

Análisis estático y dinámico del sistema de suspensión MacPherson de un carro  
transformado para trabajar eléctricamente

Sebastian Camilo Viancha Bautista

Trabajo de Grado para Optar al Título de ingeniero mecánico

Director

Octavio Andrés González Estrada

PhD. Ingeniería Mecánica

Codirector

Alejandro Sierra Vargas

Ingeniero Mecánico

Universidad Industrial de Santander  
Facultad de ingenierías físico-mecánicas  
Escuela de ingeniería mecánica  
Bucaramanga

2023

### **Dedicatoria**

A mis familiares por darme la oportunidad de estudiar en la Universidad Industrial de Santander, en especial a mis abuelos por brindarme su hospitalidad y apoyo durante todo el proceso.

### **Agradecimientos**

Al profesor Andrés por su permanente vigilancia durante la escritura y correcciones del proyecto.

Especial agradecimiento al ingeniero Alejandro Sierra y su padre, por proponer la idea del proyecto y los medios necesarios para la toma de medidas en la sede en donde se encontraba el vehículo.

**Tabla de Contenido**

	<b>Pág.</b>
Introducción .....	11
1. Objetivos.....	14
1.1 Objetivo General.....	14
1.2 Objetivos Específicos.....	14
2. Materiales y métodos .....	15
2.1 Marco Referencial.....	15
2.1.1 Suspensión de un automóvil .....	15
2.1.2 Suspensión MacPherson .....	16
2.1.3 Fuerzas en la zona de contacto de la llanta .....	18
2.1.4 Método de elementos finitos MEF.....	19
2.1.5 Modelo de un cuarto de vehículo.....	20
2.1.6 Vibraciones en el cuerpo humano.....	22
2.2 Método .....	24
2.2.1 Características del vehículo modificado .....	24
2.2.2 Condiciones de carga .....	26
2.2.3 Esfuerzos estructurales por método de elementos finitos (MEF) .....	30
2.2.4 Vibraciones mecánicas en un cuarto de suspensión .....	32
3. Resultados.....	33
3.1 Reacción estática vehículo modificado.....	33
3.2 Condiciones de carga .....	33

3.3 Análisis estructural.....	36
3.4 Análisis vibratorio en un cuarto de vehículo .....	39
3.5 Discusión.....	42
4. Conclusiones .....	44
5. Recomendaciones.....	45
Referencias .....	47

**Lista de Tablas**

	<b>Pág.</b>
Tabla 1 Cambios realizados en el vehículo.....	24
Tabla 2 Coeficientes para el análisis de fuerzas .....	28
Tabla 3 Valores de referencia para la reacción del pasajero.....	41

**Lista de Figuras**

	<b>Pág.</b>
Figura 1 Suspensión MacPherson vehículo de análisis .....	17
Figura 2 Esquemática suspensión MacPherson .....	17
Figura 3 Coordenadas definidas según SAE J670e .....	18
Figura 4 Modelo de 1 GDL suspensión .....	21
Figura 5 Un cuarto de vehículo modelado con 2 GDL.....	21
Figura 6 Aceleración ponderada promedio para distintas duraciones de exposición .....	23
Figura 7 Suzuki alto 800 modificado.....	25
Figura 8. Junta de dirección del vehículo modificado .....	27
Figura 9 Ensamblado suspensión MacPherson.....	31
Figura 10 Compresión del resorte debido al peso del vehículo .....	36
Figura 11 Caso de frenado .....	37
Figura 12 Caso de toma de curva.....	38
Figura 13 Modelo de espacio de estado en SimuLink .....	39
Figura 14 Respuesta en desplazamiento del chasis y la suspensión .....	40
Figura 15 Aceleración ponderada ISO 2631 Vs Aceleración normal.....	40

**Lista de Apéndices**

Anexo A. Cálculo reacciones estáticas .....	51
Anexo B. Cálculo fuerza longitudinal en frenado .....	53
Anexo C. Cálculo fuerza lateral en curva .....	55
Anexo D. Análisis estructural .....	61
Anexo E. Desarrollo del modelo de estado para un cuarto de suspensión .....	66
Anexo F. Código para la ponderación de la señal de aceleración .....	68

## Resumen

**Título:** Análisis estático y dinámico del sistema de suspensión MacPherson modificado de un carro transformado para trabajar eléctricamente.

**Autor:** Sebastian Camilo Viancha Bautista

**Palabras Clave:** Suspensión MacPherson, Transferencia de cargas, Análisis estructural, Cuarto de vehículo, ISO 2631-1.

La suspensión es uno de los sistemas con mayor estudio en el mundo automovilístico, siendo el responsable de soportar todas las cargas dinámicas producidas en el trayecto, por lo que una modificación importante, como la transformación de un vehículo para que trabaje eléctricamente, debe generar la pregunta ¿Cómo afectara esta modificación a la respuesta de la suspensión?

La metodología utilizada para resolver la pregunta involucra el cálculo de las reacciones estáticas y dinámicas para la suspensión frontal tipo MacPherson de un vehículo comercial, mediante un análisis estático y de dos casos críticos para la suspensión (en frenado y toma de curva), utilizando conceptos como la transferencia de carga y la ecuación de Pacejka. Estos resultados son introducidos en un programa MEF. Por último, se utiliza el modelo de un cuarto de vehículo para analizar el comportamiento vibratorio según la norma internacional.

Los resultados obtenidos demuestran que la transformación del vehículo no afectara estructuralmente a las partes de la suspensión, obteniendo factores de seguridad de 2.4 y 15 para los casos de frenado y toma de curva respectivamente en la pieza critica (mangueta). En el brazo, se obtuvieron esfuerzos de 88 y 7.5 MPa, abriendo la oportunidad de realizar estudios de optimización en las piezas. También se puede evidenciar el efecto de la barra torsional en el diseño de suspensiones. Además, se evidencia en la respuesta vibratoria que la suspensión frontal responde correctamente a los rangos indicativos de la norma ISO 2631.

### **Abstract**

**Title:** Static and dynamic analysis of a MacPherson suspension in a modified combustion vehicle working with an electric motor

**Author:** Sebastian Camilo Viancha Bautista

**Key Words:** MacPherson strut, Load transfer, Structural analysis, quarter-vehicle model, ISO 2631-1, vibrational response.

The suspension system is one of the most studied systems in the automotive world, as it is responsible for supporting all the dynamic loads produced during travel. Therefore, an important modification such as transforming a vehicle to work electrically raises the question of how this modification will affect the suspension response.

The methodology used to answer this question involves calculating the static and dynamic reactions for the front MacPherson suspension of a commercial vehicle using static analysis and two critical suspension cases (braking and cornering) using concepts such as load transfer and the Pacejka equation. These results are introduced into an FEM program, and finally, the quarter-vehicle model is used to analyze the vibratory behavior according to international standards.

The results show that the vehicle's transformation will not structurally affect the suspension parts, obtaining safety factors of 2.4 and 15 in the critical part (steering knuckle). For the lower control arm, the stresses found are of 88 and 7.5 MPa for the braking and cornering cases, opening the opportunity to develop topologic and manufacturing optimizations. Furthermore, the vibrational response demonstrates that the front suspension responds correctly to the indicative ranges of ISO 2631-1 standards.

## Introducción

El sistema de suspensión permite la conexión del chasis del vehículo con las llantas, logrando la unión de los dos sistemas en un solo conjunto (Cascajosa, 2005). El objetivo principal de la suspensión es transmitir todas las irregularidades y fuerzas producidas en las llantas, sin perder el contacto con la carretera, de tal forma que no afecten otros sistemas del vehículo o al usuario (Barton & Fieldhouse, 2018). Con esto, el sistema de suspensión permite que los pasajeros puedan tener un viaje con comodidad, también logrando el control de la dirección y velocidad del vehículo. Según (Buce Maclaurin, 2018), los factores principales para tener en cuenta para medir la efectividad de una suspensión son las características del terreno, velocidad y respuesta del vehículo y cómo reaccionan los pasajeros a las vibraciones producidas. En este último punto, existen normas internacionales que deben cumplir las suspensiones, principalmente la ISO 2631-1 (International Organization for Standardization ISO, 1997). Todo esto implica que la suspensión debe soportar todas las cargas efectuadas por la estática y dinámica en el trayecto, generando la pregunta ¿Cómo afectaría a la respuesta estructural y vibratoria de la suspensión, una modificación en la distribución del peso del vehículo?

Entre los diferentes tipos de suspensiones, la suspensión independiente MacPherson es una de la más populares debido a su simplicidad y bajo costo (Barton & Fieldhouse, 2018). El sistema de suspensión está compuesto por un brazo de control, que se encuentra en la parte inferior del sistema. Una junta de dirección, encargada de darle el sentido y anexar las demás partes a la rueda, una barra de dirección o torsión y el ensamble de la amortiguación, que se compone por un resorte y amortiguador y está ubicado en la parte superior, soportando el peso del vehículo (Dehbari & Marzbanrad, 2018). Como todo sistema de suspensión, la suspensión MacPherson debe ser capaz de soportar las diferentes fuerzas actuando en el parche de contacto de la llanta (Guiggiani, 2014).

La carga que tiene mayor influencia en el diseño de cualquier suspensión es la carga vertical producto del peso del vehículo (Barton & Fieldhouse, 2018; Guiggiani, 2014; Pacejka, 2012; Rill & Castro, 2020), debido a que afecta directamente en las fuerzas longitudinales y laterales, que se incrementan cuando se realizan diferentes maniobras comunes en el funcionamiento normal de un automóvil (Hartikainen et al., 2015). La carga vertical es dependiente de la posición y peso de los componentes del vehículo. En consecuencia, cualquier cambio sustancial en la distribución del peso del chasis debe ser analizado, teniendo en cuenta la variación producida en las fuerzas de la suspensión.

Una transformación de un vehículo que funciona con gasolina a trabajar con electricidad produce un cambio total en la distribución de peso del vehículo (Aggarwal & Chawla, 2021; da Silva & Urbanetz, 2019). Aunque la modificación es significativa, el análisis del sistema de suspensión es omitido en la mayoría de estos procesos, como es el caso en el vehículo analizado en este trabajo.

Varios estudios se han realizado acerca de la suspensión en vehículos eléctricos, como en (Aparicio & Gómez, 2022), donde se evidencia el proceso de diseño y simulación de los elementos estructurales del sistema. (Duarte Gutiérrez & Gonzalez Mantilla, 2022) diseñaron un sistema de suspensión frontal tipo MacPherson para un vehículo eléctrico de cuatro ruedas.

Esta investigación se centra en el estudio de la suspensión frontal tipo MacPherson de un vehículo que fue transformado para trabajar de forma eléctrica, mediante el análisis de la nueva distribución de cargas y su influencia en la suspensión. Para esto, inicialmente se calcula la nueva masa suspendida del vehículo. Con esto, se hallan los esfuerzos producidos por el peso del automóvil en la suspensión, A continuación, se analizan las fuerzas ocasionadas por el movimiento del vehículo. Todos estos datos son aplicados en el modelo CAD de la suspensión mediante el

software especializado ANSYS, que usa el método de elementos finitos para el cálculo de los esfuerzos en los elementos estructurales del sistema. Se procede, mediante la herramienta SIMULINK del software MATLAB a analizar el comportamiento vibratorio del sistema en el eje vertical, verificando que el vehículo cumpla con la normativa internacional. El objetivo del trabajo es proponer una metodología a seguir para asegurar que cualquier transformación en el vehículo que influya de forma significativa la distribución de peso de este cumpla con las restricciones estructurales y vibratorias buscadas.

## **1. Objetivos**

### **1.1 Objetivo General**

Continuar con el objetivo misional de la escuela de ingeniería mecánica de la Universidad Industrial de Santander, proponiendo y generando mejoras en la industria actual mediante el análisis de las diferentes cargas dinámicas presentes en una suspensión frontal MacPherson de un vehículo que fue modificado para trabajar con motor eléctrico.

### **1.2 Objetivos Específicos**

Determinar las condiciones de carga a las que está sometida la suspensión MacPherson original en el automóvil modificado, mediante un estudio de fuerzas actuantes en el sistema.

Realizar un análisis estático y dinámico utilizando herramientas de elementos finitos (MEF) de la suspensión en las condiciones actuales para obtener tensiones y desplazamientos del sistema.

Verificar el comportamiento vibratorio del sistema de suspensión en una carretera con irregularidades mediante el estudio del modelo de un cuarto de vehículo y la aplicación de la normativa internacional para vibraciones en cuerpo completo.

## 2. Materiales y métodos

### 2.1 Marco Referencial

#### 2.1.1 Suspensión de un automóvil

El sistema de suspensión permite la conexión del chasis y estructura del vehículo con los ejes que sostienen las llantas, logrando la unión de los dos sistemas en un solo conjunto. El objetivo principal de la suspensión es reducir o aislar las piezas del automóvil de todos los choques, vibraciones o saltos sufridos en el movimiento (Blundell & Harty, 2015).

La importancia de este sistema está comúnmente relacionada con la comodidad de los pasajeros, aunque esto sea solo un objetivo secundario conseguido durante el desarrollo de la verdadera necesidad de una suspensión: mejorar la movilidad general del vehículo. Una suspensión totalmente rígida genera la necesidad de disminuir la velocidad del automóvil para que se llegue a niveles de aceleración (vibraciones) aceptables para los mecanismos y estructura del vehículo, además de producir variaciones en la tracción, afectando elementos de movilidad primordiales como son frenar, la dirección del auto y la estabilidad lateral.

Las suspensiones, por lo general, son categorizadas en 3 grupos:

- Dependientes
- Independientes
- Semi - dependientes

El uso de cada suspensión depende específicamente de las condiciones y terreno en el que el vehículo va a ser usado. Por ejemplo, las suspensiones dependientes se utilizan para espacios montañosos y sin pavimentar (todoterrenos).

En las suspensiones independientes, el movimiento sufrido por una llanta no es transmitido hacia la otra (como sucede en las dependientes), causando independencia entre las dos, lo cual genera mayor facilidad a la hora usar el sistema de dirección y una mayor estabilidad del vehículo.

En este grupo de suspensiones, son destacables para la parte trasera del vehículo el tipo brazos tirados o arrastrados y eje oscilante, mientras que las suspensiones doble horquilla, triángulos superpuestos, multi-link y MacPherson pueden encontrarse tanto en la parte posterior como frontal (Font Mezquita, José; Dols Ruiz, 1997).

### ***2.1.2 Suspensión MacPherson***

El vehículo analizado utiliza el diseño original de la suspensión MacPherson, como se evidencia en la figura 1.

