Inversión de onda completa mediante aprendizaje profundo no supervisado guiado por la física

Kevin Gabriel Tarazona Balaguera

Trabajo de grado para optar al título de Geólogo

Directora
Ana Gabriela Mantilla Dulcey
Magíster en Geofísica

Codirector
Yesid Paul Goyes Peñafiel
Doctor en Ciencias de la Computación

Universidad Industrial de Santander
Facultad de Ingenierías Fisicoquímicas
Escuela de Geología
Geología
Bucaramanga
2026

"Then as it was, then again it will be,

And though the course may change sometimes, rivers always reach the sea"

-Led Zeppelin, "Ten Years Gone"

Dedicatoria

A mi madre, Herika Balaguera, y a mi padre, Iván Tarazona, por acompañarme y apoyarme incondicionalmente durante esta etapa universitaria. Estaré eternamente agradecido con ustedes por brindarme la oportunidad de crecer, progresar y convertirme cada día en una mejor persona.

A mi familia, especialmente a mis tíos Cristina, Nathalie y Vladimir, por sus innumerables consejos, su cariño y la calidez con la que siempre me han acompañado. A mis abuelos, Oliva y Francisco, por siempre tenderme su mano, creer en mí y estar presentes en cada momento.

Agradecimientos

A la MSc. Ana Mantilla Dulcey, directora de esta investigación, por su dedicación, orientación y constante apoyo, así como por su paciencia y sus valiosos consejos durante el desarrollo de este trabajo de grado.

Al PhD. Yesid Paul Goyes Peñafiel, por confiar en mí y en mis capacidades desde un inicio, motivarme a asumir nuevos retos y brindarme su acompañamiento, disposición y apoyo constante a lo largo de este proceso.

Al PhD(c) Javier Torres Quintero, por su disposición para asesorarme, orientarme y resolver cada duda.

Al MSc. Sergio García, por la evaluación del plan de investigación y sus aportes al fortalecimiento de este trabajo.

Al Semillero de Investigación en Geofísica Aplicada y Computacional (SIGAC) y al Grupo de Investigación HDSP, por brindarme la oportunidad de desarrollar esta investigación y facilitar los recursos necesarios para su culminación.

A la Vicerrectoría de Investigación y Extensión de la Universidad Industrial de Santander, por la financiación de este trabajo mediante el proyecto 4619.

Al proyecto 110431, financiado mediante el contrato CTO-045-2025 por la Agencia Nacional de Hidrocarburos (ANH) y el Ministerio de Ciencia, Tecnología e Innovación (MinCiencias), por el apoyo brindado para el desarrollo de esta investigación.

A la Universidad Industrial de Santander, por brindarme una formación de calidad y los espacios idóneos para mi crecimiento académico y personal.

Tabla de contenido

Introducción 12
1. Planteamiento y justificación del problema 13
2. Objetivos 16
2.1 Objetivo general 16
2.2 Objetivos específicos 16
3. Marco teórico 16
3.1. Método sísmico de reflexión 16
3.2 Modelamiento directo 18
3.3 Inversión de onda completa 20
3.4. Aprendizaje profundo aplicado a inversión de onda completa 22
3.4.1 Enfoques supervisados 22
3.4.2 Enfoques no supervisados guiados por la física 24
3.5. Migración reversa en tiempo por mínimos cuadrados 26
4. Metodología 27
5. Resultados 31
5.1 Diseño de un operador físico diferenciable basado en la discretización de la ecuación de la onda acústica 31
5.1.1 Formulación matemática 32
5.1.1.1 Criterio de estabilidad 33
5.1.1.2 Condiciones de frontera absorbentes 34
5.1.2 Implementación en un entorno computacional 35
5.1.3 Evaluación del operador frente al conjunto de datos de referencia 37
5.1.4 Evaluación del operador frente a Devito 40
5.2 Integración del operador físico diferenciable con una red neuronal convolucional en un enfoque de aprendizaje profundo 42
5.2.1 Revisión del estado del arte reciente sobre métodos de aprendizaje profundo implementados en inversión de onda completa 42
5.2.2 Definición de la arquitectura de la red neuronal 44
5.2.3 Implementación del enfoque de aprendizaje profundo no supervisado guiado por la física 47
5.2.3.1 Función objetivo 49

5.2.3.2 Término de fidelidad a los datos 49
5.2.3.3 Regularización mediante variación total anisotrópica 50
5.2.3.4 Estrategia de optimización 50
5.2.4 Evaluación del desempeño del enfoque de aprendizaje profundo no supervisado guiado por la física 51
5.3 Validación del desempeño del enfoque propuesto analizándolo en escenarios geológicos de cuencas emergentes y sus márgenes estructurales 56
5.3.1 Definición de escenarios geológicos asociados a cuencas colombianas emergentes y sus márgenes estructurales 57
5.3.1.1 Escenario 1: Bahía Portete, cuenca Guajira 57
5.3.1.2 Escenario 2: Valledupar–Villanueva, cuenca Cesar–Ranchería 60
5.3.2 Construcción de los modelos geológicos mediante GemPy 62
5.3.2.1 Asignación de velocidades de onda P 64
5.3.2.2 Parámetros utilizados en la simulación sísmica 66
5.3.3 Evaluación del desempeño del enfoque propuesto en los escenarios geológicos seleccionados 68
5.3.3.1 Escenario Valledupar–Villanueva 68
5.3.3.2 Escenario Bahía Portete 69
5.3.4 Evaluación complementaria de los modelos de velocidad mediante LSRTM 71
5.3.4.1 Escenario de Bahía Portete 72
5.3.4.2 Escenario de Valledupar–Villanueva 72
6. Discusión 74
7. Productos derivados y divulgación académica 75
8. Conclusiones 76
9. Recomendaciones y trabajo futuro 77
10. Repositorio y acceso a los datos 78
Referencias bibliográficas 79
Apéndices 86

Lista de figuras

Figura 1. Adquisición del método sísmico de reflexión....18
Figura 2. Modelamiento directo e inversión geofísica....20
Figura 3. Estructura de InversionNet....24
Figura 4. Estructura de UPFWI....26
Figura 5. Esquema metodológico del proyecto de investigación....30
Figura 6. Malla bidimensional del método de diferencias finitas....32
Figura 7. Flujo de modelamiento directo....36
Figura 8. Ondícula de Ricker de 15 Hz utilizada como fuente....37
Figura 9. Comparación de shots sísmicos entre OpenFWI, el operador implementado y Devito....38
Figura 10. Comparación de trazas sísmicas en el receptor ubicado en x = 270 m....41
Figura 11. Arquitectura de la red neuronal....46
Figura 12. Enfoque de aprendizaje profundo no supervisado guiado por la física....48
Figura 13. Comparación cualitativa de los modelos de velocidad estimados....52
Figura 14. Corte geológico de Bahía Portete....58
Figura 15. Localización y trazado del perfil geológico de Bahía Portete....58
Figura 16. Localización y trazado del perfil geológico de Valledupar–Villanueva....60
Figura 17. Corte geológico de Valledupar–Villanueva....62
Figura 18. Modelos geológicos tridimensionales construidos mediante GemPy....64
Figura 19. Modelos de velocidad de referencia y estimados para Valledupar–Villanueva....69
Figura 20. Modelos de velocidad de referencia y estimados para Bahía Portete....70
Figura 21. Evaluación mediante LSRTM para Bahía Portete....72
Figura 22. Evaluación mediante LSRTM para Valledupar–Villanueva....73
Figura 23. Resultado preliminar de FWI 3D en desarrollo....78
Figura 24. Estudio de ablación de los términos de fidelidad L1, L2 y L1+L2....86

Lista de tablas

Tabla 1. Parámetros numéricos usados en la simulación 37
Tabla 2. Características, ventajas y limitaciones de los enfoques de aprendizaje profundo revisados 43
Tabla 3. Comparación cuantitativa de los métodos de estimación de modelos de velocidad 55
Tabla 4. Velocidades de onda P asignadas a las unidades geológicas 65
Tabla 5. Parámetros numéricos y de adquisición de los escenarios geológicos 68
Tabla 6. Métricas de evaluación de los modelos de velocidad estimados 70
Tabla 7. Parámetros numéricos y de adquisición utilizados en LSRTM 71
Tabla 8. Comparación cuantitativa de los términos de fidelidad a los datos 86

Lista de apéndices

Apéndice A. Estudio de ablación del término de fidelidad a los datos.....86

Resumen

Título: Inversión de onda completa mediante aprendizaje profundo no supervisado guiado por la física[*]

Autor: Kevin Gabriel Tarazona Balaguera[**]

Palabras clave: Aprendizaje profundo, aprendizaje no supervisado, inversión de onda completa, modelamiento acústico, modelos de velocidad, sísmica de reflexión.

Descripción: La inversión de onda completa es un método de inversión geofísica que permite estimar modelos de velocidad de la onda P a partir de datos sísmicos adquiridos en superficie, aprovechando la información contenida en la amplitud, la fase y los tiempos de viaje de las ondas. Aunque este método permite obtener representaciones de alta resolución del subsuelo, presenta limitaciones relacionadas con su alto costo computacional y con la necesidad de disponer de un modelo inicial suficientemente cercano al modelo verdadero del subsuelo. El aprendizaje profundo ha surgido como una alternativa para abordar estas dificultades; sin embargo, los enfoques supervisados requieren grandes conjuntos de pares etiquetados, conformados por datos sísmicos y sus respectivos modelos de velocidad, los cuales generalmente no se encuentran disponibles en escenarios reales. Para reducir esta dependencia de datos etiquetados, se adoptó un enfoque de aprendizaje profundo no supervisado guiado por la física. Dentro de este enfoque, el aporte principal de la investigación consistió en el diseño de una arquitectura neuronal de dos ramas: una orientada a procesar información local de alta resolución y otra a capturar características contextuales de mayor escala. La arquitectura se integró con un operador físico diferenciable basado en la ecuación de onda acústica. La optimización se realizó utilizando los datos observados de entrada mediante una función objetivo que combina la diferencia entre los datos sísmicos observados y simulados con regularización por variación total anisotrópica. El enfoque se evaluó en escenarios sintéticos con diferentes grados de complejidad geológica, que incluyeron capas tabulares, capas plegadas con geometrías antiformes y sinformes, fallas, variaciones laterales y verticales de velocidad y estructuras asociadas al diapirismo salino. Su desempeño se comparó con enfoques supervisados, una implementación no supervisada y un modelo base. El método propuesto obtuvo el mejor desempeño simultáneo en SSIM, MSE y MAE para el caso evaluado con capas plegadas (0,834; 0,004; 0,033), el caso con variaciones laterales y verticales de velocidad (0,937; 0,001; 0,022) y el modelo afectado por diapirismo salino (0,874; 0,004; 0,033). Finalmente, el enfoque se aplicó a dos escenarios sintéticos construidos a partir de secciones geológicas regionales de cuencas colombianas: Bahía Portete, en la cuenca Guajira, representado por una sucesión estratigráfica afectada por fallas que delimitan un bloque deprimido, y Valledupar–Villanueva, en la cuenca Cesar–Ranchería, caracterizado por capas plegadas y falladas. Los modelos estimados conservaron la geometría general de las unidades y las principales discontinuidades estructurales y, al utilizarse como modelos de velocidad en migración reversa en el tiempo por mínimos cuadrados, permitieron posicionar los eventos asociados con las interfaces y fallas.

[*] Trabajo de grado.

[**] Facultad de Ingenierías Fisicoquímicas. Escuela de Geología. Geología. Directora: Ana Gabriela Mantilla Dulcey, Magíster en Geofísica. Codirector: Yesid Paul Goyes Peñafiel, Doctor en Ciencias de la Computación.

Abstract

Title: Full-Waveform Inversion Using Physics-Guided Unsupervised Deep Learning[*]

Author: Kevin Gabriel Tarazona Balaguera[**]

Keywords: Acoustic modeling, deep learning, full-waveform inversion, reflection seismology, unsupervised learning, velocity models.

Description: Full-waveform inversion is a geophysical inversion method used to estimate P-wave velocity models from surface-acquired seismic data by exploiting the amplitude, phase, and travel-time information contained in the waveforms. Although this method can provide high-resolution representations of the subsurface, it has limitations related to its high computational cost and the need for an initial model sufficiently close to the true subsurface model. Deep learning has emerged as an alternative for addressing these difficulties; however, supervised approaches require large datasets of labeled pairs consisting of seismic data and their corresponding velocity models, which are generally unavailable in real-world scenarios. To reduce this dependence on labeled data, a physics-guided unsupervised deep learning approach was adopted. Within this approach, the main contribution of this research was the design of a two-branch neural architecture: one branch processes high-resolution local information, while the other captures contextual features at larger scales. The architecture was integrated with a differentiable physical operator based on the acoustic wave equation. Optimization was performed using the observed input data through an objective function that combines the difference between observed and simulated seismic data with anisotropic total variation regularization. The approach was evaluated using synthetic scenarios with different degrees of geological complexity, including tabular layers, folded layers with antiform and synform geometries, faults, lateral and vertical velocity variations, and structures associated with salt diapirism. Its performance was compared with supervised approaches, an unsupervised implementation, and a baseline model. The proposed method achieved the best simultaneous performance in terms of SSIM, MSE, and MAE for the folded-layer case (0.834; 0.004; 0.033), the case with lateral and vertical velocity variations (0.937; 0.001; 0.022), and the model affected by salt diapirism (0.874; 0.004; 0.033). Finally, the approach was applied to two synthetic scenarios constructed from regional geological cross-sections of Colombian basins: Bahía Portete, in the Guajira Basin, represented by a stratigraphic succession affected by faults that bound a structurally depressed block; and Valledupar–Villanueva, in the Cesar–Ranchería Basin, characterized by folded and faulted layers. The estimated models preserved the overall geometry of the geological units and the main structural discontinuities and, when used as velocity models for least-squares reverse-time migration, enabled the positioning of events associated with interfaces and faults.

---

[*] Undergraduate thesis.

[**] Faculty of Physicochemical Engineering. School of Geology. Geology. Advisor: Ana Gabriela Mantilla Dulcey, Master of Science in Geophysics. Co-advisor: Yesid Paul Goyes Peñafiel, Doctor of Philosophy in Computer Science.

Introducción

En geofísica, los métodos sísmicos se utilizan ampliamente debido a su capacidad para proporcionar imágenes del subsuelo mediante la propagación de ondas artificiales. Durante el proceso de inversión, los datos adquiridos, conocidos como *shots* sísmicos, son empleados para estimar propiedades físicas del subsuelo, como la velocidad de la onda P. Este parámetro es fundamental para la construcción de modelos de velocidad utilizados en migración sísmica (Le Bégat et al., 2004), contribuyendo a la correcta interpretación de estructuras geológicas en profundidad (Cobo et al., 2019; Espin et al., 2023). Uno de los métodos utilizados para estimar esta propiedad es la inversión de onda completa (Tromp, 2020), la cual aprovecha la información contenida en la amplitud, fase y tiempo de viaje de las ondas para obtener modelos de velocidad de alta resolución, incluso en escenarios con complejidad geológica (Virieux & Operto, 2009; Sheng Xu et al., 2013; Operto, 2013). Sin embargo, su aplicación enfrenta ciertas limitaciones relacionadas con el elevado costo computacional y con la necesidad de disponer de un modelo inicial suficientemente cercano al modelo verdadero del subsuelo.

Los avances recientes en aprendizaje profundo han permitido desarrollar alternativas para abordar estas limitaciones (Liu et al., 2025). De manera general, estos enfoques pueden clasificarse en dos grupos: supervisados y no supervisados. En los enfoques supervisados, una red neuronal se entrena a partir de grandes conjuntos de pares etiquetados, es decir, pares conformados por *shots* sísmicos y sus correspondientes modelos de velocidad de la onda P, con el fin de que la red aprenda una relación directa entre ambos datos. Sin embargo, en escenarios reales, estos modelos del subsuelo no suelen estar disponibles, lo que limita la aplicabilidad y la capacidad de generalización de las redes entrenadas. Frente a esto, se han desarrollado enfoques de aprendizaje profundo no supervisado guiado por la física, donde el entrenamiento se realiza sin etiquetas, es decir, sin

modelos de velocidad conocidos, empleando únicamente los datos adquiridos y las restricciones físicas del problema.

En este contexto, el objetivo de este trabajo de investigación consistió en implementar un esquema de aprendizaje profundo no supervisado guiado por la física para la estimación de modelos de velocidad de la onda P en sísmica de reflexión mediante inversión de onda completa. Para abordar este reto, en primer lugar, se diseñó un operador físico diferenciable basado en la ecuación de onda acústica, cuya diferenciabilidad permitió calcular los gradientes necesarios para actualizar los parámetros de la red neuronal. En segundo lugar, se diseñó e implementó una arquitectura neuronal. Sus parámetros se optimizaron a partir de una función objetivo basada en la diferencia entre los datos sísmicos observados y simulados por el operador físico diferenciable. Finalmente, el enfoque se evaluó en dos escenarios sintéticos construidos a partir de cortes geológicos de cuencas emergentes de Colombia y sus márgenes estructurales. Estos casos permitieron evaluar la recuperación de rasgos estructurales y estratigráficos y aplicar el esquema de inversión a datos sísmicos y mallas de velocidad de distintas dimensiones.

1. Planteamiento y justificación del problema

La exploración geofísica emplea distintos métodos —gravimétricos, magnéticos, eléctricos y sísmicos— para estimar propiedades físicas del subsuelo. Entre estos, los métodos sísmicos son utilizados ampliamente debido a su capacidad para proporcionar imágenes del subsuelo mediante la propagación de las ondas sísmicas. Los datos adquiridos, conocidos como *shots* sísmicos, permiten estimar propiedades del subsuelo como la velocidad de la onda P. Esta propiedad constituye un parámetro clave para la caracterización del subsuelo, ya que permite construir modelos de velocidad utilizados en procesos como migración sísmica. Dichos modelos controlan

directamente la calidad de la imagen migrada en profundidad (Le Bégat et al., 2004) y apoyan la interpretación geológica de estructuras, fallas, trampas, posibles reservorios y zonas de interés económico, especialmente en contextos de exploración de hidrocarburos (Cobo et al., 2019; Espin et al., 2023). Dentro de los métodos de inversión para la estimación de modelos de velocidad de onda P, la inversión de onda completa se ha consolidado como una herramienta altamente precisa, ya que aprovecha todo el contenido de la onda, permitiendo reconstruir imágenes de alta resolución incluso en áreas de complejidad geológica (Louboutin et al., 2017).

En el estado del arte, la inversión de onda completa se ha abordado mediante problemas de optimización local y, en años más recientes, mediante enfoques basados en aprendizaje profundo. Por un lado, los enfoques clásicos se basan en un esquema iterativo que combina el modelamiento directo con el cálculo del gradiente mediante el método adjunto, lo que permite actualizar el modelo de velocidad en cada iteración usando algoritmos de optimización como descenso por gradiente, Newton o Gauss-Newton (Virieux & Operto, 2009). Aunque estos métodos han sido ampliamente utilizados, presentan limitaciones como disponer de un modelo inicial cercano a la solución verdadera y los elevados costos computacionales debido a la resolución repetida de la ecuación de onda y su adjunto durante el proceso de inversión. Por otro lado, el aprendizaje profundo incluye enfoques supervisados que buscan aprender directamente la relación entre los datos sísmicos y los modelos de velocidad. Aunque estos métodos aceleran la inversión y reducen la dependencia del modelo inicial, requieren grandes conjuntos de pares etiquetados para su entrenamiento. Esto implica tener pares de *shots* sísmicos y sus correspondientes modelos de velocidad de la onda P, los cuales no suelen estar disponibles en escenarios reales, debido a que el modelo verdadero del subsuelo no se conoce con exactitud. Adicionalmente, cuando estos enfoques no incorporan explícitamente la física del fenómeno durante el entrenamiento, pueden

generar modelos físicamente inconsistentes, limitar su capacidad de generalización y aumentar su dependencia de los datos con los que fueron entrenados. En este sentido, los enfoques no supervisados guiados por la física abordan el reto de los datos etiquetados, ya que se basan en una función objetivo en el dominio de los datos. Esto implica integrar la ecuación de onda acústica dentro del proceso de entrenamiento y optimizarla con base en la diferencia entre los datos sísmicos observados y los datos simulados.

En este contexto, este trabajo propone el desarrollo de un enfoque de aprendizaje profundo no supervisado guiado por la física para la estimación de modelos de velocidad de la onda P en sísmica de reflexión mediante inversión de onda completa. Su implementación implica retos como el diseño de un operador físico diferenciable, es decir, un operador que no solo simule la propagación de ondas sísmicas, sino que también permita propagar el error del modelo de aprendizaje profundo dentro del enfoque no supervisado. Además, requiere el diseño e implementación de una arquitectura neuronal y su integración con el operador diferenciable. Finalmente, el enfoque propuesto se evaluará en escenarios sintéticos basados en cortes geológicos de cuencas emergentes de Colombia y sus márgenes estructurales. La evaluación considerará la recuperación de contactos, fallas y pliegues a partir de datos sísmicos y mallas de inversión de dimensiones ajustadas a cada escenario.

Finalmente, se propone la siguiente pregunta orientadora del trabajo de grado: ¿Cómo desarrollar un enfoque de aprendizaje profundo no supervisado guiado por la física para la estimación de modelos de velocidad de la onda P en sísmica de reflexión mediante inversión de onda completa?

2. Objetivos

2.1 Objetivo general

Estimar modelos de velocidad de la onda P mediante un enfoque de aprendizaje profundo no supervisado guiado por la física implementando inversión de onda completa.

2.2 Objetivos específicos

1. Diseñar un operador físico diferenciable basado en la ecuación de la onda acústica para simular la propagación de ondas sísmicas a partir de un modelo de velocidad de onda P.

2. Implementar el operador físico dentro de un enfoque de aprendizaje profundo no supervisado guiado por la física para la estimación de modelos de velocidad de onda P.

3. Evaluar el desempeño del enfoque propuesto analizándolo en escenarios geológicos con complejidad estructural y estratigráfica de cuencas emergentes de Colombia.

