

FORMACIÓN DEL FUTURO PROFESOR DE PRIMARIA EN MATEMÁTICAS

Desarrollo de habilidades espaciales del futuro profesor: una propuesta de tareas formativas
para el primer grupo de grados en Educación Básica Primaria

Autora:

Gresly Yarhit Moreno Jaimes

Trabajo de Grado para Optar al Título de Licenciada en Educación Básica Primaria

Directora:

Jenny Patricia Acevedo-Rincón

Doctora en Educación

Codirectora:

Zaida Margot Santa Ramírez

Doctora en Educación

Universidad Industrial de Santander

Facultad de Ciencias Humanas

Escuela de Educación

Licenciatura en Educación Básica Primaria

Bucaramanga

2024

FORMACIÓN DEL FUTURO PROFESOR DE PRIMARIA EN MATEMÁTICAS

A mí, quien en todo este proceso superó cada obstáculo y no se dio por vencida. Por cada día de frustración y por cada línea que demuestra la pasión por esta profesión. Este es un tributo al trabajo que culminaste este año con cinco años de construcción constante y es un recuerdo de que los sueños sí se cumplen.

Dedicatoria

A Dios, quien me brindó la sabiduría necesaria durante todo este proceso investigativo.

A mi madre y a mi padre, María Luisa y Carlos, por su inquebrantable amor y apoyo a lo largo de mi educación, por ustedes soy una mujer de valores sólidos, metas grandes y carácter único. Este logro es resultado de su gran sacrificio.

A mis sobrinos, Alejandro y Juan Camilo, por ser origen de alegría y amor en los momentos más difíciles. Espero ser una gran fuente de orgullo e inspiración para ustedes, tal como lo han sido para mí.

A mi gran colega y hermano, quien es un gran reflejo de superación y me anima a conseguir propósitos más grandes.

A Simón, por su apoyo incondicional que ha sido mi ancla en medio de las tormentas, quien con su comprensión y seguridad en mis capacidades logró mostrar el potencial de mi trabajo.

Agradecimientos

Sin duda, el agradecimiento principal es a Dios por ser mi mayor guía y compañero en cada eslabón de este ciclo académico.

A mis padres, quienes estuvieron siempre para apoyarme en cada reto de este proceso y nunca perdieron su confianza en mí, quienes me brindaron apoyo para realizar la pasantía de investigación y quienes fueron mis mejores consejeros.

Le agradezco inmensamente a la Doctora Jenny Patricia Acevedo-Rincón, quien me orientó en este proceso de investigación y se convirtió en un gran apoyo para mi formación; no solo fue mi asesora sino una mano amiga que estaba disponible en cada momento.

También a la Doctora Zaida Margot Santa Ramírez, mi codirectora, quien me compartió su conocimiento como la gran maestra que es, además, me abrió las puertas de su universidad durante un mes para vivir una experiencia que nunca olvidaré. Ustedes dos son una gran fuente de inspiración y les agradezco por mostrar el gran potencial de mis ideas.

A la Universidad Industrial de Santander, por ser mi hogar de conocimiento y la puerta para un gran futuro.

A mis amigos y a mi pareja, que siempre estuvieron dando ánimos para terminar esta gran etapa de mi vida, quienes no dejaron de estar presentes y me motivaron a realizar este gran trabajo.

Al semillero de investigación STEAM+H por ser un escenario constante de oportunidades para crecer como investigadora y por brindarme múltiples oportunidades para divulgar mis trabajos, también por darme la oportunidad de ir como pasante a la Universidad de Antioquia.

Ficha Técnica de la Pasantía

Nombre del estudiante: Gresly Yarhit Moreno Jaimes	
Programa de Licenciatura	Licenciatura en Educación Básica Primaria
Grupo de Investigación: ATENEA	Yolima Ivonne Beltrán Villamizar
Línea de Investigación: STEAM+H	Directora de la línea de Investigación: Jenny Patricia Acevedo Rincón
Grupo de Investigación: Educación Matemática e Historia (EDUMATH)	Director del Grupo de Investigación: Carlos Mario Jaramillo López
Línea de Investigación: Geometría y Doblado de Papel	Directora de la línea de Investigación: Zaida Margot Santa Ramírez
Director del trabajo de grado – modalidad pasantía de Investigación	Jenny Patricia Acevedo Rincón
Codirector del trabajo de grado – modalidad pasantía de Investigación	Zaida Margot Santa Ramírez
Título del Proyecto de Investigación: Desarrollo de habilidades espaciales del futuro profesor: una propuesta de tareas formativas para el primer grupo de grados en Educación Básica Primaria	
Tiempo de duración (en semestres):	Dos
<p>Descripción general del proyecto:</p> <p>Entendiendo que el mejoramiento del proceso de aprendizaje de los estudiantes inicia en la formación sólida de los futuros profesores que se encargan de mediar dicho proceso, es esencial una implementación curricular articulada y no aislada; en este punto se hace referencia a la coherencia horizontal planteada en los Estándares Básicos de Competencias de Matemáticas (MEN, 2006), dado que esta interconexión de pensamientos no solo favorece la comprensión de los conocimientos por parte de los estudiantes, sino que, también, fomenta su capacidad</p>	

para aplicarlos en situaciones reales y en problemas cotidianos, considerando que las habilidades espaciales se encuentran inmersas en el día a día de los niños, así como en las diferentes ciencias del conocimiento a las cuales se enfrentan durante todo su proceso educativo.

Este estudio reconoce la importancia de la formación de los futuros profesores en el mejoramiento del aprendizaje de los estudiantes, ya que, al adquirir habilidades espaciales consistentes y una comprensión profunda sobre estas, estarán capacitados para abordar los conocimientos relacionados con el componente espacial – métrico, lo cual influirá positivamente en el desarrollo de los niños en el primer grupo de grados de Educación Básica Primaria, específicamente en la educación matemática, la cual se convierte en una de las bases para todo el proceso educativo de los estudiantes. Por tal razón, se plantea el propósito general de investigación: estructurar tareas formativas dirigidas hacia estos futuros profesores con el fin de desarrollar o potenciar las habilidades espaciales que estos poseen y deben dominar desde el conocimiento en y para la práctica pedagógica.

Para lograr este objetivo, la investigación asume un enfoque mixto a partir de una investigación basada en diseño, en la que se plantean tres tareas formativas para el futuro profesor; estas se someten a una validación de contenido desde la perspectiva de 4 expertos sobre el pensamiento espacial y la Educación Básica Primaria, quienes, basados en la claridad, pertinencia y relevancia de estas tareas formativas, emiten una serie de juicios de valor que vislumbran las modificaciones oportunas para la estructuración final de la propuesta.

Justificación del Estudiante

La pasantía de investigación, como modalidad de trabajo de grado, permite ampliar el conocimiento sobre el tema de interés, en este caso, el pensamiento espacial y su articulación con otros pensamientos, desde otros escenarios por fuera de la Universidad Industrial de Santander. Asimismo, posibilita la ampliación del dominio conceptual, como futura profesora, haciendo parte de otra comunidad de aprendizaje, bajo el acompañamiento de una docente altamente capacitada en mi

tema de investigación, quien, sin duda alguna, podrá nutrir el conocimiento tanto teórico como didáctico, así como aportar a nivel personal e investigativo.

Aportes de la Pasantía de Investigación al proceso de formación docente

Considero que esta modalidad aporta, ampliamente, en la constitución de profesores íntegros y capaces de desarrollar su labor en diferentes escenarios, en aspectos como la articulación de procesos, conocimientos y entornos en los cuales se lleva a cabo la educación. También, consolida a un docente con una visión investigativa e innovadora que apunte siempre hacia la mejora del proceso educativo desde contextos cercanos hasta contextos globales o genéricos.

Tabla de contenido

	Pág.
Introducción.....	15
Capítulo 1. Problema	18
1.1. Descripción y Planteamiento del problema	18
1.2. Justificación	21
1.3. Objetivos.....	23
1.3.1. <i>Objetivo General</i>	23
1.3.2. <i>Objetivos Específicos</i>	24
Capítulo 2. Marco Teórico.....	25
2.1. Antecedentes.....	25
2.2. Marco conceptual	31
2.2.1. <i>Formador de Formadores</i>	31
2.2.2. <i>Habilidades espaciales</i>	32
2.2.3. <i>Pensamientos de la Actividad Matemática</i>	34
2.2.4. <i>Relación de las habilidades espaciales y los pensamientos</i>	38
2.2.5. <i>Conocimiento en y para la Práctica desde la Coherencia Horizontal</i> 40	
2.2.6. <i>Tareas formativas</i>	41
Capítulo 3. Método.....	43
3.1. Enfoque.....	43

FORMACIÓN DEL FUTURO PROFESOR DE PRIMARIA EN MATEMÁTICAS

3.2. Participantes	46
3.3. Técnicas e instrumentos	48
3.4. Descripción del proceso metodológico.....	49
Capítulo 4. Resultados.....	53
4.1. Síntesis de las tareas formativas	53
Capítulo 5. Análisis y discusión	66
5.1.1. Tarea formativa uno: <i>Las ranas saltarinas</i>	67
5.1.2. Tarea formativa dos: <i>Portalápices matemáticos</i>	79
5.1.3. Tarea formativa tres: <i>La forma perfecta</i>	88
Conclusiones.....	100
Referencias bibliográficas	106
Apéndices	117

Lista de tablas

Tabla 1 Relaciones iniciales del currículo matemático	54
Tabla 2 Información general de la tarea formativa uno	56
Tabla 3 Información general de la tarea formativa dos	59
Tabla 4 Información general de la tarea formativa tres	63
Tabla 5 Resultados obtenidos según el coeficiente V de Aiken	67
Tabla 6 Resultados criterio de pertinencia. Tarea formativa uno	68
Tabla 7 Resultados criterio de claridad. Tarea formativa uno	72
Tabla 8 Resultados criterio de relevancia. Tarea formativa uno	74
Tabla 9 Resultados criterio de pertinencia. Tarea formativa dos	79
Tabla 10 Resultados criterio de claridad. Tarea formativa dos	82
Tabla 11 Resultados criterio de relevancia. Tarea formativa dos	84
Tabla 12 Resultados criterio de pertinencia. Tarea formativa tres	89
Tabla 13 Resultados criterio de claridad. Tarea formativa tres	91
Tabla 14 Resultados criterio de relevancia. Tarea formativa tres	94

Lista de figuras

	Pág.
Figura 1 Estructura curricular del pensamiento matemático	36
Figura 2 Esquema metodológico de investigación	45
Figura 3 Ecuación V de Aiken	49
Figura 4 Organización general de la tarea formativa uno: Las ranas saltarinas	57
Figura 5 Organización general de la tarea formativa dos: Portalápices	60
Figura 6 Organización general de la tarea formativa tres: La forma perfecta	62
Figura 7 Estructura general de la rúbrica de validación	64
Figura 8 Adaptaciones para la tarea formativa uno	76
Figura 9 Adaptaciones para la tarea formativa dos	87
Figura 10 Adaptaciones para la tarea formativa tres	96

Lista de apéndices

	Pág.
Apéndice A Tarea formativa uno: Las ranas saltarinas	117
Apéndice B Tarea formativa dos: Portalápices matemáticos	132
Apéndice C Tarea formativa tres: La forma perfecta	144
Apéndice D Protocolo de validación de las tareas formativas.....	152

Resumen

Título: Desarrollo de habilidades espaciales del futuro profesor: una propuesta de tareas formativas para el primer grupo de grados en Educación Básica Primaria¹

Autor: Gresly Yarhit Moreno Jaimes²

Palabras Clave: coherencia horizontal curricular, Educación Básica Primaria, tareas formativas, formación docente, desarrollo de habilidades espaciales.

Descripción: Dentro de las matemáticas escolares resulta inminente desarrollar habilidades espaciales en los futuros profesores de Educación Básica Primaria, pues estas permiten comprender y enseñar conceptos relacionados con el pensamiento espacial, a través de la geometría. El presente estudio está enfocado en estructurar tareas formativas que propicien el desarrollo de estas habilidades en un futuro profesor en Educación Básica Primaria mediante la coherencia horizontal del currículo de matemáticas en el primer grupo de grados. Bajo este objetivo se realiza un rastreo investigativo, que vislumbra la necesidad de mejorar la capacitación del futuro profesor a través de la integración horizontal de los Estándares Básicos de Competencias de Matemáticas. Para esto, se trabaja con una metodología mixta basada en diseño, aprovechando el conocimiento de cuatro expertos para validar el contenido de las tareas formativas mediante la respuesta a un protocolo de validación analizado mediante el coeficiente V de Aiken. Como principal resultado, se deben contemplar los procesos de la actividad matemática y las habilidades espaciales para la estructuración de tareas formativas en la educación matemática desde la coherencia horizontal; además, es esencial profundizar en investigaciones relacionadas con la formación de los formadores y las investigaciones basadas en diseño dentro de la Básica Primaria.

¹ Trabajo de Grado

² Facultad de Ciencias Humanas. Escuela de Educación. Licenciatura en Educación Básica Primaria.

Directora: Jenny Patricia Acevedo-Rincón. Doctora en Educación. Codirectora: Zaida Margot Santa Ramírez.

Doctora en Educación.

Abstract

Title: Development of spatial skills of the future teacher: a proposal of formative tasks for the first group of grades in Primary Basic Education.³

Author(s): Gresly Yarhit Moreno Jaimes⁴

Key Words: Horizontal curricular coherence, Primary Basic Education, formative tasks, teacher training, development of spatial skills.

Description: Within the school mathematics it is imminent to develop spatial skills in the future teachers of Primary Basic Education, since these allow understanding and teaching concepts related to spatial thinking, through geometry. The present study is focused on structuring formative tasks that propitiate the development of these skills in a future teacher in Primary Basic Education through the horizontal coherence of the mathematics curriculum in the first group of grades. Under this objective, a research tracing is carried out, which envisions the need to improve the training of the future teacher through the horizontal integration of the Basic Standards of Mathematics Competences. For this, we work with a mixed methodology based on design, taking advantage of the knowledge of four experts to validate the content of the training tasks through the response to a validation protocol analyzed by means of Aiken's V coefficient. As a main result, the processes of mathematical activity and spatial skills should be contemplated for the structuring of formative tasks in mathematics education from horizontal coherence; in addition, it is essential to deepen research related to the training of trainers and design-based research in elementary school.

³ Degree Work

⁴ Faculty of Human Sciences. School of Education. Bachelor's Degree in Elementary Basic Education.

Director: Jenny Patricia Acevedo-Rincón. Doctor in Education. Co-director: Zaida Margot Santa Ramírez.

Doctor in Education.

Introducción

Las matemáticas educativas se constituyen en un escenario favorable para el trabajo con actividades cognitivas que van desde la conceptualización hasta la comprensión de textos que son posibles de abordar mediante el uso de diversos registros de representación, dado que los conceptos matemáticos no, necesariamente, corresponden a objetos reales (por ejemplo, el punto o la recta); por lo tanto, es ineludible acudir a la representación de estos para poder estudiarlos o aplicarlos en diferentes situaciones (Duval, 2004, como se citó en Oviedo et al., 2012).

Con base en la idea anterior, se genera la necesidad de desarrollar el pensamiento espacial desde el componente espacial-métrico, dado que, de manera implícita, el pensamiento métrico también propicia el desarrollo de habilidades espaciales (de manera casi inmediata), en este caso, dentro del contexto de los pensamientos numérico, aleatorio y variacional, a través de lo que corresponde a la geometría. En los Lineamientos Curriculares de Matemáticas (MEN, 1998)⁵ se apunta a la inteligencia espacial, la cual es propuesta por Howard Gardner, quien respalda la importancia del pensamiento espacial dentro del pensamiento científico precisamente por su utilización para la representación de información en el proceso educativo y la resolución de problemas en los distintos ámbitos escolares.

⁵ Los Lineamientos Curriculares de Matemáticas (MEN, 1998) y los Estándares Básicos de Competencias en Matemáticas (MEN, 2006) del sistema educativo de Colombia presentan cinco categorías de pensamiento matemático (numérico, espacial, métrico, aleatorio y variacional), en las cuales se abordan cinco procesos enmarcados en la comunicación, modelación, la elaboración, comparación y ejercitación de procedimiento, razonamiento, resolución y planteamiento de problemas. Este enfoque se aplica no solo en el ámbito matemático, sino también en situaciones de la vida real y en otras disciplinas científicas.

FORMACIÓN DEL FUTURO PROFESOR DE PRIMARIA EN MATEMÁTICAS

No obstante, en algunas prácticas, las matemáticas escolares privilegian la enseñanza del pensamiento numérico, mediante la realización de cálculos y la memorización de conceptos a partir de la ejercitación como una manera de mecanización de las operaciones con números de diferentes conjuntos numéricos (Orrantia, 2005; Sánchez-Acero y García-Martín, 2021). En comparación, y considerando la relevancia que representaban las formas geométricas para las civilizaciones antiguas, se ha observado poca relevancia tanto en el desarrollo del pensamiento espacial como en la enseñanza de la geometría.

Un adecuado abordaje del pensamiento espacial y el desarrollo de sus habilidades es fundamental para la formación general de los estudiantes de Básica Primaria, en tanto que les permite la interpretación del mundo que los rodea desde las bases conceptuales aprendidas, así como el mejoramiento de las destrezas numéricas y de las mismas estructuras conceptuales (Giraldo y Ruiz, 2014). No obstante, para que el proceso educativo de los estudiantes sea oportuno, el profesor debe priorizar el desarrollo de sus propias habilidades, en este caso, las que corresponden al pensamiento espacial con el fin de dejar a un lado la enseñanza aislada y fragmentada de las matemáticas. Para cumplir con este objetivo, la investigación propone la estructuración de tareas formativas para el futuro profesor de matemáticas en Educación Básica Primaria dentro del primer grupo de grados, manteniendo la coherencia horizontal de los pensamientos encontrada en los Estándares Básicos de Competencias en Matemáticas (MEN, 2006).

Para cumplir con este cuestionamiento, se hace una revisión de antecedentes investigativos acerca del desarrollo de habilidades espaciales del futuro profesor. Se da

paso al marco teórico se centra en tres aspectos fundamentales. Todo esto será posible mediante un enfoque metodológico, de carácter mixto, a través de una investigación basada en diseño, centrada en la validación por expertos del contenido de las tareas formativas.

Capítulo 1. Problema

Esta investigación surge al evidenciar la exigencia de un riguroso dominio disciplinar y didáctico para que los profesores puedan llevar a cabo un adecuado proceso de enseñanza y aprendizaje de las matemáticas; por tal razón, en los últimos años se ha empezado a atender, aún más, la formación de los profesores de esta área en la educación Básica Primaria⁶. En el territorio colombiano, desde la perspectiva de Rada et al. (2019) se considera que es superficial tanto la formación de los profesores mediadores del proceso de enseñanza de las matemáticas, como el enfoque que se le da a las propuestas educativas para mejorar las prácticas docentes que terminan en malos resultados dentro del aula, un aspecto que, a nivel del conocimiento matemático, se concibe determinante para el desarrollo integral del pensamiento matemático en el inicio de la educación (Rada et al., 2019).

1.1. Descripción y Planteamiento del problema

En algunas prácticas, se ha observado que el proceso educativo se encamina hacia la enseñanza de las matemáticas con la intención de crear seres capaces de reproducir una serie de pasos que los lleven a una respuesta, sin importar la comprensión o justificación de su realización; es decir, parece que la enseñanza se orienta, únicamente, hacia el dominio del pensamiento numérico y sus algoritmos (Orrantia, 2006; Sánchez-Acero y García-Martín, 2021).

⁶ La educación colombiana se encuentra dividida en diferentes ciclos: Primer ciclo o Básica Primaria (1°-5°) que, a su vez, se encuentra subdividido en dos grupos de grados, es decir, de 1° a 3° y de 4° a 5°, segundo ciclo o Básica Secundaria (6°-9°) y el tercer ciclo o Media Vocacional (10°-11°).

FORMACIÓN DEL FUTURO PROFESOR DE PRIMARIA EN MATEMÁTICAS

Aunque la aritmética y el álgebra conforman una parte importante de las matemáticas que se conocen hasta ahora, para contextualizar la problemática de este estudio se inicia revisando la evolución histórica de la geometría desde las primeras civilizaciones que hicieron uso de esta, hasta la actualidad del proceso educativo. Como punto de partida, resulta complejo situar el surgimiento de la geometría a una época o acontecimiento específico; no obstante, esta era de gran utilidad, por ejemplo, para los griegos, quienes la solían emplear para limitar sus terrenos (Ortíz, 2005).

La geometría posibilita la consolidación de las matemáticas como ciencia formal, pues esta es considerada como una rama versátil de las matemáticas que aporta significativamente a dominios cotidianos y a competencias sociales, científicas y matemáticas (Camargo y Acosta, 2012), lo cual quiere decir que esta aprovecha sus conocimientos para contribuir a la formación significativa de los estudiantes; por tal razón, inquieta que no se aborde con la misma relevancia dentro de los primeros grados de Básica Primaria, como sí lo fue en las civilizaciones antiguas. Lo anterior, se le atribuye, en cierta medida, al proceso de formación del futuro profesor a nivel disciplinar y profesional impartido por las instituciones de carácter universitario, en el que se accede a un conocimiento geométrico muy limitado y prototípico de las figuras o cuerpos geométricos (Giménez y Vanegas, 2020; Prieto y Arredondo, 2022).

Si se habla del balance de la didáctica matemática y de las matemáticas como ciencia en asignaturas de formación inicial de profesores, dicho proceso ha sufrido varios cambios, pero no ha sido suficiente. Desde los años sesenta, las carreras especializadas en la educación matemática tienen una formación superficial, donde establecen como principal

FORMACIÓN DEL FUTURO PROFESOR DE PRIMARIA EN MATEMÁTICAS

propósito la formación docente a nivel de la educación media y superior con una enseñanza general en la que, en algunos casos, se priorizan los conocimientos didácticos o, por el contrario, el enfoque principal es hacia los conocimientos netamente teóricos (Aroca et al., 2016; Gómez, 2018).

Adicionalmente, la poca demanda de personas interesadas en formarse como licenciados llevó a otros profesionales de áreas como la ingeniería a integrarse a la formación del futuro profesor para suplir aquel vacío de profesionales educativos, específicamente a nivel de Básica Primaria (Gómez, 2018). Por tal razón, se evidencian debilidades en el conocimiento *en y para* la práctica por parte del futuro profesor en algunos programas de formación inicial, al mismo tiempo que, se hace notoria la necesidad de profundizar en educación matemática, para, así, proporcionar una propuesta sólida que contribuya a dicha formación profesional.

Esta situación recurrente dentro de la formación del futuro profesor genera, como resultado, un rol pasivo en su proceso de aprendizaje; esto se debe a que el enfoque usual de los profesores de geometría se orienta hacia procesos de memorización o de repetición a partir de clases expositivas con metodología tradicional, lo cual afecta directamente los fines tanto de enseñanza como de aprendizaje en este ámbito universitario (Arrieche, Arrieche e Iglesias, 2018).

Ante las dificultades planteadas por los autores anteriores (Prieto y Arredondo, 2022; Giménez y Vanegas, 2020; Arrieche, Arrieche e Iglesias, 2018), en términos de los insuficientes resultados de las clases de geometría en los procesos de enseñanza y aprendizaje de los futuros profesores, se considera pertinente formarlos en el desarrollo del

pensamiento espacial (teniendo claro que el pensamiento métrico se encuentra desarrollado de manera implícita desde el abordaje de la geometría, por lo tanto, se hace referencia al componente espacial-métrico)⁷ en relación con los demás pensamientos: variacional, aleatorio y numérico, que propicien el abordaje general del pensamiento matemático de los estudiantes del cual es mediador el docente en formación. Por lo tanto, este estudio pretende abordar la siguiente pregunta de investigación: ¿cómo estructurar tareas formativas que permitan el desarrollo de habilidades espaciales del futuro profesor de Educación Básica Primaria a partir de la coherencia horizontal del currículo de matemáticas en el primer grupo de grados?

1.2. Justificación

La educación matemática, en Básica Primaria, se constituye en la base del proceso de aprendizaje de las matemáticas escolares. Así pues, es complejo que los futuros profesores enseñen un tipo de conocimiento matemático sobre el cual, posiblemente, tienen una formación superficial. Esta responsabilidad se remite a la formación inicial de profesores, la cual debe permitir que estos se conviertan en mediadores del conocimiento a través de su propia transformación constante, en el marco del diseño de un plan académico que posibilite aprendizajes útiles para la práctica pedagógica (Santos, Gamboa y Silva, 2017).

⁷ Para el ICFES (2020), los componentes se contemplan a nivel numérico-variacional, espacial-métrico y aleatorio. Por esta razón, la investigación aborda la coherencia horizontal correspondiente a los demás pensamientos matemáticos que no involucran al componente espacial-métrico para articularlo con este, permitiendo así el desarrollo de habilidades espaciales del futuro profesor.

Otro de los responsables de este reto es el futuro profesor, quien debe garantizar, de forma autónoma, la actualización permanente de sus modelos de enseñanza y la ampliación de sus campos de dominio (disciplinares y didácticos), que lleven al desarrollo del pensamiento matemático de sus estudiantes (Gonzato, Díaz y Neto, 2011); en este caso, al desarrollo de habilidades espaciales en articulación con los pensamientos variacional, numérico y aleatorio, mediante la coherencia horizontal del currículo de matemáticas.

Sin embargo, el futuro profesor no es completamente el responsable de las limitaciones de sus prácticas pedagógicas, dado que en las instituciones colombianas varía el abordaje curricular que se le da a los contenidos postulados en los diferentes documentos de política pública⁸, cuyos planteamientos no dejan en claro alrededor de qué aspectos se debe desenvolver el proceso de enseñanza (Ferrer, 2004). Se reconoce que los documentos curriculares se encuentran consolidados, pero aún no se implementan en su totalidad; así las cosas, esta investigación parte de la división de los componentes matemáticos, según el ICFES (2020), para abordar la coherencia horizontal de los demás componentes que no involucran al espacial-métrico, es decir, los componentes numérico-variacional y el componente aleatorio.

Si bien es cierto, el futuro profesor se encuentra en medio de un siglo lleno de cambios en todos los ámbitos; por tal razón, las competencias del siglo XXI (Fundación Omar Dengo, 2014) mencionan que el futuro profesor debe concebir el proceso educativo como un intercambio de conocimientos con los estudiantes desde la construcción de

⁸ Lineamientos Curriculares de Matemáticas (MEN, 1998), los Estándares Básicos de Competencias de Matemáticas (MEN, 2006) y los Derechos Básicos de Aprendizaje (MEN, 2016).

situaciones de aprendizaje que desarrollen la postura crítica y creativa mediante escenarios reales, para llegar a la reflexión del aprendizaje con el propósito de mantener una mejora de la educación. Esto hace referencia a un cambio de perspectiva, la cual modifica su enfoque para ir más allá de la transferencia de contenidos disciplinares y establece una preocupación por el desarrollo de habilidades argumentativas y comprensivas sobre los objetos matemáticos (Gonzato, Díaz y Neto, 2011).

La formación del profesor es un campo que, aunque ha sido investigado, sigue requiriendo profundización para el mejoramiento de las prácticas del futuro profesor y de su formación inicial. Esta investigación se interesa en generar una postura reflexiva sobre el conocimiento del futuro profesor de Educación Básica Primaria para su práctica, en particular, en lo que concierne al desarrollo de habilidades espaciales para la estructuración de tareas formativas que propicien coherencia horizontal del currículo de matemáticas, como una posible guía en la formación inicial o continuada del profesor, que pueda materializarse en las aulas de matemáticas.

1.3. Objetivos

1.3.1. Objetivo General

Estructurar tareas formativas que permitan el desarrollo de habilidades espaciales del futuro profesor de Educación Básica Primaria a partir de la coherencia horizontal del currículo de matemáticas en el primer grupo de grados.

1.3.2. *Objetivos Específicos*

- Revisar el currículo matemático para identificar las relaciones que existen entre las habilidades espaciales y los pensamientos matemáticos del primer grupo de grados de Educación Básica Primaria.
- Identificar las habilidades espaciales necesarias que requieren los futuros profesores de Educación Básica Primaria.
- Analizar tareas formativas que contribuyan al desarrollo de habilidades espaciales del futuro profesor en el primer grupo de grados de Educación Básica Primaria desde la coherencia horizontal planteada en el currículo matemático.

Capítulo 2. Marco Teórico

Este panorama teórico se encuentra subdividido en dos grandes abordajes: antecedentes investigativos y marco conceptual. Por una parte, se encuentran los antecedentes de investigación que permiten situar, en un contexto específico, el trabajo que se está llevando a cabo; para esto, se organizan los documentos e investigaciones previas sobre el tema en cinco categorías: (i) las revisiones bibliográficas y teóricas, (ii) la formación del futuro profesor desde sus propios conocimientos geométricos, (iii) las tareas para identificar el desarrollo de las habilidades espaciales, (iv) la articulación del pensamiento espacial con los demás tipos de pensamientos matemáticos y (v) el doblado de papel en el desarrollo del pensamiento matemático.

Por otro lado, en el marco conceptual se recopila información acerca de términos clave que fundamentan la investigación; tales términos se resumen en los siguientes apartados: (i) el formador de formadores, (ii) las habilidades espaciales, (iii) los pensamientos de la actividad matemática, (iv) la relación de las habilidades espaciales y los pensamientos de la actividad matemática, (v) conocimiento en y para la práctica desde la coherencia horizontal, y (vi) las tareas formativas.

2.1. Antecedentes

El desarrollo de las habilidades del futuro profesor de Básica Primaria implica un tema de estudio dentro de la comunidad investigativa; por tal razón, al indagar en *revisiones bibliográficas y teóricas* sobre el tema (Iglesias, 2016; Maturana, 2018), se encuentran hallazgos que resaltan la importancia de centrar la perspectiva investigativa en este campo de estudio con la intención de reconocer aquellas orientaciones pertinentes para

la formación inicial de los futuros profesores desde un enfoque geométrico y espacial (Iglesias, 2016); así mismo, revisar las dificultades o falencias sobre la práctica (dominio teórico) que posee el futuro profesor (Maturana, 2018) para llegar a una propuesta que propicie el desarrollo de sus habilidades espaciales en la articulación de todos los tipos de pensamientos matemáticos contemplados en el currículo colombiano.

Dichas investigaciones bibliográficas (Iglesias, 2016; Maturana, 2018), a nivel nacional e internacional, realizan aportes en términos de aspectos que deben ser superados para favorecer la formación docente; algunos de los estudios se encaminan hacia el tipo de tareas y los procesos que los profesores vinculan en el desarrollo de habilidades espaciales sin considerar factores como la motivación o el entorno real (Maturana, 2018); otros, no contemplan la relevancia de la visualización dentro de la educación matemática ni el desarrollo de habilidades argumentativas ante procesos que involucran a las habilidades espaciales (Ortíz, Iglesias y Paredes, 2013, como se citó en Iglesias, 2016).

Ante este tipo de debilidades, resulta pertinente profundizar en las investigaciones que se han centrado en *la formación del futuro profesor desde sus propios conocimientos geométricos*. En este sentido, diferentes trabajos muestran interés por analizar las concepciones iniciales e identificar el nivel de dominio de los futuros profesores acerca de términos como: la semejanza, la simetría, el uso de material concreto (el Tangram), el sentido espacial y la visualización desde diferentes estrategias (Sámuel, Vanegas y Giménez, 2016; Sicuamia, 2017; Giménez y Vanegas, 2020; Monge, 2021; Pavlovičová, Bočková y Laššová, 2022).

