

Algoritmo para diseñar la configuración de arreglos de filtros para una arquitectura
compresiva de imágenes espectrales

Santiago Iván Gómez Meyer

Trabajo de Grado para optar al título de Ingeniero de Sistemas

Directora

Yuri Hercilia Mejía Melgarejo

Ph.D. (c) en Ingeniería Electrónica

Codirector

Henry Arguello

Ph.D. en Ingeniería Eléctrica

Universidad Industrial de Santander

Facultad de Ingenierías Fisicomecánicas

Escuela de Ingeniería de Sistemas

Bucaramanga

2018

Dedicatoria

A mis padres, por su apoyo incondicional durante esta etapa, por la formación personal que me brindaron. A mis hermanos por sus consejos y compañía, siendo grandes ejemplos a seguir. A María Lucía por la motivación para este logro. A mis compañeros Daniel Vega y Zaray Rey quienes me acompañaron en la formación profesional, compartiendo momentos y conocimientos. A mis familiares, amigos y todas las personas que siempre creyeron en mí. Este proyecto fue gracias a ustedes.

Agradecimientos

Gracias a Yuri Mejía, mi directora de proyecto, por su acompañamiento durante todo el trabajo de grado, por compartir sus conocimientos, por los tres años de tutoría en el grupo de investigación HDSP, por aclarar siempre mis dudas y por las horas dedicadas. A Henry Arguello, por darme la oportunidad de conocer el grupo HDSP, a mis profesores por sus enseñanzas.

Tabla de contenido

	Pág.
Introducción	12
1. Objetivos	14
1.1 Objetivo general	14
1.2 Objetivos específicos	14
2. Marco referencial	15
2.1 Imágenes espectrales	15
2.2 Filtros ópticos	16
2.3 Arreglo de filtros de color (CFA)	16
2.4 Arreglos de filtros espectrales (MSFA)	17
2.5 Muestreo compresivo	21
3. Método	24
3.1 Selección de base de datos	24
3.2 MSFA modelado como un sistema de muestreo compresivo	25
3.3 Selección de variables	28
3.4 Implementación del algoritmo	29
3.5 Análisis del algoritmo	30
4. Resultados	33
4.1 Análisis del algoritmo	33
4.2 Análisis de resultados	35

4.2.1 Experimento 1	36
4.2.2 Experimento 2	38
4.2.3 Experimento 3	39
4.2.4 Experimento 4	40
5. Conclusiones	42
Referencias Bibliográficas	44

Lista de tablas

<i>Tabla 1. Número de elementos de paso por banda, al aplicar el algoritmo propuesto.</i>	<i>34</i>
<i>Tabla 2. Valores promedio del criterio ANND al aplicar el algoritmo propuesto.....</i>	<i>35</i>
<i>Tabla 3. Resultados de reconstrucción usando imagen “Balloons”, “Beers”, “Face”, “Peppers”.....</i>	<i>37</i>
<i>Tabla 4. Resultados de reconstrucción variando el número de tomas en la imagen “Balloons”, “Beers”, “Face”, “Peppers”.....</i>	<i>38</i>
<i>Tabla 5. Resultados de reconstrucción variando el parámetro de optimización tau (τ) en “Balloons”, “Beers”, “Face”, “Peppers”.....</i>	<i>40</i>
<i>Tabla 6. Resultados de reconstrucción variando el porcentaje de cambios que realiza el algoritmo propuesto en “Balloons”, “Beers”, “Face” y “Peppers”.....</i>	<i>41</i>

Lista de figuras

<i>Figura 1.</i> Representación de una imagen espectral como cubo de datos.	15
<i>Figura 2.</i> Arreglos de filtros de color.	17
<i>Figura 3.</i> Ejemplos de arreglos de filtros espectrales de seis bandas.	18
<i>Figura 4.</i> Representación de la estimación de los valores desconocidos usando un filtro pasa bajas H.	19
<i>Figura 5.</i> Árbol binario.	20
<i>Figura 6.</i> Pasos del método de árbol binario.	20
<i>Figura 7.</i> Muestreo compresivo estándar.	23
<i>Figura 8.</i> Representación RGB de la base de datos seleccionada para los experimentos.	25
<i>Figura 9.</i> Fenómeno de detección de un sensor basado en MSFA.	27
<i>Figura 10.</i> MSFA aleatorio de seis bandas.	27
<i>Figura 11.</i> Pasos visuales realizados por el algoritmo.	33
<i>Figura 12.</i> Histograma de número de elementos de paso por banda.	34
<i>Figura 13.</i> Resultados gráficos del experimento 1.	37
<i>Figura 14.</i> Resultados gráficos del experimento 2.	39

Resumen en español

Título: Algoritmo para diseñar la configuración de arreglos de filtros para una arquitectura compresiva de imágenes espectrales.

Autor: Santiago Iván Gómez Meyer

Palabras clave: Arreglos de filtros espectrales, imágenes espectrales, bandas espectrales, elementos de paso, filtros ópticos, muestreo compresivo.

Descripción:

Las imágenes espectrales tienen importantes aplicaciones en campos como la agricultura, medicina, minería, entre otros. Los principales problemas que presenta la adquisición de estas imágenes están el alto costo computacional para almacenar gran cantidad de información y el costo económico por los equipos necesarios, como los sensores para captar cada una de las bandas espectrales. Para superar estas problemáticas algunos trabajos de la literatura han propuesto diseñar sistemas de muestreo compresivo para la adquisición y posterior recuperación de las imágenes espectrales. En este trabajo de grado se propone un algoritmo que diseña un arreglo de filtros espectrales (MSFA de su sigla en inglés), que hace parte de un sistema de muestreo compresivo basado en el uso de un único arreglo de sensores con filtros espectrales. El algoritmo propuesto se centra en la optimización de la correlación espacial y espectral del MSFA sin perder aleatoriedad, dando como resultado el diseño de un MSFA que logra mejorar la calidad de la reconstrucción de imágenes usando muestreo compresivo.

Los diseños realizados por el algoritmo propuesto son evaluados frente a arreglos de filtros espectrales tradicionales, la medida para la calidad de la reconstrucción de la imagen es la relación señal a ruido de pico (PSNR de su sigla en inglés), basado en la optimización del promedio de distancias mínimas entre vecinos (ANND de sus siglas en inglés) para los arreglos de filtros. Las pruebas se realizaron por medio de simulación de captura y reconstrucción de escena.

* Trabajo de grado

** Facultad de Ingenierías Físico-Mecánicas. Escuela de Ingeniería de Sistemas. Directora: Yuri Hercilia Mejía Melgarejo, Ph.D. (c) en Ingeniería Electrónica. Codirector: Henry Arguello Fuentes, Ph.D. en Ingeniería Eléctrica.

Abstract

Title: Algorithm to design the distribution of filters arrays for a compressive sensing spectral imaging architecture.

Author: Santiago Ivan Gomez Meyer

Keywords: Multispectral filter array, spectral images, spactral bands, light pass elements, optical filters, compressive sensing.

Description:

Spectral images have important applications in the areas of agriculture, medicine, mining, among others. The main existent problems in the acquisition of these images are the high computational cost to store a large amount of information and the economic cost of the necessary equipment, such as sensors to capture each of the spectral bands. To overcome these problems, state-of-the-art has proposed to design compressive sensing systems for the acquisition and subsequent recovery of the spectral images. In this work, we propose an algorithm that designs a MultiSpectral Filter Array (MSFA), which is part of a compressive sensing system that uses a single based-sensor array with MSFA. The proposed algorithm focuses on the optimization of spatial and spectral correlation of the MSFA preserving randomness, resulting in the design of an MSFA that manages to improve the quality of image reconstruction using compressive sensing.

The designs made by the proposed algorithm are evaluated against traditional MSFA designs, the measure for the quality of the reconstruction of the image is the Peak Signal-to-Noise Ratio (PSNR), based on the optimization of the Average Nearest-Neighbor Distance (ANND) for filter arrays. The tests were carried out by means of simulation of acquisition and reconstruction of the scenes.

* Bachelor Thesis.

** Facultad de Ingenierías Físico-Mecánicas. Escuela de Ingeniería de Sistemas. Directora: Yuri Hercilia Mejía Melgarejo, Ph.D. (c) en Ingeniería Electrónica. Codirector: Henry Arguello Fuentes, Ph.D. en Ingeniería Eléctrica.

Introducción

Actualmente, las imágenes espectrales tienen un amplio campo de aplicación, como en la minería (Montoya, 2015), agricultura (Díaz, 2015) y medicina (Mihuobi, Losson, Mathon, y Macaire, 2017), esto se debe a la información que aportan. El poder analizar bandas espectrales que se encuentran fuera del espectro visible ofrece datos que están ocultos para la visión humana. Uno de los principales problemas de las imágenes espectrales es su adquisición, que demanda tiempo en el escaneo espacial y espectral de la escena y altos costos. Por ejemplo, una arquitectura de cinco sensores para una cámara de cinco bandas puede llegar a costar cien veces más de lo que cuesta una cámara de color (RGB) con mejor resolución espacial (Aggarwal y Majumdar, 2014).

En las imágenes de color estos problemas se han solucionado usando un único sensor con arreglos de filtros de color. Esta arquitectura capta la escena dividiendo la imagen según el diseño del arreglo de filtros de color en las bandas de color (RGB), el resultado de la adquisición es una imagen con datos de las tres bandas, pero de manera incompleta, después se procede a hacer una interpolación cromática (*demosaiicing*) para completar los datos de la escena.

En busca de reducir el costo de adquisición de la escena en imágenes espectrales, se ha tomado el concepto de muestreo compresivo haciendo uso de arreglos de filtros espectrales (*MSFA* de su sigla en inglés), al extrapolar los conceptos de interpolación cromática a imágenes espectrales. Sin embargo, debido a la cantidad de bandas, la calidad de la reconstrucción se ve afectada, por lo cual no es factible emplear los mismos algoritmos de reconstrucción que en

RGB. Existen investigaciones relacionadas con el diseño de filtros espectrales de cuatro a seis bandas que tienen en cuenta información de las imágenes espectrales tales como correlación espectral, correlación espacial y probabilidad de aparición, buscando obtener reconstrucciones aceptables.

En el desarrollo de este proyecto se demostró que es factible modelar el problema de reconstrucción de imágenes espectrales usando MSFA como un problema de muestreo compresivo, además que diseñar la distribución de los elementos de paso en el MSFA permite obtener mejor calidad en la reconstrucción. Para ello, se estableció como función de costo la distancia promedio entre los elementos de paso vecinos (Average Nearest-Neighbor Distance - ANND de su sigla en inglés) y se implementó un algoritmo que cambia aleatoriamente las posiciones de los elementos de paso para aumentar dicha distancia promedio. El resultado del algoritmo son arreglos de filtros aleatorios con mayores distancias promedio entre los elementos de paso y capaz de generar mejores reconstrucciones comparadas con filtros aleatorios y con filtros de patrones tradicionales.