El sistema de suspensión MacPherson es el más conocido en los autos modernos, ofreciendo una suspensión compacta y barata, perfecta para el uso en carros compactos y con tracción delantera.

La suspensión se compone de un amortiguador vertical, encerrado por un muelle helicoidal y sostenido por un extremo al chasis, el otro extremo se encuentra unido al bastidor por medio de un brazo oscilante. En este sistema, el amortiguador también hace de conector para controlar la posición de la llanta, ahorrando la instalación de un brazo superior de control (necesario en suspensiones tipo doble horquilla) (Dixon, 2009). Un esquema de esta suspensión se puede ver en la figura 2.

En el diseño original, la barra torsional actúa como un elemento estructural para la suspensión, siendo conectada al brazo de control inferior y proporcionando la resistencia ante las fuerzas generadas en dirección longitudinal, como es el caso de frenado y aceleración.

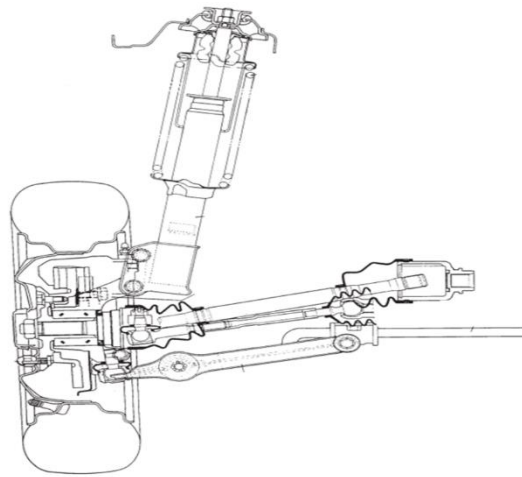
Figura 1

*Suspensión MacPherson vehículo de análisis*



Figura 2

*Esquemática suspensión MacPherson*



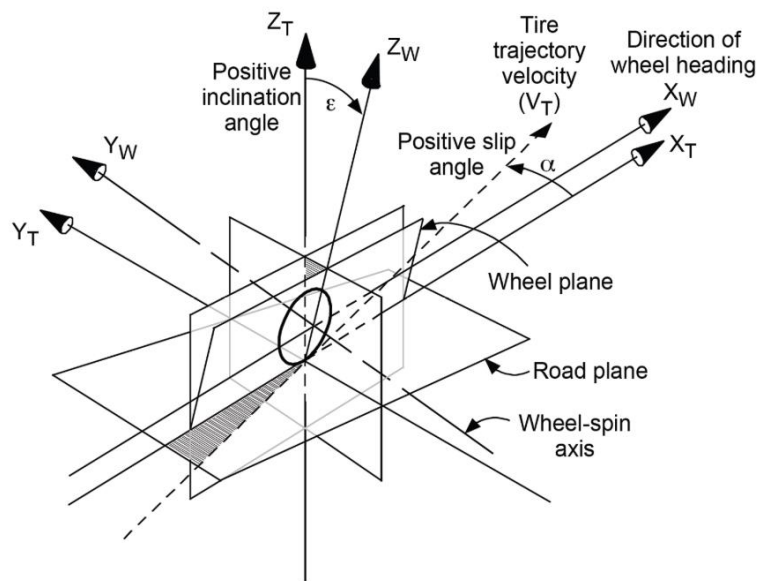
*Nota:* Tomado de: Suzuki Motor Corporation (1999), Primera Ed, Manual de mantenimiento alto 800.

### 2.1.3 Fuerzas en la zona de contacto de la llanta

En la zona de contacto de la llanta se generan fuerzas debido a la dinámica del vehículo. La norma SAE J670e (SAE, 1976) define los ejes, componentes, fuerzas y momentos generados, diferenciando la existencia de dos planos con sus respectivos ejes de coordenadas, el plano generado en la zona de contacto (llanta) y el del rin, como se evidencia en la figura 3.

Figura 3

*Coordenadas definidas según SAE J670e*



*Nota:* Tomado de: Norma SAE J670e (revisión 2008), Vehicle Dynamics Terminology.

Las fuerzas longitudinales, laterales y el momento de alineamiento generados en la zona de contacto dependen, generalmente, de los factores de deslizamiento y la carga vertical en la llanta (Guiggiani, 2014; Pacejka, 2012; Rill & Castro, 2020).

Los tres factores de deslizamiento son conocidos como el deslizamiento longitudinal, siendo el cociente entre la velocidad del rin y la zona de contacto de la llanta, el deslizamiento lateral, como el ángulo formado entre la velocidad longitudinal y lateral, y el deslizamiento de giro formado por el ángulo de guiñada en una curva y el ángulo camber (Pacejka, 2012).

La carga vertical en la llanta varía dependiendo del terreno y acción en la que se encuentra el vehículo, siendo las más importantes los momentos de aceleración, frenado y toma de curva (Guiggiani, 2014). Para análisis cuasi-estáticos, se definen las llamadas transferencias de carga, siendo la transferencia longitudinal y lateral (Guiggiani, 2014; Pacejka, 2012).

#### ***2.1.4 Método de elementos finitos MEF***

El método de elementos finitos consiste en dividir un dominio en subdominios conocidos como elementos, donde las ecuaciones diferenciales que modelan el fenómeno físico a estudiar pueden ser resueltas con las funciones de aproximación o de forma propuestas en cada nodo del elemento (Madenci & Guven, 2006). Luego, estas funciones son ensambladas en forma matricial como  $KU=F$  y procesadas para cumplir con las condiciones de contorno, obteniendo el resultado de todos los elementos. El método variacional es la forma más utilizada para resolver problemas de elementos, siendo conocido como el principio de energía mínima en mecánica de sólidos (Chaskalovic, 2008). El propósito de este método es flexibilizar la función que cumpla las propiedades necesarias para resolver la ecuación diferencial, ya que la ecuación no tiene que cumplir exactamente con los requerimientos de la formulación original en todo el dominio de

análisis (Rubio G. & Víctor, 2010). La matriz de rigidez obtenida es expresada en la siguiente ecuación:

*Matriz de rigidez*

$$K = \int B^T D B dV$$

**Donde** *B* es la matriz diferencial de las funciones de forma de cada elemento y *D* es la matriz de propiedades del material.

### **2.1.5 Modelo de un cuarto de vehículo**

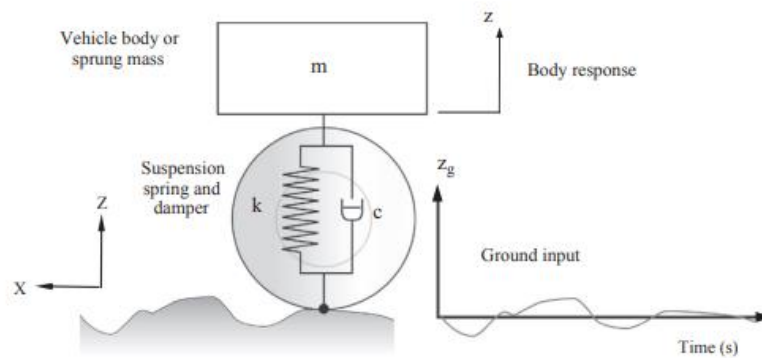
Por lo general, los sistemas de suspensiones son aislados de las masas suspendidas (elementos que no tienen contacto directo con el piso) por medio de un modelo simplificado conocido como el modelo de un cuarto de vehículo, donde se analiza individualmente la respuesta de una llanta al trayecto, estudiando las frecuencias de las vibraciones producidas (Blundell & Harty, 2015).

Si se idealiza la rueda de un vehículo como un cuerpo rígido, el modelo dinámico de la suspensión más común en la literatura considera un grado de libertad, donde se tiene una masa suspendida *M*, una suma de elementos de rigidez en donde el resorte de la suspensión aporta mayor cantidad *K* y una amortiguación producida por el pistón *C*. La figura 4 resume el modelo.

Aunque el modelo anterior es de gran importancia para determinar la ecuación de transferencia básica entre la suspensión y la geometría del trayecto, es un modelo muy simplificado. Los estudios más robustos utilizan modelos de dos o más grados de libertad, como se puede ver en la figura 5, permitiendo la integración de nuevas variables de importancia como lo es la masa no suspendida (peso de la suspensión y llantas) (Nouri et al., 2011).

Figura 4

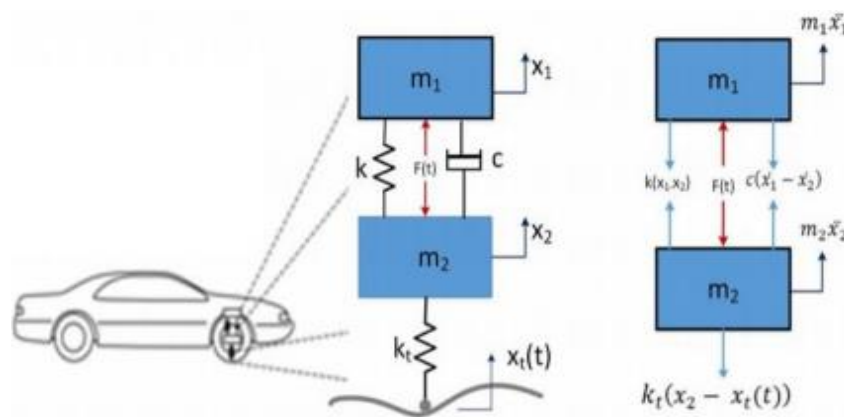
*Modelo de 1 GDL suspensión.*



*Nota:* Tomado de Blundell, M., & Harty, D. (2014). The Multibody Systems Approach to Vehicle Dynamics. Capítulo 4 (Blundell & Harty, 2015).

Figura 5

*Un cuarto de vehículo modelado con 2 GDL.*



*Nota:* Tomado de M. Muzakkir Ahamed and L. (2022). Structural and dynamic analysis of automotive quarter car model suspension system for different materials.(Muzakkir Ahamed & Natrayan, 2022)

### ***2.1.6 Vibraciones en el cuerpo humano***

La norma ISO 2631-1 establece los límites de exposición a las vibraciones mecánicas que pueden afectar al cuerpo humano en diversas situaciones, como al trabajar con herramientas manuales o al viajar en vehículos. Esta norma se centra específicamente en las vibraciones transmitidas a través del cuerpo humano (International Organization for Standardization ISO, 1997).

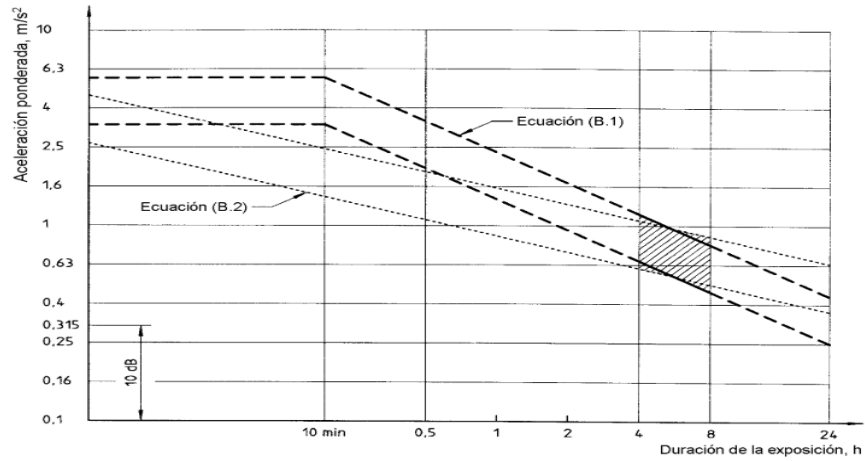
Por lo general, las pruebas experimentales para comprobar la efectividad de la amortiguación son medidos con acelerómetros. El estándar ISO 2631-1 da los parámetros necesarios para tratar las señales obtenidas en aceleración para cualquier exposición del cuerpo humano a maquinaria rotativa en cualquiera de los ejes principales, además de dar un rango de aceleraciones donde la afectación al confort de los pasajeros se hace más grave.

La Norma ISO 2631-1 identifica tres casos de estudios para tener en cuenta en cualquier análisis de vibraciones en el cuerpo humano. La afectación de salud, el bienestar y percepción de la vibración y el mal del movimiento. La respuesta del individuo es dependiente del tiempo de la exposición. Para los estudios de afectación de la salud y mal del movimiento se recomienda una toma de medida de 8 horas, aunque la norma expone gráficas para diferentes periodos de tiempo, como se evidencia en la figura 6.

En el caso de la aceleración, la norma establece que los límites para la exposición a vibraciones en el eje vertical deben ser de  $0,5 \text{ m/s}^2$  para una exposición diaria de hasta 8 horas, y de  $1,15 \text{ m/s}^2$  para una exposición de 15 minutos.

Figura 6

*Aceleración ponderada promedio para distintas duraciones de exposición.*



*Nota:* Tomado de norma NTC-ISO 2631-1 (revisión 2012). Vibraciones y Choques Mecánicos. Evaluación de la exposición humana a las vibraciones de cuerpo entero. (International Organization for Standardization ISO, 1997).

## 2.2 Método

### 2.2.1 Características del vehículo modificado

Se analizaron las propiedades de peso del vehículo modificado, con el objetivo de definir geoméricamente el centro de gravedad del automóvil. Este procedimiento requiere conocer el peso de cada uno de los componentes y sus respectivas posiciones respecto al vehículo.

El automóvil modificado se muestra en la figura 7. El vehículo tiene un peso de 757 kg sin pasajeros y tiene un máximo de carga de 1184 kg (Suzuki, n.d.). En la modificación realizada al vehículo se removieron y añadieron nuevos componentes, mostrados en la tabla 1. Este auto cuenta con una distancia entre ejes de 2360 mm y una longitud de eje frontal de 1295 mm.

Tabla 1

#### *Cambios realizados en el vehículo*

<b>Elementos removidos</b>	<b>Peso en kg</b>
Motor a gasolina F8D	77
Caja de cambios de 5 velocidades	50
Tanque de gasolina	25.2
<b>Elementos añadidos</b>	
Paquete de baterías ( $W_b$ )	170
Motor eléctrico ( $W_{me}$ )	45

Para los análisis estáticos, el peso del chasis fue tomado con cuatro pasajeros, cada uno con un peso de 80 kg. Con el nuevo peso y las posiciones aproximadas de cada elemento añadido, se

realizó un balance de fuerzas estático, obteniendo como resultado las reacciones en el eje frontal, trasero y la posición longitudinal del nuevo centro de gravedad.