FORMACIÓN DEL FUTURO PROFESOR DE PRIMARIA EN MATEMÁTICAS

El estudio de Sámuel, Vanegas y Giménez (2016) aborda un contenido geométrico específico en contextos diferentes al colombiano; a pesar de ello, contribuye significativamente a este proceso investigativo desde la identificación y el planteamiento de tareas para optimar la formación del futuro profesor. Algunas investigaciones como las de Monge (2021) y Pavlovičová, Bočková y Laššová (2022), muestran, a nivel más general, tareas diseñadas para analizar el dominio geométrico y espacial, que permiten evidenciar tanto la debilidad de los futuros profesores frente a las dimensiones geométricas y el sistema lógico del sentido espacial como los estereotipos o constructos erróneos sobre términos (i.e. la semejanza), sin considerar que, en varias ocasiones, estos resultados no son observables sino que requieren de dominios netamente teóricos sobre el tema (Giménez y Vanegas, 2020).

También se encuentra un estudio desarrollado en un contexto más cercano a esta investigación; tal es el caso del trabajo realizado por Sicuamia (2017), el cual se ejecuta en la capital colombiana y construye unas rejillas para evaluar el desarrollo de la localización espacial y el uso de mapas; un aspecto a resaltar dentro de este trabajo es la jerarquización de las actividades por niveles correspondientes a una serie de hipótesis por cada uno, relacionada con la orientación espacial; esta autora identifica tres resultados relevantes mediante el experimento de enseñanza: el sistema de referencia de los profesores basado en lo externo, reconocimiento de las trayectorias reales de aprendizaje de los profesores y la postura didáctica objetiva durante todo el estudio.

En relación con lo anterior, se ubica el segundo grupo de antecedentes encaminados hacia las tareas para identificar el desarrollo de las habilidades espaciales. En general,

varios estudios proponen construir e implementar instrumentos como cuestionarios, pruebas diagnósticas o tareas, útiles para evaluar los conocimientos didáctico-matemáticos de los futuros profesores en cuanto a la visualización, la geometría tridimensional, el razonamiento y las habilidades espaciales (Gonzato, Díaz y Neto, 2011; Fernández, 2014; Patkin y Sarfaty, 2012). Algunos de estos estudios cuentan con unas particularidades como el uso de papel y lápiz para efectuar las pruebas (Gonzato, Díaz y Neto, 2011) o la implementación parcial de un modelo teórico como el de Van Hiele, donde solo se ponen en práctica los tres primeros niveles (Patkin y Sarfaty, 2012). En el caso del trabajo realizado por Fernández (2014), este facilita un cuestionario con siete aspectos que abarcan las habilidades espaciales, en el cual se vislumbran posibles ideas para la estructuración de las tareas formativas a plantear dentro de la investigación en curso, sin embargo, este se lleva a cabo en un contexto internacional y se aleja de la realidad del futuro profesor de Básica Primaria en Colombia.

Algunos antecedentes (Jiménez y Ortiz, 2018; Juárez-Ruiz, Sánchez y Juárez, 2022) no solo se alejan del contexto colombiano, sino que tampoco contemplan la edad de los niños durante la Básica Primaria; este aspecto se fundamenta en la investigación realizada por Acevedo-Rincón y Tebet (2022), quienes hablan del desarrollo de la percepción visual en bebés; este trabajo es una prueba de que el abordaje de las habilidades espaciales se deja para la educación inicial del estudiante o, por el contrario, se estudia cuando estos se encuentran en la básica secundaria o en la media vocacional. A su vez, estos estudios no se centran en *la articulación del pensamiento espacial con los demás tipos de pensamientos matemáticos* que permitan el pleno desarrollo del estudiante. En esta búsqueda, se

encuentran dos trabajos en los cuales se conecta al pensamiento espacial con un enfoque sobre las ciencias sociales, en especial, en el reconocimiento de la ciudad como un escenario de aprendizaje en Básica Primaria mediante juegos y secuencias didácticas (Carmona, 2017; Vichiato y García, 2018), lo cual pone en clara evidencia la poca existencia de trabajos previos de formación para el futuro profesor donde se articulen los pensamientos del currículo de matemáticas colombiano.

Pese a esto, es importante destacar la articulación entre las ciencias sociales y las matemáticas en estos estudios, los cuales se preocupan por fomentar habilidades del pensamiento espacial desde las relaciones ambientales y espaciales en entornos cercanos como lo es la ciudad; a través de estrategias como secuencias didácticas y el juego se desarrollan nociones tanto cartográficas como espaciales en estudiantes de primaria (Carmona, 2017; Vichiato y García, 2018).

Con el propósito de relacionar el pensamiento espacial dentro de la actividad matemática en general, existen diferentes estrategias o tipos de abordajes para poner en práctica los conocimientos espaciales. En este caso, se habla del *doblado de papel para el desarrollo del pensamiento espacial*, donde se encuentran autores como Sánchez (2017) y Mena y Gallón (2019), quienes afirman la relevancia que tiene el doblado de papel al momento de comprender y generar conocimientos geométricos útiles por parte de los estudiantes, teniendo un acercamiento intuitivo a distintos conceptos involucrados en el proceso del doblado de papel (Echeverri, 2014). Esto, se evidencia mediante el diseño de unidades curriculares para trabajar el concepto de punto, recta y plano con niños de

segundo grado (Sánchez, 2017), así como el concepto de mediatriz en estudiantes de grado cuarto (Mena y Gallón, 2019).

A nivel de la formación de profesores en ejercicio y futuros profesores de matemáticas, Santa y Jaramillo (2011) aseguran que la geometría, visualizada en construcciones con doblado de papel, se convierte en una alternativa pedagógica para mejorar los procesos de enseñanza y aprendizaje de esta. Más adelante, se señala la posibilidad de utilizar la estrategia del doblado de papel como un medio que aporta al conocimiento de la práctica del profesor en cuanto a su desarrollo profesional, dado que las construcciones mediante el doblado de papel le permiten realizar procesos de visualización, de análisis y comprobación, de discusión y verificación de estas (Santa et al., 2015)

El doblado de papel es un medio que posibilita la comprensión de algunos conceptos y procedimientos inmersos en la actividad de doblar, dado que propicia procesos de visualización, procesos de experimentación, generación y validación de conjeturas visuales, pruebas visuales, procesos de argumentación, entre otros; estos aspectos contribuyen con la producción de conocimiento geométrico del colectivo (Santa, 2016).

Después de realizar un recorrido por todos aquellos aportes de diversas investigaciones al objeto de estudio, se denota la relevancia de este trabajo desde su originalidad y contribución al ámbito de la educación matemática escolar; en particular, en la formación del futuro profesor de matemáticas de primaria mediante la coherencia horizontal del pensamiento espacial con los demás pensamientos y el reconocimiento de distintos contextos posibles de formación: las cartografías, juegos, convenciones en los mapas, entre otros, que permiten conectar pensamientos matemáticos con otras disciplinas.

2.2. Marco conceptual

El marco conceptual se centra en mostrar los conceptos y términos principales que reúnen la esencia teórica de la investigación desde autores que enfocan su atención en el tema y postulan información pertinente para fundamentar el proceso.

2.2.1. Formador de Formadores

Para este estudio, es relevante caracterizar al formador que se encarga de los futuros profesores de matemáticas. Autores como Contreras et al. (2017) mencionan que el formador de formadores en educación matemática debe estar capacitado con el conocimiento necesario que pretende mediar en sus futuros profesores, ya sea a través de experiencias fuera del aula o desde un conocimiento impartido de manera formal y profesional. En palabras de otros autores, como Rojas y Deulofeu (2015), esto quiere decir que el formador de los futuros profesores de matemáticas tiene la mayor parte de responsabilidad sobre la formación de estos, dado que este es el encargado de apoyar en la consolidación de conocimiento profesional del futuro profesor para la enseñanza próxima de la matemática escolar.

Zaslavsky y Leikin (2004) exponen una triada didáctica entre formador, futuro profesor y el conocimiento, la cual corresponde a tres aspectos a considerar por parte del formador de futuros profesores; este triángulo hace referencia a que los formadores deben plantear desafíos para la participación de los estudiantes para profesor en la elaboración del contenido vinculado a la educación matemática, de manera similar a como los docentes involucran a sus estudiantes en relación con las matemáticas en el ámbito escolar. Posterior al planteamiento de estos tres aspectos, Zaslavsky y Leikin (2004) reconocen la

importancia de que los formadores cuenten con un conocimiento de las matemáticas escolares sólido para brindar a los estudiantes un desafío matemático adecuado; sin embargo, la formación formal en matemáticas que es recibida por los futuros profesores dentro de la educación superior no siempre satisface esta necesidad.

Por otro lado, Perks y Prestage (2008) señalan que el dominio del formador se vincula con el saber práctico, que abarca actividades de capacitación, prácticas profesionales que incluyen metodologías de trabajo con profesores, así como investigaciones sobre las matemáticas en la práctica pedagógica. Además, se conecta con el conocimiento del estudiante, que se fundamenta en la experiencia adquirida como docentes.

Estos autores (Zaslavsky y Leikin, 2004; Perks y Prestage, 2008) mencionan elementos del conocimiento del formador de futuros profesores de matemáticas, desde los cuales se puede concebir como aquel que domina las teorías de la educación matemática, los procesos investigativos en cuanto a prácticas y recursos de enseñanza, así como su propia esencia profesional para llevar a cabo el proceso de enseñanza de futuros profesionales en el ámbito educativo.

2.2.2. *Habilidades espaciales*

Las habilidades espaciales se encuentran inmersas dentro del pensamiento espacial, estas poseen diferentes perspectivas teóricas que las definen. Por un lado, Linn y Petersen (1985) las relacionan con la habilidad de representar y adquirir información desde una perspectiva no lingüística. Asimismo, Gutiérrez (1991), según los abordajes previos de Del Grande (1990), las asocian con aquellas habilidades de cada persona para la interpretación y construcción de las representaciones visuales.

Los autores mencionados anteriormente concuerdan en que las habilidades espaciales posibilitan la construcción de imágenes visuales acerca de los objetos espaciales. Sin embargo, este concepto se limita al campo geométrico, no posibilitando, explícitamente, su relación con aspectos numéricos, aleatorios y de variación, aunque Gutiérrez (1991) plantea una serie de actividades de variación de patrones y representaciones gráficas, pese a esto, no permiten cubrir a cabalidad el pensamiento espacial.

Las habilidades espaciales se dividen según su enfoque para abordar las imágenes visuales; para esto, Del Grande (1990) plantea siete habilidades espaciales que engloban la percepción visual: coordinación ojo mano, percepción figura-fondo, constancia perceptiva o de forma, posición en el espacio, percepción de relaciones espaciales, discriminación y memoria visual.

La primera habilidad espacial se denomina *coordinación ojo mano*, ya que conecta la visión con cualquier movimiento realizado por el cuerpo. Esta habilidad es útil en actividades donde los estudiantes realizan dibujos guiados, trazos o colorean espacios; se relaciona con *la percepción figura-fondo*, que es la segunda habilidad espacial y consiste en un acto visual de distinción de un primer plano con respecto al fondo o a la totalidad de la imagen; dicha habilidad se encuentra asociada a la identificación de una figura en un conjunto de figuras que se encuentran superpuestas, a la construcción de una figura mediante sus partes o a completar una figura.

Más allá de la identificación necesaria dentro de la segunda habilidad espacial, se puede encontrar la *constancia perceptiva o de forma*; en otras palabras, la habilidad de

reconocer las figuras geométricas según sus características propias en comparación a las de otras figuras; por esta razón, esta habilidad se involucra en la identificación o en la agrupación de objetos según sus propiedades físicas.

Posteriormente, se encuentra la *percepción de posición en el espacio* o aquella capacidad de relación objeto-espacio con el sujeto mismo, donde se suelen abordar las rotaciones o inversiones de dichos objetos; este tipo de relaciones se ve reiterativamente en ejercicios en los cuales se realizan movimientos. Asimismo, se encuentra la *percepción de relaciones espaciales* o la capacidad de observar dos o más objetos desde la relación con el sujeto o entre estos objetos. Del mismo modo, se encuentra la habilidad de *discriminación visual* o la identificación de las semejanzas o diferencias entre los objetos independientemente de sus posiciones.

La séptima y última habilidad espacial se denomina *memoria visual*; esta consiste en recordar tanto los objetos que ya no se encuentran a la vista como sus características; así mismo, se relaciona con el establecimiento de relaciones con otros objetos que se encuentran a la vista desde las características de estos.

2.2.3. Pensamientos de la Actividad Matemática

En las civilizaciones medievales ya se habían dividido las matemáticas desde lo correspondiente al número (aritmética y álgebra) y al espacio (la geometría), lo cual hace referencia a la subdivisión inicial del pensamiento matemático desde dos puntos principales: el pensamiento numérico y el espacial (MEN, 2006). No obstante, tiempo después y todavía en la actualidad, la organización del currículo de matemáticas se piensa

desde dos documentos de política pública educativa⁹ cuyo fin es orientar dicho proceso de enseñanza obedeciendo a los planteamientos de la OCDE¹⁰, los cuales se encuentran enfocados hacia el desarrollo de competencias y habilidades en los estudiantes que son evaluados periódicamente para garantizar la calidad de la educación en los distintos países que la componen, con el fin de mantener en constante mejoramiento el proceso de enseñanza.

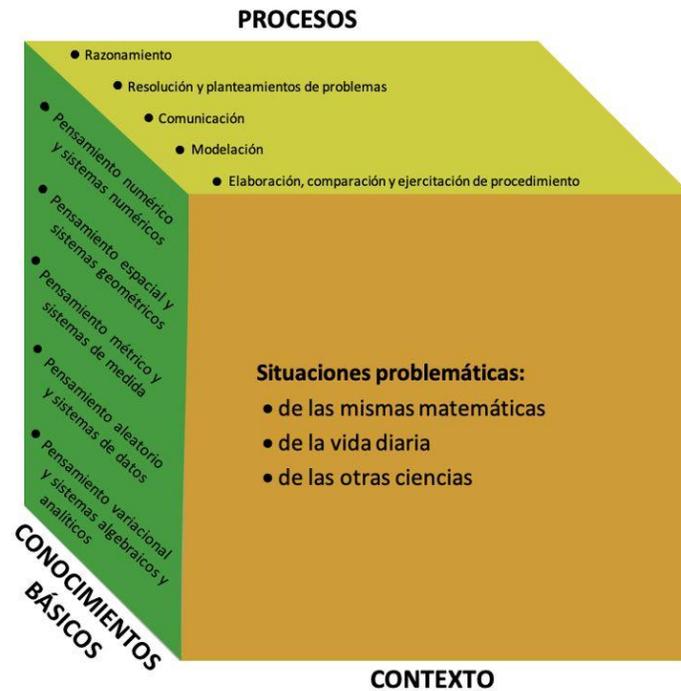
Los Lineamientos Curriculares de Matemáticas (MEN, 1998) contemplan tres aspectos fundamentales (los procesos generales, el contexto y los conocimientos básicos) para la organización del currículo matemático y el desarrollo del *pensamiento matemático*, entendido como aquel pensamiento que encierra las argumentaciones, las deducciones, los procesos algebraicos y de estimación y la intuición espacial o numérica desde el dominio espacial y geométrico; este cúmulo de conocimiento llega al aula con el fin de generar seres matemáticamente competentes, es decir, estudiantes capaces de llevar la matemática escolar a sus problemas cotidianos o en situaciones específicas (MEN, 2006). En los Estándares Básicos de Competencias en Matemáticas (MEN, 2006) se menciona que los conocimientos básicos se asocian con cinco tipos de pensamiento que llevan al desarrollo del pensamiento matemático centrado en constituir seres críticos, racionales y autónomos (Valero y García, 2014).

⁹ Lineamientos Curriculares de Matemáticas (MEN, 1998) y Estándares Básicos de Competencias en Matemáticas (MEN, 2006).

¹⁰ Organización de Cooperación para el Desarrollo Económico.

Figura 1

Estructura curricular del pensamiento matemático



Nota. Esquema tomado de los Lineamientos Curriculares de Matemáticas (MEN, 1998, p. 20).

En la Figura 1 se expone la esquematización del pensamiento matemático a partir de sus procesos, sus contextos y sus conocimientos básicos. En primer lugar, los procesos generales están relacionados netamente con los estudiantes (su proceso de aprendizaje) y se dividen en cinco subprocesos: (i) el razonamiento o uso de heurísticas; (ii) la resolución y planteamiento de problemas o aplicación del conocimiento matemático en diferentes contextos; (iii) la comunicación o uso de lenguajes propios para expresarse matemáticamente; (iv) la modelación o la elaboración y representación para la comprensión

de objetos matemáticos; (v) la comparación y ejercitación de procedimientos o ejecución de algoritmos matemáticos (MEN, 1998).

En segundo lugar, se encuentra el contexto o los entornos en los cuales se desenvuelve el estudiante y le permiten implementar aquellos aprendizajes matemáticos; en particular, se pueden mencionar: el ambiente cotidiano, el aula de matemáticas e, incluso, las demás asignaturas del proceso educativo que propician la aplicación de los procesos mencionados previamente en relación con los conocimientos básicos de las matemáticas.

En tercer lugar, *los tipos de pensamiento que componen el pensamiento matemático*, en otras palabras, los conocimientos básicos (MEN, 2006) son: (i) el pensamiento numérico y los sistemas numéricos, encargado del significado de los números, las relaciones numéricas y las operaciones básicas en situaciones de cálculo y estimación; (ii) el pensamiento métrico y los sistemas métricos o de medidas, relacionado con el uso de los sistemas métricos, las magnitudes y cantidades en distintas situaciones; (iii) el pensamiento aleatorio y los sistemas de datos, que comprende la teoría de probabilidades a la estadística; (iv) el pensamiento variacional y los sistemas algebraicos y analíticos, encaminado hacia el dominio de la variación y el cambio en diferentes ámbitos, así como su representación mediante diferentes tipos de registros.

El quinto pensamiento del cual se habla en los Estándares Básicos de Competencias de Matemáticas (MEN, 2020) y sobre el cual se centra esta investigación, es el *pensamiento espacial y los sistemas geométricos*. Este pensamiento se enfoca en aquellos procesos cognitivos encargados de las interpretaciones mentales de los objetos tanto del espacio físico como de los objetos matemáticos que lleven a la conceptualización de estos desde sus

transformaciones. El desarrollo de este pensamiento supone el dominio de los conceptos y los atributos de los objetos desde el propio cuerpo, objetos externos y las conexiones entre estos (MEN, 2006).

2.2.4. Relación de las habilidades espaciales y los pensamientos

Las habilidades mencionadas anteriormente, dentro del marco conceptual, deben incorporarse no solo en contextos geométricos sino en los diferentes ámbitos matemáticos, teniendo en cuenta que algunos problemas de aprendizaje se deben al abordaje autónomo de cada eje matemático sin ninguna articulación (Murcia y Henao, 2015). Por tal razón, es pertinente que las habilidades espaciales se desarrollen dentro del pensamiento numérico, aleatorio y variacional, desde lo correspondiente a la coherencia horizontal entre sus estándares y la función de cada una de las habilidades espaciales dentro de la propuesta de los Estándares Básicos de Competencias en Matemáticas en el primer grupo de grados, los cuales son tomados como la base de toda la educación, debido a la suprema importancia del desarrollo integral de los niños en su edad inicial del proceso educativo.

Por el lado del pensamiento numérico, este es el encargado de desarrollar en los estudiantes la comprensión general de los números y el uso de estos en contextos significativos mediante estrategias útiles y la aplicación de operaciones básicas (MEN, 1998). En este caso, el desarrollo de este pensamiento se apoya en algunas habilidades espaciales como la constancia perceptiva (cantidades mayores y menores que otras), la percepción de relaciones espaciales (ubicación de cifras en operaciones) y discriminación visual (ubicación de minuendo y sustraendo), las cuales permiten llevar a cabo procesos en el ámbito numérico, tales como la descripción y cuantificación en representaciones de los

sistemas de numeración decimal y natural para el reconocimiento de las regularidades y propiedades de los números mediante la estimación o la utilización de distintos instrumentos (MEN 1998; 2006).

Al mismo tiempo, el pensamiento variacional posibilita el análisis matemático de situaciones tanto dentro del propio contexto del área como en otras ciencias y en el contexto cotidiano; para cumplir este objetivo necesita de habilidades espaciales como la coordinación visual-motora (continuidad en funciones), la percepción figura-fondo (patrones), la constancia perceptiva o de forma (descripción de regularidades), la percepción de relaciones espaciales (interpretación de gráficas) y la discriminación visual (patrones) mediante procesos como el reconocimiento y descripción de patrones en diversos contextos, la representación y comunicación de situaciones de cambio mediante lenguaje gráfico o natural, así como la elaboración de secuencias geométricas y numéricas teniendo en cuenta las propiedades (MEN 1998; 2006).

En cuanto al pensamiento aleatorio, este muestra las situaciones de incertidumbre y probabilidad; involucra habilidades espaciales como la coordinación ojo mano (representación de datos), la constancia perceptiva (organización de datos según su valor), la discriminación visual, la percepción de posición en el espacio y de relaciones espaciales (comparación de datos obtenidos) para organizar la información en tablas, la representación de datos en gráficos y en objetos concretos, así como la determinación de tendencias y la búsqueda de respuestas al planteamiento de hipótesis (MEN 1998; 2006)

2.2.5. Conocimiento en y para la Práctica desde la Coherencia Horizontal

Según el Ministerio de Educación Nacional, los pensamientos no se desarrollan de manera aislada dentro de la enseñanza matemática dada su complejidad conceptual y el proceso de aprendizaje de las matemáticas; por el contrario, se debe considerar *la coherencia horizontal* que garantiza la interconexión entre los estándares de los diferentes pensamientos del mismo grupo de grados, dado que se caracteriza por articular los diferentes aspectos a los cuales apuntan los Estándares Básicos de Competencias. Por lo tanto, estos se encuentran diseñados en una secuencialidad lógica donde se integran, de manera consistente, para posibilitar el desarrollo de competencias en los distintos grupos de grados ya sea a nivel de una misma disciplina o estableciendo una conexión entre varias disciplinas del proceso educativo (MEN, 2006).

En el caso de los Estándares Básicos de Competencias de Matemáticas (MEN, 2006), estos se ordenan mediante cinco columnas correspondientes a cada tipo de pensamiento; sin embargo, cada institución debe organizar su currículo contemplando la coherencia entre estos pensamientos para facilitar el desarrollo del pensamiento matemático (MEN, 2006).

Este diseño curricular no será posible de ejecutar si el docente no tiene el conocimiento suficiente y necesario en su práctica y para su práctica (Cochran-Smith y Lytle, 1999). Para esto, se debe formar al docente mediante *tareas formativas*, que lo lleven a tener un contacto con el contexto escolar y así pueda plantear propuestas, bajo la coherencia horizontal, para el desarrollo de seres matemáticamente competentes desde su

propia experiencia en contacto con sus colegas; también, ampliar su *conocimiento para la práctica*, en otras palabras, su dominio teórico y didáctico (Acevedo-Rincón, 2018).

2.2.6. Tareas formativas

Para perfeccionar el proceso de aprendizaje de los niños en la Educación Básica Primaria, Ribeiro (2016) y Llinares (2014) manifiestan la necesidad de ampliar el aprendizaje de los futuros profesores desde lo concerniente a la consolidación de los distintos ámbitos para llevar al desarrollo curricular de los planteamientos específicos y a la continua formación para el mejoramiento de las competencias del futuro profesor. Para esto, se debe iniciar con la identificación de la interconexión existente entre el dominio didáctico y el dominio disciplinar de las matemáticas, la cual debe ser una de las principales habilidades que posee el futuro profesor.

Siguiendo con los planteamientos de Ribeiro (2016), el cambio en el aprendizaje de los estudiantes comienza por el cambio de la práctica del profesor de matemáticas; esto es posible a partir de la calidad de su formación; es aquí donde cobra sentido la aplicación y el aprovechamiento de las tareas formativas, vistas por este autor desde dos puntos, el primero, en relación con el aspecto procedimental con el propósito de reproducir una respuesta esperada y, el segundo, a partir de una postura crítica de las matemáticas donde el formador de formadores lleva al futuro profesor hacia la comprensión de lo que está haciendo y la razón por la cual lo está haciendo, todo asociado a un contexto situado que ubica la tarea dentro de un fin específico.

Complementando este abordaje, Da Ponte (2012) asocia las tareas de formación con aquellos abordajes específicos de un contenido conceptual que necesita de un mayor

FORMACIÓN DEL FUTURO PROFESOR DE PRIMARIA EN MATEMÁTICAS

dominio en cuanto al significado de conceptos; por su parte, Llinares (2011) las concibe como instrumentos útiles para comprender y mejorar la práctica pedagógica, ya que estas permiten al formador del futuro profesor desarrollar, en sus estudiantes, los conocimientos y habilidades necesarias para llevar a cabo el proceso de enseñanza dentro de la matemática escolar.

Estos autores apuntan, constantemente, a la relevancia de las tareas formativas para generar un cambio en la práctica de los futuros profesores, el cual no radica, únicamente, en su diseño; por el contrario, resulta importante tanto su elaboración como su implementación y el objetivo de estas por parte del formador de profesores, así como el conocimiento y dominio (disciplinar y didáctico) del futuro profesor que está dispuesto a mejorar su práctica desde el desarrollo de estas tareas formativas, las cuales pondrán a prueba toda su formación para ser el responsable de la educación matemática de los estudiantes de Básica Primaria.

Capítulo 3. Método

En este capítulo se presenta el enfoque que toma la investigación para abordar el tema de estudio, así como las técnicas e instrumentos implementados dentro de este proceso junto con los participantes que hacen parte de esta investigación con una caracterización general y la forma de realizar el análisis de los datos obtenidos.

3.1. Enfoque

Para este proceso investigativo se tomó el enfoque mixto desde la perspectiva de Hernández-Sampieri et al. (2014), quienes lo definen como un conjunto de procesos críticos y sistemáticos que involucran datos tanto cualitativos como cuantitativos; en este estudio, en particular, se asumieron las fortalezas de ambas perspectivas para desarrollar el proceso investigativo, integrando los resultados en una sola discusión con el propósito de alcanzar un mejor entendimiento del fenómeno de estudio.

En este proceso investigativo, se utilizó el enfoque cualitativo para abordar los planteamientos abiertos cuya especificidad se va dando mediante el estudio a través de procesos sin una secuencia estricta de naturaleza inductiva, que busca generar una abundancia reflexiva e interpretativa que amplíe los significados del objeto investigado; el enfoque cuantitativo se involucró para evaluar los resultados y medir el nivel de validez dentro del contenido de las tareas formativas (Hernández-Sampieri et al., 2014).

En síntesis, la investigación mixta permite articular los puntos más fuertes de los enfoques cualitativo y cuantitativo para una mayor especificidad dentro del proceso; esta relación permite exponer respuestas tanto explicativas como confirmativas en relación con

la pregunta de investigación mediante la obtención de datos numéricos, verbales, textuales, simbólicos o visuales (Pole, 2009; Hernández-Sampieri et al., 2014).

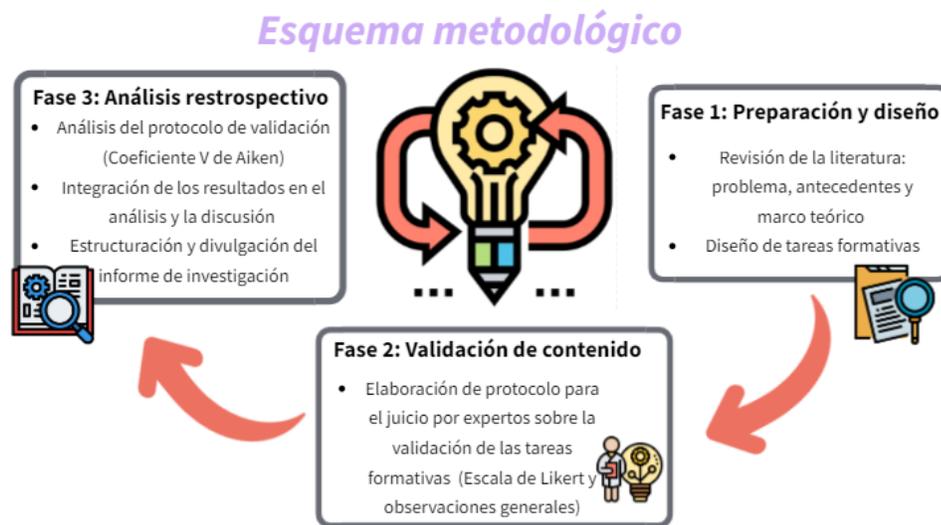
Se utilizó el enfoque mixto precisamente para validar tareas formativas y así estructurar una propuesta que lleve al desarrollo de habilidades espaciales del futuro profesor, en articulación con otros pensamientos de la actividad matemática. Por tal razón, se usó el método de investigación basada en diseño, el cual es definido por Molina et al. (2011) y reiterado por Bakker y Van Eerde (2014) como aquel que se focaliza en el diseño de materiales que beneficien procesos educativos, como eje principal de la investigación y que sobrepasa únicamente la formulación de dicho diseño.

Este método se preocupa por realizar los ajustes pertinentes al material para consolidar su utilidad; por lo tanto, es de gran importancia para los futuros profesores e investigadores del entorno de la educación matemática, gracias a que contempla tanto la práctica educativa como el dominio teórico. En esta investigación se propuso otra vía metodológica posible del experimento de enseñanza distinta a la fase de implementación del experimento de enseñanza, donde se buscó comprobar la validez y la fiabilidad de las tareas formativas planteadas para el desarrollo de habilidades espaciales del futuro profesor de Básica Primaria, a través de la técnica de validez de contenido ejecutada en dos escenarios: el diseño de una prueba y la validación de un instrumento (Escobar-Pérez y Cuervo-Martínez, 2008). El escenario seleccionado en este caso es la validación del contenido con el fin de mejorar la propuesta que es revisada mediante el juicio por expertos.

Para llevar todo este proceso a término se organizan tres grandes fases que recogen cada paso que se debe seguir para cumplir satisfactoriamente el propósito de investigación, tal como se muestra en la Figura 2, la cual toma como base las fases de la investigación basada en diseño.

Figura 2

Esquema metodológico de investigación



Nota. Esta figura es una adaptación del proceso mixto propuesto por Hernández et al. (2014) y la investigación basada en diseño de Bakker y Van Eerde (2014) y Molina et al. (2011).

La Figura 2 muestra el paso a paso del estudio considerando los seis aspectos metodológicos contemplados por Easterday et al. (2014), quienes hablan de: focalizar, comprender, definir, concebir, construir y solucionar; estos aspectos se retoman en la descripción del proceso metodológico, apartado 3.3.

