

**ANÁLISIS DE TRAYECTORIAS DE PARTÍCULAS
CARGADAS EN UNA TRAMPA MAGNÉTICA TIPO
ESPEJO BAJO CONDICIONES DE RESONANCIA
CICLOTRÓNICA ELECTRÓNICA**

JORGE ENRIQUE GUERRERO ARAQUE

**UNIVERSIDAD INDUSTRIAL DE SANTANDER
FACULTAD DE CIENCIAS
ESCUELA DE FÍSICA
BUCARAMANGA
2008**

**ANÁLISIS DE TRAYECTORIAS DE PARTÍCULAS
CARGADAS EN UNA TRAMPA MAGNÉTICA TIPO
ESPEJO BAJO CONDICIONES DE RESONANCIA
CICLOTRÓNICA ELECTRÓNICA**

**Trabajo de Grado como requisito para optar al título de Físico:
JORGE ENRIQUE GUERRERO ARAQUE**

**Director
PhD. VALERI DOUGAR JABON**

**Codirector
MSc. MAO TSETUNG MURILLO ACEVEDO**

**UNIVERSIDAD INDUSTRIAL DE SANTANDER
FACULTAD DE CIENCIAS
ESCUELA DE FÍSICA
BUCARAMANGA
2008**

A la memoria de mi madre, Itsmenia Araque
A mi padre, Edgar Guerrero Melo
A Mis hermanos, Edgar y Katherine

AGRADECIMIENTOS

El autor expresa sus agradecimientos:

A mi director de tesis Dr. Valeri Dougar por su orientación continua y puntual en la realización de este proyecto.

A mi codirector de tesis Mao Tsetung por su colaboración y apoyo continuo en este trabajo.

A mis compañeros del grupo de física y tecnología del plasma (FITEK), y aquellos que me apoyaron en todo momento, en especial a Diego Armando y Jose Andres.

Por supuesto a toda mi familia, por el apoyo y respaldo en todos los sentidos.

TÍTULO : ANÁLISIS DE TRAYECTORIAS DE PARTÍCULAS CARGADAS EN UNA TRAMPA MAGNÉTICA TIPO ESPEJO BAJO CONDICIONES DE RESONANCIA CICLOTRÓNICA ELECTRÓNICA *.

AUTORES : GUERRERO ARAQUE, Jorge Enrique †.

PALABRAS CLAVES : Trampa magnética tipo espejo, Resonancia ciclotrónica electrónica , Trayectorias electrónicas, Esquema de integración de Boris.

RESUMEN : En el presente trabajo se estudia el movimiento de una partícula cargada (electrón - protón) ubicada en una trampa magnética tipo espejo, la cual adquiere ó pierde la energía en el proceso de interacción con microondas en condiciones de resonancia ciclotrónica electrónica (ECR); primero con una onda de 2.45 GHz y posteriormente en ausencia de esta. El estudio se logra para dos configuraciones del campo magnético que producen diferentes superficies resonantes (hiperboloide de una hoja y de dos hojas).

El análisis se ejecuta mediante una simulación computacional, donde se utiliza el esquema de integración de Boris para la solución de la ecuación de movimiento de Newton-Lorentz desde el punto de vista de la teoría de orbitas.

Los resultados de simulación muestran en detalle las trayectorias helicoidales seguidas por el electrón y el protón en ausencia de la onda electromagnética, así como su energía permanece constante en todo instante de tiempo. Se describen las trayectorias presentes debidas a la variación del gradiente transversal y longitudinal del campo magnético. En presencia de las microondas, se muestran diferentes trayectorias y el aumento de energía para un electrón cerca de la zona ECR, a igual que el movimiento de deriva producido por el campo eléctrico.

*Proyecto de Grado

†Facultad de Ciencias, Escuela de Física. Director: Valeri D. Jabon. Codirector: Mao T. Murillo Acevedo

TITLE : ANALYSIS OF CHARGED PARTICLES TRAJECTORIES IN A MIRROR-TYPE MAGNETIC TRAP UNDER ELECTRON CYCLOTRON RESONANCE CONDITIONS*.

AUTHORS : GUERRERO ARAQUE, Jorge Enrique [†].

KEY WORDS : Mirror-type magnetic trap, Electron Cyclotron Resonance, Single-particle trajectories, Boris integration scheme.

DESCRIPTION : In this work the movement of a charged particle (electron - proton) located in a mirror-type magnetic trap is studied, the particle gaining or losing energy during the interaction process with microwaves in ECR conditions, first with a 2.45 GHz wave and then with its absence. The study is done for two magnetic field configurations which produce different resonant surfaces (hyperboloid of one sheet and of two sheets). The analysis is made via a computer simulation, where the Boris integration scheme is used to find the Newton-Lorentz equation solution according to the orbit theory's viewpoint.

The simulation results show in detail the helicoidal trajectories followed by the electron and proton in the absence of the electromagnetic wave, as well as its energy remaining constant all the time. A description of the present trajectories due to the magnetic field's transversal and longitudinal gradient variation is given. In the presence of microwaves, the different trajectories and the increase of energy for the electron in the vicinity of the ECR region are shown, as well as the drift movement produced by the electric field.

*Senior Thesis Project

[†]Facultad de Ciencias, Escuela de Física. Director: Valeri D. Jabon. Codirector: Mao T. Murillo Acevedo

ÍNDICE GENERAL

INTRODUCCIÓN	1
1. DINÁMICA DE UNA PARTÍCULA CARGADA EN CAMPOS ELÉCTRICOS Y MAGNÉTICOS	3
1.1. Campo Eléctrico y Magnético Uniforme	3
1.1.1. Campo Magnético ($B \neq 0, E = 0$)	5
1.1.2. Campo Eléctrico Perpendicular al Campo Magnético	7
1.2. Campo Magnético No Uniforme	8
1.2.1. Gradiente Transversal ($\nabla B \perp \mathbf{B}$)	9
1.2.2. Deriva de Curvatura	11
1.2.3. Gradiente Longitudinal ($\nabla B \parallel \mathbf{B}$)	12
2. TRAMPA MAGNÉTICA TIPO ESPEJO	15
2.1. Configuración Tipo Espejo	15
2.2. Confinamiento Magnético	17
2.3. Cono de Perdidas	18
2.4. Resonancia Ciclotrónica Electrónica	19
3. MODELO NUMÉRICO	21

3.1. Discretización de la Ecuación de Newton-Lorentz por el Método de Leap-frog	21
3.2. Integración de las Ecuaciones de Movimiento, Esquema de Boris.	23
3.3. Esquema de Interpolación del Campo Magnético	24
3.4. Intensidad del Campo de Microondas.	26
3.5. Ciclo Computacional	27
4. RESULTADOS DE SIMULACIÓN	28
4.1. Simulación en ausencia de microondas	28
4.1.1. Parámetros de la Trampa Magnética Tipo Espejo	29
4.1.2. Visualización del Campo Magnético	29
4.1.3. Trayectoria y Energía de una Partícula Cargada	31
4.2. Onda de 2.45 GHz / Zona ECR: Hiperboloide de una Hoja	36
4.2.1. Visualización de la superficie magnética de resonancia	37
4.2.2. Trayectoria y Energía de una Partícula Cargada	37
4.3. Onda de 2.45 GHz / Zona ECR: Hiperboloide de dos Hojas	42
4.3.1. Parámetros de la Trampa Magnética	42
4.3.2. Visualización de la superficie magnética de resonancia	43
4.3.3. Trayectoria y Energía de una Partícula Cargada	44
CONCLUSIONES	47
REFERENCIAS	48

ÍNDICE DE FIGURAS

1.1.	<i>Orientación de los vectores de campo en coordenadas cartesianas.</i>	4
1.2.	<i>a) Orbitas del electrón y ion positivo en un campo magnético uniforme y estático. b) Trayectoria helicoidal de un electrón en un campo magnético uniforme y estático.</i>	6
1.3.	<i>Orbita de un electrón y ion positivo en un campo eléctrico y magnético perpendiculares con velocidad inicial: a) $v_0 = 0$, b) $v_0 \neq 0$.</i>	8
1.4.	<i>Orientación del gradiente transversal del campo magnético en coordenadas cartesianas.</i>	9
1.5.	<i>Orbita de un ion positivo y electrón en un campo magnético con un gradiente transversal.</i>	10
1.6.	<i>Líneas de campo magnético curvadas.</i>	11
1.7.	<i>Gradiente de campo magnético longitudinal.</i>	12
2.1.	<i>Configuración trampa magnética tipo espejo</i>	16
2.2.	<i>Líneas de campo magnético para una trampa espejo</i>	16
2.3.	<i>Espejo magnético</i>	17
2.4.	<i>Cono de perdidas</i>	19
3.1.	<i>Esquema de Leap-Frog</i>	22
3.2.	<i>Esquema de interpolación del campo magnético</i>	25

3.3.	<i>Ciclo computacional</i>	27
4.1.	<i>a) Intensidad del campo magnético plano zy, $x=0$. b) Isolíneas de campo magnético plano zy, $x=0$.</i>	29
4.2.	<i>Intensidad e isolíneas del campo magnético en el plano xy: a) $z=0$ cm, b) $z= 5.25$ cm, c) $z=5.83$ cm, d) $z=6.41$ cm.</i>	30
4.3.	<i>Trayectoria helicoidal y variación del radio de la orbita de un electrón con posición y velocidad inicial: a) $(0, 0, 0)$ cm, $(2.5(10^8), 2.5(10^8), 9(10^6))$ cm/seg. b) $(0, 0, 0)$ cm, $(4.5(10^8), 4.5(10^8), 9(10^6))$ cm/seg.</i>	32
4.4.	<i>Proyección de la trayectoria de un electrón con posición inicial, $(0.4, 0, 0)$ cm y velocidad inicial $(4.5(10^8), 4.5(10^8), 4(10^8))$ cm/seg: a) plano zy, $x=0$. b) plano xy, $z=0$.</i>	32
4.5.	<i>Trayectoria de un electrón a lo largo de la línea de campo magnético para diferentes posiciones iniciales e igual velocidad inicial $(4(10^6), 4(10^6), 2(10^7))$ cm/seg: 1). $(0,0,0)$ cm, 2). $(1,0,0)$ cm, 3). $(2,0,0)$ cm, 4). $(3,0,0)$ cm, 5). $(4,0,0)$ cm.</i>	33
4.6.	<i>Trayectoria de un electrón con velocidad inicial $(4(10^9), 4(10^9), 0.0)$ cm/seg y posición inicial $(2, 0, 0)$ cm. a) 3-D, b) plano xy, $z=0$. Periodo de rotación alrededor del eje de simetría: $2.0(10^{-7})$ seg. ($z=0$).</i>	33
4.7.	<i>Trayectoria de un electrón con posición inicial $(2,0,0)$: a) Velocidad inicial $(2(10^9), 2(10^9), 4(10^8))$ cm/seg. Periodo de formación del anillo: $8.6(10^{-7})$ seg. $(-0.83 < z < 0.83)$ cm. b) Velocidad inicial $(6(10^9), 6(10^9), 6(10^8))$ cm/seg, $6(10^8)$). Periodo de formación del anillo: $9.6(10^{-8})$ seg. $(-0.41 < z < 0.41)$ cm.</i>	34
4.8.	<i>Energía longitudinal y transversal de un electrón confinado sobre el eje z, con velocidad inicial $(4.2(10^8), 4.2(10^8), 4.2(10^8))$ cm/seg y posición inicial $(0,0,0)$ cm.</i>	34
4.9.	<i>Energía total de electrón confinado sobre el eje z, con velocidad inicial $(4.2(10^8), 4.2(10^8), 4.2(10^8))$ cm/seg y posición inicial $(0,0,0)$ cm.</i>	35
4.10.	<i>Trayectoria helicoidal de un protón con velocidad inicial $(3(10^6), 3(10^6), 5(10^6))$ cm/seg y posición inicial $(0.5, 0, 0)$ cm: a) 3-D, b) plano xy.</i>	36

4.11. Trayectoria de un protón con velocidad inicial $(4.5(10^6), 4.5(10^6), 6(10^5))$ cm/seg y posición inicial $(1.5, 0, 0)$ cm: a) Plano xy , $z=0$. b) 3-D. Periodo de rotación alrededor del eje de simetría: $7.73(10^{-5})$ seg. ($-0.76 < z < 0.76$) cm.	36
4.12. Superficie de igual intensidad magnética (Zona ECR: Hiperboloide de una hoja).	37
4.13. Proyección de la superficie resonante (Zona ECR: Hiperboloide de una hoja): a) plano zy , $x=0$. b) plano xy , $z=0$	37
4.14. Trayectoria de un electrón con velocidad inicial nula y posición inicial $(1.4, 0, 0)$ cm, próximo a la zona de resonancia. Tiempo de simulación $1.76(10^{-4})$ seg. $z=0$	38
4.15. Energía de un electrón con velocidad inicial nula y posición inicial $(1.4, 0, 0)$ cm próximo a la zona de resonancia. a) Energía total en un periodo de onda. b) Energía transversal. c) Energía longitudinal.	39
4.16. Movimiento de rotación sobre el eje de simetría para aun electrón ubicado en el plano medio con posición inicial $(3.8, 0, 0)$ cm: a) velocidad inicial: $(4(10^4), 4(10^4), 1(10^5))$ cm/seg, tiempo de simulación $1.57(10^{-4})$ seg. b) velocidad inicial $(4(10^8), 4(10^8), 1(10^5))$ cm/seg, tiempo de simulación $4.07(10^{-6})$ seg.	39
4.17. Energía de un electrón con velocidad inicial $(2(10^8), 2(10^8), 1(10^7))$ cm/seg: a) Próximo a la zona ECR. b) Dentro el rango de la zona ECR.	40
4.18. Trayectoria de un electrón con velocidad inicial $(2(10^8), 2(10^8), 1(10^7))$ cm/seg y posición inicial $(1.75, 0, 0)$ cm, dentro la zona ECR. Tiempo de simulación $1.6(10^{-6})$ seg.	40
4.19. Trayectoria de un electrón con velocidad inicial $(5(10^8), 5(10^8), 5(10^5))$ cm/seg y posición inicial $(1, 0, 1.2)$ cm, fuera la zona ECR. Tiempo de simulación $5.1(10^{-6})$ seg.	42
4.20. Trayectoria de un electrón con velocidad inicial $(5(10^8), 5(10^8), 1(10^5))$ cm/seg y posición inicial $(2.2, 0, 3.2)$ cm, fuera de la zona ECR. Tiempo de simulación $2.53(10^{-6})$ seg.	43
4.21. Energía de un electrón con velocidad y posición inicial: a) $(5(10^8), 5(10^8), 5(10^5))$ cm/seg, $(1, 0, 1.2)$ cm. No pasa por la zona ECR). b) $(5(10^8), 5(10^8), 1(10^5))$ cm/seg, $(2.2, 0, 3.2)$ cm. Pasa por la zona ECR.	43

4.22. Superficie de igual intensidad magnética (Zona ECR: Hiperboloide de dos hojas).	44
4.23. Proyección de la superficie resonante (Zona ECR: Hiperboloide de dos hojas): a) plano zy , $x=0$. b) plano xy , $z= 1.5, 1.8, 2.4$ (cm).	44
4.24. Trayectoria de un electrón con velocidad inicial $(1(10^9), 1(10^9), 1.5(10^8))$ cm/seg y posición inicial $(1.5, 0, 0)$ cm, que no cruza la zona ECR. Tiempo de simulación $1.0(10^{-5})$ seg.	45
4.25. Trayectoria de un electrón con velocidad inicial $1(10^7), 1(10^7), 2(10^7)$ cm/seg y posición inicial $(1, 0, 0)$ cm. El electrón cruza la zona ECR. Tiempo de simulación es $1.2(10^{-5})$ seg.	46
4.26. Energía de un electrón con velocidad y posición inicial: a) $1(10^9), 1(10^9), 1.5(10^8)$ cm/seg, $(1.5, 0, 0)$ cm. El electrón no pasa por la zona ECR. b) $1(10^7), 1(10^7), 2(10^7)$ cm/seg, $(1, 0, 0)$ cm. El electrón pasa por la zona ECR.	46

ÍNDICE DE TABLAS

- 4.1. *Parámetros de la trampa magnética tipo espejo para una microondas con frecuencia de 2.45 Ghz. (Zona ECR: Hiperboloide de una hoja)* 29
- 4.2. *Parámetros de la trampa magnética tipo espejo para una microondas con frecuencia de 2.45 Ghz. (Zona ECR: Hiperboloide de dos hojas)* 42

INTRODUCCIÓN

Las fuentes iónicas modernas con trampas magnéticas tipo espejo utilizan microondas para calentamiento del plasma en condiciones de Resonancia Ciclotrónica Electrónica (RCE).

El fenómeno de RCE (ECR en inglés, Electron Cyclotron Resonance) se basa en la interacción de los electrones con un campo eléctrico oscilante a una frecuencia ω y un campo magnético estático. La máxima energía adquirida por el electrón se da justamente cuando la frecuencia de rotación de la partícula coincide con la frecuencia de oscilación de la onda electromagnética en el instante en que el vector velocidad de la partícula y la fuerza eléctrica están en fase entre los límites $\pi/2$ y $3\pi/2$. El calentamiento de los electrones se observa en superficies conocidas como superficies resonantes y sus alrededores [2]. La configuración de la superficie resonante magnética se determina por la expresión:

$$B(\rho, z) = \frac{mc\omega}{e},$$

donde m y e son la masa y carga del electrón, c es la velocidad de luz, ω es la frecuencia cíclica del campo de microondas, ρ y z son las coordenadas que determinan la configuración de superficie resonante.

En condiciones ECR la efectividad de la transferencia de energía electromagnética al plasma es casi ideal (la efectividad hasta 90 %), esto permite un calentamiento directo de los electrones que resulta en un mayor aumento del momento magnético de los electrones plásmicos y su captura en la trampa magnética, lo cual permite una mayor ionización del plasma en la producción de iones multicargados dentro las fuentes iónicas [11].

Los haces iónicos tienen una amplia gama de aplicaciones en investigaciones científicas, procesos tecnológicos e industriales y en medicina; sus aplicaciones están determinadas de acuerdo a la energía de los iones extraídos. Los iones de baja energía son utilizados en espectroscópica de rayos X, física atómica y en tecnología de metales y semiconductores. Los iones de energía media y alta son de amplio uso en la física del estado sólido, en la medicina y en la farmacología [12].

Para obtener haces de iones con energías y cargas requeridas es necesario optimizar las fuentes iónicas a partir de un estudio detallado del comportamiento del plasma, que corresponde a obtener, en primera instancia, una solución de la dinámica de las partículas cargadas definidas en la trampa magnética. Sin embargo este problema es prácticamente imposible de resolver por métodos analíticos y mas aun cuando el plasma esta sometido a campos externos; por eso en la mayoría de los casos se elaboran modelos empíricos o semi-empíricos, que no son muy precisos al diagnosticar el plasma en comparación a estudios realizados a partir de métodos numéricos.

Hoy día los métodos computacionales o métodos numéricos se muestran como una buena alternativa para describir la dinámica del plasma convirtiéndose en una herramienta muy poderosa en el análisis del movimiento de un conjunto de muchas partículas. De aquí la gran importancia que tiene el experimento numérico en el análisis computacional de la simulación del movimiento de las partículas del plasma confinadas en las trampas magnéticas, indispensable para diseñar y optimizar los parámetros externos de las fuentes, sin necesidad de recurrir a pruebas técnicas que involucran un alto costo de producción [13]. Sin embargo el costo computacional de sistemas grandes posee un alto tiempo de ejecución, de lo cual surge la necesidad de utilizar métodos un poco más restringidos, que nos aporten resultados que pueden ser de interés pero en un tiempo de cómputo mucho menor. Esto se consigue gracias al estudio de un número reducido de partículas, que permite arrojar una menor cantidad de datos en un tiempo computacional mucho menor.

Una de las líneas magistrales del Laboratorio de Física del Plasma (Escuela de Física, UIS) es el estudio computacional detallado de fuentes iónicas modernas, en especial, la distribución energética de los electrones ubicados dentro la cavidad que conforma la trampa magnética [14][15], así como las trayectorias resultantes seguidas por un electrón al cruzar la zona ECR; que hasta ahora no se han podido describir en gran detalle [16]. Estas fuentes se basan en el fenómeno ECR que se realiza en trampas magnetoestáticas tipo espejo, mínimo-B y cero-B.

Este trabajo presenta la solución numérica de las ecuaciones de movimiento de una partícula cargada en un campo eléctrico oscilante y un campo magnético estático bajo condiciones de resonancia ciclotrónica electrónica. La zona ECR se ubica dentro del volumen de una trampa magnética tipo espejo. Utilizando el esquema de Boris (mediante la técnica de diferencias finitas de Leap-Frog) se resuelve la ecuación de Newton-Lorentz. A partir de esta solución numérica se desarrollo un programa de simulación que muestra por medio de una interfaz gráfica las trayectorias de los electrones.