Figura 7

*Suzuki alto 800 modificado*



Para el análisis estructural, se tomaron las siguientes propiedades y materiales:

El material de la mangueta es de fundición de hierro dúctil, cuyo esfuerzo a la fluencia se encuentra en los rangos de 320 a 1200 MPa, dependiendo del porcentaje de sus componentes. Para este análisis, se tomó una fundición dúctil 120-90-02, con un esfuerzo a la fluencia de 621 MPa.

Los brazos de control son hechos en acero o en aleación de acero, con un esfuerzo a la fluencia característico mayor a 200 MPa. Para el análisis, se tomó un acero 4140, con un esfuerzo de 415 MPa.

El material más utilizado para fabricar resortes en suspensiones es el acero, en especial, el de más alto porcentaje de carbono. El rango del módulo de Young y de corte es 200-220 GPa y 80-120

GPa respectivamente. Se tomo un acero con un módulo de Young y al corte de 200 GPa y 80 GPa. Se tomaron las mismas propiedades para la barra a torsión del vehículo.

Para el análisis de vibraciones, se necesita la rigidez del neumático y el coeficiente de amortiguamiento de la suspensión. Se encontró en el Suzuki 800 un amortiguador cuyo valor ronda los 2000 N-s/m (Tare & Dharankar, 2016) . Para la rigidez del neumático, según la literatura para un vehículo con una reacción parecida, se tomó un valor de 140000 Nm (Aparicio & Gómez, 2022; Duarte Gutiérrez & Gonzalez Mantilla, 2022). Por último, la masa no suspendida fue obtenida del modelo CAD luego de añadir los respectivos materiales. Se encontró una masa del conjunto de 50 Kg

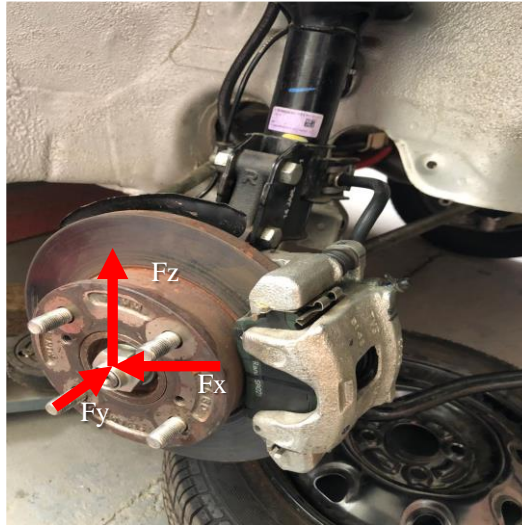
### ***2.2.2 Condiciones de carga***

El parche de contacto de la llanta es la zona donde las fuerzas producto de la dinámica entre el vehículo y la carretera se producen (Rill & Castro, 2020). Estas cargas son transmitidas a la suspensión por medio de la junta de dirección. En la figura 8 se evidencia el punto donde las cargas actúan en la suspensión MacPherson del vehículo.

Múltiples modelos empíricos han sido desarrollados para estimar las fuerzas aplicadas en la zona de contacto. El modelo más utilizado en el análisis de llantas es la fórmula de Pacejka (Pacejka, 2012), ecuación 1.

Figura 8.

*Junta de dirección del vehículo modificado.*



*Nota: Fx fuerza longitudinal, Fy, fuerza lateral, Fz carga vertical o fuerza normal.*

Ecuación 1

*Fórmula de Pacejka.*

$$F_i = F_z D \sin(C \operatorname{atan}(Bx - E(Bx - \operatorname{atan}(Bx))))$$

**Donde:**  $F_i$  representa la fuerza longitudinal o lateral,  $x$ , deslizamiento longitudinal o su ángulo,  $B$ , coeficiente de rigidez,  $C$ , coeficiente de forma,  $D$ , valor máximo u óptimo de carga y  $E$ , factor de curvatura.

Los coeficientes utilizados en la fórmula de Pacejka son dependientes del ángulo de camber y propiedades de la llanta y carretera. Para las situaciones analizadas, se tomaron los valores mostrados en la tabla 2.

El coeficiente  $D$  corresponde a la fricción existente entre la llanta y la carretera. El valor fue modificado para ajustarse a las normas y estudios realizados en carreteras Colombianas (Remolina Caviedes et al., 2019) - (Invias, 2008). El coeficiente  $C$  fue modificado para estar acorde al valor recomendado en la literatura de la fórmula (Pacejka, 2012).

Tabla 2

*Coefficientes para el análisis de fuerzas.*

<b>Coefficiente</b>	<b>Frenado</b>	<b>Curva</b>
B	10	10
C	1.65	1.3
D	0.6	0.25
E	0.97	0.97

*Nota:* Coeficientes tomados del módulo de simulación MATLAB (Simscape Matlab, 2011)

La carga vertical varía dependiendo de la maniobra dinámica del vehículo. Las variaciones donde la suspensión frontal se ve mayormente afectada son las de frenado y aceleración, en donde se produce una transferencia de carga vertical (Aparicio & Gómez, 2022; Duarte Gutiérrez & Gonzalez Mantilla, 2022; Guiggiani, 2014). El cálculo de la transferencia de carga longitudinal,  $\Delta Z_l$ , es dado por la ecuación 2:

Ecuación 2

*Transferencia de carga longitudinal*

$$\Delta Z_l = \frac{ma_x H}{L} + \frac{J_{zx} r^2}{L} \approx \frac{ma_x H}{L}$$

**Donde:** m, masa del vehículo,  $a_x$ , aceleración longitudinal, H, altura del centro de gravedad con respecto a la carretera, L, distancia entre ejes. El componente producto del momento de inercia  $J_{zx}$  es considerado ínfimo en vehículos comerciales (Guiggiani, 2014).

De igual forma, cuando el automóvil toma una curva, se produce una transferencia de carga lateral,  $\Delta Z_c$ , produciendo una mayor fuerza vertical en la llanta exterior a la curva. Esta transferencia, única para la suspensión frontal y trasera, es dada por la ecuación 3 (Guiggiani, 2014) y es dependiente de la geometría y propiedades de la suspensión.

Ecuación 3

*Transferencia de carga lateral para la suspensión frontal*

$$\Delta Z_c t = \frac{k_{\phi 1}}{k_{\phi}} Y(H - q^b) + Y_1 q_1$$

**Donde:** Donde  $k_{\phi 1}$ , es la rigidez de la suspensión ante el volcamiento (roll),  $k_{\phi}$ , la rigidez total ante el volcamiento de las dos suspensiones (frontal y trasera),  $Y$ , fuerza lateral en el centro de gravedad,  $Y_1$  la reacción ante la fuerza lateral en la suspensión frontal,  $q_1$ , altura en la que se encuentra el centro de volcamiento de la suspensión frontal,  $t$ , es el ancho del eje frontal y  $q^b$ , altura desde el suelo hasta el eje de volcamiento. Es de importancia aclarar que se consideran las deformaciones de la llanta como ínfimas. Obteniendo la transferencia de carga frontal, se procede a encontrar la fuerza vertical total en la llanta crítica.

La instalación de la barra estabilizadora o ARB afecta directamente en la resistencia del vehículo al volcamiento (Kumar et al., 2022). La rigidez de una barra torsional sencilla es dada por la ecuación 4:

Ecuación 4

*Cálculo rigidez de la barra torsional (ARB)*

$$\frac{1}{K_{be}} = \frac{1}{K_{bs}} + \frac{2}{K_{vv}}$$

**Donde:**  $K_{be}$  es la rigidez de la barra estabilizadora,  $K_{bs}$ , la sección de la barra a torsión y  $K_{vv}$  son las dos secciones modeladas como voladizos.

En el análisis, se tomaron los dos casos donde la suspensión frontal se encuentra en máxima carga. Estas situaciones son: vehículo frenando y vehículo tomando una curva.

Situación de frenada pura, en carretera plana, con agarre uniforme y con una velocidad con dirección totalmente longitudinal. En este caso, las fuerzas laterales son despreciables. El vehículo tiene una velocidad de 60 km/h antes del frenado, y, según las normas de tránsito colombianas (Secretaría de tránsito, 2002), debe existir una separación mínima entre vehículos de 25 metros para frenar.

Debido a que el vehículo Suzuki alto 800 cuenta con sistema ABS (antibloqueo de direccional), los valores que puede tomar el coeficiente de deslizamiento longitudinal no pueden sobrepasar un intervalo de trabajo óptimo durante el frenado (Hartikainen et al., 2015). El rango donde la fuerza de frenado máxima es obtenido entre 0.1 – 0.3 de deslizamiento longitudinal en vehículos comerciales (Zhang & Guo, 2015). Para el Suzuki Alto, se tomó un valor de 0.15.

Para el cálculo de la transferencia lateral en una curva, se tomaron los valores proporcionados por el ministerio de construcción de vías (Invias, 2008), donde se especifica un radio de curvatura mínimo de 113 m para una velocidad de 60km/h.

Se obtuvieron las transferencias de carga para cada caso especificado, calculando la reacción vertical respectiva para la llanta crítica para poder ser utilizada junto a la fórmula mágica para encontrar las fuerzas laterales y longitudinales en cada caso.

### ***2.2.3 Esfuerzos estructurales por método de elementos finitos (MEF)***

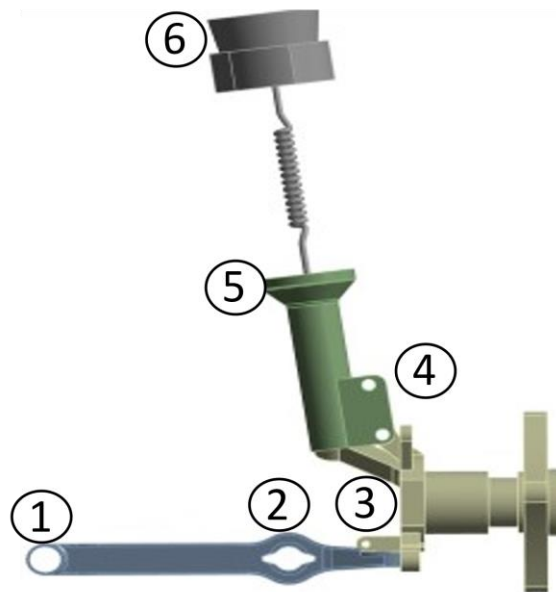
Con las situaciones de carga, se procedió a realizar el modelo de la suspensión en un software CAD para poder ser implementado en un programa de solución de elementos finitos, con el objetivo de obtener los esfuerzos estructurales. El modelo con las conexiones enumeradas es

mostrado en la figura 9. Para el análisis estático, se modelan como flexibles el amortiguador, junta de dirección y el brazo de control, el resto de las partes son considerados rígidos y no son tomados en cuenta en este trabajo.

Las conexiones y condiciones de contorno son dadas como: 1. Revoluta entre chasis y brazo de control 2, Unión con la barra torsional, 3, Junta esférica, 4 Revoluta en los pines entre junta y el amortiguador, 5 Conexión longitudinal con respecto al eje del amortiguador para permitir el desplazamiento del resorte, 6 Fijo.

Figura 9

*Ensamblado suspensión MacPherson.*



Debido a que las medidas del resorte fueron tomadas cuando el vehículo se encontraba elevado, es necesario conocer la compresión inicial debido al peso del automóvil para obtener la variación de alturas en los diferentes casos. Se realizó un análisis dinámico rígido, calculando el valor de deformación del resorte, este valor será usado como precarga para los diferentes casos.

Para asegurar que los resultados no cambien según la malla utilizada, se realizó un estudio de independencia de malla.

#### ***2.2.4 Vibraciones mecánicas en un cuarto de suspensión***

Para comprobar el confort de los pasajeros, se realizó un análisis vibratorio en un modelo de un cuarto de suspensión, el cual es muy usado en la actualidad por diseñadores para obtener una aproximación básica, pero útil, acerca de la respuesta vibratoria del vehículo (Barton & Fieldhouse, 2018; Guiggiani, 2014; Preda, 2016; Rill & Castro, 2020).

Se obtuvo el espacio de estado del modelo de dos grados de libertad propuesto. Las variables de resultado (desplazamiento del chasis y la llanta) son modelados utilizando el paquete SimuLink del software Matlab. Para la entrada del terreno se utilizó una señal sinusoidal de amplitud de 2 mm con una frecuencia de 1 Hz, afectada por una señal aleatoria con rangos de amplitud de 5 mm a 1 cm simulando una situación de carretera. Además, a los 4 segundos del análisis se añadió un bache con amplitud de 8 cm.

La señal resultante fue derivada para conseguir su comportamiento en aceleración. Los datos de aceleración fueron posteriormente tratados con los diferentes filtros expuestos por la norma, obteniendo así la aceleración ponderada, utilizada para predecir la afectación del confort al usuario.

La norma específica 3 clases de estudio: la afectación a la salud, la percepción de molestia y el mal del movimiento. Para el trabajo a continuación solo es usado el segundo estudio, aunque se puede extrapolar para los demás, si se espera que la respuesta del modelo sea constante a través del tiempo, cumpliendo con el tiempo de toma de datos recomendado de 8 horas.

### 3. Resultados

#### 3.1 Reacción estática vehículo modificado

El proceso de cálculo es mostrado en el Anexo A.

Se calculó la reacción estática de la suspensión frontal mediante un análisis estático. Conociendo el peso del vehículo sin pasajeros y carga, como fue indicado en la sección 2.2.1, se sustraen los pesos de los componentes retirados y se añade el peso del conjunto de pasajeros, siendo el valor resultante el término  $W_c$ , de 928 Kg. Su posición de acción es aproximadamente la mitad del ancho del automóvil. Utilizando las distancias medidas de los componentes instalados y sus respectivos pesos, donde  $W_{me}$ , es el peso del motor eléctrico,  $W_b$  el peso de las baterías. Se calculan las reacciones, obteniendo una reacción trasera de  $Z_t = 6907$  N y una frontal de  $Z_f = 4323$  N.

$$W_{me} + W_c + W_b - Z_f - Z_t = 0$$

$$(0.3)W_{me} - (1.33)W_c - (2.36 + 0.22)W_b + (2.36)Z_t = 0$$

Además, se obtuvo la posición longitudinal del nuevo centro de gravedad del vehículo, siendo  $a = 1.452$  m la distancia desde la suspensión frontal al centro de gravedad y  $b = 0.9085$  m la distancia entre la suspensión trasera y el centro de gravedad.

Debido al desplazamiento del centro de gravedad, la repartición del peso cambió a un 63% en la parte trasera, una variación importante, ya que el Alto 800 fue diseñado para tracción delantera.