3. Marco teórico

3.1. Método sísmico de reflexión

El método sísmico se fundamenta en el estudio de la propagación de ondas sísmicas a través del subsuelo con el fin de caracterizar sus propiedades físicas y estructurales. Dentro de este contexto, el método sísmico de reflexión constituye una de las técnicas más utilizadas en geofísica aplicada, debido a su capacidad para obtener información detallada de las estructuras del subsuelo. Este método consiste en generar ondas sísmicas mediante una fuente artificial ubicada en superficie, cuya energía viaja a través del subsuelo hasta encontrar interfaces que presentan

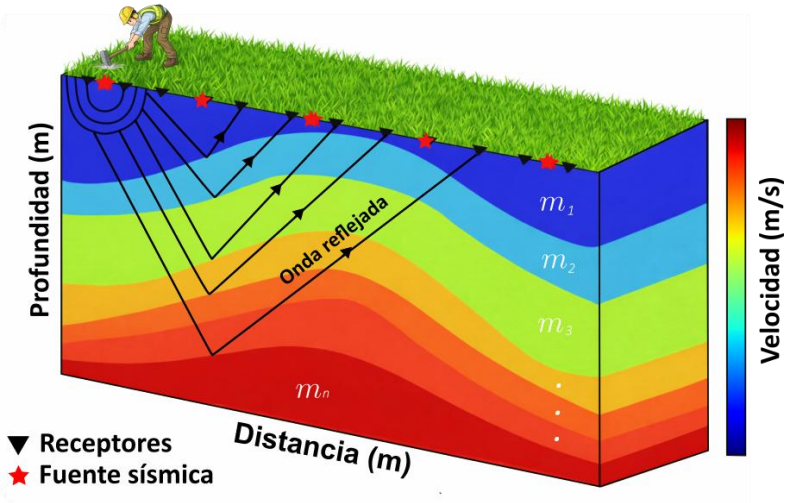
contrastes en sus propiedades físicas, como la velocidad de la onda P. Como consecuencia de estos contrastes, parte de la energía incidente se refleja y retorna hacia la superficie, constituyendo el campo de onda que es registrado por instrumentos de medición conocidos como geófonos en adquisiciones terrestres, e hidrófonos en adquisiciones marinas. Esta información se almacena en forma digital en cintas o discos duros en equipos de registro (Herrera & Cooper, 2010).

Mediante la adquisición de estos registros en los distintos receptores, se genera un conjunto de datos sísmicos, conocidos como *shots* sísmicos, los cuales contienen información de amplitud, fase y tiempo de viaje de las ondas registradas. Posteriormente, estos datos son sometidos a diferentes etapas de procesamiento con el propósito de obtener imágenes del subsuelo que permitan representar las geometrías y estructuras presentes en el medio.

Como se observa en la Figura 1, el subsuelo puede representarse mediante un modelo de velocidad **m**, compuesto por capas con valores $m_1, m_2, m_3 \ldots m_n$ donde cada m_i corresponde a la velocidad de onda P asociada a una región específica del modelo. En este esquema, la fuente sísmica genera energía que se propaga a través del subsuelo y es registrada por los receptores ubicados en superficie.

Figura 1

Representación esquemática de la adquisición del método sísmico de reflexión



Nota. Adaptado de "Seismic site characterization with shear wave (SH) reflection and refraction methods" por Hunter et al. (2022).

3.2 Modelamiento directo

El modelamiento directo, o modelado directo, es el proceso mediante el cual se emplean leyes físicas y relaciones matemáticas para predecir, a partir de valores dados de los parámetros de un modelo, las variables observables asociadas con su respuesta (Prieux et al., 2013). De manera general, este proceso puede expresarse en la ecuación (1):

$$\mathbf{d} = \mathcal{F}(\mathbf{m}). \tag{1}$$

Donde $\mathbf{m}$ representa los parámetros que describen el modelo, $\mathcal{F}$ corresponde al operador de modelamiento directo que calcula su respuesta mediante las leyes físicas consideradas y $\mathbf{d}$ representa los datos observables simulados.

En aplicaciones de inversión de onda completa, este operador permite simular la respuesta sísmica de un modelo del subsuelo. Para ello, es común usar la ecuación de onda acústica, que

describe la propagación de ondas compresionales P. En el dominio del tiempo, esta puede expresarse en la ecuación (2):

$$\nabla^2 p(x,t) - \frac{1}{m(x)^2}\frac{\partial^2 p(x,t)}{\partial t^2} = s(x,t). \quad (2)$$

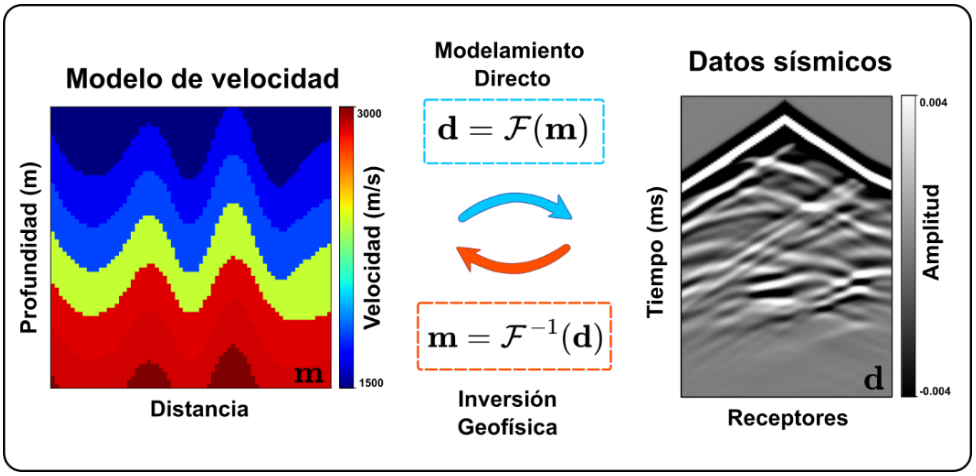
Donde $p(x,t)$ es el campo de presión asociado a la propagación de la onda, x representa las coordenadas espaciales, t el tiempo, $m(x)$ la velocidad de onda P en la posición **m** y $s(x,t)$ la fuente sísmica espacio-temporal.

La solución de esta ecuación permite calcular el campo de presión y obtener los registros sísmicos en las posiciones de los receptores para un modelo de velocidad determinado, constituyendo así la base del operador de modelamiento directo.

En la Figura 2 se resume la relación entre el modelamiento directo y la inversión geofísica aplicada al problema de estudio. El primero aplica el operador físico $\mathcal{F}$ sobre un modelo de velocidad **m** para simular los datos sísmicos **d**. Por su parte, la inversión busca estimar un modelo de velocidad **m** a partir de los datos sísmicos mediante $\mathcal{F}^{-1}(\mathbf{d})$.

Figura 2

Esquema conceptual del modelamiento directo e inversión geofísica aplicado al problema de estudio



Nota. Adaptado de "On the Robustness and Generalization of Deep Learning Driven Full Waveform Inversion" por Deng & Lin, 2021.

3.3 Inversión de onda completa

La inversión de onda completa (FWI, por sus siglas en inglés) representa una de las técnicas más avanzadas de caracterización geofísica, al aprovechar el contenido completo de los registros adquiridos, incluyendo amplitud, fase y tiempo de llegada de las ondas, con el fin de reconstruir modelos de velocidad de mayor resolución del subsuelo (F. Yang & Ma, 2019; Virieux & Operto, 2009a).

Su formulación matemática clásica se establece como un problema de optimización no lineal, empleando la norma L2, en el cual se busca minimizar una función objetivo $\mathcal{L}(\mathbf{m})$, según la ecuación (3):

$$\mathcal{L}(\mathbf{m}) = \|\mathbf{d}_{obs} - \mathcal{F}(\mathbf{m})\|_2^2 + \lambda\mathcal{R}(\mathbf{m}). \quad (3)$$

Donde $\mathbf{d}_{obs}$ corresponde a los datos adquiridos en campo, $\mathcal{F}(\mathbf{m})$ representa los datos simulados generados mediante el modelamiento directo asociado a un modelo de velocidad (**m)**, $\|\mathbf{d}_{obs} - \mathcal{F}(\mathbf{m})\|^2$ mide el desajuste entre los datos observados y los datos simulados, λ controla la magnitud del término de regularización y $R(\mathbf{m})$ define la naturaleza de la regularización aplicada, ya sea promoviendo modelos suaves, preservando discontinuidades o incorporando información a priori sobre la estructura del subsuelo.

Este enfoque parte de un modelo de velocidad inicial, el cual generalmente corresponde a una representación suave y de baja resolución del subsuelo, construida a partir de información a priori de la zona de estudio (Prieux et al., 2013). En cada iteración, se simulan los datos sísmicos mediante el modelado directo y se comparan con los datos observados. La diferencia entre ambos se utiliza como fuente en una segunda simulación, de tipo adjunto, que se realiza hacia atrás en el tiempo. Con los campos de onda directo y adjunto se calcula el gradiente de la función objetivo y se actualiza el modelo mediante un algoritmo de optimización local (Witte et al., 2018; Virieux & Operto, 2009a). Para un esquema de descenso por gradiente, la actualización puede expresarse en la ecuación (4):

$$\mathbf{m}^{k+1} = \mathbf{m}^{k} - a_k \nabla \mathcal{L}(\mathbf{m}^{k}). \tag{4}$$

donde $\mathbf{m}^{k}$ es el modelo estimado en la iteración k, $\nabla \mathcal{L}(\mathbf{m}^{k})$ representa el gradiente de la función objetivo respecto al modelo de velocidad y a_k corresponde al tamaño de paso de actualización.

A pesar de su alta capacidad de resolución, este enfoque clásico presenta ciertas limitaciones como el alto costo computacional, derivado de las múltiples simulaciones numéricas, y su dependencia de un modelo inicial suficientemente cercano al modelo verdadero para favorecer la convergencia hacia una solución adecuada. Esta dependencia se relaciona con la susceptibilidad

al fenómeno de *cycle skipping*, que puede ocurrir cuando el desfase entre los datos observados y simulados supera medio ciclo, llevando a la inversión a alinear ciclos distintos y converger a un mínimo local. Adicionalmente, distintos modelos de velocidad pueden reproducir de manera similar los datos observados, lo que dificulta obtener una solución única y hace necesario incorporar regularización o información a priori (Lin et al., 2022).

3.4. Aprendizaje profundo aplicado a inversión de onda completa

En años recientes, el surgimiento del aprendizaje profundo ha generado un cambio significativo en diversos campos científicos debido a su capacidad para aprender relaciones complejas a partir de grandes volúmenes de datos (Zerafa et al., 2025). En geofísica, este avance ha impulsado el desarrollo de nuevas estrategias para resolver problemas de inversión, entre ellos la estimación de modelos de velocidad (Yu & Ma, 2021). Algunos de estos métodos aprenden la relación entre los datos sísmicos y los modelos de velocidad, lo que permite obtener estimaciones de manera directa y reducir el tiempo de inversión una vez finalizado el entrenamiento. Estos métodos difieren tanto en su dependencia de los conjuntos de datos como en la forma en que incorporan la física del problema en el esquema de aprendizaje profundo (Adler et al., 2021; Lin et al., 2022a).

En general, estos enfoques se agrupan en dos categorías principales, supervisados, y no supervisados.

3.4.1 Enfoques supervisados

En los enfoques supervisados una red neuronal convolucional (*CNN*, por sus siglas en inglés), especializada en la extracción de patrones espaciales, se entrena con un gran conjunto de datos etiquetados, es decir, pares de datos sísmicos y sus respectivos modelos de velocidad.

Durante la etapa de entrenamiento, la red aprende una relación entre ambos. Una vez entrenada, puede estimar directamente un modelo de velocidad a partir de nuevos datos sísmicos. Entre los trabajos más representativos de este enfoque se encuentran *InversionNet* (Wu & Lin, 2019) y *VelocityGAN* (Zhang et al., 2019).

La Figura 3 presenta la estructura de *InversionNet* como ejemplo para ilustrar la formulación general de los enfoques supervisados aplicados a inversión de onda completa.

Este enfoque puede representarse mediante una red neuronal convolucional $\mathcal{G}_\theta$, donde θ representa todos los parámetros entrenables de la red. Durante la etapa de entrenamiento, se dispone de un conjunto de datos etiquetados $\Phi_s = \{(\mathbf{d}_{i,}\, \mathbf{m}_i)\}_{i=1}^{N}$, compuesto por N pares de datos sísmicos y sus respectivos modelos de velocidad de referencia. Para cada par, la red recibe el dato sísmico $\mathbf{d}_i$ y predice un modelo de velocidad $\mathcal{G}_\theta(\mathbf{d}_i)$. Los parámetros de la red se ajustan iterativamente para minimizar el promedio de la función de pérdida ($\mathcal{L}$) sobre el conjunto de entrenamiento. Esta función mide la diferencia entre cada modelo estimado y su correspondiente modelo de referencia, según la ecuación (5):

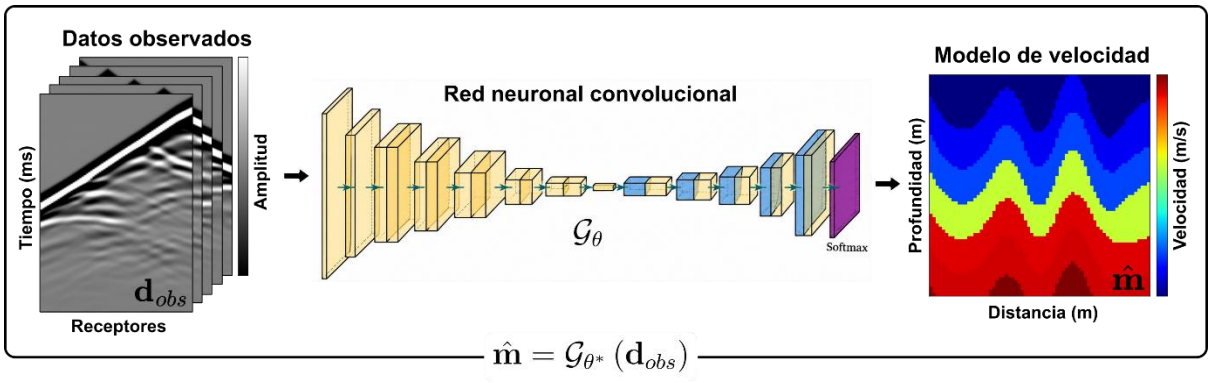
$$\theta^* = \arg\min_\theta \frac{1}{N}\sum_{i=1}^{N} \mathcal{L}(\mathcal{G}_\theta(\mathbf{d}_i), \mathbf{m}_i). \tag{5}$$

Una vez finalizado el entrenamiento, la red $\mathcal{G}_{\theta^*}$, con los parámetros obtenidos θ^*, puede estimar directamente un modelo de velocidad a partir de un nuevo dato sísmico observado $\mathbf{d}_{obs}$, según la ecuación (6):

$$\widehat{\mathbf{m}} = \mathcal{G}_{\theta^*}(\mathbf{d}_{obs}) \tag{6}$$

Figura 3

Ilustración esquemática de la estructura de InversionNet



Nota. Adaptado de "InversionNet: A Real-Time and Accurate Full Waveform Inversion with CNNs and continuous CRFs", por Wu et al. (2019).

La estimación directa mediante una red entrenada permite reducir costo computacional de obtener nuevos modelos de velocidad respecto a los enfoques clásicos. Sin embargo, el entrenamiento requiere grandes conjuntos de pares etiquetados, cuya disponibilidad es limitada en escenarios reales, donde el modelo verdadero del subsuelo no se conoce con exactitud. Adicionalmente, cuando el esquema no incorpora explícitamente la física del fenómeno, su desempeño depende de la representatividad de los datos utilizados durante el entrenamiento. Por esta razón, su capacidad de generalización puede verse afectada cuando las condiciones geológicas o la geometría de adquisición de los nuevos datos difieren de las consideradas durante el entrenamiento (Lin et al., 2022a; Adler et al., 2021).

3.4.2 Enfoques no supervisados guiados por la física

A diferencia de los enfoques supervisados, en los enfoques no supervisados guiados por la física la red neuronal estima un modelo de velocidad y sus parámetros se ajustan comparando los datos sísmicos observados con los simulados a partir del modelo estimado (Lin et al., 2024). De

esta manera, se evita la necesidad de disponer de modelos de velocidad de referencia como etiquetas durante el entrenamiento, lo cual representa una ventaja en aplicaciones reales, donde el modelo del subsuelo no se conoce con exactitud.

Entre los trabajos más representativos se encuentra UPFWI *(Unsupervised Physics-informed FWI)* propuesto por Jin et al. (2021), que conecta una red neuronal convolucional con un operador físico diferenciable que simula los datos sísmicos a partir del modelo de velocidad estimado. Al ser diferenciable, este operador permite propagar los gradientes desde la función de pérdida hasta los parámetros de la red mediante la aplicación de la regla de la cadena. Así, el cálculo del gradiente se integra en la retropropagación, sin requerir la derivación e implementación explícita de las ecuaciones adjuntas (Günes et al., 2018).

La Figura 4 presenta la estructura de UPFWI como ejemplo de la conexión entre la red neuronal y el operador físico diferenciable. Aunque este método se entrena sobre un conjunto de ejemplos sísmicos no etiquetados, esta conexión también permite describir una estrategia en la que la red se optimiza únicamente con los datos observados de una adquisición, sin entrenamiento previo sobre otras adquisiciones.

Este enfoque puede representarse mediante una red neuronal convolucional $\mathcal{G}_\theta$, donde θ representa sus parámetros entrenables. La red recibe los datos sísmicos observados $\mathbf{d}_{obs}$, y estima un modelo de velocidad $\widehat{\boldsymbol{m}} = \mathcal{G}_\theta(\mathbf{d}_{obs})$. Este modelo se introduce en el operador físico diferenciable $\mathcal{F}$ para generar los datos simulados $\mathbf{d}_{sim}$, según la ecuación (7):

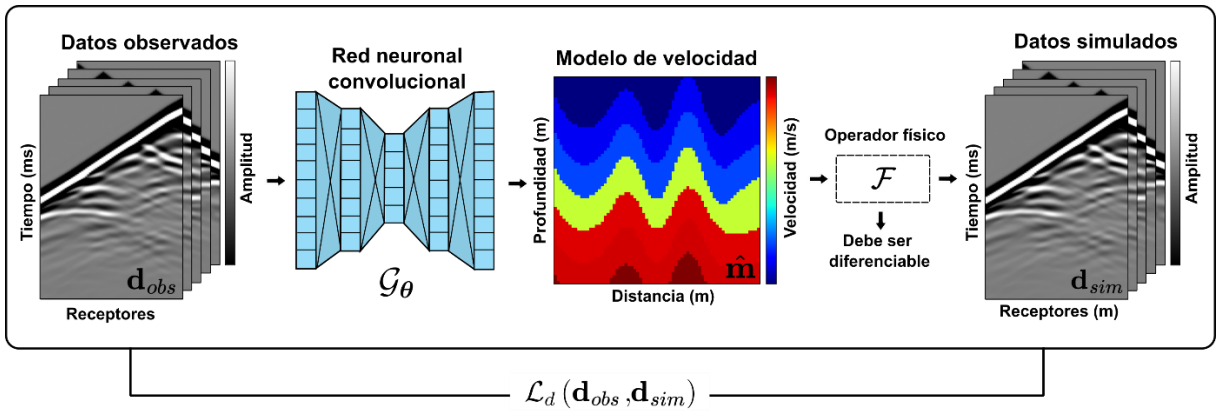
$$\mathbf{d}_{sim} = \mathcal{F}(\widehat{\mathbf{m}}). \tag{7}$$

Los parámetros de la red se ajustan iterativamente para minimizar una función de pérdida $\mathcal{L}$ en el dominio de los datos, que mide la diferencia entre los datos sísmicos observados y simulados, según la ecuación (8):

$$\boldsymbol{\theta}^* = \arg\min_{\theta} \mathcal{L}(\mathbf{d}_{obs}, \mathbf{d}_{sim}). \tag{8}$$

Figura 4

Ilustración esquemática de la estructura de UPFWI



Nota. Adaptado de "Physics-Informed Data-Driven Seismic Inversion: Recent Progress and Future Opportunities", por Lin et al. (2022).

3.5. Migración reversa en tiempo por mínimos cuadrados

La migración sísmica tiene como propósito reposicionar los eventos de reflexión en las ubicaciones donde se originaron y generar una imagen de las estructuras del subsuelo. Una de las técnicas empleadas para obtener estas imágenes a profundidad es la migración reversa en tiempo por mínimos cuadrados (*Least-Squares Reverse-Time Migration*, LSRTM), la cual estima iterativamente una imagen de reflectividad capaz de reproducir los datos sísmicos observados (Zeng et al., 2014).

Este proceso se formula como un problema inverso lineal mediante, según la ecuación (9):

$$r^* = \arg\min_{r} \frac{1}{2} \|(\mathbf{B}(\mathbf{m}_0)r - \mathbf{d}_{obs})\|_2^2, \tag{9}$$

donde r representa la imagen de reflectividad, $\mathbf{m}_0$ es el modelo de velocidad actual utilizado para la propagación, $\mathbf{d}_{obs}$ corresponde a los datos sísmicos observados y $\mathbf{B}(\mathbf{m}_0)$ es el operador linealizado de Born, que simula la respuesta sísmica de la reflectividad. En cada iteración, se comparan los datos simulados con los observados y se utiliza su diferencia para actualizar la reflectividad, manteniendo fijo el modelo de velocidad. Este ajuste permite mejorar la continuidad y el balance de amplitudes de los eventos en la imagen obtenida (Zeng et al., 2014).

4. Metodología

Para el cumplimiento de los objetivos de esta investigación, se definieron tres fases, cada una con actividades específicas para cumplir cada objetivo. A continuación, se describen las actividades de cada fase y en la Figura 5 se muestra un esquema simplificado de la metodología implementada.

Fase 1. Diseño de un operador físico diferenciable basado en la ecuación de la onda acústica para simular la propagación de ondas en distintos escenarios geológicos, y su posterior integración en el enfoque de aprendizaje profundo.

Actividad 1.1. Discretizar la ecuación de la onda acústica mediante diferencias finitas de segundo orden en el tiempo y octavo orden en el espacio. Se considerarán condiciones de frontera absorbentes y el criterio de Courant para garantizar que la simulación sea realista y matemáticamente estable.

Actividad 1.2. Implementar la ecuación discretizada de la ACTIVIDAD 1.1. en un entorno computacional utilizando Python. Esta etapa contempla la definición de parámetros de la simulación numérica, tales como el tamaño de la malla y del paso temporal, la ubicación de las fuentes y receptores, duración de la simulación y la frecuencia de la fuente sísmica.

Actividad 1.3. Evaluar el desempeño del operador implementado modelando la respuesta sísmica en distintos escenarios geológicos incluidos en el conjunto de datos de *OpenFWI* (Deng et al., 2022), conformado por modelos de velocidad de la onda P y sus correspondientes *shots* sísmicos. Estas respuestas serán comparadas con los *shots* de referencia de *OpenFWI*, con el fin de evaluar su correspondencia.