3.2. Participantes

Para esta investigación, los participantes convocados fueron cuatro expertos encargados de realizar la validación de las tareas formativas, quienes cuentan con un perfil válido para realizar un juicio de valor sobre estas, es decir, con experticia en cuanto a la formación de profesores de Básica Primaria o de matemáticas escolares; al mismo tiempo, se procuró que tuvieran estudios a nivel de posgrado sobre esta misma área de estudio y una perspectiva crítica desde la cual pueden evaluar, de manera pertinente, el material educativo. Adicional a esto, la participación de los expertos fue totalmente voluntaria y consensuada, para realizar la validación de las tareas mediante su juicio objetivo y significativo sobre las mismas. En este caso, el grupo estuvo compuesto por tres expertos a nivel nacional (Bogotá y Medellín) y un experto de carácter internacional (Brasil), quienes cuentan con formación en docencia de matemáticas y estudios relacionados a ramas específicas de la educación centradas en la educación matemática.

En el ámbito nacional se encuentra el *Experto 1*, quien se caracteriza por tener estudios a nivel de pregrado en educación matemática, al mismo tiempo que, cuenta con títulos de Especialista en Docencia de las Matemáticas, Magíster en Educación y Doctor en Educación. Hoy en día, se desempeña como director de las prácticas pedagógicas de un grupo de futuros profesores y hace parte del grupo de investigación EDUMATH. Por otro lado, el *Experto 2* posee estudios de Licenciatura en Educación Básica con énfasis en Matemáticas, Maestría en Enseñanza de las Ciencias Exactas y Naturales, y Doctorado en Ciencias de la Educación. Es un formador de formadores enfocado en el aprendizaje basado en proyectos con enfoque STEAM, actualmente, se encuentra dirigiendo las prácticas

FORMACIÓN DEL FUTURO PROFESOR DE PRIMARIA EN MATEMÁTICAS

pedagógicas iniciales de un grupo de futuros profesores. Este par de expertos incluidos en la validación de las tareas formativas hacen parte de la Universidad de Antioquia, vinculados a la Facultad de Educación, lo cual es una clara evidencia de que se encuentran en el nivel adecuado para establecer juicios de valor sobre el contenido de las tareas.

En la capital colombiana (Bogotá) se encuentra el *Experto 3*, quien tiene estudios en Licenciatura en Matemáticas y Maestría en Docencia de las Matemáticas. En la actualidad, cuenta con un amplio campo investigativo relacionado a la formación de los futuros profesores y la educación matemática. Este tercer participante ha tenido contacto con la educación matemática desde que dio comienzo a su vida profesional partiendo de pregrado, por lo tanto, lo hace un miembro valioso para emitir juicios sobre la estructuración de las tareas formativas.

A nivel internacional, el *Experto 4* cuenta con estudios en Licenciatura en Ciencias con especialidad en Matemáticas y, Doctorado en Enseñanza Multiunitaria de Ciencias y Matemáticas. Actualmente, miembro activo del Grupo de Estudio Colaborativo Profesores Matematizando en los Primeros Años (GEPromAI). Se desempeña como formador de profesores de distintas universidades de Brasil: Profesor colaborador de la Maestría Profesional en Educación Escolar, de la Maestría Académica en Educación y del Programa Múltiple de Postgrado en Enseñanza de Ciencias y Matemáticas de la Unicamp. Por lo tanto, aporta su perspectiva desde una visión educativa internacional que permite ampliar el alcance y la consolidación de las tareas formativas.

3.3. Técnicas e instrumentos

Con el fin de poder evaluar las tareas formativas, se deben contemplar unos pasos a seguir con el fin de cumplir el proceso metodológico de este tipo de investigación; es decir, se le deben proporcionar a los expertos las instrucciones y el instrumento con el protocolo para la validación, el entrenamiento adecuado, el espacio de discusión y los criterios para realizar la validación de contenido (Escobar-Pérez y Cuervo-Martínez, 2008). En este punto, es pertinente resaltar que el instrumento de validación contó con una escala de Likert de acuerdo-discrepancia donde totalmente de acuerdo se ubica en la puntuación máxima (cinco puntos) y totalmente en desacuerdo obtiene un punto de calificación, situándose como la opción con menos puntaje dentro de la validación.

Para garantizar la validez del instrumento llamado *rúbrica de validación*¹¹ se utilizó el *coeficiente de validez de contenido V de Aiken*, entendido como una técnica que permite cuantificar la importancia de uno de los aspectos con relación a la característica que se está evaluando (García y García, 2013; Caycho, 2018). En este caso, la ecuación correspondiente a este coeficiente cuenta con distintas variables que son contempladas al momento de validar el contenido, tal como se muestra a continuación:

¹¹ De encontrarse interesado en conocer la rúbrica de validación respondida por cada uno de los expertos, es conveniente mencionar que los datos obtenidos en este estudio se encuentran en manos de la investigadora y en caso de necesitarlos, pueden ser suministrado con previa solicitud (correo de contacto: greslymoreno66@gmail.com).

Figura 3*Ecuación V de Aiken*

$$V = \frac{\bar{X} - l}{K}$$

Nota. La ecuación corresponde al algoritmo para hallar el coeficiente V de Aiken, en la que la X hace referencia al promedio de calificaciones otorgadas por los expertos, la l es la puntuación más baja y la k es la puntuación más alta posible de obtener.

Esta ecuación permite hallar la valoración en cuanto a la validez de contenido de los distintos aspectos del instrumento, entendiendo que cualquier resultado por debajo de 0,80 no cumple con el criterio de validez de contenido; por el contrario, cualquier aspecto o criterio con un puntaje superior a 0,80 se toma como válido en relación con su contenido (Morales, 2023). Para esta investigación, se redujo el rango del puntaje de validez, tomando a los aspectos ubicados con un puntaje menor a 0,90 como aquellos que deben ser revisados y modificados. Esta modificación en cuanto a la valoración mínima es determinada debido a la convocatoria reducida de expertos para realizar la validación y a que, ninguno de los aspectos validados se encuentra por debajo de 0,80; por lo cual no hubiese sido posible realizar sugerencias y mejoras al contenido de cada tarea formativa.

3.4. Descripción del proceso metodológico

Para la investigación basada en diseño se contemplan tres grandes fases planteadas por Bakker y Van Eerde (2014): preparación y diseño, experimento de enseñanza (esta segunda fase no se implementó en el aula de clase, sino que se realizó una validación de

contenido con el fin de construir una propuesta sólida evaluada por formadores de los futuros profesores) y el análisis retrospectivo.

(i) Fase de preparación y diseño. Esta fase metodológica es el inicio de la investigación, en la que se ejecuta *la revisión de literatura* con el fin de estudiar, con anterioridad, el conocimiento sobre el tema investigado para sintetizarlo dentro de la descripción del problema, los antecedentes investigativos y el marco teórico, los cuales permiten generar un panorama sobre el aspecto investigado.

Al momento de completar la preparación teórica y contextual de la investigación, se da paso al diseño, el cual requiere de la organización y elaboración del *cúmulo de tareas formativas* que serán estructuradas para su posterior discusión por parte de los expertos en educación matemática. En este paso de la fase 1, se procura responder a preguntas que cuestionen el objetivo de las tareas planteadas de acuerdo con el contexto del futuro profesor y del proceso de enseñanza en Educación Básica Primaria.

(ii) Fase de validación de contenido y juicio por expertos. Esta validez de contenido se realiza mediante el juicio por expertos, es decir, la percepción de personas especializadas en el objeto de investigación, cuyas habilidades académicas y de conocimiento se evidencien mediante una práctica, y emitan valoraciones desde su propia rigurosidad metodológica (Bakker y Van Eerde, 2014). Además, se requiere de ciertos elementos que propicien la elección de los validadores de contenido: experticia de los expertos, reputación investigativa y profesional, disponibilidad de participación, postura objetiva, entre otros aspectos como algunas características en común (educación, experiencia, institución, país

de procedencia, etc.) (Skjong y Wentworht, 2000, como se citó en Escobar-Pérez y Cuervo-Martínez, 2008).

En esta fase metodológica se incluye la elaboración del *protocolo de validación* de las tareas formativas, así como la selección de los expertos encargados de realizar dicha validación a la luz plena de su conocimiento sobre la educación matemática escolar en Básica Primaria (pensamiento espacial y geometría).

(iii) Fase de análisis retrospectivo. Corresponde a la última fase de la metodología de investigación, donde se *analiza el protocolo de validación* (claridad, pertinencia y relevancia) de las tareas formativas realizado por los expertos, con anterioridad, y se reflexiona sobre su contenido. Ciertamente, este análisis retrospectivo tiene como fundamento permitir la realización de modificaciones pertinentes y propositivas en todo el proceso de estructurar las tareas formativas para el desarrollo de habilidades espaciales del futuro profesor. Todo este análisis se encamina hacia una perspectiva general de las tareas como apoyo para revelar aquellos aspectos que funcionan o que tienen necesidad de cambio para llegar a la reconstrucción de este material educativo (Molina et al., 2011). Finalmente, se esboza todo el proceso de investigación mediante la *estructuración y divulgación del informe investigativo*.

Estas tres fases metodológicas cumplen con aspectos importantes como el diseño de las tareas formativas y la corroboración del contenido mediante el juicio de expertos; estos, en este caso, fueron especialistas en las matemáticas escolares de la Educación Básica Primaria, capaces de identificar las relaciones horizontales entre los diferentes

pensamientos dentro de la estructuración de las tareas formativas para desarrollar las habilidades espaciales del futuro profesor.

Capítulo 4. Resultados

En este capítulo se presentan los principales hallazgos de la investigación; en este caso, se muestra el proceso de perfeccionamiento para el diseño de las tareas formativas y, posteriormente, se hace el análisis, una a una, considerando los criterios de pertinencia, claridad y relevancia, a partir del coeficiente V de Aiken.

4.1. Síntesis de las tareas formativas

El estudio se inició con la revisión del currículo matemático para establecer relaciones entre los cinco tipos de pensamiento matemático, junto con las habilidades espaciales que son planteadas en una tabla de forma horizontal donde se posicionan los estándares de cada pensamiento que pueden ser útiles para articularse con otros y llevar al desarrollo de habilidades espaciales del futuro profesor.

A partir de esto, se establecieron posibles relaciones entre los Estándares Básicos de Competencias de Matemáticas (MEN, 2006) del primer grupo de grados, desde lo correspondiente a la coherencia horizontal entre los pensamientos para estructurar las tareas formativas, partiendo de los conocimientos involucrados en los estándares seleccionados¹². Estas relaciones fueron el punto inicial para esbozar el diseño de las acciones implicadas en cada una de las tareas formativas, las cuales se han transformado durante el proceso investigativo. Además de las relaciones entre los pensamientos, también se identificaron las

¹² Los Estándares Básicos de Competencias de Matemáticas (MEN, 2006) se encuentran planteados de forma que sean posibles de trabajar desde la coherencia horizontal, sin embargo, para que esto se pueda llevar a cabo, es necesario seleccionar estándares que permitan establecer una línea de conexión con los estándares de los demás tipos de pensamiento matemático, con el propósito de elaborar propuestas articuladas que lleven al desarrollo de este último.

FORMACIÓN DEL FUTURO PROFESOR DE PRIMARIA EN MATEMÁTICAS

habilidades espaciales necesarias del futuro profesor que se encuentran implicadas en cada una de las articulaciones. Esta primera articulación de pensamientos y habilidades espaciales se consolida en la Tabla 1 que se muestra a continuación.

Tabla 1

Relaciones iniciales del currículo matemático

Habilidad espacial trabajada	Pensamiento espacial y sistemas geométricos	Pensamiento numérico y sistemas numéricos	Pensamiento métrico y sistemas de medidas	Pensamiento aleatorio y sistemas de datos	Pensamiento variacional y sistemas algebraicos y analíticos
Percepción de relaciones espaciales Percepción de posición en el espacio Percepción de posición en el espacio Discriminación visual Coordinación ojo-mano Constancia perceptiva o de forma Coordinación ojo-mano	Desarrollo habilidades para relacionar dirección, distancia y posición en el espacio Diferencio atributos y propiedades de objetos tridimensionales	Describo, comparo y cuantifico situaciones con números, en diferentes contextos y con diversas representaciones	Reconozco el uso de las magnitudes y sus unidades de medida en situaciones aditivas y multiplicativas. Reconozco en los objetos propiedades o atributos que se puedan medir (longitud , área, volumen, capacidad, peso y masa) y, en los eventos, su duración.	Identifico regularidades y tendencias en un conjunto de datos. Represento datos relativos a mi entorno usando objetos concretos, pictogramas y diagramas de barras. Clasifico y organizo datos de acuerdo con cualidades y atributos y los presento en tablas	Reconozco y genero equivalencias entre expresiones numéricas y describo cómo cambian los símbolos, aunque el valor siga igual Construyo secuencias numéricas y geométricas utilizando propiedades de los números y de las figuras geométricas
Constancia perceptiva o de forma Coordinación ojo-mano Discriminación visual	Diferencio atributos y propiedades de objetos tridimensionales	Uso representaciones – principalmente concretas y pictóricas– para explicar el valor de posición en el sistema de numeración decimal.	Comparo y ordeno objetos respecto a atributos medibles.	Represento datos relativos a mi entorno usando objetos concretos, pictogramas y diagramas de barras.	Describo cualitativamente situaciones de cambio y variación utilizando el lenguaje natural, dibujos y gráficas
Constancia perceptiva o de forma Percepción de posición en el espacio Discriminación visual	Diferencio atributos y propiedades de objetos tridimensionales Represento el espacio circundante para establecer relaciones espaciales	Uso representaciones – principalmente concretas y pictóricas– para realizar equivalencias de un número en las diferentes unidades del sistema decimal.	Comparo y ordeno objetos respecto a atributos medibles.	Identifico regularidades y tendencias en un conjunto de datos.	Describo cualitativamente situaciones de cambio y variación utilizando el lenguaje natural, dibujos y gráficas
Percepción figura-fondo Constancia perceptiva o de forma Percepción de relaciones espaciales Discriminación visual	Desarrollo habilidades para relacionar dirección, distancia y posición Reconozco nociones de horizontalidad, verticalidad, paralelismo y perpendicularidad en distintos contextos y su condición relativa con respecto a diferentes sistemas de referencia	Uso diversas estrategias de cálculo (especialmente cálculo mental) y de estimación para resolver problemas en situaciones aditivas y multiplicativas	Reconozco en los objetos propiedades o atributos que se puedan medir (longitud, área, volumen, capacidad, peso y masa) y, en los eventos, su duración	Clasifico y organizo datos de acuerdo con cualidades y atributos y los presento en tablas	Describo cualitativamente situaciones de cambio y variación utilizando el lenguaje natural, dibujos y gráficas
Memoria visual Constancia perceptiva o de forma Coordinación ojo-mano Percepción de relaciones espaciales	Diferencio atributos y propiedades de objetos tridimensionales	Identifico regularidades y propiedades de los números utilizando diferentes instrumentos de cálculo (calculadoras, ábacos, bloques multibase, etc.).	Analizo y explico sobre la pertinencia de patrones e instrumentos en procesos de medición.	Represento datos relativos a mi entorno usando objetos concretos, pictogramas y diagramas de barras.	Describo cualitativamente situaciones de cambio y variación utilizando el lenguaje natural, dibujos y gráficas

Nota. La tabla 1 expone las relaciones útiles, de forma horizontal, entre los cinco tipos de pensamiento para la estructuración de las tareas formativas; en este punto, estas articulaciones son la ruta inicial para plantear el diseño.

A partir de esto, se establecieron posibles relaciones entre los Estándares Básicos de Competencias de Matemáticas (MEN, 2006) del primer grupo de grados, desde lo

correspondiente a la coherencia horizontal entre los pensamientos para estructurar las tareas formativas, partiendo de los conocimientos involucrados en los estándares seleccionados¹³. Estas relaciones fueron el punto inicial para esbozar el diseño de las acciones implicadas en cada una de las tareas formativas, las cuales se han transformado durante el proceso investigativo. Además de las relaciones entre los pensamientos, también se identificaron las habilidades espaciales necesarias del futuro profesor que se encuentran implicadas en cada una de las articulaciones.

A partir de esto, se seleccionaron tres de estas relaciones para utilizarlas como guía de trabajo y mejoramiento en la estructuración de las tareas formativas, las cuales, al finalizar el diseño, contemplaron una tabla con los Estándares Básicos de Competencia de Matemáticas (MEN, 2006) y las habilidades espaciales inmersas en las acciones propuestas dentro de cada una de las tareas formativas.

En la tabla 2 se exponen los estándares involucrados, así como las habilidades espaciales empleadas para dar solución a la tarea formativa uno, que se centra en una construcción de una rana saltarina mediante el doblado de papel. En esta tabla se muestra la información general de los aspectos curriculares y de habilidades espaciales contempladas en la elaboración de la tarea formativa uno.

¹³ Los Estándares Básicos de Competencias de Matemáticas (MEN, 2006) se encuentran planteados de forma que sean posibles de trabajar desde la coherencia horizontal, sin embargo, para que esto se pueda llevar a cabo, es necesario seleccionar estándares que permitan establecer una línea de conexión con los estándares de los demás tipos de pensamiento matemático, con el propósito de elaborar propuestas articuladas que lleven al desarrollo de este último.

Tabla 2

Información general de la tarea formativa uno

Estándares Básicos de Competencias en el área de Matemáticas (MEN, 2006, pp. 80-81)	Habilidades espaciales
<ul style="list-style-type: none"> • Desarrollo habilidades para relacionar dirección, distancia y posición en el espacio (espacial) • Reconozco nociones de horizontalidad, verticalidad, paralelismo y perpendicularidad en distintos contextos y su condición relativa con respecto a diferentes sistemas de referencia (espacial) • Realizo construcciones y diseños utilizando cuerpos y figuras geométricas tridimensionales y dibujos o figuras geométricas bidimensionales (espacial) • Reconozco y aplico traslaciones y giros sobre una figura (espacial) • Reconozco en los objetos propiedades o atributos que se puedan medir (<i>longitud</i>, área, volumen, capacidad, peso y masa) y, en los eventos, su duración (métrico) • Reconozco el uso de las magnitudes y sus unidades de medida en situaciones aditivas y multiplicativas (métrico) • Reconozco y genero equivalencias entre expresiones numéricas y describo cómo cambian los símbolos, aunque el valor siga igual (variacional) • Describo cualitativamente situaciones de cambio y variación utilizando el lenguaje natural, dibujos y gráficas (variacional) • Clasifico y organizo datos de acuerdo con cualidades y atributos y los presento en tablas (aleatorio) • Represento datos relativos a mi entorno usando objetos concretos, pictogramas y diagramas de barras (aleatorio) • Identifico regularidades y tendencias en un conjunto de datos (aleatorio) • Describo, comparo y cuantifico situaciones con números, en diferentes contextos y con diversas representaciones (numérico) • Describo situaciones que requieren el uso de medidas relativas (numérico) • Describo situaciones de medición utilizando fracciones comunes (numérico) • Uso diversas estrategias de cálculo (especialmente cálculo mental) y de estimación para resolver problemas en situaciones aditivas y multiplicativas (numérico) 	<ul style="list-style-type: none"> • Percepción de relaciones espaciales • Percepción de posición en el espacio • Coordinación ojo-mano • Memoria visual • Constancia perceptiva o de forma • Discriminación visual • Memoria visual

Nota. La tabla 2 muestra la primera relación que se consolida desde la coherencia

horizontal de los estándares y el desarrollo de las habilidades espaciales para diseñar la primera tarea formativa.

A partir de esto, se perfeccionaron las acciones contempladas para esta primera tarea formativa, por lo cual surgió una distribución general que se muestra en la Figura 3; en esta se exponen, a grandes rasgos, las acciones de la tarea, la cual cuenta con el propósito de desarrollar el pensamiento matemático a partir de sus cinco tipos de pensamientos involucrados, así como las habilidades espaciales del futuro profesor que llevará a cabo esta tarea formativa desde los aspectos involucrados con el reconocimiento del espacio.

Figura 4

Organización general de la tarea formativa uno: Las ranas saltarinas



Nota. La figura 4 expone la estructuración, a nivel general, de la primera tarea formativa, esto desde los momentos que agrupan las acciones planteadas.

En esta tarea formativa uno (Apéndice A) predomina el pensamiento espacial; no obstante, se contemplan los demás pensamientos mediante una articulación que permite establecer una serie de acciones que dan inicio en el momento 0, o explicación general de la tarea, donde se encuentra la construcción de tres ranas saltarinas mediante el doblado de

papel, especificando la medida de cada una de las hojas para su elaboración. Asimismo, se le plantea una pregunta al futuro profesor encaminada hacia su conocimiento para la práctica, correspondiente a la adaptación para un grupo específico del primer grupo de grados de las acciones que procederá a encontrarse a lo largo de la tarea formativa.

Posteriormente, en el momento uno, se mencionan unas pautas determinadas para el desplazamiento de las ranas en una cuadrícula que los futuros profesores deben construir; estas enmarcan las direcciones posibles de los movimientos, el registro de los caminos, equivalencias entre caminos y regularidades entre estos, teniendo presente que la intención de la actividad es avanzar con el menor número de desplazamientos hasta la llegada de la cuadrícula que marca el final del recorrido.

En cuanto al momento dos, este se centra en la comparación de los saltos de cada rana saltarina considerando que las tres poseen tamaños diferentes, aquí se hacen registros de datos, cálculo de promedios e interpretación de factores influyentes en los saltos para la toma de decisiones. Al final de la tarea, se anexan las instrucciones para realizar la rana saltarina con preguntas que se pueden realizar en cada paso teniendo en cuenta el dominio de los futuros profesores.

Ahora bien, en la Tabla 3 se muestran los Estándares Básicos de Competencias en Matemáticas (MEN, 2006) trabajados en la tarea formativa dos junto con las habilidades espaciales implicadas en las acciones propuestas en dicha tarea. En esta tabla se exponen los aspectos de conocimiento (desde los estándares) contemplados en la elaboración de la tarea formativa dos, así como el tipo de pensamiento matemático al cual pertenecen y las habilidades espaciales implicadas en el conjunto de acciones de esta segunda tarea.

Tabla 3

Información general de la tarea formativa dos

Estándares Básicos de Competencias en el área de Matemáticas (MEN, 2006, pp. 80-81)	Habilidades espaciales
<ul style="list-style-type: none"> • Reconozco significados del número en diferentes contextos (medición, conteo, comparación, codificación, localización entre otros) (numérico) • Describo situaciones de medición utilizando fracciones comunes (numérico) • Resuelvo y formulo problemas en situaciones de variación proporcional (numérico) • Reconozco en los objetos propiedades o atributos que se puedan medir (longitud, área, volumen, capacidad, peso y masa) y, en los eventos, su duración (numérico) • Uso diversas estrategias de cálculo (especialmente cálculo mental) y de estimación para resolver problemas en situaciones aditivas y multiplicativas (numérico) • Identifico, si a la luz de los datos de un problema, los resultados obtenidos son o no razonables (numérico) • Reconozco propiedades de los números (ser par, ser impar, etc.) y relaciones entre ellos (ser mayor que, ser menor que, ser múltiplo de, ser divisible por, etc.) en diferentes contextos (numérico) • Realizo construcciones y diseños utilizando cuerpos y figuras geométricas tridimensionales y dibujos o figuras geométricas bidimensionales (espacial) • Diferencio atributos y propiedades de objetos tridimensionales (espacial) • Reconozco y describo regularidades y patrones en distintos contextos (numérico, geométrico, musical, entre otros) (variacional) • Construyo secuencias numéricas y geométricas utilizando propiedades de los números y de las figuras geométricas (variacional) • Reconozco en los objetos propiedades o atributos que se puedan medir (longitud, área, volumen, capacidad, peso y masa) y, en los eventos, su duración (métrico) • Comparo y ordeno objetos respecto a atributos medibles (métrico) • Reconozco el uso de las magnitudes y sus unidades de medida en situaciones aditivas y multiplicativas (métrico) • Clasifico y organizo datos de acuerdo con cualidades y atributos y los presento en tabla (aleatorio) • Represento datos relativos a mi entorno usando objetos concretos, pictogramas y diagramas de barras (aleatorio) • Identifico regularidades y tendencias en un conjunto de datos (aleatorio) 	<ul style="list-style-type: none"> • Coordinación ojo-mano • Percepción figura-fondo • Constancia perceptiva o de forma • Percepción de relaciones espaciales • Discriminación visual

Nota. La tabla 3 muestra la segunda relación que se consolida desde la coherencia

horizontal de los estándares y el desarrollo de las habilidades espaciales para diseñar la segunda tarea formativa.

Estos dos grandes aspectos fueron útiles para establecer una ruta de planteamientos que permitió llegar a la estructuración general que se presenta en la Figura 4, mostrada a continuación, la cual fue planteada con el fin de implementar el doblado de papel para el desarrollo del pensamiento matemático de los futuros profesores mediante la utilización de sus conocimientos y habilidades espaciales.

Figura 5

Organización general de la tarea formativa dos: Portalápices



Nota. La figura 5 expone la estructuración, a nivel general, de la segunda tarea formativa, esto desde los momentos que agrupan las acciones planteadas.

El pensamiento que resalta en esta segunda tarea formativa (Apéndice B) es el numérico; el momento uno inicia con la construcción de tres módulos de un portalápiz siguiendo un patrón. En el segundo momento, se utilizan tablas para registrar los atributos medibles correspondientes a cada módulo, con el fin de compararlos y responder a una

serie de cuestionamientos que giran en torno a establecer relaciones, completar secuencias, identificar expresiones generales y representar atributos en términos de fracciones específicas.

Del mismo modo, el momento tres se encarga de poner a prueba el conocimiento para la práctica del futuro profesor, quien debe explicar la manera en la cual adaptaría la tarea formativa que acaba de resolver con el fin de implementar con un curso del primer grupo de grados de Básica Primaria. En esta tarea formativa, también se presentan las instrucciones de construcción para elaborar los módulos mediante el doblado de papel y se propone una serie de preguntas pertinentes para cada paso acerca de conocimientos matemáticos involucrados en el proceso.

Por su parte, la tabla 4 hace referencia a la información general que se evidencia en la tarea formativa tres; en esta se exponen los estándares abordados, de la mano, con las habilidades espaciales involucradas en el proceso de formación del futuro profesor para dar respuesta a los cuestionamientos plasmados en esta tarea.

La tabla 4 hace referencia a los estándares seleccionados junto con su respectivo tipo de pensamiento matemático al cual pertenecen, al mismo tiempo que se muestran las habilidades espaciales involucradas para el desarrollo de la tarea formativa tres.

En esta oportunidad, se utiliza un texto narrativo como principal eje articulador de las acciones que llevan al planteamiento general que se propone en la Figura 5.

Figura 6

Organización general de la tarea formativa tres: La forma perfecta



Nota. La figura 6 expone la estructuración, a nivel general, de la tercera tarea formativa, esto desde los momentos que agrupan las acciones planteadas.

Esta última tarea formativa (Apéndice C) involucra, de manera equitativa, el pensamiento numérico y el pensamiento variacional, estableciendo relaciones con los demás pensamientos para lograr plantear las acciones propuestas en la tarea. Se da inicio al momento cero con una explicación sobre el contenido de la tarea, dando paso al momento uno con la presentación de un cuento sobre abejas, en el cual se utiliza la forma del panal como medio para trabajar las habilidades espaciales y los estándares seleccionados. Posterior a la lectura del cuento, se propone el momento dos con la postulación de interrogantes en cuanto a la representación en fracciones, registro y representación de datos, representaciones pictóricas, patrones y secuencias, toma de decisiones y argumentación. En el momento tres, se realiza la pregunta sobre el conocimiento para la práctica del futuro

profesor, donde debe justificar los ajustes que realizaría a la tarea formativa para llevarla a un aula de clase de un curso del primer grupo de grados.

Tabla 4

Información general de la tarea formativa tres

Estándares Básicos de Competencias en el área de Matemáticas (MEN, 2006, pp. 80-81)	Habilidades espaciales
<ul style="list-style-type: none"> ● Reconozco significados del número en diferentes contextos (medición, conteo, comparación, codificación, localización entre otros) (numérico) ● Describo, comparo y cuantifico situaciones con números, en diferentes contextos y con diversas representaciones (numérico) ● Describo situaciones de medición utilizando fracciones comunes (numérico) ● Uso diversas estrategias de cálculo (especialmente cálculo mental) y de estimación para resolver problemas en situaciones aditivas y multiplicativas (numérico) ● Realizo construcciones y diseños utilizando cuerpos y figuras geométricas tridimensionales y dibujos o figuras geométricas bidimensionales (espacial) ● Reconozco en los objetos propiedades o atributos que se puedan medir (longitud, área, volumen, capacidad, peso y masa) y, en los eventos, su duración (métrico) ● Comparo y ordeno objetos respecto a atributos medibles (métrico) ● Reconozco el uso de las magnitudes y sus unidades de medida en situaciones aditivas y multiplicativas (métrico) ● Clasifico y organizo datos de acuerdo con cualidades y atributos y los presento en tablas (aleatorio) ● Represento datos relativos a mi entorno usando objetos concretos, pictogramas y diagramas de barras (aleatorio) ● Identifico regularidades y tendencias en un conjunto de datos (aleatorio) ● Reconozco y describo regularidades y patrones en distintos contextos (numérico, geométrico, musical, entre otros) (variacional) ● Describo cualitativamente situaciones de cambio y variación utilizando el lenguaje natural, dibujos y gráfica (variacional) ● Reconozco y genero equivalencias entre expresiones numéricas y describo cómo cambian los símbolos, aunque el valor siga igual (variacional) ● Construyo secuencias numéricas y geométricas utilizando propiedades de los números y de las figuras geométricas (variacional) 	<ul style="list-style-type: none"> ● Coordinación ojo-mano ● Percepción de relaciones espaciales ● Discriminación visual ● Constancia perceptiva o de forma

Nota. La tabla 4 muestra la tercera relación que se consolida desde la coherencia horizontal de los estándares y el desarrollo de las habilidades espaciales para diseñar la tercera tarea formativa.

FORMACIÓN DEL FUTURO PROFESOR DE PRIMARIA EN MATEMÁTICAS

Estas tres tareas formativas fueron sometidas a un proceso de validación por parte de cuatro expertos, quienes fueron los encargados de solucionar la rúbrica de validación (Apéndice D) dividida en tres grandes criterios: (a) la relevancia, es decir, la importancia de los planteamientos que componen la tarea formativa; (b) la pertinencia, en cuanto a la articulación total de los factores que componen la tarea formativa y (c) la claridad, relacionada a la comprensión del contenido de las tareas formativas. Asimismo, estas tres grandes características contemplan cuatro aspectos que constituyen la esencia de cada tarea formativa (articulación de pensamientos, habilidades espaciales, procesos de la actividad matemática y, conocimiento *en y para* la práctica del futuro profesor), tal como se muestra a continuación en la Figura 6.

Figura 7

Estructura general de la rúbrica de validación

Escala de Likert

Cada opción posee una interpretación al momento de seleccionarla en cada aspecto

Aspectos	Escala de Likert					Observaciones
	TDA	DA	NDA-NED	ED	TED	
Relevancia. La tarea formativa es esencial o relevante; es decir, hace referencia a los aportes que proporciona a la formación del futuro profesor en cuanto al desarrollo de habilidades espaciales a partir de la coherencia horizontal de los estándares, el desarrollo de los procesos de la actividad matemática y la utilización del conocimiento en y para la práctica del futuro profesor.						
Articulación de pensamientos. La coherencia horizontal de los estándares establecida dentro de la tarea formativa es relevante para la formación del futuro profesor.						
Habilidades espaciales. Las habilidades espaciales desarrolladas en la tarea formativa aportan significativamente a la formación del futuro profesor.						
Procesos de la actividad matemática. Los procesos de la actividad matemática involucrados en la tarea formativa contribuyen, en gran medida, a la formación del futuro profesor.						
Conocimiento en y para la práctica del futuro profesor. Los conocimientos en y para la práctica del futuro profesor que se desarrollan en la tarea formativa favorecen su formación.						