#### 3.2 Condiciones de carga

El cálculo de la transferencia de carga y la fuerza longitudinal es evidenciado en el Anexo B.

Con las condiciones enunciadas para el frenado en la sección 2.2.2, se obtiene una desaceleración de  $5.555 \text{ m/s}^2$ . Utilizando una altura de centro de gravedad de  $0.5 \text{ m}$  respecto al suelo, se calcula la transferencia de carga longitudinal debido al frenado  $\Delta Z_l$ .

$$\Delta Z_l = \frac{(1144.8)(5.555)(0.5)}{2.36} = 1348 \text{ N}$$

Sumando la transferencia de carga a la reacción estática, y dividiendo para obtener la reacción en una rueda  $Z_{11f}$ :

$$Z_{f_{Freno}} = 4323 + 1348 = 5671 \text{ [N]}$$

$$Z_{11f} = \frac{5671}{2} = 2836 \text{ N}$$

El proceso de cálculo para la transferencia de carga y la fuerza lateral es explicado con detalle en el Anexo C.

Se define la aceleración lateral debido a las condiciones de la curva, obteniendo una aceleración  $a_y = 2.458 \text{ m/s}^2$ .

Con la aceleración, se encuentra la fuerza lateral en el centro de gravedad  $Y = 2813.92 \text{ N}$  y la reacción a esta fuerza en la suspensión frontal,  $Y_1$ :

$$Y_1 = \frac{Yb}{l} = \frac{(2813.918)(0.9085)}{2.36} = 1083 \text{ N}$$

La altura en la que se encuentra el centro de volcamiento para la suspensión frontal,  $q_1$ , depende de la geometría de la suspensión. Utilizando el software CAD para obtener  $q_1$  para una suspensión MacPherson (Guiggiani, 2014), se encuentra una altura de  $0.08780 \text{ m}$ .

Obtenido  $q_1$  y asumiendo un  $q_2$  cercano a las llantas traseras debido a que se trata de una suspensión rígida, de 0.4 m, se genera el eje de volqueo. Se mide la altura en la que se forma la intersección con la línea de acción del centro de gravedad,  $q^b = 0.28$  m.

$k_{\phi 1}$  es la rigidez ante el volqueo de la suspensión frontal, la cual está compuesta por el resorte y la barra torsional ARB. Calculando la rigidez de los dos elementos con respecto a la rueda, se obtiene una rigidez de resorte de 11.09 N/mm y para la barra torsional de 4.5 N/mm. Por lo que:

$$k_{\phi 1} = \frac{t^2(4500 + 11090)}{2\left(\frac{360}{2\pi}\right)} = 228 \frac{\text{Nm}}{\text{grados}}$$

Asumiendo una rigidez ante el volqueo de las dos suspensiones,  $k_{\phi}$ , de 600 Nm/(grados) (Suspension Secrets UK, 2018), Se calcula la transferencia de carga lateral para la rueda frontal exterior a la curva,  $\Delta Z_c$ , de 255 N. Sumando la transferencia con la carga estática, la rueda crítica del sistema frontal  $Z_{11L}$  de 2417 N.

Obteniendo las cargas verticales para cada caso, se utiliza la ecuación de Pacejka para obtener las fuerzas generadas en la llanta. Para el frenado, una fuerza longitudinal,  $f_{frenado}$  de 2122 N. En la toma de curva, cuando la llanta tiene un ángulo de deslizamiento de 5 grados, una  $f_{lateral}$  de 965 N.

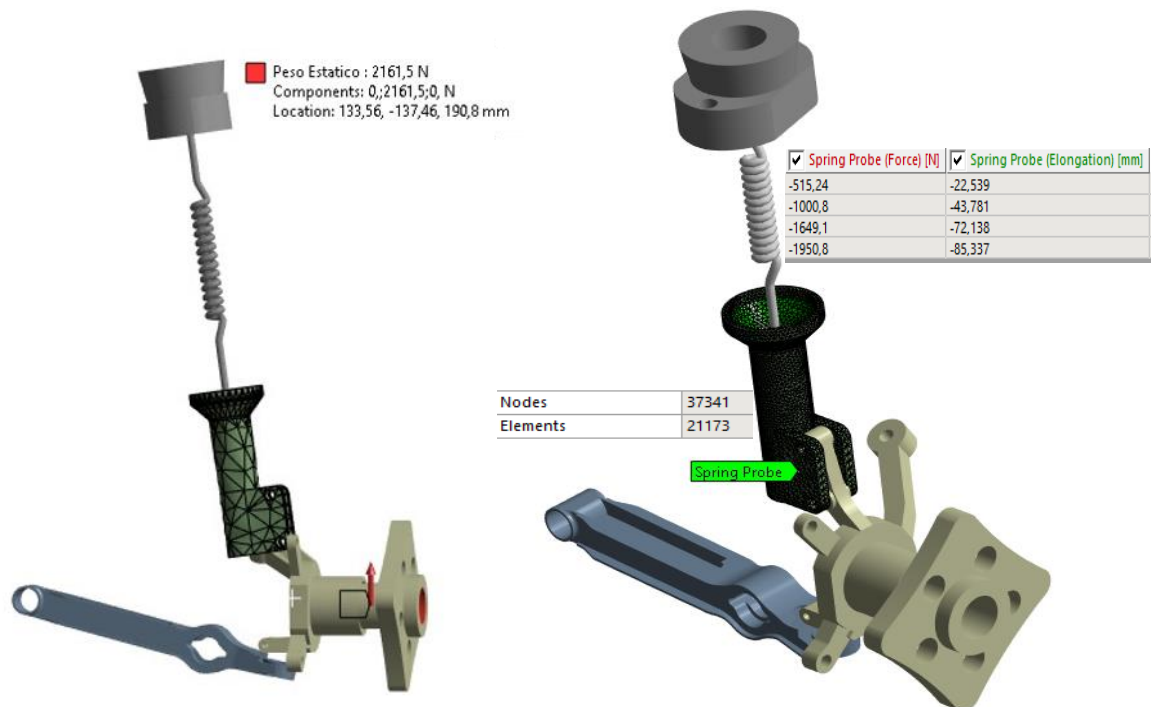
### 3.3 Análisis estructural

Por medio del software FEM, se establecen las condiciones de carga estática, siendo 2161 N para una sola rueda. Por medio del análisis de estática rígida mostrado en la figura 10 (a), se comprueba la compresión del resorte de 86 mm, figura 10 (b), debido al peso del vehículo, produciendo una fuerza de 1951 N.

Debido a la nueva reacción estática en la suspensión frontal, es de esperar que la nueva compresión del resorte sea menor a la del vehículo original.

Figura 10

*Compresión del resorte debido al peso del vehículo. (a) Carga, (b) Resultado.*

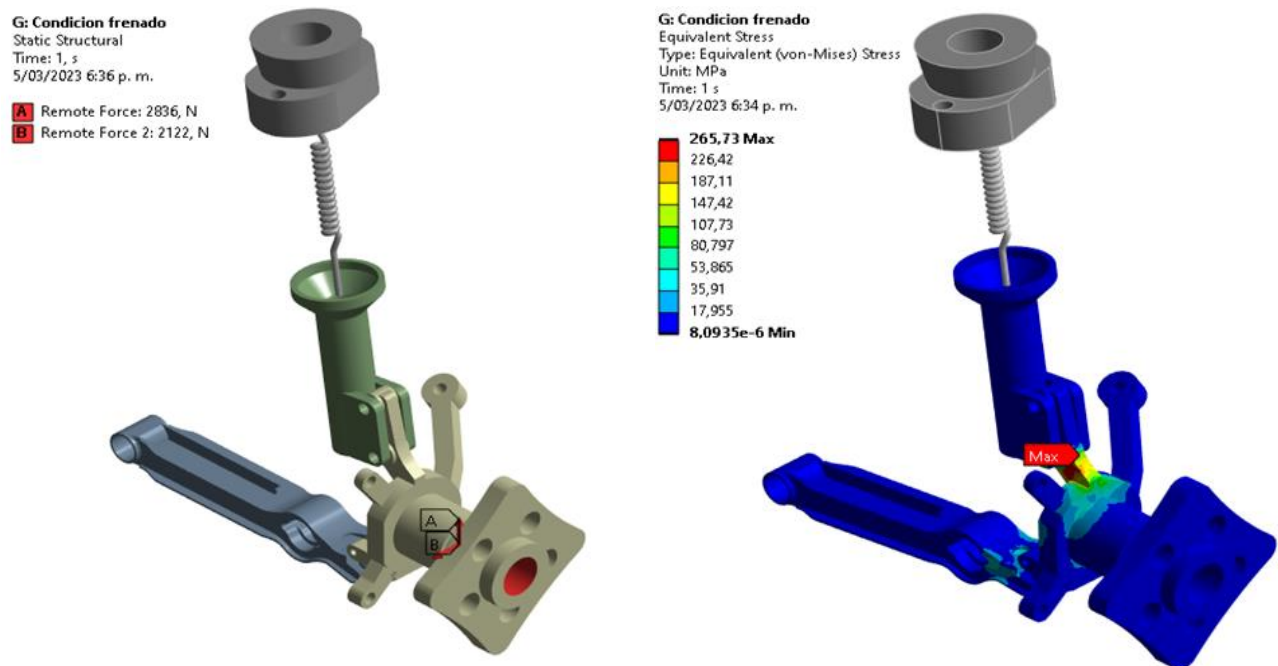


Se procede a analizar la respuesta estructural de la suspensión para los distintos casos, utilizando como precarga el valor anteriormente calculado en el resorte. En la figura 11 (a), el punto de aplicación las fuerzas debido al caso de frenado.

Para lograr el equilibrio estático, el resorte debe comprimirse aproximadamente 40 mm adicionales a los comprimidos por la estática del vehículo, obteniendo un esfuerzo máximo en la conexión entre el amortiguador y la mangueta de 265 MPa, como es mostrado en la figura 11 (b), resultando en un factor de seguridad de 2.4.

Figura 11

*Caso de frenado (a) Condiciones de carga en frenado, (b) Esfuerzos equivalentes.*



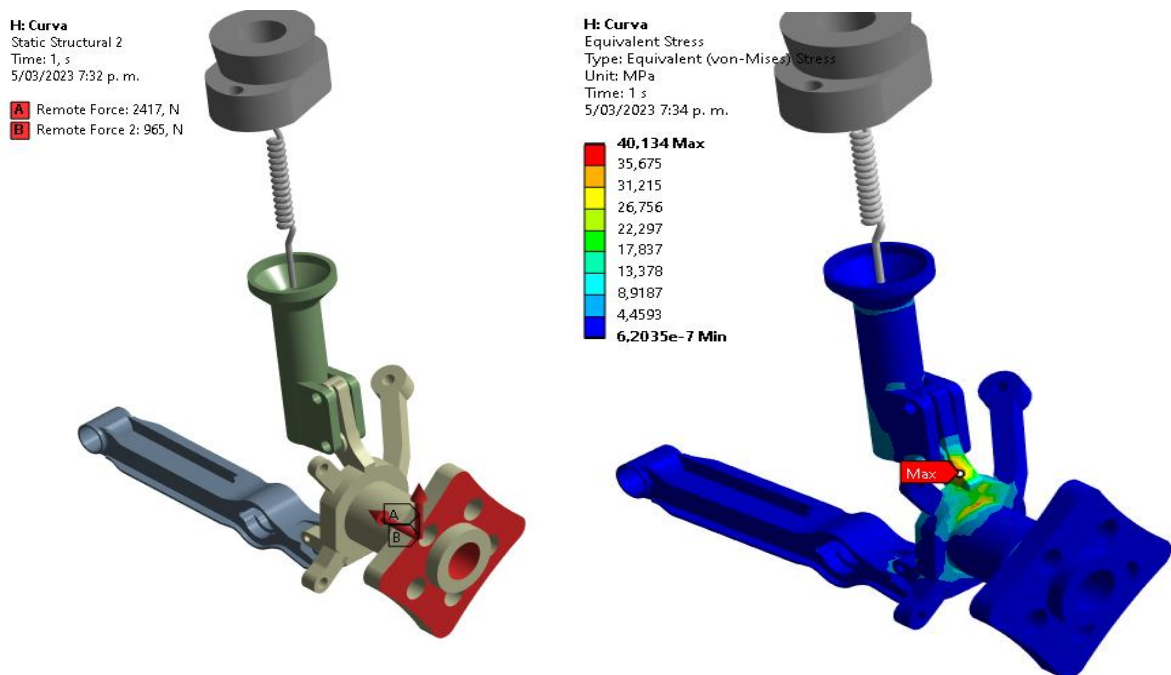
Se evidencia la función de la barra torsional en el sistema MacPherson original, haciendo de elemento estructural para resistir a las fuerzas longitudinales debido al frenado. En el brazo de control se obtiene un esfuerzo máximo de 88 MPa y un factor de seguridad de 4.8.

En el caso de curva, mostrado en la figura 12 (a), se encuentra un esfuerzo máximo de 40 MPa, como se ve en la figura 12 (b), nuevamente en la mangueta de la suspensión. El esfuerzo máximo en el brazo de control es de 7.5 MPa. Con estos resultados, se obtienen factores de seguridad de 15 y 55 respectivamente.

El brazo de control en la suspensión MacPherson es diseñado para aguantar las fuerzas laterales producto de la curva, por lo que era esperado encontrar bajos esfuerzos en el brazo, también conociendo que la transferencia de carga lateral se vio disminuida en la suspensión frontal debido a la nueva configuración del vehículo.

Figura 12

*Caso de toma de curva (a) Condiciones de carga tomando una curva, (b) Esfuerzos equivalentes.*



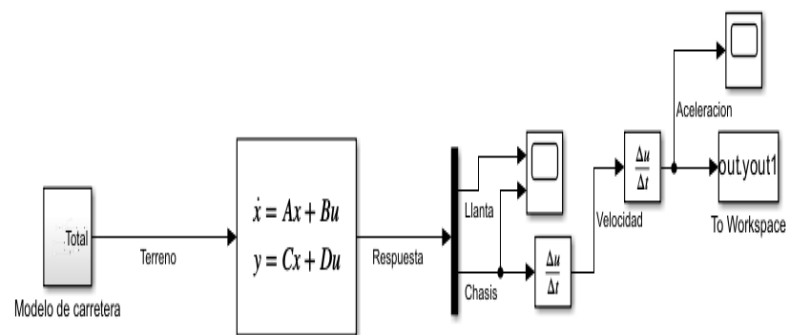
### 3.4 Análisis vibratorio en un cuarto de vehículo

El modelo de espacio de estado es desarrollado en el Anexo E.

