

**PROBABI-TIC: UNA HERRAMIENTA PARA FORTALECER EL
RAZONAMIENTO PROBABILÍSTICO EN ESTUDIANTES DE NOVENO GRADO**

GIOVANNY NARANJO AMARIS



**UNIVERSIDAD INDUSTRIAL DE SANTANDER
FACULTAD DE CIENCIAS HUMANAS
ESCUELA DE EDUCACIÓN
MAESTRÍA EN PEDAGOGÍA
BUCARAMANGA**

2018

**PROBABILI-TIC: UNA HERRAMIENTA PARA FORTALECER EL
RAZONAMIENTO PROBABILÍSTICO EN ESTUDIANTES DE NOVENO GRADO**

GIOVANNY NARANJO AMARIS

**Proyecto de grado presentado para optar al título de
Magíster en Pedagogía**

Directora:

**BELKI YOLIMA TORRES RUEDA
Magíster en Pedagogía**

**UNIVERSIDAD INDUSTRIAL DE SANTANDER
FACULTAD DE CIENCIAS HUMANAS
ESCUELA DE EDUCACIÓN
MAESTRÍA EN PEDAGOGÍA
BUCARAMANGA**

2018

DEDICATORIA

A Dios por darme la sabiduría a mi esposa Darly j. López Flórez y a mi hijo Joan Darío Naranjo López por acompañarme durante todo el proceso de la maestría.

CONTENIDO

	Pág.
INTRODUCCIÓN	17
1. PROBLEMA	21
1.1 PLANTAMIENTO DEL PROBLEMA	21
2. JUSTIFICACIÓN.....	36
3. OBJETIVOS.....	38
3.1 OBJETIVO GENERAL	38
3.2 OBJETIVOS ESPECÍFICOS.....	38
4. MARCO TEÓRICO	39
4.1 ANTECEDENTES INTERNACIONALES	39
4.2 ANTECEDENTES NACIONALES.....	42
4.3 ANTECEDENTES LOCALES	45
5. MARCO CONCEPTUAL	49
5.1 APRENDIZAJE SIGNIFICATIVO	49
5.2 RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS.....	50
5.3 TECNOLOGÍAS DE LA INFORMACIÓN Y LA COMUNICACIÓN (TIC)	51
5.4 SECUENCIA DIDÁCTICA.....	52
5.5 ESTÁNDARES BÁSICOS DE COMPETENCIAS	53
5.5.1 Estándares Básicos de Competencias Matemáticas	53
5.5.2 Tipos de Pensamientos Matemáticos	55
5.5.2.1 Pensamiento aleatorio	55

5.6 TAXONOMÍA DE SOLO (STRUCTURE OF OBSERVED LEARNIG OUTCOMES – ESTRUCTURA DE LOS RESULTADOS DE APRENDIZAJE OBSERVADOS).....	56
5.7 ESTADÍSTICA	57
5.8 ALEATORIEDAD Y PROBABILIDAD	58
6. METODOLOGÍA	61
6.1 ESCENARIO Y PARTICIPANTES	65
6.2 VALIDEZ.....	66
6.3 CRITERIOS ÉTICOS	66
7. ANÁLISIS DE RESULTADOS.....	67
7.1 ANÁLISIS DE LA PRUEBA DIAGNÓSTICA	67
7.1.1 Análisis de resultados de prueba diagnóstica	67
7.1.2 Análisis de las preguntas 1, 2 y 4	68
7.1.2.1 <i>Categorización de las preguntas 1,2 y 4.</i>	68
7.1.3 Análisis de las preguntas 3, 8, 9 y 10	75
7.1.31 <i>Categorización preguntas 3, 8, 9 y 10</i>	75
7.1.4 Análisis de las preguntas 5, 6, 7	83
7.1.4.1 <i>Categorización preguntas 5, 6, y 7</i>	83
7.2 ANÁLISIS DE LA SECUENCIA DIDÁCTICA	89
7.2.1 Visión general	90
7.2.2 Descripción Primera sesión	91
7.2.2.1 <i>Descripción de la actividad casino didáctico.</i>	92
7.2.2.2 <i>Análisis de la actividad casino didáctico</i>	94

7.2.2.3 Hallazgos en la primera sesión	96
7.2.3 Descripción de la segunda sesión	98
7.1.3.1 <i>Descripción de la actividad 1</i>	98
7.1.3.2 <i>Análisis primera parte de la actividad 1</i>	99
7.1.3.3 <i>Análisis segunda parte de la actividad 1</i>	101
7.1.3.4 <i>Descripción de la actividad 2</i>	102
7.1.3.5 <i>Análisis primera parte de la actividad 2</i>	103
7.1.3.6 <i>Descripción de la actividad 2</i>	104
7.1.3.7 <i>Análisis segunda parte de la actividad 2</i>	105
7.1.3.8 Hallazgos de la segunda sesión	106
7.1.4 Descripción de la tercera sesión	107
7.1.4.1 <i>Descripción de la actividad.</i>	107
7.1.4.2 <i>Análisis de la actividad</i>	109
7.1.4.3 Hallazgos	112
7.1.5 Descripción cuarta sesión	112
7.1.5.1 <i>Descripción de la actividad.</i>	113
7.1.5.2 <i>Análisis de la actividad</i>	113
7.1.5.3 Hallazgos	114
7.1.6 Descripción de la quinta sesión.	115
7.1.6.1 <i>Descripción de la actividad.</i>	115
7.1.6.2 <i>Análisis de la actividad</i>	115
7.1.6.3 Hallazgos	117
7.1.7 Descripción de la sexta sesión.....	117

<i>7.1.7.1 Descripción de la actividad</i>	118
<i>7.1.7.2 Análisis de la actividad</i>	118
<i>7.1.7.3 Hallazgos</i>	119
8. ANÁLISIS DE LA PRUEBA FINAL.....	121
8.1 CATEGORIZACIÓN PREGUNTAS 1, 2, y 6.....	132
9. CONCLUSIONES	148
10. RECOMENDACIONES.....	150
BIBLIOGRAFÍA.....	151
ANEXOS	155

LISTA DE TABLAS

	Pág.
Tabla 1. Comparación de puntajes promedios.	23
Tabla 2. Porcentaje de estudiantes por nivel de competencias.	24
Tabla 3. Los resultados por índice de la Institución en la básica primaria	31
Tabla 3. Los resultados por índice de la Institución en la básica secundaria.....	32
Tabla 4. Los resultados por índice de la Institución en la media fueron:.....	33
Tabla 5. Diferentes significados de la probabilidad (adaptada de batanero, 2015)	59
Tabla 6. Diferentes significados de la probabilidad (adaptada de batanero, 2015)	59
Tabla 6. Fases metodológicas	62
Tabla 7. Ubicación de estudiantes según la taxonomía solo preguntas 1,2 y 4.....	69
Tabla 8. Características y diagramas de las preguntas 1, 2, 4	74
Tabla 9. Ubicación de estudiantes según la taxonomía solo preguntas 3, 8, 9 y 10.	76
Tabla 10. Características y diagramas de las preguntas 3, 8, 9 y 10.....	81
Tabla 11. Ubicación de estudiantes según la taxonomía SOLO, preguntas 5, 6, y 7.	84
Tabla 12. Características y diagramas de las preguntas 5, 6 y 7.....	88
Tabla 13. Descripción general de la secuencia	90
Tabla 14. Descripción primera sesión.....	91
Tabla 15. Juegos del casino.	92
Tabla 16. Tabla de registro.	93

Tabla 17. Tabla de registros claves y conclusiones.....	93
Tabla 18. Opciones seleccionadas por los estudiantes	94
Tabla 19. Respuestas de estudiantes.....	95
Tabla 20. Respuestas de estudiantes.....	96
Tabla 21. Descripción segunda sesión	98
Tabla 22. Tabla de registro.	99
Tabla 23. Respuestas de estudiantes.....	102
Tabla 24. Tabla de registro.	103
Tabla 25. Respuestas estudiantes.....	105
Tabla 26. Descripción tercera sesión.....	107
Tabla 27. Tabla para la encuesta.....	107
Tabla 28. Edad vs Deporte	108
Tabla 29. Sexo vs Asignatura favorita	108
Tabla 30. Internet vs Asignatura favorita	109
Tabla 31. Respuestas estudiantes.....	111
Tabla 32. Descripción cuarta sesión.....	112
Tabla 33. Descripción quinta sesión.	115
Tabla 34. Juego de estudiantes.	116
Tabla 35. Descripción sexta sesión.	117
Tabla 36. Resultados de los estudiantes en la prueba final.....	121
Tabla 37. Prueba Diagnóstica vs Prueba Final.....	129
Tabla 38. Prueba Diagnóstica vs Prueba Final.....	134

Tabla 39. Prueba Diagnóstica vs Prueba Final.....	140
Tabla 40. Porcentajes prueba diagnóstica vs prueba final.....	143

LISTA DE GRÁFICAS

	Pág.
Gráfica 1. Comparación niveles de desempeño por año de la Institución.	26
Gráfica 2. Niveles de desempeño por Institución, Ciudad y País.....	27
Gráfica 3. Fortalezas y Debilidades	28
Gráfica 4. Fortalezas y debilidades de los componentes evaluados.....	29
Gráfica 5. ISCE Básica primaria.	31
Gráfica 6. ISCE Básica Secundaria.	32
Gráfica 7. ISCE de la media.....	32
Gráfica 8. Fases de Diagnóstico, Intervención y Evaluación	64
Gráfica 9. Ubicación de juegos en el aula.....	93

LISTA DE ANEXOS

	Pág.
ANEXO A. PRUEBA DIAGNÓSTICA.....	155
ANEXO B. CODIFICACIÓN DE LOS ESTUDIANTES.....	167
ANEXO C. JUSTIFICACIÓN DE LOS ESTUDIANTES.....	168
ANEXO D. PRUEBA FINAL.....	174
ANEXO E. SECUENCIA DIDÁCTICA	180

RESUMEN

TITULO: **PROBABILI-TIC: UNA HERRAMIENTA PARA FORTALECER EL RAZONAMIENTO PROBABILISTICO EN ESTUDIANTES DE NOVENO GRADO***

AUTOR: **GIOVANNY NARANJO AMARIS****

PALABRAS CLAVES: Educación, Razonamiento, Probabilidad, Simulación Computacional, GeoGebra, Juegos de Azar.

DESCRIPCIÓN:

La investigación Probabili-tic surgió de la necesidad de fortalecer el pensamiento aleatorio en estudiantes de noveno grado de una Institución Educativa rural oficial, en la que, según los resultados de la prueba saber 9° del año 2016 en matemáticas el componente aleatorio, las competencias de resolución de problemas y razonamiento mostraron debilidades. Probabili-tic es una secuencia didáctica de seis sesiones cada una dividida entre 3 y 4 horas semanales en la que se utilizó actividades vivenciales destacando el casino didáctico, colegio aleatorio, a crear juegos y a cine, así mismo simulaciones computacionales en el software de GeoGebra del lanzamiento de una moneda y el lanzamiento de un dado, cada una acompañada de la experiencia física del lanzamiento. Esto como parte de la estrategia para fortalecer el razonamiento probabilístico, la investigación se soportó pedagógicamente en el aprendizaje significativo de David Ausubel, a nivel didáctico en la resolución de problemas de Pólya y Carmen Batanero en lo disciplinar. La investigación siguió un enfoque cualitativo, su diseño metodológico fue la Investigación Acción, que se desarrolló en tres fases: diagnóstico, intervención y evaluación, en las que se evidenció dificultades como el sesgo de equiprobabilidad e independencia de experimentos aleatorios, situaciones que fueron aclaradas en la mayoría de estudiantes durante la aplicación de Probabili-tic. Finalmente, la investigación resalta la importancia del uso de la simulación computacional durante el proceso de enseñanza de la probabilidad, ya que permitió al estudiante tener una visión más general del experimento aleatorio.

* Trabajo de Grado

** FACULTAD DE CIENCIAS HUMANAS. ESCUELA DE EDUCACIÓN. MAESTRÍA EN PEDAGOGÍA. Director(a): BELKI YOLIMA TORRES RUEDA, Magíster en Pedagogía

ABSTRACT

TITLE: PROBABI-TIC: A TOOL TO STRENGTHEN PROBABILISTIC REASONING IN NINTH GRADE STUDENTS*.

AUTHOR: GIOVANNY NARANJO AMARIS**

KEY WORDS: Education, Reasoning, Probability, Computational Simulation, GeoGebra, Games of Chance.

DESCRIPTION:

Probabili-tic research arose from the need to strengthen random thinking in ninth-grade students of an official rural Educational Institution, in which, according to the results of the test know 9 ° of 2016 in mathematics the random component, the competences of problem solving and reasoning showed weaknesses. Probabili-tic is a didactic sequence of six sessions each divided between 3 and 4 hours a week in which experiential activities were used highlighting the didactic casino, random school, to create games and movies, as well as computer simulations in GeoGebra's software. throwing a coin and throwing a die, each accompanied by the physical experience of the throw. As part of the strategy to strengthen the probabilistic reasoning, the research was supported pedagogically in the significant learning of David Ausubel, at the didactic level in the resolution of problems of Pólya and Carmen Batanero in the disciplinary. The research followed a qualitative approach, its methodological design was Action Research, which was developed in three phases: diagnosis, intervention and evaluation, in which difficulties such as the likelihood of equiprobability and independence of random experiments were evident, situations that were clarified in the majority of students during the Probabili-tic application. Finally, the research highlights the importance of the use of computational simulation during the process of teaching probability, since it allowed the student to have a more general view of the random experiment.

* Trabajo de Grado

** FACULTAD DE CIENCIAS HUMANAS. ESCUELA DE EDUCACIÓN. MAESTRÍA EN PEDAGOGÍA. Director(a): BELKI YOLIMA TORRES RUEDA, Magíster en Pedagogía

INTRODUCCIÓN

La educación matemática cumple un papel importante en el desarrollo social, cultural y económico en una sociedad, es por eso que existen organizaciones encargadas de medir los niveles de desempeño en matemáticas en estudiantes de diferentes países, como la Organización para la Cooperación y el Desarrollo Económicos OCDE, que mediante la prueba PISA evalúa la formación de estudiantes de 15 años cuando llegan al final de la enseñanza básica, estas pruebas son aplicadas cada tres años con énfasis en Matemáticas, Ciencia y Lectura.

Colombia en el año 2012 participó en la prueba PISA con énfasis en matemáticas, en la que los resultados demostraron que los mayores porcentajes de estudiantes que presentan la prueba se ubican en los niveles más bajos de desempeño, además en pruebas nacionales como Prueba Saber 3, 5 y 9 del año 2016 se sigue evidenciando que la mayor parte de estudiantes de básica se encuentran ubicados en los niveles insuficiente y mínimo de desempeño en matemáticas.

Estos resultados han generado preocupación y cuestionamientos acerca de cómo generar políticas educativas más eficientes que permitan a los estudiantes desarrollar sus habilidades matemáticas, por tal razón esta investigación busca conocer la problemática desde una Institución Educativa rural oficial en la cual se analiza los resultados de la Prueba Saber 9 de matemáticas de los años 2014, 2015, 2016, Índice Sintético de Calidad Educativa (ISCE) y planes de mejoramiento institucional en el área de matemáticas.

Al analizar los resultados de la Prueba Saber 9 se observa, además de lo ya mencionado anteriormente los altos porcentajes de estudiantes en los niveles de desempeño insuficiente y mínimo se encontró que el componente aleatorio es el más débil entre el geométrico y el algebraico con debilidades también en las

competencias resolución de problemas y razonamiento, en el ISCE la institución se encuentra por debajo del nivel nacional (5.11- 5.27), y en los planes de mejoramiento de la institución se evidencia que estos se enfocan simplemente al entrenamiento en la solución de problemas tipo Prueba Saber cómo estrategia para mejorar los resultados dejando a un lado el desarrollo de habilidades matemáticas en los estudiantes.

Es por esta razón que la investigación busca mejorar el componente aleatorio y competencias matemáticas a través de Probabili-tic como herramienta para fortalecer el razonamiento probabilístico en estudiantes de noveno grado, Por lo anterior surgieron las siguientes preguntas:

¿Qué dificultades presentan los estudiantes de noveno grado al resolver situaciones de aleatoriedad y probabilidad?

¿En qué niveles de pensamiento se encuentran los estudiantes de noveno grado al resolver situaciones de probabilidad según la taxonomía SOLO?

¿Qué características tiene la secuencia didáctica que permite fortalecer el razonamiento probabilístico en los estudiantes de noveno grado?

Por consiguiente, se plantea la siguiente pregunta de investigación: **¿Cómo fortalecer el razonamiento probabilístico en estudiantes de noveno grado utilizando *PROBABILI-TIC* como herramienta de aprendizaje?**

Con el fin de responder la pregunta anterior, la investigación tiene como objetivo general: fortalecer el razonamiento probabilístico en estudiantes de noveno grado de una Institución Educativa Oficial Rural, usando “*PROBABILI-TIC*” como herramienta de aprendizaje.

Para tal fin se siguen los siguientes objetivos específicos, primero identificar las dificultades y fortalezas de los estudiantes en situaciones aleatorias cotidianas,

segundo analizar los niveles de pensamientos en los que se encuentran los estudiantes aplicando la taxonomía SOLO, en situaciones donde se aplica la probabilidad, tercero diseñar e implementar una secuencia didáctica como estrategia para fortalecer el razonamiento probabilístico en estudiantes de básica secundaria y cuarto evaluar los avances de la secuencia didáctica como estrategia de enseñanza y fortalecimiento del razonamiento probabilístico.

La investigación tiene como referentes teóricos a David Ausubel a nivel pedagógico ya que busca que los aprendizajes de los estudiantes sean significativos y contruidos desde una fase experimental real, acercándolos a vivir de manera corta los avances históricos del tema, teniendo en cuenta sus pre-saberes.

A Pólya George en la resolución de problema y sus cuatro fases: comprender el problema, configurar un plan, ejecutar el plan y reflexionar el resultado, la investigación también busca que los problemas que se le presenten a los estudiantes sean interesantes y despierte el interés por solucionarlos.

Biggs y Collin en la taxonomía SOLO la cual sirve como herramienta para caracterizar el desempeño de un estudiante cuando realizan una tarea específica, categorizándolo en cinco niveles: Pre-estructural, Uni-estructural, Multi-estructural, Relacional y Abstracción extendida, la investigación determina el nivel de desempeño alcanzado por los estudiantes antes y después de la intervención, Batanero Carmen a nivel didáctico en relación a la didáctica de la estadística el Ministerio de Educación Nacional estándares básicos y competencias matemáticas.

La investigación sigue un enfoque cualitativo y diseño metodológica la investigación acción, busca comprender más realidad de los estudiantes al enfrentarse a situaciones aleatorias, se desarrolla en tres fases: diagnostica, intervención y evaluación.

En la fase diagnóstica se aplicó una prueba de 10 preguntas tomadas de Pruebas Saber de años anteriores con componente aleatoria y competencias resolución de problemas y razonamiento en la que cada estudiante seleccionaba la respuesta la cual debía justificar, En la fase de intervención se diseña una secuencia didáctica de seis sesiones en las que hay actividades vivenciales y computacionales, en la fase de evaluación se aplica una prueba final de 8 preguntas de componente y competencias similares a la prueba diagnóstica.

El análisis de resultados de la prueba diagnóstica y la prueba final se desarrolla teniendo en cuenta la taxonomía SOLO en la que se determina las dificultades y fortalezas de los estudiantes para finalmente ser contrastadas.

Finalmente se logra concluir que la secuencia didáctica Probabilístico, permitió fortalecer el razonamiento probabilístico, a través de actividades en la que los estudiantes fueron los principales participes de la construcción de sus conocimientos probabilísticos, empleando, juegos de azar, experimentación física y la simulación computacional.

1. PROBLEMA

1.1 PLANTEAMIENTO DEL PROBLEMA

El papel que cumple la Educación Matemática en el desarrollo social, cultural y económico de una sociedad es fundamental, de ahí la preocupación de generar cada día políticas educativas más eficientes que permitan al educando desarrollar sus habilidades matemáticas y permitirle desempeñarse adecuadamente, contribuyendo al mejoramiento de su país.

En Colombia esa preocupación no es ajena, los bajos resultados obtenidos en matemáticas en las pruebas nacionales (saber 3°, 5° y 9°, saber 11°) e internacionales (PISA 2012 y TIMMS) evidenció lo primordial que es la implementación de nuevas políticas educativas eficientes que permitan alcanzar altos índices de calidad en educación; los últimos resultados obtenidos en la prueba saber 3°,5°y 9° 2015¹ en matemáticas, permitieron evidenciar los niveles de desempeños y competencias de los estudiantes en la básica primaria y básica secundaria.

Encontrando en esta última que el 23% de ellos se ubicaron en el nivel de desempeño insuficiente, lo que quiere decir que estos estudiantes no superan las preguntas de menor complejidad; es decir no tuvieron los conocimientos necesarios para resolver situaciones problemas cotidianas, lo ideal es no tener estudiantes en este nivel, por otro lado tenemos que en el nivel de desempeño mínimo se encontraron el mayor porcentaje de estudiantes del país 53%, luego superan las preguntas de menor complejidad, en cuanto a los estudiantes que se ubicaron en

¹ ICFES INTERACTIVO. Publicación Resultados Saber 3°,5° y 9° 2015. Disponible en: <<http://www2.icfesinteractivo.gov.co/ReportesSaber359/consultaReporteEstablecimiento.aspx>> [citado en 20 agosto 2016]

este nivel solo reconocieron algunas formas de representar una función, solucionaron situaciones problemas en contextos aditivos y multiplicativos, solo identificaron algunas propiedades de los sólidos y sus desarrollos planos, también establecieron algunos movimientos en el plano como la reflexión y rotación, además utilizaron una forma convencional para describir fenómenos de otras áreas (Ciencias Naturales o Sociales).

El nivel de desempeño satisfactorio, es el que se deben ubicar todos o la mayoría de los estudiantes, corresponde al mínimo de calidad exigido para cada estudiante, en este nivel aparece un porcentaje del 20% y son aquellos estudiantes que obtuvieron un puntaje promedio entre 346 – 455 puntos, así mismo presentan un desempeño adecuado, además de superar los niveles anteriores son estudiantes que aplican adecuadamente la potenciación, radicación, logaritmación y sus propiedades para solucionar un problema, comprenden las expresiones algebraicas presentadas, conocen y aplican las transformaciones geométricas y hacen conjeturas en experimentos aleatorios.

Con respecto al nivel de desempeño avanzado, tuvo un 4% y son estudiantes que además de superar los dos niveles anteriores, encuentran, analizan, determinan y utilizan estructuras numéricas, algebraicas y aleatorias para dar solución a un problema, como podemos notar este es el nivel con índices más bajo que tiene el país.

Lo anterior demostró que los estudiantes tienen dificultades en el desarrollo de los pensamientos matemáticos (pensamiento numérico, pensamiento espacial, pensamiento métrico y pensamiento aleatorio).

En evaluaciones internacionales como Tendencias en el Estudio Internacional de Matemáticas y Ciencia (TIMMS), y Programa para la Evaluación Internacional de Alumnos (PISA) que evalúa la formación de los estudiantes (15 años) cuando llegan

al final de la etapa de enseñanza obligatoria, siendo ésta última la más reciente de las evaluaciones internacionales aplicadas; Colombia ha participado en tres ocasiones en esta prueba, PISA 2006 (énfasis en ciencia) ,2009 (énfasis en lectura) y 2012 (énfasis en matemáticas).

En PISA 2012² fueron evaluados aproximadamente 510.000 estudiantes de 65 países, en Colombia participaron 9.073 de diferentes Instituciones Educativas entre oficiales, privadas, rurales y urbanas, lo que dejó ver que el nivel de desempeño de los estudiantes del país en el área de matemáticas son muy bajo con respecto a sus pares y a países con altos índices de calidad educativa. Los puntajes promedios obtenidos en las pruebas se pueden observar en el siguiente cuadro.

Tabla 1. Comparación de puntajes promedios.

	Matemáticas	Lectura	Ciencias
	2012	2009	2006
Puntaje Promedio			
Colombia	376	403	399
Chile: Mejor país Latinoamérica	423	441	445
Shanghái: Mejor país de la prueba	613	570	580
Promedio OCDE	494	496	501

Fuente: resultados de PISA 2012, PISA 2009 Y PISA 2006.

En los puntajes promedios del cuadro, además de los resultados obtenidos en matemáticas se observan los puntajes de años anteriores en lectura y ciencias; también se encuentran los resultados de Chile el mejor país ubicado de los latinos, Shanghái el mejor país de la prueba y el promedio de países (Organización para la Cooperación y el Desarrollo Económicos) OCDE; las diferencias entre puntajes con

² ORGANIZACIÓN PARA LA COOPERACIÓN Y EL DESARROLLO ECONÓMICOS - OCDE. Resultados de PISA 2012 en Foco. Lo que los alumnos saben a los 15 años de edad y lo que pueden hacer con lo que saben. Disponible en <https://www.oecd.org/pisa/keyfindings/PISA2012_Overview_ESP-FINAL.pdf>[citado en 20 agosto 2016]

respecto a Colombia en las tres pruebas es alta, mientras Colombia en matemáticas obtuvo 376 de puntaje promedio, Chile obtuvo 423 y Shanghai 613 y el promedio países OCDE fue de 496.

Por otro lado, PISA también proporciona los niveles de desempeño en los que se encuentran los estudiantes; esta prueba maneja seis niveles de desempeño, siendo los niveles 5 y 6 donde se ubican los estudiantes avanzados, ósea aquellos que tienen gran potencial de realizar actividades de alta complejidad cognitiva. Los niveles 3 y 4 son niveles que se encuentran por encima del mínimo, en este se ubican los estudiantes sobresalientes, pero no con un nivel de desempeño adecuado que le permita realizar actividades de situaciones más complejas. El nivel 2 es el nivel de desempeño mínimo, se ubican los estudiantes que tienen lo básico para desempeñarse en la sociedad, y los niveles 1 y por debajo de 1 son los niveles de desempeño insuficientes, se encuentran los estudiantes que no tienen el conocimiento básico para realizar actividades que exigen la vida cotidiana.

Tabla 2. Porcentaje de estudiantes por nivel de competencias.

	Matemáticas			Lenguaje			Ciencias		
	< Nivel 2	Nivel 2	Nivel 5 y 6	< Nivel 2	Nivel 2	Nivel 5 y 6	< Nivel 2	Nivel 2	Nivel 5 y 6
Colombia	73,8%	17,8%	0,3%	51,4%	30,5%	0,3%	56,2%	30,8%	0,1%

Fuente: resultados de PISA 2012, PISA 2009 Y PISA 2006.

En la tabla 2, tenemos el porcentaje de estudiantes ubicados según el nivel de competencia y podemos ver que los porcentajes más altos en las tres pruebas se encuentran por debajo del nivel 2, lo que quiere decir que la mayoría de los estudiantes de nuestro país no tienen el conocimiento y habilidades básicas para desempeñarse adecuadamente en sociedad, el porcentaje de estudiantes que tienen un desempeño básico (nivel 2) en matemáticas se ubicaron solo un 17,8% de estudiantes, mientras que en lenguaje y ciencias los porcentajes fueron casi del

doble 30,5% y 30,8%; De los estudiantes evaluados con gran potencial de conocimiento (nivel 5 y 6) solo se encuentra el 0,3% en matemáticas y lenguaje mientras que ciencias tiene el 0,1%.

Como se puede evidenciar en estos resultados es necesario la implementación de políticas educativas eficientes que contribuyan al mejoramiento de desempeños y competencias en nuestros estudiantes.

Una vez analizados los resultados obtenidos a nivel nacional e internacional en matemáticas, en los que se evidenció dificultades globales en los estudiantes colombianos, sería apropiado comprender desde una Institución Educativa del país, como se está potencializando las competencias y pensamientos matemáticos en los estudiantes y que planes se están diseñando para mejorar dicha situación.

Por tal motivo se analizó los resultados de matemáticas la Institución Educativa Blanca Durán de Padilla en las Pruebas Saber 9³, el Índice Sintético de Calidad Educativa (ISCE), y los planes de mejoramiento institucionales en el área de matemáticas para conocer más específicamente la problemática en estudio, encontrando que dichos planes de mejoramiento solo están enfocados a el entrenamiento de estudiantes en resolver problemas tipo Prueba Saber para primaria y básica o en el caso de la media preguntas tipo ICFES dedicando una hora exclusivamente a desarrollar estos problemas.

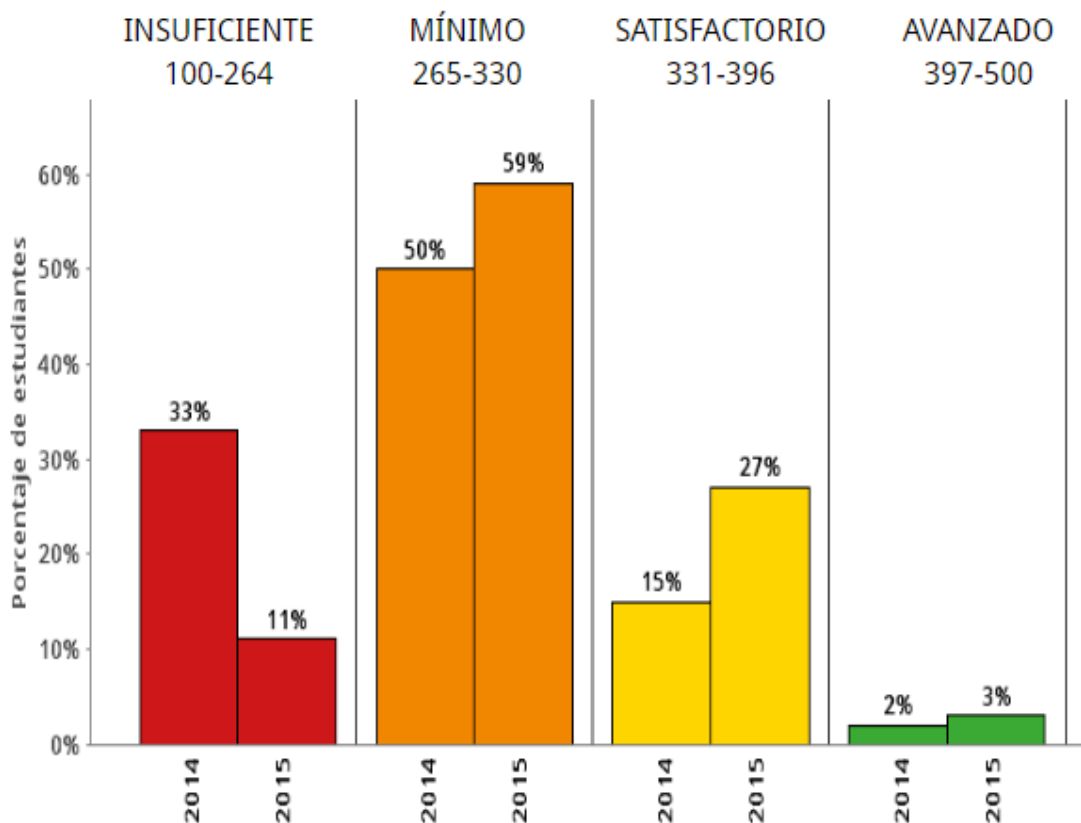
La Institución Educativa Blanca Durán de Padilla es un establecimiento educativo de carácter oficial y nivel socioeconómico dos. Se encuentra ubicado en el corregimiento el centro de Ecopetrol vereda campo 22 de la ciudad de

³ ICFES INTERACTIVO. Consulta de Resultados Saber 3°,5° y 9°. 2015. Consulta de Resultados. Disponible en: <<http://www2.icfesinteractivo.gov.co/ReportesSaber359/consultaReporteEstablecimiento.aspx>>>[citado en 23 agosto 2016]

Barrancabermeja en el departamento de Santander, es una Institución Educativa que cuenta con una sede B de básica primaria y una sede A de básica secundaria y media, dividida en dos jornadas, cuenta con 51 docentes de aula, un orientador, tres coordinadores y un docente PTA, en ella se educa a 1710 estudiantes de los estratos uno y dos, bajo el lema de “formamos personas de bien”.

A continuación, se presenta una comparación de los resultados obtenidos por la Institución educativa en la prueba saber 9° matemáticas en los años 2014 y 2015.

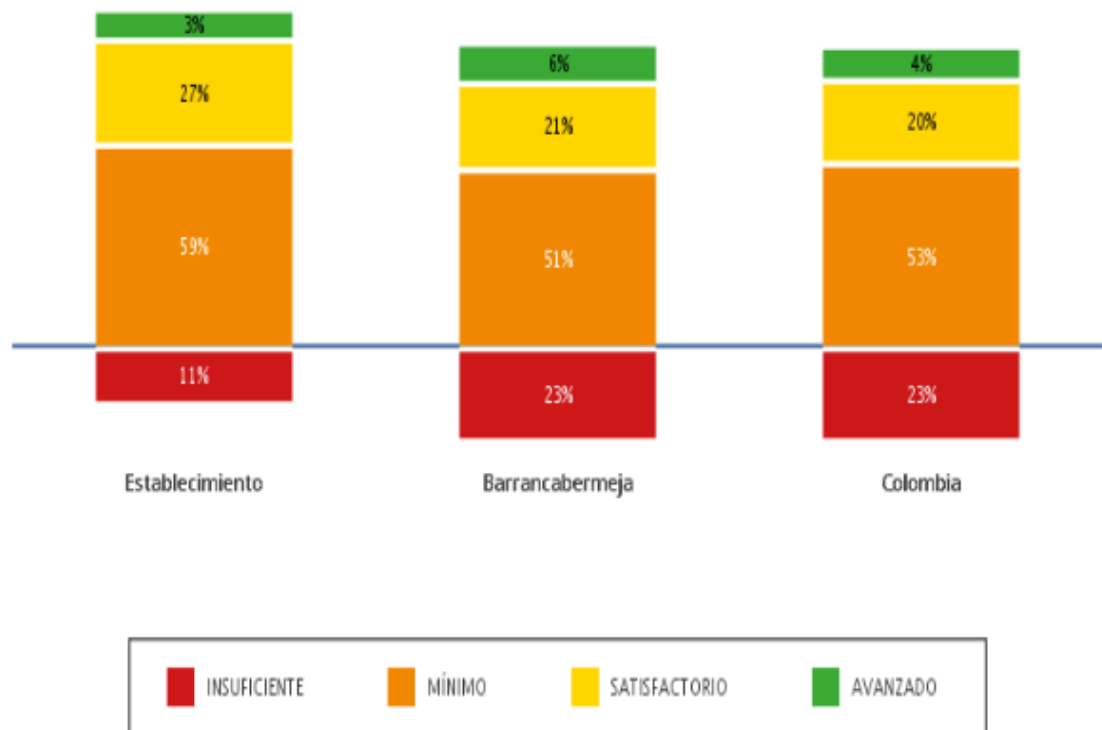
Gráfica 1. Comparación niveles de desempeño por año de la Institución.



Fuente: ICFES INTERACTIVO. Consulta de Resultados Saber 3°,5° y 9° 2015. Consulta de Resultados.

