

**VALIDACIÓN DE MODELOS CONSTITUTIVOS MECÁNICOS PARA LA
CARACTERIZACIÓN DE LAS PROPIEDADES MECÁNICAS EN ADHESIVOS
EPÓXICOS**

**SERGIO LEONARDO ALVAREZ ESCOBAR
JOSE FERNANDO MEJIA MONTAÑEZ**

**UNIVERSIDAD INDUSTRIAL DE SANTANDER
FACULTAD DE INGENIERÍAS FÍSICOMECÁNICAS
ESCUELA DE INGENIERÍA MECÁNICA
BUCARAMANGA**

2018

**VALIDACIÓN DE MODELOS CONSTITUTIVOS MECÁNICOS PARA LA
CARACTERIZACIÓN DE LAS PROPIEDADES MECÁNICAS EN ADHESIVOS
EPÓXICOS**

**SERGIO LEONARDO ALVAREZ ESCOBAR
JOSE FERNANDO MEJIA MONTAÑEZ**

**Trabajo de Grado para optar al título de
Ingeniero Mecánico**

**DIRECTOR
WILLIAM PINTO HERNANDEZ MSc, DsC.
Ingeniero Mecánico**

**UNIVERSIDAD INDUSTRIAL DE SANTANDER
FACULTAD DE INGENIERÍAS FÍSICOMECÁNICAS
ESCUELA DE INGENIERÍA MECÁNICA
BUCARAMANGA**

2018

AGRADECIMIENTOS

Agradecer a Dios, por la sabiduría, fortaleza y paciencia brindada para poder culminar esta pequeña pero importante etapa de la vida.

A nuestro director de proyecto de grado, William Pinto Hernández, por su gran disposición tanto en la enseñanza como en la guía constante del presente Trabajo de Grado.

A nuestro compañero y colega, Dayal Castro, por la atención y ayuda brindada en la parte experimental del Proyecto de Grado.

A nuestros padres por la constante ayuda, comprensión y cariño incondicional, durante la etapa de vida universitaria.

Finalmente, agradecer a la Escuela de Ingeniería Mecánica de la Universidad Industrial de Santander.

CONTENIDO

	Pág.
INTRODUCCIÓN.....	15
1. OBJETIVOS.....	16
1.1 OBJETIVO GENERAL.....	16
1.2 OBJETIVOS ESPECÍFICOS.....	16
2. MARCO TEÓRICO	17
2.1 TEORÍA GENERAL DE LA ADHESIÓN	17
2.1.1 Mecanismos de falla.	19
2.1.2 Requisitos generales para la aplicación de adhesivos.....	20
2.1.2.1 Condición de la superficie.....	20
2.1.2.2 Humedeciendo el sustrato.	21
2.1.2.3 Solidificación del adhesivo.....	21
2.1.2.4 Formando una junta resistente.	21
2.1.3 Aplicaciones de resina epoxi.....	22
2.2 TEORÍAS DE LOS MODELOS CONSTITUTIVOS	22
2.2.1 Modelo elástico clásico.....	23
2.2.3 Modelos para grandes deformaciones.....	25
2.2.3.1 Cortante simple.....	27
2.2.3.2 Modelo de Mooney-Rivlin.....	28
2.2.3.3 Modelo de Yeoh.....	29
2.2.3.4 Modelo Neo-Hookeano.....	29
2.2.3.5 Modelo de Lopez-Pamies.....	30
2.3 MÉTODO DE INFERENCIA DE BAYESIANA	31
2.4 MÉTODO DE MONTECARLO CON CADENAS DE MARKOV	33
2.4.1 Algoritmo Metrópolis Hastings.....	34
2.5 ANÁLISIS DE VALIDACIÓN	35
2.6 MODELO ESTOCÁSTICO.....	37

3. PROCEDIMIENTO EXPERIMENTAL	39
3.1 METODOLOGÍA	39
3.1.1 Etapa 1: Preparación de los sustratos.	40
3.1.2 Etapa 2: Elaboración de las probetas.	41
3.1.2.1 Probeta para prueba de cizallamiento.	42
3.1.2.2 Probeta para prueba de esfuerzo axial	42
3.1.3 Etapa 3: Ensayos mecánicos.....	43
3.1.3.1 Ensayo de cizalla (cortante).....	43
3.1.3.2 Ensayo de tracción.	45
3.1.4 Análisis de los datos experimentales.	46
3.1.4.1 Media de los datos.	49
4. CARACTERIZACIÓN DE MODELOS	50
4.1 MODELOS TEÓRICOS CONSTITUTIVOS MECÁNICOS.....	50
4.2 OBTENCIÓN DE LOS PARÁMETROS PARA CADA MODELO	50
4.3 ANÁLISIS DEL COMPORTAMIENTO DE LOS MODELOS CONSTITUTIVOS.....	54
4.4 SELECCIÓN DEL MODELO.....	58
4.5 MODELO ESTOCÁSTICO.....	59
4.6 VALIDACIÓN	60
5. CONCLUSIONES	68
BIBLIOGRAFÍA	70

LISTA DE FIGURAS

	Pág.
Figura 1. Esquema de unión adhesiva.....	18
Figura 2. Modos de fallo.	19
Figura 3. Esquema para la medición del esfuerzo cortante.	24
Figura 4. Representación esquemática del modelo viscoelástico de kelvin-Voigt.	24
Figura 5. Representación de la deformación de un volumen (cubo).....	26
Figura 6. Convención de signos y ejes para las componentes de tensiones.	27
Figura 7. Algoritmo Metrópolis Hastings	35
Figura 8. Validación por métrica de áreas.	37
Figura 9. Elaboración de probetas	42
Figura 10. Plano alternativo de la probeta para prueba de cizallamiento	42
Figura 11. Plano alternativo de probetas para prueba de tracción.....	43
Figura 12. Prueba de cizallamiento.....	44
Figura 13. Ensayo de esfuerzo axial.....	46
Figura 14. Grupos de datos experimentales según prueba de cizallamiento....	48
Figura 15. Gráfica Esfuerzo vs Deformación	49
Figura 16. Media aritmética e intervalos de confianza	49
Figura 17. Cadenas de Markov para los parámetros $\mu, \alpha 1$ del modelo de Lopez-Pamies (1 término).....	51
Figura 18. Función de densidad de probabilidad para el parámetro μ	52
Figura 19. Función de densidad de probabilidad acumulada para el parámetro μ	52
Figura 20. Función de densidad de probabilidad para el parámetro $\alpha 1$	53
Figura 21. Función de densidad de probabilidad acumulada para el parámetro $\alpha 1$	53
Figura 22. Curvas de los modelos constitutivos.....	55
Figura 23. Detalle en pequeñas deformaciones.....	55
Figura 24. Detalle en medianas deformaciones.....	56

Figura 25. Detalle de intersección.....	57
Figura 26. Detalle para grandes deformaciones	57
Figura 27. Probabilidad de los modelos.....	58
Figura 28. Propagación del modelo de Lopez-Pamies (1 término).	60
Figura 29. Función de densidad de probabilidad para el valor 0.0021 de deformación	61
Figura 30. Función de densidad de probabilidad acumulada para el valor 0.0021 de deformación	62
Figura 31. Función de densidad de probabilidad para el valor 0.08 de deformación	63
Figura 32. Función de densidad de probabilidad acumulada para el valor 0.08 de deformación	64
Figura 33. Función de densidad de probabilidad para el valor 0.14 de deformación	65
Figura 34. Función de densidad de probabilidad acumulada para el valor 0.14 de deformación	66

LISTA DE TABLAS

	Pág.
Tabla 1. Fallas en uniones adhesivas.....	19
Tabla 2. Clasificación de los datos experimentales según prueba de cizalla....	47
Tabla 3. Clasificación de los modelos constitutivos	50
Tabla 4. Rango de parámetros	54
Tabla 5. Identificación del módulo de cizallamiento G para cada modelo	54
Tabla 6. Clasificación de los modelos utilizando el método bayesiano	58
Tabla 7. Cálculos de áreas	67

LISTA DE ANEXOS

“Ver anexos adjuntos en el CD”

Anexo A. Gráficas de Cadenas de Markov de los Modelos

Anexo B. Gráficas de Función de Densidad de Probabilidad y Función de Densidad Acumulada para cada Parametro

Anexo C. Gráficas PDF y CDF para Validación del Modelo de Yeoh

Anexo D. Gráfica de Propagación de Modelo Yeoh

Anexo E. Gráficas PDF y CDF para Validación del Modelo de Lopez-Pamies (2 Términos)

Anexo F. Gráfica de Propagación de Modelo Lopez-Pamies (2 Términos)

Anexo G. Fragmento de la Norma ISO 6922 (DIN En 15870)

Anexo H. Fragmento de la Norma ISO 4587 (DIN En 1465)

RESUMEN

TÍTULO: VALIDACIÓN DE MODELOS CONSTITUTIVOS MECÁNICOS PARA LA CARACTERIZACIÓN DE LAS PROPIEDADES MECÁNICAS EN ADHESIVOS EPÓXICOS.*

AUTORES: ALVAREZ ESCOBAR SERGIO LEONARDO, MEJIA MONTAÑEZ JOSE FERNANDO.**

PALABRAS CLAVE: Material adhesivo, Modelo hiperelástico, parámetro, estocástico.

DESCRIPCIÓN:

Actualmente, en la industria se encuentra gran variedad de adhesivos dependiendo del tipo de aplicación requerida. Según la función del material adhesivo, es importante mencionar que algunas teorías clásicas de elasticidad no representan de manera correcta el comportamiento real del adhesivo. Por tal razón, se considera necesario recurrir al estudio de modelos más específicos. En el caso del presente proyecto, se estudiaron modelos hiperelásticos que pueden aportar diferentes perspectivas de investigación con una idea más realista sobre el comportamiento de un determinado material adhesivo cuando es sometido a grandes deformaciones.

Se implementaron pruebas de tipo mecánico normalizadas, en su totalidad se realizaron 40 ensayos para pruebas de tracción y cizallamiento, lo anterior con el fin de caracterizar el adhesivo **EpoXil Xtreme 2 ton ®**. Se aplicó el método de Markov Chain Monte Carlo (MCMC) para hacer la calibración de los parámetros de 6 modelos constitutivos. Seguidamente, se usaron métodos probabilísticos de inferencia bayesiana con la intención de seleccionar el modelo más representativo en relación a los demás modelos constitutivos. A partir de la selección del modelo Lopez-Pamies (1 término) se realizó su respectiva validación mediante la métrica de validación de área evaluando criterio de pequeñas, medianas y grandes deformaciones. Finalmente, se estableció un modelo estocástico que represente el comportamiento del material mediante los datos obtenidos en las pruebas.

* Trabajo de Grado

** Facultad de Ingenierías Físico-mecánicas. Escuela de Ingeniería Mecánica. Director: William Pinto Hernández, Ingeniero Mecánico.

ABSTRACT

TITLE: VALIDATION OF MECHANICAL CONSTITUTIVE MODELS FOR THE CHARACTERIZATION OF MECHANICAL PROPERTIES IN EPOXY ADHESIVES.*

AUTHOR: ALVAREZ ESCOBAR SERGIO LEONARDO, MEJIA MONTAÑEZ JOSE FERNANDO. **

KEY WORDS: Adhesive material, hyperelastic model, parameter, stochastic.

DESCRIPTION:

Currently, in the industry there is a wide variety of adhesives depending on the type of application required. Depending on the function of the adhesive material, it is important to mention that some classic elasticity theories does not correctly represent the real behavior of the adhesive. For this reason, it is considered necessary to resort to the study of more specific models. In the case of this project, hyperelastic models that can provide different research perspectives with a more realistic idea about the behavior of a specific adhesive material when subjected to large deformations.

Standardized mechanical tests were implemented, 40 tests were carried out for tensile and shear tests, in order to characterize the Epoxil Xtreme 2 ton ® adhesive. The Markov Chain Monte Carlo (MCMC) method was applied to calibrate the parameters of 6 constitutive models. Next, probabilistic Bayesian inference methods were used with the intention of selecting the most representative model in relation to the other constitutive models. From the selection of the Lopez-Pamies model (1 term) its respective validation was performed by the area validation metric evaluating small, medium and large deformation criterion. Finally, a stochastic model was established that represents the behavior of the material through the data obtained in the tests.

* Graduation Project

** Faculty of Physical Engineering-Mechanical. School of mechanical engineering. Director William Pinto Hernandez, Mechanical engineer.

INTRODUCCIÓN

Los distintos avances que se han realizado en el área de materiales adhesivos han ayudado a afianzar el hecho de que son numerosos los beneficios que puede traer consigo el uso de un respectivo adhesivo para cada aplicación que lo requiera, lo cual ocasiona que se evalúen las características mecánicas, su rendimiento en la instalación, fabricación, montaje y factibilidad económica en comparación con los sistemas de fijación mecánica clásicos aplicados en la industria. Según lo anterior, es necesario hablar de la importancia de los adhesivos en la manufactura y el desarrollo de componentes en la industria actual. Además de su bajo costo y la versatilidad de sus propiedades, se destaca un rasgo fundamental en cuanto a su uso se refiere, y es que la implementación de adhesivos no cambia las propiedades de los sustratos ni requieren modificar los componentes como usualmente sucede con las técnicas clásicas de sujeción mecánica.

Teniendo en cuenta la complejidad que requiere el estudio de la adhesión en diferentes campos de aplicación y al mismo tiempo resaltando su importancia como opción de trabajo más favorable, comparándolo con los métodos de sujeción y unión mecánica usados actualmente; se planteó la necesidad, en este proyecto de grado, de analizar los diferentes modelos constitutivos mecánicos que describen y estudian el comportamiento de los adhesivos bajo diferentes condiciones de trabajo cuando son sometidos a grandes deformaciones; lo anterior con el fin de lograr establecer un criterio y validez acerca del análisis generado bajo diferentes modelos; buscando también un punto de vista alternativo asociado a la selección de un modelo que describa el comportamiento de un adhesivo epóxico utilizado en la industria. En consecuencia, se propone un análisis teórico-experimental a partir del uso de problemas inversos para caracterizar el comportamiento mecánico de la resina epóxica **Epoxil Xtreme 2 ton**®, a su vez que, también se propone una metodología para el proceso de validación del modelo para dicho material.

1. OBJETIVOS

1.1 OBJETIVO GENERAL

Realizar un análisis teórico-experimental para la calibración de diferentes modelos constitutivos mecánicos para materiales adhesivos que permitan estimar las propiedades mecánicas de una resina epóxica y establecer un criterio de validación para los modelos; contribuyendo así al compromiso misional de la Universidad Industrial de Santander y de la Escuela de Ingeniería Mecánica en la búsqueda constante del conocimiento mediante la investigación y creación de nuevas ideas que aporten al profesional calidad técnica, humana e integral.

1.2 OBJETIVOS ESPECÍFICOS

- Recopilar información relacionada a modelos constitutivos para materiales adhesivos.
- Recolectar datos experimentales mediante la ejecución de pruebas mecánicas con la norma ISO 6922 (uniones sometidas a tracción pura) y ISO 4587 (esfuerzos de cizalladura) para la calibración de los respectivos modelos constitutivos.
- Caracterizar los modelos de material utilizando técnicas de inferencia Bayesiana.
- Identificar mediante métodos probabilísticos los parámetros para cada modelo.
- Realizar un modelo estocástico de los modelos utilizando el método de Montecarlo.
- Analizar los resultados de cada modelo, haciendo una comparación con los resultados reales obtenidos en cada prueba y a su vez realizar la validación de los modelos que más se ajusten a los resultados.

2. MARCO TEÓRICO

2.1 TEORÍA GENERAL DE LA ADHESIÓN

Adhesivo, una sustancia capaz de contener al menos dos superficies juntas de una manera fuerte y permanente. Los adhesivos se adhieren y sellan; deben ser resistentes a su entorno operativo; y sus propiedades dependen en gran medida de cómo son aplicados y procesados. Los adhesivos son elegidos por su poder de retención y unión. En general, son materiales que tienen alta resistencia a la cizalladura y a la tracción.

El adhesivo estructural es un término generalmente usado para definir un adhesivo cuya fuerza es crítica para el éxito del conjunto. Este término generalmente se reserva para describir adhesivos con alta resistencia al corte (más de 1,000 psi) y buena resistencia ambiental. ¹ Algunos ejemplos de adhesivos estructurales son los sistemas epoxi, acrílico termo-endurecible y uretano. Por lo general, se espera que los adhesivos estructurales duren la vida del producto al que se aplican.

Por otro lado, están los adhesivos no estructurales, estos son adhesivos con una resistencia y permanencia mucho menores. Generalmente se usan para sujetar temporalmente o unir sustratos débiles. Ejemplos de adhesivos no estructurales son películas sensibles a la presión, cola de madera, elastómeros y selladores.

Los adhesivos en general conservan varias características importantes, a continuación, se nombran algunas:

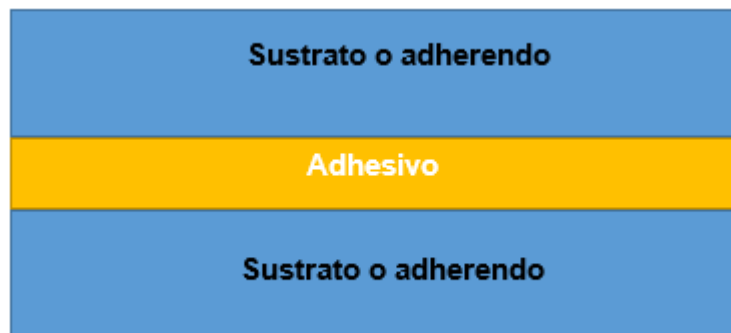
- Deben comportarse como un líquido, en el transcurso de una formación adhesiva, para fluir y mojar los sustratos.
- Forman unión superficial a través de la adhesión (el desarrollo de fuerzas intermoleculares).

¹ M. PETRIE, Edward. HANDBOOK OF ADHESIVES AND SEALANTS. McGraw-Hill New York. 2000.

- Deben endurecerse para llevar cargas continuas y a veces dinámicas a lo largo de sus vidas.
- Transfieren y distribuyen la carga entre los componentes en un conjunto.
- Deben llenar huecos, cavidades y espacios.
- Deben trabajar con otros componentes del ensamblaje para proporcionar un producto duradero.

Se pueden apreciar otras definiciones importantes considerando el esquema de la unión donde dos sustratos están unidos entre sí con un adhesivo. El sustrato es el material que se va a unir. Después de la unión, el sustrato a menudo se denomina adherendo (Ocasionalmente estos dos términos se usan como sinónimos). En la figura 1 se muestra un esquema representativo de unión adhesiva.

Figura 1. Esquema de unión adhesiva.



De igual forma se tiene que, el área entre el adhesivo y el adherente se denomina región de interfase. Esta región de interface es una región delgada cerca del punto de contacto adhesivo y adherente. La región de interfase tiene diferentes características químicas y físicas que el adhesivo en masa o el adherente. La naturaleza del área de interfase es un factor crítico para determinar las propiedades y la calidad de una unión adhesiva.