El modelo utilizado es mostrado en la figura 13. El resultado en desplazamiento es mostrado en la figura 14. Se evidencia el bache encontrado en el tiempo de 4 segundos de la simulación, además de como el desplazamiento obtenido en el chasis es más estable que en la llanta, demostrando la actuación del amortiguador.

Figura 13

*Modelo de espacio de estado en SimuLink.*



Una vez derivada la señal, se implementaron todos los filtros propuestos por la norma ISO 2631(International Organization for Standardization ISO, 1997) para el análisis en el eje z (ponderación  $W_k$ ). En la figura 15 se muestra la comparación entre la señal original y la filtrada.

Para la filtración de la señal, se discretizo el resultado obtenido en el modelo. Para esto, se eligió una frecuencia de muestreo de 1000 Hz, una frecuencia común para un acelerómetro comercial. De igual forma, los filtros encontrados en la norma ISO 2631 son representados en el dominio de la frecuencia, por lo que es necesario digitalizar la función de ponderación final, haciendo posible su interpretación en el dominio del tiempo(International Organization for Standardization ISO, 1997). Para este proceso, se tomó el mismo valor de frecuencia de muestreo.

Figura 14

*Respuesta en desplazamiento del chasis y la suspensión*

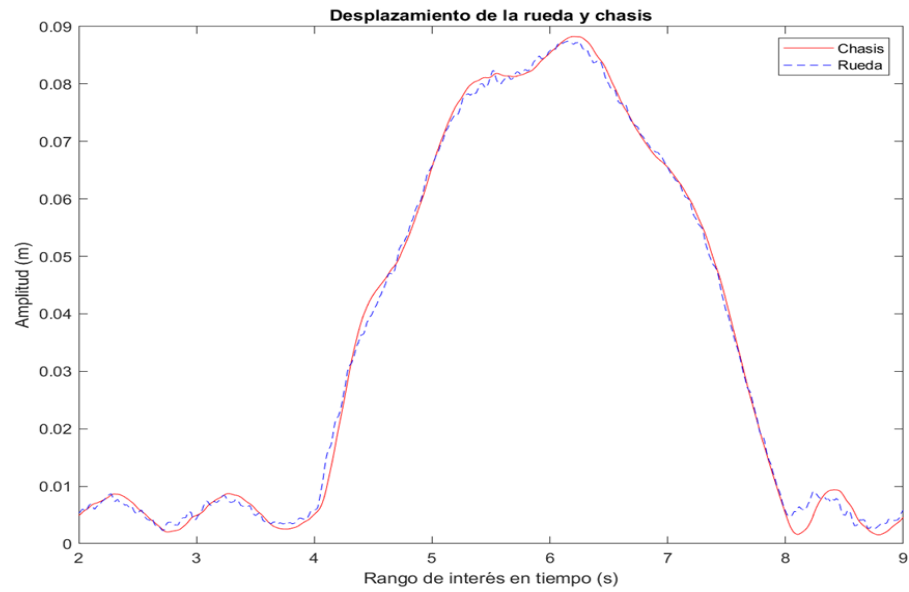
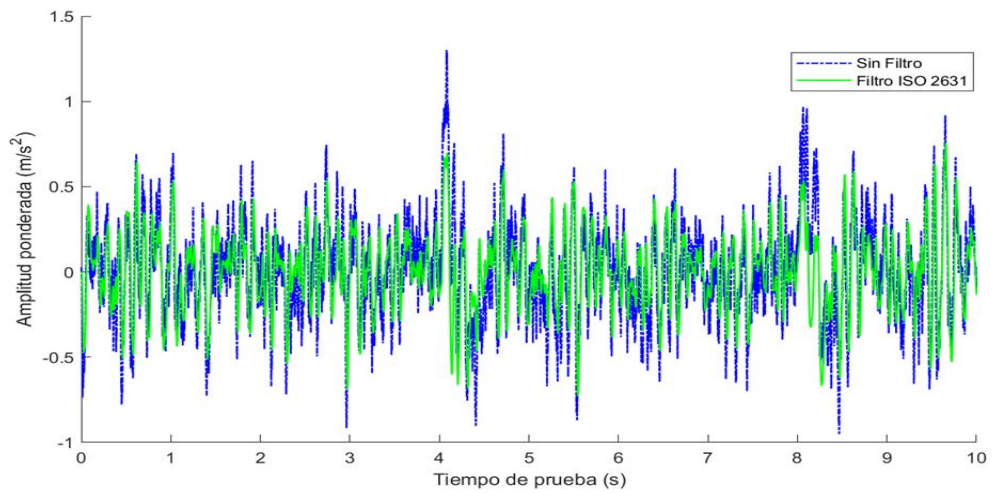


Figura 15

*Aceleración ponderada ISO 2631 Vs Aceleración normal*



Debido a que la percepción de molestia depende de otras variables como el tiempo de incidencia o expectativa a la vibración del pasajero, impidiendo la implementación de un límite claro en la norma, si se establecen unos valores indicativos de reacción del pasajero, mostrados en la tabla 3. Se evidencia que, en el tiempo en el que el vehículo toma el sobresalto y sale de él, se encuentran los máximos valores en aceleración de la señal original. Una vez filtrada, la aceleración ponderada máxima, evidenciada en el tiempo donde se presenta el sobresalto, es de  $0.72 \text{ m/s}^2$ , encontrándose en el rango de 0.5 a 1 dado por la norma, indicando una respuesta algo molesta en el usuario. Sin embargo, el valor promedio en el tiempo de la simulación es de  $0.217 \text{ m/s}^2$ , posicionándose en el rango de no molesta para el usuario.

Tabla 3

*Valores de referencia para la reacción del pasajero*

Aceleración ponderada ( $\text{m/s}^2$ )	Descripción del usuario
Menor a 0.315	No molesta
Entre 0.315 a 0.63	Un poco molesta
Entre 0.5 a 1	Algo molesta
Entre 0.9 a 1.6	Molesta
Entre 1.3 a 2.5	Muy molesta
Mayor a 2.5	Extremadamente molesta

**Nota:** Tomado de: Vibraciones y choques mecánicos, NTP-ISO 2631-1, revisión 2012. (International Organization for Standardization ISO, 1997)

### 3.5 Discusión.

Es evidente que la transformación del vehículo ha generado un cambio en las reacciones verticales estáticas en las llantas, producto del cambio del centro de gravedad longitudinal del vehículo. En un principio, el Alto 800 fue diseñado para tener un centro cercano a la parte frontal, debido a que es donde se encontraba el motor a combustión. Debido a que fue removido por un motor eléctrico más liviano y agregado el peso de las baterías en la parte posterior, el centro de gravedad se ha desplazado. El resultado obtenido tiene coherencia con lo esperado, aunque un estudio con básculas es necesario para conseguir con exactitud la posición longitudinal y la altura del centro de gravedad.

La transferencia de carga debido al frenado ha aumentado debido al incremento del peso del vehículo con respecto al original, pero se evidencia que la resultante total vertical, la suma de la transferencia con la reacción estática, es menor a la del vehículo inicial, debido a que el aporte de la reacción estática es mayor que el aumento evidenciado en la transferencia de carga. De igual forma, la transformación del vehículo afecta los términos de transferencia de carga lateral, principalmente la reacción lateral de la suspensión debido al cambio del centro de gravedad, por lo que se espera una transferencia de carga lateral menor con respecto a la original.

Los resultados obtenidos del análisis estático mediante el software MEF comprueban que la suspensión frontal es más que suficiente para soportar las diferentes situaciones dinámicas. La zona crítica encontrada para los dos casos corresponden a la zona de unión entre la mangueta y el amortiguador. Los valores obtenidos y la zona crítica para la situación de frenado corresponden a los encontrados en la literatura de una suspensión MacPherson (Gong-Xue & Yuan, 2017).

Debido a que un análisis de al menos 4 horas es recomendado para realizar el estudio de la norma ISO 2631 en los aspectos de salud y el mal de movimiento, se optó por el segundo aspecto,

la percepción y bienestar del pasajero. La Figura 15 demuestra la efectividad de la suspensión frontal para reducir las aceleraciones percibidas por el usuario. El sobresalto produce un efecto de notorio en la percepción del usuario en su inicio y final, en el rango de los 4 a 8 segundos. En la mayoría del trayecto se percibe unas aceleraciones que son no molestas a molestas, como es indicado por la figura y la aceleración promedio ponderada de la gráfica. Hay que tener en cuenta que los resultados obtenidos dependerán totalmente de las características de la carretera, que fueron tomadas como aleatorias para este análisis. Si se espera que el resto del trayecto tenga un comportamiento parecido al expuesto, el uso del vehículo es seguro para 8 horas continuas utilizando el modelo establecido, debido a la aceleración ponderada promedio obtenido, de  $0.217 \text{ m/s}^2$ , aunque esto significaría considerar las cuatro suspensiones del vehículo como similares, por lo que es necesario un análisis de, por lo menos, la suspensión trasera.

#### 4. Conclusiones

La transformación del vehículo Alto 800 para funcionar eléctricamente resultó en una variación en la posición longitudinal de su centro de gravedad, lo que afectó la distribución de carga estática entre la suspensión frontal y trasera. Para la configuración original del vehículo, la relación entre la reacción frontal y la trasera era aproximadamente 0.45:0.55 entre la suspensión trasera y frontal. Para la configuración con motor eléctrico, la relación de las cargas es 0.63:0.37.

Se obtuvieron las reacciones de la suspensión para los casos de carga de frenado y toma de curva, obteniendo valores de carga vertical de 2836 N y 2417 N, además de las reacciones longitudinales y laterales por medio de la ecuación de Pacejka, siendo equivalentes a 2122 N y 965 N. Con las cargas calculadas se obtuvieron las distribuciones de esfuerzos y desplazamientos mediante el método de elementos finitos (MEF). De esta manera, se verifica con los factores de seguridad encontrados que la transformación del vehículo no afecta estructuralmente al sistema. La zona crítica es encontrada en la unión de la mangueta con la amortiguación, con un valor máximo de esfuerzo de 265 MPa.

Los desplazamientos y aceleraciones en el chasis, producidos por un bache y una carretera generada aleatoriamente, fueron calculados mediante una simulación del espacio de estado para un cuarto de vehículo, evidenciando la reacción vibratoria del sistema MacPherson mediante la utilización del estándar ISO 2631-1. El promedio de la aceleración ponderada es de  $0.217 \text{ m/s}^2$ , encontrándose dentro del rango “no molesto”. Si se espera un comportamiento similar en el resto del trayecto, la aceleración ponderada cumplirá con el criterio de afectación a la salud satisfactoriamente.

## 5. Recomendaciones

Aunque el análisis del vehículo estático fue realizado lo más aproximado posible, es recomendable utilizar basculas y gatos hidráulicos para encontrar las reacciones del vehículo en el sitio, acercándose aún más a la distribución de carga real.

Los coeficientes utilizados para la ecuación de Pacejka son un promedio general para vehículos y carreteras de ciudad. Si se desean realizar estudios para otro tipo de vehículo o de terreno, para futuros trabajos, se pueden encontrar los coeficientes mediante una prueba en un sitio especializado. Además, es evidente que los casos escogidos para el análisis solo tienen en cuenta cada valor de deslizamiento por separado. Existe la posibilidad de utilizar la ecuación de Pacejka para el caso combinado en futuros estudios.

No se tomaron en cuenta las deformaciones de la llanta en contra del volqueo para la ecuación de transferencia de carga lateral (se tomaron como rígidas). Para obtener un valor más cercano a la realidad, estas deformaciones deben tenerse en cuenta. Esto es de mayor importancia en vehículos diseñados para carreras.

El modelo de un cuarto de vehículo es utilizado por la mayoría de los estudios de vibraciones en suspensiones, en especial en estudios donde se desarrollan controles y amortiguadores variables, mejorando la respuesta vibratoria transmitida al chasis. Aunque es valioso, el modelo solo permite la implementación de la norma ISO 2631 en su componente vertical. Si se desea implementar completamente la norma, es necesario la utilización de más grados de libertad.

El trabajo investigativo realizado intenta ser una guía aproximada en donde se abarca una gran parte de los factores a tener en cuenta en el momento de realizar cualquier modificación crítica en el vehículo, abriendo la oportunidad de nuevos trabajos investigativos, como el análisis de la importancia de las barras torsionales en la transferencia de carga lateral y las implicaciones de aumentar la proporción de rigidez de las suspensiones, la optimización topológica de las piezas de la suspensión con las nuevas cargas y como la disminución de la masa no suspendida afecta la respuesta vibratoria de la suspensión.