En la gráfica 2, tenemos los resultados de 95 estudiantes de la Institución evaluados en el 2014 y 97 evaluados en el 2015, al observar la gráfica podemos concluir que hubo una diferencia significativa en el nivel de desempeño insuficiente, se redujo del 33% al 11%, pero esto no quiere decir que la Institución se encuentre en el nivel adecuado, ya que podemos ver que el nivel de desempeño con los porcentajes más altos en los dos años es el nivel desempeño mínimo lo cual indica que se tienen que implementar planes de mejoramiento y fortalecimiento en los diferentes pensamientos matemáticos que lleven a la mayoría de estudiantes a alcanzar un nivel satisfactorio, ya que en este nivel se encuentran porcentajes menores del 50%. La prueba también permitió comparar el porcentaje por niveles de desempeño de la Institución Educativa con los resultados de Barrancabermeja y Colombia.

Gráfica 2. Niveles de desempeño por Institución, Ciudad y País



Fuente: ICFES INTERACTIVO. Consulta de Resultados Saber 3°,5° y 9° 2015. Consulta de Resultados.

Al observar la gráfica, podemos darnos cuenta cómo se encuentra la Institución en cada uno de sus niveles de desempeño con respecto a Barrancabermeja y Colombia, en los dos casos comparando el nivel de desempeño insuficiente, la Institución presenta menor porcentaje 11% contra 23%, tanto en la Institución como en la ciudad y el país, se debe estar pensando en implementar planes que permitan el mejoramiento del desempeño en los estudiantes, se muestra que el nivel de desempeño mínimo es donde se concentra el mayor porcentaje de estudiantes en la Institución, ciudad y país; luego se pudo concluir que la mayor parte de estudiantes del país solo alcanza a resolver preguntas o problemas de menor complejidad.

En la siguiente gráfica 3, se detalla las fortalezas y debilidades comparando la Institución con establecimientos educativos que presentan puntajes promedios similares.



Fuente: ICFES INTERACTIVO. Consulta de Resultados Saber 3°,5° y 9° 2015. Consulta de Resultados.

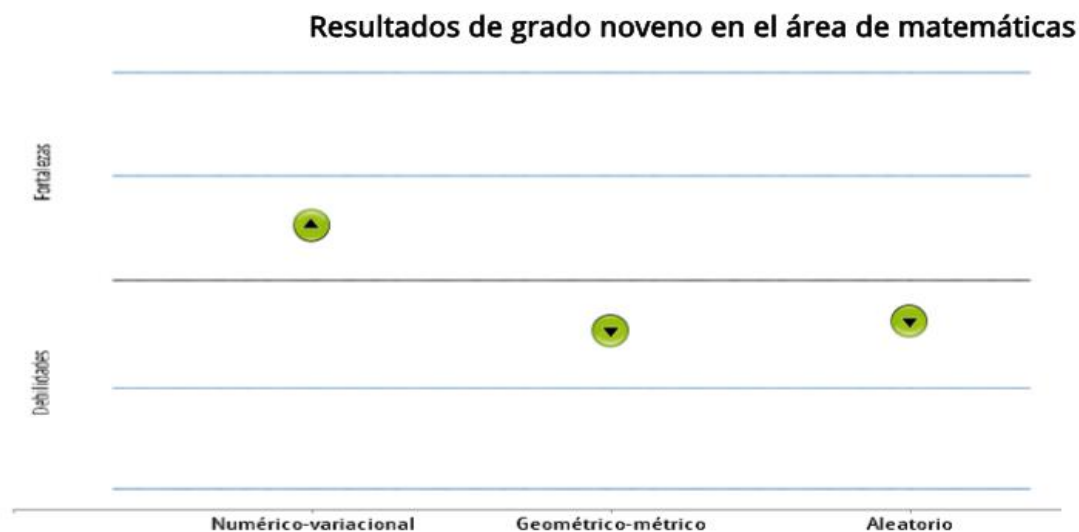
Podemos ver en la gráfica 3, debilidad de los estudiantes en la competencia de razonamiento; luego su capacidad de utilizar, analizar e interpretar los números, sus propiedades y símbolos, fueron débil.

Por otro lado, la capacidad de que el estudiante comunique de manera adecuada un proceso en la solución de un problema es muy fuerte.

Mientras la resolución de problemas de los jóvenes es muy débil con respecto a otras Instituciones Educativas, también se evidenció que los resultados del municipio de Barrancabermeja como los resultados del país los niveles de desempeños no son bajos.

En este caso nuevamente se compara la Institución con establecimientos educativos que presentaron puntajes promedios similares, centrándose en los componentes matemáticos.

Gráfica 4. Fortalezas y debilidades de los componentes evaluados.



Fuente: ICFES INTERACTIVO. Consulta de Resultados Saber 3°,5° y 9° 2017. Consulta de Resultados.

El pensamiento Numérico – variacional se presentó como fortaleza, el pensamiento Geométrico - métrico y Aleatorio presentaron debilidades.

En cuanto al ISCE es una herramienta creada por el MEN con el fin de medir la calidad educativa en cada nivel de la Institución, esta medición tiene en cuenta el progreso, desempeño, eficiencia y ambiente escolar.

El *progreso* mide que tanto ha mejorado la Institución consigo misma, comparando los resultados del año anterior y el porcentaje de estudiantes ubicados en el nivel desempeño insuficiente en lenguaje y matemáticas, lo que indica que disminuir este desempeño se estaría acercando a una excelente calidad educativa.

Para el componente de *desempeño*, se califica utilizando el puntaje promedio que obtuvo la Institución Educativa en las pruebas saber, lo que afirma que aumentar el puntaje promedio en este, se estaría mejorando la calidad de educación de la Institución.

El índice de *eficiencia*, mide la tasa de aprobación de cada Institución, se debe buscar la forma de que todos los estudiantes estén aprendiendo y de mejor forma. Por último, tenemos el *ambiente escolar*, el cual se divide en dos aspectos fundamentales: el ambiente en el aula y el seguimiento del aprendizaje, este índice apunta a medir la relación maestro – estudiante, siendo 100 la máxima calificación que se puede obtener.

A continuación se presentan los resultados del ISCE 2016⁴ de la Institución.

Gráfica 5. ISCE Básica primaria.



Fuente: Colombia aprende Día E.

Tabla 3. Los resultados por índice de la Institución en la básica primaria

Progreso	Desempeño	Eficiencia	Ambiente escolar	Total
0,18	2,25	0,94	0,74	4,11

Fuente: Colombia aprende Día E.

Se pudo notar que existe una diferencia muy amplia con respecto a otras Instituciones de la ciudad 5,31 y mucho más con respecto a los resultados nacionales 5,41.

⁴ COLOMBIA. MINISTERIO DE EDUCACIÓN NACIONAL. Día E. Básica Primaria. Reporte de la excelencia 2016. Establecimiento Educativo Institución Blanca Durán de Padilla. Disponible en: <http://diae.mineducacion.gov.co/dia_e/documentos/2016/268081001220.pdf>[citado en 23 agosto 2016]

Gráfica 6. ISCE Básica Secundaria.



Fuente: Colombia aprende Día E.

Tabla 3. Los resultados por índice de la Institución en la básica secundaria

Progreso	Desempeño	Eficiencia	Ambiente escolar	Total
1,14	2,36	0,86	0,77	5,12

Fuente: Colombia aprende Día E.

Los resultados presentados anteriormente mostraron a la Institución Educativa por encima del ISCE de otros establecimientos educativos y por debajo al nivel nacional, la Institución debe seguir su búsqueda por mantener y superar los niveles nacionales.

Gráfica 7. ISCE de la media



Fuente: Colombia aprende Día E.

Tabla 4. Los resultados por índice de la Institución en la media fueron:

Progreso	Desempeño	Eficiencia	Ambiente escolar	Total
0,56	2,30	1,74	NR	4,61

Fuente: Colombia aprende Día E.

En la gráfica 7, con respecto a las otras Instituciones y al nivel nacional, el ISCE se encontró por debajo, la Institución debe enfocarse en mejorar cada una de los componentes del ISCE.

Con base en el análisis de los resultados saber 9° 2015 e ISCE 2016, de la Institución Educativa Blanca Durán de Padilla se pudo evidenciar las debilidades en el área de matemáticas y como se demostró en un estudio de la OCDE sobre competencias de la población adulta *“Revela que las competencias básicas de matemáticas tienen un gran impacto sobre las probabilidades de éxito en la vida de los individuos”*⁵ lo que nos lleva a reflexionar la importancia de que los estudiantes desarrollen competencias básicas que aumenten sus probabilidades de éxito en la vida y lo que significa ser matemáticamente competente.

Por tal razón esta investigación se basó en el componente aleatorio y buscó mejorar las competencias relacionadas con el razonamiento probabilístico de estudiantes de noveno grado utilizando las TIC, como lo afirma Batanero C. en su libro *Didáctica de la Estadística, “La gran ventaja de los ordenadores es su naturaleza dinámica, su velocidad, y el creciente rango de software que permite a los estudiantes experimentar y explorar todos los procesos estadísticos”*⁶.

⁵ Organización para la Cooperación y el Desarrollo Económicos - OCDE. Resultados de PISA 2012 en Foco. Lo que los alumnos saben a los 15 años de edad y lo que pueden hacer con lo que saben. Pág. 6. Disponible en: https://www.oecd.org/pisa/keyfindings/PISA2012_Overview_ESP-FINAL.pdf>[citado en 23 agosto 2016]

⁶ BATANERO, Carmen. *Didáctica de la Estadística*. Grupo de Educación Estadística Universidad de Granada. España. 2001. pág.137

Además, desde la estadística se puede fortalecer otros pensamientos de la matemática.

“Destrezas relacionadas con el pensamiento numérico que pueden ejercitarse en clase de estadística: anotar números, hacer el recuento por clase, comparar las frecuencias, obtener las sumas acumuladas y el total, representar gráficamente, calcular porcentajes, proporciones, medias y desviaciones típicas, usar tablas numéricas de doble entrada, sustituir números en fórmulas, aproximar y redondear resultados e interpretar datos numéricos”⁷

El Ministerio de Educación Nacional (MEN) en los Estándares Básicos de competencias en matemáticas; Pensamiento Aleatorio⁸, se define lo que debe saber el estudiante al terminar noveno grado, el estudiante debe: Comparar resultados de experimentos aleatorios, resolver y formular problemas con base de datos tomados de diversos medios, calcular probabilidades utilizando diferentes métodos y usar los conceptos básicos de probabilidad para resolver problemas. Por lo anterior surgieron las siguientes preguntas:

¿Qué dificultades presentan los estudiantes de noveno grado al resolver situaciones de aleatoriedad y probabilidad?

¿En qué niveles de pensamiento se encuentran los estudiantes de noveno grado al resolver situaciones de probabilidad según la taxonomía SOLO?

¿Qué características tiene la secuencia didáctica que permite fortalecer el razonamiento probabilístico en los estudiantes de noveno grado?

⁷ CASTRO, RICO y CASTRO (1987). Citado por: Batanero. CARMEN. Didáctica de la Estadística. Grupo de Educación Estadística Universidad de Granada. España. 2001. pág.118.

⁸ COLOMBIA. MINISTERIO DE EDUCACIÓN NACIONAL.

Por lo anterior, se planteó la siguiente pregunta de investigación: **¿Cómo fortalecer el razonamiento probabilístico en estudiantes de noveno grado utilizando *PROBABILI-TIC* como herramienta de aprendizaje?**

2. JUSTIFICACIÓN

En los últimos años la teoría de probabilidades ha tenido un desarrollo fundamental en varios campos de la vida (Química, Física, Biología, Ingeniería, Ciencias Sociales, Economía, Salud, etc.) convirtiéndose en una necesidad para la sociedad que requiere de individuos que conozcan y comprendan la importancia del concepto de probabilidad y sus alcances. De ahí la importancia de desarrollar el pensamiento aleatorio desde los primeros años de educación en el estudiante; como lo indicó Fischbein (1975) “la enseñanza del tema desde una edad temprana es también necesaria para el desarrollo de la intuición de los estudiantes”⁹.

Además, el generar una cultura estadística en el joven le permitirá desarrollar competencias relacionadas con:

“Capacidad para interpretar y evaluar críticamente la información estadística, los argumentos apoyados en datos o los fenómenos que las personas pueden encontrar en diversos contextos, incluyendo los medios de comunicación, pero no limitándose a ellos, y la capacidad para discutir y comunicar sus opiniones respecto a tales informaciones estadísticas cuando sea relevante.”¹⁰

⁹ FISCHBEIN, E. The intuitive Sources of probabilistic reasoning in children. Dordrech: Reidel. 1975. Citado por: BATANERO, Carmen. Posibilidades y Retos de la enseñanza de la probabilidad en Educación primaria. Actas del 6° Congreso Uruguayo de Educación Matemática, Montevideo 2016. Disponible en: [https://books.google.es/books?hl=es&lr=&id=FNp-XgzUvpcC&oi=fnd&pg=PR9&dq=Fischbein,+E.+\(1975\).+The+intuitive+Sources+of+probabilistic+reasoning+in+children&ots=vxDW3v760H&sig=JhW9iboeqohiEt_NCn0iqzsfNPc#v=onepage&q=Fischbein%2C%20E.%20\(1975\).%20The%20intuitive%20Sources%20of%20probabilistic%20reasoning%20in%20children&f=false](https://books.google.es/books?hl=es&lr=&id=FNp-XgzUvpcC&oi=fnd&pg=PR9&dq=Fischbein,+E.+(1975).+The+intuitive+Sources+of+probabilistic+reasoning+in+children&ots=vxDW3v760H&sig=JhW9iboeqohiEt_NCn0iqzsfNPc#v=onepage&q=Fischbein%2C%20E.%20(1975).%20The%20intuitive%20Sources%20of%20probabilistic%20reasoning%20in%20children&f=false) >[citado en 25 agosto 2016]

¹⁰ GAL, Iddo. Adult’s statistical literacy: Meaning, Components, Responsibilities. Internacional Statitiscal Reiew. 2002. Citado por: Batanero, C. I Jornadas Virtuales De Didáctica de la Estadística, la probabilidad y la combinatoria. Sentido estadístico: componentes y desarrollo. Granada, 2013

Conociendo las debilidades de los jóvenes en torno al pensamiento aleatorio, reflejados en los resultados obtenidos en las pruebas internacionales, nacionales y locales, se buscó fortalecer las habilidades y capacidades de los estudiantes en estadística, implementando estrategias metodológicas fundamentadas en las TIC. Esto permitirá mejorar las competencias matemáticas y tener un mayor nivel de desarrollo personal y profesional, que le facilitará su vinculación a la sociedad.

Por tal razón esta investigación llamada “*PROBABILI-TIC*” buscó fortalecer las habilidades y capacidades de los estudiantes a través de actividades vivenciales, simulaciones, juegos de azar, situaciones problemas en las que el estudiante recolecta información la organiza, analiza y concluye.

En la Institución Educativa se ofrecieron nuevas herramientas de trabajo en el área buscando el mejoramiento continuo en los niveles de desempeño de los estudiantes y el fortalecimiento de los pensamientos y procesos en el área de matemáticas.

A nivel personal la investigación “*PROBABILI-TIC*” me permitió mejorar mis prácticas en el aula, empleando nuevas formas de enseñanza que despiertan el interés de los estudiantes por conocer y aprender mediante la resolución de problemas, y además es el primer paso para la construcción de la herramienta “*GEOMETRI-TIC*” y “*MATEMA-TIC*” propuestas que se trabajará posteriormente a esta.

3. OBJETIVOS

3.1 OBJETIVO GENERAL

Fortalecer el razonamiento probabilístico en estudiantes de noveno grado de una Institución Educativa Oficial Rural, usando “*PROBABILI-TIC*” como herramienta de aprendizaje.

3.2 OBJETIVOS ESPECÍFICOS

- Identificar las dificultades y fortalezas de los estudiantes en situaciones aleatorias cotidianas.
- Analizar los niveles de pensamientos en los que se encuentran los estudiantes aplicando la taxonomía de SOLO, en situaciones donde se aplica la probabilidad.
- Diseñar e implementar una secuencia didáctica (*PROBABILI-TIC*) como estrategia para fortalecer el razonamiento probabilístico en estudiantes de básica secundaria.
- Evaluar los avances de *PROBABILI-TIC* como estrategia de enseñanza y fortalecimiento del razonamiento probabilístico.

4. MARCO TEÓRICO

Actualmente la probabilidad es empleada por varias disciplinas para obtener avances a nivel científico y educativo, de ahí la importancia y preocupación de que nuestros jóvenes desarrollen el razonamiento probabilístico y puedan contribuir al desarrollo positivo de la sociedad.

A continuación, se presenta algunos autores de investigaciones internacionales, nacionales y locales relacionadas con el fortalecimiento del razonamiento probabilístico con estudiantes de básica secundaria.

4.1 ANTECEDENTES INTERNACIONALES

Máñez Rodrigo, E.¹¹, en su tesis para obtener título de máster, “Concepciones sobre la aleatoriedad de estudiantes de Educación Secundaria Obligatoria” Universidad de Granada, España, 2015; cuyo objetivo principal fue investigar los diferentes significados de aleatoriedad que le dan los estudiantes de educación secundaria, y la cual se basó en el enfoque ontosemiótico cuyo interés está en las prácticas realizadas en la resolución de problemas (Godino, 2010).

La investigación fue de tipo exploratorio y tuvo como muestra 159 estudiantes del Instituto de Enseñanza Secundaria Fernando Lázaro Carreter, centro de enseñanza pública, ubicada en la localidad Turolense de Utrillas, España, el cual contaba con 380 estudiantes matriculados, de los cuales 275 estaban inscritos en ESO y

¹¹ MÁÑEZ, Rodrigo, E. Concepciones sobre la aleatoriedad de estudiantes de educación secundaria Obligatoria. Tesis. Departamento de Didáctica de la Matemática. Universidad de Granada. España. 2015

Bachillerato y 105 a Formación Profesional, con edades comprendidas entre 13 y 17 años.

La metodología utilizada en la investigación consistió en la elaboración y aplicación de un cuestionario que le permitiera evaluar la idea que tienen los estudiantes de aleatoriedad, y para elegir los ítems que mejor permitieran evaluar la idea, retomaron investigaciones en las que el estudiante solo tuviera que decir si son o no aleatorias, y los argumentos de la respuesta, las investigaciones tenidas en cuenta son las realizadas por Piaget e Inhelder (1951) y Fischbein (1975), quienes para Batanero, C. son la investigaciones principales sobre el desarrollo de la probabilidad en los niños.

Las conclusiones de la investigación fueron que el cuestionario elaborado y aplicado si ayuda al docente a tener una percepción de la idea que tienen los estudiantes de ESO de la aleatoriedad, además queda la propuesta para aplicarlo a estudiantes de otros niveles, y deja como sugerencia el uso de la experimentación y simulación en los problemas que se planteen.

El aporte de la investigación a la propuesta se encuentra en la importancia que tiene en primer lugar la comprensión del concepto de aleatoriedad, para mejorar el aprendizaje y razonamiento probabilístico en los estudiantes.

Hernández Hugo, M.¹² en su tesis para obtener el título de maestro en educación Matemática, en la maestría en educación matemática de la Universidad Nacional Autónoma de México, 2016 “El desarrollo del razonamiento probabilístico bajo los enfoques subjetivos, frecuencial y clásico de la probabilidad: una propuesta

¹² HERNÁNDEZ, Hugo, M. El desarrollo del razonamiento probabilístico bajo los enfoques subjetivos, Frecuencial y clásico de la probabilidad: una propuesta didáctica. Maestría en Educación Matemática. Universidad Nacional Autónoma de México. 2016.

didáctica”. Cuyo objetivo fue elaborar una secuencia didáctica que apoye el desarrollo del razonamiento probabilístico en los estudiantes.

La metodología empleada en esta investigación es la basada en la Resolución de Problemas de Polya, y el aprendizaje por descubrimiento (Ausubel 1976). La propuesta se trabajó combinando la experiencia física (Dados con diferentes números de lados) y la simulación computacional (Fathom); concluyendo que algunos de los estudiantes fortalecieron su razonamiento probabilístico, recalcando el uso de la TIC como herramienta útil para la comprensión de los diferentes significados de la probabilidad.

La importancia de la investigación, se ve reflejada a la propuesta en lo enriquecedor que puede llegar hacer para el estudiante la combinación de la experiencia física y simulación en el fortalecimiento del razonamiento probabilístico en los estudiantes.

En otra investigación Hernández, E¹³. el lenguaje del azar en alumnos de Educación Secundaria Obligatoria. La investigación se interesó por evaluar el conocimiento de los estudiantes sobre el lenguaje y la fenomenología relacionado con el azar y la probabilidad, con el objetivo de mejorar la enseñanza de la probabilidad en la educación secundaria. Para esto desarrolló un cuestionario que permitiera evaluar la comprensión de la fenomenología y el lenguaje del azar y la probabilidad, se realizó a 89 estudiantes en los niveles de 1 y 2 de ESO y del Instituto Público de Enseñanza Obligatoria de la Provincia de Cádiz, como conclusiones se demostró que el cuestionario permitió evaluar el conocimiento de los estudiantes sobre la fenomenología del azar y el lenguaje de la probabilidad, en los que encontró errores al distinguir entre fenómenos aleatorios y determinísticos, carencia de vocabulario relativo al azar y dificultades para valorar la probabilidad en diversas situaciones cotidianas. Las implicaciones que tuvo la investigación en la didáctica de la

¹³ HERNÁNDEZ, E. El lenguaje del azar en alumnos de Educación Secundaria Obligatoria. Universidad de Granada. España. 2015.

probabilidad, es la importancia de ofrecer a los estudiantes ejemplos de fenómenos aleatorios en contextos más variados como en elecciones, votaciones, accidentes y riesgo, meteorología etc., también el uso de nuevas tecnologías a través de los juegos y las aplicaciones móviles ya que en algunos de ellos se encuentran palabras relacionadas con la aleatoriedad.

La limitación de la investigación se reduce a la muestra, ya que todos los estudiantes son de una misma Institución y no se podría saber si se pueden generalizar los resultados a otros estudiantes, además mejorar las preguntas del cuestionario ya que en algunas de ellas los estudiantes expresaron inquietudes.

La importancia que tiene conocer la comprensión del lenguaje y la fenomenología del azar y la probabilidad de los estudiantes, para mejorar la enseñanza de la probabilidad en situaciones de aleatoriedad, complementa positivamente la prueba diagnóstica al inicio de la propuesta en la que se tendrá en cuenta lo desarrollado en esta investigación.

4.2 ANTECEDENTES NACIONALES

La investigación de Mosquera, M. Gearson y Sánchez, L. Miguel¹⁴ en su trabajo de grado para optar el título de magister en enseñanza de las matemáticas “Propuesta didáctica para la enseñanza de los conceptos básicos de la probabilidad y técnicas de conteo en noveno grado” Universidad de Antioquia, Medellín, 2015. Se propuso diseñar e implementar una propuesta didáctica para estudiantes de noveno grado con el fin de mejorar la comprensión de conceptos básicos de probabilidad en situaciones problemas relacionadas con el azar. Se basó en el Aprendizaje por Proyectos (ApP) desarrollados por Moursund (2001).

¹⁴ MOSQUERA M. Gearson y SÁNCHEZ, L. Miguel¹⁴. Propuesta didáctica para la enseñanza de los conceptos básicos de la probabilidad y técnicas de conteo en noveno grado. Tesis de Maestría. Universidad de Antioquia, Medellín, 2015.

La investigación está sustentada en un enfoque cualitativo de estudio de casos según el planteamiento de George y Bennett (2004), teniendo en cuenta tres pasos: Diseño, Realización, Análisis y Conclusiones. La propuesta se aplicó a 40 estudiantes de grado noveno entre los 14 y 18 años, en la Institución Educativa José Miguel de Restrepo y Puerta ubicada en el municipio de Copacabana; los instrumentos empleados fueron: talleres, juegos, trabajos individuales y trabajos grupales, evaluaciones escritas y orales. Se logró concluir lo significativo y enriquecedor que fue la propuesta tanto para estudiantes ya que hizo el aula un sitio más llamativo, y para los docentes que hace las veces de orientar en la construcción del conocimiento en los estudiantes.

A pesar que en esta propuesta no se hace uso de la tecnología como herramienta para la enseñanza de la probabilidad, se demuestra que con el juego y actividades bien orientadas se puede avanzar en la comprensión de los estudiantes de los conceptos básicos de probabilidad en la resolución de problemas.

Ceballos, G. Elkin.¹⁵ su investigación “Intervención didáctica basada en el juego digital, como estrategia para la enseñanza de la probabilidad en el grado decimo. Estudio de caso en la Institución Educativa Kennedy del municipio de Medellín” Universidad Nacional de Colombia, Medellín, 2014. La metodología de la propuesta tuvo cuatro fases: Caracterización, Diseño, Aplicación, Evaluación y Análisis.

Sus referentes teóricos fueron Ausubel (1983) aprendizaje significativo; Conductismo (Chero, 2012); constructivismo (Jean Piaget); resolución de problemas (Morales & Ianda, 2008).

¹⁵ CEBALLOS, G., ELKIN.¹⁵ Trabajo de grado. Intervención didáctica basada en el juego digital, como estrategia para la enseñanza de la probabilidad en el grado decimo. Estudio de caso en la institución Educativa Kennedy del municipio de Medellín. Universidad Nacional de Colombia, Medellín, 2014.

Esta investigación hace una invitación a los docentes a involucrar en sus prácticas pedagógicas las TIC, ya que ayudan a potencializar el pensamiento crítico y creativo de los estudiantes.

La implementación de la propuesta dejó claro aspectos importantes como: la motivación y el mejoramiento del rendimiento académico de los estudiantes.

Velásquez, T. Natalia. “Aproximación a los conceptos de probabilidad y análisis combinatorio a través de la experimentación y el uso de tecnologías de la información y la comunicación (TIC)”. Maestría en Enseñanzas de las Ciencias Exactas y Naturales, Universidad Nacional de Colombia, Medellín, 2013. Esta propuesta tuvo como objetivo aplicar y evaluar una propuesta para la enseñanza de los conceptos básicos de probabilidad y combinatoria, a través de la experimentación y el uso de las TIC, el trabajo se desarrolló en cuatro fases: identificar, elaborar, aplicar y analizar resultados. Esta propuesta se realizó en la Institución Educativa Cibercolegio UCN, la cual es de carácter privada y modalidad virtual, aplicándose a 11 estudiantes de décimo grado con edades entre los 15 y 18 años. Se basó en un enfoque constructivista, específicamente en la teoría del aprendizaje significativo (Ausubel), las actividades desarrolladas en esta propuesta la mayor parte partieron de la experimentación y posteriormente expuestas en plataforma Blackboard. Se empleó un tipo de investigación mixta, concluyendo que la propuesta favoreció el aprendizaje de los conceptos de probabilidad y combinatoria en todos los estudiantes y recalca la importancia del tener como herramienta de enseñanza la TIC.

4.3 ANTECEDENTES LOCALES

Mantilla, V. María I., Martínez, A. Maira.¹⁶ su trabajo de grado “Construcción de significados del concepto de probabilidad frecuencial en un ambiente computacional. Una experiencia con profesores en formación”. Universidad Industrial de Santander, Bucaramanga, 2007. Toman como problemática las dificultades que presentan los estudiantes de educación básica, media y superior en el aprendizaje del concepto de probabilidad y lo asocian a la predisposición que tienen los estudiantes al considerarla complicada y poco útil, además, la enseñanza de este concepto por parte del docente se reduce a la resolución de problemas desde un punto de vista teórico, evitando que el estudiante experimente y construya su conocimiento, Recalcan la importancia de introducir el enfoque frecuencial en el salón de clase para cubrir la brecha entre la teoría y realidad, ya que éste permite repetir indefinidamente ensayos idénticos. En esa necesidad de generar infinitos ensayos, hacen uso de herramientas tecnológicas donde se pueden simular distintos experimentos.

La propuesta se basó en el significado que conceden los futuros docentes a la probabilidad en un ambiente computacional ya que son ellos los que transmitirán a sus estudiantes el concepto de probabilidad, la investigación implementada a estudiantes del primer semestre de la UIS del año 2007, adoptando una didáctica inspirada en la resolución de problemas y en las situaciones didácticas de Brousseau. La metodología empleada para el desarrollo de la propuesta fue una combinación de la simulación física y computacional a través del paquete estadístico Fathom.

Las conclusiones encontradas en la investigación precisan las problemáticas que persisten en algunos estudiantes de apropiación del significado frecuencial y el uso

¹⁶ MANTILLA V., María I.; MARTÍNEZ, A., Maira. Trabajo de grado. Construcción de significados del concepto de probabilidad frecuencial en un ambiente computacional. Una experiencia con profesores en formación. Universidad Industrial de Santander, Bucaramanga, 2007.

injustificado del enfoque clásico sin tener en cuenta la equiprobabilidad de los resultados, además recalcan el logro de que la mayoría de estudiantes usaron la simulación computacional para comprobar y corregir sus conjeturas. La experiencia física antes de ser construidos en un ambiente computacional facilita la comprensión del significado de frecuencial.

Es fundamental retomar esta investigación por la importancia que representa la combinación de la experimentación física y la computacional para construcción de los distintos significados de la probabilidad en los estudiantes.

Jaimes, E., Martínez, J.¹⁷ “Probability Explorer: Un socio cognitivo en la construcción del significado de la ley de los grandes números con estudiantes de octavo grado en el Instituto Técnico Industrial de Puente Nacional”. Este trabajo consistió en implementar una situación problema que cumpliera con las condiciones necesarias que permitiera a los estudiantes comprender la ley de los grandes signos a través de la tecnología y lograr un aprendizaje significativo en el concepto de probabilidad. Se empleó para tal fin actividades de experimentación y la simulación computacional usando el simulador aleatorio llamado Probability Explorer.

Se utilizó el método de investigación cualitativo por estudio de casos a 40 estudiantes de octavo grado de la Institución Técnico Industrial de Puente Nacional entre los 12 y 17 años.

¹⁷ JAIMES, E., MARTÍNEZ, J. Trabajo de Grado. Probability Explorer: Un socio cognitivo en la construcción del significado de la ley de los grandes números con estudiantes de octavo grado en el Instituto Técnico Industrial de Puente Nacional. Universidad Industrial de Santander. Bucaramanga. 2007.

En las conclusiones de la investigación se recalca:

La controlabilidad y la predicibilidad se relacionan como significados iniciales en formas diferentes para cada estudiante, la mayoría de los estudiantes justifican los resultados a una causa física y sobrenatural quienes pensaron que los resultados podrían ser controlables y predecibles y en otros casos incontrolables e impredecibles, estas concepciones siguieron vigentes en algunos estudiantes quienes a pesar de la intervención de la herramienta computacional, no modificaron su concepción, pero esto no impidió que los estudiantes construyeran correctamente el significado de la ley de los grandes números.

La modificación de los sesgos. La propuesta pudo demostrar que los sesgos que presentaron los estudiantes; sesgo de desorden, sesgo de los valores recientes, y sesgo de equiprobabilidad en su mayoría pudieron ser modificados.

El surgimiento del significado de parcialidad. Es el significado que encuentra el estudiante como producto del uso de la heurística, y para crear un significado de imparcialidad se logró a través de la experimentación y a la validación de los resultados.

Los autores dejan claro que la experiencia física es fundamental para que los estudiantes puedan construir los significados en un campo computacional.

Reátiga, A¹⁸., Confrontación entre realidad y modelo teórico: una propuesta para desarrollar la intuición probabilística en niños de sexto grado. Esta investigación se basó en una propuesta de aula que permitiera a los estudiantes de sexto grado desarrollar la intuición probabilística en temas como espacio muestral, certeza e

¹⁸ REÁTIGA, A. Trabajo de grado. Confrontación entre realidad y modelo teórico: una propuesta para desarrollar la intuición probabilística en niños de sexto grado. Universidad industrial de Santander. Bucaramanga. 2004.

incertidumbre, azar, naturaleza de pruebas experimentales y ley de los grandes números, fue aplicado a 19 estudiantes con edades entre 11 y 12 años del Gimnasio Saucará y sus talleres se desarrollaron en ambiente de juego.

Dentro de las conclusiones de la investigación se tiene que a través del juego se puede cambiar concepciones erróneas que presentan los estudiantes en la construcción del concepto de probabilidad, e invita al docente a ser un acompañante motivador que permita a través de actividades lúdicas fortalecer la intuición probabilista en los estudiantes pues estas resultan una herramienta útil para lograr un aprendizaje significativo.

En esta propuesta a pesar que no se utilizó las TIC, el autor deja prever la importancia que el estudiante experimente más actividades aleatorias y recomienda el uso del computador para suplir tal fin.

5. MARCO CONCEPTUAL

5.1 APRENDIZAJE SIGNIFICATIVO

“Un aprendizaje es significativo cuando los contenidos: Son relacionados de modo no arbitrario y sustancial con lo que el alumno ya sabe. Por relación sustancial y no arbitraria se debe entender que las ideas se relacionan con algún aspecto existente específicamente relevante de la estructura cognoscitiva del alumno, como una imagen, un símbolo ya significativo, un concepto o una proposición”¹⁹.

En este sentido Ausubel recalca la importancia de la relación que debe existir en el proceso de enseñanza y aprendizaje, se debe partir conociendo la estructura cognitiva del estudiante, que conoce y como lo utiliza, para que luego esta sea ajustada e intervenida por el docente con el fin de propiciar espacios para la construcción significativa del conocimiento.

Los requisitos que debe tener para un aprendizaje significativo, (Ausubel, 1983: 48). “El alumno debe manifestar [...] una disposición para relacionar sustancial y no arbitrariamente el nuevo material con su estructura cognoscitiva, como que el material que aprende es potencialmente significativo para él, es decir, relacionable con su estructura de conocimiento sobre una base no arbitraria”. Esto implica que el estudiante debe tener una predisposición para aprender y que el material que se va utilizar sea coherente y ajustado a la estructura cognitiva del estudiante.

PROBABILI-TIC, busca que los aprendizajes de los estudiantes sean significativos y que sean construidos desde una fase experimental real, acercándolos a vivir de

¹⁹ AUSUBEL, David. Teoría del Aprendizaje Significativo. Disponible en: <http://delegacion233.bligoo.com.mx/media/users/20/1002571/files/240726/Aprendizaje_significativo.pdf>[citado en 3 septiembre 2016]

manera corta los avances históricos del tema, para que luego estos pueden ser simulados en el computador.

5.2 RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS

La solución de problemas como fundamento de las matemáticas no es ajena en esta investigación, se quiere que el estudiante construya su propio conocimiento orientado por el docente a través de problemas que llamen la atención e interés de los educandos en solucionarlos siendo ellos participes y principales autores de dicha solución.

Es importante que el problema sea coherente con el nivel cognitivo del estudiante, y el docente debe tener un nivel alto de conocimiento en el tema, *PROBABILITIC* se basó mediante la resolución de problemas, Pólya²⁰ el cual propone un método de cuatro fases para resolver un problema, comprender, plan, ejecución y volver atrás, en las cuales se busca en el estudiante que:

Comprenda el problema: en primer lugar, antes de comprender el problema se debe despertar en los estudiantes el interés por querer resolverlo, para luego avanzar hacia la comprensión del problema, la cual Polya divide en dos partes “Familiarizarse” y “Trabajar para una mejor comprensión” que van desde la lectura del enunciado hasta la identificación de incógnitas e hipótesis que le permitirán darle solución al problema.

