

MODELAMIENTO Y CALIBRACIÓN DE ADHESIVOS VISCOSOS A PARTIR DE PRUEBAS
DE DESGARRO

JUAN DANIEL PARRA CHAVES
SEBASTIAN FELIPE RUALES ZAMBRANO

Trabajo de grado para optar al título de Ingeniero Mecánico

Director
WILLIAM PINTO HERNANDEZ
Doctor en Ingeniería Mecánica

UNIVERSIDAD INDUSTRIAL DE SANTANDER
FACULTAD DE INGENIERÍAS FÍSICOMECÁNICAS
ESCUELA DE INGENIERÍA MECÁNICA
INGENIERÍA MECÁNICA
BUCARAMANGA
2025

DEDICATORIA

A mi Padre Celestial por la oportunidad de ingresar a la universidad, a mis padres que me han enseñado el valor del estudio, a mi esposa por estar a mi lado siempre y a mis compañeros y profesores por aportar en mi conocimiento profesional.

Juan Daniel Parra Chaves

A mis padres, Julio y Lucia por su amor incondicional, su ejemplo y el esfuerzo constante que me inspiraron a alcanzar cada meta. A mis hermanos, Santiago, Daniel y Geraldine, por su compañía, apoyo y confianza en cada etapa de este camino. Este logro es tanto mío como de ustedes.

Sebastian Felipe Ruales Zambrano

CONTENIDO

	pág.
INTRODUCCIÓN	11
1. PLANTEAMIENTO DEL PROBLEMA	12
2. JUSTIFICACIÓN PARA SOLUCIONAR EL PROBLEMA	13
3. OBJETIVOS DEL TRABAJO DE GRADO	14
3.1. OBJETIVO GENERAL	14
3.2. OBJETIVOS ESPECÍFICOS	14
4. MARCO TEÓRICO	15
4.1 INTRODUCCIÓN AL DESGARRO	15
4.2 TIPOS DE ENSAYOS Y GEOMETRÍAS DE DESGARRO	17
4.3 VISCOELASTICIDAD	18
4.3.1 Viscoelasticidad lineal	18
4.3.2 Viscoelasticidad No Lineal	19
4.4 ALGORITMO DE LEVENBERG-MARQUARDT	21
4.4.1 Gauss-Newton y descenso por gradiente	22
4.4.2 Implementación en Matlab	23
4.5 NORMA ASTM D6862	24
5. METODOLOGIA	26
5.1 INVESTIGACIÓN	26
5.1.1 Materiales viscoelásticos	26
5.1.2 Modelos matemáticos	27
5.1.3 Correlación entre los parámetros del sistema y las propiedades mecánicas	31
5.2 EXPERIMENTACIÓN	33
5.2.1 Caracterización de las herramientas usadas	33
5.2.2 Preparación y montaje de las muestras	35
5.2.3 Ejecución del ensayo	36
5.3 MODELAMIENTO	38
5.3.1 Elección del modelo utilizado	38
5.4 CALIBRACIÓN	40
5.4.1 Parámetros a calibrar	40
5.4.2 Procedimiento de calibración en dos etapas	41
5.4.3 Codificación en Matlab	41
6. ANÁLISIS DE RESULTADOS	43
6.1 PARÁMETROS CALIBRADOS	43

6.2 INTERPRETACIÓN DEL COMPORTAMIENTO FÍSICO.....	44
6.3 VALIDACIÓN DEL MODELO	46
7. CONCLUSIONES	48
BIBLIOGRAFIA.....	49
ANEXOS.....	54

LISTA DE TABLAS

pág.

Tabla 1. Especificaciones técnicas de la máquina.....	34
Tabla 2. Parámetros por calibrar	40
Tabla 3. Resultados parámetros calibrados.....	43

LISTA DE FIGURAS

	pág.
Figura 1. Cinta Doble Faz Extra Fuerte Vhb 4910 19mmx5m	12
Figura 2. Pruebas de desgarro a diferentes ángulos	17
Figura 3. Representación elementos de maxwell	19
Figura 4. Representación del modelo de Kelvin-Voigt	19
Figura 5. Ejemplo lsqcurvefit en Matlab	23
Figura 6. Ejemplo lsqnonlin en Matlab	23
Figura 7. Ejemplo de accesorio para la prueba	25
Figura 8. Máquina universal de ensayos MTS	33
Figura 9. Panel de visualización	34
Figura 10. Base para pruebas de desgarro	35
Figura 11. Ejemplo de las probetas utilizadas	36
Figura 12. Ejemplo de ensayo realizado	37
Figura 13. Curvas de fuerza vs desplazamiento de los datos obtenidos en los ensayos	38
Figura 14. Representación del modelo de Kelvin-Voigt	39
Figura 15. Comportamiento del modelo para diferentes casos de viscosidad	39
Figura 16. Diagrama de flujo del código	42
Figura 17. Validación Global de las Curvas Experimentales. Se comparan los datos de cada ensayo (líneas continuas) con el valor de fuerza crítica predicho por el modelo (estrellas) ...	43
Figura 18. Variaciones en la adhesión por desgarro de PSAs reticulados con la concentración de resina amínica	45
Figura 19. Validación del modelo total. Datos experimentales de Fuerza Crítica (puntos) y predicciones del modelo completo (líneas).....	46
Figura 20. Curva Desgarro vs Velocidad Creto y Ciccotti	47
Figura 21. Gráfico de paridad del coeficiente de determinación	47

LISTA DE ANEXOS

ANEXO A. CODIFICACIÓN EN MATLAB.....	pág. 54
--------------------------------------	------------

GLOSARIO

ADHERENTE FLEXIBLE: Es el material flexible también conocido como cinta, lamina o película en donde se agrega el adhesivo, y se pega o adhiere al adherente rígido.

ADHERENTE RIGIDO: Es el material rígido en donde se pega o adhiere el adherente flexible con el respectivo adhesivo, algunos autores lo pueden nombrar sustrato.

ADHESIVO ESTRUCTURAL: Adhesivo usado para soportar grandes cargas en su unión.

ADHESIVO: Material usado para unir, pegar o adherir 2 materiales.

CALIBRACIÓN: Ajustar los parámetros de un modelo matemático para representar los datos obtenidos de manera experimental.

COHESIÓN: Unión o adherencia entre 2 superficies o materiales.

ELASTICIDAD: Capacidad de un material para deformarse y regresar a su forma original.

INTERFACIAL: Se refiere a la superficie de contacto o unión entre 2 materiales o capas distintas.

MODELADO: Representar matemáticamente un fenómeno físico.

VISCOELASTICIDAD: Propiedad de algunos materiales de mostrar características viscosas y elásticas.

VISCOSIDAD: La resistencia a fluir o moverse de un fluido.

RESUMEN

TITULO: MODELAMIENTO Y CALIBRACIÓN DE ADHESIVOS VISCOSOS A PARTIR DE PRUEBAS DE DESGARRO*

AUTORES: JUAN DANIEL PARRA CHAVES Y SEBASTIAN FELIPE RUALES ZAMBRANO**

PALABRAS CLAVE: ADHESIVO, VISCOELASTICIDAD, CALIBRACIÓN, MODELO, DESGARRO.

DESCRIPCIÓN:

En la ingeniería de materiales aplicada a los adhesivos, es importante predecir el comportamiento de adhesivos de alto rendimiento como la cinta 3M VHB 4910. El presente proyecto de grado tuvo como objetivo ajustar un modelo mecánico para describir la fuerza crítica de desgarro de esta cinta a partir de ensayos de desgarro a 90°, según la norma ASTM D6862. Se estudió el efecto de la velocidad (24, 90, 160 y 254 mm/min) y el tiempo de envejecimiento de la muestra (4, 28, 168 y 336 horas) sobre la resistencia de la unión. Como modelo para describir el comportamiento de esta cinta se propuso un modelo de Kelvin- Voigt modificado que incorpora la ley de potencia de Ostwald-de Waele para relacionar la fuerza crítica de desgarro con la velocidad, encontrando 3 parámetros clave (K Constante elástica, c Índice de consistencia y n Índice de comportamiento de flujo) cuya calibración permitió ajustar el modelo a los datos experimentales. La calibración se llevó a cabo en Matlab mediante un proceso de dos etapas, la primera calculó la constante elástica global, mientras que en la segunda parte se ajustaron los parámetros viscosos c y n para cada tiempo de envejecimiento y velocidad usando el algoritmo Levenberg-Marquadt. Los resultados de la calibración permitieron ilustrar como el modelo de Kelvin-Voigt modificado se ajusta a los datos experimentales. Se determinó que el adhesivo tiene un comportamiento pseudoplástico debido a que el parámetro n resultó menor a 1. El índice de consistencia c revela un incremento de la resistencia del adhesivo hasta alcanzar su valor máximo en 168 horas, para luego mostrar un ligero descenso por degradación del material. Se concluye que el modelo de Kelvin-Voigt modificado es apropiado para predecir la fuerza de desgarro de la cinta VHB 4910 bajo las condiciones estudiadas.

* Trabajo de Grado

** Facultad de Ingenierías Físicomecánicas, Escuela de Ingeniería Mecánica, Director William Pinto Hernandez

ABSTRACT

TITLE: MODELAMIENTO Y CALIBRACIÓN DE ADHESIVOS VISCOSOS A PARTIR DE PRUEBAS DE DESGARRO*

AUTHORS: JUAN DANIEL PARRA CHAVES Y SEBASTIAN FELIPE RUALES ZAMBRANO**

KEYWORDS: ADHESIVE, VISCOELASTICITY, CALIBRATION, MODEL, PEELING.

DESCRIPTION:

In materials engineering applied to adhesives, it is important to predict the behavior of high-performance adhesives such as 3M VHB 4910 tape. This undergraduate project aimed to fit a mechanical model to describe the critical tear strength of this tape based on 90° tear tests, according to ASTM D6862. The effect of speed (24, 90, 160, and 254 mm/min) and sample aging time (4, 28, 168, and 336 hours) on bond strength was studied. A modified Kelvin-Voigt model was proposed to describe the tape's behavior, incorporating the Ostwald-de Waele power law to relate the critical tear strength to speed. Three key parameters were identified (K: Elastic constant, c: Consistency index, and n: Flow behavior index), and their calibration allowed the model to be fitted to the experimental data. The calibration was performed in Matlab using a two-stage process. The first stage calculated the overall elastic constant, while the second stage adjusted the viscosity parameters c and n for each aging time and speed using the Levenberg-Marquadt algorithm. The calibration results illustrated how well the modified Kelvin-Voigt model fits the experimental data. The adhesive was determined to have pseudoplastic behavior because the parameter n was less than 1. The consistency index c revealed an increase in adhesive strength, reaching its maximum value at 168 hours, followed by a slight decrease due to material degradation. It is concluded that the modified Kelvin-Voigt model is appropriate for predicting the tear strength of VHB 4910 tape under the studied conditions.

* Bachelor Thesis

** Facultad de Ingenierías Físicomecánicas, Escuela de Ingeniería Mecánica, Director William Pinto Hernandez

INTRODUCCIÓN

El estudio del desgarro (peeling) es un área clave dentro de la mecánica de materiales que analiza la separación progresiva entre superficies unidas. Este fenómeno, presente en aplicaciones que van desde cintas adhesivas hasta uniones laminadas, está influenciado por factores como las propiedades del material, la geometría de la unión y las condiciones de carga¹.

Entre los materiales que presentan este comportamiento, los adhesivos sensibles a la presión o PSA (*) destacan por su amplia utilización industrial². Su análisis resulta complejo debido a la interacción de propiedades viscoelásticas y variables dinámicas como la velocidad de separación. En este marco, el desarrollo de modelos físico-matemáticos que permitan predecir su desempeño se convierte en una herramienta fundamental para mejorar la confiabilidad de las uniones adhesivas.

Este trabajo aborda el desgarro de adhesivos viscoelásticos combinando ensayos experimentales y modelado teórico. A partir de principios de mecánica viscoelástica y enfoques teóricos presentes en la literatura, se propone un modelo que describe la relación entre la fuerza de desgarro y las condiciones de separación, aplicado a una cinta adhesiva de uso industrial. Con ello, se busca aportar al conocimiento técnico de este fenómeno y ofrecer herramientas que faciliten su caracterización y evaluación en aplicaciones prácticas.

¹ BARTLETT, Michael D, et al. Peel Tests for Quantifying Adhesion and Toughness: A Review. En: Progress in Materials Science. 2023. p. 1.

² Ibid, p. 83.

(*) Materiales diseñados para adherirse a una superficie con una ligera presión aplicada.

1. PLANTEAMIENTO DEL PROBLEMA

En la industria de adhesivos estructurales, predecir con precisión el comportamiento mecánico de los materiales es esencial para optimizar su aplicación en sectores como la construcción, la automoción y la electrónica. La cinta doble faz VHB 4910 de 3M (Ver figura 1) es reconocida por su alta resistencia y flexibilidad, y sus hojas de datos técnicos destacan su durabilidad y adhesión bajo condiciones ambientales exigentes³. Dichos documentos se centran en propiedades generales como la conservación de la fuerza y la durabilidad a largo plazo.

Figura 1. Cinta Doble Faz Extra Fuerte Vhb 4910 19mmx5m



Fuente: <https://n9.cl/8snto>

Si bien las hojas de datos técnicos del fabricante proporcionan información sobre las propiedades generales del material, como la retención de fuerza y su durabilidad bajo condiciones ambientales exigentes, no ofrecen una caracterización detallada de su respuesta viscoelástica en ensayos de desgarre. Esta falta de datos dificulta la calibración de modelos precisos que permitan predecir su desempeño en aplicaciones específicas. De este planteamiento se manifiesta la siguiente pregunta: ¿Cómo puede ajustarse un modelo de desgarre basado en Kelvin-Voigt para describir el comportamiento viscoelástico de la cinta doble faz VHB 4910 a partir de ensayos de laboratorio bajo la norma ASTM D6862?.

Por lo tanto, surge la necesidad de desarrollar un modelo mecánico que describan el comportamiento viscoelástico de la cinta VHB 4910 en pruebas de desgarre y permita calibrar sus parámetros. Con ello, se busca mejorar la capacidad de predicción del desempeño de estos adhesivos y aportar herramientas útiles para su aplicación en diversas industrias.

³ 3M: División de Adhesivos y Cintas Industriales. Durabilidad de la Cinta 3M™ VHB™. 2018. 6 p.

2. JUSTIFICACIÓN PARA SOLUCIONAR EL PROBLEMA

Las cintas adhesivas de espuma acrílica han demostrado ser una solución efectiva en aplicaciones industriales que requieren alta resistencia y durabilidad. En la industria de la construcción y el vidrio, la cinta ha sido utilizada en la fijación de ventanales de gran tamaño, proporcionando una alternativa a los métodos de sujeción tradicionales. Por ello los ensayos de desgarro han sido ampliamente utilizados para probar la efectividad de estas en diferentes situaciones a las que puede estar sometido.

En este contexto, esta investigación trata de utilizar modelos existentes en la literatura para describir matemáticamente el proceso de desgarre en variables como la velocidad, la fuerza, el esfuerzo, entre otros. La elección de un modelo basado en elementos de Kelvin-Voigt se justifica por su capacidad para representar materiales viscoelásticos con comportamiento dependiente del tiempo. Al calibrar este modelo mediante algoritmos en MATLAB, se podrá obtener una representación más precisa de la relación entre la fuerza crítica y la velocidad de desgarre, mejorando la comprensión del fenómeno y proporcionando herramientas útiles para la selección y aplicación de adhesivos estructurales.

3. OBJETIVOS DEL TRABAJO DE GRADO

3.1. OBJETIVO GENERAL

Ajustar un modelo mecánico de desgarre basado en una configuración de elementos tipo Kelvin-Voigt para describir el comportamiento viscoelástico de la cinta doble faz Vhb 4910.

3.2. OBJETIVOS ESPECÍFICOS

- Realizar pruebas de laboratorio para evaluar las características mecánicas de desgarre de la cinta doble faz Vhb 4910 bajo la norma ASTM D6862, para diferentes velocidades.
- Modelar el proceso de desgarre utilizando un enfoque basado en elementos de Kelvin-Voigt que se adapte al comportamiento obtenido en el ensayo.
- Calibrar el modelo utilizando algoritmo de Levenberg-Marquardt en Matlab para ajustar los parámetros de fuerza crítica y velocidad de desgarre.

4. MARCO TEÓRICO

El desgarro, también conocido como "peeling", describe el proceso de separación progresiva entre dos materiales unidos por una interfaz adhesiva. Este fenómeno es crucial en diversas aplicaciones, desde la simple remoción de cintas adhesivas y recubrimientos, hasta el análisis de fallos estructurales en materiales compuestos y uniones adheridas⁴.

4.1 INTRODUCCIÓN AL DESGARRO

El análisis del desgarro es complejo debido a la interacción de diversos factores, incluyendo las propiedades mecánicas de los adherentes y el adhesivo, la geometría de la unión, la velocidad y el ángulo de desgarro, y las características de la interfaz. Inicialmente, se podría pensar en términos de una "fuerza de adhesión" crítica para la separación (decohesion); sin embargo, se ha demostrado que la energía requerida para separar una determinada área de la interfaz es un parámetro tan significativo como la fuerza por sí sola. Esta energía se conoce como energía de fractura o tenacidad a la fractura interfacial⁵.

La fuerza necesaria para desgarrar capas idénticas puede variar significativamente dependiendo de la configuración del ensayo (por ejemplo, desgarro a 90° versus desgarro en T), incluso si la interfaz que se separa es la misma. Esto subraya la importancia de analizar los escenarios de desgarro considerando la energía disipada por unidad de área de la interfaz creada⁶.

Uno de los parámetros experimentales más importantes es el ángulo de desgarro, el cual es el ángulo formado por la fuerza aplicada y la superficie del sustrato. Las variaciones en el ángulo de desgarro pueden llevar a diferencias significativas en el trabajo de desprendimiento aparente (energía disipada por unidad de área)⁷. Además, la pretensión inicial impuesta en la cinta o adherente flexible antes de ser adherida al sustrato o adherente rígido es otro factor que influye en la fuerza de desgarro. El aumento de la pretensión puede incrementar la fuerza máxima de desprendimiento a ángulos de desgarro pequeños, pero puede reducirla a ángulos grandes⁸. Las propiedades de la cinta, incluyendo su espesor, el módulo de Young (E), la ductilidad y el límite elástico, son cruciales, ya que el desgarro de la cinta implica la liberación de la energía de deformación axial. Si se produce deformación plástica en el adherente flexible,

⁴ BARTLETT, Michael D, et al. Peel Tests for Quantifying Adhesion and Toughness: A Review. *Progress in Materials Science*. 2023. p. 9.

⁵ Ibid, p. 9-11.

⁶ Ibid, p. 11.

⁷ WILLIAMS, John A. y KAUZLARICH, James J. The influence of peel angle on the mechanics of peeling flexible adherends with arbitrary load–extension characteristics. *Tribology International* [en línea]. Noviembre, 2005. vol. 38, nro. 11-12, pp. 951-953. DOI: 10.1016/j.triboint.2005.07.024.

