, y al mismo tiempo, proporcionar una base sobre algunos temas para permitir a futuras investigaciones profundizar en los problemas de ruteo e inventarios, como LIRP (Problema de localización, ruteo e inventarios).

* Trabajo de Grado

** Facultad de Ingenierías Físico-mecánicas. Escuela de Estudios Industriales y Empresariales. Director: Javier Arias, Magister en Administración.

ABSTRACT

TITLE:

“DESIGNING A FRAMEWORK FOR INVENTORY ROUTING PROBLEM (IRP), BY USING THREE METAHEURISTIC TECHNIQUES, IN ADDITION TO TABU SEARCH” *

AUTHORS:

BARRERA BARBOSA, John Alejandro

SANTOS RUEDA, María Paula**

KEY WORDS:

Inventory Routing Problem (IRP); Metaheuristics, Particle Swarm Optimization (PSO), Ant Colony Optimization (ACO); Genetic Algorithm (GA). Tabu Search.

DESCRIPTION:

The current research has analyzed the Inventory Routing Problem (IRP) by building a framework and using optimization techniques which evaluate instances previously found at the literature review.

In order to achieve this, the following three metaheuristics have been implemented. 1. Particle Swarm which is based on the natural behavior of some groups, such as flocks of birds who make an exhaustive pursuit in accordance with personal or group experiences. 2. Ant colony which emulate the method used by ants for going to food sources. 3. Genetic Algorithm that by means of selection, recombination and mutation improving the characteristics in a population and getting a better generation.

The purpose for doing this was to compare the results given by each algorithm and those shown for different authors about tabu search. Finally, it helped to establish the best one according with previous parameters and its difference with respect to other.

Consequently, this research aims to take the characteristics of "IRP" and to find different approaches or methods for a solution thereof. So, make a contribution to the research line followed by the university, and at the same time, to provide a basis on some topics to allow future research deepen on inventory routing problems, such as LIRP (Location inventory routing problem).

* Bachelor Thesis

** Facultad de Ingenierías Físico-mecánicas. Escuela de Estudios Industriales y Empresariales. Director: Javier Arias, Magister en Administración.

INTRODUCCIÓN

¿Cuál es la mejor forma de administrar los recursos de una organización?, ¿realmente procesos como transporte y la gestión del inventario generan costos significativos para ella? Estas y muchas otras preguntas ubican al análisis cuantitativo como un elemento predominante en el perfil del administrador del siglo XXI, como consecuencia de esto, muchas empresas con base en diferentes investigaciones, han entendido que producir grandes volúmenes sin un adecuado plan de distribución, se convierte en un esfuerzo insostenible que en la mayoría de los casos determina el fracaso de una organización, así pues, la utilización inteligente de los recursos depende de diferentes variables que si se manejan correctamente, aseguran el cumplimiento a los clientes y el bienestar financiero de la organización.

Por esta razón, se han creado los procesos atribuidos a la logística integral que, implementados de forma correcta, aseguran una adecuada respuesta a las necesidades de los interesados y de la entidad misma. Pero, ¿qué se entiende por logística integral? Según Pau Cos, J. y Navascués, R.¹ en su libro Manual de logística integral, es el conjunto de técnicas y medios destinados a gestionar el flujo de materiales y el flujo de información con el objetivo principal de satisfacer las necesidades en bienes y servicios de un cliente y/o mercado.

Dentro de las diferentes clases de empresas, aquellas que manejan en sus funciones el transporte y almacenamiento de cualquier clase de mercancía, ven cómo el cumplimiento oportuno al cliente se convierte en un aspecto fundamental dentro de su misión, y por esta razón una buena parte de sus esfuerzos se

¹PAU, Jordi y NAVASCUÉS, Ricardo. Manual de logística integral. España: Díaz de Santos, 1998. 846 p.

invierten en estar preparado para suplir las necesidades de un consumidor definido con las cantidades y en los tiempos requeridos, de ahí que una buena política de inventarios y de transporte ha hecho en muchos casos la diferencia dentro del conjunto de oferentes, sin embargo, ser oportuno en una entrega no puede convertirse de ninguna manera en una pérdida de recursos desproporcionada, así que es necesario estudiar dicha problemática incluyendo todos los aspectos posibles a suceder, en especial lo relacionado con la empresa, el cliente y el gobierno; este último aunque no entra directamente en el intercambio de mercancía, rige en muchos aspectos el comportamiento de las dos primeras.

En el caso de Colombia, las bases del plan de gobierno para el periodo 2014-2018 mencionan la necesidad de realizar una inversión en el tema de infraestructura de transporte debido a que el déficit de ésta se traduce en altos costos logísticos, equivalentes al 23% del PIB², de tal forma que no solo se invertirá en Infraestructura para reducir distancias, sino también en reducir costos de transporte, consumo energético e impactos ambientales.

De esta forma, la unión de todos los aspectos mencionados anteriormente constituye un tema de estudio analizado en diferentes ocasiones por distintos grupos de personas recibiendo el nombre particular de Problema de Ruteo e Inventarios (IRP).

Para el análisis del IRP se considera una compañía que tiene como misión la producción y distribución de mercancías a un gran número de clientes distribuidos geográficamente; así mismo, se dispone de un almacén central de

²COLOMBIA. DEPARTAMENTO NACIONAL DE PLANEACIÓN. Bases del plan de desarrollo nacional 2014-2018 [base de datos en línea]. [Consultado 25 Nov. 2015]. 872 p. Disponible en < <https://www.dnp.gov.co/Plan-Nacional-de-Desarrollo/Paginas/Que-es-el-Plan-Nacional-de-Desarrollo.aspx> >

capacidad limitada para el almacenamiento de producto terminado del que se dispondrá cuando éste sea requerido, y un mecanismo de transporte de capacidad finita, encargado de enviar las existencias necesarias obedeciendo a una programación predeterminada³

Un detalle importante a tener en cuenta, es que el comportamiento sobre el control de los inventarios, tanto en el único productor como en los múltiples clientes, se maneja bajo un acuerdo hecho con anterioridad con el fin de encontrar los menores costos usando eficientemente los almacenes que se tengan en la zona geográfica establecida y los costos de mantenimiento propio de cada bodega.

Conforme a lo anterior, este trabajo de investigación pretende resolver el IRP estudiado anteriormente por otra Investigación realizada en la Universidad Industrial de Santander, encontrando una posible solución mediante la herramienta introducida por Glover, F.⁴ en 1986 conocida como búsqueda Tabú en su artículo “FUTURE PATHS FOR INTEGER PROGRAMMING AND LINKS TO ARTIFICIAL INTELLIGENCE”; en esta oportunidad, se realiza una nueva investigación partiendo de los principios que Glover promovió en su artículo de metaheurísticas⁵; esto con el fin de encontrar diferentes resultados para compararlos con los anteriores y con los encontrados en literatura especializada.

³CAMPBELL, Melissa; SAVELSBERGH, Martin. A decomposition approach for the Inventory-Routing. En: Problem. Transportation. [En línea]. Vol. 38, No. 4 (2004). [Consultado 25 Nov. 2015]. Disponible en <<http://search.proquest.com/docview/203514240?accountid=29068>>

⁴FRED, Glover. Future paths for integer programming and links to artificial intelligence. En: Computers & Operations Research. [En línea]. Vol.13, No. 5, (1986). [Consultado 25 Nov. 2015]. Disponible en <<http://leedsfaculty.colorado.edu/glover/TS%20%20Future%20Paths%20for%20Integer%20Programming.pdf>>

⁵Ibid. P. 8

Las metaheurísticas definidas para esta investigación son: algoritmos genéticos⁶ (basada en la teoría de la evolución de Darwin), colonia de hormigas⁷ (inspirada en el comportamiento de las hormigas al realizar el recorrido desde su colonia hasta los alimentos o viceversa) y enjambre de partículas⁸ (observada a partir del comportamiento de las abejas en busca de su alimento); de esta forma, estos procedimientos facilitan la obtención de respuestas factibles en tiempos polinomiales ejecutando los algoritmos pertinentes en herramientas informáticas de alto rendimiento como MATLAB.

⁶HOLLAND, John. Algoritmos genéticos. En: Investigación y Ciencia. [En línea]. (1992). [consultado 28 Nov. 2015]. Disponible en <<http://www-mat.upc.es/algevol-pdf/inv-cien92.pdf> >

⁷GAGLIARDI, E.; LEGUIZAMÓN, M.; TARANILLA, M. y HERNÁNDEZ, G. Algoritmos aco aplicados a problemas geométricos de optimización. En: XIII Encuentros de Geometría Computacional. [En línea]. (2009). [consultado 28 Nov. 2015]. Disponible en <http://metodosestadisticos.unizar.es/~egc09/index_archivos/Trabajos/gregorio.pdf>

⁸LIMA, Joaquín y BARÁN, Benjamín. Optimización de enjambre de partículas aplicada al problema del cajero viajante bi-objetivo. En: Revista Iberoamericana de Inteligencia Artificial. [En línea]. (2006). [consultado 28 Nov. 2015]. Disponible en <<http://polar.lsi.uned.es/revista/index.php/ia/article/viewFile/518%26lt%3B/502>>

1. GENERALIDADES DEL PROYECTO

1.1. PLANTEAMIENTO DEL PROBLEMA

El diseño y la gestión de un sistema logístico tiene cada vez más importancia, pues es una cultura fundamental que facilita la toma de decisiones en cualquier compañía, impulsándola hacia la competitividad y el éxito.

Según Anaya Tejero⁹ la logística integral, se enfoca en conseguir tres objetivos básicos. El primero de estos es alcanzar la máxima rapidez del flujo de productos, el segundo es conseguir los mínimos costos operacionales y por último cumplir con las exigencias del cliente prestando un buen servicio. Para lograr un desarrollo exitoso de este concepto, se requiere de mecanismos concretos que integren los procesos involucrados en el logro de dichos objetivos.

Uno de estos mecanismos, es el modelo de negocio conocido como “inventario manejado por el proveedor” –VMI-(Vendor Managed Inventory). El cual es una práctica que ha modificado el pensamiento tradicional, en el que los clientes se encargaban de decidir cuánto y cuando pedir sus mercancías. En este nuevo sistema, son los proveedores quienes efectúan la gestión de inventarios a nombre de la empresa que lo consume, lo cual permite sincronizar tiempos de entrega del vendedor con las existencias en el inventario del comprador, evitando el desabastecimiento y aumentando el servicio al cliente¹⁰.

⁹ ANAYA TEJERO, Julio Juan y POLANCO MARTIN, Sonia. Innovación y mejora de procesos logísticos: análisis, diagnóstico e implementación de sistemas logísticos. Madrid: Esic , 2005. 23 p.

¹⁰ARANGO, Martín; ZAPATA, Julián y JAIMES, Wilson. Aplicación del modelo de inventario manejado por el vendedor en una empresa del sector alimentario colombiano. En: Scientific electronic library online Colombia. [Base de datos en línea]. Antioquia: Revista EIA, Julio 2011. [Consultado 25 nov. 2015]. Disponible en < http://www.scielo.org.co/scielo.php?pid=S1794-12372011000100003&script=sci_arttext >

Este diseño logístico cobra cada vez más importancia en grandes compañías y su implementación no es tarea fácil, pues requiere un gran compromiso por parte de los proveedores, quienes tienen la necesidad de integrar en un solo modelo tres decisiones de la cadena de suministro, como son; la cantidad de producto a enviar, el ruteo de los vehículos, y el nivel de inventario a mantener en las bodegas de los clientes; debido a esto, en el año 1984, Federgruen & Zipkin¹¹ dieron una solución a este problema planteando las bases de lo que hoy se conoce como IRP, convirtiéndose desde entonces en un área rica en investigación.

Por esta razón el presente proyecto basará sus estudios en el IRP; el cual tiene como objetivo, “construir un programa de reaprovisionamiento para cada cliente, un conjunto de rutas de vehículos y reducir al mínimo el costo total de inventario y transporte”¹².

Inicialmente, se tomará como base la tesis de grado “Estudio y desarrollo de un modelo matemático para el problema de inventario y ruteo (IRP)”¹³, en la cual se aplicaron métodos exactos y aproximados entre estos, la metaheurística búsqueda tabú. Sus instancias serán comparadas con la solución obtenida en experimentos computacionales aplicados a otras tres metaheurísticas, para identificar la mejor opción, basados en tiempo y calidad de las respuestas.

¹¹FEDERGRUEN, Awi y ZIPKIN, Paul. A combined vehicle routing and inventory allocation problem. Citado por: SALTOS, Ramiro y ACEVES, Ricardo. Aplicación de la Metaheurística Búsqueda de la Armonía para Resolver el Problema de Ruteo de Vehículos con Inventarios. En: Revista Tecnológica ESPOL. [en línea]. Vol. 25, No. 2 (2012); [Consultado 25Nov .2015]. Disponible en <<http://www.rte.espol.edu.ec/index.php/tecnologica/article/viewFile/121/64>>.

¹² LIANG, Zhe; CHAOVALITWONGSE, Wanpracha & SHI, Leyuan. Supply Chain Management and Logistics: Innovative Strategies and Practical. London: CRC Press. s.f. 154 p.

¹³ BARRAGAN, Elsa y ROMERO, Leidy. Estudio y desarrollo de un modelo matemático para el problema de inventario y ruteo (IRP). Bucaramanga, 2015, 121 p. Trabajo de Investigación (Ingeniería Industrial). Universidad Industrial de Santander. Escuela de estudios industriales y empresariales

1.2. OBJETIVOS

1.2.1. Objetivo general: Diseñar un marco de trabajo para el problema de ruteo e inventarios (IRP) con tres metaheurísticas diferentes a la Búsqueda Tabú.

1.2.2. Objetivos específicos

- Realizar una revisión de la literatura sobre las investigaciones y resultados recientes al IRP.
- Desarrollar los algoritmos propios de las metaheurísticas seleccionadas en el software MATLAB.
- Realizar la experimentación sobre el IRP con las metaheurísticas definidas y sobre las instancias extraídas previamente.
- Evaluar los resultados obtenidos en la experimentación.
- Realizar un artículo publicable con los resultados del trabajo de investigación.

1.3. RESULTADOS ESPERADOS

1.3.1. Alcance del proyecto: Es importante mencionar que la realización de este proyecto va ligada con la necesidad de complementar los estudios y resultados obtenidos en un proyecto de investigación realizado con anterioridad (estudio y desarrollo de un modelo matemático para el problema de ruteo e inventarios (IRP)); Por esta razón, este trabajo inicia con una cuota de información tomada de la investigación anterior.

Dicho complemento se hará a través de una revisión de literatura que recogerá información actualizada permitiendo complementar el conocimiento sobre el IRP como punto de partida para este proyecto. Una vez efectuada dicha revisión se empezará con el estudio acerca del uso de las técnicas metaheurísticas y su aplicación a través de software especializado.

Una vez desarrollados los algoritmos será una tarea relevante validar los algoritmos desarrollados en los experimentos computacionales comparándolos con algunos resultados obtenidos con métodos exactos para instancias pequeñas.

De esta forma, se realizan los experimentos computacionales sobre el problema con el objetivo de encontrar resultados y realizar los respectivos análisis para el modelo definido, con varias instancias establecidas y las técnicas desarrolladas.

Por último, se realizará y entregará un artículo de investigación donde se encontrará de forma detallada la información más representativa de los análisis realizados y los resultados obtenidos.

1.3.2. Entregables

- Revisión de la literatura, donde estarán los avances e investigaciones más recientes sobre el problema de ruteo e inventarios (IRP).
- Programación de los algoritmos metaheurísticos realizados en MATLAB.
- Tablas de resultados y análisis de cada una de las metaheurísticas aplicadas en las experimentaciones computacionales.
- Artículo publicable del trabajo de investigación.

1.4. MARCO DE REFERENCIA

1.4.1. Marco de antecedentes: Kaligari, P.¹⁴ desarrolló un trabajo de investigación para optar al título de magíster en Ingeniería Industrial sobre “Ruteo de inventarios con ventanas de tiempo fuertes” el cual tuvo como objetivo, desarrollar un método eficiente que encuentre soluciones de alta calidad para el problema de ruteo de inventarios con ventanas de tiempo (IRPTW) y permita concluir sobre la importancia de optimizar simultáneamente las decisiones de distribución y de ruteo considerando las restricciones de ventanas de tiempo; para esto, se aplicaron dos métodos de optimización basados en programación entera mixta, uno de ellos realizado de forma simultánea y el otro de forma secuencial, es decir primero se optimizan las políticas de inventario y luego se optimiza la distribución.

En este trabajo se concluyó que existe una reducción de costos significativa cuando se integran estas dos decisiones por medio del IRP, además se evidenció la necesidad de usar heurísticas y metaheurísticas en la resolución de este tipo de problemas con elevada complejidad, pues métodos exactos no permiten la solución de instancias de gran tamaño. Dichas conclusiones soportan la importancia del presente proyecto pues se fortalece la idea de realizar más investigaciones sobre IRP, aplicando diferentes algoritmos metaheurísticos para su resolución.

La investigación desarrollada por Acosta, F. y Osorio, D.¹⁵ sobre un método evolutivo de colonia de hormigas para la solución del problema de ruteo de

¹⁴ PEREZ KALIGARI, Eliseo. Ruteo de inventarios con ventanas de tiempo fuertes. En: Escuela Colombiana de Ingeniería Julio Garavito [En línea]. (2015). [Consultado 3 Dic. 2015]. Disponible en <<http://repositorio.escuelaing.edu.co/handle/001/300>>

¹⁵ACOSTA, Francia y OSORIO, Daniela. Un método evolutivo de colonia de hormigas para la solución del problema de ruteo de vehículos con demandas estocásticas. Bucaramanga, 2013, 147 p. Trabajo de grado (Ingeniería industrial). Universidad Industrial de Santander. Facultad de ingenierías Físico-mecánicas. Escuela de Estudios industriales y empresariales.

vehículos con demandas estocásticas; donde su objetivo fue llegar a dar respuesta a dicha problemática mediante variaciones del método general de la metaheurística colonia de hormigas, con la intención de obtener mejores resultados a los previamente conseguidos en otros estudios citados en dicho artículo. Además, en el proyecto se explica como el comportamiento estocástico de algunos elementos aumentan la complejidad del problema VRP. En donde dependiendo del objetivo, se buscará maximizar o minimizar los valores que puedan tomar dichas variables dentro del conjunto de respuestas factibles acotadas anteriormente por las restricciones propias del problema. Finalmente, se concluye que con la ayuda de operadores genéticos, específicamente la mutación, es posible lograr una mejor respuesta que la conseguida con la metaheurística básica; aunque ésta fue superada en relación a los costos, escasamente por el 1% partiendo con la base de 100 clientes para el estudio.

Por otro lado, Álvarez, R.¹⁶ en su trabajo “una solución para el problema de ruteo de vehículos con demanda difusa mediante la meta-heurística de enjambre de partículas” afronta el problema del VRP acompañado de elementos difusos; por esta razón, fue necesario realizar, previo al análisis una descripción detallada de los principios básicos de la matemática difusa, argumentando su uso a los inconvenientes que se enfrentan en la vida real con algunas empresas que no cuentan con una fuente de información confiable; pese a esto, al buscar un método adecuado para la solución del problema, son nuevamente las heurísticas y metaheurísticas las que se tienen en cuenta, debido al gasto computacional que procesos exactos necesitarían, haciéndolos inviables para estos casos. De esta forma, se implementó la metaheurística enjambre de partículas que imita el desplazamiento de ciertos organismos en donde el objetivo es encontrar la mejor

¹⁶ÁLVAREZ, Román. una solución para el problema de ruteo de vehículos con demanda difusa mediante la meta-heurística de enjambre de partículas. En: Universidad Industrial de Santander [En línea]. (2015). [Consultado 3 Dic. 2015]

posición de un elemento sobre un espacio determinado, en relación con los elementos objetivos y la velocidad que estos puedan tener. En conclusión, el autor comprobó la compatibilidad existente en estudios relacionados con la optimización de recorridos y la metaheurística PSO, al lograr resultados satisfactorios en relación con instancias de literatura consultadas.

En relación a los tres proyectos citados anteriormente, se puede afirmar que la presente investigación está bien encaminada en cuanto a los temas principales de interés, pues en el primer proyecto mencionado se resalta la importancia de investigar más a fondo el problema del IRP; en la segunda y tercera referencia se indica la necesidad de usar metaheurísticas como colonia de hormigas o enjambre de partículas, para diferentes problemas demostrando que son procedimientos que funcionan eficientemente y además, pueden modificarse a partir de las especificaciones con las que se haga el estudio.

1.4.2. Marco teórico: El presente trabajo analiza el problema de ruteo de inventarios (IRP), solucionándolo por medio de la aplicación de tres metaheurísticas como son la colonia de hormigas, el enjambre de partículas y el algoritmo genético. En ese sentido, es preciso definir algunos conceptos, con el fin de aclarar el enfoque que tendrán dichos términos dentro del proyecto, delimitando así la forma en que se deben interpretar o analizar.

Para lograr esto se utilizan diferentes fuentes soportadas en herramientas Web, como bibliotecas, bases de datos o catálogos de tesis en línea, además de referencias bibliográficas y artículos; de esta forma se conceptualizan los términos a continuación.

1.4.2.1. Logística: En términos generales, logística es el conjunto de actividades que dentro de una organización buscan asegurar la calidad y las buenas prácticas en los procesos de aprovisionamiento, fabricación, almacenaje y distribución de los productos, los cuales constituyen los principios misionales de entidades productoras.¹⁷

Estas actividades se crean a partir de la necesidad latente por mejorar el funcionamiento interno, bajo unas condiciones económicas justas que garanticen una rentabilidad esperada; por esta razón, todo lo relacionado a los procesos logísticos tiene cada vez más importancia en la Gestión empresarial, ya que permiten controlar el uso de los recursos y administrar los tiempos de respuesta sobre los clientes. De este modo el concepto de logística fue establecido inicialmente para todo lo relacionado estrictamente con lo que sucedía dentro de las instalaciones de la entidad, pero con el paso del tiempo esto tuvo variaciones gracias a los estudios realizados por diferentes autores.

1.4.2.2. Logística integral: Se puede entender como una extensión al concepto inicial de logística, donde su principal diferencia se encuentra en el alcance de un concepto en relación al otro; es decir, mientras que los procesos logísticos se centran únicamente en lo que debe hacer la organización de acuerdo con su misión, la logística integral incorpora actividades y procedimientos que se dan con la colaboración de los demás miembros de la cadena de suministro. Dicho esto, los procesos que forman parte de la integralidad como la planificación, implementación y control efectivo, van enfocados no solo a la transformación de los materiales, su almacenamiento y transporte sino también al flujo de información desde el cliente hasta la entidad y viceversa, incluyendo todos los

¹⁷ANAYA TEJERO, Julio Juan. Logística integral: la gestión operativa de la empresa. 3ed. Madrid: ESIC, 2007. p. 22-25.

terceros que de una u otra forma permiten que se atiendan las necesidades del cliente.¹⁸

A partir de las etapas que permiten alcanzar los objetivos de las partes interesadas se ha subdividido la logística integral en tres partes de acuerdo a las características de cada uno de sus elementos; siendo estas: Logística de aprovisionamiento: en la cual están las actividades realizadas entre el fabricante y quienes se encargan de proveerlo de materia prima, Logística de producción: con todas aquellas tareas en la que es transformada y protegida dicha materia, y la Logística de distribución en donde finalmente el producto llega satisfactoriamente a las manos del cliente.¹⁹

1.4.2.3. Investigación de Operaciones: Es posible entender la investigación de operaciones como el estudio y aplicación de una gran cantidad de métodos matemáticos y/o científicos que buscan modelar una situación real a lo más cercana posible, atribuyendo comportamientos específicos que suceden en una organización o en sistemas hombre-máquina, que junto con diversos factores, crean una problemática que debe ser resuelta mediante técnicas de optimización.²⁰

1.4.2.4. Programación computacional: La programación computacional se puede definir como el proceso de diseñar, elaborar y ejecutar operaciones a través de un código también llamado código fuente; de esta forma se envían mensajes al

¹⁸ALFA CONSULTING. Logística integral. En: Logistalfa. [el línea]. Barcelona: ASPID ASD. s.f. [Consultado 8 Dic 2015]. Disponible en: <<http://www.logistalfa.com/index.php/serveis/logistica-integral/>>

¹⁹PAU y NAVASCUÉS., Op. cit. p. 9-14.

²⁰PRAWDA, Juan. Métodos y Modelos de Investigación de Operaciones, Volumen I, Modelos Determinísticos. Editorial Limusa.1989. p. 19-22

programa en el que se está creando el código acerca de que quiere el usuario y como debe actuar el computador para obtener los resultados esperados. La acción de escribir el código requiere que el usuario tenga conocimientos previos en el tipo de lenguaje que está trabajando ya que existen varios lenguajes de programación los cuales tienen poca o ninguna similitud entre ellos.

1.4.2.5. Herramienta computacional Matlab (Matrix Laboratory): Una vez aclarados los conceptos que describen lo que se va a realizar, es decir, los algoritmos metaheurísticos que se ejecutaran bajo el objetivo de encontrar una respuesta viable a un problema de IRP, se requiere describir las particularidades más importantes de la herramienta computacional a utilizar; en este caso se utiliza la herramienta de computación Matlab ya que proporciona un lenguaje de programación ágil, amplio y flexible lo cual facilita en gran medida lo que se quiere con esta investigación.

Matlab fue mostrado al mundo en 1984 y su diseñador fue el matemático y programador Moler, C. Es compatible con los sistemas operativos Microsoft Windows, Mac OS X y GNU/LUX y funciona con su propio lenguaje de programación (M); está diseñado para la manipulación de matrices en las que se puede hacer casi cualquier operación que se haya desarrollado. Además, permite la implementación de algoritmos diseñados previamente o creados por el usuario utilizando su propio lenguaje (M) o incorporando otros lenguajes permitidos en el sistema; adicionalmente posee herramientas de simulación en 2D y 3D amigables con el usuario que permiten observar lo que está sucediendo en cualquier momento de la simulación.

1.4.2.6. Problemas de Optimización: Partiendo de los fundamentos que la investigación de operaciones posee y los objetivos que esta tiene, aquellos

problemas que son estudiados con la intención de mejorar su rendimiento en algún aspecto se han denominado Problemas de optimización; en estos problemas siempre existen elementos que no son estrictamente constantes, y son estos elementos variables en los que se invierte la mayor parte del tiempo de una investigación, y donde el objetivo es encontrar aquellos valores en los que las variables traen mejores resultados bien sean maximizando o minimizando el resultado final de la función objetivo previamente creada a partir de datos reales o teóricos con los que se cuenta.

Si bien existe una gran variedad de problemas de optimización, estos pueden ser clasificados fácilmente de acuerdo a la naturaleza de sus variables; es decir, si estas son del tipo continuo (Donde el espacio de búsqueda corresponde a \mathcal{R}^n); si por el contrario, estos elementos pueden tomar valores dentro de un conjunto de elementos probables, es decir, el espacio de búsqueda corresponde a un conjunto finito o posiblemente contable infinito. Ejemplo: enteros, conjuntos, permutación, grafo, etc, se estará trabajando con un Problema de optimización combinatorio.²¹

1.4.2.7. Optimización combinatoria: Para profundizar más sobre los problemas de optimización combinatoria se presenta lo expuesto por Cristian Blum y Andrea Roli²² en su artículo “Metaheuristic in combinatorial optimization”.

Un problema de optimización combinatoria $P = (s, f)$ puede ser definido como:

Un conjunto de variables $X = \{x_1, \dots, x_n\}$;

El dominio de las variables D_1, \dots, D_n ;

Restricciones entre variables;

²¹ACOSTA y OSORIO., Op.cit., p. 21

²²BLUM, Christian y ROLI, Andrea. Metaheuristics in combinatorial optimization : Overview and Conceptual Comparison. En : ACM Computing Surveys (CSUR). [en línea]. Vol. 35, No. 3 (2003). [Consultado 8 Dic. 2015]. Disponible en <<http://kursinfo.himolde.no/forskningsgrupper/optimering/phdkurs/Metaheuristics%20in%20Combinatorial%20Optimization.pdf>>

Una función objetivo f para ser minimizada, o maximizada $-f$ dónde:

$$f : D_1 \times \dots \times D_n \rightarrow \mathbb{R}^+;$$

El conjunto de todas las respuestas factibles es:

$$S = \{s = \{(x_1, v_1), \dots, (x_n, v_n)\} \mid v_i \in D_i, \text{ Donde } s \text{ satisface todas las restricciones}\}$$

S es llamada usualmente *espacio solución*, así como cada uno de sus elementos puede ser una solución candidata. De esta forma, un problema de solución combinatoria busca encontrar una solución candidata que minimice o maximice la función objetivo f .

$$\text{Minimizar: } f(s^*) \leq f(s) \quad \forall s \in S$$

$$\text{Maximizar: } f(s^*) \geq f(s) \quad \forall s \in S \quad \text{Donde } s^* \text{ sería(n) Solución(es) global(es).}$$

1.4.2.8. Complejidad de los problemas combinatorios: Una de las características más importantes de los problemas combinatorios es la complejidad que pueden tener a la hora de resolverse, causado principalmente por la cantidad de soluciones factibles que tiene un problema debido al incremento del número de variables y al gasto de tiempo en que se incurre desde el diseño del modelo, hasta que se obtiene una respuesta por medio de la herramienta informática; dicho de otro modo, no sería útil diseñar la programación en un software si no se cuenta con el modelo completo incluyendo todas las consideraciones necesarias, o si el tiempo que demora el computador en resolverlo es tan grande, que haga a la solución inservible. Dicho esto, se tiene un nuevo concepto que es necesario abordar.