DINÁMICA DE UNA PARTÍCULA CARGADA EN CAMPOS ELÉCTRICOS Y MAGNÉTICOS

Lo que hace particularmente difícil estudiar el plasma es el hecho que su densidad es muy variable. A altas densidades ($n > 10^{12}$ electrones por cm^3) el movimiento de las partículas individuales no es considerado, las colisiones entre partículas dominan el comportamiento del plasma de forma que una ecuación ordinaria de fluido puede describir su dinámica. En muchas situaciones (baja densidad del plasma y baja presión del gas) la frecuencia de colisión entre las partículas es lo suficientemente baja de modo que un problema particular de estudio del movimiento de una sola partícula tiene un uso significativo. Tales estudios llevan a aplicaciones que incluyen calentamiento del plasma [17], configuración de tokamaks [18], entre otros. Esto nos lleva a la teoría de orbitas con la cuál pretendemos describir el comportamiento del plasma en situaciones donde la interacción entre partículas juega un papel de menor importancia.

En el siguiente estudio consideramos la dinamica de un partícula libre en un plasma a baja densidad, donde los campos eléctricos y magnéticos son prescritos y no son afectados por las partículas cargadas. Así mismo las partículas no interactúan entre si.

1.1 CAMPO ELÉCTRICO Y MAGNÉTICO UNIFORME

Consideremos una partícula cargada situada en un campo eléctrico uniforme, estático y en un campo magnético también estático.

La ecuación de movimiento de la partícula es determinada por las fuerzas que actúan sobre ella. Así, si la fuerza es debida a los campos eléctricos y magnéticos, la ecuación

de movimiento se puede escribir como

$$\frac{d}{dt}(m\mathbf{v}) = q \left(\mathbf{E} + \frac{1}{c} \mathbf{v} \times \mathbf{B} \right), \quad (1.1)$$

que se denomina la ecuación de Newton - Lorentz.

En la ecuación (1.1), \mathbf{E} es el campo eléctrico que experimenta la partícula, \mathbf{B} es el campo magnético presente, c es la velocidad de la luz, q y m son la carga y masa de la partícula respectivamente. De acuerdo a la orientación de las cantidades vectoriales

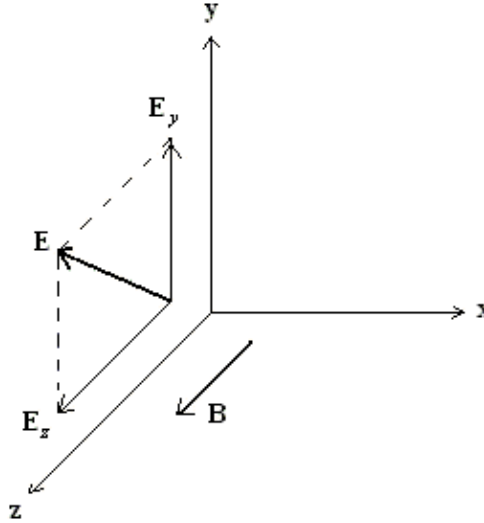


Figura 1.1: Orientación de los vectores de campo en coordenadas cartesianas.

\mathbf{E} y \mathbf{B} (Fig. 1.1), podemos expresar la ecuación (1.1) en componentes cartesianas de la siguiente manera:

$$\begin{aligned} \frac{dv_x}{dt} &= \frac{qB}{mc} v_y, \\ \frac{dv_y}{dt} &= \frac{q}{m} E_y - \frac{qB}{mc} v_x, \\ \frac{dv_z}{dt} &= \frac{q}{m} E_z, \end{aligned} \quad (1.2)$$

Resolviendo el sistema de ecuaciones (1.2), encontramos las tres componentes de la velocidad [3]:

$$v_x = v_{0x} \sin(\omega_c t) + \left(v_{0x} - \frac{qE_y}{m\omega_c} \right) \cos(\omega_c t) + \frac{qE_y}{m\omega_c}, \quad (1.3)$$

$$v_y = v_{0y} \cos(\omega_c t) - \left(v_{0x} - \frac{qE_y}{m\omega_c} \right) \sin(\omega_c t), \quad (1.4)$$

$$v_z = v_{0z} + \frac{q}{m} E_z t, \quad (1.5)$$

donde (v_{0x}, v_{0y}, v_{0z}) son los valores iniciales de las componentes de la velocidad y ω_c la frecuencia ciclotrónica de giro de la partícula alrededor de la línea de campo magnético [9]:

$$\omega_c \equiv \frac{qB}{mc}. \quad (1.6)$$

Integrando (1.3) a (1.5), obtenemos las componentes de la trayectoria de la partícula:

$$x = x_0 - \frac{1}{\omega_c} \left\{ v_{0y} (\cos(\omega_c t) - 1) - \left(v_{0x} - \frac{qE_y}{m\omega_c} \right) \sin(\omega_c t) - \frac{qE_y}{m} t \right\}, \quad (1.7)$$

$$y = y_0 - \frac{1}{\omega_c} \left\{ \left(v_{0x} - \frac{qE_y}{m\omega_c} \right) (1 - \cos(\omega_c t)) - v_{0y} \sin(\omega_c t) \right\}, \quad (1.8)$$

$$z = z_0 + v_{0z}t + \frac{q}{2m} E_z t^2. \quad (1.9)$$

1.1.1. Campo Magnético ($\mathbf{B} \neq \mathbf{0}$, $\mathbf{E} = \mathbf{0}$)

Consideremos primero el caso de un campo magnético constante a lo largo del eje z ($\mathbf{B} = B\hat{z}$) y un campo eléctrico \mathbf{E} nulo, con las siguientes condiciones iniciales de posición y velocidad de la partícula:

$$\begin{aligned} \mathbf{v}_0 &= (0, v_{0y}, v_{0z}), \\ \mathbf{r}_0 &= \left(\frac{v_{0y}}{\omega_c}, 0, 0 \right). \end{aligned} \quad (1.10)$$

Reemplazando estos valores en las ecuaciones (1.7) a (1.9), obtenemos

$$\begin{aligned} x &= -\frac{v_{0y}}{\omega_c} \cos(\omega_c t), \\ y &= \frac{v_{0y}}{\omega_c} \sin(\omega_c t), \\ z &= v_{0z}t, \end{aligned} \quad (1.11)$$

y

$$r = \left| \frac{v_{0y}}{\omega_c} \right| = \left| \frac{mc v_{0y}}{qB} \right|. \quad (1.12)$$

El sistema de ecuaciones (1.11) describe una orbita circular en el plano x - y con un radio de giro dado en la ecuación (1.12) y un movimiento del "centro de guía" a lo largo de la línea de campo magnético (ver Fig. 1.2). Derivando (1.11) y reemplazando la frecuencia ciclotrónica para un electrón ($q = -e$) encontramos las componentes de su velocidad

$$v_x = -v_{0y} \sin\left(\frac{eB}{m_e c} t\right), \quad (1.13)$$

$$v_y = v_{0y} \cos\left(\frac{eB}{m_e c} t\right), \quad (1.14)$$

$$v_z = v_{0z}. \quad (1.15)$$

Las ecuaciones (1.13) - (1.15) muestran un movimiento de giro del electrón en sentido contrario a las manecillas del reloj mientras se desplaza en dirección a la línea de campo magnético. Para un ion positivo de carga $q = +e$ el movimiento de giro es en sentido a las manecillas del reloj, también con un desplazamiento en dirección al campo magnético (Fig 1.2). La dirección de giro es siempre tal que el campo magnético generado por la partícula es opuesto al campo magnético externo \mathbf{B} .

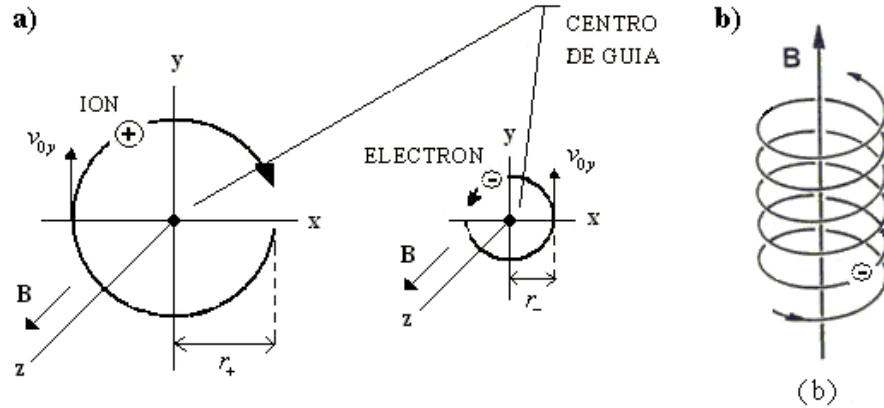


Figura 1.2: a) *Orbitas del electrón y ion positivo en un campo magnético uniforme y estático.* b) *Trayectoria helicoidal de un electrón en un campo magnético uniforme y estático.*

Podemos entender el movimiento de la partícula cargada que está en una condición de equilibrio entre la fuerza de Newton-Lorentz y la fuerza centrífuga, es decir;

$$\mathbf{F}_c = \frac{q}{c} \mathbf{v} \times \mathbf{B},$$

$$\frac{mv_{\perp}^2}{r_L} = \frac{q}{c} v_{\perp} B = mr_L \omega_c^2, \quad (1.16)$$

donde v_{\perp} es una constante positiva que denota la velocidad en el plano perpendicular a \mathbf{B} .

La ecuación (1.16) indica un movimiento circular alrededor de la línea de campo magnético a una frecuencia angular ω_c y un radio de giro llamado radio de Larmor r_L [3]:

$$r_L \equiv \frac{v_{\perp}}{|\omega_c|} = \frac{mv_{\perp} c}{|q| B}. \quad (1.17)$$

El radio de Larmor es proporcional a la masa y a la componente perpendicular de la velocidad de la partícula (respecto al vector del campo magnético). La frecuencia ciclotrónica es proporcional a la intensidad del campo magnético e inversamente proporcional a la masa. Esto significa que en un plasma compuesto de iones y electrones, se cumple:

$$r_{Li} > r_{Le} \quad y \quad \omega_{ci} < \omega_{ce}. \quad (1.18)$$

1.1.2. Campo Eléctrico Perpendicular al Campo Magnético

Las siguientes son condiciones iniciales establecidas para un campo eléctrico y campo magnético perpendiculares:

$$\begin{aligned} \mathbf{E} &= (0, E_y, 0), \\ \mathbf{B} &= (0, 0, B_z), \\ \mathbf{v}_0 &= (0, 0, 0), \\ \mathbf{r}_0 &= \left(0, -\frac{qE_y}{m\omega_c^2}, 0\right). \end{aligned}$$

Las ecuaciones (1.7), (1.8) y (1.9), se reducen entonces a:

$$\begin{aligned} x &= -\frac{qE_y}{m\omega_c^2} \sin(\omega_c t) + \frac{qE_y}{m\omega_c} t, \\ y &= -\frac{qE_y}{m\omega_c^2} \cos(\omega_c t), \\ z &= 0. \end{aligned} \quad (1.19)$$

Diferenciando el sistema (1.16) obtenemos:

$$\begin{aligned} v_x &= -\frac{qE_y}{m\omega_c} \cos(\omega_c t) + \frac{qE_y}{m\omega_c}, \\ v_y &= \frac{qE_y}{m\omega_c} \sin(\omega_c t), \\ v_z &= 0. \end{aligned} \quad (1.20)$$

El sistema de ecuaciones (1.19) y (1.20) describe un movimiento circular a una frecuencia ω_c que tiene lugar enteramente en el plano x - y . En esta ocasión el movimiento está acompañado por una velocidad de deriva perpendicular tanto al campo eléctrico como al campo magnético. La velocidad de deriva es dada por:

$$u_x = \frac{qE_y}{m\omega_c} = \frac{cE_y}{B}, \quad (1.21)$$

y es por lo tanto independiente de q , m y v_{\perp} . El movimiento de la partícula cargada para este caso es de la forma de una cicloide común como se observa en la figura (1.3).

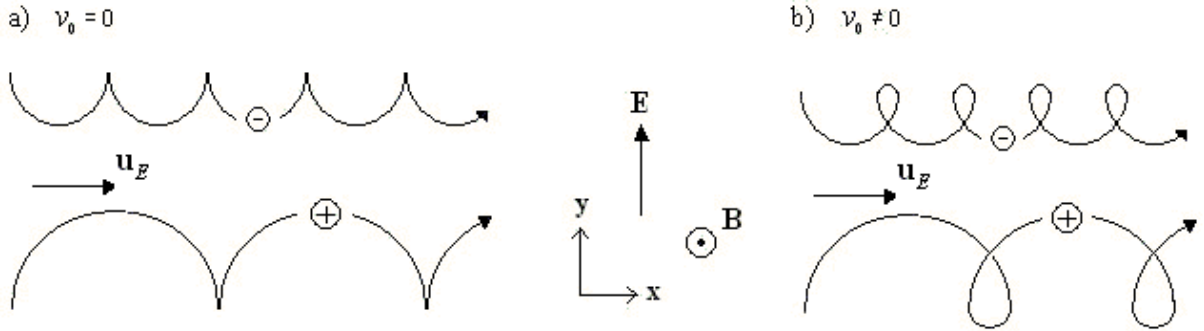


Figura 1.3: *Orbita de un electrón y ion positivo en un campo eléctrico y magnético perpendiculares con velocidad inicial: a) $v_0 = 0$, b) $v_0 \neq 0$.*

Para hallar una formula mas general de la velocidad de deriva, se resuelve la ecuación (1.1) en forma vectorial. La solución (1.20) sugiere que podemos escribir la velocidad de la partícula cargada en el plano x - y como

$$\mathbf{v} = \mathbf{v}_{\perp} + \mathbf{u}_E, \quad (1.22)$$

donde \mathbf{v}_{\perp} es dado en la ecuación (1.17) y \mathbf{u}_E es la velocidad de deriva constante. Si sustituimos (1.22) en (1.1) y promediamos sobre un periodo de giro obtenemos

$$\mathbf{E} + \frac{1}{c} \mathbf{u}_E \times \mathbf{B} = 0. \quad (1.23)$$

El producto cruz con \mathbf{B} es

$$c\mathbf{E} \times \mathbf{B} = \mathbf{B} \times (\mathbf{u}_E \times \mathbf{B}) = \mathbf{u}_E B^2 - \mathbf{B}(\mathbf{u}_E \cdot \mathbf{B}). \quad (1.24)$$

La velocidad de deriva del centro de guía en el campo eléctrico es

$$\mathbf{u}_E = \frac{c}{B^2} \mathbf{E} \times \mathbf{B}. \quad (1.25)$$

De igual forma podemos encontrar una formula general para la velocidad de deriva \mathbf{u} del centro de guía, reemplazando la fuerza eléctrica $q\mathbf{F}$ por cualquier fuerza externa \mathbf{F} , es decir:

$$\mathbf{u}_f = \frac{c}{qB^2} \mathbf{F}_{\perp} \times \mathbf{B}. \quad (1.26)$$

1.2 CAMPO MAGNÉTICO NO UNIFORME

En presencia de campos uniformes encontramos una expresión exacta de la velocidad de deriva. Pero al introducir campos inhomogéneos el problema es más complicado de

resolver de forma exacta. No obstante, podemos obtener una respuesta aproximada, considerando un campo magnético que varíe levemente en el espacio, es decir cuando $r_L/R_c \ll 1$; siendo R_c el radio de curvatura de la línea de campo magnético. Bajo esta condición la ecuación de deriva (1.26) sigue siendo válida.

A continuación describimos el movimiento del centro de guía de una partícula cargada en presencia de un campo magnético que varía en forma longitudinal y transversal a las líneas de campo \mathbf{B} .

1.2.1. Gradiente Transversal ($\nabla B \perp \mathbf{B}$)

Aquí las líneas de campo magnético son rectas en dirección al eje $+z$, pero su densidad aumenta en dirección al eje $+y$ ($B = B_z(y)$) como se observa en la figura (1.4). A

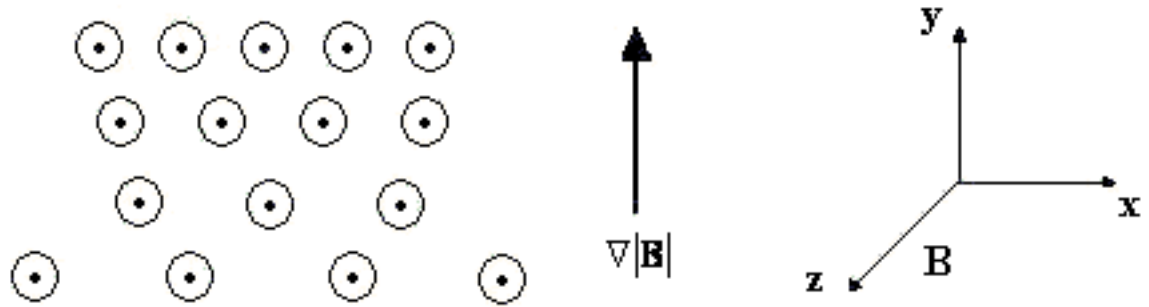


Figura 1.4: Orientación del gradiente transversal del campo magnético en coordenadas cartesianas.

partir de la ecuación (1.1) podemos expresar las componentes de la fuerza de Lorentz perpendiculares al campo magnético

$$F_x = \frac{q}{c} v_y B_z(y) = \frac{q}{c} v_{\perp} \cos(\omega_c t + \phi) \left(B_0 + \frac{v_{\perp}}{\omega_c} \sin(\omega_c t + \phi) \frac{\partial B_z}{\partial y} \right), \quad (1.27)$$

$$F_y = -\frac{q}{c} v_x B_z(y) = -\frac{q}{c} v_{\perp} \sin(\omega_c t + \phi) \left(B_0 + \frac{v_{\perp}}{\omega_c} \sin(\omega_c t + \phi) \frac{\partial B_z}{\partial y} \right), \quad (1.28)$$

donde hemos usado la expansión de Taylor para la magnitud del campo magnético B cerca del centro de guía ($x_0 = 0$, $y_0 = 0$) y las ecuaciones (1.11), (1.12) de una órbita no perturbada en un campo \mathbf{B} uniforme, bajo la condición $r_L/R \ll 1$:

$$\begin{aligned} \mathbf{B} &= B_0 + (\mathbf{r} \cdot \nabla) \mathbf{B} + \dots \\ B &= B_0 + y (\partial B_z / \partial y) + \dots \end{aligned} \quad (1.29)$$

El valor medio de las componentes de la fuerza de Lorentz, evaluado en un periodo, es dado por:

$$\bar{F}_x = 0, \quad (1.30)$$

$$\bar{F}_y = -\frac{qv_{\perp}^2}{2c\omega_c} \frac{\partial B_z}{\partial y} = -\frac{K_{\perp}}{B} \frac{\partial B_z}{\partial y}, \quad (1.31)$$

donde K_{\perp} es la energía cinética de la partícula asociada con su movimiento transversal:

$$K_{\perp} = \frac{1}{2}mv_{\perp}^2. \quad (1.32)$$

Por lo tanto, la velocidad del centro de guía es:

$$\mathbf{u}_{\nabla\mathbf{B}} = \frac{c}{qB^2}\mathbf{F} \times \mathbf{B} = \frac{c}{q} \frac{\bar{F}_y}{|B|} \hat{\mathbf{x}} = -\frac{cK_{\perp}}{qB^2} \frac{\partial B_z}{\partial y} \hat{\mathbf{x}}, \quad (1.33)$$

donde hemos usado la ecuación (1.26). Dado que la elección del eje y fue arbitraria, se puede generalizar a

$$\mathbf{F}_{\perp} = -\frac{K_{\perp}}{|B|} \nabla_{\perp} B. \quad (1.34)$$

Por consiguiente vemos que la deriva del centro de guía es en un ángulo recto al gradiente de campo magnético. La dirección de la vector velocidad $\mathbf{u}_{\nabla\mathbf{B}}$ depende del signo positivo o negativo de la carga q .

La explicación física para esta deriva puede verse de la siguiente manera. En la figura (1.5) el campo magnético está dirigido hacia fuera de la hoja y el gradiente en la dirección $+y$. De la ecuación (1.17) vemos que el radio de la orbita de giro de una partícula decrece a medida que aumenta el campo magnético. Por consiguiente en la figura (1.5) el radio de curvatura de la orbita es menor en regiones donde el campo magnético es mayor. Sin embargo, ya que los iones y electrones giran en sentidos opuestos, los electrones tendrán una velocidad de deriva a la derecha y los iones adquieren una velocidad de deriva a la izquierda, pero en ambos casos el desplazamiento del centro de guía es sobre un mismo valor constante de campo magnético.