Aspectos que componen la tarea formativa

Criterio general de validación (a la izquierda)

Comentarios para cada aspecto (a la derecha)

Nota. La figura muestra la organización de la rúbrica para realizar la validación de las tareas formativas; este es un ejemplo de la estructura de cada criterio evaluado.

Así como se muestra en la figura 7, se encuentran estructurados los criterios relacionados con la pertinencia, la relevancia y la claridad de las tareas formativas; en la rúbrica se observa el criterio general y cada aspecto específico explicado de tal manera que el experto pueda contemplar la finalidad de cada uno de estos dentro de la tarea formativa.

Capítulo 5. Análisis y discusión

En este apartado se analizan los datos obtenidos de la validación de las tareas formativas a cargo de los expertos en educación matemática; posteriormente, estos resultados se ponen en discusión con los referentes teóricos utilizados para la estructuración de las tareas y los criterios para la clasificación de la información (pertinencia, claridad y relevancia). En caso tal de que se esté interesado en conocer las rúbricas de validación del grupo de expertos es preciso aclarar que los datos producidos que respaldan este estudio pueden ser suministrados por la investigadora con previa solicitud razonable al correo: greslymoreno66@gmail.com.

En esta línea, las rúbricas resueltas, por parte de los expertos, cuentan con una escala de Likert en la que se establece un número determinado de puntos para cada opción: totalmente de acuerdo con cinco puntos; de acuerdo con cuatro puntos; ni de acuerdo ni en desacuerdo con tres puntos; en desacuerdo con dos puntos y totalmente en desacuerdo con un punto de calificación. Teniendo claro la puntuación en la escala de Likert, se implementa el coeficiente de V de Aiken, el cual muestra la validez de contenido en un rango de 0 a 1, donde los puntajes más cercanos a 1 corresponden a gran cohesión entre las respuestas por parte de los jueces, cumpliendo con una valoración mínima de 0,80 (Morales, 2023); sin embargo, en este análisis se toma como puntaje mínimo 0,90 para dar por válido el contenido de la tarea formativa, teniendo en cuenta la poca cantidad de expertos que participan y la valoración de los aspectos obtenida en las rúbricas de validación, donde ninguno se encuentra con una puntuación menor a 0,81, es decir, no sería posible revisar ningún aspecto si se toma a 0,80 como valor referente para incumplir con la

validación de contenido. Por tal razón, los que se encuentran por debajo 0,90 requieren de ser reestudiados y replanteados en términos de las sugerencias de los expertos.

A continuación, los resultados obtenidos de este coeficiente en cada una de las tres tareas formativas se analizan de acuerdo con los criterios de: pertinencia, claridad y relevancia, a partir de cuatro aspectos establecidos a priori en la rúbrica (articulación de pensamientos, habilidades espaciales, procesos de la actividad matemática y, conocimiento en y para la práctica del futuro profesor). De manera general, los resultados obtenidos a nivel de las tres tareas formativas se muestran en la Tabla 5. No obstante, la discusión de estos valores se realiza por tarea, en apartados posteriores.

Tabla 5

Resultados obtenidos según el coeficiente V de Aiken

	Articulación de pensamientos			Habilidades espaciales			Procesos de la actividad matemática			Conocimiento del futuro profesor		
	P	C	R	P	C	R	P	C	R	P	C	R
Tarea 1	0,94	1,00	1,00	1,00	1,00	0,94	0,94	0,81	0,94	0,94	1,00	1,00
Tarea 2	1,00	1,00	1,00	0,94	0,94	0,94	0,94	0,88	0,94	0,94	1,00	1,00
Tarea 3	0,94	0,94	1,00	0,94	0,94	0,94	1,00	0,88	1,00	0,94	1,00	1,00

Nota. La tabla 5 muestra los resultados de los tres criterios evaluados mediante el

coeficiente V de Aiken. En este caso: P es pertinencia, C es claridad y R es relevancia.

5.1.1. Tarea formativa uno: Las ranas saltarinas

La tarea formativa uno, cuyo eje central es el pensamiento espacial, pretende posibilitar, mediante la construcción de tres ranas con doblado de papel, la articulación con los demás pensamientos de la actividad matemática y el desarrollo de las habilidades espaciales propuestas por Del Grande (1990). Los resultados del primer criterio

FORMACIÓN DEL FUTURO PROFESOR DE PRIMARIA EN MATEMÁTICAS

(pertinencia) se muestran en la Tabla 6, a partir de la validación por parte de los cuatro expertos en el área.

Tabla 6

Resultados criterio de pertinencia. Tarea formativa uno

	Pertinencia			
	Aspecto 1: Articulación de pensamientos	Aspecto 2: Habilidades espaciales	Aspecto 3: Procesos matemáticos	Aspecto 4: Conocimiento del futuro profesor
Experto 1	5	5	5	5
Experto 2	5	5	4	5
Experto 3	4	5	5	5
Experto 4	5	5	5	4
Coficiente	0,94	1,00	0,94	0,94
Promedio de los coeficientes	0,96			

Nota. La tabla 6 muestra los resultados obtenidos a nivel de pertinencia de la tarea formativa uno, con todas las valoraciones por encima del rango mínimo asumido en este estudio.

Desde la perspectiva de tres de los cuatro expertos, la tarea formativa uno cuenta con la articulación de los cinco tipos de pensamiento matemático, pues estos se encuentran totalmente de acuerdo con el cumplimiento de este aspecto; mientras que el otro experto mencionó que también cumple con dicha articulación, pero no totalmente; el coeficiente V de Aiken dio como resultado 0,94 para las respuestas de los cuatro expertos (Tabla 5); lo anterior corrobora que, la tarea formativa, cumple el propósito de articular el pensamiento espacial con el numérico, variacional, métrico y aleatorio, según lo expuesto en los Estándares Básicos de Competencias de Matemáticas (MEN, 2006). Sin embargo, una de las sugerencias declaradas al revisar la calificación de cuatro puntos (de acuerdo en la escala Likert) se refiere a: “se pueden incluir preguntas para que el futuro profesor indique cuáles relaciones encuentra entre los pensamientos” (Experto 3, rúbrica de validación de las

FORMACIÓN DEL FUTURO PROFESOR DE PRIMARIA EN MATEMÁTICAS

tareas formativas); la anterior sugerencia es revisada y se asocia al aspecto de conocimiento de la práctica del futuro profesor, en tanto este pueda evidenciar otras relaciones entre los pensamientos mientras planea las clases, por ejemplo, la variación del movimiento en relación con el tiempo empleado al desplazar las ranas. En cuanto al conocimiento para la práctica del futuro profesor, se sugiere la implementación previa de ejercicios en sus clases, como los propuestos, para desarrollar conocimientos ligados al reconocimiento del espacio.

Con respecto al segundo aspecto, habilidades espaciales, estas obtienen el puntaje más alto en su validez con un coeficiente V de Aiken de 1, lo cual hace referencia a que la tarea formativa uno plantea acciones pertinentes para el desarrollo de las habilidades espaciales del futuro profesor; esta valoración es plasmada por la puntuación de los cuatro expertos lo que conduce a este aspecto hacia su cumplimiento satisfactorio dentro de los planteamientos de la tarea; lo anterior, se evidencia en un comentario por parte de uno de los expertos, quien afirma que: “la tarea propone acciones relevantes para el desarrollo de las habilidades espaciales, considerando los movimientos en el cuadrado de 49cm x 49cm y en los registros individuales” (Experto 4, rúbrica de validación de las tareas formativas); dicha observación señala una característica importante que se consideró al momento de diseñar la tarea formativa, pues en este proceso se contempló la proporción del papel según el tamaño de la rana elaborada a través de la estipulación de medidas exactas que podrían variar según el tamaño que se le asigne a la hoja de papel para las construcciones con doblado de papel.

Por su parte, el tercer aspecto, los procesos de la actividad matemática, obtiene un puntaje final en el coeficiente de 0,94, con la calificación necesaria para demostrar su

validez dentro de la tarea formativa; no obstante, una de las rúbricas de validación contiene marcada la opción correspondiente a de acuerdo en la escala Likert, con cuatro puntos, lo que apunta a una posible mejora de los procesos matemáticos involucrados en las acciones de la tarea formativa uno; en los comentarios, uno de los expertos expuso que: “podría favorecerse interacción entre los participantes en el segundo momento, podría favorecer no sólo la oportunidad de comunicar los resultados obtenidos sino validar la comprensión de la tarea, el mecanismo utilizado para hacer saltar la rana, posibles regularidades entre otros” (Experto 2, rúbrica de validación de las tareas formativas). Por lo tanto, es indispensable agregar un espacio dentro del momento dos de la tarea para beneficiar las discusiones grupales donde se comunique la estrategia utilizada por cada futuro profesor para hacer saltar a las ranas, al mismo tiempo que realizar preguntas acerca de las variables que consideran que intervienen en el salto de cada una para garantizar la comprensión de este momento de la tarea.

El último aspecto contemplado en el criterio de pertinencia de la tarea formativa uno hace alusión al conocimiento en y para la práctica del futuro profesor; este obtuvo una calificación final en el coeficiente de 0,94, cumpliendo con el nivel de validez en relación con dicho coeficiente V de Aiken. A pesar de esto, uno de los expertos considera que es posible realizar algunas mejoras para incluir, de manera más oportuna, el conocimiento en y para la práctica, lo cual la lleva a argumentar que: “quizás por el lenguaje, veo en la tarea conocimientos para la práctica y en la práctica. Los conocimientos para la práctica dependerán de cómo entiendan la tarea y la relacionen con sus conocimientos matemáticos sobre fracciones, medidas, etcétera” (Experto 4, rúbrica de validación de las tareas

formativas). De acuerdo con esta observación, la tarea podría considerar preguntas relacionadas con algunas magnitudes de las ranas saltarinas; por ejemplo, qué medidas debería tener la hoja de papel inicial para hacer una rana que tenga una longitud de 9 cm, contemplando que para una rana que mide 7 cm de altura es suficiente una cuadrícula de 49cm x 49cm.

La tarea formativa ha sido validada con un promedio general de 0,96 respecto al coeficiente V de Aiken para el criterio de pertinencia; se incluyeron algunas mejoras propuestas por parte de la investigadora, atendiendo a las observaciones de los expertos. Por lo tanto, se puede inferir que, desde este resultado, la tarea formativa tiene relación lógica con su descripción, posibilita el desarrollo de habilidades espaciales, genera coherencia horizontal entre los cinco tipos de pensamiento matemático y los cuestionamientos propuestos propician poner en práctica el conocimiento del futuro profesor.

El segundo criterio contemplado en la valoración de esta primera tarea formativa se relaciona con la claridad. Los resultados de la aplicación del coeficiente V de Aiken de los cuatro aspectos, considerando las respuestas de los expertos observados en la Tabla 7 muestran que se cumplen las acciones planteadas en esta primera tarea formativa con respecto a los aspectos: articulación de pensamientos (aspecto 1), habilidades espaciales (aspecto 2) y conocimiento del futuro profesor (aspecto 4), obteniendo una puntuación de 1 en el coeficiente. En otras palabras, la tarea de las ranas saltarinas evidencia una coherencia horizontal entre los pensamientos, a partir de la estructura propuesta para la actividad matemática del futuro profesor. También se observa que propicia el desarrollo de

habilidades espaciales y que genera una necesidad de involucrar el conocimiento en y para la práctica por parte del futuro profesor.

Tabla 7

Resultados criterio de claridad. Tarea formativa uno

	Claridad			
	Aspecto 1: Articulación de pensamientos	Aspecto 2: Habilidades espaciales	Aspecto 3: Procesos matemáticos	Aspecto 4: Conocimiento del futuro profesor
Experto 1	5	5	4	5
Experto 2	5	5	5	5
Experto 3	5	5	4	5
Experto 4	5	5	4	5
Coeficiente	1,00	1,00	0,81	1,00
Promedio de los coeficientes	0,95			

Nota. La tabla 7 muestra los resultados obtenidos a nivel de claridad de la tarea formativa uno teniendo en cuenta que el rango de validez debe estar entre una calificación de 0,90 y 1.

El aspecto que más llama la atención en esta parte del análisis (tal como se muestra en la Tabla 7) corresponde a los procesos de la actividad matemática, dado que, según las calificaciones otorgadas por los expertos, se obtiene un coeficiente V de Aiken de 0,81, valor que está por debajo del mínimo, asumido en este estudio, para cumplir con la validez dentro del criterio de claridad. Por lo tanto, es necesario revisar, con detenimiento, las observaciones de tres de los expertos, quienes, a nivel general, mencionan que los procesos se encuentran de “manera encubierta” (Experto 1, rúbrica de validación de las tareas formativas); no obstante, se deben retomar los procesos que no se abordan completamente (Experto 3, rúbrica de validación de las tareas formativas), así como aclarar cuáles raras se

utilizan en cada uno de los momentos de la tarea formativa (Experto 4, rúbrica de validación de las tareas formativas).

Dadas las tres observaciones de los expertos, se puede interpretar una necesidad de modificar la implementación de los procesos de la actividad matemática; por tal razón, se sugiere realizar cambios en cuanto a los dos procesos que menos se evidencian dentro de la tarea formativa (modelación y resolución de problemas), por lo cual es posible modificar la explicación general para que el formador de formadores se encargue de modelar la elaboración de las ranas mientras va planteando las preguntas de conocimiento matemático relacionadas con las instrucciones para la construcción con doblado de papel, que se encuentran como anexo. Asimismo, en cuanto al proceso de resolución de problemas, este se puede incluir en el momento relacionado con los saltos de las ranas, contextualizándolo a partir de una situación problema que los futuros profesores deben solucionar.

En conclusión, este criterio obtiene un promedio final de los coeficientes de 0,95, lo cual lo sitúa dentro del rango de calificación que cumple con la validez de contenido de la tarea formativa, es decir, se entiende fácilmente, desde su semántica y sintaxis; además, se logran comprender las relaciones entre los pensamientos, el desarrollo de habilidades espaciales y los procesos de la actividad matemática, así como la implicación del conocimiento en y para la práctica del futuro profesor. No obstante, el criterio de los procesos matemáticos sugiere una modificación de la tarea, según las sugerencias anteriores, para lograr la mayor puntuación de validez de acuerdo con el coeficiente V de Aiken.

FORMACIÓN DEL FUTURO PROFESOR DE PRIMARIA EN MATEMÁTICAS

El tercer criterio corresponde a la *relevancia* de la tarea; los resultados de la aplicación del coeficiente V de Aiken de los cuatro aspectos involucrados en la tarea formativa se plasman en la Tabla 8, que se muestra a continuación.

Tabla 8

Resultados criterio de relevancia. Tarea formativa uno

	Relevancia			
	Aspecto 1: Articulación de pensamientos	Aspecto 2: Habilidades espaciales	Aspecto 3: Procesos matemáticos	Aspecto 4: Conocimiento del futuro profesor
Experto 1	5	5	5	5
Experto 2	5	5	5	5
Experto 3	5	4	5	5
Experto 4	5	5	4	5
Coficiente	1,00	0,94	0,94	1,00
Promedio de los coeficientes		0,97		

Nota. La tabla 8 contiene los resultados obtenidos a nivel de relevancia de la tarea formativa uno, con base en el coeficiente V de Aiken para evaluar su nivel de validez.

De acuerdo con los resultados que se muestran en la Tabla 8, la articulación de pensamientos (aspecto 1) y el conocimiento del futuro profesor en y para su práctica (aspecto 4), obtienen una puntuación en el coeficiente de 1, lo cual indica su validez dentro de las acciones propuestas en la tarea formativa uno. Por ello, se asume que la coherencia horizontal establecida en los Estándares Básicos de Competencias de Matemáticas (MEN, 2006) puede contribuir a la formación del futuro profesor, al mismo tiempo que los conocimientos en y para su práctica, en la tarea formativa uno, favorecen su formación.

Ahora bien, el aspecto dos de habilidades espaciales y el aspecto tres de procesos de la actividad matemática, marcan el mismo coeficiente V de Aiken de 0,94; esto revela que dos de los expertos (Experto 3 y Experto 4) otorgan una calificación de cuatro puntos (de

acuerdo en la escala Likert) a uno de los aspectos anteriores, en la rúbrica de valoración, con el propósito de aportar alguna modificación de dichos aspectos en la tarea formativa. Por un lado, en el segundo aspecto de habilidades espaciales, uno de los expertos expresa que sería conveniente revisar la inclusión de todas las habilidades espaciales dentro de la tarea formativa (Experto 3, rúbrica de validación de las tareas formativas). No obstante, la única habilidad que no se nombra en la tabla de información general hace referencia a la habilidad espacial de percepción figura-fondo¹⁴; dicha habilidad se ve involucrada en la indicación 7 del primer momento, donde se le pide al futuro profesor trazar el camino específico de la rana dentro de la cuadrícula más pequeña que realiza en su hoja de trabajo.

En lo concerniente a procesos de la actividad matemática, otro de los expertos propone realizar una aclaración en cuanto al lenguaje utilizado en la explicación general sobre el uso de la palabra “tamaño”, ya que puede hacer referencia a cualquier dimensión (Experto 4, rúbrica de validación de las tareas formativas); de acuerdo con lo anterior, dentro de las modificaciones se hará referencia a lados verticales y lados horizontales más que a tamaños, para presentar las medidas requeridas de las hojas para realizar las ranas saltarinas.

Los resultados obtenidos sobre el criterio de relevancia en la tarea formativa uno, permiten situar a este tercer criterio como el de mayor puntuación en cuanto a la validez del coeficiente (promedio de 0,97); esto podría confirmar que esta tarea es esencial,

¹⁴ Esta habilidad, según Del Grande (1990), permite identificar un componente en particular para realizar una acción; en este caso, el futuro profesor se centra, únicamente, en el camino de su rana más que en la cuadrícula en su totalidad.

FORMACIÓN DEL FUTURO PROFESOR DE PRIMARIA EN MATEMÁTICAS

considerando los aportes que puede propiciar en la formación del futuro profesor en cuanto al desarrollo de habilidades espaciales a partir de la coherencia horizontal de los estándares, el desarrollo de los procesos de la actividad matemática y la utilización del conocimiento en y para la práctica del futuro profesor.

A continuación, en la Figura 8, se muestran los cambios propuestos en esta primera tarea formativa, considerando las sugerencias por parte de los cuatro expertos.

Figura 8

Adaptaciones para la tarea formativa uno

Tarea formativa 1	Momento 2: ranas saltarinas
<p>Esta tarea formativa tiene como propósito desarrollar el pensamiento matemático a partir de sus cinco tipos de pensamientos involucrados, así como las habilidades espaciales del futuro profesor que llevará a cabo esta tarea formativa, que involucra el reconocimiento del espacio, la toma de decisiones, la organización de datos e identificación de equivalencias.</p> <p>Dicha tarea formativa está contemplada para los futuros profesores que se van a desempeñar en aulas de clase del primer grupo de grados; sin embargo, es pertinente aclarar que las acciones que se piden realizar, a continuación, deben sufrir adaptaciones, las necesarias para el nivel de dominio de los estudiantes según sea el objetivo de su profesor.</p> <p>Para iniciar, el futuro profesor debe elaborar tres ranas con doblado de papel de tamaños diferentes teniendo en cuenta el lado vertical y el lado horizontal de la hoja (rana 1: 28 cm x 14 cm; rana 2: 18 cm x 9 cm; rana 3: 15 cm x 7.5 cm). En caso tal de que el futuro profesor no posea ningún tipo de conocimiento sobre el doblado de papel se puede hacer uso de las instrucciones de la rana con doblado de papel (Anexo 1) así como de las posibles preguntas que se pueden realizar mediante cada paso para la elaboración de la rana, en este punto el formador de formadores puede ir modelando la construcción de las ranas saltarinas e ir realizando preguntas sobre el proceso como las que se encuentran en las instrucciones anexadas.</p> <p>Después de realizar las ranas y responder los cuestionamientos respectivos, los futuros profesores deben analizar de qué manera podrían desarrollar la actividad con estudiantes del grado primero, segundo o tercero de básica primaria. ¿Qué cambios deben hacerse y por qué? ¿Qué otras relaciones desde la coherencia horizontal encuentran en esta tarea formativa? Haciendo uso de su conocimiento para la práctica como futuro profesional del campo educativo.</p>	<p>Esta es la parte final de la tarea formativa pensada para el futuro profesor, este último momento se debe llevar a cabo de manera individual utilizando las tres ranas construidas inicialmente.</p> <p>Cuando el futuro profesor haya culminado la solución de los cuestionamientos se debe organizar con otros tres compañeros para dar paso a una discusión grupal donde se aborden las estrategias implementadas en este segundo momento desde el conocimiento matemático.</p> <p>Ahora bien, después de este momento es necesario que el futuro profesor se posicione como mediador del conocimiento en el aula. Por tal razón, debe resolver la siguiente situación: Este segundo momento será llevado al aula con dos ranas de diferente longitud a las que se realizan en esta tarea formativa. Especifique: ¿Qué longitud tiene cada rana? ¿Qué medidas debería tener la hoja de papel inicial para elaborarlas? Y recuerde justificar como llegó a esas medidas.</p>

Nota. Esta figura muestra las adaptaciones señaladas en color azul y se encuentran en la explicación general de la tarea, comenzando el segundo momento y al culminar este mismo (Apéndice A).

En síntesis, esta primera tarea formativa, que relaciona construcciones con doblado de papel con el reconocimiento del espacio, cumple con la validez de contenido en los tres criterios revisados. Aun así, es importante realizar algunas modificaciones en los distintos

momentos, las cuales fueron mencionadas por los expertos dentro de sus rúbricas. En cuanto a los cuatro aspectos de los criterios y a algunos otros relacionados con la forma en la cual se encuentra estructurada esta primera tarea, se espera añadir un cuestionamiento relacionado con el conocimiento del futuro profesor en el cual se pueda desplegar una explicación fundamentada sobre el cómo llevaría a cabo la coherencia horizontal de los estándares, involucrada en esta tarea, si fuese a implementarla en su aula de clase.

Estas modificaciones son cruciales para que el futuro profesor, con base en *su conocimiento para la práctica*, revise su nivel de dominio tanto teórico como didáctico (Acevedo-Rincón, 2018) que lo lleven a poder argumentar, en el último momento de la tarea formativa, sobre las adaptaciones que realizaría a las acciones que se proponen; en este caso, no solo estaría involucrado el conocimiento para la práctica, sino que, también, entraría a jugar un papel importante *el conocimiento en la práctica*, ya que se conduce a los futuros profesores hacia un escenario escolar de *práctica* (Cochran-Smith y Lytle, 1999) en el que se desarrolla el pensamiento matemático de los estudiantes mediante la coherencia horizontal planteada por el MEN (2006); además, se asegura la articulación de los cinco tipos de pensamientos como profesor de Básica Primaria, a nivel individual y, a nivel institucional, a partir del diseño del currículo, se puede considerar una secuencialidad lógica que integra los Estándares Básicos de Competencias (MEN, 2006) de cada pensamiento en los distintos grupos de grados.

Esto solo será posible si el formador de formadores adopta su responsabilidad por contribuir a la formación de los futuros profesores mediante el planteamiento de desafíos (Rojas y Deulofeu, 2015), que desarrollen el conocimiento *en y para* la práctica de estos, a

través de un conjunto de acciones sobre un contenido conceptual que necesita mayor abordaje (Da Ponte, 2012), como es el caso de las habilidades espaciales. De esta manera, se impacta positivamente la práctica pedagógica (Llinares, 2011), desde el foco de la enseñanza por parte del futuro profesor, que estará inmerso en un aula de clases y será el encargado de desarrollar las habilidades y conocimientos de la educación matemática escolar.

Finalmente, es preciso revisar la forma en la cual se desarrollan los procesos de la actividad matemática con el objetivo de que sean más notorios en la tarea; adicionalmente, se hace necesario incluir interacciones entre pares en algunos momentos de la tarea formativa y no, únicamente, en el momento del desplazamiento de las ranas por la cuadrícula. Al incluir acciones donde los participantes interactúen, se aborda el proceso de comunicación a nivel de la actividad matemática, posibilitando que los futuros profesores expresen sus ideas y conocimientos, de manera coherente, como resultado de la comprensión total de la tarea formativa, pues, tal como lo plantea el Ministerio de Educación Nacional (1998; 2006), la comunicación en la educación matemática es fundamental para el proceso de enseñanza y aprendizaje de esta área, por lo tanto, debe contemplarse al momento de plantear acciones o actividades que desarrollen el pensamiento matemático. La comunicación va de la mano con la resolución y planteamiento de problemas, ya que este proceso de la actividad matemática permite que los estudiantes, en este caso, los futuros profesores, alcancen una mayor solidez en su conocimiento de la práctica y mejoren su habilidad de comunicarse matemáticamente (MEN, 1998).

5.1.2. Tarea formativa dos: Portalápices matemáticos

En esta segunda tarea formativa se tomó como eje al pensamiento numérico desde el cual se articularon los demás tipos de pensamiento matemático mediante la coherencia horizontal de los estándares asociados; esta tarea se centró en la formación del futuro profesor a partir del desarrollo de las habilidades espaciales, de los procesos matemáticos y del conocimiento *en y para* la práctica. Desde este punto, esta segunda tarea sobre la construcción de un portalápiz, implementando el doblado de papel, fue evaluada por el grupo de expertos obteniendo unos resultados determinados por el coeficiente V de Aiken, de acuerdo con los criterios de *pertinencia, claridad y relevancia*, tal como se estipuló en la rúbrica de validación. En cuanto a la *pertinencia* de la tarea formativa, se logran los resultados que se muestran en la Tabla 9 según la opción que marcan los expertos en la rúbrica de validación.

Tabla 9

Resultados criterio de pertinencia. Tarea formativa dos

	Pertinencia			
	Aspecto 1: Articulación de pensamientos	Aspecto 2: Habilidades espaciales	Aspecto 3: Procesos matemáticos	Aspecto 4: Conocimiento del futuro profesor
Experto 1	5	5	5	5
Experto 2	5	5	4	5
Experto 3	5	4	5	5
Experto 4	5	5	5	4
Coeficiente	1,00	0,94	0,94	0,94
Promedio de los coeficientes	0,96			

Nota. La tabla 9 expone los puntajes obtenidos a nivel de pertinencia de la tarea formativa dos desde el rango estipulado por el coeficiente V de Aiken.

FORMACIÓN DEL FUTURO PROFESOR DE PRIMARIA EN MATEMÁTICAS

El primer aspecto relacionado con la articulación de los cinco tipos de pensamientos alcanza la valoración más alta del coeficiente; este dato señala la validez de la pertinencia en relación con la coherencia horizontal planteada en la conexión de los Estándares Básicos de Competencias de Matemáticas (MEN, 2006) para lograr el desarrollo del pensamiento matemático del futuro profesor.

Las habilidades espaciales (aspecto 2), los procesos de la actividad matemática (aspecto 3) y el conocimiento del futuro profesor (aspecto 4) logran un coeficiente de 0,94, lo que permite situarlos dentro del rango aceptado para demostrar su validez de contenido; ahora bien, es preciso revisar las perspectivas de los expertos que califican con la opción referente a cuatro puntos (de acuerdo en la escala de Likert) alguno de los aspectos, dentro de la rúbrica de validación, ya que consideran pertinente realizar ciertas modificaciones a la tarea en relación con el aspecto evaluado.

En el segundo aspecto sobre habilidades espaciales, el comentario de uno de los expertos resalta que “el pensamiento métrico posee menor importancia dentro de la tarea formativa en comparación a los pensamientos numérico, métrico y variacional, más que al geométrico” (Experto 3, rúbrica de validación de las tareas formativas); sin embargo, el propósito, en esta ocasión, era tomar como foco central otro pensamiento para articular desde este los demás, concibiendo las habilidades espaciales como un aspecto que es posible involucrar a partir del ámbito numérico.

El tercer aspecto acerca de los procesos de la actividad matemática es cuestionado, ya que uno de los expertos considera necesario el intercambio comunicativo entre los participantes (Experto 2, rúbrica de validación de las tareas formativas). Esto implicaría

propiciar un espacio para que los futuros profesores exterioricen sus conocimientos con sus pares de una manera argumentada y sólida; en consecuencia, se sugiere incluir una discusión donde los participantes verbalicen sus respuestas sobre los interrogantes del segundo momento de la tarea acerca de las regularidades entre los atributos medibles y la expresión general que determinaron para hallar áreas y alturas.

En cuanto al conocimiento del futuro profesor, uno de los expertos expresó que los conocimientos para la práctica dependen del cómo se entienda la tarea y la relación que se establezca con sus conocimientos matemáticos (Experto 4, rúbrica de validación de las tareas formativas). Para esto, se propone que el futuro profesor reconozca la incidencia de su experiencia en las adaptaciones que presenta para llevar la tarea a la práctica, pues se entiende que la creencia del futuro profesor sobre el cómo se enseña y el cómo se aprende matemáticas incide en las modificaciones que proponga.

En resumen, el criterio de pertinencia alcanza un promedio en el coeficiente implementado de 0,96, es decir, se ubica dentro del rango para valorar, de manera positiva, el contenido de estos cuatro aspectos en cuanto a su pertinencia dentro de la tarea formativa; por lo tanto, se infiere que esta cuenta con una relación lógica entre la descripción, las habilidades espaciales, la coherencia horizontal y la puesta en práctica del conocimiento del futuro profesor.

El segundo criterio corresponde a la claridad de los cuatro aspectos involucrados en la tarea formativa; los resultados de este se observan en la Tabla 10.

Tabla 10*Resultados criterio de claridad. Tarea formativa dos*

	Claridad			
	Aspecto 1: Articulación de pensamientos	Aspecto 2: Habilidades espaciales	Aspecto 3: Procesos matemáticos	Aspecto 4: Conocimiento del futuro profesor
Experto 1	5	5	4	5
Experto 2	5	5	4	5
Experto 3	5	4	5	5
Experto 4	5	5	5	5
Coeficiente	1,00	0,94	0,88	1,00
Promedio de los coeficientes	0,96			

Nota. La tabla 10 contiene los resultados obtenidos en el coeficiente V de Aiken en lo

relacionado con el nivel de claridad de la tarea formativa dos para confirmar su validez.

La articulación de los pensamientos (aspecto 1) y *el conocimiento del futuro profesor* (aspecto 4) obtuvieron una valoración de 1 en el coeficiente (Tabla 9), es decir, la más alta para la validez de su contenido desde el criterio de claridad; por lo tanto, se infiere que la segunda tarea formativa evidencia la coherencia horizontal de los pensamientos y presenta con claridad la necesidad de involucrar el conocimiento *en y para* la práctica por parte del futuro profesor.