Fórmula polinómica: se entiende como la ecuación que tiene en cuenta el número de variables presentes en el problema y el tiempo de ejecución real que gasta un software en encontrar la solución del mismo. Se considera satisfactorio y se puede

afirmar que el problema se puede resolver en un tiempo polinómico, si un problema combinatorio demora menos tiempo que el resultado de la ecuación polinómica, de no ser así, se debe optar por cambiar el método que fue utilizado o rediseñar el modelo tratando que este sea más ligero y de igual forma más eficiente.

Con base en el tiempo polinómico y de acuerdo a lo aportado por Hamäläinen, W. en su artículo Class NP, NP-complete, and NP-hard problems, es posible clasificar los problemas combinatorios de la siguiente manera:

(P) Problemas combinatorios con tiempo polinómico: en este conjunto se encuentran aquellos problemas que cumplen satisfactoriamente con la regla del tiempo polinómico es decir, este tiempo es menor al esperado de su ejecución, por esta razón, son resueltos mediante métodos exactos

(NP) Problemas combinatorios con tiempo no polinómico: A diferencia de los anteriores, resolver este tipo de problemas conlleva un gasto de tiempo y espacio computacional inviable, y que en algunos casos no garantiza obtener un resultado óptimo, en consecuencia, se utilizan heurísticas y metaheurísticas que ayudan a obtener resultados factibles y tiempos de ejecución razonables; estos a su vez, pueden clasificarse según su complejidad en otras dos categorías:

- (NP-Complete): Problemas que estén dentro de esta categoría requieren de un tiempo ejecución muy grande debido a la complejidad de las operaciones o al número elevado de variables que poseen; de cualquier forma, es posible llegar a una solución mediante métodos no determinísticos y bajo estrategias que intentan subdividir el problema en otros más sencillos.
- (NP-Hard): estos son los modelos más difíciles que se pueden encontrar en la investigación de operaciones; no solo por el tamaño del mismo, sino porque

sencillamente nadie hasta la fecha ha inventado algún método que asegure respuestas óptimas. Esto quiere decir, que después de un estudio arduo al comportamiento de estos problemas solo se han llegado a desarrollar metodologías que logran respuestas factibles; esto no significa que siempre se vayan a considerar como imposibles, es probable que con el paso del tiempo se establezcan métodos prácticos y/o razonables en los que se pueda obtener la mejor respuesta global a la problemática abordada.

1.4.2.9. Métodos Exactos en problemas de optimización: Con el paso del tiempo distintos investigadores han clasificados los métodos de solución para problemas de optimización en dos grupos, uno de estos es conocido como métodos exactos; ya que están basados principalmente en la programación lineal, en los que se logra una respuesta global a través de una serie de pasos que acotan cada vez más el conjunto de soluciones factibles hasta llegar a la respuesta final²³. Se utilizan para solucionar modelos de complejidad (P) debido a su poca dificultad.

1.4.2.10. Métodos Aproximados en problemas de optimización: Como se indicó anteriormente, cuando los métodos exactos no son suficientes o necesitan un gran esfuerzo computacional, es necesario buscar otro camino para llegar a una buena respuesta.

Si bien los métodos aproximados no aseguran conseguir los valores globales que optimizan la función objetivo, si son una buena alternativa que se acomoda mucho mejor a los requerimientos que puede traer un modelo creado a partir de datos

²³JOURDAN, L, BASSEUR, M y TALBI, E. Hybridizing exact methods and metaheuristics: A taxonomy. En: European Journal of Operational Research. [En línea]. Vol 199, (2009); 620,629 p. [Consultado 8 Dic. 2015]. Disponible en <<http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0377221708003597>>

reales, por lo que en la mayoría de casos son la mejor forma de abordarlos. Los principios básicos de estos métodos consisten en dirigir la búsqueda en zonas o conjuntos donde se espera o se tiene mayor probabilidad de encontrar la mejor solución, y mediante continuos procedimientos ir reduciendo al máximo los valores que estén en dentro del conjunto factible.

Según su construcción y comportamiento, los métodos aproximados pueden clasificarse como **Heurísticos o Metaheurísticos**.

✓ **Comparación heurísticas y metaheurísticas**

Los algoritmos metaheurísticos al igual que los heurísticos no aseguran encontrar óptimos globales, sin embargo van un poco más allá, pues son procedimientos más generales y no dependen tanto del tipo de problema que se está abordando; dicho de otro modo, existen metaheurísticas que pueden ser utilizadas en diferentes problemáticas con particularidades en común, situación que no ocurre con las heurísticas, debido a que dependiendo del problema solo se cuentan con algunas heurísticas en las que pequeños cambios en ocasiones hace que ya no se pueda aplicar eficientemente.

Otra diferencia significativa es la forma del desplazamiento que cada una hace para buscar soluciones; ya que los procedimientos metaheurísticos permiten en muchos casos buscar en respuestas infactibles, con el fin de salirse de óptimos locales y llegar a zonas donde se puede esperar que exista una mejor solución.

Para entender el funcionamiento de las metaheurísticas, se describirán las tres propias de esta investigación con el fin de profundizar en aspectos que realmente son necesarios para este estudio y así aportar conocimientos profundos de su funcionamiento.

- **Metaheurística Colonia de hormigas**

Diseñada por Marco Dorigo²⁴ en Como su nombre lo indica, se creó a partir del comportamiento que tienen las hormigas al desplazarse en búsqueda de la comida; la conducta observada en las hormigas funciona de la siguiente manera: después que la colonia ya está conformada, varias hormigas salen a deambular por los alrededores buscando alguna fuente de alimento, cuando una de estas lo encuentra, con la ayuda de un proceso químico en sus cuerpos empiezan a segregar una feromona especial que es fácilmente identificada por los demás miembros de la colonia. La hormiga que encontró el alimento vuelve a su colonia dejando a su paso el rastro de la feromona para que posteriormente, ella y las demás hormigas puedan llegar al mismo punto. Una vez se establece el rastro, gran parte de la colonia sale de esta y sigue el camino hacia la comida. Además, otras hormigas que también se encontraban fuera de la colonia, hacen su propio recorrido hasta que todas llegan a su objetivo. Lo interesante de esto, es que cada una de las hormigas en su recorrido deja la misma sustancia química, por lo que en poco tiempo se tienen una gran cantidad de caminos que convergen en un mismo punto. Cuando una hormiga va a hacer nuevamente el recorrido desde su hogar hasta la comida, se encuentra que hay una gran cantidad de caminos que la llevarán hasta el mismo punto, así que toma la decisión de recorrer alguno en relación con la intensidad del rastro de feromona encontrado en el ambiente.

Una característica especial que tiene la feromona de la hormiga es que después de un tiempo desaparece por evaporación, esto quiere decir que los caminos que prevalecerán con el paso del tiempo, serán aquellos en donde las hormigas pasen con mayor frecuencia y que por lo tanto se espera que sean los que requieran un menor recorrido.²⁵

²⁴ DORIGO, Marco, DI CARO, Gianni. Ant colony optimization: A new Meta-heuristic. En: Techreport, IRIDIA, Universite Libre de Bruxelles, [En línea]. (2009) 8 p. [Consultado 10 Dic 2015]. Disponible en < <http://people.idsia.ch/~gianni/Papers/CEC99.pdf> >

²⁵ LÜER, Armin, BENAVENTE, Magdalena, BUSTOS, Jaime y VENEGAS, Barbara. El problema de rutas de vehículos: Extensiones y métodos de resolución, estado del arte. En: Workshop

Si ahora se ajusta esta conducta a un problema de ruteo como se expondrá más adelante con el IRP; los clientes que se tengan serán representados por puntos específicos donde se encuentra la comida a las que las hormigas, en este caso el sistema de transporte tendrá que visitar. Y al igual que en el caso de la naturaleza, se podrán tener muchos caminos probables de acuerdo a la cantidad de iteraciones que se realicen. Sin embargo, conforme las iteraciones pasan, estos caminos tenderán a disminuir cada vez más, gracias a que cada hormiga en su recorrido tendrá una respuesta probable que se evaluará por el desplazamiento realizado, y eso determinará la calidad de “feromona” para la ruta que se esté haciendo. De esta forma, el modelo se enfoca en los caminos donde sería más lógico encontrar a los clientes realizando el menor recorrido.²⁶

- **Metaheurística enjambre de partículas**

El desarrollo de esta técnica se fundamenta en el comportamiento de algunos organismos como los contenidos en un banco de peces, enjambre de avispas o bandadas de aves las cuales representan la conducta social de sistemas descentralizados y auto-organizados, lo cual quiere decir que no poseen un mando único que dirija su camino, sino que cada individuo sigue un esquema que lo ayuda a tomar sus propias decisiones.²⁷

Cada partícula basa la decisión de su movimiento en tres factores:

- Conocimiento del entorno
- Experiencia personal previa
- Experiencia previa del entorno

International. [En línea]. (2009); 8 p. [Consultado 10 Dic 2015]. Disponible en <https://www.researchgate.net/profile/Barbara_Venegas/publication/221419373_EL_Problema_de_Rutas_de_Vehculos_Extensiones_y_Mtodos_de_Resolucion_estado_del_Arte/links/54062db00cf2c48563b24957.pdf>

²⁶ DORIGO, Marco, DI CARO. Op. Cit. 4 p

²⁷FRANCO, José. un algoritmo basado en la optimización por enjambre de partículas para el problema de asignación axial 3-dimensional. Baja California sur, 2011, 84 p. Para optar el grado de maestro en sistemas computacionales. Instituto Tecnológico de la Paz. División de estudios de posgrado e investigación maestría en sistemas computacionales.

Estos factores se evalúan basados en una característica de aptitud ya definida, que decidirá la calidad de la solución, que podría ser la concentración de flores para ubicar el polen, o para el problema de estudio, la identificación del menor costo en la función definida para IRP. Para una buena comprensión de este esquema, se debe imaginar la ubicación aleatoria de i partículas en un espacio de tamaño n ; cada partícula adquiere una posición que será considerada como su primera experiencia personal y por ende la mejor opción hasta el momento.

Dentro del planteamiento de este modelo social, existen unas partículas consideradas informantes, las cuales se distribuyen por la región estudiada y tienen como objetivo informar a cada partícula sobre la calidad de la posición de algunos organismos seleccionados aleatoriamente a su alrededor, definiendo esta información como la experiencia previa del entorno.

De acuerdo a la información que recibe cada partícula, el organismo cambia su posición desplazándose a una mejor que la actual, dirigiéndose hacia la mejor ubicación dentro de las posibles definidas por el informante; esto se realiza teniendo en cuenta su velocidad, inercia, y el grado de confianza que se asigna a cada posición a su alrededor.

- **Metaheurística Algoritmos genéticos**

Esta metaheurística se fundamenta en la teoría propuesta por Darwin (1859) sobre la evolución de las especies y la selección natural. Pretende resolver problemas relacionados a la investigación de operaciones, específicamente en la rama de la optimización, usando procesos genéticos similares a los observados en seres vivos.

Fue propuesto por primera vez por el científico Holland, J. H en el año 1975 en su libro *Adaptation in natural and artificial systems*. Donde habla de la generalidad que tienen sistemas basados en algoritmos genéticos, lo que permite su uso en varios

campos importantes como la economía, psicología, fisiología, teoría de juegos y la inteligencia artificial.²⁸

La naturaleza con el paso de los años se ha encargado de dotar a las especies con características básicas que ayuden a su supervivencia en este planeta, sin embargo, existen factores como los cambios drásticos del entorno, la presencia de nuevos depredadores, la sobrepoblación, entre otros, que impiden la supervivencia de todos los individuos y de la misma forma, impiden que algunos de ellos lleguen a generar descendientes.

Este concepto es la base fundamental de los algoritmos genéticos, pues representa la forma como la naturaleza se encarga de seleccionar únicamente a los individuos mejor dotados y de esta forma mejorar las características de la especie a medida que aumentan las generaciones.

1.4.2.11. Problema de Ruteo de vehículos (VRP): Es uno de los problemas de ruteo con más investigaciones realizadas debido a la complejidad que posee, a la similitud con la realidad y a la cantidad de variantes que puede tener en relación con el enfoque o el caso en particular que se quiera estudiar. En general, el VRP tiene como objetivo encontrar una ruta que minimice los costos en los que incurre una organización, asociados a los recorridos que esta debe hacer para entregar mercancías a sus clientes, que están esparcidos geográficamente dentro de un entorno en el que la entidad está dispuesta a ir a todos y cada uno de ellos.²⁹

Existen una serie de consideraciones que se deben cumplir, por lo menos para el estudio básico de esta problemática, la cuales son:

²⁸Holland, John. *Adaptation in Natural and Artificial Systems: An Introductory Analysis with Applications to Biology, Control, and Artificial Intelligence*. United kingdom: MIT press. 1992.

²⁹TONCI, Caric y GOLD, Hrvoje. *Vehicle Routing Problem*. 1 ed. Vienna: In-teh, 2008. 142 p.

Se debe buscar el camino más corto, o que represente menores costos cumpliendo con los requerimientos de producto que el mercado posea; es decir, es obligatorio el cumplimiento a los clientes no solo por las cantidades que pidieron sino también por las fechas máximas de entrega que fueron establecidas previamente. Además, se debe incluir en el recorrido observado, lo invertido desde el depósito o bodega del fabricante hasta el primer consumidor seleccionado y también, el recorrido que supone ir desde el último cliente hasta la llegada nuevamente del vehículo a la bodega de despacho.

Además de las consideraciones anteriores, también existen algunas restricciones que igualmente son de obligatorio cumplimiento:

Deben ser visitados todos los clientes sin excepción; no existe la posibilidad de visitar alguno de ellos fuera de las fechas máximas, o visitarlo entregando más o menos productos que los ya establecidos. Por otra parte, se dispondrá de un inventario inicial en bodega que funcionará como restricción de capacidad al igual que una limitación en los productos que pueden ser transportados por los vehículos disponibles.

Se considerará adicionalmente que los clientes solo pueden ser visitados una vez y por un solo vehículo, sujetos a las limitaciones de tiempo máximo de viaje que también se proponen al principio del estudio.

1.4.2.12.Gestión de Inventarios: La gestión en las existencias, bien sea de materia prima, producto en proceso o producto terminado, no era un aspecto relevante a finales del siglo pasado. La producción en aquellas épocas se enfocaba en sacar grandes lotes de elementos terminados para aprovechar al máximo la cuota de gastos fijos en que las empresas ya incurrían solo por el hecho de funcionar; así pues, era común encontrar en bodegas grandes lotes de

producción que no tenían una finalidad y que terminaban esperando mucho tiempo para ser vendidas, o en el peor de los casos, dañadas o deterioradas por el poco mantenimiento que se les hacía. En lo que tenía que ver con la compra de materia prima, los encargados de las compras lo hacían de forma irresponsable o ingenua, ya que compraban las mayores cantidades posibles con la intención de obtener los mejores descuentos que proveedores podían hacer por la compra de grandes lotes.

En general, se vivía una época en que cada miembro de la cadena de suministro intentaba comprar y vender las mayores cantidades a sus antecesores y predecesores, esto impulsado por una demanda que exigía a un grupo no tan grande de oferentes el cumplimiento de los pedidos, haciendo que no se notase las consecuencias de mantener grandes cantidades de inventarios.

Sin embargo, desde hace unos años, la situación que presenta el mercado es totalmente diferente. La demanda si bien ha crecido casi a un ritmo exponencial, el número de oferentes es demasiado elevado, hoy en día, las empresas que funcionan bajo la modalidad de producción han entendido que el manejo de los inventarios es un aspecto muy importante dentro de su actividad comercial.

1.4.2.13. Problema de ruteo e Inventario (IRP): Esta problemática surgió tras unir dos elementos básicos que pertenecen a la logística de distribución; la logística de inventarios (en este caso, realizado exclusivamente por el proveedor), y el transporte de mercancías desde un punto de despacho principal, hasta las instalaciones de cada uno de los clientes.³⁰ Dicho de otra forma, un problema de

³⁰CAMPBELL y SAVELBERGH. Op., cit., p. 4.

IRP se puede definir como la expresión combinada entre los términos vistos con anterioridad; el VRP y la gestión de inventarios.³¹

Fue planteado por primera vez en el año 1983 por los matemáticos Awi FEDERGRUEN, A. y SIPKIN, P. en el artículo titulado, A Combined Vehicle Routing and Inventory Allocation Problem en el cual abordan el problema enfocado en la asignación de un recurso específico a varias ubicaciones diseñando previamente una metodología que permitiera planificar las entregas del recurso usando una flota de vehículos, en donde la toma de decisiones se concentra en la minimización de los costos relacionados a estas actividades, considerando además los costos que se incurren por la posesión o escases de existencias.³²

Tomando las instancias generales del IRP, las consideraciones a tener en cuenta para el estudio y análisis son:

- Inventarios: los inventarios se manejan según la política del proveedor, es decir, que es este quien tiene acceso y poder sobre las existencias totales, no solo en sus instalaciones, sino también en las bodegas o almacenes de los clientes.
- Costos: se consideran diferentes tipos de costos; se encuentran todos los que son causados o generados por el mantenimiento y aseguramiento que deben tener los productos almacenados en las bodegas del proveedor y clientes, así como los pertenecientes al transporte de mercancía sin importar su lugar de origen o destino.

³¹COELHO, Leandro, CORDEAU, Jean-François y LAPORTE, Gilbert. Thirty Years of Inventory-RoutingIRP. En: Transportation Science [En línea]. Vol. 48, N° 1, 2013; p. 1-19. [Consultado 20 Dic 2015]. Disponible en <<http://pubsonline.informs.org/doi/abs/10.1287/trsc.2013.0472>>

³²FEDERGRUEN y ZIPKIN. Op., cit., p. 1020.

- Tiempos de entrega y recorridos: se realizan bajo una planificación que detalla las necesidades de material que cada cliente puede tener, debido a esto, no siempre que el vehículo salga a entregar pedidos necesita pasar por todos los lugares listados, situación que incrementa la dificultad del problema al hacerlo menos mecánico y más analítico a la hora de su programación.
- Limitaciones: las restricciones que están sujetas al modelo son principalmente por motivos de capacidad en almacenes y en vehículos de transporte, y también, limitaciones de tiempo de entrega que determinan cuando es el plazo máximo para que el proveedor cumpla con los pedidos.

La descripción detallada del modelo matemático, junto con su representación algebraica, se ubicará en el capítulo donde se realiza la experimentación.

1.5. METODOLOGÍA DE LA INVESTIGACIÓN

1.5.1. Naturaleza y diseño del estudio: Para definir la naturaleza y diseño de la investigación, es importante clasificarla en dos fases: la primera de ellas correspondiente al plan de proyecto, tendrá un alcance de naturaleza exploratoria y descriptiva, debido a que en un primer momento se describe y caracteriza el problema de ruteo de inventarios con sus variaciones, restricciones, las instancias definidas en el modelo y las metaheurísticas. Además de esto; se considera exploratorio pues se está examinando un problema de investigación poco estudiado en comparación con los temas que lo componen como son la gestión de inventarios y el ruteo de vehículos.

Los estudios exploratorios “se realizan cuando el objetivo es examinar un tema o problema de investigación poco estudiado, (...) o bien, si deseamos indagar sobre temas y áreas desde nuevas perspectivas”³³

Con los estudios descriptivos “se busca especificar las propiedades, las características y los perfiles de personas, grupos, comunidades, procesos, objetos o cualquier otro fenómeno que se someta a un análisis”³⁴.

La segunda Fase, corresponde a un diseño experimental ya que, a partir de las tres técnicas escogidas, (como son las metaheurísticas colonia de hormigas, algoritmos genéticos y enjambre de partículas) y con las instancias determinadas, se diseña un experimento para medir factores como tiempo y calidad de la respuesta.

1.5.2. Procedimiento para el logro de objetivos

- *Revisión de literatura:* El primer aspecto a tener en cuenta, previo a la revisión de la literatura es definir el espacio de tiempo en el cual se encontrará ubicada la información; para esto, es muy importante recordar que este proyecto pretende reforzar la investigación previa titulada “estudio y desarrollo de un modelo matemático para el Problema de inventario y ruteo (IRP)”³⁵ y en cuanto a lo que la revisión de literatura se refiere, la idea es actualizar la información contenida allí por una más reciente.

Para realizar la búsqueda de la literatura pertinente, el segundo paso es definir los instrumentos que ayudarán en la recolección de información; para esto se cita al

³³HERNANDEZ SAMPIERI, Roberto., et. al. Metodología de la investigación. 6ed. México : Mc Graw Hill, Interamericana editores, 2014. 600 p.

³⁴Ibid., p. 92.

³⁵ BARRAGÁN y ROMERO., Op. cit., 121 p.

autor Carlos Muñoz, quién afirma que “se deben conocer los proyectos, las investigaciones previas y los trabajos relacionados con el tema que va a estudiar; así también, debe indagar cuales son las aportaciones literarias, científicas y documentales que existen sobre el asunto en cuestión”³⁶. Para esta investigación, se realizará una búsqueda en las bases de datos de la universidad con temas multidisciplinarios como EISEVIER, Scopus, Science Direct, SpringerLink entre otras, y se seleccionará la bibliografía disponible acerca del uso del Problema de ruteo de inventarios y las metaheurísticas relevantes a este trabajo, definiendo como frase de búsqueda inicial “inventory + routing + problem”.

Para realizar el último paso que consiste en la redacción del documento; la metodología de la investigación de Sampieri³⁷ recomienda el siguiente proceso:

- Recopilación de información, en donde se realizará una síntesis y actualización de la revisión de literatura contenida en el proyecto previo, por medio de una línea de tiempo.
 - Jerarquización de temas y subtemas, conociendo su estado en la literatura. Para esto se realiza un análisis bibliométrico, que permita contabilizar los documentos existentes y las mayores tendencias en el tema.
 - Mapeo donde se definen los autores que vale la pena referenciar por su cercanía con el argumento del proyecto de grado y clasificando los más recientes, dentro del contenido especificado en el punto anterior.
 - Integración de toda la información en un documento de tal manera que sea la base científica de esta o futuras investigaciones relacionadas con IRP.
-
- *Desarrollo de algoritmos metaheurísticos y validación:* Para el desarrollo de los algoritmos metaheurísticos en la herramienta computacional MATLAB, se utilizará

³⁶ MUÑOZ., Op. cit., p. 79

³⁷ SAMPIERI, Op. cit., p.45

como base las teorías y descripciones encontradas en la revisión de literatura, el marco conceptual y los antecedentes.

En esta etapa se definirán las características matemáticas propias de cada una de las metaheurísticas con el fin de apropiarse del tema, teniendo en cuenta sus posibles variaciones para el problema IRP y por medio de esto obtener la codificación propia de cada algoritmo metaheurístico.

La siguiente actividad será validar los algoritmos metaheurísticos definidos. Para su realización, se tomarán algunas instancias de la literatura, en donde se muestren los resultados esperados para cada una de las metaheurísticas, seguidamente se incluirán los mismos datos iniciales a la codificación en MATLAB.

De esta forma se verificará que las soluciones obtenidas en la literatura, son las mismas arrojadas por el programa, para comprobar que cada metaheurística funciona correctamente.

- *Construcción del Framework de IRP con cada metaheurística:* Una vez validadas las tres metaheurísticas, colonia de hormigas, algoritmo genético y enjambre de partículas, se tomará el modelo matemático ya definido en la tesis base para este proyecto, “estudio y desarrollo de un modelo matemático para el problema de inventario y ruteo (IRP)”³⁸ y se le aplicaran las metaheurísticas.

- *Evaluación de resultados:* Para evaluar los resultados, se realizará una tabla comparativa, donde se muestre la información más relevante de cada una de las metaheurísticas aplicadas al problema de IRP, incluyendo la metaheurística de búsqueda tabú utilizada en el proyecto anterior. Una vez hecho esto, se redactará un párrafo que analice cual método obtuvo resultados más favorables

³⁸ BARRAGAN y ROMERO., Op. cit., 121 p.

- *Artículo publicable*: Como actividad final se realizará un artículo que resuma los aspectos relevantes de este proyecto, así como las conclusiones obtenidas en el mismo.

Debido a que debe ser un artículo con características publicables, se buscarán los posibles medios de publicación, con el fin de investigar las normas que rigen la redacción y la presentación de referencias del mismo.

2. REVISIÓN DE LITERATURA

Para realizar una investigación precisa y completa sobre IRP, es importante conocer claramente la información que se desea actualizar contenida en la tesis “Estudio y desarrollo de un modelo matemático para el problema de inventario y ruteo (IRP)”, pues este proyecto toma como base de análisis el modelo matemático descrito allí.

Para su análisis, se realiza una línea de tiempo representada en la Figura 1 que muestra los artículos citados en la revisión de literatura del proyecto previo. Esto con el fin de facilitar la identificación del periodo de tiempo, los autores y los temas ya mencionados y así establecer el punto de partida de esta investigación.

Figura 1. Síntesis Revisión de Literatura proyecto previo



A partir de esta revisión, se establecen las siguientes instancias: en cuanto al periodo de estudio para la actualización de información se fijan los años 2014-2015 y 2016; con respecto a los autores, se constituyen dos etapas de búsqueda bajo los mismos criterios metodológicos, una de ellas es identificar los nuevos aportes científicos al tema IRP que han realizado los autores ya citados y el otro es realizar una búsqueda de nuevos autores que permita ampliar la información y enfocarla hacia las metaheurísticas que se desarrollan en el presente proyecto.

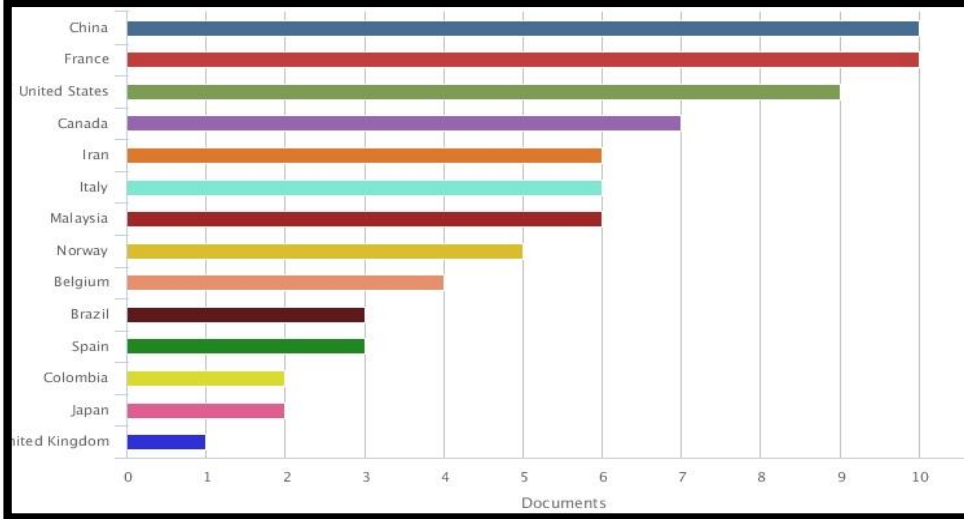
2.1. ANÁLISIS BIBLIOMÉTRICO

Para obtener los resultados de la investigación Bibliométrica se usó como frase de búsqueda el término Inventory Routing Problem y se aplicó un filtro para seleccionar documentos con este término contenido en el título y que además pertenecieran al periodo 2014-2016. De esta forma se encontraron 72 documentos publicados por un total de 158 autores, distribuidos entre 40 documentos durante el año 2014, 30 en el 2015 y 2 en lo que va del 2016. Además de esto, por medio del gráfico 1, se realiza una comparación de algunos de los países que han realizado investigaciones sobre IRP representados y ordenados de mayor a menor de acuerdo a la cantidad de documentos encontrados.

Redactados en 3 lenguajes, siendo en su mayoría inglés con 70 documentos, 1 en chino mandarín y 1 en portugués.

Estos documentos se clasifican además en 4 tipos, siendo éstos: artículos, conference papers, artículos en prensa y capítulos de libros encontrados con proporciones de 65.3%, 27.8%, 5.6% y 1.4% respectivamente.