Configurare un plan: Una vez comprendido el problema, el estudiante debe diseñar un plan acorde a sus pre-saberes de tal manera permita encontrar la solución al problema, para Polya en esta fase se encuentra la esencia de resolver problemas,

²⁰ PÓLYA, George. Cómo plantear y resolver problemas. Editorial Trillas. Pág. 28-35. 1989.

ya que lleva al estudiante a identificar los cálculos y razonamientos que requiere para resolver el problema.

Ejecutar el plan: Concebir el plan arma al estudiante de valor para que este desarrolle paso por paso su plan. La esencia en esta fase es que el estudiante este completamente seguro de cada uno de los pasos realizados. En esta fase Polya recalca que el estudiante como creador y ejecutor del plan difícilmente olvidara el conocimiento adquirido.

Mirar hacia atrás: Esta fase es importante porque permite al estudiante reflexionar el resultado y el camino que lo llevo a él, lo cual fortalecerá su conocimiento y desarrollará la habilidad para resolver problemas.

5.3 TECNOLOGÍAS DE LA INFORMACIÓN Y LA COMUNICACIÓN (TIC)

El uso de las tecnologías en matemática, ha permitido desarrollar nuevas formas de enseñanza y aprendizajes, las cuales facilitan la comprensión de conceptos y brinda espacios de creación de nuevas estrategias para resolver problemas; la estadística no es ajena al uso de la tecnología, para Batanero (2001).

“La gran ventaja de los ordenadores es su naturaleza dinámica, su velocidad, y el creciente rango software que permite a los estudiantes experimentar y explorar todos los aspectos de los procesos estadística, desde la planificación de la muestra o el diseño experimental hasta la recolección y el manejo de datos, la simulación y el análisis, para interpretar y comunicar los resultados.”²¹

²¹ BATANERO, Carmen. Didáctica de la Estadística. Grupo de Educación Estadística Universidad de Granada. España. 2001. pág.137- 138.

Siguiendo lo dicho por Batanero, la investigación como se ha mencionado anteriormente utilizó la experimentación real para combinarla con las TIC para facilitar el proceso de enseñanza y aprendizaje y lograr en los estudiantes fortalecer concepciones estadísticas importantes como lo es la probabilidad.

A pesar de que las TIC, son una herramienta fundamental en el proceso de enseñanza y aprendizaje, se debe tener en cuenta que el mal uso de esta, podría generar construcciones erróneas de conceptos y hasta la deserción del estudiante por resolver el problema.

5.4 SECUENCIA DIDÁCTICA

La secuencia didáctica es una planeación organizada de actividades que favorecen el proceso de enseñanza y aprendizaje. El Ministerio de Educación Nacional propone la Secuencia Didáctica en Matemática²² para que el docente explore nuevas formas de enseñar matemáticas, desde una perspectiva del aprendizaje basado en la resolución de problemas y la indagación, además facilitará la reflexión crítica de su proceso de enseñanza, al estudiante le ayudara a encontrar sentido y significado de lo que está aprendiendo desde sus propias opiniones, hipótesis y conclusiones.

La estructura que maneja la secuencia didáctica matemática en secundaria es:

- Visión general
- Ruta de aprendizaje
- Descripción de aprendizaje

²² COLOMBIA. MINISTERIO DE EDUCACIÓN NACIONAL. Secuencias Didácticas en Matemáticas. Educación Básica Secundaria. Disponible en: http://www.mineducacion.gov.co/1759/articles-329722_archivo_pdf_matematicas_secundaria.pdf

- Instrumento de Evaluación

En la *visión general* se debe encontrar el propósito de la secuencia y una descripción general semana a semana destacando las competencias y desempeños matemáticos relacionados, la *ruta de aprendizaje* es una tabla la cual ilustra semanalmente la idea a desarrollar, en la *descripción del aprendizaje* se encuentran las preguntas que generan los procesos de indagación y sus posibles respuesta y formas de abordar la situación problema (*instrumento de evaluación*)

5.5 ESTÁNDARES BÁSICOS DE COMPETENCIAS

“Los estándares son unos referentes que permiten evaluar los niveles de desarrollo de las competencias que van alcanzando los y las estudiantes en el transcurrir de su vida escolar”²³. Estos estándares básicos de competencias se especifican en las asignaturas de: Lenguaje, Matemáticas, Ciencias y Ciudadanas.

Para esta investigación se tuvo en cuenta sólo los estándares básicos de competencias matemáticas, sin que esto signifique que en algún momento de la propuesta no se vaya a abordar temáticas o estándares de otras asignaturas.

5.5.1 Estándares Básicos de Competencias Matemáticas. El Ministerio de Educación Nacional define los requisitos mínimos que debe alcanzar un estudiante al finalizar sus estudios, para sea matemáticamente competente, y define ser *Matemáticamente Competente*²⁴ como:

²³ COLOMBIA. MINISTERIO DE EDUCACIÓN NACIONAL. Estándares Básicos de Competencias en Lenguaje, Matemáticas, Ciencias y Ciudadanas. Disponible en: <http://www.mineducacion.gov.co/1621/articles-340021_recurso_1.pdf>[citado en 3 septiembre 2016]

²⁴ *Ibíd.* p. 51

- Formular, plantear, transformar y resolver problemas a partir de situaciones de la vida cotidiana, de las otras ciencias y de las matemáticas mismas. Ello requiere analizar la situación; identificar lo relevante en ella; establecer relaciones entre sus componentes y con situaciones semejantes; formarse modelos mentales de ella y representarlos externamente en distintos registros; formular distintos problemas, posibles preguntas y posibles respuestas que surjan a partir de ella. Este proceso general requiere del uso flexible de conceptos, procedimientos y diversos lenguajes para expresar las ideas matemáticas pertinentes y para formular, reformular, tratar y resolver los problemas asociados a dicha situación. Estas actividades también integran el razonamiento, en tanto exigen formular argumentos que justifiquen los análisis y procedimientos realizados y la validez de las soluciones propuestas.

- Utilizar diferentes registros de representación o sistemas de notación simbólica para crear, expresar y representar ideas matemáticas; para utilizar y transformar dichas representaciones y, con ellas, formular y sustentar puntos de vista. Es decir, dominar con fluidez distintos recursos y registros del lenguaje cotidiano y de los distintos lenguajes matemáticos.

- Usar la argumentación, la prueba y la refutación, el ejemplo y el contraejemplo, como medios de validar y rechazar conjeturas, y avanzar en el camino hacia la demostración.

- Dominar procedimientos y algoritmos matemáticos y conocer cómo, cuándo y por qué usarlos de manera flexible y eficaz. Así se vincula la habilidad procedimental con la comprensión conceptual que fundamenta esos procedimientos.

Con base a lo anterior se contempla en la actividad matemática cinco procesos generales, *Formular y resolver problemas, Modelar procesos y fenómenos de la realidad, Comunicar, Razonar, Formular y comparar y ejercitar procedimientos y algoritmos.*

5.5.2 Tipos de Pensamientos Matemáticos. “Ser matemáticamente competente se concreta de manera específica en el *pensamiento lógico* y el *pensamiento matemático*, el cual se subdivide en los cinco tipos de pensamiento propuestos en los Lineamientos Curriculares: El numérico, el espacial, el métrico o de medida, el aleatorio o probabilístico y el variacional”²⁵.

En la investigación se hizo énfasis sobre el pensamiento aleatorio o probabilístico, que es la temática sobre la cual se trabajó en la investigación.

5.5.2.1 Pensamiento aleatorio. El pensamiento aleatorio también conocido como pensamiento probabilístico o estocástico, se apoya directamente de conceptos y procedimientos de la teoría de probabilidades y la estadística inferencial, ayuda a la toma de decisiones ante situaciones problemas de incertidumbre, no es importante que el estudiante memorice las formulas si no que lo que realmente importa es la comprensión e interpretación de los estudiantes ante situaciones de aleatoriedad o análisis de datos.

“Los sistemas analíticos probabilísticos y los métodos estadísticos desarrollados durante los siglos XIX y XX se han refinado y potenciado en los últimos decenios con los avances de la computación electrónica y, por ello, hoy día ya no es tan importante para los estudiantes el recuerdo de las fórmulas y la habilidad para calcular sus valores, como sí lo es el desarrollo del pensamiento aleatorio, que les permitirá interpretar, analizar y utilizar los resultados que se publiquen en periódicos y revistas, que se presenten en la televisión o que aparezcan en pantalla o en hojas

²⁵ COLOMBIA. MINISTERIO DE EDUCACIÓN NACIONAL. Op. cit. p.56.

*impresas como productos de los distintos programas de análisis de datos*²⁶.

5.6 TAXONOMÍA DE SOLO (STRUCTURE OF OBSERVED LEARNING OUTCOMES – ESTRUCTURA DE LOS RESULTADOS DE APRENDIZAJE OBSERVADOS).²⁷

La taxonomía de SOLO sirve como herramienta para caracterizar el desempeño de un estudiante cuando realizan una tarea específica, y este desempeño es categorizado en cinco niveles.

Nivel pre-estructural: Esta se presenta cuando el estudiante no comprende la tarea o no es abordada correctamente.

Nivel uni-estructural: El estudiante comprende un sólo aspecto importante de la tarea a realizar.

Nivel multi-estructural: El estudiante logra comprender múltiples aspectos importantes de la tarea, pero no logra integrarlo en una estructura coherente.

Nivel relacional: El estudiante logra integrar varios aspectos de la tarea y argumenta adecuadamente su proceder.

Nivel de abstracción extendida: El estudiante logra generalizar los aspectos importantes de la tarea y los reflexiona en otra situación.

²⁶ MEN. Op.cit. p. 65

²⁷ BIGGS, J. B.; COLLIS, K. F. Multimodal learning and the quality of intelligence behavior. En H. A. Rowe (Ed.) Intelligence: Reconceptualization and measurement, pp. 57 – 76. Hillsdale, NJ: Lawrence Erlbaum Associates. 1991.

La investigación buscó y determinó el nivel de desempeño alcanzado por los estudiantes antes y después de la intervención.

La investigación no consideró el nivel de abstracción, porque se determinó que el estudiante logre integrar varios aspectos importantes del problema y argumente con coherencia su proceder es un estudiante que su nivel de pensamiento muy alto.

5.7 ESTADÍSTICA

Según Cábria (1994):

"La estadística estudia el comportamiento de los fenómenos llamados de colectivo. Está caracterizada por una información acerca de un colectivo o universo, lo que constituye su objeto material; un modo propio de razonamiento, el método estadístico, lo que constituye su objeto formal y unas previsiones de cara al futuro, lo que implica un ambiente de incertidumbre, que constituyen su objeto o causa final."

Siguiendo esta definición muy completa de lo que es estadística, la investigación buscó que los estudiantes conocieran y disfrutaran de la estadística, en la Institución Educativa en pleno siglo XXI y no se le ha dado la importancia que merece la estadística.

La estadística ha existido desde muchos años atrás pero solo hasta el siglo XVII se le denominó ciencia y como ciencia joven en el mundo su crecimiento y desarrollo ha sido enorme, actualmente se emplea en todas las profesiones y es considerada hoy como una de las ciencias más importantes del planeta.

La estadística está dividida en dos partes, *la Estadística Descriptiva*: Se centra en la descripción de un conjunto de datos y evidenciar sus características principales.

Estadística Inferencial: Estudia los resúmenes de los datos basándose en distribuciones probabilísticas para predecir el comportamiento de una población.

PROBABILI-TIC, maneja las dos ramas de la estadística la descriptiva y la inferencial dentro de sus propuestas para fortalecer habilidades estadísticas en los estudiantes de la Institución Educativa.

5.8 ALEATORIEDAD Y PROBABILIDAD

La idea de aleatoriedad ha ido variando a través de la historia Según Bennet²⁸, “los filósofos clásicos distinguían dos clases de fenómenos: los que parecían que obedecían a leyes conocidas y fijas (lo que hoy llamamos fenómenos deterministas) y los que se atribuían al azar, que no eran previsibles”. Esta idea de aleatoriedad predominó hasta el siglo XIX, cuando se empieza a discutir la concepción de aleatoriedad desde otros puntos de vista y se empieza a relacionar con la probabilidad y sus diferentes significados.

²⁸ BENNET 1993. Citado por BATENERO y SERRANO (2015)

Tabla 5. Diferentes significados de la probabilidad (adaptada de batanero, 2015)²⁹

Significado	Problema	Conceptos / Propiedades	Procedimientos
Intuitivo	Adivinación Intento de controlar el azar	Suerte, destino Opinión, creencia, causa	Dispositivos físicos (dados, bolas,...)
Clásico	Establecer la apuesta justa en un juego de azar	Equiprobabilidad Proporcionalidad Casos favorables /posibles Esperanza matemática	Enumeración Análisis combinatorio Regla de Laplace
Frecuencial	Estimar la tendencia	Frecuencia Convergencia Límite	Recoger datos Estimar
Subjetiva	Actualizar un grado de creencia	Depende de la información Probabilidad condicional Probabilidad a priori, posteriori	Teorema de Bayes
Formal	Describir las propiedades matemáticas de la aleatoriedad	Experimento aleatorio Espacio muestral Medida Complejidad Secuencia aleatoria	Teoría de conjuntos Simulación Algoritmos que producen secuencias “pseudo-aleatorias”

En la tabla se encuentra una descripción detallada de los diferentes significados de la probabilidad, los conceptos y procedimientos que surgen de cada uno de ellos.

Significado intuitivo: son aquellas ideas intuitivas que aparecen en niños y personas que no tienen conocimiento de probabilidades, pero manejan un vocabulario coloquial para determinar probabilidades en situaciones de azar.

Significado clásico: se le considera como el punto de partida de la teoría de las probabilidades, se da sobre los juegos de azar en donde existe una justa equidad de los que participan en el juego.

²⁹ MÁÑEZ, Rodrigo E. “Concepciones sobre la aleatoriedad de estudiantes de educación secundaria Obligatoria”. Tesis. Departamento de Didáctica de la Matemática. Universidad de Granada. España. 2015.

Significado frecuencial: Surge de la observación de un experimento realizado repetitivamente sin ser modificado, en este caso la probabilidad es un valor aproximado del suceso.

Significado subjetivo: Cuando la probabilidad de un evento es asignada por una persona, basada en su conocimiento o creencia.

Significado formal: la probabilidad se formaliza bajo un modelo matemático el cual se usa para describir e interpretar fenómenos aleatorios.

Estos significados se muestran progresivamente desde su evolución histórica lo que es importante para la enseñanza de la probabilidad. Como lo manifiesta Batanero

“Los diferentes significados de la probabilidad deberían incluirse progresivamente comenzando desde las ideas intuitivas de los alumnos sobre el azar y la probabilidad, ya que la comprensión es un proceso continuo y creciente por el cual el alumno construye y relaciona progresivamente los diferentes elementos del significado que atañen el concepto”³⁰.

³⁰ BATANERO, Carmen. Significados de la probabilidad en la educación secundaria. 2005. *Relime*, 8(3), 247-263. P.257

6. METODOLOGÍA

El interés de esta investigación fue conocer el actuar y sentir de los estudiantes sus fortalezas, debilidades, su forma de confrontar y razonar en situaciones problemas cotidianos en donde la aleatoriedad y la probabilidad estuvieron presentes, por tanto la investigación siguió un enfoque cualitativo, la cual para Sandoval: *“le apuntan más a un esfuerzo por comprender la realidad social como fruto de un proceso histórico de construcción visto a partir de la lógica y el sentir de sus protagonistas, por ende, desde sus aspectos particulares y con una óptica interna”*.³¹

El diseño metodológico se basó en la Investigación Acción (IA) de Jhon Elliott, la cual define como: *“la investigación acción integra enseñanza y desarrollo del profesor, desarrollo del curriculum y evaluación, investigación y reflexión filosófica en una concepción unificada de práctica reflexiva educativa”*³². Siguiendo esa concepción unificada de Elliott, la investigación buscó mejorar la enseñanza, la práctica docente, currículo y evaluación en la Institución Educativa donde se desarrolló la investigación.

La investigación tuvo tres fases fundamentales: Diagnóstico, Intervención y Evaluación.

A continuación, se muestra las fases técnicas e instrumentos que se desarrollaron en la investigación.

³¹ SANDOVAL, Casilimas. Programa de especialización en Teoría, Métodos y Técnicas de Investigación Social: investigación cualitativa. Bogotá. Arfo Editores e Impresores Ltda., 1996. Disponible en: <http://epistemologiadoctoradounermb.bligoo.es/media/users/16/812365/files/142090/INVESTIGACION_CUALITATIVA.pdf>[citado en 15 octubre 2016]

³² ELLIOT, Jhon. El cambio educativo desde la investigación – acción. Morata. Madrid. 1991.

Tabla 6. Fases metodológicas

Fases	Objetivos	Actividades	Técnica /Instrumento
Fase1. Diagnóstico	<ul style="list-style-type: none"> • Identificar las dificultades y fortalezas de los estudiantes en situaciones aleatorias cotidianas. • Analizar los niveles de pensamientos en los que se encuentran los estudiantes aplicando la taxonomía de SOLO, en situaciones donde se aplica la probabilidad. 	<p>Revisión bibliografía.</p> <p>Elaborar una actividad diagnóstica mediante una prueba de 10 preguntas tomadas de pruebas saber de años anteriores con componente aleatorio y competencias razonamiento y resolución de problemas, para identificar debilidades y fortalezas, como también los niveles de pensamiento en los que se encuentran los estudiantes de noveno grado según la taxonomía de SOLO en situaciones problemas con probabilidades.</p>	<ul style="list-style-type: none"> • Observación Participante (Diario de Campo). • Cuestionarios (Prueba Diagnóstica) • Entrevistas
Fase 2. Intervención	<ul style="list-style-type: none"> • Diseñar e implementar una secuencia didáctica basada en las TIC como estrategia para fortalecer el razonamiento probabilístico en estudiantes de básica secundaria 	<ul style="list-style-type: none"> • Elaborar una secuencia didáctica para la intervención en el aula, basada en la experimentación y las TIC, teniendo en cuenta la prueba diagnóstica. • Implementar la secuencia Didáctica 	<ul style="list-style-type: none"> • Observación Participante (Diario de Campo). • Cuestionarios (Guías de clase) • Secuencia didáctica

Fases	Objetivos	Actividades	Técnica /Instrumento
		<p>en el aula, a través de actividades vivenciales y simulaciones computacionales. En sesiones no mayor a 4 horas.</p>	<p>(protocolo de secuencia)</p> <ul style="list-style-type: none"> • Registro video grafico • Registro fotográfico
<p>Fase 3. Evaluación</p>	<ul style="list-style-type: none"> • Evaluar los avances de la secuencia didáctica basada en las TIC como estrategia de enseñanza y fortalecimiento del razonamiento probabilístico 	<ul style="list-style-type: none"> • Evaluar el desempeño alcanzado por los estudiantes después de la implementación de la secuencia didáctica, mediante una prueba final de 8 preguntas tomadas de pruebas tipo saber de años anteriores, con características similares a los de la prueba diagnóstica, en cuanto a componente, competencia y afirmación, para determinar los niveles de pensamiento según la taxonomía SOLO para ser contrastados con los de la prueba diagnóstica. • Evaluar la secuencia didáctica en aspectos 	<ul style="list-style-type: none"> • Cuestionarios (Prueba final) • Secuencia didáctica (protocolo de secuencia) • Registro video • Registro fotográfico

Fases	Objetivos	Actividades	Técnica /Instrumento
		relacionados y su contribución al proceso de enseñanza y aprendizaje, en aspectos como:	

Es importante recalcar que las fases de Diagnóstico, Intervención y Evaluación tienen un sentido de multiciclicidad.

Gráfica 8. Fases de Diagnóstico, Intervención y Evaluación



La multiciclicidad permitió el mejoramiento, actualización y ajuste de la investigación con fines de mejorar el proceso de enseñanza y aprendizaje en la Institución.

6.1 ESCENARIO Y PARTICIPANTES

La investigación se realizó en la Institución Educativa Blanca Duran de Padilla, un establecimiento educativo de carácter oficial y nivel socioeconómico uno y dos. Se encuentra ubicado a 45 minutos del casco urbano de Barrancabermeja en el departamento de Santander, en el corregimiento el centro de Ecopetrol vereda campo 22, es una Institución Educativa que cuenta con una sede de básica primaria y una sede de básica secundaria dividida en dos jornadas, la sede de secundaria está conformada por 19 grupos en la jornada de la mañana y 14 en la jornada de la tarde a la que se realizará la intervención de la propuesta en el grado de 9-2 que cuenta con 33 estudiantes con edades entre 13 y 15 años, quienes viven en diferentes veredas del corregimiento.

6.2 VALIDEZ

La investigación *PROBABILITIC* se validó mediante la triangulación de ELLIOTT, la cual consiste “reunir observaciones e informes sobre una misma situación (o sobre algunos aspectos de la misma) efectuados desde diversos ángulos o perspectiva, para compararlos y contrastarlos”.³³

En ese sentido la investigación contrastó los cuestionarios y acciones durante las fases metodológicas, con el fin de obtener información que contribuyera a cuestionar y reflexionar para mejorar el proceso de enseñanza y aprendizaje.

6.3 CRITERIOS ÉTICOS

La investigación tuvo como objetivo fortalecer el razonamiento probabilístico en los estudiantes, pero también se rigió bajo unas bases éticas de respeto hacia el ser humano, por tal razón se solicitó autorización a directivos, acudientes y estudiantes sobre los que se realizó con el fin que conozcan la investigación.

³³ ELLIOT, Jhon. El cambio educativo desde la investigación – acción. Morata. Madrid. 1991.p103

7. ANÁLISIS DE RESULTADOS

En este capítulo se presenta el análisis de los resultados de la investigación, iniciando con el análisis de la prueba diagnóstica, luego el análisis de la secuencia y finalmente el análisis de la prueba final.

7.1 ANÁLISIS DE LA PRUEBA DIAGNÓSTICA

En la prueba diagnóstica aplicada a los estudiantes de noveno grado (Anexo A), se identificaron algunas dificultades que tienen para resolver situaciones de aleatoriedad y probabilidad como: falta de comprensión, argumentación, planteamiento del problema, modelación matemática, y desconocimiento de las definiciones de probabilidad, además permitió determinar en qué niveles de pensamiento de la taxonomía SOLO de Biggs & Collis, se encuentran ubicados.

7.1.1 Análisis de resultados de prueba diagnóstica. La prueba diagnóstica fue elaborada con 10 preguntas tomadas de las pruebas saber 9° de los años 2012 a 2015 con componente aleatorio y competencias: razonamiento, argumentación, planteamiento y resolución de problemas, con niveles de desempeño mínimo, satisfactorio y avanzado. Para el análisis, las preguntas fueron agrupadas teniendo en cuenta las afirmaciones y procedimientos que se debían emplear para su solución. El código E01 representa el estudiante y su ubicación en la lista institucional, los E30 Y E33 no se encuentran por que corresponden a estudiantes retirados. (Anexo B)

7.1.2 Análisis de las preguntas 1, 2 y 4. En las preguntas 1, 2 y 4 el estudiante para solucionarlas debió, primero comprender e identificar la información del evento, luego determinar la probabilidad del suceso o sucesos, y así realizar una comparación de los resultados y finalmente solucionar el problema y argumentar su respuesta.

Los estudiantes se han categorizado, teniendo en cuenta los niveles de pensamiento de la taxonomía SOLO, Nivel Pre-estructural, Nivel Uni-estructural, Nivel Multi-estructural y Nivel Relacional.

7.1.2.1 Categorización de las preguntas 1,2 y 4. A continuación, se presenta los niveles de pensamiento de la taxonomía de SOLO, ajustada a las situaciones trabajadas con aleatoriedad y probabilidad en las preguntas 1, 2 y 4, obteniendo las siguientes categorizaciones.

Nivel Pre-estructural: El estudiante no logra identificar la información del evento aleatoria, además no determina la probabilidad del evento, compara sin relacionar la información y justifica sin relación a la situación planteada.

Nivel Uni-estructural: El estudiante identifica la información del evento aleatorio, halla la probabilidad, pero compara sin relacionar la información del evento y su justificación no muestra relación a la situación planteada.

Nivel Multi-estructural: El estudiante identifica y comprende la información del evento aleatorio, además calcula la probabilidad de los eventos para finalmente compararlos y concluir sus resultados, pero su argumentación no es estructurada, no muestra claridad a la hora de justificar.

Nivel Relacional: El estudiante identifica la información de un evento aleatorio, halla la probabilidad, compara dichas probabilidades y justifica con una argumentación estructurada y coherente que da razón de su justificación.

Tabla 7. Ubicación de estudiantes según la taxonomía solo preguntas 1,2 y 4.

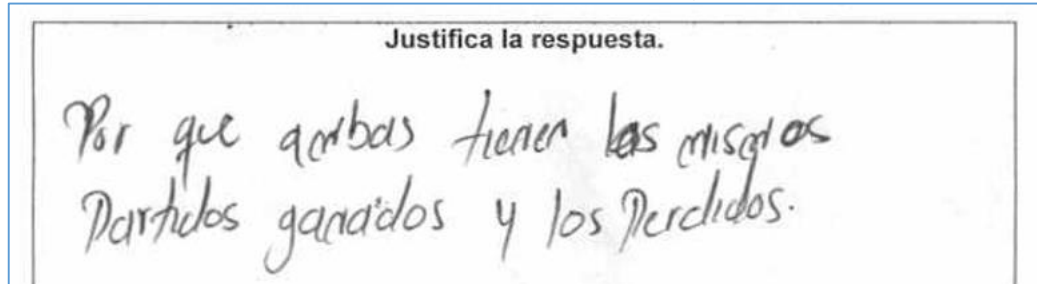
Pregunta	Nivel de pensamiento taxonomía SOLO	Opción elegida por el estudiante		
		Opción	Cantidad	Estudiantes
Pregunta 1	Pre-estructural	A	4	E10, E21, E22, E25.
		B	0	
		C	4	E13, E15, E24, E28.
		D	3	E01, E18, E20.
	Uni-estructural	A	4	E12, E26, E09, E11
		B	7	E03, E07, E08, E14, E19, E23, E27
		C	0	
		D	1	E02
	Multi-estructural	A	4	E31, E04, E29, E32
		B	0	
		C	0	
		D	2	E06, E34
	Relacional	No se encontró		
Pregunta 2	Pre-estructural	A	5	E01, E07, E08, E09, E10.
		B	3	E21, E22, E25.
		C	2	E13, E15.
		D	0	
	Uni-estructural	A	5	E06, E11, E14, E32, E34.
		B	2	E18, E28.
		C	0	
		D	2	E23, E12.
	Multi-estructural	A	0	
		B	4	E19, E26, E27, E31.
		C	0	
		D	1	E03.

Pregunta	Nivel de pensamiento taxonomía SOLO	Opción elegida por el estudiante		
		Opción	Cantidad	Estudiantes
	Relacional	A	0	
		B	7	E02, E04, E16, E17, E20, E24, E29
		C	0	
		D	0	
Pregunta 4	Pre-estructural	A	1	E01.
		B	3	E15, E29, E33.
		C	3	E08, E13, E32.
		D	0	
	Uni-estructural	A	2	E04, E09.
		B	0	
		C	3	E21, E24, E25.
		D	0	
	Multi-estructural	A	0	
		B	0	
		C	12	E06, E11, E12, E14, E16, E18, E20, E23, E26, E27, E28, E31.
		D	0	
	Relacional	A	0	
		B	0	
		C	6	E02, E03, E07, E17, E19, E22.
		D	0	

En las preguntas 1, 2 y 4 los estudiantes que se ubicaron en el Nivel Pre – estructural fueron aquellos que no lograron comprender el enunciado, no determinaron las probabilidades correspondientes y por consiguiente no pudieron comparar dichas probabilidades para dar solución a la situación problema, además la justificación no es coherente o no tiene relación alguna con el problema.

Como se puede observar en la siguiente respuesta del estudiante E13.

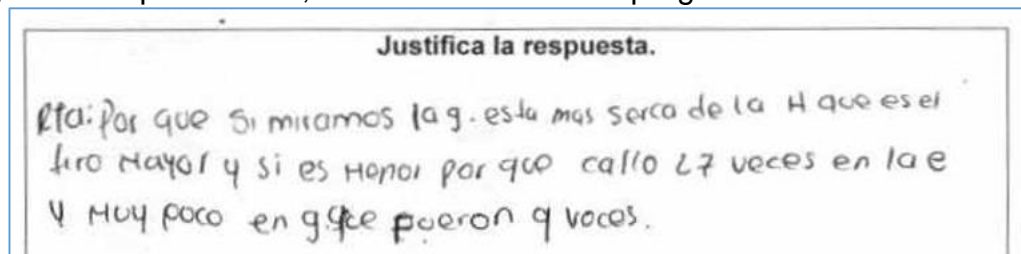
Imagen 1. Respuesta E13, nivel pre – estructural pregunta 1.



En esta respuesta el estudiante no logró comprender el texto, no identificó la información básica requerida para dar solución al problema, ya que con solo contar los partidos ganados y perdidos de las jugadoras podía darse cuenta que no son iguales.

En el Nivel Uni – estructural se ubicaron los estudiantes que logran extraer la información del enunciado, determinan las probabilidades, pero a la hora de compararlas no la relaciona siguiendo la situación planteada en el problema y su justificación no es estructurada.

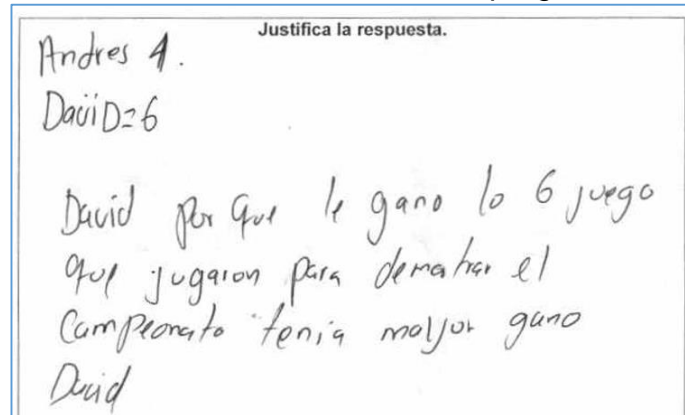
Imagen 2. Respuesta E05, nivel uni – estructural pregunta 2.



En la respuesta del estudiante E05 se observó que logra extraer la información del texto, identificando la información básica del problema, pero no los relaciona teniendo en cuenta el planteamiento del problema.

En el Nivel Multi – estructural se encuentran los estudiantes que, en el problema comprenden el enunciado, hallan las probabilidades requeridas y las compara correctamente, pero su justificación no es completa a la hora de explicar sus planteamientos, como se evidencia en la respuesta del estudiante E27.

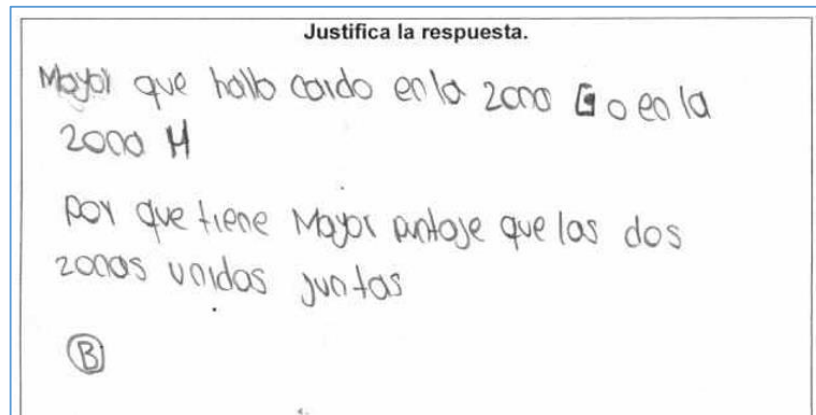
Imagen 3. Respuesta E27, nivel multi – estructural pregunta 4.



En esta respuesta se pudo evidenciar la dificultad del estudiante a la hora de argumentar y sustentar su plan de ejecución para resolver el problema correctamente.




En el Nivel Relacional, están ubicados los estudiantes que comprendieron y resolvieron adecuadamente la situación, hallando y comparando probabilidades, y justificando de una forma estructurada que permite entender el planteamiento requerido para solucionar el problema, como se observó en la respuesta del estudiante E02.

Imagen 4. Respuesta E02, nivel relacional pregunta 2.



La respuesta del E02 se observó el análisis y la argumentación de la manera sencilla de un estudiante que comprendió el texto, identificó la información planteada y comparó probabilidades para determinar la solución del problema.

Tabla 8. Características y diagramas de las preguntas 1, 2, 4

Componente: Aleatorio Competencia: Razonamiento Afirmación: : Utilizar diferentes métodos y estartegias para calcular la probabilidad de eventos simples		
Prueba Diagnóstica		
<p>Pregunta 1</p>  <ul style="list-style-type: none"> ■ Pre- estructural ■ Uni-estructural ■ Multi-estructural ■ Relacional 	<p>Pregunta 2</p>  <ul style="list-style-type: none"> ■ Pre-estructural ■ Uni-estructural ■ Multi-estructural ■ Relacional 	<p>Pregunta 4</p>  <ul style="list-style-type: none"> ■ Pre- estructural ■ Uni-estructural ■ Multi-estructural ■ Relacional
<p>Estas preguntas a pesar de tener las mismas características tienen diferentes niveles de desempeño, las preguntas 1 y 2 son de desempeño sobresaliente, en las que se observó que la mayor cantidad de estudiantes se encuentran ubicados en los niveles de pensamiento pre-estructural y uni-estructural, lo que indica que no logran identificar o identifican una sola parte de la información del evento aleatorio. Son muy pocos los estudiantes ubicados en los niveles de pensamiento multi-estructural y relacional , osea que logran identificar la información de un evento aleatorio, hallan la probabilidad, compara dichas probabilidades y justifica con una argumentación estructurada y coherente que da razón de su respuesta.</p> <p>La pregunta 4, tiene nivel de desempeño mínimo y como se muestra en el diagrama correspondiente a la pregunta, se encontraron más estudiantes en los niveles multi-estructural y relacional, a pesar del nivel de desempeño la cantidad de estudiantes en los niveles pre-estructural y uni-estructural es igual a los ubicados en el multi-estructural.</p>		

7.1.3 Análisis de las preguntas 3, 8, 9 y 10. Las preguntas 3, 8, 9 y 10 se agruparon para su análisis teniendo en cuenta que para su solución el estudiante debía comprender el enunciado, calcular probabilidades con las condiciones planteadas en cada problema y así solucionar correctamente el ejercicio.

7.1.3.1 Categorización preguntas 3, 8, 9 y 10. Las categorizaciones de estas preguntas se han adaptado siguiendo las situaciones de aleatoriedad y probabilidad presentes en las preguntas 3, 8, 9 y 10, obteniendo los siguientes niveles.

Nivel Pre-estructural: En este nivel el estudiante no logra comprender la situación, no alcanza a identificar la información requerida para solucionar el problema, no encuentra la probabilidad teniendo en cuenta las condiciones presentadas, y justifica sin relación o no justifica situación planteada.