1. Objetivos

1.1 Objetivo general

Diseñar la configuración de arreglos de filtros para una arquitectura compresiva de imágenes espectrales con el fin de mejorar la calidad de las imágenes reconstruidas.

1.2 Objetivos específicos

1. Seleccionar las variables que permitan mejorar la reconstrucción de imágenes a partir de la configuración de los arreglos de filtros ópticos.
2. Implementar un algoritmo para el diseño de arreglos de filtros ópticos en un sistema compresivo de imágenes espectrales teniendo en cuenta las variables seleccionadas en el Objetivo específico 1.
3. Analizar la inclusión de restricciones físicas al diseño de los filtros tales como cantidad de filtros, bandas de paso, entre otros, al diseño ideal.
4. Analizar el rendimiento del algoritmo implementado a partir de la complejidad computacional.

2. Marco referencial

2.1 Imágenes espectrales

Las imágenes espectrales son conjuntos de imágenes bidimensionales que se adquieren en diferentes longitudes de onda. Específicamente, la versión discreta de una imagen espectral puede representarse como un cubo de datos (ver Figura 1) en el que dos dimensiones representan el espacio y una tercera dimensión las bandas espectrales (Shaw y Burke, 2003).

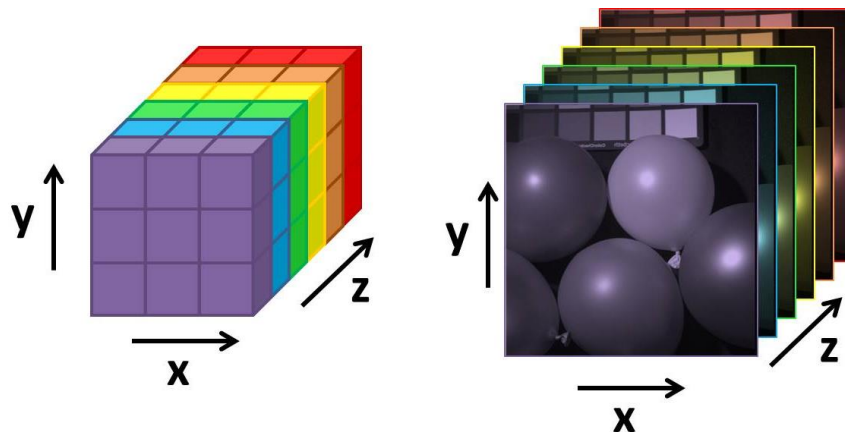


Figura 1. Representación de una imagen espectral como cubo de datos.

Nota: La discretización de la izquierda representa los píxeles en cada banda espectral, en donde cada cubo representa un píxel y el color representa la banda específica. Adaptado de (Ibraheem, 2015)

Las imágenes espectrales proveen mayor información que la de la visión humana, debido a que contienen bandas espectrales fuera del espectro visible, agregar algunas bandas espectrales adicionales a los canales de color rojo (R), verde (G) y azul (B) es útil en múltiples aplicaciones de diferentes campos de investigación, tales como medicina (Ewerlöf, Larsson, y Salerud, 2017). Agricultura [23], medio ambiente o minería (Constantin, Rehak, Akhtman, y Liebisch, 2015). Este trabajo de investigación se centra en imágenes espectrales de 6 bandas entre los 400 y los 700 nm con una resolución espectral de 60 nm.

2.2 Filtros ópticos

Los filtros ópticos permiten obtener la información de intensidad de bandas espectrales específicas, por ejemplo, si una cámara se acopla con un filtro verde (495-570nm) la información de intensidad de la escena captada por la cámara será únicamente la relacionada con la banda espectral del color verde. Los arreglos de filtros se componen de pequeños filtros ópticos comúnmente ordenados en un mosaico. Yang, Chung, Yang, y Lin (2013) Indican que las cámaras de color comerciales captan la intensidad de la escena mediante un arreglo de sensores de metal-óxido-semiconductor cubierto con un arreglo de filtros de color (CFA de su sigla en inglés) en el espectro visible, específicamente, rojo (R, 620-750nm), verde (G, 495-570nm) y azul (B, 450-495nm) (Hernandez, 2013).

Debido a que los arreglos de filtros permiten pasar únicamente la información de algunas bandas espectrales específicas, es necesario completar la información de las demás bandas, para esto, se requieren algoritmos de reconstrucción, que estiman los valores desconocidos de la escena a partir de los datos captados para lograr una aproximación de la escena real (Ye y Ma, 2015).

2.3 Arreglo de filtros de color (CFA)

Existen diversos diseños de CFA, entre los más conocidos se encuentra el mosaico de Bayer (Bayer, 1975), que se asemeja a un tablero de ajedrez, (ver Figura 2(a)), dependiendo del mosaico que se utilice se usan algoritmos de reconstrucción diferentes, algunos ejemplos son el filtro de Yamanaka (Yamanaka, 1977), filtro vertical, filtro diagonal, entre otros (ver Figura 2(b)-(j)) (Lukac y Plataniotis, 2005). En los CFA, el diseño del mosaico es uno de los aspectos más importantes, debido a que a partir de la información captada se estima la información de las

otras bandas espectrales faltantes (Parmar y Reeves, 2004). En las imágenes RGB el algoritmo de estimación se denomina de interpolación cromática (*demosaijing*).

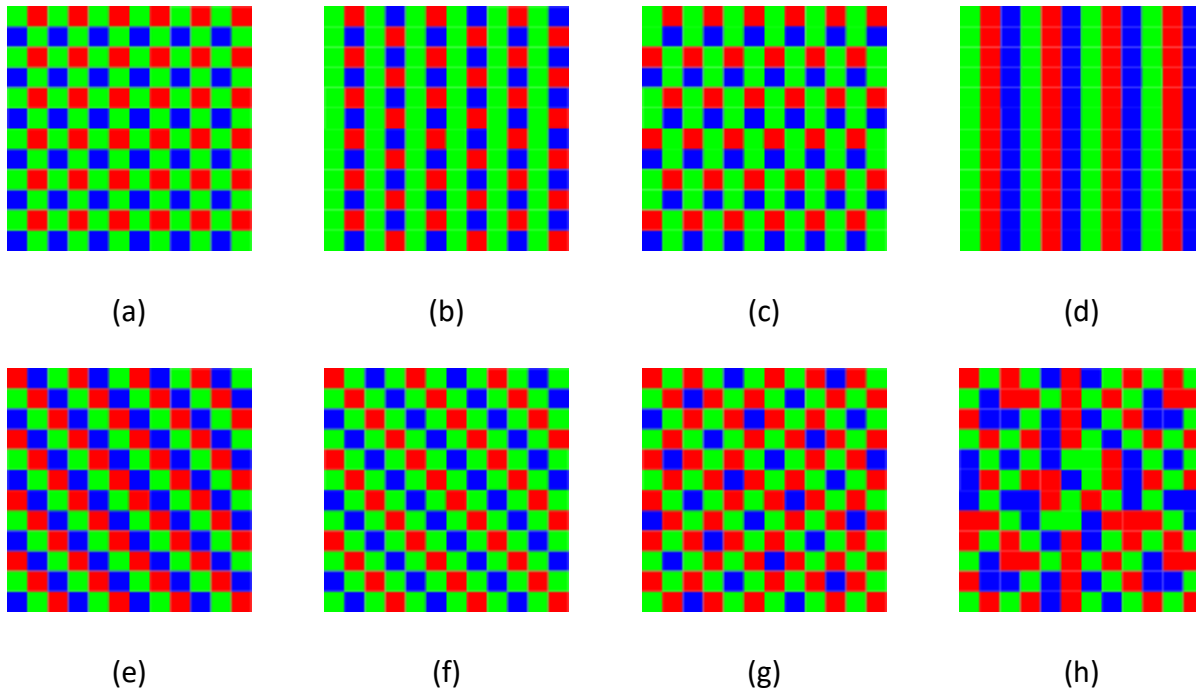


Figura 2. Arreglos de filtros de color.

Nota: (a) Filtro de Bayer, (b) Filtro de Yamanaka, (c) Filtro de Lukac y Plataniotis, (d) Filtro vertical, (e) Filtro diagonal, (f) Filtro modificado de Bayer, (g-h) Filtros pseudoaleatorios. Adaptado de: (Lukac y Plataniotis, 2005).

2.4 Arreglos de filtros espectrales (MSFA)

Al incrementar el número de bandas espectrales captadas en una escena, se aumenta también la información obtenida, de igual manera aumentan los costos de captura por la necesidad de un sensor extra por cada rango espectral. De la misma forma que en las imágenes RGB, se han implementado arreglos de filtros espectrales (MSFA de su sigla en inglés) con más de tres bandas espectrales. Sin embargo, la interpolación cromática aplicada en los CFA no es compatible con los MSFA debido al mayor número de bandas (Miao, Qi, Ramanath, y Snyder, 2006). Por lo tanto, se deben reconsiderar los principios de correlación espacial y espectral con respecto a la radiancia en los CFA. Primero, tener en cuenta más bandas implica una menor tasa

de muestreo espacial para cada una, lo que reduce la información sobre la correlación espacial entre los valores de los píxeles de una misma banda (ver Figura 3). Segundo, debido a que las imágenes espectrales usan bandas estrechas en las cuales sus centros están distribuidos por el dominio espectral, la correlación entre las bandas con longitudes de onda centrales cercanas es más fuerte que la correlación entre las que tienen longitudes de onda centrales distantes (Mihuobi et al. 2017).

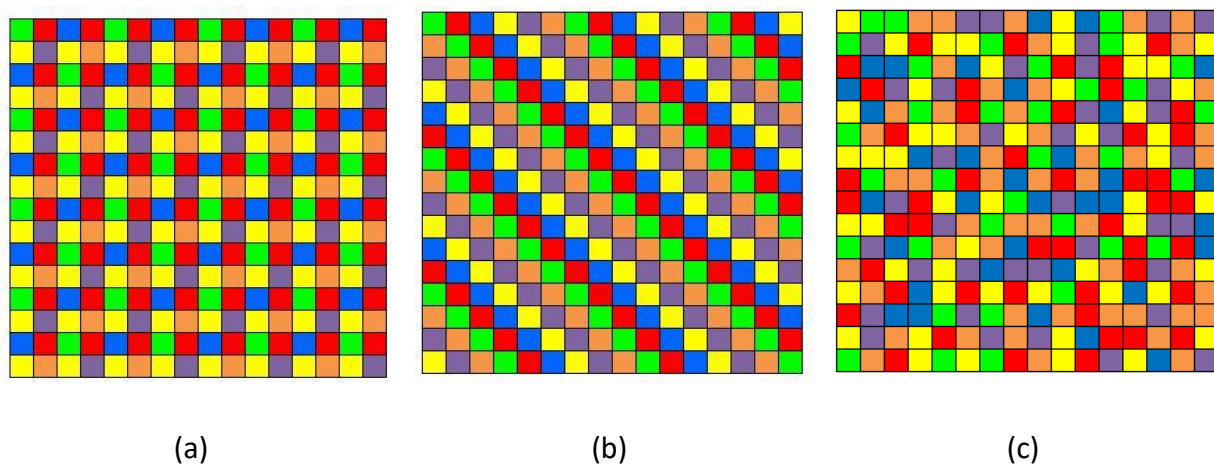


Figura 3. Ejemplos de arreglos de filtros espectrales de seis bandas.
Nota: (a) Filtro de Bayer adaptado a seis bandas. (b) Arreglo de filtros basado en diagonales de seis bandas. (c) Arreglo de filtros pseudoaleatorio de seis bandas. Adaptado de (Aggarwal y Majumdar, 2014).