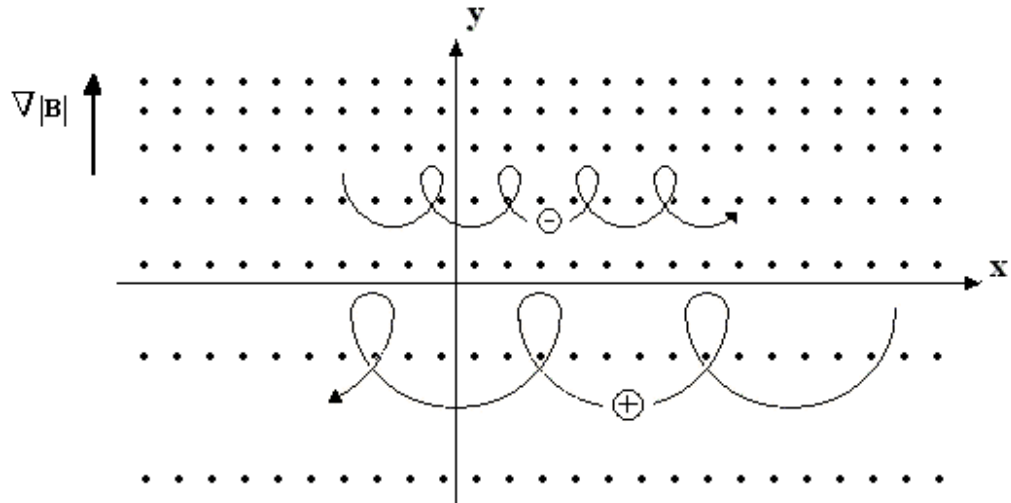


Figura 1.5: *Orbita de un ion positivo y electrón en un campo magnético con un gradiente transversal.*

1.2.2. Deriva de Curvatura

Acá asumimos que las líneas de fuerza están curvadas con un radio de curvatura R_c y el valor del campo magnético $|B|$ es constante (Fig. 1.6).

Tal campo no obedece a las ecuaciones de Maxwell en el vacío, por lo que en la práctica el movimiento de deriva, producto del gradiente de campo magnético, siempre será añadida a los efectos derivados a continuación. En este caso, el centro de guía tendrá un

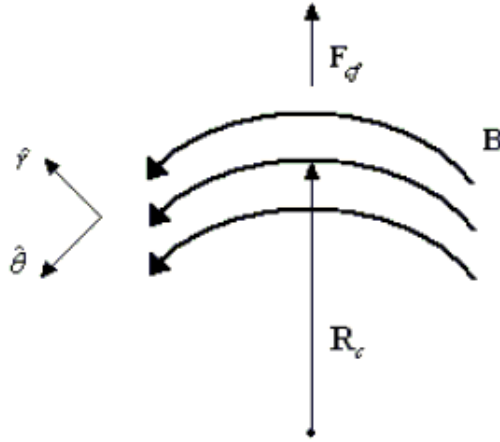


Figura 1.6: Líneas de campo magnético curvadas.

movimiento de deriva debido a la fuerza centrífuga que sienten las partículas cuando se mueven a lo largo de las líneas de campo. Si v_{\parallel}^2 indica el promedio de la componente al cuadrado de la velocidad aleatoria a lo largo de \mathbf{B} , el valor medio de la fuerza centrífuga es:

$$\mathbf{F}_{cf} = \frac{mv_{\parallel}^2}{R_c} \hat{\mathbf{r}} = mv_{\parallel}^2 \frac{\mathbf{R}_c}{R_c^2}. \quad (1.35)$$

De acuerdo a la ecuación (1.26), esto da lugar a un movimiento de deriva:

$$\mathbf{u}_R = \frac{c}{qB^2} \mathbf{F}_{cf} \times \mathbf{B} = \frac{cmv_{\parallel}^2}{qB^2} \frac{\mathbf{R}_c \times \mathbf{B}}{R_c^2} = \frac{2cK_{\parallel}}{qB^2} \frac{\mathbf{R}_c \times \mathbf{B}}{R_c^2}, \quad (1.36)$$

donde K_{\parallel} es la energía cinética de la partícula asociada con su movimiento longitudinal

$$K_{\parallel} = \frac{1}{2}mv_{\parallel}^2. \quad (1.37)$$

La cantidad \mathbf{u}_R es llamada deriva de curvatura. Ahora debemos calcular la deriva $\mathbf{u}_{\nabla B}$ que acompaña a \mathbf{u}_R , teniendo en cuenta que B disminuye con el radio. En el vacío $\nabla \times \mathbf{B} = 0$. En coordenadas cilíndricas (Fig. 1.6), $\nabla \times \mathbf{B}$ tiene solo una componente en z ya que los vectores \mathbf{B} y $\nabla \mathbf{B}$ van en dirección θ y r respectivamente.

$$(\nabla \times \mathbf{B})_z = \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} (r B_\theta) = 0, \quad B_\theta \propto \frac{1}{r}. \quad (1.38)$$

Así

$$|B| \propto \frac{1}{R_c}, \quad \frac{\nabla |B|}{|B|} = -\frac{\mathbf{R}_c}{R_c^2}. \quad (1.39)$$

Usando la ecuación (1.35):

$$\mathbf{u}_{\nabla \mathbf{B}} = -\frac{cK_\perp}{q|B|^3} \mathbf{B} \times \frac{|B| \mathbf{R}_c}{R_c^2} = \frac{cK_\perp}{q} \frac{\mathbf{R}_c \times \mathbf{B}}{B^2 R_c^2}. \quad (1.40)$$

Por ultimo, sumando $\mathbf{u}_{\nabla \mathbf{B}}$ con \mathbf{u}_R , obtenemos la velocidad de deriva total del centro de guía debido a un campo magnético con líneas de fuerza curvadas, y por consiguiente, no homogéneo (gradiente y velocidad de deriva transversal);

$$\mathbf{u}_R + \mathbf{u}_{\nabla \mathbf{B}} = \frac{c}{q} (K_\perp + 2K_\parallel) \frac{\mathbf{R}_c \times \mathbf{B}}{B^2 R_c^2}. \quad (1.41)$$

Esta velocidad de deriva es en ángulo recto respecto al gradiente de campo magnético, esto es, el centro de guía se mueve en ángulo recto tanto a \mathbf{B} como a \mathbf{R}_c .

1.2.3. Gradiente Longitudinal ($\nabla B \parallel \mathbf{B}$)

Ahora consideramos un campo magnético que apunta y varia su magnitud en la dirección z . Aquí el campo magnético ha de ser simétrico, con $B_\varphi = 0$ y $\partial/\partial\varphi = 0$. Ya que las líneas de fuerza convergen y divergen, existe necesariamente una componente B_r (Fig. 1.7). Podemos obtener B_r de la ecuación $\nabla \cdot \mathbf{B} = 0$;

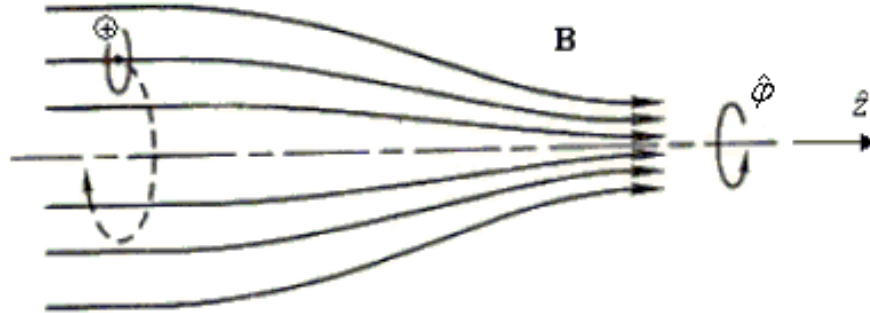


Figura 1.7: Gradiente de campo magnético longitudinal.

$$\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} (r B_r) + \frac{\partial B_z}{\partial z} = 0. \quad (1.42)$$

Si $\partial B_z/\partial z$ es dado en $r = 0$ y no varía mucho con r , tenemos aproximadamente:

$$rB_r = -\int_0^r r \frac{\partial B_z}{\partial z} dr \simeq -\frac{1}{2}r^2 \left[\frac{\partial B_z}{\partial z} \right]_{r=0}, \quad (1.43)$$

$$B_r = -\frac{1}{2}r \left[\frac{\partial B_z}{\partial z} \right]_{r=0}.$$

La variación de $|B|$ con r causa un gradiente de deriva del centro de guía alrededor del eje de simetría, pero no existe un gradiente radial de deriva, debido a que $\partial B/\partial \varphi = 0$. Las componentes de la fuerza de Lorentz son:

$$F_r = \frac{q}{c} v_\varphi B_z, \quad (1.44)$$

$$F_\varphi = \frac{q}{c} (-v_r B_z + v_z B_r), \quad (1.45)$$

$$F_z = -\frac{q}{c} v_\varphi B_r. \quad (1.46)$$

La ecuación (1.44) y el primer término de (1.45) dan lugar a la usual órbita de Larmor. El segundo término de la ecuación (1.45) desaparece sobre el eje; cuando esto no sucede, la fuerza azimutal produce un movimiento de deriva en dirección radial. Esta deriva realmente hace que el centro de guía siga a lo largo de la línea de fuerza magnética. Reemplazando la eq. (1.43) en (1.46), obtenemos

$$F_z = \frac{1}{2} \frac{q}{c} v_\varphi r \frac{\partial B_z}{\partial z}. \quad (1.47)$$

Para calcular el valor medio de F_z sobre un período de giro consideremos, por simplicidad, una partícula cuyo centro de guía queda sobre el eje. Entonces v_φ es una constante durante un giro; dependiendo del signo de q , $v_\varphi = \mp v_\perp$ y $r = r_\perp$, luego

$$\bar{F}_z = \mp \frac{1}{2} \frac{q}{c} v_\perp r_L \frac{\partial B_z}{\partial z} = \mp \frac{1}{2} \frac{q}{c} \frac{v_\perp}{|\omega_c|} \frac{\partial B_z}{\partial z} = -\frac{1}{2} \frac{m v_\perp^2}{B} \frac{\partial B_z}{\partial z}. \quad (1.48)$$

Definimos el momento magnético de giro de la partícula como:

$$\mu \equiv \frac{1}{2} \frac{m v_\perp^2}{B}. \quad (1.49)$$

Por lo tanto

$$\bar{F}_z = -\mu \frac{\partial B_z}{\partial z}. \quad (1.50)$$

Este es un ejemplo concreto de la fuerza diamagnética, que en general puede escribirse como:

$$\mathbf{F}_{\parallel} = -\mu \frac{\partial B}{\partial s} = -\mu \nabla_{\parallel} B. \quad (1.51)$$

donde ds es un elemento de línea a lo largo de \mathbf{B} .

Cuando la partícula se mueve en regiones de mayor o menor intensidad de campo \mathbf{B} , su radio de Larmor cambia, pero su momento magnético μ permanece invariante. Cantidad que se ha demostrado experimentalmente para una partícula libre confinada en una trampa magnética tipo espejo, de una manera consistente con las predicciones de la teoría adiabática [20].

TRAMPA MAGNÉTICA TIPO ESPEJO

El principal uso del campo magnético en la producción de iones multicargados, generados con ayuda de una trampa magnética, es contener las partículas que componen el plasma caliente fuera de las paredes de las maquinas de confinamiento.

El confinamiento se basa en la propiedad de que las partículas cargadas viajan a lo largo de las líneas de campo magnético llegando a ser reflejadas en los extremos de la trampa [2]. Cuando el plasma se mantiene puede ser calentado por medio de una combinación de microondas ó haces de partículas neutras y corrientes que fluyen a través de el [9]. Esto ha permitido a los científicos ser capaces de "atrapar" el plasma dentro de los campos y poder conseguir los diferentes usos prácticos de los iones extraídos de las trampas magnéticas.

2.1 CONFIGURACIÓN TIPO ESPEJO

La trampa esta constituida por dos bobinas magnéticas alineadas axialmente y separadas por una pequeña distancia entre si. Las bobinas tienen un número igual de espiras longitudinales y transversales, y transportan la misma cantidad de corriente continua en igual dirección.

En medio de la trampa se ubica una cavidad cilíndrica de metal no magnética (por ejemplo de cobre ó acero no oxidable) que contiene el plasma y alineada axialmente con las bobinas. Por un extremo de este se introduce una onda de microondas con un valor de frecuencia e intensidad que resulta en un modo de oscilación de acuerdo a las dimensiones de la cavidad. En la figura 2.1 se describe la configuración tipo espejo.

El campo magnético presente en la región en que se encuentra el plasma es la suma del campo generado de forma independiente por cada bobina, que corresponde justamente la contribución por cada espira de corriente [10]. Según la intensidad de corriente, el número de espiras y la distancia de separación entre las bobinas, se pueden presentar diferencias configuraciones magnéticas, pero solo bajo ciertos parámetros es posible

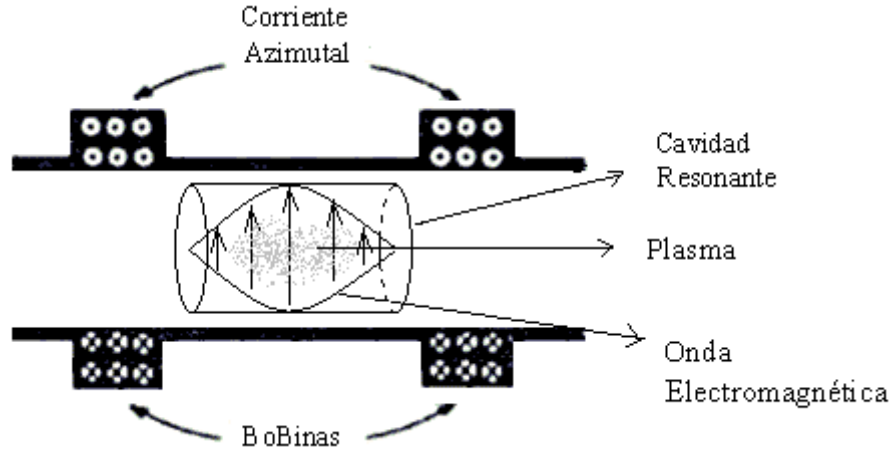


Figura 2.1: Configuración trampa magnética tipo espejo

tener una distribución adecuada del campo que permita el confinamiento de las partículas cargadas como se observa en la figura 2.2. Las líneas del campo son abiertas y están dirigidas esencialmente de manera simétrica respecto al eje de la cavidad y son forzadas a converger en el centro de cada bobina, creando un "cuello de botella" en cada extremo. Por lo tanto la intensidad del campo magnético será máxima en $z = \pm L/2$ (medio de las bobinas) y mínima en

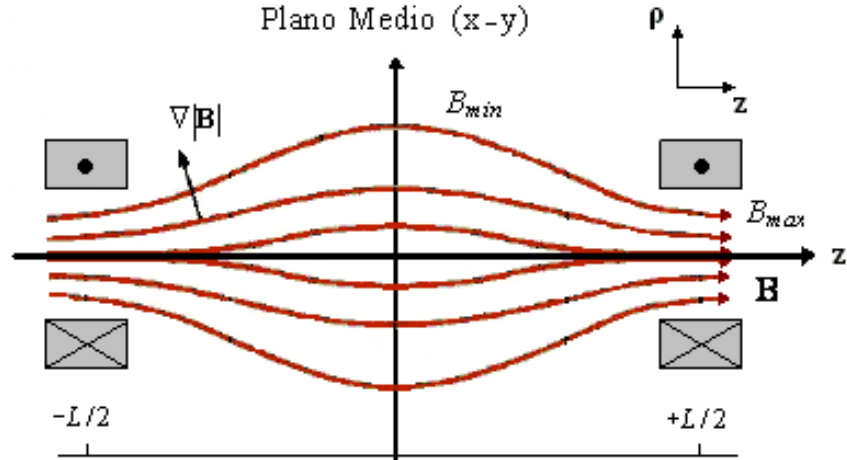


Figura 2.2: Líneas de campo magnético para una trampa espejo

en el plano medio de la trampa lo cual corresponde a un gradiente longitudinal del campo B (ver sección 1.2.3). De igual forma se presenta un gradiente transversal (deriva de curvatura) debido a la variación del campo en dirección radial, que en este caso, es mayor en el eje de la cavidad cilíndrica y menor lejos de este [9].

2.2 CONFINAMIENTO MAGNÉTICO

En la sección 1.2.3 encontramos que el momento magnético de la partícula permanece constante cuando el campo B que varía muy lentamente en una distancia igual al radio de giro r_L sin un campo eléctrico:

$$\mu \equiv \frac{1}{2} \frac{mv_{\perp}^2}{B}.$$

Este resultado nos dice que si B aumenta, v_{\perp} también debe aumentarse para mantener μ constante; por lo tanto, debe existir un aumento en la energía cinética de la partícula en dirección perpendicular.

Reemplazando (1.17) en (1.49), encontramos que μ es proporcional al cuadrado de radio de giro r_L y al campo B ; es decir:

$$r_L^2 B = \text{constante}. \quad (2.1)$$

La ecuación (2.1) representa el flujo magnético que atraviesa la orbita encerrada y la órbita de la partícula que se mueve a lo largo del eje z , que abarca un tubo de flujo constante en cada punto del eje z (ver Fig. 2.3).

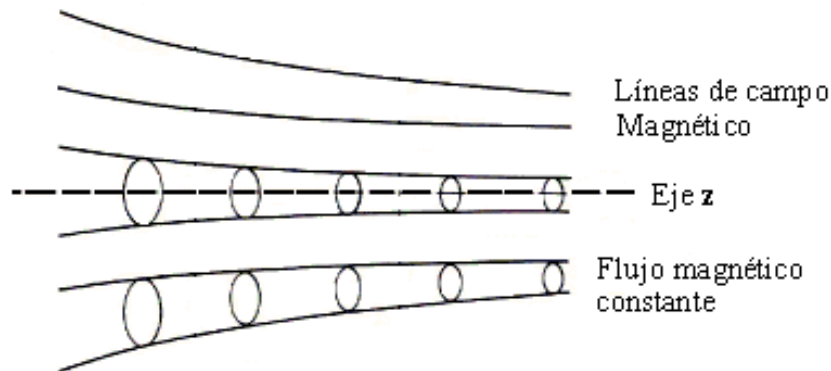


Figura 2.3: *Espejo magnético*

Ya que la fuerza magnética sobre una partícula cargada es siempre perpendicular a la dirección de movimiento, esta fuerza no puede realizar trabajo y por consiguiente no puede cambiar la energía de la partícula. La energía cinética puede cambiarse solo en la dirección paralela al movimiento. Por lo tanto, cuando la partícula cargada en su movimiento espiral se encuentre en una región de gran intensidad del campo magnético, la componente paralela de la energía cinética decrece. Sin embargo, ya que la componente paralela de la energía cinética determina el hecho de que la partícula se mueve en la dirección al campo magnético decreciente, existirá un punto donde la partícula ya no puede moverse y, de hecho, se para y después empieza a moverse en la dirección opuesta. Esto sucede en los extremos de la cavidad, donde el campo magnético es máximo y v_{\parallel} es lo suficientemente pequeño o cero para que la fuerza diamagnética, a lo largo de la dirección paralela del campo magnético $-\mu \nabla_{\parallel} B$, repela las partículas cargadas como un rayo de luz por un espejo, creando lo que llamamos un "espejo magnético".

El termino "espejo magnético" se relaciona con el hecho de que el plasma, al ser un diamagnético, tiende a situarse donde el campo magnético es mas débil, por lo tanto las regiones de campo magnético intenso "reflejan" el plasma confinándolo en el plano medio de la trampa. Las partículas atrapadas en el espejo magnético están sujetas a un movimiento de deriva (derivas de curvatura y gradiente del campo magnético), de modo que una partícula confinada se mueve hacia delante y hacia atrás en la dirección al eje z , mientras realiza un movimiento de deriva en dirección φ .

2.3 CONO DE PERDIDAS

Sin embargo la reflexión de las partículas o confinamiento no es perfecta. Por ejemplo, una partícula con $v_{\perp} = 0$ no tendrá un momento magnético, y por tanto, no percibe una fuerza a lo largo de \mathbf{B} . También una partícula con un pequeño v_{\perp}/v_{\parallel} inicial en un punto dado, por ejemplo, en el plano medio $B = B_{\text{mín}}$ se escapara si la intensidad de campo magnético $B_{\text{máx}}$ (campo magnético en el centro de la bobina) no es lo suficientemente grande para reflejar la partícula (Fig. 2.2) [1].