Nivel Uni-estructural: En este nivel el estudiante comprende e identifica la información de la situación problema, pero no los asocia adecuadamente para hallar la probabilidad teniendo en cuenta las condiciones asignadas, justifica sin relación a la situación planteada.

Nivel Multi-estructural: En este nivel el estudiante comprende e identifica la información del problema, las asocia, logra extraer la información para calcular la probabilidad, pero su argumentación no es estructurada, no muestra claridad a la hora de justificar.

Nivel Relacional: En este nivel el estudiante comprende e identifica la información del problema, plantea y resuelve adecuadamente la situación hallando la probabilidad, teniendo en cuenta las condiciones del problema, y su justificación presenta una argumentación estructurada y coherente que da razón a su respuesta.

Tabla 9. Ubicación de estudiantes según la taxonomía solo preguntas 3, 8, 9 y 10.

Pregunta	Nivel de pensamiento taxonomía SOLO	Opción elegida por el estudiante		
		Opción	Cantidad	Estudiantes
Pregunta 3	Pre-estructural	A	10	E08, E11, E15, E18, E21, E22, E26, E27, E28, E34.
		B	2	E10, E14 Sin justificar
		C	2	E02, E13.
		D	2	E06, E23.
		No marcaron	3	E19, E20, E25.
	Uni-estructural	A	3	E03, E12, E31.
		B	2	E17, E29.
		C	1	E07
		D	1	E09.
	Multi-estructural	A	2	E01, E04.
		B	0	
		C	0	
		D	0	
	Relacional	A	2	E16, E24.
		B	0	
		C	0	
D		0		
	Pre-estructural	Opción	Cantidad	Estudiantes
		A	1	E22 Sin justificar
		B	6	E13 Sin justificar, E21 Sin justificar, E27 "No entiendo", E29, E31 Sin justificar.
		C	0	
		D	6	E03, E10, E18, E24, E32, E34.
	No marcaron	6	E11, E14, E16, E19, E23, E25.	
	Uni-estructural	A	7	E01, E02, E06, E08, E09, E12, E26.
		B	0	
		C	0	
D		2	E04, E17	

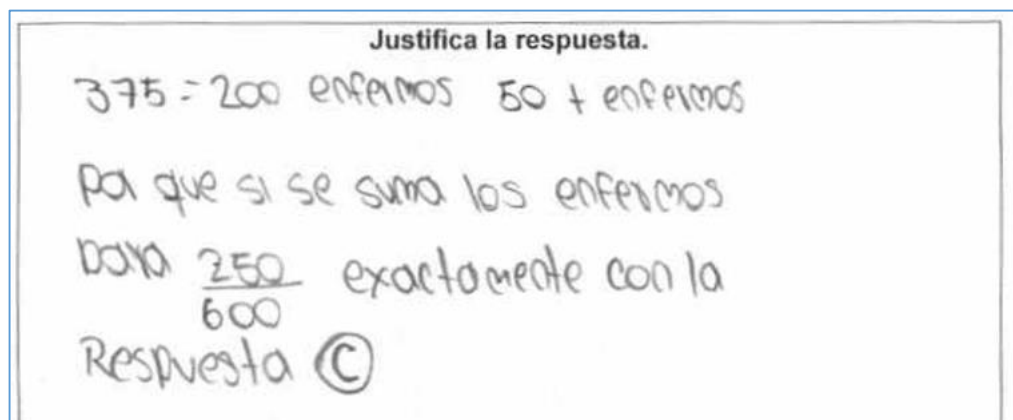
Pregunta	Nivel de pensamiento taxonomía SOLO	Opción elegida por el estudiante		
Pregunta 8	Multi-estructural	A	0	
		B	0	
		C	0	
		D	0	
	Relacional	A	4	E07, E15, E20, E28.
		B	0	
		C	0	
		D	0	
Pregunta 9	Pre-estructural	Opción	Cantidad	Estudiantes
		A	11	E02, E04, E10, E12, E14, E18, E22, E23, E27 Sin justificar, E28, E31.
		B	3	E17, E21, E29.
		C	5	E07, E13 Sin justificar, E15, E24, E26.
		D	0	
		No marcaron	3	E01, E03, E19.
	Uni-estructural	A	0	
		B	0	
		C	0	
		D	4	E06, E08, E11, E34.
	Multi-estructural	A	0	
		B	0	
		C	0	
		D	0	
	Relacional	A	0	
		B	0	
C		0		
D		5	E09, E16, E20, E25, E32.	
Pregunta 10	Pre-estructural	Opción	Cantidad	Estudiantes
		A	11	E01, E06, E07, E08, E10, E14, E24, E25, E27, E31, E32.
		B	7	E09, E16, E18, E22, E23, E34, E17.
		C	4	E02, E13, E19, E29, E03.
	Uni-estructural	D	4	E11, E15, E21, E28.
		A	0	
		B	3	E12, E20, E26.
		C	1	E04.
	Multi-estructural	D	0	
		A	0	
B		0		
		C	0	

Pregunta	Nivel de pensamiento taxonomía SOLO	Opción elegida por el estudiante		
			D	0
	Relacional	A	0	
		B	0	
		C	0	
		D	0	

En la tabla anterior se categorizó los estudiantes ubicados en cada nivel de pensamiento, y se determinó:

Que los estudiantes ubicados en el Nivel Pre – estructural son aquellos que no comprendieron el suceso aleatorio no pudieron extraer la información requerida para encontrar la probabilidad no justificaron o no hubo coherencia en la argumentación presentada, marcó y no justificó o no marcó la respuesta, como se pudo observar en la respuesta del estudiante E02 en la pregunta 3.

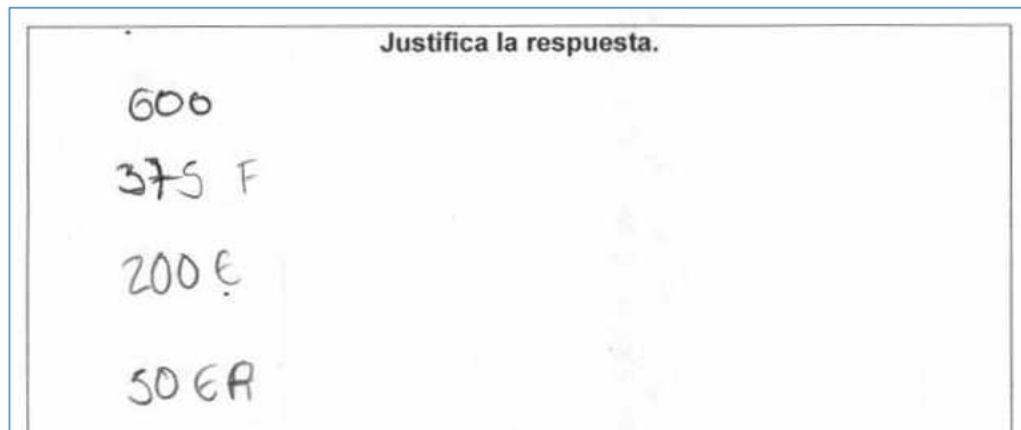
Imagen 5. Respuesta E02, nivel pre-estructural pregunta 3.



En esta respuesta se evidenció que el estudiante no comprende los planteamientos del problema, los cuales le permitirían encontrar la probabilidad del suceso.

Los estudiantes que se encuentran en el Nivel Uni- estructural, es porque en la situación problema pudieron comprender el enunciado, pero no lograron asociar la información correctamente para determinar las probabilidades siguiendo las condiciones del problema, su argumentación no es específica y fuera de contexto, que queda en evidencia en la respuesta del estudiante E12.

Imagen 6. Respuesta E12, nivel uni-estructural pregunta 3.



En esta respuesta se evidenció la falta de modelación matemática del problema con la que podría hallar la probabilidad y solucionar el problema.

En el Nivel Multi – estructural se ubicaron los estudiantes que comprendieron el problema y hallaron las probabilidades correctamente siguiendo las condiciones requeridas, pero en la explicación de su plan de ejecución del problema no logra tener la claridad necesaria, un ejemplo de la respuesta de un estudiante ubicado en este nivel fue:

Imagen 7. Respuesta E01, nivel multi-estructural pregunta 3.

Justifica la respuesta.

Se los calculos y la probabilidad de que escogian una persona fumadora + no la enfermedad respiratoria + me de la A 775 Por siende de que escogian a esa persona

En esta respuesta el estudiante demostró que comprendió el texto, siguió las condiciones del problema y encontró la probabilidad requerida, pero su justificación no evidenció con claridad su plan de ejecución para resolverlo.

El Nivel Relacional lo conforman los estudiantes que desarrollaron correctamente la situación problema y que además de comprender y calcular probabilidades logran explicar con precisión el porqué de su respuesta, como se puede observar en la respuesta del E16.


Imagen 8. Respuesta E16, nivel relacional pregunta 3.

Justifica la respuesta.

Por que de 600 hay 375 fumadores y 200 de los cuales tiene una enfermedad respiratoria y entonces se resta y da 775.

En esta respuesta se evidenció que el estudiante comprendió el texto, tuvo en cuenta las condiciones del problema calculó la probabilidad requerida y explicó su plan de ejecución para resolver el problema.

Tabla 10. Características y diagramas de las preguntas 3, 8, 9 y 10.

Componente: Aleatorio Competencia: Resolución Afirmación: Plantear y resolver situaciones relativas a otras ciencias utilizando conceptos de probabilidad.		
Prueba Diagnóstica		
Pregunta 3  <ul style="list-style-type: none"> ■ Pre-estructural ■ Uni-estructural ■ Multi-estructural ■ Relacional 	Pregunta 9  <ul style="list-style-type: none"> ■ Pre-estructural ■ Uni-estructural ■ Multi-estructural ■ Relacional 	Pregunta 10  <ul style="list-style-type: none"> ■ Pre-estructural ■ Uni-estructural ■ Multi-estructural ■ Relacional
<p>En esta serie de preguntas se evaluó en los estudiantes la competencia de resolución de problemas en situaciones relativas a otras ciencias, utilizando el concepto de probabilidad, además las pregunta 3 es de nivel avanzado, 9 y 10 son de nivel satisfactorio.</p> <p>Este tipo de pregunta permitió detectar las dificultades como: falta de comprensión del texto, desconocimiento conceptual y cálculo de probabilidades de los estudiantes en situaciones relativas a otras ciencias y además permitió determinar los niveles de desempeño en que se encuentran según la taxonomía de SOLO.</p>		

Como se evidenció en los diagramas, el nivel de pensamiento en el que más se encontraron los estudiantes es el pre-estructural, lo que indica que la mayoría no comprenden ni identifican la información del problema, no plantean las situaciones relativas a otras ciencias utilizando el concepto de probabilidad para resolver el problema.

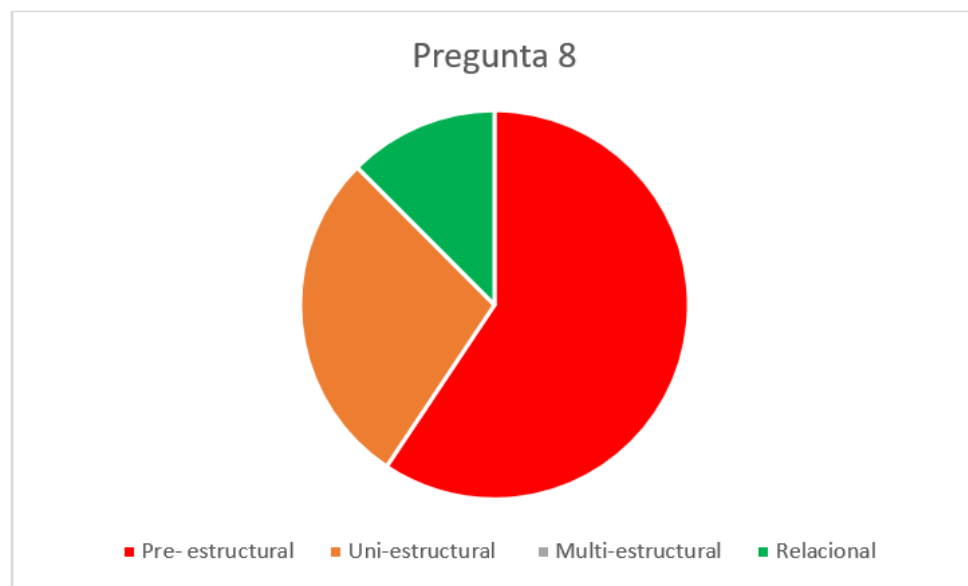
Los estudiantes ubicados en los niveles multi-estructural y relacional son los que lograron plantear y resolver el problema correctamente y justificaron con coherencia a la respuesta dada (E01, E04, E09, E20, E25, E32, E16, E24)

Componente: Aleatorio

Competencia: Razonamiento

Afirmación: Usar modelos para discutir acerca de la probabilidad de un evento aleatorio.

Prueba Diagnóstica



Esta pregunta tiene un nivel de desempeño avanzado, en ella se observó un alto número de estudiantes en los niveles de pensamiento pre-estructural y uni-estructural, lo que evidenció que no logran comprender la situación, no alcanzan a identificar la información requerida para solucionar el problema, no tienen en cuenta las condiciones presentadas para resolver el problema.

En el nivel relacional se ubicaron 4 estudiantes logrando responder y justificar su respuesta correctamente encontrando el modelo que representa la situación. (E07, E15, E20, E28).

7.1.4 Análisis de las preguntas 5, 6, 7. Las preguntas 5, 6, y 7 se agruparon teniendo en cuenta que, para su solución, el estudiante debe comprender la información que se le presenta, establecer conjeturas y verificar las hipótesis planteadas para seleccionar la opción correcta.

7.1.4.1 Categorización preguntas 5, 6, y 7. Nivel Pre-estructural: En este nivel el estudiante no comprende ni identifica la información del problema, no establece conjeturas para verificar las hipótesis del experimento aleatorio, no determina la probabilidad teniendo en cuenta las condiciones del problema, y justifica sin relación o no justifica.

Nivel Uni-estructural: En este nivel el estudiante comprende e identifica la información del problema, pero no logra establecer las conjeturas para verificar las hipótesis del experimento aleatorio, que le permita hallar la probabilidad teniendo en cuenta las condiciones del problema y su justificación no tiene relación a la situación

Nivel Multi-estructural: En este nivel el estudiante comprende e identifica la información del problema, establece conjeturas y verifica las hipótesis del experimento aleatorio hallando la probabilidad teniendo en cuenta las condiciones del problema, pero su justificación no es estructurada, no muestra claridad en su argumentación.

Nivel Relacional: En este nivel el estudiante comprende e identifica la información del problema, establece conjeturas y verifica las hipótesis del experimento aleatorio hallando la probabilidad teniendo en cuenta las condiciones del problema, y su

justificación presenta una argumentación estructurada y coherente que da razón a su respuesta.

Tabla 11. Ubicación de estudiantes según la taxonomía SOLO, preguntas 5, 6, y 7.

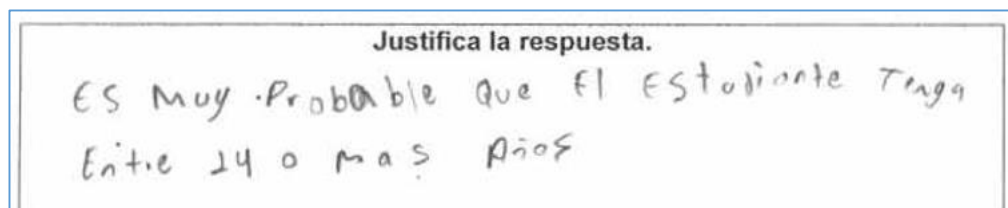
Pregunta	Nivel de pensamiento taxonomía SOLO	Opción elegida por el estudiante		
		Opción	Cantidad	Estudiantes
Pregunta 5	Pre-estructural	A	3	E17, E19, E21.
		B	3	E08, E13, E16
		C	3	E14, E18, E29.
		D	4	E03, E07, E11, E22 Sin justificar.
	Uni-estructural	A	5	E15, E23, E24, E26, E31.
		B	4	E01, E06, E12, E28.
		C	3	E02, E10, E25.
		D	2	E27, E32.
	Multi-estructural	A	4	E04, E09, E20, E34
		B	0	
		C	0	
		D	0	
	Relacional	No se encontró		
Pregunta 6	Pre-estructural	A	2	E28, E31.
		B	2	E10, E24.
		C	4	E01, E15, E16, E13 Sin justificar.
		D	0	
	No marco		E14	
	Uni-estructural	A	1	E03.
		B	2	E11, E32.
		C	5	E02, E17, E18, E19, E22.
		D	5	E06, E07, E08, E09, E20, E23.
	No marco		E21.	
	Multi-estructural	A	0	
		B	0	
		C	0	
		D	2	E12, E29.
	Relacional	A	0	
		B	0	
		C	0	
D		5	E04, E25, E26, E27, E34,	
Pregunta 7	Pre-estructural	Opción	Cantidad	Estudiantes
		A	2	E02, E31.
		B	5	E09, E10, E12, E16, E17.
		C	6	E01, E07, E13, E24, E27, E28.
		D	1	E22.

Pregunta 7		No marco		E03, E11, E14, E15, E19, E21, E23, E25
		Uni-estructural	A	0
B	0			
C	2		E18, E26.	
D	0			
Multi-estructural	A	0		
	B	0		
	C	2	E06, E08.	
	D	0		
Relacional	A	0		
	B	0		
	C	6	E02, E04, E07, E17, E19, E22.	
	D	0		

En la tabla anterior se presenta la ubicación de los estudiantes según los niveles de pensamiento de SOLO,

Nivel Pre – estructural, los estudiantes que se ubicaron en este nivel de pensamiento son los que no comprendieron el enunciado, no lograron establecer de la situación conjeturas que le permitieran comprobar si las hipótesis planteadas eran verdaderas o falsas.

Imagen 9. Respuesta E18, nivel pre-estructural pregunta 5.

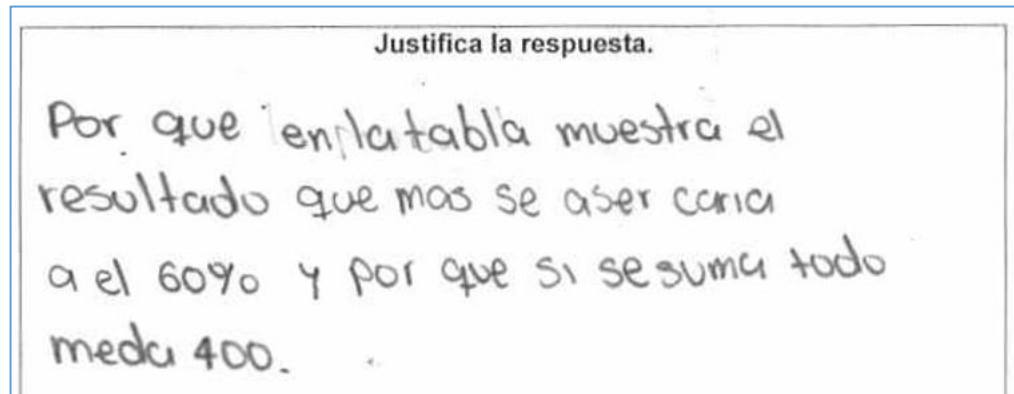


En la respuesta de E18, se evidenció que no comprendió el enunciado, ya que su rusticación no tiene relación con las afirmaciones del problema.

Nivel Uni – estructural, los estudiantes en este nivel comprenden e identifica algunos aspectos del enunciado, pero no logra establecer conjeturas que les permita

verificar la hipótesis del problema, como se observó en la respuesta del estudiante E26.

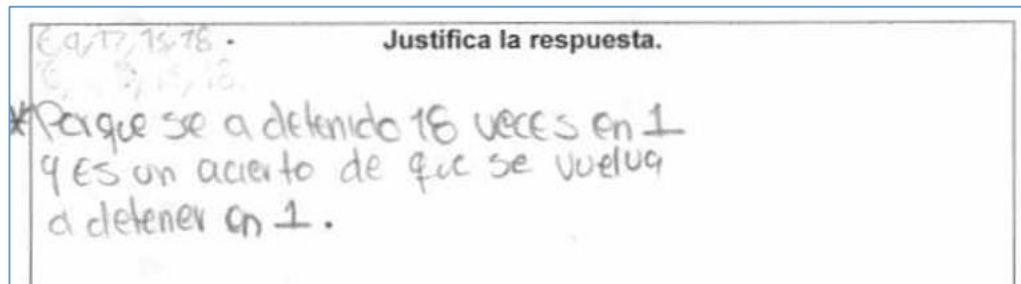
Imagen 10. Respuesta E26. Nivel uni-estructural pregunta 7.



En esta respuesta el estudiante identifica algunos aspectos del texto, pero no logró establecer las conjeturas del problema para seleccionar la respuesta correcta, además, su justificación no es precisa en mostrar el plan que siguió para resolver el problema.

En el nivel Multi – estructural se encuentran aquellos estudiantes que comprendieron la situación y establecieron las conjeturas requeridas para determinar el grado de verdad de las hipótesis respondiendo correctamente, con justificaciones que no tienen claridad de los pasos empleados para dar solución al problema.

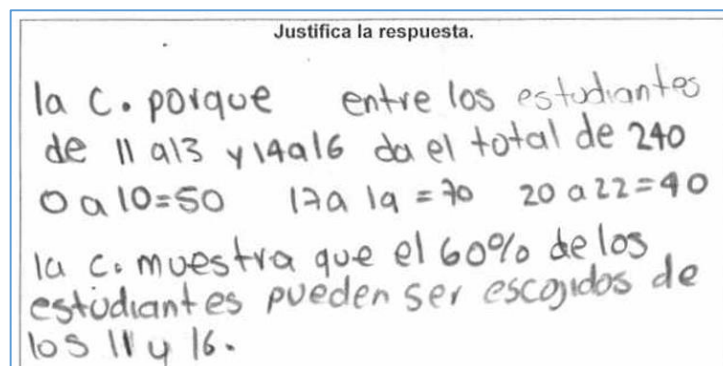
Imagen 11. Respuesta E29, nivel multi-estructural pregunta 6.



En su respuesta el estudiante E29, estableció las conjeturas de las hipótesis del problema, encontrando que en el número 1 se ha detenido 18 veces, y que la probabilidad de que nuevamente se detenga en 1 es el triple de la probabilidad que se detenga en 3. pero a su justificación le faltó más coherencia para explicar su respuesta.




En el Nivel relacional están los estudiantes que además de responder correctamente la pregunta logran sustentar de forma clara y precisa los pasos que empleó para encontrar dicha solución como se evidenció en la respuesta del estudiante E04.

Imagen 12. Respuesta E04, nivel relacional pregunta 7.



En esta respuesta se observó que en su justificación el estudiante da razón del plan que empleó para resolver el problema, determinó que el porcentaje requerido es 240 y logró encontrar entre las opciones la que corresponde a la información requerida en el ejercicio.

Tabla 12. Características y diagramas de las preguntas 5, 6 y 7.

<p>Componente: Aleatorio Competencia: Razonamiento Afirmación: Establecer conjeturas y verificar hipótesis acerca de los resultados de un experimento aleatorio usando conceptos básicos de probabilidad.</p>		
<p>Prueba Diagnóstica</p>		
<p>Pregunta 5</p>  <ul style="list-style-type: none"> ■ Pre-estructural ■ Uni-estructural ■ Multi-estructural 	<p>Pregunta 6</p>  <ul style="list-style-type: none"> ■ Pre-estructural ■ Uni-estructural ■ Multi-estructural ■ Relacional 	<p>Pregunta 7</p>  <ul style="list-style-type: none"> ■ Pre-estructural ■ Uni-estructural ■ Multi-estructural ■ Relacional
<p>En esta serie de preguntas se evaluó en los estudiantes la competencia de razonamiento, estableciendo conjeturas y verificando hipótesis de resultados de experimentos aleatorios usando el concepto de probabilidad.</p> <p>La pregunta 5, tiene nivel de desempeño satisfactorio, las 6 y 7 tienen un nivel avanzado.</p>		

Este tipo de pregunta permitió detectar las dificultades de los estudiantes y los niveles de desempeño en que se encuentran según la taxonomía de SOLO.

Como se evidenció en los diagramas, los niveles de pensamiento en el que más se encontraron los estudiantes es el pre-estructural y uni-estructural, lo que indicó que la mayoría no comprenden ni identificaron la información del problema, no establecieron conjeturas para verificar las hipótesis del experimento aleatorio, y no determinaron la probabilidad teniendo en cuenta las condiciones para resolver el problema.

Los estudiantes ubicados en los niveles multi-estructural y relacional son los que lograron plantear y resolver el problema correctamente y justificaron con coherencia a la respuesta dada (E02, E03, E04, E06, E07, E08, E09, E12, E16, E17, E19, E20, E22, E25, E26, E27, E29, E32, E34).

La prueba diagnóstica permitió determinar las falencias que presenta los estudiantes de grado noveno de la Institución Educativa, en situaciones aleatorias y de probabilidad, dificultades como la falta de comprensión del texto, esta dificultad no le permite al estudiante identificar la información requerida para solucionar el problema, el desconocimiento de las definiciones de probabilidad y su cálculo, la falta de modelación matemática en solución de problemas y la falta de argumentación clara y precisa para sustentar su plan y ejecución del problema, por tal razón se determina la necesidad de fortalecer el razonamiento probabilístico.

7.2 ANÁLISIS DE LA SECUENCIA DIDÁCTICA

En esta parte se presenta la visión general el análisis de cada sesión de la secuencia didáctica probabili-tic, con una descripción general de la sesión, una descripción de la actividad

7.2.1 Visión general. La secuencia didáctica Probabili-tic, tuvo como objetivo fortalecer el razonamiento probabilístico en estudiantes de noveno grado de una Institución Educativa rural de carácter oficial, las competencias que se han empleado son: razonamiento, resolución de problemas y argumentación.

Tabla 13. Descripción general de la secuencia

SEMANA	TÍTULO	ACTIVIDADES	OBJETIVOS	TIEMPO
1	<i>¡Qué suerte!</i>	Casino didáctico	<ul style="list-style-type: none"> • Despertar el interés y motivar a los estudiantes por medio de juegos de azar, por el concepto de aleatoriedad y probabilidad. • Conocer las concepciones, el lenguaje de azar y el razonamiento que manejan los estudiantes en situaciones de azar. 	4h
2	<i>¡Arriésguese si puedes!</i>	<ol style="list-style-type: none"> 1. Lanzamiento moneda. 2. Lanzamiento dado. 	<ul style="list-style-type: none"> ➤ Permitir superar las dificultades conceptuales y de sesgo presentadas en la primera sesión, y construir la definición clásica de la probabilidad. 	4h

3	¡Colegio Aleatorio!	Encuesta	➤ Recolectar, organizar y analizar información de la Institución	3h
4	¡Ciudad Aleatoria!	Mi ciudad	➤ permitir a los estudiantes encontrar y conocer información alrededor de la ciudad, en las que se pueden encontrar situaciones con probabilidades.	3h
5	¡A crear!	Mi juego de azar	➤ Permitir que los estudiantes desarrollen sus propios juegos, asignando sucesos con diferentes probabilidades.	3h
6	¡A cine!	Película	➤ Mostrar situaciones de probabilidad desde el contexto de la película	3h

7.2.2 Descripción Primera sesión

A continuación, se muestra la descripción general de la primera sesión de la secuencia didáctica Probabili-tic.

Tabla 14. Descripción primera sesión.

Primera sesión	
Título: ¡Qué suerte!	
Actividad: Casino didáctico	
Primera parte: Juegos de azar	Segunda parte: Claves y conclusiones
Objetivo: Despertar el interés y motivar a los estudiantes por medio de juegos	Objetivo: Conocer las concepciones, el lenguaje de azar y el razonamiento

de azar, por el concepto de aleatoriedad y probabilidad.	que manejan los estudiantes en situaciones de azar.
Duración: 2 horas	Duración: 2 horas
Hora de inicio: 12:15 pm	Hora de inicio: 3:20 pm
Hora de finalización: 2:15 pm	Hora de finalización: 5:20 pm
Fecha: 25 de octubre de 2017	
Lugar: Aula de matemáticas	

7.2.2.1 Descripción de la actividad casino didáctico. La actividad del casino didáctico tuvo dos partes, la primera parte presentó cinco juegos de azar divididos en físicos y computacional.

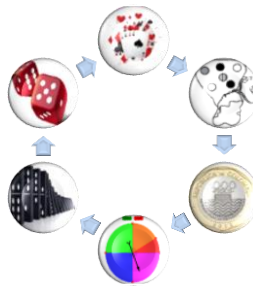
Tabla 15. Juegos del casino.

Juegos					
Físicos					Computacional
Dados 	Balotas 	Cartas 	Monedas 	Dominó 	Ruleta 

Cada juego tenía distintas probabilidades de ganar. Al ingresar los estudiantes observaron el salón dividido en seis grupos y en cada uno de ellos, encontraron un juego de azar con sus respectivas instrucciones.

La ubicación de los juegos en el aula de clase se presentó de tal manera que los estudiantes se pudieran desplazar con facilidad de un juego a otro.

Gráfica 9. Ubicación de juegos en el aula.



En esta primera parte además de jugar, los estudiantes tenían que reportar en la guía de trabajo, las opciones que seleccionaba para jugar en cada juego y la opción que había obtenido.

Tabla 16. Tabla de registro.

Juego:	
Opción seleccionada:	Opción obtenida:

En la segunda parte de la actividad el estudiante tuvo que encontrar con sus compañeros las ideas claves y conclusiones en cada juego, registrándolas en la guía de trabajo, para finalmente ser socializadas en clase.

Tabla 17. Tabla de registros claves y conclusiones.

Claves del juego:
Conclusiones del juego:

7.2.2.2 *Análisis de la actividad casino didáctico.* La primera parte del casino didáctico inició con el docente dando las indicaciones e informando del material que encontraron en cada uno de los grupos, que corresponde al juego y sus respectivas instrucciones y opciones de respuesta, una vez conformados los grupos de trabajo, se les pidió a los estudiantes que leyeran y marcaran la primera hoja de la guía, luego que se ubicaron en la hoja correspondiente al juego en el que se encontraba en ese momento, posteriormente se les orientó acerca de cómo se iba a trabajar, se realizaron algunas aclaraciones a las dudas e inquietudes de los estudiantes. El docente dio las orientaciones del juego computacional y se les informó de esperar la orden de rotación por parte de docente.

El inicio de la actividad fue bastante incómodo para el docente, sentía mucho desorden, debido a que los grupos requirieron de la explicación de las instrucciones de los juegos, ya en el desarrollo de la actividad los estudiantes estaban jugando y registrando la información requerida, el casino didáctico se realizó según lo previsto.

La primera parte evidenció que, en los juegos de azar, donde se les dio las opciones para seleccionar, como el de dados, dominó y ruleta, el estudiante seleccionó sin ser consciente de que con esa opción nunca iba a ganar, demostrando la falta de razonamiento probabilístico al desconocer conceptos como: experimento aleatorio, espacio muestral, suceso imposible, suceso posible, suceso muy probable y suceso poco probable.

Tabla 18. Opciones seleccionadas por los estudiantes

E28	<p style="text-align: center;">Claves del juego:</p> <p>* es depende cara rebusca las cartas para mi esa es la clave</p>
-----	---

También se observó la dificultad de sesgo de equiprobabilidad en varios estudiantes, afirmaciones como salen más los números pares o en el caso de la moneda siempre sale más la parte de la cara.

Tabla 20. Respuestas de estudiantes.

Estudiantes	Respuestas
E16.	<p style="text-align: center;">Claves del juego:</p> <p>Siempre apostarle a los números pares</p>
E13.	<p style="text-align: center;">Claves del juego:</p> <p>Por que la moneda tiene mas Probabilidad de caer en el ██████████ Por que ese es su destino ↓ cara</p>

En la socialización el docente preguntó a los estudiantes por las ideas claves y conclusiones de cada juego y orientó a determinar cuáles eran las opciones con más posibilidades en los juegos y aquellos casos imposibles de obtener, además que juegos presentan más posibilidad de ganar y en cuales la posibilidad son pocas.

7.2.2.3 Hallazgos en la primera sesión

- La actividad del casino didáctico como inicio para la enseñanza de la probabilidad, fue una estrategia didáctica que contribuyó a identificar las concepciones, el lenguaje, el razonamiento y las dificultades que tienen los estudiantes en situaciones de azar.
- El juego de azar que más llamó la atención en el que se evidenció un interés especial en los estudiantes por jugar fue el juego computacional (la ruleta).
- Lenguaje de azar que emplean los estudiantes: Suerte, posibilidad, ventaja, destino, seguro, practicar, gran posibilidad, elegir, oportunidad, apostarle, misma cantidad, acertar, etc.

7.2.3 Descripción de la segunda sesión

Tabla 21. Descripción segunda sesión

Segunda sesión	
Título: ¡Arriésguese si puedes!	
Actividad 1: Lanzamiento de la moneda	Actividad 2: Lanzamiento del dado
Primera parte: Experiencia física	Segunda parte: Simulación computacional
Objetivo: Permitir superar las dificultades conceptuales y de sesgo presentadas en la primera sesión, y construir la definición clásica de la probabilidad.	
Duración: 2 horas	Duración: 2 horas
Hora de inicio: 12:15 pm	Hora de inicio: 3:20 pm
Hora de finalización: 2:15 pm	Hora de finalización: 5:20pm
Fecha: 26 de octubre de 2017	Fecha: 26 de octubre de 2017
Lugar: Aula Especializada de Matemáticas	

7.1.3.1. Descripción de la actividad 1. La actividad 1, titulada el lanzamiento de la moneda, se dividió en dos partes, la primera, corresponde al ejercicio físico en donde el estudiante experimentó lanzando una moneda, mediante el juego cara o sello, en la segunda parte se le presentó al estudiante en GeoGebra la simulación computacional del lanzamiento de la moneda.

En la primera parte se trabajó por parejas cada estudiante seleccionó la opción con la que jugarían a cara y sello, se realizaron 20 lanzamientos de una moneda, en donde se determinó el ganador con la letra **G** y el perdedor con la letra **P**, esta información cada estudiante debió registrarla en la guía de trabajo (Anexo E).

Tabla 22. Tabla de registro.

Jugadores	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20

Luego debió responder las siguientes preguntas

Nombre del ganador:

Opción con la que ganó:

Si jugaran nuevamente y tuviera la opción de elegir entre cara o sello, cuál elige si quieres ganar ____ ¿Por qué? ____

¿Qué cree usted que pasaría con los resultados, si aumentamos el número de lanzamientos a 100? _

7.1.3.2. Análisis primera parte de la actividad 1. El objetivo de esta parte es llevar al estudiante a determinar que en el lanzamiento de una moneda se presenta igual número de posibilidad tanto en cara como sello, en el primer intento de socialización de la actividad el docente pregunta por los estudiantes que ganaron y con cual opción ganaron, E21: sello, E25: cara, E6: cara, E11: sello, E20: sello, E14: sello, y aquellos donde hubo empates, la pregunta D: Si jugaran nuevamente y tuvieras la opción de elegir entre cara o sello, cual eliges si quieres ganar ____ ¿Por qué?

(video M2U00833.MPG min 4:46 a 5:46)

Se encontró que dos estudiantes ya manifestaban misma posibilidad, los demás continuaban con el sesgo.

Imagen 13. Respuesta E22 y E03 respectivamente.