Diferente de la interfase es la interfaz, esta última está contenida dentro de la interfase. La interfaz es el plano de contacto entre la superficie de un material y

la superficie del otro. La interfaz suele ser útil para describir la energía de la superficie. La interfaz también se conoce a veces como una capa límite.

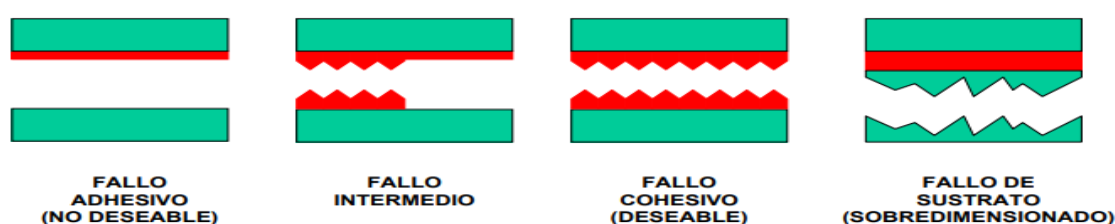
El concepto de adherencia² comúnmente se conoce como la atracción de dos sustancias diferentes resultantes de las fuerzas intermoleculares entre las sustancias. Esto es claramente diferente de la cohesión, que implica solo las fuerzas de atracción intermoleculares dentro de una única sustancia. Las fuerzas intermoleculares que actúan tanto en la adhesión como en la cohesión son principalmente fuerzas de van der Waals³.

2.1.1 Mecanismos de falla. Existen al menos 4 tipos de fallas⁴, estas se categorizan de la siguiente forma:

Tabla 1. Fallas en uniones adhesivas.

TIPOS DE FALLAS			
<p>Falla adhesiva La falla adhesiva es una falla de enlace interfacial entre el adhesivo y el adherente.</p>	<p>Falla cohesiva La falla cohesiva ocurre cuando la fractura por tensión dentro del material adhesivo permite que una capa de adhesivo permanezca en ambos sustratos.</p>	<p>Falla del sustrato Esta falla ocurre cuando falla primero el adherente que el adhesivo.</p>	<p>Falla intermedia Aquella que ocurre en algún sector de la interfaz adhesiva, ocasionando así falla adhesiva y cohesiva simultáneamente.</p>

Figura 2. Modos de fallo.



Fuente: MADRID, Mario. Tecnología de la Adhesión. [Base de datos en línea]. 1997. Departamento Técnico de Loctite. (Recuperado en 4 octubre 2018). Disponible en: https://www2.ulpgc.es/hege/almacen/download/7071/7071377/curso_de_adhesivos.pdf

² MADRID, Mario. Tecnología de la Adhesión. [Base de datos en línea]. 1997. Departamento Técnico de Loctite. (Recuperado en 4 octubre 2018). Disponible en: https://www2.ulpgc.es/hege/almacen/download/7071/7071377/curso_de_adhesivos.pdf.

³ Fuerzas de Van der **Waals**. Se refiere a las fuerzas atractivas (también repulsivas) entre moléculas distintas a aquellas debidas a un enlace intermolecular o a la interacción electrostática de iones con moléculas de tipo neutro.

⁴ MADRID, Mario. Tecnología de la Adhesión. [Base de datos en línea]. 1997. Departamento Técnico de Loctite. (Recuperado en 4 octubre 2018). Disponible en: https://www2.ulpgc.es/hege/almacen/download/7071/7071377/curso_de_adhesivos.pdf

La falla cohesiva⁵ dentro del adhesivo o uno de los adherendos se considera en algún momento como un tipo preferido de falla, debido a que se ha alcanzado la resistencia máxima del material en la unión. Sin embargo, el modo de falla no debe usarse como un único criterio para una articulación útil. Un análisis del modo de falla puede ser una guía extremadamente útil para determinar si la falla se debió a una capa límite débil o a una preparación inadecuada de la superficie. Cabe resaltar que al examinar los modos de falla se pueden conocer algunos parámetros para abordar en detalle el problema de la ruptura, de tal forma, se consideran algunos ejemplos comúnmente relacionados con la naturaleza de la falla:

- Si la fuerza general de la junta no es suficiente, el usuario deberá abordar la condición superficial del sustrato.
- Si, la falla exhibe un modo cohesivo (ya sea el adhesivo o el adherente), entonces la fuerza de unión entre el sustrato y el adhesivo es más fuerte que las fuerzas que mantienen unida a la masa del material adhesivo.

2.1.2 Requisitos generales para la aplicación de adhesivos. Al observar el proceso de una unión adhesiva como un procedimiento completo, abarcando todos los aspectos de la selección del material, el diseño conjunto, la producción, etc., entonces los requisitos básicos son los mismos sin importar cuál sea la aplicación. Estos requisitos universales para una aplicación exitosa son:

- Limpieza de la superficie del sustrato para encontrar mejor adherencia.
- Humedecer la superficie del sustrato, con el fin de satisfacer un contacto entre el adhesivo y el sustrato en cuestión.
- Solidificación del adhesivo, conservando un tiempo de curado apropiado.
- Formación de una estructura de unión de tal manera que sea resistente a las condiciones de funcionamiento y al entorno.

2.1.2.1 Condición de la superficie. Se debe comenzar con una superficie limpia. Los materiales extraños como la suciedad, el aceite, la humedad y las capas

⁵ MADRID, Mario. Tecnología de la Adhesión. [Base de datos en línea]. 1997. Departamento Técnico de Loctite. (Recuperado en 4 octubre 2018). Disponible en: https://www2.ulpgc.es/hege/almacen/download/7071/7071377/curso_de_adhesivos.pdf

débiles de óxido se deben eliminar de la superficie del sustrato, o de lo contrario el adhesivo se unirá a estas capas límite débiles en lugar de al sustrato en cuestión.

2.1.2.2 Humedeciendo el sustrato. Es necesario que el adhesivo fluya y luego se amolde a las superficies de los adherentes en escalas micro y macro⁶. Las pequeñas bolsas de aire causadas por la rugosidad del sustrato en la interfaz deben ser fácilmente desplazadas con el adhesivo. Un resultado de una buena humectación es una mayor área de contacto entre el adhesivo y el adherente sobre el que pueden actuar las fuerzas de adhesión. El término humectación se refiere a un líquido que se extiende y entra en contacto íntimo con una superficie sólida.

2.1.2.3 Solidificación del adhesivo. La solidificación se produce en una de tres formas: reacción química mediante cualquier combinación de calor, presión, agente de curado u otro activador, como luz ultravioleta, radiación, etc...; enfriamiento desde un líquido fundido a un sólido; y secado debido a la evaporación del disolvente.

Por otro lado, cuando las resinas orgánicas se solidifican, experimentan contracción volumétrica debido a la reacción de reticulación⁷, pérdida de disolvente o coeficiente de expansión térmica.

En el caso de adhesivos, es importante que el material no se contraiga excesivamente porque podrían desarrollarse tensiones internas indeseables en la articulación.

2.1.2.4 Formando una junta resistente. Luego de finalizar el proceso de curado y solidificado, el adhesivo deberá tener la resistencia y tenacidad adecuadas para resistir el fallo en todas las condiciones de servicio esperadas. El

⁶ M. PETRIE, Edward. HANDBOOK OF ADHESIVES AND SEALANTS. McGraw-Hill New York. 2000.

⁷Reticulación. De igual forma que la vulcanización o el curado, la reticulación implica la formación de una red tridimensional formada por la unión de las diferentes cadenas poliméricas.

rendimiento inicial y la durabilidad de la unión dependen en gran medida de cómo se preparen los sustratos.

2.1.3 Aplicaciones de resina epoxi. Las industrias aeroespaciales están dominadas por resinas epoxídicas debido a su excelente capacidad de procesabilidad y a las propiedades útiles de los polímeros en red. Esto se debe a que los compuestos epoxi pueden satisfacer los requisitos técnicos del material estructural para aplicaciones aeroespaciales civiles y militares; tales como, paneles de pisos, ductos, alas y estabilizadores verticales y horizontales. Por el lado de la industria automotriz, dichos materiales compuestos también se utilizan para producir marcos de vehículos livianos, autos de carrera, instrumentos musicales y componentes industriales con una alta relación resistencia / peso⁸.

El mayor uso de resinas epoxi se encuentra en la industria electrónica. De igual forma, se usan ampliamente en motores, generadores, transformadores, interruptores, casquillos y aisladores. Las resinas epóxicas son excelentes aislantes eléctricos y protegen los componentes eléctricos contra cortocircuitos, polvo y humedad. No obstante, en el campo de la electrónica, las resinas epoxi son la principal resina utilizada en el moldeo de circuitos integrados, transistores y circuitos híbridos, también en la fabricación de placas de circuitos impresos.

2.2 TEORÍAS DE LOS MODELOS CONSTITUTIVOS

Teniendo en cuenta la finalidad del proyecto en cuestión, se hace énfasis especial en la búsqueda de teorías y modelos constitutivos de carácter isotrópico que logren percibir y describir de mejor forma el comportamiento de la unión adhesiva al ser sometida a pruebas de esfuerzo.

Entendiendo que el estudio de la adhesión puede ser abordado desde varios enfoques teóricos ya establecidos, en este caso se hizo la respectiva

⁸ M. PETRIE, Edward. HANDBOOK OF ADHESIVES AND SEALANTS. McGraw-Hill New York. 2000.

caracterización para un modelo elástico clásico, un modelo viscoelástico y algunos modelos hiperelásticos. De esta forma, se tendrá un enfoque de estudio viscoelástico junto con grandes deformaciones.

2.2.1 Modelo elástico clásico. Este modelo contempla la propiedad elástica que poseen los materiales mediante la ley de elasticidad⁹ de Hooke. Esta ley establece que, para pequeñas deformaciones en materiales elásticos, principalmente muestra el comportamiento como un resorte lineal y puede describirse por una relación lineal entre el esfuerzo y la deformación ($\sigma \sim \varepsilon$). Esta relación se conoce como ley de Hooke¹⁰:

$$\sigma = E\varepsilon$$

Donde σ es el esfuerzo, E es el parámetro proporcional y es único para cada material, también conocido como módulo de Young y ε se refiere a la deformación lineal.

De forma equivalente, se puede conocer el módulo elástico transversal o módulo de rigidez transversal mediante la siguiente relación:

$$\tau_m = G\gamma$$

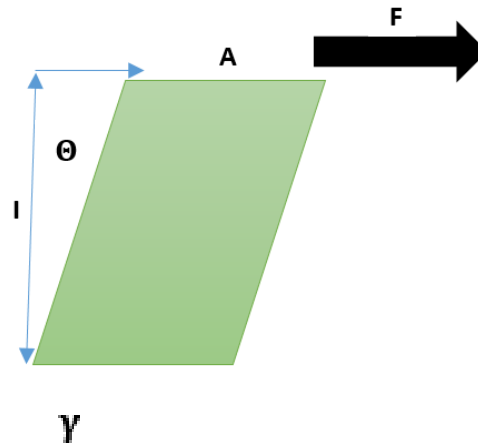
Donde τ_m se refiere a la tensión cortante, G al módulo de rigidez y γ a la deformación angular.

En el caso de un material elástico, isotrópico e incompresible, el módulo de rigidez transversal es una constante con igual valor en todas las direcciones. Se puede conocer teóricamente el módulo de rigidez mediante el concepto de un cubo sometido a una fuerza de corte.

⁹ Elasticidad. Se refiere a la propiedad mecánica de ciertos materiales de sufrir deformaciones reversibles cuando están sujetos a la acción de fuerzas exteriores y de lograr recuperar la forma original si estas fuerzas externas se eliminan.

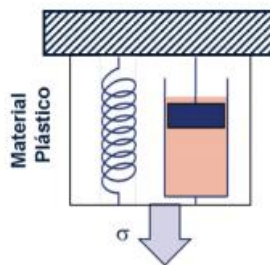
¹⁰ CERVERA, Miguel y BLANCO, Elena. Resistencia de Materiales. España: Centro Internacional de Métodos Numéricos (CIMNE), 2015. p. 37-63.

Figura 3. Esquema para la medición del esfuerzo cortante.



2.2.2 Modelo viscoelástico de Kelvin-Voigt. Este modelo representa un sólido sometido a una tensión viscoelástica¹¹ reversible, es decir, efectos elásticos y viscosos. En este sentido, al aplicar una tensión constante, el material puede deformarse a una velocidad decreciente, aproximándose a una deformación en estado estacionario. Se considera que el modelo es apropiado para modelar la fluencia en los materiales. El modelo de kelvin-Voigt¹², se representa mediante un sistema con amortiguador newtoniano y un resorte elástico conectado en paralelo.

Figura 4. Representación esquemática del modelo viscoelástico de kelvin-Voigt.



Fuente: FOMBUENA V, BORONAT T, BALART R. Utilidad de los modelos de viscoelasticidad en el aprendizaje de la ingeniería de materiales poliméricos. En: Modelling in Science Education and Learning. 2017. Vol. 10, No. 1, p. 142.

¹¹ Viscoelasticidad. Se define como un comportamiento que presentan algunos materiales al exhibir tanto propiedades viscosas como propiedades elásticas cuando están bajo deformación.

¹² FOMBUENA, V, et al. Utilidad de los modelos de viscoelasticidad en el aprendizaje de la ingeniería de materiales poliméricos. En: Modelling in Science Education and Learning. 2017. Vol. 10, No. 1, p. 142.

Dado que los componentes están en paralelo, estos sufrirán la misma deformación. De igual forma, el esfuerzo será la suma del esfuerzo de cada uno de los componentes. Con relación a lo anterior, obtenemos que un material de kelvin-Voigt se puede expresar mediante la siguiente relación constitutiva:

$$\sigma = E\varepsilon + \eta\dot{\varepsilon}$$

Donde σ es el esfuerzo, η es la viscosidad y $\dot{\varepsilon}$ la tasa de velocidad de deformación. Esta relación puede ser considerado para esfuerzos axiales y cortantes en el material. De igual manera, es válido mencionar que hay una parte que es lineal con la deformación ε la cual está relacionada con la energía que puede almacenar el material y otra parte que está relacionada con la tasa de deformación $\dot{\varepsilon}$ la cual relaciona la energía disipada para el amortiguador viscoso.

2.2.3 Modelos para grandes deformaciones. Este tipo de modelos se establecieron con la finalidad de explorar a profundidad las propiedades de materiales biológicos, elastoméricos, polímeros, y gomas. Por tal razón existen numerosos estudios relacionados con tejidos humanos y otros órganos de interés aportando así información fundamental para otros campos de investigación. Múltiples teorías de hiperelasticidad consolidaron sus principios a partir de pruebas con este tipo de materiales. Adicionalmente, en el campo de los nanomateriales¹³, varias investigaciones han buscado modelar el comportamiento mecánico de los nuevos materiales bajo modelos hiperelásticos.

Los modelos hiperelásticos pueden predecir el comportamiento de materiales o sólidos gomosos. Los modelos hiperelásticos comúnmente se encuentran en función de las invariantes del tensor de deformación de Cauchy-Green¹⁴. No obstante, según Treloar¹⁵ estos modelos pueden ser expresados en términos de los alargamientos principales. $\lambda_1, \lambda_2, \lambda_3$

¹³ MOSCOSO, Nayan R. Uso del método de los elementos finitos para la simulación del modelo hiperelástico en grandes deformaciones: Estudio del método y del modelo general de energía de deformación. Trabajo de Grado Ingeniero Mecánico. Colombia: Universidad Nacional de Colombia. Facultad de ingeniería. Departamento de Ingeniería Mecánica y Mecatrónica. 2015. p. 5.

¹⁴ TRELOAR, Leslie R. The elasticity and related properties of rubbers. En: Reports on Progress in Physics. 1973. Vol. 36, No. 7, p. 758-824.

¹⁵ MORENO, Miguel, et al. Revisión de Modelos Hiperelásticos utilizados en tejidos. En: 6th Engineering, Science and Technology Conference (2017), KnE Engineering. 2018. p. 100-110.

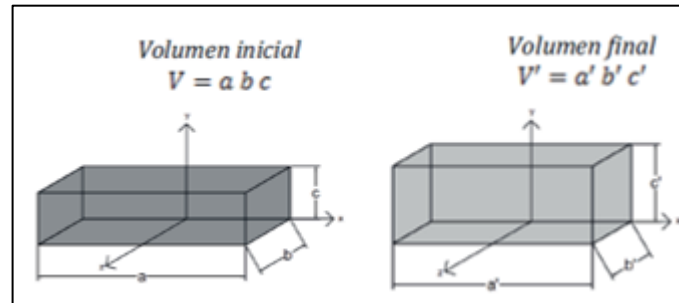
Donde cada invariante principal se representa en función de los alargamientos:

$$I_1 = \lambda_1^2 + \lambda_2^2 + \lambda_3^2 \quad (1)$$

$$I_2 = \lambda_1^2 * \lambda_2^2 + \lambda_2^2 * \lambda_3^2 + \lambda_3^2 * \lambda_1^2 \quad (2)$$

$$I_3 = \lambda_1^2 \cdot \lambda_2^2 \cdot \lambda_3^2 \quad (3)$$

Figura 5. Representación de la deformación de un volumen (cubo).



Fuente: MORENO, Miguel, et al. Revisión de Modelos Hiperelásticos utilizados en tejidos. En: 6th Engineering, Science and Technology Conference (2017), KnE Engineering. 2018. p. 100-110

Estos alargamientos principales λ_i representan la deformación de un volumen diferencial (cubo) a lo largo de los ejes principales en un sistema cartesiano (ver figura 5).

$$\lambda_1 = \frac{l_i}{L_i}; \text{ donde, } l_i \text{ longitud final y } L_i \text{ la longitud inicial.}$$

Entonces, siendo $\lambda_1 = \frac{a'}{a}$, $\lambda_2 = \frac{b'}{b}$, $\lambda_3 = \frac{c'}{c}$, se puede decir que cuando $\lambda_1 = 1$ cuando no existen deformaciones en el eje 1.