### Referencias

- Aggarwal, A., & Chawla, V. K. (2021). A sustainable process for conversion of petrol engine vehicle to battery electric vehicle: A case study. *Materials Today: Proceedings*, 38, 432–437. <https://doi.org/10.1016/J.MATPR.2020.07.617>
- Aparicio, J., & Gómez, J. (2022). *Diseño y simulación de un sistema de suspensión para un vehículo eléctrico biplaza de tres ruedas con tracción trasera*. Universidad Industrial de Santander.
- Barton, D. C., & Fieldhouse, J. D. (2018). *Automotive Chassis Engineering* (1st ed.). Springer International Publishing. <https://doi.org/10.1007/978-3-319-72437-9>
- Blundell, M., & Harty, D. (2015). *The Multibody Systems Approach to Vehicle Dynamics* (Elsevier (ed.); 2nd ed.). Elsevier. <https://doi.org/10.1016/C2012-0-07000-7>
- Buce Maclaurin. (2018). *High speed off-road vehicles: Suspensions, tracks, wheels and dynamics* (Thomas Kurfess (ed.); 1st ed., Vol. 1). John Wiley & Sons LTD. <https://ebookcentral.proquest.com/lib/bibliouis-ebooks/reader.action?docID=5434396>
- Cascajosa, M. (2005). Suspensión. In Alfaomega (Ed.), *Ingeniería de Vehículos* (2nd ed., pp. 373–415). Tébar Flores S.L.
- Chaskalovic, J. (2008). Finite element methods for engineering sciences: Theoretical approach and problem solving techniques. In *Finite Element Methods for Engineering Sciences: Theoretical Approach and Problem Solving Techniques* (1st ed.). Springer International Publishing. <https://doi.org/10.1007/978-3-540-76343-7>
- da Silva, J. E., & Urbanetz, J. (2019). Converting a Conventional Vehicle into an Electric Vehicle (EV). *Brazilian Archives of Biology and Technology*, 62(specialissue), 19190007. <https://doi.org/10.1590/1678-4324-SMART-2019190007>

- Dehbari, S., & Marzbanrad, J. (2018). Kinematic and Dynamic Analysis for a New MacPherson Strut Suspension System. *Mechanics and Mechanical Engineering*, 22(4), 1223–1238. <https://doi.org/10.2478/mme-2018-0094>
- Dixon, J. C. (2009). Suspension Geometry and Computation. In *Suspension Geometry and Computation*. John Wiley & Sons, Ltd. <https://doi.org/10.1002/9780470682906>
- Duarte Gutiérrez, D. A., & Gonzalez Mantilla, J. P. (2022). Diseño y simulación de un sistema de suspensión para un vehículo eléctrico de cuatro ruedas [Universidad Industrial de Santander]. In 2022. <https://www.who.int/news-room/fact-sheets/detail/autism-spectrum-disorders>
- Font Mezquita, José; Dols Ruiz, J. F. (1997). *Tratado sobre automóviles* (Universidad politécnica de Valencia (ed.); 2nd ed.). Reproval, SL.
- Gong-Xue, Z., & Yuan, B. (2017). Structural strength analysis and optimum of suspension under typical working conditions. *Proceedings - 2017 Chinese Automation Congress, CAC 2017, 2017-Janua*, 3926–3930. <https://doi.org/10.1109/CAC.2017.8243466>
- Guiggiani, M. (2014). The Science of Vehicle Dynamics. In *The Science of Vehicle Dynamics: Handling, Braking, and Ride of Road and Race Cars* (1st ed., Vol. 9789401785). Springer Netherlands. <https://doi.org/10.1007/978-94-017-8533-4>
- Hartikainen, L., Petry, F., & Westermann, S. (2015). Longitudinal wheel slip during ABS braking. *Vehicle System Dynamics*, 53(2), 237–255. <https://doi.org/10.1080/00423114.2014.991332>
- International Organization for Standardization ISO. (1997). NTP-ISO 2631-1 Vibraciones y Choques Mecánicos. Evaluación de la exposición humana a las vibraciones de cuerpo entero. In *ISO 2631-1* (Rev. 2012). Aenor.
- Invias. (2008). *Manual de diseño geométrico de vías*. Invias. <https://www.invias.gov.co/index.php/archivo-y-documentos/proyectos-de-norma/11313->

manual-de-diseno-geometrico-de-carreteras-2008/file

- Kumar, Y., Siddiqui, R. A., Upadhyay, Y., & Prajapati, S. (2022). Kinematic and Structural Analysis of Independent type suspension system with Anti-Roll bar for Formula Student Vehicle. *Materials Today: Proceedings*, 56, 2672–2679. <https://doi.org/10.1016/j.matpr.2021.09.247>
- Madenci, E., & Guven, I. (2006). The finite element method and applications in engineering using Ansys®. In *The Finite Element Method and Applications in Engineering Using Ansys®* (1st ed.). Springer International Publishing. <https://doi.org/10.1007/978-0-387-28290-9>
- Matlab, S. (2011). *Tire-Road interaction*. [https://la.mathworks.com/help/sdl/ref/tireroadinteractionmagicformula.html?s\\_tid=doc\\_ta](https://la.mathworks.com/help/sdl/ref/tireroadinteractionmagicformula.html?s_tid=doc_ta)
- Muzakkir Ahamed, M., & Natrayan, L. (2022). Structural and dynamic analysis of automotive quarter car model suspension system for different materials. *Materials Today: Proceedings*, 62, 2291–2296. <https://doi.org/10.1016/j.matpr.2022.04.072>
- Nouri, K., Loussifi, H., & Braiek, N. B. (2011). Modelling and Wavelet-Based Identification of 3-DOF Vehicle Suspension System. *Journal of Software Engineering and Applications*, 04(12), 672–681. <https://doi.org/10.4236/jsea.2011.412079>
- Pacejka, H. (2012). Tire and Vehicle Dynamics. In *Tire and Vehicle Dynamics* (3rd ed.). Elsevier Ltd. <https://doi.org/10.1016/C2010-0-68548-8>
- Preda, I. (2016). Independent Suspension—The Equivalence of Model and Vehicle Parameters. *Proceedings of the European Automotive Congress EAEC-ESFA 2015*, 651–664. [https://doi.org/10.1007/978-3-319-27276-4\\_60](https://doi.org/10.1007/978-3-319-27276-4_60)
- Remolina Caviedes, E. E., Higuera, J. F., & Bahena, A. J. (2019). Procedimiento para la estimación del coeficiente de fricción neumático-vía. *Revista Logos, Ciencia & Tecnología*, 12(1).

<https://doi.org/10.22335/rlct.v12i1.1031>

Rill, G., & Castro, A. (2020). *Road Vehicle Dynamics: Fundamentals and Modeling with MATLAB* (T. & F. Group (ed.); 2nd ed.). CRC Press.

Rubio G., C., & Víctor, R. M. (2010). *Método del elemento finito: fundamentos y aplicaciones con ANSYS*. Limusa.

SAE. (1976). *Vehicle Dynamics Terminology SAE J670* (2nd ed.). SAE International.

Secretaria de tránsito. (2002). *Norma de conducción Colombiana*.  
[http://www.secretariasenado.gov.co/senado/basedoc/ley\\_0769\\_2002\\_pr002.html#:~:text=ARTÍCULO 108.,%20diez \(10\) metros.](http://www.secretariasenado.gov.co/senado/basedoc/ley_0769_2002_pr002.html#:~:text=ARTÍCULO%20108.,%20diez%20(10)%20metros.)

Suspension Secrets UK. (2018). *Ideal Spring And Roll Bar Rates*.  
<https://suspensionsecrets.co.uk/calculating-ideal-spring-and-roll-bar-rates/>

Suzuki. (n.d.). *Maruti Suzuki Alto : Alto Features, Specifications, Colours and Interior*. Retrieved November 22, 2022, from <https://www.marutisuzuki.com/alto>

Tare, H. K., & Dharankar, C. S. (2016). Determination of Damping Coefficient of Automotive Hydraulic Damper Using Sinusoidal Testing. *International Journal of Current Engineering and Scientific Research (Ijcesr)*, 3, 2394–0697.

Zhang, W., & Guo, X. (2015). An ABS control strategy for commercial vehicle. *IEEE/ASME Transactions on Mechatronics*, 20(1), 384–392.  
<https://doi.org/10.1109/TMECH.2014.2322629>

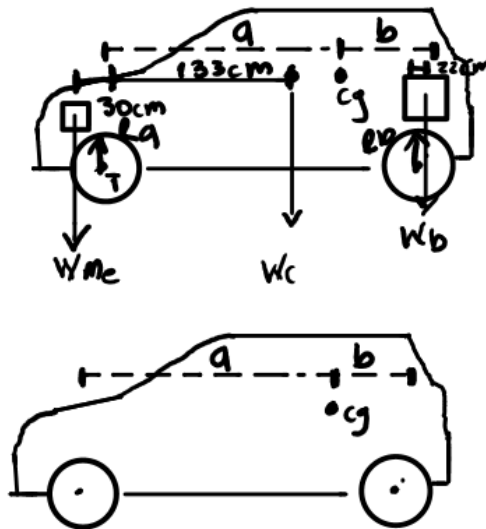
## Apéndices

## Anexo A.

Cálculo reacciones estáticas

Figura 1A

Esquema vehículo para las reacciones estáticas.



Realizando un balance estatico de las cargas, se obtiene que:

$$\sum Fy = W_{me} + W_c + W_b - Z_f - Z_t = 0$$

Las distancias de los componentes son medidas en el vehículo. Si el peso del vehículo (chasis y pasajeros) es dado aproximadamente en la mitad del ancho del vehículo:

$$\sum M_T = (0.3)W_{me} - (1.33)W_c - (2.36 + 0.22)W_b + (2.36)Z_t = 0$$

De la tabla 1, se obtienen los pesos de cada componente que fue removido. Resolviendo, se obtiene el peso del chasis. También, se debe añadir el peso de los 4 pasajeros. Se toma un promedio de 80 Kg por cada uno

$$m_c = 762 + 80 * 4 - 77 - 50 - 25.2 = 929.8 [Kg]$$

$$W_c = 929.8 * g = 9121.338 [N]$$

Utilizando los valores de la tabla, se calculan las fuerzas debido al peso de cada componente:

$$W_{me} = 441.45[N] \quad W_b = 1667.7[N]$$

Dando como resultado las reacciones en las llantas posteriores y frontales:

$$Z_t = 6907[N]$$

$$Z_f = 4323 [N]$$

El centro de gravedad del vehículo se encuentra definido por las distancias a y b. Realizando momentos en el centro de gravedad:

$$Z_f * a = Z_t * b$$

$$a + b = 2.36 m$$

$$a = 1.452 m$$

$$b = 0.9085 m$$

El peso total del vehículo es:

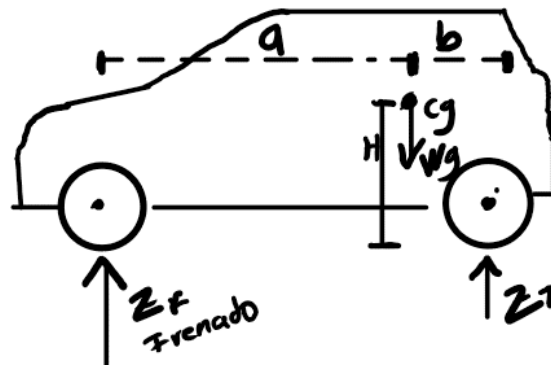
$$m_{ct} = 929.8 + 170 + 45 = 1144.8 [Kg]$$

**Anexo B.**

Cálculo fuerza longitudinal en frenado

Figura 2A

Esquema vehículo en condición de frenado.



Del análisis dinámico, se debe resolver la siguiente ecuación:

$$Z_{f\text{Freno}} = Z_{\text{estatico}} + \Delta Z$$

La ecuación de transferencia de carga longitudinal del vehículo es dada por:

$$\Delta Z = \frac{ma_x H}{L} + \frac{J_{zx} r^2}{L}$$

Para vehículos, el momento de inercia rotacional  $J_{zx}$  es pequeño.

La altura del centro de gravedad es dada: 0.5 m. La desaceleración es calculada con los parámetros expuestos en el artículo. Se tiene entonces:

$$v_{\text{frenado}} = 60 \left[ \frac{km}{h} \right] \left( \frac{1000}{3600} \right) = 16.67 \left[ \frac{m}{s} \right] \quad a_x = \frac{v_{\text{frenado}}^2}{2(x_{\text{frenado}})} = \frac{16.67^2}{50} = 5.555 \left[ \frac{m}{s^2} \right]$$

$$\Delta Z = \frac{(1144.8)(5.555)(0.5)}{2.36} = 1348[N]$$

$$Z_{f_{Freno}} = 4323 + 1348 = 5671[N]$$

Debido a que las dos ruedas del eje frontal tienen las mismas características:

$$Z_{f1} = \frac{5671}{2} = 2836 [N]$$

Utilizando la fórmula de Pacejka con la nueva carga vertical:

$$F_i = F_z D \sin(C \operatorname{atan}(Bx - E(Bx - \operatorname{atan}(Bx))))$$

Con constantes para carretera de asfalto seca y un deslizamiento longitudinal óptimo para ABS de -0.15.

$$D = 0.6 \quad B = 10 \quad C = 1,65 \quad E = 0,97 \quad x = -0,15$$

Se obtiene la fuerza longitudinal en la zona de contacto:

$$f_{frenado} = 2122 [N]$$

**Anexo C.**

Cálculo fuerza lateral en curva

La ecuación general de transferencia de carga lateral está dada por (Guiggiani, 2014):

$$\Delta Z_1 t_1 = \left[ \frac{k_{\phi 1}}{k_{\phi}} Y(h - q^b) + Y_1 q_1 + \frac{k_{\phi 1} k_{\phi 2}}{k_{\phi}} \left( \frac{Y_2 q_2}{k_{\phi 2}^p} - \frac{Y_1 q_1}{k_{\phi 1}^p} \right) \right]$$

Debido a que, para el análisis cuasi estático se tomaron las llantas como rígidas, el termino de rigidez al volcamiento debido a las llantas ( $k_{\phi}^p$ ) se acerca a infinito y:

$$\frac{k_{\phi 1} k_{\phi 2}}{k_{\phi}} \left( \frac{Y_2 q_2}{k_{\phi 2}^p} - \frac{Y_1 q_1}{k_{\phi 1}^p} \right) \approx 0$$

Dando a lugar a la ecuación mostrada anteriormente:

$$\Delta Z_1 t_1 = \frac{k_{\phi 1}}{k_{\phi}} Y(h - q^b) + Y_1 q_1$$

Donde  $Y_1$  es la reacción en la suspensión frontal para contrarrestar la fuerza centrífuga  $Y$ :

$$\frac{Yb}{l} + \frac{N_y}{l}$$

Como la fuerza lateral es dada en el centro de gravedad del vehículo y no se asumen fuerzas aerodinámicas, no existe momento de guiñada (en el eje  $z$ ) y, por lo tanto:

$$N_y = 0$$

La aceleración lateral depende de los parámetros de la curva. Se toma una curva con radio de 113m para una velocidad de vehículo de 60 km/h (Invias, 2008):

$$a_y = \frac{v^2}{r} = \frac{16.667^2}{113} = 2.458 \frac{m}{s^2}$$

Por lo tanto:

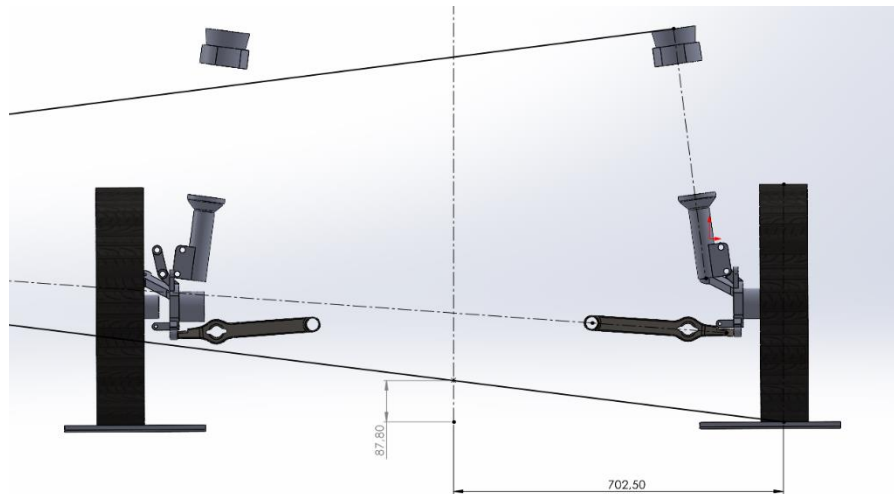
$$Y = (1144.8)(2.458) = 2813.92 \text{ N}$$

$$Y_1 = \frac{(2813.918)(0.9085)}{2.36} = 1083.24 \text{ N}$$

$q_1$  es conocido como el centro de rodamiento y depende de la geometría de la suspensión.