El extrapolar los conceptos de CFA a MSFA resulta impráctico. Los CFA emplean 3 bandas espectrales dentro de la región del espectro visible, mientras que los MSFA usan más de 3 bandas dentro de un rango espectral más amplio. Además, la mayoría de los algoritmos de interpolación cromática para los CFA se basan en el mosaico de Bayer y están limitados a propiedades que existen únicamente en el dominio del color (Miao et al. 2006).

Entre los métodos de interpolación espectral para imágenes obtenidas usando MSFA uno de los esquemas más intuitivos para estimar los valores de cada pixel desconocido es la interpolación bilineal ponderada (Brauers y Aach, 2006). La cual se puede describir en dos pasos, primero se

debe extraer la información de cada banda de la imagen captada. El segundo paso es estimar los valores desconocidos en cada banda mediante una operación de convolución entre la matriz obtenida en el primer paso y un filtro pasa bajas normalizado (ver Figura 4). Este método solo aprovecha la correlación espacial (Mihuobi et al. 2017).

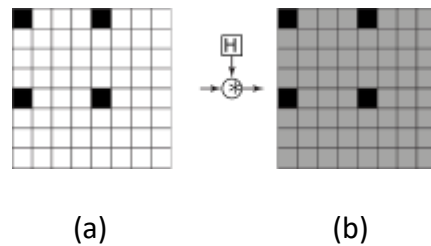


Figura 4. Representación de la estimación de los valores desconocidos usando un filtro pasa bajas H.

Nota: (a) Canal poco denso (valores diferentes de cero en negro), (b) canal completamente definido estimado mediante la interpolación bilineal ponderada (valores en gris estimados, en negro previamente conocidos). Adaptado de (Mihuobi et al. 2017).

A partir del método de interpolación bilineal ponderada, surgen otros métodos como el de diferencia espectral (Brauers y Aach, 2006). En el que además de hacer la interpolación, tienen en cuenta la correlación espectral, incluyendo dos pasos: el primero es encontrar la diferencia de canal poco denso (*sparse channel difference*) en cada banda entre el resultado de la interpolación bilineal y los datos iniciales extraídos de la imagen captada; el segundo es estimar nuevamente los valores agregando la diferencia calculada en el paso anterior (Mihuobi et al. 2017).

Uno de los mosaicos más usados es el que utiliza el filtro de Bayer para CFA, esta idea de mosaico fue adoptada para MSFA donde las probabilidades de aparición de las bandas siguen un árbol binario en el que se asignan dichas probabilidades (ver Figura 5). Miao et al (2006) proponen un esquema dividido en cuatro pasos en el caso de un MSFA de tamaño 4×4 , a diferencia de los métodos anteriores, el método basado en un árbol binario no calcula los valores

simultáneamente, los pixeles que va estimando los usa para encontrar los demás faltantes (ver Figura 6).

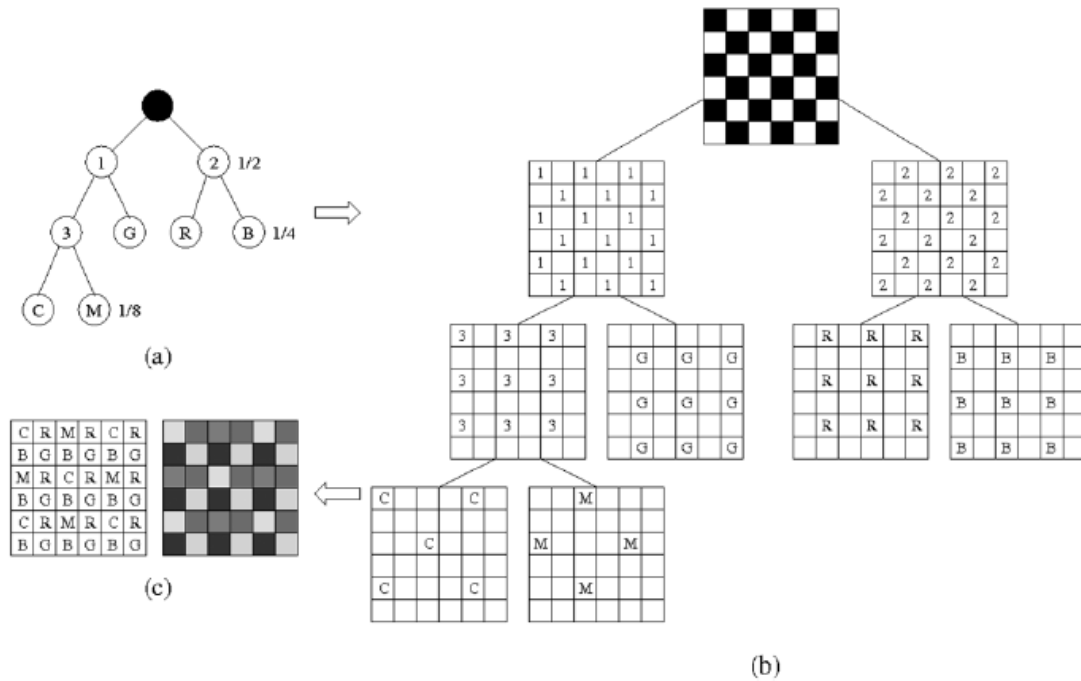


Figura 5. Árbol binario.

Nota: (a) Niveles en el árbol binario y probabilidades asignadas (b) división del mosaico teniendo en cuenta el árbol binario (c) representación en letras y colores del mosaico final. Adaptado de (Miao et al. 2006).

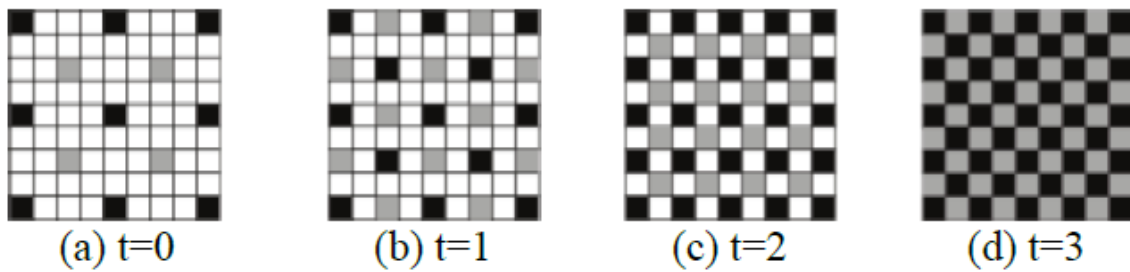


Figura 6. Pasos del método de árbol binario.

Nota: Donde t es el número de iteraciones para la estimación de valores desconocidos para un MSFA de tamaño 4×4 , valores estimados en color gris y los conocidos previamente en color negro. Adaptado de (Mihuobi et al. 2017).

2.5 Muestreo compresivo

El muestreo compresivo (CS de su sigla en inglés) es una teoría para adquirir y reconstruir una señal de manera eficiente mediante la búsqueda de la solución escasa a un sistema indeterminado de ecuaciones lineales (Qaisar, Bilal, Iqbal, Naureen, y Lee, 2013). A diferencia del proceso de adquisición de señales tradicional, la teoría de CS permite que las señales escasas o compresibles se puedan recuperar con una cantidad menor de datos que los requeridos por el muestreo tradicional de Nyquist. La teoría de CS se basa principalmente en dos condiciones: la escasez y la incoherencia de la matriz de medición (Candès y Wakin, 2008).

Se dice que una imagen es escasa si la mayoría de sus elementos están cerca o son iguales a cero. Asumiendo un proceso de medición lineal que calcula $M \ll N$ productos internos entre \mathbf{f} y una colección de vectores $\{\boldsymbol{\phi}_j\}_{j=1}^M$ como $y_i = \langle \mathbf{f}, \boldsymbol{\phi}_j \rangle$, entonces la adquisición se puede modelar como,

$$\mathbf{y} = \boldsymbol{\Phi} \mathbf{f}, \quad (1)$$

donde el conjunto de proyecciones y_i forman el vector \mathbf{y} de M elementos, $\boldsymbol{\Phi}$ es la matriz de medición con dimensiones $M \times N$, con filas $\boldsymbol{\phi}_j^T$, y \mathbf{f} es la señal original. Teniendo en cuenta la reconstrucción de \mathbf{f} a partir de \mathbf{y} , se sabe que existen infinitas soluciones para la ecuación (1), porque la dimensionalidad de \mathbf{y} es mucho menor que la de \mathbf{f} . En otras palabras, hay menos ecuaciones que incógnitas.

CS explota el principio de que la mayoría de las señales pueden expresarse en un dominio adecuado con muy pocos coeficientes significativos. La escasez es un requisito clave para la aplicación de la teoría de CS. Sin embargo, muchas de las señales de la naturaleza no son dispersas, pero se pueden volver dispersas adoptando una transformación. Por ejemplo, una

imagen multiespectral tiene valores diferentes de cero en la mayoría de sus píxeles, a diferencia de sus coeficientes en una base wavelet o coseno. En estas bases, los coeficientes diferentes de cero son escasos y contienen la información más importante de la imagen original.

Matemáticamente, una señal discreta $\mathbf{f} \in \mathbb{R}^N$ puede expresarse como:

$$\mathbf{f} = \mathbf{\Psi}\mathbf{x}, \quad (2)$$

donde \mathbf{x} es la secuencia de coeficientes de \mathbf{f} en la base $\mathbf{\Psi}$, donde \mathbf{x} solo tiene $F \ll N$ coeficientes diferentes de cero, y $\mathbf{\Psi}$ es una matriz de tamaño $N \times N$. Por tanto, \mathbf{f} y \mathbf{x} son representaciones equivalentes de la misma señal, pero \mathbf{f} es una combinación lineal de apenas F vectores base, con $F \ll N$ (Candès y Wakin, 2008).