¿Para un valor dado de $B_{\text{mín}}$ y $B_{\text{máx}}$, que partículas se escapan? Consideremos una partícula en el plano medio con $v_{\perp} = v_{\perp 0}$, $v_{\parallel} = v_{\parallel 0}$ y en su punto de retorno $v_{\perp} = v_a$, $v_{\parallel} = v_b$ donde el valor de campo es B_c . Entonces, de la cantidad invariante μ obtenemos:

$$\frac{1}{2} \frac{mv_{\perp 0}^2}{B_{\text{min}}} = \frac{1}{2} \frac{mv_a^2}{B_c}. \quad (2.2)$$

La conservación de la energía requiere que

$$v_a^2 = v_{\perp 0}^2 + v_{\parallel 0}^2 = v_0^2. \quad (2.3)$$

Combinando las ecuaciones (2.2) y (2.3), obtenemos;

$$\frac{B_{\text{min}}}{B_c} = \frac{v_{\perp 0}^2}{v_a^2} = \frac{v_{\perp 0}^2}{v_0^2} \equiv \sin^2 \theta, \quad (2.4)$$

donde θ es el grado de inclinación del vector de la velocidad en la región de campo magnético débil $B_{\text{mín}}$.

Partículas con un grado de inclinación pequeño serán reflejadas en la región de mayor intensidad de campo. Si θ es demasiado pequeño, B_c excede $B_{\text{máx}}$ y la partícula no se refleja en absoluto. Reemplazando B_c por $B_{\text{máx}}$ y $B_{\text{mín}}$ por B_0 , encontramos el valor de ángulo θ mas pequeño de una partícula que esta confinada.

$$\sin^2 \theta_m = B_0/B_m \equiv 1/R_m, \quad (2.5)$$

donde B_m y B_0 son los valores de campo magnético máximo y mínimo sobre el eje de la cavidad y R_m la relación espejal. La ecuación (2.5) define el contorno de una región en

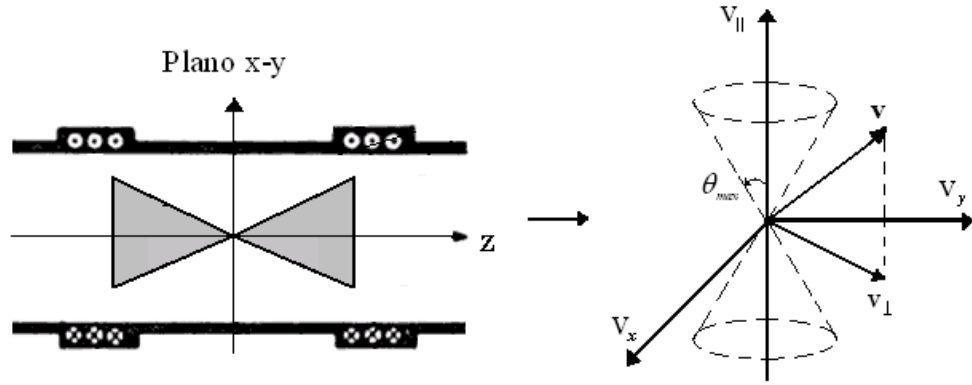


Figura 2.4: Cono de pérdidas

forma de cono en el espacio de velocidades que es llamado cono de pérdida (Fig. 2.4). Si el vector velocidad de una partícula permanece dentro del cono de pérdidas, esta no será reflejada.

2.4 RESONANCIA CICLOTRÓNICA ELECTRÓNICA (RCE)

Cuando se introduce una onda de microondas en la cavidad cilíndrica su energía es transferida en forma selectiva a los electrones a través de un proceso de absorción conocido como resonancia ciclotrónica electrónica RCE. Sin embargo, a pesar de contar con una onda electromagnética, no siempre existe una transferencia de energía onda-partícula que garantice el proceso de absorción, y por tanto, de ionización del plasma. Para garantizar el proceso de máxima transferencia de energía, se plantea el comportamiento electromagnético para una fuente de microondas de tipo transversal eléctrico, que es conforme a las dimensiones de la cavidad. De esta forma tratamos de reproducir el fenómeno ECR dentro de la cavidad resonante.

Idealmente la condición RCE requiere que el campo eléctrico oscilante tenga una componente que varíe perpendicularmente al campo magnético estático, lo cual se mantiene cuando la frecuencia del electrón en un campo magnético estático es aproximadamente igual a la frecuencia angular del campo eléctrico oscilante. La condición ECR se cumple cuando [9]:

$$B_{ECR} \approx \frac{cm_e\omega}{e}, \quad (2.6)$$

donde m , e , son la masa y carga del electrón respectivamente, y B_{ECR} es el campo magnético aplicado necesario para garantizar el fenómeno ECR. Es decir; que cuando un electrón se ubica en una región próxima al valor B_{ECR} , del campo magnético generado por las bobinas (zona de resonancia), la interacción onda-partícula será máxima. En ese instante la componente de la velocidad de los electrones en la dirección perpendicular al campo magnético aumenta [2].

Cuando los electrones pasan muchas veces a través de la zona de resonancia, de acuerdo con su fase aleatoria, adquiere un calentamiento ECR global, produciendo energías de decenas de kilo-electrón voltios y excediendo de esta forma los potenciales de ionización de iones altamente cargados.

En la práctica el movimiento es acotado por colisiones del electrón con otras partículas o con las paredes de la cavidad, por la radiación sincrotrónica y el desfase que produce el crecimiento de la masa (efecto de masa relativista [19]). Variando la intensidad y la configuración del campo magnético es posible mover la posición de la zona de resonancia y de esta forma optimizar la posición de calentamiento del plasma.

MODELO NUMÉRICO

Describir el movimiento de una partícula cargada definida en una trampa magnética tipo espejo corresponde a obtener, en primera instancia, una solución de la ecuación de movimiento de Newton-Lorentz, definida de acuerdo a los parámetros de intensidad de campo eléctrico y magnético en que esta se encuentra. Debido a la complejidad de los valores de campo resultantes en la trampa, es casi imposible obtener de forma exacta la solución analítica de este tipo de ecuaciones, por lo cual es necesario recurrir a otro tipo de solución como las conseguidas por técnicas numéricas, donde la ecuación de movimiento se expresa en forma algebraica discreta. Los métodos numéricos nos permiten desarrollar algoritmos mediante los cuales es posible obtener, de forma aproximada, un conjunto finito de datos que representen los valores que toman las soluciones en un dominio discreto.

Así mismo, las ecuaciones algebraicas discretas permiten describir un modelo de simulación que es expresado como una secuencia de instrucciones de computador a partir de un programa de simulación. El computador y el programa permiten estudiar la evolución del sistema físico que lo modela para ser investigado en experimentos computacionales.

3.1 DISCRETIZACIÓN DE LA ECUACIÓN DE NEWTON-LORENTZ POR EL MÉTODO DE LEAP-FROG

El movimiento de una partícula cargada localizada en una región de campos eléctricos y magnéticos se describe por ecuaciones lineales diferenciales de segundo orden. Para su integración pueden ser utilizados métodos especiales como el método del punto medio también conocido como "diferencias centradas" o método de Leap-Frog, que toma características específicas de las ecuaciones de movimiento.

Todos los problemas de integración que consideraremos hacen parte del caso especial de la ecuación de movimiento de Newton resumida a continuación

$$m \frac{d\mathbf{v}}{dt} = \mathbf{F}, \tag{3.1}$$

$$\frac{d\mathbf{x}}{dt} = \mathbf{v}. \tag{3.2}$$

Las ecuaciones (3.1) y (3.2) son dos ecuaciones diferenciales de primer orden que deben ser integradas para describir el movimiento.

Al convertir un fenómeno físico expresado a partir de funciones matemáticas continuas, a un modelo discreto, las ecuaciones diferenciales deben ser reemplazadas por relaciones algebraicas y las variables continuas por una serie de valores discretos. Como un ejemplo de lo anterior utilizamos en este trabajo el método de leap-frog, que permite expresar las ecuaciones (3.1) y (3.2) en diferencias finitas separadas por un pequeño intervalo de tiempo de la siguiente manera [7]:

$$m \frac{dv}{dt} = F \quad \rightarrow \quad m \frac{V_{n+1/2} - V_{n-1/2}}{\Delta t} = F_n, \tag{3.3}$$

$$\frac{dx}{dt} = v \quad \rightarrow \quad m \frac{X_{n+1} - X_n}{\Delta t} = V_{n+1/2}. \tag{3.4}$$

En este esquema, las posiciones y los campos son definidos en los valores enteros de tiempo ($t = 0, \Delta t, 2\Delta t, \dots$) y las velocidades son definidas en valores semi-enteros de tiempo ($t = \frac{1}{2}\Delta t, \frac{3}{2}\Delta t, \dots$).

La figura 3.1 ilustra el corrimiento en medio paso de tiempo entre posiciones y velocidades para este algoritmo, junto con el paso hacia atrás inicial en la velocidad, por lo que recibe el nombre de leap-frog (salto apoyado).

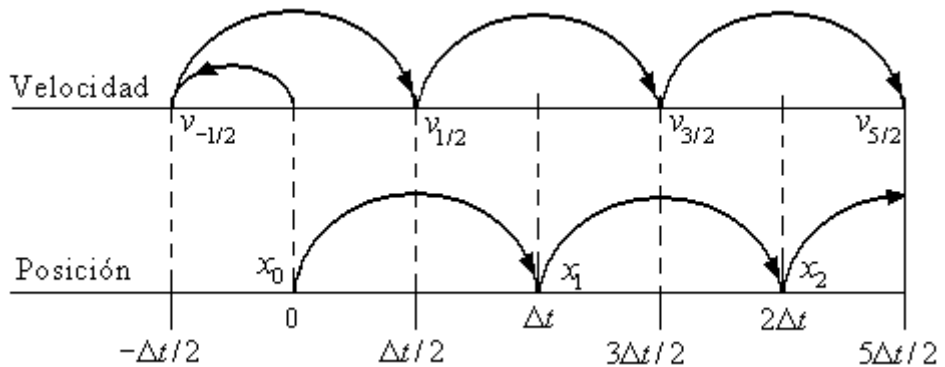


Figura 3.1: Esquema de Leap-Frog

3.2 INTEGRACIÓN DE LAS ECUACIONES DE MOVIMIENTO, ESQUEMA DE BORIS

A continuación se describe el proceso de simulación numérica utilizado en la solución de la ecuación de movimiento de la partículas cargadas definidas en la trampa magnética tipo espejo, mediante el método de leap-frog (esquema de Buneman - Boris).

Antes de usar el método debemos tener en cuenta que los electrones pueden adquirir grandes velocidades, lo cual exigen correcciones relativistas en (1.1) a partir del siguiente cambio de variable $\mathbf{u} = \gamma\mathbf{v}$;

$$\frac{d\mathbf{u}}{dt} = \frac{q}{m_0} \left(\mathbf{E} + \frac{1}{c} \frac{\mathbf{u}}{\gamma} \times \mathbf{B} \right). \quad (3.5)$$

Utilizando el método de Leap-Frog podemos expresar la ecuación (3.5) de la siguiente manera:

$$\frac{\mathbf{u}^{n+1/2} - \mathbf{u}^{n-1/2}}{\Delta t} = \frac{q}{m_0} \left(\mathbf{E}^n + \frac{1}{c} \frac{\mathbf{u}^{n+1/2} + \mathbf{u}^{n-1/2}}{2\gamma_B^n} \times \mathbf{B}^n \right), \quad (3.6)$$

donde

$$\gamma = \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}, \quad \gamma_B = \sqrt{1 + \frac{u^2}{c^2}}, \quad \mathbf{u} = \gamma\mathbf{v} \rightarrow \gamma = \gamma_B \quad (3.7)$$

En la ecuación (3.6) q y m son la carga y masa en reposo del electrón respectivamente, \mathbf{E} - intensidad de campo eléctrico oscilante (microondas), \mathbf{B} - inducción del campo magnético, ∇t es el paso temporal igual a $T/250$, donde T es el periodo de las microondas, y el superíndice n marca el numero de pasos temporales. Este pequeño paso de tiempo es necesario debido a los gradientes de campo magnetostático que ocasiona el rápido cambio en el radio de giro del electrón en su recorrido por el volumen de la trampa; importante para describir en mayor detalle las orbitas de las partículas cargadas.

La ecuación (3.6) se puede representar en forma adimensional a partir del siguiente cambio de variables que facilitan el proceso de simulación:

$$\mathbf{r}'_n = \frac{w}{c} \mathbf{r}^n, \quad \tau = \omega t, \quad \mathbf{B}'_n = \frac{\mathbf{B}^n}{B_0}, \quad \mathbf{E}'_n = \frac{\mathbf{E}^n}{B_0}, \quad \mathbf{u}'_n = \frac{\mathbf{u}^n}{c} \quad (3.8)$$

donde \mathbf{E}'_n - campo eléctrico total en forma adimensional en el instante de tiempo n , ω - frecuencia del campo de microondas, \mathbf{B}'_n - campo magnético normalizado a $B_0 = \frac{mc\omega}{q}$

(campo magnético resonante).

De tal modo que la nueva ecuación de movimiento en diferencias finitas es:

$$\frac{\mathbf{u}'_{n+1/2} - \mathbf{u}'_{n-1/2}}{\Delta\tau} = \mathbf{E}'_n + \frac{\mathbf{u}'_{n+1/2} + \mathbf{u}'_{n-1/2}}{2\gamma_B^n} \times \mathbf{B}'_n. \quad (3.9)$$

Siguiendo el método de solución propuesto en el esquema de integración de Boris introducimos dos velocidades \mathbf{u}'^- y \mathbf{u}'^+ [6]:

$$\mathbf{u}'_{n-1/2} = \mathbf{u}'^- - \mathbf{E}'_n \frac{\Delta\tau}{2}, \quad (3.10)$$

$$\mathbf{u}'_{n+1/2} = \mathbf{u}'^+ + \mathbf{E}'_n \frac{\Delta\tau}{2}. \quad (3.11)$$

Así, para pasar de \mathbf{u}'^- a \mathbf{u}'^+ se puede usar un algoritmo optimizado de un mínimo de operaciones de puntos flotantes:

$$\mathbf{v}' = \mathbf{u}'^- + \mathbf{u}'^- \times \mathbf{t}, \quad (3.12)$$

$$\mathbf{u}'^+ = \mathbf{u}'^- + \mathbf{v}' \times \mathbf{s}, \quad (3.13)$$

donde

$$\mathbf{t} = \mathbf{B}'_n \Delta\tau / 2\gamma_B^n, \quad \gamma_B^n = \sqrt{1 + (\mathbf{u}'^-)^2}, \quad (3.14)$$

$$\mathbf{s} = 2\mathbf{t} / (1 + t^2), \quad (3.15)$$

son valores adimensionales.

La nueva posición de la partícula (normalizada a $r = c/\omega$) para el siguiente paso de tiempo $n+1$ es:

$$\mathbf{r}'_{n+1} = \mathbf{r}'_n + \mathbf{u}'_{n+1} \Delta\tau / \gamma_B^{n+1/2} \quad (3.16)$$

con $\gamma_B^{n+1/2} = \sqrt{1 + (\mathbf{u}'_{n+1/2})^2}$.

Para implementar el esquema de Boris como solución de la ecuación de movimiento, es necesario conocer los valores de campo eléctrico y campo magnético donde se encuentra la partícula y también, su valor inicial de posición y velocidad. Todo lo anterior describe los algoritmos utilizados para el cálculo de los valores de posición \mathbf{r}'_{n+1} y velocidad $\mathbf{u}'_{n+1/2}$ (energía) en cada paso de tiempo n .

3.3 ESQUEMA DE INTERPOLACIÓN DEL CAMPO MAGNÉTICO

Ya que el campo magnético creado por las bobinas depende de las coordenadas (ρ, z) [10], los valores de intensidad del campo B fueron definidos en forma matricial en una

malla de 29×45 nodos limitada por las dimensiones de la cavidad. La distancia entre dos nodos consecutivos (paso de malla), tanto en dirección z como en ρ , es de 0.29cm.

En el calculo del campo magnético donde se ubica la partícula, está se puede localizar en cualquier punto de la malla discreta, lo cual exige recálculo del campo B en puntos fuera de los valores ya conocidos en los nodos de malla. El método empleado se explica a continuación mediante la figura 3.2 para un electrón que esta medio de cuatro nodos. En una determinada posición se calcula el valor del campo o interpola en el punto (ρ, z)

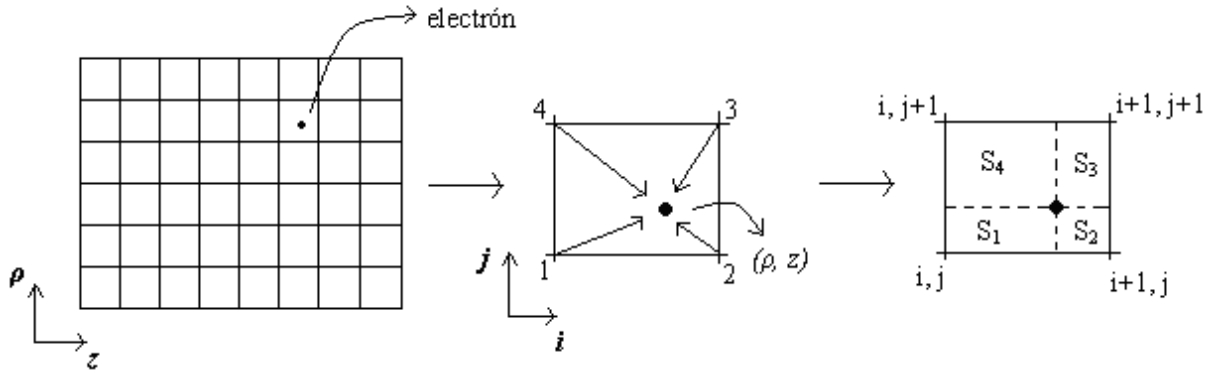


Figura 3.2: Esquema de interpolación del campo magnético

tomando la información de sus cuatro vértices. El algoritmo planteado de interpolación lineal, hace un pesado "volumétrico" (de 4 subdivisiones en el caso dos dimensional), es decir que el valor del campo B en la posición (ρ, z) se pondera de acuerdo con la cercanía de este punto al nodo, para ello cada nodo aporta proporcional al área "diagonal" en la subdivisión, por ejemplo al nodo (i, j) le corresponde el área S_3 (ver fig. 3.2). En el proceso de interpolación del campo, se divide por el área de la cuadrícula S_T de malla correspondiente a la suma de las sub-áreas que la conforman, igual a la unidad; $\sum_{i=0}^4 S_i = 1$.

La expresión que plantea esta interpolación es la siguiente:

$$\begin{aligned}
 B_\rho(\rho, z) &= \frac{1}{S_T} (S_3 \cdot B_\rho(i, j) + S_4 \cdot B_\rho(i+1, j) + S_1 \cdot B_\rho(i+1, j+1) + S_2 \cdot B_\rho(i, j+1)) \\
 B_z(\rho, z) &= \frac{1}{S_T} (S_3 \cdot B_z(i, j) + S_4 \cdot B_z(i+1, j) + S_1 \cdot B_z(i+1, j+1) + S_2 \cdot B_z(i, j+1))
 \end{aligned}
 \tag{3.17}$$

En el programa de simulación, la posición inicial de la partícula y el campo magnético están dados en coordenadas (x, y, z) , por lo cual fue necesario incluir una transformación de coordenadas rectangulares a cilíndricas, primordial para obtener la intensidad de campo B correspondiente a la posición de la partícula. Así mismo los campos se obtienen a partir de relaciones trigonométricas de acuerdo al valor B_x, B_y conocido.

3.4 INTENSIDAD DEL CAMPO DE MICROONDAS

Así como es necesario conocer el valor de campo magnético generado por las bobinas, también es importante conocer los valores de la intensidad del campo electromagnético de la onda incidente. Esto implica encontrar la solución de la ecuación de onda para una guía de onda cilíndrica como lo es la cavidad resonante donde se ubican las partículas.

En nuestro caso hemos utilizado una microondas con frecuencia de 2.45 GHz. El modo de propagación de la onda electromagnética es transversal eléctrico TE_{111} , predeterminada por la necesidad de aumentar la energía transversal de los electrones respecto al vector \mathbf{B} , y eso resulta en confinamiento de los electrones y en consecuencia de los iones (por el campo electrostático producido por los electrones capturados).