Figura 3A

Estudio geométrico del centro de rodamiento para la suspensión frontal



Utilizando la geometría en SolidWorks, se encuentra que  $q_{frontal} = 0.08780 \text{ m}$ .

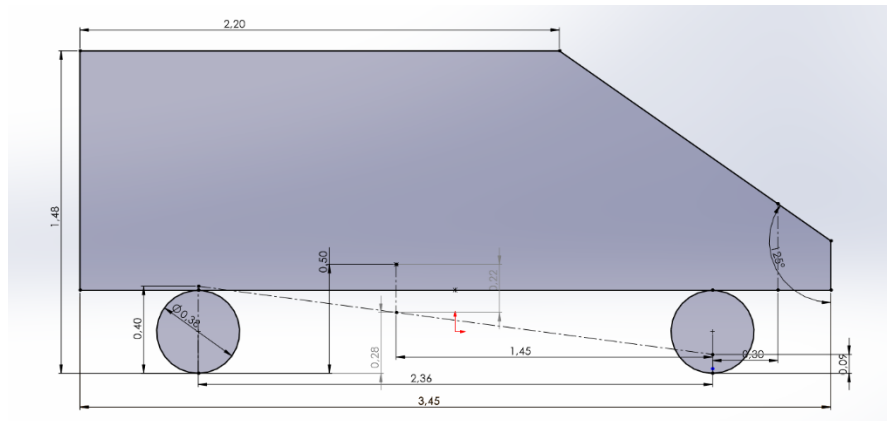
Debido a que la fuerza producida en el vehículo se encuentra por encima del punto de vuelco de la suspensión, se genera un momento de vuelco. Este momento es dado por:

$$Y(h - q^b)$$

Donde  $q^b$  es el eje de formado por los centros de rodamiento de la suspensión frontal y trasera.

Figura 4A

Eje de rodamiento geométrico para el Suzuki Alto 800



El vehículo transformado tiene una suspensión trasera rígida, por lo que su centro de volqueo es aproximadamente la altura de las ruedas. Se tomó un valor de 0.5 m. Uniéndolos los centros de las dos suspensiones, se encuentra la altura  $q^b$  consiguiendo:

$$Y(h - q^b) = (2813.92)(0.50 - 0.28) = 619 \text{ Nm}$$

Se procede a calcular la rigidez de la suspensión McPherson frontal. La fórmula para encontrar la rigidez de un resorte constante es:

$$k = \frac{G * d^4}{8 * N * D^3}$$

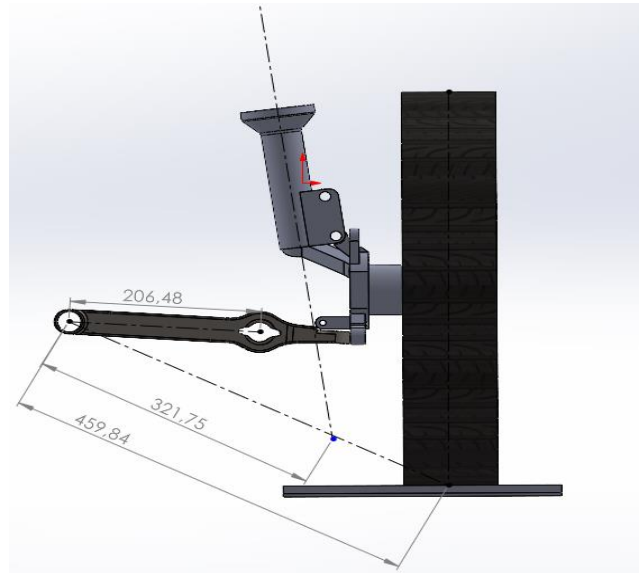
Aunque el resorte contiene 8 espirales, solo 6 son las actuantes. También, el diámetro medio es dado como  $OD - d$ ,  $100 - 10 = 90$  mm. Se escogió como material para el resorte acero. Resolviendo:

$$k = \frac{80000 * 10^4}{8 * 6 * 90^3} = 22.862 \text{ [N/mm]}$$

Para calcular la rigidez del resorte medida desde la llanta, es necesario la ratio de instalación. Esta fracción es dada en una suspensión MacPherson por la geometría mostrada en la siguiente figura:

Figura 5A

Estudio geométrico de la ratio de instalación de la suspensión MacPherson



$$IR_{resorte} = \frac{321.75 \text{ mm}}{459.84 \text{ mm}} = 0.7$$

$$IR_{barra} = \frac{205.48 \text{ mm}}{459.84 \text{ mm}} = 0.46$$

Teniendo en cuenta que el amortiguador tiene un ángulo de salida de 8 grados (kingpin):

$$k_{resorte} = k * IR_{resorte}^2 * \cos(8^\circ) = 11.09 \text{ [N/mm]}$$

Debido a que en la suspensión frontal se encuentra una barra ARB (barra de torsión), se procede a calcular la rigidez que proporciona.

$$k_{torsional} = k_{barra} * IR_{arb}^2$$

Donde:

$$\frac{1}{K_{barra}} = \frac{1}{K_{bs}} + \frac{2}{K_{vv}}$$

$$K_{bs} = \frac{Gd_1^4\pi}{32r^2L} \quad K_{vv} = \frac{3E(\pi d_1^4)}{64(r^3)}$$

Se considera una barra torsional de acero ( $E = 200\text{GPa}$ ,  $G = 80\text{ GPa}$ ) con diámetro constante y maciza. Los valores medidos corresponden a:

$d_1$	0.022 [m]
$r$	0.3 [m]
$L$	0.8 [m]

Donde  $d_1$  corresponde al diámetro de la sección transversal,  $r$  la longitud de la barra en voladizo y  $L$  la longitud de la barra a torsión. Dando como resultado:

$$K_{barra} = 21294\text{ N/m}$$

Por lo tanto, la rigidez de la barra medida desde la rueda:

$$k_{torsional} = 21294 * 0.46^2 = 4506\text{ N/m}$$

Cuando se toma una curva, el resorte y la barra de torsión trabajan como resortes en paralelo. Con el ancho entre las ruedas ( $t = 1295\text{ mm}$ ), se calcula la rigidez del vehículo por grado de desplazamiento, obteniendo la rigidez ante el volqueo en la suspensión frontal:

$$k_{\phi 1} = \frac{t^2(k_{torsional} + k_{resorte})}{2\left(\frac{360}{2\pi}\right)} = 228 \frac{\text{Nm}}{\text{grado}^\circ}$$

El Suzuki alto 800 fue diseñado como un vehículo de tracción delantera, por lo que la rigidez esperada en la suspensión trasera es mayor. Tomando como referencia una rigidez total por parte de las suspensiones de  $600 \frac{\text{Nm}}{\text{grado}^\circ}$ .

$$\frac{k_{\phi 1}}{k_{\phi}} = \frac{228}{600} = 0.38$$

Concluyendo los términos necesarios para encontrar la transferencia de carga en la llanta crítica, siendo esta:

$$\Delta Z_1 t_1 = (0.38)(619) + (1083.24)(0.0870) = 330.7\text{ N/m}$$

$$\Delta Z_1 = \frac{330.7}{1.295} = 255 \text{ N}$$

Dando la fuerza vertical en la rueda

$$Z_{f_{Freno}} = \frac{4323}{2} + 255 = 2417 \text{ [N]}$$

Igualmente, utilizando la fórmula de Pacejka:

$$F_i = F_z D \sin(C \operatorname{atan}(Bx) - E(Bx - \operatorname{atan}(Bx)))$$

Tomando un coeficiente de fricción lateral de 0.25 (Invias, 2008), y un ángulo de deslizamiento de 5 grados

$$D = 0.25 \quad B = 10 \quad C = 1,3 \quad E = 0,97 \quad x = 5^\circ$$

$$f_{curva} = 965 \text{ [N]}$$

**Anexo D.**

## Análisis estructural

El modelo utilizado en ANSYS contiene cuatro componentes. El brazo de control, la mangueta, la base y el tope del amortiguador.

Para poder definir el modelo, se utilizan las siguientes conexiones:

- Fijo en el tope del amortiguador
- Traslacional con respecto a su eje en la base del amortiguador
- Resorte con 22.86 KN-mm rigidez calculado
- Unión de bola entre el brazo de control y mangueta
- Revoluta en el brazo de control y chasis
- Revoluta en los pines entre la mangueta y el amortiguador

Se verifica la independencia de malla con diferentes configuraciones para el caso estático de compresión del resorte, donde se tomaron los elementos del brazo de control y mangueta como rígidos, debido a que solo se requiere conocer la compresión del resorte para usar como precarga en los siguientes análisis:

Nodos	Elementos	Deformación resorte	Fuerza resorte
3317	1489	-85.336	-1950.8
7871	3889	-85.337	-1950.8
37341	21173	-85.337	-1950.8

Figura 6A

Convergencia de malla primera prueba

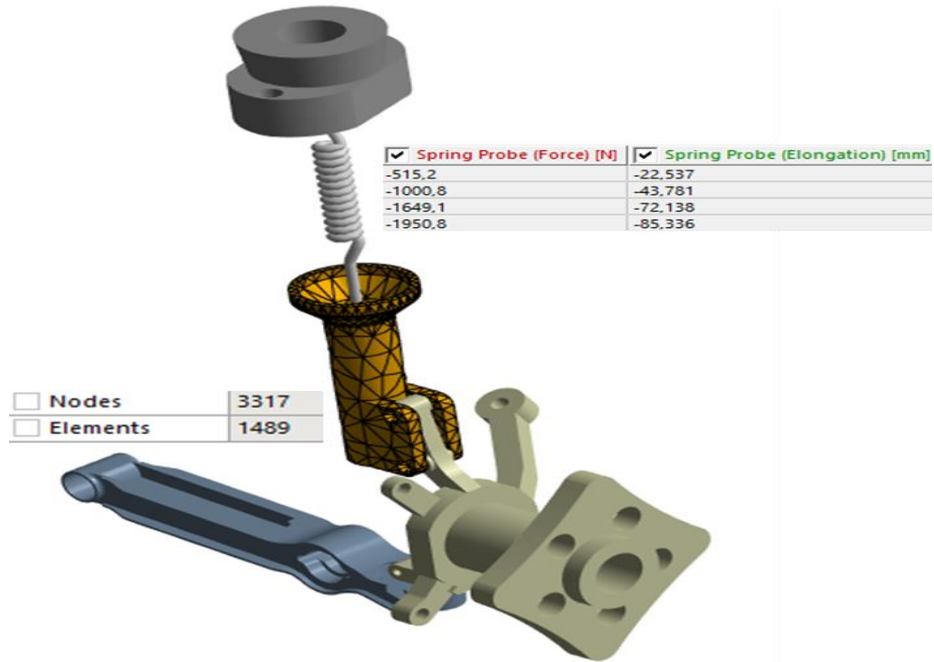


Figura 7A

Convergencia de malla segunda prueba

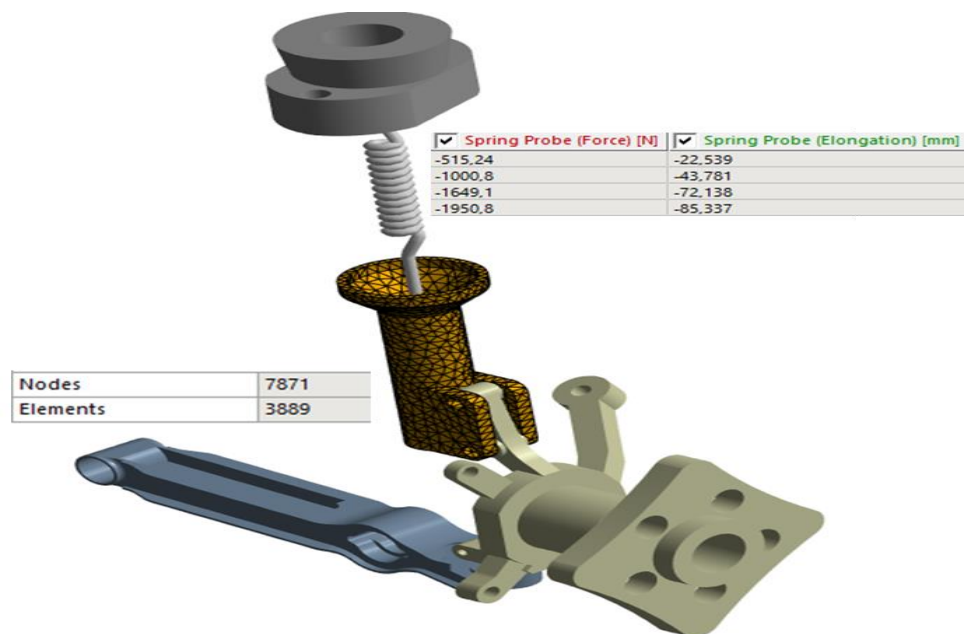
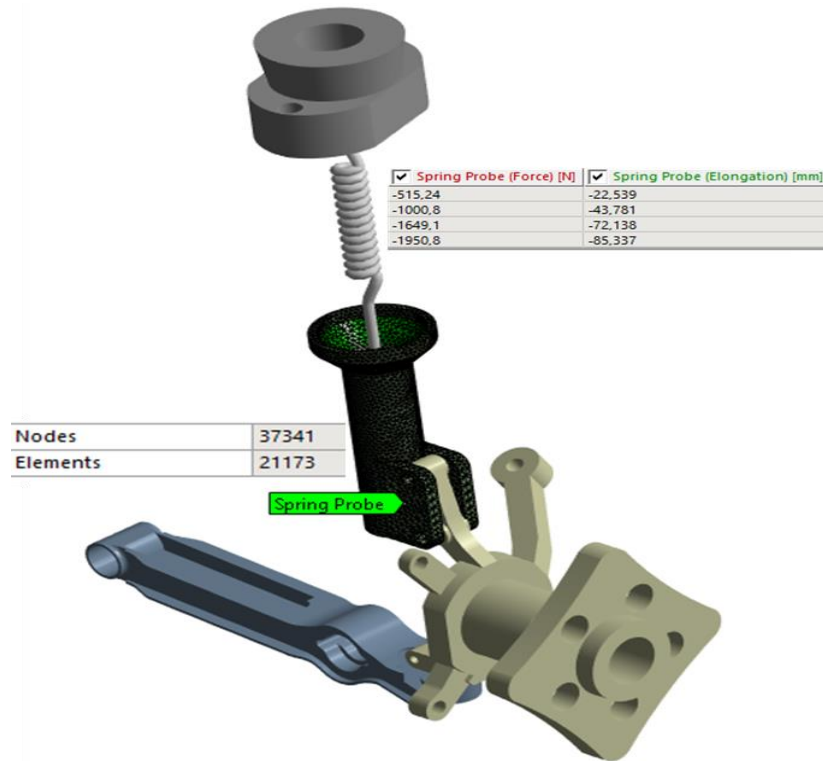