Actividad 1.4. Comparar la respuesta sísmica modelada en los escenarios geológicos de la ACTIVIDAD 1.3 con las modeladas mediante el operador de Devito, operador referente del estado del arte (Louboutin et al., 2019).

Fase 2. Integración del operador físico diferenciable con una red neuronal convolucional en un enfoque de aprendizaje profundo no supervisado guiado por la física para la estimación de modelos de velocidad de la onda P.

Actividad 2.1. Revisar el estado del arte reciente sobre métodos de aprendizaje profundo implementados en inversión de onda completa, con el fin de identificar los principales enfoques y analizar las arquitecturas neuronales y estrategias de entrenamiento empleadas, ya sea como referencia para su implementación o como base de comparación con el enfoque seleccionado.

Actividad 2.2. Definir la arquitectura neuronal para estimar modelos de velocidad de la onda P, estableciendo el tipo y número de capas, las funciones de activación y las dimensiones de entrada y salida.

ACTIVIDAD 2.3. Formular una función objetivo compuesta por un término de fidelidad a los datos y un término de regularización. El término de fidelidad cuantificará la diferencia entre los datos observados y los simulados, mediante la norma L_1, la norma L_2 o una combinación de ambas (L_1 + L_2). Para el término de regularización se seleccionará una formulación basada en

Tikhonov o la variación total, con el fin de imponer restricciones sobre el modelo estimado, ya sea favoreciendo soluciones suaves o preservando sus discontinuidades.

Actividad 2.4. Integrar el operador físico diferenciable con la red neuronal convolucional en un esquema de aprendizaje profundo no supervisado guiado por la física, definiendo el optimizador, la tasa de aprendizaje y el número de iteraciones usados en el proceso de inversión.

ACTIVIDAD 2.5. Evaluar el desempeño del enfoque propuesto comparando la respuesta de inversión con los obtenidos mediante enfoques supervisados y no supervisados, utilizando como datos de entrada los datos sísmicos modelados en la FASE 1. La comparación incluirá InversionNet (Wu & Lin, 2019) bajo esquemas supervisado y no supervisado, VelocityGAN (Zhang et al., 2019) y un modelo base no supervisado. Para los enfoques supervisados se emplearán los pesos preentrenados disponibles para cada escenario geológico del conjunto de datos de *OpenFWI*.

Fase 3. Evaluación del enfoque propuesto en escenarios geológicos sintéticos de cuencas colombianas emergentes con complejidad estructural y estratigráfica.

Actividad 3.1. Definir dos escenarios geológicos colombianos asociados a cuencas emergentes y sus márgenes estructurales. Esta actividad incluirá la revisión bibliográfica de las cuencas seleccionadas y la selección de cortes geológicos que permitan identificar las principales características estructurales y estratigráficas del área de estudio.

Actividad 3.2. Construir en *GemPy* (De La Varga et al., 2019) los modelos geológicos definidos en la ACTIVIDAD 3.1, asignándo valores de velocidad de onda P a cada unidad geológica definida y modelando su respuesta sísmica.

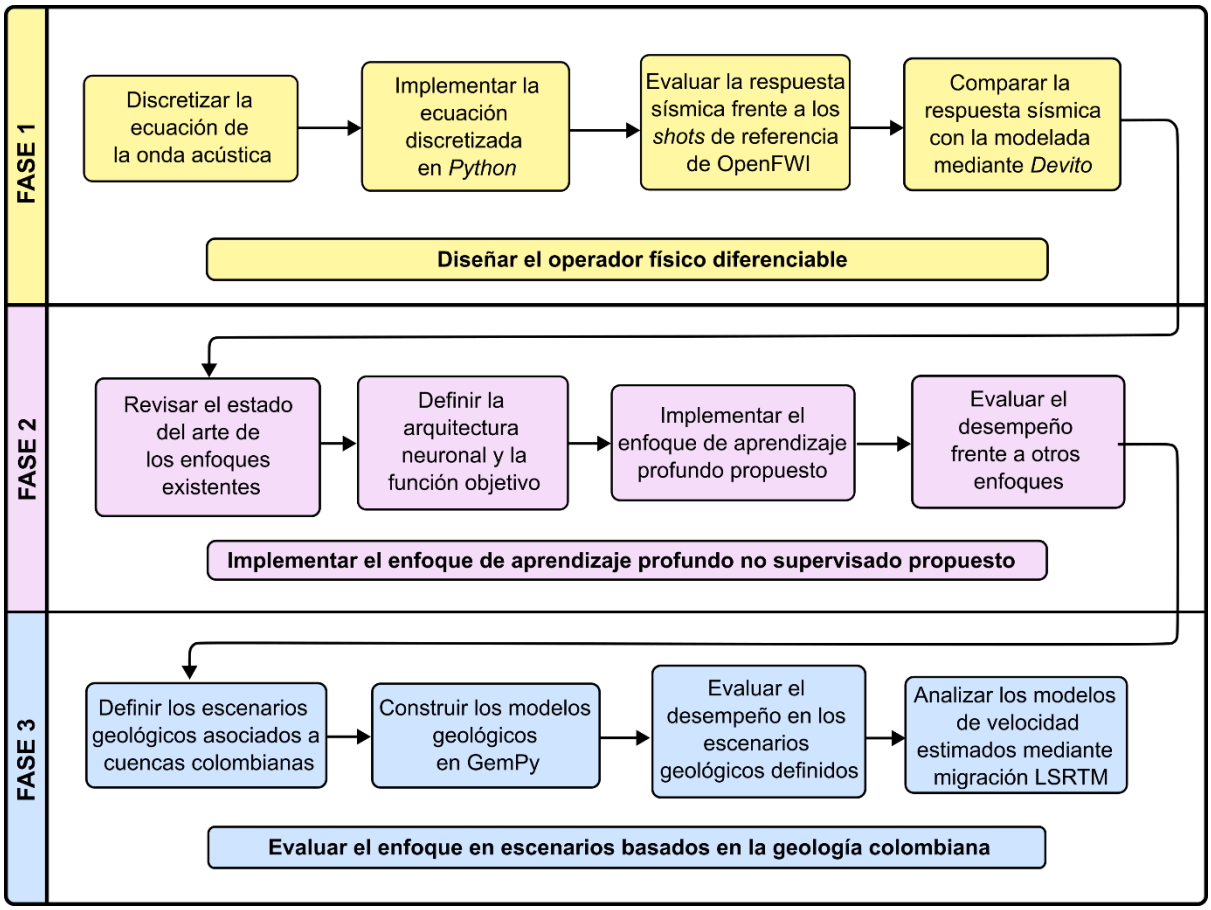
Actividad 3.3. Evaluar el desempeño del enfoque propuesto en los escenarios geológicos construidos en la ACTIVIDAD 3.2, utilizando como datos de entrada las respuestas sísmicas

modeladas para cada escenario. Los modelos de velocidad estimados serán comparados cuantitativamente con los modelos de referencia mediante las métricas SSIM, MSE y MAE, con el fin de cuantificar la precisión de las estimaciones.

Actividad 3.4. Evaluar de manera complementaria los modelos de velocidad estimados mediante su uso en migración reversa en el tiempo por mínimos cuadrados (*Least-Squares Reverse-Time Migration*, LSRTM). Las imágenes obtenidas permitirán analizar la capacidad de estos modelos para posicionar de manera coherente los principales eventos estructurales de cada escenario geológico.

Figura 5

Esquema metodológico del proyecto de investigación



Nota. LSRTM corresponde a Least-Squares Reverse Time Migration (migración reversa en tiempo por mínimos cuadrados), empleada en este trabajo para evaluar el desempeño de los modelos de velocidad estimados en procesos de migración sísmica.

5. Resultados

5.1 Diseño de un operador físico diferenciable basado en la discretización de la ecuación de la onda acústica

En esta primera fase, se diseñó un operador físico diferenciable basado en la ecuación de la onda acústica con el fin de modelar la propagación de ondas sísmicas en distintos escenarios geológicos, y su posterior integración en el enfoque de aprendizaje profundo.

Para ello, la ecuación de la onda acústica se discretizó mediante diferencias finitas centradas de segundo orden en el tiempo y octavo orden en el espacio. Además, se incorporaron condiciones de frontera absorbentes para reducir las reflexiones artificiales generadas en los bordes del dominio, y se verificó el cumplimiento de la condición de *Courant–Friedrichs–Lewy* para garantizar la estabilidad numérica de la simulación. El operador se implementó en *Python* mediante *PyTorch,* el cual permite guardas las operaciones en un grafo computacional, y posteriormente, mediante la retropogración, calcular los gradientes necesarios para actualizar los parámetros de la red neuronal. Finalmente, su desempeño se evaluó mediante la comparación visual de los *shots* sísmicos de referencia del conjunto *OpenFWI* y con los modelados mediante *Devito*.

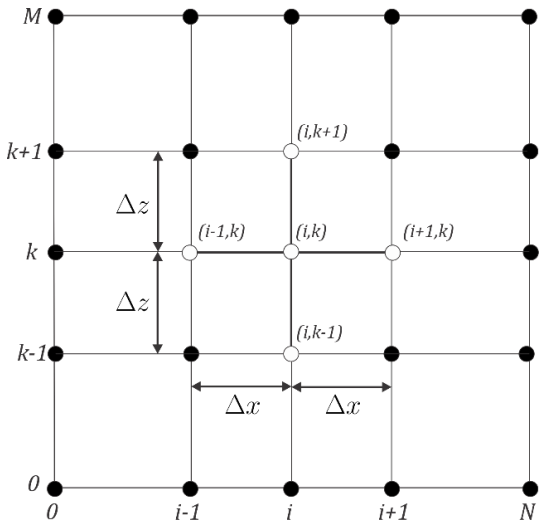
5.1.1 Formulación matemática

El operador físico diferenciable se construyó a partir de la ecuación de onda acústica bidimensional presentada en la sección 3.2. Para resolverla numéricamente y simular la propagación de las ondas, se discretizó mediante un esquema de diferencias finitas centradas de segundo orden en el tiempo y octavo orden en el espacio, siguiendo formulaciones comúnmente empleadas en el modelado del campo de ondas (Capuzzo et al., 2025;Z. S. Wang et al., 2023;J. Yang & Zhu, 2018).

Esta discretización transforma la ecuación continua en una relación de actualización explícita que permite calcular el campo de presión en cada instante. El segundo orden temporal permite realizar esta actualización utilizando los dos estados anteriores, mientras que el octavo orden espacial mejora la representación de la propagación y reduce la dispersión numérica. La distribución espacial de los nodos sobre los cuales se realiza esta discretización se presenta en la Figura 6.

Figura 6

Malla bidimensional del método de diferencias finitas



Nota. Representación esquemática de la malla bidimensional utilizada en el método de diferencias finitas. Cada nodo corresponde a una posición espacial del modelo en la que se calcula el valor del campo de presión. Los términos Δx y Δz representan los espaciamientos de la malla; i y k indican la posición del nodo en las direcciones x y z, respectivamente; y N y M corresponden a las dimensiones de la malla.

Al aplicar las aproximaciones temporal y espacial y despejar el campo de presión en el siguiente instante, se obtiene el esquema explícito de avance temporal, según la ecuación (10):

$$p_{i,k}^{n+1} = 2p_{i,k}^{n} - p_{i,k}^{n-1} + \left(m_{i,k}\Delta t\right)^2 \left[\nabla^2 p|_{i,k}^{n} + s_{i,k}^{n}\right], \qquad (10)$$

Donde $p_{i,k}^{n+1}$ es el campo de presión que se desea calcular; $p_{i,k}^{n}$ y $p_{i,k}^{n-1}$ corresponden al estado actual y al inmediatamente anterior, respectivamente; $m_{i,k}$ es la velocidad local del medio; Δt es el paso temporal; $s_{i,k}^{n}$ representa la fuente sísmica; y $\nabla^2 p|_{i,k}^{n}$ corresponde al operador laplaciano discreto de octavo orden, utilizado para aproximar la variación espacial del campo de presión a partir de los valores presentes en los nodos vecinos.

El esquema es explícito porque el campo de presión futuro $p_{i,k}^{n+1}$ se calcula directamente a partir del campo actual $p_{i,k}^{n}$, del estado anterior $p_{i,k}^{n-1}$ y de los valores espaciales vecinos.

5.1.1.1 Criterio de estabilidad. El tamaño del paso temporal Δt determina el intervalo entre las actualizaciones sucesivas del campo de presión. Un paso temporal grande puede generar inestabilidad numérica, es decir, un crecimiento artificial e incontrolado de las amplitudes de las ondas simuladas. Por esta razón, se verificó la condición de estabilidad de Courant–Friedrichs–Lewy (CFL), la cual establece un límite superior para Δt en función de la velocidad máxima del medio, el espaciamiento de la malla y los coeficientes del operador espacial.

Para el esquema de segundo orden temporal y octavo orden espacial, considerando una malla uniforme $\Delta x = \Delta z = \Delta h$, la condición se expresa en la ecuación (11):

$$\Delta t \leq \sqrt{\frac{2}{\eta_s}} \cdot \frac{\Delta h}{\mathbf{m}_{max}}, \tag{11}$$

Donde $\mathbf{m}_{max}$ es la velocidad máxima del medio y η_s depende de los coeficientes del operador espacial. Para la aproximación de octavo orden utilizada, se obtiene $\eta_s \approx 6.5016$. Esta condición se empleó posteriormente para verificar el paso temporal seleccionado durante la implementación del operador.

5.1.1.2 Condiciones de frontera absorbentes. Para reducir las reflexiones artificiales en los límites del dominio computacional, la malla original se extendió mediante n_{bc} capas adicionales, en las cuales se aplicó un perfil cuadrático de amortiguamiento. Esta región atenúa progresivamente la energía de las ondas antes de que alcancen el borde exterior, evitando un cambio abrupto que pueda generar nuevas reflexiones (Yao et al., 2018).

El perfil de amortiguamiento se define en la ecuación (12):

$$d(x) = \kappa \left(\frac{x}{a}\right)^2, \qquad 0 \leq x \leq a, \tag{12}$$

Donde x representa la distancia desde la interfaz interna de la capa hasta el nodo evaluado; $a = (n_{bc} - 1)h$ corresponde al espesor de la región absorbente; y κ determina la intensidad máxima del amortiguamiento en función de la velocidad mínima del modelo y del coeficiente de reflexión a partir de la velocidad mínima del modelo y del coeficiente de reflexión $R = 10^{-7}$.

5.1.2 Implementación en un entorno computacional

Con el fin de modelar la propagación del campo de ondas, la ecuación discretizada en la sección anterior fue implementada en Python mediante *PyTorch*. Este entorno permitió conservar la diferenciabilidad de las operaciones involucradas en el modelamiento (Paszke et al., 2017), y su posterior integración en el enfoque de aprendizaje profundo.

Para la simulación se emplearon modelos de velocidad de la onda P sintéticos del conjunto de datos *OpenFWI* (Deng et al., 2022). Los parámetros de adquisición se definieron tomando como referencia este conjunto de datos, con el propósito de generar simulaciones comparables y evaluar el operador físico implementado en la siguiente sección.

Para cada modelo, $\mathbf{m} \in \mathbb{R}^{N_x \times N_z}$ representa el modelo de velocidad de entrada, mientras que los datos sísmicos modelados se expresan en la ecuación (13):

$$\mathbf{d}_{sim} = \mathcal{F}(\mathbf{m}) \in \mathbb{R}^{N_s \times N_t \times N_r}. \tag{13}$$

En esta implementación $N_x = N_z = 70$ corresponden a las dimensiones espaciales del modelo, $N_s = 5$ al número de fuentes, $N_t = 1000$ al número de pasos temporales y $N_r = 70$ al número de receptores.

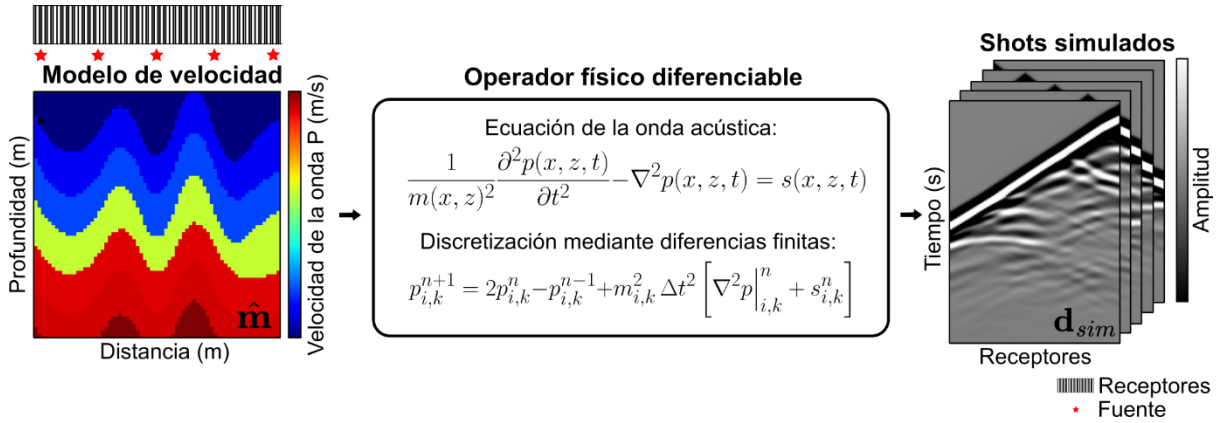
Los modelos de velocidad se representaron mediante una malla bidimensional regular de 70×70 nodos, con espaciamientos constantes $\Delta x = \Delta z = 10\ m$. Para incorporar las condiciones de frontera absorbentes, el dominio original se extendió mediante $nbc = 120$ nodos adicionales en cada borde. Las cinco fuentes se ubicaron en las coordenadas, según la ecuación (14):

$$x_s = \{0,\ 175,\ 350,\ 525,\ 700\}\ m, \tag{14}$$

junto con 70 receptores distribuidos a lo largo de la superficie del modelo. El flujo general del modelamiento directo se presenta en la Figura 7.

Figura 7

Representación esquemática del flujo de modelamiento directo



Nota. Adaptado de "Physics-Informed Data-Driven Seismic Inversion: Recent Progress and Future Opportunities", por Lin et al., 2022.

La fuente sísmica se representó mediante una ondícula de Ricker, ampliamente utilizada en el modelamiento sísmico para representar el pulso emitido por la fuente (Y. Wang, 2015). Se empleó una frecuencia central de 15 Hz, como se muestra en la Figura 8. La simulación comprendió una duración de 1000 pasos temporales con un intervalo de $\Delta t = 0.001\,s$, satisfaciendo la condición de estabilidad de *Courant–Friedrichs–Lewy* definida en la sección anterior. Los parámetros utilizados para el modelamiento se resumen en la Tabla 1.

Figura 8

Ondícula de Ricker de 15 Hz utilizada como función fuente en la simulación numérica

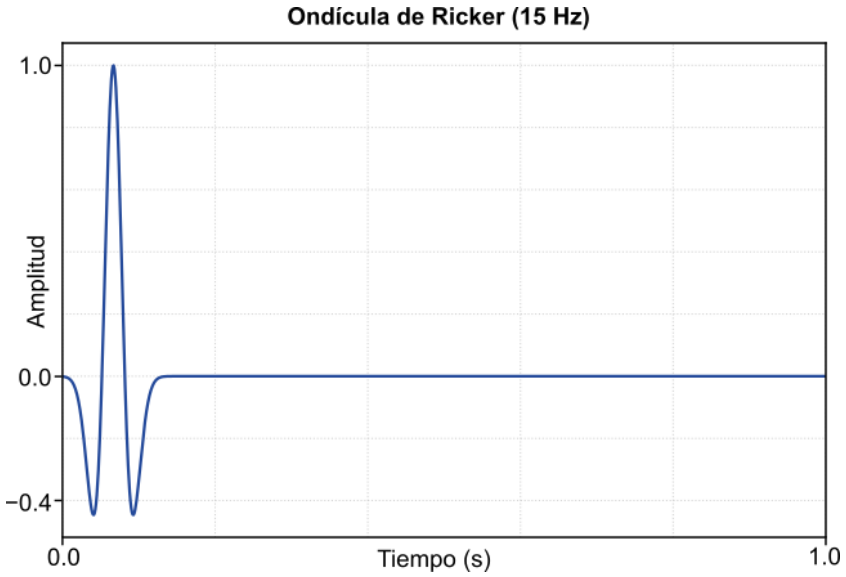


Tabla 1

Parámetros numéricos usados en la simulación

Variable	Descripción	Valor	Unidad
$N_x \times N_z$	Dimensiones de la malla	70×70	*nodos*
$\Delta x = \Delta z$	Espaciamiento	10	*m*
$f\theta$	Frecuencia de la fuente	15	*Hertz (Hz)*
Δt	Paso temporal	0.001	*Segundos (s)*
t_0	Tiempo inicial	0	*Segundos (s)*
t_f	Tiempo final	1	*Segundos (s)*
N_t	Número de pasos temporales	1000	-
N_s	Número de fuentes	5	
N_r	Número de receptores	70	

5.1.3 Evaluación del operador frente al conjunto de datos de referencia

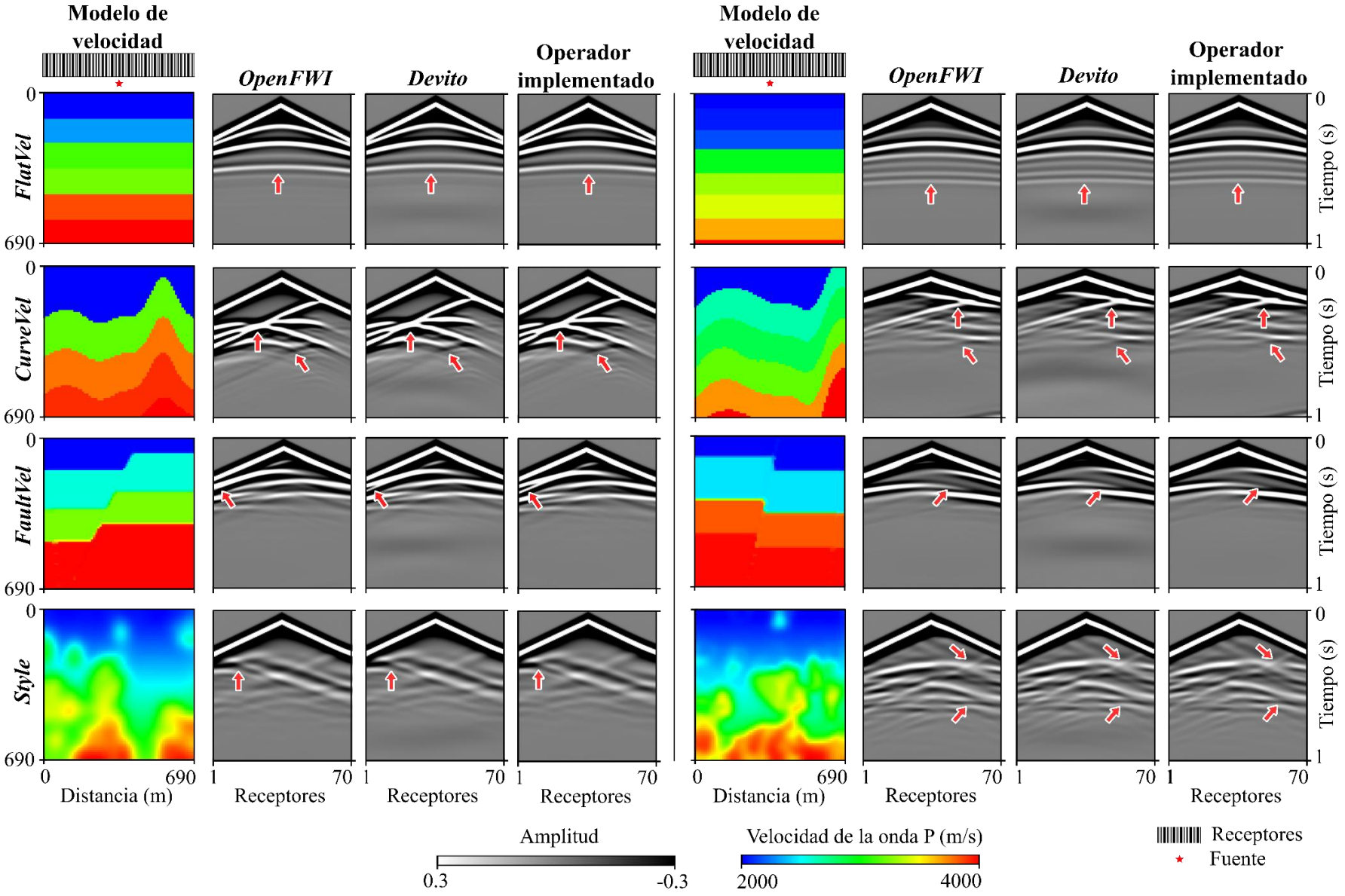
El desempeño del operador físico diferenciable se evaluó modelando la respuesta sísmica en distintos escenarios geológicos incluidos en el conjunto de datos *OpenFWI* y comparando los

shots obtenidos con los datos de referencia correspondientes. Estos datos fueron generados mediante un esquema de diferencias finitas de segundo orden en el tiempo y cuarto orden en el espacio (Jin et al., 2021). La evaluaciónn se realizó de manera cualitativa, considerando la continuidad y la geometría de los eventos sísmicos. Para esta evaluación se seleccionaron dos modelos de velocidad de cada una de las familias de *OpenFWI* entre las que están *FlatVel*, *CurveVel*, *FaultVel* y *Style*. Cada familia representa un escenario geológico asociado a distintos grados de complejidad estructural.