Respecto a *las habilidades espaciales*, este aspecto presenta un coeficiente de 0,94; uno de los expertos refiere, desde su apreciación, que las acciones de la tarea formativa se pueden fortalecer de tal manera que se puedan trabajar, con más profundidad, las habilidades espaciales (Experto 3, rúbrica de validación de las tareas formativas); según esta observación, es pertinente mencionar que, las habilidades espaciales faltantes en estas tareas son la percepción de posición en el espacio y la memoria visual. No obstante, la primera habilidad espacial nombrada se involucra en la elaboración de los portalápices,

mediante el doblado de papel, en lo relacionado con la transformación de la hoja y la comprensión de las proporciones al realizar el paso a paso, también, es posible agregar un cuestionamiento donde se le pida al futuro profesor que explique el cambio en cuanto al tamaño, la forma y la posición de las hojas en el espacio. Para la habilidad de memoria visual, se sugiere adaptar la construcción con doblado de papel, con el fin de pedirle a los futuros profesores que elaboren el segundo y tercer módulo acudiendo a su memoria visual replicando los pasos del proceso que llevaron a cabo en la construcción del primer paso.

Inquieta el resultado del tercer aspecto relacionado con *los procesos de la actividad matemática*, dado que obtiene un coeficiente de 0,88, que lo ubica por debajo del rango de validez asumido en este estudio; por esta razón, es necesario identificar las sugerencias que plantean los expertos con el fin de plantear modificaciones que conduzcan hacia una mejor estructuración de dicha tarea. Uno de los expertos indica que los procesos se encuentran de manera encubierta (Experto 1, rúbrica de validación de las tareas formativas); a su vez, otro precisa que es necesario dar instrucciones en el momento tres para la adaptación de la actividad por parte del futuro profesor (Experto 2, rúbrica de validación de las tareas formativas). Estas dos apreciaciones implican considerar, en la tabla de información de la tarea formativa, un espacio en el cual se puedan mencionar los procesos de la actividad matemática involucrados en las acciones; asimismo, con la utilización de esta tabla, es preciso aclarar que la adaptación de la tarea formativa para estudiantes del primer grupo de grados se plantearía desde la información consignada allí.

A nivel general, el criterio de *claridad* cumple con la validez de su contenido según el coeficiente V de Aiken, pues obtiene un promedio final de 0,96, correspondiente a una

FORMACIÓN DEL FUTURO PROFESOR DE PRIMARIA EN MATEMÁTICAS

valoración dentro del rango asumido en este estudio. Lo anterior, permite justificar que, dentro de la tarea formativa, se logran comprender las relaciones entre los pensamientos, el desarrollo de las habilidades espaciales y los procesos de la actividad matemática, así como la implicación del conocimiento *en y para* la práctica del futuro profesor. Sin embargo, es importante modificar el abordaje de los procesos de la actividad matemática desde los cambios propuestos con anterioridad.

El tercer criterio está relacionado con la *relevancia* de los cuatro aspectos involucrados en la rúbrica de validación; los resultados de este se consolidan, a continuación, en la Tabla 11.

Tabla 11

Resultados criterio de relevancia. Tarea formativa dos

	Relevancia			
	Aspecto 1: Articulación de pensamientos	Aspecto 2: Habilidades espaciales	Aspecto 3: Procesos matemáticos	Aspecto 4: Conocimiento del futuro profesor
Experto 1	5	5	5	5
Experto 2	5	5	5	5
Experto 3	5	4	5	5
Experto 4	5	5	4	5
Coficiente	1,00	0,94	0,94	1,00
Promedio de los coeficientes	0,97			

Nota. La tabla 11 muestra los resultados obtenidos a nivel de relevancia de la tarea formativa dos teniendo en cuenta los juicios emitidos por el grupo de expertos.

El aspecto de articulación de los pensamientos y el aspecto del conocimiento del futuro profesor se encuentran valorados con un coeficiente de 1, correspondiente a la calificación más alta en la validez de contenido, lo cual alude a que estos dos aspectos se cumplen en su totalidad desde la relevancia dentro del contenido de la tarea formativa. De

este modo, se puede afirmar que en la tarea formativa dos la coherencia horizontal de los Estándares Básicos de Competencias de Matemáticas (MEN, 2006) establecida es relevante para la formación del futuro profesor, al igual que los conocimientos en y para la práctica del futuro profesor favorecen su formación.

Asimismo, el aspecto de *las habilidades espaciales* y el aspecto de *los procesos de la actividad matemática* cuentan con un coeficiente de 0,94, que corresponde a un valor aceptado para validar el contenido de estos aspectos desde la relevancia que poseen dentro de la tarea formativa. Sin embargo, uno de los cuatro expertos realiza un aporte sobre estos aspectos, pues otorga una puntuación de cuatro puntos según la opción que ha sido elegida en la rúbrica de validación (*de acuerdo* en la escala Likert).

Por una parte, el comentario centrado en *las habilidades espaciales* menciona la conveniencia de retomar todas las habilidades espaciales (Experto 3, rúbrica de validación de las tareas formativas), por tal razón se agregan las acciones sobre relaciones espaciales en la elaboración de los portalápices y de memoria visual sobre las características del paso a paso del doblado de papel (estas acciones fueron especificadas en el criterio de *claridad* de esta segunda tarea formativa). De forma paralela, en *el conocimiento en y para la práctica* se señala que: “los procesos de actividad matemática implicados en la tarea formativa contribuyen, en gran medida, a la formación del futuro profesor... Mi sugerencia es que aclare a qué magnitud se refiere cuando utiliza tamaño” (Experto 4, rúbrica de validación de las tareas formativas); esta observación modifica el uso del término “tamaño” siendo este reemplazado por el término: *dimensiones*.

FORMACIÓN DEL FUTURO PROFESOR DE PRIMARIA EN MATEMÁTICAS

El criterio de *relevancia* se posiciona como el criterio con mayor valoración según los cuatro resultados obtenidos por los aspectos de la rúbrica de validación, puesto que alcanza un promedio de 0,96; a partir de este, se puede considerar que la tarea formativa es fundamental desde las contribuciones que proporciona a la formación del futuro profesor en cuanto a la coherencia horizontal de los estándares para el desarrollo de los procesos de la actividad matemática, al desarrollo de las habilidades espaciales y la utilización del conocimiento *en y para* la práctica del futuro profesor. No obstante, es vital revisar algunas características de la estructuración de esta segunda tarea formativa, tales como la revisión del lenguaje para que sea lo más preciso posible, la inclusión de interacción entre pares de futuros profesores para lograr que estos comuniquen, de forma válida, sus conocimientos con los demás y el mejoramiento de los procesos de la actividad matemática con el propósito de que su abordaje sea más evidente en las acciones de la tarea.

De manera general, esta segunda tarea formativa cumple con la validez de contenido desde los criterios de *pertinencia, claridad y relevancia*, pues estos tienen un promedio general por encima de 0,90. A pesar de esto, es necesario modificarla según las sugerencias por parte del grupo de expertos para revisar las acciones que involucran al pensamiento métrico y el intercambio de conocimiento entre los futuros profesores.

Estos cambios se muestran en la figura 9, que se observa a continuación y se distribuyen a lo largo de cada uno de los momentos que se plantean en esta segunda tarea formativa.

Figura 9

Adaptaciones para la tarea formativa dos

Tarea formativa 2

Momento 1: construcción con doblado de papel

El primer momento de la tarea formativa consiste en realizar tres módulos pertenecientes a tres portalápices de distintas dimensiones. En tal caso de que los futuros profesores no posean ningún tipo de conocimiento sobre el doblado de papel, resulta preciso seguir el proceso que se muestra en las instrucciones para construir el módulo (anexo 1) junto con los posibles cuestionamientos sobre los contenidos matemáticos que se pueden valorar en cada paso. Para esto, se debe iniciar con el portalápiz (módulo) cuya hoja inicial sea la de mayor tamaño, hasta llegar al portalápiz más pequeño; comenzando con una hoja cuadrada de 36 cm x 36 cm, teniendo en cuenta que las medidas de las hojas de los demás portalápices deben medir la mitad de la longitud de la hoja anterior.

1. ¿Cómo podría explicar el cambio en cuanto al tamaño, la forma y la posición de las hojas en el espacio durante la construcción de los módulos?
2. ¿Cómo podría describir el patrón establecido para las medidas de las hojas de los tres portalápices?
3. ¿Cómo podría expresar, matemáticamente, el patrón establecido en la longitud de cada hoja inicial?
4. Con el primer módulo construido, el futuro profesor debe elaborar los dos módulos siguientes utilizando únicamente su memoria visual, la cual involucra recordar las características del paso a paso del proceso con doblado de papel.

Momento 2: comparación de atributos de los portalápices

Después de que el futuro profesor haya culminado la solución de los cuestionamientos debe completar dos tablas; la primera se relaciona con las medidas de cada construcción para, posteriormente, completar la segunda, en la que debe calcular las medidas de las áreas y los volúmenes respectivos.

Después de que el futuro profesor haya culminado la solución de los cuestionamientos se debe organizar con otros tres compañeros para dar paso a una discusión grupal donde se aborden las respuestas en este segundo momento desde el conocimiento matemático.

Momento 3: conocimiento para la práctica del futuro profesor

Explique cómo adaptaría esta tarea formativa para desarrollar en sus estudiantes el reconocimiento del significado del número, el reconocimiento de patrones, la exploración del espacio, la medición de atributos de cuerpos tridimensionales y la medición a partir del uso de fracciones, teniendo en cuenta la tabla que se presenta al inicio de la tarea con la información general de esta.

Nota. La imagen muestra las adaptaciones que se hicieron dentro de la segunda tarea formativa, en cada uno de los momentos, teniendo presentes las observaciones de los expertos (Apéndice B).

Considerando las modificaciones y sugerencias de esta segunda tarea formativa, resulta preciso mencionar que el pensamiento métrico se relaciona estrechamente con el pensamiento numérico, pues las cantidades y las magnitudes precisas sobre los atributos medibles conllevan a la aplicación de procedimientos donde se involucra el concepto de número (MEN, 2006). Por ejemplo, en esta segunda tarea formativa se le solicita al futuro profesor establecer relaciones entre cada atributo teniendo en cuenta los valores después de realizar los cálculos, aquí se están teniendo en cuenta las magnitudes y las cantidades que son mayores que otras, menores que otras o iguales. Estas relaciones se pueden establecer desde la coherencia horizontal que plantean los Estándares Básicos de Competencias de Matemáticas (MEN, 2006), que articula los contenidos matemáticos a nivel numérico,

variacional y aleatorio, con el desarrollo de habilidades, en este caso, habilidades espaciales, que permiten representar información, de manera individual, desde la construcción propia de imágenes mentales (Linn y Petersen, 1985; Gutiérrez, 1991).

Las habilidades espaciales hacen posible el desarrollo de los procesos de la actividad matemática, por tal razón, es importante que, en esta segunda tarea formativa, se adicione un espacio para un intercambio entre pares con el fin de involucrar la comunicación en esta tarea; se resalta que es este proceso el que permite poner en juego la comprensión y la argumentación de las respuestas de los futuros profesores, pues es una forma de validar los conocimientos implicados (Jiménez y Pineda, 2015) a partir de una puesta en escena del *conocimiento en y para la práctica del futuro profesor* con pares que poseen la misma formación profesional, esto, proporcionaría no solo la opción de validar conocimientos, sino que permite construir nuevos conocimientos o modificar los que se encuentren erróneos.

5.1.3. Tarea formativa tres: La forma perfecta

La tarea formativa tres involucra, de la misma forma, el pensamiento numérico y el variacional desde un texto narrativo con contenidos matemáticos para desarrollar las habilidades espaciales del futuro profesor con base en la coherencia horizontal. Esta tarea formativa también es validada por el grupo de expertos quienes comparten una serie de resultados que fueron analizados con el coeficiente V de Aiken, para lograr determinar la validez del contenido desde los criterios de *pertinencia, claridad y relevancia*. El primer criterio está relacionado con la *pertinencia* de los cuatro aspectos plasmados en la rúbrica de validación; este criterio obtiene los resultados que se muestran en la Tabla 12.

Tabla 12

Resultados criterio de pertinencia. Tarea formativa tres

	Pertinencia			
	Aspecto 1: Articulación de pensamientos	Aspecto 2: Habilidades espaciales	Aspecto 3: Procesos matemáticos	Aspecto 4: Conocimiento del futuro profesor
Experto 1	5	5	5	5
Experto 2	5	5	5	5
Experto 3	4	4	5	5
Experto 4	5	5	5	4
Coficiente	0,94	0,94	1,00	0,94
Promedio de los coeficientes	0,96			

Nota. La tabla 12 muestra los resultados, a nivel de pertinencia, de la tarea formativa tres utilizando el coeficiente V de Aiken.

La articulación de los pensamientos (aspecto 1), *las habilidades espaciales* (aspecto 2) y *el conocimiento del futuro profesor* (aspecto 4) se sitúan en el rango de validez del estudio con un valor de 0,94 en el coeficiente; esto quiere decir que tres de los cuatro expertos consideran que estos aspectos se desenvuelven de forma pertinente en la tarea formativa. Sin embargo, en *la articulación de pensamientos*, se propone incluir acciones referentes al pensamiento métrico (Experto 3, rúbrica de validación de las tareas formativas); en este caso, la tarea formativa tiene planteadas algunas relacionadas a este pensamiento tales como la décima indicación que se centra en el abordaje del pensamiento métrico desde el cuento de las abejas, con un cuestionamiento sobre el área de almacenamiento en las celdas hexagonales y su comparación con las áreas de almacenamiento en las celdas de las otras formas de panal propuestas en el cuento.

En esta misma línea, se considera que en *las habilidades espaciales* también es propicio realizar algunas modificaciones con el fin de mejorar la pertinencia; en este punto,

uno de los expertos considera que se deben retomar acciones para el trabajo con todas las habilidades espaciales (Experto 3, rúbrica de validación de las tareas formativas), para lo cual se añaden las modificaciones que se mencionan, a continuación, con el propósito de incluir las habilidades espaciales que no se trabajan. Para la memoria visual se puede agregar una imagen de un panal hexagonal para que los futuros profesores puedan observarla por un tiempo definido, posteriormente, recuerden las características que tenía para dibujar este panal y los correspondientes a las otras formas utilizando instrumentos como la regla y el compás, con esta acción, se conecta la habilidad de percepción de posición en el espacio solicitando a los futuros profesores realizar estas representaciones.

Con respecto al *conocimiento del futuro profesor* se precisa que: “los conocimientos para la práctica dependerán de cómo entiendan la tarea y la relacionen con sus conocimientos matemáticos sobre fracciones, medidas, etcétera” (Experto 4, rúbrica de validación de las tareas formativas). Desde esta perspectiva, se sugiere que el futuro profesor en formación tome conciencia de cómo su experiencia personal influye en las adaptaciones que realiza para implementar esta tarea formativa, pues se parte de la premisa de que sus vivencias, en su formación profesional y en su formación escolar, se ven involucradas al momento de hacer uso de su conocimiento para la práctica, en lo que concierne a los cambios que propone para llevar las tareas al aula, las acciones que considera necesarias modificar o excluir en su clase, así como el método que implemente para abordarlas.

Por otro lado, el aspecto de *procesos de la actividad matemática* obtuvo un coeficiente de 1 en su validez de contenido desde la pertinencia en la tarea formativa, lo

FORMACIÓN DEL FUTURO PROFESOR DE PRIMARIA EN MATEMÁTICAS

cual sugiere una respuesta unánime por parte de los expertos en relación al cumplimiento total del criterio; esto es, se involucran, dentro de sus acciones planteadas, los procesos de la actividad matemática, tales como: el razonamiento, la comunicación, la formulación y resolución de problemas, la ejercitación de procedimientos y la modelación.

En este sentido, el criterio de *pertinencia*, en esta tercera tarea formativa, obtiene un promedio de 0,96 en el coeficiente V de Aiken; por lo tanto, la tarea formativa tiene relación lógica con su descripción, desarrolla habilidades espaciales, presenta coherencia horizontal entre los cinco tipos de pensamiento matemático y los cuestionamientos permiten poner en práctica el conocimiento del futuro profesor.

El segundo criterio se relaciona con la *claridad* de los cuatro aspectos que conforman la estructuración de la tarea; este posee los resultados que se muestran en la Tabla 13.

Tabla 13

Resultados criterio de claridad. Tarea formativa tres

	Claridad			
	Aspecto 1: Articulación de pensamientos	Aspecto 2: Habilidades espaciales	Aspecto 3: Procesos matemáticos	Aspecto 4: Conocimiento del futuro profesor
Experto 1	5	5	4	5
Experto 2	5	5	4	5
Experto 3	4	4	5	5
Experto 4	5	5	5	5
Coeficiente	0,94	0,94	0,88	1,00
Promedio de los coeficientes	0,94			

Nota. La tabla 13 muestra los resultados obtenidos, a nivel de claridad, de la tarea formativa tres teniendo en cuenta los juicios emitidos por el grupo de expertos.

FORMACIÓN DEL FUTURO PROFESOR DE PRIMARIA EN MATEMÁTICAS

En concordancia con los resultados de la Tabla 12, *la articulación de los pensamientos* (aspecto 1) y *las habilidades espaciales* (aspecto 2) logran un coeficiente de 0,94; por lo tanto, estos aspectos logran validar su contenido desde la claridad que se evidencia dentro de las acciones de la tarea formativa tres, llevando a la afirmación de que esta tarea muestra, de forma clara, la coherencia horizontal de los pensamientos de la actividad matemática y el desarrollo específico de las habilidades espaciales. Por su parte, el cuarto aspecto, referente al *conocimiento en y para la práctica del futuro profesor*, obtuvo un coeficiente de 1, situando su contenido en un cumplimiento total de validez a nivel de claridad dentro de la tarea, por lo cual se puede inferir que esta presenta, con claridad, dentro de sus cuestionamientos, la necesidad de involucrar el conocimiento *en y para* la práctica por parte del futuro profesor.

El aspecto que requiere mayor atención en esta tercera tarea a nivel de *claridad* es el que gira alrededor de *los procesos de la actividad matemática*, pues su coeficiente es de 0,88 y esto lo ubica por debajo del rango para la validez de su contenido. Por ende, es esencial examinar la perspectiva de los dos expertos que consideran oportuno realizar algunas acciones de cambio dentro del contenido de la tarea formativa. Estos plantean que los procesos de la actividad matemática se encuentran implícitos en las acciones de la tarea (Experto 1, rúbrica de validación de las tareas formativas), al mismo tiempo, que resulta importante incluir preguntas asociadas a la comprensión del cuento (Experto 2, rúbrica de validación de las tareas formativas). Desde este resultado, es indispensable incluir un apartado de preguntas acerca del cuento que ilustren la comprensión de este y se asocie con procesos matemáticos como la comunicación y la argumentación; estas preguntas podrían

ser: (a) ¿qué diferenciaba a las abejas viajeras de las abejas comunes en términos de su comportamiento?, (b) ¿cómo organizaban las abejas del exterior la recolección de alimentos y cómo comunicaban a sus compañeros de equipo qué flores visitar?, (c) ¿cómo organizaban las abejas del exterior la recolección de alimentos y cómo comunicaban a sus compañeros de equipo qué flores visitar?, (d) ¿qué figura geométrica utilizaba Claudia para explicar la estructura de los panales originales y por qué consideraba que era la mejor opción?, (e) ¿cuáles son las ventajas y desventajas de la estructura hexagonal del panel original en comparación con los intentos de Rebeca de crear un nuevo panel?; (f) ¿cómo podría utilizar sus conocimientos matemáticos para diseñar una estructura de panel más eficiente que el hexágono, tomando en cuenta la optimización del espacio y la recolección de alimentos?

De este segundo criterio, de *claridad*, se obtiene un promedio en los coeficientes de 0,94, a nivel general, desde las puntuaciones de los cuatro aspectos, por lo que se puede añadir que se logran comprender las relaciones entre los pensamientos, el desarrollo de las habilidades espaciales y los procesos de la actividad matemática, así como la implicación del conocimiento *en y para* la práctica del futuro profesor dentro de esta tercera tarea formativa. Sin embargo, resulta importante revisar el aspecto que no cumple con la valoración mínima de validez asumido por el estudio y contemplar las sugerencias expuestas anteriormente por los expertos.

El tercer criterio se enfoca en la *relevancia* de los cuatro aspectos que componen la tarea formativa; estos obtienen los resultados que se presentan en la Tabla 14.

FORMACIÓN DEL FUTURO PROFESOR DE PRIMARIA EN MATEMÁTICAS

Tabla 14

Resultados criterio de relevancia. Tarea formativa tres

	Relevancia			
	Aspecto 1: Articulación de pensamientos	Aspecto 2: Habilidades espaciales	Aspecto 3: Procesos matemáticos	Aspecto 4: Conocimiento del futuro profesor
Experto 1	5	5	5	5
Experto 2	5	5	5	5
Experto 3	5	4	5	5
Experto 4	5	5	5	5
Coficiente	1,00	0,94	1,00	1,00
Promedio de los coeficientes	0,99			

Nota. La tabla 14 muestra los resultados obtenidos, a nivel de relevancia, de la tarea formativa tres teniendo en cuenta los juicios emitidos por el grupo de expertos.

Conforme a los resultados de la Tabla 14, *la articulación de pensamientos* (aspecto 1), *los procesos de la actividad matemática* (aspecto 3) y, *el conocimiento en y para la práctica del futuro profesor* (aspecto 4) obtienen un coeficiente de 1, que hace referencia a la calificación más alta en cuanto a la validez del contenido según el coeficiente implementado. Estas valoraciones demuestran un total acuerdo entre los expertos en estos tres aspectos, es decir, la coherencia horizontal de los estándares establecida dentro de la tarea formativa es relevante para la formación del futuro profesor, igualmente, los procesos de la actividad matemática involucrados contribuyen, en gran medida, a la formación del futuro profesor y los conocimientos *en y para* la práctica del futuro profesor que se desarrollan en la tarea formativa favorecen su formación; todo esto en relación con la relevancia de estos aspectos en las acciones propuestas.

Adicionalmente, el segundo aspecto sobre *las habilidades espaciales* alcanza un coeficiente de 0,94, ubicándose dentro del rango de validez del contenido asumido en el

estudio; no obstante, uno de los cuatro expertos considera pertinente realizar algunas modificaciones y, por lo tanto, menciona que: “debido a que no todas las habilidades espaciales se abordan de manera directa en la Tarea, sería conveniente retomarlas” (Experto 3, rúbrica de validación de las tareas formativas). Por esto, se proponen algunas acciones sobre las habilidades espaciales que no se nombran en la tabla de información general de esta tarea formativa (estas acciones fueron especificadas en el criterio de *pertinencia* de esta tercera tarea formativa).

En términos generales, este tercer aspecto de *relevancia* de la tarea formativa tres es el que posee mayor puntaje en la rúbrica de esta tarea, obteniendo un promedio en el coeficiente de 0,99; de esta manera, los planteamientos de la tarea son primordiales en cuanto a las contribuciones que proporciona a la formación del futuro profesor desde el desarrollo de habilidades espaciales a partir de la coherencia horizontal de los estándares, el desarrollo de los procesos de la actividad matemática y la utilización del conocimiento *en y para* la práctica del futuro profesor.

No obstante, se hace un alto para revisar las acciones planteadas en relación con el desarrollo de todas las habilidades espaciales y los pensamientos, por último, el planteamiento de cuestionamientos alrededor de la comprensión lectora donde se involucren otros procesos de la actividad matemática.

Seguidamente, las modificaciones de esta tercera tarea formativa se encuentran expuestas en la Figura 10, estas fueron agregadas a cada uno de los momentos planteados en los cuales eran necesarias según las observaciones de los expertos que validaron el contenido respectivo a esta tercera tarea formativa.

Figura 10

Adaptaciones para la tarea formativa tres

Antes de dar paso a los cuestionamientos a nivel matemático, el futuro profesor debe disponer de un intercambio comunicativo con dos de sus compañeros donde se discutan las siguientes preguntas sobre el cuento:

1. ¿Qué diferenciaba a las abejas viajeras de las abejas comunes en términos de su comportamiento?
2. ¿Cómo organizaban las abejas del exterior la recolección de alimentos y cómo comunicaban a sus compañeros de equipo qué flores visitar?
3. ¿Cómo organizaban las abejas del exterior la recolección de alimentos y cómo comunicaban a sus compañeros de equipo qué flores visitar?
4. ¿Qué figura geométrica utilizaba Claudia para explicar la estructura de los panales originales y por qué consideraba que era la mejor opción?
5. ¿Cuáles son las ventajas y desventajas de la estructura hexagonal del panal original en comparación con los intentos de Rebeca de crear un nuevo panal?
6. ¿Cómo podría utilizar sus conocimientos matemáticos para diseñar una estructura de panal más eficiente que el hexágono, tomando en cuenta la optimización del espacio y la recolección de alimentos?

El Viaje de las Abejas Exploradoras: En Busca de la Forma Perfecta

Gresly Yarhit Moreno Jaimes



Había una vez una colonia de abejas viajeras que vivía en un hermoso jardín. Eran diferentes de las abejas comunes, ya que, en lugar de trabajar únicamente por el bienestar de su colmena, les gustaba innovar y ayudar a los demás.

Este grupo de abejas estaba compuesto por alrededor de 308 abejas zánganos y 570 abejas obreras; la mitad de estas últimas eran obreras del interior de la colmena, encargadas del cuidado general de las celdas y de la colonia; mientras que, la otra mitad, eran reconocidas como obreras del exterior, quienes se organizaban en grupos de seis integrantes para ir a revisar las flores de las cuales podían extraer el alimento¹.

10. Dibuje la forma de la celda del panal de Claudia y las formas de las celdas de los panales que construyó Rebeca. Para esto, observe la imagen que se encuentra en el cuento mostrando la forma de un panal hexagonal como referencia para dibujar los que se piden en este punto teniendo en cuenta la secuencia haciendo uso de la regla y el compás como instrumentos principales para representar estos panales.

Nota. En esta figura se muestran los cambios realizados en la tarea formativa tres; en este caso, se agrega la imagen de un panal al cuento, un apartado para revisar la comprensión de este y un cuestionamiento es modificado para involucrar las habilidades espaciales faltantes en la tarea formativa que se envió a validación (Apéndice C).

Bajo estas adaptaciones, es importante revisar que se aborden todas las habilidades espaciales en esta tarea formativa, ya que estas son el foco para desencadenar la interconexión entre los cinco tipos de pensamiento, garantizando la coherencia horizontal que se propone en los Estándares Básicos de Competencias de Matemáticas (2006); de hecho, se contempla el desarrollo articulado de las matemáticas, entendiendo su complejidad a la hora de ser enseñadas y la posibilidad que tienen las habilidades espaciales de intervenir en los demás pensamientos que no pertenecen al componente espacial-métrico.

FORMACIÓN DEL FUTURO PROFESOR DE PRIMARIA EN MATEMÁTICAS

En este punto, es significativo resaltar que las habilidades espaciales se pueden mejorar y desarrollar mediante la práctica porque estas son maleables (Uttal et al., 2013); aquí, cobra sentido la estructuración de tareas formativas con el fin de mejorar las habilidades espaciales propias del futuro profesor que necesita enfrentarse a desafíos que involucren su conocimiento al momento de encontrarse en el aula de clases, es decir, el conocimiento en la práctica y el conocimiento para la práctica que implica el dominio didáctico y teórico a nivel de la educación matemática (Acevedo-Rincón, 2018). Es desde la formación de los futuros profesores de matemáticas del primer grupo de grados de Básica Primaria que se empieza una transformación en el proceso educativo, pues, al momento de los futuros profesores enfrentarse a tareas formativas sobre las habilidades espaciales, estos están fortaleciéndolas, a la vez que van comprendiendo las acciones que están realizando y el porqué de estas acciones desde el contexto que les proporciona la tarea formativa (Ribeiro, 2016).

Uno de los expertos expuso la importancia de agregar preguntas para revisar y confirmar la comprensión del cuento por parte de los futuros profesores; este se presenta como eje articulador de las acciones de la tarea formativa, en tanto la lectura se constituye en un medio fundamental por el cual se puede adquirir información en las distintas áreas del conocimiento, entendiendo el acto de leer como el proceso que lleva a la comprensión real de un texto escrito (Cimpoies, 2018).

En esta misma línea, Cassany et al. (1994) proponen unas micro habilidades que son necesarias al momento de interpretar una lectura, las cuales se centran en observar de manera general el texto, recordar datos de la lectura, reconocer los aspectos relevantes del

contenido, leer de forma rápida la información. Ahora bien, si se analizan estas micro habilidades desde la perspectiva matemática, es posible que, dentro de la comprensión lectora, se incluyan las habilidades espaciales que se encargan de: (a) relacionar uno o más objetos en un mismo espacio (percepción de relaciones espaciales), (b) recordar con precisión objetos, en este caso, información importante del texto (memoria visual), (c) identificar componentes importantes en un todo, en el ámbito de la lectura se hace referencia a las ideas principales de todo el texto (percepción figura-fondo), entre otras habilidades que se podrían ver involucradas según la tipología textual con la cual se está trabajando.

Aquí subyace la importancia de integrar preguntas que posibiliten verificar la comprensión del texto, que se mencionó en las sugerencias realizadas anteriormente por los expertos, pues no solo se estarían involucrando las habilidades espaciales sino los procesos de la actividad matemática como, por ejemplo, la resolución y planteamiento de problemas; al respecto, Polya (1969, como se citó en el MEN, 1998) precisó que, solucionar un problema, implica encontrar un camino que parte de la comprensión de la situación problema, es decir, del entendimiento de los datos y de los enunciados proporcionados.

Para finalizar, el análisis de los datos, a partir del coeficiente V de Aiken, permitió reconocer la necesidad de centrarse en el aspecto correspondiente a los procesos de la actividad matemática, pues fue notorio que este aspecto no cumplió con el criterio de calidad en las tres tareas formativas, ya que tuvo una valoración mínima para confirmar la validez del contenido. Por consiguiente, es primordial revisar el contenido en cuanto al abordaje claro de estos procesos matemáticos a partir de las sugerencias de modificación

FORMACIÓN DEL FUTURO PROFESOR DE PRIMARIA EN MATEMÁTICAS

planteadas por los expertos en cada tarea, con el propósito de lograr su validez, esto desde la perspectiva que conduce al mejoramiento de la estructuración de las tareas formativas que involucran aspectos importantes para la formación del futuro profesor de Básica Primaria del primer grupo de grados.

Conclusiones

En este último capítulo se da por cumplido el objetivo trazado para la investigación que corresponde a estructurar tareas formativas que permitan el desarrollo de habilidades espaciales del futuro profesor de Educación Básica Primaria a partir de la coherencia horizontal del currículo de matemáticas en el primer grupo de grados. El soporte de esta meta cumplida se justifica a partir de los principales hallazgos que se relacionan con el tema de estudio; además de ello, se incorporan las dificultades evidenciadas a lo largo de la investigación y las recomendaciones hacia las personas interesadas en centrarse en este tipo de estudios.