Por otro lado, una de las consideraciones más comunes al abordar este tipo de modelos es asumir que el material de estudio es de naturaleza incompresible. De esta forma, se tiene que:

$$\text{Para el volumen final } V' = a' b' c' = abc \lambda_1 \lambda_2 \lambda_3$$

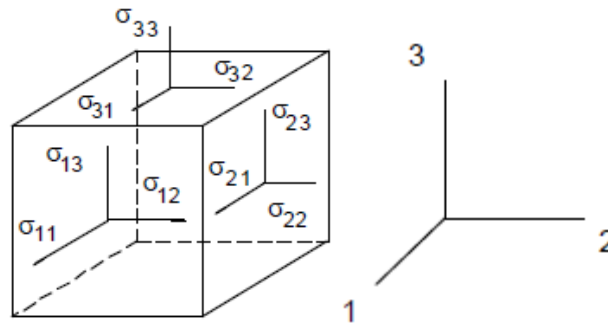
Así, el volumen final será igual al inicial $V' = V$ teniendo en cuenta que el producto de los estiramientos principales $\lambda_1 \lambda_2 \lambda_3 = 1$. Tomando la deformación

del tercer invariante I_3 en la ecuación (3), se tiene que para cada material incompresible $I_3 = \lambda_1^2 * \lambda_2^2 * \lambda_3^2 = 1$

2.2.3.1 Cortante simple. El esfuerzo cortante simple¹⁶ se produce cuando un cuerpo se somete a un esfuerzo de corte uniforme, siendo este esfuerzo paralelo a alguna dirección, que no implica cambio alguno en el área, como se muestra en la figura 6. El tensor de tensión de Cauchy-Green σ de un material hiperelástico isotrópico incompresible se puede expresar en términos de la función de energía de deformación Ψ y de sus derivadas con respecto a los invariantes principales, tal como se muestra en la siguiente relación:

$$\sigma_{12} = 2k \left(\frac{\partial \Psi}{\partial I_1} + \frac{\partial \Psi}{\partial I_2} \right) \quad (\text{a})$$

Figura 6. Convención de signos y ejes para las componentes de tensiones.



Fuente: PAREDES, Jairo. y MARÍN, Juan P. Mecánica de sólidos: Una visión práctica de la mecánica de medios continuos. Colombia: Universidad Nacional de Colombia, 2008. p. 158.

Donde σ_{12} es el valor del esfuerzo que corresponde, en este caso al esfuerzo cortante en el plano 1-2. Posteriormente, k es definida como cantidad de desplazamiento. En este caso puede ser expresado en función del estiramiento, $k = \lambda - \lambda^{-1}$, donde $\lambda > 1$. Según lo anterior, tratándose de un material incompresible sometido a esfuerzos unidireccionales, los invariantes principales de deformación estarán definidos por $I_1 = I_2 = k^2 + 3$ ¹⁷

¹⁶ RITTO, Thiago G. y NUNES, L.C. Bayesian model selection of hyperelastic models for simple and pure shear at large deformations. En: Computers and Structures. 2015. Vol. 156. p. 101-109.

¹⁷ HERNÁNDEZ, William, et al. Thermorheologically simple materials: A bayesian framework for model calibration and validation. En: Journal of sound and vibrations. 2017. Vol. 402, p. 14-30

2.2.3.2 Modelo de Mooney-Rivlin. Cuando se plantea este modelo hiperelástico, Rivlin¹⁸ asume un material con propiedades mecánicas isotrópicas e isotérmicas que pueden estar descritas en términos de la energía de deformación Ψ . Esta energía de deformación se aproxima con una serie de potencias en función de los primeros invariantes I_1 e I_2 , tal como se ve la siguiente expresión:

$$\Psi = \sum_{i,j=0}^N C_{ij} (I_1 - 3)^i (I_2 - 3)^j$$

La serie no está en función de la tercera invariante porque se asume un material incompresible $I_3 = 1$. El número de términos de la expansión se determina dependiendo de la aplicación y la precisión requerida en el modelo.

En este sentido el modelo que proponen Mooney y Rivlin, relaciona las tensiones y deformaciones a través de una determinada función densidad de energía de deformación, definida en función de las dos primeras invariantes del tensor de deformación de Green I_1 y I_2 .

$$\Psi = C_1 \cdot (I_1 - 3) + C_2 \cdot (I_2 - 3)$$

Donde C_1 y C_2 denotan las constantes, las cuales son únicas para un determinado material.

Para obtener una expresión simplificada en términos del esfuerzo cortante, se deriva la anterior relación de energía de deformación conforme a lo expresado en la ecuación (a) teniendo en cuenta el tensor de deformación de Cauchy-Green, logrando con ello la siguiente expresión:

$$\sigma_{12} = \mu k$$

$$\text{Donde } k = \lambda - \lambda^{-1}, \quad \text{donde } \lambda > 1$$

$$\mu = \textit{parámetro del modelo (Módulo de rigidez)}$$

¹⁸ RIVLIN, R. S. Large Elastic Deformations of Isotropic Materials. I. Fundamental Concepts. En: The Royal Society Publishing. 1948. Vol. 240. p. 459-490.

2.2.3.3 Modelo de Yeoh. Este modelo está basado en las observaciones de Rivlin sobre las propiedades elásticas. Se pueden describir utilizando una función de densidad de energía de deformación, que es una serie de potencia en función de los invariantes de deformación. El modelo de Yeoh¹⁹ está en función solamente de la primera invariante de deformación del tensor de deformación de Cauchy-Green. Generalmente, es denominado modelo de polinomio reducido.

La densidad de energía de deformación generalizada en función del primer invariante I_1 se escribe como:

$$\Psi = \sum_{i=0}^N C_i \cdot (I_1 - 3)^i$$

$$\Psi = C_1(I_1 - 3)^1 + C_2(I_1 - 3)^2 + C_3(I_1 - 3)^3$$

Donde C_1 , C_2 , C_3 representan los parámetros del material.

De esta forma, para la expresión de esfuerzo cortante se tiene que:

$$\sigma_{12} = 2k[C_1 + 2C_2(\lambda^2 + \lambda^{-2} - 2) + 3C_3(\lambda^2 + \lambda^{-2} - 2)^2]$$

Donde $k = \lambda - \lambda^{-1}$, donde $\lambda > 1$

Entonces el módulo cortante se define en función de C_1 , $\mu = 2C_1$

2.2.3.4 Modelo Neo-Hookeano. Leslie R.G. Treloar²⁰ basándose en la estadística Gaussiana y la teoría de la red molecular propuso el modelo Neo-Hookeano. Es un modelo similar a la ley de Hook, pero que después de cierto punto la curva esfuerzo vs deformación cambia a un comportamiento no lineal. Teniendo en cuenta algunas observaciones se debe saber que es inadecuado para tensiones biaxiales²¹.

¹⁹ YEOH, O.H. Some Forms of the Strain Energy Function for Rubber. En: Rubber Chemistry and Technology. 1993. Vol. 66, No. 5, p. 754-771.

²⁰ TRELOAR, Leslie R. The elasticity and related properties of rubbers. En: Reports on Progress in Physics. 1973. Vol. 36, No. 7, p. 758-824.

²¹ MORENO, Miguel, et al. Revisión de Modelos Hiperelásticos utilizados en tejidos. En: 6th Engineering, Science and Technology Conference (2017), KnE Engineering. 2018. p. 100-110.

Este modelo estadístico expresa la energía de deformación en función de la primera invariante de deformación del tensor de Cauchy-Green.

$$\Psi = \frac{1}{2} NkT \cdot (I_1 - 3) = C(I_1 - 3)$$

Donde N es el número de cadenas moleculares por unidad de volumen, k la constante de Boltzmann y T la temperatura absoluta para un estado isotérmico y con el número de moléculas definidas, donde el producto NkT representa una constante.

2.2.3.5 Modelo de Lopez-Pamies. Se trata de un modelo simple basado en la primera invariante de deformación para sólidos elásticos, fue propuesto por Lopez-Pamies²². La función de energía almacenada está dada por:

$$\psi_{LP} = \sum_{r=1}^M \frac{3^{1-\alpha_r}}{2\alpha_r} \mu_r (I_1^{\alpha_r} - 3^{\alpha_r})$$

Donde M , indica el número de términos, mientras que μ_r y α_r son los parámetros.

De esta manera, para el esfuerzo cortante se tiene la expresión al considerar un término en la sumatoria:

$$\sigma_{12} = 3\mu \frac{k}{k^2 + 3} \left(\frac{k^2 + 3}{3} \right)^{\alpha_1}$$

$$\text{donde } k = \lambda - \lambda^{-1}, \quad \text{donde } \lambda > 1$$

El modelo de Lopez - Pamies tomando en consideración los dos términos en la sumatoria se presenta a continuación:

$$\sigma_{12} = 3 \frac{k}{k^2 + 3} \left[\mu_1 \left(\frac{k^2 + 3}{3} \right)^{\alpha_1} + \mu_2 \left(\frac{k^2 + 3}{3} \right)^{\alpha_2} \right]$$

$$\text{Donde } k = \lambda - \lambda^{-1}, \text{ con } \lambda > 1$$

²² LOPEZ-PAMIES, Oscar. A new I_1 - based hyperelastic model for rubber elastic materials. En: Comptes Rendus Mécanique. 2010. Vol. 338, No. 1, p. 3-11.

Aquí μ_1 , α_1 , μ_2 , α_2 representan los parámetros del modelo.
 $\mu_1 + \mu_2 = \mu_r$ y representa el módulo cortante (rigidez).

El objetivo de propuesta por parte del autor para este modelo hiperelástico, de carácter incompresible e isotrópico, como se dijo anteriormente, que sea lo suficientemente simple y adecuado para soluciones analíticas de forma cerrada y problemas de homogeneización²³, de igual forma, el modelo busca simplicidad y adaptación en caso de implementarse mediante programas de elementos finitos comerciales. Más importante aún, contiene parámetros de material que pueden interpretarse físicamente logrando así la caracterización y predicción con precisión del comportamiento mecánico de sólidos elásticos en varias gamas de deformación.

2.3 MÉTODO DE INFERENCIA DE BAYESIANA

El método de estimación bayesiana, normalmente es utilizado en gran variedad de problemas con inferencia estadística. En el método bayesiano, todas las variables se pueden modelar como variables aleatorias y las incertidumbres sobre estas variables se describen mediante sus funciones de densidad de probabilidad (PDF).²⁴

La inferencia bayesiana se define como un tipo de inferencia estadística en la que las evidencias y observaciones pueden emplearse para demostrar o inferir la probabilidad de que una hipótesis tenga validez. Este tipo de inferencia se basa en los principios del teorema de Bayes, que comprende un modelo a posteriori de parámetros desconocidos según la observación y una función de costo del error²⁵.

²³ LOBO, Miguel, et al. Problemas de homogeneización en la ingeniería. Una experimentación numérica. *En*: Revista Internacional de Métodos Numéricos para Cálculo y Diseño en Ingeniería. 1991. Vol. 7, No. 4, p. 455-472.

²⁴ HERNÁNDEZ, William, et al. Thermorheologically simple materials: A bayesian framework for model calibration and validation. *En*: Journal of sound and vibrations. 2017. Vol. 402, p. 14-30.

²⁵ GONZÁLEZ, Sergio. Métodos MCMC para la inferencia bayesiana. Proyecto Fin de Carrera. España: Universidad Carlos III de Madrid. Escuela Politécnica Superior. Departamento de Teoría de la Señal y Comunicaciones. 2013. p. 17-23.

En procesos de calibración de modelos, es posible plantear que la relación entre las mediciones Y^{exp} y las predicciones del modelo $Y_{(\theta)}^M$ pueden describirse mediante un modelo de observación con errores aditivos con la siguiente expresión²⁶:

$$Y^{exp} = Y_{(\theta)}^M + e$$

Donde la variable aleatoria e corresponde al ruido de medición aditivo el cual modela como una función Gaussiana de media cero. Como Y^{exp} , θ y e se modelan como variables aleatorias, el teorema de Bayes²⁷ se puede utilizar para describir la relación entre ellos mediante la siguiente expresión:

$$P(\theta|Y) = \frac{P(Y|\theta)P(\theta)}{P(Y)}$$

Donde $P(\theta|Y)$, corresponde a la función de densidad de probabilidad posterior de los parámetros del modelo. $P(Y|\theta)$, representa el modelo de verosimilitud²⁸; $P(\theta)$ es la probabilidad apriori para los parámetros desconocidos θ . En cuanto a $P(Y)$, se refiere a la densidad de los datos medidos Y teniendo en cuenta el requerimiento de un gran número de realizaciones experimentales.

La probabilidad apriori²⁹ $P(\theta)$ representa el estado actual de conocimiento sobre los parámetros desconocidos y debe construirse a partir de expectativas sobre los parámetros θ antes de obtener el conjunto de datos Y . En este sentido, cuando el nivel de información sobre el conjunto de parámetros θ es precario, existe una opción común para evitar las estimaciones parciales, esta consiste en definir un PDF previo no informativo, es decir, un PDF uniforme con un dominio grande³⁰.

²⁶ HERNÁNDEZ, William, et al. Thermorheologically simple materials: A bayesian framework for model calibration and validation. En: Journal of sound and vibrations. 2017. Vol. 402, p. 18.

²⁷ CASELLA, George y ROBERT, Christian. Monte Carlo Statistical Methods. United States of America: Springer, 2010. 649p.

²⁸ Ibid., p. 18

²⁹ VAKILZADEH, Majid. Stochastic model updating and model selection with application to structural dynamics. Tesis para el grado de Doctor de filosofía en sólido y mecánica estructural. Suecia: Universidad Tecnológica de Chalmers. Departamento de Mecánica Aplicada. 2016. p. 5-8.

³⁰ HERNÁNDEZ, William, et al. Thermorheologically simple materials: A bayesian framework for model calibration and validation. En: Journal of sound and vibrations. 2017. Vol. 402, p. 18-20.

Para el caso en el que se supone que e sigue una distribución gaussiana multivariada de media cero, el modelo de probabilidad $P(Y|\theta)$ se describe de la siguiente forma:

$$P(Y|\theta) \sim \exp\left(-\frac{1}{2}[Y - Y_{(\theta)}^M]^T \sum_e^{-1} [Y - Y_{(\theta)}^M]\right)$$

2.4 MÉTODO DE MONTECARLO CON CADENAS DE MARKOV

El método de Monte Carlo³¹ es una técnica de análisis numérico que se basa en el uso de secuencias de números aleatorios para muestrear los valores de las variables de probabilidad de un problema determinado.

Frecuentemente se pueden encontrar múltiples variantes de estado en un sistema, teniendo con ello cálculos tediosos y repetitivos. En busca de favorecer lo anterior, se opta por tomar una muestra del sistema para calcular los valores promedios. Los valores muestreados se obtienen a partir de las distribuciones de probabilidad de cada variable. La solución al problema planteado se estima analizando mediante métodos estadísticos.

La búsqueda de información sobre los parámetros del modelo constitutivo se expresa como un problema estadístico inverso en el marco bayesiano. Se usa un método de Markov Chain Monte Carlo (MCMC)³² para explorar la densidad posterior de los parámetros del modelo utilizando datos medidos a partir de los ensayos mecánicos realizados.

El primer componente que se implementa en el método Monte Carlo es el muestreo numérico de variables aleatorias con funciones de densidad de probabilidad específicas. Los promedios de muchos eventos aleatorios en

³¹ NIÑO, Nelcy. Generación de espectros de rayos X de baja energía por simulación Monte Carlo. Trabajo de Grado Magister en Física Médica. Colombia: Universidad Nacional de Colombia. Facultad de Ciencias. Departamento de Física. 2011. p. 103.

³² GONZÁLEZ, Sergio. Métodos MCMC para la inferencia bayesiana. Proyecto Fin de Carrera. España: Universidad Carlos III de Madrid. Escuela Politécnica Superior. Departamento de Teoría de la Señal y Comunicaciones. 2013. p. 25-27.

simulación, brindan resultados con una exactitud razonable en algún caso particular de estudio. Para obtener dichos eventos aleatorios se usan en generadores pseudoaleatorios que dada una muestra se produce siempre una secuencia de números aleatorios igual y uniformemente distribuidos entre 0 y 1.

En este caso el método MCMC busca explorar la función de densidad de probabilidad con el fin de obtener cadenas en relación a los parámetros de los modelos.

2.4.1 Algoritmo Metrópolis Hastings. Los métodos MCMC se rigen bajo el diseño de una apropiada cadena de Markov. Según ciertas condiciones las cadenas convergen a una densidad estacionaria invariante en el tiempo. La misión principal de los métodos MCMC es la generación de una cadena de Markov cuya densidad estacionaria coincide con la densidad que se quiere muestrear o la densidad objetivo³³. Las cadenas de Markov son procesos estocásticos³⁴ en el que la probabilidad de que ocurra un evento depende del evento inmediatamente anterior. Por lo tanto, los métodos MCMC producen números aleatorios correlacionados entre sí.

El método MCMC utilizado para continuar el desarrollo del proyecto es el algoritmo **Metrópolis Hastings**³⁵ (ver figura 7), el cual puede generar una serie de muestras a partir de cadenas de Markov que convergen hacia la densidad objetivo, referida en si a números aleatorios generados por el algoritmo y distribuidos como una determinada densidad bajo una distribución Gaussiana situada en el estado actual.

³³ DEL OLMO, Víctor. Métodos avanzados de muestreo MCMC. Proyecto Fin de Carrera. España: Universidad Carlos III de Madrid. Escuela Politécnica Superior. Departamento de Teoría de la Señal y Comunicaciones. 2011. p. 125.

³⁴ SERRANO, Alberto. Optimización estocástica mediante métodos de Monte Carlo. Proyecto Fin de Carrera. España: Universidad Carlos III de Madrid. Escuela Politécnica Superior. Departamento de Teoría de la Señal y Comunicaciones. 2011. p. 144.

³⁵ CASELLA, George y ROBERT, Christian. Monte Carlo Statistical Methods. United States of America: Springer, 2010. 649p

Figura 7. Algoritmo Metrópolis Hastings

Algorithm 1. Metropolis-Hasting Algorithm.

- 1: Define number of samples N_{mc} .
- 2: Choose an initial state for the Markov chain $\theta^{(0)}$
- 3: **for** $j = 1$ to N_{mc} **do**
- 4: Draw a candidate sample state $\theta^{(c)}$ from the proposal PDF $T(\theta^{(c)}|\theta^{(j-1)})$.
- 5: Compute the probability of acceptance $a_{MH}(\theta^{(c)}|\theta^{(j-1)})$ for the candidate state $\theta^{(c)}$:

$$a_{MH}(\theta^{(c)}|\theta^{(j-1)}) = \min \left\{ 1, \frac{\pi(\theta^{(c)}|\mathbf{Y}) T(\theta^{(j-1)}|\theta^{(c)})}{\pi(\theta^{(j-1)}|\mathbf{Y}) T(\theta^{(c)}|\theta^{(j-1)})} \right\}$$
- 6: Sample u from a uniform PDF $u \sim \mathcal{U}(0, 1)$.
- 7: **if** $u \leq a_{MH}(\theta^{(c)}|\theta^{(j-1)})$ **then**
- 8: Accept the candidate state sample $\theta^{(c)}$, then $\theta^{(j)} = \theta^{(c)}$.
- 9: **else**
- 10: Reject the candidate state sample $\theta^{(c)}$, then $\theta^{(j)} = \theta^{(j-1)}$.
- 11: **end**
- 12: $j = j + 1$
- 13: **end**
- 14: Discard the first N_b samples (*burn-in period*).

Fuente: HERNÁNDEZ, William, et al. Thermorheologically simple materials: A bayesian framework for model calibration and validation. En: Journal of sound and vibrations. 2017. Vol. 402, p. 19-20.