Gráfico 1. Cantidad de Publicaciones por País



Fuente: ELSEVIER, B.V. Scopus. [Base de datos en línea]. Disponible en: <www.scopus.com>

Para describir el contenido principal de dichos documentos y para clasificarlos correctamente permitiéndolos llegar a las manos de un gran número de investigadores; los autores han usado las siguientes palabras claves, ordenadas por frecuencia de mayor a menor (Ver tabla 1)

Tabla 1. Keywords más usadas

Keyword	
<input type="checkbox"/> Inventory routing problems	(31)
<input type="checkbox"/> Inventory routing	(25)
<input type="checkbox"/> Optimization	(21)
<input type="checkbox"/> Integer programming	(20)
<input type="checkbox"/> Inventory control	(15)
<input type="checkbox"/> Sales	(15)
<input type="checkbox"/> Supply chains	(14)
<input type="checkbox"/> Algorithms	(13)
<input type="checkbox"/> Fleet operations	(13)
<input type="checkbox"/> Inventory routing problem	(13)
<input type="checkbox"/> Costs	(12)
<input type="checkbox"/> Distribution of goods	(9)
<input type="checkbox"/> Heuristic algorithms	(9)
<input type="checkbox"/> Inventory	(9)
<input type="checkbox"/> Problem solving	(9)
<input type="checkbox"/> Scheduling	(9)
<input type="checkbox"/> Benchmarking	(8)
<input type="checkbox"/> Maritime transportation	(8)
<input type="checkbox"/> Vehicle routing	(8)
<input type="checkbox"/> Vendor managed Inventory	(8)

Fuente: ELSEVIER, B.V. Scopus. [Base de datos en línea]. Disponible en: <www.scopus.com>

Después de conocer las palabras claves más usadas, se hace necesario identificar aquellos documentos conocidos como “hot papers” (Ver tabla 2), los cuales hacen referencia a los que han sido buscados y por su contenido, se convirtieron en los más citados por los investigadores.

Tabla 2. Hot papers en IRP

Documents		Citations			
		2014	2015	2016	Total
Sort on: Date (newest) Citation count (descending) ...		23	69	14	106
1	Formulations and branch-and-cut algorithms for multivehicle ... 2014	4	8	3	15
2	MIRPLib - A library of maritime inventory routing problem in... 2014	4	6		10
3	Improved solutions for inventory-routing problems through va... 2014	2	8		10
4	Hybrid heuristics for a short sea inventory routing problem 2014		7		7
5	An inventory-routing problem with the objective of travel ti... 2014	3	4		7
6	A local search method for periodic inventory routing problem 2014	4	2	1	7
7	Mixed integer and heuristics model for the inventory routing... 2014	1	4	1	6

Fuente: ELSEVIER, B.V. Scopus. [Base de datos en línea]. Disponible en: <www.scopus.com>

Después de recolectar los anteriores datos, se realiza el siguiente análisis:

La productividad de los autores, con valores extremos de un autor con 6 trabajos publicados y 126 autores con un solo trabajo, se ajusta a la expresión $An=141,61n^{2,859}$ ($r=0,97$, $p<0,001$) (Ver Gráfico 2).

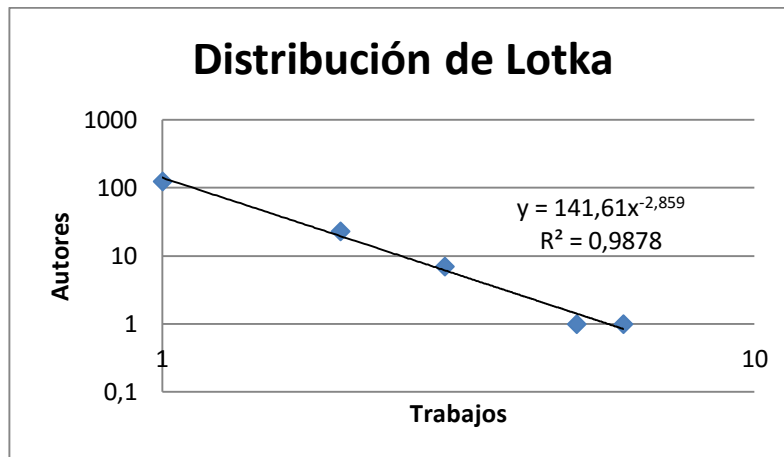
La distribución de autores de acuerdo con su índice de productividad (Ver tabla 3 y 4) demuestra que algo menos del 80% de los autores correspondientes a los ocasionales o menos productivos son responsables del 61,76% de los documentos, 32 autores de productividad intermedia acumulan el 38,24% de los artículos y no hay autores considerados de alta productividad encontrados en esta

base de datos sobre el tema IRP. Lo cual permite observar que la mayoría de documentos existentes sobre el tema IRP son publicados por investigadores transitorios u ocasionales, lo cual puede ser causado por el reciente y nuevo interés que ha causado este tema.³⁹

Tabla 3. Datos análisis bibliométrico

Trabajos N	Autores	Documentos	IP (Log N)	Media de Artículos por Autor
1	126	126	0	1,291139241
2	23	46	0,30	
3	7	21	0,48	
5	1	5	0,70	
6	1	6	0,78	
	158	204		

Gráfico 2. Distribución de Lotka



Fuente: ELSEVIER, B.V. Scopus. [Base de datos en línea]. Disponible en: <www.scopus.com>

³⁹LOZANO, J. V, SÁEZ, J. M. La productividad de los autores nacionales de Rehabilitación: análisis bibliométrico de la revista Rehabilitación (Madr) en el período 1967-1995. En: Elsevier [En línea]. Vol. 33. Núm. 1. (1999). 5 p. [Consultado 20 Dic 2015]. Disponible en: <<http://www.elsevier.es/es-revista-rehabilitacion-120-articulo-la-productividad-los-autores-nacionales-13004892>>

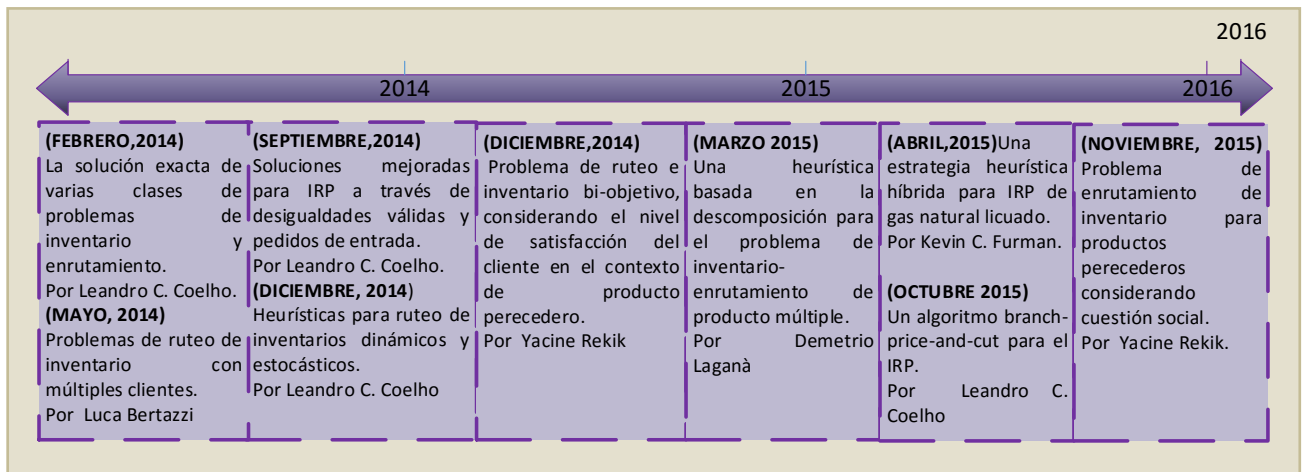
Tabla 4. Índice de productividad de autores

	Autores	% Autores	Artículos	% Artículos
IP = 0	126	79,75%	126	61,76%
0 < IP < 1	32	20,25%	78	38,24%
IP ≥ 1	0	0,00%	0	0,00%
	158	100%	204	100%

2.2. ANÁLISIS PRELIMINAR DE LA LITERATURA

De lo anterior, se realizó una búsqueda por autores, investigando los ya referenciados en la Figura 1 para identificar los que han seguido investigando sobre el tema IRP. Para esto, se muestran en orden cronológico en la Figura 2, nombrando únicamente los artículos que son relevantes para la investigación.

Figura 2. Línea de tiempo Actualizada

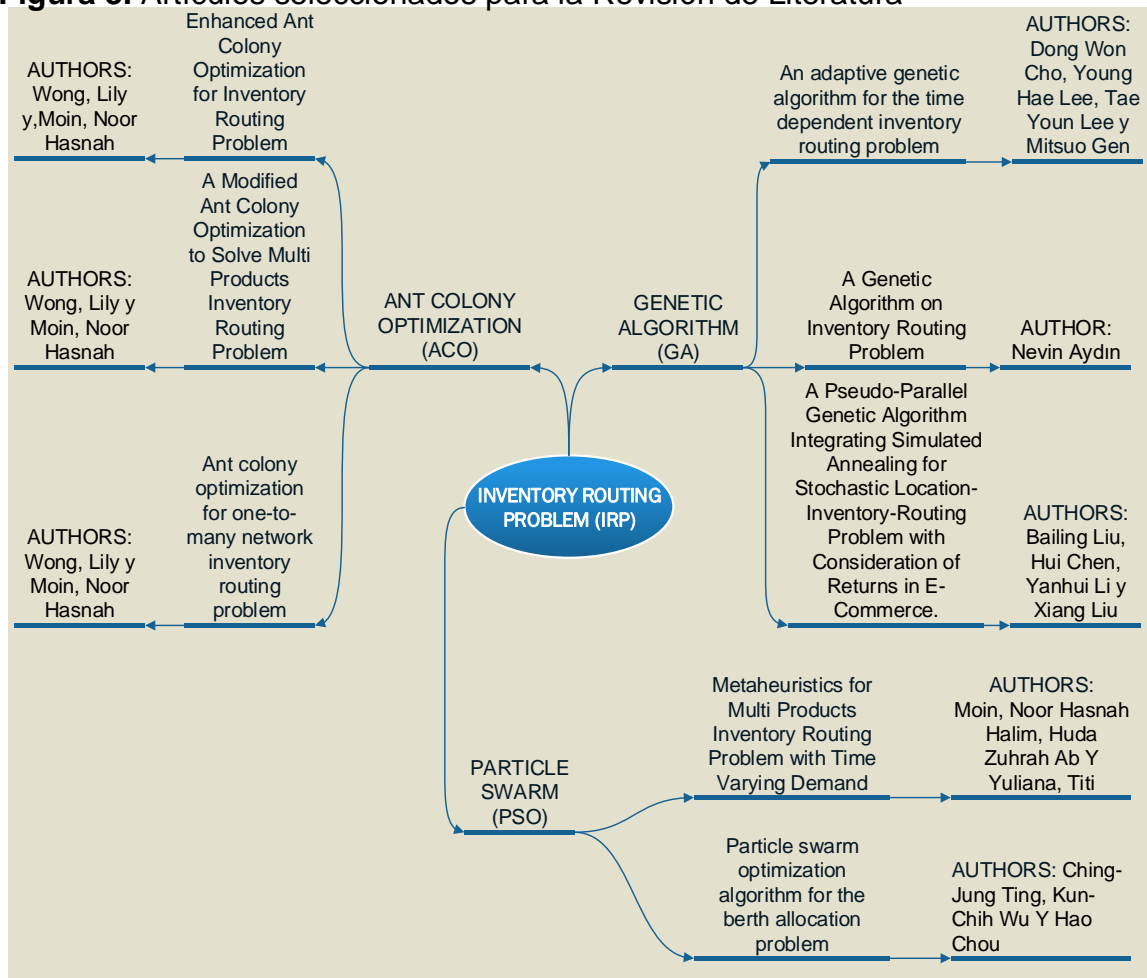


En este gráfico se pueden observar 9 investigaciones nuevas realizadas desde el 2014 por los autores citados en la revisión de literatura que se pretende actualizar, sin embargo, no existen investigaciones en las cuales se apliquen las

metaheurísticas algoritmos genéticos, colonia de hormigas o enjambre de partículas. Para esto se continúa con la búsqueda exhaustiva de otros autores que traten estos temas de forma más directa.

De acuerdo a eso, basados en las metaheurísticas ya definidas y realizando un filtro tanto de la revisión de literatura anterior como de esta, se definen los siguientes artículos como foco central de esta investigación. (Ver Figura 3)

Figura 3. Artículos seleccionados para la Revisión de Literatura



2.2.1. Síntesis de los artículos en el gráfico

2.2.1.1. Metaheurística colonia de hormigas (ACO)

- A Modified Ant Colony Optimization to Solve Multi-Products Inventory Routing Problem: Para este problema de ruteo de inventario se considera una fábrica que debe suplir la demanda de una gran cantidad de clientes distribuidos geográficamente, con los diferentes productos que en sus instalaciones se produce. Se cuenta con una flota de vehículos con capacidad uniforme para llegar a los clientes, los cuales conocen su demanda, pero ésta varía en cada periodo de estudio. Adicionalmente, se considera que cada cliente necesita un solo producto durante un periodo y este es diferente respecto a los demás usuarios; todo esto considerando únicamente costos de transporte y mantenimiento de inventarios.

Para encontrar una solución aceptable mediante la metaheurística de colonia de hormigas, los autores plantean tres pasos para construir y posteriormente ejecutar el algoritmo en el modelo del problema; estos pasos son: la construcción de rutas, una regla de actualización de feromona y una regla de actualización de feromona global, todo esto mediante ecuaciones y restricciones que se anexan al modelo para que hagan parte de las iteraciones que la herramienta informática ejecuta para encontrar una respuesta viable.

Después de ejecutar el modelo algunas veces, variando el número de clientes en el sistema y la demanda de cada uno de ellos, se comparan los resultados obtenidos con los generados usando CPLEX 12.4 y se observa que a medida que se aumentan los clientes, mejores son los resultados de la colonia de hormigas, no solo en los costos totales, sino también en la cantidad de vehículos que son necesarios usar.

- Ant colony optimization for one-to-many network inventory routing problem: Este IRP plantea igual que en el caso anterior, una fábrica que debe cumplir con la demanda que sus clientes les exigen, sin embargo, solo se tiene un único producto. Los Autores proponen una modificación de la metaheurística colonia de hormigas al subdividir las hormigas en subpoblaciones en relación con el nivel de inventario que los elementos del conjunto puedan manejar. Adicionalmente se pretende mejorar las rutas mediante el uso de la búsqueda local.

El artículo concluye afirmando la viabilidad del modelo con las respuestas logradas, mostrando una tabla de resultados en la que se observa como a medida que se corre el modelo y el número de clientes por visitar se hace más grande, mejores son los resultados encontradas, así pues, en las primeras iteraciones la colonia de hormigas presenta costos adicionales cercanos al 2.5% respecto a los obtenidos con la herramienta CPLEX; sin embargo, después de varias repeticiones incrementando la cantidad de clientes, la metaheurística colonia de hormigas logra costos inferiores casi en un 10%, utilizando solo el 75% de los vehículos.

2.2.1.2. Metaheurística enjambre de partículas (PSO)

- Metaheuristics for Multi Products Inventory Routing Problem with Time Varying Demand: El artículo incluye las consideraciones básicas de un IRP relacionadas a la demanda, capacidad de vehículos, distribución de los clientes, y manejo de inventarios, aunque con la distribución de más de un producto, caso que eventualmente es tratado para este tipo de problema de optimización.

Se plantean dos formas de obtener respuestas factibles. La primera de estas, mediante la metaheurística de búsqueda dispersa, y la otra mediante un método de solución por enjambres. Al utilizar el comportamiento de enjambres, se observa como a medida que las iteraciones pasan, las partículas han cambiado

su posición con base en la información histórica de cada una y que en conjunto han obtenido.

Los autores muestran los resultados obtenidos donde es evidente que la metaheurística de búsqueda dispersa tiene mayores costos totales (superiores al 4.6%) y un mayor número de vehículos utilizados (9%), respecto a los logrados por el método de enjambres.

- Particle swarm optimization algorithm for the berth allocation problem: En esta investigación, los autores plantean un problema distinto frente a los ya anteriormente mencionados. Para este caso se tratará un sistema muchos a uno, en donde una serie de barcos deben llegar a puntos específicos de un muelle para dejar los productos de acuerdo a una demanda ya definida en cada lugar.

Una vez desarrollado el modelo, se realiza la implementación del enjambre de partículas; para esto, los autores después de hacer una revisión de literatura detallan una serie de conceptos de obligatorio entendimiento para investigaciones de este tipo; ejemplo de estas tenemos: Partícula, Velocidad de partícula, aptitud, pbest, gbest, e inercia de partícula.

Después de encontrar las respuestas para el modelo investigado los autores concluyen afirmando la viabilidad del enjambre de partículas comparando los resultados obtenidos, con otros previamente hallados en otra investigación usando la herramienta CPLEX.

2.2.1.3. Metaheurística algoritmo genético (AG)

- An adaptive genetic algorithm for the time dependent inventory routing problem: Para implementar el algoritmo genético, se propone una población inicial de soluciones aleatorias sin importar los costos totales en que incurran dichas respuestas, las cuales, hablando de algoritmo genético, reciben el nombre de

cromosomas. Después, se realiza un proceso de selección basado en un criterio de evaluación, para este caso son los costos totales de transporte y mantenimiento, posteriormente, se modifican ligeramente las características de cada cromosoma seleccionado mediante un operador de cruce y mutación generando una nueva población o “descendencia” que nuevamente está bajo el proceso de selección, lo que permite que en cada descendencia existan cromosomas mejor dotados. El algoritmo genético termina cuando existen varias generaciones de cromosomas que lleven a la misma respuesta, en este punto se tendrá la respuesta más factible encontrada que el problema analizado puede brindar con la ayuda esta metaheurística.

Los resultados obtenidos muestran que la solución obtenida con la metaheurística algoritmo genético con operador de mutación alcanza en algunos casos una reducción en los costos totales de 0.5%. en relación con el caso en comparación, sin embargo, en otros escenarios, el número de clientes y la demanda a satisfacer hace que se logren las mismas respuestas factibles.

- A Genetic Algorithm on Inventory Routing Problem: A diferencia de los artículos anteriores, o de los que normalmente se encuentran relacionados con los temas tratados en esta investigación, este artículo es de carácter explicativo e informativo, por lo que no presenta un caso de estudio en el que se quiera encontrar la solución óptima mediante técnicas de optimización, sino que plantea la importancia que el IRP tiene en las empresas manufactureras.

Por otra parte, expone los requisitos más importantes para vincular un algoritmo genético a un caso de IRP:

- Un método para la creación de una población inicial de soluciones.
- Criterios de evaluación que trabaje en el papel de medio ambiente que permitan comprobar la “aptitud” de cada una de las soluciones o cromosomas de la población.

- Un método de selección y cruce que permita mediante los criterios de evaluación, mantener las soluciones aptas, y desechar las restantes.
 - Operadores genéticos de mutación que ayuden a alterar ligeramente los cromosomas de la población para generar descendencia.
 - Un sistema cíclico que vincula todas las generaciones de cromosomas hasta encontrar la generación más apta de acuerdo al medio ambiente.
- A Pseudo-Parallel Genetic Algorithm Integrating Simulated Annealing for Stochastic Location-Inventory-Routing Problem with Consideration of Returns in E-Commerce: Aunque el planteamiento de este IRP es similar al de los casos anteriores, se considera un factor adicional por tratarse de compras por internet, así pues, las devoluciones de los clientes se tienen en cuenta debido a que con frecuencia los clientes devuelven el producto ya que creen haber comprado algo diferente o en otras condiciones; y aunque no se pone en juicio la calidad del producto, si se debe tener en cuenta para la distribución y recogida por parte del fabricante de los productos no deseados.

Para usar el algoritmo genético, se crea una población de soluciones asignando valores dentro de una secuencia $V+S$ para cada cromosoma; en donde V es un conjunto de números para asignar a cada cromosoma en un primer tramo que va desde la fábrica hasta un minorista o centro de acopio, y S constituye el resto de camino desde el minorista hasta el cliente final. De esa forma, cada cromosoma obtiene una secuencia irrepetible $V+S$.

En conclusión, los autores compararon los resultados obtenidos con la metaheurística Algoritmo genético (GA) contra los obtenidos a partir de una combinación de algoritmo genético y recocido simulado (PPGASA); si bien las dos encontraron buenas soluciones en tiempos computacionales razonables, los costos usando el híbrido de metaheurísticas fueron más bajos casi en un 4.8% respecto al algoritmo genético básico.

3. ESTUDIO DEL MODELO MATEMÁTICO

3.1. MODELO MATEMÁTICO IRP

El modelo IRP desarrollado, plantea la distribución repetida de una sola clase de productos, fabricados por una planta principal, que pretende suplir la demanda dinámica $Dem(i,t)$ para un grafo completo $G=\{C,R,CTR\}$, compuesto por $C=\{P, 1, 2, \dots, n\}$ que representa el conjunto de nodos, donde $C=\{1,2,3,\dots,n\}$ representa el número de clientes y $C=P$ equivale al depósito central de despachos; $R = \{(i,j): i,j \in C, i \neq j\}$ es el conjunto de arcos que unen los nodos, y $CTR = \{CTR(i,j): i,j \in C, i \neq j\}$ representa el costo de ir desde un nodo i al nodo j , por medio de una matriz cuadrada. Lo anterior realizado, teniendo en cuenta un horizonte de planeación dado de longitud $t=\{1,2,3,\dots,T\}$. Los despachos se realizan por medio de $K=\{1,2,3,\dots,k\}$ vehículos, siendo $k=2$ los usados para este problema. La planta y cada uno de los clientes i cuentan con un inventario $INV(i,t)$ de capacidad $CapC(i,t)$ definida. Cada cliente inicia con inventario 0 en el periodo $t=1$. De la misma forma, los vehículos tienen una capacidad máxima de unidades a transportar definidas por $CapV$, la cual es homogénea y constante durante el horizonte de planeación.

Se tiene como objetivo minimizar los costos generados por las actividades de transporte (aquellos en los que se incurre por el envío de mercancía desde la planta a cualquier cliente, o de un cliente a otro), y almacenamiento de inventarios (donde el costo por unidad puede variar en cada cliente, cada periodo y así mismo en la planta). Lo anterior se realiza bajo la premisa de cumplir siempre con las demandas fijadas $Dem(i,t)$, por lo que no existe la posibilidad de que haya desabastecimientos en los clientes. A continuación, se encuentra el modelo matemático que representa el Problema de ruteo e inventarios.

$$Min Z = \sum_j \sum_i CTR_{j,i,k,t} * (\sum_k \sum_t X_{j,i,k,t}) + \sum_i \sum_t CMI_{i,t} * INV_{i,t} + \sum_t CMI_{0,t} * (\sum_k \sum_t Q_{i,k,t})$$

Sujeto a

$$\sum_{j=0} X_{j,i,k,t} - \sum_{i=0} X_{i,j,k,t} = 0 ; \quad \forall k, \forall t \quad (1.1)$$

$$\sum_{i=1} X_{0,i,k,t} \geq \sum_{i=1} X_{j,i,k,t} ; \quad \forall k, \forall j, \forall t \quad (1.2)$$

$$\sum_{i=1} X_{i,0,k,t} \geq \sum_{i=1} X_{i,j,k,t} ; \quad \forall k, \forall j, \forall t \quad (1.3)$$

$$\sum_{j \in S; i \in S} X_{j,i,k,t} \leq |S| - 1 ; \quad \forall S \subseteq V, |S| \geq 2, \forall k, \forall t \quad (1.4)$$

$$\sum_{i \neq 0} Q_{i,k,t} \leq CapV * \sum_{i=1} X_{0,i,k,t} ; \quad \forall k, \forall t \quad (1.5)$$

$$\sum_k Q_{i,k,t} \leq CapC_i - INV_{i,t} ; \quad \forall i, \forall t \quad (1.6)$$

$$Q_{i,k,t} \leq CapC_i * \sum_j X_{j,i,k,t} ; \quad \forall i, \forall t, \forall k \quad (1.7)$$

$$\sum_k Q_{i,k,t} + INV_{i,t-1} - INV_{i,t} = Dem_{i,t} ; \quad \forall i, \forall t \quad (1.8)$$

$$Q_{i,k,t} \geq 0, INV_{i,t} \geq 0, X_{j,i,k,t} \in \{0,1\} \quad (1.9)$$

El objetivo del modelo es minimizar los costos de transporte y de mantener inventario tanto en el depósito como en los clientes. La expresión (1.1) garantiza que el vehículo que entre sea el que sale del nodo. La expresión (1.2) garantiza que cada vehículo/ruta salga del origen. La expresión (1.3) garantiza que cada vehículo/ruta entre al origen. La expresión (1.4) elimina los subtours. La expresión (1.5) no permite que la capacidad del vehículo sea excedida por la cantidad a entregar al cliente por cada periodo. La expresión (1.6) expresa diferencia entre la capacidad del cliente con el inventario almacenado en ese periodo de tiempo, la cual debe ser mayor a la cantidad a despachar. La expresión (1.7) asocia que, si son enviadas unidades al cliente, éstas deben llegar por alguna ruta a él. La expresión (1.8) establece que la demanda del periodo debe ser satisfecha por la cantidad entregada en el mismo y el inventario actual, pudiendo dejar inventario

para el siguiente periodo. La expresión (1.9) corresponde a las condiciones de no negatividad del modelo.⁴⁰

3.2. COMPARACIÓN DE ESCENARIOS

Para una correcta comprensión del modelo, se evaluaron las instancias establecidas durante la verificación realizada en su planteamiento (Ver Anexo B). Para lograr esto, se descargó la herramienta Solver Premium de EXCEL, y se resolvió con ayuda del método de ramificación y acotamiento de programación lineal entera mixta. El tamaño del modelo desarrollado fue el siguiente:

- Número de clientes: 4 (A, B, C, D)
- Número de vehículos: 2
- Número de periodos: 4

Basados en esto, se alimentaron los parámetros del modelo, asignándoles los valores correspondientes al escenario número 1, el cual tenía como características principales una demanda conocida, dinámica e independiente, costos de mantener inventario en los clientes y en la planta constantes durante todos los periodos y finalmente la capacidad de los vehículos homogénea y constante en el tiempo.

De esta forma el modelo contenía 208 celdas variables y 384 restricciones, con un tiempo de solución de 1,56 segundos (ver Anexo C). A partir de esto, se desarrollaron los otros 3 escenarios propuestos en el trabajo de grado anterior, así:

- Escenario 2: Se presenta una variación de la demanda, estableciéndola como determinística y manteniendo constantes todos los otros valores de parámetros. En este caso, se observa que el modelo mantiene un inventario de 0 unidades

⁴⁰BARRAGAN y ROMERO., Op. cit., p. 56-58.

durante todos los periodos, debido a que siempre realiza la misma ruta hacia sus clientes. Esto permite corroborar la importancia de establecer una demanda dinámica para el modelo planteado. (Ver Anexo D)

- Escenario 3: Para comprobar que el modelo se comporta acorde con lo establecido, en cuanto a la posibilidad de entregar de forma anticipada los productos, se realiza una variación de los costos de mantener inventario en los clientes y se establecen demandas bajas y también de 0 en algunos casos, para los dos primeros periodos. De esta forma se observa como aumenta el nivel de inventarios en comparación con el escenario 1. (ver Anexo E)

- Escenario 4: Se analizan las consecuencias de variar el costo de transportar la mercancía por los vehículos, pero manteniéndolo constante en todos los periodos. De esta forma se obtuvieron resultados muy similares pues a pesar de tener un costo de transporte diferente por cada vehículo, los valores eran relativamente cercanos. Luego, se modificaron los valores de cada uno de los 4 periodos, en donde se pudo observar que la solución arrojada anteriormente se mantuvo en cuanto a rutas y cantidades. (ver Anexo F)

3.3. COMPLEJIDAD DEL MODELO

La complejidad de los problemas combinatorios, es causada principalmente por la cantidad de soluciones factibles que tiene un problema debido al incremento del número de variables. Lo cual se vio reflejado al realizar la comparación de escenarios pues fue necesario descargar la versión Premium de Solver de Excel para lograr extender sus límites, consiguiendo un máximo de 2.000 celdas variables y 8.000 restricciones.

Para verificar que el modelo matemático del problema de ruteo de inventarios tiene una complejidad computacional Np-hard, se analizan 2 factores importantes

que muestran su crecimiento a medida que cada uno de los subíndices se hace más grande. Estos son: el número de variables y restricciones, así como la cantidad de soluciones factibles, descritos a continuación.