Para conseguir el propósito del estudio, fue necesario desarrollar cada uno de los objetivos específicos que se plantearon al inicio del proceso. El primer paso fue revisar el currículo matemático para identificar las relaciones entre las habilidades espaciales y los pensamientos matemáticos del primer grupo de grados de Educación Básica Primaria (Tabla 1), lo cual tuvo como resultado cinco relaciones iniciales (entre los pensamientos, basados en la coherencia horizontal que posibilita el desarrollo de las habilidades espaciales) establecidas para construir las tareas formativas. A partir de esto, se diseñaron tres tareas formativas con base en estas relaciones, las cuales se sometieron a validación por parte de cuatro expertos, quienes emitieron juicios y observaciones sobre estas para analizar si las tareas formativas lograban dar cumplimiento al propósito general de esta investigación. Teniendo en cuenta que se trataba de una investigación basada en diseño, se toman las sugerencias de los expertos para mejorar las tareas formativas que se estructuraron.

FORMACIÓN DEL FUTURO PROFESOR DE PRIMARIA EN MATEMÁTICAS

De la primera tarea formativa centrada en el reconocimiento del espacio, se puede concluir que utilizar el doblado de papel para el desarrollo de habilidades espaciales contribuye de manera positiva a la formación del futuro profesor, pues en el juicio por expertos se cumplió con la validez del contenido en los aspectos competentes a la articulación de pensamientos (coherencia horizontal), habilidades espaciales, procesos de la actividad matemática y conocimiento del futuro profesor. Aunque esta logra la validez de su contenido, fue necesario realizar ciertas adaptaciones en cuanto a los procesos de la actividad matemática, donde se abre un espacio para el intercambio de conocimientos entre los futuros profesores. También fue pertinente cambiar algunos términos para posibilitar la comprensión de las instrucciones dadas en la tarea.

En relación con la segunda tarea formativa, se reconoce nuevamente la contribución por parte de las construcciones con doblado de papel para la formación del futuro profesor. En este caso, se realizan modificaciones incluidas en las adaptaciones de los momentos planteados inicialmente para mejorar la tarea formativa mediante un momento para comunicar los conocimientos y el abordaje de dos habilidades espaciales que se trabajan en menor medida (percepción de posición en el espacio y memoria visual).

Desde la tercera tarea formativa se pudo evidenciar como los textos escritos permiten trabajar conocimientos matemáticos del futuro profesor, en esta ocasión, desde la utilización del cuento. Al igual que las dos tareas anteriores, también fue necesario realizar ciertos cambios encaminados a involucrar las habilidades espaciales de memoria visual y percepción de posición en el espacio, para las cuales se incluye una representación de los panales haciendo uso de instrumentos como la regla y el compás. Al mismo tiempo, se

resalta la importancia de comprender la totalidad de información plasmada en la tarea formativa, en consecuencia, se agrega un espacio para establecer preguntas que garanticen la comprensión lectora del cuento.

Con el análisis de las tres tareas formativas mencionadas previamente, se evidenció la necesidad de no solo centrarse en la coherencia horizontal en cuanto a los pensamientos, sino de incluir los procesos de la actividad matemática dentro de las acciones que fueron planteadas en cada tarea, pues el aspecto que no cumplió con la validez de su contenido dentro del juicio por expertos hizo referencia, precisamente, a estos procesos, algunos de los cuales se abordaron de manera explícita y, otros, de manera encubierta, pero se destaca que son relevantes en igual medida; asimismo, se reconoce la necesidad de plantear acciones que involucren las siete habilidades espaciales que se deben desarrollar en el futuro profesor. Por esto, las sugerencias dadas por los expertos son aceptadas y se incluyen las adaptaciones pertinentes en las tareas formativas, con el propósito de abordar los procesos de la actividad matemática, las habilidades espaciales, los cinco tipos de pensamientos matemáticos y el conocimiento del futuro profesor.

Los expertos, dentro de sus observaciones, destacaron las tareas formativas como un gran insumo para el formador de formadores, pues estas cuentan con un nivel de autenticidad al involucrar el doblado de papel y textos narrativos mediante la articulación de pensamientos (coherencia horizontal) y el desarrollo de las habilidades espaciales. Esto refleja la relevancia de esta investigación, ya que estas tareas se constituyen en un medio útil para la formación profesional de los futuros profesores responsables del proceso de enseñanza y aprendizaje de estudiantes del primer grupo de grados de Básica Primaria; no

obstante, también se pueden considerar posibles transferencias de esta propuesta articulada como modelo para otros grupos de grados, otras áreas del conocimiento u otro campo de la educación matemática.

Con la validación de los expertos se puede concluir que, además de desarrollar las habilidades espaciales y responder a la coherencia horizontal, se utilizan otros contextos educativos que involucran la comprensión lectora a través del cuento, el doblado de papel pensado como un medio atractivo para el aprendizaje y la articulación del componente espacial-métrico para potenciar la interdisciplinariedad; en estos escenarios, se puede ver que la matemática no se constituye por ella misma, sino que se entrelaza con otras áreas del conocimiento; tales como lengua castellana y ciencias naturales. También, se involucran conocimientos matemáticos útiles para la vida cotidiana como la toma de decisiones en situaciones deterministas y la argumentación de respuestas soportadas con información obtenida por los procesos realizados.

Este estudio se posiciona como un referente fundamental para futuras investigaciones enfocadas en la investigación basada en diseño desde la educación matemática, dado que existen limitadas producciones dirigidas a la población de Educación Básica Primaria, en las que se articulen los pensamientos y las habilidades espaciales en tareas formativas. Se aclara que, estas tareas, se diseñaron con el fin de ser refinadas, a partir de la validación de expertos, y no fue intención del estudio su implementación; sin embargo, dados los resultados de validez, se pueden ejecutar con poblaciones de futuros profesores e, incluso, llevarse a las aulas de Básica Primaria para verificar el propósito de estas tareas desde la práctica con estudiantes del primer grupo de grados.

FORMACIÓN DEL FUTURO PROFESOR DE PRIMARIA EN MATEMÁTICAS

Es natural que todo proceso investigativo cuente con dificultades en su desarrollo. En este estudio, uno de los inconvenientes se relacionó con el tiempo, pues resultó complejo organizar la validación para recibir las respuestas de los expertos en momentos similares; no obstante, se logró que los cuatro expertos respondieran a tiempo; además, que fueran personas destacadas en el área de la educación matemática y la formación de futuros profesores.

Un factor relacionado con el diseño de las tareas formativas fue la articulación del pensamiento aleatorio dentro de las acciones de cada tarea; para esto, se consideró incluir este pensamiento desde dos aspectos que transversalizan los procesos de la actividad matemática: la toma de decisiones y la organización de información.

A modo de recomendación, se sugiere ampliar el número de expertos involucrados en el proceso de validación para tener un panorama más diverso, pues tal como se vio en el apartado metodológico, fue necesario adaptar el rango de validación del coeficiente V de Aiken contemplando que era un número reducido de expertos. Asimismo, al momento de seleccionar a los expertos es imprescindible revisar la formación profesional de estos para verificar que tengan el conocimiento suficiente para emitir juicios sobre el contenido y la experiencia necesaria en el dominio matemático y en la formación de futuros profesores.

En síntesis, estos hallazgos de investigación corroboran la idea de desarrollar habilidades espaciales del profesor de Básica Primaria desde que se encuentra en su proceso de formación profesional. A medida que transcurrió este proceso investigativo, se evidenció que, a pesar de que la educación matemática en Colombia se ha desarrollado desde los años 80 y a nivel internacional se ha avanzado ampliamente, aún son pocas las

investigaciones que profundizan tanto en este tipo de metodologías como en la formación o caracterización de los formadores de los futuros profesores que enseñan matemática en Básica Primaria. Finalmente, se espera que este estudio sirva como un impulso para que los miembros de la comunidad educativa se inspiren y se involucren en la investigación en educación matemática desde otras perspectivas.

Referencias bibliográficas

- Acevedo-Rincón, J. (2018). *Aprendizagens profissionais docentes do (futuro) professor de matemática situadas em um estágio interdisciplinar* [Tesis doctoral]. Universidade Estadual de Campinas. ResearchGate. 10.13140/RG.2.2.23628.10888
- Acevedo-Rincón, J. y Tebet, G. (2022). Espacios, movimientos y nociones topológicas, ¿qué muestran las cartografías de los bebés? *El entusiasta de las matemáticas*, 19 (2), 470-500. <https://scholarworks.umt.edu/tme/vol19/iss2/8>
- Aroca, A., Blanco-Álvarez, H. y Gil, D. (2016). Etnomatemática y formación inicial de profesores de matemáticas: el caso colombiano. *Revista Latinoamericana de Etnomatemática*, 9(2), 85-102. <https://www.redalyc.org/journal/2740/274046804006/html/>
- Arrieche, B., Arrieche, M. e Iglesias, M. (2018). Significados institucionales de la geometría del triángulo en la formación inicial de profesores de matemática. *Revista paradigma*, XXXIX (1), 434-454. <http://funes.uniandes.edu.co/16285/>
- Arteaga, I. H. (2012). Investigación cualitativa: una metodología en marcha sobre el hecho social. *Rastros rostros*, 14(27), 57-68.
- Bakker, A., & Van Eerde, D. (2014). An Introduction to Design-Based Research with an Example from Statistics Education. *Approaches to Qualitative Research in Mathematics Education*, 429–466. DOI:10.1007/978-94-017-9181-6_16
- Camargo, L. y Acosta, M. (2012). La geometría, su enseñanza y su aprendizaje. *Tecné, Episteme y Didaxis: TED*, (32), 4-8.

Carmona, B. (2017). *Secuencias didácticas como estrategia de aprendizaje colectivo para fortalecer el pensamiento espacial en los niños de grado tercero de la institución educativa Evaristo García* [Tesis de maestría]. Universidad ICESI.

<http://funes.uniandes.edu.co/10596/>

Cassany, D., Luna, M., y Sanz, G. (1994). Enseñar Lengua (edición ed.). *Barcelona: Editorial Graó.*

Caycho, T. (2018). Aportes a la cuantificación de la validez de contenido de cuestionarios en enfermería. *Revista cubana de enfermería, 34(2).*

Cimpoies, A. (2018). La Comprensión Lectora en la resolución de problemas en Matemáticas: Implementación de una Propuesta Didáctica en 4º de Primaria. [Tesis de Pregrado, Universidad de Valladolid]. Archivo digital

<http://uvadoc.uva.es/handle/10324/30519>

Cochran-Smith, M. & Lytle, S. (1999). Relationships of Knowledge and Practice: Teacher Learning in Communities. *Review of Research in Education, 24.* 249-305.

<http://www.jstor.org/stable/1167272>

Contreras, L., Montes, M., Muñoz-catalán, M.C. y Joglar, N. (2017). Fundamentos teóricos para conformar un modelo de conocimiento especializado del formador de profesores de matemáticas. En J. Carrillo y L.C. Contreras (Eds.), *Avances, utilidades y retos del modelo MTSK. Actas de las III Jornadas del Seminario de Investigación de Didáctica de la Matemática de la Universidad de Huelva* (pp. 11-25). Huelva: CGSE.

- Da Ponte, J. (2012). Estudiando el conocimiento y el desarrollo profesional del profesorado de matemáticas. In N. Planas (Ed.), *Teoría, crítica y práctica de la educación matemática*. 83-98. <http://hdl.handle.net/10451/29194>
- Easterday, M. W., Lewis, D. R., & Gerber, E. M. (2014). Design-based research process: Problems, phases, and applications. Boulder, CO: International Society of the Learning Sciences.
- Echeverri, R. (2017). Comprensión del concepto de volumen mediante el doblado de papel en el marco de la enseñanza para la comprensión. [Tesis de maestría, Universidad de Antioquia].
en Lenguaje, Matemáticas, Ciencias y Ciudadanas. 46-95.
https://www.mineducacion.gov.co/1621/articles-340021_recurso_1.pdf
- Escobar-Pérez, J. y Cuervo-Martínez, Á. (2008). Validez de contenido y juicio de expertos: una aproximación a su utilización. *Avances en medición*, 6(1), 27-36.
- Fernández, T. (2014). Atendiendo habilidades de visualización en la enseñanza de la geometría. [Memorias]. IX festival internacional de matemática, Quepos, Puntarenas, Costa Rica. <http://funes.uniandes.edu.co/16609/>
- Ferrer, G. (2004). Las reformas curriculares de Perú, Colombia, Chile y Argentina: ¿Quién responde por los resultados? MISC.
- Fundación Omar Dengo. (2014). Competencias para el siglo XXI: guía práctica para promover su aprendizaje y evaluación. San José, Costa Rica.

- García, M. y García, M. (2013). Estimación de la validez de contenido en una escala de valoración de grado de violencia de género soportado en adolescentes. *Acción psicológica*, 10(2), 41-58.
- Giménez, J. y Vanegas, Y. (2020). Miradas iniciales de futuros maestros de Educación Primaria sobre Geometría. *Números: Revista didáctica de las matemáticas*, 106 (numero), 25-35. <http://funes.uniandes.edu.co/23564/>
- Giraldo, M. y Ruiz, M. (2014). *Aprendizaje significativo del pensamiento espacial y sistemas geométricos, integrando las TIC a través de actividades lúdicas en el primer ciclo de básica* [Tesis de maestría, Universidad Libre–Seccional Cali]. Archivo digital. <https://hdl.handle.net/10901/10408>
- Gómez, A. (2018). La educación matemática en Colombia: origen, avance y despegue. *Fides Et Ratio, - Revista de Difusión cultural y científica de la Universidad La Salle en Bolivia*, 16. 123-145. ID: [10670/1.15y1di](https://doi.org/10.15y1di)
- Gonzato, M., Díaz, J. y Neto, T. (2001). Evaluación de conocimientos didáctico-matemáticos sobre la visualización de objetos tridimensionales. *Educación matemática*, 23 (3), 5-37. <http://funes.uniandes.edu.co/13229/>
- Grande, J. D. (1990). SPATIAL SENSE. En Grande, J. D. (1990). *The Arithmetic Teacher*.37(6), 14–20. <https://doi.org/10.5951/AT.37.6.0014>
- Gutiérrez, A. (1991). *PROCESOS Y HABILIDADES EN VISUALIZACION ESPACIAL*. [Memorias]. Tercer Congreso sobre Investigación en Educación Matemática. Valencia, España.

- Hernández, R., Fernández, C. y Baptista, M. (2014). Definiciones de los enfoques cuantitativo y cualitativo, sus similitudes y diferencias. En Hernández, R., Fernández, C. y Baptista, M. (Sexta Eds.). *Metodología de la investigación* (pp. 7-10). McGRAW-HILL / Interamericana Editores, S.A. de C.V. <https://repository.udca.edu.co/handle/11158/5333>
- Iglesias, M. (2016). Formación inicial de los docentes en geometría y su didáctica [memorias]. IX Congreso Venezolano de Educación Matemática. Maracay, Venezuela. <http://funes.uniandes.edu.co/19081/>
- Instituto Colombiano para la Evaluación de la Educación. (2020). Marco de referencia para la evaluación. Área de Matemáticas. Bogotá: Icfes.
- Jiménez, A. y Pineda, L. (2015). Comunicación y argumentación en clase de matemáticas. *Educación y Ciencia*, (16). <https://doi.org/10.19053/01207105.3243>
- Jiménez, I. y Ortíz, M. (2018). Efecto de un recurso educativo digital adaptativa en las habilidades espaciales de estudiantes de secundaria. *Revista Espacios*. 39(53).
- Juárez-Ruiz, E., Sánchez, L. y Juárez, J. (2022). Identificación del desarrollo de habilidades visuales espaciales en representaciones y conversión entre registros para calcular volúmenes. *Educación matemática*, 34(1), 157-185. <https://doi.org/10.24844/em3401.06>
- Linn, M., & Petersen, A. (1985). *Emergence and Characterization of Sex Differences in Spatial Ability: A Meta-Analysis*. *Child Development*, 56, 1479-1498. <http://dx.doi.org/10.2307/1130467>

- Llinares, S. (2011). Tareas matemáticas en la formación de maestros: Caracterizando perspectivas. *Números: Revista didáctica de las Matemáticas*. 78. 5-16
- Llinares, S. (2014). Conocimiento de matemáticas y tareas en la formación de maestros. *Cuadernos de Investigación y Formación en Educación Matemática*, 205-220.
- Maturana, H. (2018). La formación de habilidades espaciales desde la matemática en los estudiantes de básica primaria. [Conferencia]. Cali, Colombia.
<http://repositorio.uptc.edu.co/handle/001/6119>
- Mena, E. y Gallón, P. (2019). El doblado de papel como medio para la comprensión del concepto de mediatriz en estudiantes de grado cuarto de la Institución Educativa Rural Churidó Pueblo. [Tesis de maestría, Universidad de Antioquia]. Archivo digital <https://hdl.handle.net/10495/11665>
- Ministerio de Educación Nacional (1998). *Lineamientos Curriculares de Matemáticas*. Magisterio. <https://www.mineducacion.gov.co/1621/article-89869.html>
- Ministerio de Educación Nacional. (2006). *Estándares Básicos de Competencias*.
https://www.mineducacion.gov.co/1621/articles-340021_recurso_1.pdf
- Ministerio de Educación Nacional. (2016). *Derechos Básicos de Aprendizaje del área de matemáticas*. Colombia aprende, 2, 1-88.
- Molina, M., Castro, E., Molina, J. y Castro, E. (2011). Un acercamiento a la investigación de diseño a través de los experimentos de enseñanza. *Enseñanza de las ciencias: revista de investigación y experiencias didácticas*, 75-88.

- Monge, C. (2021). Análisis de las dimensiones del sentido espacial en futuros profesores. [Tesis de maestría, Universidad de granada]. <http://hdl.handle.net/10481/71036>
- Morales, V. (2023). Validación de un instrumento por coeficiente de medición V de Aiken en el ámbito del voleibol bogotano. [Tesis de pregrado, Universidad de Ciencias Aplicadas y Ambientales]. Archivo digital
- Murcia, M. y Henao, J. (2015). Educación matemática en Colombia, una perspectiva evolucionaria. *Entre ciencia e ingeniería*, 9(18), 23-30.
- Orrantía J. (2006). Dificultades en el aprendizaje de las matemáticas: una perspectiva evolutiva. *Psicopedagogía* 2006;23(71):158-180
- Ortíz, A. (2005). *Historia de la matemática. La matemática en la antigüedad (Vol 1)*. Pontificia Universidad Católica del Perú.
<http://repositorio.pucp.edu.pe/index/handle/123456789/134460>
- Oviedo, L., Kanashiro, A. M., Bnzaquen, M., y Gorrochategui, M. (2012). Los registros semióticos de representación en matemática. *Revista Aula Universitaria*, 13. 29-36.
<https://doi.org/10.14409/au.v1i13.4112>
- Pascual, M., Montes, M. y Contreras, L. (2019). Un acercamiento al conocimiento del formador de profesores de matemáticas. *Investigación en Educación Matemática XIX*. 473-482. <http://funes.uniandes.edu.co/14503/>
- Patkin, D. & Sarfaty, Y. (2012). The effect of solid geometry activities of pre-service elementary school mathematics teachers on concepts understanding and mastery of geometric thinking levels. *Korean Society of Mathematical Education*, 16 (1), 31-50. <http://koreascience.or.kr/article/JAKO201218553921686.page>

- Pavlovičová, G., Bočková, V. & Laššová, K. (2016). Spatial Ability and Geometric Thinking of the Students of Teacher Training for Primary Education. *TEM Journal*, 11(1), 388-395.
https://www.temjournal.com/content/111/TEMJournalFebruary2022_388_395.html
- Perks, P. & Prestage, S. (2008). Tools for learning about teaching and learning. En B. Jaworski y T. Wood (Eds.), *The International Handbook of Mathematics Teacher Education: The Mathematics Teacher Educator as a Developing Professional*, Vol. 4 (pp. 265-280). Rotterdam, Países Bajos: Sense.
- Pole, K. (2009). Diseño de metodologías mixtas. Una revisión de las estrategias para combinar metodologías cuantitativas y cualitativas. *Renglones*, (60), 37-42.
- Prieto, J. y Arredondo, E. (2022). Diseño de un entorno de aprendizaje del saber docente acerca de las construcciones euclidianas con GeoGebra. *Educación matemática*, 34(2). <https://doi.org/10.24844/EM3402.01>
- Rada, A., Tafur, M., Varela, L. y Bedoya, E. (2019). La formación de docentes, procesos y estrategias basadas en la solución de problemas. *AGLALA*, 10(2), 343-355.
<https://doi.org/10.22519/22157360.1471>
- Ribeiro, M. (2016). Tareas para alumnos y tareas para la formación: discutiendo el conocimiento especializado del profesor y del formador de profesores de matemáticas. In Estrella, S., Goizueta, M., Guerrero, C., Mena, A., Mena, J., Montoya, E., Morales, A., Parraguez, M., Ramos, E., Vásquez, P., y Zakaryan, D. (Eds.) (2016). *XX Actas de las Jornadas Nacionales de Educación Matemática*, (pp. 31-39). Valparaíso, Chile: SOCHIEM, Instituto de Matemática de la Pontificia

Universidad Católica de Valparaíso. Recuperado de:

<http://ima.ucv.cl/congreso/xxjnem/>

Rojas, F. y Deulofeu, J. (2015) El formador de profesores de matemática: un análisis de las percepciones de sus prácticas instruccionales desde la «tensión» estudiante-formador. *Enseñanza de las Ciencias*, 33(1), pp. 47-61.

<http://dx.doi.org/10.5565/rev/ensciencias.1322>

Sámuel, M., Vanegas, Y. y Giménez, J. (2016). Visualización y simetría en la formación de maestros de Educación Infantil. *Edma 0-6: Educación Matemática en la Infancia*, 5(1), 21-32. <http://repositorio.ucm.cl/handle/ucm/350>

Sánchez, A. (2017). Una aproximación a la comprensión de los conceptos de punto, recta y plano en el grado segundo, mediante el doblado de papel. [Tesis de maestría, Universidad de Antioquia]. Archivo digital <https://hdl.handle.net/10495/32546>

Sánchez-Acero, A. y García-Martín, M. (2021). Programa de entrenamiento en potencial de aprendizaje para niños colombianos con dificultades de aprendizaje en Matemáticas. *Interdisciplinaria*, 38(1), 163-180. <http://dx.doi.org/10.16888/interd.2021.38.1.11>.

Santa, Z. (2016). *Producción de conocimiento geométrico escolar de un colectivo de profesores-con-doblado-de-papel* [Tesis Doctoral no publicada]. Universidad de Antioquia.

Santa, Z. y Jaramillo, C. (2011). Aplicaciones de la geometría del doblado de papel a las secciones cónicas. *Revista Virtual Universidad Católica Del Norte*, 1(31), 338–362.

Recuperado de

<https://revistavirtual.ucn.edu.co/index.php/RevistaUCN/article/view/48>

- Santa, Z., Jaramillo, C. y De Carvalho, M. (2015). Doblado de papel como medio para la producción de conocimiento geométrico. *Revista Virtual Universidad Católica del Norte*, 46, 154-168. Recuperado de <http://revistavirtual.ucn.edu.co/index.php/RevistaUCN/article/view/706/1233>
- Santos, H., Gamboa, M. y Silva, N. (2017). La Geometría Plana: concepciones actuales para su aprendizaje a través de la instrucción heurística. *Revista Dilemas Contemporáneos: Educación, Política y Valores*, 8(3), 75-90. <https://dialnet.unirioja.es/servlet/articulo?codigo=6662622>
- Sicuamia, G. (2017). Trayectorias de aprendizaje en la orientación espacial para la formación de profesores de básica primaria en ejercicio. [Tesis de maestría], Universidad Distrital Francisco José de Caldas. <http://hdl.handle.net/11349/8882>
- Uttal, D., Meadow, N., Tipton, E., Hand, L., Alden, A., Warren, C., Newcombe, N. (2013). *The malleability of spatial skills: A meta-analysis of training studies. Psychological Bulletin*, 139(2), 352–402. doi:10.1037/a0028446
- Valero, P. y García, G. (2014). El Currículo de las Matemáticas Escolares y el Gobierno del Sujeto Moderno. *Bolema*, 28 (49). 491-515. <http://dx.doi.org/10.1590/1980-4415v28n49a02>
- Vichiato, T. y García, A. (2018). El desarrollo del razonamiento geográfico a través de una propuesta ludo-didáctica en la ciudad. *Didáctica Geográfica*, 19, 197-220. <https://dialnet.unirioja.es/servlet/articulo?codigo=7389441>

Zaslavsky, O. & Leikin, R. (2004). Professional development of mathematics teacher educators: growth through practice. *Journal of Mathematics Teacher Education* 7(1), 5-32. <http://dx.doi.org/10.1023/B:JMTE.0000009971.13834.e1>

Apéndices

Apéndice A Tarea formativa uno: Las ranas saltarinas

Esta tarea formativa tiene como propósito desarrollar el pensamiento matemático a partir de sus cinco tipos de pensamientos involucrados, así como las habilidades espaciales del futuro profesor que llevará a cabo esta tarea formativa, que involucra el reconocimiento del espacio, la toma de decisiones, la organización de datos e identificación de equivalencias. Dicha tarea formativa está contemplada para los futuros profesores que se van a desempeñar en aulas de clase del primer grupo de grados; sin embargo, es pertinente aclarar que las acciones que se piden realizar, a continuación, deben sufrir adaptaciones, las necesarias para el nivel de dominio de los estudiantes según sea el objetivo de su profesor.

Para iniciar, el futuro profesor debe elaborar tres ranas con doblado de papel de tamaños diferentes teniendo en cuenta el lado vertical y el lado horizontal de la hoja (rana 1: 28 cm x 14 cm; rana 2: 18 cm x 9 cm; rana 3: 15 cm x 7.5 cm). En caso tal de que el futuro profesor no posea ningún tipo de conocimiento sobre el doblado de papel se puede hacer uso de las instrucciones de la rana con doblado de papel (Anexo 1) así como de las posibles preguntas que se pueden realizar mediante cada paso para la elaboración de la rana, en este punto el formador de formadores puede ir modelando la construcción de las ranas saltarinas e ir realizando preguntas sobre el proceso como las que se encuentran en las instrucciones anexadas.

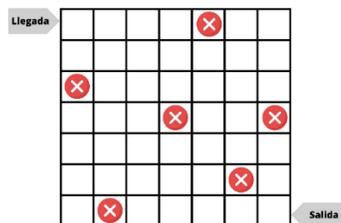
Después de realizar las ranas y responder los cuestionamientos respectivos, los futuros profesores deben analizar de qué manera podrían desarrollar la actividad con

estudiantes del grado primero, segundo o tercero de básica primaria. ¿Qué cambios deben hacerse y por qué? ¿Qué otras relaciones desde la coherencia horizontal encuentran en esta tarea formativa? Haciendo uso de su conocimiento para la práctica como futuro profesional del campo educativo.

Momento 1: desplazamiento de las ranas

Después de que el futuro profesor haya elaborado las tres ranas según los tamaños indicados en las instrucciones, se debe agrupar con un compañero para realizar el segundo momento, el cual se centra en el desplazamiento de la segunda rana más grande en una cuadrícula elaborada por ellos mismos; en esta se deben mover las ranas desde un lugar que indica la salida hasta un lugar que indica la llegada. Para esto, deben contemplar las siguientes consideraciones:

1. Cada futuro profesor debe construir una cuadrícula de 49 cm x 49 cm para el desplazamiento de las ranas, como la que se muestra en la figura, de siete cuadrados en dirección horizontal y siete cuadrados en dirección vertical
2. La cuadrícula debe contener los espacios señalados con una X en color rojo, los cuales significan que no se puede desplazar sobre ese cuadrado particular; por lo tanto, se debe cambiar de dirección para continuar el recorrido.



Cuadrícula modelo para el desplazamiento de las ranas

FORMACIÓN DEL FUTURO PROFESOR DE PRIMARIA EN MATEMÁTICAS

3. La rana siempre debe estar mirando en la dirección en la cual se realiza el desplazamiento.
4. La rana no puede realizar desplazamientos diagonales; sus únicos movimientos posibles son hacia arriba, hacia abajo, hacia la izquierda y hacia la derecha. Además de esto, la rana se puede devolver teniendo en cuenta que solo puede rotar en ángulos de 90° .
5. La rana solo puede avanzar de a un cuadrado por desplazamiento.
6. El juego pretende conducir a la rana hasta la llegada utilizando la menor cantidad de desplazamientos en términos de cuadrados.
7. La pareja de futuros profesores debe ubicar sus ranas en la salida de la cuadrícula para empezar a desplazarlas. Se solicita que el recorrido de la rana quede registrado en una cuadrícula más pequeña elaborada en una hoja aparte, donde se señalarán los desplazamientos de esta poniendo un punto en cada cuadrado que se avanza, hasta culminar el camino; este registro debe elaborarse de manera individual y debe incluir tanto los desplazamientos como las rotaciones que se realicen. Cuando la rana haya alcanzado la llegada marcada en la cuadrícula, se deben unir los puntos señalados para establecer el camino que cada uno eligió en la cuadrícula. Además de esto, cada pareja de futuros profesores debe realizar las dos acciones que se piden a continuación teniendo en cuenta el recorrido que marcaron en sus cuadrículas:
 - A. Cuando tengan el recorrido establecido en su registro, deben identificar si existen equivalencias entre los desplazamientos y explicar por qué.

FORMACIÓN DEL FUTURO PROFESOR DE PRIMARIA EN MATEMÁTICAS

B. Deben comparar los dos caminos para identificar las regularidades entre estos y los aspectos que consideran le permitieron al ganador llegar hasta el punto final de la cuadrícula utilizando la menor cantidad de desplazamientos en términos de cuadrados.

Momento 2: ranas saltarinas

Esta es la parte final de la tarea formativa pensada para el futuro profesor; este último momento se debe llevar a cabo de manera individual utilizando las tres ranas construidas inicialmente.

Cuando el futuro profesor haya culminado la solución de los cuestionamientos se debe organizar con otros tres compañeros para dar paso a una discusión grupal donde se aborden las estrategias implementadas en este segundo momento desde el conocimiento matemático.