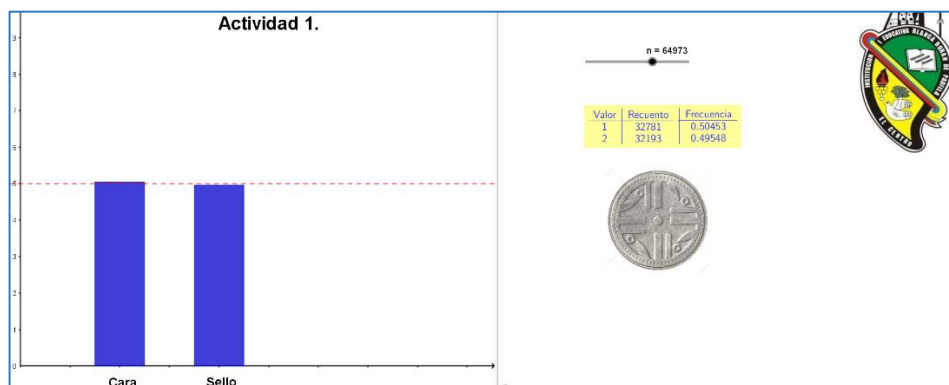
Si jugaran nuevamente y tuvieras la opción de elegir entre cara o sello, cual eliges si quieres ganar las 2 opciones ¿Por qué?
Porque las 2 tienen la misma posibilidad de ganar

Si jugaran nuevamente y tuvieras la opción de elegir entre cara o sello, cual eliges si quieres ganar los dos casos tiene ¿Por qué?
posibilidad de ganar

En esta parte el docente no hizo aclaraciones, ya que esperó que ellos mismo en la siguiente parte superaran la dificultad de sesgo.

La segunda parte de la actividad 1, fue la simulación del lanzamiento de la moneda presentado en GeoGebra desde 1 hasta 100.000 lanzamientos. Aquí el estudiante en el computador asignado, ubicó y abrió la actividad 1 en GeoGebra, siguiendo las indicaciones del docente y con ayuda del simulador respondieron las siguientes preguntas.

Imagen 14. Pantallazo, simulador lanzamiento de moneda



¿Qué ocurre con las barras (sello y cara) a medida que aumenta el número de lanzamientos?

¿En la barra que representa la cantidad de veces que aparece la opción sello, a medida que aumenta el número de lanzamientos, a qué valor se aproxima? _

¿En la barra que representa la cantidad de veces que aparece la opción cara, a medida que aumenta el número de lanzamientos, a qué valor se aproxima? _

¿Qué relación hay entre los valores a los que se aproximan las dos barras?

¿Cuál de las dos opciones cara o sello tiene más posibilidades de salir en un lanzamiento? __ ¿Por qué?

¿Qué porcentaje utilizarías para darle un valor numérico a las posibilidades de salir de sello y cara? __ ¿De dónde cree usted que sale ese valor?

7.1.3.3. *Análisis segunda parte de la actividad 1.* El fin de esta segunda parte es fue darle al estudiante un mayor alcance al lanzamiento de la moneda, mostrándole con barras y frecuencias lo que ocurre desde 1 hasta 100.000 lanzamientos en un simulador en GeoGebra, con el objetivo que pueda superar la dificultad de sesgo y pueda concluir que tanto cara como sello tienen la misma posibilidad de caer y de tener un acercamiento a la definición clásica de probabilidad.

El docente orientó a los estudiantes cuestionándolos acerca de las posibilidades que tiene cara y sello, luego permitió concluir a cada estudiante en la guía de trabajo.

Al final de la actividad los estudiantes lograron concluir que la probabilidad de que salga cara o sello es del 50%, aun sin conocer la definición clásica de probabilidad.

Tabla 23. Respuestas de estudiantes.

Estudiantes	Respuestas
E23	<p>¿Cuál de las dos opciones cara o sello tiene más posibilidades de salir en un lanzamiento?</p> <p><u>las dos</u> ¿Por qué?</p> <p><u>por que las dos tienen la misma probabilidad de lanzamiento cara 50%. Sello 50%.</u></p>
E09	<p>¿Cuál de las dos opciones cara o sello tiene más posibilidades de salir en un lanzamiento?</p> <p><u>los dos</u> ¿Por qué?</p> <p><u>tiene la misma opción</u></p>
E18	<p>¿Cuál de las dos opciones cara o sello tiene más posibilidades de salir en un lanzamiento?</p> <p><u>Las Dos</u> ¿Por qué?</p> <p><u>Tienen la misma opción de ganar</u></p>

7.1.3.4. Descripción de la actividad 2. La actividad 2, el lanzamiento de un dado, se dividió en dos partes, la primera corresponde al ejercicio físico en donde el estudiante experimentó lanzando un dado al aire y registrando la información obtenida en cada lanzamiento, en la segunda parte se le presentó en GeoGebra la simulación computacional del lanzamiento de un dado.

En esta actividad la primera parte fue de trabajo individual el estudiante debió lanzar el dado 20 veces y registrar en la guía la tabla de resultados.

Tabla 24. Tabla de registro.

Lanzamientos																					
Caras del dado	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	
1																					
2																					
3																					
4																					
5																					
6																					

Y posteriormente responder las siguientes preguntas

¿Cuál o cuáles resultados se repitieron más?

¿Si tuviera que escoger una opción para jugar y quisieras ganar cual elegirías?

¿Por qué?

¿Si aumentamos a 1200 lanzamientos se esperaría que el número total de registro de cada una de las caras del dado sea aproximadamente?

¿Qué porcentaje le daría de salir a cada valor del dado? ¿Por qué?

7.1.3.5. Análisis primera parte de la actividad 2. Para complementar y afianzar más el concepto de probabilidad, se presentó un evento aleatorio como lo es el lanzamiento de un dado, se empleó el mismo método de la actividad 1, a través de preguntas directrices que permitieran avanzar una conclusión final acerca de las posibilidades que tiene cada cara del dado salir.

Imagen 15. Respuesta E06.

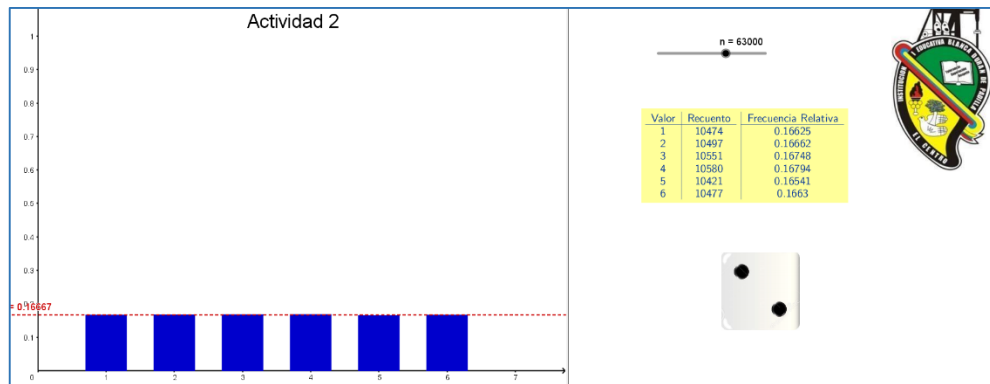
¿Si tuviera que escoger una opción para jugar y quisieras ganar cual elegirías?
6 ¿Por qué?
fue el que mas se repitió

Al cambiar de experimento aleatorio los estudiantes se inclinaron por las caras que más les apareció en el lanzamiento físico del dado.

El docente permitió avanzar la actividad esperando que lograran encontrar las probabilidades de cada una de las caras en la simulación.

7.1.3.6. Descripción de la actividad 2. En la segunda parte de la actividad 2, fue la simulación del lanzamiento de un dado en GeoGebra desde 1 hasta 100.000 lanzamientos.

Imagen 16. Pantallazo simulador lanzamiento dado.



Y con ayuda del simulador el estudiante respondió las siguientes preguntas.

¿Cuál de los 6 resultados tiene mayor posibilidad de salir? ¿Por qué?

¿A medida que aumenta la cantidad de lanzamientos del dado, las barras que representan a cada cara del dado, se aproximan o se mantienen en qué valor?

¿Qué porcentaje utilizarías para darle un valor numérico a las posibilidades de salir de cada uno de los resultados de dado? ¿Por qué?

7.1.3.7. Análisis segunda parte de la actividad 2. Se demostró que a través de la simulación en GeoGebra de lanzar un dado, los estudiantes logran comprender y entender mejor el funcionamiento del evento aleatorio en donde todas las partes del dado tienen la misma posibilidad de caer.

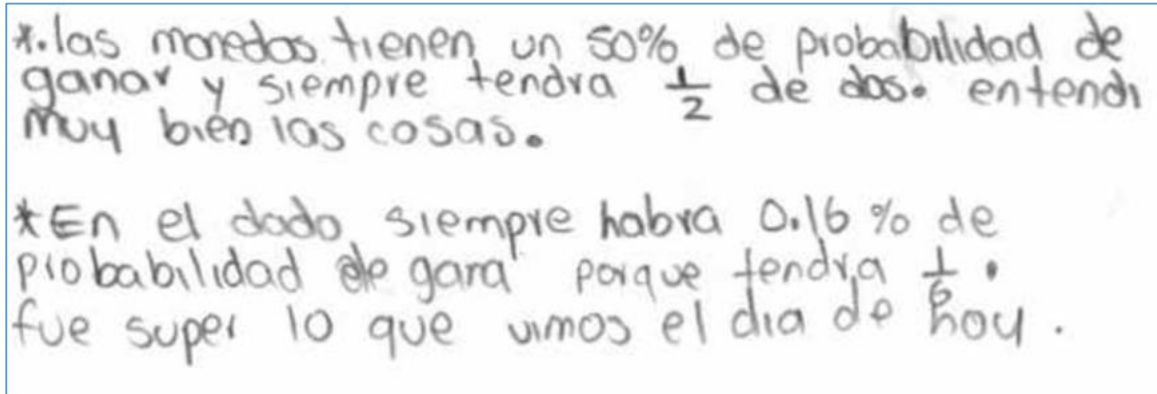
Tabla 25. Respuestas estudiantes.

Estudiante	Respuestas
E15	<p>¿Cuál de los 6 resultados tiene mayor posibilidad de salir? <u>Cualquiera de los 6</u> ¿Por qué? <u>Porque las caras caen al azar</u></p>
E02	<p>¿Cuál de los 6 resultados tiene mayor posibilidad de salir? <u>todos</u> ¿Por qué? <u>Por que al caer se van emparejando unas baro otras</u></p>
E08	<p>¿Cuál de los 6 resultados tiene mayor posibilidad de salir? <u>Todos</u> ¿Por qué? <u>Tienen la misma probabilidad de salir</u></p>

Una vez finalizadas las actividades 1, 2 y con la orientación del docente se realiza una explicación para ayudar a determinar la definición clásica de probabilidad.

$$P(A) = \frac{\text{número de casos favorables al suceso}}{\text{número de casos posibles}}$$

Imagen 17. Conclusiones E04.



En esta sesión los estudiantes superaron las dificultades presentadas en la primera sesión y se acercaron a la definición clásica de probabilidades.

7.1.3.8. Hallazgos de la segunda sesión

- Pasar de lo físico a lo computacional le permitió al estudiante tener una visión más general de la situación (moneda y dado) que le ayudó a comprender y entender mejor los eventos aleatorios.
- Con la simulación computacional los estudiantes logran concluir que, al lanzar una moneda, tanto cara como sello tienen la misma probabilidad de salir.
- Los estudiantes lograron superar la dificultad de sesgo.

7.1.4. Descripción de la tercera sesión

Tabla 26. Descripción tercera sesión.

Tercera sesión	
Título: ¡Colegio aleatorio!	
Actividad : Encuesta	
Primera parte: recolectar y organizar	Segunda parte: tabular y analizar
Objetivo: Recolectar, organizar y analizar información de la Institución	
Duración: 1 hora	Duración: 2 horas
Hora de inicio: 12:15 pm	Hora de inicio: 3:20 pm
Hora de finalización: 1:15 pm	Hora de finalización: 5:20 pm

7.1.4.1 Descripción de la actividad. La actividad se dividió en dos, la primera parte (recolectar y organizar) en grupos de 5 estudiantes, cada uno con guía, aplicaron una encuesta a estudiantes de otros grados de la jornada asignados por el docente entre los grados de 6° a 10°, una vez conformados los grupos y asignado los grados, los estudiantes recolectaron la información utilizando cuadernos y hojas teniendo en cuenta la siguiente tabla.

Tabla 27. Tabla para la encuesta.

Grado:	Edad:	Sexo:	Asignatura favorita	Deporte que practica	Tiene internet en casa
			Matemáticas	Fútbol	Si
			Español	Baloncesto	No
			Sociales	Voleibol	

El docente entregó las instrucciones indicando en que salón y con qué docente se encontraba cada grupo asignado, después se permitió a los jóvenes dirigirse por toda institución para recoger la información, esta parte tuvo como fin que los estudiantes recolectaran y organizaran información de la institución donde se puedan generar situaciones con probabilidades.

La segunda parte de la actividad consistió en la tabulación de los datos teniendo en cuenta la información obtenida y las tablas presentadas en la hoja guía.

Tabla 28. Edad vs Deporte

Edad (años)	Deporte que practica			
	Fútbol	Baloncesto	Voleibol	Total
Total				

Tabla 29. Sexo vs Asignatura favorita

Sexo	Asignatura favorita			
	Matemáticas	Español	Sociales	Total
M				
F				
Total				

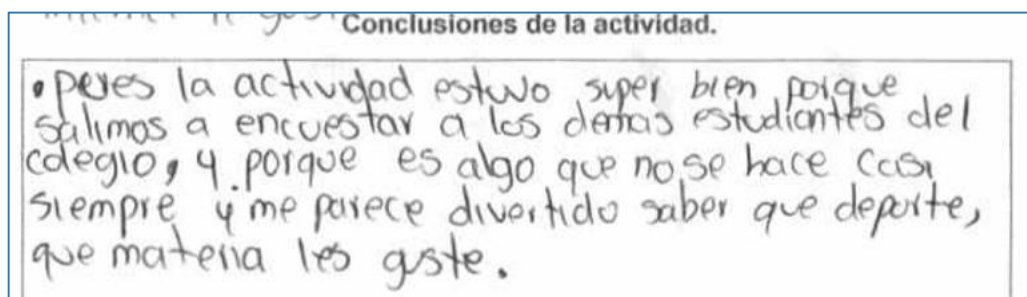
Tabla 30. Internet vs Asignatura favorita

Tiene internet en casa	Asignatura favorita			
	Matemáticas	Español	Sociales	Total
Si				
No				
Total				

Luego de completar la información en las tablas procedieron a realizar un análisis de la información tabulada creando cinco preguntas con probabilidades, para que ser resultas por sus compañeros.

7.1.4.2 Análisis de la actividad. La actividad se desarrolló acorde a lo planeado, los estudiantes se mostraron muy participativos y emocionados con la primera parte, salir del salón e ir a preguntar a otros y recolectar la información, además se le permitió al estudiante obtener su propia base de datos, información real recogida por ellos para ser analizada.

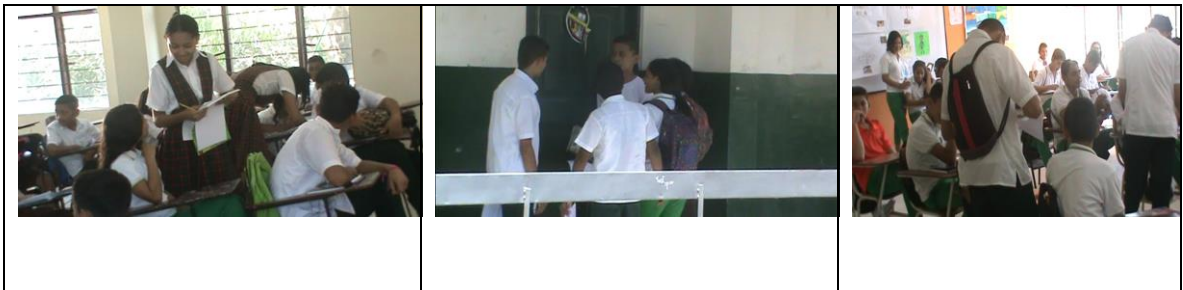
Imagen 18. Respuesta estudiante E20.



La primera parte requirió de una estrategia grupal de recolección de la información, cada grupo creó una estrategia con la finalidad de encontrar la manera más rápida

de aplicar la encuesta, lo que los llevó a integrarse, organizarse y a trabajar en equipo.

Evidencia



En la segunda parte la información fue tabulada en las tablas dadas en las guías, para lo cual estudiante tuvo que contar, clasificar, y calcular con sus compañeros los datos recolectados por ellos en la primera parte.

Imagen 19. Tabla E16.

Organizar la información según corresponda en las siguientes tablas.

Edad (años)	Deporte que practica			Total
	Fútbol	Baloncesto	Voleibol	
11	1	1	1	3
12	13	1	3	17
13 o mas	4	0	1	5
Total	18	2	5	25

Luego de que el estudiante recolectó, organizó y tabuló los datos, se le pidió elaborar en cada tabla 5 preguntas donde se tuviera que calcular la probabilidad,

para posteriormente compartirlas con sus compañeros verificando siempre que la respuesta a las preguntas sean las correctas.

Tabla 31. Respuestas estudiantes.

E20	<p>Según la información que completo en la tabla, elabore 5 preguntas de probabilidades.</p> <ul style="list-style-type: none"> • ¿Cuál es la probabilidad de escoger un estudiante que sea hombre y le guste español? • ¿Cuál es la probabilidad de escoger un estudiante que sea mujer y le guste matemáticas? • ¿Cuál es la probabilidad que a un hombre le guste sociales? • ¿Cuál es la probabilidad que a una mujer le guste español? • ¿Cuál es la probabilidad que a un estudiante hombre le guste matemáticas?
E08	<p>Según la información que completo en la tabla, elabore 5 preguntas de probabilidades.</p> <ol style="list-style-type: none"> 1). ¿Cuál es la probabilidad de elegir un estudiante que tenga internet y le guste matemáticas. 2). ¿Cuál es la probabilidad de elegir un estudiante que no tenga internet y le guste matemáticas. 3). ¿Qué probabilidad hay de escoger un estudiante que no tenga internet y le guste español. 4). ¿Cuál es la probabilidad de escoger al azar un estudiante que le guste español y no tenga internet? 5). ¿Qué probabilidad de escoger un estudiante que no tenga internet y le guste español.
E23	<p>Según la información que completo en la tabla, elabore 5 preguntas de probabilidades.</p> <ul style="list-style-type: none"> • ¿Cuál es la probabilidad de sacar uno que tenga internet y le guste matemáticas? • ¿Cuál es la probabilidad de escoger al azar a un estudiante que le guste español y tenga internet. • ¿Cuál es la probabilidad de sacar a un estudiante que no tenga internet y le guste español? • ¿Cuál es la probabilidad de elegir a un estudiante que no tenga internet y le guste matemáticas? • ¿Qué probabilidad hay de sacar a un estudiante que no tenga internet y le guste español?

7.1.4.3 Hallazgos

- En esta actividad el estudiante de principio a fin fue el encargado del desarrollo de la propuesta, importante la motivación e interés de los estudiantes por aplicar la encuesta, recolectar, organizar, tabular y analizar él mismo una información real.
- La actividad permitió fortalecer competencias matemáticas como: formular, analizar, calcular, comunicar, comparar, ejercitar y resolver problemas.
- La actividad de la tercera sesión es una de las actividades que más ha gustado en los estudiantes.

7.1.5 Descripción cuarta sesión

Tabla 32. Descripción cuarta sesión

Cuarta sesión	
Título: ¡Ciudad aleatoria!	
Actividad: Mi ciudad	
Primera parte: recolectar y organizar	Segunda parte: tabular y analizar
Objetivo: Permitir a los estudiantes encontrar, conocer y analizar información alrededor de la ciudad, en las que se pueden encontrar situaciones con probabilidades.	
Duración: 1 hora	Duración: 2 horas
Hora de inicio: 12:15 pm	Hora de inicio: 3:05 pm
Hora de finalización: 1:15 pm	Hora de finalización: 5:05 pm

7.1.5.1 Descripción de la actividad. La actividad tuvo como objetivo permitir a los estudiantes encontrar y conocer información alrededor de la ciudad, en las que se pueden encontrar situaciones con probabilidades.

Los estudiantes se ubicaron por grupos de cuatro, se les hizo entrega de la guía de trabajo y el docente dio las instrucciones para iniciar con la actividad. En la guía se presentó información de la ciudad referente a corregimientos de la ciudad, comunas de la ciudad, número de usuarios residenciales y número de vehículos registrados. A cada grupo de información, se les asignó preguntas de probabilidades que el estudiante tenía que responder con respectiva justificación (Anexo E).

Al finalizar la clase se recogió el material de trabajo, para su posterior socialización en el próximo encuentro.

7.1.5.2 Análisis de la actividad. La actividad presenta dos partes, la primera parte el desarrollo de la guía por parte del estudiante y la segunda la socialización de las situaciones problemas planteadas en la guía considerando las justificaciones de los estudiantes.

La actividad no fue algo nuevo para ellos, pues resolver situaciones problemas en grupo es muy habitual en la institución, a diferencia de la sesión anterior en donde ellos mismos encontraron la información, en esta sesión la información se les presenta para ser analizada y poder dar respuesta a las preguntas de probabilidad indicada, en grupos tuvieron que discutir, razonar, calcular y analizar.

En la segunda parte, la socialización se les entregó nuevamente el material para que retomaran sus respuestas y justificaciones, el docente hizo la siguiente pregunta, ¿Qué conocimiento debió usted saber para resolver los cuestionamientos en la guía?

E26: la probabilidad, D: ¿solo probabilidad? E13: sumar, E17: lo más importante era saber hallar la probabilidad.

7.1.5.3 Hallazgos

La actividad les pareció difícil, ya que se encontraron con muchos datos de la ciudad que tuvieron que analizar para poder responder las preguntas en la guía, pero aun así les gustó.

Imagen 20. Respuesta E20 y E08.

Conclusiones de la actividad.

Un poco difícil porque pues teníamos que pensar mucho pero muy chevere.

Conclusiones de la actividad.

Me pareció difícil la actividad, pero interesante.

7.1.6 Descripción de la quinta sesión.






Tabla 33. Descripción quinta sesión.

Quinta sesión	
Título: ¡a crear!	
Actividad: Mi juego de azar	
Primera parte: Crear un juego de azar	Segunda parte: Jugar con los juegos de azar
Objetivo: Permitir que los estudiantes desarrollen sus propios juegos, asignando sucesos con diferentes probabilidades.	
Duración: 2 horas	Duración: 1 hora
Hora de inicio: 12:15 pm	Hora de inicio: 2:05pm
Hora de finalización: 1:15 pm	Hora de finalización: 3:05pm

7.1.6.1 Descripción de la actividad. En esta actividad, por parejas los estudiantes crearon un juego donde la mayor probabilidad de ganar fuera de ellos. Una vez creado el juego el docente pidió a los estudiantes que presentaran su juego a sus compañeros jugando con él.

7.1.6.2 Análisis de la actividad. La actividad fue propuesta para darle paso a la creatividad de los estudiantes, permitió que por parejas crearan un juego empleando solo los recursos con los que contaban en ese momento en el salón y utilizando el concepto de probabilidad.

Tabla 34. Juego de estudiantes.

	<p>Roketa Rusa: El juego consiste en elegir un color cualquiera y si cae el color que eligio gana. Podemos elegir todos los colores menos el negro y el cafe pero esos si los puede caer el profe y con esos gana.</p> <p>Restas: Se juega la kleta 3 veces si cae el color que el profe eligio gana pero si cae el que nosotros escogimos ganamos. Con los colores Naranja, amarillo, verde, azul, Negro, cafe, Morado, rojo, verde claro.</p>
	<p>El juego consiste en que el profesor saca el nombre con el color que le digamos de la bolsa.</p> <p>En la bolsa hay 9 papelititos con la siguiente información: 3 rosbados con el nombre de Ivan, 3 rosbados con el nombre Maria, 2 azules con el nombre de Ivan y una azul con el nombre Ana.</p> <p>Reglas El profesor tiene 2 oportunidades de sacar el nombre con el color que le digamos.</p>
	<p>hay 10 papelititos entre esos hay 2 verdes, 1 piel y 1 violeta</p> <p>el profesor tiene que escoger un color de la tabla y si saca el papelito de el color que eligio gana. si no pierde.</p>
	<p>¡Vamos a introducir tapas de Colores a la Mochila</p> <p>3 rosada, 5 rojas, 2 naranjadas, 2 azules y con la de ganar es la Verde! y si quiere ganar tiene que sacar la Verde?</p> <p>y nosotros ganamos con la roja porque nosotros inventamos el juego</p>  <p>Conclusiones de la actividad</p>

El juego que más se presentó fue el de la bolsa o mochila en la cual se tenía que sacar en algunos casos tapas, bolas de papel y papel con colores, un grupo optó por el juego de adivinar la carta seleccionada contando cartas, realizaron las cartas

en papel, otros escondieron una piedra sobre unas tapas, luego de la creación de los juegos la pareja de los estudiantes tenía que retar al docente, por grupos pasaron al frente con el docente y explicaron en qué consistía el juego y sus condiciones para luego jugar con el docente.

7.1.6.3 Hallazgos

- La integración del docente en el juego fue muy agradable, la experiencia de compartir con ellos fue muy positiva y motivadora.
- La creatividad de los estudiantes que con los pocos recursos con los que contaban para actividad lograron crear y sacar adelante su juego, compartieron, crearon, y jugaron.
- Los estudiantes utilizaron el concepto de probabilidad en la creación del juego, determinando ventajas y desventajas.

7.1.7 Descripción de la sexta sesión

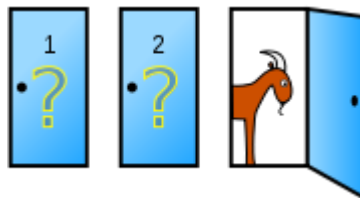
Tabla 35. Descripción sexta sesión.

Sexta sesión
Título: ¡a cine!
Actividad : Película: 21 Black Jack
Objetivo: Mostrar situaciones de probabilidad desde el contexto de la película.
Duración: 3 horas
Hora de inicio: 12:15 pm
Hora de finalización: 3:15 pm

7.1.7.1 Descripción de la actividad. En esta actividad se presentó una película titulada “21: Black Jack” inspirada en la historia real de jóvenes con mentes prodigiosas, que consiguieron hacerse millonarios jugando en las vegas, el actor principal es Ben Campbell (Jim Sturgess) un brillante estudiante de una prestigiosa Institución que, al no poder pagar la matrícula de la universidad, encuentra la solución en las cartas. Se le da la oportunidad de unirse a un grupo formado por los estudiantes más dotados de la escuela, que viajan a Las Vegas cada fin de semana con el conocimiento necesario para inclinar las probabilidades de éxito en el black-jack a su favor.

Para la actividad a cada estudiante se le entregó la guía de trabajo en la que encontraron la siguiente situación planteada en la película que ellos tenían que contestar.

Durante una clase de matemáticas avanzada, el Profesor (Micky Rosa) desafía a Ben a que descifre un problema acerca de tres puertas con cambios variables.



¿Cuál es la probabilidad del participante de seleccionar la puerta donde esté el auto?

7.1.7.2 Análisis de la actividad. La actividad fue muy agradable para los estudiantes, esperaban un documental de matemáticas, como tradicionalmente se hacía, al ver que era una película basada en una historia real les llamó mucho la atención, la actividad transcurrió normalmente, los estudiantes estuvieron muy atentos a pesar que las sillas no eran muy cómodas y mantuvieron siempre el orden, lo que permitió en buen desarrollo de la película hasta el final.

A la situación y el problema planteado en la película, los estudiantes lograron calcular la probabilidad.

Imagen 21. Respuesta E08 y E26

¿Cuál es la probabilidad del participante de seleccionar la puerta donde este el auto? $\frac{1}{3} = 33,3\%$

¿Cuál es la probabilidad del participante de seleccionar la puerta donde este el auto? $33,3\%$

En esta parte de la película se hizo una pausa, para socializar la situación y que los estudiantes lograran responder la pregunta.

7.1.7.3 Hallazgos

- La actividad fue una actividad que llamó mucho la atención de los estudiantes, despertó en ellos sentimientos alrededor de la temática de la película como qué estuvo bueno y malo, el dinero no lo es todo, fue ambicioso, fue justo.

Conclusiones de la actividad.

En la película mostraron que con las matemáticas se puede aprender ha hacer cosas buenas y cosas malas.

Conclusiones de la actividad.

Me gusto la película porque dejó una muy buena reflexión para las personas que cuando empiezan a ganar dinero no se quieren salir de ahí, y no les importa dejar lo que antes le importaba como sus amigos, etc.

Y otros resaltaron parte de probabilidad de la película

Conclusiones de la actividad.

La película me pareció muy interesante. Y divertido a la vez, y me gustó porque se basa en las matemáticas.

Conclusiones de la actividad.

Fue muy chevere porque entendí mejor la probabilidad y el porcentaje, como sacarlo; asíer la conclusión mejor.

- Como estrategia didáctica la actividad facilitó el diálogo con los estudiantes, expresaron sus ideas y conclusiones con más confianza, la actividad es fue muy importante para mejor el diálogo docente – estudiante.
- Los estudiantes comprendieron la importancia de las matemáticas y la probabilidad en la cotidianidad de las personas.

8. ANÁLISIS DE LA PRUEBA FINAL

A continuación, se presenta el análisis de la prueba final aplicada a los estudiantes de noveno que participaron en la investigación (Anexo D).

La prueba final se diseñó con 8 preguntas de características similares a la prueba diagnóstica tomadas de las pruebas saber 9°, componente aleatorio, competencias y con niveles de desempeño avanzado, mínimo y satisfactorio, además para el análisis también se empleó los niveles de pensamiento de la taxonomía de SOLO de la prueba diagnóstica.

Tabla 36. Resultados de los estudiantes en la prueba final.

Pregunta	Nivel de pensamiento taxonomía SOLO	Opción elegida por el estudiante		
		Opción	Cantidad	Estudiantes
Pregunta 1	Pre-estructural	A		E22,E15,E06,E23,E10,E07
		B		E26
		C		E28,E24,E03
		D		E01,E09,E31,E29,E25,E18,E21,E04,E27,E13
	Uni-estructural	A		
		B		
		C		
		D		E02,E14,E32,E08,E11
	Multi-estructural	A		
		B		
		C		
		D		E05,E20,E17
	Relacional	A		
		B		
		C		
		D		E34,E16
	Pre-estructural	Opción	Cantidad	Estudiantes

Pregunta	Nivel de pensamiento taxonomía SOLO	Opción elegida por el estudiante		
		A	B	C
Pregunta 2		A		
		B		E23,E32,E11
		C		E13
		D		E01, E22 SJ, E29,E18SJ,E10
	Uni-estructural	A		
		B		
		C		
		D		E02,E15,E20,E21,E07,E17
	Multi-estructural	A		
		B		
		C		
		D		E31,E06
	Relacional	A		
		B		
		C		
		D		E05, E26,E09,E28,E25,E14,E04, E08,E16,E27,E24,E03
Pregunta 3	Pre-estructural	Opción	Cantidad	Estudiantes
		A		E22,E23,E32,E13
		B		E10
		C		E18 SJ, E27,E03,E11,E07
	Uni-estructural	A		
		B		
		C		E08,E24
		D		
	Multi-estructural	A		
		B		
		C		E02,E02,E34,E26,E09,E15, E06,E20,E25.E04
		D		
	Relacional	A		
		B		
		C		E05,E31,E28, E14,E21,E16,E17

Pregunta	Nivel de pensamiento taxonomía SOLO	Opción elegida por el estudiante			
		D			
Pregunta 4	Pre-estructural	Opción	Cantidad	Estudiantes	
		A		E01,E28,E24	
		B		E02	
		C		E31,E27,E10,E07	
	Uni-estructural	D			
		A			
		B			
		C			
	Multi-estructural	D		E15,E14	
		A			
		B			
		C			
	Relacional	D		E26,E08	
		A			
		B			
		C			
	Pregunta 5	Pre-estructural	D		E05,E34,E22,E09,E06,E29,E20,E23,E25,E32,E18,E34,E04,E16,E13,E03,E11,E17
			A		
			B		
			C		E23,E10
Uni-estructural		D		E01,E22,E15	
		A			
		B			
		C		E32,E21,E04,E07	
Multi-estructural		D		E28,E18,E16,E27,E13	
		A		E05	
		B			
		C			
Relacional		D			
		A		E02,E34,E26,E09,E31.E29,E20,E25,E14,E08,E24,E03,E11,E17	
		B			
		C			

Pregunta	Nivel de pensamiento taxonomía SOLO	Opción elegida por el estudiante			
		B	C	D	
Pregunta 6	Pre-estructural	Opción	Cantidad	Estudiantes	
		A		E01,E06,E28,E03	
		B		E05,E26	
		C		E13	
	Uni-estructural	D		E22,E15,E10,E07	
		A			
		B			
		C		E14	
	Multi-estructural	D			
		A			
		B			
		C		E21	
	Relacional	D			
		A			
		B			
		C		E02,E34,E09,E29,E20,E23,E25,E32,E18,E04,E08,E16,E27,E24,E11,E17	
	Pregunta 7	Pre-estructural	D		
			Opción	Cantidad	Estudiantes
			A		E01,E23,E32
			B		E22,E15,E21,E04,E13,E07
Uni-estructural		C			
		D		E26,E06,E28,E18,E16,E27,E13	
		A			
		B			
Multi-estructural		C		E24	
		D			
		A			
		B			
		C		E14	
		D			
		A			
		B			

Pregunta	Nivel de pensamiento taxonomía SOLO	Opción elegida por el estudiante		
		Opción	Cantidad	Estudiantes
	Relacional	A		
		B		
		C		E02, E05, E34, E09, E31, E29, E20, E25, E08, E03, E11, E17
		D		
Pregunta 8	Pre-estructural	A		
		B		
		C		
		D		
	Uni-estructural	A		
		B		
		C		
		D		
	Multi-estructural	A		
		B		E32, E27, E10, E07
		C		
		D		
	Relacional	A		
		B		E02, E01, E05, E34, E22, E26, E09, E15, E31, E06, E29, E28, E20, E23, E25, E14, E18, E21, E04, E08, E16, E13, E24, E03, E11, E17
		C		
		D		

Análisis de las preguntas 3, 5 y 8

En estas preguntas al igual que las preguntas 1, 2 y 4 de la prueba diagnóstica, los estudiantes que respondieron correctamente las preguntas debieron, primero comprender e identificar la información del evento, luego determinar la probabilidad del suceso o sucesos, y así realizar una comparación de los resultados para finalmente solucionar el problema argumentando su respuesta adecuadamente.

Los estudiantes se han categorizado, teniendo en cuenta los niveles de pensamiento de la taxonomía SOLO, de las preguntas 1, 2 y 4 de la prueba diagnóstica.

Categorización de las preguntas 3, 5 y 8.

Nivel Pre-estructural: El estudiante no logra identificar la información del evento aleatoria, además no determina la probabilidad del evento, compara sin relacionar la información y justifica sin relación a la situación planteada.