3.3.1. Número de variables y restricciones: Para empezar, se diseñó el modelo en Excel realizando variaciones en el número de vehículos y periodos, logrando así 10 escenarios diferentes. Estos fueron:

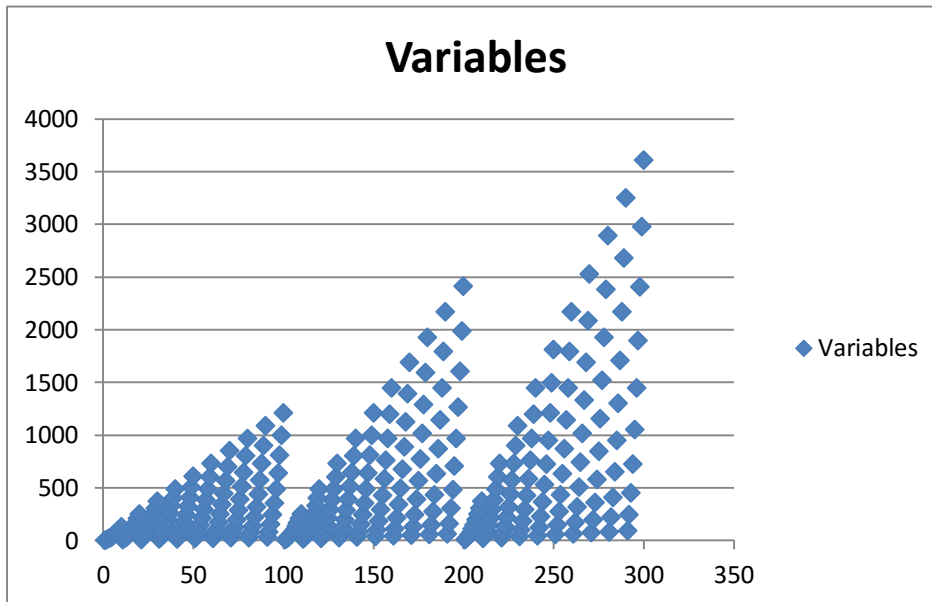
- $n=4$ clientes; $k=1$ vehículo, para $t= 1, 2, 3,4$ periodos. De estos 4 escenarios, solo los tres primeros fueron resueltos por la herramienta estándar de Solver, permitiendo un máximo de 84 celdas variables y 102 restricciones; por lo cual su versión Premium empezó a resolver los escenarios restantes, partiendo de $t=4$ con 112 variables y 216 restricciones.
- $n=4$ clientes; $k= 2$ vehículos para $t = 4, 5, 6, 7, 8, 9$ periodos. Con estos 6 escenarios restantes, se observó que el tiempo que tomó Excel en solucionar cada uno de estos escenarios fue creciendo de forma muy rápida en relación al aumento de periodos, pues a pesar de que el último escenario para $t=8$ contenía 416 variables y 768 restricciones y la herramienta informática está en la capacidad de resolver 2.000, el tiempo de resolución del modelo fue de 882 segundos, equivalentes a 15 minutos aproximadamente, tiempo excesivo para un modelo con pequeñas dimensiones como este; además fue necesario detener el escenario con $t=9$, pues llevaba más de 5 horas sin encontrar solución. (Ver Anexo G)

Por otra parte, permitió obtener los datos iniciales del análisis, pues los resultados de cada escenario se usaron para evaluar la calidad de las ecuaciones que pretendían demostrar el crecimiento de las variables y restricciones.

Ecuación general para el crecimiento de las variables

$$V(n, t, k) = (n^2tk) + (2ntk) + nt$$

Gráfico 3. Crecimiento del número de variables



Ecuación general para el crecimiento de las restricciones

$$R(n, t, k) = (n^2tk) + 3ntk + 3nt + 14tk$$

Gráfico 4. Crecimiento del número de restricciones



De lo anterior, se puede observar que la cantidad de variables y restricciones están representadas por dos ecuaciones polinómicas de grado dos, en donde la variación de los vehículos “k” y periodos “t”, aumenta la pendiente de la función y el aumento del número de clientes “n” le asigna el comportamiento polinómico.

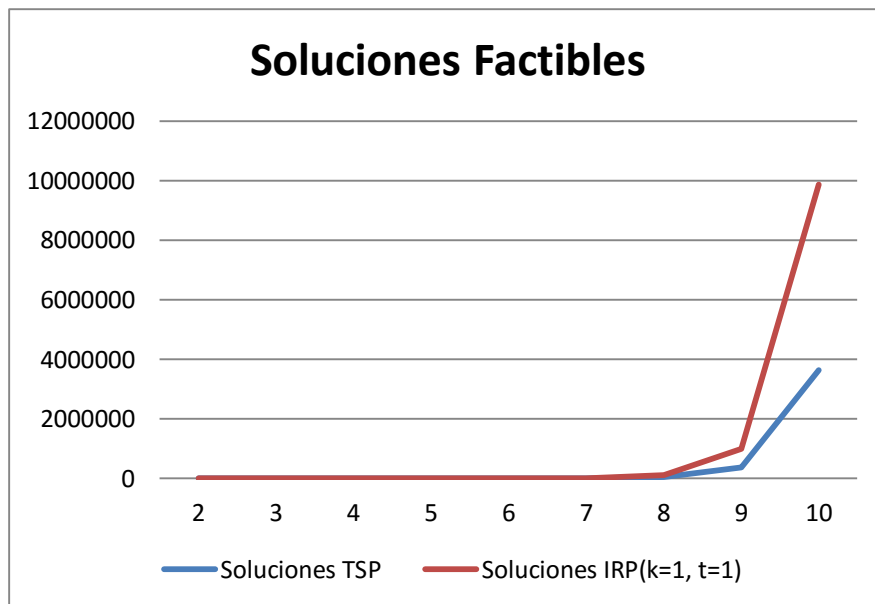
Además, se puede observar en la gráfica número 3, que después de 2 vehículos, 9 periodos y 9 clientes, se supera el límite establecido por Solver Premium para la solución de 2.000 celdas variables. (Para ver la totalidad de las tablas y el proceso de obtención de las ecuaciones y gráficas, ver Anexo H).

3.3.2. Numero de soluciones factibles: Si bien la cantidad de variables y restricciones demostrarían por si solo la ineficiencia de los métodos exactos para este problema, existe otro criterio importante; el número de soluciones factibles que estos problemas traen. Para demostrar lo anterior, es conveniente recordar que el problema IRP es la combinación del VRP y la Gestión de Inventarios; dos problemas relacionados con el transporte y el mantenimiento de mercancías. El VRP por su parte, muestra similitud en algunos aspectos con el TSP (Travelling Salesman Problem), el cual tiene como objetivo encontrar el camino más corto o económico recorriendo una serie de puntos previamente conocidos, sin la posibilidad de pasar por un punto más de una vez; además, solo se tiene en cuenta un recorrido, por lo que no se utiliza en escenarios que requieran varios periodos o más de un “viajero”.

Para intentar adecuar el problema TSP con el IRP se comparan las soluciones factibles de ambos problemas con un vehículo, un periodo y diferente número de clientes, por lo que el factor diferenciador esta en las posibilidades que tiene el IRP de no visitar a uno o varios de sus clientes, y la eventualidad de volver al punto base si fuese necesario.

Si bien el número de soluciones factibles para el IRP es diferente al de un TSP, la forma en la que el número de soluciones crece es parecido, tal y como lo presenta la gráfica número 5. Con esta gráfica es posible demostrar que la cantidad de soluciones posibles crece muy rápido haciendo que, para un ejemplo pequeño de 10 clientes, un periodo con un vehículo la cantidad de soluciones factibles llegue hasta 9.864.101 (ver Anexo I).

Gráfico 5. Cantidad de soluciones factibles para TSP y aproximación IRP



En conclusión, el problema TSP incrementa sus soluciones factibles en una escala factorial lo que lo ha convertido en un problema NP-hard, y al IRP poseer una escala de incremento mayor (para 10 clientes el TSP posee 3.628.800 posibles respuestas, y el IRP posee 9.864.101, un 272% por encima), es lógico pensar que el problema IRP debe ser tratado como NP-hard donde las heurísticas y metaheurísticas deben emplearse para encontrar una buena solución.

4. CONSTRUCCIÓN DE LAS METAHEURÍSTICAS

Para la solución del modelo IRP, se aplicarán las metaheurísticas correspondientes a los algoritmos genéticos, colonia de hormigas y enjambre de partículas mediante la herramienta de software computacional MATLAB.

Antes de iniciar su programación, se debe definir cada una de estas, de acuerdo a la información encontrada en la literatura y de esta forma validar su procedimiento. Luego, se llevará a cabo la etapa de programación de cada una de ellas, teniendo en cuenta las características propias del problema de ruteo e inventarios. Finalmente se evaluarán las instancias desarrolladas mediante el método exacto de Excel, para verificar que los resultados obtenidos por las metaheurísticas no superen el óptimo.

De acuerdo a esto, el primer paso será explicar la metodología necesaria para llevar a cabo cada una de estas metaheurísticas, detallándolas a continuación:

4.1. METAHEURÍSTICA ALGORITMOS GENÉTICOS

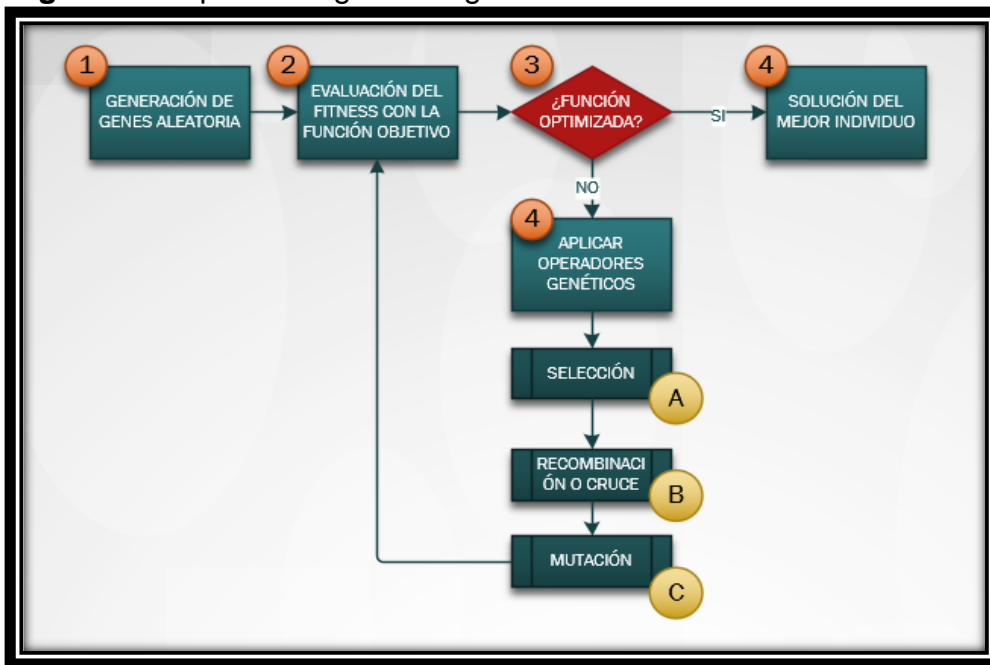
Según un artículo realizado en la universidad Carlos tercero de Madrid, España⁴¹, **el método adecuado para el problema del agente viajero corresponde a la codificación numérica**, ya que según su investigación, “en este tipo de codificación se utilizan cadenas de números que representan una secuencia.”

- **Cromosoma:** Conjunto de posibles rutas desde el punto inicial hasta el punto final del recorrido. Cada cromosoma trae consigo una posible solución de la función objetivo.
- **Gen:** Cada uno de los arcos correspondientes a los movimientos realizados de un cliente a otro.

⁴¹ ARRANZ, Jorge. PARRA, Antonio. Algoritmos Genéticos. [En línea]. [Consultado 20 Feb. 2016] Disponible en <<http://www.it.uc3m.es/jvillena/irc/practicas/06-07/05.pdf>>

Además, es preciso contar con una función de aptitud representada por la función objetivo, que permita categorizar cada individuo como “bueno” o “malo” según sea el caso. Partiendo de lo anterior; se deben seguir los pasos descritos en la figura 4 para el completo desarrollo del algoritmo.

Figura 4. Etapas de Algoritmos genéticos



Fuente⁴²: Artículo de Revista modificado por los autores

I. Generación de genes aleatoria: Previamente a este paso, se realizó una prueba de factibilidad, que verificara si los parámetros iniciales, como Demanda, capacidades, etc. Cumplen con criterios mínimos que permiten su solución. Luego, se diseñan los cromosomas de la siguiente forma (Las siguientes figuras se

⁴² VARGAS, F. & MONTOYA, J, Implementación de un procedimiento basado en algoritmos evolutivos para programar la producción de marquillas estampadas por transferencia térmica. Ing Univ.vol.12 no.2 Bogotá July/Dec. 2008

muestran como ejemplo y son parte de la solución obtenida en MATLAB, para una instancia pequeña de 2 vehículos, 4 periodos y 4 clientes):

Figura 5. Cromosoma Algoritmos genéticos MATLAB

R_INI =		5x2 cell	
		1	2
.	[]	1	[]
[1x7 double]	[]	2	[1 5 3 1 2 4 1]
[1x4 double]	[1x3 double]	3	[1 5 2 1]
	[1x9 double]	4	[1 5 1 3 1 2 1 4 1]
[1x4 double]	[1x4 double]	5	[1 5 3 1]
		6	

Figura 6. N Cromosomas-Población inicial Algoritmos genéticos MATLAB

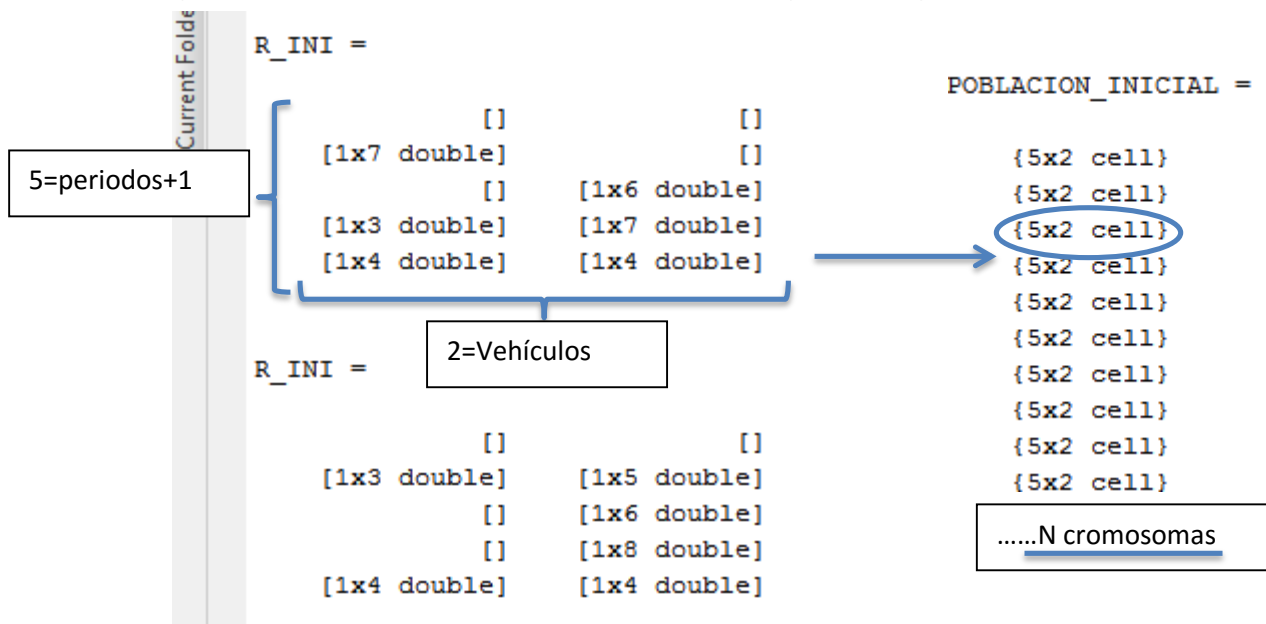


Figura 7. Código usado para generar cada cromosoma.

```
clie_ale=randperm(clientes+1);
for t=2:periodos+1
    eval(['rut1', num2str(t), '=[];'])
    eval(['rut2', num2str(t), '=[];'])
    vehi=round((vehiculos-1)*rand(1,1))+1;
    for j=1:clientes+1;
        if clie_ale(j)~=1;
            if(DEM_MODIFICADA(clie_ale(j),t)>0)
                if (vehi==1 && R~=0)
                    eval(['rut1', num2str(t), '=[rut1', num2str(t), ' clie_ale(j)];'])
                else
                    eval(['rut2', num2str(t), '=[rut2', num2str(t), ' clie_ale(j)];'])
                end
            end
        end
    end
end
end

for t=2:periodos+1
    aux1=eval(['rut1',num2str(t),'];');
    if (length(eval(['rut1', num2str(t)]))>1) && (aux1(1,end)~=1)
        eval(['rut1', num2str(t), '=[rut1', num2str(t), ' 1];'])
    end
end
```

II. Evaluación del fitness con la función objetivo: Luego de creada la población inicial compuesta por N cromosomas, se aplica a cada individuo la función de evaluación o función objetivo⁴³, cuyo resultado debe ser siempre positivo para este caso en particular. Debido a la aleatoriedad que poseen los cromosomas iniciales, se crean soluciones con valores muy bajos de función objetivo infactibles. Las cuales se penalizan a medida que aumentan el número de generaciones con valores crecientes.

⁴³ LOPEZ, JOSE. Introducción a los algoritmos genéticos: Como implementar un algoritmo genético en JAVA. (2010). Disponible en <<https://www.adictosaltrabajo.com/tutoriales/jgap/>> [Consultado 20 Abril de 2016]

III.Función Optimizada: El tercer paso es verificar si se cumple el criterio de parada, el cual corresponde a realizar cada iteración un número máximo de generaciones pre-establecidas como parámetro inicial en la interfaz gráfica.

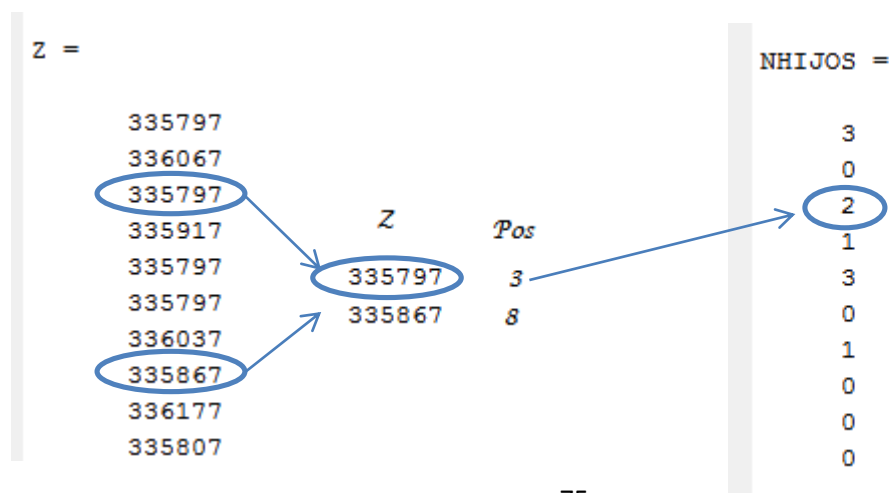
IV.Decisión Aplicar operadores genéticos: En caso de incumplir con el criterio de parada, se procede a aplicar los operadores genéticos para cada iteración siendo estos selección, recombinación y mutación.

- Selección:

Partiendo de los individuos ya generados; se requiere seleccionar los que dejarán descendencia, es decir los padres de una nueva generación. La selección de dichos padres se efectúa al azar usando un procedimiento que favorezca a los individuos mejor adaptados.

Existen numerosos sistemas de selección, pero en este caso se usará la selección por torneo, uno de los más comunes de la literatura. Este sistema consiste en escoger aleatoriamente de la población un cierto número de individuos. Entre estos, se escoge el que posea mejores características para definir la cantidad de descendientes que tendrá y se repite el proceso hasta completar la población.

Figura 8. GA-Operadores genéticos-Selección



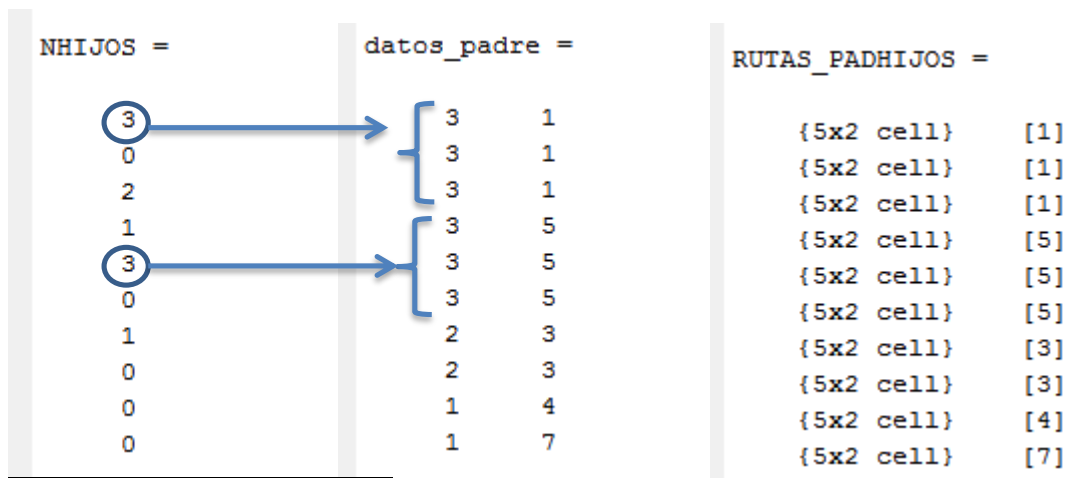
- Recombinación o crossover:

Este paso es el encargado de mezclar los cromosomas de los padres seleccionados anteriormente, para crear una nueva generación. Debido a la probabilidad que estableció la selección de genes de los padres; se puede afirmar que a medida que las generaciones aumenten, las características fuertes se harán cada vez más comunes. Para esto se debe establecer un valor fijo de probabilidad, el cual se debe mantener tan alto como sea posible, con un valor recomendado entre en 80-90%⁴⁴

Para su desarrollo se seleccionó la técnica de crossover n-puntos: Cada cromosoma se corta en “n” puntos, intercambiando el material genético situado entre ellos.

Para desarrollar esta etapa se parte de la matriz de número de hijos hallada en el paso anterior. Con su ayuda, se creará la matriz de cromosomas de los padres, repitiéndolos tantas veces como hijos tenga cada uno, hasta completar la población, de la siguiente forma:

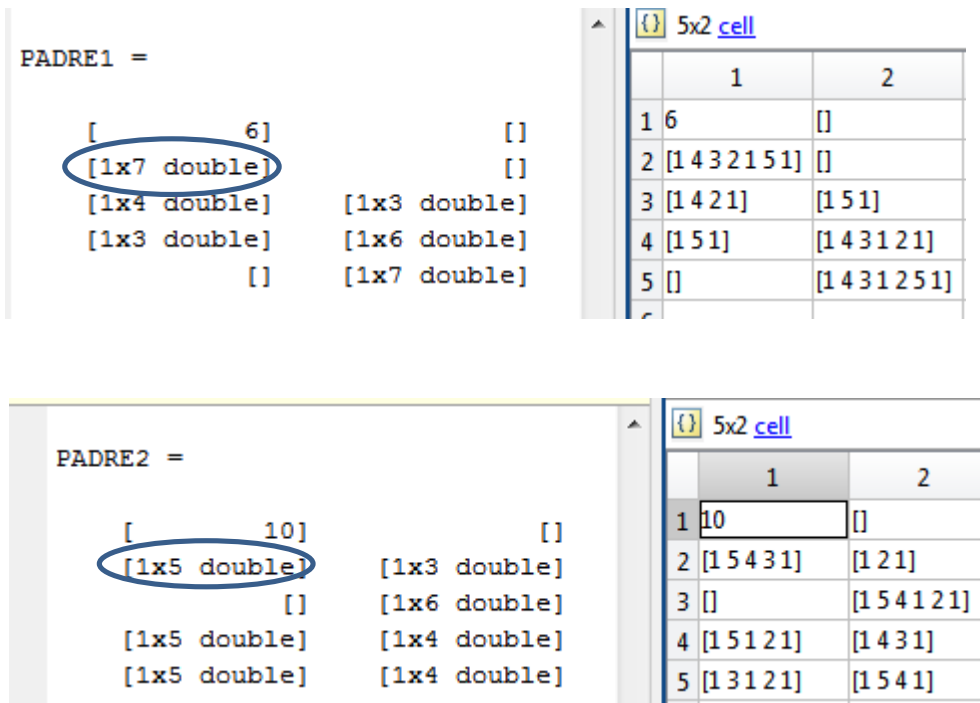
Figura 9. AG-Operadores genéticos-Recombinación Paso 1



⁴⁴ MERELO, Juan. Informática Evolutiva: Algoritmos Genéticos. Disponible en <<http://geneura.ugr.es/~jmerelo/ie/ags.htm>>. [Consultado 20 de Abril de 2016]

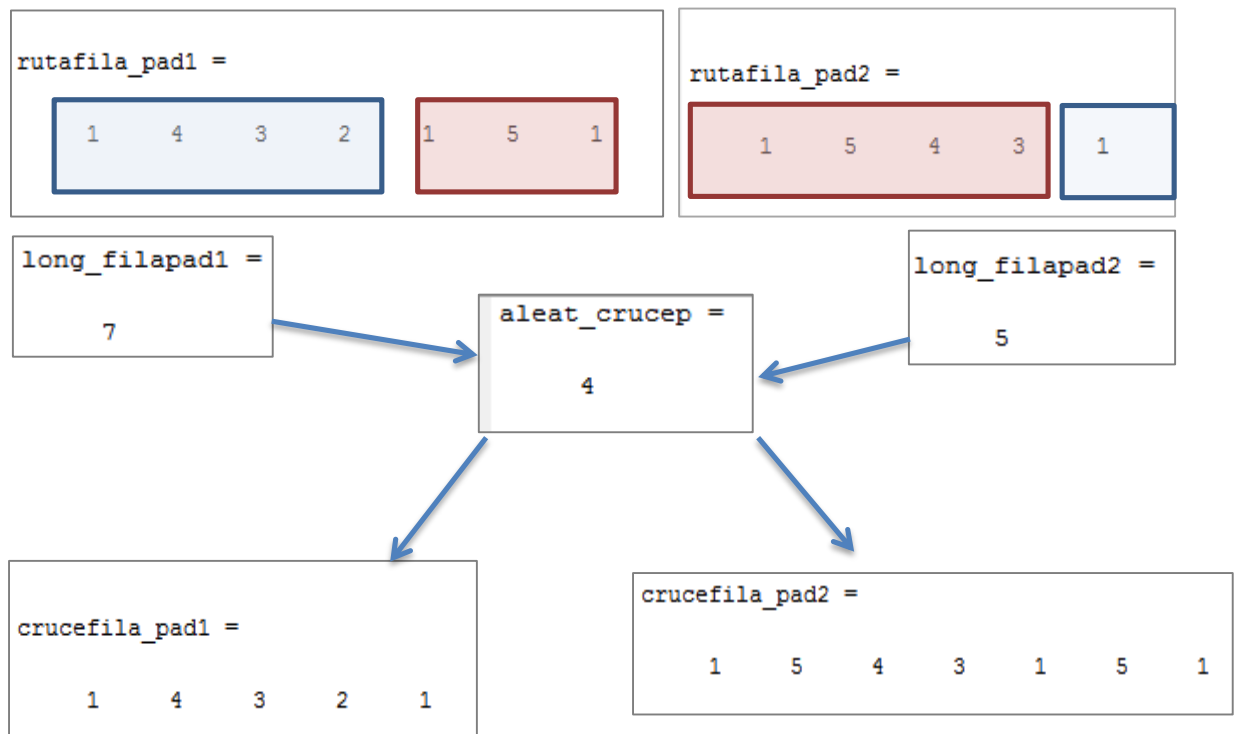
El siguiente paso es seleccionar aleatoriamente de la población los 2 padres que recombinaran sus genes, uno a uno por cada (periodos+1, vehículos).

Figura 10. AG-Operadores genéticos-Recombinación Paso 2



Se verifica si se recombina o no todo el cromosoma, de acuerdo a la tasa de recombinación y finalmente para cada (periodos+1, vehículos), de cada uno de los cromosomas seleccionados anteriormente, se escoge un numero aleatorio que tiene como máximo valor, la longitud de la ruta más corta y se realiza el cruce en la posición correspondiente al número aleatorio obtenido. Este proceso se muestra en la figura 11. Donde cada gen se va insertando nuevamente en el cromosoma para formar una población ya recombinada.