La información relacionada con el anterior algoritmo se explica en detalle en el artículo fuente mencionado y en la bibliografía recopilada.

2.5 ANÁLISIS DE VALIDACIÓN

En relación con la validación del modelo, esta puede interpretarse como un proceso para determinar el grado en que un modelo se considera una representación precisa del mundo real teniendo en cuenta la perspectiva de los usos previstos del modelo³⁶. Es decir, el objetivo fundamental de los procesos de validación es poder cuantificar la credibilidad o confiabilidad de un respectivo modelo con fines de representar algunos fenómenos de interés.³⁷

³⁶ The American Society of Mechanical Engineers. Guide for Verification and Validation in Computational Solid Mechanics. ASME. PTC 60/ V&V 10. Estados Unidos: ASME, 2007. 15p.

³⁷ HERNÁNDEZ, William, et al. Thermorheologically simple materials: A bayesian framework for model calibration and validation. En: Journal of sound and vibrations. 2017. Vol. 402, p.20.

En este caso, se usan la métrica de validación de áreas. Esta métrica se basa en la distancia que hay entre la función de densidad acumulativa (CDF)³⁸ de los datos experimentales y el CDF de la predicción del modelo. No obstante, los datos experimentales deben usarse para crear un CDF empírico y el CDF de la predicción del modelo se construye a partir de las propagaciones de incertidumbre aleatorias que tienen su origen en la cadena de Markov previamente establecida³⁹.

En términos generales, el área de validación métrica es el área resultante entre estas dos curvas (CDF empírico y CDF modelo), como se muestra en la siguiente expresión:

$$Q_A(F_N^e(x), F(x)) = \int_{-\infty}^{\infty} |F_N^e(x) - F(x)| dx$$

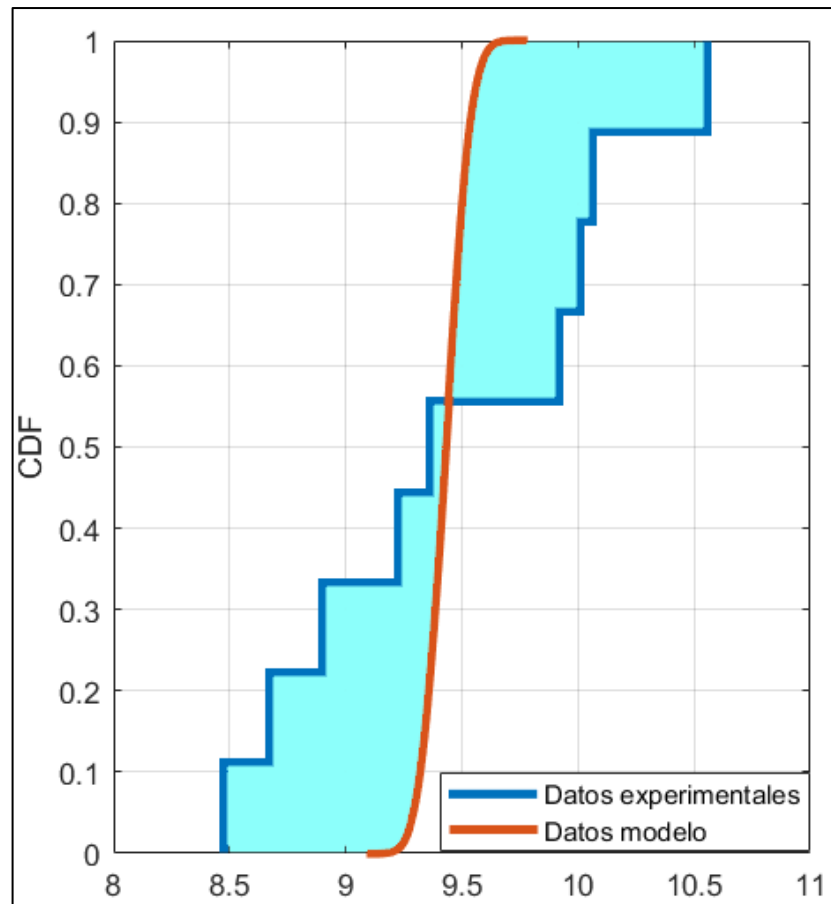
Donde Q_A , representa el valor del área entre las dos funciones $(F_N^e(x), F(x))$, siendo $F_N^e(x)$, el CDF a partir de los datos experimentales y $F(x)$ el CDF a partir de la predicción del modelo.

A continuación, en la figura 8 se presenta un ejemplo de validación por métrica de área.

³⁸ ROY, Christopher y OBERKAMPF, William. A comprehensive framework for verification, validation, and uncertainty quantification in scientific computing. En: Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering. 2011. Vol. 200, p. 2131-2144.

³⁹ Ibid., p. 2135

Figura 8. Validación por métrica de áreas.



2.6 MODELO ESTOCÁSTICO

Un modelo estocástico⁴⁰ representa una situación donde la incertidumbre tanto de los datos experimentales como la incertidumbre propia del modelo está presente, en otras palabras, es un modelo para un proceso que tiene algún tipo de aleatoriedad. La incertidumbre es una parte de la vida cotidiana, por lo que un modelo estocástico podría representar literalmente cualquier cosa. Lo contrario es un modelo determinista, que predice resultados con un “100% de certeza”. Los modelos deterministas siempre tienen un conjunto de ecuaciones que describen exactamente las entradas y salidas del sistema. Por otro lado, los modelos estocásticos probablemente producirán resultados diferentes cada vez que se ejecute el modelo⁴¹.

⁴⁰ BREUER, Lothar. Introduction to Stochastic Processes. United Kingdom: University of Kent, 2007. 110p.

⁴¹ CINLAR, Ebran. Introduction to Stochastic Processes. Estados Unidos: Dover Publications, INC., 1975. 440p.

Los modelos estocásticos poseen las siguientes características:

- Reflejan la influencia de varios aspectos (algunos de naturaleza incierta) del problema estudiado.
- Las probabilidades se asignan a eventos dentro del modelo.
- Esas probabilidades se pueden usar para hacer predicciones o proporcionar otra información relevante sobre el proceso.

El proceso para construir un modelo estocástico es:

1. Asignar probabilidades a elementos de espacio muestral.
2. Crear un espacio de muestra (**P**) – en este caso cada muestra debe estar caracterizada por una función de densidad de probabilidad (PDF), donde esa PDF del parámetro **P** será la propagación de incertidumbre del modelo para evaluar la variación de la respuesta. Lo anterior se resume como una lista de todos los resultados posibles.
3. Identificar los eventos de interés para realizar su propagación en el modelo. En este sentido, el evento de interés será el estado **P** del parámetro en cuestión.
4. Calcular las probabilidades para los eventos de interés.
5. Seleccionar el modelo a partir del cálculo de probabilidad.

3. PROCEDIMIENTO EXPERIMENTAL

3.1 METODOLOGÍA

Etapa 1: Preparación de los sustratos.

- Obtención de los materiales (sustratos)
- Mecanizado de los sustratos
- Verificación de medidas con respecto a la norma establecida

Etapa 2: Elaboración de probetas.

- Adecuación de la superficie de los sustratos
- Elaboración de la mezcla epóxica⁴²
- Unión de los sustratos mediante la mezcla epóxica
- Tiempo de curado

Etapa 3: Ensayos mecánicos.

- Ensayo de tracción bajo la norma ISO 6922⁴³ (DIN EN 15870⁴⁴)
- Ensayo de corte (cizallamiento) según la norma ISO 4587⁴⁵ (DIN EN 1465⁴⁶)

Etapa 4: Análisis de datos experimentales.

- Realización de gráficas Esfuerzo vs Deformación
- Selección de los modelos teóricos constitutivos
- Programación de los modelos mediante la herramienta computacional Matlab para hacer la respectiva caracterización de los mismos.

⁴² Epoxil de Colombia S.A.S. Epoxil Xtreme 2Ton®

⁴³ INTERNATIONAL ORGANIZATION FOR STANDARDIZATION. Determination of tensile strength of butt joints. ISO 6922:1987. Suiza: ISO, 1987.

⁴⁴ GERMAN INSTITUTE FOR STANDARDIZATION. Determination of tensile strength of butt joints. DIN EN 15870:2009. Alemania: DIN, 2009. 10p.

⁴⁵ INTERNATIONAL ORGANIZATION FOR STANDARDIZATION. Determination of tensile lap-shear strength of rigid-to-rigid bonded assemblies. ISO 4587:2003. Suiza: ISO, 2003. 4p.

⁴⁶ GERMAN INSTITUTE FOR STANDARDIZATION. Determination of tensile lap-shear strength of bonded assemblies. DIN EN 1465:2009. Alemania: DIN, 2009. 11p.

- Desarrollar el método de Montecarlo para estudiar y definir los parámetros implícitos en cada modelo.
- Selección del modelo que mejor se comporta en relación a los datos experimentales suministrados utilizando técnicas de inferencia Bayesiana.

Materiales

- Sustrato de aluminio lamina
- Sustrato de acero 1020 lamina
- Sustrato de aluminio perfil circular macizo
- Sustrato de acero 1020 perfil circular macizo
- Sustrato de aluminio perfil cuadrado macizo
- Sustrato de acero 1020 perfil cuadrado macizo
- Resina epóxica, **Epoxil Xtreme 2 ton** ®
- Lima metálica
- Alcohol
- Guantes
- Contenedor de mezcla de resina epóxica

3.1.1 Etapa 1: Preparación de los sustratos. Se realizó la compra de los sustratos en la empresa Todo Bronces, correspondiente a los perfiles necesarios tanto de aluminio como de acero para la realización de los ensayos mecánicos.

Posteriormente se realiza el mecanizado de los materiales adquiridos con el fin de obtener las medidas requeridas según la norma ISO 4587 (Tracción) y ISO 6922 (Cizallamiento). Luego, se hace una rápida inspección mediante un calibrador para la verificación de medidas.

Nota: Se considera necesario hacer aclaración con respecto a las medidas finales para cada sustrato. Se entiende que conseguir llevar el material a un grosor mínimo exigido por la norma, implicaba tener problemas con respecto al mecanizado de los materiales, de manera que también requeriría costos

indeseados. Por tal razón, se consideró pertinente adquirir materiales con medidas estandarizadas en el mercado local.

3.1.2 Etapa 2: Elaboración de las probetas. Para la preparación de las superficies se tuvo como guía la norma ISO 4588⁴⁷ (Guía para la preparación de superficies metálicas), donde se hizo la limpieza general en toda la superficie del sustrato. Se desengrasó el área destinada a pegar en los dos materiales, mediante el uso de alcohol, eliminando los residuos del aceite usado en el proceso de mecanizado y otras impurezas. De igual manera, con el fin de obtener una rugosidad apropiada para la adhesión, se limó la superficie de contacto en cada material removiendo óxido.

Teniendo en cuenta las indicaciones de uso aportadas por el fabricante **Epoxil®**⁴⁸, se preparó la mezcla extrayendo cantidades iguales de base y catalizador sobre una superficie desechable, luego se mezclaron ambas partes hasta obtener una masa homogénea.

En la etapa final, se unieron los sustratos con la cantidad adecuada de masa epóxica y teniendo en cuenta las medidas establecidas en las normas para el área de pegado. Finalmente, el fabricante recomienda un tiempo de curado mínimo de 2 horas a temperatura ambiente, y un tiempo óptimo de 24 horas para obtener mejores resultados. A continuación, la figura 9 muestra el estado posterior a la unión de los sustratos.

⁴⁷ INTERNATIONAL ORGANIZATION FOR STANDARDIZATION. Guidelines for the Surface preparation of metal. ISO 4588:1995. Suiza: ISO, 1995. 5p.

⁴⁸ Epoxil de Colombia S.A.S. Indicaciones de uso. Disponible en: <http://www.epoxil.com/nueva/productos/>

Figura 9. Elaboración de probetas



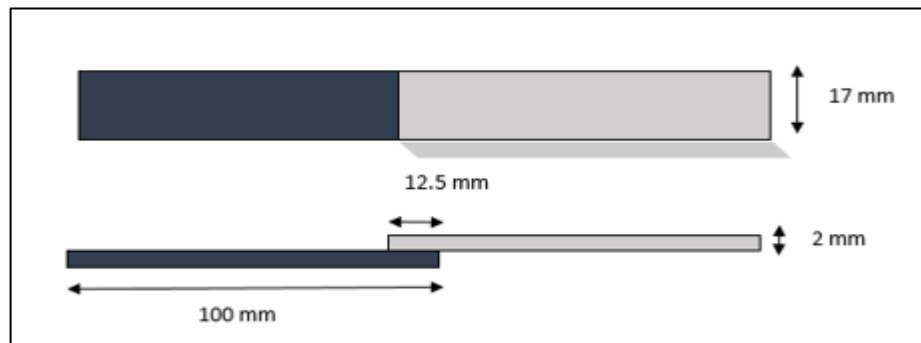
3.1.2.1 Probeta para prueba de cizallamiento. Especificaciones geométricas de la probeta usada en el ensayo mecánico (ver nota)

Longitud de cada sustrato, 100 mm

Grosor de los sustratos, 2 mm

Área de solape, 17 mm x 12,5 mm

Figura 10. Plano alternativo de la probeta para prueba de cizallamiento



3.1.2.2 Probeta para prueba de esfuerzo axial

- Probeta tipo sección redonda.

Especificaciones geométricas según norma ISO 6922 (DIN EN 15870)

Longitud, 50 mm

Diámetro de sección, 10 mm

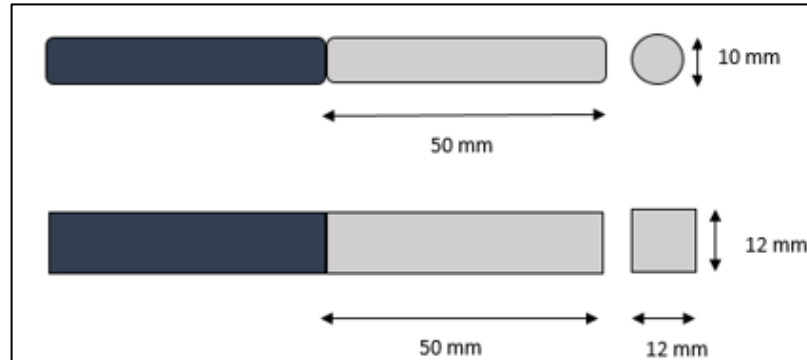
- **Probeta tipo sección cuadrada**

Especificaciones geométricas según norma ISO 6922 (DIN EN 15870)

Longitud, 50 *mm*

Ancho de sección, 12 *mm*

Figura 11. Plano alternativo de probetas para prueba de tracción



3.1.3 Etapa 3: Ensayos mecánicos

3.1.3.1 Ensayo de cizalla (cortante). La resistencia al cizallamiento de juntas de solape se determina por medio de una tensión de cizalla entre las piezas metálicas a unir por la acción de una fuerza de tracción que actúa en paralelo a la superficie adhesiva y al eje principal de la muestra. Como resultado, se registra la fuerza medida de ruptura⁴⁹.

Se realizó el ensayo de cizallamiento con las probetas en forma de lámina según lo dispuesto por la norma ISO 4587 (DIN EN 1465), de igual manera, se tuvieron en cuenta criterios de velocidad y tiempo de duración recomendado por la norma⁵⁰. En vista de que, la disposición de los agarres en la máquina de ensayos no contaba con el desplazamiento lateral de los mismos, se debió utilizar laminas del mismo espesor de los sustratos a cada lado del montaje para que la fuerza aplicada actúe en el plano de unión y con esto evitar momentos que ocasionasen la rotura previa de la probeta.

⁴⁹ GERMAN INSTITUTE FOR STANDARDIZATION. Determination of tensile lap-shear strength of bonded assemblies. DIN EN 1465:2009. Alemania: DIN, 2009. 11p.

⁵⁰ Ibid., p. 5.

La máquina de prueba⁵¹ debe operarse de tal manera que la carga que actúa sobre la junta adhesiva aumente constantemente. La velocidad de prueba debe seleccionarse de modo que la unión se destruya generalmente dentro de (65 ± 20) s. Cabe mencionar, que se realizaron 5 pruebas preliminares para identificar las condiciones de trabajo adecuadas. De esta forma, se encontró la velocidad apropiada para desarrollar las pruebas. Se consideró usar el valor de 0,2 (mm/min) en las pruebas posteriores.

En total se ejecutaron 20 ensayos, donde se registraron datos de tiempo, fuerza y desplazamiento. Teniendo en cuenta, los criterios de repetibilidad y comparabilidad establecidos por la norma, se escogieron 9 conjuntos de datos (9 ensayos) considerando como criterio la fuerza máxima de ruptura.

Figura 12. Prueba de cizallamiento



⁵¹ Máquina de ensayos MTS 810 (Material Testing Systems). Laboratorio de caracterización de materiales. Escuela de Ingeniería Civil.

3.1.3.2 Ensayo de tracción. De manera general, se realiza mediante una unión adhesiva que consta de dos partes cuadradas o redondas que están unidas entre sí en las caras extremas en ángulo recto con respecto a su eje longitudinal se carga hasta la rotura mediante una fuerza de tracción que actúa a lo largo del eje de la muestra. El resultado registrado es la fuerza de ruptura determinada.⁵²

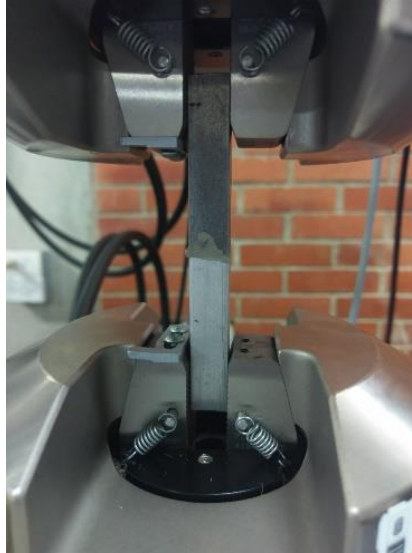
En primer lugar, se realizaron los ensayos (ISO 6922- DIN EN 15870) mediante probetas con sustratos de perfil redondo macizo de 10 (mm) de diámetro y 50 (mm) de largo para cada material. Para este caso, se encontró una dificultad en el momento de montar la muestra en los agarres de la maquina debido a pequeños desalineamientos en el eje longitudinal de las muestras, ocasionados por factores relacionados con la precisión durante la unión de los sustratos mediante el adhesivo; adicionalmente se menciona que las superficies presentaban irregularidades por el maquinado previo al ser adquiridas. Por otro lado, se presentó un inconveniente en el montaje definitivo de la muestra, ocasionado por factores humanos en la precisión de alineamiento en relación con los agarres de la máquina. Por tales razones, se obtuvieron datos dispersos e inconclusos.