La solución a la ecuación de onda se resume a continuación [5]:

$\mathbf{E}(\rho, \varphi, z, t)$

$$\mathbf{E}_t = E_0 \cos\left(\frac{\pi z}{l_0}\right) \left\{ J_1'\left(\frac{X_{11}\rho}{\rho_0}\right) \frac{X_{11}}{\rho_0} \text{sen}(\varphi - \omega t) \hat{\mathbf{e}}_\varphi + \frac{1}{\rho} J_1\left(\frac{X_{11}\rho}{\rho_0}\right) \cos(\varphi - \omega t) \hat{\mathbf{e}}_\rho \right\} \quad (3.18)$$

$\mathbf{B}(\rho, \varphi, z, t)$

$$\mathbf{B}_t = -\frac{c\pi E_0}{\omega l_0} \text{sen}\left(\frac{\pi z}{l_0}\right) \left\{ J_1'\left(\frac{X_{11}\rho}{\rho_0}\right) \frac{X_{11}}{\rho_0} \cos(\varphi - \omega t) \hat{\mathbf{e}}_\rho - \frac{1}{\rho} J_1\left(\frac{X_{11}\rho}{\rho_0}\right) \text{sen}(\varphi - \omega t) \hat{\mathbf{e}}_\varphi \right\} \quad (3.19)$$

$$\mathbf{B}_z = \frac{cE_0}{\omega} \left(\frac{X_{11}}{\rho_0}\right)^2 \cos\left(\frac{\pi z}{l_0}\right) \cos(\varphi - \omega t) J_1\left(\frac{X_{11}\rho}{\rho_0}\right) \quad (3.20)$$

$$\rho_0 = \frac{X_{11}}{\pi \sqrt{\left(\frac{2f}{c}\right)^2 - \left(\frac{1}{l_0}\right)^2}} \quad (3.21)$$

donde \mathbf{E}_t , \mathbf{B}_t - componentes del campo electromagnético en dirección paralela a la sección transversal de la cavidad, \mathbf{B}_z - componente del campo magnético en la dirección paralela al eje de la cavidad, E_0 - intensidad del campo eléctrico en kV/cm , l_0 y ρ_0 - longitud y radio de la cavidad, $X_{11} = 1,8412$ - primera raíz de la función derivada de Bessel de orden uno, J_1 y J_1' - función de Bessel de orden uno y su derivada.

Al aplicar las condiciones de frontera, en la solución de la ecuación de onda, se obtiene la ecuación (3.21) que relaciona la frecuencia de oscilación, longitud y radio de la cavidad. De esta formula se pueden hallar las dimensiones de la cavidad resonante; por ejemplo, dando un valor inicial de longitud l_0 encontramos el valor adecuado para el radio ρ_0 .

Las cantidades de campo electromagnético implementadas en el esquema de Boris están definidas en forma rectangular $\mathbf{B}(x, y, z, t)$, $\mathbf{E}(x, y, z, t)$, por lo cual fue necesario incluir

una transformación de coordenadas cilíndricas a coordenadas rectangulares de las cantidades de campo definidas en las ecuaciones 3.18 a 3.20, correspondiente a la ubicación de la partícula. Esto se logra a partir del valor ya conocido de posición (x, y, z) , y uso de relaciones trigonométricas.

Ya que la onda se expresa directamente de las funciones de Bessel y su derivada $J_1(\frac{X_{11}\rho}{\rho_0})$ y $J_1'(\frac{X_{11}\rho}{\rho_0})$, sus valores están calculados en un archivo de datos para un total de 321 puntos restringidos por el radio de la cavidad. La distancia entre puntos consecutivos es de $12,75 \times 10^{-3} \text{ cm}$. Se asigna el valor indicado de estas funciones de acuerdo a la cercanía de la coordenada ρ al punto calculado en el archivo [4].

3.5 CICLO COMPUTACIONAL

A continuación se presenta el ciclo computacional del método utilizado para encontrar las posiciones de las partículas, a partir del programa de simulación. Está resumido en los siguientes pasos (Fig. 3.3):

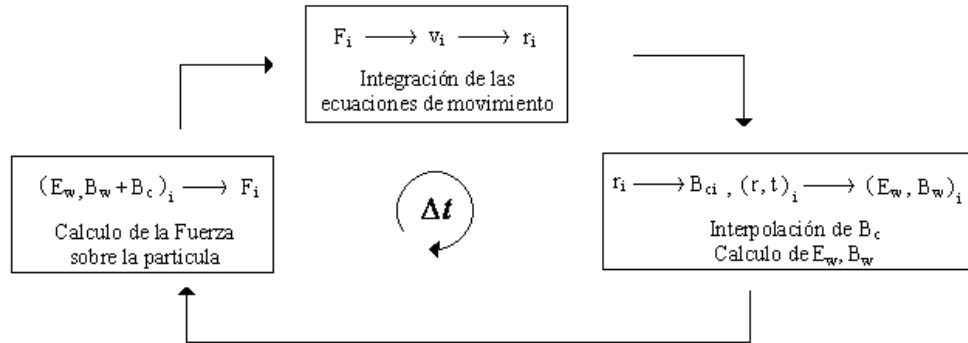


Figura 3.3: *Ciclo computacional*

1. El ciclo computacional empieza en $t = 0$, las posiciones y velocidades iniciales de las partículas son conocidas.
2. Se pondera el campo eléctrico y magnético de la onda y se escoge el valor de campo más cercano al nodo según la posición de la partícula. Se calcula el campo magnético de las bobinas sobre los nodos de malla, y se interpolan el campo desde la malla a la posición de la partícula con el fin de calcular la fuerza que actúa sobre ella.
3. Finalmente se calculan las nuevas posiciones y velocidades mediante la ecuación del movimiento de Newton-Lorentz discretizada.

RESULTADOS DE SIMULACIÓN

En el siguiente estudio se presenta la energía y trayectoria de una partícula cargada (electrón, protón) bajo diferentes condiciones iniciales de posición y velocidad, para los casos de una onda con frecuencia de 2.45 Ghz y sin onda, con dos configuración de campo magnético definidos para la trampa.

El algoritmo de simulación planteado, para el cálculo numérico de la ecuación de movimiento, fue realizado con el lenguaje de programación *Fortran 90* el cual da como resultado un archivo de datos de la posición y energía. Según los valores registrados se estableció el cambio de energía y la trayectoria de la partícula a partir de una interfaz grafica desarrollada en *Fortran 90* [8]. El paso de tiempo establecido ∇t , en que el programa calcula las cantidades resultantes, es igual a $1/250$ el periodo de la onda. $\nabla t = 1,63 \times 10^{-12} \text{seg.}$

4.1 SIMULACIÓN EN AUSENCIA DE MICROONDAS

La configuración de la trampa magnética utilizada en este caso corresponde a una onda de 2.45 GHz (ver tabla 4.1) a la cual hemos dado una intensidad de campo eléctrico $E_0 = 0 \text{ kV/cm.}$

4.1.1. Parámetros de la Trampa Magnética Tipo Espejo

Intensidad de corriente DC	55 A
Numero de espiras longitudinales / transversales	500 / 18
Radio mínimo / máximo (bobinas)	2.08 / 7.48 (cm)
Longitud de separación (bobinas)	12.9 cm
Longitud / radio (cavidad)	12.83 / 4.08 (cm)
Campo magnético máximo / mínimo dentro la cavidad	2.380 / 0.726 (kGauss)

Tabla 4.1: *Parámetros de la trampa magnética tipo espejo para una microondas con frecuencia de 2.45 Ghz. (Zona ECR: Hiperboloide de una hoja)*

4.1.2. Visualización del Campo Magnético

A continuación se muestran los perfiles de intensidad del campo magnético, generado por las bobinas, en la región limitada por las dimensiones de la cavidad. Las imágenes fueron realizadas con el software *Matlab 7.4*.

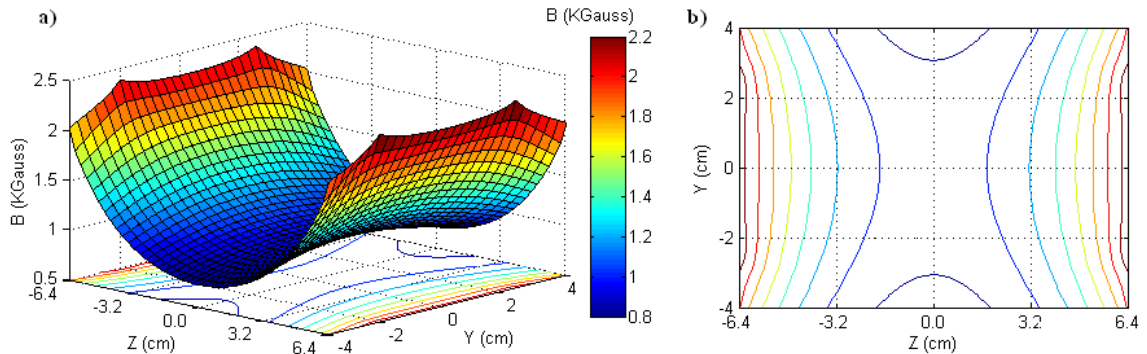
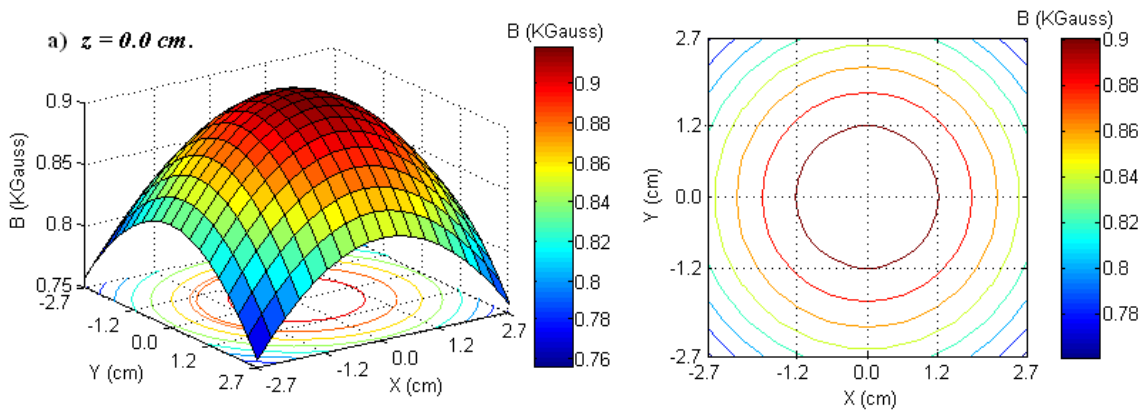


Figura 4.1: a) *Intensidad del campo magnético plano zy, x=0.* b) *Isolíneas de campo magnético plano zy, x=0.*



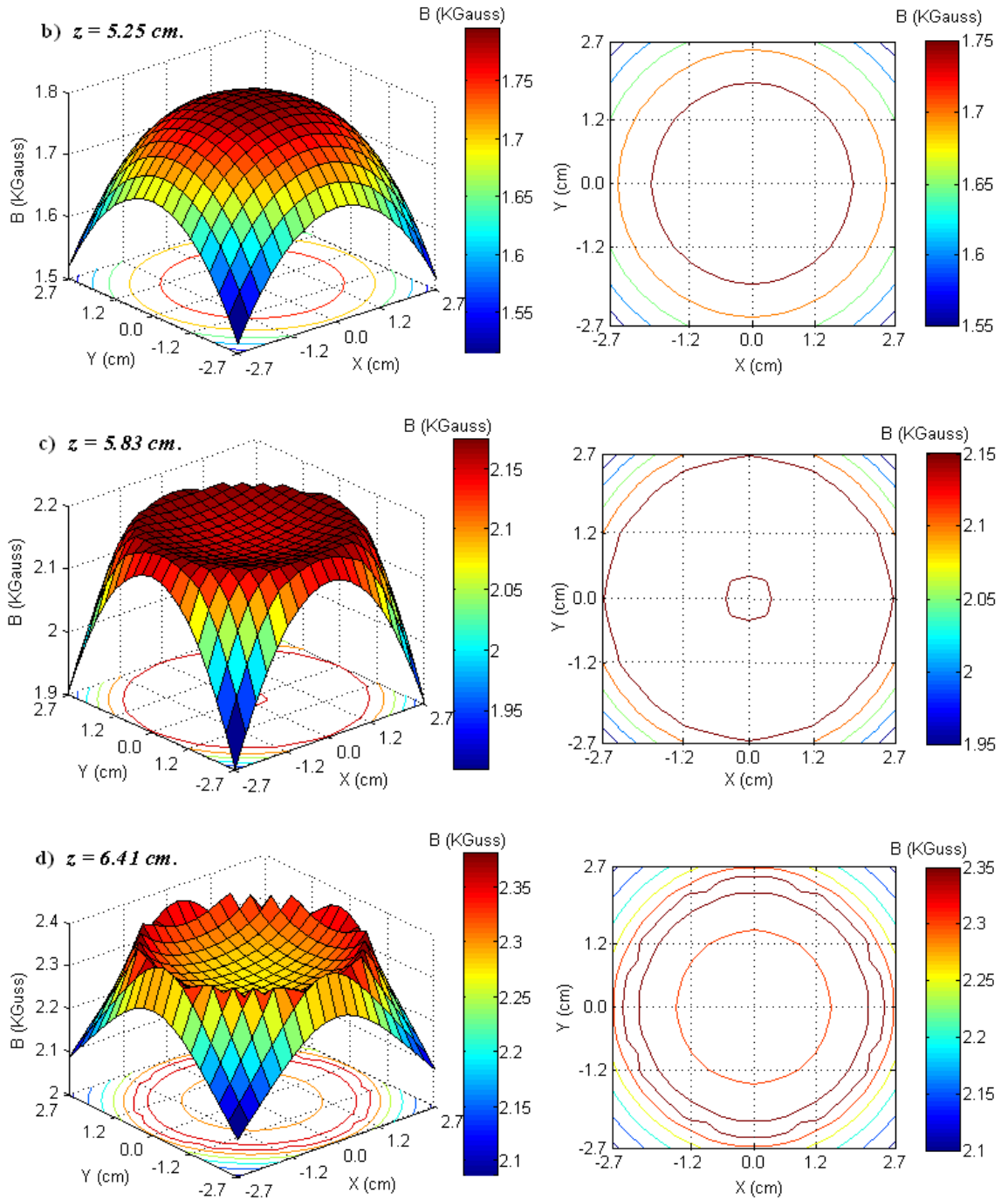


Figura 4.2: Intensidad e isóneas del campo magnético en el plano xy : a) $z=0 \text{ cm}$, b) $z= 5.25 \text{ cm}$, c) $z=5.83 \text{ cm}$, d) $z=6.41 \text{ cm}$.

La figura 4.1 muestra la intensidad del campo magnético en el plano zy , mayor en los extremos de la cavidad con un valor aproximado de 2.1 kGauss . A medida que nos acercamos al centro de la cavidad este valor tiende a disminuir, hasta 0.8 kGauss (*que determina el gradiente longitudinal de campo B*). De igual forma se observa que el campo magnético es simétrico respecto al eje z , lo cual demuestra que es independiente de la coordenada axial; conforme a lo establecido en la sección 2.2. Las isolíneas del campo constituyen superficies en forma de hiperboloides de una hoja y de dos hojas.

Por otro lado, en la figura 4.2a la intensidad del campo es mayor en el eje de la cavidad y su valor disminuye a medida que nos alejamos del eje de simetría (*que determina el gradiente transversal de campo B*). Cuando nos desplazamos hacia el extremo de la cavidad, la variación del campo en el plano xy es diferente. Hasta cierto punto en dirección z , el campo deja de disminuir en dirección radial. Al contrario, su valor se puede mantener casi constante en un radio R (plano xy , $z = 5.8 \text{ cm}$, $R = 2.7 \text{ cm}$) para después disminuir con un radio mayor ($r > R$). Ya en el extremo de la cavidad (Fig. 4.2d) este valor deja de ser constante. Empieza a aumentar cuando nos alejamos del eje hasta $r = 2.3 \text{ cm}$, y disminuye bruscamente para radios mayores.

El valor del ángulo del cono de pérdidas para esta trampa magnética, se halla de acuerdo a los valores máximo y mínimo del campo sobre el eje de la cavidad, que en nuestro caso son 2.27 kGauss y 0.92 kGauss , respectivamente. Reemplazando estas cantidades en (2.5) encontramos la relación espejal $R_m = 2,47$.

4.1.3. Trayectoria y Energía de una Partícula Cargada (Electrón - Protón)

a) ELECTRÓN

En la figura 4.3 se observa la trayectoria helicoidal de un electrón alrededor de la línea del campo magnético, la cual muestra un aumento en el radio de la órbita cuando crece la velocidad transversal inicial. De igual forma, la variación del radio de rotación depende del valor de intensidad del campo magnético en que se halle la partícula. La figura 4.4 muestra como el radio disminuye a medida que electrón se acerca a campos de mayor intensidad; a su vez que el plano xy el centro de guía de la órbita se desplaza a lo largo de la línea de campo magnético que tiende a converger hacia el eje z , es decir, en los extremos de la cavidad donde el campo es máximo.

Para describir en mayor detalle el desplazamiento del electrón a lo largo de la línea de campo, se presenta en la figura 4.5 la trayectoria de un electrón con diferentes posiciones iniciales en el plano medio e igual valor de velocidad inicial, que se fuga en dirección al eje z . En todos los casos, la partícula realiza un movimiento circular alrededor de la línea de campo, que en esta situación no es posible puntualizar debido a que el radio de giro es una cantidad demasiado pequeña en comparación a las dimensiones de la cavidad.

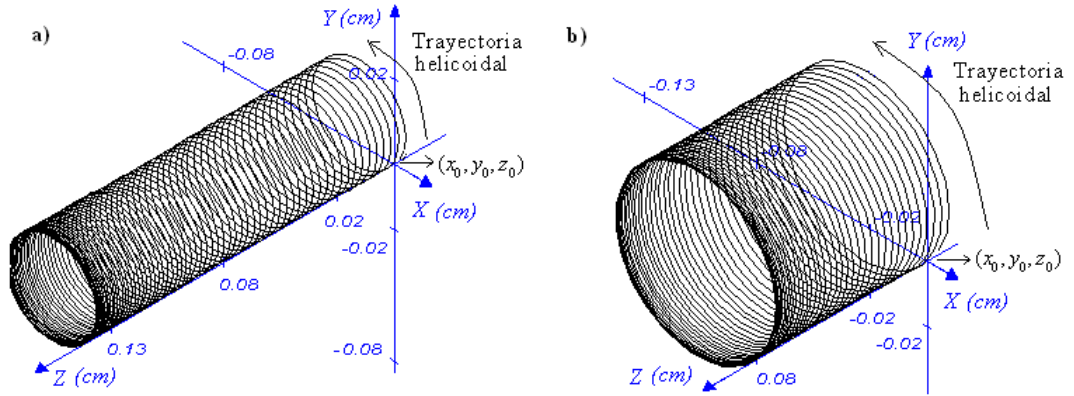


Figura 4.3: Trayectoria helicoidal y variación del radio de la orbita de un electrón con posición y velocidad inicial: a) $(0, 0, 0) \text{ cm}, (2.5(10^8), 2.5(10^8), 9(10^6)) \text{ cm/seg}$. b) $(0, 0, 0) \text{ cm}, (4.5(10^8), 4.5(10^8), 9(10^6)) \text{ cm/seg}$.

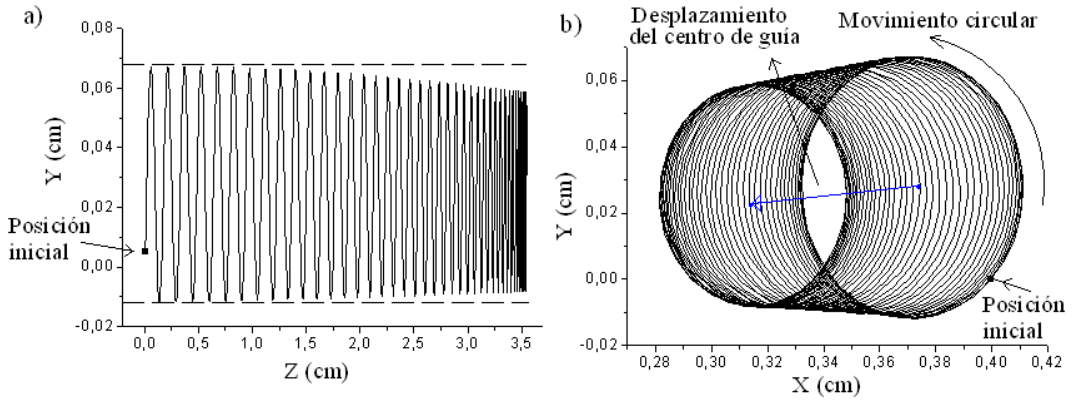


Figura 4.4: Proyección de la trayectoria de un electrón con posición inicial, $(0.4, 0, 0) \text{ cm}$ y velocidad inicial $(4.5(10^8), 4.5(10^8), 4(10^8)) \text{ cm/seg}$: a) plano $zy, x=0$. b) plano $xy, z=0$.