De acuerdo con las ecuaciones (1) y (2):

$$\mathbf{y} = \mathbf{\Phi}\mathbf{f} = \mathbf{\Phi}\mathbf{\Psi}\mathbf{x} = \mathbf{A}\mathbf{x}. \quad (3)$$

La Figura 7 muestra la representación gráfica de la ecuación (3), donde $\mathbf{A} = \mathbf{\Phi}\mathbf{\Psi}$ de $M \times N$ es la matriz de muestreo compresivo. Este sistema de ecuaciones indeterminado hace que la recuperación de \mathbf{x} sea imposible sin tener más información. Sin embargo, en CS es posible recuperar la señal original si se satisface que la matriz de medición $\mathbf{\Phi}$ sea incoherente con la transformación dispersa $\mathbf{\Psi}$. La incoherencia significa que la señal a ser reconstruida, con una representación dispersa en alguna base $\mathbf{\Psi}$, no puede ser escasa en el dominio en el que se haya adquirido.

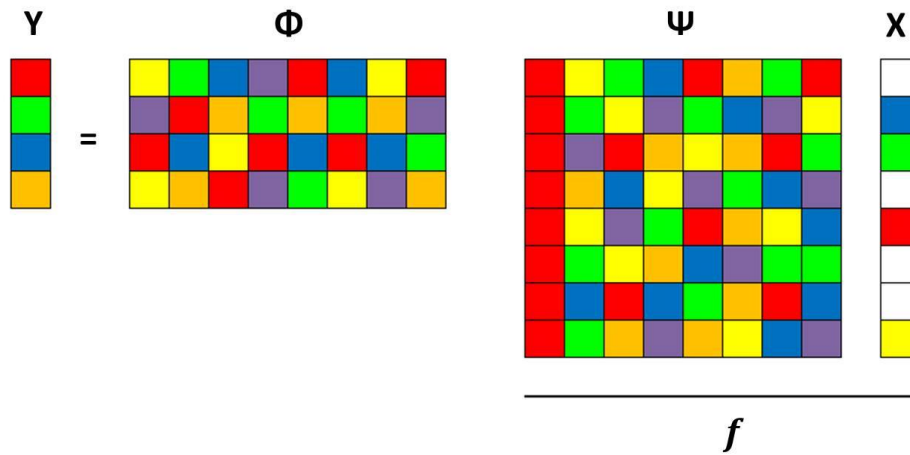


Figura 7. Muestreo compresivo estándar.

Nota: \mathbf{Y} es el vector de proyecciones, Φ es la matriz de medición, \mathbf{f} es la señal original, Ψ es alguna base de representación dispersa y \mathbf{X} es el vector de coeficientes dispersos. Adaptado de (Candès y Wakin, 2008).

La condición de incoherencia puede preservar la información, ya que requiere que la energía de la señal se distribuya por todo el dominio de detección. Cada medición recoge información de todos los componentes de la imagen. Lo ideal es que una matriz de medición asegure que la información relevante en cualquier señal compresible no se dañe por la reducción de dimensionalidad de \mathbf{f} a \mathbf{y} según (Candès y Romberg, 2006). Para generar matrices de medición que sean incoherentes con las bases de representación, las propuestas del estado del arte han sido matrices aleatorias.

Al cumplirse la condición de incoherencia y al representar la señal en un dominio en el que sea escasa, la imagen puede reconstruirse resolviendo un problema de minimización convexo dado por:

$$\hat{\mathbf{f}} = \Psi \left(\arg \min_x \frac{1}{2} \|\mathbf{y} - \mathbf{A}\mathbf{x}\|_2^2 + \tau \|\mathbf{x}\|_1 \right) \quad (4)$$

donde el primer término de la derecha se refiere a la fidelidad de la recuperación y el segundo término se relaciona con encontrar la versión más escasa de \mathbf{x} , donde $\|\mathbf{x}\|_1 = \sum_{i=1}^N |x_i|$ se define

como la suma de los valores absolutos de los elementos de \mathbf{x} y es una relajación del conteo de los elementos diferentes de cero y τ es un parámetro de regularización que permite.

Figueiredo, Nowak, y Wright (2007) propusieron el algoritmo de optimización de proyección de gradiente descendiente para la reconstrucción de señales escasas para resolver el problema (3), éste algoritmo se utilizó para las reconstrucciones de este trabajo.

3. Método.

La metodología propuesta para la realización del proyecto se basó en el cumplimiento de las etapas establecidas en el plan, desde la selección de la base de datos (imágenes a usar), seguido de la selección de variables, la implementación del algoritmo basado en las variables seleccionadas, analizar el funcionamiento del algoritmo al agregar diferentes restricciones como ruido, número de tomas, parámetro de optimización en la reconstrucción, entre otros, y finalmente comparar el rendimiento del algoritmo comparado con algoritmos existentes teniendo en cuenta la complejidad computacional.

3.1 Selección de base de datos

En esta etapa se tuvo en cuenta el número de bandas espectrales de la imagen, el tamaño y calidad, para tener un banco de imágenes con características visuales diferentes en distintos tipos de escena.

Se usó una base de datos pública *Multispectral Image Database: Stuff* (Columbia University, 2009), teniendo en cuenta las características anteriormente mencionadas, en cuanto a las

características visuales de la imagen, se seleccionaron imágenes con diferentes escenarios y objetos, la representación RGB de las imágenes seleccionadas se muestra en las Figuras 7(a)-7(d). Las imágenes se captaron con una cámara: *Cooled CCD camera (Apogee Alta U260)*, las imágenes originalmente se captaron en 31 bandas entre 400nm a 700nm, con pasos de 10nm entre cada una, con una resolución de 512×512 , fueron captadas usando un filtro sintonizable de cristal líquido *VariSpec*, se usó un iluminante estándar CIE D65 (Columbia University, 2009). Para los experimentos de este trabajo se estableció la resolución espacial en 256×256 y el número de bandas en seis, manteniendo una resolución espectral de 60 nm, las bandas seleccionadas fueron: banda 1 (400 nm), banda 2 (460 nm), banda 3 (520 nm), banda 4 (580 nm), banda 5 (640 nm) y banda 6 (700 nm).

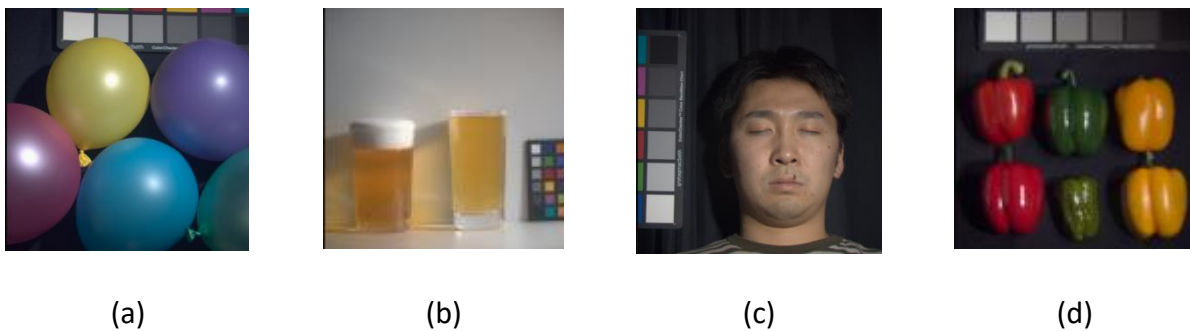


Figura 8. Representación RGB de la base de datos seleccionada para los experimentos.
Nota: (a) Balloons, (b) Beers, (c) Face, y (d) Peppers. Adaptado de (Columbia University, 2009).

3.2 MSFA modelado como un sistema de muestreo compresivo

Mejía-Melgarejo, Villarreal-Dulcey y Arguello-Fuentes (2016) indican que en la Figura 9 muestra el proceso de muestreo en un sistema con MSFA en el que se representan el fenómeno físico para $L = 6$ bandas espectrales, específicamente se representa la j -ésima fila del cubo de la imagen espectral. Como propósitos de ilustración, la Figura 9 muestra dos elementos ópticos

separados, pero los MSFA podrían cubrir los pixeles del arreglo de sensores. Primero, el MSFA, representado como $T(x, y, \lambda)$ modula el cubo de datos dado por $f_0(x, y, \lambda)$ resultando en el campo codificado $f_1(x, y, \lambda)$ donde (x, y) son las coordenadas espaciales y λ es la longitud de onda. Luego, este campo codificado impacta en el sensor. El campo justo antes de integrarse en el detector se puede expresar como:

$$f_2(x, y, \lambda) = \int \int T(x', y', \lambda) f_0(x', y', \lambda) h(x' - x, y' - y) dx' dy', \quad (5)$$

donde $T(x', y', \lambda)$ es la función de transmisión que representa el MSFA y $h(x' - x, y' - y)$ es la respuesta óptica del sistema.

La fuente $f_0(x, y, \lambda)$ puede escribirse en forma discreta como $\mathcal{F}_{i,j,k}$ donde i y j indican las coordenadas espaciales y k es la k -ésima banda espectral. $T_{i,j,k} \in \{0,1\}$ es la discretización del MSFA. Entonces, las mediciones del sensor basado en la discretización del MSFA pueden ser expresadas como:

$$Y_{i,j} = \sum_{k=0}^{L-1} \mathcal{F}_{i,j,k} T_{i,j,k} + \omega_{i,j}, \quad (6)$$

donde $Y_{i,j}$ es la intensidad en la posición (i, j) del detector, con $i, j = 0, 1, \dots, N - 1$, \mathcal{F} es un cubo de datos espectrales de dimensiones $N \times N \times L$, y ω_{ij} es el ruido del sistema de detección.

Las medidas $Y_{i,j}$ en la ecuación (6) pueden ser escritas en notación de matrices como:

$$\mathbf{y} = \mathbf{H}\mathbf{f} + \boldsymbol{\omega}, \quad (7)$$

donde H es un MSFA, \mathbf{y} es un vector de longitud N^2 y es la vectorización de \mathbf{Y} , $\mathbf{f} = [\mathbf{f}_0^T, \dots, \mathbf{f}_{L-1}^T]^T$ es el vector que representa el cubo de datos \mathcal{F} donde \mathbf{f}_k es la vectorización de la k -ésima banda espectral.