Considerando lo anterior, se consideró necesario cambiar la forma y sección de los sustratos a una de mayor área. Se decidió optar por un perfil cuadrado de 12,7 mm de lado, conservando el largo anterior. Según la norma, La muestra de prueba está dispuesta simétricamente en las abrazaderas. La máquina funciona de tal manera que la carga que actúa sobre la junta adhesiva aumenta a una velocidad constante. Esta velocidad de prueba debe conducir a la rotura de la unión dentro de (60 ± 20) s⁵³.

⁵² GERMAN INSTITUTE FOR STANDARDIZATION. Determination of tensile strength of butt joints. DIN EN 15870:2009. Alemania: DIN, 2009. 10p

⁵³ Ibid., p. 4.

Figura 13. Ensayo de esfuerzo axial.



Para este tipo de ensayo, también, se realizaron 3 pruebas preliminares con el propósito de encontrar una velocidad adecuada de trabajo, la cual fue de 0,2 (mm/min).

En total se ejecutaron 30 ensayos, donde se registraron datos de tiempo, fuerza y desplazamiento. De igual manera que el ensayo anterior y teniendo en cuenta, los criterios de repetibilidad y comparabilidad establecidos por la norma.

Para esta segunda disposición alternativa de probeta, se encuentran algunos datos dispersos con respecto a los demás, mostrando así poca homogeneidad en los resultados. Las causas probables de lo anterior presentan similitud con el caso anterior. Aquí, se encuentran factores de desalineamiento, irregularidades de la materia prima en la superficie de pegado, montaje en los agarres con poca precisión debido principalmente al tamaño máximo de muestra permitido por la máquina en los agarres y al pegado en cuestión.

3.1.4 Análisis de los datos experimentales. Para la recopilación de los datos de fuerza, tiempo y desplazamiento obtenidos mediante las pruebas

experimentales, se hizo un análisis⁵⁴ estadístico relacionado con la media aritmética y la desviación estándar, donde se conformaron 3 grupos de datos teniendo en cuenta la fuerza máxima en cada uno de ellos conforme se muestra en la tabla 2. Finalmente, se opta por seleccionar el grupo donde se encontró más repetibilidad junto con mayor cantidad de datos (grupo 1) con respecto a los otros grupos (2 y 3).

A continuación, se muestran los grupos de conjuntos de muestras, donde se observa su distinción a partir del valor de fuerza máxima evidenciado en cada prueba.

Tabla 2. Clasificación de los datos experimentales según prueba de cizalla

			probeta N°	Fuerza (N)
			1	2434,750732
			2	1912,164429
			3	1772,936523
			4	1881,05896
			5	2408,893311
			6	2387,523193
			7	2384,360352
			8	1724,119263
GRUPO 1	GRUPO 2	GRUPO3	9	1349,17395
2434,750732	1349,17395	1912,164429	10	1415,442139
2408,893311	1415,442139	1772,936523	11	1356,298828
2387,523193	1356,298828	1881,05896	12	2085,218262
2384,360352	1470,677734	1724,119263	13	1470,677734
2545,198975	1333,696411	2085,218262	14	2545,198975
2441,626953			15	1333,696411
2337,828613			16	2441,626953
2328,822998			17	2337,828613
2579,852051			18	2328,822998
			19	2579,852051

⁵⁴ GERMAN INSTITUTE FOR STANDARDIZATION. Determination of tensile strength of butt joints. DIN EN 15870:2009. Alemania: DIN, 2009. 10p

Figura 14. Grupos de datos experimentales según prueba de cizallamiento



Según la relación $\tau = F/A$, se puede calcular el esfuerzo cortante.

τ , esfuerzo cortante

F , fuerza de corte

$$A = 12,5 \text{ mm} \times 17 \text{ mm} = 212,5 \text{ mm}^2$$

De igual forma con la relación $\gamma = Ax/l$ se calcula la deformación angular, donde A , se refiere al área de solape en la probeta.

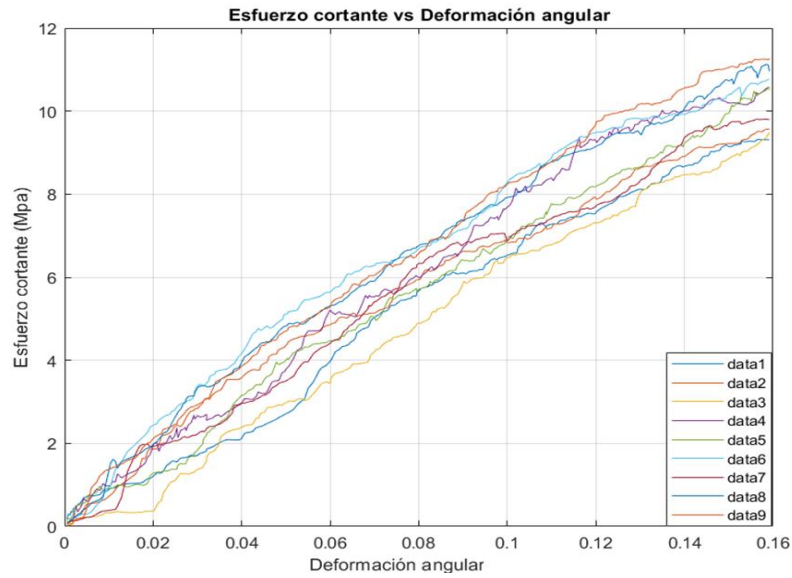
γ , deformación angular

Ax , es el desplazamiento axial

$l = 1 \text{ mm}$. Grosor de la capa de adhesivo

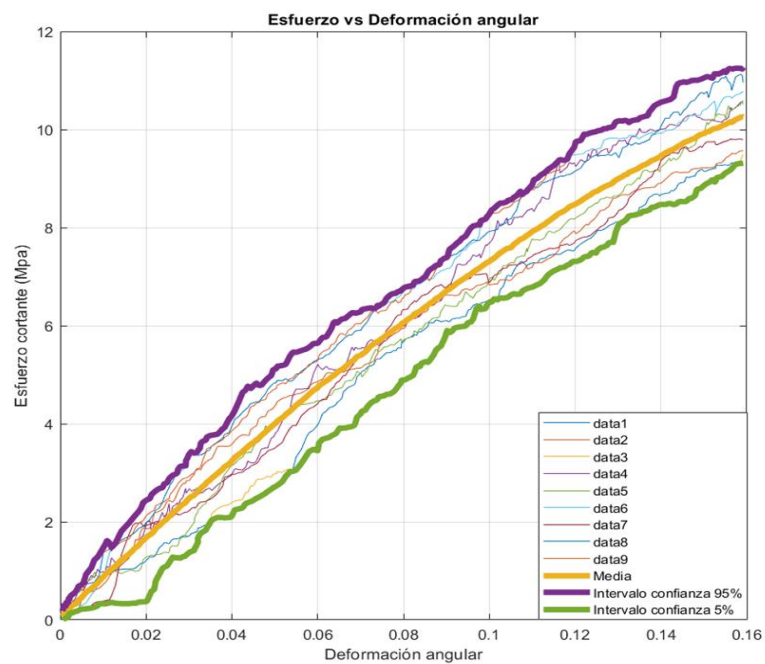
Luego de seleccionar el GRUPO 1 como el más destacado teniendo en cuenta los criterios anteriores, obtenemos la gráfica esfuerzo cortante vs deformación angular (ver figura 15).

Figura 15. Gráfica Esfuerzo vs Deformación



3.1.4.1 Media de los datos. Con la finalidad de realizar la caracterización de los modelos constitutivos para el adhesivo, se requiere calcular la media aritmética de los datos seleccionados. Del mismo modo, es conveniente tener intervalos de confianza.

Figura 16. Media aritmética e intervalos de confianza



4. CARACTERIZACIÓN DE MODELOS

4.1 MODELOS TEÓRICOS CONSTITUTIVOS MECÁNICOS

Para realizar la respectiva caracterización de los modelos propuestos, se dispone primero de la programación de cada modelo mediante la herramienta computacional Matlab®. Posteriormente, se utiliza la media de los datos calculada anteriormente junto con el método de Markov Chain Monte Carlo también programado para analizar y buscar el comportamiento de los parámetros contenidos en cada modelo. Los modelos seleccionados para la respectiva caracterización se muestran a continuación.

Tabla 3. Clasificación de los modelos constitutivos

N°	Modelo	σ_{12}	Parámetros
1	Clásico	$\tau_m = G \gamma$	G
2	Kelvin-Voigt	$\sigma = E\varepsilon + \eta\dot{\varepsilon}$	E, η
3	Mooney-Rivlin	$\sigma_{12} = \mu k$ $k = \lambda - \lambda^{-1}$	μ
4	Yeoh	$\sigma_{12} = 2k[C_1 + 2C_2(\lambda^2 + \lambda^{-2} - 2) + 3C_3(\lambda^2 + \lambda^{-2} - 2)^2]$ $k = \lambda - \lambda^{-1}$	C_1 C_2 C_3
5	Lopez-Pamies (1 término)	$\sigma_{12} = 3\mu \frac{k}{k^2 + 3} \left(\frac{k^2 + 3}{3} \right)^{\alpha_1}$ $k = \lambda - \lambda^{-1}$	μ, α_1
6	Lopez-Pamies (2 términos)	$\sigma_{12} = 3 \frac{k}{k^2 + 3} \left[\mu_1 \left(\frac{k^2 + 3}{3} \right)^{\alpha_1} + \mu_2 \left(\frac{k^2 + 3}{3} \right)^{\alpha_2} \right]$ $k = \lambda - \lambda^{-1}$	μ_1, μ_2 α_1, α_2

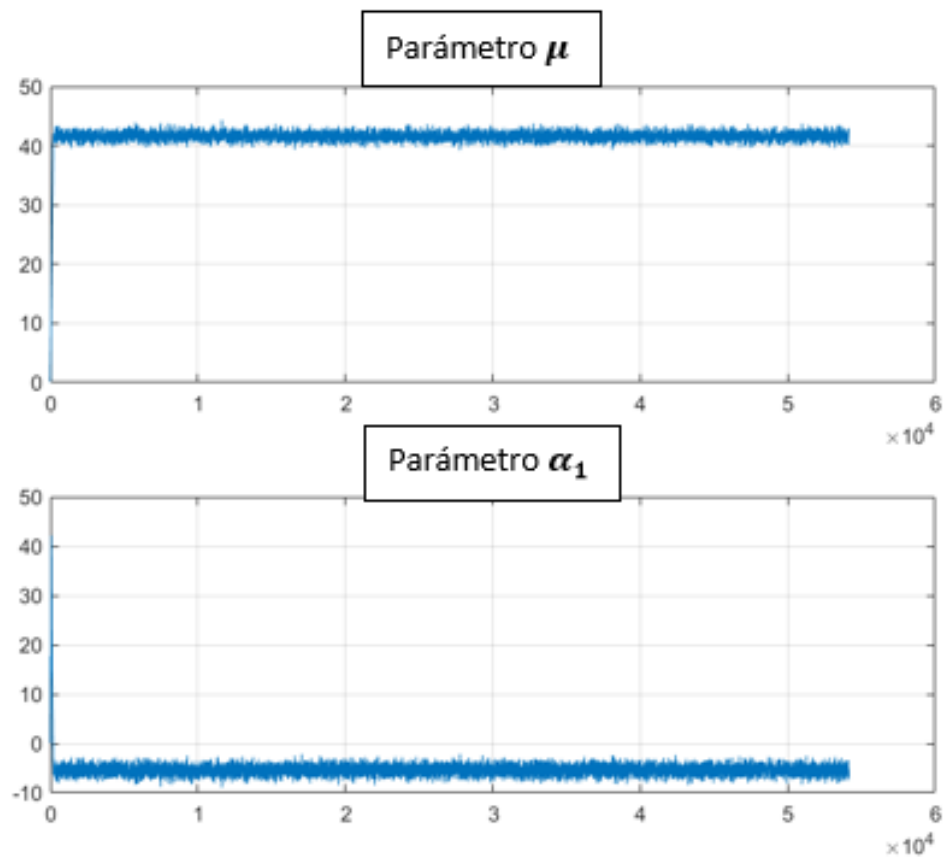
4.2 OBTENCIÓN DE LOS PARÁMETROS PARA CADA MODELO

Mediante el uso del método de Markov Chain Monte Carlo (MCMC) es posible explorar la función de densidad de probabilidad con el fin de obtener cadenas de datos en relación a cada parámetro. La tasa de aceptación se mantuvo en el rango de 20-30% para todos los modelos⁵⁵, conforme lo indica la literatura para

⁵⁵ CASELLA, George y ROBERT, Christian. Monte Carlo Statistical Methods. United States of America: Springer, 2010. 649p.

evitar la correlación entre las muestras. Con el fin de obtener una buena convergencia se estipularon doscientas mil muestras (ns), tomando para el análisis final un burn-in⁵⁶ de 5000 muestras. A continuación, se muestran las cadenas obtenidas para cada parámetro del modelo de Lopez-Pamies (5) (1 término).

Figura 17. Cadenas de Markov para los parámetros μ , α_1 del modelo de Lopez-Pamies (1 término)



Según la gráfica anterior, se observa la convergencia y estabilidad que tienen los parámetros en el modelo. Con ello se tendría la suficiente certeza para caracterizar físicamente los parámetros implícitos en el modelo de Lopez-Pamies (1 término).

⁵⁶ RITTO, Thiago G. y NUNES, L.C. Bayesian model selection of hyperelastic models for simple and pure shear at large deformations. En: Computers and Structures. 2015. Vol. 156. p. 101-109.

De igual forma, con el fin de identificar el rango de trabajo de los parámetros se tuvo en cuenta la función de densidad de probabilidad (PDF) como se muestra en la siguiente gráfica.

Figura 18. Función de densidad de probabilidad para el parámetro μ

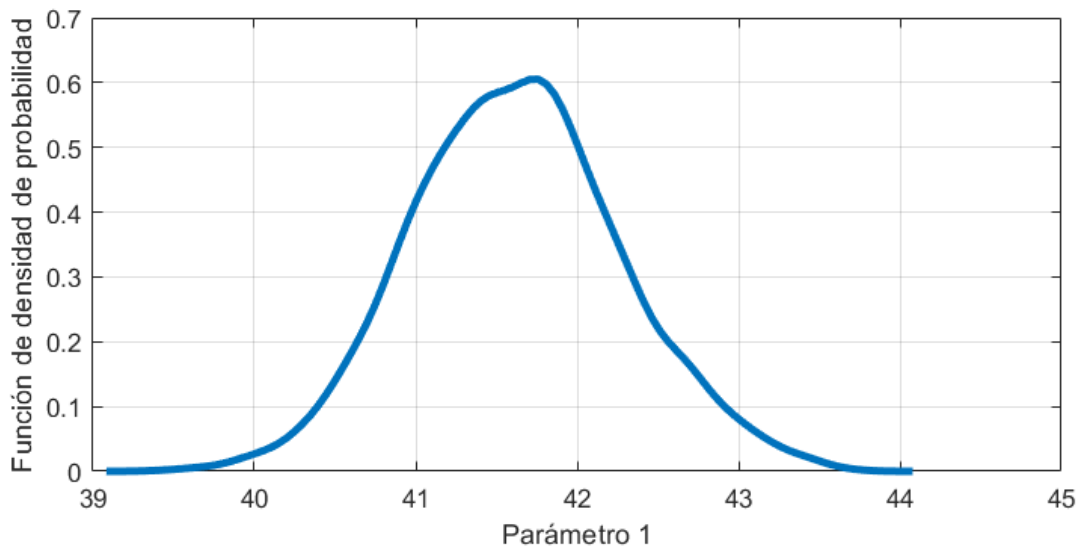


Figura 19. Función de densidad de probabilidad acumulada para el parámetro μ

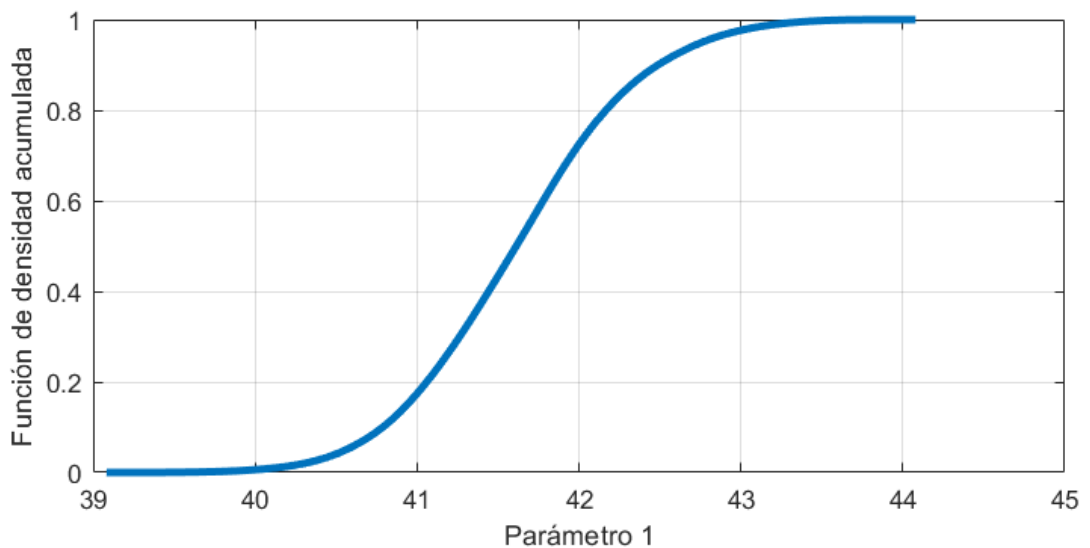


Figura 20. Función de densidad de probabilidad para el parámetro α_1

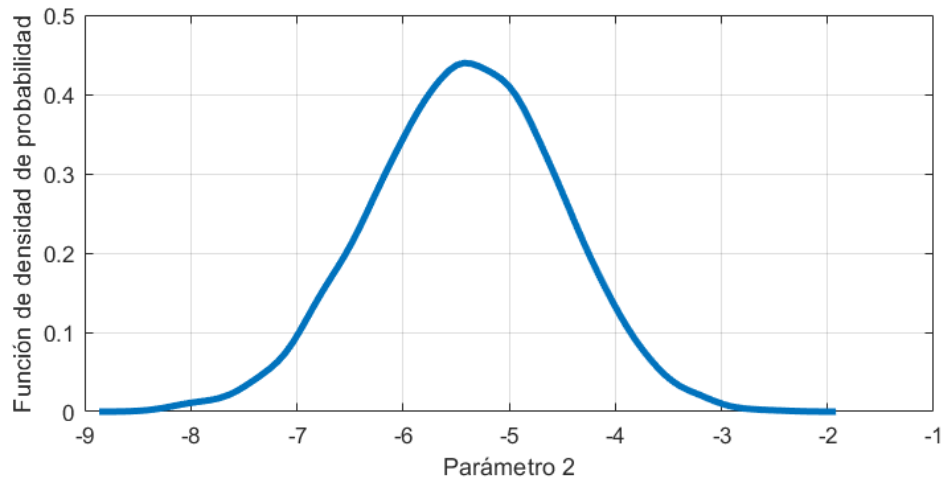
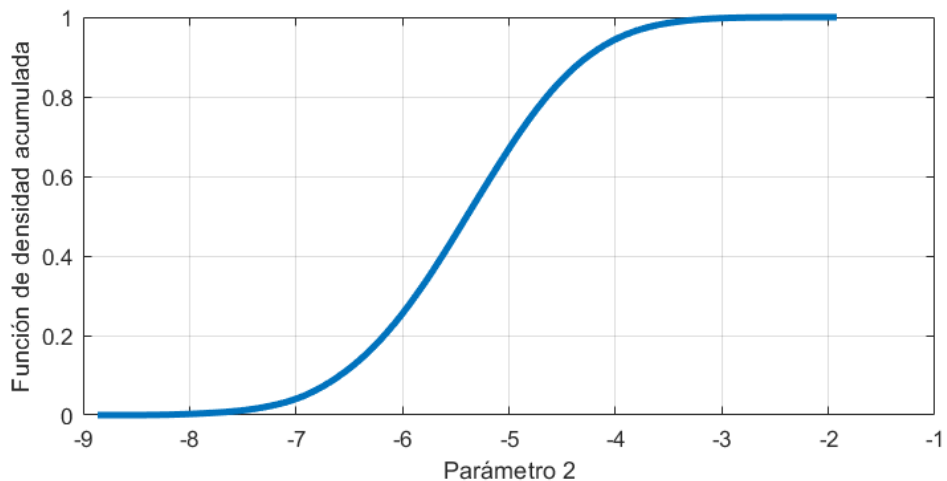


Figura 21. Función de densidad de probabilidad acumulada para el parámetro α_1



Como se observa, en ambos parámetros la función (PDF) representa el resultado de los parámetros mediante un comportamiento Gaussiano, donde se puede estimar el rango de valores probables para los parámetros μ, α_1 . También, se muestra la función de densidad acumulada la cual representa la probabilidad acumulada o el área bajo la curva bajo la densidad de probabilidad, la cual suministra información relacionada con el comportamiento de la probabilidad del parámetro y como puede ser su variación respecto a los datos experimentales. Los demás gráficas para los parámetros de los otros modelos se encuentran en los anexos.