⁸ PUTIGNANO, C., et al. Double peeling of elastic pre-tensioned tapes. *Frattura ed Integrità Strutturale* [en línea]. 11, septiembre, 2014. vol. 8, nro. 30, p. 237. DOI: 10.3221/igf-esis.30.30.

la fuerza de desgarro medida incluye tanto la fuerza de decohesión como la fuerza necesaria para deformar plásticamente el adherente flexible⁹.

El desempeño de una unión adhesiva a menudo se evalúa más por el modo de fallo que por la fuerza máxima de desgarro. Los modos de fallo observados comúnmente incluyen el fallo cohesivo (CF) dentro del adhesivo (generalmente indicativo de buena adhesión), el fallo adhesivo (AF) en la interfaz (indicativo de mala adhesión), y el fallo intralaminar del adherente compuesto (ILFC). La naturaleza del material del adherente flexible tiene una influencia principal, siendo la causa de la mayor disminución de la fuerza de desgarro (hasta un factor de 10) por ejemplo al reemplazar una lámina de aluminio flexible por una de polímero reforzado con fibra de carbono (CFRP), incluso si ambos fallan cohesivamente. El tipo de material del adherente rígido tiene generalmente menos influencia en la carga de desgarro que el adherente flexible¹⁰.

Las condiciones ambientales y la velocidad de desgarro también son factores importantes por considerar. La velocidad de propagación del desgarro afecta la magnitud de la fuerza, ya que las propiedades mecánicas de los adhesivos y cintas viscoelásticas son sensibles a la velocidad y la temperatura. Para un material bajo condiciones de "adherencia total" (full stick), la velocidad de desgarro puede ser proporcional a la potencia cúbica de esfuerzo aplicado¹¹. En el ámbito de los nanomateriales, la presencia de un entorno líquido puede alterar significativamente la fuerza de desgarro en comparación con las condiciones secas. Este efecto se aprovecha para regular la energía interfacial, dependiendo de la tensión superficial del líquido y de la mojabilidad superficial de los materiales y el sustrato (caracterizada por los ángulos de contacto). El líquido puede facilitar o resistir el desgarro dependiendo de la mojabilidad. Además, la exposición a ciclos térmicos y alta humedad puede inducir daños en la interfaz de unión, degradando las propiedades de adhesión y disminuyendo el esfuerzo máximo de desgarro¹².

⁹ DE FREITAS, Sofia Teixeira y SINKE, Jos. Adhesion properties of bonded composite-to-aluminium joints using peel tests. *The Journal of Adhesion* [en línea]. 10, marzo, 2014. vol. 90, nro. 5-6, p. 523. DOI: 10.1080/00218464.2013.850424.

¹⁰ Ibid, pp. 517-524.

¹¹ CIAVARELLA, Michele, et al. A linear cohesive model of zero degree peeling of a viscoelastic tape from a substrate. *Journal of Adhesion Science and Technology* [en línea]. 19, julio, 2022. pp. 1915-1918. DOI: 10.1080/01694243.2022.2099785.

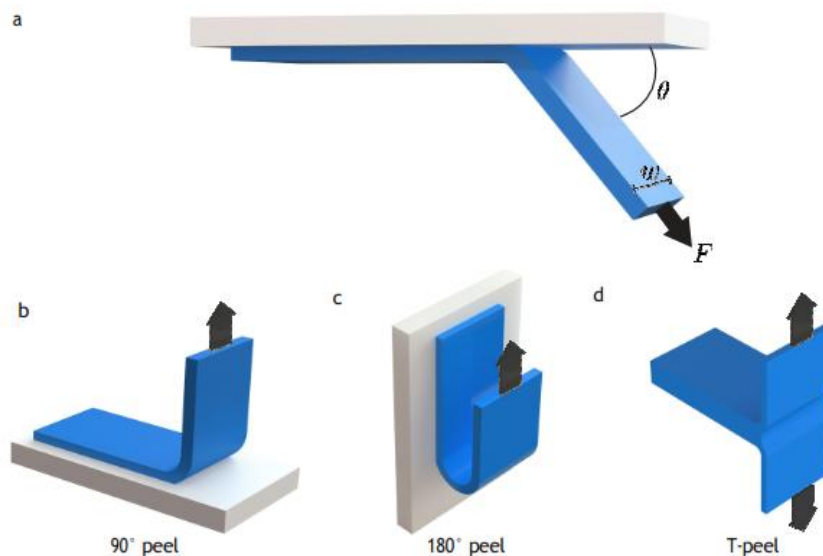
¹² ZHANG, Yue; LIU, Qingchang y XU, Baoxing. Liquid-assisted, etching-free, mechanical peeling of 2D materials. *Extreme Mechanics Letters* [en línea]. Octubre, 2017. vol. 16, pp. 33-36. DOI: 10.1016/j.eml.2017.08.005.

4.2 TIPOS DE ENSAYOS Y GEOMETRÍAS DE DESGARRO

Existen diversas configuraciones de ensayo para estudiar el desgarro, cada una con sus propias características y métodos de análisis. Algunas de las configuraciones comunes incluyen¹³.

- Ensayo de desgarro a 90°: Una de las configuraciones más simples donde una de las capas se desgarra de la otra a un ángulo de 90° con respecto a la superficie adherida como se muestra en la figura 2a.
- Ensayo de desgarro a 180°: La capa desgarrada se dobla hacia atrás, formando un ángulo de aproximadamente 180° con la parte adherida como se muestra en la figura 2b.
- Ensayo de desgarro en T (T-peel): En esta configuración, ambas capas se flexionan formando una "T" mientras se separan como se muestra en la figura 2c.
- Ensayo de desgarro con cuña (Wedge-peel): Se utiliza una cuña para forzar la separación de la unión adherida.
- Ensayo de impacto con cuña (Impact Wedge-Peel - IWP): Similar al ensayo con cuña, pero realizado a altas velocidades de ensayo utilizando una máquina de impacto.

Figura 2. Pruebas de desgarro a diferentes ángulos



Fuente: BARTLETT, Michael D, et al. Peel Tests for Quantifying Adhesion and Toughness: A Review. En: Progress in Materials Science. 2023. p. 12.

¹³ BARTLETT, Op., Cit., pp. 11-14.

4.3 VISCOELASTICIDAD

La viscoelasticidad se define como la propiedad de un material que exhibe comportamientos tanto viscosos como elásticos¹⁴. Este comportamiento se caracteriza por dos fenómenos principales: la fluencia (creep), que es el aumento de la deformación bajo un esfuerzo constante, y la relajación, que es la disminución del esfuerzo cuando la deformación (o deformación unitaria) se mantiene constante. Para formular leyes constitutivas para estos materiales, se debe considerar que el comportamiento viscoelástico está influenciado por estos fenómenos¹⁵.

4.3.1 Viscoelasticidad lineal

La viscoelasticidad lineal (VCL) se aplica generalmente a deformaciones relativamente pequeñas. En este régimen, el módulo de relajación del esfuerzo es independiente de la deformación unitaria¹⁶. La ley constitutiva fundamental de la VCL se basa en el principio de superposición de Boltzmann, que establece que la respuesta elástica a cambios secuenciales en la deformación es aditiva. La ecuación constitutiva general de la VCL para cizallamiento simple (simple shear) se formula típicamente como una integral que relaciona el esfuerzo (τ) en el tiempo actual (t) con la velocidad de deformación ($\dot{\gamma}$) y el módulo de relajación G sobre todo el tiempo pasado t' ¹⁷:

$$\tau(t) = \int_{-\infty}^t G(t-t')\dot{\gamma}(t')dt' \quad (1)$$

Para simplificar el análisis han surgido los modelos mecánicos análogos, que combinan elementos elásticos (muelles) y viscosos (amortiguadores o dashpots), son utilizados para imitar la dependencia temporal de las funciones viscoelásticas.

4.3.1.1 Modelo de Maxwell.

Es el modelo más simple, compuesto por un muelle y un amortiguador en serie. Predice que para movimientos lentos, el comportamiento viscoso (amortiguador) domina, mientras que para cambios rápidos, el modelo se aproxima al comportamiento elástico. Su forma diferencial para VCL es¹⁸:

$$\tau + \lambda \frac{d\tau}{dt} = \lambda G_0 \dot{\gamma} = \eta \dot{\gamma} \quad (2)$$

¹⁴ DUNN, L. Introduction to Viscoelasticity in Polymers and its Impact on Rolling Resistance in Pneumatic Tyres. *International Journal of Squiggly and Wobbly Materials*. Febrero, 2019. vol 23, nro 1. p. 2.

¹⁵ DRAPACA, C. S.; SIVALOGANATHAN, S. y TENTI, G. Nonlinear constitutive laws in viscoelasticity. *Mathematics and Mechanics of Solids* [en línea]. Octubre, 2007. vol. 12, nro. 5, p. 483. DOI: 10.1177/1081286506062450.

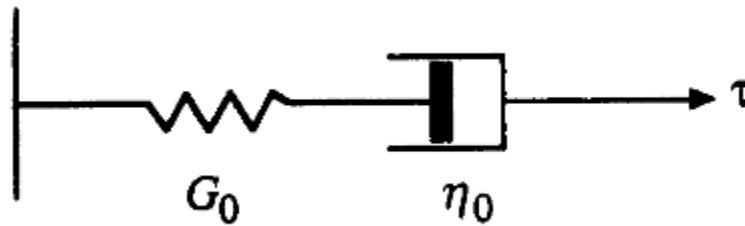
¹⁶ MACOSKO, Christopher W. Rheology: principles, measurements, and applications. New York, NY: VCH, 1993. pp. 109-111. ISBN 1560815795.

¹⁷ FERRY, John D. Viscoelastic properties of polymers. 3a ed. New York: Wiley, 1970. p. 7. ISBN 0471257745.

¹⁸ MACOSKO, Op., Cit., p. 117.

Donde λ es el tiempo de relajación y η es la viscosidad, se puede ver la representación de elementos de maxwell en la figura 3.

Figura 3. Representación elementos de maxwell

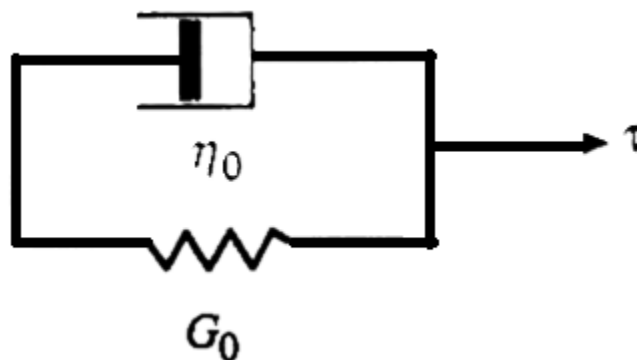


Fuente: MACOSKO, Christopher W. Rheology: principles, measurements, and applications. New York, NY: VCH, 1993. p. 117. ISBN 1560815795.

4.3.1.2 Modelo de Kelvin-Voigt

Consiste en un muelle y un amortiguador en paralelo (ver figura 4). En este modelo, la deformación unitaria es igual en ambos componentes¹⁹.

Figura 4. Representación del modelo de Kelvin-Voigt



Fuente: elaboración propia

Su representación en función del esfuerzo τ es:

$$\tau = \lambda G_0 \dot{\gamma} + \eta \dot{\gamma} \quad (3)$$

4.3.2 Viscoelasticidad No Lineal

La viscoelasticidad no lineal (VCNL) se manifiesta cuando las deformaciones no son infinitesimales (deformaciones finitas) o cuando las tasas de deformación son altas, lo que provoca que las desviaciones de la linealidad sean evidentes²⁰. La no linealidad puede ser de

¹⁹ DUNN, Op., Cit., p. 6.

²⁰ FERRY, Op., Cit., p. 49.

origen material (observada a deformaciones muy pequeñas, fuertemente ligada a la estructura molecular) o geométrica (importante para deformaciones grandes pero finitas)²¹.

La VCNL se modela a menudo extendiendo las ecuaciones constitutivas lineales e incorporando la cinemática de deformación finita, a menudo mediante el formalismo de la mecánica del continuo²².

4.3.2.1 Modelo de Maxwell Convectivo Superior

El modelo de maxwell convectivo superior (Upper-Convected Maxwell, UCM) es un modelo que incorpora la no linealidad mediante el uso de la derivada temporal convectiva superior en lugar de la derivada sustancial del tiempo en el modelo lineal de Maxwell. El modelo UCM predice la existencia de una primera diferencia de tensión normal y engrosamiento extensional, pero predice una viscosidad y coeficientes de tensión normal que son independientes de la tasa de deformación (es decir, no predice adelgazamiento por cizallamiento) y una segunda diferencia de tensión normal nula. La forma integral del modelo UCM, con un espectro de tiempos de relajación, se conoce como la Ecuación Integral de Lodge²³.

$$\tau = \int_{-\infty}^t \frac{\eta_0}{\lambda^2} e^{-\frac{t-t'}{\lambda}} \gamma(t, t') dt' \quad (4)$$

Donde $\gamma(t, t')$ es la deformación de cizallamiento (shear strain) que se acumula desde el tiempo t a t' .

4.3.2.2 Modelos Integrales (K-BKZ)

El marco de Kaye-Bernstein, Kearsley, y Zapas (K-BKZ) es una clase de ecuaciones constitutivas integrales que son más precisas para describir fluidos viscoelásticos. Estos modelos a menudo emplean la factorabilidad tiempo-deformación unitaria (time-strain factorability), donde el módulo de relajación se divide en una función dependiente del tiempo (del régimen lineal) y una función de amortiguamiento dependiente de la deformación. La función de amortiguamiento describe la pérdida de memoria de la tensión a grandes deformaciones, y su correcta incorporación permite predicciones precisas de fenómenos como el adelgazamiento por cizallamiento²⁴.

$$\tau = \int_{-\infty}^t 2 \left(\frac{\partial u}{\partial I_B} - \frac{\partial u}{\partial II_B} \right) \gamma(t, t') dt' \quad (5)$$

Aquí $u(I_B, II_B, t - t')$ es una función de núcleo de energía elástica dependiente del tiempo, I_B y II_B son invariantes (escalares) de un tensor B que representa la deformación (o estiramiento).

4.3.2.3 Modelo Viscoelástico Cuasilineal (QLVE)

Este modelo es a menudo suficiente, al menos desde un punto de vista matemático, para describir el comportamiento no lineal de un material. La ley constitutiva del QLVE se reduce a la ecuación de Boltzmann para un material viscoelástico lineal. Para este caso el modelo de

²¹ DRAPACA, Op., Cit., p. 483.

²² DRAPACA, Op., Cit., pp. 475-476.

²³ MACOSKO, Op., Cit., pp. 149-153.

²⁴ Ibid, pp. 158-160.

Fung, en donde el esfuerzo viscoelástico cuasilineal se expresa como una dependencia lineal del esfuerzo elástico no lineal²⁵.

$$T(t) = F(t) \int_0^t k(t-t') \frac{\partial II^{(e)}[E(t')]}{\partial E} \dot{E}(t') dt' F^T \quad (6)$$

Donde expresa que el tensor de esfuerzos $T(t)$ en un material viscoelástico depende de toda la historia de deformación a través de una convolución (suma ponderada) temporal. La parte no lineal e instantánea de la respuesta se modela mediante la derivada de la energía elástica $\partial II^{(e)}[E(t')]$ respecto a la deformación E , mientras que la dependencia temporal se introduce con la función de relajación reducida $k(t-t')$, que atenúa la contribución de deformaciones pasadas. La $F(t)$ es el gradiente de deformación que representa cómo un punto del material se estira, rota o deforma al pasar de la configuración de referencia a la configuración actual.

4.3.2.4 Modelo de Ostwald-de Waele

El modelo de Ostwald-de Waele o ley de potencia es una buena aproximación para los datos de viscosidad versus tasa de cizalla en el rango de procesamiento de muchos materiales poliméricos y dispersiones, especialmente a altas tasas de cizalla o deformación²⁶.

$$\tau = k\dot{\gamma}^n \quad (7)$$

Esta relación expresa la relación del esfuerzo τ en función de la velocidad o tasa de deformación $\dot{\gamma}$, el parámetro k que representa el índice de proporción o consistencia ($Pa * s^2$) y el índice de potencia o de comportamiento de flujo (una cantidad adimensional) $n^{27,28}$. Cuando $n = 1$, la función de viscosidad se vuelve constante, y el modelo se reduce al de un fluido newtoniano. Si $n < 1$ (pero $n > 0$), el fluido exhibe adelgazamiento por cizalla (shear thinning) o pseudoplasticidad, lo que implica que la viscosidad disminuye a medida que aumenta la tasa de deformación (como en soluciones poliméricas). Por el contrario, si $n > 1$, el fluido exhibe engrosamiento por cizalla (shear thickening) o dilatancia, lo que provoca que la viscosidad aumente con la tasa de deformación²⁹.

4.4 ALGORITMO DE LEVENBERG-MARQUARDT

El algoritmo de Levenberg-Marquardt (LM) es un método iterativo utilizado para la estimación de parámetros en problemas de mínimos cuadrados no lineales. Ya que surge de la necesidad de superar las limitaciones de los métodos clásicos de ajuste por mínimos cuadrados, en particular el método de Gauss-Newton y los enfoques de descenso por gradiente. Ambos métodos presentan desventajas: mientras que el Gauss-Newton puede divergir cuando los

²⁵ DRAPACA, Op., Cit., p. 494.

²⁶ MACOSKO, Op., Cit., pp. 84-85.

²⁷ SÁNCHEZ, Guillermo; VIAL, César y MORAGA, Nelson. Estudio de fluidos no newtonianos con los métodos de volúmenes y elementos finitos. *Revista Facultad de Ingeniería - Universidad de Tarapacá* [en línea]. Diciembre, 2002. vol. 10, p. 24. DOI: 10.4067/s0718-13372002001000004.

²⁸ NIKUSHCHENKO, Dmitry; PAVLOVSKY, Valery y NIKUSHCHENKO, Elena. Analytical solutions for simple turbulent shear flows on a basis of a generalized newton's law. *Polymers* [en línea]. 14, agosto, 2022. vol. 14, no. 16, p. 2. DOI: 10.3390/polym14163308.

²⁹ SARAMITO, Pierre. *Complex fluids: modeling and algorithms*. [s.l.]: Springer International Publishing AG, 2016. p. 65. ISBN 9783319443614.

valores iniciales están lejos de la solución, los métodos de gradiente suelen tener una convergencia muy lenta cerca del mínimo³⁰.

El origen de este algoritmo se remonta al trabajo de Kenneth Levenberg en 1944, quien introdujo la idea de los mínimos cuadrados amortiguados (“damped least squares”). En su propuesta, se planteó modificar las ecuaciones normales del método de mínimos cuadrados linealizados añadiendo un término de amortiguamiento en la diagonal de la matriz del sistema. Este enfoque permite controlar la magnitud de los incrementos de los parámetros, evitando el problema de “sobrepasar” la solución cuando la aproximación lineal no es válida en regiones lejanas al mínimo real. El método de Levenberg garantizaba que, en cada iteración, la suma de los residuos cuadrados disminuyera, lo que lo convertía en una alternativa robusta frente a fallos de convergencia en aplicaciones estadísticas e ingenieriles³¹.