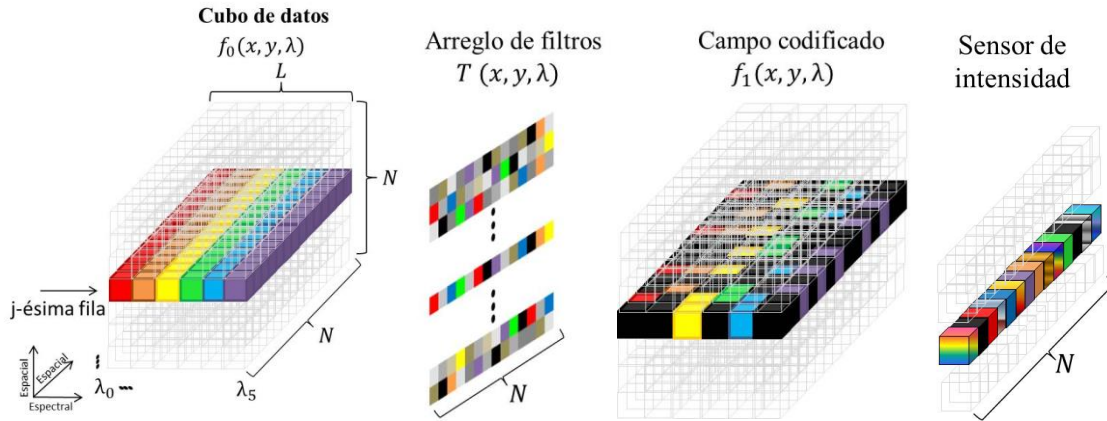


Figura 9. Fenómeno de detección de un sensor basado en MSFA.

Nota: La j -ésima fila del cubo de datos es codificada por una fila de arreglos de filtros espectrales. El detector capta la intensidad integrando el campo codificado. Para propósitos de ilustración se muestran dos dispositivos por separado, pero el dispositivo es un MSFA puesto sobre los píxeles de un sensor de imagen. Adaptado de (Mejía-Melgarejo et al. 2016).

La salida \mathbf{y} en (7) puede ser extendida como:

$$\mathbf{y} = \underbrace{\begin{bmatrix} \text{diag}(\mathbf{t}_0) & \dots & \text{diag}(\mathbf{t}_{L-1}) \end{bmatrix}}_{\mathbf{H}} \begin{bmatrix} f_0 \\ f_1 \\ \vdots \\ f_{L-1} \end{bmatrix} + \boldsymbol{\omega}, \quad (8)$$

donde \mathbf{t}_k es la vectorización del k -ésimo plano del MSFA, más específico $(\mathbf{t}_k)_i = T_{[i/N], i-[i/N]N, k}$, con $i = 0, \dots, N^2 - 1$; $\text{diag}(\mathbf{t}_k)$ es una matriz diagonal de dimensiones $N^2 \times N^2$ cuyas entradas son los elementos de \mathbf{t}_k . La figura 10 representa un MSFA aleatorio \mathbf{H} para $L = 6$.

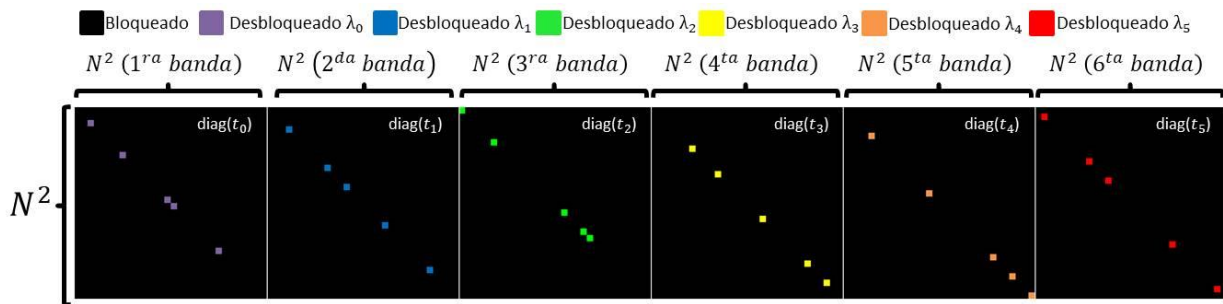


Figura 10. MSFA aleatorio de seis bandas.

Nota: Ilustración de la matriz \mathbf{H} para $\mathbf{L} = 6$. Los cuadros de color representan elementos de paso de luz relacionados con una banda espectral específica. Adaptado de (Mejía-Melgarejo et al. 2016).

3.3 Selección de variables

En esta etapa se determinaron las variables a estudiar, como la probabilidad de aparición de una banda, correlación espacial y espectral de la imagen.

En cuanto a la probabilidad de aparición de las bandas a diferencia de los arreglos de filtros uniformes que usan valores preestablecidos basados en un árbol binario (ver Figura 5), en el algoritmo propuesto se usarán valores aleatorios buscando diferenciar esta característica de los arreglos de filtros comunes.

La correlación espacial es una característica de los arreglos de filtros, hace referencia a la distribución de los elementos de paso de una banda espectral, entre más se parezcan los vecindarios de los filtros, se dice que hay una mayor correlación espacial (Miao y Qi, 2006).

Miao y Qi (2006) dicen que la correlación espectral indica en cuanto se parecen los patrones de los vecindarios entre bandas de cada elemento de paso, junto con la correlación espacial se busca que la matriz de filtros muestree lo más uniformemente posible toda la escena, si la distribución se concentra en una parte de la imagen puede haber pérdidas de información de alguna banda espectral.

El criterio ANND se basa en las distancias mínimas entre cada posición del elemento de paso en el arreglo de filtros con los elementos de paso más cercanos, entre mayor sea la distancia entre los elementos de paso, mejor será su distribución (Shinoda, Yanagi, Hayasaki, y Hasegawa, 2017). Debido a esto se relaciona con la correlación espacial y espectral puesto que el ANND incrementa cuando los elementos de paso se encuentren distribuidos de tal manera que la

distancia mínima sea la misma entre ellos, una distribución uniforme. La ecuación que determina el ANND está dada por:

$$ANND = \frac{\sum_{i=0}^N d_i}{N}, \quad (9)$$

donde N es el total de filtros en el arreglo, d es la distancia entre cada elemento de paso $f_i(x_i, y_i, z_i)$ con el elemento de paso más cercano $f_c(x_c, y_c, z_c)$, se utilizó la distancia euclidiana dada por:

$$d_i = \|f_i - f_c\|_2, \quad (10)$$

$$= \sqrt{(x_i - x_c)^2 + (y_i - y_c)^2 + (z_i - z_c)^2}, \quad (11)$$

La medida del ANND realiza una estimación de la distancia promedio entre los elementos de paso de los filtros, por tanto, si se desea aumentar la distancia entre los elementos de paso el algoritmo propuesto podría utilizar el resultado de esta estimación como función de costo para mejorar la distribución de los elementos de paso. En la siguiente sección se presentará el principal resultado de este proyecto de grado, que es el algoritmo para diseñar el MSFA de manera que el ANND se aumente en cada iteración.

3.4 Implementación del algoritmo

El algoritmo propuesto se divide en dos partes. La primera consiste en encontrar los elementos de paso con distancias mínimas con respecto a otro elemento de paso en el MSFA. La segunda consiste en reorganizar los elementos de paso seleccionados en el MSFA de manera que se aumente el valor del ANND en cada iteración, el criterio ANND es calculado al momento de evaluar la efectividad del algoritmo, en el momento de implementar el algoritmo no es necesario calcular el ANND.

3.5 Análisis del algoritmo

En esta etapa se evalúa el rendimiento del algoritmo frente a diferentes restricciones y se comparan sus resultados con respecto a diseños de filtros espectrales existentes.

Teniendo en cuenta las etapas anteriores, se desarrolló un algoritmo que tuviera en cuenta las características deseadas y que mantuviera aleatoriedad en su implementación para compararlo así con mosaicos uniformes y demostrar su eficiencia. El algoritmo propuesto se enuncia en el Algoritmo 1. En la línea 1 se inicializa aleatoriamente un MSFA tal que en cada posición espacial (x_i, y_i) se tenga un filtro con una única banda de paso, seleccionada aleatoriamente con una distribución uniforme.

El siguiente paso, línea 6, se calcula para cada elemento de paso la distancia mínima con respecto a otro elemento de paso utilizando la distancia euclidiana de la ecuación (10) entre cada elemento de paso $f_i(x_i, y_i, z_i)$ con los elementos de paso cercanos. Para reducir la complejidad computacional en este cálculo, debido a que medir la distancia de cada filtro respecto a otro sería muy exhaustivo, se buscan aquellos filtros que tienen algún vecino, es decir, que la distancia mínima sea un pixel, estos elementos son seleccionados como los posibles cambios (Ω) que realizará el algoritmo, por lo tanto únicamente se debe revisar si el elemento de paso tiene un filtro de la misma banda espectral en los pixeles vecinos, lo cual reduce la complejidad computacional. Para los experimentos fue calculado el ANND para comprobar si el algoritmo mejoraba este criterio, pero para el diseño del MSFA no es necesario calcularlo por lo que no se presenta en el algoritmo propuesto para reducir el orden de la complejidad computacional.

Teniendo los elementos de paso cuya distancia mínima es de un pixel se busca redistribuirlos, para alejarlos de los elementos de paso vecinos. Para esto, en la línea 7 se obtiene un arreglo con las posiciones de los elementos de paso $f_i(x_i, y_i, z_i)$ cuya distancia con sus vecinos sea de solo

un pixel. Lo siguiente, en las líneas 9 y 11, es elegir aleatoriamente 2 de estos elementos de paso $f_1(x_1, y_1, z_1)$ y $f_2(x_2, y_2, z_2)$ para intercambiar sus posiciones espaciales (x_i, y_i) , en cuanto al índice z_i , el cual hace referencia a la banda espectral del filtro, se cambia la banda de uno de los elementos de paso seleccionados aleatoriamente quedando $f_1(x_2, y_2, c)$ y $f_2(x_1, y_1, z_2)$, donde $c \neq z_1, z_2$. El algoritmo realiza un porcentaje de estos cambios, teniendo en cuenta que en algunos casos no es posible hacer el 100 % de los cambios debido a que el número de filtros con distancias de un pixel puede ser impar.