En cada una de las posiciones iniciales del ejemplo anterior (Fig. 4.5) el electrón se fugo de la cavidad, por razón a que el vector velocidad inicial se halló dentro del cono de perdidas.

Conociendo el valor de campo magnético en la posición inicial y en la posición final de fuga del electrón es posible determinar el ángulo del cono de perdidas a partir de la ecuación (2.5). Como ejemplo, para cada posición inicial de la figura 4.5 existe su respectivo valor del ángulo θ , del cual hemos encontrado: 1) 39.45° , 2) 39.06° , 3) 37.95° , 4) 36.14° , 5) 33.89° . Por lo tanto, un electrón con velocidad mínima de fuga en la posición (1), estará confinado si parte de la posición (5) con igual velocidad.

En puntos fuera del plano medio también existe su respectivo cono de perdidas, pero es necesario anotar que las velocidades iniciales (transversal y longitudinal) necesarias para calcular el ángulo θ son dadas respecto a líneas de campo magnético, y en este proyecto las velocidades son definidas en coordenadas cartesianas, por lo cual no se determina el cono de perdidas fuera del plano medio, donde efectivamente, la velocidad transversal y longitudinal corresponden a: $v_{\perp} = (v_x, v_y)$ y $v_{\parallel} = v_z$. Sin embargo en esta region el cono de perdidas aumenta por estar mas cerca al extremo de la cavidad. Para

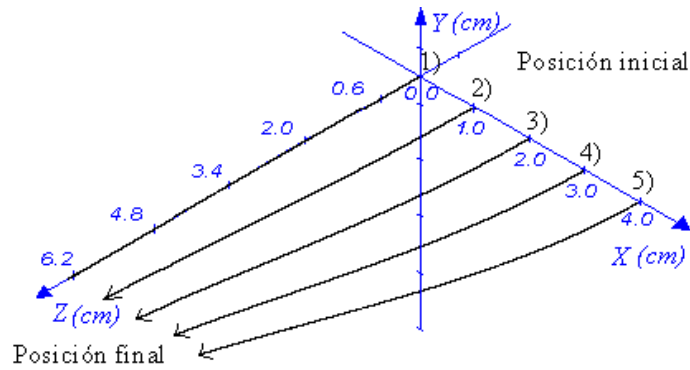


Figura 4.5: Trayectoria de un electrón a lo largo de la línea de campo magnético para diferentes posiciones iniciales e igual velocidad inicial ($4(10^6)$, $4(10^6)$, $2(10^7)$) cm/seg: 1). $(0,0,0)$ cm, 2). $(1,0,0)$ cm, 3). $(2,0,0)$ cm, 4). $(3,0,0)$ cm, 5). $(4,0,0)$ cm.

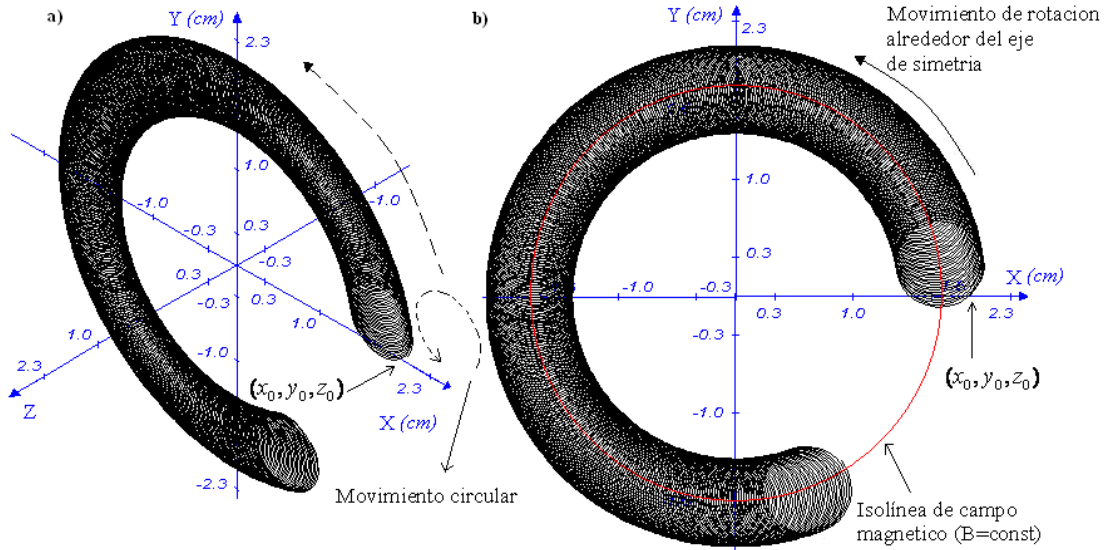


Figura 4.6: Trayectoria de un electrón con velocidad inicial $(4(10^9)$, $4(10^9)$, 0.0) cm/seg y posición inicial $(2, 0, 0)$ cm. a) 3-D, b) plano xy , $z=0$. Periodo de rotación alrededor del eje de simetría: $2.0(10^{-7})$ seg. ($z=0$).

evitar que el electrón se fugue es necesario que su velocidad transversal inicial sea mayor a la velocidad longitudinal inicial y así conseguir que el vector velocidad permanezca fuera del cono de pérdidas.

En la figura 4.6 se presenta la trayectoria de un electrón en el plano xy con velocidad nula en dirección z . En esta ocasión, la partícula está acompañada por una velocidad de deriva, producto del gradiente transversal del campo magnético y de la curvatura de las líneas de campo que produce un movimiento de rotación alrededor de eje de simetría, tal que el campo magnético generado por el electrón es opuesto al campo externo aplicado como lo es también en su movimiento circular. Interesante anotar que en todo instante de tiempo el centro de guía de la particular se desplaza sobre un valor constante de campo magnético, conforme a lo establecido en la sección 1.2.1. Cuando se aumenta la velocidad

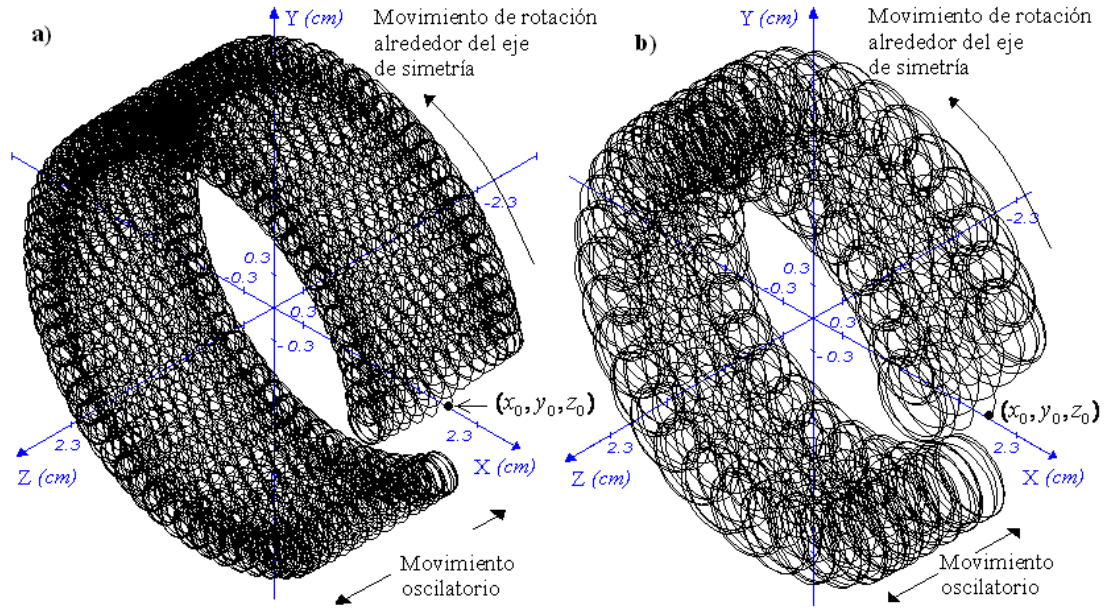


Figura 4.7: Trayectoria de un electrón con posición inicial $(2,0,0)$: a) Velocidad inicial $(2(10^9), 2(10^9), 4(10^8))$ cm/seg. Periodo de formación del anillo: $8.6(10^{-7})$ seg. $(-0.83 < z < 0.83)$ cm. b) Velocidad inicial $(6(10^9), 6(10^9), 6(10^8))$ cm/seg. Periodo de formación del anillo: $9.6(10^{-8})$ seg. $(-0.41 < z < 0.41)$ cm.

longitudinal inicial, tal que la partícula quede confinada, se observa un comportamiento como el de la figura 4.7. En esta situación el electrón realiza un movimiento helicoidal hacia adelante y atrás (periodo de oscilación constante) sobre el plano medio de la trampa, producto de la fuerza diamagnética encargada de confinar las partículas. A medida que aumenta la velocidad transversal inicial, el periodo de rotación sobre el eje z aumenta (Fig. 4.7b) al igual que la fuerza diamagnética que contribuye a un mayor confinamiento. Independiente de la posición inicial en que se halle la partícula, ya sea en el plano medio o fuera de este, siempre realiza un movimiento de rotación alrededor del eje de simetría. En único lugar donde no se observa este comportamiento es cuando el centro de guía de la orbita coincide con el eje z .

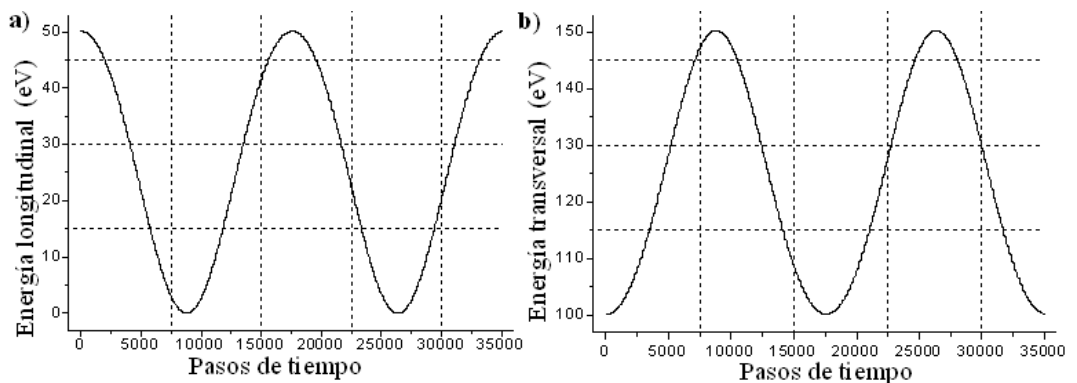


Figura 4.8: Energía longitudinal y transversal de un electrón confinado sobre el eje z , con velocidad inicial $(4.2(10^8), 4.2(10^8), 4.2(10^8))$ cm/seg y posición inicial $(0,0,0)$ cm.

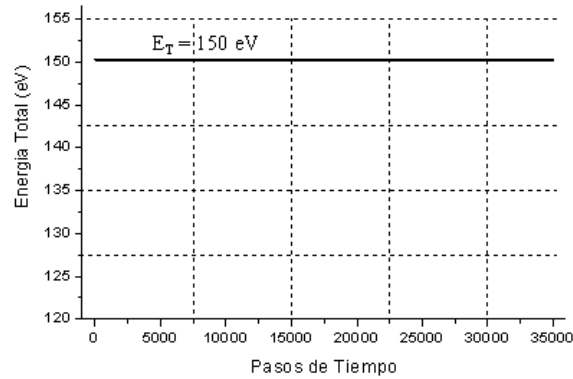


Figura 4.9: *Energía total de electrón confinado sobre el eje z , con velocidad inicial $(4.2(10^8), 4.2(10^8), 4.2(10^8)) \text{ cm/seg}$ y posición inicial $(0,0,0) \text{ cm}$.*

Ya que la partícula está ubicada en una región de campos magnéticos la fuerza que actúa sobre ella no realiza trabajo y por consiguiente no produce un cambio en la energía del sistema. En la figura 4.8 se muestra el cambio de la energía transversal y longitudinal de un electrón confinado sobre el eje z . Cuando la partícula alcanza el valor máximo en dirección z (punto de retorno), su energía longitudinal es nula por ser $v_z \approx 0$ (Fig 4.8a) y su energía transversal es máxima (Fig 4.8b) alcanzando un valor, para este ejemplo, de 150 eV . Ya cuando regresa al plano medio, su energía longitudinal llega a un valor máximo de 50 eV , y su energía transversal a su valor mínimo de 100 eV , que son justamente los valores de energía iniciales. Sin embargo, la suma de estas dos energías en cualquier instante de tiempo es un valor constante de 150 eV (Fig. 4.9).

b) PROTÓN

En la figura 4.10 se observa la trayectoria helicoidal de un protón alrededor de la línea del campo magnético, la cual muestra como el radio de su órbita disminuye a medida que la partícula se acerca a regiones de mayor intensidad de campo magnético. Por su puesto, debido a la gran masa del protón, su radio de giro es mucho más grande que el de un electrón. Con estas condiciones iniciales de velocidad es imposible describir la variación del radio de la órbita de un electrón en relación a las dimensiones (longitud y radio) de la cavidad. De igual forma se observa (Fig. 4.10) que el sentido de giro de rotación alrededor de la línea de campo es opuesto al del electrón. En ambos casos el campo generado por las partículas es en dirección contraria al campo externo aplicado. En el ejemplo anterior la partícula se fuga por un extremo de la cavidad, pero también se dio el caso, que el protón debido a un valor grande de velocidad transversal inicial (mayor a 10^6 cm/s) termina chocando con las paredes de la cavidad justamente por tener un radio de órbita demasiado grande, situación que es muy poco probable para un electrón.

Cuando la partícula se confina, se observa un comportamiento como el de la figura 4.11. En esta, el movimiento del protón está acompañado por una velocidad de deriva encargada de producir una rotación alrededor del eje de simetría, de la misma forma como sucede con un electrón, pero esta vez el recorrido es en sentido opuesto. A sus veces, el centro de guía de la partícula se desplaza sobre un valor constante de campo

magnético, así como también se realiza un movimiento oscilatorio sobre el plano medio. La energía cinética de la partícula permanece constante.

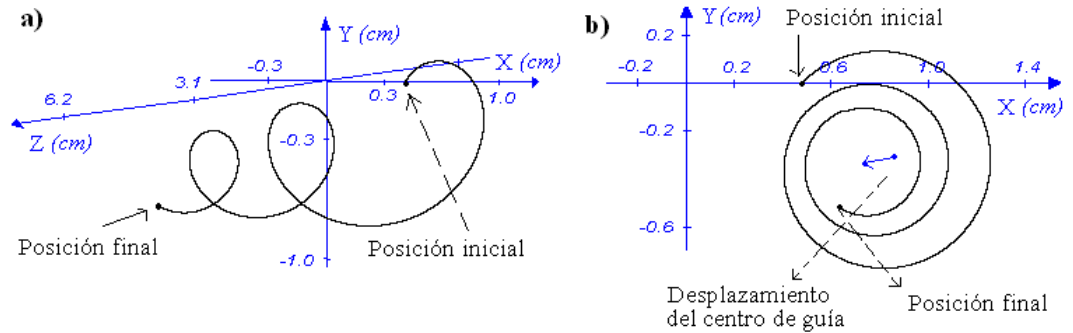


Figura 4.10: Trayectoria helicoidal de un protón con velocidad inicial $(3(10^6), 3(10^6), 5(10^6))$ cm/seg y posición inicial $(0.5, 0, 0)$ cm: a) 3-D, b) plano xy .

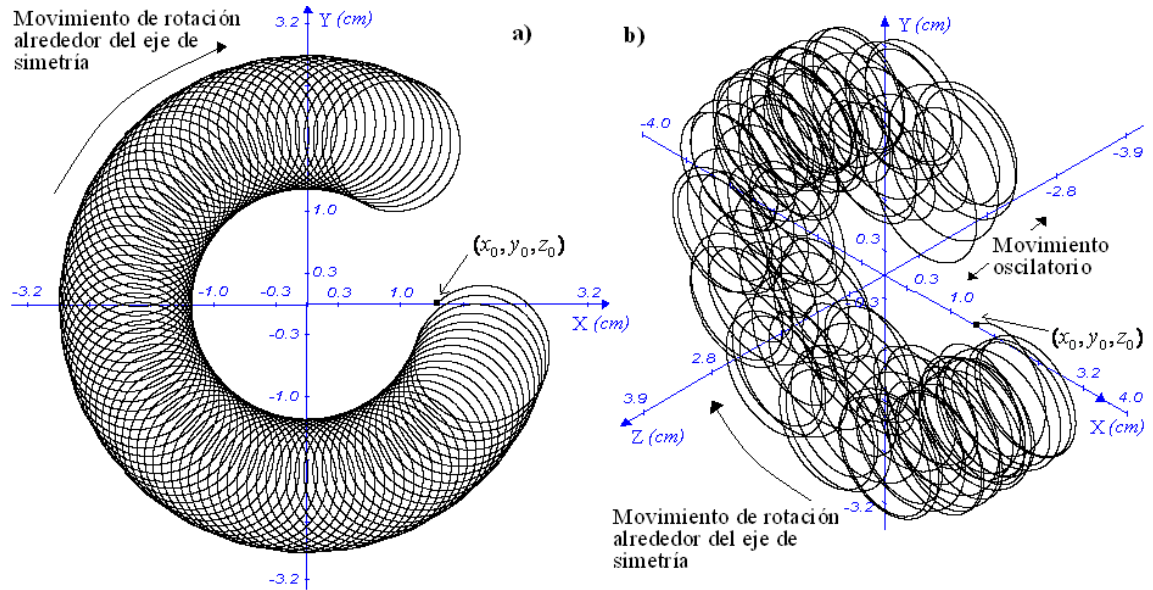


Figura 4.11: Trayectoria de un protón con velocidad inicial $(4.5(10^6), 4.5(10^6), 6(10^5))$ cm/seg y posición inicial $(1.5, 0, 0)$ cm: a) Plano xy , $z=0$. b) 3-D. Periodo de rotación alrededor del eje de simetría: $7.73(10^{-5})$ seg. $(-0.76 < z < 0.76)$ cm.

4.2 ONDA DE 2.45 GHZ / ZONA ECR: HIPERBOLOIDE DE UNA HOJA

La configuración de la trampa magnética utilizada corresponde a la definida en la tabla 4.1. La intensidad del campo eléctrico de la onda es de $E_0 = 2$ kV/cm.

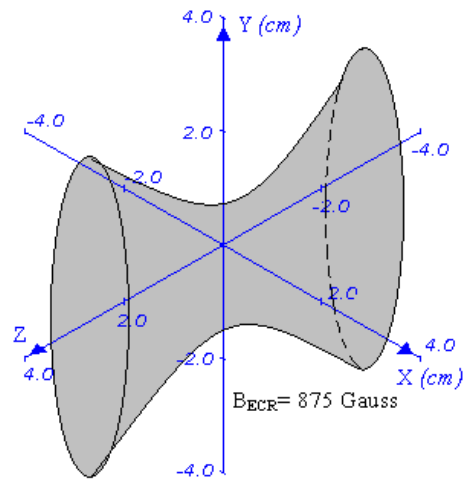


Figura 4.12: Superficie de igual intensidad magnética (Zona ECR: Hiperboloide de una hoja).

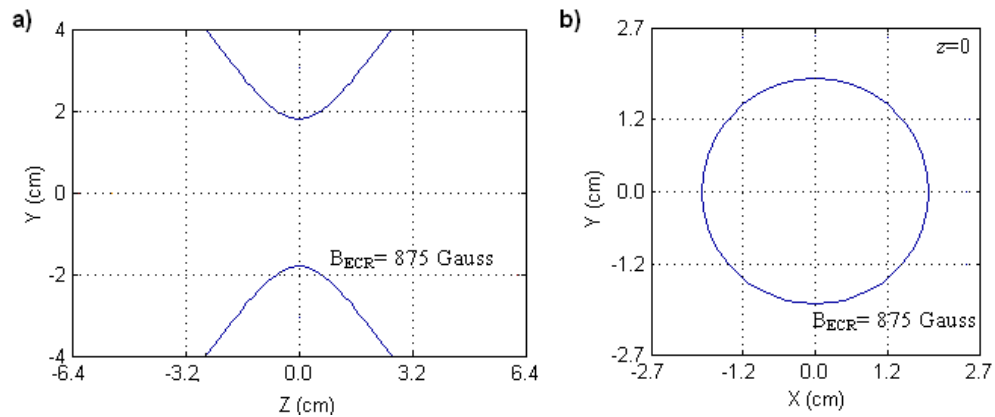


Figura 4.13: Proyección de la superficie resonante (Zona ECR: Hiperboloide de una hoja): a) plano zy , $x=0$. b) plano xy , $z=0$.