Entre los escenarios evaluados, *FlatVel* corresponde al de menor complejidad estructural y se caracteriza por capas tabulares, horizontales y continuas. Por su parte, *CurveVel* contiene capas curvas o plegadas, con geometrías asociadas a antiformas y sinformas, mientras que *FaultVel* presenta capas tabulares y horizontales con presencia de fallas. Finalmente, *Style* presenta geometrías con variaciones laterales y verticales de velocidad, por lo que corresponde al escenario de mayor complejidad entre los analizados. La Figura 9 reúne las respuestas sísmicas de los *shots* de referencia de *OpenFWI*, las modeladas mediante el operador físico implementado y con *Devito*.

Figura 9

Comparación de shots sísmicos entre OpenFWI, el operador implementado y Devito


Modelo de velocidad
OpenFWI
Devito
Operador implementado
Modelo de velocidad
OpenFWI
Devito
Operador implementado
FlatVel
CurveVel
FaultVel
Style
0
690
Distancia (m)
1
70
Receptores
Tiempo (s)
Amplitud
0.3
-0.3
Velocidad de la onda P (m/s)
2000
4000
Receptores
Fuente

Nota. Comparación visual entre los shots sísmicos de referencia de OpenFWI, las modeladas mediante el operador físico implementado y con Devito. Se presentan dos modelos de velocidad de cada una de las familias FlatVel, CurveVel, FaultVel y Style. Las flechas rojas señalan algunos de los principales eventos sísmicos para facilitar su comparación visual.

5.1.4 Evaluación del operador frente a Devito

Como segunda referencia, las respuestas sísmicas generadas mediante el operador físico diferenciable para los escenarios evaluados en la sección anterior se compararon con las obtenidas mediante *Devito*. Este corresponde a un lenguaje de dominio específico integrado en Python, diseñado para implementar y optimizar esquemas de diferencias finitas en aplicaciones como el modelado sísmico (Louboutin et al., 2019). Las simulaciones se realizaron con los mismos modelos de velocidad y parámetros de adquisición definidos. En *Devito* también se utilizaron 120 capas absorbentes, manteniendo el mismo número empleado en el operador implementado. Sin embargo, *Devito* emplea una capa de amortiguamiento tipo *sponge*, cuyo coeficiente aumenta progresivamente hacia los bordes del dominio, mientras que el operador implementado utiliza un perfil cuadrático de amortiguamiento. Debido a estas diferencias, la comparación se realizó de manera cualitativa, considerando los tiempos de llegada, la continuidad y la geometría de los principales eventos sísmicos.

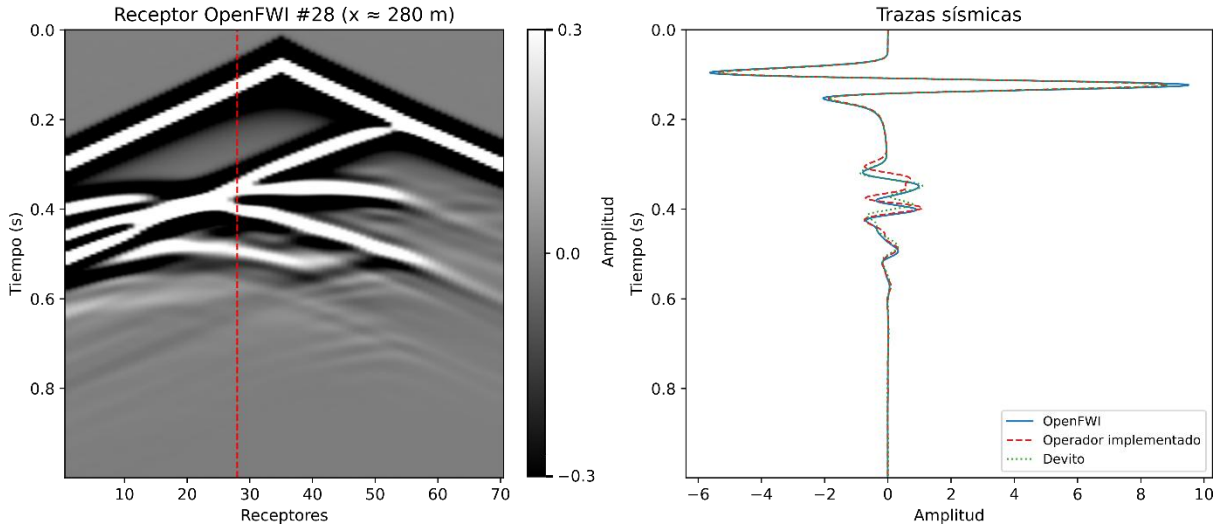
Los resultados presentados en la Figura 9 muestran una correspondencia general entre las respuestas generadas mediante ambos operadores. Los principales eventos sísmicos presentan tiempos de llegada, continuidad y geometrías semejantes en los diferentes escenarios evaluados. En los *shots* modelados mediante *Devito* se observan zonas con mayor amplitud relativa durante los tiempos más tardíos. Estas variaciones podrían estar relacionadas con los diferentes perfiles de

amortiguamiento empleados. A pesar de estas diferencias, se conserva la ubicación general de los principales eventos sísmicos.

Para complementar la comparación de los *shots*, se analizaron las trazas correspondientes al receptor ubicado en $x = 270\,m$ para el modelo de *CurveVel*. Las tres trazas presentan correspondencia en los tiempos de llegada de los principales eventos sísmicos (Figura 10). No obstante, entre 0.3 y 0.45 s se observan diferencias en la forma de onda y en las amplitudes relativas. Estas variaciones podrían atribuirse a las distintas implementaciones numéricas, como los órdenes de discretización espacial y el tratamiento de las condiciones de frontera absorbentes.

Figura 10

Comparación de trazas sísmicas en el receptor ubicado en x = 270 m



Nota. Comparación visual de las trazas sísmicas en el receptor ubicado en x=270 m. (a) Shot sísmico y posición del receptor seleccionado, indicada mediante la línea roja discontinua. Para facilitar la visualización, la escala de amplitud se limitó al intervalo entre −0,3 y 0,3, sin modificar los datos originales. (b) Trazas modeladas mediante la aproximación del operador de OpenFWI, el operador físico implementado y Devito.

5.2 Integración del operador físico diferenciable con una red neuronal convolucional en un enfoque de aprendizaje profundo

En esta segunda fase, se integró el operador físico diferenciable desarrollado en la sección anterior con una red neuronal convolucional dentro de un enfoque de aprendizaje profundo no supervisado guiado por la física. Este enfoque permitió estimar modelos de velocidad de la onda P a partir de datos sísmicos, sin utilizar modelos de velocidad verdaderos como etiquetas durante el proceso de optimización.

Para ello, inicialmente se revisaron diferentes métodos de aprendizaje profundo aplicados a la inversión de onda completa, considerando las arquitecturas neuronales y las estrategias de entrenamiento empleadas. A partir de esta revisión, se definió una arquitectura neuronal de dos ramas y se formuló una función objetivo compuesta por un término de fidelidad en el dominio de los datos sísmicos y un término de regularización aplicado al modelo estimado. Posteriormente, la red neuronal se integró con el operador físico diferenciable y se definieron el optimizador, la tasa de aprendizaje y el número de iteraciones del proceso de inversión. Finalmente, el desempeño del enfoque propuesto se evaluó utilizando los datos sísmicos modelados en la FASE 1 para diferentes escenarios geológicos de *OpenFWI*. Los modelos de velocidad estimados se compararon con los obtenidos mediante *InversionNet* (Wu & Lin, 2019) bajo esquemas supervisado y no supervisado, *VelocityGAN* (Zhang et al., 2019) y un modelo base no supervisado.

5.2.1 Revisión del estado del arte reciente sobre métodos de aprendizaje profundo implementados en inversión de onda completa

Como punto de partida para estructurar el enfoque no supervisado y definir los métodos de comparación, se revisaron tres enfoques utilizados como referencia en *OpenFWI*: *InversionNet*

(Wu & Lin, 2019), *VelocityGAN* (Zhang et al., 2019) y *UPFWI* (Jin et al., 2021). La revisión se centró en el esquema de aprendizaje, las principales características de las redes neuronales y la forma en que cada método relaciona los datos sísmicos con el modelo de velocidad. Para ello, se consultaron los artículos originales y la documentación disponible en el repositorio de *OpenFWI* (Deng et al., 2023) (Tabla 2).

Tabla 2

Características, ventajas y limitaciones de los enfoques de aprendizaje profundo revisados

Enfoque de referencia	Características de la Arquitectura	Ventajas	Limitaciones
InversionNet (Wu & Lin, 2019)	Utiliza una red convolucional tipo *encoder-decoder* para aprender directamente la relación entre los datos sísmicos y sus correspondientes modelos de velocidad. El *encoder* reduce progresivamente las dimensiones de entrada y el *decoder* reconstruye la distribución espacial de velocidades.	Una vez entrenada, permite estimar modelos de velocidad de manera directa y con un bajo tiempo de inferencia. Además, constituye una línea base ampliamente utilizada en *OpenFWI*.	Requiere grandes conjuntos de pares formados por datos sísmicos y modelos de velocidad verdaderos. Su desempeño también depende de la similitud entre los datos de entrenamiento y los escenarios evaluados.
VelocityGAN (Zhang et al., 2019)	Emplea una red generativa adversarial condicional compuesta por un generador y un discriminador. El generador estima el modelo de velocidad, mientras que el discriminador evalúa su correspondencia con los modelos verdaderos utilizados durante el entrenamiento.	La pérdida adversarial introduce una regularización aprendida a partir de los datos y favorece la recuperación de características estructurales en los modelos estimados.	Requiere pares etiquetados y el entrenamiento conjunto del generador y el discriminador añade complejidad al proceso de optimización.
UPFWI (Jin et al., 2021)	Integra una red neuronal convolucional con un operador físico diferenciable. El modelo estimado por la red	No requiere modelos de velocidad verdaderos como	La ejecución del operador físico durante cada iteración aumenta el costo

Enfoque de referencia	Características de la Arquitectura	Ventajas	Limitaciones
	se utiliza para simular datos sísmicos y la diferencia entre los datos observados y simulados permite actualizar sus parámetros.	etiquetas e incorpora la física de la propagación de ondas dentro del proceso de optimización.	computacional, además de que se optimiza sobre un conjunto de datos sísmicos y no sobre el dato observado.

En esta investigación, estos enfoques cumplieron funciones diferentes. *InversionNet* y *VelocityGAN* se utilizaron como líneas base supervisadas, mientras que la arquitectura de *InversionNet* también se implementó dentro del esquema no supervisado para comparar su desempeño bajo la misma estrategia de optimización. Por su parte, *UPFWI* constituyó una referencia metodológica para la integración de la red neuronal con el operador físico diferenciable. Ninguna de estas arquitecturas se adoptó directamente como la red propuesta.

5.2.2 Definición de la arquitectura de la red neuronal

Para estimar los modelos de velocidad de la onda P se definió una arquitectura neuronal convolucional de dos ramas (Figura 11). La entrada de la red corresponde al conjunto de cinco shots sísmicos modelados para cada escenario, según la ecuación (15):

$$\mathbf{d}_{sim} = \mathcal{F}(\mathbf{m}) \in \mathbb{R}^{N_s \times N_t \times N_r}, \tag{15}$$

donde las dimensiones indican el número de fuentes, las muestras temporales y los receptores, respectivamente. Como salida, la red genera un modelo de velocidad, según la ecuación (16):

$$\mathbf{m} \in \mathbb{R}^{N_x \times N_z} \tag{16}$$

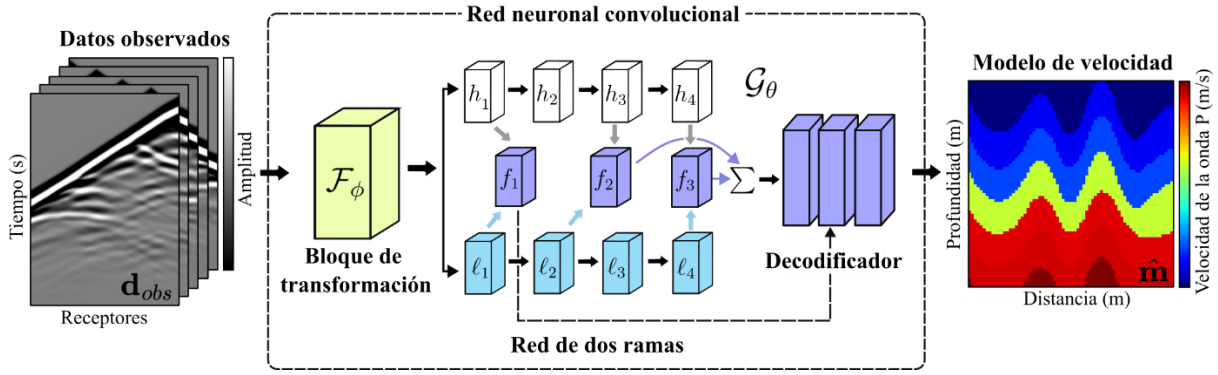
La arquitectura se diseñó con el fin de aprovechar de manera complementaria distintos tipos de información presentes en los *shots* sísmicos. Por una parte, se buscó conservar los patrones

locales asociados con las formas de onda y la geometría de los eventos sísmicos. Por otra, se buscó incorporar información contextual de mayor escala, relacionada con la distribución de estos eventos a lo largo del tiempo y entre los diferentes receptores. Para ello, se adoptó una estructura de dos ramas, en la que cada trayectoria procesa cada una de las características sísmicas de manera diferente antes de combinarlas. El bloque de transformación lleva los registros a una representación de características de tamaño uniforme mediante convoluciones e interpolación. Así, el bloque de inversión puede recibir una representación de las mismas dimensiones internas aunque cambie el número de muestras temporales o de receptores de los registros.

Como se observa en la Figura 11, la arquitectura está constituida por un bloque de transformación de características sísmicas $\mathcal{T}_{\emptyset}$ y una red de inversión de velocidad $\mathcal{G}_{\theta}$. El bloque $\mathcal{T}_{\emptyset}$ recibe conjuntamente los *shots* sísmicos y los transforma en una representación de características para la etapa de inversión. Este bloque contiene tres capas convolucionales con activación ReLU. Las dos primeras emplean núcleos de 10×10 y 5×5, respectivamente, con un *stride* de $(2,1)$ y un *padding* de $(1,1)$. Esta configuración reduce progresivamente la dimensión temporal de los datos sísmicos y genera una representación compacta de los patrones presentes en los *shots*. El bloque de transformación utiliza dos canales de salida.

Figura 11

Arquitectura de la red neuronal



La representación obtenida se introduce en $\mathcal{G}_\theta$, cuya estructura se divide en una rama de detalle y una rama contextual, cada una organizada en cuatro etapas de procesamiento. Los bloques convolucionales de ambas ramas emplean dos convoluciones de $(3,3)$, normalización por lotes y activación ReLU.

La rama de detalle mantiene una mayor resolución de las características con el propósito de conservar los patrones locales de las formas de onda y la geometría de los eventos sísmicos. En contraste, la rama contextual realiza una reducción temprana de la resolución e incorpora convoluciones dilatadas. Estas operaciones amplían el campo receptivo de la red y permiten relacionar características separadas por mayores distancias dentro de los datos sísmicos.

Las representaciones generadas por ambas ramas se combinan mediante tres módulos de fusión lateral, denotados por f_1, f_2 y f_3. En cada módulo se ajustan las dimensiones de las características provenientes de las dos trayectorias, se concatenan sus representaciones y se refinan mediante nuevos bloques convolucionales. Esta fusión progresiva permite integrar información local de alta resolución con información contextual de mayor escala en diferentes etapas de la red.

Finalmente, las características fusionadas se introducen en el decodificador. Este módulo también recibe características procedentes de una etapa temprana de la rama de detalle mediante

una conexión directa, con el propósito de recuperar información que podría perderse durante las reducciones de resolución. El decodificador utiliza convoluciones de 1×11 y 11×1, junto con operaciones de *max-pooling* e interpolación, para generar una salida de 70×70. Esta dimensión corresponde a las pruebas con OpenFWI. En los casos colombianos se configuró el tamaño de salida según la malla de inversión de cada escenario.

En la última capa se aplica una función sigmoide, mediante la cual se obtiene el modelo de velocidad normalizado, según la ecuación (17):

$$\widehat{\mathbf{m}}_{norm} \in [0,1]. \tag{17}$$

Posteriormente, la salida se transforma al intervalo físico de velocidades correspondiente para obtener el modelo estimado $\widehat{\mathbf{m}}$, el cual se introduce en el operador físico diferenciable.

5.2.3 Implementación del enfoque de aprendizaje profundo no supervisado guiado por la física

Una vez definida la arquitectura neuronal, se integró con el operador físico diferenciable para implementar el enfoque guiado por la física (Figura 12). En este caso, los parámetros de la red se optimizaron a partir de la diferencia entre los datos sísmicos observados y los datos sísmicos simulados mediante el operador físico diferenciable. En las pruebas de esta fase se tomó como referencia la geometría de adquisición de OpenFWI, descrita en la sección 5.1.2.

Sean $\mathbf{d}_{obs}$ los datos sísmicos observados. Inicialmente, el bloque de transformación $\mathcal{T}_\theta$ recibe estos datos como entrada y genera una representación de sus características. Posteriormente, la red de inversión $\mathcal{G}_\theta$ utiliza esta representación para estimar el modelo de velocidad, según la ecuación (18):

$$\widehat{\mathbf{m}} = \mathcal{G}_\theta\Big(\mathcal{T}_\emptyset(d_{obs})\Big), \tag{18}$$

Donde $\emptyset$ y θ representan los parámetros entrenables del bloque de transformación y de la red de inversión, respectivamente.

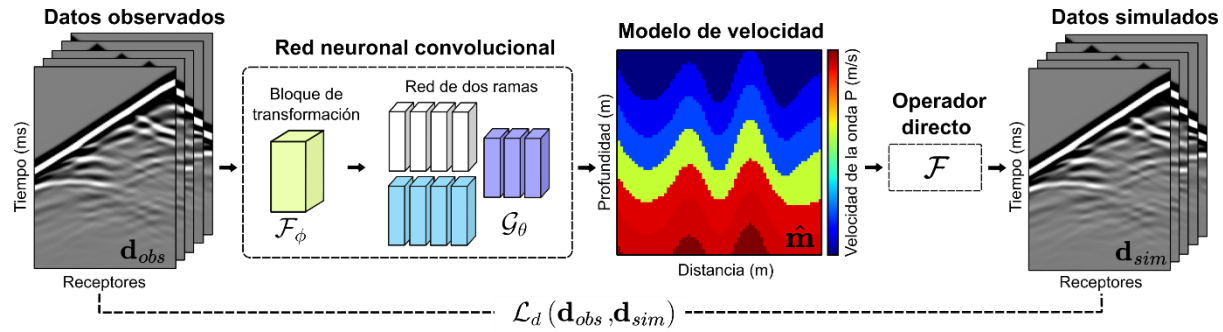
El modelo estimado se introduce en el operador físico diferenciable $\mathcal{F}$, el cual resuelve numéricamente la ecuación de onda acústica y genera los datos sísmicos simulados, según la ecuación (19):

$$\mathbf{d}_{sim} = \mathcal{F}\left(\mathcal{G}_\theta\left(\mathcal{T}_\emptyset(d_{obs})\right)\right). \tag{19}$$

De esta manera, la propagación de ondas se incorpora directamente en el proceso de entrenamiento. Debido a que $\mathcal{F}$ fue implementado mediante operaciones diferenciables, el error calculado entre $\mathbf{d}_{obs}$ y $\mathbf{d}_{sim}$ puede retropropagarse a través del operador físico y de los módulos neuronales para actualizar sus parámetros.