Algoritmo 1: optimización de MSFA mediante cambios de posiciones

Entrada: Tamaños del MSFA ($N \times M \times L$), porcentaje de cambios a realizar (**P**), número de iteraciones (**IT**)

Salida: MSFA

Iniciación:

1. $T(N, M, L)$ = Selección aleatoria de elementos de paso;

2. for $h=1:IT$

Identificar cambios:

3. for $i=1:N$

4. for $j=1:M$

5. $k = \text{find}(T(i, j, :))$;

6. **si** $d(T(i, j, k) - T(i + 1, j, k)) == 1 \mid d(T(i, j, k) - T(i - 1, j, k)) == 1 \mid d(T(i, j, k) - T(i, j + 1, k)) == 1 \mid d(T(i, j, k) - T(i, j - 1, k)) == 1$

7. $\Omega = \Omega \cup (i, j, k)$;

Elegir cambios:

8. for t=1: $\left\lfloor |\Omega| \frac{P}{100} \right\rfloor$
9. C1=Selección aleatoria de un elemento (i1, j1, k1) en Ω ;
10. $\Omega = \Omega \setminus (i1, j1, k1)$; *%Se elimina el elemento que se seleccionó para C1 del conjunto Ω*
11. C2=Selección aleatoria de un elemento (i2, j2, k2) en Ω ;
12. $\Omega = \Omega \setminus (i2, j2, k2)$; *%Se elimina el elemento que se seleccionó para C2 del conjunto Ω*
13. k3=Selección aleatoria entre 1 y L diferente de k1 y k2;

Realizar cambios:

14. $T(i1, j1, k1) = 0$;
 15. $T(i2, j2, k2) = 0$;
 16. $T(i1, j1, k2) = 1$;
 17. $T(i2, j2, k3) = 1$;
-

La Figura 11 muestra una representación gráfica de los cambios de distribución de elementos de paso para un MSFA. En este caso, los colores representan diferentes bandas espaciales y los números de los píxeles las posiciones iniciales de los filtros. La Figura 11 (a) muestra una distribución aleatoria inicial. La Figura 11 (b) destaca los elementos de paso que tienen vecinos con una distancia euclidiana de un solo pixel, que son los elementos que conforman Ω . La Figura 11 (c) muestra el resultado de realizar un cambio, en este caso las celdas 3 y 18. La Figura 11 (d) es uno de los posibles resultados del MSFA aplicando en una iteración el algoritmo.

1	2	3	4	5	6	7	8
9	10	11	12	13	14	15	16
17	18	19	20	21	22	23	24
25	26	27	28	29	30	31	32
33	34	35	36	37	38	39	40
41	42	43	44	45	46	47	48
49	50	51	52	53	54	55	56
57	58	59	60	61	62	63	64

(a)

1	2	3	4	5	6	7	8
9	10	11	12	13	14	15	16
17	18	19	20	21	22	23	24
25	26	27	28	29	30	31	32
33	34	35	36	37	38	39	40
41	42	43	44	45	46	47	48
49	50	51	52	53	54	55	56
57	58	59	60	61	62	63	64

(b)

1	2	19	4	5	6	7	8
9	10	11	12	13	14	15	16
17	18	3	20	21	22	23	24
25	26	27	28	29	30	31	32
33	34	35	36	37	38	39	40
41	42	43	44	45	46	47	48
49	50	51	52	53	54	55	56
57	58	59	60	61	62	63	64

(c)

1	2	19	12	5	6	7	8
9	10	21	4	49	14	15	16
17	39	3	20	11	22	23	24
25	26	48	50	29	30	31	32
33	34	35	36	37	38	18	40
41	42	43	44	45	46	56	27
13	28	51	52	53	54	55	47
57	58	59	60	61	62	63	64

(d)

Figura 11. Pasos visuales realizados por el algoritmo.

Nota: (a) Arreglo de filtros aleatorio generado, (b) Posibles cambios donde la distancia entre filtros de la misma banda es 1 pixel, (c) Primer cambio realizado por el algoritmo, (d) Posible resultado al realizar todos los posibles cambios en una iteración del algoritmo.

4. Resultados.

4.1 Análisis del algoritmo

En esta subsección se muestra la eficacia del algoritmo propuesto con respecto a maximizar el criterio ANND en (9). El algoritmo propuesto inicializa un MSFA aleatoriamente. Las pruebas se realizaron en el MSFA aleatorio antes y después de pasar por el algoritmo, en cuanto a

número de elementos por banda, como el algoritmo trabaja de manera aleatoria se espera en promedio mejorar la uniformidad espacial y espectral del filtro. Por ejemplo, en un caso particular se notó una mejora al iterar una vez el algoritmo al calcular la desviación estándar de los datos, hubo una disminución de 14 unidades. Al igual que al iterarlo dos veces se obtuvo una desviación menor en 58 unidades, lo cual quiere decir que la distribución de los elementos de paso se encuentra muy pareja entre cada banda. Al iterar tres veces se obtuvo un resultado menos uniforme, hubo un aumento en la desviación estándar de 5 unidades (ver Tabla 1) lo que demuestra que el algoritmo hace que las densidades de los datos cambie, pero no asegura la uniformidad debido a su aleatoriedad (ver Figura 12).

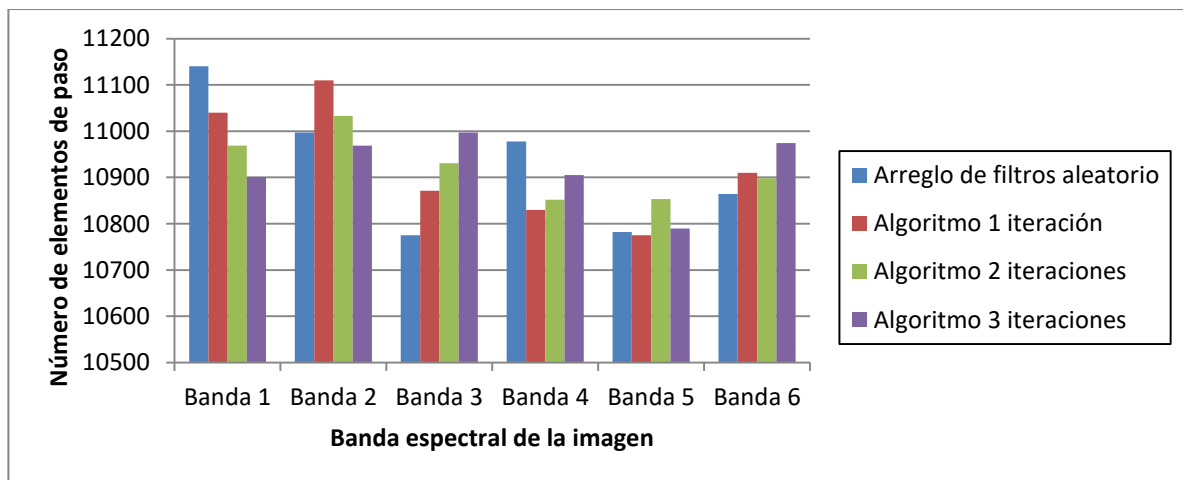


Figura 12. Histograma de número de elementos de paso por banda.

Tabla 1. Número de elementos de paso por banda, al aplicar el algoritmo propuesto.

	Aleatorio	Algoritmo 1 iteración	Algoritmo 2 iteraciones	Algoritmo 3 iteraciones
Banda 1	11140	11040	10969	10901
Banda 2	10997	11110	11033	10969
Banda 3	10775	10871	10931	10997
Banda 4	10978	10830	10852	10905
Banda 5	10782	10775	10853	10790

Banda 6	10864	10910	10898	10974
Promedio	10923	10923	10923	10923
Desviación estándar	142,02	128,13	70,49	75,75
ANND	1,3213	1,3423	1,3601	1,4451

En cuanto al criterio ANND, se hicieron diez repeticiones de la prueba para los arreglos de filtros aleatorios, en los resultados se observa una mejora de hasta 0,1 décimas por cada vez que se aplica el algoritmo, en promedio se tiene una mejora de 0,037 en el valor del ANND (ver tabla 2), lo que asegura que el algoritmo mejora la calidad del filtro aleatorio con referencia a este criterio, manteniendo de igual forma la aleatoriedad del filtro.

Tabla 2. Valores promedio del criterio ANND al aplicar el algoritmo propuesto.

	Aleatorio	Algoritmo 1 iteración	Algoritmo 2 iteraciones	Algoritmo 3 iteraciones
Promedio	1,32116	1,37300	1,39785	1,43351
Desviación estándar	0,02815	0,02304	0,03805	0,02063

4.2 Análisis de resultados

En esta sección se evalúa principalmente el efecto del número de tomas, el parámetro de optimización tau (τ), el porcentaje de cambios que realiza el algoritmo y el número iteraciones del algoritmo, en la calidad de las reconstrucciones. Para cada experimento se realizaron 6 repeticiones por cada configuración y en cada una de las imágenes de la base de datos seleccionada, para comparar los arreglos de filtros generados por el algoritmo propuesto, se usaron dos tipos de mosaico de arreglos de filtros uniformes, filtro de ajedrez (ver Figura 3(a)) y filtro de diagonales (ver Figura 3(b)).

4.2.1 Experimento 1. En el primer experimento se evaluó la efectividad del algoritmo propuesto frente a arreglos de filtros uniformes (ver Figura 3). Se estableció una configuración fija para todas las pruebas, se aplicó un ruido de SNR=20 dB, se realizaron dos tomas, se seleccionó el parámetro de optimización tau (τ) que genera las mejores reconstrucciones, en cuanto al algoritmo el porcentaje de cambios que realizó fue de 99 % de los posibles cambios. La prueba se realizó en las 4 imágenes seleccionadas en la base de datos, se observaron los resultados de PSNR y tiempo de cómputo de las reconstrucciones obtenidas usando seis arreglos de filtros diferentes: arreglo de filtros pseudoaleatorio (ver Figura 3(c)); arreglo de filtros de ajedrez (ver Figura 3(a)); arreglo de filtros de diagonales (ver Figura 3(b)); arreglos de filtros pseudoaleatorios aplicando el algoritmo propuesto de una, dos y tres iteraciones.

La calidad de la imagen reconstruida mejoró al aplicar los arreglos de filtros pseudoaleatorios con el algoritmo propuesto tres veces hasta 8 dB en PSNR en promedio (ver Tabla 3). El tiempo de cómputo también se vio aumentado en hasta 7 minutos en el peor caso, por lo tanto, si se cuenta con el tiempo suficiente es recomendable usar el algoritmo propuesto para mejorar la calidad de la imagen, dependiendo del tiempo disponible se puede aplicar varias veces obteniendo cada vez un mejor resultado. De igual manera al ser un arreglo de filtros pseudoaleatorio, en algunos casos la reconstrucción de la imagen es mejor que en otros puesto que existe una desviación estándar de 1.2 dB en PSNR, por esta razón se puede captar varias veces la escena, tener resultados diferentes y escoger el mejor. Mientras que en los arreglos de filtros uniformes el resultado tiene una desviación estándar de 0.9 dB en PSNR. En cuanto a las imágenes analizadas, se vio diferencias de PSNR entre las

mismas, obteniendo reconstrucciones de mejor calidad en hasta 1 dB usando el mismo mosaico (ver Tabla 3).

Tabla 3. Resultados de reconstrucción usando imagen “Balloons”, “Beers”, “Face”, “Peppers”.