Figura 8A

Convergencia de malla tercera prueba



De igual forma, para los dos casos, se realizó un estudio de convergencia de malla

Nodos	Elementos	Desplazamientos
44009	23960	40.29
46204	25431	40.268
48066	26332	40.295
60337	33348	40.295
65686	36777	40.299

Figura 9A

Convergencia de malla en frenado (a) 23960 elementos (b) 25431 elementos (c) 26332 elementos

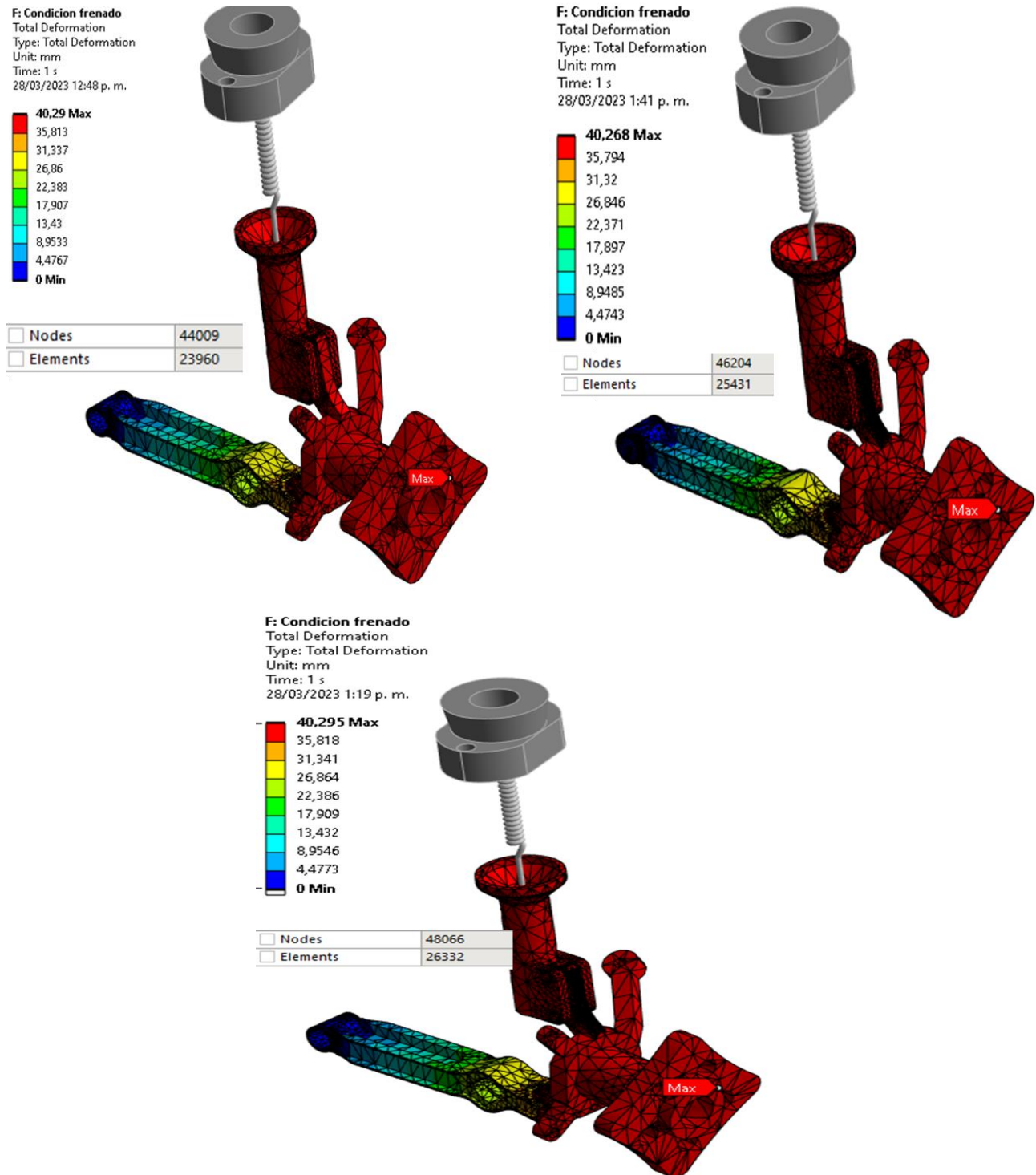
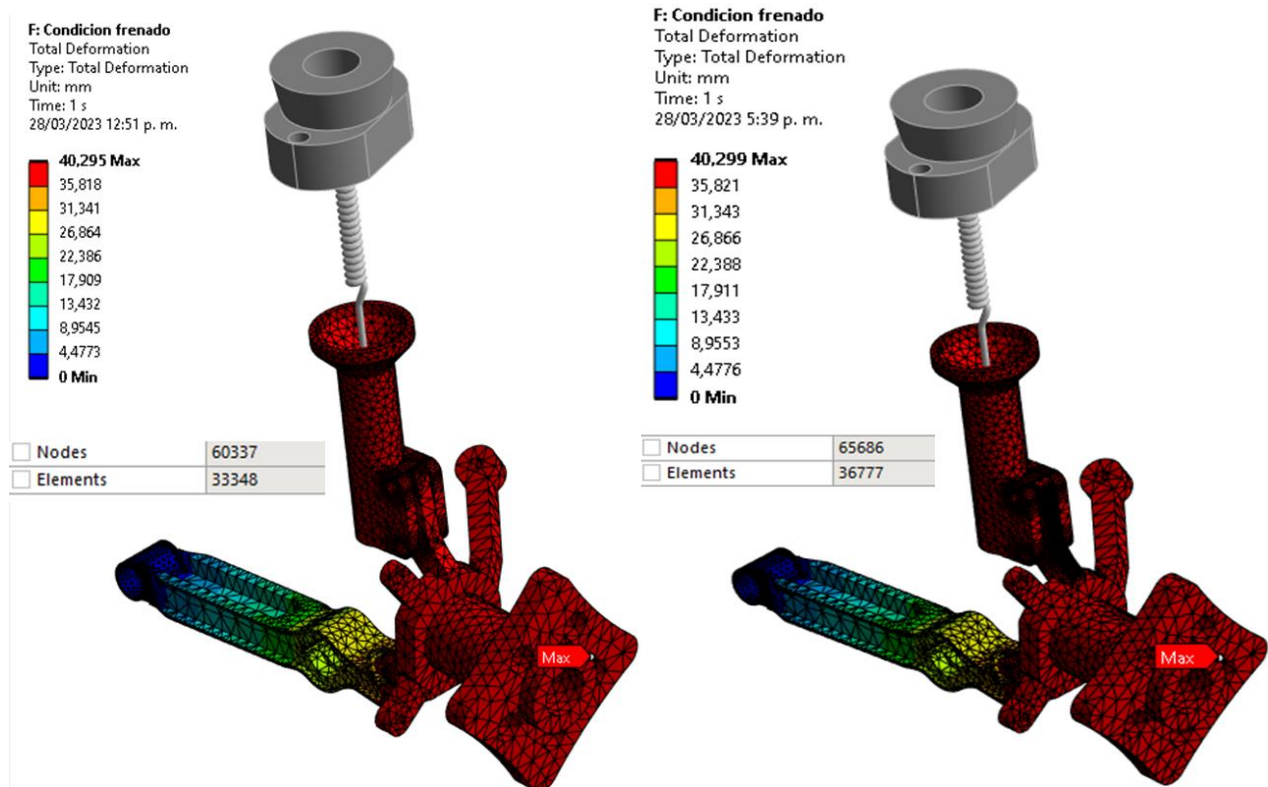


Figura 10A

Convergencia de malla en frenado (a) 33348 elementos (b) 36777 elementos

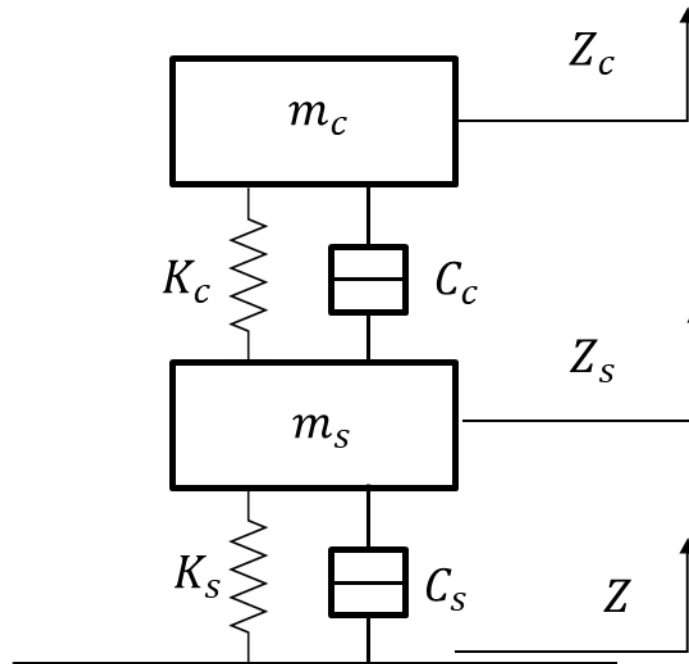


La variación en deformación entre las mallas es ínfima, por lo que se comprueba la independencia de malla. Esta malla es usada de igual forma para el caso de toma de curva.

**Anexo E.**

Desarrollo del modelo de estado para un cuarto de suspensión

El sistema de un cuarto de vehículo a resolver es el siguiente:



Donde:

$$m_c = 221 \text{ kg} \quad m_s = 50 \text{ kg} \quad C_c = 2000 \frac{\text{Nm}}{\text{s}} \quad K_c = 22862 \text{ Nm} \quad K_s = 240000 \text{ Nm}$$

Debido a que la amortiguación de la llanta es mucho menor a la ofrecida por el amortiguador, puede ser despreciada

Realizando un balance dinámico en cada masa (masa no suspendida y suspendida)

$$m_c \ddot{Z}_c = C_c(\dot{Z}_s - \dot{Z}_c) + K_c(Z_s - Z_c)$$

$$m_s \ddot{Z}_s = K_s(Z - Z_s) + C_s(\dot{Z} - \dot{Z}_s) + C_c(\dot{Z}_c - \dot{Z}_s) + K_c(Z_c - Z_s)$$

Realizando un cambio de variables:

$$X_1 = Z_c \quad X_2 = \dot{Z}_c \quad X_3 = Z_s \quad X_4 = \dot{Z}_s \quad u_1 = Z$$

Se obtienen las siguientes matrices, denotando A, B, C y D debido a las ecuaciones:

$$\dot{X} = Ax + Bu$$

$$Y = Cx + Du$$

$$\begin{bmatrix} \dot{X}_1 \\ \dot{X}_2 \\ \dot{X}_3 \\ \dot{X}_4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ -\frac{K_c}{m_c} & -\frac{C_c}{m_c} & \frac{K_c}{m_c} & \frac{C_c}{m_c} \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ \frac{K_c}{m_s} & \frac{C_c}{m_s} & -\frac{(K_c + K_s)}{m_s} & -\frac{C_s}{m_s} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} X_1 \\ X_2 \\ X_3 \\ X_4 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ \frac{K_s}{m_s} \end{bmatrix} u_1$$

$$\begin{bmatrix} Y_1 \\ Y_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} X_1 \\ X_2 \\ X_3 \\ X_4 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix} u_1$$

Las variables de resultado (desplazamiento del chasis y la suspensión) son modelados utilizando el paquete SimuLink del software Matlab. Para la entrada del terreno se propuso una señal sinusoidal de amplitud de 2 mm afectada por una señal aleatoria con rangos de amplitud de 5 mm a 1 cm para simular una situación de carretera. Además, al tiempo de 4 segundos del análisis (un análisis de 10 segundos) se añadió un bache con amplitud de 8 cm.

**Anexo F.**

Código para filtrar señal de aceleración.

De la norma ISO 2631-1 se obtienen los coeficientes para la ponderación en el eje vertical.

(International Organization for Standardization ISO, 1997)

```

%Coeficientes del ponderado para eje vertical (Wk)
f1=0.4;
f2=100;
f3=12.5;
f4=12.5;
Q4 = 0.63;
f5=2.37;
Q5=0.91;
f6=3.35;
Q6=0.91;

%Frecuencias con cada ponderado
w1 =2*pi*f1;
w2 =2*pi*f2;
w3 =2*pi*f3;
w4 =2*pi*f4;
w5 =2*pi*f5;
w6 =2*pi*f6;

%Funciones de transferencia para filtros de ponderacion
%Pasa altas
banum = [1 0 0];
baden = [1 sqrt(2)*w1 w1^2];
%Pasa bajas
bbnum = [0 0 1];
bbden = [1/(w2^2) sqrt(2)/w2 1];
%Transicion aceleracion/velocidad
avnum = [0 1/w3 1];
avden = [1/(w4^2) 1/(Q4*w4) 1];
%Subida de escala
senum = [1/(w5^2) 1/(Q5*w5) 1]*(w5/w6)^2;
seden = [1/(w6^2) 1/(Q6*w6) 1];
%Se necesita el producto de las dos funciones de transferencias de los
%filtros (convolucion)
numc1 = conv(banum,bbnum);
denc1 = conv(baden,bbden);

```

```
numc2 = conv(avnum,senum);
denc2 = conv(avden,seden);
numc = conv(numc1, numc2);
denc = conv(denc1, denc2);
%Debido a que la función resultante se trabajó en el dominio del tiempo, la
%norma indica que la interpretación conduce a la realización digital de la.
%ponderación, por lo que el filtro recién calculado debe convertirse en digital.
[numcf, dencf] = bilinear(numc,denc,Fs); %Fs es la frecuencia para la
%digitalización, se tomó de 1000 Hz.
%Se filtra la señal original
accfiltrada = filter(numcf,dencf,accelerometro);
```