Finalmente, se identifican los rangos para todos los parámetros implícitos en los modelos. La tabla 4. Ilustra la identificación de los valores promedios de los parámetros en los modelos constitutivos estocásticos, en relación a los rangos establecidos, junto con su respectiva desviación estándar.

Tabla 4. Rango de parámetros

Modelo	Parámetro	Id. Parámetro promedio	Rango	Desviación Estándar
Clásico	G	70.845	[69, 72.7]	0.5316
Kelvin-Voigt	E	69.660	[67.6, 71.5]	0.6134
	η	34.118	[10.4, 58.3]	8.1028
Mooney-Rivlin	μ	37.384	[36.4, 38.4]	0.2806
Yeoh	C_1	20.13	[19, 21]	0.3259
	C_2	-4.57	[-13, -5]	3.0959
	C_3	-100.68	[-115, -89.08]	4.8736
Lopez-Pamies	μ	41.644	[39.5, 43.5]	0.6510
	α_1	-5.439	[-8, -2.6]	0.8846
Lopez-Pamies (2)	μ_1	6.99	[-6.37, 28.4]	7.3323
	α_1	-82.05	[-250, 54.7]	62.6397
	μ_2	35.43	[15, 46]	7.0576
	α_2	-7.2145	[-38.3, 9.3]	8.9327

Donde el parámetro promedio de cada modelo tiene su origen en el promedio de los datos de la cadena de Markov estabilizada.

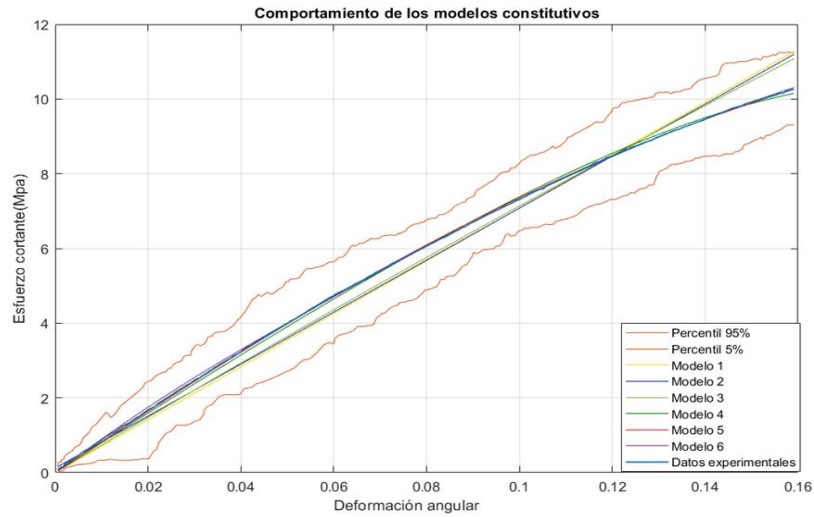
Tabla 5. Identificación del módulo de cizallamiento G para cada modelo

MODELO	MÓDULO	VALOR (MPa)
Clásico	G	70.845
Kelvin-Voigt	$G = E$	69.660
Mooney-Rivlin	$G = \mu$	37.384
Yeoh	$2C_1 = \mu = G$	40.770
Lopez-Pamies	$G = \mu$	41.644
Lopez-Pamies (2)	$G = \mu_1 + \mu_2$	42.42

4.3 ANÁLISIS DEL COMPORTAMIENTO DE LOS MODELOS CONSTITUTIVOS

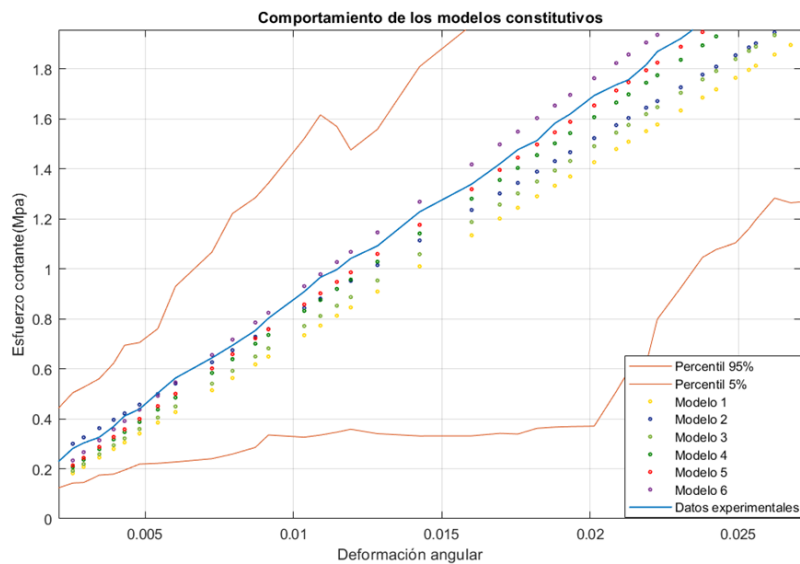
Luego de obtener la identificación de parámetros, se representan las respuestas de cada modelo mediante la siguiente ilustración.

Figura 22. Curvas de los modelos constitutivos



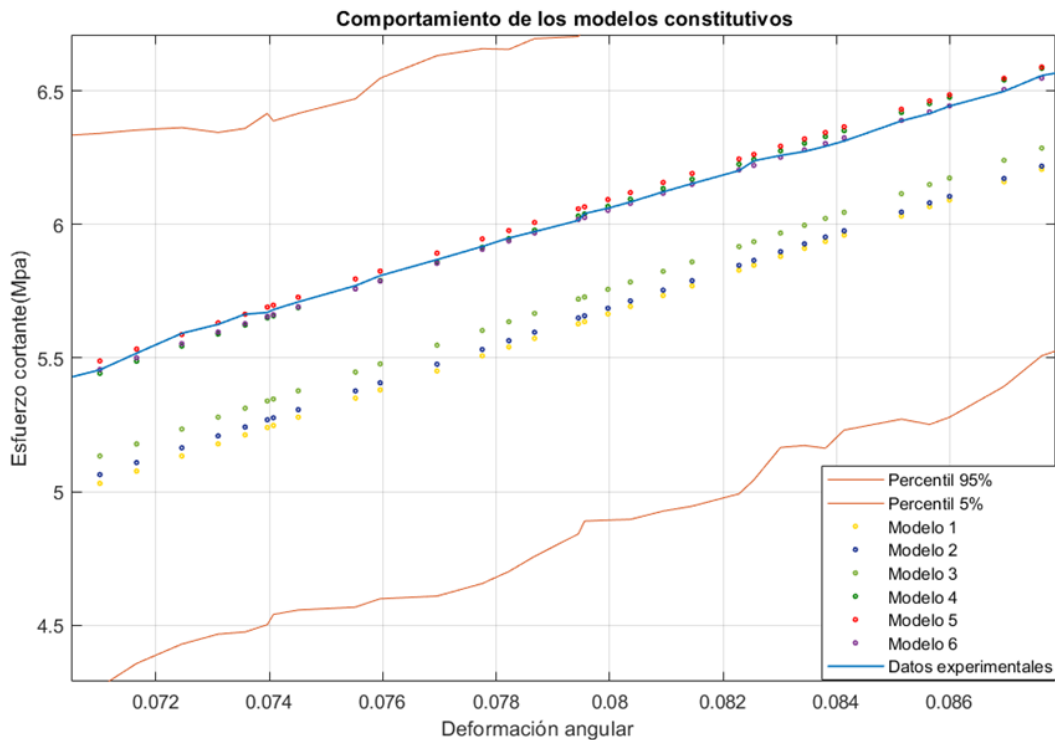
En la gráfica anterior (figura 22) se evidencia el comportamiento general de los modelos en comparación a los datos experimentales. A grandes rasgos el comportamiento de modelos como el de Yeoh (4), Lopez-Pamies (5) y Lopez-Pamies con dos términos (6) establecen una tendencia similar a la media de los datos obtenidos en el laboratorio. Para pequeñas deformaciones se realiza un análisis. la figura 23 muestra el detalle para el cual se percibe que en general los modelos presentan una tendencia lineal dispersa entre ellos y con respecto a la media, como se muestra a continuación.

Figura 23. Detalle en pequeñas deformaciones.



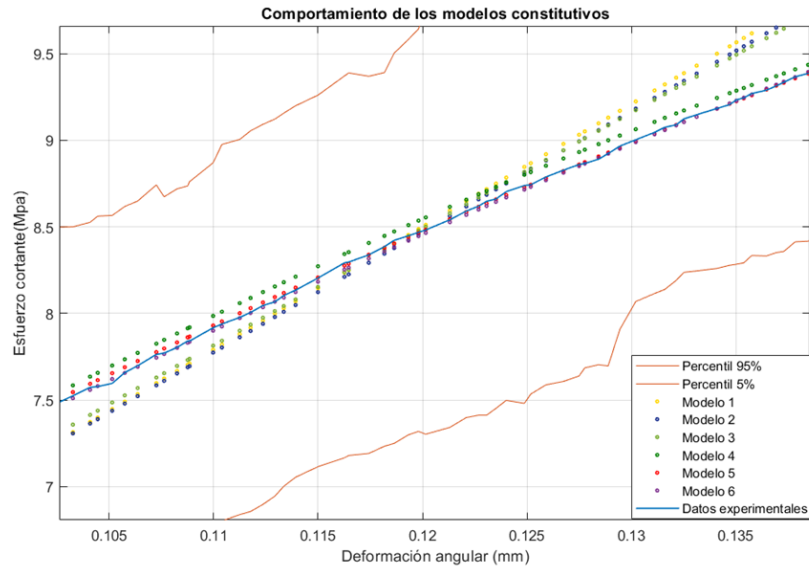
Seguidamente, se analiza en detalle el comportamiento para medianas deformaciones. Aquí se puede notar que algunos modelos, especialmente los modelos clásicos se distancian más de la tendencia demarcada por la media. Adicionalmente, se observa un mejor comportamiento para los hiperelásticos restantes.

Figura 24. Detalle en medianas deformaciones



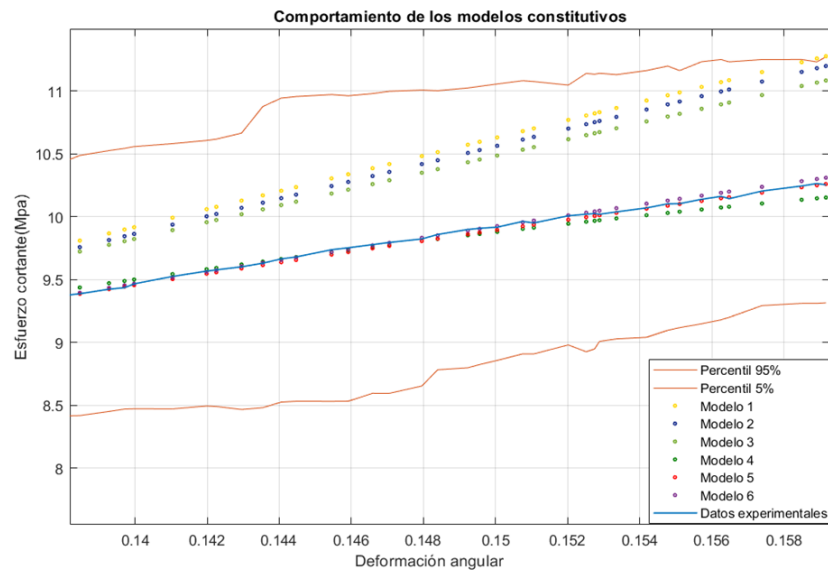
Es importante resaltar que existe un punto de intersección por el cual los modelos que venían representado una tendencia con relación a la media, se cruzan con la conducta casi lineal de los modelos más dispersos. Lo anterior representa una pequeña zona puntual en un punto determinado de deformación, en la cual todos los modelos se ajustan bien a la dispersión de los datos experimentales, es decir, todos los modelos serán válidos en cuanto su comportamiento.

Figura 25. Detalle de intersección



Finalmente, se estudian los rangos de grandes deformaciones, aquí los modelos de Lopez-Pamies con 1 y 2 términos junto con el de Yeoh, representan mejor los datos experimentales debido a que la dispersión puntual entre los datos teóricos y la media es mínima. Por otro lado, los modelos restantes continúan con la tendencia cuasi lineal y se puede notar su acercamiento a los intervalos de confianza.

Figura 26. Detalle para grandes deformaciones



4.4 SELECCIÓN DEL MODELO

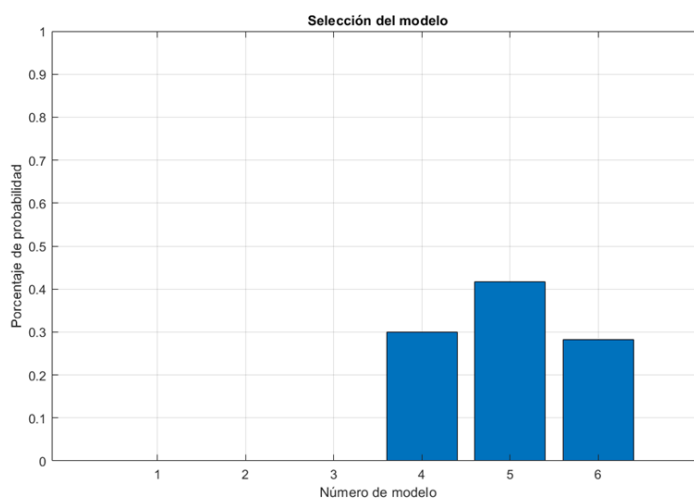
Para seleccionar el modelo se hace la respectiva evaluación de probabilidad de los modelos teniendo en cuenta la técnica de inferencia bayesiana⁵⁷ mencionada anteriormente. A través de las siguientes figuras se puede evidenciar que el porcentaje clasifica los modelos de mayor a menor dada su probabilidad. Para el caso en cuestión a mayor porcentaje, se entiende que mejor será su condición de adaptación con respecto a los demás. Según lo anterior, el modelo de Lopez-Pamies (1 término) se postula como el mejor modelo para la representación de los datos suministrados bajo las condiciones de carga y deformación descritas.

A continuación, se obtienen los resultados mostrados en la siguiente tabla junto con la probabilidad adjunta de cada modelo (ver figura 26).

Tabla 6. Clasificación de los modelos utilizando el método bayesiano

Selección Bayesiana	Modelo	% Probabilidad
1°	Clásico	0
2°	Kelvin-Voigt	0.02
3°	Mooney-Rivlin	0.1
4°	Yeoh	29.49
5°	Lopez-Pamies (1term)	42.21
6°	Lopez-Pamies (2term)	28.18

Figura 27. Probabilidad de los modelos



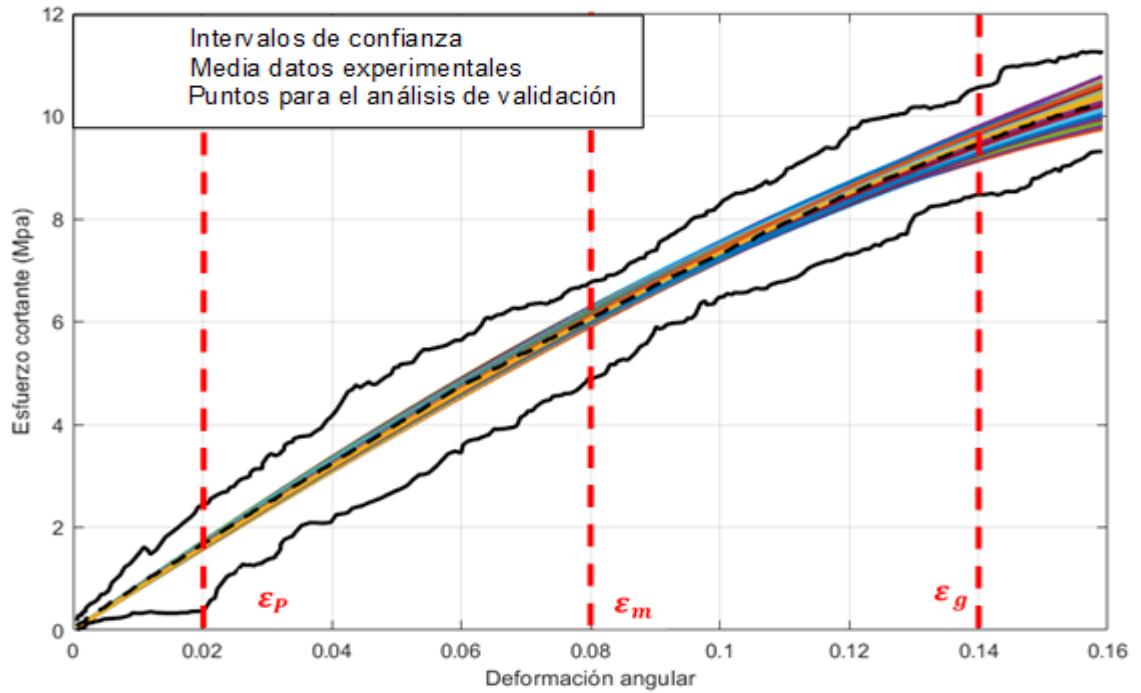
⁵⁷ RITTO, Thiago G. y NUNES, L.C. Bayesian model selection of hyperelastic models for simple and pure shear at large deformations. En: Computers and Structures. 2015. Vol. 156. p. 101-109.