Figura 11. AG- Operadores genéticos- Recombinación Paso 3



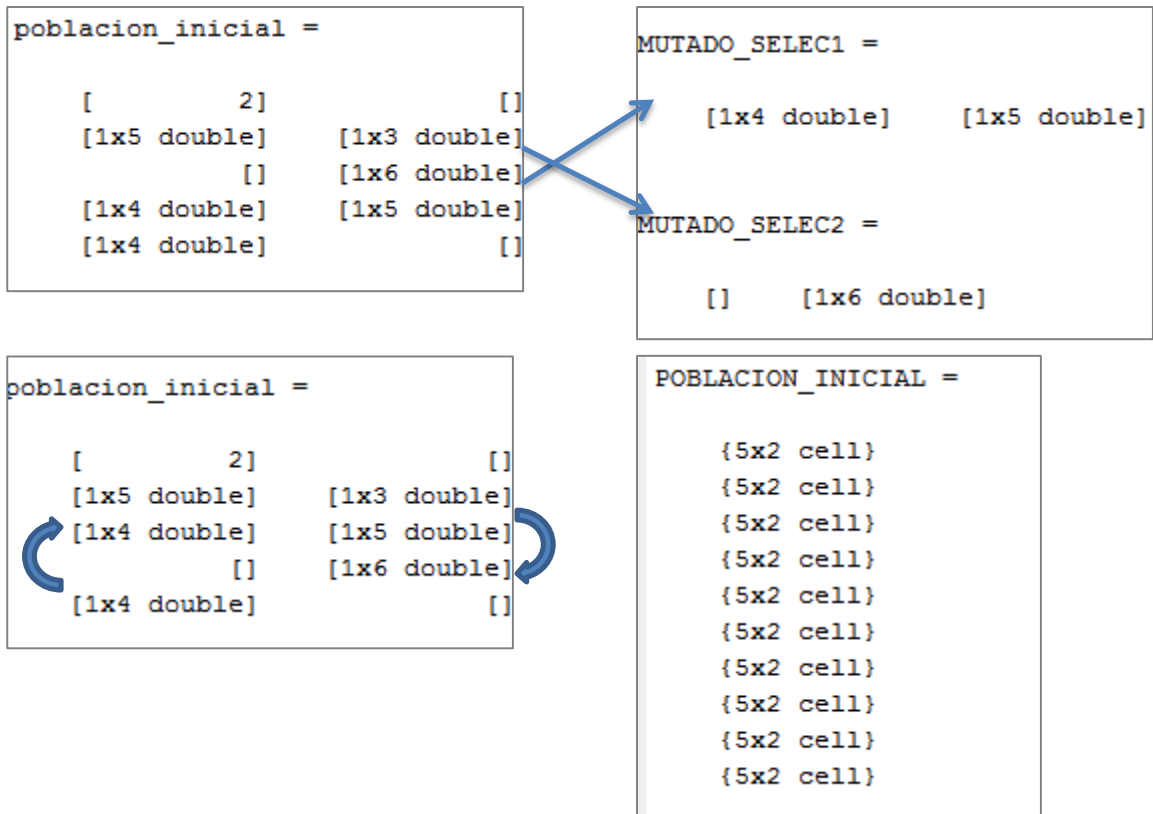
- Mutación:

La mutación es necesaria, pues favorece a la diversidad genética de la especie, lo cual en nuestro problema representa la prevención de la tendencia hacia un óptimo local, sin embargo, si se abusa de ella, podemos caer en el uso del algoritmo genético como una simple búsqueda aleatoria. Considerando esto, es necesario establecer previamente una probabilidad de mutación, la cual es recomendable mantener entre un 0,5-1%. Posteriormente, se modifican ciertos genes de forma aleatoria basados en dicha probabilidad.⁴⁵

Una vez realizado el último paso, se reinsertan en la matriz de población inicial para continuar iterando hasta cumplir con el criterio de parada.

⁴⁵ Hawkjo. Genetic Algorithms Part 3. [Video]. [En línea] Disponible en <<https://www.youtube.com/watch?v=qN0j_nUKYJI>>

Figura 12. AG- Operadores genéticos- Mutación



Después de realizar la explicación de cada uno de los operadores genéticos, que utilizan los algoritmos genéticos, se presenta en la figura 13 el pseudocódigo encontrado y utilizado como base para la programación de la metaheurística en MATLAB.

Figura 13. Pseudocódigo algoritmos genéticos

```
BEGIN /* Algoritmo Genético Simple */  
  Generar una población inicial.  
  Computar la función de evaluación de cada individuo  
  WHILE NOT Terminado DO  
    BEGIN /* Producir nueva generación */  
      FOR Tamaño población/2 DO  
        BEGIN /* Ciclo Reproductivo */  
          Seleccionar dos individuos de la anterior generación,  
          para el cruce (probabilidad de selección proporcional  
          a la función de evaluación del individuo).  
          Cruzar con cierta probabilidad los dos  
          individuos obteniendo dos descendientes.  
          Mutar los dos descendientes con cierta probabilidad  
          Computar la función de evaluación de los dos  
          descendientes mutados.  
          Insertar los dos descendientes mutados en nueva generación.  
        END  
      IF la población ha convergido THEN  
        Terminado: = TRUE  
      END  
    END  
  END  
END
```

Fuente⁴⁶: Modificado por los autores

⁴⁶ Algoritmo Genético Simple [En línea] Disponible en <<http://eddyalfaro.galeon.com/geneticos.html>>
[Citado en 23 de Abril de 2016]

4.2. METAHEURÍSTICA ENJAMBRE DE PARTÍCULAS. (PSO)

Las consideraciones más importantes para su desarrollo son las siguientes:

- Al Grupo de individuos o partículas se les conoce como Población
- Se empieza con un grupo de partículas posicionadas aleatoriamente, que con el paso de las iteraciones cambian con el objetivo de mejorar sus condiciones.
- El comportamiento de cada partícula está influenciado por tres factores, la experiencia del propio individuo, experiencia grupal, y el conocimiento del entorno.
- En cada iteración se cuenta con un líder que posee provisionalmente las mejores condiciones, sin embargo, este líder puede cambiar durante las iteraciones al encontrarse partículas en mejores condiciones.
- Cada individuo posee los siguientes operadores:
 $X_i(t) = [X_{i1}, X_{i2}, \dots, X_{iN}]$ Posición
 $P_{best} = [P_{i1}, P_{i2}, \dots, P_{iN}]$ Mejor posición de la partícula hasta la iteración t .
 $G_{best} = [G_1, G_2, \dots, G_N]$ Mejor posición del líder y en consecuencia también la del grupo.
- Esta metaheurística se diseñó con el propósito de realizar búsquedas sobre espacios continuos de la región factible, por esta razón su modelo general plantea ecuaciones que actualizan la posición de las partículas sobre un dominio continuo, sin embargo, se han planteado diversas modificaciones que adecuan la metaheurística para problemas discretos como es el caso de IRP.

Así, con base en las consideraciones anteriores se puede plantear el siguiente diagrama de flujo y el Pseudocódigo los cuales contemplan los pasos principales en el desarrollo de la metaheurística.

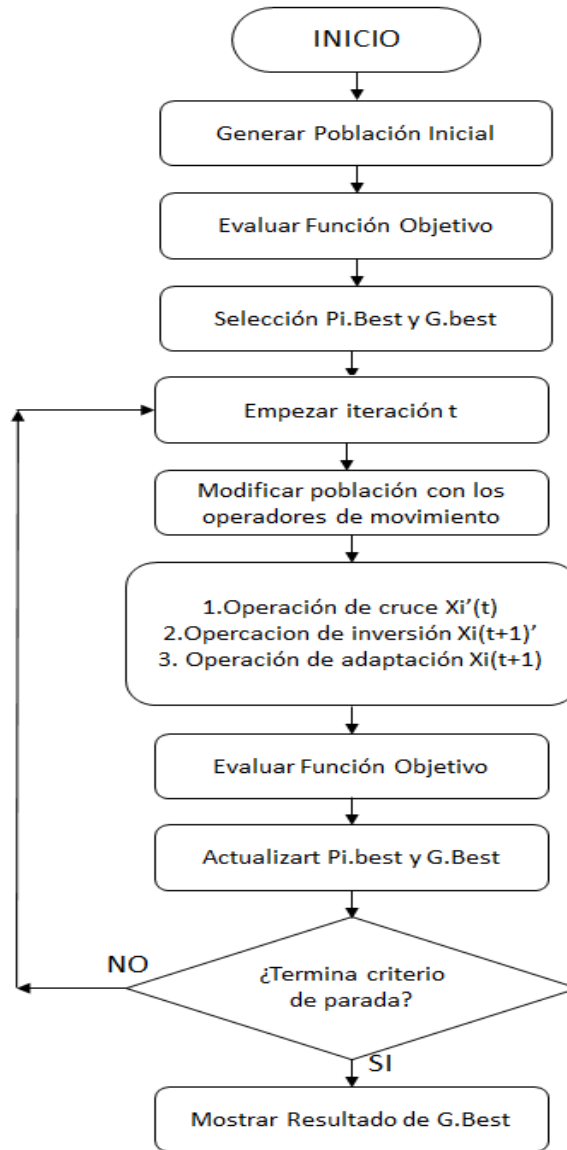
Figura 14. Pseudocódigo de Algoritmo Enjambre de partículas

```
BEGIN /* Enjambre de partículas */  
  Comprobar factibilidad de parámetros.  
  Generar población inicial  
  Computar la función de evaluación de cada individuo  
  Generar mejores Pi.best  
  Elegir mejor G.best  
  WHILE NOT Terminado DO  
    BEGIN /* Producir nueva generación */  
      Cruzar cada partícula de la iteración anterior con Pi.best y G.best de  
      acuerdo con el operador de longitud de cruce creando una nueva  
      población con atributos de ambas partes.  
      Transformar la nueva población usando el operador de inversión lo  
      que permite alterar las rutas aunque con incongruencias respecto a  
      las restricciones del modelo.  
      Adaptar las partículas mediante el operador de adaptación al ruido  
      para mejorar su desempeño.  
      Computar la función de evaluación de cada individuo.  
      Actualizar mejores Pi.best  
      Actualizar mejor G.best  
    END  
    IF La población ha convergido THEN  
      Terminado: = TRUE  
    END  
  END  
END
```

Fuente⁴⁷: Modificado por los autores

⁴⁷ Algoritmo Genético Simple [En línea] Disponible en <<http://eddyalfaro.galeon.com/geneticos.html>>
[Citado en 23 de Abril de 2016]

Figura 15. Etapas, diagrama de flujo Enjambre de partículas



Fuente⁴⁸: Modificado por los autores

⁴⁸Morán, N, Desarrollo y aplicación del algoritmo PSO al problema del TSP. Valladolid. 2015. Tesis de grado para optar por el título en Ingeniería de Organización Industrial, Universidad de Valladolid, Valladolid, España.

Una vez expuesta la estructura del algoritmo, es necesario describir a profundidad las operaciones más relevantes en las que radica el cambio de movimiento en las partículas. Para esto, se muestran las funciones matemáticas⁴⁹ que determinan el comportamiento del algoritmo, explicando cada una detalladamente:

Operación de Cruce:

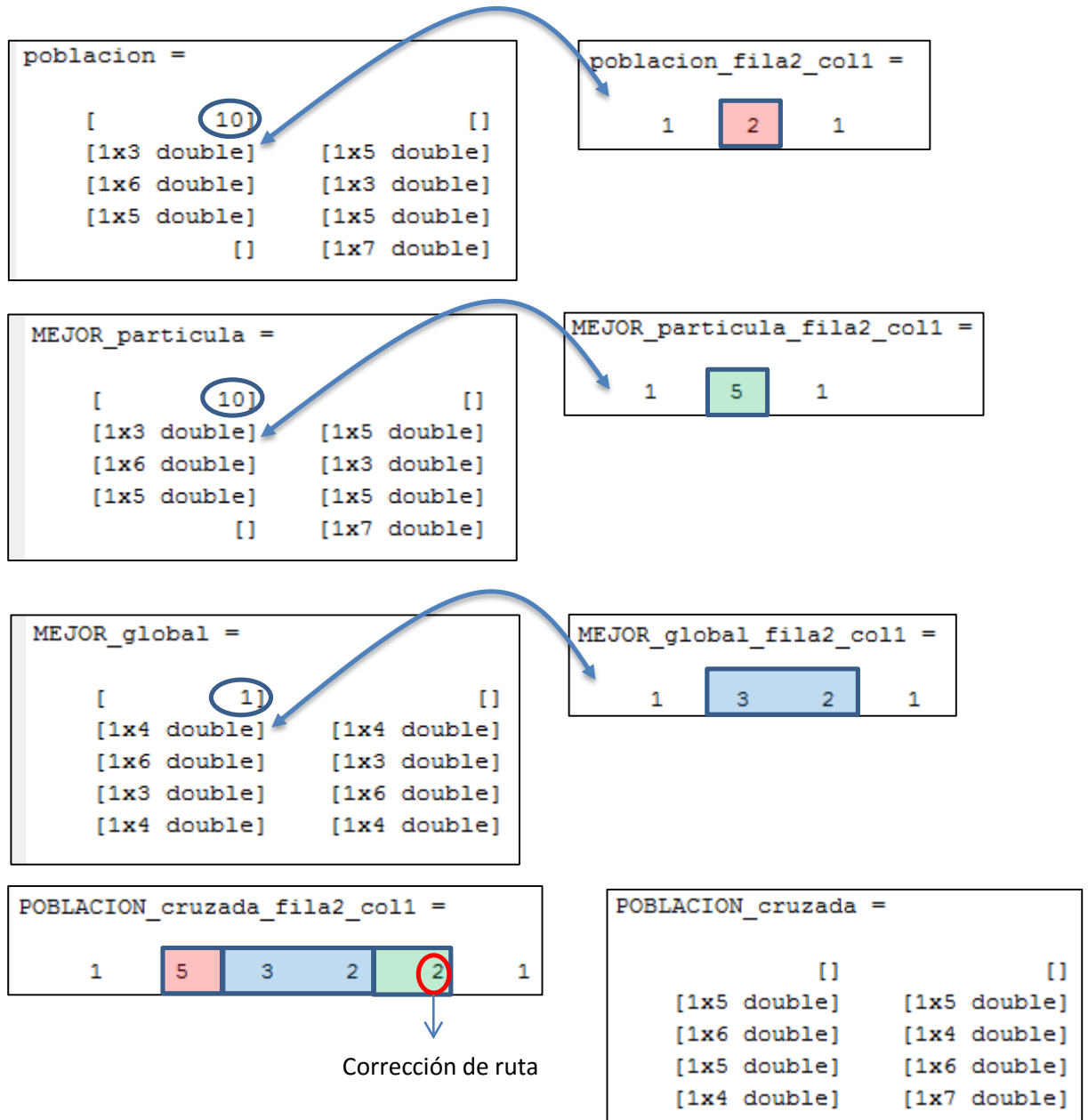
$$x'_i(t) = ((c1 \times r1) p_i(t)) \oplus ((c2 \times r2)g(t)) \oplus x_i(t) \quad (1)$$

Dónde:

- $p_i(t)$ = es la partícula i con mejor posición histórica que ha obtenido la partícula hasta el momento. (Iteración t)
- $g_i(t)$ = corresponde a la partícula de mejor posición en todo el enjambre hasta el momento. (Iteración t)
- $c1$ = Es el punto inicial del tramo a tomar de $p_i(t)$, y $r1$ es el punto final. Tanto $c1$ como $r1$ pueden ser tomados aleatoriamente, o es posible plantear directamente $((c1 \times r1) p_i(t))$ como la longitud de cruce* elegida para $p_i(t)$.
- $c2$ = Es el punto inicial del tramo a tomar de $g(t)$, y $r2$ es el punto final. Tanto $c2$ como $r2$ pueden ser tomados aleatoriamente, o es posible plantear directamente $((c2 \times r2)g(t))$ como la longitud de cruce* elegida de $g(t)$
- $x_i(t)$ = es la partícula actual de la iteración (t).
- $x'_i(t)$ = es la partícula después del cruce en la iteración (t)
- \oplus Indica el cruce entre los conjuntos adyacentes.
- *La longitud de cruce tomada por defecto fue de 4 elementos, esto se explica en la definición de parámetros.

⁴⁹ Ibid. 85 p.

Figura 16. PSO- Operador de Cruce



En la figura 16 se ilustra el operador de cruce, el orden en que son puestos los elementos está determinado por la ecuación (1) en donde primero se asignan los valores de $p_i(t)$, después los valores de $g(t)$ y finalmente los de $x_i(t)$.

De igual forma, en la figura 16 La corrección de ruta se encuentra dentro de la ejecución de cada operador, y como actúa se explica a continuación: Revisa todos los elementos que se encuentran en el vector de la partícula, y elimina un elemento cuando previo a este se encuentra el mismo cliente, además también elimina clientes que ya hayan sido visitados durante la ruta, así pues, la ruta finalmente corregida y cruzada se muestra a continuación

Figura 17. PSO- Ejemplo población cruzada

POBLACION_cruzada_fila2_col1 =				
1	5	3	2	1

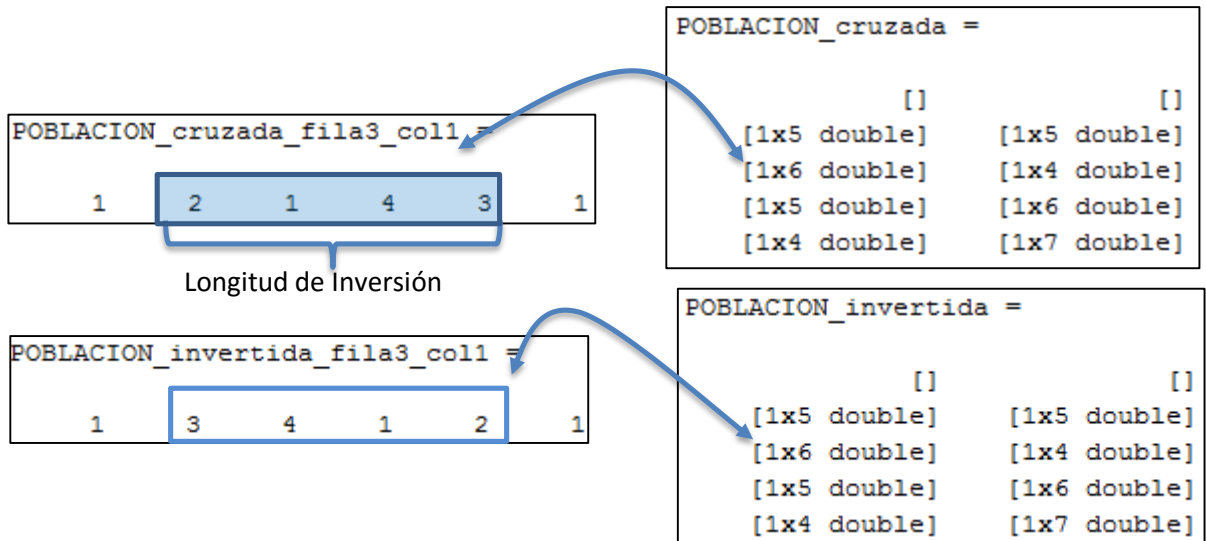
Operación de Inversión

$$(x'_i, s, e) = (x_i + t)' = \{x'_{i1}, x'_{i2}, \dots, x'_{ie}, \Leftrightarrow, x'_{is}, \dots, x'_{iN}\} \quad (2)$$

Dónde:

- x'_i = corresponde a la partícula cruzada previamente
- $(x_i + t)'$ = es la partícula después de la inversión en la iteración (t)
- s = Es el punto inicial del tramo a tomar de $x'_i(t)$, y e es el punto final. Tanto s como e pueden ser tomados aleatoriamente, o es posible plantear directamente (x'_i, s, e) como la longitud de inversión elegida* para $x'_i(t)$.
- *La longitud de inversión tomada por defecto fue de 4 elementos, esto se explica en la definición de parámetros.

Figura 18. PSO- Operador de Inversión



Operación de Adaptación al ruido

$$x_i(t + 1) = \eta \times disturb((x_i + t)', k) \quad (3)$$

Dónde:

- $(x_i + t)'$ = corresponde a la partícula invertida previamente
- $x_i(t + 1)$ = Es la nueva posición N-dimensional de la partícula para la siguiente iteración $(t + 1)$
- k = Representa un número aleatorio que se encuentra entre 2 y la longitud del vector partícula invertida -1 . (si su longitud es 0, no se usa este operador.)
- η = Representa un valor entre 0 y 1 el cual indica si se debe o no realizar la adaptación para la partícula en cuestión, para encontrar su valor, es necesario, tener claro el concepto de *Diversidad*.
- *Diversidad*: el cual a su vez depende de otro concepto mostrado a continuación (similitud). La diversidad es el promedio entre las distintas *similitudes*

- Similitud: Es el grado de semejanza que existe entre la partícula invertida, la mejor posición de la partícula $p_i(t)$ y la mejor global $g(t)$. Se expresa de la siguiente forma:

$$Similitud_{XyP} = \frac{\text{Numero de ciudades elementos iguales y en la misma posicion}}{\text{Numero de ciudades del conjunto mayor}}$$

$$Similitud_{XyG} = \frac{\text{Numero de ciudades elementos iguales y en la misma posicion}}{\text{Numero de ciudades del conjunto mayor}}$$

$$Similitud_{PyG} = \frac{\text{Numero de ciudades elementos iguales y en la misma posicion}}{\text{Numero de ciudades del conjunto mayor}}$$

Después de esto es posible obtener el valor de la Diversidad de la siguiente forma:

$$Diversidad = \frac{Similitud_{XyP} + Similitud_{XyG} + Similitud_{PyG}}{3}$$

Una vez realizado esto, el valor de η se define por la siguiente condicionalidad encontrada en la literatura:

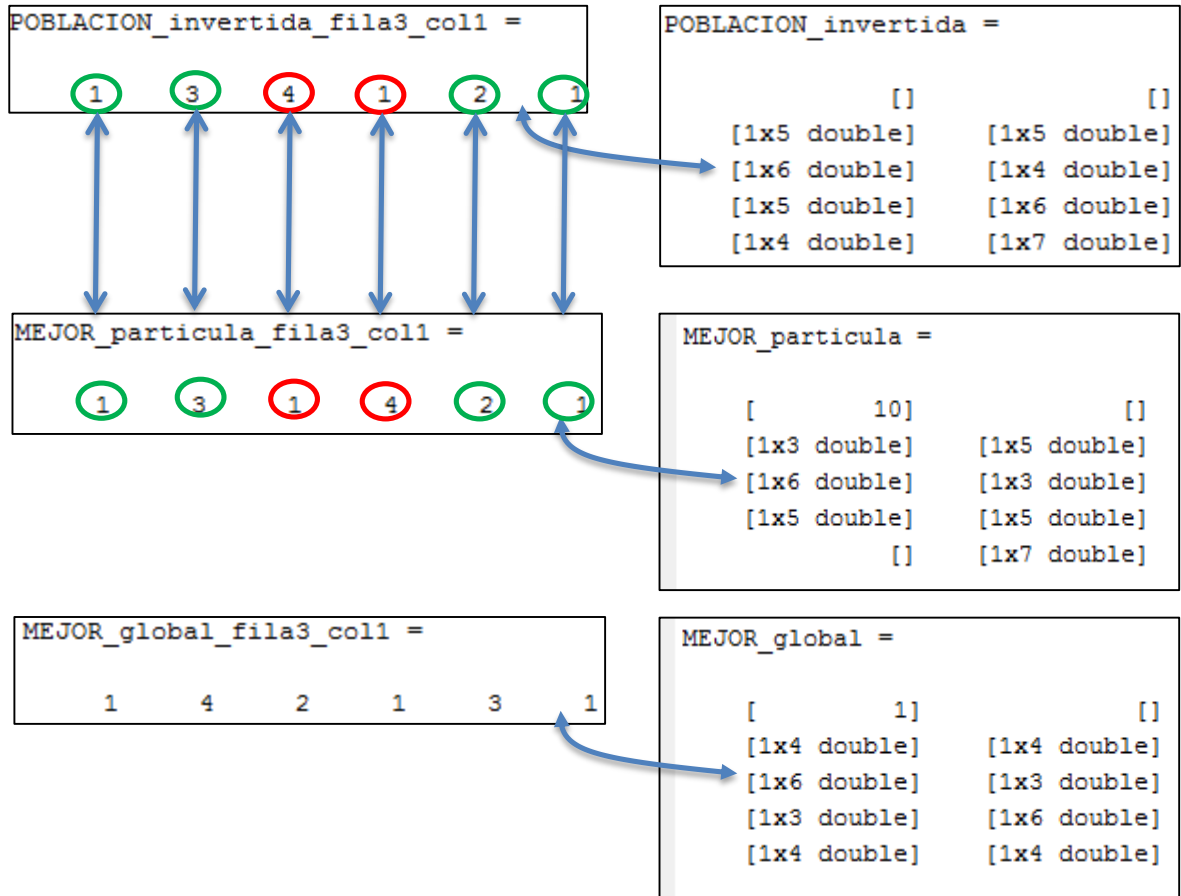
$$\text{If } Diversidad < 0,4 \text{ entonces } \eta = 1 \\ \text{Other way } \eta = 0$$

De esta forma, la Expresión $\eta \times disturb((x_i + t)', k)$ no es precisamente un procedimiento matemático, sino una condicionalidad que se puede definir de la siguiente forma:

If $\eta = 1$ Entonces se toma el elemento k del vector de la partícula invertida $x_i(t + 1)$ y se intercambia por el elemento k del vector inicial $x_i(t)$

If $\eta = 0$, entonces no se realiza ningún cambio al vector de la partícula invertida debido a que esto demuestra que los valores están suficientemente diversificados.

Figura 19. PSO- Operador de Adaptación al ruido



$$SimilitudXyP = \frac{4}{6} = 0.667$$

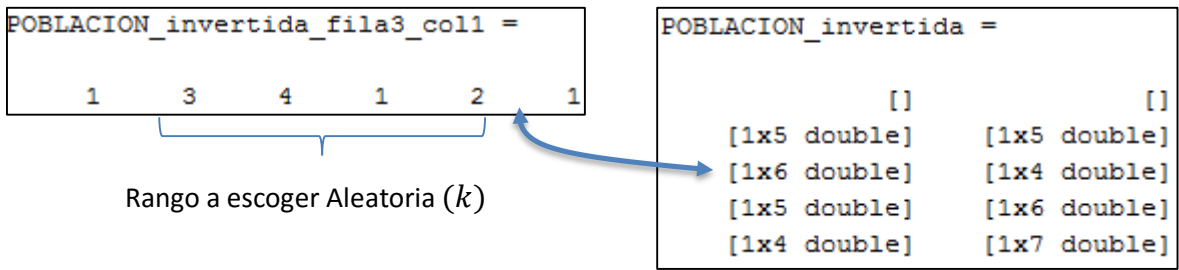
$$SimilitudXyG = \frac{3}{6} = 0.5$$

$$SimilitudPyG = \frac{2}{6} = 0.334$$

$$Diversidad = \frac{0.667 + 0.5 + 0.334}{3} = 0.5003$$

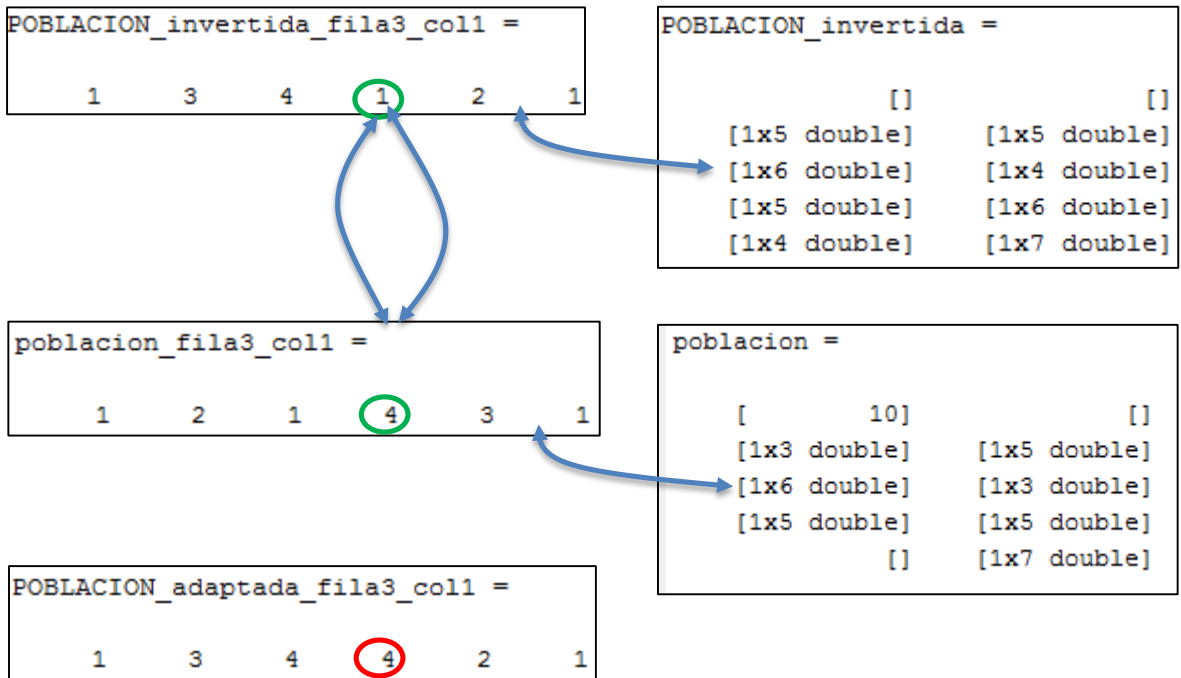
Como La diversidad Fue mayor a la condición ($0.5003 > 0.4$) entonces el valor de $\eta=0$, por lo que no se aplica el operador de inversión, suponiendo que la diversidad cumpliera la condición, procedimiento sería el siguiente:

Figura 20. PSO- Aleatorio operador de inversión



Se elige un elemento (k) aleatoriamente con base en su posición desde 2 hasta la longitud menos uno, esto para no interferir con la condición de empezar y terminar en la planta. Suponiendo que aleatoriamente $k = 4$, esto significa que será el elemento en la cuarta posición el que se intercambiara por el elemento de la misma posición en el vector de la partícula inicial de la iteración actual.