4.2.1. Visualización de la superficie magnética de resonancia

En las figuras 4.12 y 4.13 se muestra la superficie de intensidad del campo magnético que define la zona de resonancia ciclotrónica electrónica (zona ECR), dada para un valor constante de $B_{ECR} = 875 \text{ Gauss}$, la cual corresponde a un hiperboloide de una hoja. La superficie resonante se ubica entre: $-2,6 < z < 2,6$ (cm.) y $1,8 < \rho < 4,0$ (cm.)

4.2.2. Trayectoria y Energía de una Partícula Cargada

En presencia de una onda electromagnética, la energía total del sistema deja de ser constante. El campo eléctrico se encarga de acelerar las partículas cargadas de acuerdo a la

configuración de onda establecida. En este caso, el modo de oscilación de la microondas es transversal eléctrico TE_{111} .

Para observar la contribución de la fuerza eléctrica en el movimiento de una partícula, ubicamos un electrón en el plano medio cerca de la zona ECR con velocidad inicial nula (Fig. 4.14). La partícula realiza un movimiento de rotación alrededor del eje de simetría, gracias a un aumento de la energía transversal por parte de la onda electromagnética quien contribuye en la velocidad de deriva (producto del gradiente transversal del campo

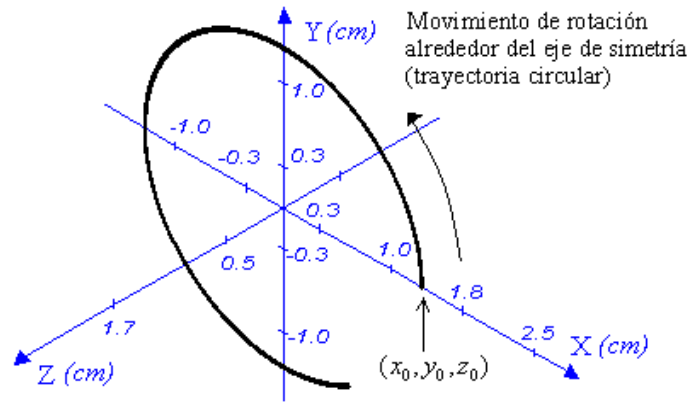


Figura 4.14: Trayectoria de un electrón con velocidad inicial nula y posición inicial $(1.4, 0, 0)$ cm, próximo a la zona de resonancia. Tiempo de simulación $1.76(10^{-4})$ seg. $z=0$.

magnético). Sin embargo, el aumento de energía no es continuo. La figura 4.15a, muestra el cambio de energía del electrón para un periodo de la onda, donde se aprecia un continuo crecimiento y decrecimiento de esta cantidad (oscilación) conforme a las fases de oscilación del electrón (movimiento de giro) y de la onda. Cuando las dos oscilaciones están en fase se da un incremento en la energía.

En pasos de tiempo mucho mas grandes (Fig. 4.15b) la energía transversal del electrón crece hasta un valor máximo de 26.2 eV, que corresponde a la mayor contribución por parte de la onda, para luego disminuir hasta el valor inicial $E_0 = 0$ eV. Esta oscilación se repite durante el recorrido de la partícula con una pequeña variación en el valor máximo. Por otra lado la energía longitudinal permanece constante en todo instante de tiempo (Fig. 4.15c). La onda electromagnética no acelera la partícula en dirección z , por lo cual no contribuye en un aumento de energía longitudinal; solamente en dirección transversal.

Al ubicar un electrón lejos de la zona de resonancia (dentro del plano medio) con velocidad inicial transversal menor de 10^4 cm/s, su movimiento de rotación alrededor del eje de simetría se da en sentido opuesto a los presentes en los casos anteriores (Fig. 4.16a). En esta ocasión, la partícula esta sujeta a una nueva velocidad de deriva, producto del campo eléctrico \mathbf{u}_E (ver. eq. 1.26), que contrarresta a la producida por el gradiente transversal del campo magnético $\mathbf{u}_{\nabla B}$. Sin embargo, a una mayor velocidad transversal inicial crece $\mathbf{u}_{\nabla B}$ (ver eq. 1.33), por lo cual esta cantidad será mayor al valor \mathbf{u}_E y el electrón realizara un movimiento de rotación sobre eje z en sentido positivo (Fig.

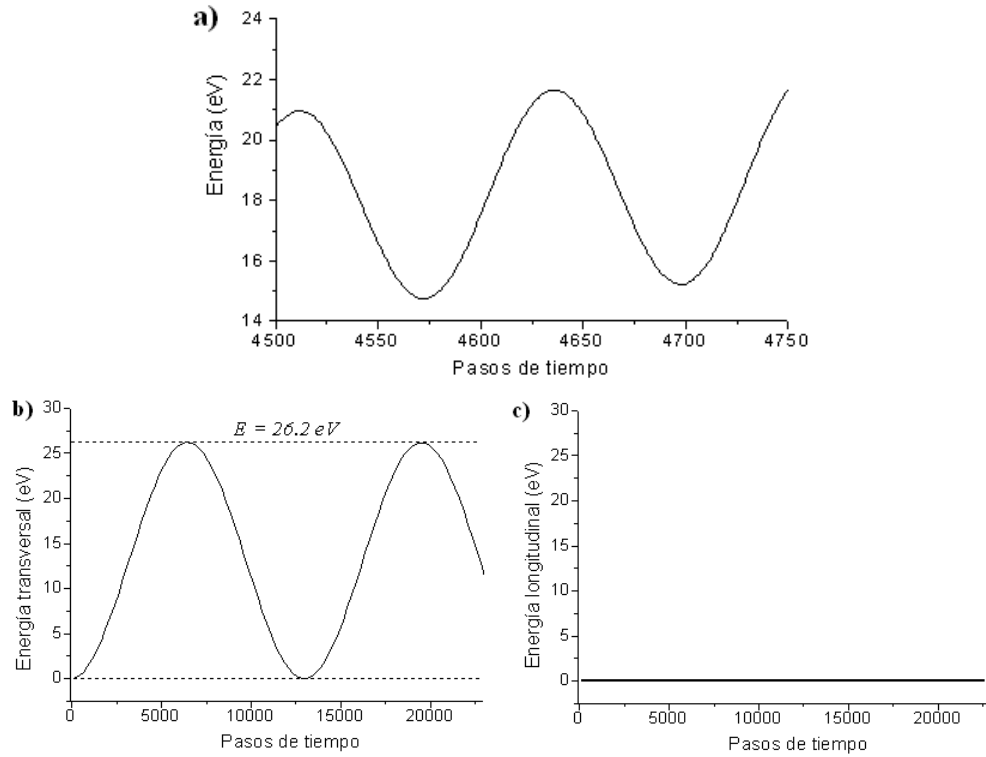


Figura 4.15: Energía de un electrón con velocidad inicial nula y posición inicial $(1.4, 0, 0)$ cm próximo a la zona de resonancia. a) Energía total en un periodo de onda. b) Energía transversal. c) Energía longitudinal.

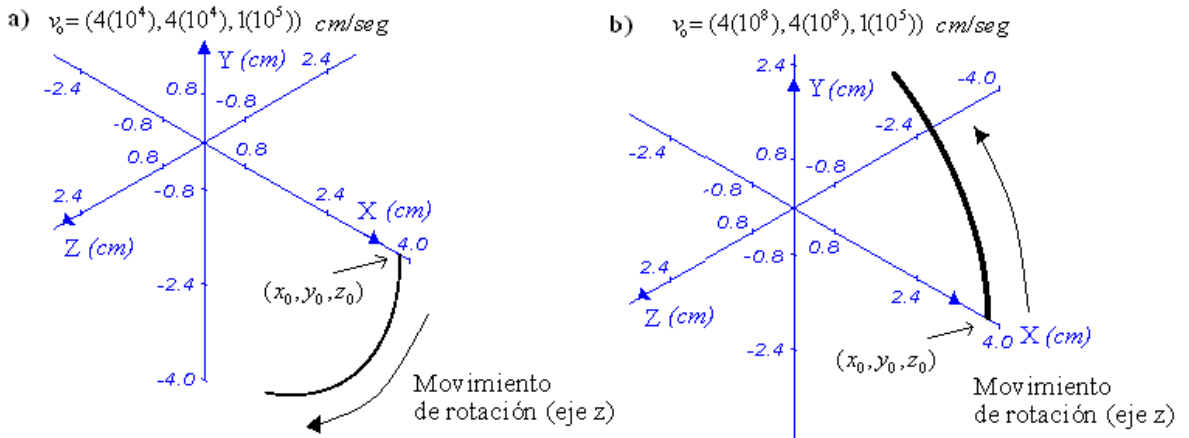


Figura 4.16: Movimiento de rotación sobre el eje de simetría para un electrón ubicado en el plano medio con posición inicial $(3.8, 0, 0)$ cm: a) velocidad inicial: $(4(10^4), 4(10^4), 1(10^5))$ cm/seg, tiempo de simulación $1.57(10^{-4})$ seg. b) velocidad inicial $(4(10^8), 4(10^8), 1(10^5))$ cm/seg, tiempo de simulación $4.07(10^{-6})$ seg.

4.16b)). A medida que ubicamos un electrón sobre el plano medio de la trampa, cada vez más cerca a la zona de resonancia con igual valor de velocidad inicial, se observa un aumento en la energía de la partícula que oscila entre un valor máximo y un valor mínimo (Fig. 4.17a). Dentro de la zona ECR el electrón adquiere su máxima energía

por parte de la onda electromagnética, justo cuando la partícula se ubica en puntos del espacio adyacentes al campo magnético resonante (Fig. 4.17b).

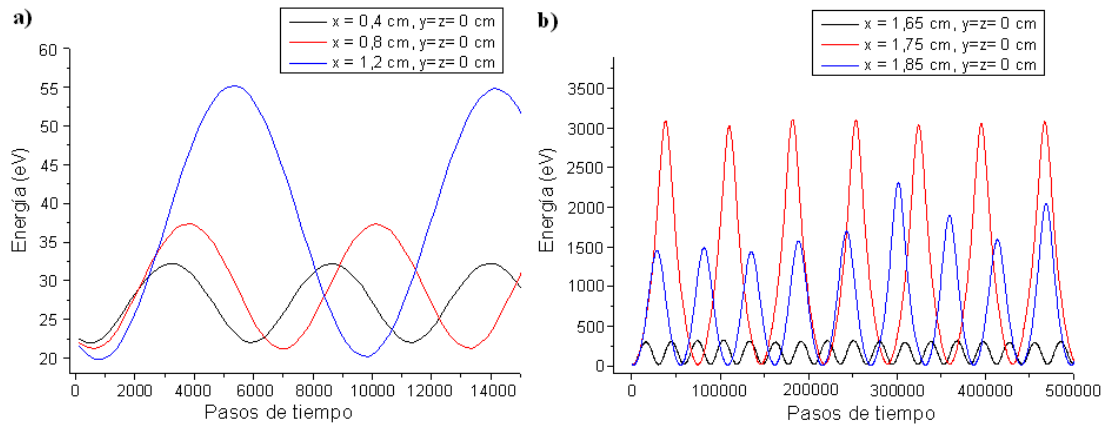


Figura 4.17: Energía de un electrón con velocidad inicial $(2(10^8), 2(10^8), 1(10^7))$ cm/seg: a) Próximo a la zona ECR. b) Dentro el rango de la zona ECR.

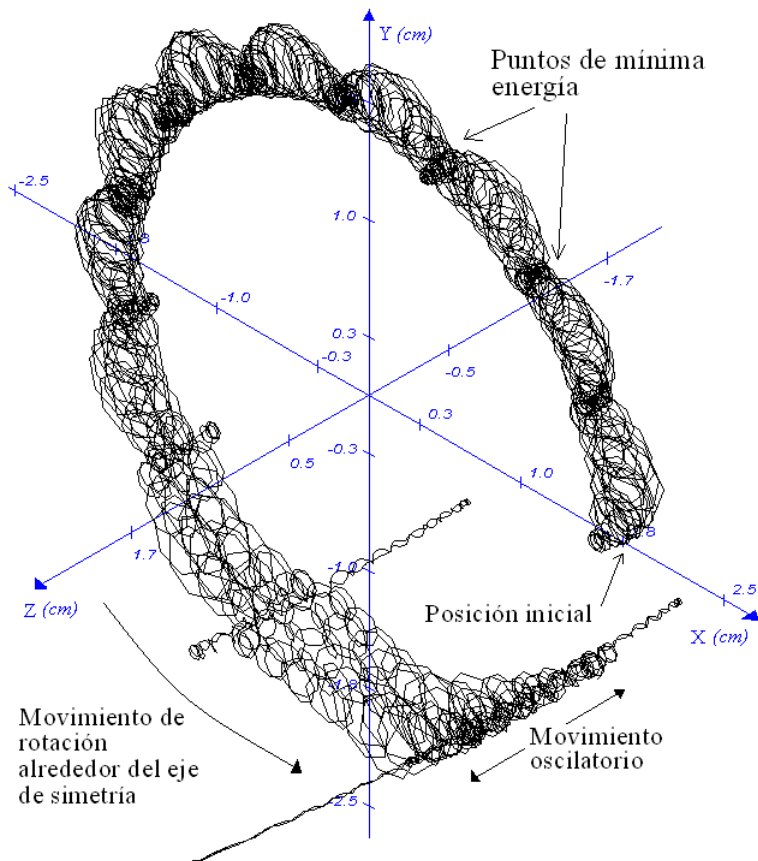


Figura 4.18: Trayectoria de un electrón con velocidad inicial $(2(10^8), 2(10^8), 1(10^7))$ cm/seg y posición inicial $(1.75, 0, 0)$ cm, dentro la zona ECR. Tiempo de simulación $1.6(10^{-6})$ seg.

En la figura 4.18 se muestra la trayectoria de un electrón ubicado en el plan medio, dentro la zona de resonancia. La partícula realiza un movimiento oscilatorio sobre el

plano medio de la trampa, con un periodo de oscilación no constante, que depende de la contribución de energía por parte de la onda cuando la partícula está justo en la zona ECR. En esta región, el electrón puede ser frenado por el campo eléctrico de tal forma que cuando salga de esta zona, su velocidad longitudinal sea mayor a su velocidad transversal permitiendo que el electrón se aleje del plano medio. Situación que ocurre en los puntos de mínima energía (ver Fig. 4.18). No obstante, en este caso la velocidad longitudinal no es lo suficientemente alta para que se fugue la partícula, por consiguiente la fuerza diamagnética se encarga de acelerarla hacia la región de menor campo magnético.

De igual forma se aprecia un aumento en el radio de la orbita cuando crece la velocidad transversal, y como el radio disminuye en puntos donde la transferencia de energía es mínima.

Para un electrón con una posición inicial fuera de la zona ECR y del plano medio, se puede presentar diferentes trayectorias: En la figura 4.19, el electrón no pasa por la zona ECR y su trayectoria se asemeja más al caso en ausencia de onda. La partícula es acelerada inmediatamente después de salir de su posición inicial, llegando a oscilar sobre el plano medio en una menor cantidad de tiempo, manteniendo siempre un periodo de oscilación casi constante mientras realiza su movimiento de rotación alrededor del eje z . La variación de la energía para esta partícula se presenta en la figura 4.21a con un rango de energía mínimo (entre 9000 pasos de tiempo) que corresponde a la menor aceleración del electrón.

Situación contraria ocurre cuando el electrón cruza la zona ECR, como en la figura 4.20, donde la partícula al llegar a la superficie resonante es acelerada en gran proporción, en dirección longitudinal, debido al aumento de la velocidad transversal y por consiguiente de la fuerza diamagnética (ver Fig. 4.21b) la cual permite al electrón oscilar sobre el plano medio, con puntos de retorno ubicados en la superficie resonante. Sin embargo en este ejemplo la partícula se fuga en un instante en que tiene un valor de mínima energía.

A velocidades iniciales mayores de 10^7 cm/s, la partícula se fuga si sus puntos de retorno están muy separados, donde efectivamente la velocidad longitudinal es muy grande en comparación al valor inicial y el electrón cae dentro el cono de pérdidas. Solo se observa un gran tiempo de confinamiento cuando oscila en una región próxima al campo magnético resonante.

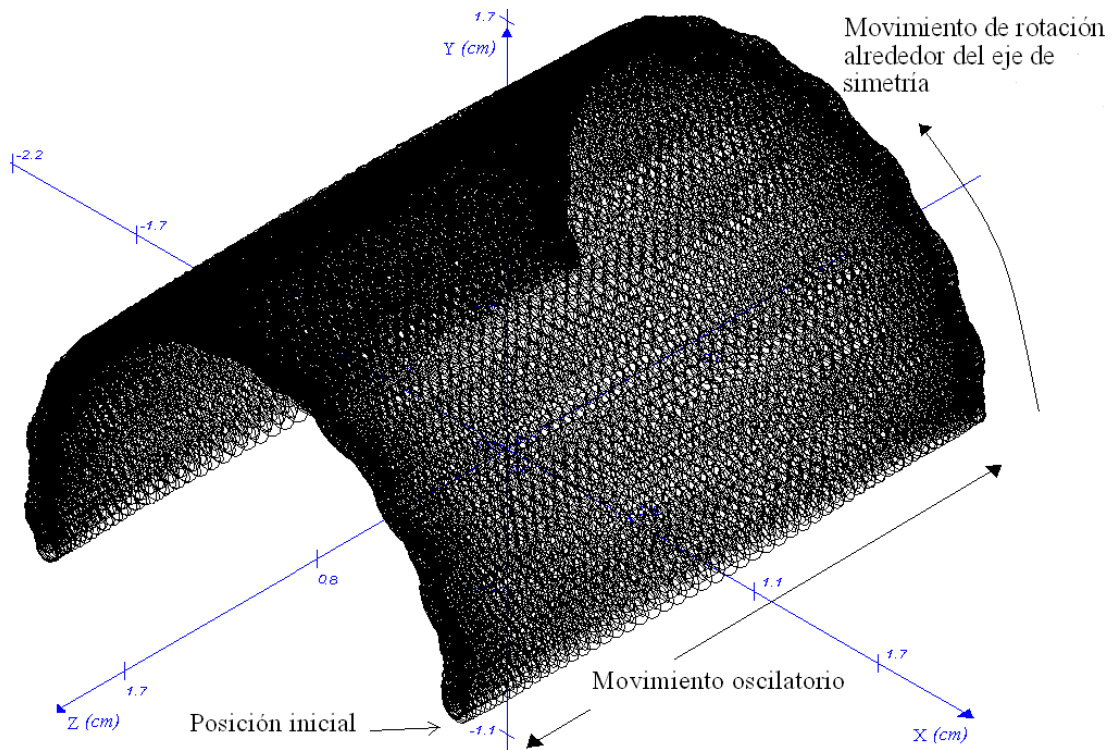


Figura 4.19: Trayectoria de un electrón con velocidad inicial $(5(10^8), 5(10^8), 5(10^5))$ cm/seg y posición inicial $(1, 0, 1.2)$ cm, fuera la zona ECR. Tiempo de simulación $5.1(10^{-6})$ seg.

4.3 ONDA DE 2.45 GHZ / ZONA ECR: HIPERBOLOIDE DE DOS HOJAS

La configuración de la trampa magnética utilizada corresponde a la definida en la tabla 4.2. La intensidad del campo eléctrico de la onda es de $E_0 = 2$ kV/cm.