Posteriormente, Donald Marquardt (1963) refinó y popularizó el método, planteando un enfoque que combina las ventajas del método de Gauss-Newton y del descenso por gradiente. Su aporte principal fue el desarrollo de una estrategia adaptativa para el parámetro de amortiguamiento. Con valores grandes de este parámetro, el algoritmo se comporta de manera similar al método de gradiente, favoreciendo la estabilidad desde puntos iniciales alejados de la solución. En cambio, con valores pequeños, se aproxima al método de Gauss-Newton, logrando una rápida convergencia cuando se está cerca del mínimo. De esta forma, el algoritmo de Levenberg-Marquardt puede entenderse como una interpolación dinámica entre ambos métodos, ajustándose a las características de la superficie de error en cada iteración³².

El problema que resuelve el algoritmo de Levenberg-Marquardt es el de mínimos cuadrados no lineales. Se busca ajustar un modelo $f(x, \beta)$ a un conjunto de datos experimentales (x_i, y_i) , encontrando los parámetros $\beta = (\beta_1, \beta_2, \dots, \beta_k)$ que minimizan la función de error:

$$S(\beta) = \sum_{i=1}^n [y_i - f(x_i, \beta)]^2. \quad (8)$$

Este problema no tiene, en general, una solución directa porque $f(x, \beta)$ es no lineal en los parámetros. Para resolverlo, se utilizan métodos iterativos que actualizan los parámetros hasta encontrar el mínimo de $S(\beta)$.

4.4.1 Gauss-Newton y descenso por gradiente

Los dos métodos clásicos son:

4.4.1.1 Método de Gauss-Newton

Linealiza la función alrededor de una aproximación inicial usando el desarrollo de Taylor de primer orden y resuelve el sistema:

$$(J^T J) \Delta \beta = J^T \quad (9)$$

³⁰ MARQUARDT, D. W. An algorithm for least-squares estimation of nonlinear parameters. *Journal of the Society for Industrial and Applied Mathematics*. 1963, vol. 11, nro. 2, pp. 431–432.

³¹ LEVENBERG, Kenneth. A method for the solution of certain non-linear problems in least squares. *Quarterly of Applied Mathematics*. 1944, vol. 2, no. 2, pp. 164-168.

³² MARQUARDT, Op., Cit., pp. 433-441.

donde J es la matriz Jacobiana de los residuos $r = (y - f(x, \beta))$. Este método converge rápido cuando se está cerca de la solución, pero puede divergir si el punto inicial está lejos.

4.4.1.2 Método de descenso por gradiente

Actualiza los parámetros en la dirección del gradiente negativo de $S(\beta)$, es decir:

$$\Delta\beta = -\eta\nabla S(\beta) \quad (10)$$

donde η es el tamaño de paso. Este método es robusto para iniciar desde puntos alejados, pero es muy lento cerca del mínimo. El algoritmo de Levenberg-Marquardt combina ambos métodos en una única formulación:

$$(J^T J + \lambda I)\Delta\beta = J^T r \quad (11)$$

Aquí, λ es un parámetro de amortiguamiento que se ajusta en cada iteración. Si λ es muy grande, el término λI domina y el método se comporta como descenso por gradiente, tomando pasos cortos y seguros. Si λ es muy pequeño, se aproxima al Gauss-Newton, logrando una convergencia más rápida.

De este modo, el LM se adapta: comienza con pasos estables y, al acercarse al mínimo, acelera el proceso adoptando la eficiencia del Gauss-Newton.

4.4.2 Implementación en Matlab

Para ajustes de curva no lineales, MATLAB ofrece la función `lsqcurvefit`, que permite seleccionar explícitamente el algoritmo de Levenberg–Marquardt usando por ejemplo:

Figura 5. Ejemplo `lsqcurvefit` en Matlab

```
options = optimoptions('lsqcurvefit', 'Algorithm', 'levenberg-marquardt');  
[params, resnorm] = lsqcurvefit(modelFun, initialParams, xdata, ydata, lb, ub, options);
```

Fuente: elaboración propia

donde `modelFun` es la función modelo, `initialParams` son los parámetros iniciales, `lb` y `ub` son límites inferiores y superiores, y `resnorm` es la norma residual obtenida. Alternativamente, se puede usar `lsqnonlin` de forma similar:

Figura 6. Ejemplo `lsqnonlin` en Matlab

```
options = optimoptions('lsqnonlin', 'Algorithm', 'levenberg-marquardt');  
[params, resnorm] = lsqnonlin(modelFun, initialParams, lb, ub, options);
```

Fuente: elaboración propia

La diferencia principal entre `lsqcurvefit` y `lsqnonlin` en MATLAB radica en cómo se define el problema de mínimos cuadrados no lineales. `lsqcurvefit` está orientada específicamente al ajuste de modelos a datos experimentales: se le entrega un modelo $f(x, \beta)$, los datos (x_i, y_i) , y automáticamente construye el vector de residuos $r_i = y_i - f(x_i, \beta)$ ³³. En cambio, `lsqnonlin` es más general: el usuario debe definir directamente una función que devuelva el vector de residuos, sin necesidad de trabajar con datos explícitos de entrada/salida³⁴. Por tanto, `lsqcurvefit` resulta más cómoda cuando el objetivo es ajustar una curva o superficie a datos, mientras que `lsqnonlin` es más flexible y adecuada para problemas matemáticos complejos donde el residuo no proviene necesariamente de un ajuste clásico.

4.5 NORMA ASTM D6862

La norma ASTM D6862-11³⁵ es un método de prueba estándar para la resistencia al desgarro (Peel Resistance) de adhesivos a 90 Grados. El propósito de este método es determinar la fuerza de resistencia al desgarro de un enlace adhesivo entre un adherente rígido y uno flexible mediante la aplicación de una fuerza en un ángulo de 90 grados. Las unidades indicadas en el sistema internacional (SI) deben considerarse el estándar. Si no se especifica el grosor, el adherente flexible debe ser de 0.60 mm (0.025 in.) de grosor y el rígido debe ser de 1.60 mm (0.060 in.) de grosor.

El fabricante del adhesivo debe especificar los procedimientos, incluyendo la preparación de las superficies (limpieza, secado, tratamientos especiales), las instrucciones completas de mezcla del adhesivo, las condiciones de aplicación (tasa de extensión o grosor de la película, número de capas), las condiciones de ensamblaje (temperatura ambiente, tiempo), y las condiciones de curado (cantidad de presión, tiempo bajo presión, temperatura). El fabricante también debe prescribir el procedimiento de acondicionamiento antes de la prueba, incluyendo la duración del tiempo y la humedad relativa, a menos que se especifique un procedimiento estándar. Los paneles de prueba deben ser laminados. Se deben probar cuatro especímenes por cada condición de envejecimiento. Las condiciones típicas de envejecimiento para los paneles son 4 h, 24 h, 7 días y 14 días después del ensamblaje.

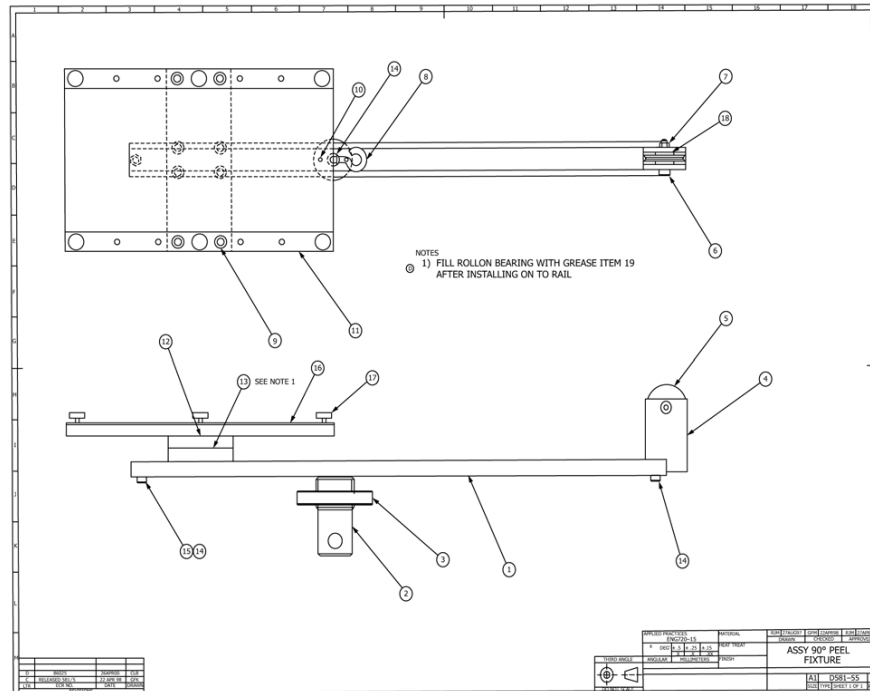
El método de prueba consiste en la separación del adherente flexible del adherente rígido en un ángulo de 90 grados utilizando un accesorio de prueba específico (ver figura 7). El equipo de prueba debe ser una máquina con capacidad de Tasa Constante de Extensión (CRE) y tener un rango de velocidad de cabezal de 12 mm/min (0.5 in/min) a 254 mm/min (10 in/min). El accesorio de prueba clave consiste en una plataforma que se mueve horizontalmente a la misma velocidad que el cabezal se mueve verticalmente para mantener el ángulo de 90 grados. La velocidad estándar de separación del cabezal es de 254 mm/min (10 in/min). Es necesario registrar la carga sobre una longitud de separación de la línea de unión de al menos 76 mm (3 in.), sin considerar los primeros 25 mm (1 in.) de separación. Si la placa de respaldo se dobla o se distorsiona durante la prueba, se recomienda rediseñar el espécimen para asegurar una separación uniforme.

³³ LSQCURVEFIT - Solve nonlinear curve-fitting (data-fitting) problems in least-squares sense - MATLAB [Anónimo]. MathWorks [página web]. [Consultado 28 agosto 2025]. Disponible en: <http://la.mathworks.com/help/optim/ug/lsqcurvefit.html>.

³⁴ LSQNONLIN - Solve nonlinear least-squares (nonlinear data-fitting) problems - MATLAB [Anónimo]. MathWorks [página web]. [Consultado 28 agosto 2025]. Disponible en: <https://la.mathworks.com/help/optim/ug/lsqnonlin.html>.

³⁵ AMERICAN SOCIETY FOR TESTING AND MATERIALS. ASTM D6862-11. 2021. 6 p.

Figura 7. Ejemplo de accesorio para la prueba



Fuente: AMERICAN SOCIETY FOR TESTING AND MATERIALS. ASTM D6862-11. 2021. p. 2.

Para el cálculo, se debe determinar la resistencia promedio al desgarro expresada en kilonewtons por metro de ancho del espécimen. El informe de prueba debe incluir la identificación completa del adhesivo y los adherentes, la descripción del proceso de unión (incluyendo el grosor de la línea de pegamento, la presión y el tiempo de prensado, y las condiciones de curado), el procedimiento de acondicionamiento antes de la prueba, la temperatura de prueba y la tasa de separación del cabezal, y los valores de carga promedio, máximo y mínimo de resistencia a la separación para cada espécimen. Además, se debe reportar el tipo de fallo para cada espécimen individual. La precisión de la prueba está en función de las propiedades de la línea de unión curada, la norma proporciona información de pruebas en materiales como alfombra y tela unidos a madera contrachapada a velocidades de entre 25 mm/min a 250 mm/min para ejemplificar la ya nombrada precisión del método de prueba.

5. METODOLOGIA

5.1 INVESTIGACIÓN

La revisión bibliográfica realizada para este trabajo permitió reunir y analizar investigaciones sobre el fenómeno del desgarro en adhesivos y su modelado. Con el fin de organizar la información, se estructuró en tres temas principales: primero, se examinan los aportes sobre materiales viscoelásticos, destacando sus propiedades y comportamientos bajo cargas dinámicas; en segundo lugar, se presentan los distintos modelos matemáticos desarrollados en la literatura para describir y predecir el proceso de desgarro; y finalmente, se aborda la correlación entre los parámetros del sistema y las propiedades mecánicas, lo que permite relacionar variables experimentales como velocidad, esfuerzo o energía con el desempeño real de los adhesivos.

5.1.1 Materiales viscoelásticos

La literatura consultada muestra que la viscoelasticidad es un aspecto central en el estudio de materiales poliméricos y adhesivos. Diferentes investigaciones coinciden en que esta propiedad influye directamente en fenómenos como la disipación de energía, la resistencia a la fatiga y la evolución del daño, lo que la convierte en un factor para comprender y predecir el comportamiento mecánico de estos materiales en diversas aplicaciones, como se muestra a continuación:

El trabajo de C. Zhang *et al.*³⁶ aborda el daño por fatiga en materiales compuestos de matriz polimérica y, de manera implícita, considera la viscoelasticidad a través de la "energía de histéresis" en los cálculos de aumento de temperatura para la evaluación del daño. Además, en su estudio de materiales compuestos, mencionan un coeficiente de viscosidad para la matriz del material, resaltando la importancia de estas propiedades en la predicción del comportamiento a la fatiga.

Mastropasqua *et al.*³⁷ se enfocan directamente en la adhesión y fricción en contactos rugosos viscoelásticos. Como señalan, los polímeros son generalmente blandos y exhiben viscoelasticidad, lo que hace que el sistema sea no conservativo y fundamental para el comportamiento del contacto. Los autores introducen un formalismo que incluye el efecto de la adhesión de rango infinitamente corto, generalizando el balance de energía local en los bordes de contacto. Su investigación analiza cómo los efectos viscoelásticos pueden dividirse cualitativamente en escalas grandes (gobernadas por el tamaño de los puntos de contacto) y escalas pequeñas (relacionadas con los cuellos adhesivos), influenciando la disipación de energía y el coeficiente de fricción.

³⁶ ZHANG, Cong, *et al.* The relationship between the self-heating behavior and damage mechanism of carbon fiber/epoxy composites subjected to random vibration fatigue. *International Journal of Fatigue* [en línea]. Julio, 2025. vol. 201. 17 p. [consultado 1 agosto 2025]. ISSN 0142-1123. DOI: 10.1016/j.ijfatigue.2025.109203.

³⁷ MASTROPASQUA, Michele, *et al.* Adhesion and Friction in Viscoelastic Rough Contacts. *Tribology International* [en línea]. 2025, vol. 213, nro. 111000. pp. 1-6. [consultado 1 agosto 2025]. DOI: 10.1016/j.triboint.2025.111000.

S. Xu *et al.*³⁸ integran la goma viscoelástica en el diseño de metamateriales acústicos híbridos (HAMs) mediante optimización topológica multi-material (busca la distribución óptima de dos materiales, viscoelástico y elástico). Como detallan, la goma viscoelástica exhibe un gran módulo de pérdida (disipación de energía o amortiguación) y un módulo de almacenamiento (rigidez o energía elástica almacenada) más bajo, propiedades que son cruciales para el rendimiento de los HAMs. Para caracterizar estas propiedades, utilizan un analizador mecánico dinámico (DMA) para medir el módulo de Young dinámico y el factor de pérdida, y emplean la ecuación de WLF (Williams–Landel–Ferry) para deducir la variación del módulo de Young complejo con la frecuencia.

En el estudio de Pang *et al.*³⁹ abordan la predicción de fallas mecánicas en materiales compuestos reforzados con fibras cortas (SFRPs), donde la microestructura anisotrópica está incrustada en una matriz polimérica inelástica (viscoelástica-viscoplástica). Estos autores señalan que el daño inicial a nivel microestructural se acomoda mediante la deformación viscoelástica-viscoplástica, lo que subraya la importancia de este comportamiento en la evolución progresiva del daño hasta la falla final de los SFRPs.

Rodriguez *et al.*⁴⁰ abordan la predicción de la fatiga viscoelástica de polímeros bajo cargas cíclicas utilizando un enfoque de simulación reducida basado en un método multiescala temporal (separa el tiempo en macro-tiempo y micro-tiempo) y la descomposición generalizada propia (PGD). Como describen, la evolución de las variables internas, que representan los fenómenos disipativos (disipación de energía), está fuertemente acoplada con una ecuación de equilibrio global. La especificidad de estas ecuaciones está relacionada con el tiempo de relajación de cada variable interna, lo que permite definir el espectro de distribución de los pesos vinculados a las fluctuaciones atómicas de salto en el polímero.

5.1.2 Modelos matemáticos

En la literatura, el desarrollo de modelos matemáticos ha sido fundamental para describir el fenómeno del desgarro. Estos enfoques, que van desde formulaciones analíticas hasta simulaciones numéricas, buscan representar la interacción entre el adhesivo, el adherente rígido y la interfaz de unión (adherente flexible). A través de distintos marcos teóricos y computacionales, se ha logrado establecer relaciones entre variables como el ángulo, la velocidad y la energía de separación o desgarro, consolidando al modelado matemático como una herramienta esencial para el estudio de adhesivos y materiales viscoelásticos. En este apartado se presentan algunas de las principales contribuciones encontradas:

³⁸ XU, Shengsen, *et al.* Inverse Design of Hydroacoustic Absorbing Metastructures via Incorporating Multi-Material Topology Optimization into Semi-Analytical Method. *Applied Mathematical Modelling* [en línea]. 2025, vol. 148, nro. 116265. pp. 12-22. [consultado 1 agosto 2025]. DOI: 10.1016/j.apm.2025.116265.

³⁹ PANG, Hyonwoo, *et al.* Predicting Mechanical Failure of Short Fiber-Reinforced Composites Using Progressive Damage Accumulation in a Two-Step Homogenization Approach. *Composites. Part A, Applied Science and Manufacturing* [en línea]. 2025, vol. 199, nro. 109186. pp. 7-14. [consultado 13 agosto 2025]. DOI: 10.1016/j.compositesa.2025.109186.

⁴⁰ RODRIGUEZ, Sebastian, *et al.* A Reduced Simulation Applied to Viscoelastic Fatigue of Polymers Using a Time Multi-Scale Approach Based on Partition of Unity Method. *Advanced Modeling and Simulation in Engineering Sciences* [en línea]. 2025, vol. 12, nro. 1. pp. 5-15. [consultado 13 agosto 2025]. DOI: 10.1186/s40323-025-00294-6.

Laurent Ponson⁴¹ estudió teóricamente el comportamiento de desgarro de adhesivos, describiéndolos como láminas delgadas de Föppl-Von Karman (modelo de placa no lineal) para capturar la interacción entre los modos de deformación por estiramiento y flexión. Su modelo proporciona un marco unificado para predecir la resistencia y la forma de adhesivos homogéneos, extendiendo los modelos clásicos de Rivlin y Kendall. Descubrió que la elasticidad del frente de adhesión depende del ángulo de desgarro, lo que influye en la estabilidad y la tenacidad efectiva de adhesivos heterogéneos. Para ángulos de desgarro grandes, el modo de flexión domina, resultando en una fuerza de desgarro que escala linealmente con la energía de adhesión y disminuye con el ángulo. Para ángulos pequeños, el modo de estiramiento es predominante, y la resistencia al desgarro tiende a un valor constante que varía con la raíz cuadrada de la energía de adhesión, el módulo de Young del adhesivo y su espesor, coincidiendo con las predicciones de Kendall para ángulos cercanos a cero. El modelo es preciso para ángulos de desgarro pequeños, típicamente menores a 35°.