Figura 21. PSO. Intercambio de Posición

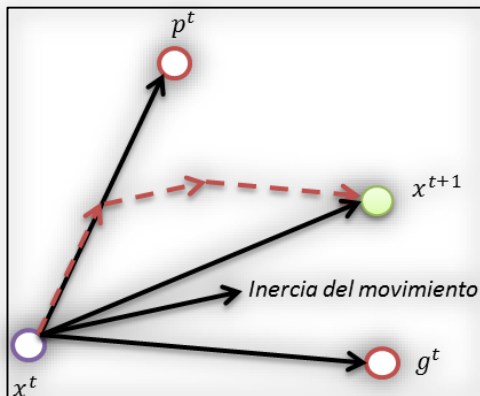


Una vez aplicado los tres operadores de movimiento y el proceso de corrección para cada uno de los vectores que componen cada partícula, se obtiene la nueva población que será analizada con la función objetivo y finalmente se actualiza nuevamente los criterios de $p_i(t)$ y $g(t)$

Figura 22. PSO- Población después de operadores de movimiento

POBLACION_adaptada_fila3_coll1 =				
1	3	4	2	1

Figura 23. Movimiento de cada partícula



Fuente⁵⁰: Modificado por los autores

⁵⁰Morán, N, Desarrollo y aplicación del algoritmo PSO al problema del TSP. Valladolid. 2015. Tesis de grado para optar por el título en Ingeniería de Organización Industrial, Universidad de Valladolid, Valladolid, España.

4.3. METAHEURÍSTICA COLONIA DE HORMIGAS (ACO)

Para la implementación del algoritmo Colonia de hormigas se deben seguir los siguientes pasos:

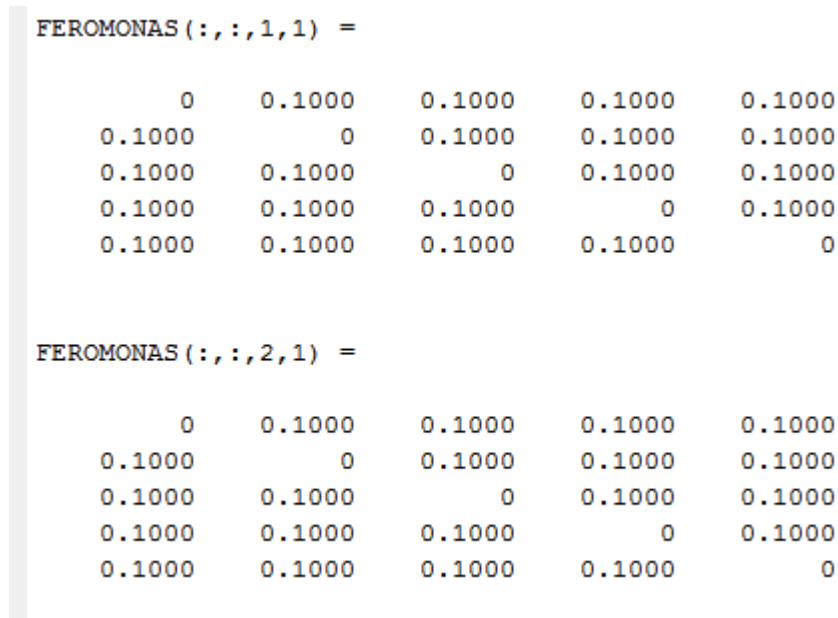
Paso 1: Diseñar el modelo a optimizar (parámetros, variables, función objetivo y restricciones)

Paso 2: Establecer los valores para, $Q =$ *Parámetro de aprendizaje*, $L_K =$ *Costo de cada hormiga*, y $\rho =$ *Tasa de evaporación*, los cuales se establecen en la interfaz, donde tiene unos valores preestablecidos y recomendados para una instancia de 4 clientes, 4 periodos y 2 vehículos. Además, es importante calcular el valor de visibilidad $\eta_{(e)}$, que posee cada uno de los arcos o caminos, que puede tomar la hormiga. Cada uno de los valores que componen la matriz, son el valor inverso a la distancia existente entre un punto y otro, lo cual en este proyecto corresponde al costo de transportarse de un cliente al otro. De la misma forma es importante inicializar el valor de feromona $\tau_{xy(0)}$, en una constante de bajo valor, pues representa la cantidad de feromona inicial en el ambiente.

Figura 24. ACO- Valores iniciales-Visibilidad

```
VISIBILIDAD(:, :, 1, 1) =  
  
      Inf    0.0100    0.0100    0.0100    0.0100  
0.0100      Inf    0.0143    0.0111    0.0125  
0.0100    0.0143      Inf    0.1000    0.0200  
0.0100    0.0111    0.1000      Inf    0.0500  
0.0100    0.0125    0.0200    0.0500    0.0000  
  
VISIBILIDAD(:, :, 2, 1) =  
  
      Inf    0.0100    0.0100    0.0100    0.0100  
0.0100      Inf    0.0143    0.0111    0.0125  
0.0100    0.0143      Inf    0.1000    0.0200  
0.0100    0.0111    0.1000      Inf    0.0500  
0.0100    0.0125    0.0200    0.0500    0.0000
```

Figura 25. ACO- Valores iniciales-Feromonas



Paso 3: Encontrar las probabilidades iniciales (P_{ij}) de cada uno de los nodos presentes en el grafo, esto debido a que el algoritmo por colonia de hormigas otorga una probabilidad de ser elegido a cada uno de los elementos de la vecindad por medio de la ecuación (A) ⁵¹ descrita abajo. En la figura 26. Se observa la matriz generada por MATLAB.

$$P_{ij} = \frac{(\tau_{ij})^\alpha * (\eta_{(e)})^\beta}{\sum (\tau_{ij})^\alpha * (\eta_{(e)})^\beta} \quad (\text{A})$$

⁵¹ FRANCO, L. Algoritmos de optimización basado en Colonias de Hormigas aplicados al problema de asignación cuadrática y otros problemas relacionados. (2010). San Luis, Argentina. Tesis para Optar al título de licenciado en ciencias de computación. Universidad Nacional de San Luis. Facultad de ciencias físico matemáticas y naturales.

Dónde:

τ_{ij} = Cantidad de feromonas por arco.

$\eta_{(e)}$ = Visibilidad

Los valores α y β son parámetros de ajuste que determinan cual información es la más relevante para adicionar el elemento. Si $\alpha > \beta$ prima la información aprendida, pero si $\alpha < \beta$ la decisión se aproxima al más cercano.⁵²

Figura 26. ACO-Matriz de Probabilidad

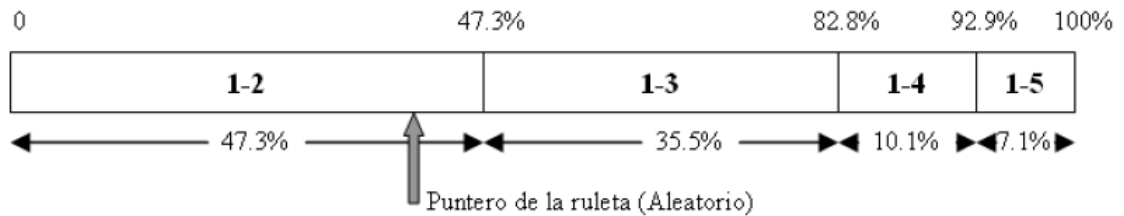
```
PROBABILIDAD_CLIENTE (:, :, 1, 1) =  
  
      0    0.2500    0.2500    0.2500    0.2500  
0.4793      0    0.0806    0.2830    0.1571  
0.8338    0.1401      0    0.0000    0.0261  
0.6286    0.3712    0.0000      0    0.0002  
0.7357    0.2411    0.0230    0.0002      0  
  
PROBABILIDAD_CLIENTE (:, :, 2, 1) =  
  
      0    0.2500    0.2500    0.2500    0.2500  
0.4793      0    0.0806    0.2830    0.1571  
0.8338    0.1401      0    0.0000    0.0261  
0.6286    0.3712    0.0000      0    0.0002  
0.7357    0.2411    0.0230    0.0002      0  
  
PROBABILIDAD_CLIENTE (:, :, 3, 1) =  
  
      0    0.2500    0.2500    0.2500    0.2500
```

Paso 4: Creación de las rutas que componen cada hormiga. Para esto, se modifica la matriz de probabilidad obtenida anteriormente, transformándola en una probabilidad acumulada con dimensiones de clientes+1, clientes+2. Finalmente, se aplica el mecanismo de la ruleta, ya que si bien los elementos con menor

⁵² MEDINA, N. Optimización por colonia de hormigas. (2009). México. Disponible en: <<http://documents.mx/documents/aco-nataly-medina.html>>

probabilidad pueden ser escogidos; los elementos mejor calificados tienden a ser favorecidos. Utilizando un esquema de ejemplo, la ruleta podría tener una distribución como la mostrada en la Figura 27.

Figura 27. Distribución de la ruleta para las alternativas en juego-ACO



Fuente: Grupo de desarrollo en investigación de operaciones, universidad tecnológica de Pereira

Para la creación de cada ruta, se inicia la primera posición del vector en 1, correspondiente a la planta, y se van asignando uno a uno los clientes seleccionados.

Primero se define la longitud máxima de ruta posible, correspondiente a un aleatorio entre 2 y $(2n-1)$ como límite máximo que puede alcanzar la longitud de la ruta asumiendo que se devuelve a la planta antes de visitar cada uno de los clientes, usando el siguiente código.

- `Rand_max_ruta= round((((2*clientes)-4)*rand)+3);`

Figura 28. ACO- Matriz de Probabilidad-Proceso construcción ruta

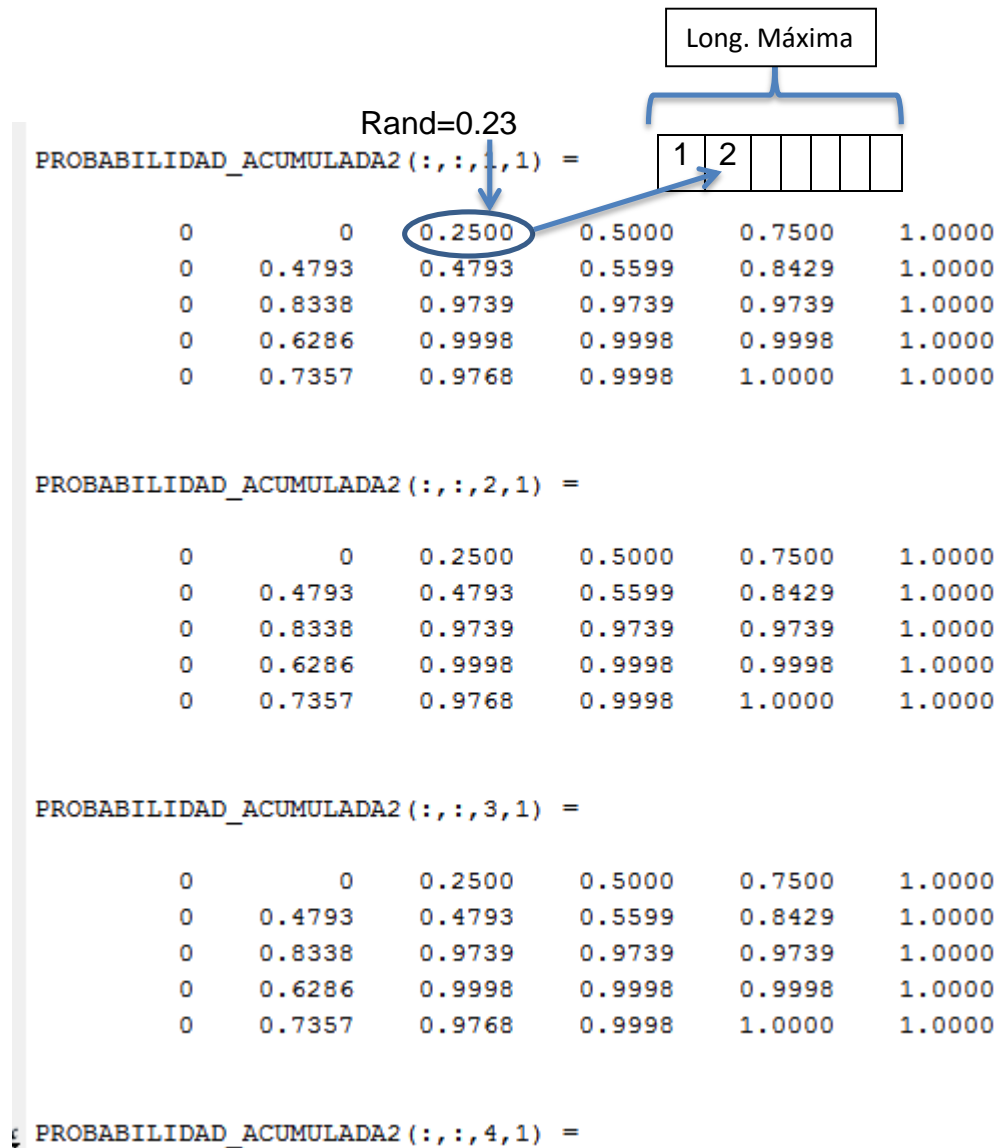
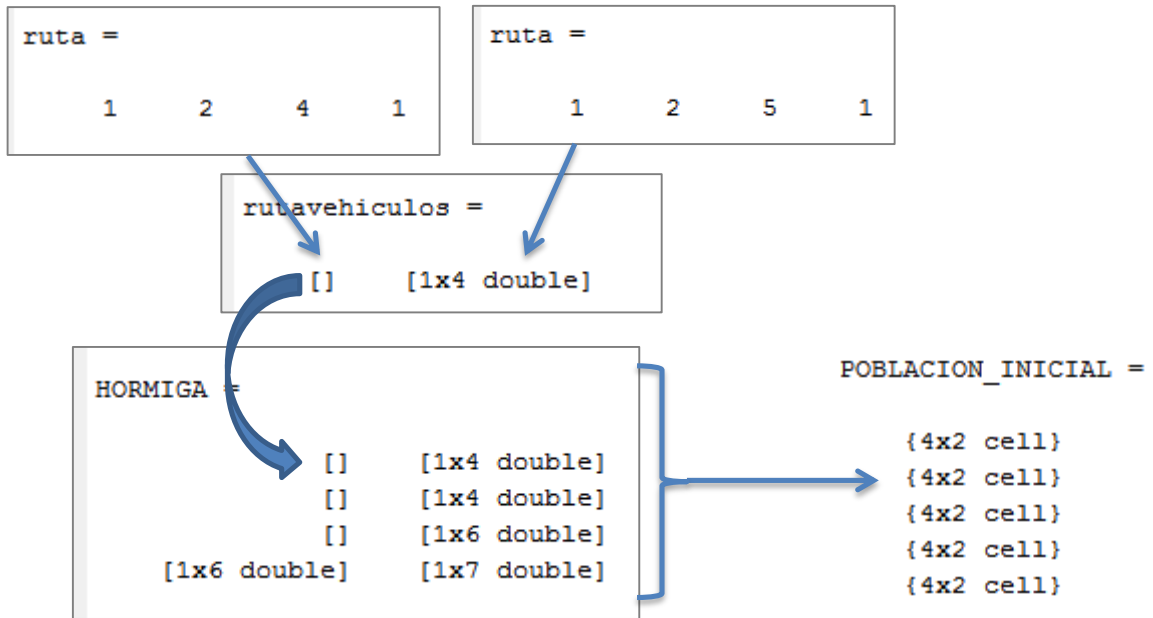


Figura 29. ACO-Matriz Hormiga y Colonia de Hormigas



Paso 5: Luego de creada la población inicial o Colonia de hormigas compuesta por N hormigas, se aplica a cada individuo la función de evaluación o función objetivo. Debido a la aleatoriedad que posee cada matriz hormiga, es posible obtener soluciones infactibles con valores muy bajos de función objetivo, por este motivo se crea la función de infactibilidad, la cual penaliza a las soluciones que incumplen restricciones a medida que aumentan el número de generaciones con valores crecientes.

Paso 6: Se recalculan las cantidades de feromonas que están en los nodos. Esto teniendo en cuenta que para los nodos que fueron usados se utiliza la ecuación (B) completa, sin embargo, para aquellos nodos sin uso, la fórmula de feromonas se simplifica la ecuación (C).

$$\tau_{ij} = (1 - \rho) \tau_{ij} + \sum \Delta \tau_{ij} \quad \text{(B)}$$

$$\tau_{ij} = (1 - \rho) \tau_{ij} \quad \text{(C)}$$

Dónde:

$$\Delta\tau_{ij} = \begin{cases} \frac{Q}{L_h} & \text{si se usó } i - j \\ 0 & \text{si no se usó} \end{cases}$$

Q = Es una constante conocida como parámetro de Aprendizaje

L_h = Costo camino/hormiga

ρ = Tasa de evaporación

Paso 6: Finalmente, se repite el proceso desde el paso 3, hasta cumplir con el criterio de parada establecido previamente en la interfaz, como el número de iteraciones máxima. En este punto, el costo resultante será la respuesta final, junto con el conjunto de rutas, cantidades a entregar por cada vehículo k , así como la matriz de inventarios por cada cliente cada periodo, para el problema de optimización IRP estudiado.

A continuación, en la figura 30 se encuentra el pseudocódigo utilizado como información base para realizar la codificación del algoritmo colonia de Hormigas, complementando los pasos definidos anteriormente.

Figura 30. **Pseudocódigo Colonia de hormigas**

```
BEGIN /* Colonia de Hormigas */
  Iniciar contador de ciclos CC
  WHILE NOT Terminado DO
    BEGIN /* Producir ruta */
      FOR Cada Hormiga
        FOR Cada arco (i,j)
          Generar Valor de feromona en arco
        END
        Elegir ciudad de origen mediante probabilidad
        Elegir Próxima Ciudad ser visitada
        Insertar ciudad seleccionada en vector hormiga
      END
      FOR Cada Hormiga
        Insertar ciudad de origen en final del vector Hormiga
        Actualizar valor de feromona
      END
      IF Cumple criterio de Parada
        Terminado: = TRUE
      END
    END
  END
```

Fuente⁵³: Modificado por los autores

⁵³ Métodos numéricos para cálculo y diseño en ingeniería [En línea] Disponible en <
<http://www.elsevier.es/es-revista-revista-internacional-metodos-numericos-calculo-338-articulo-desarrollo-un-algoritmo-optimizacion-global-S021313151300045X?redirectNew=true>> [Citado en 23 de Abril de 2016]

5. INSTANCIAS

En el proyecto de grado que modeló inicialmente el problema de ruteo e inventarios y aplicó la búsqueda tabú como método de solución,⁵⁴ se estableció 12 instancias tomadas de la literatura, donde realizaban cambios en el número de clientes y en el costo de mantener inventario tanto del depósito, como de los clientes.

Debido a que el propósito de este proyecto es comparar los resultados obtenidos al aplicar cada una de las 3 metaheurísticas programadas en MATLAB durante el desarrollo del presente trabajo y los resultados obtenidos por el proyecto citado anteriormente al aplicar la búsqueda tabú; se tomarán como referencia las mismas 12 instancias descritas a continuación.

Tabla 5.Instancias

Cientes(n)	CMI (a/b)	Instancia
4	Bajo	4nCMlb
6	Bajo	6nCMlb
8	Bajo	8nCMlb
10	Bajo	10nCMlb
20	Bajo	20nCMlb
100	Bajo	100nCMlb
4	Alto	4nCMla
6	Alto	6nCMla
8	Alto	8nCMla
10	Alto	10nCMla
20	Alto	20CMla
100	Alto	100nCMla

⁵⁴ BARRAGÁN y ROMERO., Op. cit., 121 p.

6. DEFINICIÓN DE PARÁMETROS

Partiendo de las instancias consideradas en el proyecto “Estudio y desarrollo de un modelo matemático para el problema de inventario y ruteo (IRP)”⁵⁵, el cual es objeto de análisis en la presente investigación. Se determinan las siguientes consideraciones en el modelo.

- Se usan dos vehículos, con una capacidad homogénea
- Se incluye la capacidad de la planta como un parámetro inicial
- Se asumen costos de transporte iguales para cada vehículo y durante todo el horizonte de planeación.
- Se incluye la posibilidad de tener diferente capacidad de planta para cada cliente en cada periodo.
- La longitud del horizonte de planeación es de $T=4$, durante todas las instancias.

En el primer análisis realizado, se mostrarán los costos y tiempos obtenidos en cada metaheurística durante la instancia 4nCM1b, variando algunos parámetros que definen el comportamiento de dichos resultados, con el fin de determinar los que arrojen el mejor resultado, con el menor tiempo posible y seleccionarlos para el análisis posterior sobre las demás instancias.

6.1. ENJAMBRE DE PARTÍCULAS

Para realizar el análisis de sensibilidad, se establecerán rangos con base en la información encontrada en la literatura para cada parámetro, con el fin de establecer si dicho valor tiene alguna incidencia significativa sobre el costo total o el tiempo de ejecución del algoritmo. En caso afirmativo, se verifica si se

⁵⁵ Ibid.

encuentra alguna tendencia importante con las variaciones existentes y se seleccionaría el valor establecido. En caso de ser necesario, se debe incluir un mayor número de variaciones para reducir el rango en el que se encuentra el valor que proporciona el mejor resultado.

Los rangos para los parámetros de acuerdo a la literatura los siguientes:

Cantidad de partículas: (10, 20, 30, 50)

Iteraciones: (10, 30, 40)

Criterio de parada: (5, 10)

Longitud de inversión: (4, 8, 12, 15, 20)

Longitud de cruce: (4, 8, 12, 15, 20)

Para determinar cuál será el valor de los parámetros iniciales para la metaheurística enjambre de partículas se corrió el algoritmo combinando posibles valores para varios parámetros (Número máximo de iteraciones y cantidad de partículas en el enjambre), para después analizar las respuestas obtenidas y determinar así las mejores condiciones del algoritmo. Los resultados de las corridas se presentan en la tabla 6.

Tabla 6. Prueba de sensibilidad Enjambre de Partículas

Cantidad de Iteraciones	Numero de Particulas	Criterio parada	Costo	Tiempo
10	10	10	\$ 335.757	0,81871
	20	10	\$ 335.807	1,76104
	30	10	\$ 335.757	2,63215
	50	10	\$ 335.757	4,37549
30	10	10	\$ 335.807	0,96315
	20	10	\$ 335.707	1,42658
	30	10	\$ 335.747	1,82655
	50	10	\$ 335.797	4,363
40	10	10	\$ 335.757	1,11473
	20	10	\$ 335.797	1,82451
	30	10	\$ 335.707	2,70495
	50	10	\$ 335.707	4,37785

La tabla anterior permite afirmar que la combinación de parámetros donde se obtuvieron mejores resultados fue aquella en la que la cantidad de iteraciones máximas fue 30, y el número de partículas fue 20. De igual forma en las múltiples repeticiones se observó que un buen criterio de parada fueron 10 iteraciones, puesto que en la mayoría de los casos cuando se alcanzaba las diez iteraciones seguidas con la misma respuesta, esta era el mismo valor para la función objetivo al llegar al número de iteraciones máximas.

Por otra parte. Existe un parámetro de cruce y otro de inversión indispensables para realizar el movimiento de las partículas dentro del espacio de búsqueda. El comportamiento de estos dos factores fue explicado anteriormente y el tamaño que tomarán por defecto será el que se consideró como apropiado para la instancia de 4 clientes con 4 periodos, puesto que esto brinda la opción al usuario de la interfaz para modificar el tamaño de estas constantes de acuerdo a su consideración. De otra forma la longitud de cruce y de inversión quedaría dentro de la programación interna del algoritmo sin la oportunidad de ser modificada. Así pues, para la instancia de 4 vehículos con 4 periodos, se observó que la longitud de las rutas podía estar entre 0 y 8 elementos y tomando en cuenta los procedimientos vistos en la literatura, donde para el cruce y la inversión se maneja una proporción igual o cercana al 50%, se determina que para este caso de estudio tanto el índice de inversión como el de cruce serán de 4.

Después de realizar el análisis de sensibilidad, por medio de la prueba y error, se concluye que los parámetros que se usaran para el análisis del algoritmo, son los siguientes:

- Cantidad de partículas: 20
- Iteraciones Máximas: 30
- Criterio de parada: 10
- Longitud de inversión: 4
- Longitud de cruce: 4

6.2. COLONIA DE HORMIGAS

Para el caso de colonia de hormigas, los parámetros que definen el comportamiento de la metaheurística son: Tendencia hacia la cantidad de feromonas, tendencia hacia el cliente más cercano, tasa de aprendizaje o cantidad de feromona expulsada al ambiente, tasa de evaporación, criterio de parada e Iteraciones máximas.

Encontrada en la literatura

- Tasa de evaporación: 0,03

Prueba de sensibilidad:

- Tendencia de feromonas: (1, 2, 3)
- Tendencia hacia el más cercano: (-5, -1, 1, 5)
- Criterio de parada: (5, 10)
- Tasa de aprendizaje: (0,3 0,2)
- Iteraciones máximas: (10, 20, 30)

Con la intención de encontrar los parámetros más adecuados para realizar la corrida del algoritmo Colonia de hormigas para el caso de estudio presentado, se realizaron varias pruebas donde se combinaron valores factibles para los parámetros, Tasa de evaporación, Tendencia de feromonas, Tendencia hacia el más cercano y Tasa de aprendizaje. Los resultados que arrojaron las pruebas del algoritmo se presentan en la tabla 7, y estos muestran como utilizando una tasa de aprendizaje de 0,03, la tendencia feromonas como 1, tendencia hacia el más cercano -5 y la tasa de aprendizaje en 0,3, se consiguieron los mejores resultados, por lo que estos serán los que se tendrán por defecto para comparar la metaheurística Colonia de hormigas frente a otros 3 algoritmos, además de esto, durante las distintas corridas se pudo concluir que en promedio 20 iteraciones eran suficientes para encontrar la mejor respuesta por corrida y que 5 iteraciones seguidas es un buen criterio de

parada, puesto que después de pasar 5 iteraciones con la misma respuesta, esta no cambiaba hasta el final de la corrida.

Tabla 7. Prueba de sensibilidad Colonia de Hormigas

Tasa de Evaporacion	Tendencia de Feromonas	Tendencia hacia Mas cercano	Tasa de Aprendizaje	Costo	Tiempo
0,03	1	5	0,3	Infactible	Infactible
			0,2	Infactible	Infactible
		1	0,3	\$ 336.377	0,5804
			0,2	\$ 336.207	0,56054
		-1	0,3	\$ 336.647	0,55905
			0,2	\$ 336.497	0,5677
		-5	0,3	\$ 336.167	0,5891
			0,2	\$ 336.237	0,59998
0,03	2	5	0,3	Infactible	Infactible
			0,2	Infactible	Infactible
		1	0,3	NO RTA	NO RTA
			0,2	\$ 336.237	0,56183
		-1	0,3	\$ 336.837	0,56358
			0,2	\$ 336.507	0,5729
		-5	0,3	\$ 336.617	0,564399
			0,2	\$ 337.017	0,570247
0,03	3	5	0,3	Infactible	Infactible
			0,2	Infactible	Infactible
		1	0,3	\$ 336.467	0,6023
			0,2	\$ 336.857	0,7697
		-1	0,3	\$ 336.776	0,58867
			0,2	NO RTA	NO RTA
		-5	0,3	NO RTA	NO RTA
			0,2	\$ 336.717	0,62546

Después de realizar el análisis de sensibilidad, por medio de la prueba y error, se concluye que los parámetros que se usaran para el análisis del algoritmo, son los siguientes:

- Tasa de evaporación: 0,03
- Tendencia de feromonas: 1
- Tendencia hacia el más cercano: -5
- Criterio de parada: 5
- Tasa de aprendizaje: 0,3
- Iteraciones máximas: 20

6.3. ALGORITMOS GENÉTICOS

Para el caso de Algoritmos genéticos, los parámetros que definen el comportamiento de la metaheurística son: tasa de mutación, tasa de recombinación, tamaño de la población o número de cromosomas, cromosomas enfrentados en el torneo, número de generaciones y criterio de parada.

Para realizar este análisis de sensibilidad, se varían algunos de los parámetros, mientras que otros son limitados de acuerdo a información encontrada en la literatura de la siguiente forma:

Definidos en la literatura:

- Tasa de mutación: 5%-10%
- Tasa de recombinación: 80-90%
- Numero de cromosomas en el torneo: 2-3⁵⁶

Prueba de sensibilidad

- Número de cromosomas: (10, 20, 30, 50, 100)
- Numero de generaciones: (10, 20, 30, 40, 50, 100)
- Criterio de parada: (5, 10, 15)

⁵⁶ Cervigon, C. (2007). Operadores Genéticos sobre permutaciones aplicados a la resolución del Sudoku. Universidad complutense de Madrid. Madrid. España.

Para definir cuáles serán los parámetros que influenciarán el comportamiento de las metaheurísticas, se inicia por definir aquellos de los que se obtuvo información clara en la literatura. En este caso la tasa de mutación, la de recombinación y el número de participantes por torneo, se modifican con la intención de obtener la combinación que mejor resultados genere. Para los demás parámetros se toman valores iniciales que se cree no afectaran el desarrollo del algoritmo. Los resultados se muestran en la tabla 8.