El futuro profesor debe ubicar las tres ranas sobre una superficie plana detrás de una línea de partida definida por este; la intención de esta actividad es hacer saltar cada una de las ranas cinco veces para medir la distancia de cada uno de sus saltos. Esta información debe ser registrada en una tabla de datos, por cada rana, como se muestra a continuación:

Rana 1					
Número de salto	Primero	Segundo	Tercero	Cuarto	Quinto
Distancia del salto medida en cm					
Rana 2					
Número de salto	Primero	Segundo	Tercero	Cuarto	Quinto
Distancia del salto medida en cm					
Rana 3					

FORMACIÓN DEL FUTURO PROFESOR DE PRIMARIA EN MATEMÁTICAS

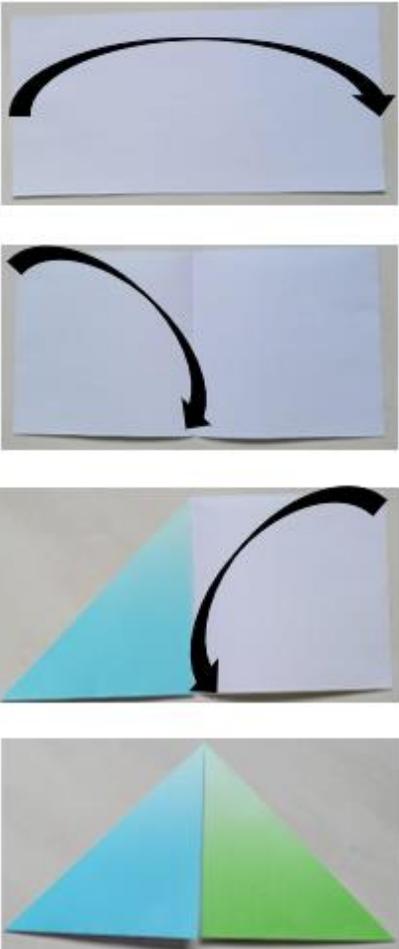
Número de salto	Primero	Segundo	Tercero	Cuarto	Quinto
Distancia del salto medida en cm					

Cuando el futuro profesor haya registrado la información de los saltos de sus tres ranas, debe resolver los siguientes planteamientos:

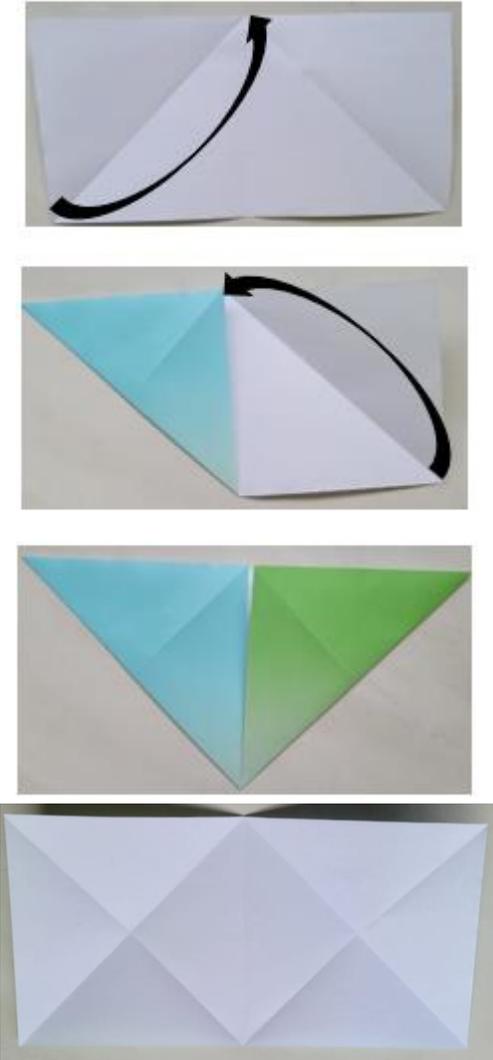
- Calcule el promedio de salto de cada una de las ranas.
- Realice un diagrama de puntos ubicando en este el promedio final de salto de las ranas.
- Compare los tres promedios para identificar cuál de las tres ranas podría ganar una carrera entre estas.
- Si tuviera que elegir una de esas ranas para una competencia, ¿cuál elegiría y por qué?
- ¿Qué factores cree que intervienen en el salto y desplazamiento de la rana?

Ahora bien, después de este momento es necesario que el futuro profesor se posicione como mediador del conocimiento en el aula. Por tal razón, debe resolver la siguiente situación: Este segundo momento será llevado al aula con dos ranas de diferente longitud a las que se realizaron en esta tarea formativa. Especifique: ¿Qué longitud tiene cada rana? ¿Qué medidas debería tener la hoja de papel inicial para elaborarlas? Y recuerde justificar como llegó a esas medidas.

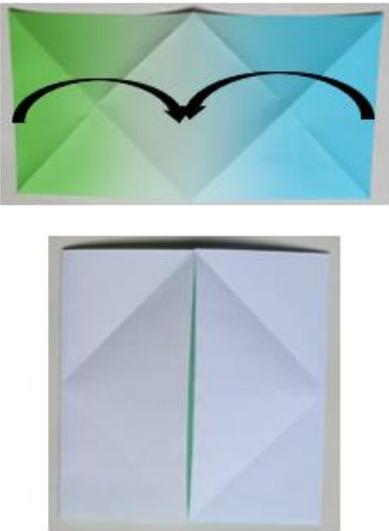
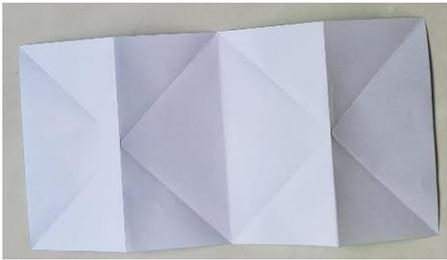
Proceso de la rana saltarina con doblado de papel

Paso	Instrucción	Imagen	Posibles preguntas para el futuro profesor
1	<p>Consiga una hoja de forma rectangular ($2L \times L$). Después, ubique el lado más largo de forma horizontal y lleve el lado izquierdo sobre el lado derecho para hacer un doblez vertical, que divida la hoja en dos partes iguales. Posteriormente, tome la esquina superior izquierda y llévela al punto medio del lado inferior de la hoja; ahora, tome la esquina superior derecha y llévela al punto medio del lado inferior de la hoja.</p>		<p>Responda las siguientes preguntas teniendo en cuenta que la hoja mide $2L \times L$:</p> <ul style="list-style-type: none"> • ¿Cómo podría describir la figura inicial? • ¿Cuál sería el perímetro total de la hoja de forma rectangular? • ¿Cómo podría describir las figuras que se formaron cuando se hizo el primer doblez? • ¿Cuál es el área de la hoja rectangular? • ¿Cuál es el área de los cuadrados formados cuando se realizó el primer doblez? • ¿Cómo podría describir los triángulos que se formaron a partir de los dobleces hechos? • ¿Cuál sería el área de los triángulos marcados por las diagonales de los cuadrados? • ¿Qué fracción de área representa uno de esos triángulos con respecto al área de uno de los cuadrados? • ¿Qué fracción de área representa uno de esos triángulos con respecto al área total del rectángulo?

FORMACIÓN DEL FUTURO PROFESOR DE PRIMARIA EN MATEMÁTICAS

<p>2</p>	<p>En esta misma posición de la hoja, tome la esquina inferior izquierda y llévela al punto medio del lado superior; ahora, tome la esquina inferior derecha y llévela también al punto medio del lado superior. Desdoble nuevamente.</p>		<p>Observe la imagen final de este paso y encuentre ejes de simetría con los dobleces elaborados hasta el momento.</p> <p>Responda las siguientes preguntas:</p> <ul style="list-style-type: none"> • ¿Qué fracción de área representa el triángulo de la tercera imagen (formado por los dos que se construyeron con las diagonales de los cuadrados) con respecto al área total del rectángulo? • ¿Qué características identifica de los triángulos pequeños? • ¿Qué características tiene la figura que se formó en el centro? • ¿En cuántos triángulos pequeños quedó dividido el rectángulo? • ¿Qué fracción de área representa uno de esos triángulos pequeños con respecto al área total del rectángulo? • ¿Qué fracción de área representa uno de esos triángulos pequeños con respecto al área de uno de los dos cuadrados en que quedó dividido el rectángulo inicial?
----------	---	---	--

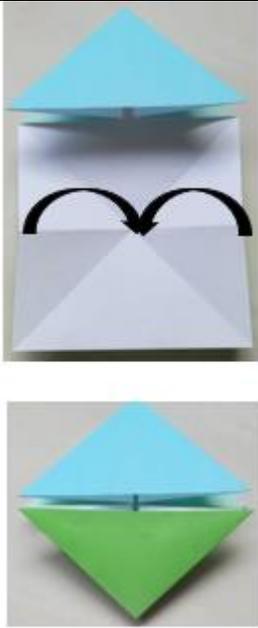
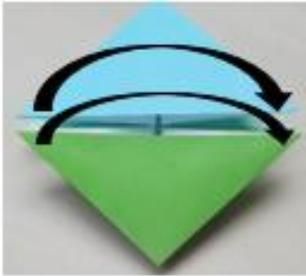
FORMACIÓN DEL FUTURO PROFESOR DE PRIMARIA EN MATEMÁTICAS

<p>3</p>	<p>Gire la hoja para cambiarla de cara y lleve tanto el lado izquierdo como el derecho de la hoja hacia el doblez central vertical de esta.</p>		<p>Responda las siguientes preguntas, después de realizar las acciones del paso tres:</p> <ul style="list-style-type: none"> • ¿Cómo describiría la figura que se forma al llevar los dos lados, derecho e izquierdo, de la figura hacia el doblez central vertical? • ¿Cuál es el área del cuadrado formado en términos de L’ • ¿Qué fracción de área representa el cuadrado con respecto al área total del rectángulo inicial? • ¿Qué fracción de área representa uno de los rectángulos pequeños que se observa con respecto al área total del rectángulo inicial?
<p>4</p>	<p>Desdoble. Gire nuevamente la hoja hacia su otra cara y ubíquela con el lado más largo de forma vertical. Lleve los dos pliegues laterales superiores hacia el punto central del cuadrante superior de la hoja para obtener el triángulo que se muestra en la segunda imagen de este paso; repita este mismo paso en el cuadrante inferior de la hoja hasta conseguir la figura que se muestra en la tercera imagen de este paso. Recuerde realizar este paso guiándose por los pliegues realizados previamente.</p>		<p>Responda las siguientes preguntas considerando todas las acciones realizadas en el paso cuatro:</p> <ul style="list-style-type: none"> • ¿Cómo podría describir la figura formada? • ¿Qué tipo de triángulos se forman al culminar este paso? • ¿Qué fracción de área representa uno de esos triángulos con respecto al área total del rectángulo? • ¿Qué fracción de área representa uno de esos triángulos con respecto al área del cuadrado formado?

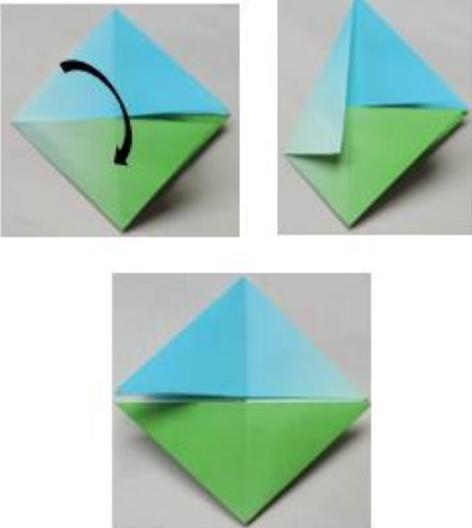
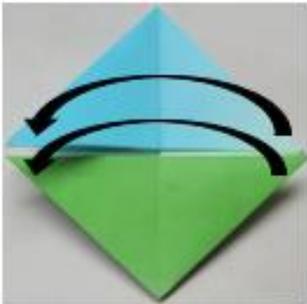
FORMACIÓN DEL FUTURO PROFESOR DE PRIMARIA EN MATEMÁTICAS

			
--	--	--	--

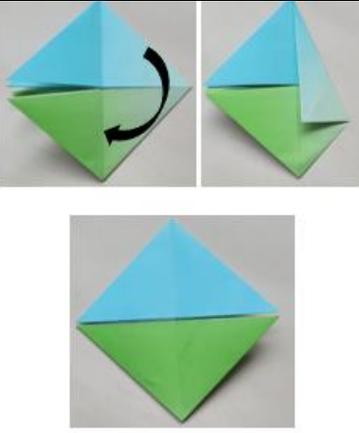
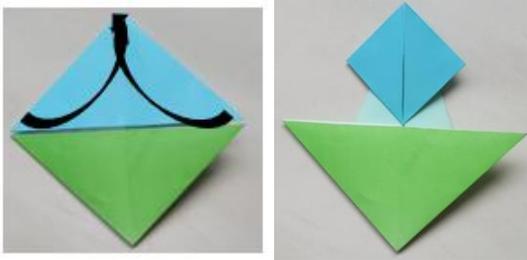
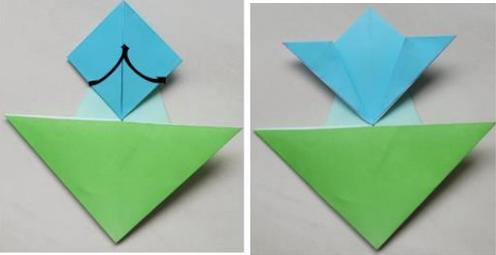
FORMACIÓN DEL FUTURO PROFESOR DE PRIMARIA EN MATEMÁTICAS

			
5	<p>Ubique la construcción de tal manera que el dobléz central que se observa quede horizontal. Posterior a esto, tome las dos esquinas de la parte izquierda que sobresalen de la figura y llévelas hacia la esquina derecha. Observe, en la figura, un punto central donde se intersecan dos dobleces de manera perpendicular. Simule un plano cartesiano, con sus cuatro cuadrantes. Lleve el lado del cuadrado ubicado en el segundo cuadrante al dobléz central vertical.</p>		

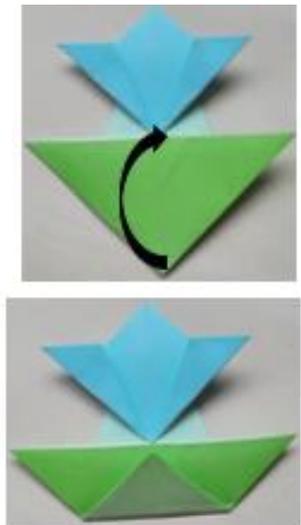
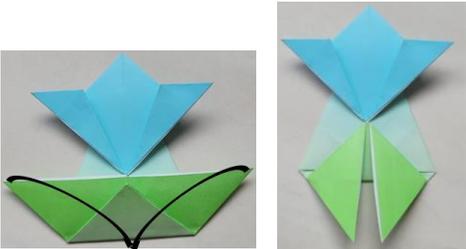
FORMACIÓN DEL FUTURO PROFESOR DE PRIMARIA EN MATEMÁTICAS

	<p>Devuelva las dos esquinas que sobresalen en el lado derecho hasta su posición inicial, en la esquina izquierda.</p>		
<p>6</p>	<p>Repita el paso anterior, en el otro lado de la figura, así: tome las dos esquinas de la parte derecha que sobresalen de la figura y llévelas hacia la esquina izquierda. Ahora, lleve el lado del cuadrado del primer cuadrante al doblar central vertical y devuelva las dos esquinas que sobresalen en el lado izquierdo hasta su posición inicial, en la esquina derecha.</p>		

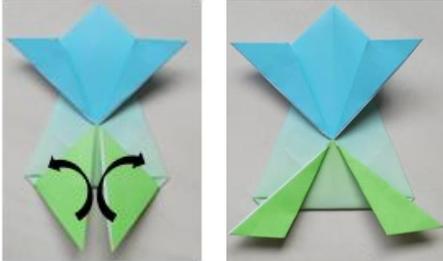
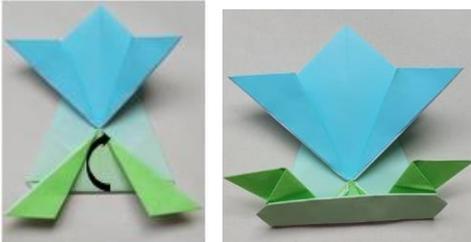
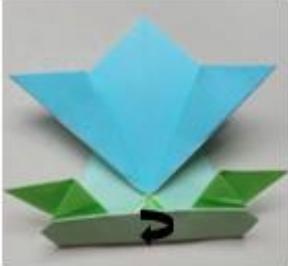
FORMACIÓN DEL FUTURO PROFESOR DE PRIMARIA EN MATEMÁTICAS

			
<p>7</p>	<p>Tome los vértices inferiores del triángulo que se encuentra en la parte superior de la construcción y llévelos al vértice superior de este.</p>		<p>¿Qué características tiene la figura que se observa en la parte superior de la construcción, después de realizar los dobleces del paso 7?</p>
<p>8</p>	<p>La diagonal del cuadrado que se observa en la parte superior de la figura está formada por dos pestañas móviles. Lleve la izquierda al lado del cuadrado del tercer cuadrante; así mismo, lleve la derecha al lado del cuadrado del cuarto cuadrante.</p>		

FORMACIÓN DEL FUTURO PROFESOR DE PRIMARIA EN MATEMÁTICAS

<p>9</p>	<p>Ubique el triángulo inferior de la construcción y lleve su vértice inferior al punto medio de su lado horizontal.</p>		<p>Observe la figura formada al realizar este noveno paso en el triángulo de la parte inferior. ¿Qué características tiene esta figura?</p>  <p>Halle su área en términos de L. ¿Qué fracción de área representa con respecto al rectángulo inicial? ¿Qué características tienen los triángulos que se formaron dentro de esta figura?</p>
<p>10</p>	<p>En el trapecio formado en la parte inferior de la figura, identifique el punto medio del lado superior; lleve la parte de la derecha de ese lado sobre la altura de la base del triángulo del centro; así mismo, lleve la parte de la izquierda de ese lado sobre la altura de la base del triángulo del centro.</p>		<p>¿Son rectángulos los dos triángulos que sobresalen de la parte inferior de la construcción? ¿Por qué?</p>
<p>11</p>	<p>Observe los dos triángulos que sobresalen de la parte inferior de la construcción. Doble el lado vertical del triángulo de la derecha sobre su lado del primer cuadrante. Así mismo, doble el lado vertical del</p>		

FORMACIÓN DEL FUTURO PROFESOR DE PRIMARIA EN MATEMÁTICAS

	<p>triángulo de la izquierda sobre su lado del segundo cuadrante.</p>		
<p>12</p>	<p>Tome el lado horizontal de la parte inferior de la construcción, que se encuentra en medio de las dos patas inferiores, y llévela al centro de la figura, conservando la horizontalidad.</p>		
<p>13</p>	<p>Tome ese lado horizontal que sobresale en el paso anterior y llévelo al lado inferior horizontal de la figura.</p>		
<p>14</p>	<p>Gire la rana; estará terminada y lista para saltar.</p>		<p>Observe el resultado final del proceso y responda:</p> <ul style="list-style-type: none"> • ¿Qué tipo de triángulos puede identificar en la construcción final? • ¿Por qué?

FORMACIÓN DEL FUTURO PROFESOR DE PRIMARIA EN MATEMÁTICAS

			
--	--	--	--

Apéndice B Tarea formativa dos: Portalápices matemáticos

Momento 0: explicación general

El primer momento de la tarea formativa consiste en realizar tres módulos pertenecientes a **tres portalápices de distintas dimensiones**. En tal caso de que los futuros profesores no posean ningún tipo de conocimiento sobre el doblado de papel, resulta preciso seguir el proceso que se muestra en las instrucciones para construir el módulo (anexo 1) junto con los posibles cuestionamientos sobre los contenidos matemáticos que se pueden valorar en cada paso. Para esto, se debe iniciar con el portalápiz (módulo) cuya hoja inicial sea la de mayor tamaño, hasta llegar al portalápiz más pequeño; comenzando con una hoja cuadrada de 36 cm x 36 cm, teniendo en cuenta que las medidas de las hojas de los demás portalápices deben medir la mitad de la longitud de la hoja anterior.

1. **¿Cómo podría explicar el cambio en cuanto al tamaño, la forma y la posición de las hojas en el espacio durante la construcción de los módulos?**
2. **¿Cómo podría describir el patrón establecido para las medidas de las hojas de los tres portalápices?**
3. **¿Cómo podría expresar, matemáticamente, el patrón establecido en la longitud de cada hoja inicial?**
4. **Con el primer módulo construido, el futuro profesor debe elaborar los dos módulos siguientes utilizando únicamente su memoria visual, la cual involucra recordar las características del paso a paso del proceso con doblado de papel.**

Momento 2: comparación de atributos de los portalápices

En este punto, el futuro profesor debe completar dos tablas; la primera se relaciona con las medidas de cada construcción para, posteriormente, completar la segunda, en la que debe calcular las medidas de las áreas y los volúmenes respectivos.

Después de que el futuro profesor haya culminado la solución de los cuestionamientos se debe organizar con otros tres compañeros para dar paso a una discusión grupal donde se aborden las respuestas en este segundo momento desde el conocimiento matemático.

Tabla 1. Medidas de atributos de los prismas.

Prisma 1			Prisma 2			Prisma 3		
Altura de la base triangular	Lado de la base	Altura del prisma	Altura de la base triangular	Lado de la base	Altura del prisma	Altura de la base triangular	Lado de la base	Altura del prisma

Después de haber completado la tabla, el futuro profesor debe dar respuesta a los siguientes planteamientos:

1. ¿Qué relación puede establecer entre las medidas de las alturas de las bases triangulares de los tres prismas?
2. ¿Cómo podría expresar, matemáticamente, la relación que existe entre las medidas de los lados de las tres bases triangulares de los prismas?
3. ¿Qué relación puede establecer entre las medidas de las alturas de los tres prismas?
4. ¿Cómo se relaciona la altura del portalápiz con la longitud de la hoja con la cual se construyó?

FORMACIÓN DEL FUTURO PROFESOR DE PRIMARIA EN MATEMÁTICAS

5. ¿Cuál sería la altura de la base triangular de un quinto portalápiz, si se continúa la secuencia en las medidas de los lados de las hojas con las que se iniciaron las construcciones (36, 18, 9, __, __)?
6. ¿Cuál es la expresión general para hallar la altura de la base triangular del prisma en términos de la longitud L del lado de la hoja con la que se inició la construcción?
7. Construya una tabla donde organice los atributos medibles de los tres prismas (módulos de cada portalápiz) contemplando el área de la base triangular, el área de una de las caras rectangulares, el área total de las caras laterales y el volumen de cada cuerpo.

Al culminar el registro de los datos en esta segunda tabla, el futuro profesor debe realizar las siguientes acciones:

1. Establezca relaciones entre cada atributo medido teniendo en cuenta los valores obtenidos en cada prisma utilizando símbolos como: $<$, $=$, $>$, \leq , \geq
2. ¿Qué fracción de área representa el área de la base del prisma dos con respecto al área de la base del prisma uno?
3. ¿Qué fracción de área representa el área de la base del prisma tres con respecto al área de la base del prisma dos?
4. ¿Qué fracción de área representa el área de la base del prisma tres con respecto al área de la base del prisma uno?
5. ¿Cuál es la expresión general para hallar el área de la base triangular del prisma en términos de la longitud L del lado de la hoja con la que se inició la construcción?

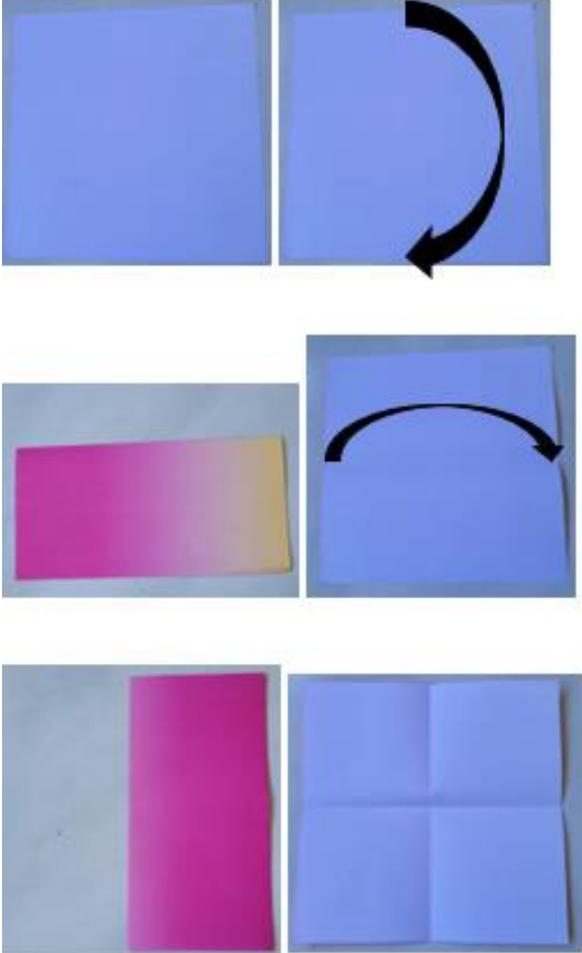
6. ¿Qué fracción de área representa el área de una cara rectangular del prisma dos con respecto al área de una cara rectangular del prisma uno?
7. ¿Qué fracción de área representa el área de una cara rectangular del prisma tres con respecto al área de una cara rectangular del prisma dos?
8. ¿Qué fracción de área representa el área de una cara rectangular del prisma tres con respecto al área de una cara rectangular del prisma uno?
9. ¿Cuál es la expresión general para hallar el área de una cara rectangular del prisma en términos de la longitud L del lado de la hoja con la que se inició la construcción?
10. ¿Cuántas veces cabe la cara rectangular del prisma dos en la cara rectangular del prisma uno?
11. ¿Cuántas veces cabe la cara rectangular del prisma tres en la cara rectangular del prisma dos?
12. ¿Cuántas veces cabe la cara rectangular del prisma tres en la cara rectangular del prisma uno?
13. ¿Cuántas veces es posible introducir el prisma dos en el prisma uno?
14. ¿Cuántas veces es posible introducir el prisma tres en el prisma dos?
15. ¿Cuántas veces es posible introducir el prisma tres en el prisma uno?
16. ¿Cuál sería el volumen del prisma, considerando que la longitud del lado de la hoja inicial es L ?

Momento 3: conocimiento para la práctica del futuro profesor

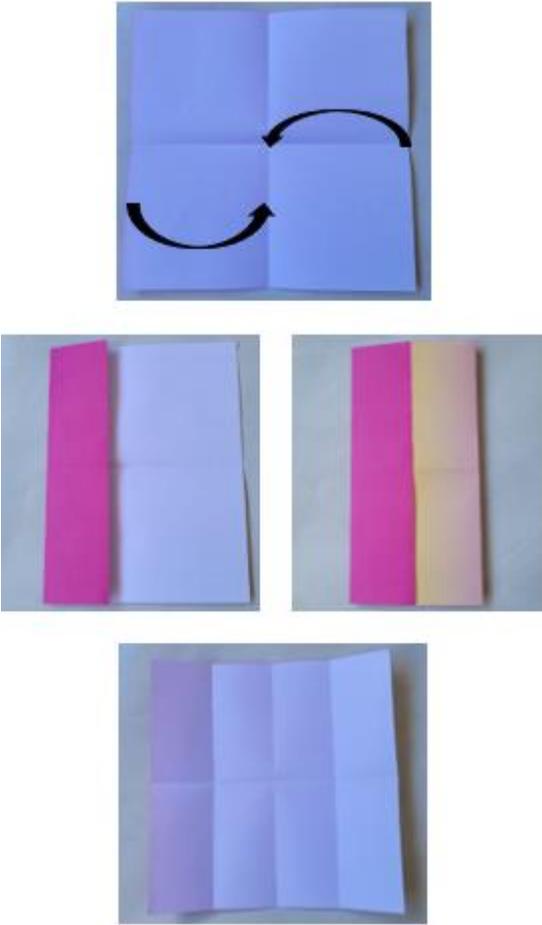
Explique cómo adaptaría esta tarea formativa para desarrollar en sus estudiantes el reconocimiento del significado del número, el reconocimiento de patrones, la exploración

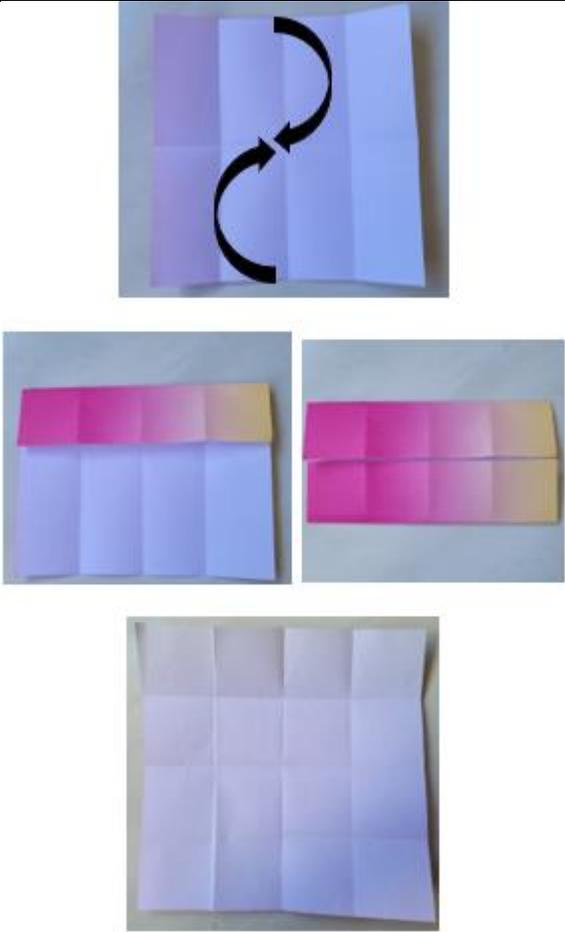
del espacio, la medición de atributos de cuerpos tridimensionales y la medición a partir del uso de fracciones, [teniendo en cuenta la tabla que se presenta al inicio de la tarea con la información general de esta.](#)

Proceso del módulo del portalápiz con doblado de papel

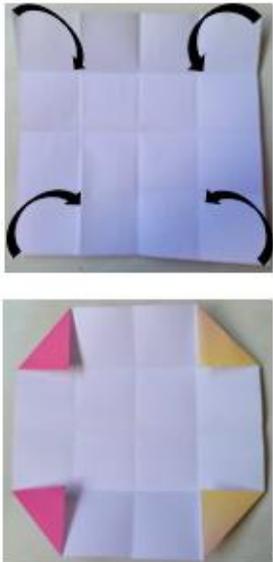
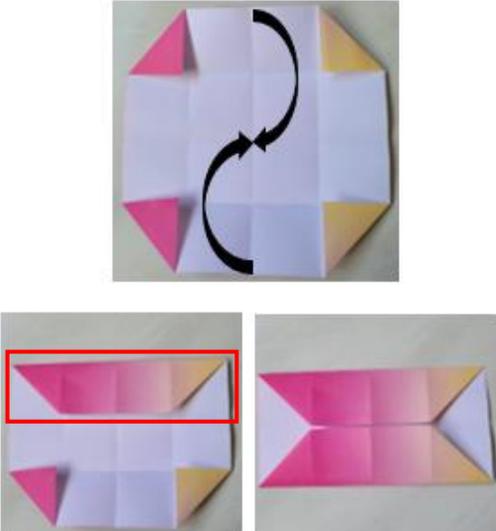
Paso	Instrucción	Imagen	Posibles preguntas para el futuro profesor
1	Tome una hoja de forma cuadrada y lleve el lado superior sobre el lado inferior; luego, desdoble. Ahora, lleve el lado izquierdo sobre el lado derecho y desdoble nuevamente.		<p>Responda las siguientes preguntas después de haber finalizado el primer paso:</p> <ul style="list-style-type: none"> • ¿Qué tipo de figuras se construyeron con los dobleces hechos? • Describa las características de las figuras construidas. • ¿Son iguales las cuatro figuras? ¿Por qué? • ¿Qué fracción de área representa uno de los cuadrados que se forma al culminar el primer paso con respecto a la totalidad de la hoja?