4.5 MODELO ESTOCÁSTICO

Considerando que, los valores obtenidos de las métricas de validación de los modelos de Yeoh, Lopez-Pamies (1 término) y Lopez-Pamies (2 términos) son relativamente cercanos (ver tabla 7) y, por lo tanto, basándose en estos datos de métricas y en los datos medidos disponibles, se entiende que cualquiera de los tres modelos sirve para describir el comportamiento dinámico del adhesivo epóxico. No obstante, el proceso de selección de modelo, va encaminado a escoger el modelo más simple que pueda representar los datos experimentales. Lo anterior se reafirma al contemplar que los 3 modelos proporcionan predicciones que están en similitud con el comportamiento obtenido en el laboratorio.

Teniendo en cuenta los resultados obtenidos en las cadenas de Markov y la probabilidad que presentan los modelos constitutivos, se opta por definir el modelo de Lopez-Pamies (1 término), debido a que en este modelo todos sus parámetros presentan una convergencia y estabilidad favorable, recordando también que posee el mayor porcentaje de probabilidad. En este sentido, se selecciona el modelo de Lopez-Pamies (1 término) como el modelo estocástico que caracterice el comportamiento dinámico para pruebas de cizallamiento en el adhesivo epóxico Epoxil Xtreme 2 ton ®. Finalmente, se realiza la propagación de incertidumbre para el modelo de Lopez-Pamies (1 término), como se muestra en la figura 28.

Figura 28. Propagación del modelo de Lopez-Pamies (1 término).

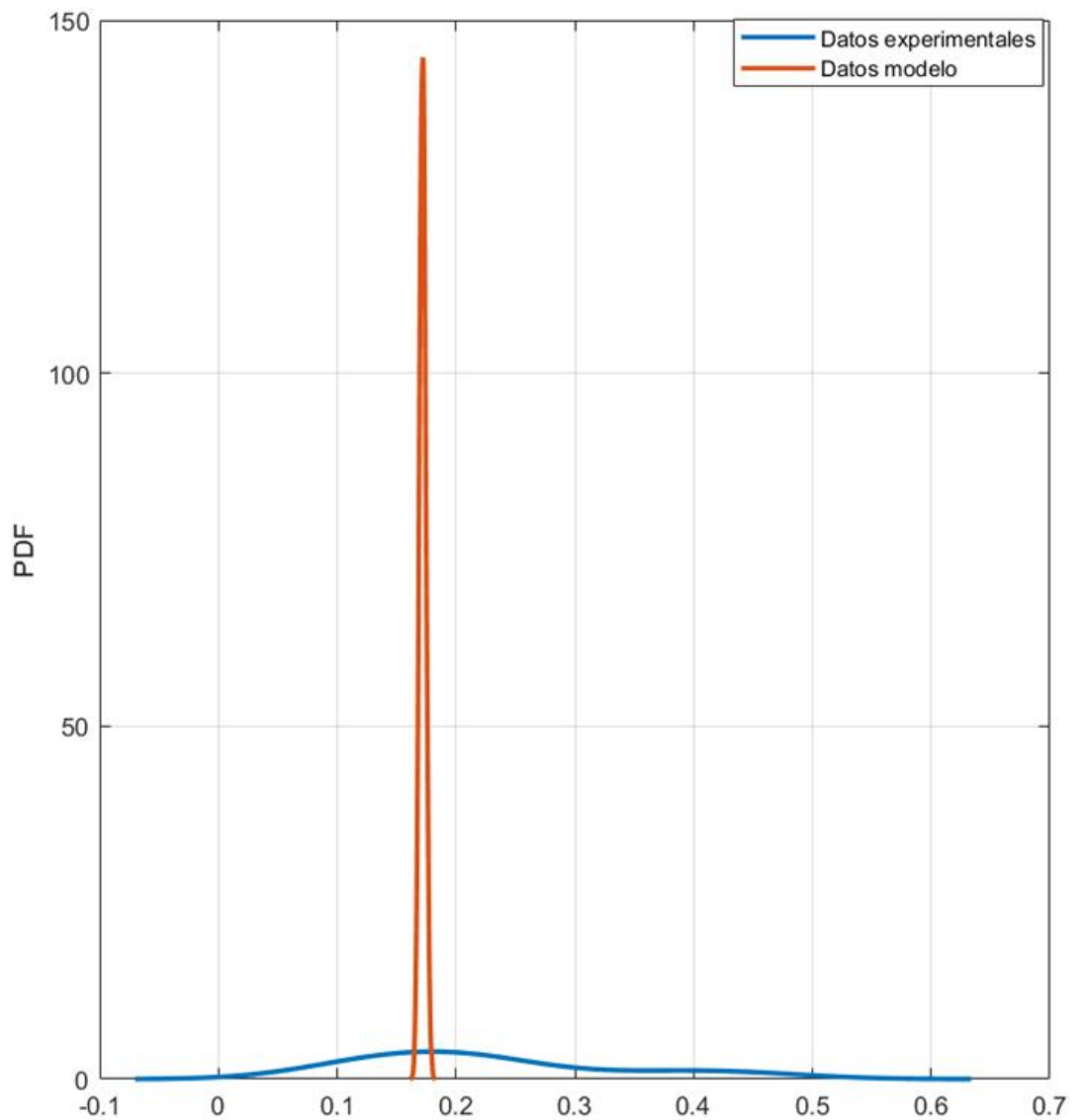


4.6 VALIDACIÓN

Luego de la selección del modelo basándose en las tablas de probabilidad mostradas y teniendo en cuenta la información recopilada, se hace el respectivo análisis de validación utilizando la métrica de validación de áreas para el modelo de Lopez-Pamies (1 término). En este caso se realizó la propagación para el modelo de Lopez-Pamies (1 término), para realizar un análisis del comportamiento del modelo para pequeñas, medianas y grandes deformaciones.

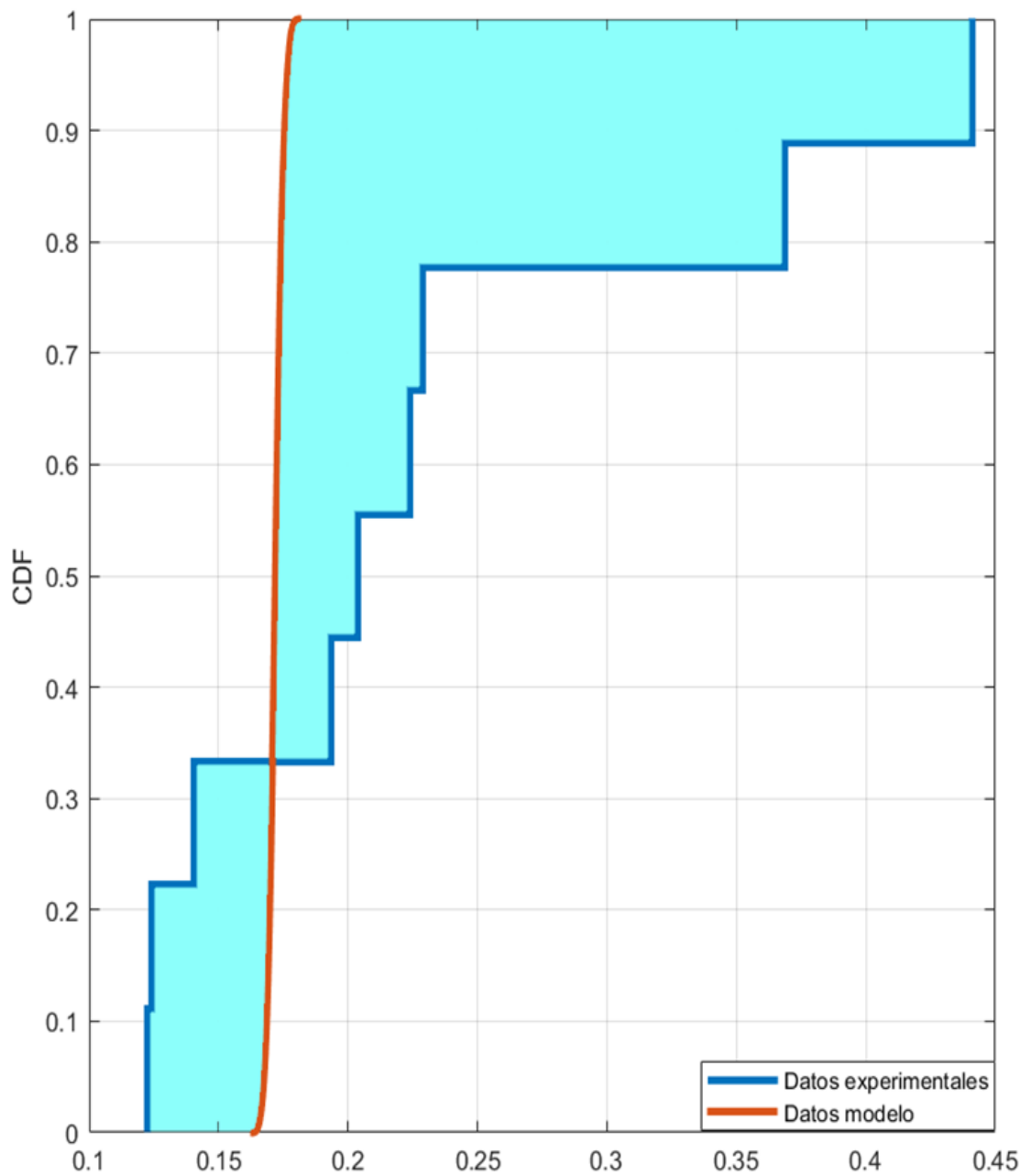
En este sentido, se tomó un valor de 0.0021 de deformación, considerando que es un valor representativo para pequeñas deformaciones (ϵ_p), obteniendo las siguientes gráficas.

Figura 29. Función de densidad de probabilidad para el valor 0.0021 de deformación



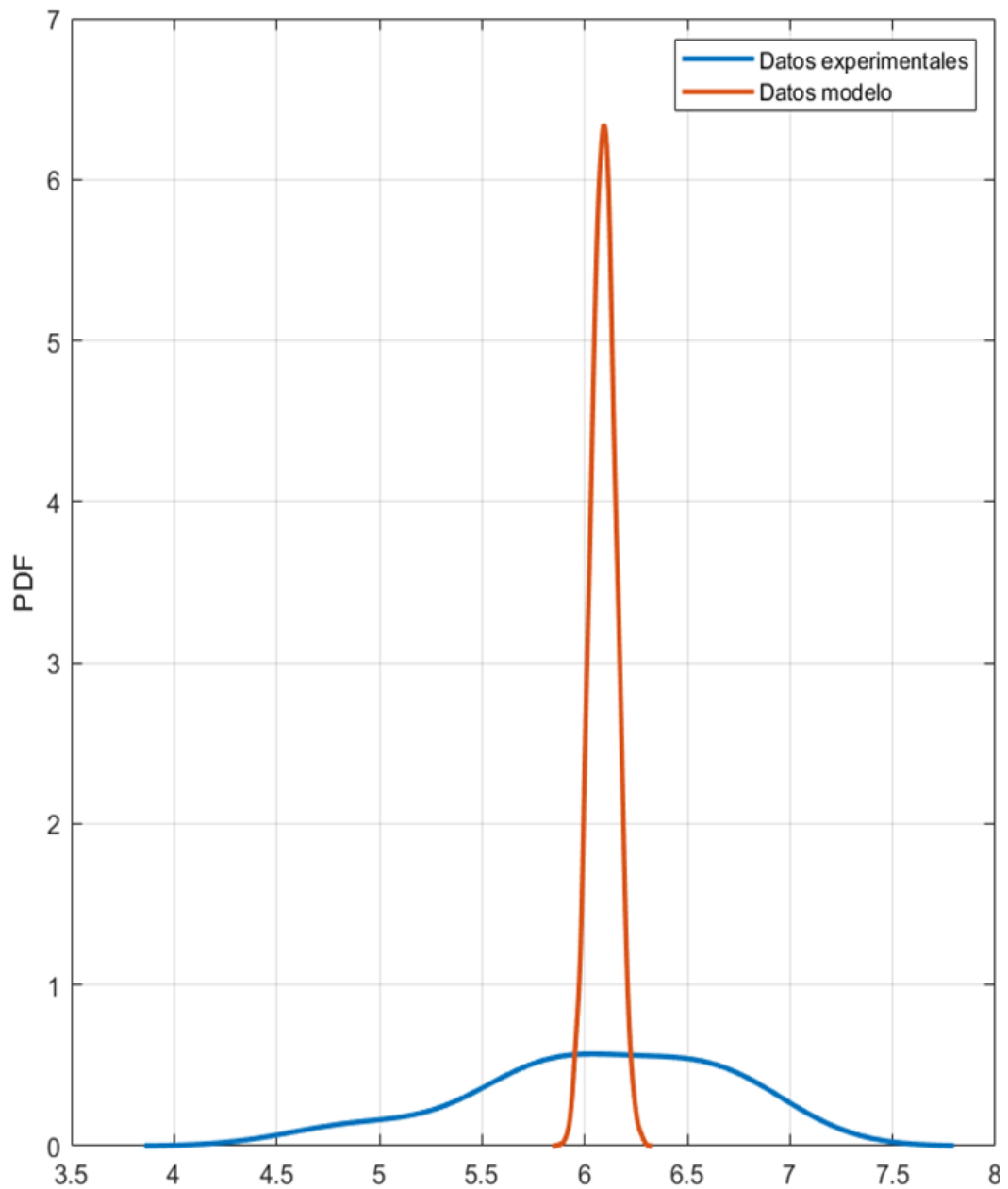
Según la figura 29, se puede notar que la función de densidad de probabilidad (PDF) de los datos del modelo tiene un desfase con respecto al dominio de la media de los datos experimentales, lo cual supone que existe una probabilidad aproximada entre el 30 y 40% de que el modelo se ajuste a esta zona de deformación, esto se evidencia en la intersección de las curvas de función de densidad de probabilidad acumulada de la figura 30.

Figura 30. Función de densidad de probabilidad acumulada para el valor 0.0021 de deformación



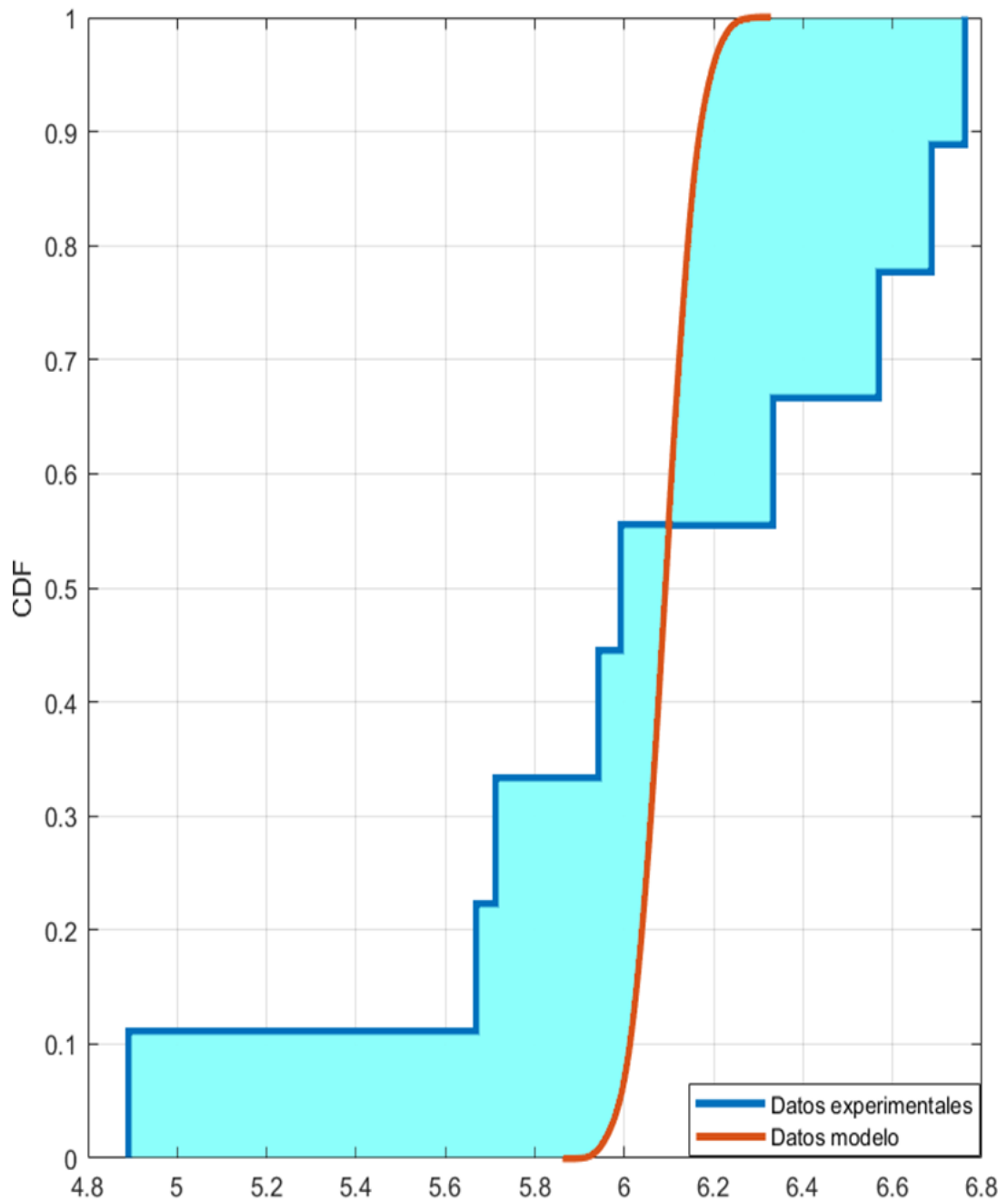
Seguidamente, se tomó un valor de 0.08 de deformación considerando que es un valor representativo para medianas deformaciones (ϵ_m), obteniendo las siguientes gráficas.