En su trabajo Xuebo Yuan⁴² realizó una investigación sobre la mecánica de desgarro de nanofilms flexibles adheridos a un adherente rígido planar a través de interacciones de van der Waals (vdW). Para ello, desarrolló un modelo de mecánica de medios continuos de gran deformación utilizando el principio de mínima energía potencial y el método variacional de energía⁴³, el cual se enfocó inicialmente en el desgarro vertical de nanofilms inestensibles. Este modelo fue validado mediante simulaciones de dinámica molecular (MD) y logró predecir con precisión todo el proceso de desgarro, abarcando las etapas iniciales, transitoria, de estado estacionario y de desprendimiento, mostrando una buena concordancia en la fuerza de desgarro, las configuraciones del film y los cambios de energía con los resultados de MD. Además, se obtuvieron soluciones analíticas para la fuerza y la rigidez de desgarro en la etapa inicial, lo que, junto con la consistencia con las simulaciones de MD, validó la aplicabilidad de los parámetros del modelo y la suposición de inestensibilidad para el análisis de diversos nanofilms bidimensionales.

Hanbin Yin *et al.*⁴⁴ establecieron un modelo de desgarro teórico para sistemas de película-sustrato de doble interfaz utilizado en la tecnología de impresión por transferencia. Este modelo considera ángulos de desgarro arbitrarios y la escala finita del dispositivo (el objeto que se transfiere), a diferencia de investigaciones previas que solo se centraban en las características interfaciales. Se derivó una solución analítica para la longitud de la zona cohesiva (el área donde la película todavía está unida antes de separarse), mostrándola como una función del ángulo de desgarro, la rigidez a la flexión de la película y las propiedades interfaciales (tenacidad y esfuerzo máximo). El modelo predice que aumentar la rigidez a la flexión de la película, disminuir el ángulo de desgarro y reducir la escala del dispositivo favorece la fractura

⁴¹ PONSON, Laurent. From Bending to Stretching Driven Peeling of Heterogeneous Adhesives. *Journal of the Mechanics and Physics of Solids* [en línea]. 2025, vol. 202, nro. 106165. pp. 3-13. [consultado 16 agosto 2025] DOI: 10.1016/j.jmps.2025.106165.

⁴² YUAN, Xuebo. Angle-Dependent Peeling Behavior of Compliant Nanofilms on Planar Substrates. *International Journal of Solids and Structures* [en línea]. 2025, vol. 316, nro. 113380. pp. 5-13. [consultado 20 agosto 2025] DOI: 10.1016/j.ijsolstr.2025.113380.

⁴³ YUAN, Xuebo, *et al.* The Peeling Behavior of Compliant Nano-Films in Adhesive Contact with a Planar Rigid Substrate: Insights from Molecular Dynamics and Continuum Mechanics. *Thin-Walled Structures* [en línea]. 2024, vol. 204, nro. 112272, pp. 9-13. [consultado 20 agosto 2025]. DOI: 10.1016/j.tws.2024.112272.

⁴⁴ YIN, Hanbin, *et al.* Interfacial Competing Fracture in Peeling of Bi-Interface Film-Substrate System. *Journal of the Mechanics and Physics of Solids* [en línea]. 2025, vol. 203, nro. 106216, pp. 8-17. [consultado 20 agosto 2025]. DOI: 10.1016/j.jmps.2025.106216.

en el interfaz dispositivo/sustrato, mientras que las condiciones opuestas favorecen la fractura en la interfaz película/dispositivo. Los hallazgos teóricos fueron validados mediante simulaciones de elementos finitos y métodos experimentales. El modelo utiliza el Modelo de Zona Cohesiva (CZM) tipo Dugdale para caracterizar el esfuerzo interfacial, que es una técnica de la mecánica de la fractura que simplifica la interacción entre la película y el sustrato en la zona de desprendimiento. Para el análisis, se asume una deformación pequeña dentro de la zona cohesiva (donde los cambios de forma son mínimos) y grandes rotaciones fuera de ella para el brazo de desgarro (donde la película puede doblarse y girar significativamente).

Ahmad Barzkar y Hojatollah Adibi⁴⁵ propusieron una forma generalizada del modelo de Kelvin-Voigt de viscoelasticidad que unifica las ecuaciones de Navier-Lame (para sólidos) y Navier-Stokes (para fluidos). Este modelo introduce un nuevo concepto de viscoelasticidad donde todo material posee propiedades tanto sólidas como fluidas, dependiendo de los parámetros de viscosidad, y es particularmente relevante para materiales blandos y cuando los efectos dependientes del tiempo no pueden ser ignorados. Permite el estudio de la propagación de perturbaciones del esfuerzo, pulsos y ondas en sólidos y fluidos dentro de un marco único. Para lograr esto, generalizaron la ley de Hooke y extendieron las ecuaciones constitutivas de los sólidos elásticos lineales. Luego, combinaron estas ecuaciones generalizadas con las leyes de conservación para derivar una forma generalizada de la ecuación de Navier-Lame. Al comparar esta ecuación con las ecuaciones de Navier-Stokes, demostraron que su ecuación unificada puede describir los desplazamientos de partículas tanto en sólidos como en fluidos y materiales con propiedades de ambos, aplicándose a todos los materiales viscoelásticos.

A. Serra-Aguila *et al.*⁴⁶ presentaron un conjunto completo de fórmulas explícitas de interconversión entre los modelos generalizados de Kelvin-Voigt (GKV) y Maxwell (GM), de primer y segundo orden, incluyendo coeficientes de relajación y fluencia. Estos modelos son herramientas matemáticas que describen cómo los materiales exhiben propiedades tanto elásticas (como un resorte) como viscosas (como un líquido que fluye), y son ampliamente utilizados, basándose en series de Prony (una forma matemática de representar funciones) para ajustar las funciones de fluencia y relajación. Su investigación destaca que cada modelo GM tiene un modelo GKV equivalente, lo que facilita a los ingenieros la traducción de parámetros entre estos modelos en simuladores computacionales que a menudo solo implementan combinaciones específicas de resortes y amortiguadores.

Jeong Hee, Daejong y Seungman⁴⁷ realizaron la primera validación experimental de las fórmulas de interconversión entre los modelos GKV y GM de segundo orden, utilizando datos de relajación de fuerza de tejidos de melanoma humano. Compararon dos enfoques: una estimación indirecta (convirtiendo parámetros GM a GKV) y una estimación directa (ajustando directamente los datos a GKV), revelando que no hubo diferencias significativas en las

⁴⁵ BARZKAR, Ahmad, y HOJATOLLAH, Adibi. On the Propagation of Longitudinal Stress Waves in Solids and Fluids by Unifying the Navier-Lame and Navier-Stokes Equations. *Mathematical Problems in Engineering* [en línea]. 2015, vol. 2015, pp. 1–9. [consultado 23 agosto 2025]. DOI: 10.1155/2015/789238.

⁴⁶ SERRA-AGUILA, A., et al. Viscoelastic Models Revisited: Characteristics and Interconversion Formulas for Generalized Kelvin–Voigt and Maxwell Models. *Acta Mechanica Sinica* [en línea]. 15, octubre, 2019. vol. 35, nro. 6, 2019, pp. 1191–1209. [consultado 23 agosto 2025]. DOI: 10.1007/s10409-019-00895-6.

⁴⁷ KIM, Jeong Hee; YANG, Daejong y PARK, Seungman. Experimental validation for the interconversion between generalized Kelvin–Voigt and Maxwell models using human skin tissues. *Journal of Biomechanics* [en línea]. Diciembre, 2023. pp. 1-6. [Consultado 27 agosto 2025]. DOI: 10.1016/j.jbiomech.2023.111908.

propiedades viscoelásticas estimadas (elásticas y viscosas) entre ambos métodos ni entre pacientes. Para sus estudios, emplearon un modelo de Prony de 2 términos (compuesto por 5 elementos) para ambos modelos GM y GKV, considerándolo el más adecuado para describir el comportamiento viscoelástico de tejidos biológicos.

Y. Xiang *et al.*⁴⁸ presentaron una revisión sobre la mecánica del desgarro de adhesivos de sustratos blandos, examinando tanto análisis basados en energía como en esfuerzo. El modelo principal representa una cinta delgada con una capa adhesiva como una viga flexible. El análisis de energía incluye la energía de deformación de la cinta, la energía cinética, la energía disipada por deslizamiento interfacial y la energía de fractura en la interfaz. Para sustratos con pequeñas deformaciones, se aplica la teoría de vigas de Euler-Bernoulli, mientras que para deformaciones significativas, se emplea la teoría de grandes deflexiones. La revisión también discute la influencia de factores como el ángulo de desgarro, el trabajo de adhesión, la velocidad de desgarro, la predeformación, la fricción y la rigidez de la película. Señalan que, aunque muchas teorías simplifican los materiales a elásticos lineales, las propiedades viscoelásticas del adhesivo son un factor crucial en el comportamiento real del desgarro.

Idris, Anthony J. y Maria N.⁴⁹ realizaron simulaciones de desgarro por elementos finitos (FE) para parches farmacéuticos que utilizan un adhesivo sensible a la presión (PSA) acrílico. Modelaron la membrana de respaldo como un material elastoplástico con ley de potencia (relación no lineal entre esfuerzo y la deformación) y el PSA como un material viscoelástico, utilizando un Modelo de Zona Cohesiva (CZM) con una ley de tracción-separación bilineal para describir las propiedades interfaciales. Los parámetros del CZM dependientes de la tasa (energía de fractura y esfuerzo máximo) se obtuvieron directamente de pruebas de adherencia de sonda. Los resultados numéricos de las simulaciones CZM/FE coincidieron bien con los valores experimentales de las fuerzas de desgarro en función del ángulo, la velocidad y el espesor del PSA.

Raymond H. Plaut y Jennifer L. Ritchie⁵⁰ desarrollaron soluciones analíticas para el desgarro utilizando un modelo de viga sobre cimentación y una zona cohesiva. En su formulación, la cinta de desgarro se modela como una viga elástica y el adhesivo como una cimentación elástica (distribución de resortes normales y de cizallamiento). Aplicaron leyes de tracción trapezoidales (que incluyen comportamiento elástico, perfectamente plástico y de daño) para describir la relación tensión-separación en la zona cohesiva para casos de Modo I (esfuerzo de cizallamiento despreciable), Modo II (esfuerzo normal despreciable) y casos de modo mixto. Su objetivo era obtener soluciones analíticas que satisficieran la condición de esfuerzo de cizallamiento cero en el frente de desgarro, así como la reducción a cero del esfuerzo normal, modelando el comportamiento cuando la fibrilación causa estas condiciones.

⁴⁸ XIANG, Yuhai, et al. Mechanics of peeling adhesives from soft substrates: a review. *Journal of Applied Mechanics* [en línea]. 26, noviembre, 2024. pp. 1-19. [Consultado 28 agosto 2025]. DOI: 10.1115/1.4067252.

⁴⁹ MOHAMMED, Idris K.; KINLOCH, Anthony J. y CHARALAMBIDES, Maria N. Modelling the peeling behavior of soft adhesives. *Procedia Structural Integrity* [en línea]. 2016, vol. 2, pp. 326-333. [consultado 28 agosto 2025]. DOI: 10.1016/j.prostr.2016.06.042.

⁵⁰ PLAUT, Raymond H. y RITCHIE, Jennifer L. Analytical solutions for peeling using beam-on-foundation model and cohesive zone. *The Journal of Adhesion* [en línea]. Abril, 2004. vol. 80, nro. 4, pp. 313-331. [consultado 28 agosto 2025]. DOI: 10.1080/00218460490445832.

5.1.3 Correlación entre los parámetros del sistema y las propiedades mecánicas

En el ámbito del desgarro, numerosos estudios se han enfocado en la relación entre los parámetros del sistema y las propiedades mecánicas que gobiernan la resistencia y la estabilidad de la unión adhesiva. Factores como la rigidez de los materiales, la relación de módulos entre película o adherente flexible y sustrato, la presencia de tensiones térmicas, la microestructura del material o el número de capas en laminados se han identificado como determinantes en la fuerza y la energía de desgarro. A continuación, se muestran los más relevantes:

Ting-Ting Wang, Yi-Ran Li y Gan-Yun Huang⁵¹ propusieron un modelo mecánico para el comportamiento de desgarro de una película de longitud finita unida a un sustrato elástico. En su formulación, la película se considera como una viga elástica y se tiene en cuenta la rotación de la raíz (ángulo de giro) en el límite entre las porciones despegadas y adheridas. Los resultados numéricos demostraron efectos significativos de parámetros como la rotación de la raíz, la relación entre los módulos de Young de la película y el sustrato, y la relación de aspecto de la película en los factores de intensidad de tensión utilizados para medir las tracciones interfaciales. Su objetivo era establecer expresiones empíricas para los factores de intensidad de tensión y una expresión para estimar la fuerza de desgarro en relación con dichos parámetros, lo que puede ser útil para caracterizar el comportamiento de desgarro de los sistemas película-sustrato.

H.F. Zhao, M. Chen y Y. Jin⁵² realizaron mediciones de prueba de desgarro y análisis inverso (un método matemático que utiliza los resultados medidos y simulaciones para determinar propiedades de los materiales que no se pueden medir directamente) para determinar los parámetros mecánicos interfaciales de un sistema de película metálica/cerámica con una capa adhesiva de epoxi. En su formulación, utilizaron un modelo de elementos finitos (FE) con elementos de zona cohesiva para simular el proceso de desgarro y las predicciones de esta simulación se utilizaron como datos de entrenamiento para una red neuronal en el análisis inverso. Su objetivo era determinar la energía cohesiva interfacial (G_0) y la resistencia a la separación (σ) basándose en el análisis inverso y los resultados experimentales de desgarro, encontrando que G_0 y σ pueden considerarse parámetros interfaciales intrínsecos independientes del espesor de la película y del ángulo de desgarro.

Ole Øystein Knudsen, *et al.*⁵³ investigaron la formación de la tensión interna y otras propiedades mecánicas de las películas de pintura que pueden afectar el agrietamiento y el descascarillado, como la resistencia a la fractura y la flexibilidad. En su formulación, estudiaron el esfuerzo interno mediante el método de desviación de la viga (una técnica experimental donde se recubre una tira delgada de material y se mide su flexión para cuantificar la tensión interna en el recubrimiento) y las propiedades mecánicas (módulo de Young, resistencia a la

⁵¹ WANG, Ting-Ting; LI, Yi-Ran y HUANG, Gan-Yun. Effect of substrate deformation and bonding length on the peeling behavior. *International Journal of Solids and Structures* [en línea]. Abril, 2023. pp. 4-10. [Consultado 1 septiembre 2025]. DOI: 10.1016/j.ijsolstr.2023.112241.

⁵² ZHAO, H. F.; CHEN, M. y JIN, Y. Determination of interfacial properties between metal film and ceramic substrate with an adhesive layer. *Materials & Design* [en línea]. Enero, 2009. vol. 30, nro. 1, pp. 154-159. [Consultado 1 septiembre 2025]. DOI: 10.1016/j.matdes.2008.04.035.

⁵³ KNUDSEN, Ole Øystein, et al. Internal stress and mechanical properties of paint films. *Corrosion 2007* [en línea] (11-15, marzo, 2007: Nashville, TN). [s.l.]: NACE International, 2007. pp. 1-9. [consultado 1 septiembre 2025]. DOI: 10.5006/c2007-07003.

tracción y alargamiento a la fractura) mediante pruebas de tracción de películas libres. Su objetivo era comprender el papel de estos factores en la degradación de los recubrimientos, concluyendo que el esfuerzo interno y la flexibilidad de las películas de pintura pueden ser importantes, pero la adhesión es probablemente el parámetro más crucial.

Zhi-Wen Gao, Kang Yong Lee y You-He Zhou⁵⁴ presentaron un análisis termo-mecánico para calcular el esfuerzo de desgarro de un superconductor de alta temperatura (HTS) no homogéneo cuando la temperatura disminuye de las condiciones ambiente a las de operación (temperaturas criogénicas). En su formulación, obtuvieron los valores de las propiedades del material (módulo de Young, conductividad térmica, coeficiente de expansión térmica) ajustando un polinomio de segundo orden a los datos experimentales, asumiendo que estas propiedades varían con la altura y la temperatura. Utilizaron el método de elementos finitos graduados propuesto para resolver numéricamente las ecuaciones termo-mecánicas acopladas, investigando los efectos de diferentes sustratos. Su objetivo era predecir la ubicación del esfuerzo máximo de desgarro, mostrando que los esfuerzos térmicos generados en el HTS no homogéneo son mayores en un sustrato de SiTiO_3 que en uno de MgO , y que estos esfuerzos pueden inducir un comportamiento de fractura en la interfaz.

Mohammad Heydari Vini y Mohammad Sedighi⁵⁵ estudiaron la microestructura y las propiedades mecánicas de laminados compuestos bimetálicos AA1050/AA5083 (materiales formados por la unión de dos aleaciones de aluminio diferentes) producidos mediante laminación por acumulación (ARB). En su formulación, utilizaron el proceso ARB en el que láminas de aluminio se unen por laminación en capas alternas (en un tipo de “sándwich”), y luego caracterizaron los materiales con diferentes números de capas (2, 4, 8, 16 y 32) mediante ensayos de tracción y desgarro. Su objetivo era investigar cómo el número de capas afectaba propiedades como la resistencia a la tracción, la tenacidad, el alargamiento y, crucialmente, la resistencia al desgarro entre las capas, encontrando que la resistencia al desgarro aumentaba con el número de capas hasta ocho, para luego disminuir ligeramente.

K-S. Kim y N. Aravas⁵⁶ presentaron un análisis teórico del desgarro de una película elastoplástica delgada unida a un sustrato elástico. En su formulación, derivaron la relación momento-curvatura para la flexión pura de una viga elastoplástica en condiciones de deformación plana y utilizaron la teoría de vigas esbeltas para analizar la deformación del adherente antes de la propagación de la grieta. Además, emplearon el análisis de elementos finitos de grandes deformaciones para estudiar en detalle los campos de esfuerzo y deformación cerca de la punta de una grieta interfacial estacionaria. Su objetivo era proporcionar un método para el cálculo del gasto de trabajo durante el desgarro elastoplástico en estado estacionario y relacionar la fuerza de desgarro medida experimentalmente con la energía específica de fractura mediante un balance energético.

⁵⁴ GAO, Zhi-Wen; LEE, Kang Yong y ZHOU, You-He. Peeling stress analysis for an inhomogeneous high-Tc superconductor with a discontinuous interface at the substrate. *Physica C: Superconductivity* [en línea]. Febrero, 2011. vol. 471, nro. 3-4, pp. 55-61. [consultado 1 septiembre 2025]. DOI: 10.1016/j.physc.2010.12.004.