Mosaico	PSNR promedio				Tiempo (minutos)			
	Balloons	Beers	Face	Peppers	Balloons	Beers	Face	Peppers
Ajedrez	25,5	25,5	32,0	30,6	4,9	3,2	3,2	3,5
Diagonales	27,4	18,5	31,1	29,6	2,2	1,9	3,4	2,0
Pseudoaleatorio	31,1	30,8	31,3	31,5	2,2	2,0	2,8	2,1
Algoritmo 1 iteración	32,2	31,8	34,1	32,6	3,2	4,5	3,3	3,8
Algoritmo 2 iteraciones	33,1	32,7	35,1	33,6	4,3	6,2	5,7	5,4
Algoritmo 3 iteraciones	33,6	33,4	35,7	33,9	6,7	7,7	7,6	9,5

En la figura 13 se ven los resultados gráficos de una simulación, donde se puede detallar la mejora en la calidad de la reconstrucción al usar un arreglo de filtros diseñado por el algoritmo propuesto frente a una reconstrucción usando el filtro de Bayer de 6 bandas, la imagen mostrada es la banda 1 de “Balloons”.

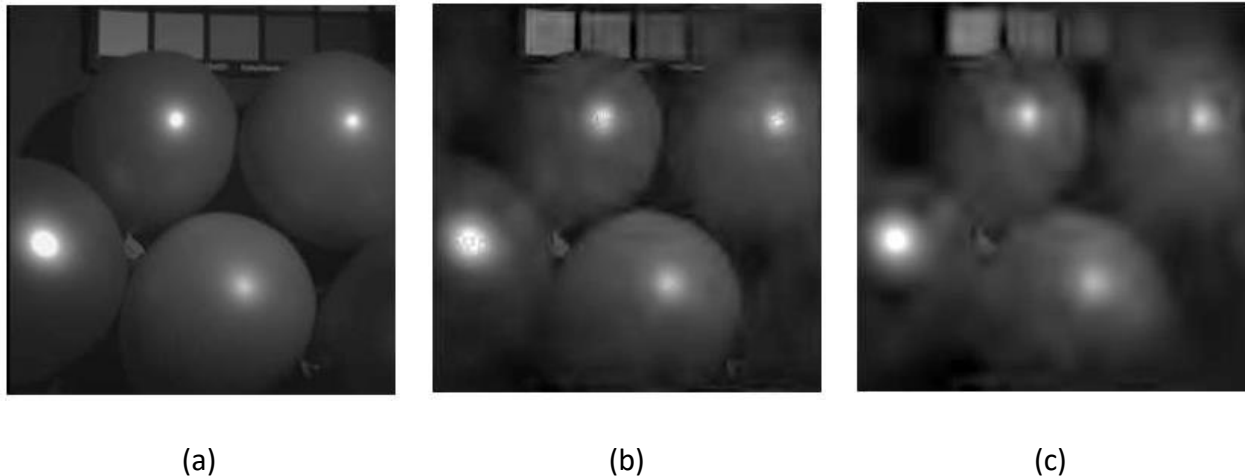


Figura 13. Resultados gráficos del experimento 1.

Nota: Los resultados son de la imagen “Balloons”, en la banda 1, (a) imagen original, (b) reconstrucción usando un arreglo de filtros diseñado por el algoritmo al usar 3 iteraciones, PSNR = 33,2 dB, (c) reconstrucción usando el arreglo de filtros de Bayer, PSNR = 26,4 dB.

4.2.2 Experimento 2. Se estudió el comportamiento del número de tomas en la aplicación del algoritmo propuesto, a fin de verificar su eficacia frente a la cantidad de información que se tiene de la escena. Se fijó el porcentaje de cambios que realiza el algoritmo en 99 %, el mosaico usado fue el arreglo de filtros pseudoaleatorio aplicando una iteración del algoritmo propuesto, se aplicó un ruido de SNR=20 dB, se seleccionó el parámetro de optimización tau (τ) que genera las mejores reconstrucciones y se usaron todas las imágenes seleccionadas en la base de datos.

Se obtuvo un aumento de calidad en la reconstrucción de la imagen según el criterio PSNR en hasta 4.3 dB, en promedio el aumento fue de 1.7 dB, el aumento más significativo fue al pasar de una toma a dos tomas, con un incremento de 3.2 dB en promedio de todas las imágenes (ver Tabla 4).

Tabla 4. Resultados de reconstrucción variando el número de tomas en la imagen “Balloons”, “Beers”, “Face”, “Peppers”.

Número de tomas	PSNR promedio				Tiempo (minutos)			
	Balloons	Beers	Face	Peppers	Balloons	Beers	Face	Peppers
1	28,5	28,8	31,3	29,8	3,2	4,0	3,3	3,6
2	32,8	31,8	33,9	32,5	4,3	5,1	4,4	4,5
3	34,7	33,5	35,5	34,3	5,3	6,3	5,5	5,8
4	35,7	34,8	36,6	35,5	6,4	6,9	6,1	6,6
5	36,8	35,9	37,5	36,5	7,2	8,2	7,0	7,3

En la figura 14 se ven los resultados gráficos de una simulación usando los arreglos de filtros generados por el algoritmo propuesto al cambiar el número de tomas que se utilizan al momento de su adquisición, se pueden observar las mejoras visuales de las reconstrucciones al incrementar la cantidad de información de la escena original, los resultados mostrados son de la imagen “Peppers” en la banda 2.

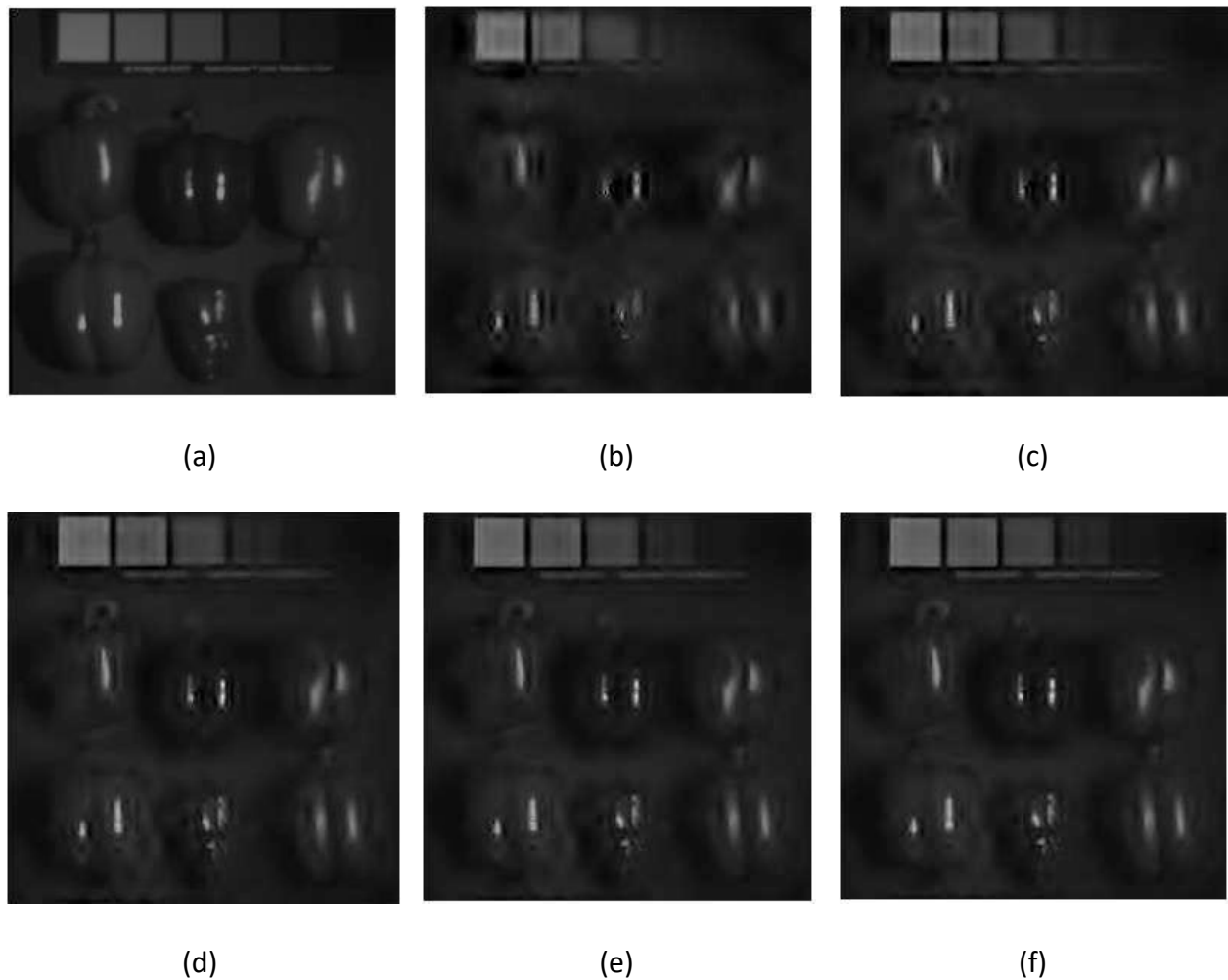


Figura 14, Resultados gráficos del experimento 2.

Nota: Los resultados son de la imagen “Peppers” en la banda 2, (a) imagen original, (b) reconstrucción usando 1 toma, (c) reconstrucción usando 2 tomas, (d) reconstrucción usando 3 tomas, (e) reconstrucción usando 4 tomas, (f) reconstrucción usando 5 tomas.

4.2.3 Experimento 3. En este experimento se observó el comportamiento del parámetro de optimización tau (τ) en los resultados de reconstrucción. Previamente se hicieron algunas pruebas para tener un valor inicial del parámetro puesto que las diferencias entre un buen valor y uno malo llegan a ser de más de 10 dB, el valor inicial se estableció en 0.1 y la prueba consistió realizar búsquedas del valor óptimo en profundidad en cuanto a decimales, empezando en 10^{-1} hasta 10^{-6} . En cuanto a las imágenes usadas se fijó un ruido aplicado

de SNR=20 dB, se realizaron dos tomas y el porcentaje de cambios fue de 99 % para el algoritmo.

Los resultados nos muestran que la importancia recae en tener un valor inicial bueno, pues si ya se sabe de antemano donde se encuentra un buen valor de tau (τ) no es necesario hacer una búsqueda tan específica, de hecho se podría establecer un valor fijo de este parámetro donde se asegure que el resultado de la reconstrucción será bueno. Según el criterio PSNR no se ve un aumento de calidad en la reconstrucción de la imagen al incrementar las iteraciones de búsqueda. La desviación estándar de todos los resultados es de 0.3 dB (ver Tabla 5). Por lo tanto, se puede concluir que después de encontrar un valor inicial bueno, no es necesario hacer más de 2 iteraciones de búsqueda para este parámetro de optimización, puesto que el tiempo de ejecución si aumenta aproximadamente en 1 minuto por cada iteración. El promedio del valor de tau (τ) fue 0.0967, muy cercano al valor inicial que se estableció.

Tabla 5. Resultados de reconstrucción variando el parámetro de optimización tau (τ) en “Balloons”, “Beers”, “Face”, “Peppers”.