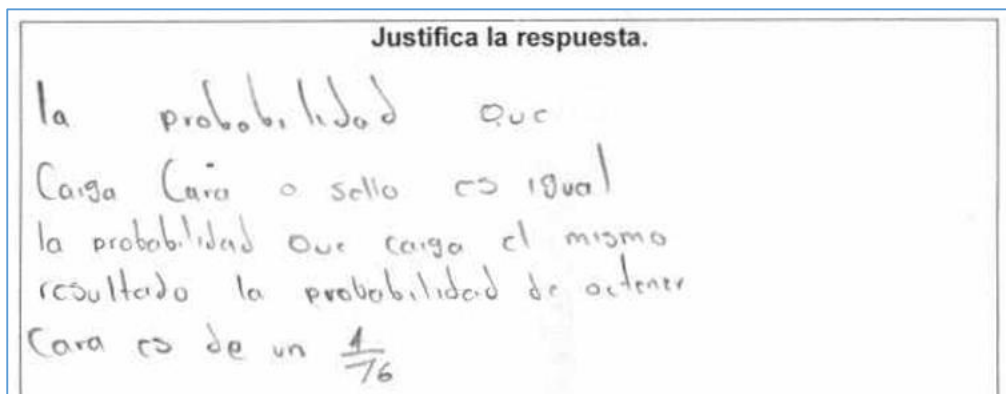
Nivel Uni-estructural: El estudiante identifica la información del evento aleatorio, halla la probabilidad, pero compara sin relacionar la información del evento y su justificación no muestra relación a la situación planteada.

Nivel Multi-estructural: El estudiante identifica y comprende la información del evento aleatorio, además calcula la probabilidad de los eventos para finalmente compararlos y concluir sus resultados, pero su argumentación no es estructurada, no muestra claridad a la hora de justificar.

Nivel Relacional: El estudiante identifica la información de un evento aleatorio, halla la probabilidad, compara dichas probabilidades y justifica con una argumentación estructurada y coherente que da razón de su justificación.

El estudiante que se ubicó en el nivel pre-estructural fue aquel que no logró comprender el enunciado, no determinó las probabilidades correspondientes al problema y por consiguiente no pudo comparar las probabilidades para dar solución al problema, además justificó sin coherencia o no tuvo relación alguna con su respuesta.

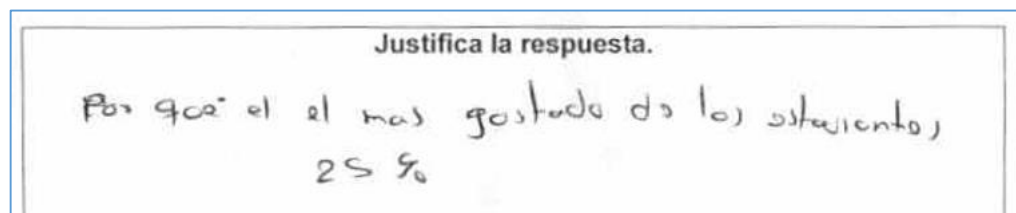
Respuesta E07, Pregunta 3 nivel pre-estructural.



En esta respuesta el estudiante no es coherente en su justificación, no logra determinar el porqué de su respuesta.

El estudiante en el nivel uni-estructural, fue el que identificó la información del problema, pero su comparación no tiene relación con la situación, y su justificación no tiene sentido.

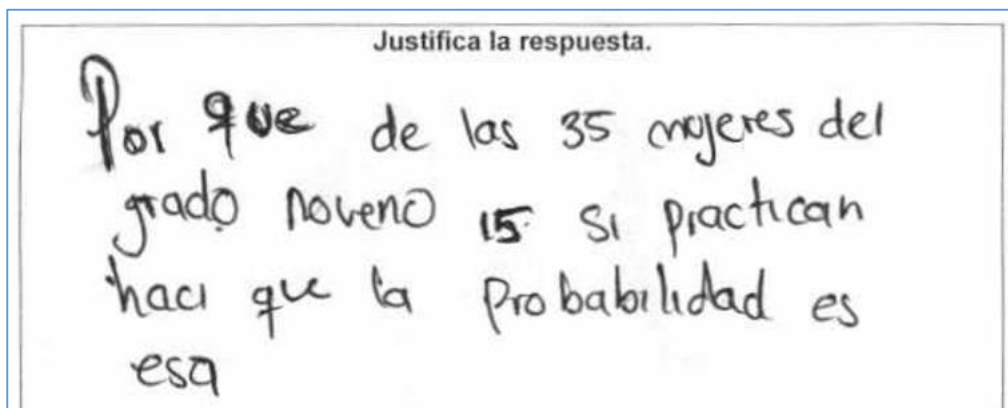
Respuesta E13, nivel uni-estructural pregunta 8.



En la respuesta de E13, a pesar que marca correctamente, en la justificación presenta el 25% que no tiene relación con el porcentaje que representa los datos de la respuesta correcta.

En el nivel multi-estructural el estudiante identificó, comprendió la información del problema, calculó y comparó la probabilidad de los eventos, concluyendo correctamente, pero su argumentación no mostro claridad a la hora de justificar su respuesta.

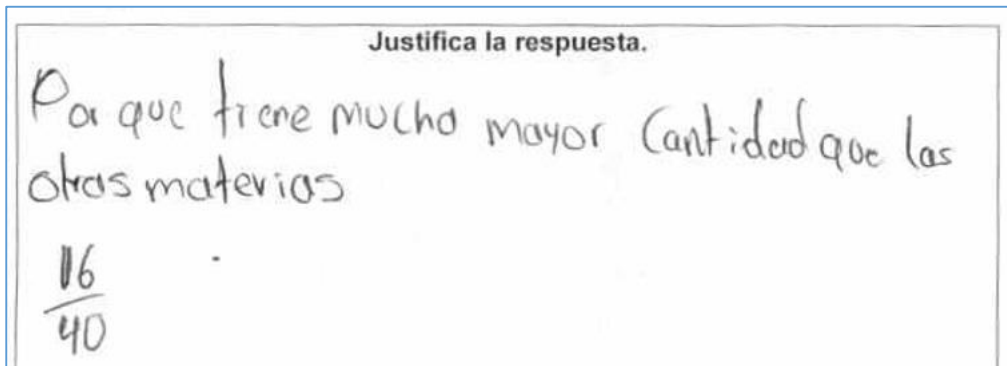
Respuesta E32, nivel multi-estructural pregunta 5.



La justificación de E32, mostró que el estudiante comprendió y resolvió correctamente el problema, le faltó ser claro en concluir la probabilidad, tiene la información y no la escribe.

En el nivel relacional el estudiante identificó, comprendió la información del problema, calculó y comparó la probabilidad de los eventos, concluyendo y justificando correctamente.

Respuesta E06, nivel relacional pregunta 8.

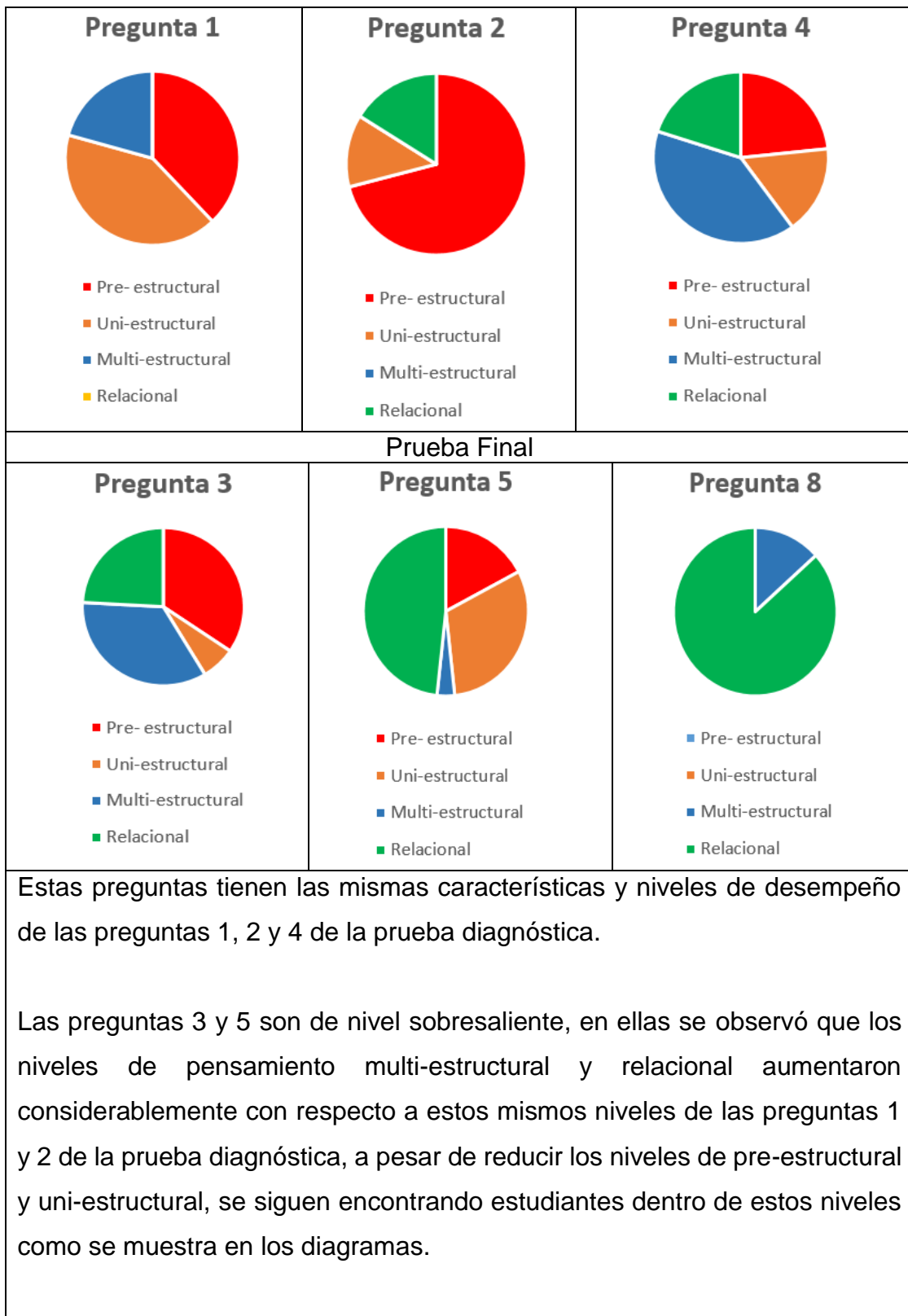


En esta respuesta el estudiante comprendió el problema y lo resolvió calculando la probabilidad.

En el análisis de la prueba final se agrupó las preguntas teniendo en cuenta las características de las preguntas de la prueba diagnóstica y la prueba final.

Tabla 37. Prueba Diagnóstica vs Prueba Final, preguntas con afirmación Utilizar diferentes métodos y estategias para calcular la probabilidad de eventos simples y competencia razonamiento.

Componente: Aleatorio
Competencia: Razonamiento
Afirmación: Utilizar diferentes métodos y estategias para calcular la probabilidad de eventos simples
Prueba Diagnóstica



La pregunta 8 es de nivel mínimo, en ella todos los estudiantes respondieron correctamente, ubicándose en los niveles multi- estructural y relacional siendo este último el de mayor porcentaje, evidenciando un fortalecimiento del razonamiento probabilístico en comparación con la pregunta 4 de la prueba diagnóstica.

Análisis de las preguntas 1, 2 y 6

Las preguntas 1,2 y 6 se agruparon para su análisis teniendo en cuenta la pregunta 8 de la prueba diagnóstica la cual para su desarrollo el estudiante debió comprender el enunciado, calcular probabilidades teniendo en cuenta las condiciones planteadas en el problema y así solucionar correctamente el ejercicio, además tiene las mismas características de las preguntas 1,2 y 6 de la prueba final.

En este grupo de preguntas se utilizó los niveles de pensamiento SOLO de la prueba diagnóstica para las preguntas 3, 8, 9, y 10.

8.1 CATEGORIZACIÓN PREGUNTAS 1, 2, y 6.

Nivel Pre-estructural: En este nivel el estudiante no logra comprender la situación, no identifica la información requerida para solucionar el problema, no calcula la probabilidad teniendo en cuenta las condiciones del problema, justifica sin relación o no justifica.

Nivel Uni-estructural: En este nivel el estudiante comprende e identifica la información del problema, pero no las asocia adecuadamente para hallar la probabilidad teniendo en cuenta las condiciones del problema, justifica sin relación a la situación planteada.

Nivel Multi-estructural: En este nivel el estudiante comprende e identifica la información del problema, las asocia, logra extraer la información para calcular la probabilidad, pero su argumentación no es estructurada, no muestra claridad a la hora de justificar.

Nivel Relacional: En este nivel el estudiante comprende e identifica la información del problema, plantea y resuelve adecuadamente la situación, calculando la probabilidad teniendo en cuenta las condiciones planteadas en el problema, justificando con coherente.

El estudiante que se ubicó en el nivel pre-estructural en estas preguntas, es aquel no logró comprender la situación aleatoria, no identificó la información requerida para solucionar el problema, no calculó la probabilidad y justifica sin relación a la respuesta o no justifica.

Respuesta E02, nivel pre-estructural pregunta 1.

Justifica la respuesta.

los hombre tienen mayor cantidad
en los meses previstos

En la respuesta el estudiante dejó entender que no hizo los cálculos necesarios para responder correctamente.

Un estudiante ubicado en el nivel uni-estructural en estas preguntas, comprendió e identificó la información del problema, pero no asoció para poder calcular la probabilidad teniendo en cuenta las condiciones del problema, y justificó sin relación a la situación planteada.

Respuesta E17, nivel uni-estructural pregunta 2.

Justifica la respuesta.

Porque el jugador tiene 50% de probabilidad
de ganar y 50% de probabilidad en
perder

En la respuesta del estudiante E17, pudo identificar información del problema, pero su justificación no es coherente con la respuesta correcta del problema.

En el nivel multi-estructural se encuentra el estudiante que comprendió e identificó la información del problema, asoció logrando extraer la información necesaria para calcular la probabilidad de la situación, pero su argumentación no fue estructurada, no mostró claridad a la hora de justificar su respuesta.

Respuesta E21, nivel multi-estructural pregunta 6.

Justifica la respuesta.
por que hay de 10 de 41 y de
. 5 estudiantes

El estudiante E21 en su respuesta, demostró que comprendió el problema, pero su justificación no es completa no escribió la probabilidad.

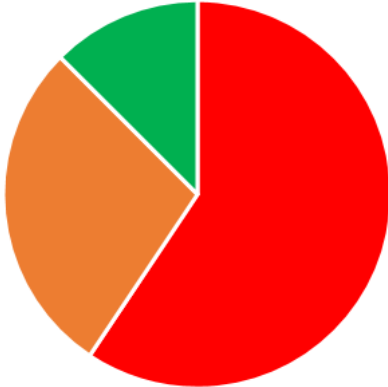



En el nivel relacional el estudiante logró comprender e identificar la información del problema, asoció logrando extraer la información necesaria para calcular la probabilidad de la situación, y su justificación fue precisa y clara.

Respuesta E29, nivel relacional pregunta 6.

Justifica la respuesta.
 $\frac{14}{40}$ porque dice 40's Aprobado y Hay 10 de 4
y 5 de 5.

Esta respuesta del estudiante E29, evidenció la comprensión del problema encontró la probabilidad y explica claramente cómo llegó a ella.

Tabla 38. Prueba Diagnóstica vs Prueba Final, preguntas con afirmación Usar modelos para discutir acerca de la probabilidad de un evento aleatorio y competencia razonamiento.

<p>Componente: Aleatorio Competencia: Razonamiento Afirmación: Usar modelos para discutir acerca de la probabilidad de un evento aleatorio.</p>		
<p>Prueba Diagnóstica</p>		
<p>Pregunta 8</p>  <p>■ Pre-estructural ■ Uni-estructural ■ Multi-estructural ■ Relacional</p>		
<p>Prueba Final</p>		
<p>Pregunta 1</p>  <p>■ Pre-estructural ■ Uni-estructural ■ Multi-estructural ■ Relacional</p>	<p>Pregunta 2</p>  <p>■ Pre-estructural ■ Uni-estructural ■ Multi-estructural ■ Relacional</p>	<p>Pregunta 6</p>  <p>■ Pre-estructural ■ Uni-estructural ■ Multi-estructural ■ Relacional</p>

Estas preguntas son de un nivel de desempeño avanzado, similar a la pregunta 8 de la prueba diagnóstica, en la pregunta 1 se muestra la mayoría de estudiantes en el nivel pre-estructural y uni-estructural siendo el número mayor a los estudiantes en niveles multi-estructural y relacional, lo que indicó que muy pocos (E05, E20, E17, E34, E16), de los 20 estudiantes que se encontraron en el nivel pre-estructural 10 marcaron correctamente pero su justificación no dio para ubicarse en otro nivel.

En las preguntas 2 y 6, se evidenció un aumento en la cantidad de estudiantes en los niveles multi-estructural y relacional, en comparación con la pregunta 8 de la prueba diagnóstica, lo que dejó ver un mejoramiento en cuanto a problemas donde debe calcular la probabilidad y compararlas para resolverlas.

Análisis de las preguntas 4 y 7

Estas preguntas 4 y 7 se asociaron con las preguntas de igual características en la prueba diagnóstica (3, 9 y 10), también se analizó con los niveles de pensamiento SOLO de la prueba diagnóstica.

Categorización de las preguntas 4 y 7.

Nivel Pre-estructural: El estudiante no logra comprender la situación, no logra plantear ni identificar la información requerida para solucionar problemas relativas a otras ciencias, no utiliza el concepto de probabilidad y justifica sin relación o no justifica.

Nivel Uni-estructural: El estudiante logra comprender la situación, pero no plantea ni identifica la información requerida para solucionar problemas relativas a otras ciencias, no utiliza el concepto de probabilidad y justifica sin relación o no justifica.

Nivel Multi-estructural: El estudiante comprende, plantea e identifica la información requerida para solucionar problemas relativas a otras ciencias, las asocia, logra extraer la información para calcular la probabilidad, pero su argumentación no es estructurada.

Nivel Relacional: El estudiante comprende, plantea e identifica la información requerida para solucionar problemas relativas a otras ciencias, las asocia, logra extraer la información para calcular la probabilidad, además forma de argumentar su respuesta estructurada y coherente.

En estas preguntas el estudiante con nivel pre-estructural es un estudiante que no logró comprender la situación, no planteó ni identificó la información relativa a otras ciencias para solucionar el problema, además no utilizó el concepto de probabilidad y justifica sin relación o no justifica.

Respuesta E28, nivel pre-estructural pregunta 7.

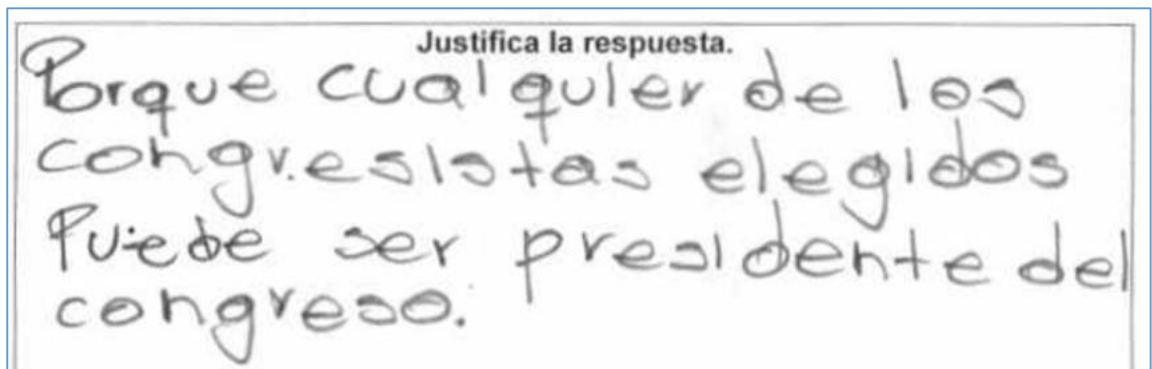
Justifica la respuesta.

Por que : solo un dado puede llegar asta
12 no puede pasarse mas

En la justificación el estudiante E28 evidenció que no comprendió el texto, ya que las caras de los dados tienen valores diferentes a los de un dado normal.

En el nivel uni-estructural El estudiante logró comprender la situación, pero no pudo plantear ni identificar la información requerida para solucionar el problema relativo a otras ciencias, no utilizó el concepto de probabilidad y justificó sin relación o no justificó.

Respuesta E15, nivel uni-estructural pregunta 4.



En esta respuesta el estudiante no logra identificar que los partidos no tienen igual número de congresistas, su justificación no tiene relación con la información presentada en el problema.

En el nivel multi-estructural el estudiante comprendió, planteó e identificó la información requerida para solucionar problemas relativos a otras ciencias, asoció, logró extraer información, calculó la probabilidad, pero su justificación no fue precisa.

Respuesta E08, nivel multi-estructural pregunta 4.

Justifica la respuesta.

Tiene mas probabilidad porque seria $\frac{34}{63}$ mientras que en # de diputados del partido F son mas

En esta justificación el E08 logra identificar varios aspectos importantes del problema calcula probabilidades, pero su argumento no es estructurado.

Nivel Relacional: El estudiante comprendió, planteó e identificó la información requerida para solucionar problemas relativos a otras ciencias, asoció, logró extraer información, calculó la probabilidad, y su justificación fue precisa y clara.




Respuesta E04, nivel relacional pregunta 4.

Justifica la respuesta.

Un diputado del partido F porque son en total 34 mayor que los demas pero en total son 127 de esos 127 hay una probabilidad de que al que escojan sea un diputado del partido F.

Esta respuesta del E04, evidenció que comprendió totalmente el problema dando razón del porqué de su respuesta de una manera clara.

Tabla 39. Prueba Diagnóstica vs Prueba Final, preguntas con afirmación Plantear y resolver situaciones relativas a otras ciencias utilizando conceptos de probabilidad y competencia resolución.

<p>Componente: Aleatorio Competencia: Resolución Afirmación: Plantear y resolver situaciones relativas a otras ciencias utilizando conceptos de probabilidad.</p>		
<p>Prueba Diagnóstica</p>		
<p>Pregunta 3</p>  <ul style="list-style-type: none"> ■ Pre-estructural ■ Uni-estructural ■ Multi-estructural ■ Relacional 	<p>Pregunta 9</p>  <ul style="list-style-type: none"> ■ Pre-estructural ■ Uni-estructural ■ Multi-estructural ■ Relacional 	<p>Pregunta 10</p>  <ul style="list-style-type: none"> ■ Pre-estructural ■ Uni-estructural ■ Multi-estructural ■ Relacional
<p>En esta serie de preguntas se evaluó en los estudiantes la competencia de resolución de problemas en situaciones relativas a otras ciencias, utilizando el concepto de probabilidad, además las pregunta 3 es de nivel avanzado, 9 y 10 son de nivel satisfactorio.</p> <p>Este tipo de pregunta permitió detectar las dificultades conceptuales como: desconocimiento de la definición clásica de probabilidades y los niveles de desempeño en que se encuentran según la taxonomía de SOLO.</p> <p>Como se evidencia en los diagramas, el nivel de pensamiento en el que más se encuentran los estudiantes es el pre-estructural, lo que indica que la mayoría no comprenden ni identifican la información del problema, no establecen conjeturas para verificar las hipótesis del experimento aleatorio, y no determinan la probabilidad teniendo en cuenta las condiciones para resolver el problema.</p>		

Los estudiantes ubicados en los niveles multi-estructural y relacional son los que lograron plantear y resolver el problema correctamente y justificaron con coherencia a la respuesta dada (E01, E04, E09, E20, E25, E32, E16, E24)

Prueba Final

Pregunta 4



- Pre-estructural
- Uni-estructural
- Multi-estructural
- Relacional

Pregunta 7



- Pre-estructural
- Uni-estructural
- Multi-estructural
- Relacional

Las preguntas 4 y 7 presentan las mismas características en cuanto a la afirmación Plantear y resolver situaciones relativas a otras ciencias utilizando conceptos de probabilidad y competencia de Resolución, de las preguntas 3, 9 y 10 de la prueba diagnóstica, además son preguntas con un nivel avanzado de desempeño, en ella se observó un aumento significativo en los niveles de pensamiento multi-estructural y relacional de los estudiantes en comparación con las preguntas cuya competencia evaluada es la resolución de la prueba diagnóstica.

A pesar que se logró un aumento en los niveles multi-estructural y relacional en estas preguntas, se sigue presentando dificultades a la hora de comprender la situación por parte de algunos estudiantes, no alcanzan a identificar la información requerida como la probabilidad que tiene cada partido para solucionar el problema (pre-estructural – uni-estructural), como se puede observar en los diagramas correspondientes a estas preguntas.

La prueba final en general evidenció una reducción en los niveles de pensamiento según la taxonomía SOLO, pre-estructural y uni-estructural, ubicando en los niveles de pensamientos multi-estructural y relacional el mayor porcentaje de estudiantes, como se evidenció en la siguiente tabla.

Tabla 40. Porcentajes prueba diagnóstica vs prueba final

Componente: Aleatorio				
Competencia: Razonamiento				
Afirmación: Utilizar diferentes métodos y estrategias para calcular la probabilidad de eventos simples				
Nivel	Prueba diagnóstica	%	Prueba final	%
Pre-estructural	Pregunta 1.	42%	Pregunta 3.	34%
	Pregunta 2.	32%	Pregunta 5.	17%
	Pregunta 4.	23%	Pregunta 8.	0%
<p>Analizando las preguntas con características mencionadas anteriormente se pudo evidenciar, una reducción en los porcentajes de las preguntas de la prueba final con respecto a las preguntas de la prueba diagnóstica. Además, en la única pregunta de nivel mínimo de la prueba final 0% de los estudiantes ubicados en el nivel pre-estructural.</p>				
Componente: Aleatorio				
Competencia: Resolución				
Afirmación: Plantear y resolver situaciones relativas a otras ciencias utilizando conceptos de probabilidad.				
	Prueba diagnóstica	%	Prueba Final	%
Pre-estructural	Pregunta 3.	61%	Pregunta 4.	28%
	Pregunta 9.	61%	Pregunta 7.	55%
	Pregunta 10.	84%		
<p>En este grupo de preguntas el mayor porcentaje en la prueba diagnóstica fue 84% y el menor 61% mientras que en la prueba final el mayor fue 55% y menor 28%. En las preguntas de color morado se observa en la prueba diagnóstica un porcentaje mayor muy cercano al porcentaje mayor de la prueba final. Ambas preguntan son de un nivel avanzado.</p>				

Componente: Aleatorio				
Competencia: Razonamiento				
Afirmación: Usar modelos para discutir acerca de la probabilidad de un evento aleatorio.				
Nivel	Prueba diagnóstica	%	Prueba final	%
Pre-estructural	Pregunta 5	42%	Pregunta 1	69%
	Pregunta 6	29%	Pregunta 2	31%
	Pregunta 7	71%	Pregunta 6	38%
	Pregunta 8	58%		
En las preguntas se observa en la prueba diagnóstica un porcentaje mayor muy cercano al porcentaje mayor de la prueba final. Ambas preguntan son de un nivel avanzado.				
Nivel	Prueba diagnóstica	%	Prueba final	%
Uni- estructural	Pregunta 1	26%	Pregunta 3	7%
	Pregunta 2	29%	Pregunta 5	31%
	Pregunta 4	16%	Pregunta 8	0%
En este nivel de pensamiento los estudiantes identificaron la información del evento aleatorio para luego hallar la probabilidad, pero compara sin relacionar la información del evento y su justificación no muestra relación a la situación planteada, analizando los resultados de las pruebas en este tipo de preguntas se observó una reducción de estudiantes ubicados en este nivel, se recalca nuevamente que la pregunta 8 de nivel mínimo con 0% y la pregunta 3 con 7%.				
Uni- estructural	Prueba diagnóstica	%	Prueba Final	%
	Pregunta 3.	23%	Pregunta 4.	7%
	Pregunta 9.	13%	Pregunta 7.	3%
	Pregunta 10.	13%		

En este grupo las preguntas 4 y 7 de la prueba final son preguntas de nivel avanzado, y al contrastar los resultados de las dos pruebas los porcentajes siguen siendo menores 7% y 3% respectivamente, lo que indica que la mayoría de estudiantes ya están comparando probabilidades y sus justificaciones dan razón de la estrategia empelada para resolver el problema.

Uni- estructural	Prueba diagnóstica	%	Prueba final	%
	Pregunta 5	45%	Pregunta 1	17%
	Pregunta 6	45%	Pregunta 2	21%
	Pregunta 7	6%	Pregunta 6	3%
	Pregunta 8	29%		

Al analizar estas preguntas y al realizar el contraste entre las dos pruebas en la prueba diagnóstica los porcentajes duplican, a los porcentajes de la prueba final como se puede apreciar en los resultados de la parte anterior.

Multi-estructural	Prueba diagnóstica	%	Prueba final	%
	Pregunta 1	13%	Pregunta 3	34%
	Pregunta 2	29%	Pregunta 5	3%
	Pregunta 4	39%	Pregunta 8	14%

En estas preguntas y nivel un estudiante debió identificar y comprender la información de los eventos aleatorios presentado en cada pregunta determinando la probabilidad de dichos eventos para finalmente compararlos y concluir sus resultados, pero su argumentación no es estructurada, no muestra claridad a la hora de justificar, al contrastar las dos pruebas en la primera se encuentran porcentajes superiores, 39%, 29% y 13%.

Multi-estructural	Prueba diagnóstica	%	Prueba Final	%
	Pregunta 3.	6%	Pregunta 4.	7%
	Pregunta 9.	0%	Pregunta 7.	3%
	Pregunta 10.	13%		

En estas preguntas los estudiantes comprenden e identifica la información del problema, las asocia, extrae información y calcula la probabilidad, pero su

argumentación no es estructurada, no muestra claridad a la hora de justificar. El porcentaje de estudiantes como se pudo evidenciar en los resultados es bajo				
Multi-estructural	Prueba diagnóstica	%	Prueba final	%
	Pregunta 5	13%	Pregunta 1	10%
	Pregunta 6	6%	Pregunta 2	7%
	Pregunta 7	6%	Pregunta 6	3%
	Pregunta 8	0%		
Para este nivel de pensamiento el estudiante comprendió e identificó la información del problema, estableció conjeturas y verificó hipótesis del experimento aleatorio hallando la probabilidad teniendo en cuenta las condiciones de cada problema, pero su justificación no es estructurada, no muestra claridad en su argumentación. Nuevamente se presentan porcentajes bajos en las dos pruebas.				
Relacional	Prueba diagnóstica	%	Prueba final	%
	Pregunta 1	0%	Pregunta 3	24%
	Pregunta 2	23%	Pregunta 5	48%
	Pregunta 4	19%	Pregunta 8	90%
Como se puede contrastar en las dos pruebas, los porcentajes de estudiantes ubicados en este nivel aumentaron considerablemente, lo que nos dice que son más los estudiantes que comprenden e identifica la información de eventos aleatorio, que hallan la probabilidad y justifica coherentemente.				
Relacional	Prueba diagnóstica	%	Prueba Final	%
	Pregunta 3.	6%	Pregunta 4.	62%
	Pregunta 9.	16%	Pregunta 7.	41%
	Pregunta 10.	0%		
Al contrastar este conjunto de preguntas de nivel relacional se evidencia nuevamente porcentajes superiores en la prueba final con respecto a los porcentajes obtenidos en la prueba diagnóstica.				

Relacional	Prueba diagnóstica	%	Prueba final	%
	Pregunta 5	0%	Pregunta 1	7%
	Pregunta 6	16%	Pregunta 2	41%
	Pregunta 7	19%	Pregunta 6	55%
	Pregunta 8	13%		

En este último contraste de grupo de preguntas de la prueba diagnóstica y la prueba final dejó claro que la cantidad de estudiantes que comprenden y resuelve problemas con aleatoriedad y probabilidad aumentó considerable con respecto a la prueba diagnóstica.

La prueba final en general evidenció una reducción en los niveles de pensamiento según la taxonomía SOLO, pre-estructural y uni-estructural, y en los niveles de pensamientos multi-estructural y relacional, se evidenció un aumento en los porcentajes de estudiantes en estos niveles mostrando que la secuencia didáctica Probabili-tic, fortaleció el razonamiento probabilístico en los estudiantes de grado noveno de una Institución Educativa rural de carácter oficial a los que se le aplicó la investigación cuanto a la comprensión de situaciones problemas de aleatoriedad y probabilidad en eventos simples, en calcular la probabilidad teniendo en cuenta condiciones presentadas en los problemas.

9. CONCLUSIONES

En este capítulo se muestran las conclusiones obtenidas en la investigación Probabili-tic: una herramienta para fortalecer el razonamiento probabilístico en estudiantes de grado noveno en una Institución Educativa rural de carácter oficial. Uno de los objetivos de esta investigación fue Identificar las dificultades y fortalezas de los estudiantes en situaciones aleatorias cotidianas de lo cual se concluyó:

- Una dificultad encontrada en los estudiantes fue la del sesgo de equiprobabilidad e independencia de experimentos aleatorios.
- La taxonomía SOLO, permitió categorizar a los estudiantes en niveles de desempeño al enfrentar problemas de aleatoriedad y probabilidad.

Otro de los objetivos de la investigación fue diseñar e implementar una secuencia didáctica (*PROBABILI-TIC*) como estrategia para fortalecer el razonamiento probabilístico en estudiantes de básica secundaria, con respecto a esta, se concluyó:

- La secuencia didáctica Probabili-tic, permitió fortalecer el razonamiento probabilístico, a través de actividades en la que los estudiantes fueron los principales participantes de la construcción de sus conocimientos probabilísticos, empleando, juegos de azar, experimentación física y la simulación computacional.
- La actividad del casino didáctico como inicio para la enseñanza de la probabilidad, identificar de una manera más eficaz, las concepciones, el lenguaje, el razonamiento y las dificultades que tienen los estudiantes en situaciones aleatorias.

- La simulación computacional en el software de GeoGebra fue fundamental para que los estudiantes superaran la dificultad de sesgo en los experimentos aleatorios (lanzamiento de la moneda y lanzamiento de un dado), ya que permitió al estudiante tener una visión más general del suceso aleatoria.
- El uso de las TIC hizo que los estudiantes se interesaran, motivaran y estuvieran abiertos a los nuevos aprendizajes.
- La motivación e interés de los estudiantes es indispensable en el proceso de enseñanza y aprendizaje.

Finalmente, el objetivo de evaluar el impacto de *PROBABILI-TIC* como estrategia de enseñanza y fortalecimiento del razonamiento probabilístico, de lo que se pudo concluir:

- La mayoría de estudiantes que participaron del presente proceso investigativo evidenciaron mejoras superando la dificultad de sesgo, conociendo la definición clásica de la probabilidad y resolviendo problemas con situaciones de aleatoriedad y probabilidad.
- El uso del software GeoGebra, una herramienta que ayuda potencializar el proceso de enseñanza y aprendizaje.
- La unión de los juegos en físicos y la simulación computacional de experimentos de azar contribuyeron al crecimiento conceptual en los estudiantes.