⁵⁵ HEYDARI VINI, M. y SEDIGHI, M. Mechanical properties and bond strength of bimetallic AA1050/AA5083 laminates fabricated by warm-accumulative roll bonding. *Canadian Metallurgical Quarterly* [en línea]. 21, noviembre, 2017. vol. 57, nro. 2, pp. 160-167. [consultado 2 septiembre 2025]. DOI: 10.1080/00084433.2017.1405539.

⁵⁶ KIM, K.-S. y ARAVAS, N. Elastoplastic analysis of the peel test. *International Journal of Solids and Structures* [en línea]. 1988. vol. 24, nro. 4, pp. 417-435. [consultado 2 septiembre 2025]. DOI: 10.1016/0020-7683(88)90071-6.

Xuemei You, Haifeng Zhao y Yueguang Wei⁵⁷ realizaron mediciones y simulaciones de pruebas de desgarro para determinar los parámetros mecánicos interfaciales de un sistema Al/Epoxi/Al₂O₃. En su formulación, emplearon un modelo de elementos finitos (FE) de deformación plana con elementos de zona cohesiva para identificar la tenacidad a la fractura interfacial (Γ_0) y la resistencia a la separación (σ), utilizando curvas experimentales de esfuerzo-deformación de los adhesivos para obtener la resistencia cohesiva. Su objetivo era determinar estos parámetros intrínsecos de la interfaz, validando que Γ_0 y σ son independientes del espesor de la película y del ángulo de desgarro, pero dependen del espesor de la capa adhesiva, lo que demuestra la capacidad del modelo FE para capturar las características del desgarro en estado estacionario.

5.2 EXPERIMENTACIÓN

La forma más adecuada de obtener datos para el análisis de las propiedades en materiales adhesivos es mediante la ejecución de ensayos de desgarro. Para este caso se realizaron ensayos de desgarro a 90 grados, de acuerdo con la norma ASTM D6862. En la siguiente sección se presentan las herramientas utilizadas, la preparación de las muestras y la forma de ejecutar dicho ensayo.

5.2.1 Caracterización de las herramientas usadas

5.2.1.1 Máquina universal de ensayos (MTS)

La máquina universal de ensayos (MTS) es una máquina diseñada para ejercer fuerzas a diversos materiales mediante ensayos de tracción, compresión, flexión, entre otros, con el fin de conocer las propiedades mecánicas de dicho material. Al ser capaz de realizar múltiples ensayos se le da la cualidad de “universal” y es utilizada para caracterizar y validar las propiedades mecánicas de los materiales cumpliendo con diferentes estándares de calidad.

Figura 8. Máquina universal de ensayos MTS



Fuente: elaboración propia

⁵⁷ YOU, Xuemei; ZHAO, Haifeng y WEI, Yueguang. Determination of Interfacial Mechanical Parameters for an Al/Epoxy/Al₂O₃ System by Using Peel Test Simulations. *Acta Mechanica Solida Sinica* [en línea]. Junio, 2008. vol. 21, nro. 3, pp. 198-206. [consultado 2 septiembre 2025]. DOI: 10.1007/s10338-008-0823-4.

Tabla 1. Especificaciones técnicas de la máquina.

Ítem	Unidades	Valor
Capacidad de fuerza	kN	25
Rangos disponibles del actuador	kN	15
Carrera dinámica del actuador	mm	150
Espacio vertical mínimo de ensayo	mm	144
Espacio vertical máximo de ensayo	mm	827
Altura de trabajo	mm	230
Peso de la máquina	kg	248
Resolución	N	0.5

Fuente: MTS SYSTEMS CORPORATION. *MTS Bionix® Tabletop Test Systems: Model 370.02 Load Frames*. Eden Prairie, MN: MTS Systems Corporation, 2017. 12 p.

Uno de los sistemas de la máquina universal de ensayos es el software de visualización, el cual mediante una computadora y un panel permiten inicializar el ensayo y observar mediante un gráfico como el de la figura 9, como va desarrollándose la prueba.

Figura 9. Panel de visualización



Fuente: elaboración propia.

5.2.1.2 Soporte para ensayos de desgarro

El desarrollo del soporte para la realización de ensayos de desgarro fue hecho en el trabajo de grado presentado por Juan Manuel Bonilla Correa y Sebastián Campo Bello⁵⁸ donde se buscaba adaptar en la máquina universal de ensayos la forma de hacer este tipo de pruebas, esto derivó en la creación de la base que se muestran en la figura 10.

⁵⁸ BONILLA CORREA, Juan Manuel y CAMPO BELLO, Sebastián. Análisis de propiedades mecánicas de desgarro de un adhesivo epóxico con diferentes concentraciones de lignina. Trabajo de Grado. Bucaramanga: Universidad Industrial de Santander, 2024. pp. 25-52.

Figura 10. Base para pruebas de desgarro



Fuente: elaboración propia

El accesorio está estructurado en subsistemas, incluyendo el bastidor (en forma de U y soldado a escuadra, reforzado internamente con varillas de 4.76 mm de diámetro), el subsistema de desplazamiento (una placa deslizante de acero A36 que sujeta la lámina porta-cintas con tornillos cabeza de botón), y los subsistemas de tensión superior e inferior, que mediante poleas y guayas brindan el avance constante a la placa durante los ensayos. La fase de construcción en el trabajo de los autores ya nombrados incluyó la fabricación del bastidor a partir de placas de acero A36 calibre 18 unidas con soldadura 6013, la instalación de rodamientos y poleas para el deslizamiento, y tanto el taladrado como el roscado de la placa deslizante para asegurar la lámina porta-cintas. Los análisis de simulación de esfuerzos estáticos confirmaron que las tensiones máximas generadas están muy por debajo del límite elástico del acero A36 (250 MPa), asegurando la durabilidad y seguridad del diseño.

5.2.2 Preparación y montaje de las muestras

Se utilizaron 32 laminas de acero galvanizado (adherente rígido o sustrato) donde se aplicó (10 cm) la cinta doble faz vhb 4910 (adhesivo) con una lámina de papel opalina de alto gramaje (adherente flexible) en la otra cara. Esta elección de sustrato se debe a que en el boletín técnico de 3M⁵⁹, el acero corresponde a un sustrato ideal que no requiere el uso de imprimadores (líquido químico que se aplica a una superficie para crear una película superficial que sea más compatible con el adhesivo) para lograr una unión fuerte, garantizando una adhesión inicial apropiada.

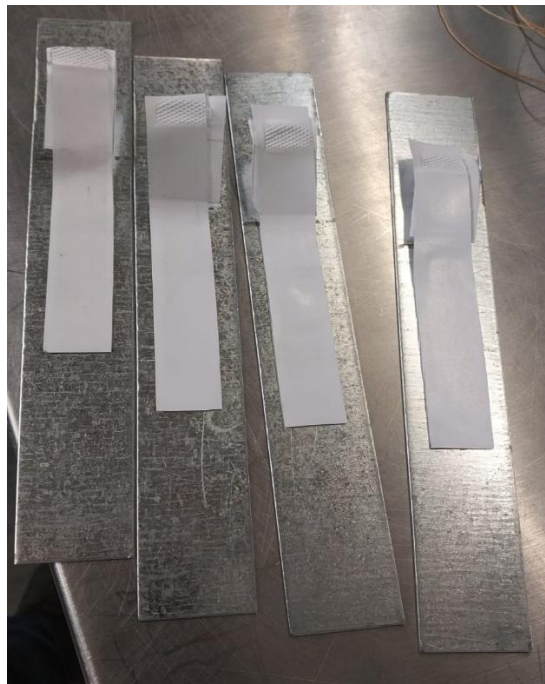
Por otro lado, la elección del papel opalina se basa en sus propiedades estructurales. Al ser una red de fibras de celulosa cuya estructura microscópica proporciona un buen anclaje mecánico para el adhesivo, asegura una unión fuerte en la cara de la cinta forzando la falla en la interfaz adhesivo-acero. Por otro lado, la metodología del ensayo requiere un respaldo que

⁵⁹ 3M. INDUSTRIAL ADHESIVES AND TAPES DIVISION. *Surface preparation for 3M™ VHB™ Tape applications: Technical Bulletin*. [en línea]. St. Paul, MN: 3M Company, 2017. 4 p. Disponible en: <https://multimedia.3m.com/mws/media/660190/vhb-tm-tape-surface-preparation-technical-bulletin.pdf>

sea inextensible en comparación con el adhesivo. Este papel cumple con esa función, la literatura reporta un módulo de Young para el papel de aproximadamente 5 Gpa⁶⁰, mientras que el de la cinta VHB es de solo 0,45 Mpa⁶¹ 10000 veces más rígido que el adhesivo, por lo tanto, siendo útil como soporte flexible que asegura que la fractura ocurra en la interfaz adhesivo-sustrato.

De acuerdo con la norma ASTM D6862 se usó cuatro tiempos de envejecimiento (4 horas, 1 día, 7 días y 14 días) y se escogieron cuatro velocidades del en el rango ensayo permitido. Además, la norma pide que se hagan 4 pruebas de cada condición por lo tanto la cantidad de pruebas realizadas son: 4 tiempos de envejecimiento x 4 velocidades x 4 pruebas = 64 ensayos por cada tanda experimental. En la figura 11 se muestran algunas de estas muestras.

Figura 11. Ejemplo de las probetas utilizadas



Fuente: elaboración propia

5.2.3 Ejecución del ensayo

Como se explicó anteriormente, se realizaron tandas de 64 pruebas variando los tiempos de envejecimiento y la velocidad de ensayo. Para cada caso, las probetas se montaron en la máquina universal de ensayos siguiendo las especificaciones de la norma ASTM D6862, asegurando una correcta alineación de los extremos para evitar cargas excéntricas. Las velocidades de desgarro seleccionadas fueron de 20, 90, 160 y 254 mm/min, dentro del rango establecido por la norma. Durante la ejecución se controlaron tanto la velocidad de desplazamiento como la condición de sujeción, registrando en todo momento la fuerza de desgarro y la elongación correspondiente mediante el software de adquisición de datos del

⁶⁰ ALAVA, Mikko y NISKANEN, Kaarlo. The physics of paper. En: REPORTS ON PROGRESS IN PHYSICS. [en línea]. Julio, 2006, vol. 69, no. 7, pp. 2385-2423. DOI:10.1088/0034-4885/69/3/R03

⁶¹ 3M. *VHB Adhesive Transfer Tapes with Adhesive 100MP: F9460PC, F9469PC, F9473PC. Technical Data.* [en línea]. St. Paul, MN: 3M, 2005. 4 p. [Consultado el 4 de octubre de 2025].

equipo. Este procedimiento permitió garantizar la repetibilidad de las mediciones y obtener las curvas fuerza–desplazamiento necesarias para el análisis posterior. En la Figura 12 se observa una fotografía de ejemplo de uno de los ensayos realizados.

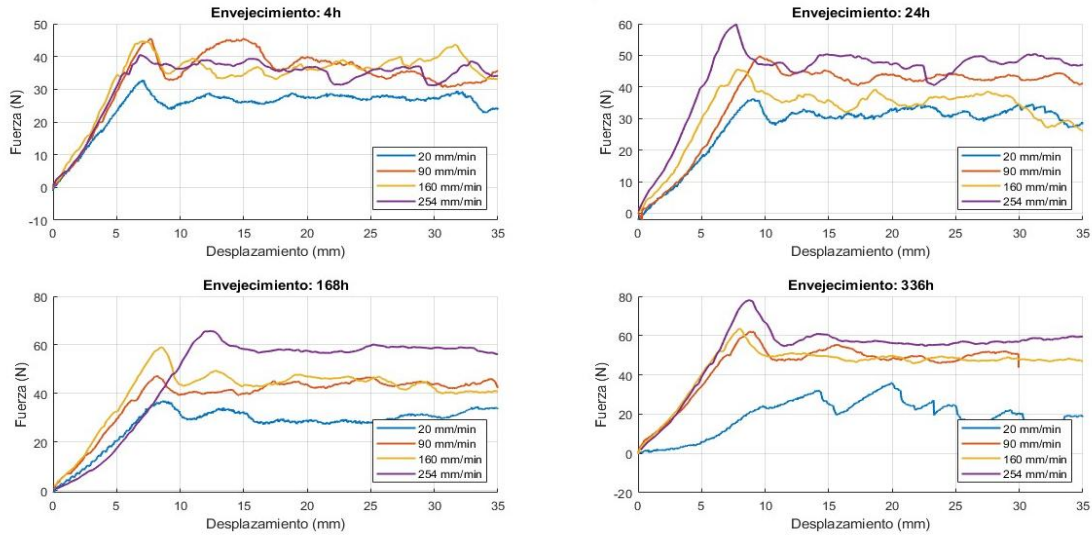
Figura 12. Ejemplo de ensayo realizado



Fuente: elaboración propia

De la realización de estas pruebas obtuvimos archivos con el desplazamiento y fuerza del ensayo. Un ejemplo de una gráfica fuerza vs posición se puede ver en la figura 13. Al observar estos resultados se comenzó a visualizar como las pruebas dejaban de tener comportamiento lineal después de cierto punto inicial dependiendo de las condiciones del ensayo. Además se pudo identificar el punto crítico en el que la cinta empezaba a desprenderse, siendo en general el pico más alto antes de empezar a fluctuar en cierto rango de fuerza, siendo este el punto de interés en el análisis.

Figura 13. Curvas de fuerza vs desplazamiento de los datos obtenidos en los ensayos



Fuente: elaboración propia

5.3 MODELAMIENTO

Con los resultados experimentales obtenidos en los ensayos de desgarro, se inició la fase de modelamiento, cuyo objetivo fue representar matemáticamente el comportamiento viscoelástico observado en la cinta VHB 4910. Para ello, se seleccionó un enfoque basado en elementos tipo Kelvin-Voigt, ampliamente utilizado en la literatura para describir materiales que presentan respuesta dependiente del tiempo. Este modelo permite establecer la relación entre variables como la fuerza crítica, la velocidad de separación y los parámetros viscoelásticos del sistema. De esta manera, el modelamiento constituye el puente entre la caracterización experimental y la calibración numérica, facilitando la comparación entre los datos medidos y las predicciones teóricas.

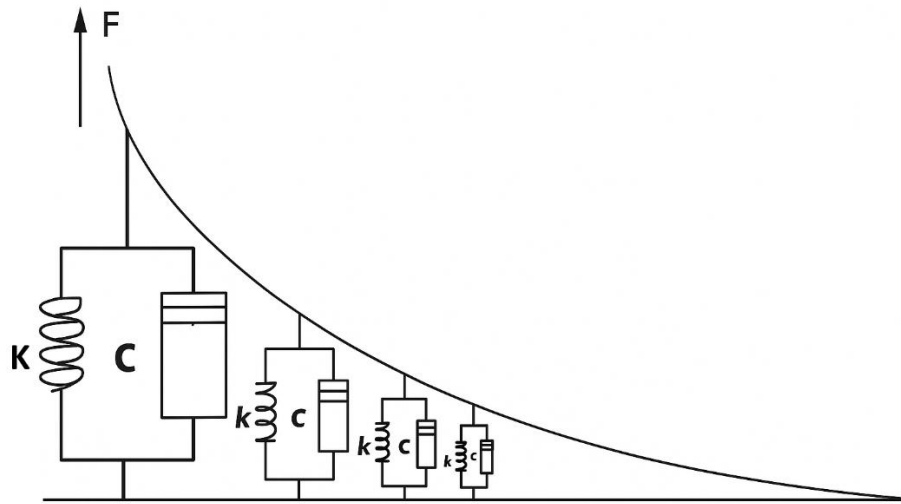
5.3.1 Elección del modelo utilizado

Para modelar el proceso de desgarro de la cinta doble faz VHB 4910 de 3M en este estudio, se ha optado por el modelo de kelvin-voigt (ver figura 14) ya que describe correctamente el comportamiento presentado por la parte elástica, pero se debió modificar para la parte viscosa ya que no describe un comportamiento lineal (como ya pudimos ver en la figura 13) introduciendo el modelo de Ostwald-de Waele, dando como resultado la expresión de un modelo de Kelvin-voigt modificado:

$$F = Kx + c\dot{x}^n \quad (12)$$

Donde F representa la fuerza crítica obtenida en los ensayos, K es la constante elástica, el desplazamiento x , c es el índice de proporción o consistencia (cuantifica la viscosidad), n es el índice de potencia o de comportamiento de flujo (pseudoplastico, dilatante o newtoniano) y \dot{x} la velocidad del ensayo.

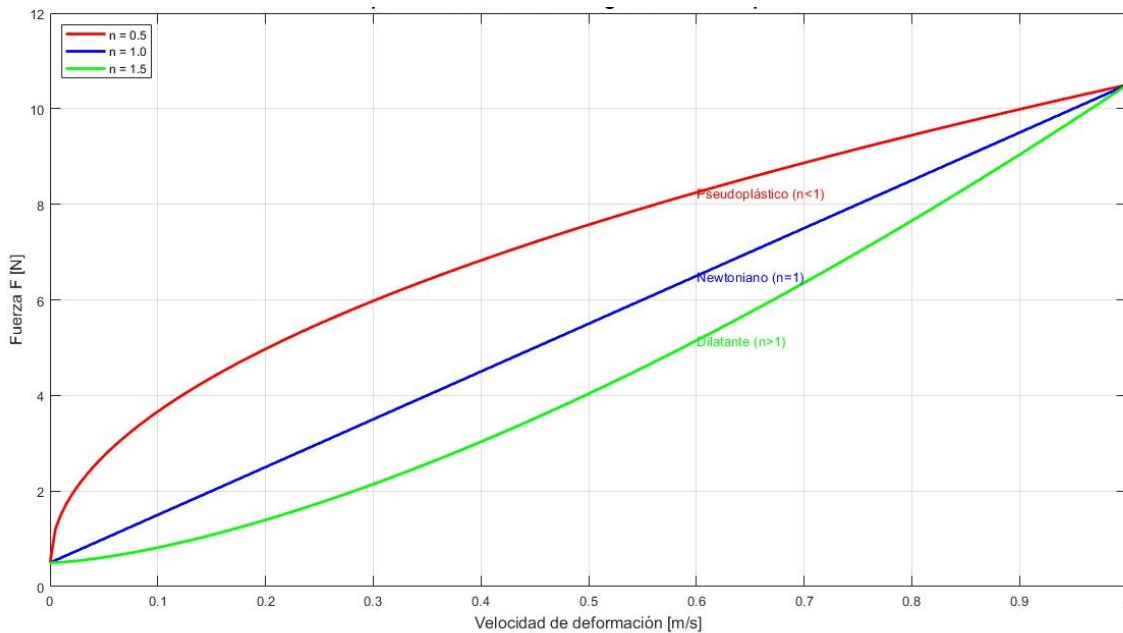
Figura 14. Representación del modelo de Kelvin-Voigt



Fuente: elaboración propia

Para visualizar de forma adecuada el modelo planteado en la ecuación 12 se muestran en la figura 15 los resultados de un cálculo tipo en el que se dejó constante todas las variables excepto el índice de potencia n para resaltar el comportamiento viscoso del caso y comprobar su capacidad para representarlos de manera adecuada. En esta figura se observa de manera explícita el comportamiento del modelo de Kelvin-Voigt modificado para representar comportamientos viscosos lineales o no lineales.