Figura 12

Enfoque de aprendizaje profundo no supervisado guiado por la física



Nota. Esquema del enfoque de aprendizaje profundo no supervisado guiado por la física. La red neuronal estima el modelo de velocidad a partir de los datos sísmicos observados; posteriormente, el operador físico diferenciable genera los datos simulados utilizados para calcular la función objetivo y actualizar los parámetros entrenables.

5.2.3.1 Función objetivo. El conjunto total de parámetros entrenables se definió en la ecuación (20):

$$\boldsymbol{\Theta} = \{\emptyset, \theta\}, \tag{20}$$

La función objetivo se formuló mediante la combinación de un término de fidelidad a los datos y un término de regularización aplicado al modelo de velocidad estimado, según la ecuación (21):

$$\mathcal{L}_{total}(\boldsymbol{\Theta}) = \lambda_d \mathcal{L}_{datos}(\mathbf{d}_{obs}, \mathbf{d}_{sim}) + \lambda_r \mathcal{R}(\widehat{\mathbf{m}}), \tag{21}$$

por lo que el proceso de optimización puede expresarse en la ecuación (22):

$$\boldsymbol{\Theta}^* = \arg\min_{\boldsymbol{\Theta}} \mathcal{L}_{total}(\boldsymbol{\Theta}). \tag{22}$$

En esta expresión, $\boldsymbol{\Theta}^*$ representa el conjunto óptimo de parámetros entrenables, $\mathcal{L}_{datos}$ mide la diferencia entre los datos observados y simulados y $\mathcal{R}$ corresponde al término de regularización aplicado al modelo de velocidad. Los coeficientes λ_d y λ_r controlan la contribución de cada término durante el entrenamiento.

5.2.3.2 Término de fidelidad a los datos. El término de fidelidad cuantifica la diferencia entre los datos sísmicos observados d_{obs} y los datos simulados d_{sim}. En el enfoque implementado se empleó una combinación de la norma L_1 y L_2, siguiendo la formulación empleada en UPFWI (Jin et al., 2021), según la ecuación (23):

$$\mathcal{L}_{data}(\boldsymbol{\Theta}) = \frac{\lambda_1}{N} \|\mathbf{d}_{obs} - \mathbf{d}_{sim}\|_1 + \frac{\lambda_2}{N} \|\mathbf{d}_{obs} - \mathbf{d}_{sim}\|_2^2. \tag{23}$$

Donde λ_1 y λ_2 corresponden a los coeficientes de ponderación de los términos L_1 y L_2, respectivamente. N representa el número total de muestras sísmicas, determinado por el producto entre el número de fuentes, receptores y pasos temporales.

Al incorporar la red neuronal y el operador físico, este término puede expresarse en la ecuación (24):

$$\mathcal{L}_{data}(\boldsymbol{\Theta}) = \frac{\lambda_1}{N}\left\|\mathbf{d}_{obs} - \mathcal{F}\left[\mathcal{G}_\theta\left(\mathcal{T}_\emptyset(\mathbf{d}_{obs})\right)\right]\right\|_1 + \frac{\lambda_2}{N}\left\|\mathbf{d}_{obs} - \mathcal{F}\left[\mathcal{G}_\theta\left(\mathcal{T}_\emptyset(\mathbf{d}_{obs})\right)\right]\right\|_2^2. \quad (24)$$

La norma L_1 cuantifica las diferencias absolutas entre ambos conjuntos de datos, mientras que la norma L_2 asigna una penalización mayor a las discrepancias de mayor magnitud. Su combinación permite considerar ambos comportamientos durante la optimización.

5.2.3.3 Regularización mediante variación total anisotrópica. La función objetivo también incorpora un término de regularización basado en la variación total anisotrópica, con el propósito de reducir oscilaciones espaciales no deseadas en el modelo estimado y favorecer regiones internas homogéneas.

Para un modelo $\widehat{\mathbf{m}}$ de dimensiones $N_z \times N_x$, este término puede expresarse en la ecuación (25):

$$R(\widehat{\mathbf{m}}) = \frac{1}{N_z N_x}\left[\sum_{i=1}^{N_z-1}\sum_{k=1}^{N_x}\left|\widehat{m}_{i+1,k} - \widehat{m}_{i,k}\right| + \sum_{i=1}^{N_z}\sum_{k=1}^{N_x-1}\left|\widehat{m}_{i,k+1} - \widehat{m}_{i,k}\right|\right] \quad (25)$$

El primer componente penaliza las variaciones entre celdas adyacentes en la dirección vertical, mientras que el segundo considera las variaciones en la dirección horizontal. Esta formulación favorece modelos definidos por regiones y permite conservar discontinuidades asociadas con cambios de velocidad entre estructuras.

5.2.3.4 Estrategia de optimización. En cada iteración, la red neuronal generó un modelo de velocidad, el operador físico calculó los datos sísmicos simulados y la función objetivo cuantificó la diferencia con respecto a los datos observados. A partir de esta función se calcularon los gradientes necesarios para actualizar los parámetros $\emptyset$ y θ.

Antes de retropropagar el gradiente hacia los módulos neuronales, se aplicó un preacondicionamiento espacial para modificar su contribución en función de la profundidad. Sea el gradiente de la función objetivo con respecto al modelo estimado, según la ecuación (26):

$$g = \frac{\partial \mathcal{L}_{total}}{\partial \hat{\mathbf{m}}} \tag{26}$$

El gradiente preacondicionado se obtuvo mediante, según la ecuación (27):

$$\tilde{g} = W \odot g\ , \tag{27}$$

donde $W \in \mathbb{R}^{N_x \times N_z}$ corresponde al mapa espacial de pesos y $\odot$ representa el producto elemento a elemento. Los valores de W aumentan progresivamente en la dirección vertical, asignando una mayor ponderación al gradiente correspondiente a las zonas profundas del modelo. Posteriormente, $\tilde{g}$ se retropropaga a través de $\mathcal{G}_\theta$ y $\mathcal{T}_\emptyset$ para actualizar sus parámetros.

La optimización se realizó mediante *AdamW*, con una tasa de aprendizaje de 0.0001 durante 1000 épocas.

5.2.4 Evaluación del desempeño del enfoque de aprendizaje profundo no supervisado guiado por la física

El desempeño del enfoque propuesto se evaluó en los escenarios geológicos definidos en la fase anterior, los cuales comprenden: modelos con capas horizontales, capas plegadas, presencia de fallas y variaciones laterales y verticales de velocidad. Adicionalmente, se incluyó un modelo procedente de *GeoFWI*, cuya configuración geológica difiere de los escenarios de *OpenFWI* utilizados para el entrenamiento de los métodos supervisados (Figura 13).

La comparación incluyó un modelo base sin el bloque de transformación de características, *InversionNet* y *VelocityGAN* bajo aprendizaje supervisado, la arquitectura de *InversionNet* implementada dentro del esquema no supervisado y la arquitectura propuesta. Para los métodos

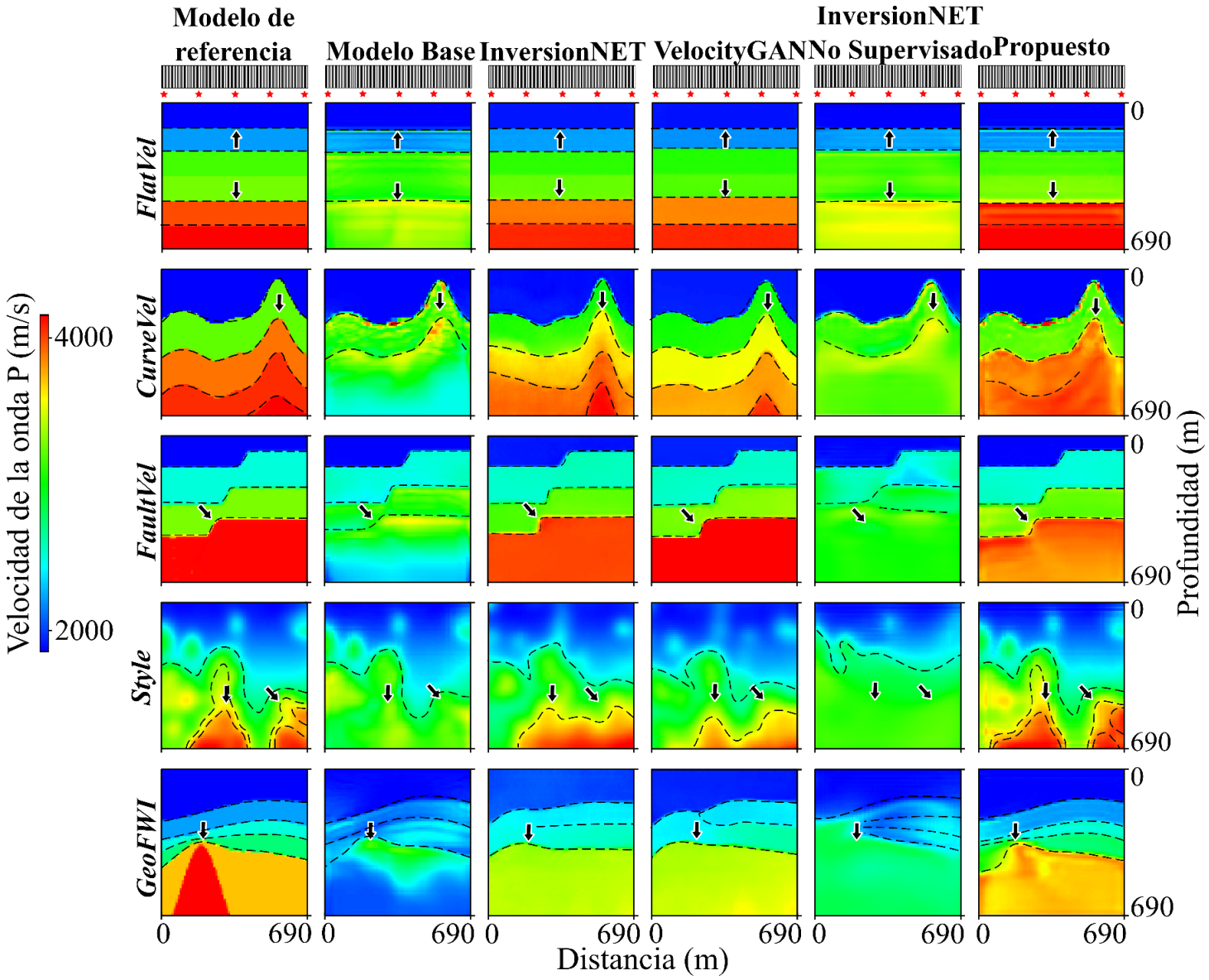
supervisados se utilizaron los pesos preentrenados disponibles para los escenarios de *OpenFWI*. En las implementaciones no supervisadas, los modelos de velocidad verdaderos no participaron durante la optimización y se emplearon únicamente como referencia para evaluar las estimaciones obtenidas.

La comparación visual muestra que el enfoque propuesto recupera de manera más definida la geometría de las interfaces y los contrastes de velocidad, especialmente en los escenarios con capas plegadas, fallas y variaciones laterales. En estos casos, el modelo base y la implementación no supervisada de *InversionNet* presentan un mayor suavizado y pérdida de detalle. Aunque el método propuesto no obtiene el mejor valor en todas las métricas para los escenarios más simples, presenta el comportamiento más consistente a medida que aumenta la complejidad estructural.

Esta diferencia es más evidente en el modelo de *GeoFWI*, cuya configuración geológica difiere de los escenarios de *OpenFWI* utilizados para entrenar los métodos supervisados. En este caso, las estimaciones supervisadas no reproducen adecuadamente la anomalía de velocidad ni la geometría de las interfaces, lo que evidencia su dependencia de los datos empleados durante el entrenamiento. Por el contrario, el enfoque propuesto obtiene los mejores valores de SSIM, MSE y MAE, mostrando como principal ventaja una mayor capacidad de adaptación a escenarios diferentes, debido a que la estimación se guía por la correspondencia entre los *shots* sísmicos observados y simulados mediante el operador físico diferenciable.

Figura 13

Comparación cualitativa de los modelos de velocidad estimados


Modelo de referencia
Modelo Base
InversionNET
VelocityGAN
InversionNET No Supervisado
Propuesto
FlatVel
CurveVel
FaultVel
Style
GeoFWI
Velocidad de la onda P (m/s)
4000
2000
Profundidad (m)
0
690
Distancia (m)

Nota. Comparación cualitativa entre los modelos de velocidad verdaderos y las estimaciones obtenidas mediante el modelo base, InversionNet y VelocityGAN bajo aprendizaje supervisado, InversionNet bajo el esquema no supervisado y el enfoque propuesto. Las flechas señalan algunas de las interfaces y estructuras consideradas durante la comparación visual.

Tabla 3

Comparación cuantitativa de los métodos de estimación de modelos de velocidad

	FlatVel			***CurveVel***			***FaultVel***			***Style***			***GeoFWI***		
Método	**SSIM ↑**	**MSE ↓**	**MAE ↓**	**SSIM ↑**	**MSE ↓**	**MAE ↓**	**SSIM ↑**	**MSE ↓**	**MAE ↓**	**SSIM ↑**	**MSE ↓**	**MAE ↓**	**SSIM ↑**	**MSE ↓**	**MAE ↓**
InversionNet	0,854	**0,001**	0,024	0,746	0,009	0,060	0,910	0,003	0,042	0,773	0,010	0,068	0,769	0,015	0,099
VelocityGAN	0,768	0,004	0,037	0,773	0,011	0,086	**0,946**	**0,001**	**0,025**	0,783	0,009	0,066	0,794	0,012	0,083
InversionNet no supervisado	**0,872**	0,015	0,080	0,735	0,044	0,154	0,735	0,076	0,204	0,706	0,016	0,092	0,694	0,065	0,189
Modelo base	0,732	0,027	0,110	0,554	0,114	0,235	0,670	0,137	0,245	0,854	0,012	0,070	0,624	0,134	0,256
Propuesto	0,829	0,002	**0,023**	**0,834**	**0,004**	**0,033**	0,943	0,005	0,051	**0,937**	**0,001**	**0,022**	**0,874**	**0,004**	**0,033**

Nota. Comparación cuantitativa entre el método propuesto, los métodos supervisados de referencia de OpenFWI y las alternativas no supervisadas para las distintas familias de modelos de velocidad. Todas las métricas se calcularon sobre modelos de velocidad normalizados al intervalo [0, 1]. Los valores en negrilla indican el mejor resultado y los subrayados el segundo mejor para cada métrica y familia de modelos. Las flechas indican el criterio de evaluación: ↑ señala que un valor mayor es mejor y ↓ que un valor menor es mejor.

5.3 Validación del desempeño del enfoque propuesto analizándolo en escenarios geológicos de cuencas emergentes y sus márgenes estructurales

En esta tercera fase se evaluó el desempeño del enfoque propuesto sobre dos escenarios geológicos sintéticos construidos a partir de información cartográfica del Servicio Geológico Colombiano a escala 1:100.000. Los escenarios seleccionados corresponden a los sectores de Bahía Portete y Valledupar–Villanueva, asociados con las cuencas Guajira y Cesar–Ranchería, respectivamente, clasificadas por la Agencia Nacional de Hidrocarburos como cuencas emergentes (ANH, 2022). A diferencia de los modelos sintéticos evaluados en las fases anteriores, estos escenarios se definieron tomando como referencia cortes geológicos regionales, con el propósito de incorporar escenarios geológicos más cercanos a contextos geológicos colombianos. A partir de esta información se construyeron los modelos geológicos en *GemPy* (De La Varga et al., 2019) y, posteriormente, se asignaron valores de velocidad de onda P a cada formación de acuerdo con su litología predominante. Estos modelos de velocidad fueron utilizados posteriormente en el operador físico implementado para simular su respuesta sísmica y generar los *shots* sísmicos empleados como datos de entrada en el proceso de inversión. Además de evaluar la recuperación de estructuras geológicas, en esta sección se comprueba que el esquema puede configurarse para procesar registros sísmicos con distintos números de muestras temporales y receptores y generar modelos de velocidad en mallas de diferentes dimensiones. Se presenta la construcción de los modelos geológicos, la simulación de los registros y la evaluación de los modelos de velocidad estimados.

5.3.1 Definición de escenarios geológicos asociados a cuencas colombianas emergentes y sus márgenes estructurales

La definición de los escenarios geológicos se realizó tomando como referencia cuencas sedimentarias colombianas clasificadas como emergentes. Para ello, se revisaron mapas y cortes geológicos disponibles en la cartografía del Servicio Geológico Colombiano a escala 1:100.000. A partir de esta revisión se seleccionaron los sectores de Bahía Portete, asociado a la Cuenca Guajira, y Valledupar–Villanueva, asociado a la Cuenca Cesar–Ranchería, como base para la construcción de los modelos sintéticos.

5.3.1.1 Escenario 1: Bahía Portete, cuenca Guajira. El primer escenario se definió en el sector de Bahía Portete, localizado en la Alta Guajira y asociado a la Cuenca Guajira. Esta región presenta una marcada complejidad tectónica, caracterizada por sistemas de fallas de rumbo y variaciones locales entre regímenes compresivos y distensivos (Rodríguez & Londoño, 2002;Zuluaga et al., 2009). Para la construcción del escenario se tomó como referencia la Plancha 5 – Bahía Portete, elaborada a escala 1:100.000 por INGEOMINAS y la Universidad Nacional de Colombia (Zuluaga et al., 2008) (Figura 15).

A partir de la cartografía geológica se seleccionó una sección con orientación SW–NE en la Serranía de Cosinas. Esta zona presenta una deformación compleja, dominada por movimientos de rumbo con componentes verticales asociadas (Zuluaga et al., 2009). En el perfil se reconocen dos fallas principales: la Falla 1, de componente inversa, y la Falla 2, de componente normal.

La secuencia seleccionada comprende unidades del Jurásico y del Cretácico (Figura 14). En la parte superior se encuentra la Formación Palanz, caracterizada principalmente por areniscas y conglomerados, con presencia de niveles carbonatados. Hacia mayor profundidad se incluyen las formaciones Cuisa, Chinapa, Cajú y Cheterló, pertenecientes al Grupo Cosinas (Zuluaga et al.,

2009). Estas unidades corresponden a sucesiones sedimentarias jurásicas y cretácicas ampliamente deformadas en la Serranía de Cosinas, con predominio de arenitas, lodolitas, conglomerados y niveles carbonatados.

Figura 14

Corte geológico construido a partir de los contactos, pliegues y fallas atravesados por el perfil

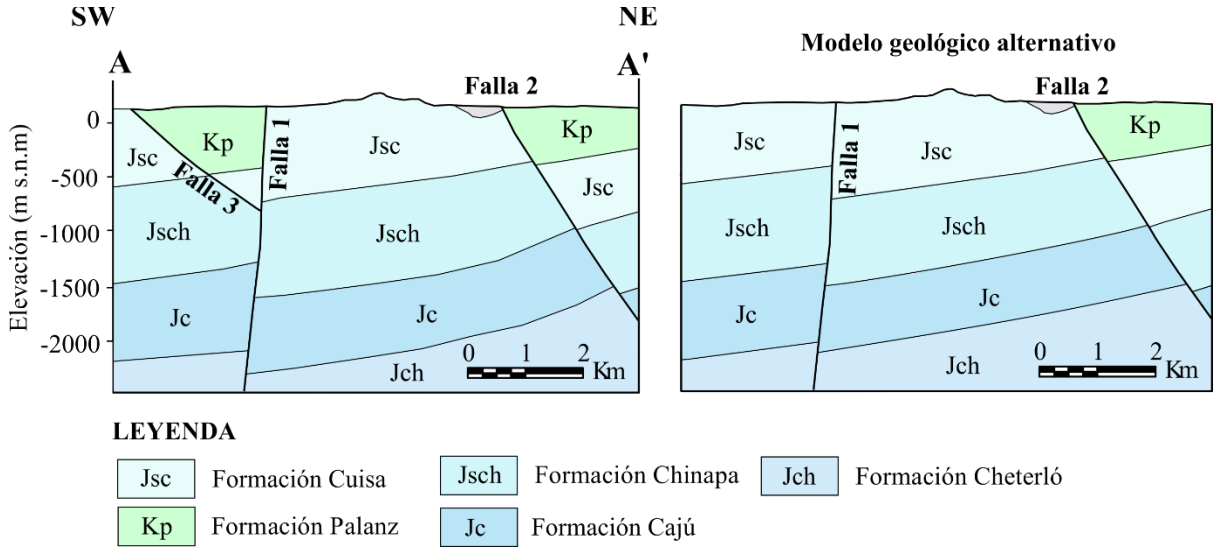
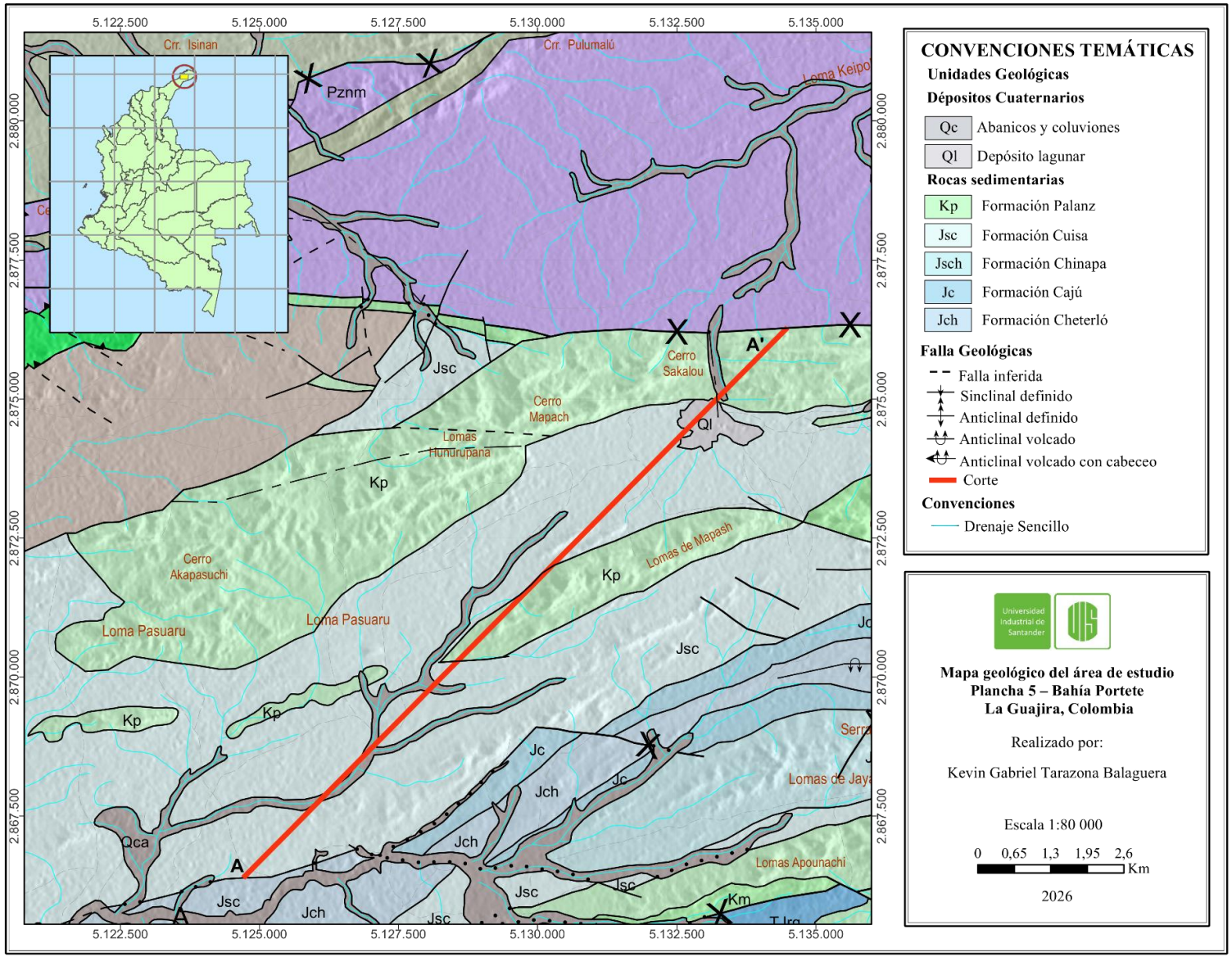