10. RECOMENDACIONES.

- Una de las dificultades que se presentó fue el tiempo, la secuencia se aplicó en los últimos meses a finalizar el año escolar, lo que en el afán obligo a reducir el tiempo de aplicación de algunas sesiones y la prueba final, la recomendación es realizar la investigación en el segundo semestre del año escolar.
- En la primera sesión, la actividad del casino didáctico, requirió bastante trabajo por parte del docente debido que cada vez que rotaba un grupo, se tenían que dar las instrucciones nuevamente, generando agotamiento del docente. Se recomienda para esta actividad dar las orientaciones a nivel general de cada juego al iniciar la actividad.
- Para la aplicación de encuestas por parte de los estudiantes a compañeros de otros cursos, se recomienda solicitar previamente a la realización de dicha actividad el permiso a los compañeros docentes a cargo de los grupos donde se realizara la actividad, con el fin de evitar incomodidades y asegurar que los estudiantes puedan aplicar las encuestas a sus compañeros.

BIBLIOGRAFÍA

AUSUBEL, David. Teoría del Aprendizaje Significativo. Disponible en: http://delegacion233.bligoo.com.mx/media/users/20/1002571/files/240726/Aprendizaje_significativo.pdf

BATANERO, Carmen. Didáctica de la Estadística. Grupo de Educación Estadística Universidad de Granada. España. 2001. pág.137

BATANERO, Carmen. Significados de la probabilidad en la educación secundaria. 2005. Relime, 8(3), 247-263. P.257.

BATANERO, Carmen. Didáctica de la Estadística. Grupo de Educación Estadística Universidad de Granada. España. 2001. pág.137- 138.

BIGGS, J. B.; COLLIS, K. F. Multimodal learning and the quality of intelligence behavior. En H. A. Rowe (Ed.) Intelligence: Reconceptualization and measurement, pp. 57 – 76. Hillsdale, NJ: Lawrence Erlbaum Associates. 1991.

CASTRO, RICO y CASTRO (1987). Citado por: Batanero. CARMEN. Didáctica de la Estadística. Grupo de Educación Estadística Universidad de Granada. España. 2001. pág.118.

CEBALLOS, G., ELKIN. Trabajo de grado. “Intervención didáctica basada en el juego digital, como estrategia para la enseñanza de la probabilidad en el grado decimo. Estudio de caso en la institución Educativa Kennedy del municipio de Medellín” Universidad Nacional de Colombia, Medellín, 2014.

COLOMBIA. MINISTERIO DE EDUCACIÓN NACIONAL. Estándares Básicos de Competencias en Lenguaje, Matemáticas, Ciencias y Ciudadanas. Disponible en: http://www.mineduacion.gov.co/1621/articles-340021_recurso_1.pdf

COLOMBIA. MINISTERIO DE EDUCACIÓN NACIONAL. Secuencias Didácticas en Matemáticas. Educación Básica Secundaria. Disponible en: http://www.mineduacion.gov.co/1759/articles-329722_archivo_pdf_matematicas_secundaria.pdf

COLOMBIA. MINISTERIO DE EDUCACIÓN NACIONAL. Día E. Básica Primaria. Reporte de la excelencia 2016. Establecimiento Educativo Institución Blanca Durán de Padilla. Disponible en: http://diae.mineduacion.gov.co/dia_e/documentos/2016/268081001220.pdf

ELLIOT, Jhon. El cambio educativo desde la investigación – acción. Morata. Madrid. 1991.

FISCHBEIN, E. The intuitive Sources of probabilistic reasoning in children. Dordrech: Reidel. 1975. Citado por: BATANERO, Carmen. Posibilidades y Retos de la enseñanza de la probabilidad en Educación primaria. Actas del 6° Congreso Uruguayo de Educación Matemática, Montevideo 2016. Disponible en: [https://books.google.es/books?hl=es&lr=&id=FNp-XgzUvpcC&oi=fnd&pg=PR9&dq=Fischbein,+E.+\(1975\).+The+intuitive+Sources+of+probabilistic+reasoning+in+children&ots=vxDW3v760H&sig=JhW9iboeqohiEt_NCn0iqzsfNPc#v=onepage&q=Fischbein%2C%20E.%20\(1975\).%20The%20intuitive%20Sources%20of%20probabilistic%20reasoning%20in%20children&f=false](https://books.google.es/books?hl=es&lr=&id=FNp-XgzUvpcC&oi=fnd&pg=PR9&dq=Fischbein,+E.+(1975).+The+intuitive+Sources+of+probabilistic+reasoning+in+children&ots=vxDW3v760H&sig=JhW9iboeqohiEt_NCn0iqzsfNPc#v=onepage&q=Fischbein%2C%20E.%20(1975).%20The%20intuitive%20Sources%20of%20probabilistic%20reasoning%20in%20children&f=false)

GAL, Iddo. Adult's statistical literacy: Meaning, Components, Responsibilities. Internacional Statitiscal Reiew. 2002. Citado por: Batanero, C. I Jornadas Virtuales

De Didáctica de la Estadística, la probabilidad y la combinatoria. Sentido estadístico: componentes y desarrollo. Granada, 2013.

HERNÁNDEZ, E. El lenguaje del azar en alumnos de Educación Secundaria Obligatoria. Universidad de Granada. España. 2015.

HERNÁNDEZ, Hugo, M. “El desarrollo del razonamiento probabilístico bajo los enfoques subjetivos, Frecuencial y clásico de la probabilidad: una propuesta didáctica”. Maestría en Educación Matemática. Universidad Nacional Autónoma de México. 2016.

ICFES INTERACTIVO. Publicación Resultados Saber 3°,5° y 9°. 2015. Disponible en:

<http://www2.icfesinteractivo.gov.co/ReportesSaber359/consultaReporteEstablecimiento.jsp>

JAIMES, E., MARTÍNEZ, J. Trabajo de Grado. “Probability Explorer: Un socio cognitivo en la construcción del significado de la ley de los grandes números con estudiantes de octavo grado en el Instituto Técnico Industrial de Puente Nacional”. Universidad Industrial de Santander. Bucaramanga. 2007.

MANTILLA V., María I.; MARTÍNEZ, A., Maira. Trabajo de grado. “Construcción de significados del concepto de probabilidad frecuencial en un ambiente computacional. Una experiencia con profesores en formación”. Universidad Industrial de Santander, Bucaramanga, 2007.

MÁÑEZ, Rodrigo E. “Concepciones sobre la aleatoriedad de estudiantes de educación secundaria Obligatoria”. Tesis. Departamento de Didáctica de la Matemática. Universidad de Granada. España. 2015.

MÁÑEZ, Rodrigo, E. “Concepciones sobre la aleatoriedad de estudiantes de educación secundaria Obligatoria”. Tesis. Departamento de Didáctica de la Matemática. Universidad de Granada. España. 2015.

MOSQUERA M. Gearson y SÁNCHEZ, L. Miguel. “Propuesta didáctica para la enseñanza de los conceptos básicos de la probabilidad y técnicas de conteo en noveno grado”. Tesis de Maestría. Universidad de Antioquia, Medellín, 2015.

ORGANIZACIÓN PARA LA COOPERACIÓN Y EL DESARROLLO ECONÓMICOS - OCDE. Resultados de PISA 2012 en Foco. Lo que los alumnos saben a los 15 años de edad y lo que pueden hacer con lo que saben. Disponible en https://www.oecd.org/pisa/keyfindings/PISA2012_Overview_ESP-FINAL.pdf

ORGANIZACIÓN PARA LA COOPERACIÓN Y EL DESARROLLO ECONÓMICOS - OCDE. Resultados de PISA 2012 en Foco. Lo que los alumnos saben a los 15 años de edad y lo que pueden hacer con lo que saben. Pág. 6. Disponible en: https://www.oecd.org/pisa/keyfindings/PISA2012_Overview_ESP-FINAL.pdf

PÓLYA, George. Cómo plantear y resolver problemas. Editorial Trillas. Pág. 28-35. 1989.

REÁTIGA, A. Trabajo de grado. Confrontación entre realidad y modelo teórico: una propuesta para desarrollar la intuición probabilística en niños de sexto grado. Universidad industrial de Santander. Bucaramanga. 2004.

SANDOVAL, Casilimas. Programa de especialización en Teoría, Métodos y Técnicas de Investigación Social: investigación cualitativa. Bogotá. Arfo Editores e Impresores Ltda., 1996. Disponible en: http://epistemologiadoctoradounermb.bligoo.es/media/users/16/812365/files/142090/INVESTIGACION_CUALITATIVA.pdf

ANEXOS

ANEXO A. PRUEBA DIAGNÓSTICA

PRUEBA DIAGNÓSTICA

- **OBJETIVO:** Identificar las dificultades y fortalezas de los estudiantes en situaciones problemas de aleatoriedad y probabilidad.

Nombre: _____ Grado: _____ Fecha: _____

Marque la respuesta correcta y justifíquela

1. Angélica y Laura son jugadoras destacadas de tenis de mesa.

La tabla resgistra los partidos ganados y perdidos por cada una, en los últimos 20 enfrentamientos entre ellas.

Jugadora	Partido																			
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
Angélica	P	G	G	G	P	G	G	P	G	P	G	G	G	G	G	P	G	G	G	G
Laura	G	P	P	P	G	P	P	G	P	G	P	P	P	P	P	G	P	P	P	P

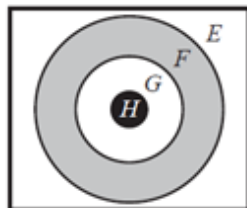
P: partido perdido. G: partido ganado. **Tabla**

Según los resultados presentados en los 20 partidos, la probabilidad que tuvo Laura de ganar fue

- A. La tercera parte de la probabilidad que tuvo Angélica de ganar.
- B. La mitad de la probabilidad que tuvo Angélica de ganar.
- C. Igual a la probabilidad que tuvo Angélica de ganar.
- D. Tres veces la probabilidad que tuvo Angélica de ganar.

Justifica la respuesta.

2. Alberto va a participar en un torneo de tiro al blanco con lanzamientos de dardos, utilizando un tablero como el que aparece en la ilustración. En una de sus prácticas, Alberto registró las veces que cayó el dardo en cada zona.



Figura

Zona del tablero	Aciertos
<i>E</i>	
<i>F</i>	
<i>G</i>	
<i>H</i>	

Tabla

De acuerdo con las observaciones si el dardo cayó en el tablero, la probabilidad que haya caído en la zona *E* fue

- A. Igual a la probabilidad de que haya caído en zona *F* o en la *H*.
- B. Mayor a la probabilidad de que haya caído en zona *G* o en la *H*.
- C. Igual a la probabilidad de que haya caído en zona *H*.
- D. Menor a la probabilidad de que haya caído en zona *G*.

Justifica la respuesta.

3. En un grupo de 600 personas hay 375 fumadores, 200 de los cuales tienen una enfermedad respiratoria. Entre los no fumadores del grupo, 50 tienen una enfermedad respiratoria.
¿Cuál es la probabilidad de seleccionar al azar una persona de este grupo, que sea fumadora y no ten enfermedad respiratoria?

- A. $\frac{175}{600}$
B. $\frac{200}{600}$
C. $\frac{250}{600}$
D. $\frac{350}{600}$

Justifica la respuesta.

4. Andrés y David están entrenando para un campeonato de pimpón. En la siguiente tabla aparece el ganador de cada uno en los últimos 10 partidos jugados entre ellos.

Juego	Ganador
1	Andrés
2	Andrés
3	David
4	David
5	David
6	Andrés
7	David
8	Andrés
9	David
10	David

De acuerdo con la información de la tabla, ¿Cuál es la observación de mayor probabilidad con respecto al ganador en estos 10 juegos?

- A. David, por que ganó los 2 últimos juegos.
- B. Andrés, por que ganó los 2 primeros juegos.
- C. David, por que ganó 6 de 10 juegos.
- D. Andrés, por que ganó 4 de 10 juegos.

Justifica la respuesta.

5. La tabla muestra información referente a las edades y al deporte practicado por grupo de estudiantes de 9° de un colegio.

Edad (años)	Deporte practicado			
	Fútbol	Baloncesto	Voleibol	Total
13	10	3	9	22
14	6	1	12	19
15 ó más	2	2	15	19
Total	18	6	36	60

Tabla

Para la inauguración de los juegos intercursos del colegio, se debe elegir, al azar, uno de estos estudiantes para llevar la antorcha.

- | | |
|------|---|
| I. | La probabilidad de que el estudiante tenga 14 años es igual a la probabilidad de que tenga 15 ó más. |
| II. | La probabilidad de que el estudiante practique baloncesto es menor que la probabilidad de que practique voleibol. |
| III. | La probabilidad de que el estudiante tenga 13 años y practique voleibol es mayor que la probabilidad de que tenga 13 años y practique fútbol. |

¿Cuál (es) de las anteriores afirmaciones es (son) verdadera(s)?

- A. I y II solamente.
- B. II y III solamente.
- C. I solamente.
- D. III solamente.

Justifica la respuesta.

6. Paula está jugando con una ruleta dividida en tres sectores, 1, 2 y 3. Hasta el momento, ella le ha hecho girar 30 veces y ha anotado los sectores en los que se ha detenido, como se muestra en la tabla.

SECTOR DONDE SE DETUVO LA RULETA																													
1	2	1	3	3	1	1	3	1	2	1	1	1	3	1	2	1	1	2	1	3	2	1	1	2	1	1	1	3	1

Tabla

De acuerdo con la información anterior, si paula hace girar de nuevo la ruleta, la probabilidad de que se detenga en 1 es

- A. Igual a la probabilidad que se detenga en 2.
- B. La mitad de la probabilidad que se detenga en 2.
- C. El doble de la probabilidad de que se detenga en 3.
- D. El triple de la probabilidad de que se detenga en 3.

Justifica la respuesta.

7. Los 400 estudiantes de un colegio se clasifican en cinco grupos, de acuerdo con su edad en años, así: 0 a 10, 11 a 13, 14 a 16, 17 a 19, y 20 a 22.

Se sabe que la probabilidad de seleccionar al azar un estudiante del colegio con edades entre 11 y 16 años es de 60%.

¿Cuál de las siguientes tablas puede representar correctamente la clasificación y distribución de los estudiantes del colegio?

A.

Edad (años)	0 a 10	11 a 13	14 a 16	17 a 19	20 a 22
Número de estudiantes	110	90	70	105	25

B.

Edad (años)	0 a 10	11 a 13	14 a 16	17 a 19	20 a 22
Número de estudiantes	120	60	60	130	30

C.

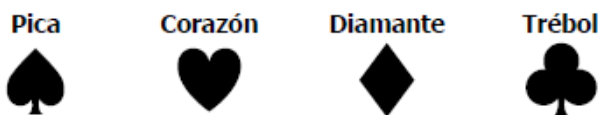
Edad (años)	0 a 10	11 a 13	14 a 16	17 a 19	20 a 22
Número de estudiantes	50	100	140	70	40

D.

Edad (años)	0 a 10	11 a 13	14 a 16	17 a 19	20 a 22
Número de estudiantes	145	35	45	75	100

Justifica la respuesta.

8. En una baraja de póquer hay un total de 52 cartas; 13 por cada símbolo (pica, corazón, diamante y trébol).



Se sacaron de la baraja 10 cartas con los siguientes símbolos:

Símbolo	Cantidad
	3
	2
	4
	1
Total de cartas	10

Un experto en póquer comenta acertadamente que la próxima carta que se elija al azar de la baraja tendrá aproximadamente el 28% de probabilidad de tener el símbolo trébol. El experto dedujo tal probabilidad porque

- A. Ha salido un trébol y quedaron 12 de 42 cartas de trébol: $\frac{12}{42} \times 100\% \approx 28\%$
- B. Cualquier trébol tiene 25% de probabilidad de salir de la baraja de 52 cartas, y aumenta 3% cuando sale una de estas.
- C. Cada trébol tiene cerca de 2,16% de salir y hay 13 cartas: $13 \times 2,16 \approx 28\%$
- D. De las 52 cartas han salido 10, un trébol y nueve de tres símbolos distintos: $\frac{9}{3} = 3\%$ sumado al 25% de probabilidad de salir trébol.

Justifica la respuesta.

9. Un estudiante dejó caer 6 veces una pelota desde la azotea de un edificio de 20 m de altura. En la siguiente tabla, el estudiante registró el tiempo que tardó la pelota en llegar al suelo, en cada una de las caídas

Número de caída	Tiempo de caída (segundos)
Primera	2
Segunda	2,1
Tercera	1,9
Cuarta	2
Quinta	1,8
Sexta	2,2

¿Cuál de los siguientes tiempos de caída fue menos probable, al observar los datos recolectados?

- A. 1,9 segundos.
- B. 2 segundos.
- C. 2,1 segundos.
- D. 3 segundos.

Justifica la respuesta.

10. La tabla muestra la probabilidad de morir al accidentarse, según el medio de transporte utilizado.

Accidente según medio de transporte	Probabilidad (aproximadamente)
En tren	3 de 460.000
De bus	5 de 520.000
De carro	10 de 2.400
En avión	5 de 25.000

Tabla

Tabla. Tomado y adaptado de: http://www.nsc.org/news_resources/Documents/nscInjuryFacts2011_037.pdf

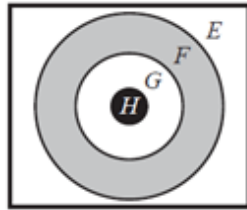
La lista con los medios de transporte ordenados de mayor a menor, de acuerdo a la probabilidad de morir al accidentarse en uno de ellos, es:

- A. Tren / bus / avión / carro.
- B. Carro / avión / bus / tren.
- C. Carro / avión / tren / bus.
- D. Tren / bus / carro / avión.

Justificar la respuesta.

ANEXO B. CODIFICACIÓN DE LOS ESTUDIANTES

No	Estudiante
1	ABDALA RODRIGUEZ YESTIN ARLEY
2	AGUDELO CACERES JOSE LUIS
3	ARIZA GARCIA BRAYAN ANTONIO
4	AVILA SUAREZ MARIA CAMILA
5	CARDENAS GALVIS JULIETH ANDREA
6	CARDENAS GARZON CAMILO ANDRES
7	FLOREZ ABDALA YELKYS
8	FRANCO RAMOS ANDREA LUCIA
9	GARCIA DUEÑAS JHONIE SMITH
10	HERNANDEZ PINEDA ANDRES GERARDO
11	HOYOS NAVARRO JOSE STEVEN
12	JAIMES ALVAREZ SEBASTIAN
13	MACHUCA ACOSTA KEVIN SAID
14	MARTINEZ BURGOS NAYELY SAIED
15	MARTINEZ LOPEZ FERNANDO
16	MARTINEZ LOPEZ JORGE IVAN
17	MARTINEZ RUEDA ANGIE ZULAY
18	MEJIA BUITRAGO JAIME ANDRES
19	MEJIA PATERNINA ISAIAS
20	MENDOZA FONTECHA ANA CRISTINA
21	MOJICA RINCON MARIA ALEJANDRA
22	MUÑOZ ORTEGA ANGELICA MARIA
23	NUÑEZ AMOROCHO IRIS ZULAY
24	OVIEDO TOLOZA WILMER
25	PARADA OSORIO MATILDE
26	QUINTERO SUAREZ JERLY TATIANA
27	REY SANCHEZ HARRY YISID
28	RIOS ASENSIO BRAYAN
29	ROJAS QUITIAN KAREN JULIETH
30	SANTAMARIA PEÑALOSA SEBASTIAN (Desertor - 0000-00-00)
31	TIQUE ARANGO DAIRON DAVID
32	VILLAR OLAYA LUIS FERNANDO
33	ZAPATA MARTINEZ SHARON MICHELL ANDREA (Desertor - 0000-00-00)
34	URAN JIMENEZ LIZ VALENTINA



Zona del tablero	Aciertos
E	
F	
G	
H	

Tabla

De acuerdo con las observaciones si el dardo cayó en el tablero, la probabilidad que haya caído en la zona E fue

- A. Igual a la probabilidad de que haya caído en zona F o en la H.
- B. Mayor a la probabilidad de que haya caído en zona G o en la H. **(correcta)**
- C. Igual a la probabilidad de que haya caído en zona H.
- D. Menor a la probabilidad de que haya caído en zona G.

Pregunta 4.

Andrés y David están entrenando para un campeonato de pimpón. En la siguiente tabla aparece el ganador de cada uno en los últimos 10 partidos jugados entre ellos.

Juego	Ganador
1	Andrés
2	Andrés
3	David
4	David
5	David
6	Andrés
7	David
8	Andrés
9	David
10	David

De acuerdo con la información de la tabla, ¿Cuál es la observación de mayor probabilidad con respecto al ganador en estos 10 juegos?

- A. David, por que ganó los 2 últimos juegos.
- B. Andrés, por que ganó los 2 primeros juegos.
- C. David, por que ganó 6 de 10 juegos. **(correcta)**
- D. Andrés, por que ganó 4 de 10 juegos.

Pregunta 3 y 10.

En un grupo de 600 personas hay 375 fumadores, 200 de los cuales tienen una enfermedad respiratoria. Entre los no fumadores del grupo, 50 tienen una enfermedad respiratoria.

¿Cuál es la probabilidad de seleccionar al azar una persona de este grupo, que sea fumadora y no tener enfermedad respiratoria?

- E. $\frac{175}{600}$ **(Correcta)**
- F. $\frac{200}{600}$
- G. $\frac{250}{600}$
- H. $\frac{350}{600}$

Pregunta 10.

La tabla muestra la probabilidad de morir al accidentarse, según el medio de transporte utilizado.

Accidente según medio de transporte	Probabilidad (aproximadamente)
En tren	3 de 460.000
De bus	5 de 520.000
De carro	10 de 2.400
En avión	5 de 25.000

Tabla

Tabla. Tomado y adaptado de: http://www.nsc.org/news_resources/Documents/nscInjuryFacts2011_037.pdf

La lista con los medios de transporte ordenados de mayor a menor, de acuerdo a la probabilidad de morir al accidentarse en uno de ellos, es:

- E. Tren / bus / avión / carro.
- F. Carro / avión / bus / tren. **(correcta)**
- G. Carro / avión / tren / bus.
- H. Tren / bus / carro / avión

Pregunta 5, 6 y 7

La tabla muestra información referente a las edades y al deporte practicado por grupo de estudiantes de 9° de un colegio.

Edad (años)	Deporte practicado			
	Fútbol	Baloncesto	Voleibol	Total
13	10	3	9	22
14	6	1	12	19
15 ó más	2	2	15	19
Total	18	6	36	60

Tabla

Para la inauguración de los juegos intercurios del colegio, se debe elegir, al azar, uno de estos estudiantes para llevar la antorcha.

- | | |
|------|---|
| I. | La probabilidad de que el estudiante tenga 14 años es igual a la probabilidad de que tenga 15 ó más. |
| II. | La probabilidad de que el estudiante practique baloncesto es menor que la probabilidad de que practique voleibol. |
| III. | La probabilidad de que el estudiante tenga 13 años y practique voleibol es mayor que la probabilidad de que tenga 13 años y practique fútbol. |

¿Cuál (es) de las anteriores afirmaciones es (son) verdadera(s)?

- E. I y II solamente. **(correcta)**
- F. II y III solamente.
- G. I solamente.
- H. III solamente.

Pregunta 6.

Paula está jugando con una ruleta dividida en tres sectores, 1, 2 y 3. Hasta el momento, ella le ha hecho girar 30 veces y ha anotado los sectores en los que se ha detenido, como se muestra en la tabla.

SECTOR DONDE SE DETUVO LA RULETA																													
1	2	1	3	3	1	1	3	1	2	1	1	1	3	1	2	1	1	2	1	3	2	1	1	2	1	1	1	3	1

Tabla

De acuerdo con la información anterior, si paula hace girar de nuevo la ruleta, la probabilidad de que se detenga en 1 es

- E. Igual a la probabilidad que se detenga en 2.
- F. La mitad de la probabilidad que se detenga en 2.
- G. El doble de la probabilidad de que se detenga en 3.
- H. El triple de la probabilidad de que se detenga en 3.

Pregunta 7

Los 400 estudiantes de un colegio se clasifican en cinco grupos, de acuerdo con su edad en años, así: 0 a 10, 11 a 13, 14 a 16, 17 a 19, y 20 a 22.

Se sabe que la probabilidad de seleccionar al azar un estudiante del colegio con edades entre 11 y 16 años es de 60%.

¿Cuál de las siguientes tablas puede representar correctamente la clasificación y distribución de los estudiantes del colegio?

A.

Edad (años)	0 a 10	11 a 13	14 a 16	17 a 19	20 a 22
Número de estudiantes	110	90	70	105	25

B.

Edad (años)	0 a 10	11 a 13	14 a 16	17 a 19	20 a 22
Número de estudiantes	120	60	60	130	30

C.

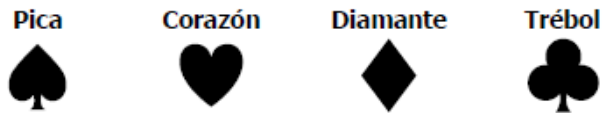
Edad (años)	0 a 10	11 a 13	14 a 16	17 a 19	20 a 22
Número de estudiantes	50	100	140	70	40

D.

Edad (años)	0 a 10	11 a 13	14 a 16	17 a 19	20 a 22
Número de estudiantes	145	35	45	75	100

Pregunta 8

En una baraja de póquer hay un total de 52 cartas; 13 por cada símbolo (pica, corazón, diamante y trébol).



Se sacaron de la baraja 10 cartas con los siguientes símbolos:

Símbolo	Cantidad
	3
	2
	4
	1
Total de cartas	10

Un experto en póquer comenta acertadamente que la próxima carta que se elija al azar de la baraja tendrá aproximadamente el 28% de probabilidad de tener el símbolo trébol. El experto dedujo tal probabilidad porque

- E. Ha salido un trébol y quedaron 12 de 42 cartas de trébol: $\frac{12}{42} \times 100\% \approx 28\%$
- F. Cualquier trébol tiene 25% de probabilidad de salir de la baraja de 52 cartas, y aumenta 3% cuando sale una de estas.
- G. Cada trébol tiene cerca de 2,16% de salir y hay 13 cartas: $13 \times 2,16 \approx 28\%$
- H. De las 52 cartas han salido 10, un trébol y nueve de tres símbolos distintos: $\frac{9}{3} = 3\%$ sumado al 25% de probabilidad de salir trébol.

ANEXO D. PRUEBA FINAL



PROBABILI-TIC: Una herramienta para fortalecer el razonamiento probabilístico en estudiantes de noveno grado
Maestría en Pedagogía
Lic. Giovanni Naranjo Amaris



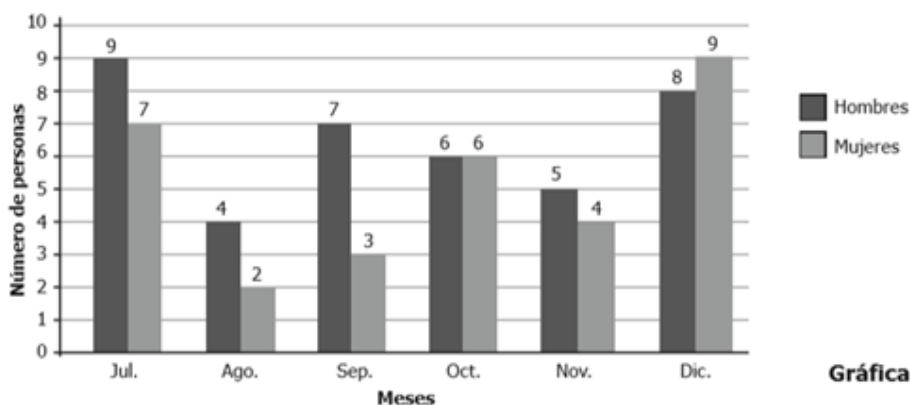
Nombre:

Fecha:

PRUEBA FINAL

Pregunta 1.

La gráfica representa el número de hombres y de mujeres de una región del país que compraron moto en un concesionario, durante el segundo semestre del año pasado.



Gráfica

Se va a premiar un comprador, elegido al azar, con un bono de \$500.000 en mantenimiento de la moto. De acuerdo con la información de la gráfica es correcto afirmar:

- A. La probabilidad de que el ganador del bono sea una mujer es igual a la probabilidad de que sea un hombre.
- B. Si el ganador del bono es una mujer, es más probable que haya comprado la moto entre julio y septiembre, que entre octubre y diciembre.
- C. La probabilidad de que el ganador del bono sea un hombre es menor que la probabilidad de que sea una mujer.
- D. Si el ganador del bono es un hombre, es igualmente probable que haya comprado la moto entre julio y agosto, que entre noviembre y diciembre.

Justifica la respuesta.

Pregunta 2

En un concurso hay una urna con 2 fichas rojas y 2 fichas blancas. Un jugador selecciona al azar una ficha de la urna, sin devolver esta. Luego, selecciona al azar una segunda ficha. Si tiene el mismo color de la primera gana el juego.

¿En cuál de los siguientes diagramas se representan las posibilidades de ganar que tiene un jugador?



Justifica la respuesta.

Pregunta 3

32. En la tabla se presentan los resultados que pueden obtenerse cuando se lanzan una, dos o tres monedas corrientes. Se muestra, además, en cada caso, la probabilidad de obtener exactamente una cara.

C: cara
S: sello

Número de monedas	Posibles resultados	Probabilidad de obtener solamente una cara
Una	C S	$\frac{1}{2}$
Dos	CC SC CS SS	$\frac{2}{4}$
Tres	CCC CCS CSC SSS SCC SSC SCS CSS	$\frac{3}{8}$

Analizando la información que se presenta en la tabla se puede concluir que cuando se lanzan cuatro monedas, la probabilidad de obtener una sola cara es

- A. $\frac{4}{32}$
B. $\frac{5}{32}$
C. $\frac{4}{16}$
D. $\frac{5}{16}$

Justifica la respuesta.

Pregunta 4

38. En la siguiente tabla se presenta el número de congresistas, senadores y diputados de los partidos E y F que fueron elegidos en un país latinoamericano.

Número de congresistas	Partido E	Partido F	Total
Número de senadores	31	29	60
Número de diputados	33	34	67
Total	64	63	127

Cualquiera de los congresistas elegidos puede ser presidente del Congreso. Es más probable que el presidente del Congreso sea

- A. senador del partido E .
- B. senador del partido F .
- C. diputado del partido E .
- D. diputado del partido F .

Justifica la respuesta.

Pregunta 5

46. Entre los estudiantes de noveno grado de un colegio, se hizo una encuesta para determinar el número de mujeres y hombres que practican algún deporte en su tiempo libre. Observa los resultados.

	Hombres	Mujeres
Practican algún deporte	25	15
No practican deporte	10	20

¿Cuál es la probabilidad de que al seleccionar al azar un estudiante que curse noveno grado en el colegio, éste sea una mujer que practica algún deporte?

- A. $\frac{15}{70}$
- B. $\frac{15}{55}$
- C. $\frac{15}{25}$
- D. $\frac{15}{20}$

Justifica la respuesta.

Pregunta 6

La siguiente tabla representa las calificaciones obtenidas por un grupo de estudiantes universitarios en un examen

Calificación	Número de estudiantes
1	2
2	6
3	18
4	10
5	4

6. Según las calificaciones obtenidas en el examen, los estudiantes son clasificados como se indica a continuación

Calificación	Clasificación
1 ó 2	Reprobado
3	Pendiente
4 ó 5	Aprobado

¿Cuál es la probabilidad de que el estudiante escogido esté clasificado como aprobado?

- A. $\frac{4}{40}$
- B. $\frac{10}{40}$
- C. $\frac{14}{40}$
- D. $\frac{20}{40}$

Justifica la respuesta.

Pregunta 7

16. Pablo tiene dos dados con forma de cubo, cada cara de los dados está marcada con un número distinto.

Las caras de uno de los dados están marcadas con los números 2, 4, 6, 8, 10, 12, respectivamente.

Y las caras del otro dado, están marcadas con los números 1, 3, 5, 7, 9, 11, respectivamente.

Pablo lanza los dados, luego suma los números marcados en la cara superior de cada uno, y registra el resultado.

¿Cuál de los siguientes resultados es **IMPOSIBLE** que obtenga Pablo?

- A. 11
- B. 13
- C. 14
- D. 15

Justifica la respuesta.

Pregunta 8

28. A 40 estudiantes de una institución educativa se les preguntó cuál era su asignatura preferida. Los resultados fueron registrados en la siguiente tabla:

Asignatura	Informática	Español	Matemáticas	E. Física
Número de estudiantes	12	8	4	16

Al escoger un estudiante al azar, entre los 40 que fueron encuestados, es más probable que su materia preferida sea

- A. Matemáticas.
- B. E. Física.
- C. Informática.
- D. Español.

Justifica la respuesta.

Pregunta 9

- 53.** Andrea y Camila tienen, cada una, una bolsa con cinco balotas. Cada balota está marcada con un número distinto del 1 al 5. Ellas, al tiempo, sacan sin mirar una balota de su respectiva bolsa. Gana quien saque la balota con el mayor número. En caso de sacar una balota con el mismo número hay empate.

¿Cuál es la probabilidad de que Andrea y Camila empaten?

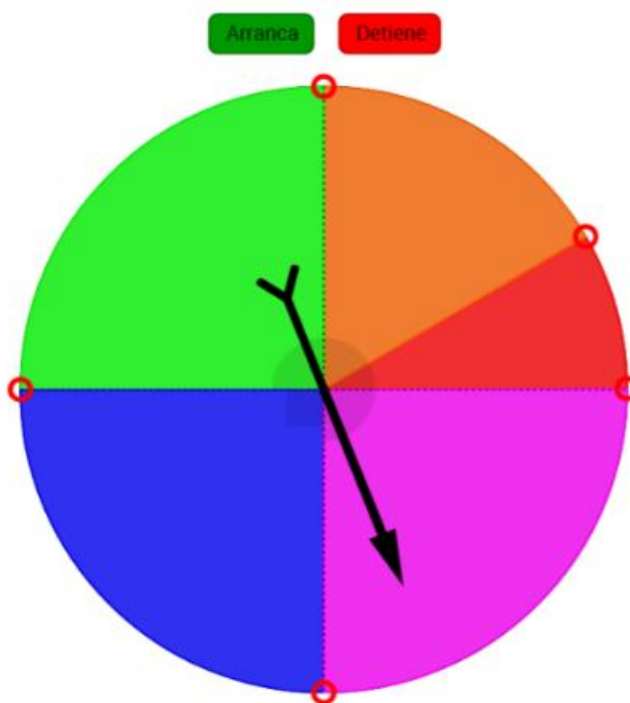
- A. 2%
- B. 5%
- C. 20%
- D. 30%

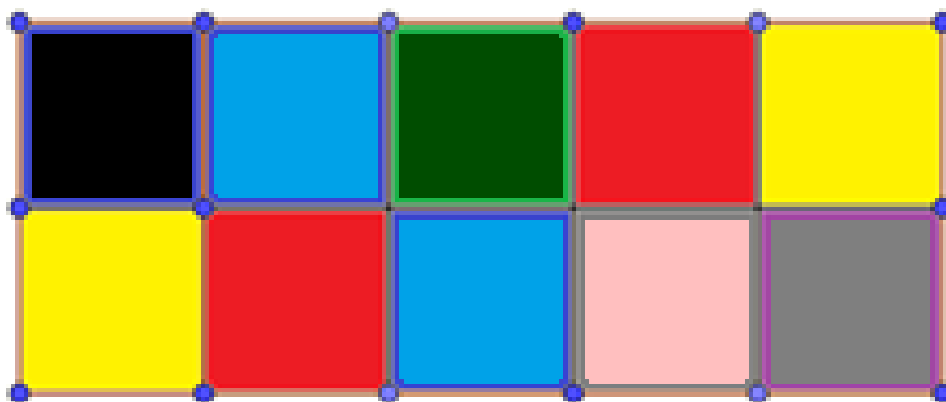
Justifica la respuesta.