Figura 15. Comportamiento del modelo para diferentes casos de viscosidad



Fuente: elaboración propia

5.4 CALIBRACIÓN

Una vez seleccionado el modelo de Kelvin-Voigt modificado se procedió a la calibración de los parámetros con los datos obtenidos de forma experimental, con el objetivo de minimizar la diferencia entre los valores de fuerza crítica de desgarro predicha por el modelo y los valores medidos en el laboratorio. Para ello se realizó una calibración en dos etapas utilizando el software de computación numérica Matlab.

5.4.1 Parámetros a calibrar

De acuerdo con el modelo establecido los parámetros físicos que influyen en la formulación matemática que describe este comportamiento son la constante elástica del adhesivo K , el índice de consistencia c y el índice de comportamiento de flujo n . El ajuste de estos parámetros permite describir matemáticamente el comportamiento físico del adhesivo. La tabla 2 presenta una descripción para cada parámetro.

Tabla 2. Parámetros por calibrar

Parámetro	Símbolo	Unidades	Descripción
Constante elástica	K	N/mm	Cuantifica la respuesta elástica del adhesivo, su capacidad para almacenar energía de deformación de forma reversible.
Índice de consistencia	c	$N \cdot (s/mm)^n$	Dimensiona la magnitud de la respuesta viscosa. Análogo a la viscosidad de un fluido.
Índice de Comportamiento de Flujo	n	–	Caracteriza la naturaleza no newtoniana del adhesivo. Describe cómo cambia la resistencia viscosa aparente en función de la velocidad de desgarro. Si $n < 1$, comportamiento pseudoplástico. Si $n = 1$, comportamiento Newtoniano. Si $n > 1$, comportamiento dilatante

Fuente: elaboración propia

5.4.2 Procedimiento de calibración en dos etapas

Para mejorar el ajuste y determinar los parámetros, el procedimiento se dividió en las siguientes dos etapas. La primera etapa consistió en calcular el valor de la constante elástica K , asumiendo que $F_{elástica} \approx K * x$. Esta constante se considera una constante global, ya que en el material la rigidez de este tiende a ser la misma para las diferentes condiciones de ensayo.

Una vez obtenido el valor de $F_{elástica}$, se aísla el valor de la fuerza viscosa ($F_{viscosa}$) mediante la siguiente ecuación:

$$F_{viscosa} = F - F_{elástica} \quad (13)$$

Posteriormente, se aplica el algoritmo de Levenberg-Marquand en esta segunda etapa para ajustar los parámetros viscosos c y n aplicando el modelo de la ley de Potencia.

$$F_{viscosa} = c * v^n \quad (14)$$

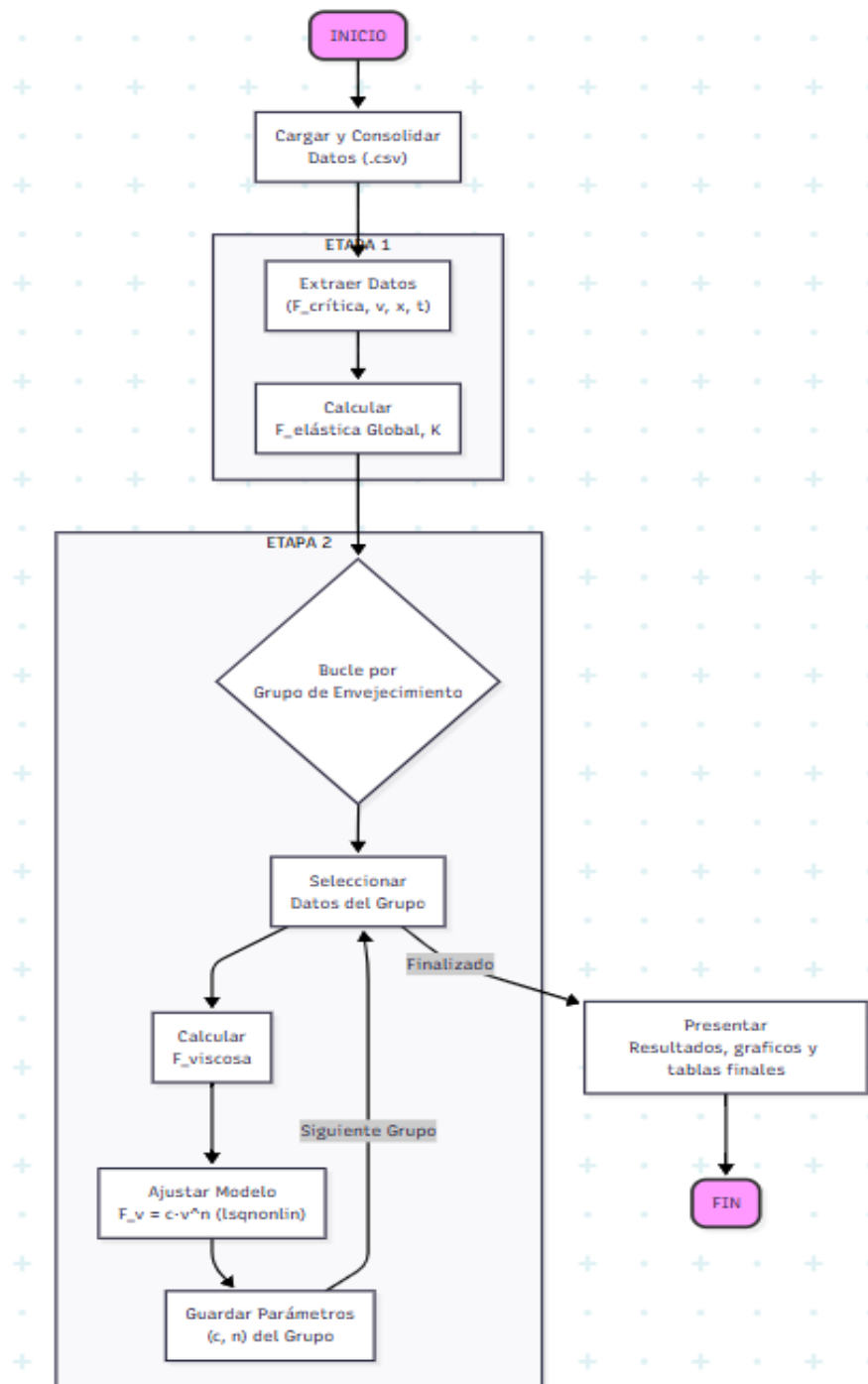
Este proceso se repitió para cada tiempo de envejecimiento, dando como resultado un conjunto de valores (c, n) para cada condición.

Para verificar la calidad del ajuste y la capacidad de predecir el comportamiento del modelo propuesto, se usó el coeficiente de determinación (R^2), la cual es una métrica estadística que indica la proporción de la variabilidad de una variable dependiente que puede ser explicada por las variables independientes de un modelo. Un R^2 cercano a 1 significa que el modelo explica casi toda la variación en la variable dependiente.

5.4.3 Codificación en Matlab

El procedimiento de calibración de dos etapas fue implementado como un script personalizado mediante el programa Matlab (ver anexos). El flujo lógico del algoritmo se representa en la figura 16 de manera visual mediante un diagrama de flujo:

Figura 16. Diagrama de flujo del código



Fuente: elaboración propia

El diagrama de flujo ilustra la codificación en Matlab. Después de cargar los datos de un archivo con formato csv, entra en la etapa 1 para identificarlos, calcula la fuerza elástica y determina el valor de la constante elástica K , posteriormente entra en un bucle donde agrupa los datos por tiempo de envejecimiento de la prueba para calcular la fuerza viscosa y por último ajusta los parámetros c y n usando el comando `lsqnonlin`. Finalmente se muestran en una tabla los parámetros calibrados.

6. ANÁLISIS DE RESULTADOS

En esta sección se analizan e interpretan los resultados obtenidos de la calibración del modelo viscoelástico. El análisis se centra en dar un significado físico a los parámetros calibrados y evaluar cómo tanto el envejecimiento como la velocidad afectan las propiedades mecánicas de la cinta VHB 4910.

6.1 PARÁMETROS CALIBRADOS

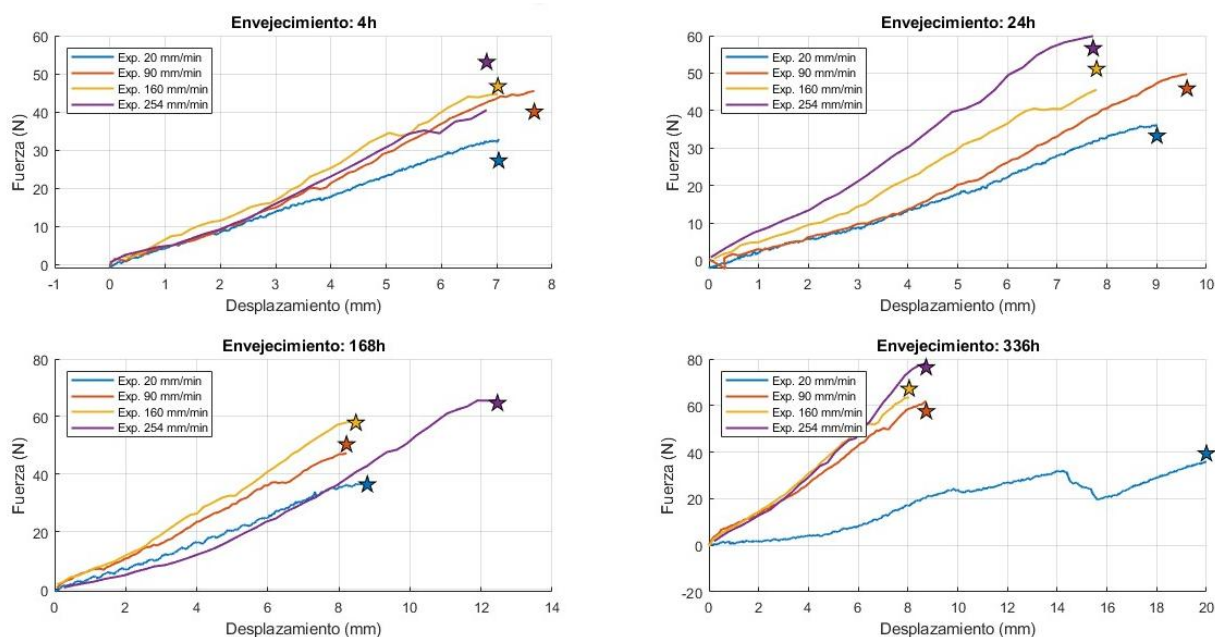
El procedimiento de calibración de dos etapas arrojó los parámetros del modelo para cada condición de envejecimiento. El valor de la constante elástica se determinó de forma global, mientras que los parámetros viscosos se agruparon.

Tabla 3. Resultados parámetros calibrados

Envejecimiento (h)	Constante elástica (K) [N/mm]	$c [N \cdot (s/mm)^n]$	n	Comportamiento
4	0.3826	9.5278	0.3012	Pseudoplástico
24	0.3826	14.1441	0.2407	Pseudoplástico
168	0.3826	15.9782	0.2404	Pseudoplástico
336	0.3826	14.7202	0.2892	Pseudoplástico

Fuente: elaboración propia

Figura 17. Validación Global de las Curvas Experimentales. Se comparan los datos de cada ensayo (líneas continuas) con el valor de fuerza crítica predicho por el modelo (estrellas)



Fuente: elaboración propia

En la Figura 17 se realizó una validación visual del modelo con una tanda de datos diferente a la usada para calibrar los parámetros. Cada grafica, correspondiente a un tiempo de envejecimiento, en la que se observan las curvas experimentales para cada velocidad hasta su fuerza crítica (líneas) con las predicciones puntuales para la fuerza crítica del modelo (estrellas). La proximidad entre el final de cada curva experimental y su estrella correspondiente demuestra la capacidad del modelo para predecir con precisión la fuerza máxima de desgarro en las 16 condiciones de ensayo estudiadas.

6.2 INTERPRETACIÓN DEL COMPORTAMIENTO FÍSICO

El valor obtenido para la constante elástica global fue de $K = 0.3826 \text{ N/mm}$. Este parámetro se asumió como un valor constante ya que no se ve afectada por el proceso de envejecimiento del material al representar la rigidez intrínseca del adhesivo. La literatura científica reporta que las espumas acrílicas como la VHB 4910 son materiales poliméricos muy blandos. Un estudio de 3M⁶² sugiere para cintas VHB el valor del módulo de young como 0.45 MPa lo cual corresponde a un material blando y flexible. Este valor nos dice que la rigidez hallada es baja, para ponerlo en perspectiva se necesitaría una fuerza de medio Newton para deformar este material un milímetro. Un material intrínsecamente blando (E bajo) resulta como es de esperar que su rigidez sea baja.

Por otro lado, como se observa en la tabla 3, todos los valores del índice de flujo (n) son menores que 1, de la ley de potencia para los fluidos descrita en la sección 5.3.1 dice que valores de $n < 1$ representan un comportamiento pseudoplástico. Es interesante notar que este resultado también se alinea con restricciones teóricas de otros campos de la física de materiales. Por ejemplo, en los modelos de propagación de ondas a través de medios viscoelásticos, Hanyga y Seredynska⁶³ demuestran que el índice de flujo debe estar en el rango $[0, 1]$ para satisfacer el principio de causalidad (causa que precede un efecto). Los valores obtenidos se encuentran en este rango. Físicamente, representa que la resistencia aparente del adhesivo al desgarro disminuye a medida que la velocidad aumenta. Estos resultados se pueden comparar con los hallazgos de Lakrout et al ⁶⁴ quienes, en un estudio sobre el desgarro de adhesivos acrílicos reportaron un exponente de ley de potencia de $n=0.33$. Este valor es similar al rango obtenido en este trabajo (0.24-0.3).

Para el índice de consistencia c el cual cuantifica la resistencia intrínseca (un análogo a la viscosidad) del adhesivo, que se muestra en la tabla 3 donde se evidenció que en la medida que aumenta el tiempo de envejecimiento desde 4 horas hasta 168 horas, la consistencia aumenta desde 9,5278 hasta 15.9782 $[\text{N} \cdot (\text{s/mm})^n]$. Este incremento sugiere un proceso de maduración del polímero (adhesivo) o un proceso de post-curado lo que resulta de un adhesivo

⁶² CONSTANTINESCU, D. R., et al. Mechanical characterization of VHB 4910 polymer. En: IOP CONFERENCE SERIES: MATERIALS SCIENCE AND ENGINEERING. 2018, vol. 444, nro. 4, p. 042004. 3M. *VHB Adhesive Transfer Tapes with Adhesive 100MP: F9460PC, F9469PC, F9473PC. Technical Data*. [en línea]. St. Paul, MN: 3M, 2005. 4 p. [Consultado el 4 de octubre de 2025].

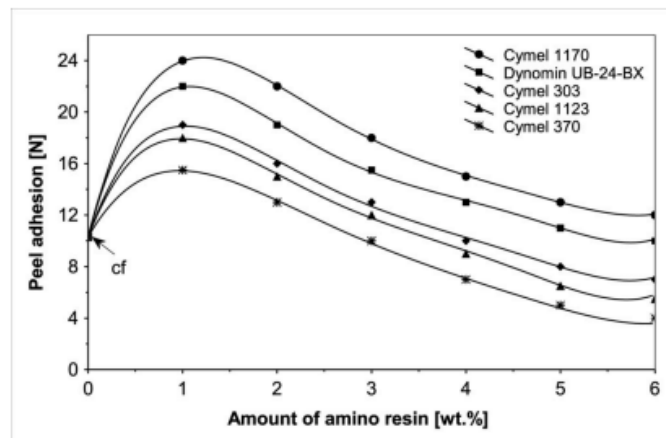
⁶³ HANYGA, A. y SEREDYŃSKA, M. Power-law attenuation in acoustic and isotropic anelastic media. *Geophysical Journal International* [en línea]. 2003, vol. 155. [Consultado el 6 de octubre de 2025]. DOI: 10.1046/j.1365-246X.2003.02081.x.

⁶⁴ LAKROUT, Hicham; SERGOT, Philippe y CRETON, Costantino. Direct Observation of Cavitation and Fibrillation in a Probe Tack Experiment on Model Acrylic Pressure-Sensitive-Adhesives. *THE JOURNAL OF ADHESION*. [en línea]. Octubre, 1999, vol. 69, nro. 3-4, pp. 307-359. DOI: <https://doi.org/10.1080/00218469908017233>.

más cohesivo y resistente⁶⁵. Posteriormente el valor de c experimenta una ligera disminución, este comportamiento sugiere el posible inicio de un proceso de degradación del material, un fenómeno que en los compuestos orgánicos puede ser causado por procesos como la oxidación progresiva, la cual puede terminar por degradar la junta adhesiva⁶⁶.

Este fenómeno de consistencia se puede entender a través de un principio que relaciona el balance entre resistencia y fragilidad en polímeros. Un mayor grado de reticulación o crosslinking (proceso por el cual se unen cadenas de polímeros mejorando las propiedades de un material blando) aumenta la cohesión de un material, pero un exceso de reticulación puede volverlo rígido y quebradizo, perjudicando sus propiedades mecánicas. Esta relación fue tratada en un estudio de Bartkowiak et al.⁶⁷ en donde mostraron que la fuerza de desgarro en adhesivos acrílicos no aumenta indefinidamente al aumentar la concentración de agente reticulante, sino que alcanza un punto óptimo y luego disminuye (Véase figura 18). De forma análoga un tiempo de envejecimiento (curado) más largo como se trabajó en esta investigación, permite que más enlaces se formen y la reacción avance⁶⁸, dando como resultado de forma similar un grado de reticulación más alto.

Figura 18. Variaciones en la adhesión por desgarro de PSAs reticulados con la concentración de resina amínica



Fuente: BARTKOWIAK, Marcin, et al. Influence of thermal reactive crosslinking agents on the tack, peel adhesion, and shear strength of acrylic pressure-sensitive adhesives.

Al analizar los resultados obtenidos con este artículo, se notó que la disminución del parámetro c a las 336 horas se alinea con el inicio del proceso de fragilización (degradación). Sin embargo para el presente trabajo, cabe resaltar que la fuerza experimental total continuó aumentando a pesar de esta disminución, revelando una complejidad superior en el modelo. Una explicación apropiada, es que la calibración partió de un K global, es probable que el envejecimiento prolongado no solo afecta la componente viscosa, sino que también incrementa la rigidez elástica del material. Por lo tanto, la variación en el parámetro c no se presenta como

⁶⁵ MADRID VEGA, Mario. *Seminario sobre adhesivos*. [s.l.]: Henkel Loctite, [s.f.]. 58 p.

⁶⁶ *Ibid.*, 58 p.

⁶⁷ BARTKOWIAK, Marcin, et al. Influence of thermal reactive crosslinking agents on the tack, peel adhesion, and shear strength of acrylic pressure-sensitive adhesives. *Polymer Testing* [en línea]. 2020, vol. 90. [Consultado el 6 de octubre de 2025]. DOI: 10.1016/j.polymertesting.2020.106603.