Figura 15

Construcción del escenario geológico de Bahía Portete: (a) localización y trazado del perfil A–A' con orientación SW–NE sobre la Plancha 5 – Bahía Portete


5.122.500
5.125.000
5.127.500
5.130.000
5.132.500
5.135.000
2.880.000
2.877.500
2.875.000
2.872.500
2.870.000
2.867.500
Crr. Isinan
Crr. Pulumalú
Loma Keipo
Pznm
Cerro Sakalou
A'
Cerro Mapach
Lomas Hunurupana
Jsc
Ql
Kp
Cerro Akapasuchi
Loma Pasuaru
Lomas de Mapash
Jc
Jch
Qca
Lomas Apounachi
Km
A
CONVENCIONES TEMÁTICAS
Unidades Geológicas
Dépositos Cuaternarios
Qc Abanicos y coluviones
Ql Depósito lagunar
Rocas sedimentarias
Kp Formación Palanz
Jsc Formación Cuisa
Jsch Formación Chinapa
Jc Formación Cajú
Jch Formación Cheterló
Falla Geológicas
Falla inferida
Sinclinal definido
Anticlinal definido
Anticlinal volcado
Anticlinal volcado con cabeceo
Corte
Convenciones
Drenaje Sencillo
Universidad Industrial de Santander
Mapa geológico del área de estudio
Plancha 5 – Bahía Portete
La Guajira, Colombia
Realizado por:
Kevin Gabriel Tarazona Balaguera
Escala 1:80 000
0 0,65 1,3 1,95 2,6
Km
2026

5.3.1.2 Escenario 2: Valledupar–Villanueva, cuenca Cesar–Ranchería. El segundo escenario se definió a partir de la cartografía correspondiente a las planchas 27 – Valledupar y 28 – Villanueva, elaboradas a escala 1:100.000 por INGEOMINAS y GRP Ltda. (Dávila et al., 2010). El sector seleccionado se localiza en el piedemonte occidental de la Serranía del Perijá, dentro del área de influencia de la cuenca Cesar–Ranchería (Figura 16). Esta zona se caracteriza por un cinturón plegado y fallado, con estructuras de orientación regional aproximada NE–SW asociadas a la inversión de estructuras preandinas durante la evolución andina (Gómez et al., 2010). Con base en esta disposición, el perfil C–C′ se trazó con orientación general NW–SE, aproximadamente perpendicular al rumbo de las principales estructuras.

La sucesión representada incluye la Serie del Perijá y las formaciones Cachirí y Manaure, correspondientes al Paleozoico, además de unidades jurásicas asociadas con la Formación La Quinta. En conjunto, estas unidades comprenden filitas, metarenitas, conglomerados, areniscas, limolitas, lodolitas y niveles calcáreos descritos en la cartografía regional (Gómez et al., 2010) (Figura 17).

Figura 16

Construcción del escenario geológico Valledupar–Villanueva: (a) localización y trazado del perfil C–C' con orientación general NW–SE sobre la Plancha 28 – Villanueva

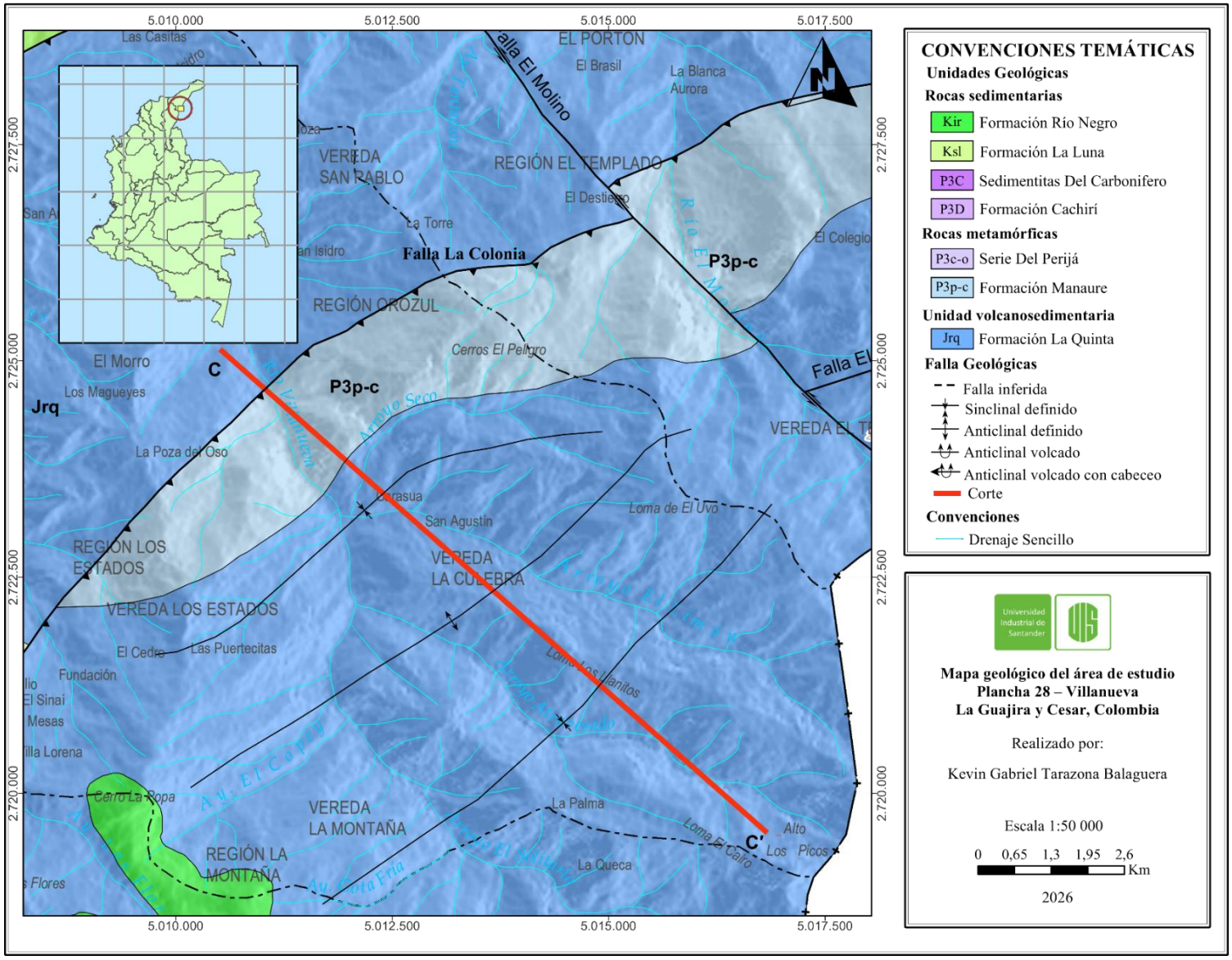
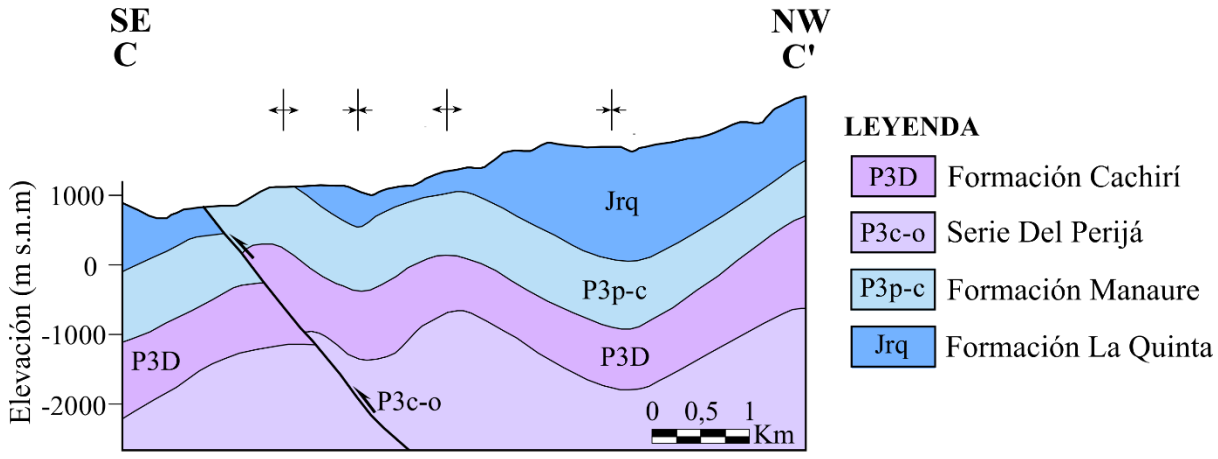

5.010.000
5.012.500
5.015.000
5.017.500
2.727.500
2.725.000
2.722.500
2.720.000
Las Casitas
EL PORTON
El Brasil
La Blanca
Aurora
Falla El Molino
VEREDA
SAN PABLO
REGIÓN EL TEMPLADO
El Destierro
La Torre
Falla La Colonia
P3p-c
REGIÓN OROZUL
El Colegio
El Morro
Los Magueyes
Jrq
C
P3p-c
Cerros El Peligro
Arroyo Seco
La Poza del Oso
Falla El
VEREDA EL
Corasua
San Agustín
Loma de El Uvo
REGION LOS
ESTADOS
VEREDA
LA CULEBRA
VEREDA LOS ESTADOS
El Cedro
Las Puertecitas
Fundación
El Sinaí
Mesas
Cerro La Popa
VEREDA
LA MONTAÑA
La Palma
Loma El Cairo
Alto
Los Picos
C'
REGIÓN LA
MONTAÑA
La Queca
Flores
N
CONVENCIONES TEMÁTICAS
Unidades Geológicas
Rocas sedimentarias
Kir Formación Río Negro
Ksl Formación La Luna
P3C Sedimentitas Del Carbonifero
P3D Formación Cachirí
Rocas metamórficas
P3c-o Serie Del Perijá
P3p-c Formación Manaure
Unidad volcanosedimentaria
Jrq Formación La Quinta
Falla Geológicas
Falla inferida
Sinclinal definido
Anticlinal definido
Anticlinal volcado
Anticlinal volcado con cabeceo
Corte
Convenciones
Drenaje Sencillo
Universidad Industrial de Santander
Mapa geológico del área de estudio
Plancha 28 – Villanueva
La Guajira y Cesar, Colombia
Realizado por:
Kevin Gabriel Tarazona Balaguera
Escala 1:50 000
0 0,65 1,3 1,95 2,6
Km
2026

Figura 17

Corte geológico construido a partir de los contactos, pliegues y fallas atravesados por el perfil



5.3.2 Construcción de los modelos geológicos mediante GemPy

Una vez definidos los cortes geológicos de referencia, los dos escenarios seleccionados fueron construidos mediante *GemPy* (De La Varga et al., 2019), una herramienta de modelado geológico implícito que permite generar superficies tridimensionales a partir de puntos de contacto y datos de orientación. Estos datos permiten definir la posición de las interfaces y controlar su orientación durante la interpolación, por lo que la cantidad de información utilizada depende de la extensión del dominio y de la complejidad de la geometría que se busca representar (Calcagno et al., 2008) .

Para el escenario Valledupar–Villanueva se definió un dominio de modelamiento de 9,5 km × 2,0 km, equivalente a un área horizontal de 19 km², con un intervalo vertical de 6 km. El dominio fue discretizado mediante una malla de 238 × 25 × 150 celdas, equivalente a 892.500 vóxeles, donde cada vóxel representa una celda tridimensional del volumen modelado. Para la construcción de las superficies se utilizaron 678 puntos de superficie y 10 datos de orientación, distribuidos entre la Formación La Quinta (190 puntos), Formación Manaure (202 puntos),

Formación Cachirí (204 puntos) y la Falla La Colonia (82 puntos). La mayor cantidad de puntos utilizada en este escenario permitió seguir con mayor detalle la geometría plegada observada en el corte de referencia e incorporar el desplazamiento asociado a la Falla La Colonia.

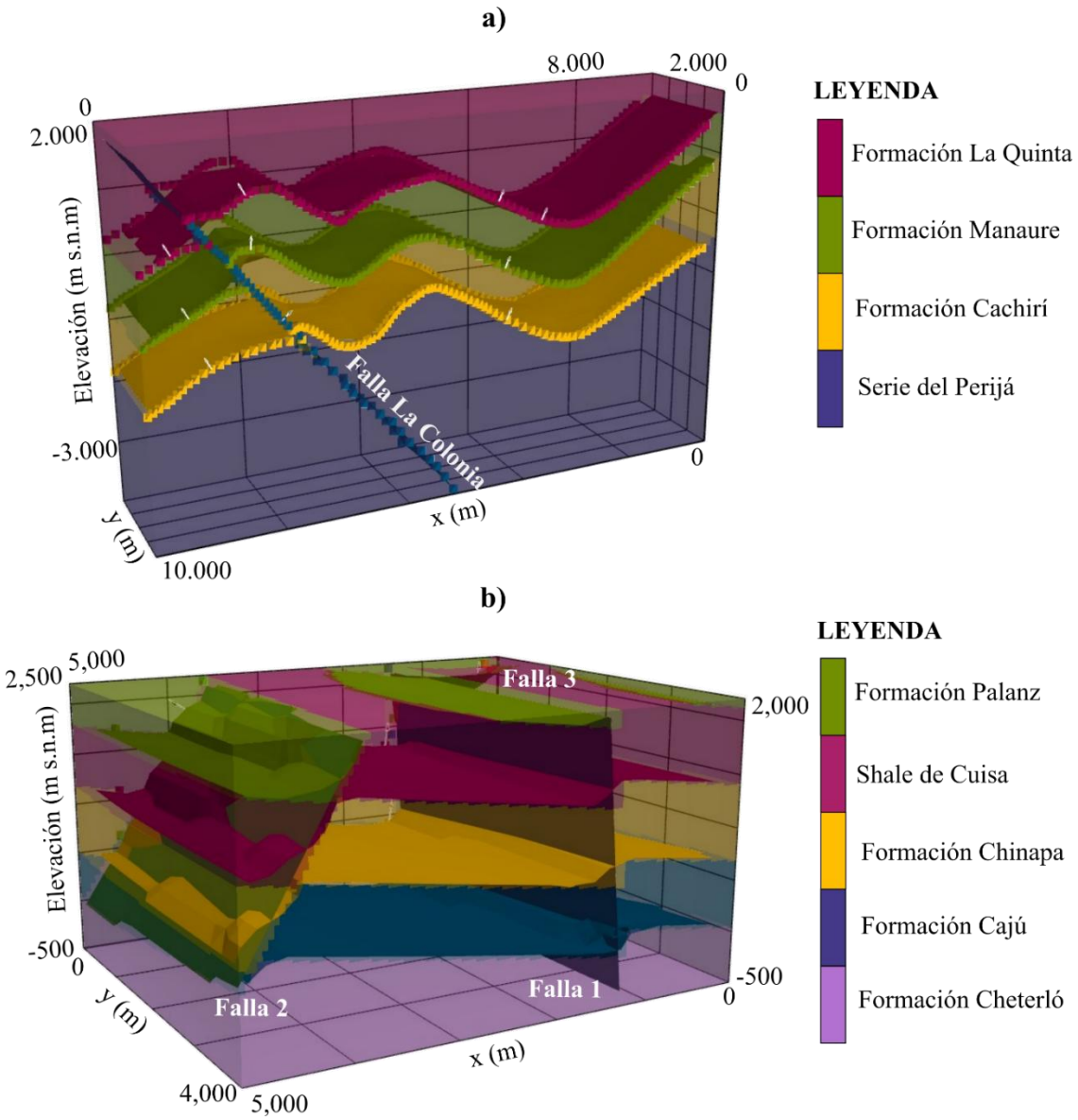
Para el escenario Bahía Portete se definió un dominio de 5,0 km × 4,0 km, equivalente a 20 km², con un intervalo vertical de 2,7 km y una resolución de 125 × 50 × 68 celdas, para un total de 425.000 vóxeles. En este caso se utilizaron 44 puntos de superficie y 11 datos de orientación, asociados con la Formación Cajú (7 puntos), Formación Cuisa (11 puntos), Formación Chinapa (9 puntos), Formación Palanz (4 puntos) y las tres fallas incluidas en el modelo. La distribución de estos datos permitió representar el bloque central observado en el corte geológico y conservar la estructura seleccionada para este escenario.

En ambos modelos, los puntos de superficie establecieron la posición de los contactos entre las unidades, mientras que los datos de orientación aportaron información sobre la inclinación de las superficies durante la interpolación (Calcagno et al., 2008) .

La Figura 18 presenta los modelos tridimensionales resultantes. El escenario Valledupar–Villanueva reproduce una sucesión plegada afectada por la Falla La Colonia, mientras que Bahía Portete presenta un bloque central deprimido delimitado por fallas.

Figura 18

Modelos geológicos tridimensionales construidos mediante GemPy



Nota. Modelos geológicos tridimensionales construidos mediante GemPy: (a) escenario Valledupar–Villanueva, caracterizado por una sucesión plegada y afectada por la Falla La Colonia; y (b) escenario de Bahía Portete, con el bloque central delimitado por fallas.

5.3.2.1 Asignación de velocidades de onda P. Una vez construida la geometría, a cada unidad geológica se le asignó un valor representativo de velocidad de onda P. La selección se

realizó teniendo en cuenta la litología predominante de las formaciones y los rangos de velocidad reportados para materiales con características semejantes. La velocidad de onda P puede presentar variaciones incluso dentro de una misma litología, debido a factores como la porosidad, contenido de arcilla, presión efectiva y grado de saturación de la roca (He et al., 2021).

Por esta razón, los valores asignados en este trabajo se consideraron representativos dentro de rangos reportados para litologías equivalentes, y no como valores fijos de cada formación. Los valores utilizados y las referencias consideradas para su asignación se presentan en la Tabla 4.

Tabla 4

Valores de velocidad de onda P asignados a las unidades geológicas de los escenarios de Bahía Portete y Valledupar–Villanueva

Código	Formación o unidad	Litología predominante	m_p asignada	Cita
Cuenca Cesar–Ranchería – Plancha 28, Villanueva				
Jrq	Formación La Quinta	Rocas volcánicas y volcanoclásticas, tobas y aglomerados	2500 m/s	(Gómez et al., 2010;Expedition 324 Scientists, 2010)
P3p-c	Formación Manaure	Arenitas y rocas sedimentarias siliciclásticas	3000 m/s	(Gómez et al., 2010;Kearey et al., 2002)
P3D	Formación Cachirí	Conglomerados y arenitas conglomeráticas	3500 m/s	(Gómez et al., 2010;Kearey et al., 2002)
P3c-o	Serie del Perijá	Filitas y otras rocas metamórficas foliadas	4000 m/s	(Gómez et al., 2010; Andrade & Saraiva, 2010)
Cuenca Guajira – Alta Guajira, Plancha 5 Bahía Portete				
Kp	Formación Palanz	Areniscas gruesas y conglomeráticas	2000 m/s	(ANH, 2009; Kearey et al., 2002)
Jsc	Formación Cuisa	Shales y limolitas con intercalaciones arenosas	2500 m/s	(Carvajal et al., 2007; Kearey et al., 2002)

Código	Formación o unidad	Litología predominante	$m_p$asignada	Cita
Jsch	Formación Chinapa	Arenitas de grano medio a grueso y conglomerados	3000 m/s	(Carvajal et al., 2007;Kearey et al., 2002)
Jc	Formación Cajú	Limolitas, shales, areniscas y niveles calcáreos	3500 m/s	(Carvajal et al., 2007; Grauch, 2023)
Jch	Formación Cheterló	Arenitas arcósicas, arcillolitas y shales	4500 m/s	(Carvajal et al., 2007; Kearey et al., 2002)

Nota. La primera cita corresponde a la información geológica de la zona, y la segunda a la referencia utilizada para seleccionar el valor de velocidad de onda P asignado.

5.3.2.2 Parámetros utilizados en la simulación sísmica. Una vez construidos los modelos de velocidad, se simuló su respuesta sísmica mediante el operador acústico diferenciable implementado. Para ambos escenarios se utilizó una fuente de Ricker con frecuencia central de 5 Hz y un espaciamiento de malla de 40 m en ambas direcciones. La frecuencia de la fuente se redujo respecto a la empleada en las simulaciones basadas en OpenFWI con el propósito de incorporar un mayor contenido de baja frecuencia en los shots sintéticos. Este contenido resulta especialmente relevante en problemas de inversión de onda completa, ya que aporta información sobre las variaciones de gran escala del modelo de velocidad, facilitando la recuperación inicial de la estructura general del subsuelo y reduciendo la susceptibilidad al cycle skipping (Ciu et al., 2024). La geometría de adquisición y la duración de los registros se definieron para cada escenario a partir de las dimensiones del dominio y de la profundidad de interés.