Tabla 8. Prueba de sensibilidad Algoritmos Genéticos

Tasa de Mutacion	tasa de Recombinacion	Participantes /Torneo	Nº Cromosomas	Nº Generaciones	Criterio de parada	Costo	tiempo
0,05	0,8	2	10	100	5	\$ 335.707	0,51758
		3	10	100	5	\$ 335.677	0,51416
	0,9	2	10	100	5	\$ 335.787	0,5166
		3	10	100	5	\$ 353.757	0,51744
0,1	0,8	2	10	100	5	\$ 335.667	0,52594
		3	10	100	5	\$ 335.677	0,53253
	0,9	2	10	100	5	\$ 335.667	0,51299
		3	10	100	5	\$ 335.797	0,52184
0,05	0,9	2	15	100	5	\$ 335.667	0,81356

Como se pudo observar, las mejores condiciones resultaron de combinar la tasa de mutación al 10%, la tasa de recombinación al 90% y el número de participantes por torne como 2, por lo que estos serán los valores que se supondrán como eficientes para la corrida del algoritmo en todas sus instancias. Por otra parte y con base en la combinación propuesta para los primeros 3 parámetros, se corrió el algoritmo 20 veces con la intención de observar el número de cromosomas y el número de generaciones promedio que se necesitaban para obtener el criterio de parada, dicho promedio fue de 27,15 por lo que el número de generaciones máximas se fijara en 30, y para la cantidad de cromosomas, 10 de estos son suficientes debido a que como se observa en la tabla 8, al aumentar este número

el tiempo computacional se incrementa pero la función objetivo no presenta ninguna variación.

Después de realizar el análisis de sensibilidad, por medio de la prueba y error, se concluye que los parámetros que se usaran para el análisis del algoritmo, son los siguientes:

- Tasa de mutación: 10%
- Tasa de recombinación: 90%
- Numero de cromosomas en el torneo: 2
- Número de cromosomas: 10
- Numero de generaciones: 30
- Criterio de parada: 5

7. VALIDACIÓN DE LOS RESULTADOS

Luego de verificar que cada uno de los pasos encontrados en la literatura, corresponden a los realizados en la programación de cada metaheurística, se procede a evaluar la primera instancia en el Solver de Excel, correspondiente a 4 clientes, 4 periodos, 2 vehículos y costo de mantener inventarios bajo. Se selecciona dicha instancia pues sus variables entran dentro de los límites de la herramienta Premium de Solver.

La intención es verificar si los resultados que arroja cada algoritmo, son mayores o iguales al óptimo generado por Excel, comprobando una vez más que el procedimiento se llevó a cabo correctamente. En el Anexo J. Se encuentran los parámetros utilizados en dicha instancia.

Una vez aplicados los parámetros, se encuentra una solución de \$335.630, ver anexo K, mediante la herramienta Premium de Solver en Excel, con un tiempo aproximado de 21 segundos, representando el valor mínimo que pueden arrojar las metaheurísticas.

Luego de evaluar esta misma instancia en la interfaz creada con cada algoritmo, se observa que el valor mínimo que arrojó enjambre de partículas después de correrlo 5 veces fue de \$335.697, al obtener los resultados de algoritmos genéticos luego de correrlo el mismo número de veces fue de \$335.677, finalmente el menor valor encontrado en colonia de hormigas correspondió a \$336.487. Ver Anexo L.

Con lo cual se puede observar que todas las metaheurísticas programadas en el presente proyecto, cumplen la condición de al menos igualar el valor óptimo encontrado con el método exacto.

Es importante tener en cuenta, que estos resultados y todos los mencionados en el presente libro con respecto a la programación de las 3 metaheurísticas, tanto en MATLAB como Excel, fueron procesados en un equipo de cómputo con las siguientes características.

Procesador: Intel Core i3-3.30 [GHz]

Memoria Ram: 4 GB

Sistema operativo: Windows 7- 64 Bits

Versión MATLAB: Matlab® 8.5.0.197613 (R2015a)

Versión Excel: Excel (2010) 14.0.4760.1000 (32 Bits)

Adicionalmente, se verifica el resultado obtenido en la metaheurística búsqueda tabú del proyecto que se desea comprar⁵⁷. Observando allí un valor de \$335.717, que cumple también con la condición planteada.

⁵⁷ BARRAGÁN y ROMERO., Op. cit., 121 p

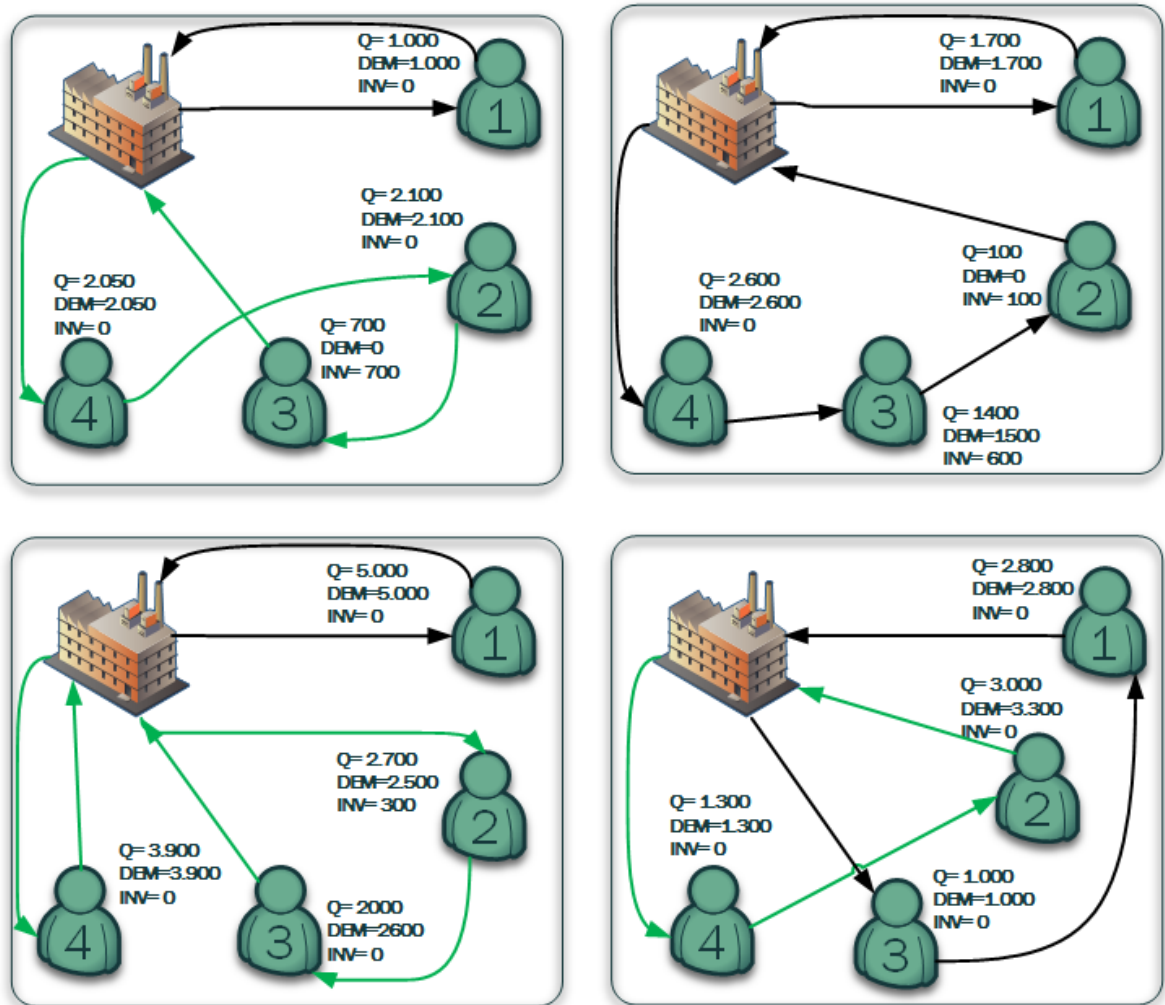
8. RESULTADOS

Luego de definir los parámetros iniciales de cada algoritmo y validar las soluciones obtenidas con estos, se realiza el análisis que muestra el comportamiento presentado por enjambre de partículas (PSO), algoritmos genéticos (GA) y colonia de hormigas (ACO), a lo largo de las 12 instancias establecidas previamente. Para esto se mostrarán gráficamente las rutas, programación de cantidades entregadas y el inventario generado de las primeras 2 instancias, con el fin de observar el comportamiento y verificar que las respuestas sean coherentes y cumplan con las restricciones del modelo.

8.1. ENJAMBRE DE PARTÍCULAS

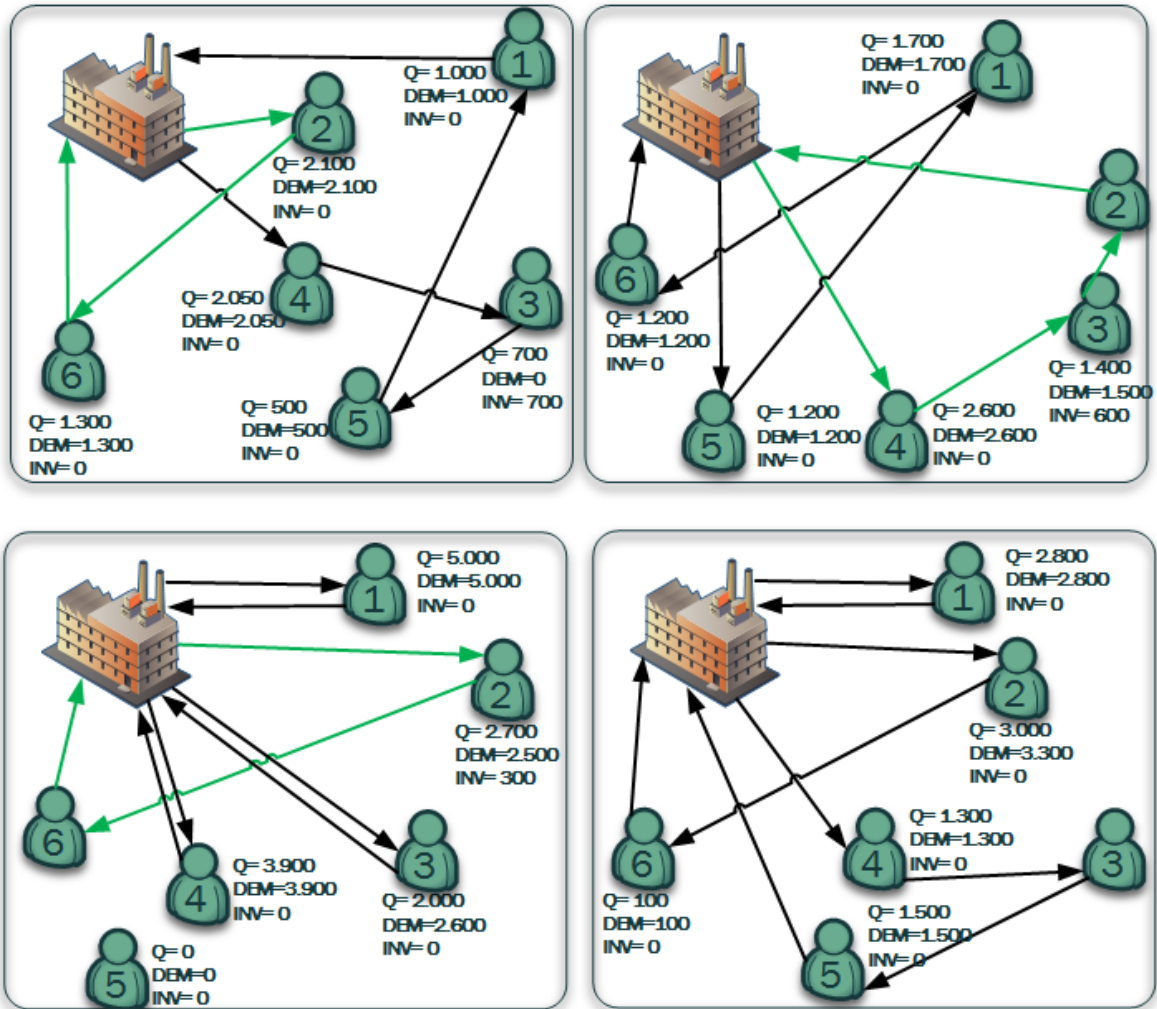
- Instancia 1- 4nCM1b: El costo total obtenido para enjambre de partículas, evaluando 4 clientes y costos de mantener inventarios bajos, fue de \$335.767 en la última de las repeticiones realizadas. En la figura 31, se puede observar que las rutas, cantidades programadas, e inventarios generados cumplen con todas las restricciones planteadas inicialmente en el modelo matemático para el problema de ruteo e inventarios (IRP). Respetando los límites de capacidad de los clientes y los vehículos, cumpliendo además con la totalidad de la demanda y respetando la condición que no permite envíos pendientes y por lo contrario permite entregas anticipadas. En el Anexo M, se pueden observar los resultados descargados de la interfaz para la instancia 1 evaluada con enjambre de partículas.

Figura 31. Grafo del resultado de la Instancia 1 (4nCM1b), PSO



- Instancia 2- 6nCM1b: El costo total obtenido para enjambre de partículas, evaluando 4 clientes y costos de mantener inventarios bajos, fue de \$414.209 en la última de las repeticiones realizadas. En la figura 32, se puede observar que las rutas, cantidades programadas, e inventarios generados cumplen con todas las restricciones planteadas inicialmente en el modelo matemático para el problema de ruteo e inventarios (IRP). En el Anexo N, se pueden observar los resultados descargados de la interfaz para la instancia 2 evaluada con enjambre de partículas.

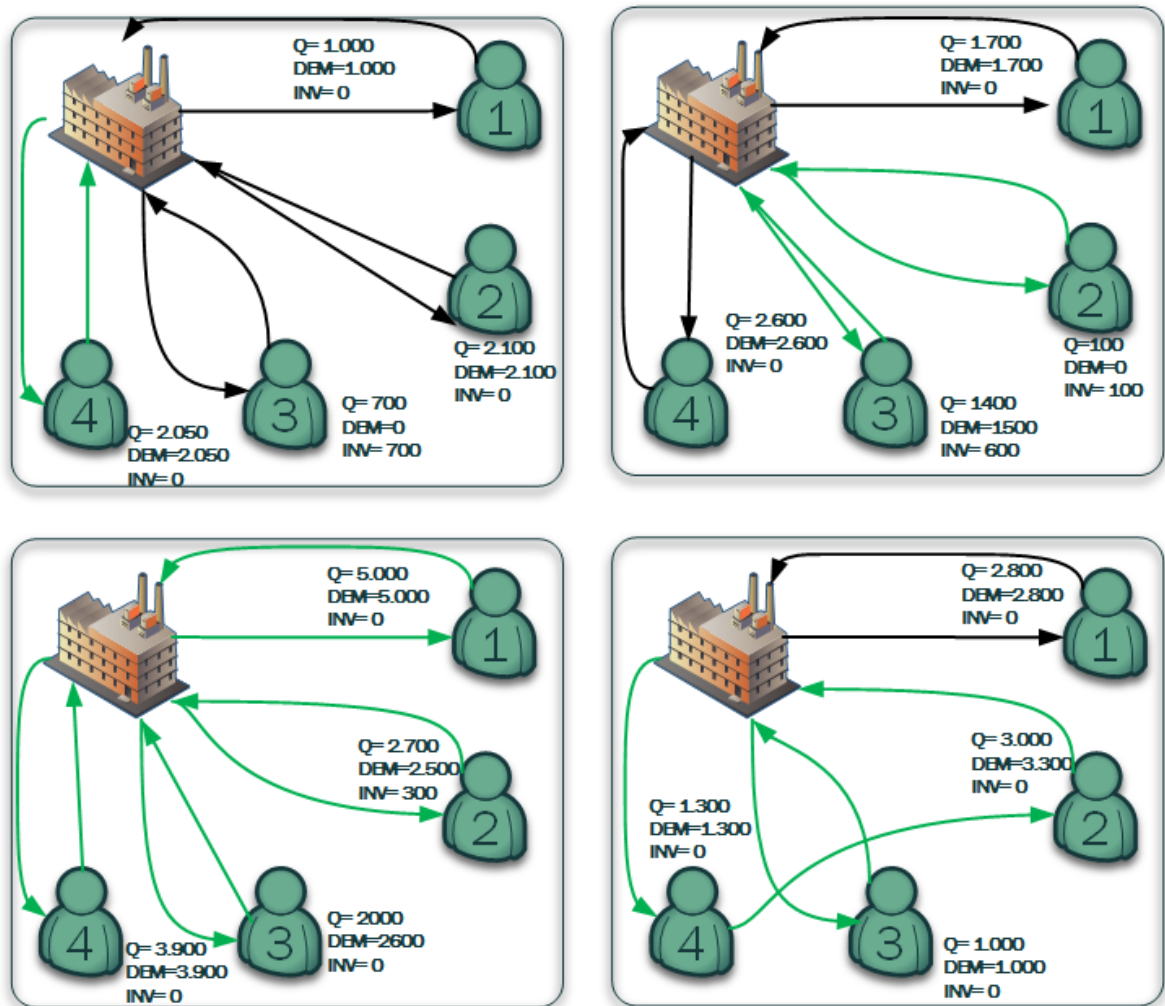
Figura 32. Grafo del resultado de la Instancia 2 (6nCM1b), PSO



8.2. COLONIA DE HORMIGAS

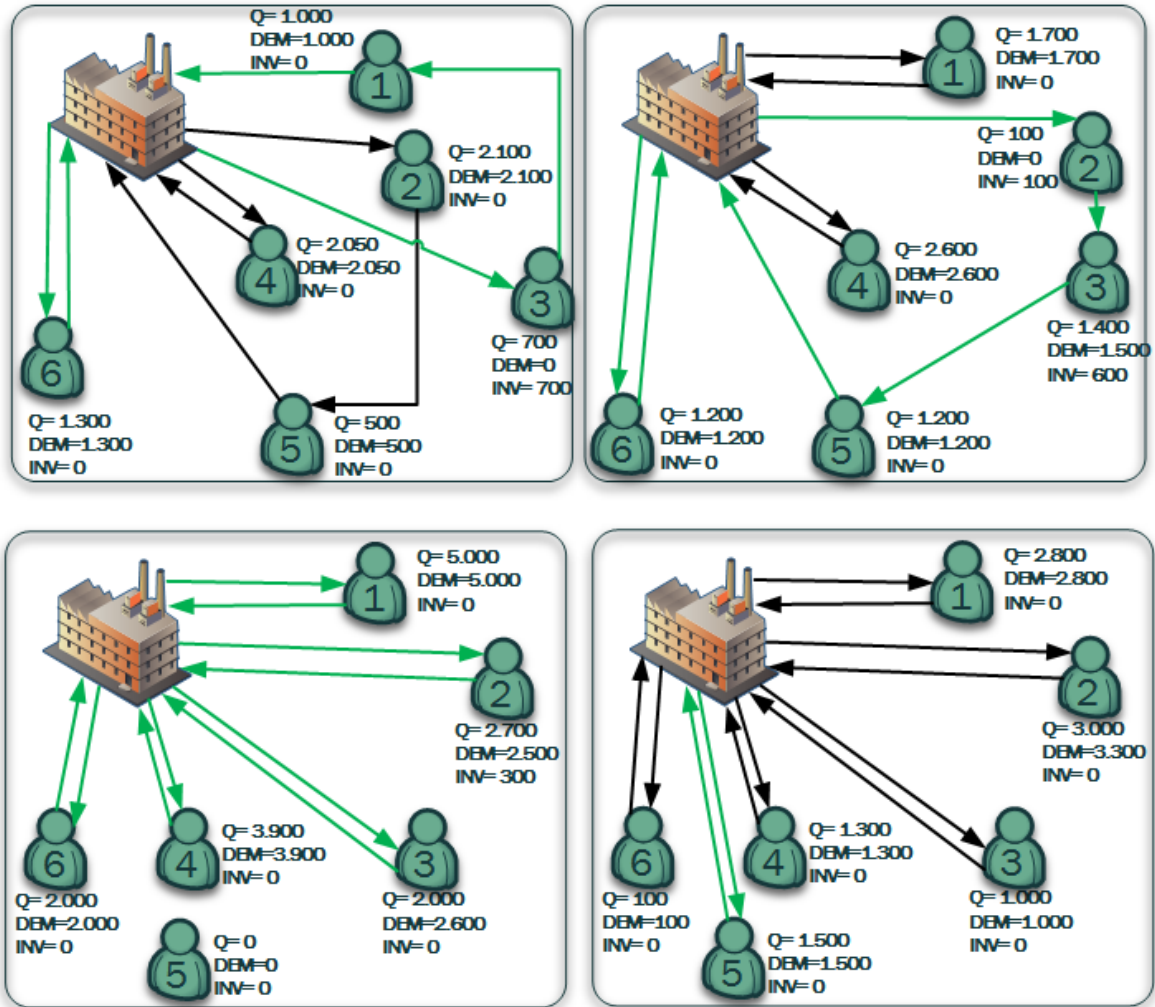
- Instancia 1- 4nCM1b: El costo total obtenido para colonia de hormigas, evaluando 4 clientes y costos de mantener inventarios bajos, fue de \$336.777 en la última de las repeticiones realizadas. En la figura 33, se puede observar que las rutas, cantidades programadas, e inventarios generados cumplen con todas las restricciones planteadas inicialmente en el modelo matemático para el problema de ruteo e inventarios (IRP). En el Anexo O, se pueden observar los resultados descargados de la interfaz para la instancia 1 evaluada con colonia de hormigas.

Figura 33. Grafo del resultado de la Instancia 1(4nCM1b), ACO



- Instancia 2- 6nCM1b: El costo total obtenido para colonia de hormigas, evaluando 6 clientes y costos de mantener inventarios bajos, fue de \$415.875 en la última de las repeticiones realizadas. En la figura 34, se puede observar que las rutas, cantidades programadas, e inventarios generados cumplen con todas las restricciones planteadas inicialmente en el modelo matemático para el problema de ruteo e inventarios (IRP). En el Anexo P, se pueden observar los resultados descargados de la interfaz para la instancia 2 evaluada con colonia de hormigas.

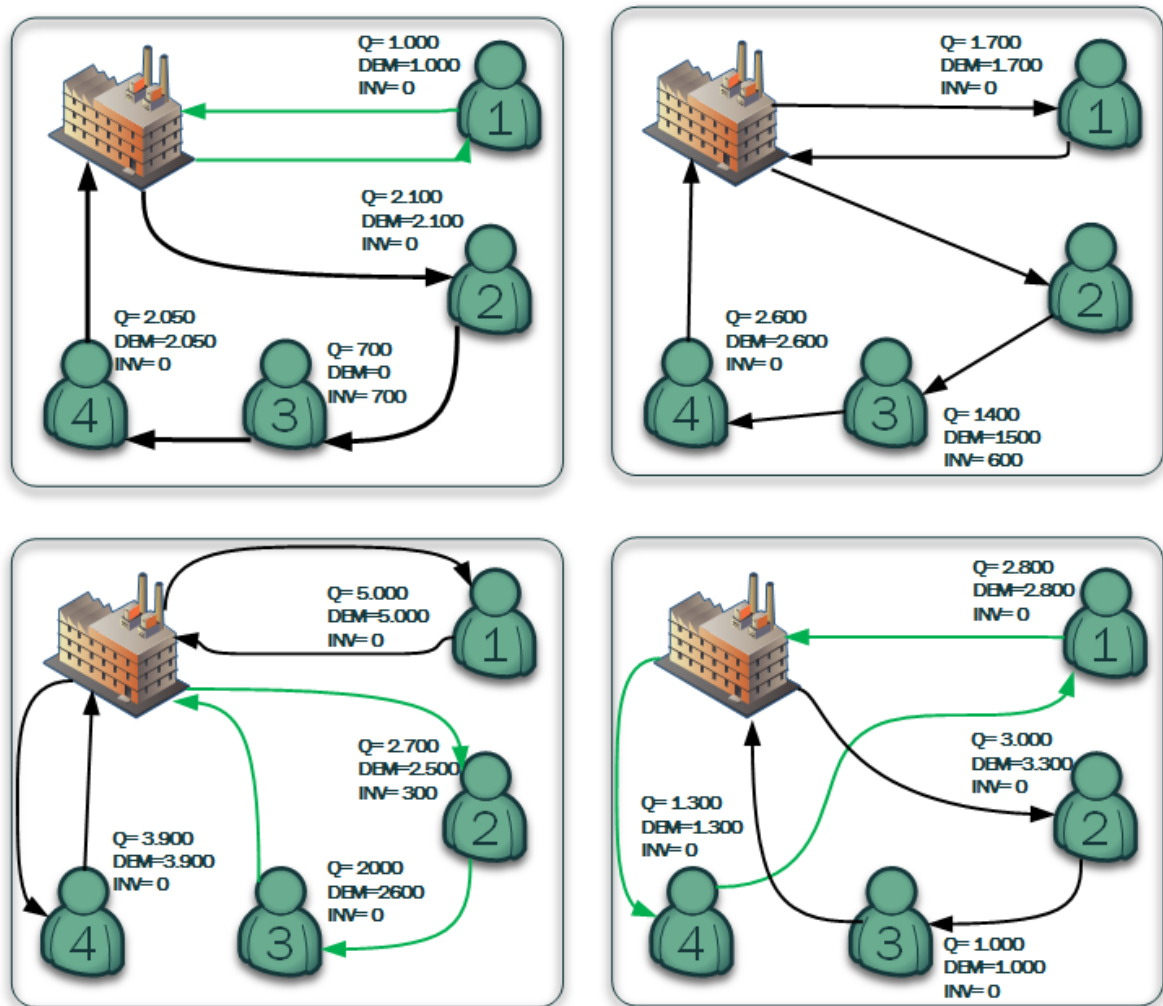
Figura 34. Grafo del resultado de la Instancia 2 (6nCM1b), ACO



8.3. ALGORITMOS GENÉTICOS

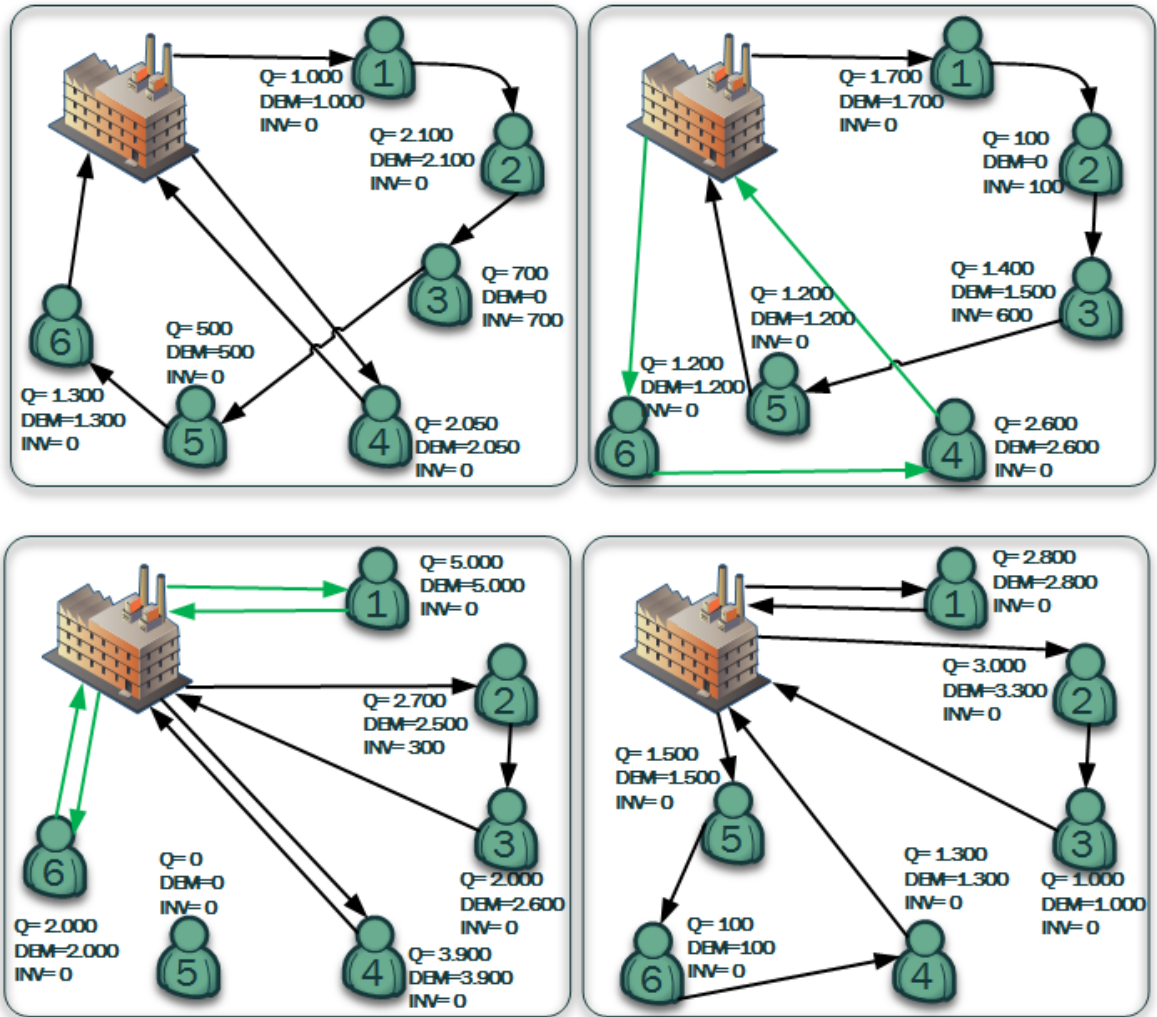
- Instancia 1- 4nCM1b: El costo total obtenido para algoritmos genéticos, evaluando 4 clientes y costos de mantener inventarios bajos, fue de \$335.687 en la última de las repeticiones realizadas. En la figura 35, se puede observar que las rutas, cantidades programadas, e inventarios generados cumplen con todas las restricciones planteadas inicialmente en el modelo matemático para el problema de ruteo e inventarios (IRP). Ver Anexo Q para resultados descargados de la interfaz.