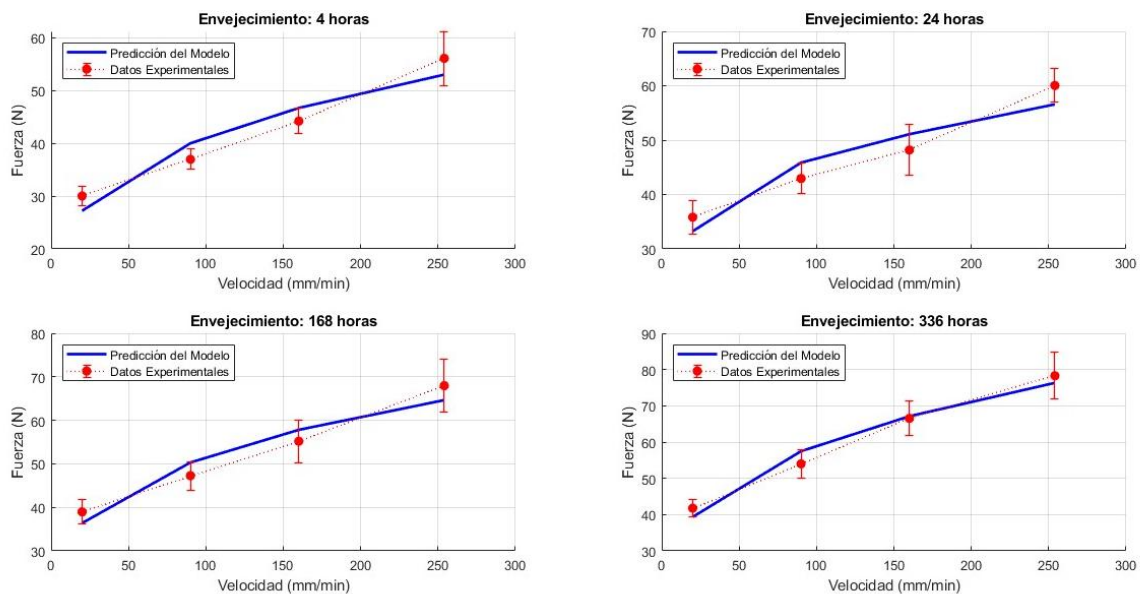
⁶⁸ ODIAN, George. *Principles of Polymerization*. 4a ed. New York: John Wiley & Sons, 2004.

una anomalía sino una posible detección por parte del modelo del inicio de un cambio de régimen en el comportamiento del material, aun cuando este efecto pueda estar superpuesto o enmascarado en la medición por otros posibles fenómenos del envejecimiento.

6.3 VALIDACIÓN DEL MODELO

La validación definitiva de este modelo de Kelvin-Voigt modificado se realizó comparando los datos de fuerza crítica medidos de la experimentación del laboratorio (tanda diferente a la usada para la calibración) con los obtenidos gracias a este modelo ($F_{critica}=F_{elastica}+F_{viscosa}$) como se muestra en la figura 19. Las curvas predichas por el modelo final logran ajustarse a los datos experimentales en todo el rango de velocidades y para todas las condiciones de envejecimiento. La forma de la curva confirma que el modelo captura correctamente el comportamiento pseudoplástico del adhesivo, donde la fuerza crítica aumenta de forma no lineal con la velocidad.

Figura 19. Validación del modelo total. Datos experimentales de Fuerza Crítica (puntos) y predicciones del modelo completo (líneas)

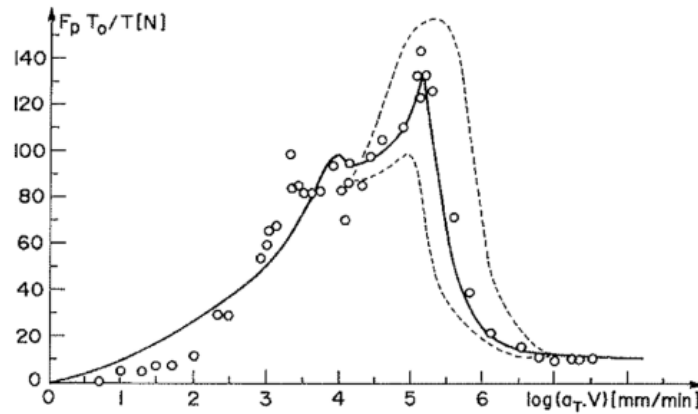


Fuente: elaboración propia

Estos resultados se pueden comparar con la revisión de Creton y Ciccotti ⁶⁹, quienes en su trabajo presentan una curva maestra de fuerza de desgarro vs velocidad (véase figura 20), para materiales viscoelásticos, evidenciando una tendencia física similar a la obtenida con este modelo, con la única diferencia de la escala logarítmica para el valor de las velocidades. El rango de velocidades para el presente estudio (20 a 254mm/min) se ubica en la sección inicial ascendente de dicha curva, confirmando que los resultados presentados en este proyecto capturan una porción del comportamiento viscoelástico de la cinta VHB 4910.

⁶⁹ CRETON, Costantino y CICCOTTI, Matteo. Fracture and adhesion of soft materials: a review. En: REPORTS ON PROGRESS IN PHYSICS. [en línea]. Marzo, 2016, vol. 79, no. 4, p. 57. DOI:10.1088/0034-4885/79/4/046601

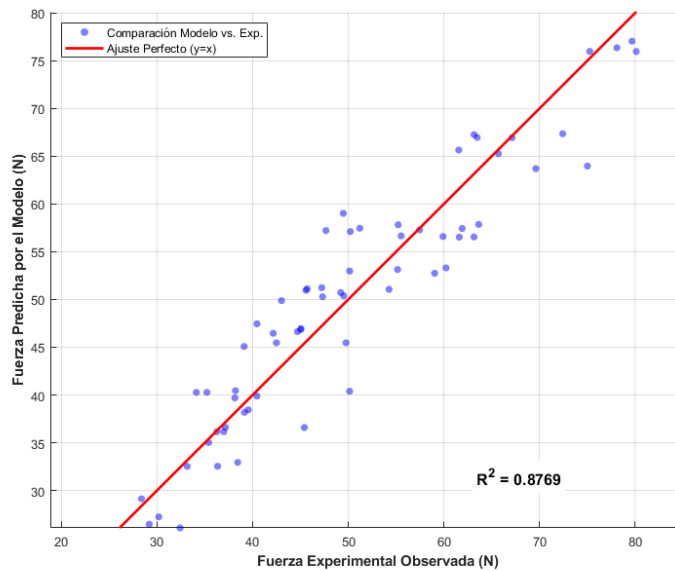
Figura 20. Curva Desgarro vs Velocidad Creto y Ciccotti



Fuente: CRETON, Costantino y CICCOTTI, Matteo. Fracture and adhesion of soft materials: a review. En: REPORTS ON PROGRESS IN PHYSICS. [en línea]. Marzo, 2016, vol. 79, no. 4, p. 57. DOI:10.1088/0034-4885/79/4/046601.

Finalmente, para comprobar estadísticamente la calidad del ajuste y la capacidad predictiva del modelo de Kelvin-Voigt modificado se muestra en la figura 21 una gráfica de paridad del coeficiente de determinación.

Figura 21. Gráfico de paridad del coeficiente de determinación



Fuente: elaboración propia

El coeficiente de determinación global fue de $R^2 = 0.8769$ Este valor indicia que el modelo de Kelvin-Voigt modificado es capaz de explicar el 87.7% de la variabilidad observada en la fuerza crítica, lo que confirma un buen nivel de ajuste. El 12,3% restante puede atribuirse a factores como el ruido inherente en las mediciones experimentales y a simplificaciones intrínsecas del modelo planteado.

7. CONCLUSIONES

Se logró ajustar un modelo basado en elementos tipo Kelvin-Voigt que permite predecir la fuerza crítica de desgarro de la cinta VHB 4910 bajo diferentes velocidades y condiciones de envejecimiento de la muestra. Dicho modelo ajustado resultó en la inclusión de la ley de potencia de Ostwald-de Waele, de la cual se obtuvieron mediante su calibración los parámetros K (Constante elástica), c (Índice de consistencia) y n (Índice de comportamiento de flujo) que representan los datos obtenidos en los ensayos de laboratorio de desgarro bajo la norma ASTM D6862.

La calibración del parámetro n (Índice de comportamiento de flujo) permitió determinar que la cinta VHB 4910 presenta un comportamiento pseudoplástico en todas las condiciones de velocidad y envejecimiento estudiadas, dado que obtuvo valores entre 0.24 y 0.3

La calibración del parámetro c (Índice de consistencia) permite evidenciar tiempos óptimos de curado, entre 4 horas y 168 horas en donde la cohesión del adhesivo es óptima y posteriormente para tiempos de curado superiores se identifica el inicio de una posible degradación del material.

El Coeficiente de Determinación Global fue de $R^2 = 0.8769$ lo cual evidencia que el modelo de Kelvin-Voigt modificado puede predecir el 87,7% de los datos del comportamiento viscoelástico de la cinta VHB 4910 para las diferentes condiciones de velocidad y envejecimiento de la prueba.

Se realizó un código que permite leer datos obtenidos de ensayos de desgarro, procesarlos y calibrarlos en base al modelo de Kelvin-Voigt modificado, permitiendo analizar nuevos datos para futuras investigaciones.

BIBLIOGRAFIA

3M. INDUSTRIAL ADHESIVES AND TAPES DIVISION. *Surface preparation for 3M™ VHB™ Tape applications: Technical Bulletin*. [en línea]. St. Paul, MN: 3M Company, 2017. 4 p. Disponible en: <https://multimedia.3m.com/mws/media/660190/vhb-tm-tape-surface-preparation-technical-bulletin.pdf>

3M. *VHB Adhesive Transfer Tapes with Adhesive 100MP: F9460PC, F9469PC, F9473PC. Technical Data*. [en línea]. St. Paul, MN: 3M, 2005. 4 p. [Consultado el 4 de octubre de 2025].

3M: División de Adhesivos y Cintas Industriales. Durabilidad de la Cinta 3M™ VHB™. 2018. 6 p.

ALAVA, Mikko y NISKANEN, Kaarlo. The physics of paper. En: *REPORTS ON PROGRESS IN PHYSICS*. [en línea]. Julio, 2006, vol. 69, no. 7, pp. 2385-2423. DOI:10.1088/0034-4885/69/3/R03

AMERICAN SOCIETY FOR TESTING AND MATERIALS. ASTM D6862-11. 2021. 6 p.

BARTKOWIAK, Marcin, et al. Influence of thermal reactive crosslinking agents on the tack, peel adhesion, and shear strength of acrylic pressure-sensitive adhesives. En: *Polymer Testing* [en línea]. 2020, vol. 90. [Consultado el 8 de octubre de 2025]. Disponible en: <https://doi.org/10.1016/j.polymertesting.2020.106603>

BARTLETT, Michael D, et al. Peel Tests for Quantifying Adhesion and Toughness: A Review. En: *Progress in Materials Science*. 2023. 91 p.

BARZKAR, Ahmad, y HOJATOLLAH, Adibi. On the Propagation of Longitudinal Stress Waves in Solids and Fluids by Unifying the Navier-Lame and Navier-Stokes Equations. En: *Mathematical Problems in Engineering* [en línea]. 2015, vol. 2015, pp. 1–9. [consultado 23 agosto 2025]. DOI: 10.1155/2015/789238.

BONILLA CORREA, Juan Manuel y CAMPO BELLO, Sebastián. Análisis de propiedades mecánicas de desgarro de un adhesivo epóxico con diferentes concentraciones de lignina. Trabajo de Grado. Bucaramanga: Universidad Industrial de Santander, 2024. pp. 25-52.

CIAVARELLA, Michele, et al. A linear cohesive model of zero degree peeling of a viscoelastic tape from a substrate. En: *Journal of Adhesion Science and Technology* [en línea]. 19, julio, 2022. pp. 1915-1918. DOI: 10.1080/01694243.2022.2099785.

CONSTANTINESCU, D. R., et al. Mechanical characterization of VHB 4910 polymer. En: *IOP CONFERENCE SERIES: MATERIALS SCIENCE AND ENGINEERING*. [en línea]. 2018, vol. 444, no. 4, p. 042004.

DE FREITAS, Sofia Teixeira y SINKE, Jos. Adhesion properties of bonded composite-to-aluminium joints using peel tests. En: *The Journal of Adhesion* [en línea]. 10, marzo, 2014. vol. 90, nro. 5-6, p. 523. DOI: 10.1080/00218464.2013.850424.

DRAPACA, C. S.; SIVALOGANATHAN, S. y TENTI, G. Nonlinear constitutive laws in viscoelasticity. *Mathematics and Mechanics of Solids* [en línea]. Octubre, 2007. vol. 12, nro. 5, pp. 475-483. DOI: 10.1177/1081286506062450.

DUNN, L. Introduction to Viscoelasticity in Polymers and its Impact on Rolling Resistance in Pneumatic Tyres. *International Journal of Squiggly and Wobbly Materials*. Febrero, 2019. vol 23, nro 1. pp. 2-6.

FERRY, John D. *Viscoelastic properties of polymers*. 3a ed. New York: Wiley, 1970. pp. 7-49. ISBN 0471257745.

GAO, Zhi-Wen; LEE, Kang Yong y ZHOU, You-He. Peeling stress analysis for an inhomogeneous high-T_c superconductor with a discontinuous interface at the substrate. En: *Physica C: Superconductivity* [en línea]. Febrero, 2011. vol. 471, nro. 3-4, pp. 55-61. [consultado 1 septiembre 2025]. DOI: 10.1016/j.physc.2010.12.004.

HEYDARI VINI, M. y SEDIGHI, M. Mechanical properties and bond strength of bimetallic AA1050/AA5083 laminates fabricated by warm-accumulative roll bonding. En: *Canadian Metallurgical Quarterly* [en línea]. 21, noviembre, 2017. vol. 57, nro. 2, pp. 160-167. [consultado 2 septiembre 2025]. DOI: 10.1080/00084433.2017.1405539.

KATSUHIKO, Sato y AKIHIKO Toda. Modeling of the Peeling Process of Pressure-sensitive Adhesive Tapes with the Combination of Maxwell Elements. *The Physical Society of Japan*. 2004. 17 p.

KIM, Jeong Hee; YANG, Daejong y PARK, Seungman. Experimental validation for the interconversion between generalized Kelvin–Voigt and Maxwell models using human skin tissues. En: *Journal of Biomechanics* [en línea]. Diciembre, 2023. pp. 1-6. [Consultado 27 agosto 2025]. DOI: 10.1016/j.jbiomech.2023.111908.

KIM, K.-S. y ARAVAS, N. Elastoplastic analysis of the peel test. En: *International Journal of Solids and Structures* [en línea]. 1988. vol. 24, nro. 4, pp. 417-435. [consultado 2 septiembre 2025]. DOI: 10.1016/0020-7683(88)90071-6.

KNUDSEN, Ole Øystein, et al. Internal stress and mechanical properties of paint films. En: *Corrosion 2007* [en línea] (11-15, marzo, 2007: Nashville, TN). [s.l.]: NACE International, 2007. pp. 1-9. [consultado 1 septiembre 2025]. DOI: 10.5006/c2007-07003.

LEVENBERG, Kenneth. A method for the solution of certain non-linear problems in least squares. *Quarterly of Applied Mathematics*. 1944, vol. 2, no. 2, pp. 164-168.

LSQCURVEFIT - Solve nonlinear curve-fitting (data-fitting) problems in least-squares sense - MATLAB [Anónimo]. MathWorks [página web]. [Consultado 28 agosto 2025]. Disponible en: <https://la.mathworks.com/help/optim/ug/lsqlcurvefit.html#d126e71571>

LSQNONLIN - Solve nonlinear least-squares (nonlinear data-fitting) problems - MATLAB [Anónimo]. MathWorks [página web]. [Consultado 28 agosto 2025]. Disponible en: <https://la.mathworks.com/help/optim/ug/lsgnnonlin.html#d126e78229>

MACOSKO, Christopher W. Rheology: principles, measurements, and applications. New York, NY: VCH, 1993. pp. 109-153. ISBN 1560815795.

MARQUARDT, D. W. An algorithm for least-squares estimation of nonlinear parameters. *Journal of the Society for Industrial and Applied Mathematics*. 1963, vol. 11, nro. 2, pp. 431–441.

MASTROPASQUA, Michele, *et al.* Adhesion and Friction in Viscoelastic Rough Contacts. En: *Tribology International* [en línea]. 2025, vol. 213, nro. 111000. pp. 1-6. [consultado 1 agosto 2025]. DOI: 10.1016/j.triboint.2025.111000.

MOHAMMED, Idris K.; KINLOCH, Anthony J. y CHARALAMBIDES, Maria N. Modelling the peeling behavior of soft adhesives. En: *Procedia Structural Integrity* [en línea]. 2016, vol. 2, pp. 326-333. [consultado 28 agosto 2025]. DOI: 10.1016/j.prostr.2016.06.042.

MTS SYSTEMS CORPORATION. *MTS Bionix® Tabletop Test Systems: Model 370.02 Load Frames*. Eden Prairie, MN: MTS Systems Corporation, 2017.

NIKUSHCHENKO, Dmitry; PAVLOVSKY, Valery y NIKUSHCHENKO, Elena. Analytical solutions for simple turbulent shear flows on a basis of a generalized newton's law. *Polymers* [en línea]. 14, agosto, 2022. vol. 14, no. 16, p. 2. DOI: 10.3390/polym14163308.

ODIAN, George. *Principles of Polymerization*. 4a ed. New York: John Wiley & Sons, 2004.

PANG, Hyonwoo, *et al.* Predicting Mechanical Failure of Short Fiber-Reinforced Composites Using Progressive Damage Accumulation in a Two-Step Homogenization Approach. En: *Composites. Part A, Applied Science and Manufacturing* [en línea]. 2025, vol. 199, nro. 109186. pp. 7-14. [consultado 13 agosto 2025]. DOI: 10.1016/j.compositesa.2025.109186.

PLAUT, Raymond H. y RITCHIE, Jennifer L. Analytical solutions for peeling using beam-on-foundation model and cohesive zone. En: *The Journal of Adhesion* [en línea]. Abril, 2004. vol. 80, nro. 4, pp. 313-331. [consultado 28 agosto 2025]. DOI: 10.1080/00218460490445832.

PONSON, Laurent. From Bending to Stretching Driven Peeling of Heterogeneous Adhesives. *Journal of the Mechanics and Physics of Solids* [en línea]. 2025, vol. 202, nro. 106165. pp. 3-13. [consultado 16 agosto 2025] DOI: 10.1016/j.jmps.2025.106165.

PUTIGNANO, C., *et al.* Double peeling of elastic pre-tensioned tapes. En: *Frattura ed Integrità Strutturale* [en línea]. 11, septiembre, 2014. vol. 8, nro. 30, p. 237. DOI: 10.3221/igf-esis.30.30.