Iteraciones	PSNR promedio				Tiempo (minutos)			
	Balloons	Beers	Face	Peppers	Balloons	Beers	Face	Peppers
1	32,04	31,90	33,97	32,63	2,61	2,79	2,90	2,68
2	32,70	31,68	33,98	32,62	3,34	3,97	3,86	3,69
3	32,75	31,71	33,99	32,58	4,35	5,50	5,33	4,83
4	32,44	31,56	33,99	32,61	4,87	6,90	6,26	5,58
5	32,49	31,75	33,83	32,56	5,61	7,76	6,64	6,74
6	32,41	31,83	33,93	32,60	6,88	7,82	7,98	7,84
Promedio	32,47	31,74	33,95	32,60	4,61	5,79	5,50	5,23

4.2.4 Experimento 4. La característica esencial del algoritmo propuesto es el porcentaje de cambios, en este experimento se evaluó la mejora de la calidad de reconstrucción de la

escena bajo el criterio PSNR al cambiar el porcentaje de cambios que realizaba el algoritmo en una iteración, los porcentajes se evaluaron en 0 %, 20 %, 40 %, 60 %, 80 % y 99 %. En cuanto al resto de la configuración se fijó el ruido aplicado en SNR=20 dB, el número de tomas en 2, se seleccionó el parámetro de optimización tau (τ) que genera las mejores reconstrucciones y se usaron las imágenes seleccionadas en la base de datos.

Los resultados obtenidos muestran que aplicar todos los cambios posibles según el algoritmo es recomendable, puesto que por cada 20% que se aumentan dichos cambios, el PSNR también incrementa en hasta 0.4 dB, en promedio el aumento es de 0.2 dB, dando así más de 1 dB en total al pasar de 10 % a 99 % de cambios (ver Tabla 6). En cuanto al tiempo no hay una gran diferencia. Por ejemplo, al pasar del 0 % al 20 % se nota un aumento del tiempo en casi un minuto, mientras que entre 20 % a 99 % no se distingue un aumento significativo en el tiempo. La desviación estándar de los resultados del tiempo de cómputo es de 0.08 minutos, un aproximado de 5 segundos, teniendo en cuenta que la simulación tarda hasta 5 minutos, las diferencias obtenidas no son relevantes, por lo tanto es recomendable usar el algoritmo aplicando todos los cambios posibles en cada iteración.

Tabla 6. *Resultados de reconstrucción variando el porcentaje de cambios que realiza el algoritmo propuesto en “Balloons”, “Beers”, “Face” y “Peppers”.*

Porcentaje de cambios	PSNR promedio				Tiempo (minutos)			
	Balloons	Beers	Face	Peppers	Balloons	Beers	Face	Peppers
0%	31,14	30,77	31,33	31,38	4,18	4,01	3,87	3,69
20%	31,61	31,13	31,75	31,77	4,68	4,73	4,63	4,22
40%	32,06	31,30	32,15	32,01	4,88	4,86	4,84	5,11
60%	32,09	31,64	32,35	32,37	4,77	4,92	4,52	4,76
80%	32,10	31,68	32,55	32,66	4,70	4,84	4,51	4,60
99%	32,35	31,87	32,88	32,78	4,68	4,72	4,55	4,92

5. Conclusiones

1. En este trabajo de grado se propuso un algoritmo para diseñar el arreglo de filtros en un MSFA basado en optimizar el criterio ANND. Para esto, el algoritmo realiza cambios aleatorios de los elementos de paso que tienen menor distancia entre ellos, restringiendo la búsqueda a un vecindario, dando como resultado un diseño de arreglos de filtros pseudoaleatorio para arquitectura compresiva.
2. Los arreglos de filtros diseñados mediante el algoritmo propuesto muestran una mejora en la calidad de la reconstrucción de las escenas en hasta 8 dB de PSNR, respecto a los diseños de arreglos de filtros uniformes como el filtro de Bayer. La principal característica que diferencia a los diseños generados usando el algoritmo con los filtros tradicionales es la aleatoriedad con la que se construye el MSFA.
3. Al aplicar el algoritmo propuesto en arreglos de filtros aleatorios el criterio ANND aumenta en hasta 0.2 unidades, esto quiere decir que la correlación espacial y espectral del diseño del MSFA en promedio mejora.
4. El algoritmo propuesto permite aplicarse varias veces en el diseño del MSFA, dando como resultado una mejora por cada iteración en un promedio de 1 dB en PSNR. Sin embargo cada iteración del algoritmo aumenta el tiempo del diseño en un promedio de 2 minutos.
5. Los arreglos de filtros espectrales reales permiten el paso de un rango espectral continuo por cada pixel, esta restricción se tuvo en cuenta para el diseño de los MSFA en el algoritmo propuesto.

6. En cuanto a la complejidad computacional del algoritmo, dado que al identificar los cambios se realiza una operación para la detección de vecinos por cada pixel. El costo computacional de esta sección es del orden $N \times M$, en un arreglo de filtros cuadrado la complejidad es de N^2 , este costo es mucho menor que calcular la distancia de cada elemento de paso con los demás elementos de paso del arreglo, ya que al hacerlo la complejidad computacional incrementa hasta un orden de N^4 .

Referencias Bibliográficas

- Aggarwal, H. K., y Majumdar, A. (2014). Compressive Sensing Multi-spectral Demosaicing from Single Sensor Architecture. *Signal and Information Processing (ChinaSIP)* (págs. 334-338). Xi'an, China: IEEE.
- Bayer, B. E. (Julio de 1975). *Patente nº 3.971.065*. Estados Unidos.
- Brauers, J., y Aach, T. (6 de Octubre de 2006). *Institute of Imaging and Computer Vision*. Recuperado el 23 de Enero de 2018, de RWTH Aachen University: <http://www.lfb.rwth-aachen.de/>
- Candès, E. J., y Romberg, J. (Febrero de 2006). Robust uncertainty principles: exact signal reconstruction from highly incomplete frequency information. *IEEE Transactions on Information Theory*, 52(2), 489-509.
- Candès, E. J., y Wakin, M. B. (Marzo de 2008). An Introduction to Compressive Sampling. *IEEE Signal Processing Magazine*, 25(2), 21-30.
- Columbia University. (15 de Febrero de 2009). *CAVE*. Recuperado el 23 de Noviembre de 2017, de CAVE: <http://www.cs.columbia.edu/CAVE/databases/multispectral/>
- Constantin, D., Rehak, M., Akhtman, Y., y Liebisch, F. (2015). Detection of crop properties by means of hyperspectral remote sensing from a micro UAV. *Bornimer Agrartechnische Berichte*, 20(3), 129-137.
- Díaz, J. J. (2015). *Estudio de Índices de vegetación a partir de imágenes aéreas tomadas desde UAS/RPAS y aplicaciones de estos a la agricultura de precisión*. Madrid, España: Universidad Complutense de Madrid.

- Ewerlöf, M., Larsson, M., y Salerud, E. G. (16 de Febrero de 2017). *SPIE. digital library*. Recuperado el 15 de Enero de 2018, de SPIE. digital library: <https://doi.org/10.1117/12.2251928>
- Figueiredo, M. A., Nowak, R. D., y Wright, S. J. (Diciembre de 2007). Gradient Projection for Sparse Reconstruction: Application to Compressed Sensing and Other Inverse Problems. *IEEE Journal of Selected Topics in Signal Processing*, 1(4), 586-597.
- Hernandez, E. (13 de Agosto de 2013). *Espectro visible*. Recuperado el 18 de Noviembre de 2017, de Espectro visible: http://blogs.fad.unam.mx/ asignatura/elva_hernandez/wp-content/uploads/2013/08/teoria-de-los-colores-luz-y-tipos-de-luz-e.pdf
- Ibraheem, I. (2015). Maximum Likelihood and Spectral Angle Mapper and K-means algorithms used to detection of Melanoma. *American Journal of Biomedical and Life Sciences*, 3(2-3), 8-15.
- Lukac, R., y Plataniotis, K. N. (Noviembre de 2005). Color Filter Arrays: Design and Performance Analysis. *IEEE Transactions on Consumer Electronics*, 51(4), 1260-1267.
- Mejía-Melgarejo, Y. H., Villarreal-Dulcey, O. P., y Arguello-Fuentes, H. (2016). Adjustable spatial resolution of compressive spectral images sensed by multispectral filter array-based sensors. *Redin*, 1(78), 89-98.
- Miao, L., y Qi, H. (Septiembre de 2006). The Design and Evaluation of a Generic Method for Generating Mosaicked Multispectral Filter Arrays. *IEEE Transactions on Image Processing*, 15(9), 2780-2791.
- Miao, L., Qi, H., Ramanath, R., y Snyder, W. E. (Noviembre de 2006). Binary Tree-based Generic Demosaicking Algorithm for Multispectral Filter Arrays. *IEEE Transactions on Image Processing*, 15(11), 3550-3558.

- Mihuobi, S., Losson, O., Mathon, B., y Macaire, L. (Diciembre de 2017). Multispectral demosaicing using pseudo-panchromatic image. *IEEE Transactions on Computational Imaging*, 3(4), 982-995.
- Montoya, J. A. (2015). *Identificación de drenajes ácidos de mina con sensores remotos*. Medellín, Colombia: Universidad Nacional de Colombia.
- Parmar, M., y Reeves, S. J. (2004). A perceptually based design methodology for color filter arrays. *IEEE International Conference on Acoustics, Speech, and Signal Processing (ICASSP'04)*. 3, págs. 473-476. Montreal, Canada: IEEE.
- Qaisar, S., Bilal, R. M., Iqbal, W., Naureen, M., y Lee, S. (Octubre de 2013). Compressive Sensing: From Theory to Applications, A Survey. *Journal of Communications and Networks*, 15(5), 443-456.
- Shaw, G. A., y Burke, H.-h. K. (2003). Spectral Imaging for Remote Sensing. *Lincoln Laboratory*, 14(1), 3-28.
- Shinoda, K., Yanagi, Y., Hayasaki, Y., y Hasegawa, M. (2017). Multispectral filter array design without training images. *Optical Review*, 24(4), 554-571.
- Yamanaka, S. (Noviembre de 1977). *Patente n° 4.054.906*. Estados Unidos.
- Yang, W.-J., Chung, K.-L., Yang, W.-N., y Lin, L.-C. (2013). Universal Chroma Subsampling Strategy for Compressing Mosaic Video Sequences With Arbitrary RGB Color Filter Arrays in H.264/AVC. *IEEE Transactions on circuits and systems for video technology*, 23(4), 591-606.
- Ye, W., y Ma, K.-K. (Diciembre de 2015). Color Image Demosaicing Using Iterative Residual Interpolation. *IEEE Transactions on Image Processing*, 24(12), 5879-5891.