4.3.1. Parámetros de la Trampa Magnética tipo espejo

Intensidad de corriente DC	50 A
Numero de espiras longitudinales / transversales	500 / 18
Radio mínimo / máximo (bobinas)	2.08 / 7.48 (cm)
Longitud de separación (bobinas)	12.9 cm
Longitud / radio (cavidad)	12.83 / 4.08 (cm)
Campo magnético máximo / mínimo dentro la cavidad	2.164 / 0.660 (KGauss)

Tabla 4.2: Parámetros de la trampa magnética tipo espejo para una microondas con frecuencia de 2.45 Ghz. (Zona ECR: Hiperboloide de dos hojas)

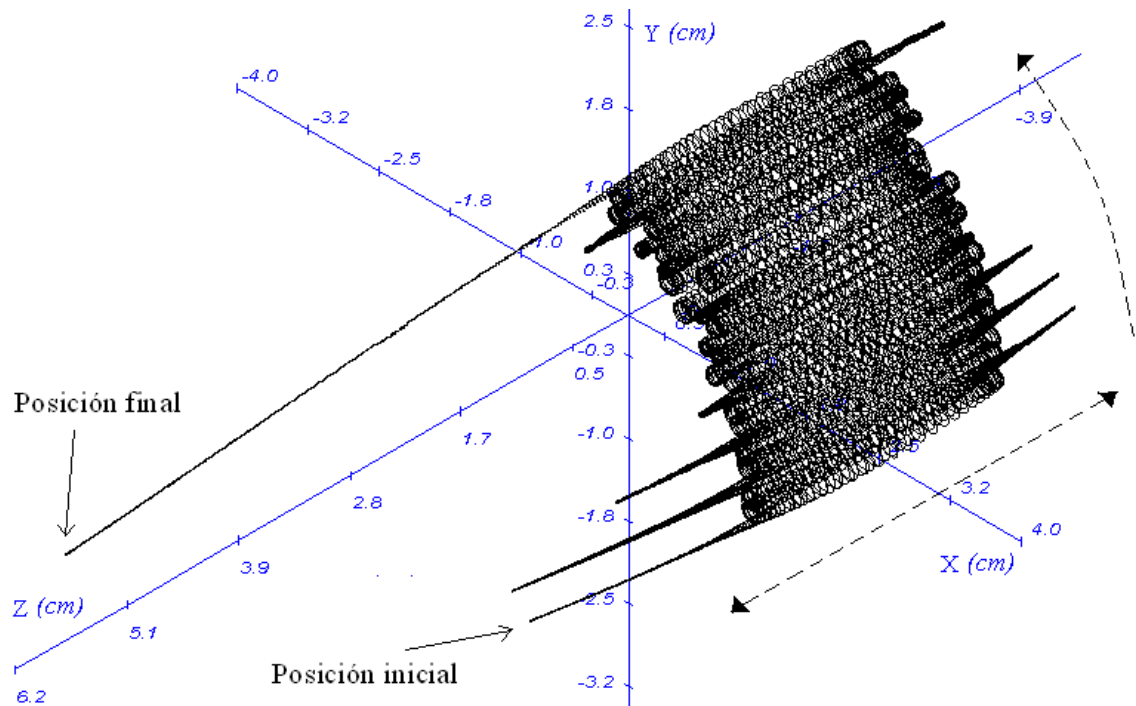


Figura 4.20: Trayectoria de un electrón con velocidad inicial $(5(10^8), 5(10^8), 1(10^5))$ cm/seg y posición inicial $(2.2, 0, 3.2)$ cm, fuera de la zona ECR. Tiempo de simulación $2.53(10^{-6})$ seg.

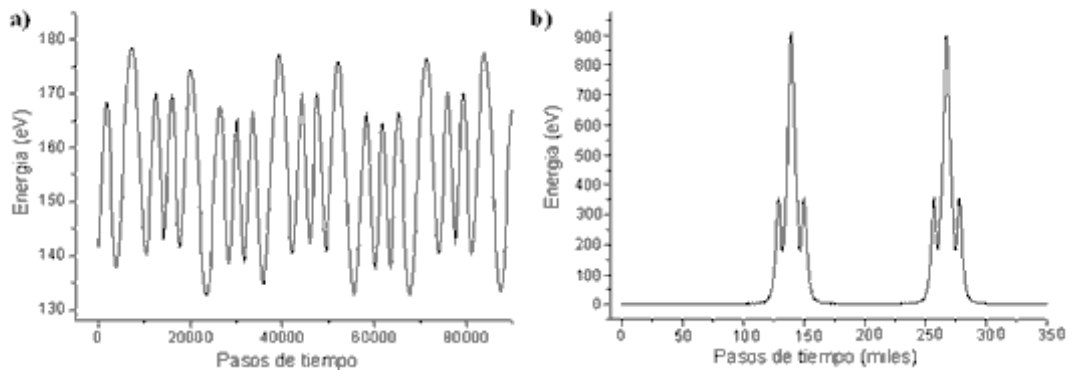


Figura 4.21: Energía de un electrón con velocidad y posición inicial: a) $(5(10^8), 5(10^8), 5(10^5))$ cm/seg, $(1, 0, 1.2)$ cm. No pasa por la zona ECR). b) $(5(10^8), 5(10^8), 1(10^5))$ cm/seg, $(2.2, 0, 3.2)$ cm. Pasa por la zona ECR.

4.3.2. Visualización de la superficie magnética de resonancia

En las figuras 4.22 y 4.23 se muestra la superficie de intensidad del campo magnético que define la zona de resonancia ciclotrónica electrónica (zona ECR), dada para un valor constante de $B_{ECR} = 875$ Gauss, la cual corresponde a un hiperboloide de dos hojas.

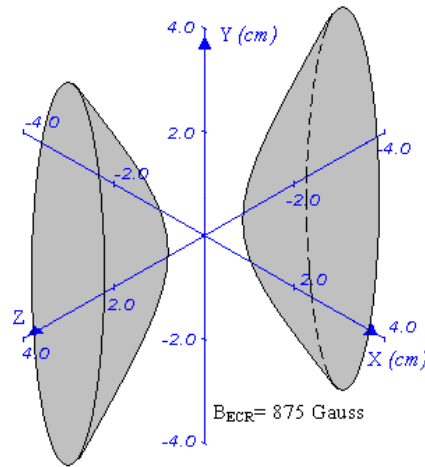


Figura 4.22: Superficie de igual intensidad magnética (Zona ECR: Hiperboloide de dos hojas).

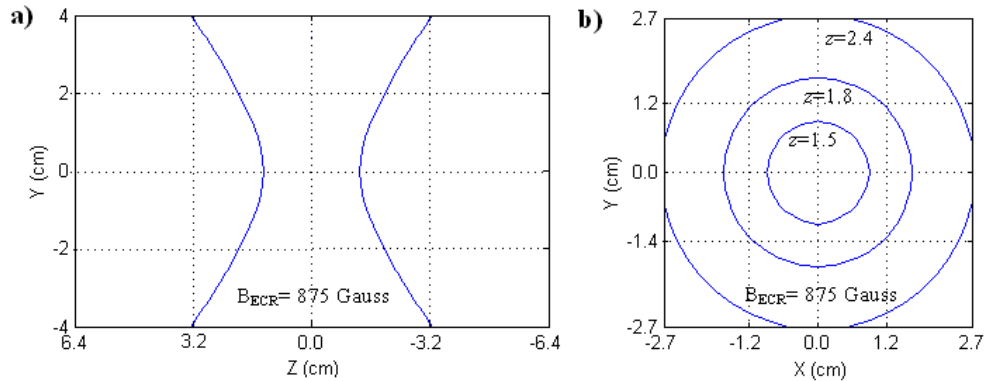


Figura 4.23: Proyección de la superficie resonante (Zona ECR: Hiperboloide de dos hojas): a) plano zy , $x=0$. b) plano xy , $z= 1.5, 1.8, 2.4$ (cm).

La superficie resonante se ubica entre: $-3,2 < z < -1,2$ (cm) - $1,2 < z < 3,2$ (cm), y $0 < \rho < 4,0$ (cm).

4.3.3. Trayectoria y Energía de una Partícula Cargada

En esta ocasión encontramos que un electrón, con posición inicial en medio de la trampa magnética, tiene mayores posibilidades de confinarse en relación al caso de una superficie resonante de un hiperboloide de una hoja. Eso es debido en gran parte a que en su desplazamiento hacia el extremo de la cavidad aumenta lo suficiente la fuerza diamagnética para que el electrón realice un movimiento oscilatorio sobre el plano medio de la trampa. Este comportamiento se observa en la figura 4.24 para una partícula cuya trayectoria se asemeja más al caso sin onda. El electrón no cruza la zona de resonancia y por tanto no presenta cambios bruscos en la variación de su energía (ver Fig. 26a). Cuando su velocidad longitudinal inicial es lo suficientemente grande para cruzar

la superficie resonante, el electrón es más propenso a fugarse, debido a que el campo eléctrico puede disminuir en gran proporción su velocidad transversal y lograr que esta caiga en el cono de pérdidas por tener una mayor velocidad longitudinal en ese instante (ver Fig. 4.25). Así mismo, la figura 4.26b presenta los cambios bruscos en la energía cuando la partícula pasa por la zona ECR.

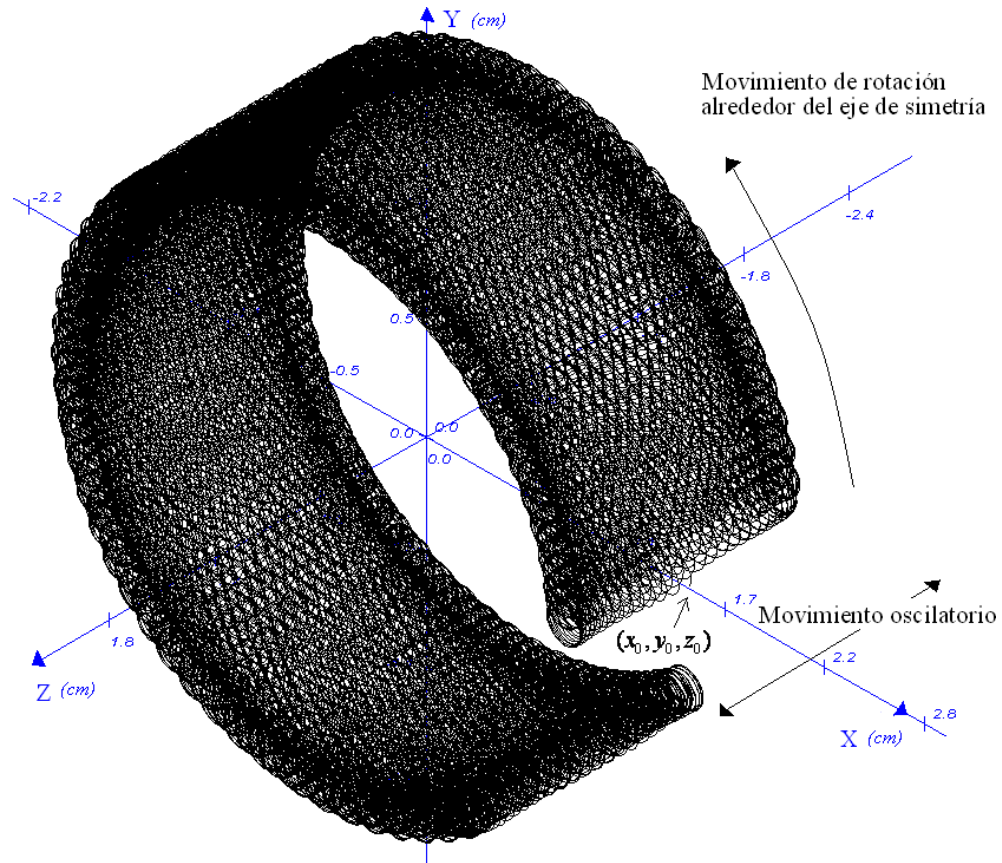


Figura 4.24: Trayectoria de un electrón con velocidad inicial $(1(10^9), 1(10^9), 1.5(10^8))$ cm/seg y posición inicial $(1.5, 0, 0)$ cm, que no cruza la zona ECR. Tiempo de simulación $1.0(10^{-5})$ seg.

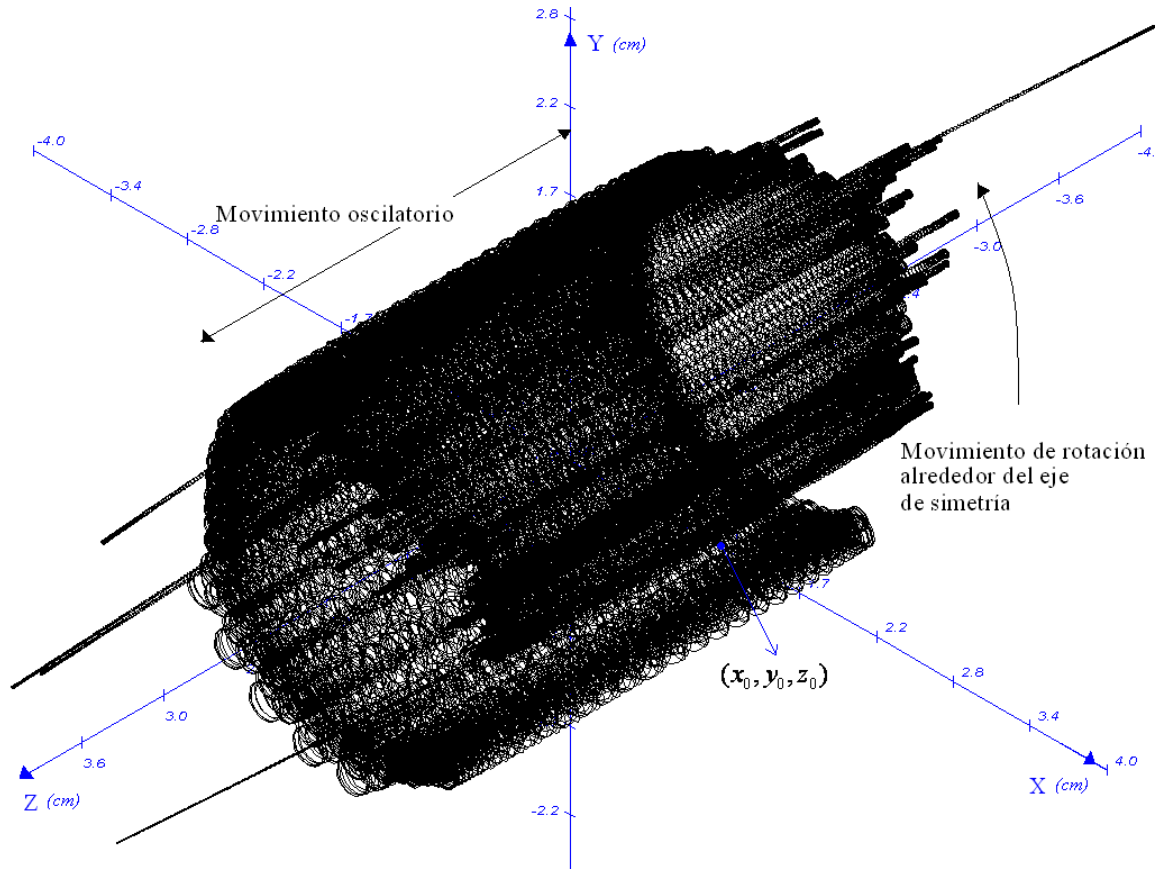


Figura 4.25: Trayectoria de un electrón con velocidad inicial $1(10^7)$, $1(10^7)$, $2(10^7)$ cm/seg y posición inicial $(1, 0, 0)$ cm. El electrón cruza la zona ECR. Tiempo de simulación es $1.2(10^{-5})$ seg.

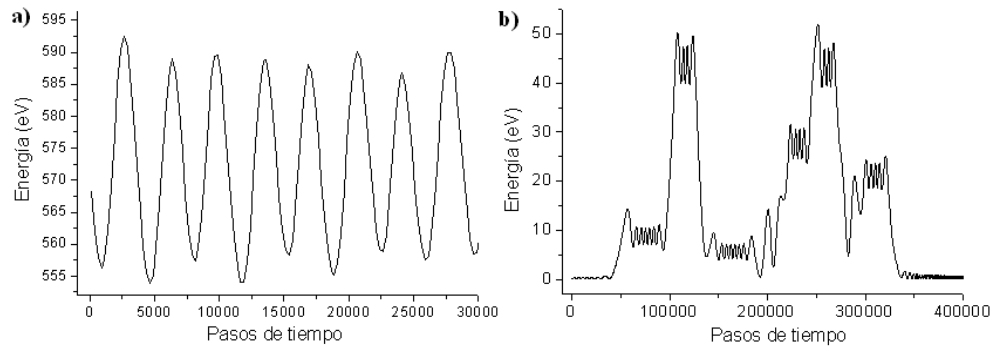


Figura 4.26: Energía de un electrón con velocidad y posición inicial: a) $1(10^9)$, $1(10^9)$, $1.5(10^8)$ cm/seg, $(1.5, 0, 0)$ cm. El electrón no pasa por la zona ECR. b) $1(10^7)$, $1(10^7)$, $2(10^7)$ cm/seg, $(1, 0, 0)$ cm. El electrón pasa por la zona ECR.

CONCLUSIONES

Se demostró de forma eficiente el comportamiento de una partícula cargada dentro una trampa magnética tipo espejo de acuerdo a los principios establecidos por la teoría de orbitas.

La visualización del campo magnético permitió demostrar la existencia del gradiente transversal y longitudinal del campo, importante para describir la trayectoria a seguir por la partícula cargada dentro la trampa magnética.

La variación del radio de la orbita de una partícula cargada depende exclusivamente de la intensidad del campo magnético en que se encuentre y de la velocidad transversal que tenga. En su recorrido por la trampa, el centro de guía de la partícula, se desplaza a lo largo de las líneas de campo magnético.

En ausencia de onda electromagnética, se encontró que una partícula confinada siempre realiza un movimiento oscilatorio sobre el plano medio con un periodo de oscilación constante, y un movimiento de rotación alrededor del eje simetría en un periodo de tiempo que disminuye a medida que aumenta la velocidad transversal inicial.

En presencia de la onda electromagnética (modo: TE₁₁₁) se encontró que la velocidad de deriva del campo eléctrico es opuesta a la producida por el gradiente transversal del campo magnético. Sin embargo, al aumentar la velocidad transversal inicial del electron, este realiza un movimiento de rotación sobre el eje z en sentido positivo. De igual forma se demostró el aumento en la energía del electrón cuando este se aproxima a la zona ECR. Así como el electrón tiende a confinarse cuando oscila sobre el plano medio de la trampa, con puntos de retorno próximos a la zona ECR.

REFERENCIAS

- [1] Martin A. Uman , *Introduction To Plasma Physics*, McGraw-Hill, New York (1964).
- [2] R Geller, *Electron Cyclotron Resonance Ion Sources and ECR Plasmas*, Institute of Physics Publishing Bristol and Philadelphia (1996).
- [3] E. H. Holt, R. E. Haskell, *Foundations of Plasma Dynamics*, The Macmillan Company, New York (1965).
- [4] Mao T. Murillo, *Simulación de un Plasma ECR en una Trampa Tipo Espejo Mediante el Método Partícula en Celda*, Tesis de Maestría, Universidad Industrial de Santander (2008).
- [5] John D. Jackson, *Classical Electrodynamics*, John Wiley & Sons Inc (1999).
- [6] K. Birdsall and A. B. Langdon, *Plasma Physics via Computer Simulation*, McGraw-Hill Inc, New York (1985).
- [7] Tajima Toshiki, *Computational Plasma Physics: With Application To Fusion And Astrophysics*, Boulder Co. Westview Press (2004).
- [8] Compaq Visual Fortran Version 6.6, Online Documentation.
- [9] Francis F. Chen, *Introduction To Plasma Physics*, Plenum Press, New York (1975).
- [10] C. Gutiérrez y J. González, "Campo Magnético generado por N bobinas alineadas axialmente," *Ciencia Ergo Sum*, noviembre, volumen 9, número 3, pp. 301-307.
- [11] Juda L. Shohet, *The Plasma State*, Academia Press Inc (1971)
- [12] H. F. Beyer, V. P. Shevelko, *Introduction to the Physics of Highly Charged Ions*, Institute of Physics Publishing Bristol and Philadelphia (2003).
- [13] G. D. Alton, J. Dellwo, and R.F. Welton, "Computational studies for an advanced design ECR ion source," *Particle Accelerator Conference (IEEE, NY 1995)*, pag 1022-1024, vol.2.

-
- [14] F. A. Vivas, *Código 3D de un plasma ECR y validación de un Nuevo Sistema Magnético: Trampa cero B*, Tesis de Pregrado, Universidad Industrial de Santander (1999).
- [15] S. P. Cuellar, *Estudio del Método Particle-In-cell para Simulación de un Plasma bajo Condiciones ECR Confinado en una Trampa Magnética Mínimo-B*, Tesis de Pregrado, Universidad Industrial de Santander (2004).
- [16] H. Gonzales, *Movimiento de Partículas Cargadas en Condiciones ECR; Validación de la Trampa Magnética Cero B*, Tesis de Pregrado, Universidad Industrial de Santander (2002)
- [17] C. A. Kapetanakos, D.A. Hammer, C. D. Strifler, and R. C. Davidson, "*Destructive instabilities in hollow intense relativistic electron beams,*", Phys. Rev. Lett., vol. 30, no. 26, pp. 1303-1306 (1973).
- [18] P. Gratreau, "*Single particle trajectories in axisymmetrical electromagnetic fields: application to tokamaks under runaway regime,*" Plasma Physics. Vol. 19. pp. 695 to 706. Pergamon Press (1977).
- [19] Alejandro D. Martínez, *Simulación de Aceleración Auto-resonante de un electrón por la onda TE_{113} de 2.45Ghz*, Tesis de Maestría, Universidad Industrial de Santander (2005).
- [20] G. Gibson, W. Jordan, and E. Lauer, "*Containment of Positrons in a Mirror Machine,*" Phys. Rev. Lett. 5, 141 - 144 (1960).