FORMACIÓN DEL FUTURO PROFESOR DE PRIMARIA EN MATEMÁTICAS

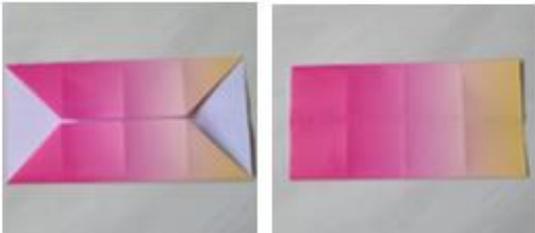
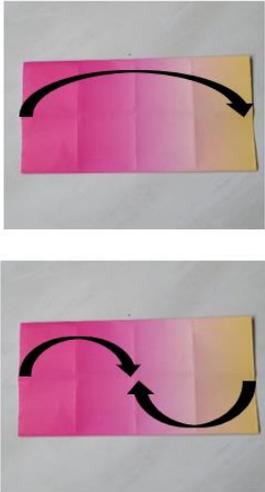
<p>2</p>	<p>Tome el lado izquierdo de la hoja y llévelo sobre el doblez central vertical. Repita el mismo paso, ahora llevando el lado derecho sobre el mismo doblez central vertical. Finalmente, desdoble los dobleces que realizó.</p>		<p>Responda las siguientes preguntas al finalizar el segundo paso:</p> <ul style="list-style-type: none"> • Considerando que la hoja de forma cuadrada quedó dividida en ocho figuras más pequeñas, describa una de estas figuras. • ¿Qué fracción de área representa uno de los rectángulos que se forma al culminar el paso dos respecto a la totalidad de la hoja? • ¿Qué fracción de área representa uno de los rectángulos que se forma al terminar el paso dos, con respecto a uno de los cuadrados formados en el primer paso?
----------	--	---	--

<p>3</p>	<p>Tome el lado superior de la hoja y llévelo hacia el doblez central horizontal; ahora, lleve el lado inferior de la figura hasta este mismo doblez central horizontal. Posteriormente, desdoble los dobleces horizontales que realizó.</p>		<p>Responda las siguientes preguntas al obtener el resultado del tercer paso:</p> <ul style="list-style-type: none"> • Considerando que la hoja de forma cuadrada quedó dividida en 16 figuras, describa una de estas. • ¿Qué fracción de área representa uno de los cuadrados pequeños que se forma al terminar el paso tres, con respecto a la totalidad de la hoja? • ¿Qué fracción de área representa uno de los cuadrados pequeños que se forma al terminar el paso tres, con respecto a uno de los cuadrados formados en el primer paso? • ¿Qué fracción de área representa uno de los cuadrados pequeños que se forma al terminar el paso tres, con respecto a uno de los rectángulos formados en el paso anterior? • ¿Cuál es el área de uno de los cuadrados pequeños que se han formado si L es la longitud del lado de la hoja inicial? • ¿Cuál es el área total de la hoja en términos de los cuadrados pequeños? • ¿Cuál es la secuencia que se sigue para lograr la división de la hoja en 16 cuadrados pequeños? Considere cada uno de los dobleces realizados hasta el momento.
----------	--	---	---

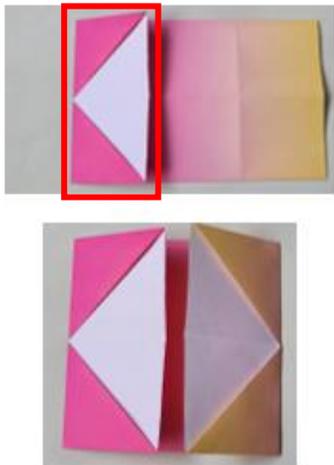
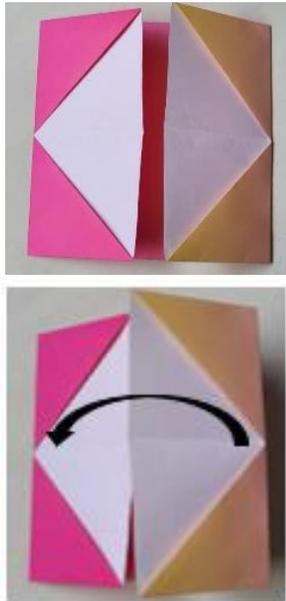
FORMACIÓN DEL FUTURO PROFESOR DE PRIMARIA EN MATEMÁTICAS

<p>4</p>	<p>Ubique los cuadrados que se encuentran en cada esquina del cuadrado inicial y lleve cada vértice hacia su vértice opuesto. Realice este procedimiento en los cuatro cuadrados pequeños de las esquinas para trazar las diagonales de cada uno.</p>		<p>Responda las siguientes preguntas relacionadas con el cuarto paso:</p> <ul style="list-style-type: none"> • ¿Cómo describiría la figura que se forma al realizar las diagonales de los cuadrados pequeños de las esquinas de la hoja? • ¿Qué fracción del área total de la hoja representa el área de uno de esos triángulos?
<p>5</p>	<p>Tome el lado superior y el lado inferior del cuadrado inicial y llévelos hasta el doblez central horizontal</p>		<p>Responda las siguientes preguntas al finalizar el quinto paso:</p> <ul style="list-style-type: none"> • ¿Qué características tiene la figura que sobresale en la segunda imagen de este paso? • ¿Cuál es el área del trapecio que sobresale en la segunda imagen de este paso en términos de los cuadrados pequeños que forman la hoja inicial? • ¿Cuál es el área del trapecio que sobresale en la segunda imagen de este paso en términos de los triángulos que se formaron al trazar las diagonales de los cuadrados de las cuatro esquinas de la hoja inicial? • ¿Qué fracción de área representa el trapecio con respecto al área total de la hoja?

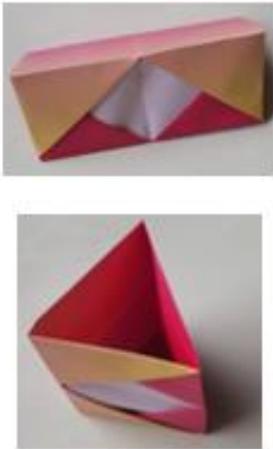
FORMACIÓN DEL FUTURO PROFESOR DE PRIMARIA EN MATEMÁTICAS

<p>6</p>	<p>Rote la figura medio giro (180°), de manera que se pueda observar la cara contraria de la construcción.</p>		<p>Responda las siguientes preguntas al finalizar el sexto paso:</p> <ul style="list-style-type: none"> • ¿Qué características tiene la figura que se observa? • ¿Qué fracción de área representa el rectángulo que se observa con respecto al área total de la hoja con la que se inició la construcción?
<p>7</p>	<p>Lleve el lado derecho de la figura sobre su lado izquierdo, para remarcar el doblez central vertical. Desdoble. Luego, tome el lado izquierdo de la construcción y llévelo hasta el doblez central vertical. Ahora, tome el lado derecho y llévelo hasta el doblez central vertical.</p>		<p>Responda la siguiente pregunta al culminar el séptimo paso:</p> <ul style="list-style-type: none"> • ¿Qué fracción de área representa el triángulo observado en el rectángulo que sobresale al realizar el segundo doblez de este paso, con respecto al área total del cuadrado inicial?

FORMACIÓN DEL FUTURO PROFESOR DE PRIMARIA EN MATEMÁTICAS

			
<p>8</p>	<p>Observe que los rectángulos que sobresalen tienen forma de bolsillo y pueden ser útiles para guardar una parte de la figura. Introduzca uno de los lados del rectángulo dentro del otro y empuje con suavidad, hasta que el rectángulo introducido coincida totalmente con el otro.</p>		<p>Responda las siguientes preguntas al terminar el octavo paso:</p> <ul style="list-style-type: none"> • ¿Cómo podría describir la figura construida al terminar este paso? • ¿Cuántas aristas, caras y vértices tiene la figura construida? • ¿Cuál es la altura de la figura con respecto a la medida de los lados de los cuadrados que resultaron en el tercer paso? • ¿Cuál es la altura de la figura con respecto a la longitud L del lado de la hoja inicial? • ¿Cómo podría explicar el paso de la hoja cuadrada (con grosor insignificante) a una figura tridimensional?

FORMACIÓN DEL FUTURO PROFESOR DE PRIMARIA EN MATEMÁTICAS

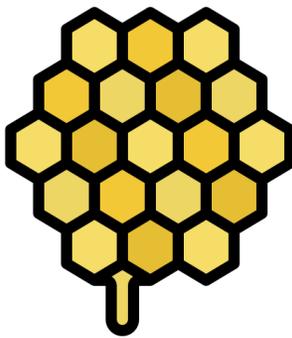
			
--	--	--	--

Apéndice C Tarea formativa tres: La forma perfecta

En esta tarea formativa el futuro profesor de Básica Primaria debe realizar una lectura atenta del cuento sobre las abejas para proceder a resolver una serie de planteamientos sobre el contenido de este texto. El propósito de esta tarea se centra en desarrollar el pensamiento matemático y las habilidades espaciales de los futuros profesores mediante el uso de un texto continuo donde se contemplan aspectos matemáticos. Asimismo, es posible que el profesor de Básica Primaria realice una revisión de las acciones planteadas en esta tarea para así elaborar una serie de adaptaciones que le permitan trabajarlas con sus estudiantes considerando el objetivo y el contexto de estos.

El Viaje de las Abejas Exploradoras: En Busca de la Forma Perfecta

Gresly Yarhit Moreno Jaimes



Había una vez una colonia de abejas viajeras que vivía en un hermoso jardín. Eran diferentes de las abejas comunes, ya que, en lugar de trabajar únicamente por el bienestar de su colmena, les gustaba innovar y ayudar a los demás.

Este grupo de abejas estaba compuesto por alrededor de 308 abejas zánganos y 570 abejas obreras; la mitad de estas últimas eran obreras del interior de la colmena, encargadas del cuidado general de las celdas y de la colonia; mientras que, la otra mitad, eran reconocidas como obreras del exterior, quienes se organizaban en grupos de seis integrantes para ir a revisar las flores de las cuales podían extraer el alimento¹⁵.

La labor de las obreras del exterior estaba supremamente organizada puesto que, en una primera revisión, le otorgaban un número determinado a cada flor a la cual irían a recolectar su polen y su néctar posteriormente; comenzaban con las flores más cercanas a la colmena, centrándose en las que estaban enumeradas del 1 al 10, las cuales estaban ubicadas en un radio de unos pocos metros de la colmena y que les proporcionaban una fuente rápida y segura de alimentos. Después, las abejas se desplazaban a una distancia moderada de la colmena para visitar las flores

¹⁵ (Bartra, 2021)

enumeradas del 11 al 30. Estas flores ofrecían un equilibrio entre la proximidad y la cantidad de producto disponible, lo que permitía a las abejas recolectar recursos de manera eficiente. Cuando las flores cercanas e intermedias se agotaban o no ofrecían suficiente néctar, las abejas se aventuraban a visitar las flores enumeradas del 31 al 100. Estas flores estaban ubicadas más lejos de la colmena y requerían vuelos más largos. Sin embargo, a menudo, contenían una mayor cantidad de néctar, lo que hacía que el viaje fuera valioso. Durante todo este tiempo de revisión para la recolección de alimento, las abejas pertenecientes a este grupo realizaban una danza para comunicar a sus compañeros de equipo qué flores podían aprovechar para llevar alimento a su colmena¹⁶.

Una mañana, una de las obreras del interior se encontró a una abeja muy extraña intentando entrar a su colonia. Era Rebeca, una abeja reina que se había quedado sin sus abejas obreras y que estaba intentando entrar malherida a este panal; la iniciativa de la abeja obrera fue auxiliarla sin importar las consecuencias. Todos los miembros de la colmena aceptaron darle un hogar temporal a Rebeca mientras se recuperaba. Con el pasar de los días, Rebeca empezó a generar discordia en la colmena. Mientras todos se encontraban en las celdas centrales del panal, ella comentó que se iría de este lugar porque no le gustaba la forma en la que se encontraba dividido este panal; en medio de todo, logró convocar a $1/5$ de las abejas obreras del interior, a un $1/3$ de abejas obreras del exterior y la totalidad de las abejas zánganos, para exigir una reunión con la abeja reina. Su principal argumento para querer desvincularse del grupo general de abejas fue la forma tan extraña que tenía cada celda que formaba el panal.

Después de varios días sin tener ningún tipo de respuesta, la abeja reina reunió a todos los miembros del panal. Claudia, la abeja reina y con más experiencia de todo el panal, les presentó una mágica figura a todos los asistentes; la figura era un polígono regular con seis lados y seis ángulos iguales llamada hexágono¹⁷. Claudia empezó a volar con todas las abejas alrededor del panal para explicarles que aquella figura era la forma que tenían las celdas de todos los panales que habían construido hasta el momento, ya que les servía para optimizar su alimento y sus jornadas de trabajo manteniendo la simetría en la totalidad del panal.

Para Rebeca, esta explicación no fue suficiente y decidió desvincularse de este panal; en este proceso, se llevó a $1/3$ de la población total de abejas obreras (dividida en igual cantidad de abejas obreras del interior y de abejas obreras del exterior) y a $1/4$ de abejas zánganos. Ahora, era momento de que Rebeca tomara el liderazgo de este grupo que había conformado; la idea de ella era realizar un panal completamente nuevo que no tuviera la antigua forma de los demás panales y que tuviera mejores condiciones para optimizar tanto el alimento como el trabajo de las abejas. Antes de comenzar a construir los panales, Rebeca les dejó claro que la figura debía tener un perímetro de, aproximadamente, 20 mm (la misma medida que la del panal hexagonal) para optimizar el espacio dentro de las celdas del panal.

¹⁶ (Alfonso et al., 2007)

¹⁷ (Muntean, 1996)

En su primer intento, Rebeca optó por un panal con celdas en forma de triángulo rectángulo isósceles, pensando que podría ser una alternativa más adecuada que el hexágono. Sin embargo, esto resultó en problemas graves para la comunidad, con abejas muriendo debido a la falta de eficiencia en el almacenamiento de alimentos y el uso del espacio.

Luego, Rebeca y sus abejas probaron con un panal con celdas en forma de cuadrado, pero esta forma tampoco resultó ser una solución viable. No ofrecía la misma optimización que el hexágono, lo que provocó escasez de alimentos y la propagación de enfermedades entre las abejas.

Finalmente, Rebeca experimentó con un panal con celdas de forma circular con un radio de 3 mm en cada una de las celdas, pero este diseño también tenía sus inconvenientes. Las celdas circulares dejaban espacios entre ellas que no podían ser aprovechados eficientemente, lo que llevó a una disminución aún mayor de las reservas de alimentos y más abejas enfermas. La nueva líder de este grupo de abejas entró en una profunda desesperación al ver que $1/5$ de su comunidad de abejas obreras del interior estaba muriendo y un $1/7$ de los zánganos estaba enfermando; así que convocó obreras de exterior que estaban en el panal para que visitaran los panales que habían construido, anteriormente, con forma de triángulo rectángulo isósceles y de cuadrado, con el propósito de realizar mediciones y poder sacar conclusiones acerca de los errores que habían cometido.

Durante todos estos intentos, este nuevo panal de abejas solo se alimentaba de las flores que encontraban medianamente cerca, es decir, solo enumeraban las flores hasta el 30, dejando de lado las que solían darles mayor producto en su anterior panal. Además, Rebeca tenía una regla de organización para la extracción; su alimento debía provenir de las flores manteniendo ciertas proporciones: $1/5$ del total de flores debe ser de girasol, $1/3$ de caléndula, $1/6$ de diente de león y un $3/10$ de manzanilla¹⁸. Siguiendo el orden de manera que empezaran por la de menor cantidad y terminar por la que más unidades posee.

Viendo el sufrimiento de su comunidad y la disminución de su población, Rebeca se vio obligada a volver al panal original, sin esperar que, antes de volver, ella sería la próxima abeja en enfermarse. Un par de días después, las abejas obreras y los zánganos que sobrevivieron tuvieron que tomar una difícil decisión de aceptar la oportunidad que les había dado Claudia de volver a su panal; sin embargo, tuvieron que dejar a Rebeca en aquel panal circular para evitar contagiar a las demás abejas. Regresaron al panal original bajo el liderazgo de la reina Claudia, donde habían mantenido la simetría y la eficiencia en la recolección de alimentos y el almacenamiento en sus panales hexagonales. Claudia, con comprensión y sabiduría, permitió que sus abejas se incorporaran nuevamente con la única condición de que compartieran sus experiencias y lecciones aprendidas sobre por qué sus innovaciones no habían funcionado y cuáles eran los beneficios de la forma hexagonal de los panales.

Referencias

¹⁸ (Juste, 2021)

Alfonso, W., et al. (2007). Optimización de funciones inspirada en el comportamiento de búsqueda de néctar en abejas. *In Memorias del Congreso Internacional de Inteligencia Computacional (CIIC2007)*. Bogotá-Colombia (pp. 1-9).

Bartra, A. (2021). *La colonia de las abejas melíferas*. [Tesis de pregrado, Universidad Peruana de Ciencias Aplicadas]. Archivo digital. <http://hdl.handle.net/10757/659718>

Juste, I. (2021, 22 enero). Plantas y flores que atraen abejas. *ecologiaverde.com*. <https://www.ecologiaverde.com/plantas-y-flores-que-atraen-abejas-1669.html>

Muntean, I. (1996). la forma hexagonal regular de las células de las abejas como solución de algunos problemas de óptimo. *Revista de Matemática: Teoría y Aplicaciones*, 3(1), 1.

Antes de dar paso a los cuestionamientos a nivel matemático, el futuro profesor debe disponer de un intercambio comunicativo con dos de sus compañeros donde se discutan las siguientes preguntas sobre el cuento:

1. ¿Qué diferenciaba a las abejas viajeras de las abejas comunes en términos de su comportamiento?
2. ¿Cómo organizaban las abejas del exterior la recolección de alimentos y cómo comunicaban a sus compañeros de equipo qué flores visitar?
3. ¿Cómo organizaban las abejas del exterior la recolección de alimentos y cómo comunicaban a sus compañeros de equipo qué flores visitar?
4. ¿Qué figura geométrica utilizaba Claudia para explicar la estructura de los panales originales y por qué consideraba que era la mejor opción?
5. ¿Cuáles son las ventajas y desventajas de la estructura hexagonal del panal original en comparación con los intentos de Rebeca de crear un nuevo panal?
6. ¿Cómo podría utilizar sus conocimientos matemáticos para diseñar una estructura de panal más eficiente que el hexágono, tomando en cuenta la optimización del espacio y la recolección de alimentos?

Posterior a la lectura, el futuro profesor debe contemplar la totalidad del contenido del cuento para responder los siguientes cuestionamientos:

1. ¿Qué fracción representa las abejas obreras del exterior y del interior con respecto al total de la población del panal original?
2. ¿Qué fracción representa las abejas zánganos con respecto al total de la población del panal original?
3. ¿Qué fracción representa las flores que se encuentran enumeradas del 11 al 30 con respecto a la cantidad total de flores que revisaban las obreras del panal original?
4. ¿Cuál es el número de abejas pertenecientes al grupo de obreras que logró convocar Rebeca para la reunión con Claudia?
5. Realice dos tipos de representaciones gráficas, en términos de fracciones, de los miembros del grupo de las abejas obreras de interior, el grupo de las abejas obreras de exterior y los zánganos que hacían parte de las abejas que decidieron abandonar el panal que dirigía Claudia, para irse con Rebeca. ¿Cuál es la fracción que representa cada uno de estos grupos respecto al total de la población perteneciente al nuevo panal que organizó Rebeca?
6. ¿Cuál es el número total de abejas obreras del interior que murieron durante los intentos por crear nuevos panales?
7. Complete la tabla realizando una representación pictórica de la fracción que representa cada una de las flores que visitan las abejas obreras del exterior del panal de Rebeca

FORMACIÓN DEL FUTURO PROFESOR DE PRIMARIA EN MATEMÁTICAS

cuando consiguen alimento para el nuevo panal que se separó del panal de Claudia, con respecto al total de flores visitadas. Dibuje las unidades correspondientes a la fracción de cada uno de estos grupos de flores con respecto al total de flores visitadas.

- a. Utilice la representación pictórica de cada grupo de flores para establecer equivalencias en términos de fracciones.

Flor	Representación gráfica
Caléndula	
Diente de león	
Manzanilla	
Girasol	

8. Teniendo clara la cantidad de abejas o la fracción que representan en la población de cada panal:
 - a. Realice una tabla con la totalidad de individuos sobre las poblaciones del panal original de Claudia, el panal inicial de Rebeca, el panal del Rebeca con forma de triángulo rectángulo isósceles en sus celdas, el panal de Rebeca con forma de cuadrado en sus celdas y el panal de Rebeca con forma de círculo en sus celdas, teniendo en cuenta los grupos que los conformaban.

FORMACIÓN DEL FUTURO PROFESOR DE PRIMARIA EN MATEMÁTICAS

- b. Con el registro de los datos completos, realice un diagrama de barras y establezca comparaciones entre las poblaciones.
 - c. Utiliza los datos de cada población para establecer equivalencias en términos de fracciones entre los diferentes grupos de las poblaciones.
9. Represente la organización que estipuló Rebeca para la recolección de producto en su panal cuando solo enumeraban las primeras 30 flores.
10. Dibuje la forma de la celda del panal de Claudia y las formas de las celdas de los panales que construyó Rebeca. [Para esto, observe la imagen que se encuentra en el cuento mostrando la forma de un panal hexagonal como referencia para dibujar los que se piden en este punto teniendo en cuenta la secuencia haciendo uso de la regla y el compás como instrumentos principales para representar estos panales.](#)
11. Posteriormente, tenga en cuenta el valor del perímetro mencionado en el cuento y halle el área de cada figura para responder:
 - a. ¿Cuál de las cuatro opciones es la más adecuada y por qué?
 - b. ¿En cuál de los tres intentos de Rebeca se aprovecha más el espacio para almacenar el alimento de las abejas?
 - c. Si estuviera en el lugar de Rebeca, ¿qué figura elegiría para formar su propio panal y por qué?
12. ¿Por qué el panal de forma hexagonal es la mejor opción para mantener el equilibrio en la población?
13. Después de responder las preguntas respectivas y realizar las acciones solicitadas, los futuros profesores deben analizar de qué manera podrían desarrollar la actividad con

estudiantes del grado primero, segundo o tercero de básica primaria. ¿Qué cambios deben hacerse y por qué?

Apéndice D Protocolo de validación de las tareas formativas

Estimado/a experto/a:

Un saludo cordial. Le agradecemos su disposición a participar, en calidad de experta/o en pedagogía, educación matemática o el tema específico del estudio, en este proceso de validación de contenido de la estructuración de tres tareas formativas en el marco de la tesis de grado titulada: *Desarrollo de habilidades espaciales del futuro profesor: Una propuesta de tareas formativas para el primer grupo de grados en Educación Básica Primaria*, desarrollada por la estudiante de Licenciatura en Educación Básica Primaria Gresly Yarhit Moreno Jaimes, dirigido por la Dra. Jenny Patricia Acevedo-Rincón de la Universidad Industrial de Santander y codirigido por la Dra. Zaida Margot Santa Ramírez de la Universidad de Antioquia.

El mencionado estudio tiene como objetivos específicos:

- Revisar el currículo matemático para identificar las relaciones que existen entre las habilidades espaciales y los pensamientos matemáticos del primer grupo de grados de Educación Básica Primaria.
- Identificar las habilidades espaciales necesarias que requieren los futuros profesores de Educación Básica Primaria.
- Analizar las tareas formativas que contribuyan al desarrollo de habilidades espaciales del futuro profesor en el primer grupo de grados de Educación Básica Primaria desde la coherencia horizontal planteada en el currículo matemático.

FORMACIÓN DEL FUTURO PROFESOR DE PRIMARIA EN MATEMÁTICAS

Con estos propósitos en mente, se han estructurado tres tareas formativas que podrían permitir el desarrollo de habilidades espaciales del futuro profesor de Educación Básica Primaria a partir de la coherencia horizontal del currículo de matemáticas en el primer grupo de grados, para cuya validación de contenido queremos contar con su valiosa colaboración.

Estamos convencidos de que los resultados de esta investigación constituirán un aporte a la generación de nuevos conocimientos necesarios para lograr mejorar la formación del profesorado, y a contribuir con la investigación en una temática que ha sido poco abordada. Así las cosas, su colaboración consistirá en evaluar las tareas formativas desde su estructuración para desarrollar las habilidades espaciales mediante la coherencia horizontal, desde el punto de vista del grado de calidad que estas tienen en términos de pertinencia, relevancia y claridad. Posteriormente, debe emitir una evaluación por cada indicador de las tres tareas formativas de manera individual. Al mismo tiempo, en una segunda etapa, se le solicitará emitir cualquier comentario que ayude a mejorar la estructuración de las tareas formativas evaluadas.

Agradeciendo de antemano su interés, su tiempo y su contribución, reciba un cordial y atento saludo.

El equipo organizador

- Gresly Yarhit Moreno Jaimes, estudiante de Licenciatura en Educación Básica Primaria, Escuela de Educación, Universidad Industrial de Santander, Colombia.
- Dra. Jenny Patricia Acevedo-Rincón, profesora, Escuela de Educación, Universidad Industrial de Santander, Colombia.

- Dra. Zaida Margot Santa-Ramírez, profesora, Facultad de Educación,
Universidad de Antioquia, Colombia.

VALIDACIÓN DE TAREAS FORMATIVAS

INSTRUCCIONES PARA SU PARTICIPACIÓN COMO EXPERTA/O

Le solicitamos que valore la articulación de pensamientos, las habilidades espaciales, los procesos de la actividad matemática y el conocimiento en la práctica del futuro profesor en cada una de las tareas formativas desde **la claridad, pertinencia y relevancia** de cada aspecto a través de una escala explicada a continuación (se espera que, como experto en el tema, proporcione comentarios u observaciones de mejora en caso de elegir una opción diferente a *totalmente de acuerdo* en alguno de los ítems):

Escala	Interpretación
Totalmente de acuerdo (TDA)	El ítem contemplado en la pertinencia, claridad y relevancia de la tarea formativa se cumple satisfactoriamente sin necesidad de realizar algún ajuste.
De acuerdo (DA)	El ítem contemplado en la pertinencia, claridad y relevancia de la tarea formativa se cumple de manera general, pero hay necesidad de realizar ajustes.
Ni de acuerdo ni en desacuerdo (NDA-NED)	El ítem contemplado en la pertinencia, claridad y relevancia de la tarea formativa se puede mantener de la manera en el que se encuentra planteado, sin embargo, se podría mejorar significativamente.
En desacuerdo (ED)	El ítem contemplado en la pertinencia, claridad y relevancia de la tarea formativa se evidencia mínimamente y es pertinente ajustarlo en gran parte de su estructura.
Totalmente en desacuerdo (TED)	El ítem contemplado en la pertinencia, claridad y relevancia de la tarea formativa se encuentra mal planteado, no cumple con su propósito y es necesario modificarlo totalmente.

RÚBRICA PARA LA VALIDACIÓN DE LAS TAREAS FORMATIVAS

Le agradecemos que valore los ítems para cada tarea formativa de acuerdo con la escala antes señalada. Puede incluir comentarios, observaciones o sugerencias que considere necesarias.

Aspectos		TDA	DA	NDA-NED	ED	TED	Observaciones
Pertinencia. La tarea formativa tiene relación lógica con su descripción, las habilidades espaciales, la coherencia horizontal entre los cinco tipos de pensamiento matemático y los cuestionamientos que llevan al poner en práctica el conocimiento del futuro profesor.	Articulación de pensamientos. La tarea formativa logra involucrar estándares del pensamiento espacial y los articula con los correspondientes al pensamiento numérico, variacional, métrico y aleatorio, que llevan al desarrollo del pensamiento matemático.						
	Habilidades espaciales¹⁹. La tarea formativa plantea acciones pertinentes para el desarrollo de las habilidades espaciales del futuro profesor.						
	Procesos de la actividad matemática. La tarea formativa involucra, dentro de sus acciones						

¹⁹ Del Grande (1990) propone siete habilidades espaciales que se encuentran involucradas en la percepción visual, a saber: (a) coordinación ojo mano o habilidad de relacionar las acciones motoras con la comprensión del espacio; (b) percepción figura-fondo o habilidad de reconocimiento de un componente en específico; (c) constancia perceptiva o de forma, correspondiente al reconocimiento de figuras en función de los atributos, similitudes y ubicación espacial; (d) percepción de posición en el espacio o habilidad relacionada con la ubicación de un objeto en relación con uno mismo; (e) percepción de relaciones espaciales, la cual se refiere a la habilidad de observar la relación entre dos o más objetos (entre sí o con uno mismo); (f) discriminación visual, que se enfoca en la identificación de semejanzas y diferencias sin depender se la posición; (g) memoria visual, la cual se centra en recordar objetos con exactitud, incluso, cuando no están a la vista, y establecer relaciones con otros según sus características.

FORMACIÓN DEL FUTURO PROFESOR DE PRIMARIA EN MATEMÁTICAS

	planteadas, los procesos de la actividad matemática, tales como: el razonamiento, la comunicación, la formulación y resolución de problemas, la ejercitación de procedimientos y la modelación.						
	Conocimiento en y para la práctica del futuro profesor. La tarea formativa logra poner en evidencia el conocimiento en cuanto a la práctica por parte del futuro profesor desde las acciones planteadas.						
<p>Claridad. La tarea formativa se entiende fácilmente, esto es, su semántica y sintaxis son adecuadas. Además, se logran comprender las relaciones entre los pensamientos, el desarrollo de las habilidades espaciales y los procesos de la actividad matemática, así como la implicación del</p>	Articulación de pensamientos. La tarea formativa pone en evidencia, de manera clara, la coherencia horizontal de los pensamientos de la actividad matemática, establecida en las acciones planteadas.						
	Habilidades espaciales. En la tarea formativa se observa, claramente, el desarrollo de las habilidades espaciales.						
	Procesos de la actividad matemática. La tarea formativa propone, de manera clara, el abordaje de los procesos de la actividad matemática, tales como: el razonamiento, la comunicación, la formulación y resolución de problemas, la						

FORMACIÓN DEL FUTURO PROFESOR DE PRIMARIA EN MATEMÁTICAS

<p>conocimiento en y para la práctica del futuro profesor.</p>	<p>ejercitación de procedimientos y la modelación.</p> <p>Conocimiento en y para la práctica del futuro profesor. La tarea formativa presenta con claridad, dentro de sus cuestionamientos, la necesidad de involucrar el conocimiento en y para la práctica por parte del futuro profesor.</p>						
<p>Relevancia. La tarea formativa es esencial o relevante; es decir, hace referencia a los aportes que proporciona a la formación del futuro profesor en cuanto al desarrollo de habilidades espaciales a partir de la coherencia horizontal de los estándares, el desarrollo de los procesos de la actividad matemática y la utilización del conocimiento en y para</p>	<p>Articulación de pensamientos. La coherencia horizontal de los estándares establecida dentro de la tarea formativa es relevante para la formación del futuro profesor.</p>						
	<p>Habilidades espaciales. Las habilidades espaciales desarrolladas en la tarea formativa aportan significativamente a la formación del futuro profesor.</p>						
	<p>Procesos de la actividad matemática. Los procesos de la actividad matemática involucrados en la tarea formativa contribuyen, en gran medida, a la formación del futuro profesor.</p>						
	<p>Conocimiento en y para la práctica del futuro profesor. Los conocimientos en y para la práctica del futuro profesor que</p>						

FORMACIÓN DEL FUTURO PROFESOR DE PRIMARIA EN MATEMÁTICAS

la práctica del futuro profesor.	se desarrollan en la tarea formativa favorecen su formación.						
----------------------------------	--	--	--	--	--	--	--