Figura 35. Grafo del resultado de la Instancia 1(4nCM1b), GA



- Instancia 2- 6nCM1b: El costo total obtenido para algoritmos genéticos, evaluando 4 clientes y costos de mantener inventarios bajos, fue de \$414.237 en la última de las repeticiones realizadas. En la figura 36, se puede observar que las rutas, cantidades programadas, e inventarios generados cumplen con todas las restricciones planteadas inicialmente en el modelo matemático para el problema de ruteo e inventarios (IRP). Ver Anexo R para resultados descargados de la interfaz.

Figura 36. Grafo del resultado de la Instancia 2 (6nCM1b), GA



9. COMPARACIÓN DE RESULTADOS

Para llevar a cabo la comparación de los resultados, se realizaron 5 réplicas, sobre cada una de las instancias, aplicándolas a las 3 metaheurísticas, con el fin de tener en cuenta más de una solución y poder identificar un comportamiento o tendencia sobre los resultados.

9.1. ANÁLISIS DE CADA INSTANCIA

Tabla 9. Resultados, comparación Instancia 1 (4nCMlb)

N° Replica	Algoritmos Genéticos		Enjambre de Partículas		Colonia de Hormigas (ACO)	
	Costo (\$)	Tiempo Seg	Costo (\$)	Tiempo Seg	Costo (\$)	Tiempo Seg
1	335.707	0,88201	335.787	2,06287	336.617	0,56137
2	335.677	1,19998	335.707	1,75570	336.497	0,57272
3	335.797	0,70825	335.707	1,68415	336.377	0,53889
4	335.677	0,80710	335.707	1,70770	336.597	0,53706
5	335.687	0,80790	335.767	1,76125	336.777	0,54301
Prom.	335.707	0,88105	335.733	1,79433	336.573	0,55061
Mínimo	335.677	0,70825	335.707	1,68415	336.377	0,53706
% Mínimo	0		0,0089%		0,2085%	
% Máximo	0,0357%		0,0328%		0,3277%	

De acuerdo a los datos mostrados en la tabla anterior, se puede observar que la metaheurística que obtuvo el mejor costo fue algoritmos genéticos, correspondiente a \$335.677, con una frecuencia de 2 repeticiones durante 5 réplicas. Además, es importante destacar que fue el único algoritmo de los tres que logró este resultado y también que el mayor costo arrojado por la misma, obtuvo un porcentaje de error de 0,04%, lo cual indica que todos los resultados arrojados por esta metaheurística fueron muy cercanos al mejor.

En cuanto al tiempo de procesamiento de datos, el algoritmo más rápido fue colonia de hormigas, con un tiempo promedio de 0,55 segundos, lo que representa un 37,5% menos que algoritmos genéticos y un 69,27% más rápido que enjambre de partículas. Sin embargo, el costo total fue 0,25% más alto que algoritmos genéticos. Lo que ubica a colonia de hormigas, como el algoritmo con los costos más altos de las 3 metaheurísticas.

Tabla 10. Resultados, comparación Instancia 2 (6nCMlb)

N° Replica	Algoritmos Genéticos (GA)		Enjambre de Partículas (PSO)		Colonia de Hormigas (ACO)	
	Costo	Tiempo	Costo	Tiempo	Costo	Tiempo
1	\$ 414.232	1,22377	\$ 414.227	1,86309	\$415.767	0,82466
2	\$ 414.231	1,00262	\$ 414.199	1,81682	\$415.712	0,83534
3	\$ 414.181	0,82548	\$ 414.188	1,74424	\$416.262	0,82712
4	\$ 414.132	0,55560	\$ 414.252	1,80817	\$415.877	0,82396
5	\$ 414.237	0,62257	\$ 414.209	1,74649	\$415.875	0,82663
Promedio	\$ 414.205	0,84601	\$ 414.205	1,79576	\$415.897	0,82754
Mínimo	\$ 414.132	0,55560	\$ 414.199	1,74424	\$ 415.712	0,82396
% Mínimo	0%		0,00628%		0,38152%	
% Máximo	0,02777%		0,02898%		0,51433%	

Para la segunda instancia, se observa el mismo orden de las 3 metaheurísticas. En cuanto a costos, algoritmos genéticos es la mejor, enjambre de partículas la segunda y colonia de hormigas la última. En cuanto a tiempos, colonia de hormigas encabeza la lista, precedida de algoritmos genéticos y finalmente enjambre de partículas.

Tabla 11. Resultados, comparación Instancia 3 (8nCMlb)

N° Replica	Algoritmos Genéticos (GA)		Enjambre de Partículas (PSO)		Colonia de Hormigas (ACO)	
	Costo	Tiempo (Seg)	Costo	Tiempo (Seg)	Costo	Tiempo (Seg)
1	\$ 487.490	0,66476	\$ 487.339	1,95084	\$ 489.504	1,19308
2	\$ 487.656	1,10748	\$ 487.312	1,93319	\$ 489.574	1,18710
3	\$ 487.328	1,24551	\$ 487.450	1,86999	\$ 489.524	1,18998
4	\$ 487.553	0,75915	\$ 487.341	1,87064	\$ 489.692	1,18804
5	\$ 487.482	1,13457	\$ 487.385	1,92480	\$ 489.981	1,19764
Promedio	\$ 487.502	0,98230	\$ 487.365	1,90989	\$ 489.655	1,19117
Mínimo	\$ 487.328	0,66476	\$ 487.312	1,86999	\$ 489.504	1,18710
% Mínimo	0,00328%		0%		0,44981%	
% Máximo	0,07059%		0,02832%		0,54770%	

Para la instancia correspondiente a 8 clientes, se observa una variación en el ranking de las metaheurísticas, debido a que se empieza a observar un incremento de 17,65% en el tiempo de colonia de hormigas por encima de algoritmos genéticos y se observa a su vez como enjambre de partículas supera a algoritmos genéticos logrando un menor costo.

Tabla 12. Resultados, comparación Instancia 4 (10nCMlb)

N° Replica	Algoritmos Genéticos (GA)		Enjambre de Partículas (PSO)		Colonia de Hormigas (ACO)	
	Costo	Tiempo	Costo	Tiempo	Costo	Tiempo
1	\$ 539.170	1,30740	\$ 539.342	3,15208	\$ 543.684	1,64409
2	\$ 539.404	0,74824	\$ 539.448	1,85736	\$ 542.924	1,63727
3	\$ 539.462	0,85285	\$ 539.436	1,86071	\$ 542.944	1,64363
4	\$ 539.434	1,20230	\$ 539.368	1,91704	\$ 543.929	1,64078
5	\$ 539.455	1,16398	\$ 539.315	2,29862	\$ 542.944	1,64822
Promedio	\$ 539.385	1,05495	\$ 539.382	2,21716	\$ 543.285	1,64280
Mínimo	\$ 539.170	0,74824	\$ 539.315	1,85736	\$ 542.924	1,63727
% Mínimo	0%		0,02689%		0,69626%	
% Máximo	0,05416%		0,05156%		0,88265%	

En la tabla anterior, se evidencia que para n=10 clientes colonia de hormigas, no es la que tiene el tiempo de procesamiento más rápido, si no algoritmos genéticos, observándose el indicio de una tendencia que a mayor número de clientes, colonia de hormigas podría incrementar significativamente su tiempo de cálculo de datos. Sin embargo, se mantiene arrojando los costos más altos.

Después de aumentar significativamente el número de clientes, a 20 y luego a 100, se puede observar en las tablas 13 y 14, un patrón generado en los algoritmos cuando se aumentan los datos y corresponde a posicionar a enjambre de partículas como la mejor metaheurística cuando se trata de valores altos en las dimensiones del problema y a colonia de hormigas como la metaheurística que más tarda en encontrar una solución factible para el IRP, a pesar de que sus resultados sean buenos, con un porcentaje de error de tan solo 0,13% con respecto al menor logrado por enjambre de partículas.

Adicionalmente, se generaron resultados para instancias de la 7 a la 12, con costos de mantener inventario alto. Debido a que dichos costos se aumentan de una forma proporcional a los valores bajos, es decir se usan costos 10 veces más altos, pero que mantienen la misma relación entre ellos; se observa el mismo comportamiento y resultados promedios en tiempos, que los costos de mantener inventarios bajos, por lo cual se puede afirmar, que la variación de dichos costos, no es un factor significativo a tener en cuenta en la programación o durante el procesamiento de datos. La única influencia es el aumento de los costos totales obteniendo resultados 10 veces más altos que los anteriores.

Debido a que el análisis de cada instancia faltante, será muy similar al ya realizado anteriormente, se decide adjuntar dichas tablas en el Anexo S.

Tabla 13. Resultados, comparación Instancia 5 (20nCMlb)

N° Replica	Algoritmos Genéticos (GA)		Enjambre de Partículas (PSO)		Colonia de Hormigas (ACO)	
	Costo	Tiempo	Costo	Tiempo	Costo	Tiempo
1	\$ 921.396	1,08320	\$ 921.216	2,21664	\$ 928.237	5,85134
2	\$ 921.069	0,94518	\$ 920.774	4,01784	\$ 927.313	5,84866
3	\$ 921.329	1,02161	\$ 921.087	5,33352	\$ 926.183	5,90097
4	\$ 921.491	1,15773	\$ 921.202	2,26145	\$ 927.999	5,82136
5	\$ 920.970	1,43513	\$ 921.211	2,56403	\$ 927.665	5,89242
Promedio	\$ 921.251	1,12857	\$ 921.098	3,27870	\$ 927.479	5,86295
Mínimo	\$ 920.970	0,94518	\$ 920.774	2,21664	\$ 926.183	5,82136
% Mínimo	0,02129%		0%		0,58744%	
% Máximo	0,07787%		0,04800%		0,81051%	

Tabla 14. Resultados, comparación Instancia 6 (100nCMlb)

N° Replica	Algoritmos Genéticos (GA)		Enjambre de Partículas (PSO)		Colonia de Hormigas (ACO)	
	Costo	Tiempo (Seg)	Costo	Tiempo (Seg)	Costo	Tiempo (Seg)
1	5.913.587	2,08786	5.913.056	5,43913	5.922.669	447,84993
2	5.913.324	2,42702	5.913.067	5,67178	5.921.942	453,15798
3	5.913.278	2,66461	5.913.506	5,13190	5.921.005	453,75198
4	5.913.311	3,31040	5.913.122	8,14258	5.922.787	454,42558
5	5.913.306	2,73424	5.912.917	5,90307	5.924.699	457,98604
Promedio	5.913.362	2,64483	5.913.134	6,05769	5.922.621	453,43430
Mínimo	5.913.278	2,08786	5.912.917	5,13190	5.921.005	447,84993
% Mínimo	0,00611%		0%		0	
% Máximo	0,01133%		0,00996%		0,19926%	

9.2. ANÁLISIS CONSOLIDADO INCLUYENDO BUSQUEDA TABÚ

Tabla 15. Resultados consolidados incluyendo búsqueda tabú

Instancias		Algoritmos Genéticos (GA)		Enjambre de Partículas (PSO)		Colonia de Hormigas (ACO)		Búsqueda Tabú (TS)	
		Costo	Tiempo (Seg)	Costo	Tiempo (Seg)	Costo	Tiempo (Seg)	Costo	Tiempo (Seg)
1	4nCMlb	\$ 335.677	0,8071	\$ 335.707	1,68415	\$ 336.377	0,53889	\$ 335.717	0,279
2	6nCMlb	\$ 414.132	0,5556	\$ 414.158	1,74649	\$ 415.712	0,83534	\$414.263	0,423
3	8nCMlb	\$ 486.851	1,04028	\$ 486.931	2,40741	\$ 488.922	1,19308	\$ 486.897,	0,951
4	10nCMlb	\$ 538.929	1,10786	\$ 538.864	2,29862	\$ 542.170	1,65006	\$ 538.633	1,088
5	20nCMlb	\$ 920.970	1,43513	\$ 920.774	4,01784	\$ 926.183	5,90097	\$ 919.765,	2,06
6	100nCMlb	\$ 5.913.278	2,66461	\$ 5.912.917	5,90307	\$5.921.005	453,75198	\$5.904.765	24,166
7	4nCMla	\$3.337.210	0,73756	\$3.337.210	1,78357	\$3.337.520	0,56928	\$3.353.750	0,267
8	6nCMla	\$4.140.172	0,48927	\$4.140.131	1,69384	\$4.141.925	0,82519	\$4.144.390	0,477
9	8nCMla	\$4.843.041	0,63886	\$4.842.922	1,88644	\$4.868.487	1,18582	\$4.857.250	0,972
10	10nCMla	\$5.360.539	1,28231	\$5.360.510	1,98141	\$5.363.590	1,66145	\$5.378.490	1,11
11	20nCMla	\$9.153.131	1,20556	\$9.153.216	2,1655	\$9.158.123	5,97435	\$9.159.960	2,082
12	100nCMla	\$58.838.907	2,67574	\$58.838.493	5,15577	\$58.845.982	446,61223	\$58.775.400	28.046

La anterior tabla muestra los resultados que se alcanzaron en las tres metaheurísticas desarrolladas en la presente investigación, junto con las respuestas del algoritmo Búsqueda Tabú para cada una de las instancias tomadas en consideración.

A partir del comportamiento observado se puede afirmar que los cuatro métodos usados trabajaron de forma similar, y se adaptaron coherentemente al modelo IRP propuesto. En relación a la comparación de resultados, se observa que en general Algoritmos genéticos tuvo un mejor desempeño, puesto que fue el algoritmo que lidero en costos en 5 de las 12 instancias, ganando así cerca del 42% de los escenarios, seguido por Búsqueda tabú con 33% y Enjambre de partículas con 25%. Por otra parte, comparando el tiempo requerido por los algoritmos, Búsqueda tabú presento mejores resultados en el 58% de las instancias, seguido por Algoritmos genéticos con el 42%.

Tabla 16. Diferencia porcentual sobre el mínimo costo.

Instancias		Costos %			
		Algoritmo Genetico	Enjambre de Particulas	Colonia de Hormigas	Busqueda Tabú
1	4nCMlb	\$ 335.677	0,00894	0,20853	0,01192
2	6nCMlb	\$ 414.132	0,00628	0,38152	0,03163
3	8nCMlb	\$ 486.851	0,01643	0,42539	0,00945
4	10nCMlb	0,05495	0,04289	0,65666	\$ 538.633
5	20nCMlb	0,13101	0,10970	0,69779	\$ 919.765
6	100nCMlb	0,14417	0,13806	0,27503	\$ 5.904.765
7	4nCMla	\$ 3.337.210	0	0,00929	0,49562
8	6nCMla	0,00099	\$ 4.140.131	0,04333	0,10188
9	8nCMla	0,00246	\$ 4.842.922	0,52788	0,29340
10	10nCMla	0,00054	\$ 5.360.510	0,05746	0,33487
11	20nCMla	9153131	0,00093	0,05454	0,07461
12	100nCMla	0,10805	0,10735	0,12009	\$ 58.775.400,0

Finalmente, en la tabla 16 se muestra la diferencia porcentual existente entre la mejor respuesta encontrada y las demás metaheurísticas. Esta tabla permite afirmar que, si bien existe un ganador para cada escenario, aquellos algoritmos perdedores están muy cerca de la mejor solución, con lo cual, en cuanto a costos se refiere, la implementación de cualquiera de las metaheurísticas para el caso de estudio es una buena alternativa, pues los valores porcentuales evidencian valores por debajo de 0,6% de diferencia, siendo este el porcentaje que representa mayor distancia entre los valores.

10. ARTÍCULO PUBLICABLE

Para cumplir con el último objetivo específico, se pasó la propuesta de inclusión del presente tema de investigación, al “III Congreso Internacional de Industria y Organizaciones 2016 (CIIO), con el fin de realizar una ponencia. Una vez aprobado el tema de investigación, se envió el artículo requerido con posibilidad de publicación (ver ANEXO A), con las normas establecidas por los directores del evento.

11. CONCLUSIONES

- De acuerdo a los resultados obtenidos en cada uno de los tres algoritmos, y su comparación frente a otros métodos en las diferentes instancias analizadas, se puede afirmar que las metaheurísticas Algoritmos Genéticos (GA), Colonia de Hormigas (ACO) y Enjambre de partículas (PSO) pueden ser implementadas eficientemente para buscar soluciones factibles al problema de ruteo e inventarios clásico.
- Teniendo en cuenta las 12 instancias que se tomaron para el estudio, se puede afirmar que es mayor el rendimiento de las metaheurísticas Algoritmos genéticos y Enjambre de partículas sobre lo mostrado por Colonia de hormigas. Esto, teniendo en cuenta que la metaheurística Algoritmos genéticos presento mejores costos para seis instancias, y Enjambre de partículas fue superior para los restantes seis escenarios.
- Con base en el comportamiento de las respuestas generadas por las metaheurísticas, se evidencia como Algoritmos genéticos presenta una mayor eficacia, especialmente cuando se usa un número reducido de clientes. En caso contrario, si el número de clientes aumenta, Enjambre de partículas comienza a mejorar su desempeño en relación con algoritmos genéticos.
- Comparando los algoritmos propuestos en esta investigación, y la metaheurística Búsqueda Tabú tomada del estudio hecho previamente, se observa como Algoritmos genéticos posee los costos más bajos en el 42% de las instancias, seguido de Búsqueda tabú con 33% y Enjambre de partículas con 25%. Lo anterior permite concluir, que el desarrollo de Algoritmos Genéticos se adaptó mejor al modelo del problema de ruteo e inventario que se trabajó durando la investigación.

12.RECOMENDACIONES

- Para futuras investigaciones realizadas en el grupo de optimización de procesos administrativos y logísticos de la universidad industrial de Santander, se sugiere seguir explorando e integrando en un solo modelo cada uno de los problemas que componen la optimización de procesos logísticos, estableciendo como el siguiente paso, la investigación del LIRP o Location inventory routing problem.
- Para los investigadores que deseen comprender más a fondo el comportamiento de cada metaheurística aplicada al problema de ruteo de inventarios, se recomienda cambiar iterativamente los parámetros preestablecidos en cada algoritmo desde la interfaz, por medio del pushbutton editar, y de esta forma descubrir el comportamiento que presenta cada una de ellas.
- Para permitir una mayor flexibilidad de las instancias iniciales y lograr que se adapten en mayor proporción a una aplicación real, se recomienda ampliar el número de vehículos de entrada posibles en la programación de futuras investigaciones, así como establecer entre ellos, diferentes valores de capacidad máxima. Debido a que en el modelo matemático establecido por la investigación previa, se fija una capacidad homogénea entre los vehículos, y ya que en dicho caso, el aumento de unidades no varía los resultados, no se consideró un parámetro variable en el presente proyecto.

BIBLIOGRAFÍA

- ALFA CONSULTING. Logística integral. En: Logistalfa. [en línea]. Barcelona: ASPID ASD. s.f. [Consultado 8 Dic 2015]. Disponible en: <<http://www.logistalfa.com/index.php/serveis/logistica-integral/>>
- ACOSTA, Francia y OSORIO, Daniela. Un método evolutivo de colonia de hormigas para la solución del problema de ruteo de vehículos con demandas estocásticas. Bucaramanga, 2013, 147 p. Trabajo de grado (Ingeniería industrial). Universidad Industrial de Santander. Facultad de ingenierías Físico-mecánicas. Escuela de Estudios industriales y empresariales.
- ÁLVAREZ, Román. Una solución para el problema de ruteo de vehículos con demanda difusa mediante la meta-heurística de enjambre de partículas. En: Universidad Industrial de Santander [En línea]. (2015). [Consultado 3 Dic. 2015]
- ANAYA TEJERO, Julio Juan y POLANCO MARTIN, Sonia. Innovación y mejora de procesos logísticos: análisis, diagnóstico e implementación de sistemas logísticos. Madrid: Esic , 2005. 23 p.
- ANAYA TEJERO, Julio Juan. Logística integral: la gestión operativa de la empresa. 3ed. Madrid: ESIC, 2007. p. 22-25.
- ARANGO, Martín; ZAPATA, Julián y JAIMES, Wilson. Aplicación del modelo de inventario manejado por el vendedor en una empresa del sector alimentario colombiano. En: Scientific electronic library online Colombia. [Base de datos en línea]. Antioquia: Revista EIA, Julio 2011. [Consultado 25 nov. 2015]. Disponible en < http://www.scielo.org.co/scielo.php?pid=S1794-12372011000100003&script=sci_arttext >

- BARRAGAN, Elsa y ROMERO, Leidy. Estudio y desarrollo de un modelo matemático para el problema de inventario y ruteo (IRP). Bucaramanga, 2015, 121 p. Trabajo de Investigación (Ingeniería Industrial). Universidad Industrial de Santander. Escuela de estudios industriales y empresariales
- BLUM, Christian y ROLI, Andrea. Metaheuristics in combinatorial optimization : Overview and Conceptual Comparison. En : ACM Computing Surveys (CSUR). [en línea]. Vol. 35, No. 3 (2003). [Consultado 8 Dic. 2015]. Disponible en <<http://kursinfo.himolde.no/forskningsgrupper/optimering/phdkurs/Metaheuristics%20in%20Combinatorial%20Optimization.pdf>>
- CAMPBELL, Melissa; SAVELSBERGH, Martin. A decomposition approach for the Inventory-Routing. En: Problem. Transportation. [En línea]. Vol. 38, No. 4 (2004). [Consultado 25 Nov. 2015]. Disponible en <<http://search.proquest.com/docview/203514240?accountid=29068>>
- CAÑADA, Yepes. Diseño de itinerarios para el reparto de gases embotellados mediante una flota heterogénea de camiones. Barcelona, (2014); 89 p. Para obtener el título de ingeniero Industrial. Universidad politécnica de Cataluña. Departamento de organización de empresas.
- COELHO, Leandro, CORDEAU, Jean-François y LAPORTE, Gilbert. Thirty Years of Inventory-RoutingIRP. En: Transportation Science [En línea]. Vol. 48, N° 1, 2013; p. 1-19. [Consultado 20 Dic 2015]. Disponible en <<http://pubsonline.informs.org/doi/abs/10.1287/trsc.2013.0472>>
- COLOMBIA. DEPARTAMENTO NACIONAL DE PLANEACIÓN. Bases del plan de desarrollo nacional 2014-2018 [base de datos en línea]. [Consultado 25 Nov. 2015]. 872 p. Disponible en < <https://www.dnp.gov.co/Plan-Nacional-de-Desarrollo/Paginas/Que-es-el-Plan-Nacional-de-Desarrollo.aspx> >

- FEDERGRUEN, Awi y ZIPKIN, Paul. A combined vehicle routing and inventory allocation problem. Citado por: SALTOS, Ramiro y ACEVES, Ricardo. Aplicación de la Metaheurística Búsqueda de la Armonía para Resolver el Problema de Ruteo de Vehículos con Inventarios. En: Revista Tecnológica ESPOL. [en línea]. Vol. 25, No. 2 (2012); [Consultado 25Nov .2015]. Disponible en <<http://www.rte.espol.edu.ec/index.php/tecnologica/article/viewFile/121/64>>.
- FRANCO, José. un algoritmo basado en la optimización por enjambre de partículas para el problema de asignación axial 3-dimensional. Baja California sur, 2011, 84 p. Para optar el grado de maestro en sistemas computacionales. Instituto Tecnológico de la Paz. División de estudios de posgrado e investigación maestría en sistemas computacionales.
- FRED, Glover. Future paths for integer programming and links to artificial intelligence. En: Computers & Operations Research. [En línea]. Vol.13, No. 5, (1986). [Consultado 25 Nov. 2015]. Disponible en <<http://leedsfaculty.colorado.edu/glover/TS%20%20Future%20Paths%20for%20Integer%20Programming.pdf>>
- GAGLIARDI, E.; LEGUIZAMÓN, M.; TARANILLA, M. y HERNÁNDEZ, G. Algoritmos aco aplicados a problemas geométricos de optimización. En: XIII Encuentros de Geometría Computacional. [En línea]. (2009). [consultado 28 Nov. 2015]. Disponible en <http://metodosestadisticos.unizar.es/~egc09/index_archivos/Trabajos/gregorio.pdf>
- GUTIÉRREZ, Valentina y VIDAL, Carlos Julio. Modelos de Gestión de Inventarios en Cadenas de Abastecimiento: Revisión de la Literatura. En: Revista

Facultad de Ingeniería. [En línea]. N° 43. 2008; p. 134-149. [Consultado 15 Dic 2015]. Disponible en <Base de datos Universidad de Antioquia>

- HERNANDEZ SAMPIERI, Roberto., et. al. Metodología de la investigación. 6ed. México : Mc Graw Hill, Interamericana editores, 2014. 600 p.
- HOLLAND, John. Adaptation in Natural and Artificial Systems: An Introductory Analysis with Applications to Biology, Control, and Artificial Intelligence. United kingdom: MIT press. 1992.
- HOLLAND, John. Algoritmos genéticos. En: Investigación y Ciencia. [En línea]. (1992). [consultado 28 Nov. 2015]. Disponible en <<http://www-mat.upc.es/algevol-pdf/inv-cien92.pdf> >
- JOURDAN, L, BASSEUR, M y TALBI, E. Hybridizing exact methods and metaheuristics: A taxonomy. En: European Journal of Operational Research. [En línea]. Vol 199, (2009); 620,629 p. [Consultado 8 Dic. 2015].Disponible en <<http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0377221708003597>>
- LIANG, Zhe; CHAOVALITWONGSE, Wanpracha & SHI, Leyuan. Supply Chain Management and Logistics: Innovative Strategies and Practical. London: CRC Press. s.f. 154 p.
- LIMA, Joaquín y BARÁN, Benjamín. Optimización de enjambre de partículas aplicada al problema del cajero viajante bi-objetivo. En: Revista Iberoamericana de Inteligencia Artificial. [En línea]. (2006). [consultado 28 Nov. 2015]. Disponible en <<http://polar.lsi.uned.es/revista/index.php/ia/article/viewFile/518%26lt%3B/502>>
- LOZANO, J. V, SÁEZ, J. M. La productividad de los autores nacionales de Rehabilitación: análisis bibliométrico de la revista Rehabilitación (Madr) en el

- período 1967-1995. En: Elsevier [En línea]. Vol. 33. Núm. 1. (1999). 5 p. [Consultado 20 Dic 2015]. Disponible en: <<http://www.elsevier.es/es-revista-rehabilitacion-120-articulo-la-productividad-los-autores-nacionales-13004892>>
- LÜER, Armin, BENAVENTE, Magdalena, BUSTOS, Jaime y VENEGAS, Barbara. El problema de rutas de vehículos: Extensiones y métodos de resolución, estado del arte. En: Workshop International. [En línea]. (2009); 8 p. [Consultado 10 Dic 2015]. Disponible en <https://www.researchgate.net/profile/Barbara_Venegas/publication/221419373_El_Problema_de_Rutas_de_Vehiculos_Extensiones_y_Mtodos_de_Resolucin_estado_del_Arte/links/54062db00cf2c48563b24957.pdf>
 - MUÑOZ RAZO, Carlos. Como elaborar y asesorar una investigación de tesis. 2ed. México : Pearson educación, 2011. P.89-123
 - PAU, Jordi y NAVASCUÉS, Ricardo. Manual de logística integral. España: Díaz de Santos, 1998. 846 p.
 - PEREIRA. Universidad tecnológica de Pereira. Base de datos grupo de desarrollo en investigación de operaciones. [base de datos en línea]. [consultado 28 Nov. 2015]. Disponible en <http://www.utp.edu.co/~aescobar/Cap4a11_Metah.pdf>
 - PEREIRA. Universidad tecnológica de Pereira. Base de datos grupo de desarrollo en investigación de operaciones. [base de datos en línea]. [Consultado 28 Nov. 2015]. Disponible en <http://www.utp.edu.co/~aescobar/Cap4a11_Metah.pdf>

- PEREZ KALIGARI, Eliseo. Ruteo de inventarios con ventanas de tiempo fuertes. En: Escuela Colombiana de Ingeniería Julio Garavito [En línea]. (2015). [Consultado 3 Dic. 2015]. Disponible en <<http://repositorio.escuelaing.edu.co/handle/001/300>>
- PRAWDA, Juan. Métodos y Modelos de Investigación de Operaciones, Volumen I, Modelos Determinísticos. Editorial Limusa.1989. p. 19-22
- ROBUSTÉ, Francesc. Logística del transporte. 1 ed. España. UPC: 2005, 84 p.
- TONCI, Caric y GOLD, Hrvoje. Vehicle Routing Problem. 1 ed. Vienna: In-teh, 2008. 142 p.