RODRIGUEZ, Sebastian, *et al.* A Reduced Simulation Applied to Viscoelastic Fatigue of Polymers Using a Time Multi-Scale Approach Based on Partition of Unity Method. En: *Advanced Modeling and Simulation in Engineering Sciences* [en línea]. 2025, vol. 12, nro. 1. pp. 5-15. [consultado 13 agosto 2025]. DOI: 10.1186/s40323-025-00294-6.

SÁNCHEZ, Guillermo; VIAL, César y MORAGA, Nelson. Estudio de fluidos no newtonianos con los métodos de volúmenes y elementos finitos. *Revista Facultad de Ingeniería - Universidad de Tarapacá* [en línea]. Diciembre, 2002. vol. 10, p. 24. DOI: 10.4067/s0718-13372002001000004.

SARAMITO, Pierre. *Complex fluids: modeling and algorithms*. [s.l.]: Springer International Publishing AG, 2016. p. 65. ISBN 9783319443614.

SERRA-AGUILA, A., et al. Viscoelastic Models Revisited: Characteristics and Interconversion Formulas for Generalized Kelvin–Voigt and Maxwell Models. En: *Acta Mechanica Sinica* [en línea]. 15, octubre, 2019. vol. 35, nro. 6, 2019, pp. 1191–1209. [consultado 23 agosto 2025]. DOI: 10.1007/s10409-019-00895-6.

WANG, Ting-Ting; LI, Yi-Ran y HUANG, Gan-Yun. Effect of substrate deformation and bonding length on the peeling behavior. En: *International Journal of Solids and Structures* [en línea]. Abril, 2023. pp. 4-10. [Consultado 1 septiembre 2025]. DOI: 10.1016/j.ijsolstr.2023.112241.

WILLIAMS, John A. y KAUZLARICH, James J. The influence of peel angle on the mechanics of peeling flexible adherends with arbitrary load–extension characteristics. En: *Tribology International* [en línea]. Noviembre, 2005. vol. 38, nro. 11-12, pp. 951-953. DOI: 10.1016/j.triboint.2005.07.024.

XU, Shengsen, *et al.* Inverse Design of Hydroacoustic Absorbing Metastructures via Incorporating Multi-Material Topology Optimization into Semi-Analytical Method. En: *Applied Mathematical Modelling* [en línea]. 2025, vol. 148, nro. 116265. pp. 12-22. [consultado 1 agosto 2025]. DOI: 10.1016/j.apm.2025.116265.

YIN, Hanbin, et al. Interfacial Competing Fracture in Peeling of Bi-Interface Film-Substrate System. En: *Journal of the Mechanics and Physics of Solids* [en línea]. 2025, vol. 203, nro. 106216, pp. 8-17. [consultado 20 agosto 2025]. DOI: 10.1016/j.jmps.2025.106216.

YOU, Xuemei; ZHAO, Haifeng y WEI, Yueguang. Determination of Interfacial Mechanical Parameters for an Al/Epoxy/Al₂O₃ System by Using Peel Test Simulations. En: *Acta Mechanica Solida Sinica* [en línea]. Junio, 2008. vol. 21, nro. 3, pp. 198-206. [consultado 2 septiembre 2025]. DOI: 10.1007/s10338-008-0823-4.

YUAN, Xuebo, *et al.* The Peeling Behavior of Compliant Nano-Films in Adhesive Contact with a Planar Rigid Substrate: Insights from Molecular Dynamics and Continuum Mechanics. En: *Thin-Walled Structures* [en línea]. 2024, vol. 204, nro. 112272, pp. 9-13. [consultado 20 agosto 2025]. DOI: 10.1016/j.tws.2024.112272.

YUAN, Xuebo. Angle-Dependent Peeling Behavior of Compliant Nanofilms on Planar Substrates. En: *International Journal of Solids and Structures* [en línea]. 2025, vol. 316, nro. 113380. pp. 5-13. [consultado 20 agosto 2025]. DOI: 10.1016/j.ijsolstr.2025.113380.

ZHANG, Cong, *et al.* The relationship between the self-heating behavior and damage mechanism of carbon fiber/epoxy composites subjected to random vibration fatigue. En: *International Journal of Fatigue* [en línea]. Julio, 2025. vol. 201. [consultado 1 agosto 2025]. 17 p. ISSN 0142-1123. DOI: 10.1016/j.ijfatigue.2025.109203.

ZHANG, Yue; LIU, Qingchang y XU, Baoxing. Liquid-assisted, etching-free, mechanical peeling of 2D materials. En: *Extreme Mechanics Letters* [en línea]. Octubre, 2017. vol. 16, pp. 33-36. DOI: 10.1016/j.eml.2017.08.005.

ZHAO, H. F.; CHEN, M. y JIN, Y. Determination of interfacial properties between metal film and ceramic substrate with an adhesive layer. En: *Materials & Design* [en línea]. Enero, 2009. vol. 30, nro. 1, pp. 154-159. [Consultado 1 septiembre 2025]. DOI: 10.1016/j.matdes.2008.04.035.

ANEXOS

ANEXO A. CODIFICACIÓN EN MATLAB

```
clear;
clc;
close all;

%% =====
% PARTE 1: CARGA Y CONSOLIDACIÓN DE DATOS (Sin cambios)
% =====

ruta_base = 'D:\BODEGA\Juan Daniel Parra Chaves\UIS Ingenieria Mecanica\Proyecto de
grado';
nombres_base = {'grupo1', 'grupo2', 'grupo3', 'grupo4'};
tabla_maestra = table();

for i = 1:length(nombres_base)
    nombre_archivo = [nombres_base{i}, '.csv'];
    ruta_completa = fullfile(ruta_base, nombre_archivo);
    if ~isfile(ruta_completa), warning('Archivo no encontrado: %s', ruta_completa);
continue; end
    fprintf('Cargando: %s\n', ruta_completa);
    try
        tabla_maestra = [tabla_maestra; readtable(ruta_completa)];
    catch ME, warning('Error al procesar %s: %s', ruta_completa, ME.message); end
end

fprintf('\nCarga completada! La tabla maestra tiene %d filas.\n\n',
height(tabla_maestra));
if height(tabla_maestra) < 1, error('No se cargaron datos.');
```

```
end

tiempos_unicos = unique(tabla_maestra.tiempodeenveje);
num_tiempos = length(tiempos_unicos);
%% =====
% PARTE 2: ESTIMACIÓN DEL PARÁMETRO ELÁSTICO GLOBAL (k)
% =====
fprintf('===== \n');
fprintf('     ETAPA 1: Estimando k Elástico Global\n');
fprintf('===== \n');

% Se asume que a baja velocidad,  $F \approx k \cdot x$ . Usamos todos los datos de baja
```

```

% velocidad de todos los grupos para un estimado más robusto.
v_min = min(tabla_maestra.Velocidad(tabla_maestra.Velocidad > 0));
datos_baja_velocidad = tabla_maestra(tabla_maestra.Velocidad == v_min, :);
coef_lineales = polyfit(datos_baja_velocidad.Posicion, datos_baja_velocidad.Fuerza,
1);
k_global = coef_lineales(1); % La pendiente es la rigidez

fprintf(' -> Constante de Rigidez Global (k) estimada: %.4f [N/mm]\n\n', k_global);

%% =====
% PARTE 3: AJUSTE DE PARÁMETROS VISCOSOS (K, n) CON LSQNONLIN
% =====
fprintf('===== \n');
fprintf('     ETAPA 2: Ajustando K y n para cada grupo\n');
fprintf('===== \n');

% Definir el modelo VISCOSO  $F_v = K*v^n$ .
% p es el vector de parámetros: p(1)=K, p(2)=n
% v es el vector de velocidades
modelo_viscoso = @(p, v) p(1) * v.^p(2);

% Pre-allocar la tabla de resultados para K y n
resultados_viscosos = zeros(num_tiempos, 2);

for i = 1:num_tiempos
    tiempo_actual = tiempos_unicos(i);
    fprintf('Procesando envejecimiento: %d horas...\n', tiempo_actual);

    % Subconjunto de datos para el envejecimiento actual
    subset = tabla_maestra(tabla_maestra.tiempodeenveje == tiempo_actual, :);

    % AISLAR la fuerza viscosa experimental usando el k_global
    fuerza_viscosa_exp = subset.Fuerza - k_global * subset.Posicion;
    velocidad_exp = subset.Velocidad;

    % Filtrar valores negativos o cero que puedan surgir del cálculo
    valid_points = fuerza_viscosa_exp > 0 & velocidad_exp > 0;

    % Función de error (residual) para lsqnonlin
    funcion_error = @(p) modelo_viscoso(p, velocidad_exp(valid_points)) -
fuerza_viscosa_exp(valid_points);

    % Parámetros iniciales [K0, n0]
    p0 = [1, 0.5];

```

```

% Límites inferiores y superiores para [K, n]
lb = [0, 0];
ub = [100, 5];

% Opciones del optimizador
options = optimoptions('lsqnonlin', 'Display', 'off');

% Ejecutar el ajuste no lineal para K y n
p_optimos_viscosos = lsqnonlin(funcion_error, p0, lb, ub, options);

% Guardar los parámetros K y n
resultados_viscosos(i, :) = p_optimos_viscosos;
end

%% =====
% PARTE 4: PRESENTACIÓN DE RESULTADOS
% =====
fprintf('\n=====');
fprintf('      RESULTADOS DEL AJUSTE HÍBRIDO\n');
fprintf('=====');
fprintf('Constante Elástica Global (k): %.4f [N/mm]\n', k_global);
fprintf('-----\n');
fprintf('%-15s %-10s %-10s %-15s\n', 'Envejecimiento', 'K', 'n', 'Comportamiento');
fprintf('-----\n');

for i = 1:num_tiempos
    params = resultados_viscosos(i, :);
    K_actual = params(1);
    n_actual = params(2);

    if n_actual > 1.05, tipo_fluido = 'DILATANTE';
    elseif n_actual < 0.95, tipo_fluido = 'PSEUDOPLÁSTICO';
    else, tipo_fluido = 'NEWTONIANO';
    end

    fprintf('%-15d %-10.4f %-10.4f %-15s\n', ...
        tiempos_unicos(i), K_actual, n_actual, tipo_fluido);
end
fprintf('=====');

%% =====
% PARTE 5: GRÁFICOS (usando k_global y los K, n ajustados)
% =====

% --- Gráfico 2D: Fuerza Viscosa (Experimental vs. Modelo) ---
figure('Name', 'Ajuste Híbrido: Fuerza Viscosa');

```

```

hold on; grid on;
colores = lines(num_tiempos);
for i = 1:num_tiempos
    tiempo_actual = tiempos_unicos(i);
    subset = tabla_maestra(tabla_maestra.tiempodeenveje == tiempo_actual, :);

    K_fit = resultados_viscosos(i, 1);
    n_fit = resultados_viscosos(i, 2);

    subset.Fv_experimental = subset.Fuerza - k_global * subset.Posicion;

    G = findgroups(subset.Velocidad);
    velocidades_actuales = splitapply(@mean, subset.Velocidad, G);
    Fv_promedio = splitapply(@mean, subset.Fv_experimental, G);
    Fv_std_dev = splitapply(@std, subset.Fv_experimental, G);

    errorbar(velocidades_actuales, Fv_promedio, Fv_std_dev, 'o', 'Color',
colores(i,:), 'MarkerFaceColor', colores(i,:), 'DisplayName', sprintf('%d h (Exp.)',
tiempo_actual));

    v_fit_range = linspace(min(velocidades_actuales), max(velocidades_actuales), 100);
    Fv_fit_model = K_fit * v_fit_range.^n_fit;
    plot(v_fit_range, Fv_fit_model, '-', 'Color', colores(i,:), 'LineWidth', 2,
'DisplayName', sprintf('%d h (Ajuste n=%.2f)', tiempo_actual, n_fit));
end
title('Fuerza Viscosa');
xlabel('Velocidad (mm/s)'); ylabel('Fuerza Viscosa (N)');
legend('show', 'Location', 'best');
hold off;

% --- Gráfico 3D ---
figure('Name', 'Modelo 3D (Ajuste con k Global)');
sgtitle('Comparación 3D (Ajuste con k Global)', 'FontSize', 14, 'FontWeight', 'bold');
for i = 1:num_tiempos
    tiempo_actual = tiempos_unicos(i);
    subplot(2, 2, i); hold on; grid on;

    subset = tabla_maestra(tabla_maestra.tiempodeenveje == tiempo_actual, :);
    scatter3(subset.Posicion, subset.Velocidad, subset.Fuerza, 30, 'filled',
'DisplayName', 'Datos Exp.');
```

```

    K_fit = resultados_viscosos(i, 1);
    n_fit = resultados_viscosos(i, 2);

    x_range = linspace(min(subset.Posicion), max(subset.Posicion), 20);
    v_range = linspace(min(subset.Velocidad), max(subset.Velocidad), 20);
    [X_grid, V_grid] = meshgrid(x_range, v_range);

```

```

F_model_grid = k_global * X_grid + K_fit * (V_grid .^ n_fit);

surf(X_grid, V_grid, F_model_grid, 'FaceAlpha', 0.7, 'EdgeColor', 'none',
'DisplayName', 'Superficie Modelo');

title(sprintf('%d Horas', tiempo_actual));
xlabel('Posición (mm)'); ylabel('Velocidad (mm/s)'); zlabel('Fuerza (N)');
view(30, 25); legend('show', 'Location', 'northwest');
end

%% =====
% PARTE 6: GRÁFICAS DE ANÁLISIS ADICIONALES
% =====

%% --- GRÁFICA DE EVOLUCIÓN: K vs. Tiempo de Envejecimiento ---
% Esta gráfica muestra cómo cambia la resistencia del adhesivo con el tiempo.
figure('Name', 'Evolución de Parámetro K');
plot(tiempos_unicos, resultados_viscosos(:, 1), '-o', 'LineWidth', 2,
'MarkerFaceColor', 'b');
grid on;
title('Evolución del Índice de Consistencia (K) con el Tiempo');
xlabel('Tiempo de Envejecimiento (horas)');
ylabel('Índice de Consistencia K [N·(s/mm)^n]');
xticks(tiempos_unicos); % Muestra solo los tiempos de ensayo en el eje X

%% --- GRÁFICA DE VALIDACIÓN FINAL: Modelo Total vs. Datos Reales ---
% Esta es la gráfica más importante. Compara los datos medidos en el
% laboratorio (puntos) con la predicción del modelo completo (líneas).
figure('Name', 'Validación Comparativa del Modelo Completo');
hold on;
grid on;

% Definir un conjunto de colores para las 4 curvas
colores = lines(num_tiempos);

% Bucle para graficar cada grupo de envejecimiento
for i = 1:num_tiempos
    % Preparar datos para el grupo actual
    tiempo_actual = tiempos_unicos(i);
    subset = tabla_maestra(tabla_maestra.tiempodeenveje == tiempo_actual, :);

    % Agrupar datos por velocidad para obtener promedios
    G = findgroups(subset.Velocidad);
    velocidades_unicas = splitapply(@mean, subset.Velocidad, G);
    Fuerza_promedio = splitapply(@mean, subset.Fuerza, G);

```

```

Fuerza_std_dev = splitapply(@std, subset.Fuerza, G);

% 1. Graficar los PUNTOS experimentales de Fuerza Total
errorbar(velocidades_unicas, Fuerza_promedio, Fuerza_std_dev, 'o', ...
        'Color', colores(i,:), 'MarkerFaceColor', colores(i,:), ...
        'DisplayName', sprintf('%d h (Exp.)', tiempo_actual));

% 2. Graficar la LÍNEA del modelo final ajustado
K_fit = resultados_viscosos(i, 1);
n_fit = resultados_viscosos(i, 2);

% Usar una posición promedio para la gráfica 2D del modelo completo
posicion_promedio = mean(subset.Posicion);

v_fit = linspace(min(velocidades_unicas), max(velocidades_unicas), 100);
F_total_fit = (k_global * posicion_promedio) + K_fit * v_fit.^n_fit;

plot(v_fit, F_total_fit, '-', 'Color', colores(i,:), 'LineWidth', 2, ...
     'DisplayName', sprintf('%d h (Modelo)', tiempo_actual));
end

% Etiquetas y Leyenda Final
title('Validación del Modelo Total: F_c vs. Velocidad', 'FontSize', 14);
xlabel('Velocidad (mm/s)');
ylabel('Fuerza crítica (N)');
legend('show', 'Location', 'northwest');
hold off;

%% =====
% PARTE 4.5: TABLA DETALLADA DE RESULTADOS Y COMPARACIÓN
% =====

fprintf('\n\n===== \n');
fprintf('      TABLA DETALLADA DE RESULTADOS POR CONDICIÓN\n');
fprintf('===== \n');

% Inicializar la tabla vacía que contendrá todos los resultados
resultados_tabla = table();

% Bucle externo para cada tiempo de envejecimiento
for i = 1:num_tiempos
    tiempo_actual = tiempos_unicos(i);

    % Obtener los parámetros K y n para este tiempo de envejecimiento
    K_fit = resultados_viscosos(i, 1);

```

```

n_fit = resultados_viscosos(i, 2);

% Obtener las velocidades únicas para este grupo
subset_tiempo = tabla_maestra(tabla_maestra.tiempodeenveje == tiempo_actual, :);
velocidades_grupo = unique(subset_tiempo.Velocidad);

% Bucle interno para cada velocidad dentro del grupo de envejecimiento
for j = 1:length(velocidades_grupo)
    velocidad_actual = velocidades_grupo(j);

    % Filtrar los datos para esta condición específica (tiempo y velocidad)
    subset_condicion = subset_tiempo(subset_tiempo.Velocidad == velocidad_actual,
:);

    % --- CÁLCULOS PARA LA TABLA ---

    % 1. Fuerza Promedio Experimental (lo que midió la máquina)
    F_promedio_exp = mean(subset_condicion.Fuerza);

    % 2. Fuerza Elástica del Modelo (calculada con la posición promedio)
    posicion_promedio_condicion = mean(subset_condicion.Posicion);
    F_elastica_modelo = k_global * posicion_promedio_condicion;

    % 3. Fuerza Viscosa del Modelo
    F_viscosa_modelo = K_fit * velocidad_actual.^n_fit;

    % 4. Fuerza Crítica Total del Modelo (Suma de las partes del modelo)
    F_critica_total_modelo = F_elastica_modelo + F_viscosa_modelo;

    % --- CREACIÓN DE LA FILA PARA LA TABLA ---

    nueva_fila = table(tiempo_actual, velocidad_actual, F_elastica_modelo,
F_viscosa_modelo, F_critica_total_modelo, F_promedio_exp, ...
    'VariableNames', {'Tiempo_h', 'Velocidad_mm_s', 'F_Elastica_Modelo_N',
'F_Viscosa_Modelo_N', 'F_Total_Modelo_N', 'F_Promedio_Exp_N'});

    % Añadir la nueva fila a la tabla principal
    resultados_tabla = [resultados_tabla; nueva_fila];
end
end

% Mostrar la tabla final y formateada en la consola
disp('Tabla comparativa de fuerzas por condición:');
disp(resultados_tabla);

```