Para seleccionar el espaciamiento de la malla se tomó como referencia la longitud de onda asociada a la frecuencia central de la fuente, dada por la ecuación (28):

$$\lambda_0 = \frac{m_0}{f_\theta} \tag{28}$$

Donde m_0 es una velocidad de referencia y $f\theta$ es la frecuencia central de la fuente. Con una velocidad de referencia de 2000 m/s y una frecuencia central de 5 Hz, se obtuvo una longitud de onda de referencia de 400 m. Se adoptó un espaciamiento de 40 m, equivalente a diez intervalos de malla por longitud de onda de referencia. El paso temporal de 0,001 s se verificó con el criterio CFL de la ecuación (11).

En el diseño de la geometría de adquisición se definieron las posiciones y el espaciamiento de las fuentes y los receptores, aspectos descritos por Thorbecke (2025). Para una distribución uniforme, el espaciamiento entre posiciones consecutivas se calcula mediante la ecuación (29):

$$\Delta x_s = \frac{L_s}{(N_s - 1)} \quad y \quad \Delta x_r = \frac{L_r}{(N_r - 1)} \tag{29}$$

donde L_r y L_s son las longitudes de los tramos ocupados por las fuentes y los receptores, respectivamente, y N_s y N_r son sus cantidades. Se mantuvieron cinco fuentes en ambos casos. Para orientar la selección de la ventana temporal, se tomó como referencia el tiempo de ida y vuelta de una reflexión vertical (Kearey et al., 2002), aproximado utilizando una velocidad representativa del medio, según la ecuación (30):

$$t_r \approx \frac{2z}{V_0} \tag{30}$$

donde z es la profundidad de interés y V_0 es una velocidad representativa para estimar el tiempo de tránsito. La duración y el paso temporal determinan el número de muestras temporales por disparo. La Tabla 5 presenta los parámetros y las dimensiones de los registros de entrada y de las mallas de inversión para cada escenario.

Tabla 5

Parámetros numéricos y de adquisición utilizados en la simulación de los escenarios geológicos evaluados

Variable	Descripción	Bahía Portete	Valledupar–Villanueva	Unidad
$N_x \times N_z$	Dimensiones de la malla	68×125	112×119	*nodos*
$\Delta x = \Delta z$	Espaciamiento	40	40	*m*
$f\theta$	Frecuencia de la fuente	5	5	*Hertz (Hz)*
Δt	Paso temporal	0.001	0.001	*Segundos (s)*
t_0	Tiempo inicial	0		*Segundos (s)*
t_f	Tiempo final	4	2,5	*Segundos (s)*
N_t	Número de pasos temporales	4000	2500	—
N_s	Número de fuentes	5	5	—
N_r	Número de receptores	119	125	—
$N_s \times N_t \times N_r$	Dimensiones de entrada	$5 \times 4000 \times 119$	$5 \times 2500 \times 125$	—

5.3.3 Evaluación del desempeño del enfoque propuesto en los escenarios geológicos seleccionados

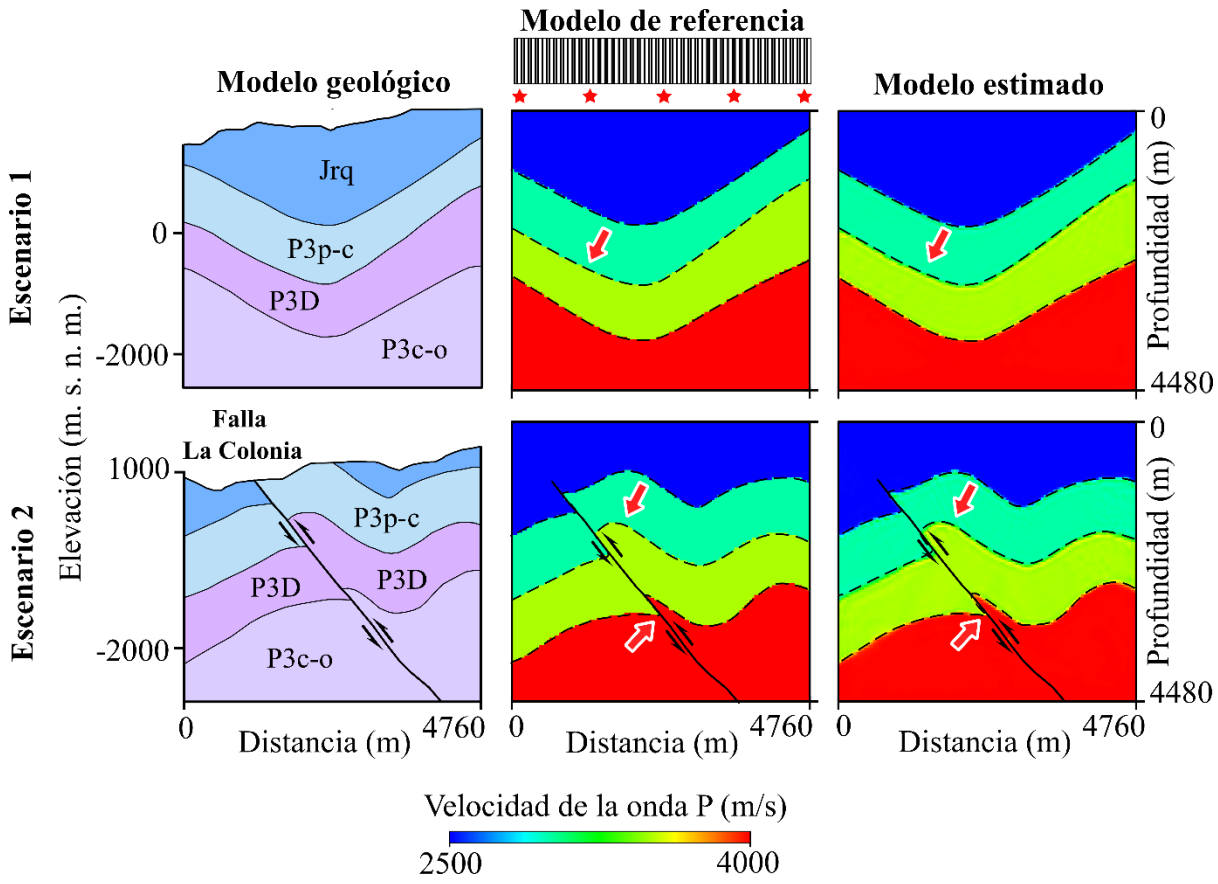
El desempeño del enfoque propuesto se evaluó en los escenarios geológicos de Valledupar–Villanueva y Bahía Portete mediante la comparación entre los modelos de velocidad estimados y los modelos de referencia, utilizando además las métricas SSIM, MSE y MAE. Los resultados cuantitativos obtenidos mediante las métricas SSIM, MSE y MAE se presentan en la Tabla 6. Para cada caso, los registros simulados y la malla de salida se configuraron de acuerdo con las dimensiones indicadas en la Tabla 5.

5.3.3.1 Escenario Valledupar–Villanueva. Como se observa en la Figura 19, tanto en el Escenario 1 como en el Escenario 2, el enfoque propuesto conserva la geometría plegada de las

unidades y la variación de profundidad de los contactos. En el segundo escenario, además, se identifica claramente el desplazamiento asociado a la Falla La Colonia, manteniendo la continuidad de las unidades a ambos lados de la estructura.

Figura 19

Comparación entre los modelos de velocidad de referencia y los estimados mediante el enfoque propuesto



5.3.3.2 Escenario Bahía Portete. En la Figura 20 se observa que, tanto en el Escenario 1 como en el Escenario 2, las estimaciones conservan la disposición de las unidades geológicas y los desplazamientos asociados a las tres fallas incluidas en el modelo. Asimismo, se mantiene la estructura del bloque central.

Figura 20

Comparación entre los modelos de velocidad de referencia y los estimados mediante el enfoque propuesto para el escenario Bahía Portete

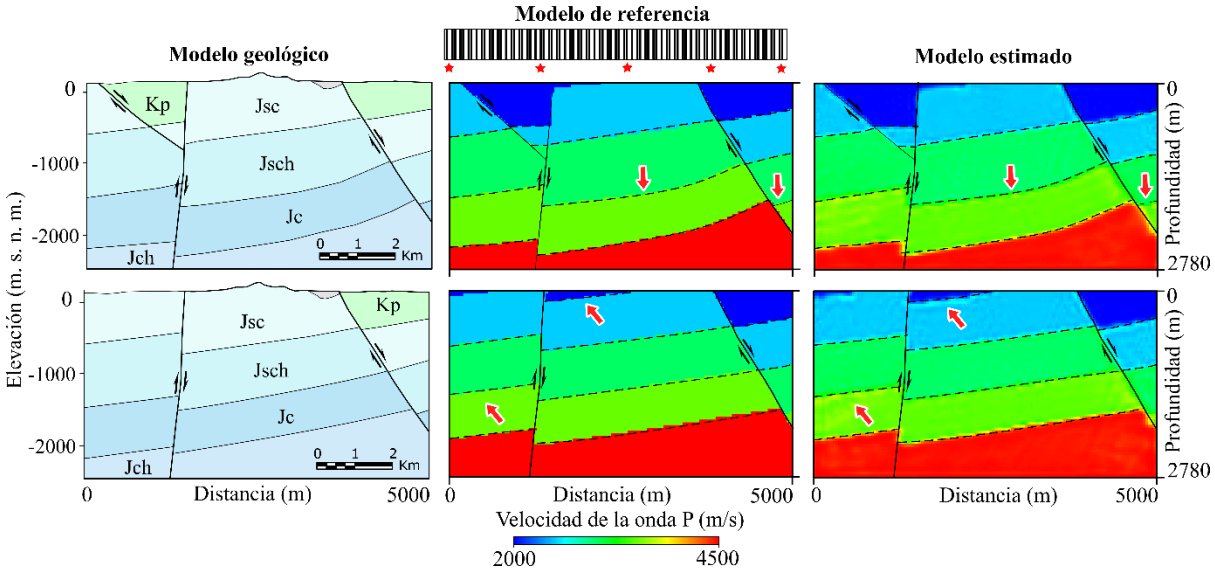


Tabla 6

Métricas de evaluación de los modelos de velocidad estimados para los escenarios geológicos seleccionados

Zona	Escenario	SSIM ↑	MSE ↓	MAE ↓
Villanueva	Escenario 1	0,951	0,002	0,031
Villanueva	Escenario 2	0,932	0,004	0,043
Bahía Portete	Escenario 1	0,944	0,003	0,035
Bahía Portete	Escenario 2	0,921	0,005	0,048

Para Valledupar–Villanueva se obtuvieron valores de SSIM entre 0,932 y 0,951, mientras que para Bahía Portete estuvieron entre 0,921 y 0,944, acompañados de valores bajos de MSE y MAE. En conjunto, estos resultados evidencian que el enfoque propuesto permite recuperar adecuadamente la distribución de velocidades y las principales características estructurales de ambos escenarios, incluyendo el plegamiento y la Falla La Colonia en Valledupar–Villanueva, así como el sistema de fallas y el bloque central en Bahía Portete.

5.3.4 Evaluación complementaria de los modelos de velocidad mediante LSRTM

Como evaluación complementaria, los modelos de velocidad estimados en la actividad anterior se utilizaron como modelos de velocidad durante la implementación de una migración reversa en tiempo por mínimos cuadrados (*Least-Squares Reverse-Time Migration*, LSRTM). Este procedimiento se desarrolló mediante Devito para los escenarios geológicos de Bahía Portete y Valledupar–Villanueva.

Antes de realizar la migración, se aplicó un suavizado gaussiano a los modelos estimados, con el propósito de reducir variaciones locales abruptas y artefactos que pudieran afectar la propagación del campo de ondas. Los parámetros numéricos y de adquisición utilizados para cada escenario se presentan en la Tabla 7.

Tabla 7

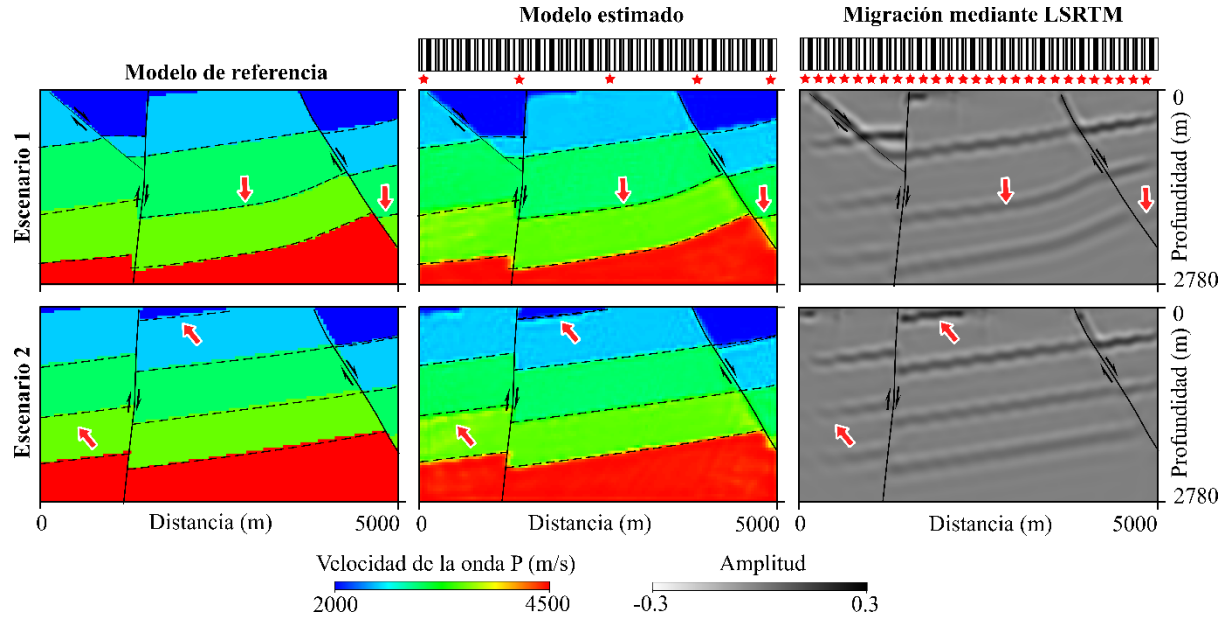
Parámetros numéricos y de adquisición utilizados en la implementación de LSRTM para los escenarios geológicos evaluados

Variable	Descripción	Bahía Portete	Valledupar–Villanueva	Unidad
$N_x \times N_z$	Dimensiones de la malla	68×125	112×119	*nodos*
$\Delta x = \Delta z$	Espaciamiento de la malla	40	40	*m*
N_s	Número de fuentes	44	44	
N_r	Número de receptores	175	175	
$f\theta$	Frecuencia de la fuente	5	5	*Hertz (Hz)*
t_0	Tiempo inicial	0	0	*Segundos (s)*
t_f	Tiempo total de simulación	3	3	*Segundos (s)*
	Suavizado gaussiano	2	2	*Celdas*
	Número de iteraciones	15	15	

5.3.4.1 Escenario de Bahía Portete. La Figura 21 presenta los resultados correspondientes al escenario de Bahía Portete. La imagen obtenida mediante LSRTM permite identificar eventos asociados con los contactos entre las unidades y las interrupciones relacionadas con las fallas.

Figura 21

Evaluación mediante LSRTM para Bahía Portete

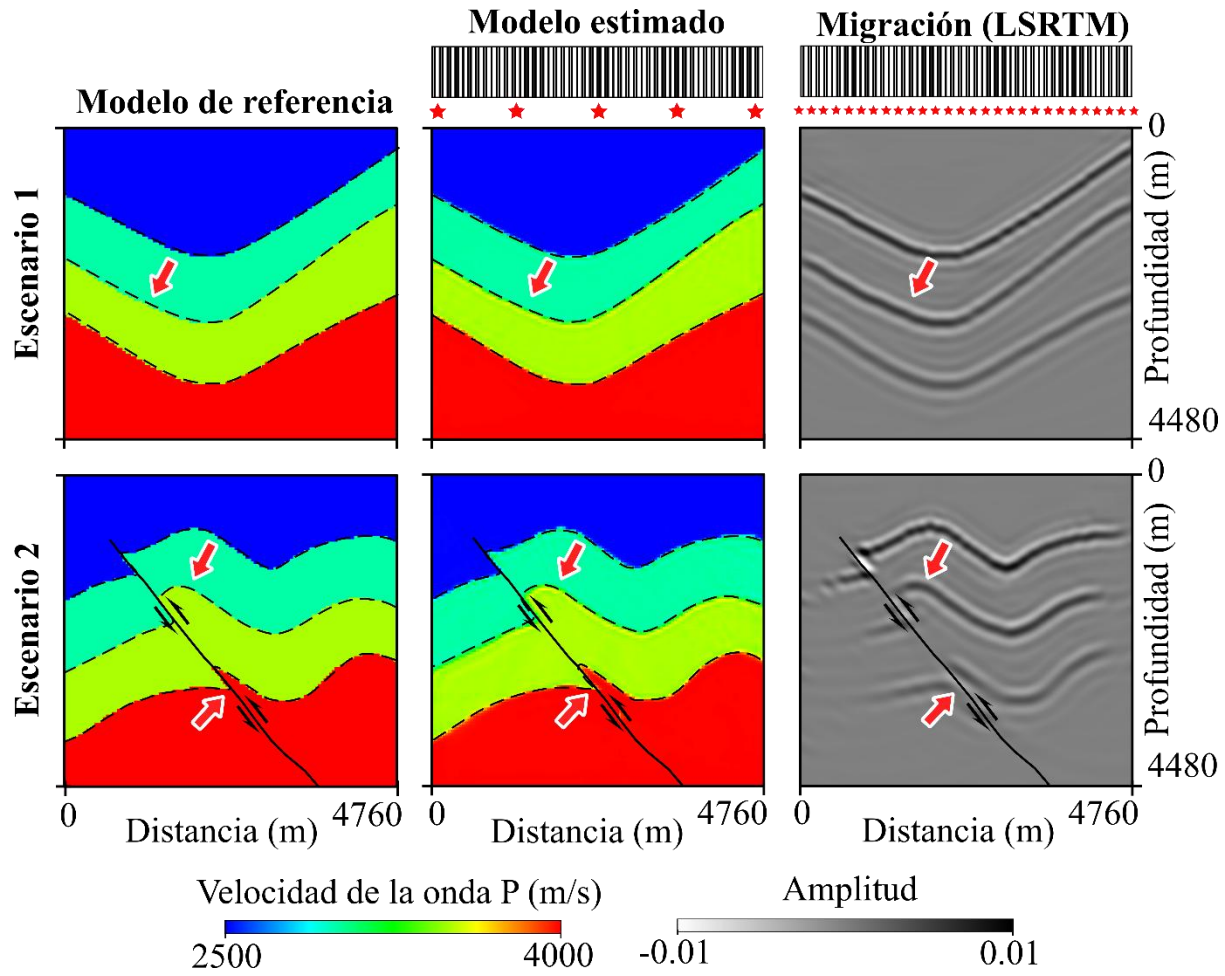


Nota. Evaluación del modelo de velocidad estimado para el escenario de Bahía Portete mediante LSRTM: (a) modelo de referencia, (b) modelo de velocidad estimado mediante la arquitectura propuesta y (c) imagen procesada obtenida después de 15 iteraciones de LSRTM. Las estrellas rojas representan las posiciones de las fuentes y las líneas negras verticales indican la distribución de los receptores.

5.3.4.2 Escenario de Valledupar–Villanueva. La Figura 22 presenta los resultados correspondientes al escenario Valledupar–Villanueva.

Figura 22

Evaluación mediante LSRTM para Valledupar–Villanueva



Nota. Evaluación del modelo de velocidad estimado para el escenario Valledupar–Villanueva mediante LSRTM: (a) modelo de referencia, (b) modelo de velocidad estimado mediante el enfoque propuesto y (c) imagen procesada obtenida después de 15 iteraciones de LSRTM. Las estrellas rojas representan las posiciones de las fuentes y las líneas negras verticales indican la distribución de los receptores.

6. Discusión

Los resultados obtenidos permiten analizar el desempeño del enfoque desde tres aspectos: la implementación del operador físico diferenciable, su integración con la arquitectura neuronal propuesta y su aplicación en escenarios sintéticos basados en escenarios geológicos más realistas.

En primer lugar, la comparación del operador implementado con *OpenFWI* y *Devito* mostró similitudes en los tiempos de llegada de los principales eventos sísmicos. Sin embargo, las diferencias observadas en las amplitudes y formas de onda podrían estar relacionadas con los distintos esquemas de discretización y el tratamiento de las condiciones de frontera absorbentes.

En cuanto al esquema de inversión, los resultados de la Tabla 3 muestran que el enfoque propuesto obtuvo el mejor desempeño simultáneo en SSIM, MSE y MAE para *CurveVel*, *Style* y *GeoFWI*. Esto resulta relevante porque demuestra que es posible obtener estimaciones competitivas frente a métodos supervisados sin utilizar modelos de velocidad durante la optimización. El comportamiento observado en *GeoFWI* también resulta significativo, debido a que sus características geológicas difieren de los conjuntos utilizados para entrenar los métodos supervisados. En este caso, el enfoque propuesto obtuvo mejores resultados, lo que sugiere una ventaja de la optimización guiada por la física frente a la dependencia de datos aprendidos durante un entrenamiento previo. Asimismo, las diferencias respecto al modelo base y a *InversionNet* no supervisado sugieren que el diseño de la arquitectura influye en la calidad de las estimaciones.

Por otra parte, la evaluación en Bahía Portete y Valledupar–Villanueva permitió analizar el enfoque en modelos de mayor extensión espacial y con diferentes características estructurales. La conservación de las principales fallas, pliegues y contactos geológicos muestra un comportamiento favorable bajo estas condiciones. Adicionalmente, las imágenes generadas mediante LSRTM presentaron eventos asociados con las principales discontinuidades de los

modelos, lo que sugiere que las velocidades estimadas pueden utilizarse en etapas posteriores del procesamiento sísmico. Los casos también mostraron que el esquema puede configurarse para procesar registros con distintos números de muestras temporales y receptores y estimar modelos en mallas de diferentes dimensiones.

Finalmente, debe considerarse que las evaluaciones se realizaron con datos sintéticos y condiciones de adquisición definidas para cada escenario. Además, en los escenarios geológicos construidos, los datos de referencia se generaron mediante el mismo operador utilizado durante la inversión. Por tanto, aunque los resultados muestran el potencial del enfoque propuesto, su evaluación bajo diferentes condiciones de modelamiento y con datos de campo permitiría analizar su desempeño en escenarios más próximos a una aplicación real.