Figura 31. Función de densidad de probabilidad para el valor 0.08 de deformación



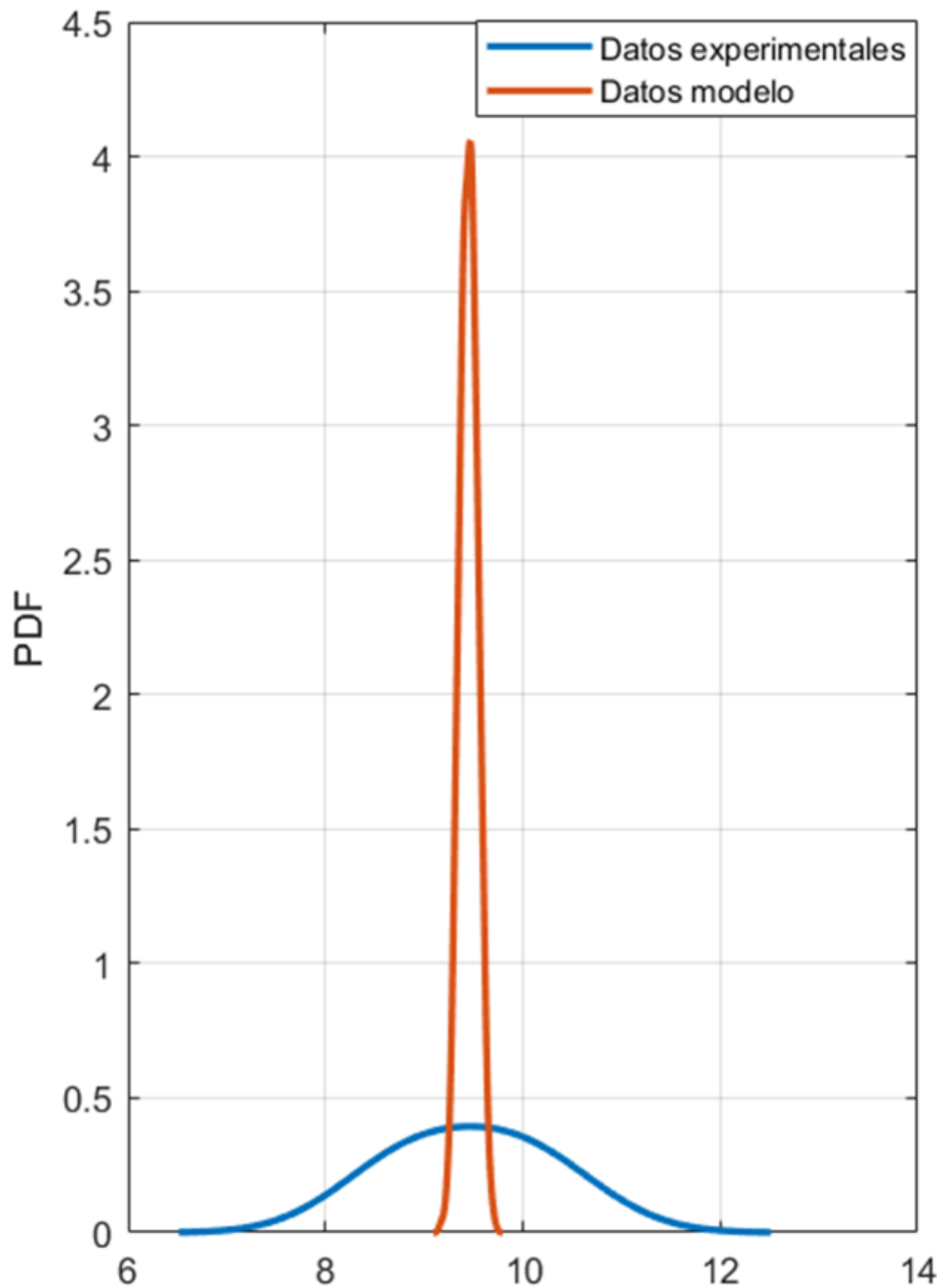
Para este caso, las dos funciones evidencian una proximidad en cuanto su tendencia, lo cual significa que existe una mayor probabilidad de que el modelo represente mejor los datos experimentales. Dicha probabilidad estará por el orden de 50-60% según lo reflejado en la figura 32.

Figura 32. Función de densidad de probabilidad acumulada para el valor 0.08 de deformación



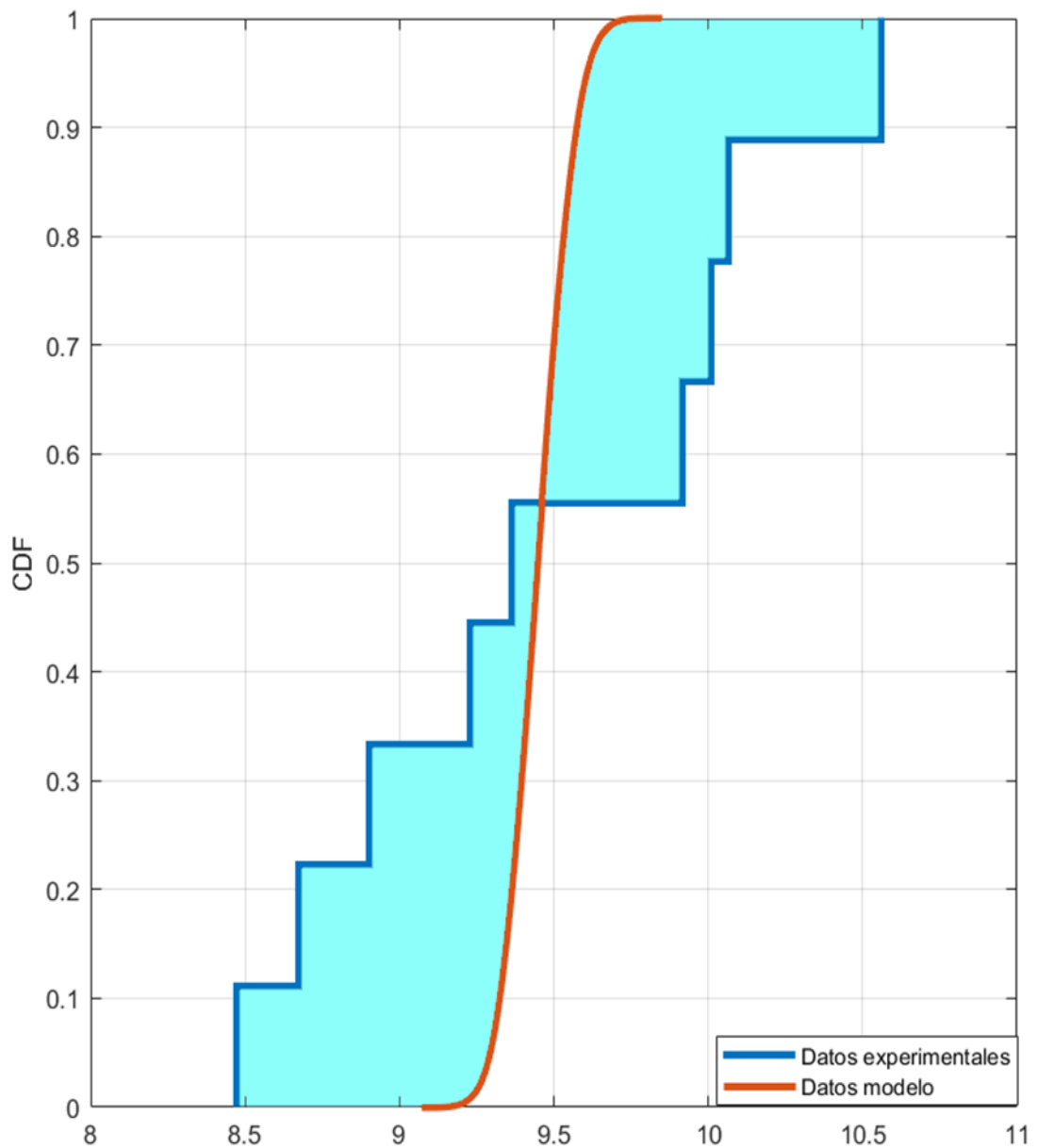
Estudiando ahora la zona de grandes deformaciones (ϵ_g), se tomó un valor de 0.14 de deformación para evaluar el comportamiento del modelo, obteniendo las siguientes gráficas:

Figura 33. Función de densidad de probabilidad para el valor 0.14 de deformación



Aquí se evidencia una afinidad mayor con relación al comportamiento de las dos funciones, la cual se observa en detalle mediante la función de densidad de probabilidad de la figura 33, mostrando ésta una sincronía en la media de distribución de cada función. De igual forma, en la figura 34 se manifiesta una probabilidad de alrededor del 50-60%, que representa un mejor ajuste del modelo en esta zona de deformación.

Figura 34. Función de densidad de probabilidad acumulada para el valor 0.14 de deformación



A partir de las anteriores gráficas de densidad de probabilidad acumulada (CDF) se realizó la métrica de validación por áreas. Estas áreas son representadas por la zona de color azul comprendida entre las dos funciones de densidad de probabilidad acumulada para las tres deformaciones representativas, mostradas en las gráficas 30, 32 y 34. Los cálculos correspondientes se muestran a continuación:

Tabla 7. Cálculos de áreas

Rango de deformación	Deformación representativa (ϵ_i)	Área Modelo Yeoh	Área modelo Lopez-Pamies(1 término)	área modelo 6 Lopez-Pamies(2 término)
Deformación pequeña (ϵ_p)	0.0021	0.0551	0.0550	0.0498
Deformación mediana (ϵ_m)	0.08	0.0420	0.0379	0.0212
Deformación grande (ϵ_g)	0.14	0.0238	0.0139	0.0139

Es importante resaltar qué, para que exista una afinidad solida entre el modelo y los datos experimentales se debe considerar que el valor del área calculada se aproxime a cero. La razón de esto se tiene al decir que entre más cercano a 0 las dos funciones de densidad acumulada tendrán los mismos valores en todo su dominio.

En el rango de grandes deformaciones se obtuvo el valor de área más cercano a cero, esto quiere decir que para esta zona de deformación el modelo predice con más precisión los datos experimentales recopilados.

5. CONCLUSIONES

A partir del estudio mecánico realizado a la resina epóxica Epoxil Xtreme 2 ton[®] con fines de caracterizar sus propiedades mecánicas a partir de los modelos constitutivos se puede concluir que:

Al estudiar la literatura correspondiente al fenómeno de la adhesión, se encontró que hay gran variedad de teorías de modelos útiles para diferentes enfoques científicos. A partir de esto, se consideró una perspectiva relacionada con la teoría de hiperelasticidad. Debido a la numerosa base de experimentación con los modelos hiperelásticos se ratificó su utilización para este tipo de material adhesivo.

Los datos experimentales obtenidos a partir de la prueba mecánica de cizallamiento realizada bajo la norma ISO 4587 (DIN EN 1465), presentaron una mayor homogeneidad respecto a los datos obtenidos en la prueba de tensión, debido principalmente a la disposición de la máquina de ensayo con relación al tamaño permitido por la norma para la elaboración de la probeta. De igual forma, las características propias de la máquina no permitieron un montaje óptimo que garantizara un buen alineamiento de la probeta con respecto a los agarres, provocando con ello una prueba de tracción con algunas cargas no deseadas, no pudiéndose realizar la calibración del modelo(s) en estas condiciones.

Los modelos con menor número de parámetros permiten una mejor caracterización debido a su práctica comprensión y evaluación. Lo anterior se justifica al analizar que las cadenas de Markov en los modelos con 2 parámetros o menos, presentan generalmente convergencia y estabilidad. Por tal razón, el modelo de Lopez-Pamies (1 término) presenta un mayor porcentaje de probabilidad (42.21%) con respecto al modelo de Yeoh (29.49%) y Lopez-Pamies (2 términos) (28.18%) considerando que los dos últimos modelos no tuvieron estabilidad en las cadenas de Markov de algunos de sus parámetros.

Se encontró que en los modelos hiperelásticos el valor del módulo de rigidez (G) se encuentra ubicado en un rango de 37 a 42 (MPa). En el caso del modelo seleccionado de Lopez-Pamies se determinó un valor de 41.644 MPa siendo este el módulo de cizallamiento (rigidez) para la resina epóxica estudiada **Epoxil Xtreme 2 ton ®**.

A partir del análisis de validación utilizando la métrica de validación de áreas para el modelo de Lopez-Pamies (1 término), se apreció que en el rango de grandes deformaciones se obtuvo el valor de área más cercano a cero, esto quiere decir que para esta zona en comparación con las pequeñas y medianas deformaciones el modelo predice con más precisión los datos experimentales recopilados. Ratificando así, el hecho de que la mayoría de los modelos hiperelásticos se comportan mejor para grandes deformaciones.

Con respecto al modelo estocástico, no se consideró necesario evaluar todos los modelos planteados, debido a que hay suficiente información para descartarlos. Por lo tanto, solo fue considerado el modelo de Lopez-Pamies (1 término) como el más confiable para interpretar el comportamiento mecánico de la prueba de cizallamiento realizada a la resina epóxica **Epoxil Xtreme 2 ton ®**.

El aporte principal que tiene el desarrollo de este proyecto de grado es la caracterización física de la resina epóxica y la aplicación de una metodología base que será útil para la caracterización de materiales compuestos para estudios o investigaciones futuras.

BIBLIOGRAFÍA

BREUER, Lothar. Introduction to Stochastic Processes. United Kingdom: University of Kent, 2007. 110p.

CASELLA, George y ROBERT, Christian. Monte Carlo Statistical Methods. United States of America: Springer, 2010. 649p.

CERVERA, Miguel y BLANCO, Elena. Resistencia de Materiales. España: Centro Internacional de Métodos Numéricos (CIMNE), 2015. p. 37-63.

CINLAR, Ebran. Introduction to Stochastic Processes. Estados Unidos: Dover Publications, INC., 1975. 440p.

DEL OLMO, Víctor. Métodos avanzados de muestreo MCMC. Proyecto Fin de Carrera. España: Universidad Carlos III de Madrid. Escuela Politécnica Superior. Departamento de Teoría de la Señal y Comunicaciones. 2011. 125p.

FOMBUENA, V, et al. Utilidad de los modelos de viscoelasticidad en el aprendizaje de la ingeniería de materiales poliméricos. En: Modelling in Science Education and Learning. 2017. Vol. 10, No. 1, p. 142.

GERMAN INSTITUTE FOR STANDARDIZATION. Determination of tensile strength of butt joints. DIN EN 15870:2009. Alemania: DIN, 2009. 10p.

GERMAN INSTITUTE FOR STANDARDIZATION. Determination of tensile lap-shear strength of bonded assemblies. DIN EN 1465:2009. Alemania: DIN, 2009. 11p.

GONZÁLEZ, Sergio. Métodos MCMC para la inferencia bayesiana. Proyecto Fin de Carrera. España: Universidad Carlos III de Madrid. Escuela Politécnica

Superior. Departamento de Teoría de la Señal y Comunicaciones. 2013. p. 17-23.

HERNÁNDEZ, William, et al. Thermorheologically simple materials: A bayesian framework for model calibration and validation. En: Journal of sound and vibrations. 2017. Vol. 402, p. 14-30.

INTERNATIONAL ORGANIZATION FOR STANDARDIZATION. Determination of tensile strength of butt joints. ISO 6922:1987. Suiza: ISO, 1987.

INTERNATIONAL ORGANIZATION FOR STANDARDIZATION. Determination of tensile lap-shear strength of rigid-to-rigid bonded assemblies. ISO 4587:2003. Suiza: ISO, 2003. 4p.

INTERNATIONAL ORGANIZATION FOR STANDARDIZATION. Guidelines for the Surface preparation of metal. ISO 4588:1995. Suiza: ISO, 1995. 5p.

LOBO, Miguel, et al. Problemas de homogeneización en la ingeniería. Una experimentación numérica. En: Revista Internacional de Métodos Numéricos para Cálculo y Diseño en Ingeniería. 1991. Vol. 7, No. 4, p. 455-472.

LOPEZ-PAMIES, Oscar. A new I_1 - based hyperelastic model for rubber elastic materials. En: Comptes Rendus Mécanique. 2010. Vol. 338, No. 1, p. 3-11.

MADRID, Mario. Tecnología de la Adhesión. [Base de datos en línea]. 1997. Departamento Técnico de Loctite. (Recuperado en 4 octubre 2018). Disponible en: https://www2.ulpgc.es/hege/almacen/download/7071/7071377/curso_de_adhesivos.pdf.

MORENO, Miguel, et al. Revisión de Modelos Hiperelásticos utilizados en tejidos. En: 6th Engineering, Science and Technology Conference (2017), KnE Engineering. 2018. p. 100-110.

MOSCOSO, Nayan R. Uso del método de los elementos finitos para la simulación del modelo hiperelástico en grandes deformaciones: Estudio del método y del modelo general de energía de deformación. Trabajo de Grado Ingeniero Mecánico. Colombia: Universidad Nacional de Colombia. Facultad de ingeniería. Departamento de Ingeniería Mecánica y Mecatrónica. 2015. p. 5.

NIÑO, Nelcy. Generación de espectros de rayos X de baja energía por simulación Monte Carlo. Trabajo de Grado Magister en Física Médica. Colombia: Universidad Nacional de Colombia. Facultad de Ciencias. Departamento de Física. 2011. 103p.

PAREDES, Jairo. y MARÍN, Juan P. Mecánica de sólidos: Una visión práctica de la mecánica de medios continuos. Colombia: Universidad Nacional de Colombia, 2008. 158p.

PETRIE, Edward. HANDBOOK OF ADHESIVES AND SEALANTS. McGraw-Hill New York. 2000.

RITTO, Thiago G. y NUNES, L.C. Bayesian model selection of hyperelastic models for simple and pure shear at large deformations. En: Computers and Structures. 2015. Vol. 156. p. 101-109.

RIVLIN, R. S. Large Elastic Deformations of Isotropic Materials. I. Fundamental Concepts. En: The Royal Society Publishing. 1948. Vol. 240. p. 459-490.

ROY, Christopher y OBERKAMPF, William. A comprehensive framework for verification, validation, and uncertainty quantification in scientific computing. En: Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering. 2011. Vol. 200, p. 2131-2144.

SERRANO, Alberto. Optimización estocástica mediante métodos de Monte Carlo. Proyecto Fin de Carrera. España: Universidad Carlos III de Madrid.

Escuela Politécnica Superior. Departamento de Teoría de la Señal y Comunicaciones. 2011.144p.

The American Society of Mechanical Engineers. Guide for Verification and Validation in Computational Solid Mechanics. ASME. PTC 60/ V&V 10. Estados Unidos: ASME, 2007. 15p

TRELOAR, Leslie R. The elasticity and related properties of rubbers. En: Reports on Progress in Physics. 1973. Vol. 36, No. 7, p. 758-824.

VAKILZADEH, Majid. Stochastic model updating and model selection with application to structural dynamics. Tesis para el grado de Doctor de filosofía en sólido y mecánica estructural. Suecia: Universidad Tecnológica de Chalmers. Departamento de Mecánica Aplicada. 2016. p. 5-8.

YEOH, O.H. Some Forms of the Strain Energy Function for Rubber. En: Rubber Chemistry and Technology. 1993. Vol. 66, No. 5, p. 754-771.