ANEXO E. SECUENCIA DIDÁCTICA

Ruleta

- En el *juego de la ruleta*, la ruleta se le presenta al estudiante en geogebra con las acciones de arranca y detiene, adicionalmente encontrara una zona rectangular dividida por colores, en la que el estudiante elige el color con el que va jugar antes de seleccionar arrancar en la ruleta.

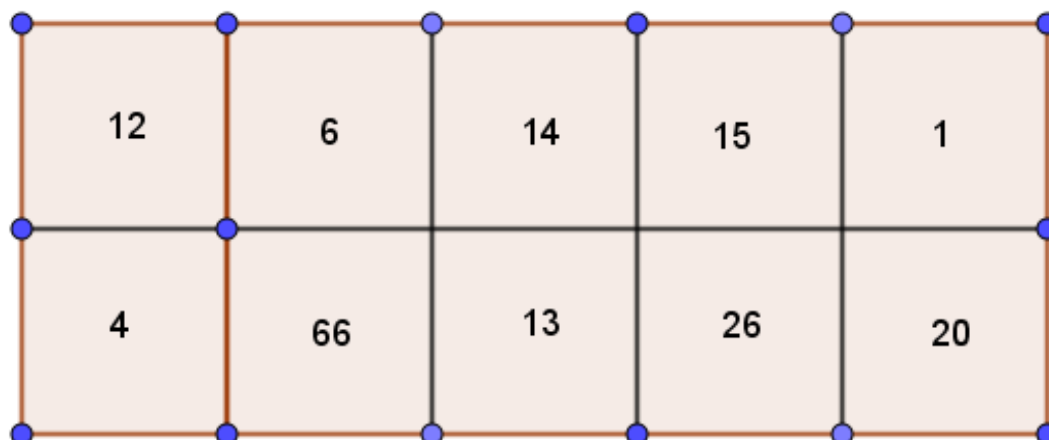




Dados

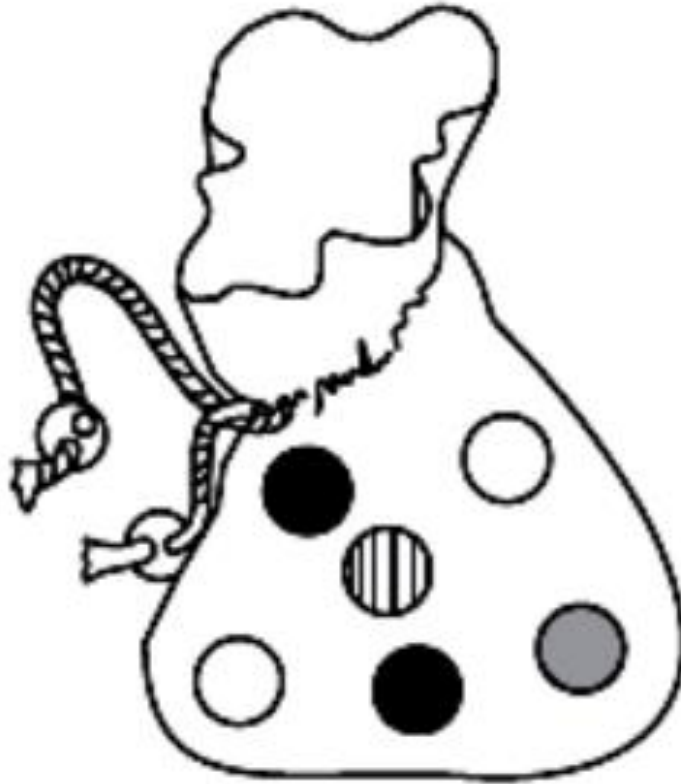
- En *el juego 2 Dados*, el estudiante encontrara una mesa con dos dados y una zona rectangular con números, antes de lanzar los dados el estudiante debe seleccionar una de las opciones presentadas en la zona rectangular, para ganar la suma de las caras superiores del dado debe coincidir con las seleccionadas en la zona.





Balotas

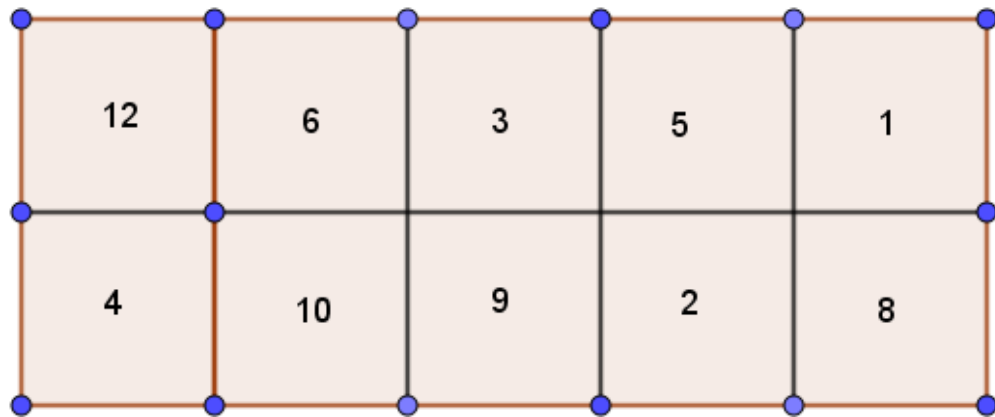
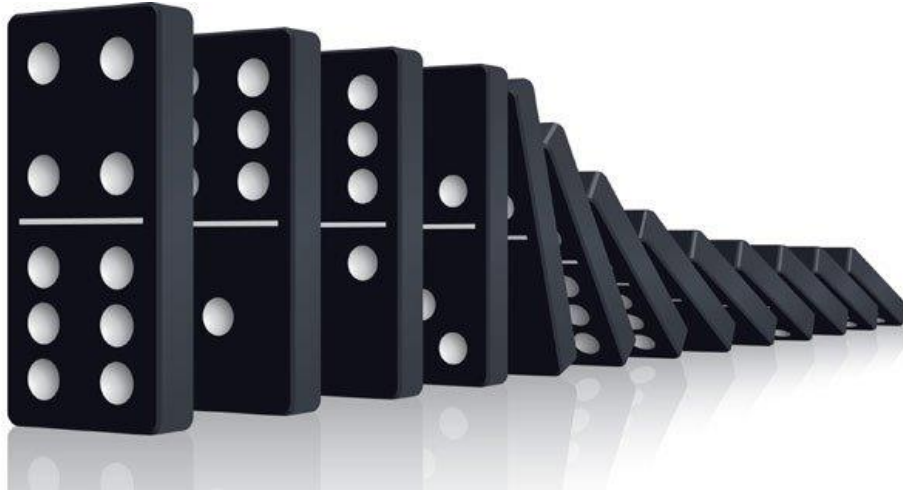
- *Juego 3 balotas*, en este juego el estudiante encuentra una bolsa con 10 balotas, 5 amarillas, 4 azules, 1 blanca



El estudiante que saque la balota blanca gana.

Dominó

- Juego 4 domino, en este juego el estudiante encontrara las fichas del domino y una zona rectangular con diferentes números. El estudiante debe escoger un número de la zona con el que jugara, luego selecciona una ficha de domino de la mesa, si la suma de las pintas coincide con lo marcado en la zona rectangular el estudiante gana.



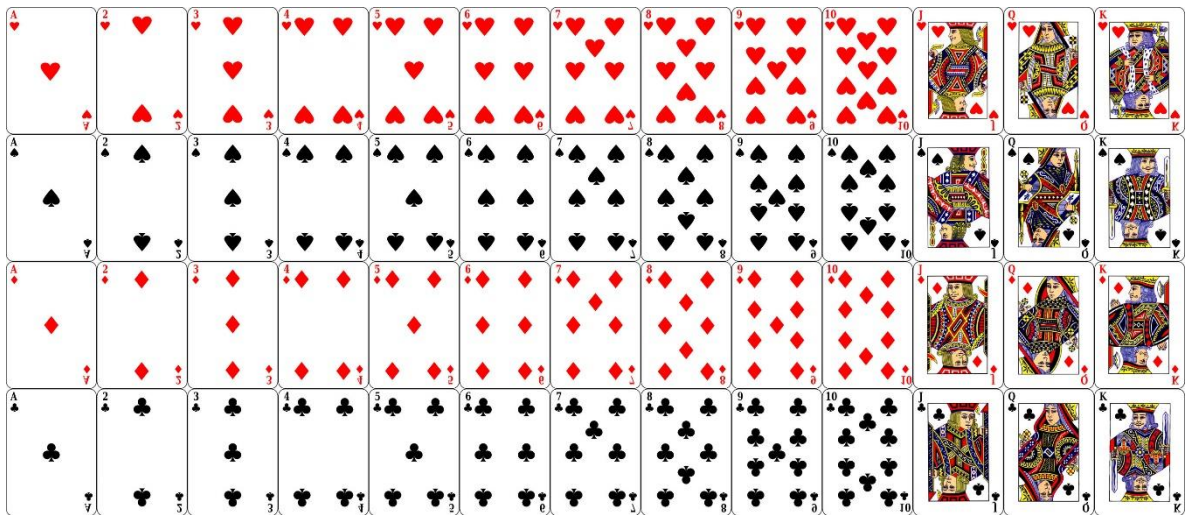
Monedas

- Juego 5, monedas. En este juego el estudiante debe adivinar el orden del resultado que se da al lanzar la moneda tres veces.



Cartas

- Juego 6, Cartas. En este juego el estudiante tiene tres intentos para sacar una carta de corazones o una carta de diamantes, si lo logra gana.





PROBABILI-TIC: Una herramienta para fortalecer el razonamiento probabilístico en estudiantes de noveno grado
Maestría en Pedagogía
Lic. Giovanni Naranjo Amaris



Nombre:

Fecha:

Primera sesión

¡Qué suerte!

La historia de la teoría de la probabilidad se empieza a construir a partir de los juegos de azar, de donde surge la inquietud de como poder controlar la suerte, azar o como se le quiera llamar a esta situación, de ahí y la necesidad del ser humano se inicia con el estudio de la teoría de probabilidades.

Actividad 1.

La actividad consiste en despertar el interés de los estudiantes por la incertidumbre que se pueden presentar en situaciones de aleatoriedad, en este caso a través del casino didáctico.

Materiales:

Hoja guía

Lápiz


Juegos de azar


Situación: el casino didáctico presenta varios juegos físicos y computacionales. Cada juego tiene una probabilidad distinta de ventaja o desventaja para el estudiante.

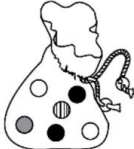
Instrucciones: El estudiante tiene la opción de participar en los juegos propuestos en el casino didáctico, cada juego tiene su identificación, cada estudiante tendrá la opción de jugar las veces que quiera, teniendo en cuenta el tiempo estipulado para

los juegos, el estudiante debe registrar la información en la hoja guía. Los juegos son: Ruleta, Dados, Monedas, Dominó, Cartas, Balotas.

Registrar la información de cada juego en la tabla.

Ruleta	
	
Opción seleccionada:	Opción obtenida:
Claves del juego:	
Conclusiones del juego:	

<p>Dados</p> 	
<p>Opción seleccionada:</p>	<p>Opción obtenida:</p>
<p>Claves del juego:</p>	
<p>Conclusiones del juego:</p>	

Balotas 	
Opción seleccionada:	Opción obtenida:
Claves del juego:	
Conclusiones del juego:	

--

Cartas

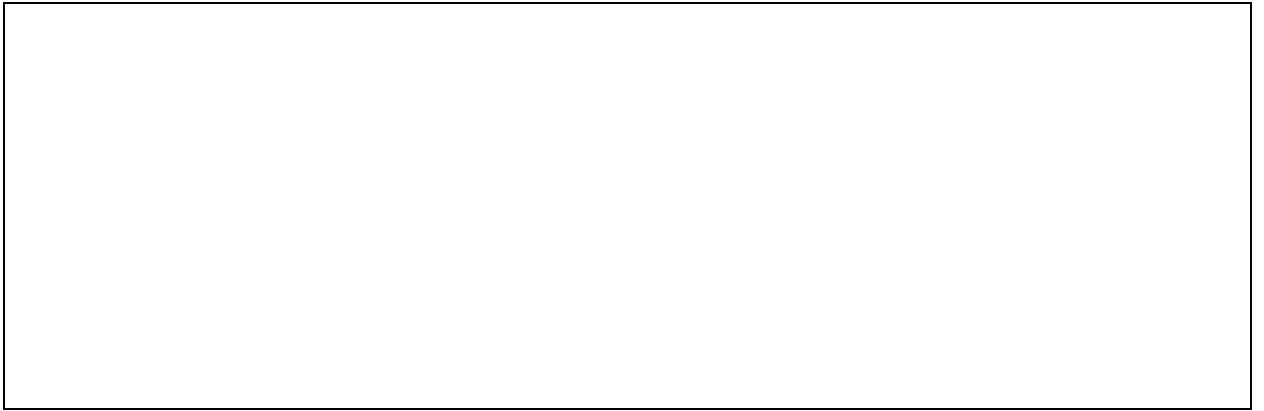


Opción seleccionada:

Opción obtenida:

Claves del juego:

Conclusiones del juego:



Monedas

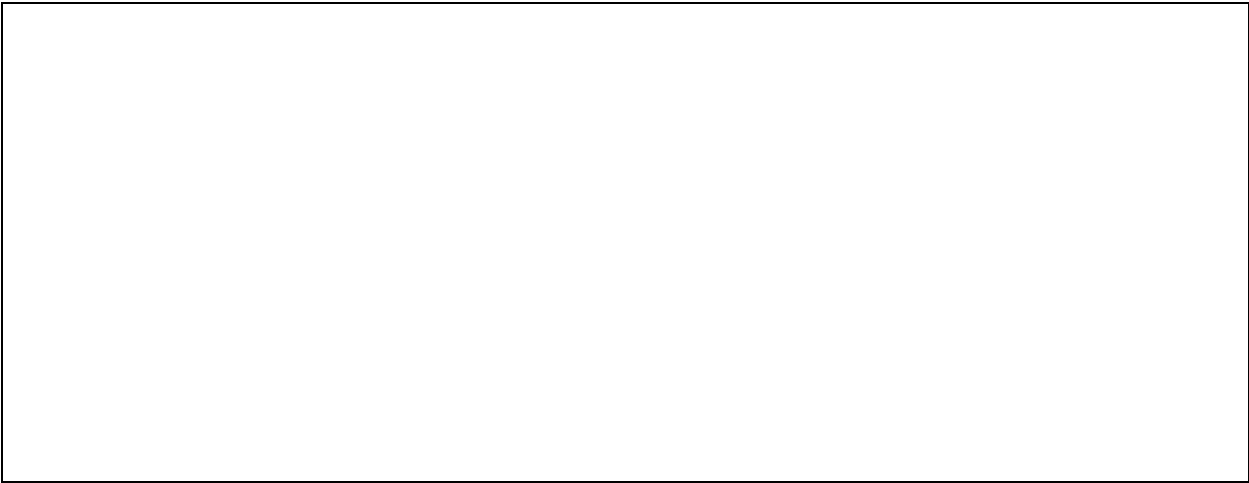


Opción seleccionada:

Opción obtenida:

Claves del juego:

Conclusiones del juego:



Dominó

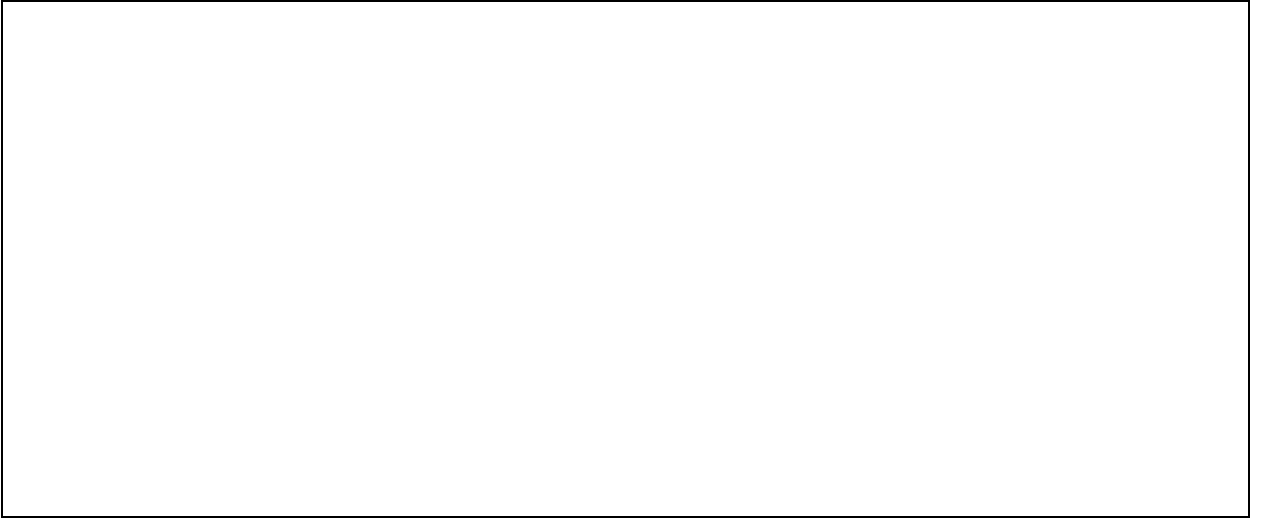


Opción seleccionada:

Opción obtenida:

Claves del juego:

Conclusiones del juego:





PROBABILI-TIC: Una herramienta para fortalecer el razonamiento probabilístico en estudiantes de noveno grado
Maestría en Pedagogía
Lic. Giovanni Naranjo Amaris



Nombre:

Fecha:

Segunda sesión

¡Arriésguese si puedes!

Actividad 1.

La actividad tiene como fin, permitir a los estudiantes encontrar la definición clásica de la probabilidad

Materiales:

Hoja guía

Lápiz

Dado

Moneda

Completa la información siguiendo las instrucciones dadas.

Actividad. (lanzamiento de la moneda)

Instrucciones: Elige un compañero para jugar *cara y sello*, luego registra los nombres de los jugadores en la tabla, escoja la opción con la que jugaras (cara o sello), se realizaran 20 lanzamientos de una moneda, en cada lanzamiento indica el

ganador con la letra **G** y el perdedor con la letra **P**, y luego complete y responda las preguntas.

Tabla de registro.

Jugadores	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	Total, de ganadas	

Nombre del ganador: _____.

Opción con la que gano: _____.

Si jugaran nuevamente y tuvieras la opción de elegir entre cara o sello, cual eliges si quieres ganar _____ ¿Por qué?

¿Qué cree usted que pasaría con los resultados, si aumentamos el número de lanzamientos a 100?

Actividad 1. Simulador lanzamiento moneda en GeoGebra.

Instrucciones: En el escritorio del portátil asignado, ubica la actividad 1 en GeoGebra, luego ábrela y espere las indicaciones del docente.

Con ayuda del simulador responde las siguientes preguntas.

¿Qué ocurre con las barras (sello y cara) a medida que aumenta el número de lanzamientos?

¿En la barra que representa la cantidad de veces que aparece la opción sello, a medida que aumenta el número de lanzamientos, a qué valor se aproxima? _____

¿En la barra que representa la cantidad de veces que aparece la opción cara, a medida que aumenta el número de lanzamientos, a qué valor se aproxima? _____

¿Qué relación hay entre los valores a los que se aproximan las dos barras?

¿Cuál de las dos opciones cara o sello tiene más posibilidades de salir en un lanzamiento? _____ ¿Por qué? _____

¿Qué porcentaje utilizarías para darle un valor numérico a las posibilidades de salir de sello y cara? _____ ¿De dónde cree usted que sale ese valor?

Actividad 2. (lanzamiento de dado).

Instrucciones: lance el dado 20 veces y registre en la tabla los resultados obtenidos en cada lanzamiento.

Lanzamientos																					
Caras del dado	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	Total
1																					
2																					
3																					
4																					
5																					
6																					

¿Cuál o cuáles resultados se repitieron más? _____

¿Si tuviera que escoger una opción para jugar y quisieras ganar cual elegirías? _____ ¿Por qué? _____

¿Si aumentamos a 1200 lanzamientos se esperaría que el número total de registro de cada una de las caras del dado sea aproximadamente? _____

¿Qué porcentaje le daría de salir a cada valor del dado? _____ ¿Por qué? _____

Simulador lanzamiento de un dado en GeoGebra.

Instrucciones: En el escritorio del portátil asignado, ubica la actividad 2 en GeoGebra y responde las preguntas.

Según la simulación,




¿Cuál de los 6 resultados tiene mayor posibilidad de salir? _____ ¿Por qué?

¿A medida que aumenta la cantidad de lanzamientos del dado, las barra que representan a cada cara del dado, se aproximan o se mantienen en qué valor?

¿Qué porcentaje utilizarías para darle un valor numérico a las posibilidades de salir de cada uno de los resultados de dado? _____ ¿Por qué?

Conclusiones de las actividades.

--

		PROBABILI-TIC: Una herramienta para fortalecer el razonamiento probabilístico en estudiantes de noveno grado Maestría en Pedagogía Lic. Giovanni Naranjo Amaris	
Nombre:		Fecha:	

Tercera sesión

¡Colegio aleatorio!

Actividad 1.

La actividad tiene como fin, permitir a los estudiantes encontrar y conocer información alrededor del colegio en las que se puede trabajar la definición de probabilidad

Instrucciones: En grupo de 5 estudiantes, se aplicará una encuesta a los estudiantes de la jornada, se dividirán los estudiantes por grado de 6° a 11°, cada grupo debe recolectar la información, para luego organizarla y analizarla siguiendo las instrucciones del maestro.

Grado:	Edad:	Sexo:	Asignatura favorita	Deporte que practica	Tiene internet en casa
			Matemáticas	Fútbol	Si
			Español	Baloncesto	No
			Sociales	Voleibol	

Organizar la información según corresponda en las siguientes tablas.

Edad (años)	Deporte que practica			
	Fútbol	Baloncesto	Voleibol	Total
Total				

Según la información que completo en la tabla, elabore 5 preguntas de probabilidades.

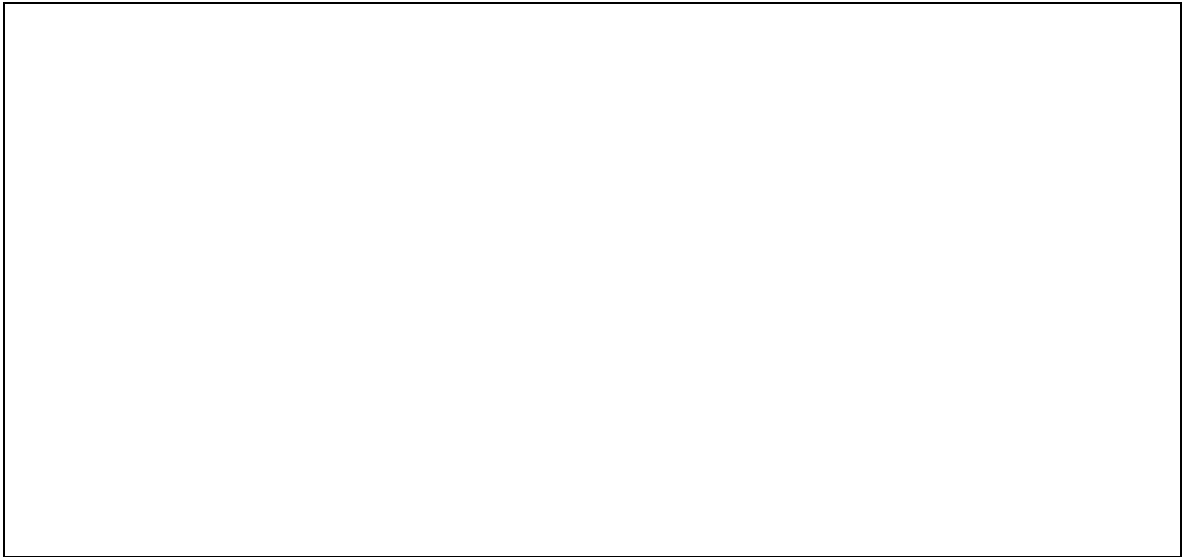
Sexo	Asignatura favorita			
	Matemáticas	Español	Sociales	Total
M				
F				
Total				

Según la información que completo en la tabla, elabore 5 preguntas de probabilidades.

Tiene internet en casa	Asignatura favorita			
	Matemáticas	Español	Sociales	Total
Si				
No				
Total				

Según la información que completo en la tabla, elabore 5 preguntas de probabilidades.

Conclusiones de la actividad.

A large, empty rectangular box with a thin black border, intended for the student to write their conclusions from the activity.



Nombre:

Fecha:

Cuarta sesión

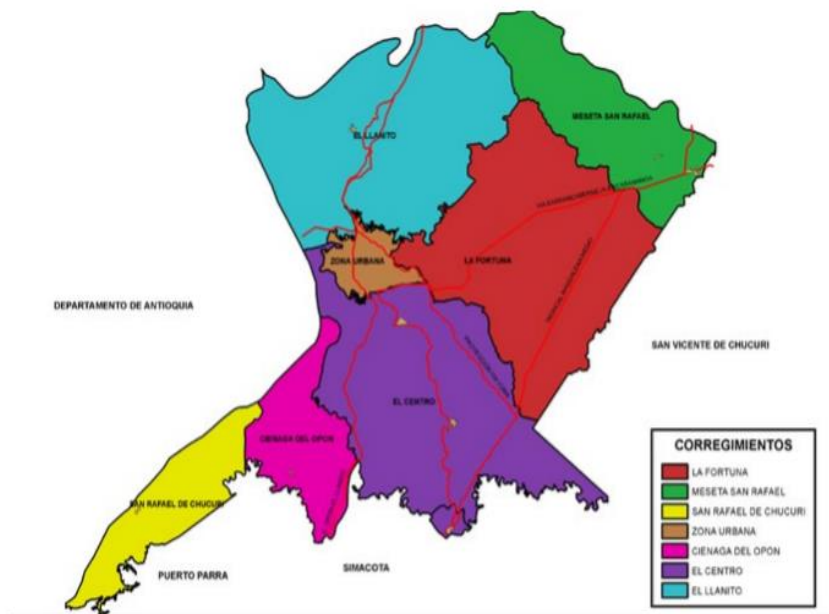
¡Ciudad aleatoria!

Actividad 1.

La actividad tiene como fin, permitir a los estudiantes encontrar y conocer información alrededor de la ciudad en las que se pueden encontrar situaciones con probabilidades.

Instrucciones: por grupos se hace entrega de información relacionada con la ciudad, donde se debe organizar la información y previamente la sustanciación por grupos determinando las probabilidades existentes en la información.

Barrancabermeja



1. Corregimientos de la ciudad

El Centro



Número de veredas: 26

El Llanito



Número de veredas: 17

La Fortuna



Número de veredas: 15

Meseta San Rafael



Número de veredas: 8

San Rafael de Chucurí



Número de veredas: 2

Fuente: Oficina de las Juntas
Administradoras Locales,
proceso electoral 2015

Ciénaga del Opón



Número de veredas: 9

Según la información de los corregimientos de la ciudad, responda las siguientes preguntas.

- a. ¿Cuál es la probabilidad de seleccionar al azar una vereda de la ciudad que pertenezca al corregimiento La Fortuna? _____

Justifica la respuesta

- b. ¿Cuál es el corregimiento con mayor probabilidad de que se seleccione al azar una vereda de su comunidad? _____



Justifica la respuesta

- c. ¿La probabilidad de seleccionar por sorteo una vereda de los corregimientos La Fortuna, San Rafael de Chucurí, Meseta de San Rafael y la Ciénaga del Opón es menor a la probabilidad de seleccionar una vereda del corregimiento el centro? _____



Justifica la respuesta

2. Información de comunas de la ciudad



Comuna 1

 Barrios legalizados: 24
 Viviendas: 6.940



Comuna 2

 Barrios legalizados: 12
 Viviendas: 5.723



Comuna 3

 Barrios legalizados: 43
 Viviendas: 8.126



Comuna 4

 Barrios legalizados: 42
 Viviendas: 6.370



Comuna 5

 Barrios legalizados: 31
 Viviendas: 7.920


Comuna 6

 Barrios legalizados: 24
 Viviendas: 5.110

Comuna 7

 Barrios legalizados: 30
 Viviendas: 6.036

Total

 Barrios legalizados: 206
 Viviendas: 46.225

Fuente: Oficina de las Juntas Administradoras Locales, proceso electoral 2015

Responda teniendo en cuenta la información anterior

- a. La probabilidad de seleccionar al azar una vivienda de la ciudad que pertenezca a la comuna 7 y 8 es: _____

Justifica la respuesta

- b. ¿Cuál es la probabilidad de seleccionar aleatoriamente en la ciudad una vivienda que pertenezca a una comuna par?

Justifica la respuesta

C. la secretaría municipal de la ciudad, desea escoger al azar un barrio legalizado de la comuna 1 y 2 para brindarle beneficios económicos.

¿tienen las dos la misma probabilidad? _____

Justifica la respuesta

3. Número de usuarios residenciales



Según la información de los usuarios residenciales de la ciudad, responda:

a. ¿Cuál es la probabilidad de seleccionar al azar 500 usuarios del año 2016 de estrato 5? _____

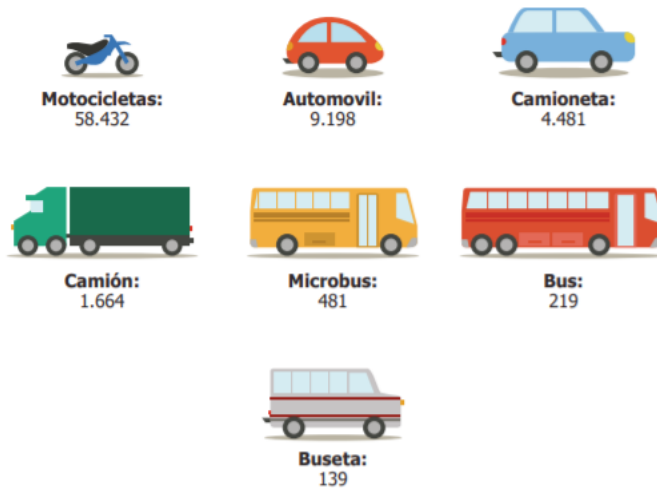
Justifica la respuesta

- b. ¿La probabilidad de elegir al azar un usuario de los estratos 3, 4, y 5 es menor que la probabilidad de elegir uno de los estratos 1 y 2, en los últimos 3 años?

Justifica la respuesta

4. Número de vehículos registrados

Número de vehículos registrados que circulan la ciudad



Fuente: Inspección de Tránsito y Transporte de Barrancabermeja con corte a 2015

De acuerdo con la información de vehículos registrado responda las siguientes preguntas.

¿la probabilidad de encontrar en la ciudad 1500 Motocicletas es? _____

Justifica la respuesta

¿la probabilidad de seleccionar un motociclista al azar es la tercera parte de la probabilidad de seleccionar otro tipo de vehículo registrado?

Justifica la respuesta

Conclusiones de la actividad.



PROBABILI-TIC: Una herramienta para fortalecer el razonamiento probabilístico en estudiantes de noveno grado
Maestría en Pedagogía
Lic. Giovanni Naranjo Amaris



Nombre:	Fecha:

Quinta sesión

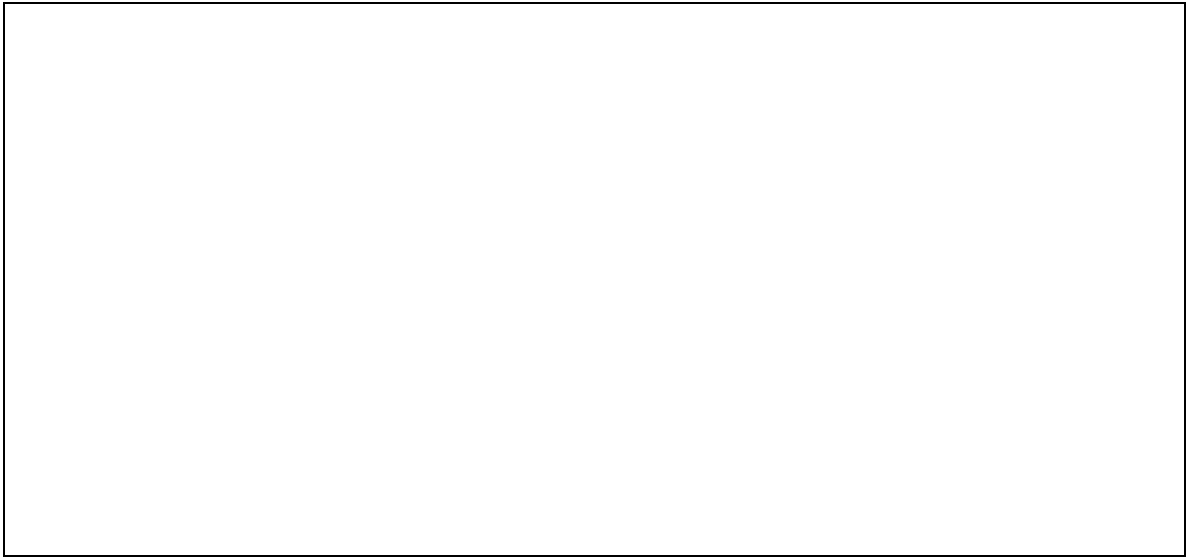
¡A crear!

Actividad 1.

La actividad tiene como fin, permitir que los estudiantes creen juegos donde la probabilidad de ganar sea 0 ,0.5 y 1.

Instrucciones: por parejas se deben crear tres juegos en donde la probabilidad de ganar sea 0, un juego justo y un juego donde la probabilidad de ganar sea 1.

Conclusiones de la actividad.



PROBABILI-TIC: Una herramienta para fortalecer el razonamiento probabilístico en estudiantes de noveno grado
Maestría en Pedagogía
Lic. Giovanni Naranjo Amaris



Nombre:

Fecha:

Sexta sesión

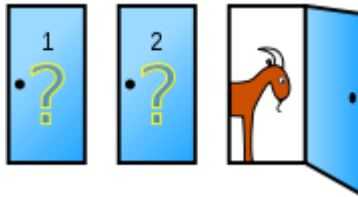
¡A cine!



Actividad 1.

Observa la película con tus compañeros y responde la siguiente situación planteada en la película.

Durante una clase de matemáticas avanzada, el Profesor Micky Rosa desafía a Ben a que descifre un problema acerca de tres puertas con cambios variables.



¿Cuál es la probabilidad del participante de seleccionar la puerta donde este el auto? _____

Conclusiones de la actividad.