7. Productos derivados y divulgación académica

Durante el desarrollo de esta investigación se generaron diferentes productos de divulgación académica. Entre ellos, se destaca la participación en el XXVI International Symposium of Image, Signal Processing, and Artificial Vision (STSIVA 2026), realizado del 2 al 4 de septiembre de 2026, con el artículo de conferencia titulado “Unsupervised Physics-Constrained Neural Approximation for Full-Waveform Inversion”. Adicionalmente, los avances del proyecto han sido presentados en espacios académicos de la Universidad Industrial de Santander. En noviembre de 2025, durante la Quinta Semana de la Geofísica, se presentó el trabajo “Construcción de un operador físico diferenciable para la propagación de ondas acústicas”. Los principales resultados de la investigación serán presentados en la Sexta Semana de la Geofísica, que se llevará a cabo del 3 al 7 de noviembre de 2026, con el trabajo titulado “Estimación de

modelos de velocidad de la onda P en cuencas emergentes colombianas y sus márgenes estructurales".

8. Conclusiones

Se diseñó un operador físico diferenciable basado en la ecuación de onda acústica, discretizada mediante diferencias finitas de segundo orden en el tiempo y octavo orden en el espacio. La comparación con *OpenFWI* y *Devito* mostró que el operador reproduce la continuidad, la geometría y los tiempos de llegada de los eventos sísmicos. Además, al conservar la diferenciabilidad de las operaciones en *PyTorch*, permite propagar la diferencia entre los datos observados y simulados hasta los parámetros de la red neuronal, haciendo posible su posterior integración en el enfoque de aprendizaje profundo no supervisado guiado por la física.

A partir de la integración del operador con la arquitectura neuronal propuesta, se estimaron modelos de velocidad sin utilizar un modelo inicial o modelos de velocidad como etiquetas durante la optimización. El método propuesto presentó el mejor desempeño simultáneo en SSIM, MSE y MAE para los casos evaluados de *CurveVel*, *Style* y *GeoFWI*. En *FaultVel* alcanzó un SSIM de 0,943, cercano al 0,946 obtenido por VelocityGAN, y superó las demás implementaciones no supervisadas. Esto permitió comprobar que la arquitectura propuesta, junto con la regularización y el preacondicionamiento del gradiente, mejora la recuperación de interfaces y cambios laterales de velocidad en escenarios con mayor complejidad geológica.

Finalmente, la aplicación del enfoque en escenarios sintéticos construidos a partir de configuraciones geológicas de las cuencas Guajira y Cesar–Ranchería permitió recuperar la geometría general de las unidades y las principales discontinuidades estructurales. Asimismo, al utilizar los modelos estimados como modelos de fondo en LSRTM, las imágenes de reflectividad

posicionaron de manera coherente los principales eventos asociados con las interfaces y fallas de los escenarios analizados. La evaluación se realizó con dimensiones de entrada y salida ajustadas a cada escenario colombiano.

9. Recomendaciones y trabajo futuro

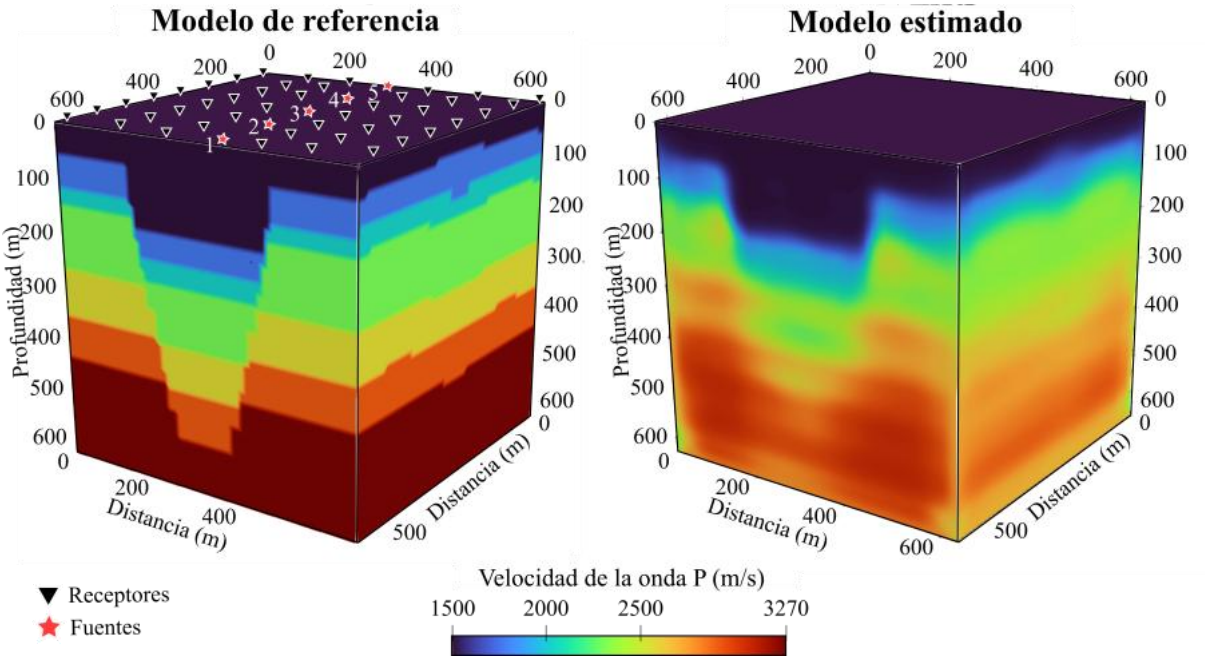
Se recomienda ampliar la evaluación del enfoque incorporando ruido, variaciones en la geometría de adquisición y diferencias entre el operador utilizado para generar los datos observados y el empleado durante la inversión, con el propósito de evaluar el método bajo condiciones más próximas a una aplicación real.

Como trabajo futuro, se plantea extender el enfoque a medios viscoacústicos o elásticos e incorporar estrategias multiescala que permitan utilizar progresivamente diferentes contenidos de frecuencia. También se recomienda aplicar el método a datos de campo y comparar las imágenes obtenidas mediante LSRTM utilizando el modelo estimado, el modelo verdadero y otros modelos de velocidad de referencia. Esto permitiría evaluar con mayor detalle la capacidad de los modelos obtenidos para apoyar procesos posteriores de procesamiento e interpretación sísmica.

Actualmente se está trabajando en la extensión del enfoque a la inversión de onda completa en tres dimensiones (FWI 3D). La Figura 23 presenta un resultado preliminar de este desarrollo, que se encuentra en curso.

Figura 23

Comparación entre el modelo de velocidad de referencia y el modelo estimado en una prueba preliminar de FWI 3D actualmente en desarrollo



10. Repositorio y acceso a los datos

Los modelos de velocidad y los datos sísmicos de OpenFWI utilizados en este trabajo son de acceso público y se encuentran disponibles en OpenFWI. La información geológica empleada para construir los escenarios de Bahía Portete y Valledupar–Villanueva se obtuvo de las planchas geológicas publicadas por el Servicio Geológico Colombiano, las cuales pueden consultarse mediante su plataforma de información geocientífica.

Los códigos desarrollados en Python para el operador físico diferenciable, la arquitectura neuronal, el entrenamiento no supervisado, el preacondicionamiento del gradiente y la evaluación de los resultados se encuentran disponibles en el siguiente repositorio: **https://github.com/KevinTarazona24/KAFWI**

Referencias bibliográficas

Adler, A., Araya-Polo, M., & Poggio, T. (2021). Deep Learning for Seismic Inverse Problems: Toward the Acceleration of Geophysical Analysis Workflows. *IEEE Signal Processing Magazine*, *38*(2), 89–119. https://doi.org/10.1109/MSP.2020.3037429

Andrade, P. S., & Saraiva, A. A. (2010). Physical and mechanical characterization of phyllites and metagreywackes in central portugal. *Bulletin of Engineering Geology and the Environment*, *69*(2), 207–214. https://doi.org/10.1007/s10064-009-0251-9

ANH. (2009). *EVOLUCIÓN TÉRMICA DE LA SUBCUENCA DE LA BAJA GUAJIRA INFORME FINAL*.

ANH. (2022). *PROCESO ABIERTO DE NOMINACIÓN DE ÁREAS – PANA (Antes PROCESO PERMANENTE DE ASIGNACIÓN DE ÁREAS - PPAA)*.

Calcagno, P., Chilès, J. P., Courrioux, G., & Guillen, A. (2008). Geological modelling from field data and geological knowledge. Part I. Modelling method coupling 3D potential-field interpolation and geological rules. *Physics of the Earth and Planetary Interiors*, *171*(1–4), 147–157. https://doi.org/10.1016/j.pepi.2008.06.013

Capuzzo, F., Cetale, M., Lopez, J., Costa, F., & Grandi, S. (2025). Small Seismic Sources to Improve Survey Efficiency at Reduced Environmental Impact: Case Study From the Brazilian Pre-Salt. *Geophysical Prospecting*, *73*(9). https://doi.org/10.1111/1365-2478.70097

Carvajal, J., Ceballos, L., Jimenéz, A., Neira, G., & Pedraza, Y. (2007). *CARTOGRAFÍA E HISTORIA GEOLÓGICA DE LA ALTA GUAJIRA, IMPLICACIONES EN LA BUSQUEDA DE RECURSOS MINERALES.*

Ciu, N., Lei, T., & Zhang, W. (2024). Low-Frequency Reconstruction for Full Waveform Inversion by Unsupervised Learning. *Earth and Space Science*, *11*(11). https://doi.org/10.1029/2024EA003565

Cobo, Y., Calderón-Macías, C., & Chi, S. (2019). Full-waveform inversion for imaging and geologic interpretation: A deepwater Gulf of Mexico case study. *Interpretation*, *7*(2), SB11–SB21. https://doi.org/10.1190/INT-2018-0163.1

Dávila, C., Lancheros, J., López, C., & Romero, O. (2010). *Geología de las Planchas 27 y 28 Valledupar y Villanueva*.

De La Varga, M., Schaaf, A., & Wellmann, F. (2019). GemPy 1.0: Open-source stochastic geological modeling and inversion. *Geoscientific Model Development*, *12*(1), 1–32. https://doi.org/10.5194/gmd-12-1-2019

Deng, C., Feng, S., Wang, H., Zhang, X., Jin, P., Feng, Y., Zeng, Q., Chen, Y., & Lin, Y. (2022). *OPENFWI: Large-scale Multi-structural Benchmark Datasets for Full Waveform Inversion*. https://openfwi-lanl.github.io/

Deng, C., Feng, S., Wang, H., Zhang, X., Jin, P., Feng, Y., Zeng, Q., Chen, Y., & Lin, Y. (2023). *OpenFWI: Large-Scale Multi-Structural Benchmark Datasets for Seismic Full Waveform Inversion*. http://arxiv.org/abs/2111.02926

Deng, C., & Lin, Y. (2021). *On the Robustness and Generalization of Deep Learning Driven Full Waveform Inversion*. http://arxiv.org/abs/2111.14220

Espin, I., Salaun, N., Jiang, H., & Reinier, M. (2023). From FWI to ultra-high-resolution imaging. *Leading Edge*, *42*(1), 16–23. https://doi.org/10.1190/tle42010016.1

Expedition 324 Scientists. (2010). Site U1348. En *Proceedings of the IODP, 324* (Volume 324). Integrated Ocean Drilling Program. https://doi.org/10.2204/iodp.proc.324.105.2010

Gómez, L. A., Buchely, F., Lancheros, J., Dávila, C., López, C., Romero, O., González, F., De Proyecto, J., Jaime, :, & Fuquen, A. (2010). CARTOGRAFÍA GEOLOGICA Y MUESTREO GEOQUÍMICO DE LA PARTE NORTE DE LA SERRANIA DE PERIJÁ PLANCHAS 21, 22, 27, 28, 34 Y 35. En *PLANCHAS* (Vol. 21). www.grpltda.com

Grauch, V. (2023). *Mineral Resources Program Compressional-Wave Seismic Velocity, Bulk Density, and their Empirical Relations for Geophysical Modeling of the Midcontinent Rift System in the Lake Superior Region Scientific Investigations Report 2023-5061*.

Günes, B., Pearlmutter, B. A., & Siskind, J. M. (2018). Automatic Differentiation in Machine Learning: a Survey. En *Journal of Machine Learning Research* (Vol. 18).

He, W., Chen, Z., Shi, H., Liu, C., & Li, S. (2021). Prediction of acoustic wave velocities by incorporating effects of water saturation and effective pressure. *Engineering Geology*, *280*. https://doi.org/10.1016/j.enggeo.2020.105890

Herrera Norman Cooper, Y., Alberto Briceño Carlos Alberto Rey Agencia Nacional de Hidrocarburos Editor, L., & Alfredo Montes Vides, L. (2010). *MANUAL PARA LA ADQUISICIÓN Y PROCESAMIENTO DE SÍSMICA TERRESTRE Y SU APLICACIÓN EN COLOMBIA*.

Hunter, J. A., Crow, H. L., Stephenson, W. J., Pugin, A. J. M., Williams, R. A., Harris, J. B., Odum, J. K., & Woolery, E. W. (2022). Seismic site characterization with shear wave (SH) reflection and refraction methods. *Journal of Seismology*, *26*(4), 631–652. https://doi.org/10.1007/s10950-021-10042-z

Jin, P., Zhang, X., Chen, Y., Huang, S. X., Liu, Z., & Lin, Y. (2021). Unsupervised Learning of Full-Waveform Inversion: Connecting CNN and Partial Differential Equation in a Loop.

ICLR 2022 - 10th International Conference on Learning Representations. https://arxiv.org/abs/2110.07584v2

Kearey, P., Brooks, M., & Hill, I. (2002). *An Introduction to Geophysical Exploration THIRD EDITION*.

Le Bégat, S., Chauris, H., Devaux, V., Nguyen, S., & Noble, M. (2004). Velocity model estimation for depth imaging: Comparison of three tomography methods on a 2D real data set. En *Geophysical Prospecting* (Vol. 52).

Lin, Y., Feng, S., Theiler, J., Chen, Y., Villa, U., Rao, J., Greenhall, J., Pantea, C., Anastasio, M. A., & Wohlberg, B. (2024). *Physics and Deep Learning in Computational Wave Imaging*. https://doi.org/10.1109/JPROC.2026.3684003

Lin, Y., Theiler, J., Wohlberg, B., Lin, Y., & Theiler, J. (2022). Physics-Informed Data-Driven Seismic Inversion: Recent Progress and Future Opportunities. En *Los Alamos National Laboratory*. https://doi.org/10.1002/essoar.10511175/v2

Liu, F., Li, Y., Su, R., Huang, J., & Bai, L. (2025). *Deep Reparameterization for Full Waveform Inversion: Architecture Benchmarking, Robust Inversion, and Multiphysics Extension*. http://arxiv.org/abs/2504.17375

Louboutin, M., Lange, M., Luporini, F., Kukreja, N., Witte, P. A., Herrmann, F. J., Velesko, P., & Gorman, G. J. (2019). Devito (v3.1.0): an embedded domain-specific language for finite differences and geophysical exploration. *Geoscientific Model Development*, *12*(3), 1165–1187. https://doi.org/10.5194/gmd-12-1165-2019

Louboutin, M., Witte, P., Lange, M., Kukreja, N., Luporini, F., Gorman, G., & Herrmann, F. J. (2017). Full-waveform inversion, Part 1: Forward modeling. *Leading Edge*, *36*(12), 1033–1036. https://doi.org/10.1190/tle36121033.1

Operto, S., Gholami, Y., Gholami, Y., Prieux, V., Ribodetti, A., Brossier, R., Métivier, L., & Virieux, J. (2013). A guided tour of multiparameter full-waveform inversion with multicomponent data: From theory to practice. *The Leading Edge 32 (9)*, 1040–1054. https://doi.org/10.1190/tle32091040.1

Paszke, A., Gross, S., Chintala, S., Chanan, G., Yang, E., Zachary, D., Lin, Z., Desmaison, A., Antiga, L., & Lerer, A. (2017). *Automatic differentiation in PyTorch*.

Prieux, V., Lambaré, G., Operto, S., & Virieux, J. (2013). Building starting models for full waveform inversion from wide-aperture data by stereotomography. *Geophysical Prospecting*, *61*(SUPPL.1), 109–137. https://doi.org/10.1111/j.1365-2478.2012.01099.x

Rodríguez, G., & Londoño, A. C. (2002). *MAPA GEOLÓGICO DEL DEPARTAMENTO DE LA GUAJIRA Geología, recursos minerales y amenazas potenciales Escala 1:250.000*.

Sheng Xu; Feng Chen; Gilles Lambaré; Yu Zhang. (2013). Full Waveform Inversion of Reflected Seismic Data. *Journal of Seismic Exploration*, *22*, 449–462.

Thorbecke, J. (2025). 2D Finite-Difference Wavefield Modelling. https://github.com/JanThorbecke/OpenSource.git

Tromp, J. (2020). Seismic wavefield imaging of Earth's interior across scales. En *Nature Reviews Earth and Environment* (Vol. 1, Número 1, pp. 40–53). Springer Nature. https://doi.org/10.1038/s43017-019-0003-8

Virieux, J., & Operto, S. (2009). An overview of full-waveform inversion in exploration geophysics. *Geophysics*, *74*(6). https://doi.org/10.1190/1.3238367

Wang, Y. (2015). Frequencies of the Ricker wavelet. *Geophysics*, *80*(2), A31–A37. https://doi.org/10.1190/GEO2014-0441.1

Wang, Z. S., Su, W. Q., Li, Y. X., Li, Z. S., & Hu, J. (2023). Seismic forward modeling of acoustic surface-related order-separated multiples. *Marine Geophysical Research*, *44*(1). https://doi.org/10.1007/s11001-023-09513-4

Wu, Y., & Lin, Y. (2019). InversionNet: An Efficient and Accurate Data-Driven Full Waveform Inversion. *IEEE Transactions on Computational Imaging*, *6*, 419–433. https://doi.org/10.1109/tci.2019.2956866

Yang, F., & Ma, J. (2019). *Deep-learning inversion: a next generation seismic velocity-model building method*. http://arxiv.org/abs/1902.06267

Yang, J., & Zhu, H. (2018). A time-domain complex-valued wave equation for modelling visco-acoustic wave propagation. *Geophysical Journal International*, *215*(2), 1064–1079. https://doi.org/10.1093/GJI/GGY323

Yao, G., Da Silva, N. V., & Wu, D. (2018). An effective absorbing layer for the boundary condition in acoustic seismic wave simulation. *Journal of Geophysics and Engineering*, *15*(2), 495–511. https://doi.org/10.1088/1742-2140/aaa4da

Yu, S., & Ma, J. (2021). *Deep learning for geophysics: Current and future trends*. https://doi.org/10.1002/essoar.10506483.1

Zeng, C., Dong, S., & Wang, B. (2014). Least-squares reverse time migration: Inversion-based imaging. *The Leading Edge*, *IMAGING MIGRATION*. https://doi.org/10.1190/tle33090962.1

Zerafa, C., Galea, P., & Sebu, C. (2025). *Synergizing Deep Learning and Full-Waveform Inversion: Bridging Data-Driven and Theory-Guided Approaches for Enhanced Seismic Imaging*. http://arxiv.org/abs/2502.17585

Zhang, Z., Zhou, Z., Wu, Y., & Lin, Y. (2019). VelocityGAN: Subsurface velocity image estimation using conditional adversarial networks. *Proceedings - 2019 IEEE Winter Conference on Applications of Computer Vision, WACV 2019*, 705–714. https://doi.org/10.1109/WACV.2019.00080

Zuluaga, C. A., Ochoa, A., Guerrero, N. M., Martínez, A. M., Medina, P. A., & Pinilla, A. (2009). *PROYECTO DE INVESTIGACIÓN: CARTOGRAFÍA E HISTORIA GEOLÓGICA DE LA ALTA GUAJIRA UNIVERSIDAD NACIONAL DE COLOMBIA SEDE BOGOTÁ INSTITUTO COLOMBIANO DE GEOLOGÍA Y MINERÍA INGEOMINAS*.

Zuluaga, C. A., Ochoa, A., Muñoz, C. A., Dorado, C. E., Guerrero, N. M., Martínez, A. M., Medina, P. A., Ocampo, E. F., Pinilla, A., Ríos, P. A., Rodríguez, B. P., Salazar, E. A., & Zapata, V. L. (2008). *Geología de la plancha 5 Bahía Portete. Escala 1:100.000*.

Apéndices

Apéndice A. Estudio de ablación del término de fidelidad a los datos

Figura 24

Estudio de ablación para las normas L1, L2 y L1+L2

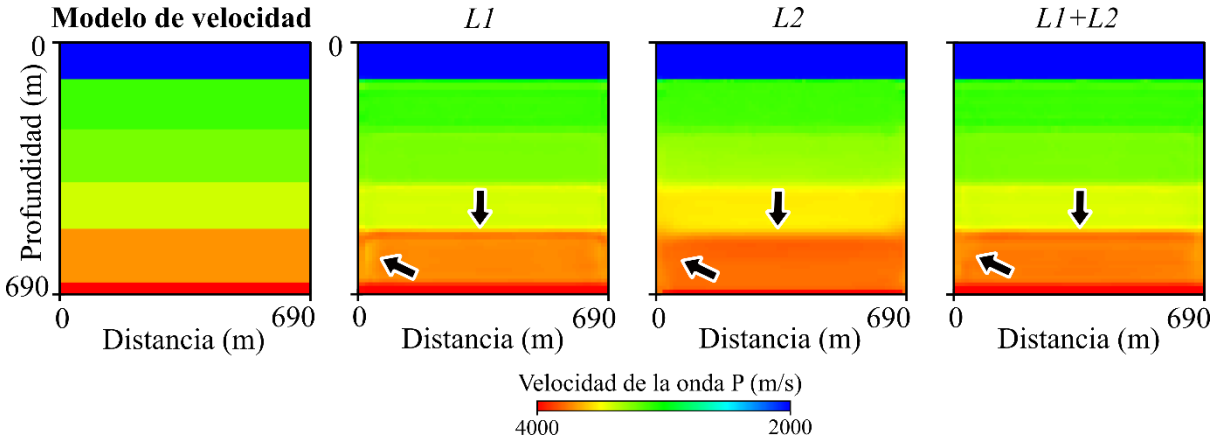


Tabla 8

Comparación cuantitativa de los términos de fidelidad a los datos

Código	L_1	L_2	L_1+L_2
MAE ↓	0,014	0,041	**0,010**
RMSE ↓	0,021	0,053	**0,018**

Nota. Comparación cuantitativa de los resultados del estudio de ablación para los términos de fidelidad a los datos L1, L2 y L1+L2, mediante las métricas MAE y RMSE al intervalo [0, 1].

Nota. Los valores en negrilla indican el mejor resultado, mientras que las flechas hacia abajo (↓) señalan que un menor valor representa un mejor desempeño.